

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA UNIVERZITY PALACKÉHO
KATEDRA INFORMATIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Filtrace a rekonstrukce obrazu



2013

Jozef Meričko

Anotace

Pre zlepšenie digitálneho obrazu využívame rôzne techniky filtrácie a rekonštrukcie. Niektoré pracujú priamo s obrazovým signálom, iné s jeho frekvenčným obrazom. Cieľom práce bolo vytvoriť aplikáciu, ktorá implementuje vybrané metódy digitálneho spracovania obrazu.

Chcel by som poďakovať vedúcemu Mgr. Eduardovi Bartlovi, Ph.D. za trpezlivosť pri čítaní tohto textu a za cenné pripomienky, ktoré mi poskytol pri písaní tejto práce.

Obsah

1. Úvod	8
2. Teoretický základ	9
2.1. Fourierova transformácia	9
2.2. FFT Algoritmus	11
3. Filtrácia obrazu	12
3.1. Metódy priestorovej domény	12
3.1.1. Jednoduché transformácie jasu	12
3.1.2. Histogramove úpravy	12
3.1.3. Filtrovanie v priestorovej doméne	13
3.2. Metódy frekvenčnej domény	15
3.2.1. Filtre typu dolnopásmový priepust	16
3.2.2. Filtre typu hornopásmový priepust	17
3.3. Vzťah medzi frekvenčnou a priestorovou doménou	18
4. Rekonštrukcia obrazu	19
4.1. Princíp modelovania rekonštrukcie obrazu	19
4.2. Šum a jeho klasifikácia	19
4.3. Periodický šum	21
4.4. Metódy odstránenia periodického šumu	21
4.4.1. Filtre typu pásmová zádrž	21
4.4.2. Filtre typu pásmový priepust	22
4.4.3. Filtre typu notch	22
5. Aplikácia Image enhancer	23
5.1. Návrh tried	23
5.2. Dátové typy	23
5.3. Logika aplikácie	24
5.4. GUI	24
6. Uživatelská príručka	25
6.1. Požiadavky	25
6.2. Inštalácia	25
6.3. Práca s programom	25
6.4. Testovanie	25
7. Zhodnotenie	26
Záver	27
Conclusions	28

Reference	29
A. Príloha	30
B. Obsah priloženého CD	34

Seznam obrázků

1.	Postup pri filtrovaní vo frekvenčnej doméne	16
2.	Model degradácie a následnej rekonštrukcie obrazu	19
3.	Ideálny dolnopásmový filter	30
4.	Gaussov dolnopásmový filter	30
5.	Butterworth dolnopásmový filter st. 2	31
6.	Ideálny hornopásmový filter	31
7.	Gaussov hornopásmový filter	32
8.	Butterworth hornopásmový filter st. 2	32
9.	Laplaceov filter	33

Seznam tabulek

1.	Jednoduchý izotopický filter	14
2.	Vážený priemerový filter	14
3.	Laplaceov filter s 90° súmernosťou	15
4.	Laplaceov filter s 45° súmernosťou	15

1. Úvod

Digitálny obraz, fotografia, snímok, grafika charakterizujú isté abstrahovanie reality. Sú nositeľmi obrazovej informácie. V dnešnej dobe získavame nové informácie nielen z viditeľného spektra ľudského zraku, ale aj z rôznych prístrojov ako napr. Röntgenové lúče, radarové snímky, elektrónový mikroskop, infračervené žiarenia a pod. Tieto moderné technológie nám zväčšili obzor vnímania reality, avšak aby sme ich mohli nejak rozumne spracovať, potrebujeme ich pretransformovať, upraviť, zlepšiť do nášho viditeľného spektra. Na to nám slúžia rôzne metódy na úpravu obrázkov, ktoré zlepšujú, prípadne upravujú obraz na zachytenie čo najviac dôležitých detailov alebo naopak odstraňujú nepodstatné a nechcené detaily.

V prvej časti práce sa zameriavame na analýzu metód úpravy snímok, t.j. filtrovanie obrazu v priestorovej doméne a transformácia intenzít, filtrácie obrazu vo frekvenčnej doméne a nakoniec rekonštrukciu degradovaného obrazu a odstránenie šumu. V druhej časti sa budeme venovať vytvoreniu aplikácie s použitím metód v priestorovej doméne a frekvenčnej doméne. Záver práce bude venovaný popisu aplikácie.

2. Teoretický základ

K porozumeniu problematiky spracovania obrazového signálu je potrebné vysvetliť základné pojmy. Medzi ne patrí *histogram*, ktorý predstavuje rozloženie (početnosť) jednotlivých jasových úrovní. Definujeme ho ako diskretnú funkciu

$$h(f_k) = n_k,$$

kde f_k je k -tá úroveň jasu a n_k je počet pixelov v obrázku s úrovňou jasu k . Pritom platí

$$\sum_i h(i) = m \cdot n,$$

kde i je intenzita (úroveň) jasu a m a n sú rozmery obrázku. Ďalším dôležitým pojmom je *LUT tabuľka* (ang. look up table). Je to vyhľadávacia tabuľka, v ktorej sú uložené transformované hodnoty jasu pre jednotlivé jasové hodnoty obrázka. Inak povedané, prevádzacia tabuľka jasových hodnôt pre transformáciu obrazu. Jej použitie je efektívnejšie, pretože sa z transformačného vzťahu predpočíta iba raz pre všetky hodnoty. Definuje sa ako diskretná funkcia na množine hodnôt zobrazených pixelov. Jedným z neoddeliteľných súčastí popisu obrazovej funkcie je *spektrum*. Popisuje rozpätie hodnôt veličiny alebo súboru súvisiacich veličín. Nie je limitované žiadnou množinou veličín a môže sa meniť nekonečne v priestore. Zaujímavý je tiež *biely (čierny) bod*, ktorý predstavuje najvyššiu (najnižšiu) hodnotu intenzity v histograme. Má zmysel o nej hovoriť, ak sa neprekrýva s maximálnou (minimálnou) zobraziteľnou hodnotou.

2.1. Fourierova transformácia

Pri práci s niektorými metódami budeme potrebovať jeden z hlavných aparátov filtrácií vo frekvenčnej doméne, a to *Fourierovu radu*, resp. *Fourierovu transformáciu*. Je pomenovaná po svojom objaviteľovi (Jean Baptiste Joseph Fourier) a bola zverejnená v jeho práci v roku 1807. Fourierova rada je matematický aparát, ktorý popisuje vlastnosť každej "rozumnej" periodickej funkcie splňujúcej niektoré vlastnosti ako monotónna, úplne integrovateľná a pod. Periodickú funkciu je možné zapísať ako súčet sínusových, kosínusových alebo sínusových a kosínusových funkcií s rôznou amplitúdou a frekvenciou. A naopak, vzajomným sčítaním sínusových a kosínusových funkcií môžeme zložiť ľubovoľnú periodickú funkciu. Pomocou Fourierovej transformácie aplikujeme tento princíp aj na niektoré neperiodické funkcie. Tieto dva aparáty sa stali základom v teórii spracovania signálov a po objavení algoritmu rýchlej Fourierovej transformácie okolo roku 1950 aj významným míľnikom v digitálnom spracovaní digitálnom spracovaní obrazu.

Fourierovu transformáciu $F(u)$ pre spojitú funkciu $f(x)$ definujeme ako

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux} dx,$$

kde u predstavuje frekvenciu a j je komplexná jednotka ($j = \sqrt{-1}$). Inverzná Fourierova transformácia je definovaná ako

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{j2\pi ux} du.$$

Spolu nám tvoria tzv. *Fourierov transformičný pár*.

Ďalej pre dvojrozmernú spojité funkciu $f(x, y)$ je Fourierova transformácia a inverzná Fourierova transformácia definovaná ako

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy,$$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv.$$

Pre dvojrozmernú diskretnú obrazovú funkciu $f(x, y)$, kde obraz má rozmery M a N , definujeme dvojrozmernú diskretnú Fourierovu transformáciu ako

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)},$$

a dvojrozmernú diskretnú inverznú Fourierovu transformáciu ako

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}.$$

Pretože Fourierova transformácia prebieha v komplexnej rovine, preto je vhodné jej výsledok vyjadriť v tvare komplexného čísla pomocou magnitudy a fázy. Magnitúdu $|F(u, v)|$ vyjadríme ako

$$|F(u, v)| = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{\frac{1}{2}}$$

a fázu (fázový posun) $\phi(u, v)$ ako

$$\phi(u, v) = \tan^{-1} \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right],$$

kde $R(u, v)$ tvorí reálnu časť $F(u, v)$ a $I(u, v)$ imaginárnu časť. V niektorých prípadoch je vhodné vyjadriť Fourierovu transformáciu v polárnych súradniciach

$$F(u, v) = |F(u, v)| e^{j\phi(u, v)},$$

kde $|F(u, v)|$ je magnitúda, $\phi(u, v)$ je fáza, j je komplexná jednotka a e je exponenciálna funkcia.

2.2. FFT Algorithmus

Jedným z účinných a zjednodušených algoritmov pre výpočet Fourierovej transformácie je rýchla Fourierova transformácia. Tento algoritmus nazývaný aj Cooley–Tukey bol znovuobjavený v roku 1965 a pomenovaný podľa jeho objaviteľoch (J.W. Cooley a John Tukey). Algoritmus je založený na princípe rozdeľ a panuj. Klasickým násobením má Fourierova transformácia zložitost $\Theta(n^2)$ a tento algoritmus ju zlepšuje na $\Theta(n \log n)$. Vychádza z predpokladu, že niektoré výpočty sa dajú znovu použiť, pretože sa opakujú, a zo súmernosti jednotkovej komplexnej exponenciály. Tento algoritmus zlepšuje náročnosť výpočtov z 10^8 operácií na 10^6 . (pri obrázku o rozlíšení 1024×1024).

3. Filtrácia obrazu

Základné metódy spracovania obrazu môžeme rozdeliť na metódy pracujúce v priestorovej doméne, ktoré pracujú priamo s pixelmi, prípadne so skupinami pixelov obrázku, a na metódy pracujúce vo frekvenčnej doméne, kde metódy nepracujú s pixelmi priamo, ale s jej frekvenčným Fourierovým obrazom. Je však bežné u niektorých metód kombinovať oba princípy. Výsledky a účinnosť jednotlivých metód sú však veľmi rôznorodé a závislé na konkrétnej situácii.

3.1. Metódy priestorovej domény

Pre priestorovú doménu je charakteristické, ako bolo spomenuté v úvode, že pracuje priamo s hodnotami pixelov obrazu. Princíp fungovania tejto skupiny filtračných metód spočíva v prekladaní maskou a dopočítaní hodnoty daného pixelu na základe hodnôt jeho okolia.

3.1.1. Jednoduché transformácie jasů

Medzi najjednoduchšie metódy úpravy obrazu, ktoré pracujú iba s jediným pixelom, patrí *negatív*, *prahovanie*, *zmena svetlosti*, *zmena kontrastu* a γ *korekcie*.

Na transformáciu hodnôt pixelov sa používa LUT tabuľka. V nej je definovaná diskretná funkcia, ktorá priradzuje každej vstupnej jasovej hodnote výstupnú jasovú hodnotu zo zobraziteľného rozsahu. Konkrétne

- negatív $f(i) = i_{MAX} - i$,
- prahovanie $f(i) = \begin{cases} L & \text{pre } i \leq i_T, \\ H & \text{pre } i > i_T, \end{cases}$
- zmena svetlosti $f(i) = i + q$,
- zmena kontrastu $f(i) = k \cdot i + q$,
- γ korekcia $f(i) = (i + \epsilon)^\gamma$,

kde i je vstupná hodnota intenzity jasů, i_{MAX} maximálna možná hodnota intenzity, $f(i)$ výsledná hodnota intenzity, L dolný prah intenzity, H horný prah intenzity, i_T prahová hodnota intenzity, k , q , γ , ϵ sú kladné konštanty.

3.1.2. Histogramove úpravy

Keďže histogram nám nič nehovorí o konkrétnom rozložení pixelov (je to iba štatistický ukazateľ), nemá vplyv na daný obsah obrazu. Služi ako ukazateľ vyváženosti intenzity jasů. Spomenieme dve často používané metódy na zlepšenie

vlastnosti obrazu pomocou histogramu, t.j. *rozťahnutie histogramu a ekvalizácia histogramu*.

Prvá metóda sa dá popísať pomocou LUT tabuľky, kde $f(i) = k \cdot i$. Pomocou nej sa snažíme posúvať biely, príp. čierny bod na okraj histogramu. Cieľom je pokryť celkový možný rozsah hodnôt intenzít. Nevýhodou tejto metódy je, že hoci obraz bude ostrejší, vzniknú medzi jednotlivými intenzitami medzery, a tak nebude plne využitý rozsah zobrazenia. Druhá metóda je sofistikovanejšia. Snaží sa histogram obrazu nielen rozťahnúť, ale aj vyhladiť a využiť čo najväčší rozsah zobrazovaných hodnôt. Využíva k tom kumulatívnu distribučnú funkciu $\text{cdf}(i)$.

$$\text{cdf}(i) = \sum_{j=0}^i p(j),$$

kde $p(j) = \frac{h(j)}{m \cdot n}$ je pravdepodobnosť výskytu pixelu o intenzite j . Potom pre LUT tabuľku platí

$$f(i) = \text{round}\left(\frac{\text{cdf}(i) - \text{cdf}_{\min}}{m \cdot n - \text{cdf}_{\min}} \cdot I_{\text{MAX}}\right).$$

Ekvalizácia histogramu nemusí prebiehať na celom obraze. Potom hovoríme o *lokálnej ekvalizácii histogramu*. Pre presnejší popis tejto metódy a ďalšie podrobnosti pozri [2].

3.1.3. Filtrovanie v priestorovej doméne

Princíp metódy spracovania obrazu v priestorovej doméne spočíva v posúvaní tzv. *masky* (malej matice 3×3 , 5×5 alebo inej) po každom bode obrazu. Nová hodnota pixelu ako odpoveď filtra sa získa (podľa typu filtra) podľa vzorca

$$\begin{aligned} g(x, y) = & m(-1, -1)f(x - 1, y - 1) + m(-1, 0)f(x - 1, y) + \dots \\ & \dots + m(0, 0)f(x, y) + \dots \\ & \dots + m(1, 1)f(x + 1, y + 1), \end{aligned}$$

kde m je maska filtra vycentrovaná tak, aby stred matice $m(0, 0)$ bol na pozícii o súradniciach (x, y) , $g(x, y)$ hodnota pixelu vo výslednom obrázku. Predpokladáme, že maska filtra má rozmery $2a + 1$ a $2b + 1$, kde a, b sú prirodzené čísla. Všeobecne filtrovanie obrázku o rozmeroch $M \times N$ a s maskou filtra o rozmeroch $s \times t$ spĺňujúcu predošlé podmienky môžeme vyjadriť ako

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b m(s, t)f(x + s, y + t),$$

kde x nadobúda hodnoty od 1 do M a y nadobúda hodnoty od 1 do N . Filtrovacia maska sa niekedy nazýva aj konvolučná maska.

Pri filtrovaní v priestorovej doméne nás budú zaujímať tzv. *izotopické* filtre. Tie sú nezávislé na smere filtrovania alebo otočenia filtra, tzn. sú stredovo súmerné. Ďalej môžeme rozdeliť filtre v priestorovej doméne na *vyhladzovacie* a *zaostróvacie*. V prvej skupine najvýznamnejšiu rolu hrajú *priemerové* filtre. V princípe pracujú tak, že každú hodnotu pixela v obraze nahradzujú aritmetickým, príp. váženým priemerom hodnôt susedných pixelov podľa masky. Napríklad

$$g(x, y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b m(s, t) f(x + s, y + t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b m(s, t)}.$$

Tieto filtre slúžia na redukciu šumu v obraze a na odstraňovanie nechcených irelevantných detailov. Nevýhodou týchto filtrov je, že pri filtrovaní dochádza k nežiaducemu vedľajšiemu efektu rozmazávania hrán. Ďalším typom filtrov sú

$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Tabulka 1. Jednoduchý izotopický filter

$$\frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Tabulka 2. Vážený priemerový filter

zaostróvacie filtre. Tie sa starajú o získavanie detailov z rozmazaných oblastí obrazu a takisto o zvýraznenie alebo vylepšenie pôvodných detailov. Typickým príkladom je *Laplaceov* filter

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},$$

pričom platí

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= f(x + 1, y) + f(x - 1, y) - 2f(x, y), \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 2f(x, y), \end{aligned}$$

kde ∇^2 je divergencia (gradient), ktorá sa rovná súčtu druhej derivácie podľa x a druhej derivácie podľa y . Samotné filtrovanie bude prebiehať tak, že vypočítaný

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Tabulka 3. Laplaceov filter s 90° súmernosťou

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

Tabulka 4. Laplaceov filter s 45° súmernosťou

Laplaceov obraz pričítame k pôvodnému obrazu. V skutočnosti ho odčítame, lebo znamienko operácie závisí na znamienku prostredného bodu (jadra) konvolučnej masky

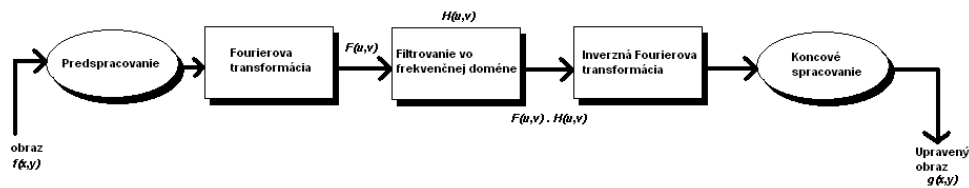
$$g(x, y) = f(x, y) - \nabla^2 f(x, y).$$

3.2. Metódy frekvenčnej domény

Filtrovanie obrazu vo frekvenčnej doméne prebieha výhradne v aplikovaní filtra nie priamo na obraz, ale na jeho Fourierovo spektrum. Týmto sa líši od priestorovej domény. Pri spracovaní obrazu uvažujeme frekvenčný obraz ako obrazovú funkciu, kde hodnota každého pixelu predstavuje zastúpenie jednej z funkcií o danej hodnote v obraze.

Samotný priebeh filtrovania by sme mohli zhrnúť do niekoľkých nasledujúcich krokov (obr. 1.):

1. predspracovanie obrazu (vynásobenie obrazu $(-1)^{x+y}$ kvôli vycentrovaniu a rozšírenie rozmerov obrázka nulami),
2. vypočítanie diskkrétnej Fourierovej transformácie (DFT) z predspracovaného obrazu,
3. aplikovanie filtra na Fourierovo spektrum (spoločným vynásobením),
4. vypočítanie inverznej DFT (IDFT) z predošlého kroku,
5. získanie reálnej zložky z výsledku (odstránenie imaginárnych zložiek fázového posunu),
6. záverečné spracovanie odfiltrovaného obrazu (spätné vynásobenie $(-1)^{x+y}$).



Obrázek 1. Postup pri filtrovaní vo frekvenčnej doméne

Medzi jeden z najjednoduchších filtrov patrí tzv. *notch filter*. Je definovaný ako

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{ak } (u, v) = (N/2, M/2), \\ 1 & \text{inak.} \end{cases}$$

Je charakteristický tým, že potláča jednosmernú zložku DC (ang. direct current) a ostatné frekvencie ostanú nezmenené. Tento typ filtra sa využíva na odstránenie najčastejšej priemernej sivej hodnoty v obraze a tým aj k zvýrazneniu hlavných hrán. Prakticky sa používa na pozorovanie efektov v priestorovej doméne pri zmenách vo frekvenčnej doméne. Podrobnejšie sa budeme tomuto typu filtrov venovať v kapitole 4.

Filter, ktorý tlmí vysoké frekvencie, zatiaľ čo prepúšťa nízke frekvencie, nazývame dolnopásmový priepust (ang. lowpass filter). Filter s opačným efektom nazývame hornopásmový priepust (ang. highpass filter).

3.2.1. Filtre typu dolnopásmový priepust

Jeden z najjednoduchších filtrov, ktorý odstráni všetky vysoké frekvencie vzdialené najviac o D_0 od stredu Fourierovho spektra, je tzv. *ideálny dolnopásmový filter*. Definovaný je ako

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{ak } D(u, v) \leq D_0, \\ 0 & \text{ak } D(u, v) > D_0, \end{cases}$$

kde D_0 je konštantná vzdialenosť a $D(u, v)$ je vzdialenosť bodu (u, v) od stredu frekvenčného štvorca

$$D(u, v) = [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]^{1/2}.$$

Kalibrovaním hodnoty D_0 môžeme dosiahnuť rozsah a efekt rozmazávania v obraze, pretože vysoké frekvencie vo Fourierovom spektre zodpovedajú za zobrazenie detailov a hrán. Bod, ktorý je medzi $H(u, v) = 1$ a $H(u, v) = 0$, sa nazýva *cutoff frekvencia*. Tento ostrý skokovitý prechod medzi hodnotami filtra nie je realizovateľný hardverovo, preto ho musíme riešiť programovou implementáciou. Pri aplikovaní filtra však dochádza k nechceným javom, kedy sa na filtrovaných

hranách vytvárajú kruhové artefakty. Súvisí to s ostrými prechodmi filtra, preto sa prakticky skoro vôbec nepoužíva.

Ďalším typom filtra je Gaussov filter definovaný ako

$$H(u, v) = e^{-D^2(u,v)/2\sigma^2},$$

kde σ určuje smerodajnú odchýlku. Tento filter má omnoho lepšie vlastnosti. Pri filtrovaní už nedochádza k vytváraniu kruhových artefaktov. Rozoberieme ešte jeden typ filtra, a to Butterworthov filter

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2\sigma}},$$

kde σ určuje stupeň filtra. Najlepšie sa osvedčil filter stupňa 2, pretože pri nižšom stupni nedosahuje požadované výsledky, a pri vyšších stupňoch sa znovu prejavujú kruhové artefakty.

3.2.2. Filtre typu hornopásmový priepust

Hovoríme im aj zaoštrovacie filtre. Všeobecne by sme mohli definovať hornopásmové filtre ako

$$H_{HP}(u, v) = 1 - H_{DP}(u, v),$$

kde $H_{HP}(u, v)$ je hornopásmový filter a $H_{DP}(u, v)$ dolnopásmový filter. Ideálny hornopásmový filter je definovaný ako

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{ak } D(u, v) \leq D_0, \\ 1 & \text{ak } D(u, v) > D_0. \end{cases}$$

Takisto ako v minulom prípade, aj v tomto zanecháva ideálny filter pri filtrovaní kruhové stopy. Podobne budeme definovať ďalší filter, Gaussov hornopásmový filter. Ten definujeme ako

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u,v)/2\sigma^2}.$$

Tento filter dosahuje pri zaoštrovacom filtrovaní najlepšie výsledky. Ešte spomenieme Butterworthov hornopásmový filter, ktorý má definičný vzťah

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u, v)]^{2\sigma}}.$$

Podobne ako v priestorovej doméne, aj tu sa dá použiť obdobným spôsobom Laplaceov filter

$$H(u, v) = - [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2].$$

3.3. Vzťah medzi frekvenčnou a priestorovou doménou

Jeden zo základných a dobre známych vzťahov medzi priestorovou a frekvenčnou doménou je *konvolučný teorém*. Pre dvojrozmerné diskkrétne funkcie (obraz a filter) je definovaná konvolúcia

$$f(x, y) * h(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n)h(x - m, y - n),$$

kde $f(x, y)$ je obrazová funkcia, $h(x, y)$ funkcia filtra, M, N sú rozmery obrazu a operácia $*$ predstavuje binárnu operáciu konvolúcie.

Ďalej na základe Fourierovej transformácie platí vzťah medzi násobením a konvolúciou

$$\begin{aligned} f(x, y) \cdot h(x, y) &\iff F(u, v) * H(u, v), \\ f(x, y) * h(x, y) &\iff F(u, v) \cdot H(u, v). \end{aligned}$$

Ak si za $f(x, y)$ zvolíme Diracov delta impulz $A \cdot \delta(x - x_0, y - y_0)$, jej Fourierov obraz je rovný

$$F(u, v) = \frac{1}{MN}$$

a konvolúcia s filtrom v priestorovej doméne je rovná

$$f(x, y) * h(x, y) = \frac{1}{MN} \cdot h(x, y).$$

Podľa [1] platí, že

$$\begin{aligned} f(x, y) * h(x, y) &\iff F(u, v) \cdot H(u, v), \\ \delta(x, y) * h(x, y) &\iff \mathfrak{F}[\delta(x, y)] \cdot H(u, v), \\ h(x, y) &\iff H(u, v), \end{aligned}$$

kde \mathfrak{F} je Fourierova transformácia.

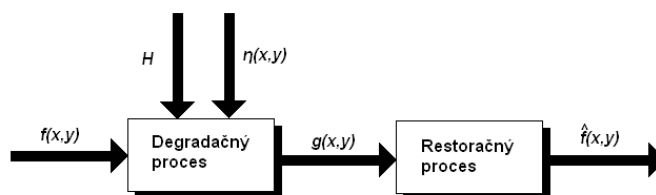
Z tohto odvodenia môžeme usúdiť, že každý filter v priestorovej doméne má svoj adekvátny filter vo frekvenčnej doméne a naopak. Spolu tvoria Fourierov transformačný pár. Je zrejmé, že ak máme filter vo frekvenčnej doméne a inverznou Fourierovou transformáciou získame filter v priestorovej doméne rovnakej veľkosti ako je pôvodný obraz, potom to nie je výpočetne výhodné. Sú však niektoré typy filtrovania, ktoré sú zložité a takmer neriešiteľné v priestorovej doméne, kdežto filtrovaním vo frekvenčnej doméne sa tieto úlohy riešia triviálne.

4. Rekonštrukcia obrazu

Rekonštrukcia obrazu sa pokúša o rekonštrukciu alebo obnovenie obrazu, ktorý bol degradovaný nejakým degradačným javom. Restoračné techniky sú orientované na modelovanie degradácií a ich spätné aplikovanie za účelom získania pôvodného obrazu. Tento postup zahrňuje aj formuláciu kritérií kvality, ktoré poukazujú na optimálny odhad požadovaného výsledku.

4.1. Princíp modelovania rekonštrukcie obrazu

V tejto časti práce sa budeme zaoberať degradačným procesom, ktorý je modelovaný degradačnou funkciou spolu s pridaným šumom pôsobiacimi na pôvodný obraz $f(x, y)$ (obr. 2.) Takto získame degradovaný obraz $g(x, y)$. Pomocou neho a čiastočných znalostí o degradačnej funkcii H a pridaného šumu $\eta(x, y)$ je účelom restorácie získať odhad $\hat{f}(x, y)$ originálneho obrazu. Cieľom je dosiahnuť čo najpresnejší a najlepší odhad. Z toho je možné dedukovať, že čím viac budeme vedieť o funkcii H a η , tým viac sa bude $\hat{f}(x, y)$ približovať pôvodnému obrazu $f(x, y)$. Spomenutý model môžeme charakterizovať v priestorovej doméne ako



Obrázek 2. Model degradácie a následnej rekonštrukcie obrazu

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y),$$

kde $h(x, y)$ je reprezentácia degradačnej funkcie v priestorovej doméne, $\eta(x, y)$ je funkcia šumu, $f(x, y)$ je pôvodný obraz a $g(x, y)$ je degradovaný obraz. Podobne je popísaný vo frekvenčnej doméne ako

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v),$$

kde pracujeme s Fourierovými obrazmi predošlých termov.

4.2. Šum a jeho klasifikácia

Na chvíľu odhliadneme od vplyvu degradačnej funkcie na obraz, resp. ju budeme považovať za funkciu identity, a sústredíme sa na degradovanie obrazu len za pomoci funkcie šumu. Šum je nechcený jav v obraze, ktorý vzniká pri

získavaní alebo prenášaní snímok na médiá. Môže sa prejavovať buď v priestorovej doméne, kde priamo narušuje a koreluje v obraze, alebo vo frekvenčnej doméne, kde sa prejavuje narušením určitých konkrétnych hodnôt frekvencií, napr. *biely šum* (Fourierovo spektrum bieleho šumu je konštantné). Šum je náhodná hodnota intenzity v obraze, preto ho môžeme charakterizovať pomocou funkcie hustoty pravdepodobnosti. Podľa tohto kritéria ho môžeme kategorizovať na *Gaussov (normálny) šum*

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\mu)^2/2\sigma^2},$$

kde z je náhodná veličina, μ priemerná hodnota a σ smerodajná odchýlka. *Rayleigh-ov šum*

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2/b} & \text{pre } z \geq a, \\ 0 & \text{pre } z < a. \end{cases}$$

Priemerná hodnota je rovná

$$\mu = a + \sqrt{\pi b/4}$$

a rozptyl sa rovná

$$\sigma^2 = \frac{b(4-\pi)}{4}.$$

Erlangov (Gama) šum

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{(b-1)}}{(b-1)!} e^{-az} & \text{pre } z \geq 0, \\ 0 & \text{pre } z \leq 0. \end{cases}$$

Priemerná hodnota je

$$\mu = \frac{b}{a},$$

rozptyl je rovný

$$\sigma^2 = \frac{b}{a^2}.$$

Exponenciálny šum

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & \text{pre } z \geq 0, \\ 0 & \text{pre } z \leq 0. \end{cases}$$

priemerná hodnota je

$$\mu = \frac{1}{a}$$

a rozptyl je

$$\sigma^2 = \frac{1}{a^2}.$$

Jednotvárnny (uniformný) šum

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{ak } a \leq z \leq b, \\ 0 & \text{inak.} \end{cases}$$

Priemerná hodnota je rovná

$$\mu = \frac{a+b}{2},$$

rozptyl

$$\sigma^2 = \frac{b}{a^2}.$$

Impulzný (sol' a popor) šum

$$p(z) = \begin{cases} P_a & \text{pre } z = a, \\ P_b & \text{pre } z = b, \\ 0 & \text{inak.} \end{cases}$$

4.3. Periodický šum

Periodický šum môžeme pozorovať napríklad ako obrazové mriežky z elektrického alebo elektromechanického rušenia počas vytvárania snímok. Tento šum je dobre odstrániteľný pomocou filtrácie vo frekvenčnej doméne.

4.4. Metódy odstránenia periodického šumu

4.4.1. Filtre typu pásmová zadrž

Filtre tohto typu zadržiavajú frekvencie v určitom pásme nad počiatkom Fourierovho obrazu. Ideálny filter pásmovej zadrž definujeme ako

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{ak } D(u, v) < D_0 - \frac{W}{2}, \\ 0 & \text{ak } D_0 - \frac{W}{2} \leq D(u, v) \leq D_0 + \frac{W}{2}, \\ 1 & \text{ak } D(u, v) > D_0 + \frac{W}{2}, \end{cases}$$

kde W je šírka pásma. Podobne Butterworthov filter n -tého rádu definujeme ako

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)W}{D^2(u, v) - D_0^2} \right]^{2n}}$$

a Gaussov filter typu pásmová zadrž ako

$$H(u, v) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{D^2(u, v) - D_0^2}{D(u, v)W} \right]^2}.$$

Pri filtrovaní s pásmovou zadržou dosahujeme dobrých výsledkov a v priestorovej doméne neexistuje dostatočne malý filter, ktorý by dosahoval podobné výsledky.

4.4.2. Filtre typu pásmový priepust

Pásmový priepust má opačný efekt ako pásmová zadrž. Môžeme ho nadefinovať ako

$$H_{pp}(u, v) = 1 - H_{pz}(u, v).$$

Filtrovanie pomocou pásmového priepustu nie je bežné, pretože pri tomto spôsobe filtrovania sa odstráni príliš veľa detailov. Tento filter je použiteľný, ak chceme získať vzor šumu.

4.4.3. Filtre typu notch

Notch filtre prepúšťajú alebo zadržujú frekvencie z preddefinovaného okolia jednej frekvencie. Keďže Fourierova transformácia je symetrická podľa stredu, notch filter musí vystupovať v pároch okolo stredu, aby dosiahol zmysluplných výsledkov. Jedinou výnimkou je, ak je umiestnený presne v strede Fourierovho obrazu. Ideálny notch filter, ktorý zadržuje frekvencie, definujeme ako

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{ak } D_1(u, v) \leq D_0 \text{ alebo } D_2(u, v) \leq D_0, \\ 1 & \text{inak,} \end{cases}$$

kde

$$D_1(u, v) = [(u - M/2 - u_0)^2 + (v - N/2 - u_0)^2]^{1/2}$$

a

$$D_2(u, v) = [(u - M/2 + u_0)^2 + (v - N/2 + u_0)^2]^{1/2}.$$

Ďalej Butterworth notch filter, ktorý zadržuje frekvencie, definujeme

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D_0^2}{D_1(u, v) D_2(u, v)} \right]^n}$$

a Gaussov notch filter, ktorý zadržuje frekvencie, ako

$$H(u, v) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{D_1(u, v) D_2(u, v)}{D_0^2} \right]}.$$

Zaujímavým poznatkom je, že ak zvolíme stred $u_0 = v_0 = 0$, stanú sa z nich hornopásmové filtre. Podobne ako predtým, prepúšťacie filtre charakterizujeme

$$H_{np}(u, v) = 1 - H_{nz}.$$

Pri filtrovaní šumu hraje najdôležitejšiu rolu výber správnej frekvencie šumu, okolo ktorej bude postavený filter. Tá však nemusí byť na prvý pohľad hneď jasná vo Fourierovom spektre. Rieši sa to potom pomocou odhadu a modulačnej funkcie

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - w(x, y)\eta(x, y),$$

kde w je modulačná funkcia.

5. Aplikácia Image enhancer

Aplikácia bola vyvíjaná pod operačným systémom Windows 7 vo Visual Studiu 2012 Express s použitím frameworku .NET 4.5, ktoré sú voľne dostupné a sťahovateľné z webu. Konkrétnejšie je napísaná v programovacom jazyku C # v technológii Winforms.

5.1. Návrh tried

Aplikáciu tvoria dve základné vrstvy. Triedy pre grafické užívateľské rozhranie (GUI) a triedy pre aplikačnú logiku. Aplikácia nesplňuje klasické rozdelenie trojvrstvej architektúry, pretože datovú vrstvu ako permanentné úložisko nám tvorí súborový systém operačného systému. Autor sa snažil dodržiavať pri programovaní aplikácie zásady objektového programovania. Aplikácia má jednoduchú štruktúru tried, pretože nie sú na ňu kladené žiadne špeciálne nároky. Je to užívateľská aplikácia na štýl editora obrázkov, kde môžeme využiť pokročilejšie techniky filtrovania. Jediné, na čo sú kladené nároky, je pamäťová, prípadne časová náročnosť operácií, pretože niektoré techniky filtrovania, napr. Fourierova transformácia, sú algoritmicky náročné úlohy.

Keďže aplikácia pracuje najmä s obrázkami rôznych formátov a priamo s ich hodnotami pixelov a farieb, bola vytvorená špeciálna trieda `MyImage`, ktorá zaobaluje prácu s obrázkami (uloženie, načítanie a prevod na stupne sivej) a aj s pixelami (pole hodnôt pixelov). Interne prevádza pole hodnôt pixelov na obrázok a opačne. Sprístupňuje metódy pre prevody, načítania a alokáciu obrázkou.

Ďalšiu triedu, ktorú aplikácia obsahuje, je trieda `Filter`, z ktorej potom dedia `SpatialFilter` a `FrekvFilter`. Tie implementujú jednotlivé typy filtrov podľa mena v priestorovej a frekvenčnej doméne. Hlavným containerom a nosnou triedou pre aplikáciu je `ImEnh`. Tá spravuje inštancie všetkých ostatných tried a formulárov.

Aplikačná logika je zastúpená v triedach `FFT` a `SPfiltering`. V triede `FFT` je implementovaných niekoľko metód pre Fourierovu transformáciu, od jednoduchých algoritmov až po FFT algoritmy či už v iteratívnej alebo rekurzívnej podobe. Obsahuje aj pomocné metódy, napr. pre vykreslenie Fourierovho spektra, prehodenie kvadrantov a pod. V triede `SPFiltering` sú implementované metódy pre prácu s priestorovým filtrom, a to korelácia a konvolúcia s obrázkom.

5.2. Dátové typy

V aplikácii boli použité podľa ponuky .NET frameworku klasické dátové typy ako `double`, `Image`, `Array` a pre frekvenčné filtrovanie zložitejšie dátové typy `Complex` a pole `Complex`. Nevznikla žiadna potreba použitia nejakých neštandardných nástrojov alebo typov. Jedinou výnimkou je trieda `MyImage`, ako som už spomenul, ktorá slúži ako neutrálny typ pre obrázky a konverziu na pole hodnôt pixelov

a opačne. O alokáciu a správu pamäti sa stará Garbage Collector, čiže framework sám. GUI používa takisto štandardné typy a prvky ako Form, Combobox, Textbox, Label. Za zmienku akurát stoja formLayout panel a tableLayout panel, kde oba layout panely slúžia ich účelu, čím je radenie do tabuľky (pri skladaní matice priestorového filtra) a radenie dynamického obsahu pod seba (pri preskladávaní dynamického obsahu filtrov).

5.3. Logika aplikácie

Aplikácia je postavená ako editor obrázkov. Pracuje so súborovým systémom, poskytuje nielen náhľad, ale ak je potrebné, aj detailnejšie informácie pri práci s obrázkami. Dajú sa v nej testovať a upravovať rôzne filtračné techniky. Výpočet Fourierovej transformácie nám zaisťuje trieda FFT, kde je implementovaný FFT algoritmus bitového posunu. Filre sa dajú detailne nastaviť pre potreby tej ktorej filtrácie. Výsledný obraz sa dá buď uložiť, alebo znovu použiť ako zdroj pre ďalšie filtrovanie.

5.4. GUI

Užívateľské rozhranie je tvorené niekoľkými formulármi. Po spustení aplikácie nás uvíta panel pre dva obrázky. To nám zabezpečuje formulár Okno. Je vytvorený na štýl Total Commandra, kde na ľavej strane môžeme zvoliť zdrojový obrázok a na pravej strane sa nám vygeneruje výsledný obrázok po nejakej operácii. Po kliknutí na niektorý z panelov sa nám zobrazí detail obrázku s jeho plným rozlíšením a ďalšími informáciami o ňom. O to sa stará formulár Preview. Na definovanie filtrov nám slúži formulár FilterDefinition. V ňom si môžeme za pomoci comboboxov a textboxov špecifikovať a vygenerovať filter pre filtrovanie, prípadne ho poupraviť podľa potreby. Aplikácia používa ešte formulár Histogram, v ktorom je graficky zobrazený histogram vybraného obrázka.

6. Užívateľská príručka

6.1. Požiadavky

Pre správnu funkčnosť programu je potrebné mať nainštalovaný Microsoft .NET 4.0 alebo vyššiu verziu, prípadne mať prístupný internet a možnosť doinštalácie behového prostredia .NET. Program beží v závislosti na frameworku pod operačným systémom Microsoft Windows 7, Vista, Server2008. Na iných operačných systémoch nebol otestovaný. Závisela by na emulácii behového prostredia. Je vhodné mať dostatok voľnej RAM pamäte, pretože aplikácia pracuje s pomerne veľkými poľami komplexných čísel (v závislosti na použitých veľkostiach obrázkov pri práci).

6.2. Inštalácia

Keďže aplikácia bola vyvíjaná iba na Express verzii Visual Studia. Nemá spravený inštalátor a musí sa nakopírovať, poprípade spúšťať ručne. Na priloženom CD sú v adresári bin zbuildované dve verzie programu, .exe súbory pre x86 a x64. Na CD je priložený aj celý projekt, ak by nebolo možné spustiť aplikáciu, potom je možné projekt natívne zbuildovať pre konkrétnu architektúru.

6.3. Práca s programom

Kompozícia a jednoduchý návrh aplikácie takisto určuje aj jednoduchosť jej ovládania. Pri práci sa využíva hlavne jednoduché klikanie myšou alebo výber z menu. Oba spôsoby sú plnohodnotné pre ovládanie aplikácie.

6.4. Testovanie

Program bol testovaný na operačnom systéme Windows 7. Na počítači s parametrami: Intel QuadCore Sand bridgge, 8GB ram, grafická karta 1GB GDDR a na notebooku: Intel Core 2 Duo, 4 GB RAM, grafická karta integrovaná. V oboch prípadoch fungoval program plynule.

7. Zhodnotenie

V tejto práci som sa snažil zachytiť čo najviac rôznych typických techník filtrovania a vybrané implementovať do aplikácie. Zamerlal som sa predovšetkým na frekvenčnú doménu. No stále je to iba letný pohľad na problematiku filtrovania a zložitosť niektorých metód a ich používanie je stále výzvou pre moje doterajšie znalosti. Pri testovaní každej z týchto techník filtrovania som však získal cenné znalosti, ktoré prehĺbili moje poznatky o spracovaní a úprave snímok a obrazu a o implementácii zložitých a pamäťovo náročných algoritmov. Pri písaní práce som teoretické znalosti čerpal hlavne z knihy [1] a pridržiaval som sa autorovej forme zápisu vzorcov. Obrázky som vypracoval sám, pokiaľ pri nich nie je uvedený referenčný odkaz.

Závěr

Pomocou filtrov vo frekvenčnej, alebo priestorovej doméne je možné dosiahnuť obdivuhodných výsledkov pri úprave obrazu. Často poškodené, zašumené, príp. skryté, nie viditeľné detaily snímok, ktoré za normálnych okolností by nebolo možné rozlíšiť, je možné vďaka týmto technológiám získavať a dôkladnejšie analyzovať. Je zrejmé, že ich použitie v praxi hraje významnú rolu v lekárstve, geografii, astronómii a iných rôznych odvetviach. Stále však stojí za zmienku, že aj keď ich zložitosť, náročnosť a ekzaktnosť stojí na dobrom vedeckom základe, správne použitie tej ktorej metódy si vyžaduje určitú dávku citu v odhade podobne ako v umení. K práci bola vytvorená aplikácia, na ktorej boli prezentované vybrané metódy, ale bolo by možné ju rozšíriť o netriviálne filtrácie, príp. zapracovať mechanizmus odhadu šumu v obraze.

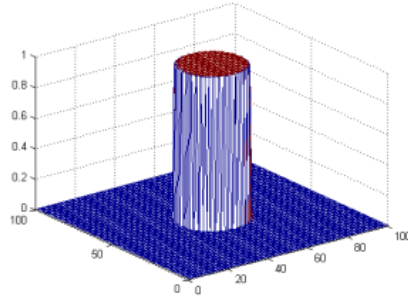
Conclusions

With filters, either in frequency or spatial domain can be achieved impressive results in image enhancement. Often damaged, noisy, or hidden not seen details of images that normally would not be possible to distinguish, thanks to these technologies they can be obtained and thoroughly analyzed. It is obvious that their use in practice plays an important role, whether in medicine, geography, astronomy or other various industries. However it is worth mention that although their complexity, exact and intensity stands on a sound scientific basis, the proper use of specific method requires a certain amount of emotion in the estimate, almost like in art.

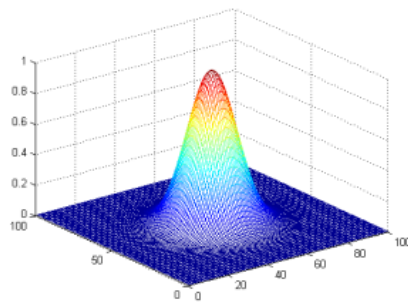
Reference

- [1] Gonzalez R. C., Woods R. E. *Digital Image Processing*.
Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2002.
- [2] Pratt, William K. *Digital image processing third edition, PIKS*.
Wiley-Interscience, New York, 2001.
- [3] Sojka, E. *Zpracování obrazu*. VŠB, Ostrava, 2000.
- [4] Introduction to Fourier transforms for image processing
<http://www.cs.unm.edu/brayer/vision/fourier.html>

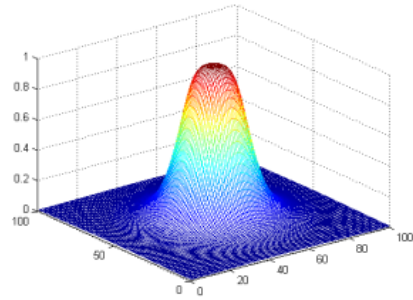
A. Príloha



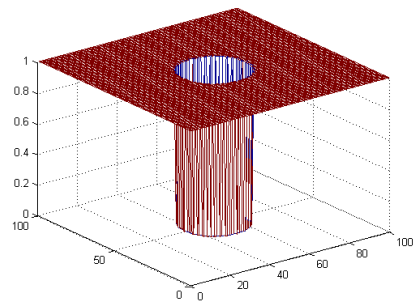
Obrázek 3. Ideálny dolnopásmový filter



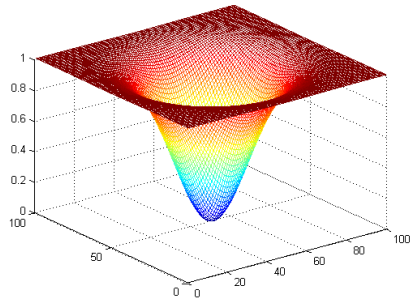
Obrázek 4. Gaussov dolnopásmový filter



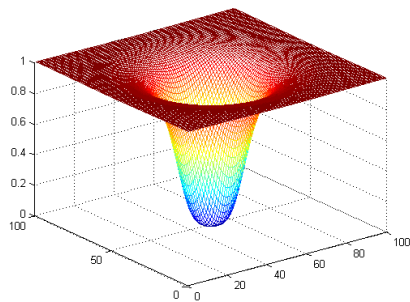
Obrázek 5. Butterworth dolnopásmový filter st. 2



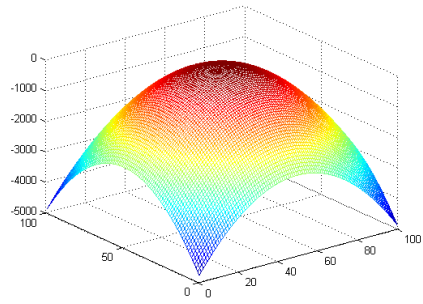
Obrázek 6. Ideální hornopásmový filter



Obrázek 7. Gaussov hornopásmový filter



Obrázek 8. Butterworth hornopásmový filter st. 2



Obrázek 9. Laplaceov filter

B. Obsah priloženého CD

`bin/`

Obsahuje projektové súbory a zbuildované programy IMAGEENHANCER spustiteľné priamo z CD/DVD. Adresár obsahuje i všetky potrebné knižnice a ďalšie súbory pre bezproblémové spustenie programu.

`doc/`

Dokumentácia práce vo formáte PDF vrátane všetkých príloh, všetky súbory nutné pre bezproblémové vygenerovanie PDF súboru dokumentácie (v ZIP archíve), t.j. zdrojový text dokumentácie, vložené obrázky a pod.

`src/`

Kompletné zdrojové texty programu PROGRAM so všetkými potrebnými (prevzatými) zdrojovými textami, knižnicami a ďalšími súbormi pre bezproblémové vytvorenie spustiteľných verzií programu

`readme.txt`

Inštrukcie pre inštaláciu a spustenie programu PROGRAM, vrátane požadavkov pre jeho prevádzku.

Navyše CD/DVD obsahuje:

`data/`

Ukázkové a testovacie dáta použité v práci a pre potreby obhajoby práce.

`install/`

Inštalátory aplikácií, knižníc a iných súborov nutných pre prevádzku programu / webové aplikácie, ktoré nie sú standardnou súčasťou operačného systému.

`literature/`

Niektoré položky literatúry odkazované z dokumentácie práce.

U všetkých od inokadiaľ prevzatých materiálov obsiahnutých na CD/DVD ich zahrnutie dovoľujú podmienky pre ich šírenie alebo priložený súhlas držiteľa copyrightu. Pre materiály, u ktorých toto nie je splnené, je uvedený ich zdroj (webová adresa) v texte dokumentácie práce alebo v súbore `readme.txt`.