

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra statistiky



Disertační práce

Modely časových řad podnikových ukazatelů

Autor: Ing. Jana Köppelová

Doktorský studijní program: Kvantitativní metody v ekonomice

Školitel: prof. Ing. Libuše Svatošová, CSc.

@ 2019 ČZU v Praze

OBSAH

OBSAH	3
SEZNAM OBRÁZKŮ	5
SEZNAM TABULEK	6
ABSTRAKT	7
ABSTRACT	8
ÚVOD	9
CÍL DISERTAČNÍ PRÁCE	10
1. LITERÁRNÍ REŠERŠE	11
1.1 ANALÝZA ČASOVÝCH ŘAD.....	11
1.2 PROBLÉMY SOUVISEJÍCÍ S ČASOVÝMI ŘADAMI.....	12
1.3 CÍLE A PŘÍSTUPY K ANALÝZE ČASOVÝCH ŘAD.....	13
1.4 PŘEHLED ZÁKLADNÍCH METOD A POSTUPŮ PRO ANALÝZU ČASOVÝCH ŘAD.....	16
1.5 PŘEDPOVĚDI V ČASOVÝCH ŘADÁCH.....	26
2. METODIKA	30
2.1 PŘEHLED METOD EXPONENCIÁLNÍHO VYROVNÁVÁNÍ.....	30
2.2 BOXOOVA-JENKINSOVA METODOLOGIE - ZÁKLADNÍ POJMY A PŘEDPOKLADY.....	32
2.3 LINEÁRNÍ PROCES V BOXOVĚ-JENKINSOVĚ METODOLOGII.....	35
2.4 MODELÝ STACIONÁRNÍCH ČASOVÝCH ŘAD.....	36
2.4.1 <i>Procesy klouzavých průměrů</i>	36
2.4.2 <i>Autoregresní proces</i>	37
2.4.3 <i>Smíšený proces</i>	37
2.4.4 <i>Zobecnění AR, MA, ARMA modelu</i>	37
2.5 MODELÝ NESTACIONÁRNÍCH ČASOVÝCH ŘAD.....	38
2.5.1 <i>Transformace a metody diferencování časových řad</i>	39
2.5.2 <i>Model ARIMA (0,1,0) - model náhodné procházky</i>	41
2.6 VÝSTAVBA MODELŮ V BOXOVĚ-JENKINSOVĚ METODOLOGII.....	41
2.6.1 <i>Identifikace modelu</i>	42
2.6.2 <i>Odhad parametrů modelu</i>	43
2.6.3 <i>Ověřování modelu</i>	43
2.7 SEZÓNŇÍ MODELÝ.....	44
2.7.1 <i>Modelý sezónních nestacionárních časových řad</i>	44
2.7.2 <i>Modelý sezónních stacionárních časových řad</i>	44
2.8 NOVÉ SMĚRY V BOXOVĚ - JENKINSOVĚ METODOLOGII.....	45
2.8.1 <i>Stanovení řádu modelu</i>	45
2.8.2 <i>Přehled nejpoužívanějších odhadových kritérií</i>	46
2.8.3 <i>Inverzní autokorelační funkce</i>	48
2.8.4 <i>Konstrukce věrohodnostní funkce pro odhad parametrů modelu</i>	48
2.8.5 <i>Ověřovací testy založené na Lagrangeových multiplikátorech</i>	49
2.9 MODELOVÁNÍ ČASOVÝCH ŘAD V SYSTÉMU SAS.....	50
2.9.1 <i>Předběžná analýza časových řad v systému SAS</i>	51
2.9.2 <i>Time Series Forecasting System</i>	51
2.9.3 <i>SAS/Assist</i>	51
2.9.4 <i>Modelování časových řad pomocí programovacího jazyka SAS</i>	52
2.9.5 <i>Přehled procedur v systému SAS</i>	52
2.9.6 <i>Zhodnocení systému SAS</i>	53
3. VLASTNÍ PRÁCE	54
3.1 POUŽITÁ DATA A METODY.....	54
3.2 PŘEHLED POUŽITÝCH MODELŮ.....	56
3.3 STRUKTURA PROVEDENÝCH ANALÝZ A VÝSLEDKŮ.....	59
3.4 VYHODNOCENÍ DIAGNOSTICKÝCH TESTŮ PROVEDENÝCH U SLEDOVANÝCH ČASOVÝCH ŘAD.....	60

3.5	KONSTRUKCE INDIVIDUÁLNÍCH MODELŮ	61
3.5.1	Uplatněné modely bez rozlišení jednotlivých předpovědních horizontů	61
3.5.2	Uplatněné modely se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 1	63
3.5.3	Uplatněné modely se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 3	64
3.5.4	Uplatněné modely se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 5	65
3.5.5	Shrnutí	67
3.6	KOMPARATIVNÍ ANALÝZA VYUŽITELNOSTI MODELŮ ANALYTICKÝCH, MODELŮ EXPONENCIÁLNÍHO VYROVNÁVÁNÍ A MODELŮ BOXOVY-JENKINSOVY METODOLOGIE.....	67
3.6.1	Porovnání využitelnosti jednotlivých skupin modelů se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 1	67
3.6.2	Porovnání využitelnosti jednotlivých skupin modelů se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 3	68
3.6.3	Porovnání využitelnosti jednotlivých skupin modelů se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 5	69
3.6.4	Porovnání využitelnosti jednotlivých skupin modelů bez ohledu na předpovědní horizont ...	69
3.6.5	Shrnutí	70
3.7	HODNOCENÍ ZKONSTRUOVANÝCH MODELŮ	70
3.7.1	Dosažené hodnoty MAPE v jednotlivých skupinách modelů bez ohledu na jednotlivé předpovědní horizonty	70
3.7.2	Dosažené hodnoty MAPE všech modelů individuálních bez ohledu na příslušnost ke skupině a předpovědní horizont	72
3.7.3	Dosažené hodnoty MAPE všech modelů individuálních bez ohledu na příslušnost ke skupině - předpovědní horizont 1	73
3.7.4	Dosažené hodnoty MAPE všech modelů individuálních bez ohledu na příslušnost ke skupině - předpovědní horizont 3	73
3.7.5	Dosažené hodnoty MAPE všech modelů individuálních bez ohledu na příslušnost ke skupině - předpovědní horizont 5	74
3.7.6	Shrnutí	74
3.8	MODELŮ KOMBINOVANÉ A JEJICH VYUŽITÍ PŘI PŘEDPOVÍDÁNÍ VYBRANÝCH UKAZATELŮ	75
3.8.1	Dosažené hodnoty MAPE modelů kombinovaných bez ohledu na předpovědní horizont	75
3.8.2	Modely kombinované a jejich využití při předpovídání vybraných ukazatelů se zohledněním jednotlivých předpovědních horizontů	76
3.8.3	Přehled modelů vstupujících do kombinací bez ohledu na předpovědní horizont	77
3.8.4	Přehled modelů vstupujících do kombinací – předpovědní horizont 1	78
3.8.5	Přehled modelů vstupujících do kombinací – předpovědní horizont 3	79
3.8.6	Přehled modelů vstupujících do kombinací – předpovědní horizont 5	80
3.8.7	Komparativní analýza modelů individuálních a modelů kombinovaných	80
3.8.8	Použitá metoda kombinování modelů a její zhodnocení	82
3.8.9	Shrnutí	82
3.9	HODNOCENÍ ZKONSTRUOVANÝCH PŘEDPOVĚDÍ	83
3.9.1	Shrnutí	87
3.10	PŘEDPOVĚDI POSKYTNUTÉ MODELOVÁNÍM V SYSTÉMU SAS A PŘEDPOVĚDI POSKYTNUTÉ SPOLEČNOSTÍ VODAFONE CZECH REPUBLIC, A.S. - PŘEDPOVĚDNÍ HORIZONT 3	87
3.10.1	Shrnutí	90
4	STUDIE POTVRZUJÍCÍ ZJIŠTĚNÉ VÝSLEDKY	90
4.1	KOMPARATIVNÍ STUDIE MODELŮ KRÁTKODOBÝCH ČASOVÝCH ŘAD: VYUŽÍVÁNÍ MOBILNÍCH TELEKOMUNIKAČNÍCH SLUŽEB V JEDNOTLIVÝCH REGIONECH ČR.....	91
4.1.1	Shrnutí	98
4.2	VYUŽITÍ MODELŮ EXPONENCIÁLNÍHO VYROVNÁVÁNÍ A ARIMA MODELŮ PŘI PŘEDPOVÍDÁNÍ VYBRANÝCH UKAZATELŮ Z OBLASTI MOBILNÍCH TELEKOMUNIKACÍ.....	99
4.2.1	Shrnutí	103
5	SHRUTÍ VÝSLEDKŮ PRÁCE	104
	ZÁVĚR	112
	SEZNAM LITERATURY.....	115
	PŘÍLOHY	119

Seznam obrázků

Obrázek 1: Grafické zobrazení - Forecasting Framework	14
Obrázek 2: Využití metod analýzy časových řad v dané oblasti	105
Obrázek 3: Specifikace modelů - využití jednotlivých modelů – PH 1	108
Obrázek 4: Specifikace modelů - využití jednotlivých modelů – PH 3	109
Obrázek 5: Specifikace modelů – využití jednotlivých modelů – PH 5	110

Seznam tabulek

Tabulka 1: Výsledky diagnostických testů-potřeba logaritmické transformace dat (nestacionarita).....	61
Tabulka 2: Výsledky diagnostických testů - přítomnost trendu.....	61
Tabulka 3: Výsledky diagnostických testů - přítomnost sezónní složky	61
Tabulka 4: Přehled nejlepších modelů - všechny 3 PH.....	62
Tabulka 5: Přehled nejlepších modelů - PH 1.....	64
Tabulka 6: Přehled nejlepších modelů - PH 3.....	65
Tabulka 7: Přehled nejlepších modelů - PH 5.....	66
Tabulka 8: Komparativní analýza využitelnosti jednotlivých skupin modelů - PH 1.....	68
Tabulka 9: Komparativní analýza využitelnosti jednotlivých skupin modelů - PH 3.....	68
Tabulka 10: Komparativní analýza využitelnosti jednotlivých skupin modelů - PH 5.....	69
Tabulka 11: Komparativní analýza využitelnosti jednotlivých skupin modelů - všechny 3 PH	70
Tabulka 12: Dosažené hodnoty MAPE dle jednotlivých skupin modelů	71
Tabulka 13: Dosažené hodnoty MAPE - individuální modely vybrané jako nejlepší - celkem	72
Tabulka 14: Dosažené hodnoty MAPE - individuální modely vybrané jako nejlepší - PH 1.....	73
Tabulka 15: Dosažené hodnoty MAPE - individuální modely vybrané jako nejlepší - PH 3.....	74
Tabulka 16: Dosažené hodnoty MAPE - individuální modely vybrané jako nejlepší - PH 5.....	74
Tabulka 17: Dosažené hodnoty MAPE modelů kombinovaných - využití prostého aritmetického průměru	75
Tabulka 18: Dosažené hodnoty MAPE modelů kombinovaných - využití váženého aritmetického průměru	76
Tabulka 19: Dosažené hodnoty MAPE modelů kombinovaných - PH 1.....	77
Tabulka 20: Dosažené hodnoty MAPE modelů kombinovaných - PH 3.....	77
Tabulka 21: Dosažené hodnoty MAPE modelů kombinovaných - PH 5.....	77
Tabulka 22: Přehled skupin modelů vstupujících do kombinace - všechny 3 PH	78
Tabulka 23: Přehled skupin modelů vstupujících do kombinace - PH 1	79
Tabulka 24: Přehled skupin modelů vstupujících do kombinace - PH 3	79
Tabulka 25: Přehled skupin modelů vstupujících do kombinace - PH 5	80
Tabulka 26: Komparativní analýza modelů kombinovaných a individuálních - všechny 3 PH	80
Tabulka 27: Komparativní analýza modelů kombinovaných a individuálních - PH 1	81
Tabulka 28: Komparativní analýza modelů kombinovaných a individuálních - PH 3	81
Tabulka 29: Komparativní analýza modelů kombinovaných a individuálních - PH 5	82
Tabulka 30: Metody kombinování a jejich aplikace	82
Tabulka 31: Dosažené hodnoty relativních chyb předpovědí - PH 1 (SAS).....	84
Tabulka 32: Dosažené hodnoty relativních chyb předpovědí - PH 3 (SAS).....	85
Tabulka 33: Dosažené hodnoty průměrných relativních chyb předpovědí (SAS).....	86
Tabulka 34: Dosažené hodnoty relativních chyb předpovědí - PH 3 (VF).....	88
Tabulka 35: Dosažené hodnoty průměrných relativních chyb předpovědí (VF).....	90
Tabulka 36: Absolutní a procentuální vyjádření výsledků diagnostických testů.....	92
Tabulka 37: Procentuální zastoupení vybraných modelů - dle periodicity	94
Tabulka 38: Přehled výsledků MAPE a R^2	96
Tabulka 39: Hodnoty MAPE kombinovaných modelů - všechny sledované ukazatele	97
Tabulka 40: Procentuální zastoupení nejlepších vybraných modelů	100
Tabulka 41: Hodnocení modelů a dosažené hodnoty MAPE	101
Tabulka 42: Dosažené hodnoty MAPE modelů kombinovaných	102
Tabulka 43: Dosažené hodnoty MAPE nejlepších modelů individuálních.....	102

ABSTRAKT

Modely časových řad podnikových ukazatelů

Cílem disertační práce je prozkoumání využitelnosti modelů jednorozměrných časových řad při modelování a predikci budoucího vývoje vybraných ukazatelů. V současné době se v oblasti prakticky zaměřené analýzy časových řad, orientované především na ekonomii, využívá poměrně mnoho metod, z nichž statistická praxe nejčastěji používá metod extrapolace. Disertační práce bude zaměřena, kromě klasických analytických modelů a modelů adaptivních, na Boxův-Jenkinsův přístup. Původní problémy technického charakteru, tj. nedostatečná výpočetní technika, bez níž je téměř nemožné prakticky analýzu provádět, jsou již vyřešeny. Vzhledem k tomu, kvalitní statistické programy tyto metody obsahují, stala se Boxova-Jenkinsova metodologie široce užívanou.

Pro realizaci všech výpočtů, potřebných k identifikaci analyzovaných modelů, odhadu jejich strukturálních parametrů a následnou verifikaci dosažených výsledků bude využito programového systému SAS. Techniky prezentované v této práci jsou ilustrovány na příkladech krátkodobých časových řad, převážně s měsíční periodicitou, z oblasti poskytování mobilních telekomunikačních služeb v České republice.

Klíčová slova:

Časová řada, modely časových řad, modely exponenciálního vyrovnávání, Boxova-Jenkinsova metodologie, extrapolace, kombinovaná předpověď.

ABSTRACT

The time series models of the business indicators

The objective of this research is to explore a usability of univariate time series models for modeling and forecasting of the selected time series future development. In the area of time series analysis and prediction there are comparatively many methods available, out of which the extrapolation method are practically applied most often. This study is focused, except the classic analytical and adaptive models, on Box-Jenkins methodology. The acceptance of this methodology is growing, because prime technical problems – poor computer technology – are solved. This methodology is included in quality statistical programs, so Box-jenkins methodology became broadly used.

All the calculations needed to the analysed models identification, the structural parameters estimation and successive obtained results verification will be implemented by means of SAS system. The techniques presented in the paper are illustrated with examples of short-term time series especially on monthly basis, in the field of providing of mobile telecommunication services in the Czech Republic.

Key words:

Time series, time series models, exponential smoothing models, Box-Jenkins methodology, extrapolation, combined forecast.

ÚVOD

Časové řady jsou dnes nedílnou součástí našeho života. Můžeme se s nimi setkat v různých publikacích a relacích či o nich sami nevědomky mluvíme. Teoreticky se časovou řadou rozumí posloupnost hodnot časové proměnné uspořádaných v čase. Zaznamenávání hodnot určitého jevu v čase není samoúčelné. V současnosti je ve vyspělých zemích prakticky nemožné provádět důležitá ekonomická rozhodnutí bez znalosti minulého vývoje základních ukazatelů. Na důkladnou analýzu vývoje těchto ukazatelů je kladen velký důraz. Z vývoje minulých zaznamenaných hodnot lze totiž daný jev nejen analyzovat, nýbrž i předpovídat budoucí vývoj. K tomu je zapotřebí dosavadní průběh časové řady vhodným způsobem modelovat.

V roce 1970 přišli autoři G. E. P. Box a G. M. Jenkins ve své práci *Time series analysis, forecasting and control* s novým přístupem k práci a modelování časových řad. Jejich hlavní zásluhou je vytvoření principů, které lze v praxi používat např. v situacích, kdy selže "klasická" dekompoziční analýza časových řad. Základním prvkem konstrukce modelu časové řady v tomto pojetí je reziduální složka, která může být tvořena korelovanými náhodnými veličinami. Boxova – Jenkinsova teorie je založena na myšlence, že časová řada může být chápána jako řada stochastického charakteru, na jehož základě je možno modelovat systematickosti v reziduální složce, a doplnit tak dekompoziční analýzu. Existuje řada oblastí, kde je nezbytné využívat moderní metody analýzy časových řad. Analýzou časových řad (s různou mírou odbornosti) se zabývá ve svých publikacích mnoho autorů z celého světa. Znalost kvantitativních informací je nezbytná pro činnost rozhodování v jakékoliv oblasti, nejen v oblasti národního hospodářství. Z tohoto důvodu je více než žádoucí zabývat se touto problematikou a prozkoumat a rozvíjet vše, co tyto moderní metodologie poskytují.

Jinak tomu není ani na trhu telekomunikačním, jehož vybrané ukazatele budou předmětem této obsáhlé empirické analýzy. Trh mobilních telekomunikací představuje velmi dynamicky se rozvíjející odvětví, a to nejen v České republice. Bez mobilního telefonu si v současné době dokáže představit život asi jen málo lidí a Česká republika se v rámci Evropské unie dlouhodobě řadí mezi státy s vysokým podílem provozu v mobilních sítích. Přitom se předpovídáním v oblasti mobilních komunikací dosud zabývalo nemnoho autorů. Také proto je práce zaměřena právě na tuto oblast, která si jistě zaslouží při nejmenším stejnou pozornost, jako ostatní odvětví národního hospodářství.

CÍL DISERTAČNÍ PRÁCE

Cíl práce je zaměřen na identifikaci a konstrukci adekvátních modelů vývojových tendencí zvolených ukazatelů a na následném prozkoumání možnosti jejich využití pro předpovídání budoucího vývoje sledovaných ukazatelů. Těžiště práce spočívá v prozkoumání extrapoláčních vlastností zkonstruovaných modelů nejenom individuálního typu, ale též kombinovaných modelů, jež agregují předpovědi, získané kombinací individuálních modelů. Kvalita všech konstruovaných modelů je hodnocena na základě předem vybraných hodnotících kritérií.

K efektivní realizaci analýzy zpracovávaných časových řad bylo využito modulu SAS/ETS, který je součástí statistického programového systému SAS. Hledání optimálního modelu pro analýzu časové řady může být někdy velmi zdlouhavé. Pro zrychlení tohoto procesu bylo využito režimu automatického výběru modelů nabízeného modulem Time Series Forecasting System (TSFS).

Prezentované techniky jsou ilustrovány na příkladech krátkodobých časových řad měsíční periodicitou z oblasti mobilních telekomunikačních služeb v České republice. Práce je dále doplněna výsledky z dříve provedených analýz, v nichž byly kromě měsíčních časových řad analyzovány ještě časové řady se čtvrtletní a denní periodicitou. Veškerá data byla poskytnuta společností Vodafone Czech Republic a.s.. Součástí práce je komparativní analýza kvality předpovědí poskytnutých společností Vodafone Czech Republic, a.s. a předpovědí zkonstruovanými s využitím metod analýzy časových řad a systému SAS. Celá práce směřuje k navržení vhodného postupu pro předpovídání budoucího vývoje ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací.

1. LITERÁRNÍ REŠERŠE

1.1 Analýza časových řad

Analýza časových řad včetně předpovídání jejich budoucího chování se stává jednou z nejdůležitějších oblastí v rozvoji současné statistiky. Hlavním důvodem rostoucího významu této disciplíny je fakt, že se úspěšně vyrovnává s popisem dynamických systémů, s kterými často přicházíme do styku. Data, která vytvářejí časovou řadu, vznikají jako chronologicky uspořádaná pozorování a podstatné pro ně proto je, že jsou chronologicky uspořádána v čase. Vedle časového uspořádání se někdy uvažují i jiná hlediska uspořádání dat, jako např. prostorové uspořádání. Aplikační význam takových prostorových řad je však nesrovnatelný s významem časových řad.

Data ve formě časových řad vznikají ve fyzikálních vědách a v technice, v biologických vědách a ve společenských vědách. V ekonomii patří teorie časových řad k nejdůležitějším kvantitativním metodám při analýze ekonomických dat.

Je nutné zdůraznit, že pod pojmem časová řada se rozumí statistická časová řada, jejíž chování je zatíženo nejistotou, na rozdíl od deterministické časové řady, jejíž chování lze striktně popsat matematickým vzorcem, takže lze například zkonstruovat její přesnou předpověď. Pro dosažení přesnosti by se mělo také rozlišovat mezi pojmy "časová řada" a "náhodný (stochastický) proces", kdy časová řada se chápe jako konkrétní realizace náhodného procesu.

Na časové řady bylo v průběhu 19. století a na začátku 20. století nahlíženo jako by byly generovány deterministickým mechanismem. Přestože byl tento přístup kritizován, přetrval ještě v průběhu celé první čtvrtiny 20. století. Přelom představoval až přístup Yulea (1927) a Slutzkého (1937). Jejich přístup ukazuje, že pro generování časové řady tvořené vzájemně závislými pozorováními může být úspěšně využito *bilého šumu*, což je řada nekorelovaných veličin s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem (Slutzky, 1937; Yule, 1927; Schlotzhauer a Littell, 1987). Dále se rozvojem této disciplíny zabývali Brown, Durbin, Pawlowski, Wold a další (Cipra, 1986).

1.2 Problémy související s časovými řadami

Se specifickým charakterem dat uspořádaných do časové řady souvisí některé specifické problémy.

- Problémy s volbou časových bodů pozorování

Diskrétní časové řady vznikají třemi možnými způsoby: buď vychází diskrétnost z jejich povahy, nebo se využívá diskretizace spojité časové řady, nebo jsou hodnoty za sledované časové období agregovány případně průměrovány (Cipra, 1986).

V některých případech neexistuje možnost volby časových bodů pozorování. Pokud ale tato možnost je, musí se této volbě věnovat jistá péče a pokusit se často najít kompromis mezi protichůdnými požadavky (počet pozorování by neměl být ani přespříliš zhušťovaný ani příliš řídký).

Co se týká změn časové řady během roku, tj. tzv. sezónní fluktuace řady, musí být k dispozici alespoň několik pozorování během každého roku. Co se týče délky intervalu mezi sousedními pozorováními, je obvyklé pracovat s pozorováními v ekvidistantních časových bodech. Některé problémy mohou také vzniknout v případě akumulace a průměrování hodnot.

- Problémy s kalendářem

S kalendářem mohou souviset některé problémy, které se mohou objevit při zpracování časových řad. Pouze z části je však na vině příroda. Větší část má na svědomí člověk (různý počet víkendů či pracovních dnů v měsíci, pohyblivé svátky, apod.). Takovéto kalendářní nesrovnalosti nezůstávají bez následků. Pomocí vhodných metod je možné a žádoucí analyzovanou časovou řadu o těchto nepravidelnostech očistit.

Kromě nepravidelností souvisejících s kalendářem je nutné při analýze časových řad ještě čelit jistým nepravidelnostem, které souvisí např. s výpadky energie, výkyvy počasí, haváriemi, změnami směrnic a zákonů aj.

- Problémy s délkou časových řad

Délkou řady se dále vždy rozumí příslušný počet n těch měření, která danou řadu vytvářejí, nikoli časové rozpětí mezi prvním a posledním měřením v řadě. Je samozřejmé, že s rostoucí délkou časové řady se zvětšuje množství informace pro její analýzu. Je zde však nutné upozornit na to, že např. zdvojnásobení počtu měření, která jsou k dispozici, nemusí znamenat zdvojnásobení množství informace obsažené v těchto měřeních.

V této práci bude experimentováno s různými délkami časových řad a také s různými horizonty předpovědi. Následně budou porovnány vybrané modely z hlediska přesnosti zkonstruovaných prognóz pro tyto různé horizonty, čímž se také zabýval například Fildes et al. (1998).

- Problémy s nesrovnalostí jednotlivých měření

Jedná se zejména o věcnou nesrovnalost údajů, kdy není vhodné srovnávat například produkci průmyslových výrobků ze současnosti a z let šedesátých, z důvodu neustále se zvyšující technické vybavenosti.

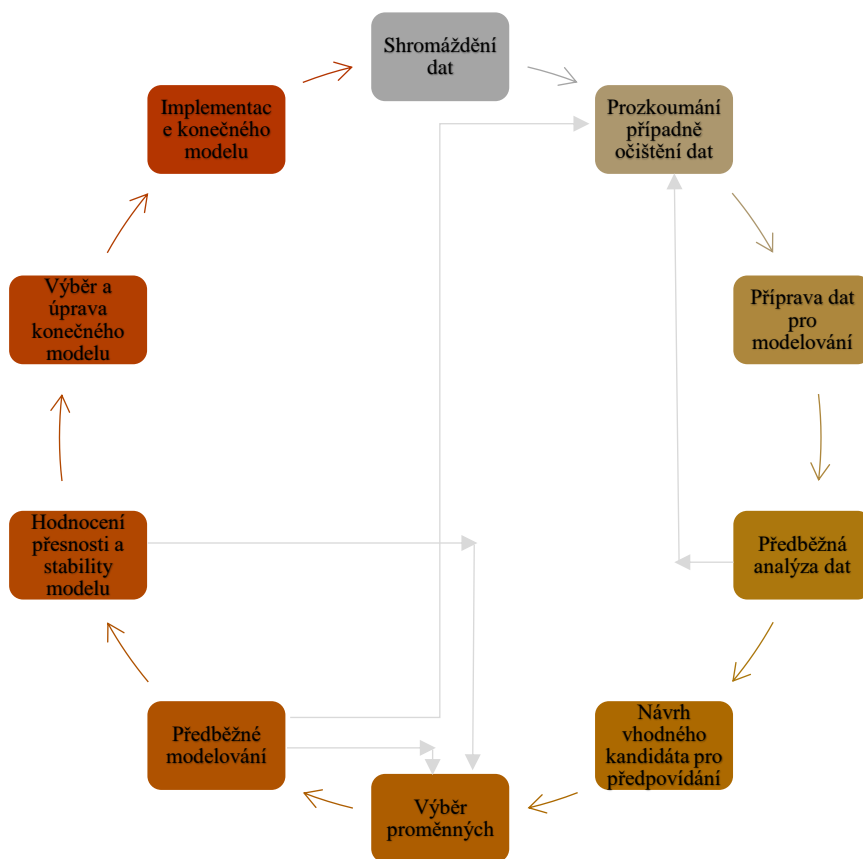
1.3 Cíle a přístupy k analýze časových řad

Analýza časových řad se v podstatě provádí ve dvou základních fázích, a to ve fázi interpolace časové řady a její následné extrapolace. Moderní metodologické statistické postupy doporučují, při vlastním zpracování analýzy časové řady a předpovídání v časových řadách, následující posloupnost jednotlivých etap (SAS/ETS User's Guide, Version 6, 1993):

- *shromáždění dat*
- *prozkoumání a případné očištění dat*
- *příprava dat pro modelování*
- *provedení předběžné analýzy dat*
- *navržení vhodného kandidáta pro účely prognózování*
- *provedení výběru proměnných (při analýze vícerozměrných řad)*
- *provedení předběžného modelování*

- zjištění přesnosti a stability modelu
- výběr a úprava konečného modelu
- implementace konečného modelu

Obrázek 1: Grafické zobrazení - Forecasting Framework



Zdroj: SAS/ETS User`s Guide, Version 6, 1993; vlastní zpracování

Hlavním cílem shromážděné časové řady je ji zpracovat, a to – jak již bylo výše uvedeno - ve dvojmí slova smyslu:

- protože se časovou řadou rozumí věcně a prostorově shodně vymezená posloupnost určitého ukazatele měnícího se pouze v důsledku působení časového faktoru, činí se tak s cílem rozpoznat jeho důsledky na utváření posloupnosti (y_1, y_2, \dots, y_n) . Tomuto typu zpracování se zpravidla říká interpolace časové řady, a časovému období $t = 1, 2, \dots, n$ období interpolace.
- Pokud bylo v rámci analýzy časové řady působení časového faktoru dostatečně "dobře" rozpoznáno, nabízí se využít těchto poznatků ke konstrukci alespoň do určité míry

kvantifikované představy o úrovni dalších prvků v časovém bodě $t = n$ dosud nerealizovaných budoucích veličin ($y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}$), a to s využitím známých pozorování časové řady (y_1, y_2, \dots, y_n) a případně i dalších pomocných informací. Takové zpracování časové řady je zpravidla nazýváno prognostické využití analýzy časové řady, konstrukce predikcí či extrapolace časové řady, a časovému intervalu ($n+1, \dots, n+m$) období extrapolace.

Analýza časové řady umožňuje "odhalit" důsledky působení časového faktoru na utváření časové řady sledovaného statistického ukazatele. Základní myšlenka tohoto pojetí spočívá v představě, že každé pozorování časové řady y_t pro $t = 1, \dots, n$ lze vyjádřit ve tvaru

$$y_t = f(Y_t, \varepsilon_t), \quad t = 1, \dots, n$$

kde $Y_t, t = 1, \dots, n$ značí posloupnost teoretických hodnot časové řady, která vznikla jako důsledek jistých vývojových pravidelností a $\varepsilon_t, t = 1, \dots, n$ představují posloupnost hodnot mající charakter vývojových nepravidelností. Vývojové pravidelnosti jsou často nazývány *teoretickou (systematickou) složkou* časové řady, vývojové nepravidelnosti *nepravidelnou složkou* časové řady. Prvky $y_t, t = 1, \dots, n$ jsou pozorování, která jsou známa, a proto jsou často nazývány *empirickými hodnotami*, veličiny Y_t a $\varepsilon_t, t = 1, \dots, n$ mají hypotetický charakter a proto se v praktické práci musíme spokojit s jejich odhady.

Z výše uvedeného vyplývá, že základním problémem analýzy časové řady je úsudek o tvaru funkce f . Zpravidla se volí jedno z následujících dvou modelových pojetí.

- Nejsnazší je předpoklad, že obě složky časové řady empirických hodnot - systematická a nepravidelná - jsou v aditivním vztahu, takže pozorování časové řady y_t v časovém okamžiku t můžeme zapsat ve formě

$$y_t = Y_t + \varepsilon_t, \text{ nebo rozepsáno } y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t.$$

V takovém případě pak mluvíme o *aditivním modelu* časové řady. Při popisu časových řad ročních údajů nejčastěji předpokládáme, že $C_t = 0$ a $S_t = 0$. Pak model časové řady ročních údajů má tvar

$$y_t = Y_t + \varepsilon_t = T_t + \varepsilon_t.$$

Při popisu časových řad čtvrtletních či měsíčních údajů (nebo s periodicitou ještě kratší) za předpokladu, že $C_t = 0$, dostáváme

$$y_t = T_t + S_t + \varepsilon_t.$$

○ Vedle aditivního modelu lze rovněž uvažovat multiplikativní model, který je založen na předpokladu, že vztah jednotlivých složek obsažených v modelu je dán vzájemným násobením. Základní model lze tedy psát ve formě

$$y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t.$$

Vzhledem k tomu, že multiplikativní model lze logaritmickou transformací převést na model aditivní, je možné se - bez újmy na obecnosti - omezit pouze na modely aditivního typu.

Volba metody pro analýzu časové řady závisí na mnoha faktorech, z nichž nejdůležitější jsou *účel analýzy, typ časové řady a zkušenosti analytika/statistika*.

1.4 Přehled základních metod a postupů pro analýzu časových řad

○ Průzkumová analýza časových řad

Průzkumová analýza dat vychází z tradičních postupů deskriptivní analýzy dat, ale přesahuje její rámec a vhodně ji doplňuje. Jejím cílem je postižení zvláštností a nedostatků ve zpracovávaných statistických datech a posouzení platnosti předpokladů, nutných pro jejich následné statistické zpracování.

V průzkumové analýze statistických dat se významně využívají různé kvantilové charakteristiky, jež jsou založeny na tzv. pořadových statistikách. Kvantily jsou takové hodnoty, které dělí uspořádaný statistický soubor na určitý počet stejně obsazených částí. Výhodou kvantilových charakteristik je jejich robustnost, která představuje necitlivost na možnou přítomnost výskytu extrémních (vybočujících) pozorování zpracovávaného souboru. Z kvantilových charakteristik jsou v průzkumové analýze využívány zejména kvartily, které dělí uspořádaný soubor na čtyři stejně obsazené části.

Za prioritní charakteristiku polohy zkoumaného statistického znaku, je v rámci průzkumové analýzy dat považován medián. Představuje, totiž, robustní charakteristiku polohy, tzn., že není ovlivněn extrémně malými nebo naopak velkými hodnotami datového souboru, jež mohou být důsledky zkreslení a hrubých chyb.

Základní charakteristikou variability - v rámci průzkumové analýzy - je tzv. *kvartilové (interkvartilové) rozpětí IQR*, které se vypočítá jako diference horního a dolního kvartilu. Polovina kvartilového rozpětí se nazývá *kvartilová odchylka* a je považována za robustní alternativu směrodatné odchylky. Při posuzování variability se doporučuje užívat obou těchto charakteristik, tzn. směrodatné odchylky i robustní kvartilové odchylky (Havránek, 1993).

Kvartily spolu s minimální hodnotou výběru x_{\min} a maximální hodnotou výběru x_{\max} tvoří tzv. *pětičíselný souhrn* pořadových statistik. Tento souhrn podává rychlou a přehlednou informaci o poloze, variabilitě a případné asymetrii zkoumaného statistického souboru.

Prvotní informace pro analýzu časových řad získáme ze spojnicových grafů. Jejich princip spočívá v zakreslení jednotlivých hodnot časové řady os, na kterých jsou vyznačeny příslušné stupnice. Na horizontální osu se vynášejí hodnoty časové proměnné a na vertikální osu hodnoty časové řady. Získané body se potom spojí čarou.

Z dalších vyjadřovacích grafických prostředků průzkumové analýzy statistických dat jsou důležité zejména:

Box and Whisker Plot (boxplot) a

Stem and Leaf Display (” lodyha s listy”).

Boxplot je grafickým vyjádřením pětičíselného souhrnu. Je to speciální diagram, který zobrazuje data ve tvaru obdélníkové krabice a dvou ”vousů”, které z ní vybíhají nalevo a napravo. Levá (resp. pravá) svislá strana obdélníka odpovídá levému (resp. hornímu) kvartilu. Délka krabice (hodnota interkvartilového rozpětí) poskytuje informaci o

variabilitě zobrazovaného datového souboru. V místě mediánu je obdélník předělen svislou příčkou. Pokud jde o symetrické rozdělení, je medián uprostřed obdélníka. "Vousy" vybíhající z krabice spojují dolní a horní kvartil s minimální a maximální hodnotou uspořádaného souboru. Délka vousů by neměla přesáhnout hodnotu 1,5 IQR. Hodnoty, které jsou vzdáleny od dolního resp. horního kvartilu o více než 1,5 - násobek IQR jsou klasifikována jako pozorování odlehlá a v diagramu bývají vyznačovány jako izolované body, hodnoty, které jsou menší než dolní kvartil resp. větší než horní kvartil o více než 3 - násobek IQR jsou považována za pozorování extrémní.

Stem and Leaf Plot ("lodyha s listy") je zajímavým semigrafickým prostředkem, dovolujícím rychlé vizuální posouzení struktury daného souboru. Při svém zpracování kombinuje numerickou techniku třídění dat - ve formě rozdělení četností - a grafickou techniku histogramu.

Často je užitečné posoudit vlastnosti časových řad z hlediska jejich pravděpodobnostního rozdělení. Tento přístup umožňuje na jedné straně porovnávat charakter časových řad, hledat jejich obdobné a rozdílné rysy a činit předběžné závěry o jejich závislosti, na druhé straně vytváří podmínky pro jejich modelování.

Velmi užívaným grafem je Normal Probability Plot, který umožňuje rychlé orientační posouzení normality zkoumaného datového souboru. Tento graf umožňuje vizuální porovnání teoretické distribuční funkce normálního rozdělení a empirické distribuční funkce. Velké odchylky empirických bodů od této přímky signalizují narušení předpokladu o normalitě rozdělení analyzovaného souboru.

Použitelnost většiny analytických modelů časových řad je vázána na splnění předpokladu, že řada reziduí má charakter tzv. bílého šumu. I když ověřování tohoto předpokladu překračuje rámec běžné průzkumové analýzy, nabízejí soudobé statistické pakety – především systém SAS – vhodné grafické techniky, jež prezentují tzv. korelogramy, tzn. grafy autokorelační a parciální autokorelační funkce. Tyto funkce umožňují posoudit sílu lineární závislosti mezi hodnotami časové řady.

Autokorelační funkce reziduí slouží k odhadu autokorelací mezi rezidui s různým časovým posunem. Výstup autokorelační funkce má podobu sloupce, v němž jsou uvedeny korelační koeficienty mezi analyzovanou řadou Y_t a řadou Y_{t-k} , kde $t = 2, 3, 4, \dots, T$. Kromě těchto korelačních koeficientů systém SAS poskytuje v grafické podobě 95 % - ní konfidenční intervaly pro tyto autokorelační koeficienty. Překoná-li hodnota autokorelační funkce mez

tohoto intervalu je statisticky významná. Znamená to, že rezidua nemusí mít charakter bílého šumu a pro zpracovatele to představuje signál pro určitou modifikaci dat, např. adekvátní transformaci (Sachs, 1984).

Podobný výstup poskytuje parciální autokorelační funkce (PACF) a její výsledky se interpretují analogicky jako u autokorelační funkce. Parciální autokorelační funkce vyjadřuje rovněž sílu lineární závislosti mezi řadou Y_t a Y_{t-k} , kde $t = 2, 3, 4, \dots, T$, bere však přitom v úvahu korelační koeficienty vypočtené pro všechny nižší časové posuny. I pro parciální autokorelační funkci jsou k dispozici grafické výstupy konfidenčních intervalů a hodnoty PACF jsou statisticky významné při překonání těchto mezí. PACF je velmi užitečným nástrojem při určování řádu autoregrese, jsou-li konstruovány autoregresní modely (SAS/ETS User`s Guide, Version 6, 1993).

o Dekompozice časových řad

Analýzu časových řad lze v podstatě provádět dvojím způsobem. První typ modelů je založen na předpokladu, že jediným faktorem dynamiky ukazatele shromážděného v časové řadě je čas. Model tohoto typu lze zapsat ve formě

$$y_t = f(t, \varepsilon_t),$$

kde y_t je hodnota analyzovaného ukazatele v čase t , f je určitá funkce, t je časová proměnná a ε_t je hodnota náhodné složky. Modely časových řad založené na uvedeném principu se nazývají *jednorozměrné modely*.

Při jednorozměrné analýze časových řad se vychází z empiricky odpozorované zkušenosti, že každá časová řada může obsahovat čtyři složky, které vyjadřují různé druhy pohybu. Současná existence všech těchto forem však není nutná a je podmíněná věcným charakterem zkoumaného ukazatele. Časová řada může obsahovat tyto následující složky:

- *trend* (T_t)
- *sezónní složku* (S_t)
- *cyklickou složku* (C_t)
- *náhodnou složku* (ε_t).

Trendem rozumíme hlavní tendenci dlouhodobého vývoje hodnot analyzovaného ukazatele v čase. Trend může být rostoucí řada, klesající nebo mohou hodnoty ukazatele dané časové řady v průběhu sledovaného období kolísat kolem určité úrovně, pak se jedná o časovou řadu bez trendu.

Sezónní složka je pravidelně se opakující odchylka od trendové složky, vyskytující se u časových řad údajů s periodicitou kratší než jeden rok. Příčiny sezónního kolísání mohou být různé. Dochází k nim buď v důsledku změn jednotlivých ročních období, vlivem různé délky měsíčního nebo pracovního cyklu, nebo též vlivem různých společenských zvyklostí (výplata mezd a nákupy v maloobchodě vždy v určitou dobu, svátky, dovolené, apod.).

Cyklickou složkou se rozumí kolísání okolo trendu v důsledku dlouhodobého cyklického vývoje s délkou vlny delší než jeden rok. Statistika chápe cyklus jako dlouhodobé kolísání s neznámou periodou. Někdy nebývá cyklická složka považována za samostatnou složku časové řady, ale je zahrnována pod složku trendovou jako její část tzv. střednědobý trend, tj. střednědobou tendenci vývoje, která má často oscilační charakter s neznámou, zpravidla proměnlivou periodou.

Nepravidelná složka je taková, kterou nelze popsat žádnou funkcí času, tj. složka, která zbývá po vyloučení trendu, sezónní a cyklické složky. V ideálním případě lze počítat s tím, že jejím zdrojem jsou drobné a v jednotlivostech nepostižitelné příčiny, které jsou vzájemně nezávislé. V takovém případě jde o náhodnou (stochastickou) složku, jejíž chování lze popsat pravděpodobnostně.

Metoda vyrovnávání časových řad, spočívající v tom, že trend popíšeme pomocí vhodné matematické funkce, se nazývá tzv. analytické vyrovnávání. Analytické vyrovnávání časových řad trendovými funkcemi je tradiční způsob popisu trendu časové řady. Aplikace analytických metod bývá většinou bez větších problémů a následná interpretace výsledků je jednoduchá. Nabídka trendových funkcí je rozmanitá. Mezi *klasické trendové funkce*, jež nejlépe prezentují ekonomické časové řady, řadíme následující (Hindls et al., 2000):

- *Lineární trendová funkce*, která bývá též označována jako lineární přímkový trend a matematicky ji lze zapsat jako

$$T_t = a + bt ,$$

kde a a b jsou neznámé parametry a $t=1, 2, \dots, n$ je časová proměnná.

Lineární trendová funkce je použitelná v případě, kdy jsou první absolutní diference přibližně konstantní.

- *Kvadratická trendová funkce* nebo také parabolický trend druhého řádu lze matematicky vyjádřit jako

$$T_t = a + bt + ct^2,$$

kde a , b a c jsou neznámé parametry a $t=1, 2, \dots, n$ je časová proměnná.

Kvadratická trendová funkce je použitelná v případě, kdy jsou druhé absolutní diference přibližně konstantní.

- *Exponenciální trendová funkce* je matematicky zapsána jako

$$T_t = ab^t,$$

kde a a b jsou neznámé parametry, $t=1, 2, \dots, n$ je časová proměnná. Přičemž $b > 0$ a je to takzvaný *koeficient růstu*.

Exponenciální trendová funkce je použitelná v případě, kdy jsou koeficienty růstu přibližně konstantní.

- *Modifikovaná (posunutá) exponenciální trendová funkce* je matematicky vyjádřena jako

$$T_t = k + ab^t,$$

kde a , b a k jsou neznámé parametry, $b > 0$, $t=1, 2, \dots, n$ je časová proměnná.

Na rozdíl od klasické exponenciální trendové funkce zde musí navíc platit, že jsou podíly sousedních hodnot prvních absolutních diferencí přibližně konstantní.

- *Logistická trendová funkce*, která může být matematicky zapsána jako

$$T_t = \frac{k}{1+ab^t},$$

kde a , b a k jsou neznámé parametry, $a > 1$, $0 < b < 1$, $k > 0$, $t=1, 2, \dots, n$ je časová proměnná.

Pro logistický trend je typický jeho symetrický průběh ve tvaru písmene S. Právě z tohoto důvodu bývají tyto křivky označovány jako „S-křivky“. Tyto trendové funkce jsou použitelné zejména u takových ukazatelů, kde trend nejprve vzrůstá velmi pomalu, poté dojde k velmi prudkému nárůstu a poté zase k jeho zpomalení.

- *Gompertzova křivka*, která je stejně jako předchozí logistická trendová funkce transformací modifikované exponenciální trendové funkce a matematicky může být zapsána následujícím způsobem:

$$T_t = ka^{b^t},$$

kde a , b a k jsou neznámé parametry, $b > 1$, $t=1, 2, \dots, n$ je časová proměnná.

Trendové funkce vycházejí z předpokladu, že se parametry modelu ve sledovaném období nemění. Modely analytického vyrovnávání přiřazují všem hodnotám časové řady stejné váhy a jsou tak vhodné zejména pro časové řady, které vykazují určitou permanentní deterministickou složku a náhodnými fluktuacemi nejsou výrazně ovlivňovány. Použitelnost těchto modelů je založena na principu „ceteris paribus“, to znamená na principu stabilních vnějších podmínek. Nerespektování tohoto požadavku, který je však v případě reálných ekonomických časových řad velmi často nereálný, může vést k selhání analytických modelů.

Při předpovídání v časových řadách se pak s úspěchem uplatňují *modely adaptivní*, které předpokládají, že pro konstrukci extrapoláční prognózy budoucího vývoje jsou nejcennější nejnovější pozorování časové řady. Proto jsou těmto nejnovějším pozorováním časové řady přiřazeny největší váhy a starší pozorování se buď úplně vyřazují ze zkoumání, nebo se jim přiřazují menší váhy ve srovnání s později pozorovanými hodnotami. Adaptivní modely tedy berou v úvahu stárnutí informací. Systém vah je tvořen pomocí tzv. vyrovnávacích konstant, které nabývají hodnot z intervalu $< 0, 1 >$ a pro nalezení optimální hodnoty

vyrovnávací konstanty se v praxi využívá „metody pokusů a omylů“. Za optimální hodnotu je považována ta hodnota, která minimalizuje vhodně zvolenou chybu odhadu. Statistický systém SAS, který bude v této práci využit pro efektivní realizaci všech potřebných analýz, provádí odhad hodnoty vyrovnávací konstanty automaticky.

Tyto postupy vychází z představy, že analyzovaná časová řada může být popsána následující rovnicí:

$$y_t = \mu_t + \beta_t t + S_p(t) + \varepsilon_t ,$$

kde μ_t představuje v čase proměnlivou střední hodnotu dané časové řady, $\beta_t t$ charakterizuje v čase proměnlivou trendovou složku časové řady, $S_p(t)$ je v čase proměnlivá sezónní složka časové řady a ε_t je složka náhodná.

Důležitou podtřídou adaptivních modelů jsou tzv. *Brownovy modely exponenciálního vyrovnávání*. S využitím těchto modelů je odhad trendu získáván ve formě lineární kombinace všech dosavadních pozorování časové řady s tím, že je uvažováno stárnutí informací, tzn. váhy dřívějších pozorování exponenciálně klesají. V rámci této techniky je možné rozlišit 3 základní varianty, a to

- *jednoduché exponenciální vyrovnávání*, kdy lze trend v krátkých časových úsecích považovat za konstantní,
- *dvojitě exponenciální vyrovnávání*, kdy lze trend v krátkých časových úsecích modelovat pomocí lineární trendové funkce a
- *trojitě exponenciální vyrovnávání*, kdy lze trend v krátkých časových úsecích modelovat pomocí kvadratické trendové funkce.

Pokud analyzovaná časová řada vykazuje výraznější trend, nedoporučuje se použití Brownových modelů, ale přistupuje se spíše k dalšímu významnému představiteli exponenciálního vyrovnávání, a tím je Holtův model exponenciálního vyrovnávání. Mezi další významné zástupce skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání patří model exponenciálního vyrovnávání s tlumeným lineárním trendem a Wintersův model exponenciálního vyrovnávání sezónních časových řad.

Vedle jednorozměrných modelů se lze setkat i s modely založenými na předpokladu, že vývoj analyzovaného ukazatele není ovlivňován pouze časovým faktorem, ale i řadou

jiných ukazatelů. Tyto ukazatele se nazývají příčinné nebo faktorové. Modely vyjadřující tuto skutečnost je možno zapsat ve formě:

$$y_t = f(t, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \varepsilon_t),$$

kde x_1, x_2, \dots, x_n jsou ukazatele ovlivňující analyzovaný ukazatel y .

Modely tohoto typu se nazývají *vícerozměrné modely*. Vzhledem k tomu, že efekt změny faktorové proměnné x_i na proměnnou y se nemusí projevovat pouze v časovém okamžiku t , ale je obvykle rozložen na několik období $t-1, t-2, \dots, t-z$, neboli probíhá časově rozložené zpoždění mezi proměnnými, lze model formulovat rovněž ve formě:

$$y_t = f(t, x_{1,t}, x_{1,t-1}, \dots, x_{1,t-z_1}, \dots, x_{n,t}, x_{n,t-1}, \dots, x_{n,t-z_n}, \varepsilon_t),$$

kde z_i je maximální časové zpoždění i -tého ukazatele x .

- Boxova - Jenkinsova metodologie

Vedle klasických trendových modelů a modelů exponenciálního vyrovnávání se k řešení jednorozměrných časových řad přistupuje pomocí Boxovy-Jenkinsovy metodologie. Dekompoziční metody kladou důraz především na práci se systematickými složkami časové řady (tj. s trendovou, sezónní a cyklickou složkou) a jednotlivá pozorování se obvykle berou jako navzájem nekorelovaná.

Box a Jenkins ve svém přístupu, při konstrukci modelu časové řady, naopak uvažují za základní prvek reziduální složku. V rámci Boxovy – Jenkinsovy metodologie navíc může být reziduální složka tvořena korelovanými náhodnými veličinami (Cipra, 1986). Nejjednodušším ze speciálních modelů Boxovy – Jenkinsovy metodologie je tzv. model klouzavých průměrů značený jako MA model. Může být použit jak při interpolaci tak při extrapolaci stacionárních časových řad. Model klouzavých průměrů bývá často využíván jako srovnávací báze, se kterou jsou porovnávány náročnější analytické a prognostické postupy. Jeho využití je vhodné zejména při modelování takových časových řad, kde jsou – s výjimkou bezprostředně sousedících pozorování – všechna pozorování navzájem nekorelovaná. Dalším důležitým speciálním případem Boxových-Jenkinsových modelů

jsou modely autoregresní. Jsou založeny na předpokladu, že aktuální hodnota časové řady může být modelována jako lineární kombinace určitého počtu předcházejících pozorování. Kombinací autoregresních modelů a modelů klouzavých průměrů pak vzniká tzv. smíšený model (označovaný jako ARMA model). Smíšený model je založen na předpokladu, že daná časová řada je stacionární, tzn., že její základní statistické charakteristiky jsou v čase invariantní. Většina reálných ekonomických časových řad tento předpoklad nespĺňuje a pro aplikaci modelů ARMA musí být určitým způsobem stacionarizována. Vhodným prostředkem k tomuto cíli je tvorba diferencí sousedních hodnot řady. Model ARMA aplikovaný na takto upravenou časovou řadu bývá označován jako integrovaný model - ARIMA model.

Předpovídání s použitím ARIMA modelů je stále více oblíbené v nejrůznějších oblastech. ARIMA modely bývají s úspěchem využívány i pro popis takových časových řad, kde klasické trendové modely selhávají. Časové řady v oblasti telekomunikací často vykazují komplikovanou strukturu a jejich modelování může představovat obtížný problém, který by dle odborných studií mohl být řešitelný právě využitím Boxovo – Jenkinsovy metodologie (Nijdam, 1990). Také Meade a Islam (2015) se ve své práci zabývali různými technikami předpovídání časových řad včetně technik ARIMA modelů při analýze některých vybraných ukazatelů právě z oblasti IKT.

- Lineární dynamické modely

V analýze časových řad se také využívá nástroj známý jako *dynamické lineární modely* (DLM). Lineární dynamické modely představují velmi obecnou třídu modelů pro modelování nestacionárních časových řad. Pomocí lineárních dynamických modelů je možné modelovat nejen složku trendu či sezónnosti, ale také komponentu autoregresní. Jedná se o speciální případ zobecněných stavově-prostorových modelů. Daný model uvažuje časový vývoj zobecněného lineárního modelu (GLM). Jedná se v podstatě o ekonometrické modely, protože data používaná v ekonometrii mívají obvykle tvar časových řad. Sledovaná data jsou získávána v nějakých časových intervalech a hodnoty závislé, neboli vysvětlující, proměnné pak vytváří časovou řadu.

- Spektrální analýza časových řad

Předchozí přístupy by bylo možné shrnout pod označení analýza časových řad v časové doméně. Zcela odlišně přistupuje k časovým řadám *spektrální analýza*, která je založena na Fourierově analýze, a je označována za jeden ze základních přístupů k analýze časových řad ve spektrální doméně. Předpokladem spektrální analýzy časových řad je skutečnost, že lze časovou řadu vyjádřit pomocí sinusových a kosinusových funkcí o rozdílných amplitudách a frekvencích. Důležitý faktor zde nepředstavuje časová proměnná, ale frekvenční faktor. Spektrální analýza je vhodná zejména při porovnávání chování několika časových řad, kdy je možné porovnat řady v rámci jednotlivých frekvencí. Z informací získaných o *spektru řady*, tedy o intenzitě zastoupení jednotlivých frekvencí, je možné provést odhad koeficientů periodických složek v časové řadě (Granger a Hatanaka, 1964). Základy moderní spektrální analýzy položil *Schusterův periodogram* (Schuster, 1898).

1.5 Předpovědi v časových řadách

Konstrukce předpovědí je jedním z nejdůležitějších úkolů analýzy časových řad. S předpovídáním v časových řadách jsou spojeny některé obecné předpoklady.

- Bodová předpověď a předpovědní interval

Bodová předpověď spočívá v odhadu jedné budoucí hodnoty předpovídaného ukazatele, shromážděného v časové řadě, pro stanovené budoucí období. Z důvodu chyby, kterou je toto jedno konkrétní číslo zatíženo, je často užitečné disponovat tzv. předpovědním intervalem, který je úplnou analogií intervalu spolehlivosti z matematické statistiky

- Kvalitativní a kvantitativní předpovědní metody

Kvalitativní předpovědní metody se používají zejména v takových situacích, kdy nejsou k dispozici minulé hodnoty časové řady v dostatečném počtu směrem do historie. Jsou značně subjektivního charakteru, neboť vychází z názorů odborníků. Mezi nejdůležitější kvalitativní předpovědní metody patří:

subjektivní vyrovnávání křivkou

Delfi metoda

technologické srovnávání.

Kvantitativní předpovědní metody se snaží provádět předpovědi na základě statistické analýzy naměřených údajů, tj. na základě objektivních matematicko-statistických postupů. V souvislosti s těmito předpověďmi je však nutné zdůraznit následující fakt. Kvantitativní předpovědní metody jsou sice konstruovány na základě objektivních metod, na druhé straně ale jejich opodstatněnost významně závisí na předpokladu, že se v budoucím čase, kterého se předpověď týká, nemění dosavadní charakter řady. Provádí se proto pouze jakási extrapolace (prodloužení, autoprojekci) minulých a současných hodnot řady do budoucnosti. Tuto skutečnost je nutné mít neustále na paměti.

Výběr příslušné předpovědní techniky v dané situaci záleží samozřejmě na řadě okolností.

Hrají zde roli následující faktory:

požadovaná forma předpovědi

horizont předpovědi

charakter dat

náklady spojené s konstrukcí předpovědi

požadovaná přesnost předpovědi

dostupnost dat

srozumitelnost metody.

Předpovědi bývají také zatíženy chybami. *Absolutní chyba předpovědi* ε_t skutečné hodnoty y_t je definována jako:

$$\varepsilon_t = y'_t - y_t$$

kde y'_t je hodnota předpovědi neboli vyrovnaná hodnota.

Dále možné hodnotit zkonstruované předpovědi pomocí *relativní chyby předpovědi*, která je definována jako:

$$rp = \frac{|y'_t - y_t|}{y_t} \cdot 100$$

kde y_t respektive y'_t ($t=1, 2, \dots, n$) jsou skutečné respektive vyrovnané hodnoty dané časové řady a n představuje počet pozorování časové řady.

Hodnota těchto chyb se samozřejmě zjistí až tehdy, když poznáme skutečnou hodnotu y_t , kterou jsme přirozeně při konstrukci předpovědi neznali. Často se však pro posouzení

kvality navržené předpovědní metody konstruují předpovědi známých hodnot časové řady a provádí se porovnání těchto předpovědí se skutečnými známými hodnotami.

Prvořadým zdrojem chyby předpovědi je výskyt reziduální složky v časové řadě, neboť tato složka představuje nepředpověditelnou fluktuaci v datech. Je-li podíl této složky v řadě značný, pak možnost dodat přesnou předpověď je omezena. Na velikost chyby předpovědi má však také vliv, jak úspěšně zvládneme předpověď ostatních systematických složek řady. Proto velké chyby v předpovědi mohou indikovat buď značný podíl reziduální složky v řadě, nebo také nevhodnost použité předpovědní techniky.

Pro zhodnocení kvality zkonstruovaných předpovědí se využívá zejména *souhrnných kritérií*, která tedy umožňují posuzovat vývoj předpovědí v čase souhrnně. Nejčastěji se používá:

střední čtvercová chyba MSE (Mean Squared Error) tvaru

$$M.S.E. = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - y'_t)^2$$

odmocnina střední čtvercové chyby RMSE (Root Mean Squared Error) tvaru

$$R.M.S.E. = \sqrt{M.S.E.}$$

a střední absolutní procentuální chyba odhadu M.A.P.E. (Mean Absolute Percent Error) tvaru

$$M.A.P.E. = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - y'_t}{y_t} \right| \quad [\%].$$

Tato kritéria jsou tvořena na základě statistických vlastností časové řady a lze je použít pro zhodnocení alternativních modelů časových řad. Umožňují tedy porovnat navzájem různé typy modelů, například modely exponenciálního vyrovnávání a modely vycházející z Boxovy-Jenkinsovy metodologie a lze je také nazývat mírami vhodnosti použitého modelu.

V literatuře je jako další souhrnné kritérium uváděn *index korelace* případně *index determinace*. Tato charakteristika však vykazuje jisté nedostatky. Pokud funkce časové řady vykazuje větší množství strukturálních parametrů, pak index korelace (případně index determinace) není vhodným hodnotícím kritériem. S rostoucím počtem parametrů totiž roste také hodnota indexu korelace a přitom nemusí dynamiku příslušného ukazatele popisovat dobře. Druhým nedostatkem je fakt, že se hodnoty indexu korelace pohybují v intervalu (0,1) pouze pro trendové funkce, jejichž parametry jsou odhadovány metodou nejmenších čtverců. Může se tak v některých případech stát i to, že jeho hodnota bude vyšší než jedna. Použití tzv. rektifikovaného indexu korelace by mohlo představovat řešení tohoto problému.

Zejména v oblasti ekonometrie, se při aplikacích analýzy časových řad s úspěchem využívá tzv. *Theilův koeficient nesouladu* T^2 . V praxi se využívá veličina T , která je odmocninou Theilova koeficientu nesouladu a bývá prezentována jako *relativní chyba extrapolace*. Index determinace a Theilův koeficient nesouladu jsou definovány vztahy:

$$I^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - y'_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$

$$T^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - y'_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t)^2}$$

kde y_t respektive y'_t ($t=1, 2, \dots, n$) jsou skutečné respektive vyrovnané hodnoty dané časové řady a n představuje počet pozorování časové řady.

Vedle uvedených kritérií souhrnných je možné využít ještě *kritérií strukturních*, která popisují pouze určitou vlastnost modelu. V podstatě se jedná o ověření jednotlivých předpokladů při konstrukci modelu, používaných v regresní analýze. Mezi strukturní kritéria patří testy významnosti parametrů a testy náhodnosti reziduí.

2 METODIKA

2.1 Přehled metod exponenciálního vyrovnávání

Významnou podtřídou adaptivních modelů jsou tzv. Brownovy modely exponenciálního vyrovnávání. V rámci této techniky jsou rozlišovány 3 základní varianty, a to jednoduché exponenciální vyrovnávání, dvojité a trojitě exponenciální vyrovnávání.

U všech variant exponenciálního vyrovnávání se předpokládá, že vyrovnávaná časová řada má tvar

$$Y_t = Tr_t + \varepsilon_t.$$

- *Jednoduché (konstantní) exponenciální vyrovnávání* (trend je v krátkých časových úsecích považován za konstantní)

Formulace modelu je založena na představě, že pro dané pevné t a hodnoty zpoždění $j = 0, 1, 2, 3, \dots$ a lze zde uplatnit konstantní trend tvaru

$$Tr_{t,t-j} = \hat{y}_t = \beta_{t0} \quad \text{pro } j = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

kde β_{t0} je (jediný) neznámý parametr.

Minimalizační kritérium má v tomto případě tvar

$$\text{Min } G(y, \beta_{t0}, \alpha) = (1 - \alpha) \sum_{j=0}^{\infty} (y_{t-j} - \beta_{t0})^2 \alpha^j,$$

ve kterém se uplatňuje trendový model tvaru $Tr_{ti} = \beta_{t0}$.

Odhad b_{t0} parametru β_{t0} je realizovaný váženou metodou nejmenších čtverců, kdy

vyrovnání pro aktuální období ($\tau = 0$) : $\hat{y}_t = \beta_{t0}$

a predikce na τ období dopředu ($\tau > 0$) : $\hat{y}_{t+\tau} = \hat{y}_t$

- *Dvojitě (lineární) exponenciální vyrovnávání* (lokálně vyrovnávající křivkou je lineární funkce)

Formulace modelu je založena na představě, že pro dané pevné t a hodnoty zpoždění

$j = 0, 1, 2, 3, \dots$ lze uplatnit lokálně lineární trend tvaru

$$Tr_{t,t-j} = \hat{y}_t = \beta_{t0} + \beta_{t1} \cdot t \quad \text{pro } j = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Minimalizační kritérium má v tomto případě tvar

$$\text{Min } G(y, \beta_{t0}, \beta_{t1}, \alpha) = (1 - \alpha) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} [y_t - (\beta_{t0} + \beta_{t1} \cdot (-j))]^2 \alpha^j,$$

ve kterém se uplatňuje lineární trendový model tvaru

$$Tr_{t-j} = \beta_{t0} - j \cdot \beta_{t1}.$$

V tomto případě jsou předmětem odhadu dva parametry b_{t0} odhad parametru β_{t0} a b_{t1} odhad parametru β_{t1} . Výsledné výrazy pro odhadované parametry pak jsou

$$b_{t0} = \frac{\alpha^2(1+\alpha)}{(1-\alpha)^2} \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j \cdot y_{t-j} + \frac{\alpha^2}{1-\alpha} \sum_{j=0}^{\infty} j \cdot \alpha^j \cdot y_{t-j}$$

$$b_{t1} = \frac{\alpha^2}{\alpha-1} \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j \cdot y_{t-j} - \alpha(1-\alpha) \sum_{j=0}^{\infty} j \cdot \alpha^j \cdot y_{t-j}.$$

- Trojitě (kvadratické) exponenciální vyrovnávání (lokálně vyrovnávající křivkou je kvadratická funkce)

Představuje třetí užívaný typ exponenciálního vyrovnávání, které se uplatňuje především u časových řad vyznačujících se ve svém dosavadním vývoji úseky se zřetelnou akcelerací nebo naopak decelerací průběhu v čase. Uplatňuje se zde kvadratický trend tvaru

$$Tr_{t,t-j} = \hat{y}_t = \beta_{t0} + \beta_{t1} \cdot t + \beta_{t2} \cdot t^2.$$

Minimalizační kritérium má v tomto případě tvar

$$\text{Min } (1 - \alpha) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} [y_{t-j} - (\beta_{t0} + \beta_{t1} \cdot (-j) + \beta_{t2} \cdot (-j)^2)]^2 \alpha^j,$$

ve kterém se uplatňuje trendový model tvaru

$$y_{t-j}^* = \beta_{t0} - j \cdot \beta_{t1} + j^2 \beta_{t2} ,$$

kde b_{t0}, b_{t1}, b_{t2} jsou odhady trojice neznámých parametrů kvadratické funkce $\beta_{t0}, \beta_{t1}, \beta_{t2}$ (Brown, et. al., 1961).

Mezi další významné představitele exponenciálního vyrovnávání patří Holtův model exponenciálního vyrovnávání, model exponenciálního vyrovnávání s tlumeným lineárním trendem a

- Wintersův model exponenciálního vyrovnávání sezónních časových řad

Wintersova metoda je v podstatě zobecněním metody exponenciálního vyrovnávání s tím, že se navíc adaptivně odhaduje i sezónní složka. Je založena na předpokladu, že trendová složka uvažované řady je v dostatečně krátkých časových intervalech lineární funkcí času, tj.

$$Tr = \beta_0 + \beta_1 t \quad .$$

Jestliže odhady parametrů $\beta_0, \beta_1 t$ a sezónní složky ($S_{z,t}$) zkonstruované v čase t označíme $b_0(t), b_1(t)$ a $S_{z,t}(t)$, pak $a_0(t) = b_0(t) + b_1(t)t$ představuje úroveň trendu pro čas t (Winters, P. R. 1960).

2.2 Boxoova-Jenkinsova metodologie - základní pojmy a předpoklady

- Stochastický proces a jeho stacionarita

Stochastický proces je třída v čase t uspořádaných náhodných veličin. Časovou řadou se rozumí v čase t uspořádaná řada hodnot stochastického procesu. Je to tedy náhodný výběr získaný tak, že z každého rozdělení náhodné veličiny je vybrána právě jedna hodnota. Někdy se hovoří o výběrové funkci nebo také realizaci daného stochastického procesu.

Obecně řečeno, stacionarita časové řady znamená, že chování této řady je v jistém smyslu stochasticky ustálené. Většinou se rozlišuje tzv. striktní stacionarita, kdy pravděpodobnostní chování příslušného stochastického procesu je invariantní vůči posunům v čase, a méně omezující slabá stacionarita, kdy příslušný stochastický proces má

konstantní střední hodnotu, konstantní rozptyl a kovarianční strukturu druhého řádu invariantní vůči posunům v čase (Arlt et al., 2003), tj.

$$\text{COV}(y_t, y_s) = \text{COV}(y_{t+h}, y_{s+h})$$

pro libovolné h .

V praktické analýze časový řad se pod pojmem stacionarita myslí nejčastěji slabá stacionarita, a tak tomu je i v této práci. Stacionární proces je tedy rovnoměrně vyvážený kolem konstantní úrovně, přičemž závislost mezi jeho dvěma libovolnými pozorováními závisí pouze na jejich vzájemné časové vzdálenosti a nikoli na jejich skutečném časovém umístění v časové řadě. V případě normálního procesu, pro nějž libovolný vektor typu (y_{t1}, \dots, y_{tk}) má sdružené normální rozdělení, stacionarita již implikuje striktní stacionaritu.

V Boxově - Jenkinsově metodologii se kromě stacionárních časových řad dají modelovat pomocí příslušných transformací i řady nestacionární. Mezi nejčastější transformace patří např. diferencování.

- Autokovarianční a autokorelační (ACF) funkce

Pro stacionární časovou řadu y_t se hodnota její autokovarianční funkce γ_k v bodě k definuje jako

$$\gamma_k = \text{COV}(y_t, y_{t+k}) = E(y_t - m)(y_{t+k} - m), k = \dots, -1, 0, 1, \dots,$$

a hodnota její autokorelační funkce ρ_k v bodě k jako

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\gamma_k}{\sigma_y^2}, k = \dots, -1, 0, 1, \dots,$$

kde $m = E(y_t)$ je střední hodnota a $\sigma_y^2 = \gamma_0$ je rozptyl dané stacionární řady. Jednotlivé hodnoty γ_k (resp. ρ_k) se často označují jako autokovariance (resp. autokorelace) řádu k . Autokovarianční a autokorelační funkce jsou zřejmě sudé (tj. $\gamma_k = \gamma_{-k}$, $\rho_k = \rho_{-k}$), takže pro jejich popis se stačí omezit na $k \geq 0$. Přitom je vždy $\rho_0 = 1$ a $|\rho_k| \leq 1$. Grafický záznam ρ_k pro jednotlivá k se nazývá korelogram.

Autokovarianční a autokorelační funkce nám podává informaci o síle závislosti mezi veličinami y_t a y_{t+k} , bez ohledu na vliv ostatních veličin ležících mezi nimi.

Chování autokorelační funkce je v rámci Boxovy - Jenkinsovy metodologie důležitým ukazatelem, neboť napovídá, jaký typ modelu je vhodné pro danou časovou řadu použít. Říká se, že toto chování identifikuje příslušný model. Přitom je pro identifikaci důležité především určit hodnotu $k = k_0$, za kterou začíná autokorelační funkce být nulová (k_0 je jakýsi "identifikační bod"), nebo zjistit, že taková hodnota vůbec neexistuje.

- Parciální autokorelační funkce (PACF)

V některých případech je však třeba znát sílu závislosti mezi veličinami y_t a y_{t+k} , při respektování existence veličin y_{t+1} , y_{t+2} , ..., y_{t+k-1} , resp. při odstranění jejich vlivu na zkoumané veličiny, což lze vyjádřit vztahem

$$\text{cor}(y_t, y_{t+k} | y_{t+1}, y_{t+2}, \dots, y_{t+k-1}),$$

(potom se hovoří o parciální autokorelační funkci (Anděl, 1993).

Parciální autokorelační funkce má obdobné vlastnosti jako autokorelační funkce. Parciální autokorelační funkci lze graficky vyjádřit pomocí korelogramu. Odhady autokorelační a parciální autokorelační funkce se detailně zabývá například Anděl (1976).

- Bílý šum

Použitelnost většiny analytických modelů časových řad je vázána na splnění předpokladu, že řada reziduí má charakter tzv. bílého šumu (Kozák a Seger, 1975; Seger a Hindls, 1993). Dle Cipry (1986) se jako bílý šum označuje posloupnost nekorelovaných náhodných veličin ε_t s konstantní střední hodnotou a konstantním rozptylem. V tomto případě tedy pro ε_t platí:

$$E(\varepsilon_t) = \mu_\varepsilon$$

$$D(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2.$$

Proces, v němž je navíc $\mu_\varepsilon = 0$, se nazývá *centrovaný*. Potom platí:

pro autokovarianční funkci

$$\gamma_0 = \sigma^2_\varepsilon$$

$$\gamma_k = 0, \text{ pro } k \neq 0$$

pro autokorelační funkci

$$\rho_0 = 1$$

$$\rho_k = 0, \text{ pro } k \neq 0$$

pro parciální autokorelační funkci

$$\rho_{00} = 1$$

$$\rho_{kk} = 0, \text{ pro } k \neq 0.$$

Základním rysem procesu bílého šumu je, že jak autokorelační, tak parciální autokorelační funkce jsou rovny nule mimo bod $k = 0$. I přesto, že se tento proces v praxi prakticky nevyskytuje, hraje významnou roli při výstavbě modelů v Boxově - Jenkinsově metodologii.

2.3 Lineární proces v Boxově-Jenkinsově metodologii

Takto zapsaná řada je nazývána lineárním procesem

$$y_t = \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots,$$

kde ψ_j jsou parametry modelu, a ε_t představuje bílý šum (Cipra, 1986). Často se pro zápis využívá operátoru zpětného posunutí B , který je definován jako

$$By_t = y_{t-1},$$

při opakovaném použití pak platí

$$B^j y_t = y_{t-j}.$$

Pokud je možné vyjádřit současnou hodnotu lineárního procesu pomocí jeho minulých hodnot a současné hodnoty bílého šumu, pak se takový lineární proces nazývá invertibilní. Invertibilita má stěžejní význam pro konstrukci předpovědí (Box a Jenkins, 1976).

Mnohem větší praktický význam než obecný lineární proces mají pro Boxovu-Jenkinsovu metodologii jeho speciální případy: proces klouzavých průměrů MA, autoregresní proces AR a smíšený proces ARMA. Tyto procesy vyžadují u časových řad stacionaritu a invertibilitu, což jsou podmínky, které jen málokterá časová řada splňuje. Proto se hojně využívají speciální transformace, které umožňují nestacionární řady na stacionární převést. Jedná se pak o modely označované jako ARIMA (integrovaný ARMA proces) a SARIMA (sezónní ARIMA modely). Procesy MA, AR a ARMA představují pro Boxovu-Jenkinsovu metodologii základní stavební prvky.

2.4 Modely stacionárních časových řad

2.4.1 Procesy klouzavých průměrů

Model klouzavých průměrů (MA model) vyjadřuje časovou řadu jako lineární kombinaci minulých reziduí ε_t , také nazývaných „šoky“ nebo „inovace“ (Yaffee a McGee, 2000):

$$Y_t = \theta_0 + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$\mu = \theta_0 .$$

„Čistý“ MA proces je vždy stacionární. Pro modely klouzavých průměrů je zavedena podmínka „invertibility“. MA proces je invertibilní tehdy, když může být vyjádřen jako autoregresní model nekonečného řádu, ve kterém se autoregresní koeficienty blíží nule. Algoritmus odhadování podporovaný komponentou TSFS a PROC ARIMA uplatňuje podmínky invertibility na MA koeficientech.

Model MA prvního řádu je označován MA (1) a lze ho zapsat ve tvaru (Woodfield, 2003):

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} .$$

Proces MA (1) je v souladu s předchozími závěry vždy stacionární. Podmínkou invertibility je $|\theta_1| < 1$.

2.4.2 Autoregresní proces

Autoregresní model vrací časovou řadu na její vlastní minulé hodnoty. Nejjednodušším autoregresním modelem je autoregresní model prvního řádu, označovaný jako AR (1). Jednoduchý AR (1) model vyjadřuje časovou řadu jako:

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

kde θ_0 je konstanta, $\phi_1 Y_{t-1}$ je hodnota v čase t-1 násobená váhou (autoregresním parametrem), a ε_t je náhodná složka (reziduum) – tzv. bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem σ^2 .

Jednoduchý AR (1) model bude stacionární, pokud bude koeficient ϕ_1 v absolutní hodnotě menší než jedna.

2.4.3 Smíšený proces

V některých případech, kdy je používán pouze proces AR nebo MA. Je možné narazit na problém velkého počtu parametrů u zvoleného modelu. V těchto případech se ukázalo jako velmi užitečné zapsat daný proces jak ve tvaru AR tak i ve tvaru MA současně. Takovému tvaru říkáme *smíšený proces*.

Nejpoužívanějším procesem je proces ARMA řádu 1. Tento proces, značený jako ARMA (1,1), lze zapsat ve tvaru:

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

Podmínka stacionarity je zde $|\phi_1| < 1$ a podmínka invertibility $|\theta_1| < 1$.

2.4.4 Zobecnění AR, MA, ARMA modelu

AR (1), MA (1) a ARMA (1,1) modely mohou být zobecněny na modely AR (p), MA (q) a ARMA (p, q). Časová řada, která je lineární funkcí součtu „p“ minulých hodnot a náhodné složky ε_t je nazývána autoregresním procesem řádu „p“, označovaným AR (p).

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Obecně, model AR (p) je stacionární, když jsou dodržovány podmínky o koeficientech AR (p) modelu. Časová řada, která je lineární funkcí „q“ minulých náhodných složek (reziduí), je nazývána procesem klouzavých průměrů řádu „q“, označovaným jako MA (q).

$$Y_t = \theta_0 + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Všechny MA modely jsou stacionární, ale aby byly invertibilní, musí MA koeficienty dodržovat příslušné podmínky. Časové řady, které jsou lineární funkcí součtu „p“ minulých hodnot a lineární kombinace „q“ minulých reziduí jsou nazývány „autoregresní modely klouzavých průměrů řádu „p, q“, označované jako ARMA (p, q)”.

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

ARMA proces je stacionární, jestliže bude AR komponenta automaticky produkovat stacionární proces AR. ARMA model bude invertibilní, pokud bude invertibilní MA proces. Boxovy – Jenkinsovy modely jsou tedy použitelné pro stacionární řady nebo řady, které byly pomocí diferencování převedeny na stacionární – výše zmíněné AR, MA a ARMA modely.

2.5 Modely nestacionárních časových řad

Tyto modely umožňují modelovat takové časové řady, které mají nekonstantní střední hodnotu nebo nekonstantní rozptyl. K tomu může dojít např. změnou úrovně. Takovéto změny mají potom často náhodný nesystematický charakter. Časové řady vykazující tyto vlastnosti jsou klasickým příkladem, u nichž se objevuje nestacionarita. Některé takovéto řady lze na stacionární převést pomocí diferencování a potom je i tyto řady možné modelovat pomocí Boxovy - Jenkinsovy metodologie. Postup takového modelování spočívá nejdříve v diferencování původní časové řady a teprve potom lze na již stacionární řadu aplikovat vhodný ARMA model. U procesů, které lze převést na stacionární diferencování se mluví o *homogenní nestacionaritě*. Modely takto sestavené se pak nazývají integrované smíšené modely označované jako ARIMA(p,d,q), případně ARI, IMA modely (Cipra, 1986).

Je nutné upozornit na fakt, že diferencování časové řady za účelem dosažení stacionarity ztrácíme jedno pozorování na začátku této řady. Každé další diferencování má stejný efekt a proto d -té diferencování časové řady přinese ztrátu d hodnot této řady (lze tedy potom počítat jen s $n-d$ hodnotami řady). Diferencování s sebou přineslo také odstranění střední hodnoty řady, takže tato řada je již poté centrovaná.

2.5.1 Transformace a metody diferencování časových řad

Vlastní konstrukce modelu ARIMA je obvykle zahájena případným transformováním analyzované časové řady a pak stanovením řádu diferencování d .

Jelikož ARIMA modely patří (stejně jako jejich speciální případy AR, MA nebo ARMA) do skupiny tzv. *lineárních modelů časových řad*, je třeba danou časovou řadu linearizovat, aby jí bylo možno popsat výše uvedenými modely. Proces *linearizace* dosáhne toho, že náhodné šoky generující časovou řadu mají opravdu charakter bílého šumu s konstantním rozptylem často navíc s normálním rozdělením. Mezi nejznámější metody linearizace patří např. Boxova - Coxova transformace (Hossain, 2011) tvaru

$$y_t^{(\lambda)} = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} \quad \text{pro } \lambda \neq 0,$$

$$y_t^{(\lambda)} = \log y_t \quad \text{pro } \lambda = 0,$$

kde $y_t^{(\lambda)}$ označuje transformovanou řadu. Jedná se tedy o nelineární transformaci, která závisí na neznámém parametru λ (protože v této práci budou analyzovány ekonomické časové řady, které nabývají většinou kladných hodnot, má tato transformace smysl – jinak je nutné kladných hodnot dosáhnout posunutím úrovně řady). Přitom neznámá hodnota parametru λ se hledá pomocí dosti komplikované optimalizační procedury založené na principu tzv. maximální věrohodnosti.

Mnohem praktičtější přístup navrhuje mocninnou transformaci tvaru

$$y_t^{(\lambda)} = y_t^\lambda \quad \text{pro } \lambda \neq 0,$$

$$y_t^{(\lambda)} = \log y_t \quad \text{pro } \lambda = 0.$$

Přičemž o hodnotě λ lze zhruba rozhodnout na základě grafického zobrazení: daná řada se rozdělí na krátké úseky (navrhuje se pro ně délka od 4 do 12 pozorování), v každém úseku se zjistí aritmetický průměr odpovídajících pozorování (označený jako m), rozdíl mezi maximální a minimální hodnotou v tomto úseku (označený jako r) a bod (m, r) se zanesse do grafického schématu. Pokud takto zkonstruované body leží přibližně na horizontální přímce, nezávisí lokální variabilita měřená hodnotami r na úrovni řady a řadu není třeba transformovat. Jestliže naproti tomu body leží přibližně na rostoucí přímce, je nutné linearizovat řadu zlogaritmováním. Tento přístup se zvláště osvědčuje právě u řad s náhodně se měnící úrovní modelovaných pomocí modelů ARIMA nebo u řad sezónního charakteru modelovaných pomocí tzv. sezónních modelů. Hodnota λ se sice pomocí této grafické metody určí pouze rámcově, ale pro praktické účely však toto hrubé určení obvykle stačí. Pro ekonomické časové řady je často vhodná logaritmická transformace.

Při diferencování je ve většině případů postačující maximálně řád diferencování $d=2$. K určení optimálního řádu diferencování se používají tyto nejčastější metody:

- Použije se grafický záznam řady. Pokud existují pochybnosti o stacionaritě této řady, zakreslí se dále řada prvních nebo dokonce druhých diferencí a opticky se posoudí stacionarita těchto diferencovaných řad.
- Někdy se však po provedení předchozího bodu stále ještě objevují pochybnosti a je třeba rozhodnout o řádu diferencování na základě objektivnějších metod. Jednou z takových metod je studium odhadnuté autokorelační funkce r_k dané řady a diferencí této řady. Jestliže hodnoty r_k klesají pomalu (přibližně lineárním a ne geometrickým tempem), pak je to příznakem toho, že alespoň jeden kořen autoregresního operátoru je velice blízký jedné a je tedy zapotřebí provést další diferencování.
- V některých případech se dává přednost metodě, při níž se posuzuje velikost odhadnutého rozptylu dané řady a rozptylů jejích diferencí. Za d se pak zvolí ta hodnota, která dává nejmenší odhadnutý rozptyl. Platí totiž, že při postupném diferencování hodnoty odhadnutých rozptylů klesají, dokud není dosažena stacionarita, a pak opět začnou růst. To je také jeden z důvodů, proč není vhodné diferencovat řadu vícekrát, než je nezbytně nutné (jinak nastává tzv. *přediferencování řady*).

Výstavba modelu ARIMA spočívá v tom, že je původní řada y_t vhodně transformována a diferencována na řadu stacionární, pro kterou je poté možné sestroit model ARMA(p,q).

V následující kapitole je podrobněji přiblížen nejpoužívanější model typu ARIMA.

2.5.2 Model ARIMA (0,1,0) - model náhodné procházky

Jedná se o významného reprezentanta procesů nestacionárního charakteru. Tento model bývá s úspěchem využit při modelování časových řad, které vykazují cyklický průběh. Autokorelační funkce resp. její odhady velmi pomalu klesají. Dle Cipry (1986) může být model náhodné procházky charakterizován významnou hodnotou výběrové autokorelační funkce původní řady a nevýznamnými hodnotami (blízkými nule) autokorelační funkce řady diferencované.

Pomocí tohoto modelu lze uvažovaný proces zapsat ve tvaru

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t .$$

Hodnoty tohoto procesu jsou tvořeny kumulováním náhodných veličin tvořící proces bílého šumu (ε_t), kdy střední hodnota tohoto procesu je nezávislá na čase, tudíž lze psát

$$E(y_t) = \mu = y_0 ,$$

Kde y_0 je první známá hodnota uvažované časové řady. Rozptyl tohoto procesu je závislý na čase a neomezeně roste. Podrobněji se modelem náhodné procházky zabýval například Kirikos (2000).

2.6 Výstavba modelů v Boxově-Jenkinsově metodologii

Výstavba vhodného modelu časové řady pomocí Boxovy - Jenkinsovy metodologie probíhá ve třech základních fázích, a to:

1. identifikace modelu
2. odhad parametrů modelu
3. ověřování modelu.

2.6.1 Identifikace modelu

První fáze výstavby modelu spočívá v identifikaci modelu, neboli ve správném stanovení typu modelu (MA, AR nebo ARMA model) a řádu modelu.

Průběh této fáze se poté dá rozložit do několika vhodných kroků:

- Na základě *konstrukce grafu* původní časové řady, pomocí něhož lze především opticky zkontrolovat stacionaritu dané časové řady, dále pak přítomnost sezónnosti, trendu či odlehlých pozorování.
- V případě, že daná časová řada vykazuje nestacionaritu, pak pomocí *výběru vhodné transformace* zajistit její stacionaritu (Fuller, 1976). V případě, že střední hodnota stacionárního procesu je nenulová, je nutné danou řadu centrovat. O nenulovosti této střední hodnoty je možné rozhodnout na základě nějakého vhodného statistického testu.

- Na základě zakreslení průběhu odhadnuté autokorelační a parciální autokorelační funkce pro danou časovou řadu by se měl *vybrat příslušný model*. V praxi stačí zakreslit jen prvních 20 hodnot těchto funkcí. Jde především o zjištění existence případného identifikačního bodu k_0 . Je však třeba mít na paměti, že se pracuje pouze s odhadnutými hodnotami r_k a r_{kk} , takže závěry mohou být někdy dost zkreslené. Doporučuje se proto netrvat na jednoznačné identifikaci určitého modelu, ale přijmout a přezkoušet několik alternativ.

- Po vybrání příslušného modelu se počítají *předběžné odhady hodnot parametrů* modelu.

Tyto odhady bývají někdy upotřebeny v iteračních procedurách, pomocí nichž se hledají odhady výsledné. Navíc lze tyto předběžné odhady upotřebit při kontrole platnosti omezujících podmínek platných pro odhadnuté hodnoty autokorelační funkce (Anderson, 1974). Případné nesplnění daných omezení však nemusí znamenat přímo špatnou identifikaci modelu, ale může být také způsobeno použitím odhadnutých (a tedy ne teoretických) hodnot autokorelační funkce.

2.6.2 Odhad parametrů modelu

Tato druhá fáze výstavby modelu má za cíl získat již konkrétní odhady parametrů zvoleného modelu. Hrubé odhady parametrů získané během předcházející identifikace lze přitom použít jako počáteční hodnoty v iteračních odhadových procedurách. V současné době se používá mnoho různých odhadových procedur a jejich popis je většinou značně komplikovaný. K jejich provedení je zapotřebí v každém případě samočinný počítač. Pro praktickou analýzu časových řad však stačí, aby uživatel věděl, že existuje celá řada již hotových programů a programových souborů, které požadovaný odhad parametrů včetně některých dalších operací provedou.

K odhadům parametrů se pak používá mnoho metod, kdy mezi nejpoužívanější se řadí především metoda *nejmenších nelineárních čtverců*. V praxi se pak používají dvě metody nejmenších nelineárních čtverců - podmíněná a nepodmíněná. Jejich postup uvádí např. Cipra (1986). Mezi další metody pak řadíme metodu momentů či Bayesovskou metodu.

2.6.3 Ověřování modelu

V této třetí a poslední fázi se ověřuje model vybraný a sestrojený v předchozích dvou fázích. Pomocí mnoha diagnostických procedur se tak prověřuje adekvátnost modelu. Jestliže jsou zjištěny závažnější nesrovnalosti mezi danou časovou řadou a zkonstruovaným modelem, je třeba celý třífázový postup Boxovy-Jenkinsovy metodologie zopakovat. V tomto případě by však zároveň měly být v rámci ověřování modelu získány informace, jakým způsobem model opravit. Uvedené metody ověřování modelu posuzují adekvátnost modelu z různých hledisek a s různou účinností. Proto se doporučuje použít vždy více takových metod současně.

Základní verifikační postupy jsou následující:

- *t-testy* pro test hypotézy o nulovosti jednotlivých parametrů
- Portmanteau test ověřující, zda veličiny ε_t mají charakter bílého šumu. Pracuje se zde s tzv. *portmanteau statistikou* (Hosking, 1980)
- příslušné statistické testy *ověřování normality bílého šumu*
- test pomocí kumulativního periodogramu - tento test pracuje s tzv. *kumulativním periodogramem*, což je pojem z oblasti spektrální analýzy časových řad. Vlastní testová

procedura je založena na Kolmogorov-Smirnově testu dobré shody a obvykle se provádí graficky (Cipra, 1986 a Cipra, 1982).

2.7 Sezónní modely

V klasické analýze časových řad je sezónnost považována za deterministickou a zároveň nezávislou na ostatních nesezónních složkách. Tento předpoklad bývá ale u některých časových řad porušen, protože sezónní složka mívá stochastickou povahu a je zkorelována s nesezónními složkami. Sezónnost v Boxově-Jenkinsově metodologii je stejně jako trend modelována stochasticky. I v tomto případě je možné modelovat stacionární, ale také nestacionární časové řady a lze zde tak dále hovořit o modelech sezónních stacionárních časových řad a modelech sezónních nestacionárních (integrovaných) časových řad.

2.7.1 Modely sezónních nestacionárních časových řad

Obecným modelem sezónních nestacionárních časových řad je model označený jako $SARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_L$, kde p je řád procesu AR, P je řád sezónního procesu AR, q je řád procesu MA, Q je řád sezónního procesu MA, d je řád běžné difference, D je řád sezónní difference a L je délka sezóny. Výstavba takového modelu probíhá ve stejných třech fázích jako výstavby modelů ARIMA, kdy je jen třeba doplnit první fázi o identifikaci řádu D sezónního diferencování. Účelem případného diferencování řady je odstranění nestacionarity způsobené přítomností trendu a sezónním chováním. V sezónních modelech se málokdy provádí běžné nebo sezónní diferencování většího řádu než 1, takže je v podstatě nutné rozhodnout mezi případy $d = 0$ nebo $d = 1$ a $D = 0$ nebo $D = 1$. To se většinou podaří na základě studia odhadnuté autokorelační funkce, přičemž se obvykle doporučuje prozkoumat asi $4L$ prvních hodnot této funkce.

Konkrétní postup určování tvaru modelu podrobněji popisuje Cipra (1986). Závěrem je třeba poznamenat, že identifikace tvaru modelu $SARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_L$ je značně komplikovaná a často závisí i na zkušenostech statistika, který tuto analýzu provádí.

Nejpoužívanějším modelem z této skupiny modelů je model $SARIMA(0,1,1) \times (0,1,1)$.

2.7.2 Modely sezónních stacionárních časových řad

Existují různé sezónní stacionární procesy, s nimiž je možné se setkat v praxi. Jedním z obecných modelů je model $SARMA(p,q)(P,Q)$, kde p je řád procesu AR, q je řád procesu

MA, P je řád sezónního procesu AR, Q je řád sezónního procesu MA. Pokud jsou řády p a q nulové, pak se jedná o sezónní stacionární procesy. V případě nenulových hodnot řádů p , P , q a Q se hovoří o procesu se sezónní i nesezónní stacionární částí.

Podle počtu nulových řádů je také možné dospět k modelům typu SAR nebo SMA. Mezi nejjednodušší typy těchto modelů patří sezónní autoregresní proces řádu 1 označovaný jako SAR (1) a sezónní proces klouzavých průměrů řádu 1, který nese označení SMA(1). Podmínky stacionarity a invertibility jsou formulovány stejným způsobem jako v případě procesů AR, MA a ARMA.

2.8 Nové směry v Boxově - Jenkinsově metodologii

Výzkum v oblasti Boxových - Jenkinsových modelů intenzívně pokračuje. Některé výsledky klasické Boxovy - Jenkinsovy metodologie byly překonány nebo doplněny výhodnějšími postupy. V současné době je publikováno jen v časopisecké literatuře ročně mnoho (několik stovek) prací věnovaných problematice časových řad. Z tohoto důvodu nelze podat ani informativní přehled o všech nových směrech a výsledcích v oblasti v oblasti Boxových - Jenkinsových modelů, natož pak pro celou oblast analýzy časových řad.

V následujících kapitolách jsou podrobněji přiblíženy některé nové postupy, které byly navrženy pro jednotlivé fáze výstavby Boxových - Jenkinsových modelů.

2.8.1 Stanovení řádu modelu

Na základě četných aplikací Boxovy - Jenkinsovy metodologie někteří autoři (Newbold a Granger, 1974) poukázali na to, jak je často obtížné vybrat pro danou časovou řadu vhodný model mezi několika alternativami, které se nabízejí pro tuto řadu při identifikaci modelu. Identifikační postup popsáný v kapitole (3.3) nebyl zatím automatizován natolik, aby jej mohl provádět samočinný počítač bez interakce s lidským činitelem. Navíc tento postup vyžaduje značnou dávku zkušeností s výstavbou modelů a je často zatížen některými subjektivními rysy. Není proto divu, že jsou požadovány objektivní identifikační procedury, při nichž by celá tíha rozhodnutí mohla být přenechána počítači, a statistik by případně toto rozhodnutí jen upravil na základě některých svých apriorních znalostí o povaze problému. Byly proto hledány objektivní metody pro stanovení řádu modelu. Metody založené na statistickém testování hypotéz se přitom pro tento účel příliš neosvědčily, protože nejsou vhodné pro začlenění do počítačových programů a navíc

řetězení hypotéz, ke kterému tyto metody nutně vedou, je spojeno s některými problémy statistického charakteru (především s dodržением stanovené hladiny významnosti). Zato se začaly běžně používat jiné metody, při nichž se přímo získá bodový odhad řádu modelu. Příslušné metody byly navrženy nejprve pro určování řádu autoregresních modelů, později došlo k jejich zobecnění na modely ARMA a ARIMA.

Ve všech uvedených metodách je nutné předem zadat horní hranice K a L pro hledaný správný řád p a q modelu ARMA (p, q), tj. $p \leq K$, $q \leq L$. Čísla K a L se obvykle stanoví s přihlédnutím k výkonnosti používaného počítače a jeho softwarovému vybavení. Vždy by však čísla K a L měla být malá ve srovnání s délkou n analyzované časové řady y_1, \dots, y_n . Často se volí $K = L = 2$ nebo $K = L = 10$, v literatuře se však také najdou případy, kdy $K = L = 50$ nebo $K = 90$ a $L = 0$.

Tyto metody souvisejí s hodnotou $\hat{\sigma}_{k,l}^2$ uvažovanou jako funkce argumentů k a l . Hodnota $\hat{\sigma}_{k,l}^2$ představuje odhad rozptylu σ_ε^2 bílého šumu za předpokladu, že uvažovaná řada se řídí modelem ARMA(k, l), $k \leq K, l \leq L$. Přestože odhad $\hat{\sigma}_{k,l}^2$ pro k a l rostoucí od nuly do správných hodnot p a q mívá obvykle sestupnou tendenci, zatímco při překročení hodnot p a q kolísá kolem správné hodnoty σ_ε^2 , neosvědčilo se založit konstrukci odhadů \hat{p} a \hat{q} přímo na $\hat{\sigma}_{k,l}^2$. Při tomto postupu by totiž byly neúměrně preferovány jako odhady řádu modelu velké hodnoty k a l . Mnohem úspěšnější se ukázal přístup odhadu pomocí tzv. *penalizační funkce*, která penalizuje volbu příliš velkého řádu modelu (Cipra, 1986). Řád modelu se tedy určuje na základě kompromisu mezi příliš malými hodnotami a naopak příliš velkými hodnotami k a l .

2.8.2 Přehled nejpoužívanějších odhadových kritérií

- Kritérium AIC

Název tohoto kritéria se většinou interpretuje na základě anglického Akaike's Information Criterion a má tvar

$$AIC(k, l) = \log \hat{\sigma}_{k,l}^2 + \frac{2(k+l)}{n}$$

kde \log je symbol pro přirozený logaritmus. Toto kritérium bylo určeno pro stanovení řádu mnohem obecnějších modelů - lze jej např. aplikovat na regresní modely. Odhad řádu

modelu, získaný na základě tohoto kritéria, se někdy označuje jako MAICE (Minimal AIC Estimator). Vzhledem ke svému jednoduchému tvaru patří toto kritérium k nejpoužívanějším. Při jeho praktických aplikacích a na základě simulací však bylo zjištěno, že toto kritérium ve značném počtu případech vede k přeceňování skutečného řádu modelu. Před kritériem AIC navrhl Akaike ještě tzv. kritérium FPE (Final Prediction Error), které se výslovně týkalo určení řádu autoregresního modelu. Toto kritérium je v podstatě speciálním případem kritéria AIC a způsobilo opravdový převrat v přístupu k identifikaci modelů časových řad.

- Kritérium BIC

Toto kritérium, jehož název vznikl z anglického Bayesian Information Criterion, má tvar

$$BIC(k, l) = \log \hat{\sigma}_{k,l}^2 + (k + l) \frac{\log n}{n} .$$

Kritérium bylo odvozeno právě na základě bayesovského přístupu, kdy se řád modelu považuje za náhodnou veličinu s určitým apriorním rozdělením, a na základě informačního přístupu, který souvisí s hospodárným uložením potřebných informací o daném modelu s odhadovaným řádem v paměti samočinného počítače. Hannan (1980) dokázal, že toto kritérium za jistých obecných předpokladů vede k odhadu, který asymptoticky pro velké n vždy určí správnou hodnotu řádu modelu v tom smyslu, že dokonce pravděpodobnost výskytu konkrétní realizace řady, pro niž by tomu tak nebylo, je nulová.

- Kritérium HQ

Toto kritérium, založené na zákonu iterovaného logaritmu, má tvar

$$HQ(k, l) = \log \hat{\sigma}_{k,l}^2 + c(k + l) \frac{\log(\log n)}{n} .$$

Navrhli ho Hannan a Quinn, podle jejichž iniciál je také označeno, původně pro autoregresní modely. Zobecnění na ARMA procesy provedl Hannan (1980).

- Kritérium CAT

Název tohoto kritéria vznikl z anglického Criterion Autoregressive Transfer function, a bylo navrženo pro stanovení řádu autoregresního modelu.

Zejména kritéria AIC a BIC jsou velmi oblíbená mezi autory odborných publikací napříč celým světem a bývají s úspěchem využívána pro hodnocení kvality ARIMA modelů při modelování a předpovídání v časových řadách nejrůznějších ekonomických ukazatelů. V případě modelování časových řad z oblasti telekomunikací je využili například Madden a Tan (2007).

2.8.3 Inverzní autokorelační funkce

Inverzní autokorelační funkce představuje nový důležitý nástroj pro identifikaci modelu časových řad a pro získání počátečních odhadů parametrů. Ukazuje se na základě již dostatečných praktických zkušeností, že inverzní autokorelační funkce je při identifikaci modelu účinnějším doplňkem běžné autokorelační funkce, než je parciální autokorelační funkce.

Původní definice inverzní autokorelační funkce je založena na pojmech spektrální analýzy časových řad. Některými autory (Hipel et al., 1977) je před tzv. spektrálním odhadem inverzní autokorelační funkce preferován tzv. autoregresní odhad prováděný právě v časové doméně (Cipra, 1986).

2.8.4 Konstrukce věrohodnostní funkce pro odhad parametrů modelu

Největším problémem maximálně věrohodnostního přístupu při odhadu parametrů v ARMA modelech časových řad je konstrukce přesné věrohodnostní funkce $L(\varphi, \theta, \sigma^2_\varepsilon | \mathbb{M}_1, \dots, y_n)$ parametrů $\varphi, \theta, \sigma^2_\varepsilon$, kde y_1, \dots, y_n jsou naměřené hodnoty příslušné časové řady. Hodnota funkce $L(\varphi, \theta, \sigma^2_\varepsilon | \mathbb{M}_1, \dots, y_n)$ se přitom rovná hodnotě $p(y_1, \dots, y_n | \mathbb{M}, \varphi, \theta, \sigma^2_\varepsilon)$ sdružené hustoty pozorování y_1, \dots, y_n při daných hodnotách parametrů a hledaný maximálně věrohodný (Maximum Likelihood - ML) odhad maximalizuje funkci L v rámci přípustného oboru parametrů. Pro konstrukci věrohodnostní funkce se musí vždy pracovat s nějakým konkrétním typem pravděpodobnostního rozdělení. Klasickým předpokladem pro praktickou analýzu časových řad je normalita bílého šumu, která se předpokládá i v této práci, i když v poslední době se začínají zkoumat

i modely časových řad založené např. na exponenciálním rozdělení (tzv. EARMA modely) a na diskretním rozdělení (tzv. DARMA modely).

Postup pro konstrukci přesné věrohodnostní funkce procesu ARMA navrhli Newbold a Granger (1974), který vyšel ze základních myšlenek Boxe a Jenkinse (1976).

Někteří autoři založili konstrukci věrohodnostní funkce na technice tzv. *Kalmanových filtrů* používanou v teorii řízených procesů. Tento netradiční přístup vede k velice elegantním výsledkům.

Maximalizace přesné věrohodnostní funkce spadá do oblasti obecné nelineární optimalizace. Vzhledem k tvaru funkce L se většinou ekvivalentně hledá maximum funkce $\log L$, kde symbol \log označuje přirozený logaritmus. Funkce $\log L$ se nazývá logaritmická věrohodnostní funkce. Jednotlivé používané optimalizační postupy se liší rychlostí konvergence, s jakou výsledky jednotlivých iteračních kroků konvergují k hledanému řešení, nebo řádem derivace funkce $\log L$, které je nutné v algoritmu počítat. Dále se jednotlivé postupy mohou lišit tím, zda metoda poskytuje globální nebo pouze lokální extrém, a dalšími faktory.

Mezi metody nevyžadující výpočet derivací patří aproximování dané funkce polynomy nižších řádů nebo po částech lineárními funkcemi, přímé hledání extrému funkce na mříži hodnot jejích argumentů, simplexová metoda Nelder a Meada (1965) nebo hodně používaná metoda konjugovaných směrů Powella (Cipra, 1986) .

Co se týče optimalizačních metod vyžadujících výpočet derivací, jedná se především o tzv. *gradientní metody*. Princip těchto vesměs iteračních metod spočívá v tom, že v každém kroku se pro nalezení nového "vylepšeného" řešení vyjde ze stávajícího řešení v jistém optimálním směru, jehož konstrukce je založena právě na hodnotách parciálních derivací dané funkce vypočtených ve stávajícím řešení. Příkladem gradientní metody vyžadující výpočet pouze prvních parciálních derivací je Gaussova - Newtonova iterační metoda. Další běžnou metodou je Newtonova - Raphsonova iterační metoda, při níž je nutné počítat také druhé parciální derivace.

2.8.5 Ověřovací testy založené na Lagrangeových multiplikatorech

Pro testy ověřující adekvátnost modelů, uvedené v kapitole 3.3, je příznačné, že nespecifikují alternativní hypotézu, vůči níž je test nulové hypotézy o adekvátnosti určitého modelu prováděn. Testy s "alternativní hypotézou" mají obvykle v matematické statistice

dokonalé teoretické zázemí a také pro praktické výpočty poskytují cennější závěry, neboť v případě zamítnutí nulové hypotézy jasně napovídají, jak modifikovat tvar modelu.

Co se týče testů se zformulovanou alternativní hypotézou pro testování modelů časových řad, osvědčily se především tzv. *testy založené na Lagrangeových multiplikatorech*. Tyto testy pracují s maximálně věrohodnými odhady parametrů a mají tu velkou výhodu, že vystačí s těmito odhady pořízenými pouze za platnosti nulové hypotézy. Není tedy třeba odhadovat model za platnosti alternativní hypotézy, kdy jeho tvar je většinou mnohem složitější, neboť alternativní hypotéza bývá většinou rozšířením nulové hypotézy. Proto jsou testy založené na Lagrangeových multiplikatorech vhodnější než tzv. *Waldovy testy*, které pracují naopak s odhady pořízenými za platnosti alternativní hypotézy, nebo *testy založené na poměru věrohodnosti* (Harvey, 1990), které pracují s odhady pořízenými za platnosti nulové i alternativní hypotézy.

Obecně popisuje testy založené na Lagrangeových multiplikatorech Silvey (1959). Godfrey (1979) jako jeden z prvních aplikuje tyto testy na oblast časových řad (Cipra, 1986).

2.9 Modelování časových řad v systému SAS

Systém SAS byl vyvinut v *SAS Institute inc.* Se sídlem v USA. Tento institut byl založen v roce 1976 a v současné době má zastoupení v mnoha zemích světa, kde více než 35 000 podniků, vládních či nevládních agentur a v neposlední řadě školních zařízení používá jeho produkty.

Systém SAS představuje integrovaný soubor programů, zabývajících se nejrůznějšími ekonomickými oblastmi. Funkčnost celého systému je založena na rozdělení práce s analyzovanými daty do čtyř základních etap: "*data access*" – přístup k datům či jejich vkládání, "*data management*" – práce s daty, "*data analysis*" – analýza dat a "*data presentation*" – prezentace dat. Jednotlivé aplikace v systému SAS pak umožňují prakticky všechny potřebné operace s analyzovanými daty, jako je třeba zápis dat, uchování dat, hledání požadovaných dat či matematicko – statistickou analýzu. Kromě toho systém umožňuje i profesionální psaní zpráv a grafickou prezentaci, předpovědi budoucího vývoje, podporuje obchodní plánování, zabývá se i podporou rozhodování atd.

Systém SAS je rozdělen na moduly, takže si uživatel může pronajmutím vybraných modulů sestavit takový programový komplet pro práci s daty a pro jejich analýzu, který je nejvhodnější pro jejich činnost. V této práci bude využita zejména část softwarového bloku *SAS/ETS*, který kromě analýzy časových řad a následné tvorby předpovědí poskytuje

následující operace: systémové modelování a simulace, sezónní očišťování, finanční analýzu a další.

2.9.1 Předběžná analýza časových řad v systému SAS

Před samotnou výstavbou modelu je vhodné získat nejprve představu o průběhu časové řady původní, klasicky či sezónně diferencované nebo logaritmicky transformované (z tabulky hodnot či lépe z grafu). Dále je pak možné zjistit hodnoty autokorelační a parciální autokorelační funkce atd. Je také vhodné testováním zjistit, zdali je časová řada stacionární, a zdali reziduální složka odpovídá charakteristice bílého šumu.

K výše popsaným postupům slouží v systému SAS procedura *Time Series Viewer*, kterou lze spustit z nabídky *Solutions*→*Analysis*→*Time Series Viewer*.

2.9.2 Time Series Forecasting System

Jedním z nejdůležitějších výstupů statistické analýzy časových řad je tvorba předpovědí. Jednou z možností jak vytvářet v tomto systému předpovědi je využití nabídky *Solutions*→*Analysis*→*Time Series Forecasting System*.

2.9.3 SAS/Assist

Trochu odlišný způsob modelování časových řad v systému SAS poskytuje modul *SAS/Assist*. Tato aplikace umožňuje jednoduché ovládání systému SAS, kdy prakticky nezáleží na zkušenostech uživatele se systémem. Tudiž není nutné, aby uživatel znal programovací jazyk systému.

Tento víceméně "systém v systému" nabízí nejen operace s daty či analýzu dat, ale navíc téměř automaticky vytváří zprávy o výzkumu vhodné pro konečného uživatele či zadavatele. Jedná se o naprogramované prostředí, které v pozadí na základě voleb uživatele generuje příslušné příkazy v jazyce systému SAS. Modul *SAS/Assist* se spustí přes nabídku *Solutions*→*ASSIST*.

V operačním systému Windows je okno *SAS/ASSIST* pokryto jedenácti tlačítky, pomocí nichž se volí oblast požadovaných činností.

Data Management - prostředek pro manipulaci s daty (vkládání nových dat, vyhledávání údajů, import dat z textových souborů a databázových systémů atd.)

Report Writing - umožňuje vytvářet různé varianty sestav, zahrnující výpisy hodnot proměnných, tabulky četností, grafy v textovém režimu a další.

Graphics - v systému SAS lze vytvářet jednak grafy v textovém režimu a jednak kvalitní grafy. K dispozici jsou grafy sloupcové, výsečové, korelační a mapy.

Data Analysis - slouží k analýze dat (elementární, ANOVA, regresní, interaktivní analýza a analýza časových řad).

Planning Tools, EIS, Remote Connect, Results, Setup, Index jsou další nástroje zobrazené v okně SAS/ASSIST.

2.9.4 Modelování časových řad pomocí programovacího jazyka SAS

Systém SAS kromě grafického prostředí, které je uživatelsky méně náročné na ovládání, nabízí i možnost analyzovat, modelovat a vytvářet předpovědi hodnot časové řady pomocí přímých příkazů. Tyto příkazy jsou zadávány do okna *Enhanced Editor*, které je po spuštění systému SAS automaticky zapnuto nebo je ho možno vyvolat pomocí nabídky *View* → *Enhanced Editor*. Výstupy spočtené na základě zadaných příkazů (po kliknutí na tlačítko *Run*) se pak objeví v okně *Output*. K jednotlivým výsledkům je možné se nejrychleji dostat pomocí okna *Results*.

2.9.5 Přehled procedur v systému SAS

I když v této práci nebude využíváno všech procedur, které nabízí systém SAS, je vhodné vypsát a stručně popsat další procedury, které mají nějakým způsobem vztah k analýze časových řad.

Systém SAS obsahuje (SAS® 9.4 Procedures by Name and Product) následující procedury:

- **ARIMA**

Tato procedura obsahuje dvě části: Boxovo–Jenkinsovo ARIMA modelování a Boxovo–Tiao ARIMAX modelování a předpovídání. První částí se bude detailně zabývat tato práce. Druhá část je založena na ARMA modelu, do kterého je zakomponována tzv. transferová funkce. S modelem vytvořeným pomocí ARIMAX modelování lze analyzovat časové řady s extrémními hodnotami a s jinými intervencemi.

- **AUTOREG**

Tato procedura vypočítává regresní analýzu s autokorelovanými nebo heteroskedastickými chybami ARCH a GARCH modelování

- **COMPUTAB**

Tato procedura vytváří tabulkové zprávy výsledků analýzy za použití programovatelné datové tabulky.

- **DATASOURCE**

Procedura DATASOURCE vyjímá časové řady z různých zdrojových souborů tak, aby danou získanou řadu bylo možné analyzovat pomocí systému SAS.

- **EXPAND**

Tato procedura nabízí úpravy frekvence pozorování časových řad a výpočet chybějících údajů.

- **FORECAST**

Procedura FORECAST poskytuje možnost vypočítat v jednom kroku předpovědi časové řady. Na výběr je zde mnoho metod výpočtu a mnoho modelů časových řad, na jejichž základě jsou predikce vypočítány.

LOAN, MODEL, MORTGAGE, PDLREG, SIMLIN, SPECTRA, SYSLIN a X11 jsou další procedury implementované v statistickém balíku SAS.

2.9.6 Zhodnocení systému SAS

SAS je velice rozsáhlý programový systém pro manipulaci s daty, pro jejich analýzu a prezentaci. Jeho hlavní výhoda spočívá v tom, že uživatelské prostředí je až na grafické detaily stejné pro různé operační systémy a že je možné na různých typech počítačů sdílet data aplikace SAS. V tomto směru má zřejmě vedoucí postavení ve srovnání se statistickými systémy.

Způsob ovládání systému SAS for Windows je zcela jiný, než na jaký jsou uživatelé tohoto systému zvyklí. Uživatel - neprogramátor, který je zvyklý používat programové aplikace pro Windows, bude muset přejít na jiný způsob práce.

Systém SAS je určen širšímu okruhu účelů, než je statistická analýza dat, jejíž jádro je soustředěno do jiného z téměř dvaceti modulů. Nelze ho proto dobře porovnávat se statistickými systémy, které mají mnohem užší zaměření.

3 Vlastní práce

3.1 Použitá data a metody

Pro rozsáhlou empirickou analýzu bylo využito časových řad z oblasti mobilních telekomunikací. Telekomunikační trh představuje velmi dynamicky se rozvíjející odvětví, a to nejen v České republice. Podíl provozu v mobilních sítích je v České republice vysoký, zejména pak v oblasti služeb propojení (národní a mezinárodní volání), jimiž se mimo jiné zabývá tato studie.

Data pro analýzu poskytla společnost Vodafone Czech Republic, a.s., která představuje jednoho z 3 významných síťových operátorů působících na českém trhu již od roku 2000.

Bylo analyzováno celkem 206 časových řad s měsíční periodicitou. Zaměření právě na měsíční periodicitu je v souladu se skutečností, že v oblasti telekomunikačních služeb se predikuje především na měsíční bázi. Samozřejmě existují i takové společnosti, které predikují na jiné než měsíční bázi, například týdenní nebo dokonce denní bázi, ale toto není běžné pro společnosti působící na českém trhu. Referenční období sledovaných časových řad se pohybuje od 51 do 75 údajů. Ani v jednom případě nedisponuje časová řada méně než 50 údaji, aby byla splněna podmínka použitelnosti modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie a tzv. ARIMA modely být využity bez omezení.

Práce se zabývá především prozkoumáním využitelnosti modelů časových řad ze široké nabídky různých modelů, kterou systém SAS disponuje. Těžiště práce spočívá v prozkoumání extrapoláčních vlastností modelů analytických, modelů exponenciálního vyrovnávání a modelů Bosovy-Jenkinsovy metodologie (ARIMA modelů) pro předpovídání budoucího vývoje časových řad z oblasti mobilních telekomunikací. Bylo experimentováno s různou délkou předpovědního horizontu. Pro společnost Vodafone Czech Republic, a.s., která poskytla data pro tuto rozsáhlou analýzu, je typické konstruovat předpovědi na 3 období (měsíce) dopředu. Vychází to z potřeb dané společnosti zejména v oblasti rozhodování. Z tohoto důvodu bylo jedním (stěžejním) předpovědním horizontem 3-měsíční období. Pro porovnání kvality extrapoláčních vlastností jednotlivých modelů však byly dále konstruovány předpovědi pro období kratší než 3 měsíce – konkrétně pro 1 nejbližší budoucí období, ale také pro období delší než 3 měsíce, konkrétně pak pro období 5 měsíců dopředu. V rámci jednotlivých předpovědních horizontů, byla poté provedena

komparativní analýza úspěšnosti modelů ze skupiny modelů analytického vyrovnávání, exponenciálního vyrovnávání a modelů vycházejících z Boxovy-Jenkinsovy metodologie.

Modely exponenciálního vyrovnávání a tzv. ARIMA modely časových řad patří mezi nejvyužívanější extrapoláčnické metody. V současné době je při tvorbě předpovědí stále více experimentováno s modely kombinovanými, které agregují jednotlivé předpovědi poskytnuté různými modely individuálními. Předpovědi je možné konstruovat nejen agregací jednotlivých modelů, ale je také možné využít kombinace několika předpovědních metod. S konstrukcí kombinovaných modelů bylo v této práci experimentováno taktéž. Některé studie totiž v oblasti kombinovaných předpovědí naznačují slibné výsledky. Součástí práce je poté samozřejmě komparativní analýza využití modelů individuálních a modelů kombinovaných. Pro účely tvorby kombinovaných předpovědních modelů byly pro každou časovou řadu, po prvotní identifikaci a diagnostice a na základě předem zvolených selekčních kritérií, vybrány 2 nejlepší modely ze široké nabídky modelů analytických, modelů exponenciálního vyrovnávání a ARIMA modelů.

Sledovaných 206 ukazatelů se týká nefinančních dat, jako jsou například objemy provozu v rámci služeb propojení či roamingu, počty zákazníků dle příslušné zákaznické segmentace, zákaznické pohyby, počty prodaného či pronajatého zařízení dle jednotlivých typů, a další. Kompletní seznam všech analyzovaných ukazatelů je uveden v příloze 1.

K efektivnímu zpracování vlastní analýzy časových řad sledovaných ukazatelů bylo využito systému SAS, modulu Time Series Forecasting System (TSFS). Empirická analýza tohoto rozsahu by byla bez využití statistického softwaru téměř nemožná. S využitím režimu automatického výběru modelů, který je součástí modulu TSFS, je možné realizovat i rozsáhlejší analýzy, neboť jeho využití vede ke značnému zrychlení celého procesu hledání optimálního modelu pro analýzu a prognózování časových řad. Samozřejmostí je provedení diagnostických testů před vlastním zpracováním časových řad. Tyto testy se zaměřují na určení stacionarity časové řady (potřeby logaritmické transformace dat), na určení přítomnosti trendu a sezónnosti (Arlt a Arltová, 2009). Následná analýza časových řad se o výsledky provedených diagnostických testů opírá.

Pokud časová řada není identifikována jako stacionární, systém ji SAS provede automaticky stacionarizující transformaci, která spočívá v logaritmování původních údajů v časové řadě. Pak jsou modely, zkonstruované pro časové řady takto upravené, v systému SAS označovány příznakem „LOG“ před jménem modelu.

3.2 Přehled použitých modelů

V rámci této práce bylo pro analýzu využito 8 modelů analytických, 15 modelů exponenciálního vyrovnávání a 17 modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie. Kompletní seznam zkonstruovaných modelů dle terminologie systému SAS je v následujícím přehledu.

- *Modely analytického vyrovnávání*

Linear Trend (Lineární trendová funkce)

Linear Trend with Autoregressive Errors (Lineární trendová funkce s autoregresními chybami)

Linear Trend with Seasonal Terms (Lineární trendová funkce se sezónními členy)

Log Linear Trend (Lineární trendová funkce aplikovaná na transformovaná data)

Log Linear Trend with Autoregressive Errors (Lineární trendová funkce s autoregresními chybami aplikovaná na transformovaná data)

Log Linear Trend with Seasonal Terms (Lineární trendová funkce se sezónními členy aplikovaná na transformovaná data)

Log Mean

Mean

- *Modely exponenciálního vyrovnávání*

Damped Trend Exponential Smoothing (Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem)

Double (Brown) Exponential Smoothing (Dvojité Brownovo exponenciální vyrovnávání)

Linear (Holt) Exponential Smoothing (Holtovo exponenciální vyrovnávání)

Log Damped Trend Exponential Smoothing (Exponenciální vyrovnávání s tlumeným trendem aplikované na transformovaná data)

Log Double (Brown) Exponential Smoothing (Dvojité Brownovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data)

Log Linear (Holt) Exponential Smoothing (Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data)

Log Seasonal Dummy (Model s umělými sezónními členy aplikovaný na transformovaná data)

Log Seasonal Exponential Smoothing (Sezónní exponenciální vyrovnávání aplikované na transformovaná data)

Log Simple Exponential Smoothing (Jednoduché Brownovo exponenciálního vyrovnávání aplikované na transformovaná data)

Log Winters method – additive (Wintersovo exponenciální vyrovnávání – aditivní forma – aplikované na transformovaná data)

Log Winters method – multiplicative (Wintersovo exponenciální vyrovnávání – multiplikativní forma – aplikované na transformovaná data)

Seasonal Exponential Smoothing (Sezónní exponenciální vyrovnávání)

Simple exponential Smoothing (Jednoduché Brownovo exponenciálního vyrovnávání)

Winters method – additive (Wintersovo exponenciální vyrovnávání – aditivní forma)

Winters method – multiplicative (Wintersovo exponenciální vyrovnávání – multiplikativní forma)

- *Modely Boxovy-Jenkinsovy metodologie*

ARIMA modely jsou velmi flexibilní a dokáží se poměrně rychle přizpůsobit změnám v průběhu časové řady. Proto může Boxova-Jenkinsova metodologie představovat východisko zejména pro modelování sezónní časové řady se složitou stochastickou strukturou. V reálném světě existuje mnoho časových řad, kde modely klasické analýzy selhávají. V takových případech mohou být mnohdy s úspěchem použity právě modely Boxovy-Jenkinsovy metodologie (Cipra, 1986).

Tato metodologie pracuje s několika speciálními modely, z nichž tzv. model klouzavých průměrů patří k těm nejjednodušším. Označuje se jako MA model a je vhodný pro časovou řadu, v níž jsou všechna pozorování navzájem nekorelovaná až na bezprostředně sousední dvojice. Může být použit jak při interpolaci tak při extrapolaci časových řad. Model klouzavých průměrů bývá často využíván jako srovnávací báze, se kterou jsou

porovnávají náročnější analytické a prognostické postupy. Vedle MA modelů pracuje Boxova-Jenkinsova metodologie s modely autoregresními, které jsou označovány jako AR modely a jsou založeny na předpokladu, že aktuální hodnota časové řady může být modelována jako lineární kombinace určitého počtu předcházejících pozorování.

Kombinací autoregresních modelů a modelů klouzavých průměrů pak vzniká tzv. smíšený model - označovaný jako ARMA model. Reálné ekonomické časové řady však většinou nesplňují jeden ze základních předpokladů použití těchto ARMA modelů, kterým je stacionarita časové řady (Martin et al., 2013). Nestacionární časové řady musí být před aplikací ARMA modelů nejprve stacionarizovány. Cipra (1986) uvádí jako vhodný prostředek k dosažení stacionarity tvorbu diferencí sousedních hodnot řady. Po aplikaci ARMA modelu na takto upravenou časovou řadu je model označován jako ARIMA model – model integrovaný.

V praxi je Boxův-Jenkinsův model ještě mnohem složitější. Obsahuje rovněž sezónní složku a trend a je pak znám pod jménem model SARIMA (v případě nestacionárních časových řad, případně SARMA (v případě stacionárních časových řad). Po odhadu jeho parametrů lze i tento model použít k předpovědím.

Příznakem „NOINT“ za jménem modelu se označují modely, které ve svém zápisu neobsahují absolutní člen, symbolem „s“ je pak označena délka příslušného sezónního cyklu. V případě měsíčních časových řad je „s“ rovno 12, v případě čtvrtletních časových řad je pak „s“ rovno 4).

Airline Model

ARIMA (0,1,1) (1,0,0)_s NOINT

ARIMA (0,1,1)_s NOINT

ARIMA (0,1,2) (0,1,1)_s NOINT

ARIMA (0,2,2) (0,1,1)_s NOINT

ARIMA (2,0,0) (1,0,0)_s

ARIMA (2,1,0) (0,1,1)_s NOINT

ARIMA (2,1,2) (0,1,1)_s NOINT

Log Airline Model

Log ARIMA (0,1,1) (1,0,0)s NOINT

Log ARIMA (0,1,2) (0,1,1)s NOINT

Log ARIMA (0,2,2) (0,1,1)s NOINT

Log ARIMA (2,0,0) (1,0,0)s

Log ARIMA (2,1,0) (0,1,1)s NOINT

Log ARIMA (2,1,2) (0,1,1)s NOINT

Log Random Walk with Drift (Model náhodné procházky s posunem aplikovaný na transformovaná data)

Random Walk with Drift (Model náhodné procházky s posunem)

3.3 Struktura provedených analýz a výsledků

Při analýze bylo experimentováno jak s konstrukcí kombinovaných předpovědních modelů, tak s různou délkou předpovědního horizontu. Pro zajištění srozumitelnosti provedených analýz a výsledků, je možné práci rozdělit do několika částí.

V první části byly uvažovány pouze modely individuální. Byly vybrány vždy 2 nejvhodnější modely, přičemž této analýze podléhaly jen modely umístěné na prvním místě, tedy skutečně ty nejlepší. Tyto byly následně rozřazeny do příslušných skupin. Následně byla vyhodnocena úspěšnost jednotlivých skupin modelů na základě hodnoty metriky *MAPE*, přičemž primární úlohu zde sehrála relativní četnost modelů v jednotlivých skupinách. Samozřejmou součástí je také výčet nejúspěšnějších modelů individuálních.

V mnoha výzkumech je pro identifikaci nejlepšího modelu využíváno grafů autokorelačních (ACF) a parciálních autokorelačních funkcí (PACF) (Mirzavand a Ghazavi, 2015). Grafy ACF a PACF jsou jednou z možností hodnocení kvality modelů časových řad, nikoliv však jedinou. Právě naopak. Zmíněnou grafickou analýzu je vždy vhodné doplnit dalšími prostředky.

Pro hodnocení kvality konstruovaných modelů bylo v této práci využito charakteristiky *MAPE*, která je v současné době využívána velice často a její obliba stále stoupá. Jedním z důvodů je jistě fakt, že hodnoty *MAPE* jsou vyjadřovány v %. Při modelování a

předpovídání časových řad z oblasti telekomunikací ji využili pro hodnocení kvality modelů Mastorocostas a Hilar (2012), nebo Gardner (2006).

Ve druhé části pak byly původní dva nejlepší modely zkonstruované pro každou analyzovanou časovou řadu agregovány a na základě jejich agregace byl vytvořen model kombinovaný. Ke kombinování bylo využito jak prostého aritmetického průměru, tak váženého aritmetického průměru s různými vahami. Poté byla provedena komparativní analýza modelů individuálních a modelů kombinovaných. Součástí této analýzy je také porovnání obou metod kombinování. Byla tedy posouzena úspěšnost metody využívající prostého aritmetického průměru a metody využívající váženého aritmetického průměru.

Poslední (třetí) část vlastní analýzy se zabývá konkrétními hodnotami poskytnutých bodových předpovědí, které byly pomocí metod analýzy časových řad a systému SAS zkonstruovány. Předpovědi byly konstruovány s využitím testovací části příslušné časové řady. Pro stanovení délky období, o které bylo zkráceno období referenční a počítány tzv. pseudoprognozy, bylo využito systému SAS a jeho automatického návrhu. Systém SAS doporučuje při předpovídání na 3 období dopředu zkrátit časovou řadu o 4 poslední období, při předpovídání na 5 období dopředu pak o 6 posledních období a při předpovídání na 1 nejbližší období doporučuje časovou řadu nezkracovat.

K hodnocení přesnosti předpovědí byla využita relativní chyba prognózy rp a průměrná relativní chyby prognózy. Relativní chyba prognózy byla nejprve vypočtena pro každý jednotlivý měsíc odhadu a následně byla, pro celkové zhodnocení kvality předpovědi, vypočtena průměrná relativní chyba pro celé období.

3.4 Vyhodnocení diagnostických testů provedených u sledovaných časových řad

Z celkového počtu 206 sledovaných ukazatelů byla po provedených diagnostických testech jednoznačně doporučena logaritmická transformace dat pouze v 27 případech. Sezónní složka byla jednoznačně identifikována u 102 časových řad a přítomnost trendu byla diagnostikována u převážné většiny analyzovaných časových řad, konkrétně u 171 ukazatelů. Výsledky jednotlivých sofistikovaných diagnostických testů ukazují následující tabulky 1 až 3.

Tabulka 1: Výsledky diagnostických testů-potřeba logaritmické transformace dat (nestacionarita)

potřeba logaritmické transformace	počet ukazatelů
možná	98
ne	81
ano	27
celkem	206

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 2: Výsledky diagnostických testů - přítomnost trendu

diagnostika trendu	počet ukazatelů
možná	1
ne	34
ano	171
celkem	206

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 3: Výsledky diagnostických testů - přítomnost sezónní složky

diagnostika sezónnosti	počet ukazatelů
možná	1
ne	103
ano	102
celkem	206

Zdroj: vlastní zpracování

3.5 Konstrukce individuálních modelů

3.5.1 Uplatněné modely bez rozlišení jednotlivých předpovědních horizontů

Na základě kritéria *MAPE*, a po provedení diagnostiky, byly pro sledované ukazatele z oblasti mobilních telekomunikací zkonstruovány předpovědní modely, které jsou přehledně prezentovány v Tabulce 4.

Tabulka 4: Přehled nejlepších modelů - všechny 3 PH

Model	absolutní zastoupení	% zastoupení
Log Winters method -- additive	73	11,81%
Damped Trend Exponential Smoothing	52	8,41%
Random Walk with Drift	51	8,25%
Linear (Holt) Exponential Smoothing	47	7,61%
Log Damped Trend Exponential Smoothing	46	7,44%
Double (Brown) Exponential Smoothing	35	5,66%
Winters method -- additive	32	5,18%
Log Seasonal Exponential Smoothing	18	2,91%
Log Simple Exponential Smoothing	18	2,91%
Simple exponential Smoothing	17	2,75%
Log Winters method -- multiplicative	16	2,59%
Seasonal Exponential Smoothing	14	2,27%
ARIMA (0,1,2) (0,1,1)s NOINT	12	1,94%
ARIMA (2,0,0) (1,0,0)s	12	1,94%
Linear Trend with Autoregressive Errors	12	1,94%
Log ARIMA (0,1,1) (1,0,0)s NOINT	12	1,94%
Winters method -- multiplicative	12	1,94%
ARIMA (2,1,0) (0,1,1)s NOINT	11	1,78%
Log Double (Brown) Exponential Smoothing	10	1,62%
Log Linear (Holt) Exponential Smoothing	9	1,46%
Log ARIMA (0,2,2) (0,1,1)s NOINT	8	1,29%
Mean	8	1,29%
ARIMA (0,1,1) (1,0,0)s NOINT	7	1,13%
Linear Trend	7	1,13%
Log Airline Model	7	1,13%
Log Linear Trend with Seasonal Terms	7	1,13%
Log Seasonal Dummy	7	1,13%
Log ARIMA (0,1,2) (0,1,1)s NOINT	6	0,97%
Log ARIMA (2,0,0) (1,0,0)s	6	0,97%
Log Linear Trend with Autoregressive Errors	6	0,97%
Log Random Walk with Drift	6	0,97%
ARIMA (2,1,2) (0,1,1)s NOINT	5	0,81%
Log Linear Trend with Autoregressive Errors	5	0,81%
Airline Model	4	0,65%
Linear Trend with Seasonal Terms	4	0,65%
Log ARIMA (2,1,0) (0,1,1)s NOINT	4	0,65%
ARIMA (0,2,2) (0,1,1)s NOINT	3	0,49%
ARIMA (0,1,1)s NOINT	2	0,32%
Linear Trend with Autoregressive Errors	2	0,32%
Log ARIMA (2,1,2) (0,1,1)s NOINT	2	0,32%
Log Mean	2	0,32%
Log Linear Trend	1	0,16%
Celkem	618	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Modely jsou v tabulce řazeny dle absolutních a relativních četností. Nejpočetněji zastoupený je Wintersův model v jeho aditivní variantě, který byl aplikován na data upravená logaritmickou transformací. Tento model byl vybrán jako nejlepší při konstrukci předpovědních modelů při předpovídání budoucího vývoje vybraných ukazatelů na jedno, tři i pět období dopředu, tedy bez ohledu na předpovědní horizont. Druhým a třetím

nejvhodnějším modelem je model exponenciálního vyrovnávání s tlumeným trendem a model náhodné procházky s posunem.

Mezi deseti nejlepšími modely se dále uplatnil model Holtova exponenciálního vyrovnávání, model exponenciálního vyrovnávání s tlumeným trendem aplikovaný na transformovaná data, dvojitě Brownovo exponenciální vyrovnávání, model sezónního exponenciálního vyrovnávání a model jednoduchého Bownova exponenciálního vyrovnávání bez i s aplikací na transformovaná data.

Již tyto výsledky nasvědčují tomu, že modely exponenciálního vyrovnávání budou pro předpovídání ukazatelů ve sledované oblasti pravděpodobně nejvhodnější.

V následujících kapitolách je provedena tatáž analýza pro každý testovaný předpovědní horizont zvlášť.

3.5.2 Uplatněné modely se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 1

Pokud by byla uvažována různá délka předpovědních horizontů analýza prokázala, že pro předpovídání časových řad z oblasti mobilních telekomunikací na jedno nejbližší období je nejvhodnější již zmíněný Wintersův model exponenciálního vyrovnávání v aditivní formě aplikovaný na transformovaná data. Byl vybrán jako nejlepší v téměř 23 % případů. Druhým nejvhodnějším modelem s relativní četností 16% je opět model exponenciálního vyrovnávání s tlumeným trendem. Následuje ho model Wintersova vyrovnávání v jeho aditivní formě.

Tabulka 5: Přehled nejlepších modelů - PH 1

Model	absolutní zastoupení	% zastoupení
Log Winters method -- additive	47	22,82%
Damped Trend Exponential Smoothing	33	16,02%
Winters method -- additive	19	9,22%
Linear (Holt) Exponential Smoothing	18	8,74%
Log Damped Trend Exponential Smoothing	17	8,25%
Log Seasonal Exponential Smoothing	13	6,31%
Random Walk with Drift	11	5,34%
Simple exponential Smoothing	8	3,88%
Log Simple Exponential Smoothing	6	2,91%
ARIMA (2,1,0) (0,1,1)s NOINT	4	1,94%
Double (Brown) Exponential Smoothing	4	1,94%
Log Linear (Holt) Exponential Smoothing	4	1,94%
Log Winters method -- multiplicative	4	1,94%
Seasonal Exponential Smoothing	4	1,94%
Linear Trend with Autoregressive Errors	3	1,46%
ARIMA (2,0,0) (1,0,0)s	2	0,97%
ARIMA (2,1,2) (0,1,1)s NOINT	2	0,97%
Linear Trend with Seasonal Terms	2	0,97%
ARIMA (0,1,2) (0,1,1)s NOINT	1	0,49%
Log ARIMA (2,1,0) (0,1,1)s NOINT	1	0,49%
Log Double (Brown) Exponential Smoothing	1	0,49%
Log Mean	1	0,49%
Log Seasonal Dummy	1	0,49%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.5.3 Uplatněné modely se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 3

Při předpovídání sledovaných ukazatelů na 3 období dopředu byl jako nevhodnější, dle hodnoty vybrané metriky *MAPE*, vybrán Holtův model exponenciálního vyrovnávání, a to v necelých 9 % případech. S relativní četností lehce převyšující hodnotu 8% ho následuje model ze skupiny modelů zastupujících Boxovu-Jenkinsovu metodologii a to je model náhodné procházky s posunem. Třetím nejvhodnějším modelem s relativní četností zhruba 7% je model exponenciálního vyrovnávání s tlumeným lineárním trendem aplikovaný na transformovaná data.

Tabulka 6: Přehled nejlepších modelů - PH 3

Model	absolutní zastoupení	% zastoupení
Linear (Holt) Exponential Smoothing	18	8,74%
Random Walk with Drift	17	8,25%
Log Damped Trend Exponential Smoothing	15	7,28%
Double (Brown) Exponential Smoothing	13	6,31%
Log Winters method -- additive	13	6,31%
Winters method -- additive	10	4,85%
Damped Trend Exponential Smoothing	9	4,37%
Log ARIMA (0,1,1) (1,0,0)s NOINT	6	2,91%
Log Simple Exponential Smoothing	6	2,91%
Seasonal Exponential Smoothing	6	2,91%
Winters method -- multiplicative	6	2,91%
ARIMA (0,1,1) (1,0,0)s NOINT	5	2,43%
ARIMA (0,1,2) (0,1,1)s NOINT	5	2,43%
Log Double (Brown) Exponential Smoothing	5	2,43%
Log Random Walk with Drift	5	2,43%
Log Winters method -- multiplicative	5	2,43%
Simple exponential Smoothing	5	2,43%
ARIMA (2,0,0) (1,0,0)s	4	1,94%
Linear Trend with Autoregressive Errors	4	1,94%
Log ARIMA (0,1,2) (0,1,1)s NOINT	4	1,94%
Log ARIMA (0,2,2) (0,1,1)s NOINT	4	1,94%
Log ARIMA (2,0,0) (1,0,0)s	4	1,94%
Log Linear Trend with Seasonal Terms	4	1,94%
ARIMA (2,1,0) (0,1,1)s NOINT	3	1,46%
Linear Trend	3	1,46%
Log Airline Model	3	1,46%
Log Seasonal Dummy	3	1,46%
Mean	3	1,46%
Airline Model	2	0,97%
ARIMA (2,1,2) (0,1,1)s NOINT	2	0,97%
Log Linear (Holt) Exponential Smoothing	2	0,97%
Log Linear Trend with Autoregressive Errors	2	0,97%
Log Seasonal Exponential Smoothing	2	0,97%
ARIMA (0,1,1)s NOINT	1	0,49%
ARIMA (0,2,2) (0,1,1)s NOINT	1	0,49%
Linear Trend with Autoregressive Errors	1	0,49%
Linear Trend with Seasonal Terms	1	0,49%
Log ARIMA (2,1,0) (0,1,1)s NOINT	1	0,49%
Log Linear Trend	1	0,49%
Log Linear Trend with Autoregressive Errors	1	0,49%
Log Mean	1	0,49%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.5.4 Uplatněné modely se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 5

Pokud by byla předmětem analýzy konstrukce modelů časových řad pro předpovědní horizont 5, pak by se jako nevhodnější model ze široké nabídky modelů ukázal model náhodné procházky s posunem, který byl zkonstruován jako nejlepší ve 23 případech, což

představuje přibližně 11%. Druhý a třetí nejvhodnější model představuje model dvojitého Brownova exponenciální vyrovnávání a model exponenciálního vyrovnávání s tlumeným lineárním trendem aplikovaný na transformovaná data.

Tabulka 7: Přehled nejlepších modelů - PH 5

Model	absolutní zastoupení	% zastoupení
Random Walk with Drift	23	11,17%
Double (Brown) Exponential Smoothing	18	8,74%
Log Damped Trend Exponential Smoothing	14	6,80%
Log Winters method -- additive	13	6,31%
Linear (Holt) Exponential Smoothing	11	5,34%
Damped Trend Exponential Smoothing	10	4,85%
Log Winters method -- multiplicative	7	3,40%
ARIMA (0,1,2) (0,1,1)s NOINT	6	2,91%
ARIMA (2,0,0) (1,0,0)s	6	2,91%
Log ARIMA (0,1,1) (1,0,0)s NOINT	6	2,91%
Log Simple Exponential Smoothing	6	2,91%
Winters method -- multiplicative	6	2,91%
Linear Trend with Autoregressive Errors	5	2,43%
Log Linear Trend with Autoregressive Errors	5	2,43%
Mean	5	2,43%
ARIMA (2,1,0) (0,1,1)s NOINT	4	1,94%
Linear Trend	4	1,94%
Log Airline Model	4	1,94%
Log ARIMA (0,2,2) (0,1,1)s NOINT	4	1,94%
Log Double (Brown) Exponential Smoothing	4	1,94%
Seasonal Exponential Smoothing	4	1,94%
Simple exponential Smoothing	4	1,94%
Log Linear (Holt) Exponential Smoothing	3	1,46%
Log Linear Trend with Autoregressive Errors	3	1,46%
Log Linear Trend with Seasonal Terms	3	1,46%
Log Seasonal Dummy	3	1,46%
Log Seasonal Exponential Smoothing	3	1,46%
Winters method -- additive	3	1,46%
Airline Model	2	0,97%
ARIMA (0,1,1) (1,0,0)s NOINT	2	0,97%
ARIMA (0,2,2) (0,1,1)s NOINT	2	0,97%
Log ARIMA (0,1,2) (0,1,1)s NOINT	2	0,97%
Log ARIMA (2,0,0) (1,0,0)s	2	0,97%
Log ARIMA (2,1,0) (0,1,1)s NOINT	2	0,97%
Log ARIMA (2,1,2) (0,1,1)s NOINT	2	0,97%
ARIMA (0,1,1)s NOINT	1	0,49%
ARIMA (2,1,2) (0,1,1)s NOINT	1	0,49%
Linear Trend with Autoregressive Errors	1	0,49%
Linear Trend with Seasonal Terms	1	0,49%
Log Random Walk with Drift	1	0,49%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Z tabulky 6 a 7 je patrné, že při analýze zabývající se předpovídáním na více než 1 období dopředu – zde konkrétně 3 a 5 – se již uplatnila daleko širší škála modelů než v případě předpovědního horizontu 1. Četnost většiny modelů je však velmi nízká.

3.5.5 Shrnutí

Z provedené analýzy lze usuzovat, že při předpovídání spotřeby služeb v oblasti mobilních telekomunikací budou pravděpodobně poskytovat nejlepší výsledky modely ze skupiny exponenciálního vyrovnávání, zejména pak Wintersův model exponenciálního vyrovnávání. Wintersův model exponenciálního vyrovnávání je model, který je vhodný pro analýzu časových řad obsahujících sezónní složku. Analyzované ukazatele obsahují prokazatelně sezónní složku v téměř 50% případů, což koresponduje se zjištěnými výsledky ohledně uplatnitelnosti tohoto modelu.

Pro přehlednost a lepší orientaci byla analýza provedena na úrovni skupin modelů – klasické analytické modely, modely exponenciálního vyrovnávání a modely vycházející z Boxovy-Jenkinsovy metodologie.

3.6 Komparativní analýza využitelnosti modelů analytických, modelů exponenciálního vyrovnávání a modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie

Všechny uplatněné modely byly roztrženy do skupin dle příslušnosti a následně byla provedena komparativní analýza, a to jednotlivě se zohledněním různých předpovědních horizontů, ale také celkově – bez ohledu na zvolený předpovědní horizont.

3.6.1 Porovnání využitelnosti jednotlivých skupin modelů se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 1

Tabulka 8 přehledně prezentuje výsledky srovnávací analýzy využitelnosti modelů pro předpovídání vybraných ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací na jedno nejbližší období.

Tabulka 8: Komparativní analýza využitelnosti jednotlivých skupin modelů - PH 1

typ modelu	absolutní zastoupení	%zastoupení
analytický model	5	2,43%
ARIMA model	22	10,68%
ES model	179	86,89%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Skupiny modelů jsou řazeny dle uplatnitelnosti jednotlivých modelů respektive jednotlivých skupin modelů. Z výsledků v tabulce 8 je vidět zcela jednoznačně vedoucí postavení skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání. Byly vybrány jako nejlepší na základě zvoleného kritéria *MAPE* v 179 případech, což představuje necelých 87 %. Zbýlých 13 % je rozděleno mezi ARIMA modely a modely analytické, přičemž modely analytické se ukázaly - s relativní četností 2,43 % - jako nejméně vhodné.

3.6.2 Porovnání využitelnosti jednotlivých skupin modelů se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 3

Při předpovídání na 3 období dopředu se taktéž nejčastěji uplatňovaly modely exponenciálního vyrovnávání. Byly hodnoceny metrikou *MAPE* jako nejlepší v necelých 58 % případů. Modely vycházející z Boxovy-Jenkinsovy metodologie se ukázaly jako méně vhodné v porovnání s modely exponenciálního vyrovnávání, přesto byly úspěšně aplikovány na 70 vybraných ukazatelů. Nejnižší četnost byla opět zaznamenána u modelů analytických. Výsledky ukazuje tabulka 9.

Tabulka 9: Komparativní analýza využitelnosti jednotlivých skupin modelů - PH 3

typ modelu	absolutní zastoupení	%zastoupení
analytický model	17	8,25%
ARIMA model	70	33,98%
ES model	119	57,77%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.6.3 Porovnání využitelnosti jednotlivých skupin modelů se zohledněním předpovědního horizontu – předpovědní horizont 5

Pokud by byl předpovědní horizont ještě delší – 5 období – celkově by bylo zhodnocení modelů stejné. Avšak již z tabulek 8, 9 a nyní i 10 je zřejmé, že při prodlužování předpovědního horizontu podíl nejvýznamnější skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání postupně klesá a podíl ARIMA modelů naopak roste. Tato skutečnost vychází ze základního předpokladu použití těchto modelů, který se týká charakteru řady reziduí. Rozptyl reziduí roste s rostoucím předpovědním horizontem a chyby předpovědí pak dosahují vyšších hodnot. Výsledky jsou přehledně prezentovány v tabulce 10.

Tabulka 10: Komparativní analýza využitelnosti jednotlivých skupin modelů - PH 5

typ modelu	absolutní zastoupení	%zastoupení
analytický model	22	10,68%
ARIMA model	75	36,41%
ES model	109	52,91%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Modely exponenciálního vyrovnávání jsou i v tomto případě nejúspěšnější, nicméně již byly vybrány jako nejlepší pouze v případě 109 ukazatelů z celkových 206. Podíl modelů ze skupiny ARIMA modelů pomalu nabývá na významnosti. Modely analytické na základě získaných výsledků představují pouze jakýsi doplněk k ostatním dvěma skupinám.

3.6.4 Porovnání využitelnosti jednotlivých skupin modelů bez ohledu na předpovědní horizont

Komplexnější odpověď na otázku týkající se úspěšnosti modelů jednotlivých skupin při předpovídání časových řad z oblasti mobilních komunikací nám poskytuje tabulka 11, která prezentuje výsledky srovnávací analýzy napříč všemi vybranými předpovědními horizonty.

Tabulka 11: Komparativní analýza využitelnosti jednotlivých skupin modelů - všechny 3 PH

typ modelu	absolutní zastoupení	%zastoupení
analytický model	44	7,12%
ARIMA model	167	27,02%
ES model	407	65,86%
Celkem	618	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Z tabulky 11 je zřejmé, že modely ze skupiny exponenciálního vyrovnávání jsou na základě hodnotícího kritéria *MAPE* nejvhodnější pro prognózování vybraných ukazatelů z oblasti mobilních komunikací. Celkově byly vybrány jako nejlepší z necelých 66 % případů z celkového počtu 618. Následují je ARIMA modely, které byly vybrány jako nejlepší v 27 % případů z celkového počtu 608. Zbývajících 7 % pokrývají modely analytické.

3.6.5 Shrnutí

Na základě výsledků této komplexnější analýzy již lze s jistotou říci, že modely ze skupiny exponenciálního vyrovnávání nachází při předpovídání vybraných ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací nejširší uplatnění. Je však nutné brát v úvahu, že byl analyzován předpovědní horizont v maximální délce 5 budoucích období.

3.7 Hodnocení zkonstruovaných modelů

Ukazatel *MAPE* představuje jedno z nejvyužívanějších hodnotících kritérií pro posuzování kvality modelu. Obliba použití metriky *MAPE* spočívá zejména v jejím procentuálním vyjádření. Jedná se o bezrozměrnou charakteristiku, s jejíž pomocí je možné porovnávat mezi sebou modely zkonstruované pro různé ukazatele.

3.7.1 Dosažené hodnoty *MAPE* v jednotlivých skupinách modelů bez ohledu na jednotlivé předpovědní horizonty

Dosažené hodnoty kritéria *MAPE* poskytuje tabulka 12. Hodnoty byly pro přehlednost rozděleny do intervalů. Byly zkonstruovány následující intervaly:

$MAPE < 5 \%$
 $5\% \leq MAPE < 10\%$
 $10\% \leq MAPE < 15\%$
 $15\% \leq MAPE < 50\%$
 $MAPE > 50\%$.

Hodnota *MAPE* (respektive její výše) se pohybuje v závislosti na dané situaci. Není pro ni stanovena žádná obecně přijatá mezní hranice. V praxi je možné se setkat se situací, kdy je požadována hodnota 15%, jindy zase hodnota 5%, nicméně za vhodně použitý model lze považovat ten s hodnotou *MAPE* do 10%.

Tabulka 12: Dosažené hodnoty *MAPE* dle jednotlivých skupin modelů

skupiny modelů	hodnota MAPE	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
analytické modely	$MAPE < 5 \%$	31	5,02%
	$5\% \leq MAPE < 10\%$	9	1,46%
	$10\% \leq MAPE < 15\%$	2	0,32%
	$15\% \leq MAPE < 50\%$	1	0,16%
	$MAPE > 50\%$.	1	0,16%
analytické modely	Celkem	44	7,12%
ARIMA modely	$MAPE < 5 \%$	106	17,15%
	$5\% \leq MAPE < 10\%$	26	4,21%
	$10\% \leq MAPE < 15\%$	16	2,59%
	$15\% \leq MAPE < 50\%$	10	1,62%
	$MAPE > 50\%$.	9	1,46%
ARIMA modely	Celkem	167	27,02%
ES modely	$MAPE < 5 \%$	258	41,75%
	$5\% \leq MAPE < 10\%$	69	11,17%
	$10\% \leq MAPE < 15\%$	41	6,63%
	$15\% \leq MAPE < 50\%$	27	4,37%
	$MAPE > 50\%$.	12	1,94%
ES modely	Celkem	407	65,86%
Celkem		618	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

V tabulce 12 jsou prezentovány absolutní počty předpovědních modelů (a také jejich % zastoupení), které byly na základě charakteristiky *MAPE* vybrány jako nejlepší. Tabulka 12 navíc zohledňuje členění modelů z pohledu příslušnosti k jednotlivým zkoumaným skupinám. Z dosažených výsledků je vidět, že v obou skupinách modelů bylo ve většině případů dosaženo hodnot *MAPE* nižších než 10%, což vypovídá o vysoké kvalitě daných modelů pro analýzu sledovaných časových řad.

Nejčastěji se hodnoty metriky *MAPE* pohybovaly v intervalu 5% až 10%, nebo dosáhly hodnot nižších než 5%. Dosažené výsledky ukazují, že ve skupině analytických modelů

bylo zkonstruováno 31 předpovědních modelů s hodnotou *MAPE* nižší než 5%. Je nutné připomenout, že klasické analytické modely se v celé analýze (analýze zohledňující všechny 3 předpovědní horizonty dohromady) ukázaly jako nejvhodnější ve 44 případech sledovaných ukazatelů. Tedy jejich převážná většina dosáhla hodnoty *MAPE* nižší než 5%. Ve skupině ARIMA modelů se pohybovaly hodnoty *MAPE* do 5% v případě 106 ukazatelů ze 167 celkem. Ve skupině modelů exponenciálního vyrovnávání pak bylo dosaženo u vybraných modelů hodnoty *MAPE* nižší než 5 % v 258 případech, což činí zhruba 63 % z příslušné skupiny a necelých 42% celkově.

3.7.2 Dosažené hodnoty *MAPE* všech modelů individuálních bez ohledu na příslušnost ke skupině a předpovědní horizont

Při hodnocení jednotlivých modelů bez ohledu na příslušnost k jednotlivým skupinám modelů bylo možné zkonstruovat 395 modelů s hodnotou *MAPE* pod 5 %, což představuje téměř 64 % modelů z celé analýzy nerozlišující předpovědní horizont (celkem bylo zkonstruováno 618 modelů). Hodnot *MAPE* v intervalu 5% až 10% pak dosáhlo 104 modelů, což odpovídá necelým 17 % z celkového počtu 618. Detailní výsledky obsahující absolutní i relativní úspěšnost jednotlivých zkonstruovaných modelů - konstruovaných pro účely předpovídání bez rozlišení 3 různých předpovědních horizontů - dle hodnoty metriky *MAPE* prezentuje tabulka 13. Přibližně 5,5 % hodnot *MAPE* přesáhlo hodnotu 50%, což nesevřídčí zrovna o jejich vhodnosti pro předpovídání budoucího vývoje sledovaných ukazatelů.

Ekonomické časové řady, časové řady z oblasti mobilních telekomunikací nevyjímaje, vykazují často značně složitou strukturu. V takových případech může předpovídání budoucího vývoje představovat poměrně komplikovanou záležitost a metoda analýzy časových řad nemusí vždy představovat nejlepší řešení.

Tabulka 13: Dosažené hodnoty *MAPE* - individuální modely vybrané jako nejlepší – celkem

hodnota <i>MAPE</i>	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
<i>MAPE</i> < 5 %	395	63,92%
5% <= <i>MAPE</i> < 10%	104	16,83%
10% <= <i>MAPE</i> < 15%	59	9,55%
15% <= <i>MAPE</i> < 50%	38	6,15%
<i>MAPE</i> > 50%.	22	3,56%
Celkem	618	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.7.3 Dosažené hodnoty MAPE všech modelů individuálních bez ohledu na příslušnost ke skupině - předpovědní horizont 1

Při konstrukci předpovědních modelů pro účely prognózy na jedno nejbližší období dosáhlo hodnot *MAPE* menších než 5% přibližně 57% modelů, ve 29 případech se hodnota *MAPE* pohybovala v intervalu mezi 5% a 10%, v 28 případech pak v intervalu mezi 10% až 15%. Celkem tedy při předpovídání na jedno nejbližší období bylo dosaženo hodnoty *MAPE* menší než 15% v 85 % případů, z celkového počtu 206 analyzovaných ukazatelů. Jednotlivé počty modelů, absolutní i relativní, s konkrétní hodnotou *MAPE* jsou vidět v tabulce 14.

Tabulka 14: Dosažené hodnoty *MAPE* - individuální modely vybrané jako nejlepší - PH 1

hodnota MAPE	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
MAPE < 5 %	118	57,28%
5% <= MAPE < 10%	29	14,08%
10% <= MAPE < 15%	28	13,59%
15% <= MAPE < 50%	20	9,71%
MAPE > 50%.	11	5,34%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.7.4 Dosažené hodnoty MAPE všech modelů individuálních bez ohledu na příslušnost ke skupině - předpovědní horizont 3

Tabulka 15 prezentuje počty modelů, absolutně i relativně, s konkrétními dosaženými hodnotami *MAPE*, které byly konstruovány pro účely prognózování na 3 období dopředu. Z výsledků je patrné, že při delším předpovědním horizontu dosahují vybrané modely nejnižší hodnoty *MAPE* do 5% v případě 141 ukazatelů, což představuje přibližně 68,5% z celkového počtu 206 analyzovaných ukazatelů. V porovnání s nejlepšími modely konstruovanými pro předpovědní horizont 1 je to přibližně o 11% více. Taktéž hodnoty *MAPE* pohybující se v intervalu mezi 5% a 10% zaznamenaly vyšší četnost. Konkrétně došlo k navýšení z 29 modelů na 37 modelů, což v relativním vyjádření odpovídá nárůstu na necelých 18%. V intervalu 10% až 15 % se hodnoty *MAPE* pohybují ve zhruba 7%, což představuje ve srovnání s předchozí analýzou (předpovídání na 1 období dopředu) přibližně polovinu. Modelů, které byly zatíženy hodnotou kritéria *MAPE* menší než 15% bylo možné zkonstruovat při tomto předpovědním horizontu celkem 203, což je považováno za velmi kvalitní výsledek.

Tabulka 15: Dosažené hodnoty *MAPE* - individuální modely vybrané jako nejlepší - PH 3

hodnota <i>MAPE</i>	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
<i>MAPE</i> < 5 %	141	68,45%
5% <= <i>MAPE</i> < 10%	37	17,96%
10% <= <i>MAPE</i> < 15%	15	7,28%
15% <= <i>MAPE</i> < 50%	9	4,37%
<i>MAPE</i> > 50%.	4	1,94%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.7.5 Dosažené hodnoty *MAPE* všech modelů individuálních bez ohledu na příslušnost ke skupině - předpovědní horizont 5

Z tabulky 16 je patrné, že modely konstruované pro předpovědní horizont 5 dosahují požadované hodnoty *MAPE* v maximální výši 15 % v přibližně 92% případů. 136 modelů dosáhlo hodnoty *MAPE* nižší než 5% a 38 modelů potom hodnot z intervalu 5% až 10%. Počet modelů s hodnotou *MAPE* v intervalu 10% až 15% je 16, což odpovídá necelým 8%.

Tabulka 16: Dosažené hodnoty *MAPE* - individuální modely vybrané jako nejlepší - PH 5

hodnota <i>MAPE</i>	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
<i>MAPE</i> < 5 %	136	66,02%
5% <= <i>MAPE</i> < 10%	38	18,45%
10% <= <i>MAPE</i> < 15%	16	7,77%
15% <= <i>MAPE</i> < 50%	9	4,37%
<i>MAPE</i> > 50%.	7	3,40%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.7.6 Shrnutí

Na základě výsledků analýz provedených v kapitole 3.7 lze říci, že při předpovídání budoucího vývoje sledovaných ukazatelů s délkou předpovědního horizontu 1, 3 nebo 5 lze zkonstruovat modely s hodnotou kritéria *MAPE* menší než 5% v přibližně 64% případů. Hodnoty *MAPE* jednoznačně naznačují vysokou kvalitu použitých modelů. Provedená analýza dále ukazuje, že nejvyšší četnosti nejnižší hodnoty *MAPE* do 5% dosáhly modely, které byly konstruovány pro předpovědní horizont 3. Modely konstruované pro potřeby předpovídání budoucího vývoje daných ukazatelů pro 5 období dopředu taktéž dosahují –

dle zvoleného kritéria – lepších výsledků, nepředčí však svou kvalitou modely konstruované pro 3-měsíční předpovědní horizont.

3.8 Modely kombinované a jejich využití při předpovídání vybraných ukazatelů

U většiny vybraných individuálních modelů bylo dosaženo výsledků, které se z hlediska *MAPE* odlišovaly pouze málo. Proto bylo v rámci analýzy experimentováno také s tvorbou agregovaných modelů. Agregované předpovědi jsou v současnosti stále více populární.

Jako velmi přínosné tyto techniky hodnotí například Christodoulos et al. (2011), který se ve svých analýzách zaměřil na modely exponenciálního vyrovnávání a jejich kombinaci pro účely předpovídání širokopásmového datového připojení v zemích OECD.

System SAS umožňuje kombinovat modely s využitím prostého nebo také váženého aritmetického průměru. V práci bylo pro každou řadu experimentováno s agregací využívající obě tyto formy a takto zkonstruované modely byly následně posouzeny - opět kritériem *MAPE* – a provedena srovnávací analýza uvedených dvou metod kombinací. Kombinované modely byly konstruovány vždy z původně 2 různých vybraných nejlepších modelů individuálních. Modely kombinované určitým způsobem agregují jednotlivé předpovědi poskytnuté různými modely individuálními a nejlepších výsledků dosahují při kombinaci modelů, které se příliš neliší hodnotou kritéria vybraného pro posuzování kvality modelu, zde hodnotou *MAPE*.

3.8.1 Dosažené hodnoty *MAPE* modelů kombinovaných bez ohledu na předpovědní horizont

Pro jednotlivé časové řady byly získány kombinované předpovědi s využitím prostého aritmetického průměru s hodnotami *MAPE*, které jsou uvedeny v tabulce 17, s využitím váženého aritmetického průměru pak v tabulce 18.

Tabulka 17: Dosažené hodnoty *MAPE* modelů kombinovaných - využití prostého aritmetického průměru

hodnota <i>MAPE</i>	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
<i>MAPE</i> < 5 %	383	61,97%
5% <= <i>MAPE</i> < 10%	108	17,48%
10% <= <i>MAPE</i> < 15%	65	10,52%
15% <= <i>MAPE</i> < 50%	39	6,31%
<i>MAPE</i> > 50%.	23	3,72%
Celkem	618	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 18: Dosažené hodnoty *MAPE* modelů kombinovaných - využití váženého aritmetického průměru

hodnota <i>MAPE</i>	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
<i>MAPE</i> < 5 %	379	61,33%
5% <= <i>MAPE</i> < 10%	104	16,83%
10% <= <i>MAPE</i> < 15%	57	9,22%
15% <= <i>MAPE</i> < 50%	45	7,28%
<i>MAPE</i> > 50%.	28	4,53%
ke kombinaci nedošlo	5	0,81%
Celkem	618	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Z tabulek 17 a 18 je vidět, že modely kombinované nejsou, na základě metriky *MAPE*, nikterak významně lepší ani horší pro předpovídání sledovaných ukazatelů. Počty zkonstruovaných modelů jsou téměř shodné ve všech třech případech, tedy dle hodnoty ukazatele *MAPE* jsou kombinované modely zhruba stejně kvalitní jako modely individuální, do kombinací vstupující. Ani metoda kombinování zde nehraje významnou roli. Tabulka 13 z předcházející kapitoly spolu s tabulkami 17 a 18 prezentují výsledky analýzy, kde není rozlišován předpovědní horizont.

Opět následují analýzy zohledňující různé délky předpovědních horizontů. Uvažovány jsou obě možné formy výpočtů – tedy prostý i vážený aritmetický průměr, přičemž analýza počítá vždy s jednou metodou kombinování. Ve výsledku je vždy uvažován jen ten kvalitnější kombinovaný model (na základě hodnoty *MAPE*) ze dvou možných.

3.8.2 Modely kombinované a jejich využití při předpovídání vybraných ukazatelů se zohledněním jednotlivých předpovědních horizontů

Při analýzách realizovaných s uvážením jednotlivých předpovědních horizontů bylo dosaženo naprosto identických výsledků. Jinak řečeno individuální modely, které byly vybrány na základě hodnoty metriky *MAPE* jako nejlepší pro předpovídání na 1, 3 a 5 období dopředu, jsou stejně kvalitní jako modely, které vznikly jejich agregací – tedy modely kombinované. Výsledky prezentované v tabulkách 19, 20 a 21 to jasně dokazují.

Tabulka 19: Dosažené hodnoty *MAPE* modelů kombinovaných - PH 1

hodnota MAPE	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
MAPE < 5 %	118	57,28%
5% <= MAPE < 10%	29	14,08%
10% <= MAPE < 15%	28	13,59%
15% <= MAPE < 50%	20	9,71%
MAPE > 50%	11	5,34%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 20: Dosažené hodnoty *MAPE* modelů kombinovaných - PH 3

hodnota MAPE	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
MAPE < 5 %	141	68,45%
5% <= MAPE < 10%	37	17,96%
10% <= MAPE < 15%	15	7,28%
15% <= MAPE < 50%	9	4,37%
MAPE > 50%	4	1,94%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 21: Dosažené hodnoty *MAPE* modelů kombinovaných - PH 5

hodnota MAPE	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
MAPE < 5 %	136	66,02%
5% <= MAPE < 10%	38	18,45%
10% <= MAPE < 15%	16	7,77%
15% <= MAPE < 50%	9	4,37%
MAPE > 50%	7	3,40%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.8.3 Přehled modelů vstupujících do kombinací bez ohledu na předpovědní horizont

Kombinované modely jsou konstruovány na základě agregace modelů individuálních. Tabulka 22 neposkytuje detailní výčet úplně všech individuálních modelů, které se podílely na tvorbě kombinovaných modelů – tento kompletní přehled je v podstatě prezentován tabulkou 4 v kapitole 3.5.1. Tato kapitola přináší přehled možných kombinací jednotlivých sledovaných skupin modelů (analytické modely, modely exponenciálního vyrovnávání,

ARIMA modely), zejména pak absolutní i relativní četnost těchto možných kombinací při konstrukci agregovaných předpovědních modelů.

Tabulka 22: Přehled skupin modelů vstupujících do kombinace - všechny 3 PH

kombinace z modelů	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
pouze ES modely	295	47,73%
ES a ARIMA model	168	27,18%
pouze ARIMA modely	82	13,27%
ES a analytický model	37	5,99%
ARIMA a analytický model	26	4,21%
pouze analytické modely	10	1,62%
Celkem	618	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Z výsledků uvedených v tabulce 22 je zřejmé, že největší podíl na tvorbě agregovaných předpovědí má skupina modelů exponenciálního vyrovnávání. Tyto výsledky jsou naprosto v souladu s výsledky kapitoly 3.6, kde bylo potvrzeno, že modely exponenciálního vyrovnávání se při předpovídání ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací uplatňují nejčastěji. 295 kombinovaných modelů bylo vytvořeno kombinací různých modelů jen a pouze ze skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání – tedy do kombinace vstupovaly vždy dva různé modely ze stejné skupiny. Počet 295 modelů představuje téměř 48 % všech zkonstruovaných modelů kombinovaných. Agregací modelů ze skupiny exponenciálního vyrovnávání spolu s modely ze skupiny ARIMA modelů vzniklo 168 kombinovaných modelů, což představuje přibližně 27 %. Kombinací modelů jen a pouze ze skupiny modelů vycházející z Boxovy-Jenkinsovy metodologie bylo vytvořeno přibližně 13 %. Klasické analytické modely se na tvorbě kombinovaných modelů podílely pouze nevýznamně. Kombinací dvou analytických modelů byl kombinovaných model vytvořen v 1,6% případech. Vstupovaly ovšem do agregace ještě spolu s modely ostatními, jak ze skupiny ES, tak ze skupiny ARIMA modelů. Celkem bylo takto zkonstruovaných modelů kombinovaných 63 z celkového počtu 618.

3.8.4 Přehled modelů vstupujících do kombinací – předpovědní horizont 1

Pokud by analýza uvažovala jednotlivé předpovědní horizonty, pak v případě předpovědního horizontu 1 se taktéž při kombinacích uplatňují zejména modely ze skupiny exponenciálního vyrovnávání. Kombinováním jen a pouze modelů exponenciálního

vyrovnávání bylo vytvořeno 141 modelů, což představuje přibližně 68,5% z celkového počtu 206 modelů. V kombinaci s modely ARIMA se pak podílí na konstrukci modelů kombinovaných ve zhruba 19,5% případů. ARIMA modely bez kombinace s modelem z nějaké jiné skupiny se podílí na tvorbě kombinovaných předpovědí pouze v 9 případech. Kombinací pouze modelů analytických v tomto případě nebyl zkonstruován jediný model.

Tabulka 23: Přehled skupin modelů vstupujících do kombinace - PH 1

kombinace z modelů	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
pouze ES modely	141	68,45%
ES a ARIMA model	40	19,42%
ES a analytický model	14	6,80%
pouze ARIMA modely	9	4,37%
ARIMA a nalytický model	2	0,97%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.8.5 Přehled modelů vstupujících do kombinací – předpovědní horizont 3

Tabulka 24 ukazuje, že pokud je cílem analýzy konstrukce předpovědních modelů na 3 období dopředu, pak největší podíl na tvorbě kombinovaných modelů představují opět modely ze skupiny exponenciálního vyrovnávání. Konkrétně bylo na základě jejich kombinace zkonstruováno 79 modelů kombinovaných, což odpovídá přibližně 38% z celkového počtu 206. Kombinací modelů ze skupiny exponenciálního vyrovnávání a modelů ze skupiny ARIMA modelů bylo vytvořeno 28% modelů. Kombinací vždy pouze ARIMA modelů vzniklo přibližně 17% modelů. Analytické modely se na kombinacích opět podílejí pouze nevýznamně.

Tabulka 24: Přehled skupin modelů vstupujících do kombinace - PH 3

kombinace z modelů	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
pouze ES modely	79	38,35%
ES a ARIMA model	58	28,16%
pouze ARIMA modely	36	17,48%
ES a analytický model	15	7,28%
ARIMA a nalytický model	13	6,31%
pouze analytické modely	5	2,43%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.8.6 Přehled modelů vstupujících do kombinací – předpovědní horizont 5

Výsledky analýzy týkající se 5-ti měsíčního předpovědního horizontu jsou vidět v Tabulce 25. Je zřejmé, že pokud je cílem analýzy konstrukce předpovědních modelů na 5 období dopředu, pak sice největší podíl na tvorbě kombinovaných modelů představují opět modely ze skupiny exponenciálního vyrovnávání, ale tento podíl se s prodlužováním předpovědního horizontu postupně snižuje.

Konkrétně bylo na základě kombinace modelů pouze ze skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání zkonstruováno 75 modelů kombinovaných, což odpovídá přibližně 36% z celkového počtu 206. Kombinací modelů ze skupiny exponenciálního vyrovnávání a modelů ze skupiny ARIMA modelů bylo vytvořeno necelých 34% modelů. Kombinací vždy pouze ARIMA modelů vzniklo přibližně 18% modelů. Analytické modely se na kombinacích opět podílejí pouze nevýznamně.

Tabulka 25: Přehled skupin modelů vstupujících do kombinace - PH 5

kombinace z modelů	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
pouze ES modely	75	36,41%
ES a ARIMA model	70	33,98%
pouze ARIMA modely	37	17,96%
ARIMA a analytický model	11	5,34%
ES a analytický model	8	3,88%
pouze analytické modely	5	2,43%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.8.7 Komparativní analýza modelů individuálních a modelů kombinovaných

Tabulka 26 prezentuje absolutně, ale také procentuálně vyjádřenou úspěšnost modelů individuálních a kombinovaných v rámci celé analýzy, tedy bez rozlišení předpovědního horizontu.

Tabulka 26: Komparativní analýza modelů kombinovaných a individuálních - všechny 3 PH

model s nižší hodnotou MAPE	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
individuální model	347	56,15%
kombinovaný model	266	43,04%
proces kombinování neproběhl	5	0,81%
Celkem	618	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Z výsledků je zřejmé, že modely kombinované pro sledované ukazatele nejsou, na základě kritéria *MAPE*, využitelné pro danou analýzu častěji než modely individuální. Avšak jistě je možné konstrukci kombinovaných modelů pro předpovídání ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací doporučit, neboť v nezanedbatelných 43 % případech předčily svou kvalitou vybrané modely individuální.

Hodnocení úspěšnosti modelů kombinovaných vůči modelům individuálním se zohledněním jednotlivých předpovědních horizontů je vidět v tabulce 27, 28 a 29. Z výsledků je patrné, že s prodlužováním předpovědního horizontu úspěšnost kombinovaných modelů postupně klesá. Největšího uplatnění dosáhly modely kombinované při konstrukci předpovědních modelů pro účely prognózování na jedno nejbližší období dopředu. Konkrétně zde modely kombinované předčily modely individuální ze 47 % případů. Při konstrukci předpovědních modelů na 3 období dopředu úspěšnost modelů kombinovaných klesla o necelých 5 % a dosáhla tak úspěšnosti zhruba 42 %. Při konstrukci modelů pro účely prognózování na 5 období dopředu již úspěšnost modelů kombinovaných dosáhla pouze necelých 39 %. Kombinované modely tak, na základě metriky *MAPE*, předčily modely individuální v 82 případech ukazatelů z celkového počtu 206.

Tabulka 27: Komparativní analýza modelů kombinovaných a individuálních - PH 1

model s nižší hodnotou MAPE	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
individuální model	108	52,43%
kombinovaný model	97	47,09%
proces kombinování neproběhl	1	0,49%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 28: Komparativní analýza modelů kombinovaných a individuálních - PH 3

model s nižší hodnotou MAPE	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
individuální model	117	56,80%
kombinovaný model	87	42,23%
proces kombinování neproběhl	2	0,97%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 29: Komparativní analýza modelů kombinovaných a individuálních - PH 5

model s nižší hodnotou MAPE	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
individuální model	122	59,22%
kombinovaný model	82	39,81%
proces kombinování neproběhl	2	0,97%
Celkem	206	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.8.8 Použitá metoda kombinování modelů a její zhodnocení

V rámci analýzy kombinovaných modelů a jejich využití pro předpovídání v časových řadách v oblasti mobilních komunikací by neměla být opomenuta komparace metod tvorby těchto modelů. Pomocí systému SAS je možné konstruovat kombinované modely buď pomocí prostého aritmetického průměru, nebo pomocí váženého aritmetického průměru s využitím tzv. regresních vah, které dokáží určitým způsobem penalizovat modely zatížené většími chybami. Pro analyzované ukazatele tak byly konstruovány modely kombinované dvakrát, jednou s využitím prostého aritmetického průměru a podruhé s využitím vážené formy aritmetického průměru. A to ve všech 3 testovaných předpovědních horizontech. Z výsledků tabulky 30 je patrné, že kombinované modely konstruované na základě prostého aritmetického průměru jsou vhodnější pro předpovídání sledovaných ukazatelů v 62 % případů. Z celkového počtu 618 bylo u 384 u takto zkonstruovaných modelů dosaženo nižší hodnoty metriky *MAPE*.

Tabulka 30: Metody kombinování a jejich aplikace

metoda kombinace	absolutní počet modelů	% zastoupení modelů
kombinování pomocí prosté formy aritmetického průměru	384	62,14%
kombinování pomocí vážené formy aritmetického průměru	229	37,06%
proces kombinování neproběhl	5	0,81%
Celkem	618	100,00%

Zdroj: vlastní zpracování

3.8.9 Shrnutí

S ohledem na zvyšující se atraktivitu tvorby kombinovaných předpovědí či využívání kombinací nejrůznějších předpovědních metod, bylo i v této práci experimentováno s tvorbou kombinovaných předpovědních modelů, jež vznikly kombinací nejlepších

modelů individuálních a ve svém výsledku poskytují agregované informace, které jsou obsaženy v modelech individuálních.

Při celkovém porovnání modely kombinované však modely individuální nepředčily, avšak rozhodně na základě těchto výsledků není možné učinit závěr, že je bezvýznamné se touto problematikou zabývat. Hodnoty kritéria *MAPE* zaznamenaly nižších hodnot než modely individuální v přibližně 43% případů, což není zanedbatelné. Nejvyššího uplatnění nachází modely kombinované v případě konstrukce předpovědních modelů na 1 nejbližší budoucí období. S rostoucí délkou předpovědního horizontu se postupně častěji a častěji uplatňují modely individuální. Pokud se zaměříme na konkrétní dosažené hodnoty *MAPE*, pak jsou modely kombinované zcela srovnatelné s modely individuálními.

V souladu s hlavním cílem této práce, kterým je posouzení využitelnosti jednotlivých skupin modelů (skupiny analytických modelů, skupiny exponenciálních modelů a skupiny modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie) byla provedena detailnější analýza, jejímž cílem bylo získat informaci o tom, jaké skupiny modelů se nejčastěji podílí na tvorbě kombinovaných modelů. Výsledky studie ukazují, že ať už jsou konstruovány kombinované modely pro předpovědní horizont 1, 3 nebo 5, vždy se na jejich tvorbě nejvýznamněji podílí různé modely ze skupiny exponenciálního vyrovnávání. Je však třeba poznamenat, že při prodlužování předpovědního horizontu se do popředí pomalu dostávají také modely Boxovy-Jenkinsovy metodologie, zejména pak ale také v kombinaci s modely exponenciálního vyrovnávání.

3.9 Hodnocení zkonstruovaných předpovědí

Tato kapitola se již zabývá konkrétními hodnotami předpovědí respektive jejich hodnocením. Konec referenčního období v případě všech 206 ukazatelů představuje červen 2018. Skutečné hodnoty sledovaných ukazatelů byly v době přípravy disertační práce známy pouze do září 2018 včetně. Hodnocení předpovědí konstruovaných na 5 období dopředu je proto z této kapitoly vyjmuta. Na základě těchto skutečností byly pro všechny sledované ukazatele vypočítány předpovědi zvlášť pro předpovědní horizonty 1 a 3 období dopředu.

Byly tak konstruovány bodové předpovědi pro jedno nejbližší budoucí období – tedy období července, dále pak pro období červenec až září.

Při předpovídání na 3 období dopředu bylo též využito pseudoprognóz a doporučení systému SAS týkající se jejich délky. Modul TSFS systému SAS totiž mimo jiné automaticky navrhuje/doporučuje počet období, pro která budou pseudoprognózy konstruovány. Délky těchto období se liší v závislosti na předpovědním horizontu. Při předpovídání na jedno nejbližší budoucí období SAS využití pseudoprognóz nenavrhuje. Vzhledem k faktu, že modely kombinované po porovnání nepředčily svou kvalitou modely individuální, omezila se tato kapitola pouze na modely individuální a předpovědi byly konstruovány s využitím vždy toho nejlepšího individuálního modelu. K hodnocení předpovědi bylo využito relativních chyb předpovědi a průměrné relativní chyby předpovědi. Hodnoty relativních chyb předpovědi prezentují tabulky 31 a 32.

Tabulka 31 ukazuje hodnoty relativních chyb předpovědi konstruované pro jedno nejbližší období dopředu, tedy měsíc červenec 2018 a to s přihlédnutím k doporučení systému SAS, tedy bez konstrukce pseudoprognózy. Dále tabulka prezentuje kumulativní absolutní i relativní četnosti. Pro přehlednost byly opět hodnoty relativních chyb roztrženy do intervalů.

Tabulka 31: Dosažené hodnoty relativních chyb předpovědi - PH 1 (SAS)

relativní chyba předpovědi	počet modelů	počet modelů - kumulativně	zastoupení modelů v % - kumulativně
menší než 1%	59	59	28.64%
v intervalu 1% až 3%	33	92	44.66%
v intervalu 3% až 5%	24	116	56.31%
v intervalu 5% až 10%	30	146	70.87%
v intervalu 10% až 15%	23	169	82.04%
v intervalu 15% až 20%	16	185	89.81%
vyšší než 20%	21	206	100.00%
Celkem	206	x	x

Zdroj: vlastní zpracování

Výsledky v tabulce 31 ukazují, že předpovědi konstruované pro jedno nejbližší budoucí období s využitím nejlepších individuálních modelů, jejichž přehled prezentuje tabulka 5, byly většinou zatíženy poměrně malými chybami. V případě 59 ukazatelů byly jejich předpovědi zatíženy relativní chybou předpovědi menší než 1%. 92 zkonstruovaných prognóz dosáhlo hodnoty relativní chyby předpovědi menší než 3% a 116 pak dosáhlo hodnoty nižší než 5%. V případě 146 ukazatelů z celkového počtu 206, což odpovídá necelým 73% analyzovaných ukazatelů, nepřesáhly hodnoty relativní chyby předpovědi

10%. Konkrétní hodnoty relativních chyb předpovědí, spolu s hodnotami skutečnými a hodnotami předpovědí, jsou uvedeny v příloze č. 2.

Tabulka 32 prezentuje dosažené hodnoty relativních chyb předpovědí při předpovídání na 3 období dopředu, a to pro všechna 3 prognózovaná období zvlášť. Navíc také absolutní i relativní četnosti. Předpovědi byly konstruovány s využitím nejlepších individuálních modelů, jejichž přehled prezentuje tabulka 6.

Tabulka 32: Dosažené hodnoty relativních chyb předpovědí - PH 3 (SAS)

červenec 2018	relativní chyba předpovědi	počet modelů	počet modelů - kumulativně	zastoupení modelů v % - kumulativně
	menší než 1%	64	64	31.07%
	v intervalu 1% až 3%	40	104	50.49%
	v intervalu 3% až 5%	15	119	57.77%
	v intervalu 5% až 10%	40	159	77.18%
	v intervalu 10% až 15%	13	172	83.50%
	v intervalu 15% až 20%	15	187	90.78%
	vyšší než 20%	19	206	100.00%
Celkem	206	x	x	
srpen 2018	relativní chyba předpovědi	počet modelů	počet modelů - kumulativně	zastoupení modelů v % - kumulativně
	menší než 1%	65	65	31.55%
	v intervalu 1% až 3%	33	98	47.57%
	v intervalu 3% až 5%	32	130	63.11%
	v intervalu 5% až 10%	26	156	75.73%
	v intervalu 10% až 15%	13	169	82.04%
	v intervalu 15% až 20%	7	176	85.44%
	vyšší než 20%	30	206	100.00%
Celkem	206	x	x	
září 2018	relativní chyba předpovědi	počet modelů	počet modelů - kumulativně	zastoupení modelů v % - kumulativně
	menší než 1%	55	55	26.70%
	v intervalu 1% až 3%	25	80	38.83%
	v intervalu 3% až 5%	23	103	50.00%
	v intervalu 5% až 10%	48	151	73.30%
	v intervalu 10% až 15%	11	162	78.64%
	v intervalu 15% až 20%	16	178	86.41%
	vyšší než 20%	28	206	100.00%
Celkem	206	x	x	

Zdroj: vlastní zpracování

Z dosažených výsledků je zřejmé, že i v případě konstrukce předpovědí na 3 období dopředu bylo dosaženo poměrně nízkých hodnot relativních chyb předpovědí. Konkrétně bylo dosaženo hodnot těchto chyb nižších než 1% v případě 64 prognózovaných ukazatelů

u zkonstruovaných předpovědí pro období července 2018, u předpovědí konstruovaných pro období srpna 2018 bylo dosaženo hodnot relativních chyb předpovědí nižších než 1% v 65 případech a u předpovědí konstruovaných pro období září 2018 pak relativní chyby předpovědí nepřesáhly 1% v případě 55 ukazatelů.

V případě více než 70% ukazatelů - ve všech 3 sledovaných obdobích – nepřesahují hodnoty relativních chyb předpovědí hranici 10%.

Konkrétní hodnoty relativních chyb předpovědí, spolu s hodnotami skutečnými a hodnotami předpovědí, jsou uvedeny v příloze č. 3.

Pro toto tříměsíční předpovědní období byly zjištěny také průměrné relativní chyby předpovědí, které jsou přehledně prezentovány v tabulce 33. Výsledky uvedené v tabulce 33 jen potvrzují detailnější analýzu popsanou v předcházejícím odstavci. Za všechny 3 předpovědní horizonty byla zjištěna hodnota průměrné relativní chyby předpovědi nižší než 1% v případě 52 sledovaných ukazatelů. 150 předpovědí (což odpovídá necelým 73% z celkového počtu 206 ukazatelů), konstruovaných pro vybrané ukazatele z oblasti mobilních komunikací, bylo zatíženo průměrnou relativní chybou předpovědi v hodnotě maximálně 10%. Pro 25 ukazatelů pak byly zkonstruovány předpovědi zatížené relativní chybou vyšší než 20%.

Konkrétní hodnoty předpovědí (spolu s hodnotami skutečnými a dosaženými hodnotami relativních chyb předpovědí) jsou uvedené v příloze č. 4.

Tabulka 33: Dosažené hodnoty průměrných relativních chyb předpovědí (SAS)

průměrná relativní chyba předpovědi	počet modelů	počet modelů - kumulativně	zastoupení modelů v % - kumulativně
menší než 1%	52	52	25.24%
v intervalu 1% až 3%	30	82	39.81%
v intervalu 3% až 5%	31	113	54.85%
v intervalu 5% až 10%	37	150	72.82%
v intervalu 10% až 15%	13	163	79.13%
v intervalu 15% až 20%	18	181	87.86%
vyšší než 20%	25	206	100.00%
Grand Total	206	x	x

Zdroj: vlastní zpracování

3.9.1 Shrnutí

Výsledky provedené analýzy prokazují, že předpovědi zkonstruované s využitím metod analýzy časových řad dosahují poměrně vysoké kvality. V případě kratšího předpovědního horizontu – jedno budoucí období – jsou předpovědi zatíženy relativními chybami s hodnotou menší než 5% ve 116 případech, což odpovídá zhruba 56% z celkového počtu 206 ukazatelů. Hodnotu chyby 10% nepřesáhlo celkem téměř 71%. U 21 ukazatelů přesáhla hodnota relativní chyby hodnotu 20%.

V případě delšího předpovědního horizontu – 3 období dopředu – bylo dosaženo velmi podobných výsledků. K hodnocení předpovědi všechny 3 měsíce dohromady bylo využito průměrné relativní chyby předpovědi. Hodnoty průměrných relativních chyb předpovědi nepřesáhly 5% ve 113 případech, což činí necelých 55%. Hodnotu průměrné chyby 10% nepřesáhlo celkem téměř 73%. U 25 ukazatelů pak přesáhla hodnota průměrné relativní chyby hodnotu 20%. V rámci analýzy tříměsíčního předpovědního horizontu je také možné podívat se na každé předpovídané období zvlášť. Pak by neměl být přehlédnut fakt, že při předpovídání na 3 měsíce dopředu se předpovědi zkonstruované pro nejbližší předpovědní období jeví jako lepší dle hodnot relativních chyb, než předpovědi zkonstruované pro stejné období v rámci jednoměsíčního předpovědního horizontu. Rozdíly však nejsou nikterak významné. Hodnoty relativních chyb předpovědi nepřesáhly 1% v 31% případů (v případě předpovídání pouze na toto nejbližší období dosáhlo hodnot relativních chyb předpovědi nižších než 1% necelých 28% případů) a hodnota nižší než 5% pak byla zaznamenána u necelých 58% případů (v případě předpovídání pouze na toto nejbližší období dosáhlo hodnot relativních chyb předpovědi nižších než 5% přibližně 56% případů).

3.10 Předpovědi poskytnuté modelováním v systému SAS a předpovědi poskytnuté společností Vodafone Czech Republic, a.s. - předpovědní horizont 3

Hlavním cílem této práce je prověření nejrůznějších modelů časových řad pro předpovídání ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací a na základě získaných výsledků učinit závěr, týkající se využití/doporučení metod analýzy časových řad pro předpovídání v této oblasti. K naplnění cíle je tedy zapotřebí porovnat předpovědi konstruované nějakou telekomunikační společností, v tomto případě konkrétně společností Vodafone Czech Republic, a.s. a předpovědi poskytnuté systémem SAS s využitím metod analýzy časových řad.

Předpovědi jsou ve společnosti Vodafone Czech Republic, a.s. taktéž konstruované s využitím metod extrapolace, avšak bez využití jakéhokoliv statistického softwaru a v něm implementovaných modelů časových řad. Období, pro něž jsou konstruované předpovědi, se v různých oblastech zkoumání pochopitelně liší. V mobilních telekomunikačních společnostech, společnost Vodafone Czech Republic, a.s. nevyjímaje, je nejčastěji vyžadována konstrukce předpovědi na 3 období dopředu.

Pro účely této analýzy poskytla společnost Vodafone Czech Republic, a.s., kromě aktuálních hodnot, také hodnoty předpovědi pro období července, srpna a září 2018. Konkrétní hodnoty předpovědi (spolu s hodnotami skutečnými a dosaženými hodnotami relativních chyb předpovědi) jsou uvedené v příloze č. 5. Tyto předpovědi byly taktéž hodnoceny relativní chybou a průměrnou relativní chybou předpovědi. Hodnoty relativních chyb předpovědi pro období července, srpna a září zvláště byly pro přehlednost opět rozděleny do intervalů a jsou prezentovány v tabulce 34.

Tabulka 34: Dosažené hodnoty relativních chyb předpovědi - PH 3 (VF)

červenec 2018	relativní chyba předpovědi	počet modelů	počet modelů - kumulativně	zastoupení modelů v % - kumulativně
	menší než 1%	10	10	4.85%
	v intervalu 1% až 3%	27	37	17.96%
	v intervalu 3% až 5%	27	64	31.07%
	v intervalu 5% až 10%	45	109	52.91%
	v intervalu 10% až 15%	30	139	67.48%
	v intervalu 15% až 20%	14	153	74.27%
	vyšší než 20%	53	206	100.00%
	Celkem	206	x	x
srpen 2018	relativní chyba předpovědi	počet modelů	počet modelů - kumulativně	zastoupení modelů v % - kumulativně
	menší než 1%	22	22	10.68%
	v intervalu 1% až 3%	30	52	25.24%
	v intervalu 3% až 5%	26	78	37.86%
	v intervalu 5% až 10%	28	106	51.46%
	v intervalu 10% až 15%	29	135	65.53%
	v intervalu 15% až 20%	20	155	75.24%
	vyšší než 20%	51	206	100.00%
	Celkem	206	x	x
září 2018	relativní chyba předpovědi	počet modelů	počet modelů - kumulativně	zastoupení modelů v % - kumulativně
	menší než 1%	20	20	9.71%
	v intervalu 1% až 3%	30	50	24.27%
	v intervalu 3% až 5%	30	80	38.83%
	v intervalu 5% až 10%	30	110	53.40%
	v intervalu 10% až 15%	28	138	66.99%
	v intervalu 15% až 20%	17	155	75.24%
	vyšší než 20%	51	206	100.00%
	Celkem	206	x	x

Zdroj: vlastní zpracování

Z výsledků uvedených v Tabulce 34 je zřejmé, že hodnoty relativních chyb předpovědí, které byly konstruovány společností Vodafone Czech Republic, a.s. nejsou zdaleka tak nízké jako v případě předpovědí, jež byly zkonstruovány s využitím systému SAS.

Tyto nepřesáhly 1% pouze v 10 případech při předpovídání budoucího vývoje sledovaných ukazatelů pro období července 2018, 22 případů pak zaznamenalo takto nízké hodnoty při konstrukci předpovědí pro období srpna 2018 a pro období září pak bylo zkonstruováno jen 20 předpovědí s hodnotou relativní chyby předpovědi nižší než 1%.

Hodnota 5% nebyla překročena při konstrukci předpovědi pro červenec v 31% případů, pro předpovídání na srpen 2018 pak v necelých 38% případů a při předpovídání pro období září 2018 pak necelých 39%.

Při posuzování přesnosti předpovědí s maximální hodnotou relativní chyby předpovědi 10% se pak ve všech 3 obdobích v rámci 3-měsíčního předpovědního horizontu podařilo společnosti Vodafone Czech Republic, a.s. zkonstruovat předpovědi s hodnotou relativní chyby předpovědi nepřesahující tuto mez v necelých 53% případů pro červenec 2018, přibližně 51,5% případů pro srpen 2018 a mírně přes 53% při předpovídání na září 2018. Naopak v přibližně 50 případech ve všech 3 obdobích byly zkonstruovány předpovědi, které byly zatíženy relativní chybou předpovědi s hodnotou vyšší než 20%. V případě konstrukce prognóz s využitím modelů časových řad nepřekročil počet ukazatelů, u nichž byla zaznamenána hodnota relativní chyby předpovědi vyššími než 20%, hodnotu 30.

Přehled výsledků popsaných v předcházejícím odstavci poskytuje následující tabulka 35, která obsahuje hodnoty průměrných relativních chyb předpovědí vypočítaných pro jednotlivé ukazatele za celé 3-měsíční období. Z výsledků uvedených v tabulce 35 je vidět, že bylo hodnotou průměrné relativní chyby předpovědi vyšší než 20% zatíženo 58 ukazatelů a pro pouhých 9 ukazatelů z analyzovaného počtu 2016 se podařilo zkonstruovat předpovědi, které jsou zatížené průměrnou relativní chybou předpovědi nižší než 1%. Tento počet odpovídá hodnotě nepatrně převyšující 4% z celkového počtu sledovaných ukazatelů. Přibližně 33% předpovídaných ukazatelů pak bylo možné zkonstruovat s hodnotou relativní chyby předpovědi s hodnotou nižší než 5% a 48% případů dosáhlo hodnoty relativní chyby nižší než 10%.

Tabulka 35: Dosažené hodnoty průměrných relativních chyb předpovědí (VF)

průměrná relativní chyba předpovědi	počet modelů	počet modelů - kumulativně	zastoupení modelů v % - kumulativně
menší než 1%	9	9	4.37%
v intervalu 1% až 3%	32	41	19.90%
v intervalu 3% až 5%	27	68	33.01%
v intervalu 5% až 10%	31	99	48.06%
v intervalu 10% až 15%	32	131	63.59%
v intervalu 15% až 20%	17	148	71.84%
vyšší než 20%	58	206	100.00%
Grand Total	206	x	x

Zdroj: vlastní zpracování

3.10.1 Shrnutí

Zjištěné výsledky jasně dokazují, že předpovědi zkonstruované systémem SAS jsou přesnější v porovnání s předpověďmi, které byly zkonstruované společností Vodafone Czech Republic, a.s.. V případě prognózování s využitím metod analýzy časových řad bylo dosaženo hodnot průměrných relativních chyb předpovědí nižších než 1% v 52 případech (odpovídá 25% případů) z celkového počtu 206 sledovaných ukazatelů, předpovědi generované společností Vodafone Czech Republic, a.s. pak byly takto nízkou chybou zatíženy pouze v 9 případech z celkového počtu 206. Hodnotou průměrné relativní chyby předpovědi vyšší než 20% pak bylo, při předpovídání v systému SAS, zatíženo 25 ukazatelů, v případě předpovědi poskytnutých společností Vodafone Czech Republic, a.s. pak byl chybou s hodnotou vyšší než 20% zatížen více než dvojnásobek, konkrétně 58 ukazatelů.

4 Studie potvrzující zjištěné výsledky

Právě zjištěné výsledky je možné dále podpořit výsledky studií „Komparativní studie modelů krátkodobých časových řad: využívání mobilních telekomunikačních služeb v jednotlivých regionech ČR“ (studie byla publikována pod anglickým názvem „Comparative study of short-term time series models: use of mobile telecommunication Services in CR regions“), případně „Využití modelů exponenciálního vyrovňování a ARIMA modelů při předpovídání vybraných ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací“, která je v tuto chvíli přijata do recenzního řízení ve vědeckém časopise *Agris on-line Papers in Economics and Informatics*, a pokud bude výsledek recenzního řízení kladný bude později publikována pod anglickým názvem „Application of exponential smoothing models and ARIMA models in time series analysis from telco area“.

4.1 Komparativní studie modelů krátkodobých časových řad: využívání mobilních telekomunikačních služeb v jednotlivých regionech ČR

Studie „Comparative study of short-term time series models: use of mobile telecommunication Services in CR regions“ je zaměřena na konstrukci adekvátních modelů pro účely analýzy vývoje a prognózování vybraných ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací, zhodnocení vybraných modelů individuálních a jejich následné agregace do modelů kombinovaných, včetně komparativní analýzy obou typů modelů. K nalezení vhodných kandidátů pro účely prognózování v analyzovaných časových řadách bylo taktéž využito modulu TSFS systému SAS a kvalita vybraných modelů byla hodnocena, kromě metriky *MAPE*, také pomocí koeficientu determinace.. Techniky prezentované v tomto příspěvku byly ilustrovány na příkladech krátkodobých časových řad s měsíční a čtvrtletní periodicitou z oblasti mobilních telekomunikačních služeb, jejich spotřebou a využitím v jednotlivých regionech České republiky (Köppelová a Jindrová, 2017).

Pro empirickou analýzu bylo použito celkem 70 krátkodobých časových řad, z toho 42 řad s měsíční periodicitou zjišťování údajů a 28 řad s periodicitou čtvrtletní. Délka referenčního období se pohybovala v rozmezí od 12 do 36 údajů. Analyzovány byly ukazatele, jejichž údaje byly shromážděny zvláště pro jednotlivé regiony České republiky, konkrétně počet nefiremních zákazníků, kteří platí za spotřebu služeb tzv. paušálem (dle terminologie telekomunikačních společností šlo o zákazníky ve skupině „consumer postpaid“), celkové tržby generované těmito zákazníky z TELCO služeb a tržby ze služby Auditex.

Pro každou analyzovanou časovou řadu byly, na základě diagnostických testů, vybrány 3 nejlepší modely ze široké nabídky modelů adaptivních, klasických analytických a ARIMA modelů. Na základě takto vybraných individuálních modelů bylo experimentováno s jejich agregací, tedy s tvorbou kombinovaných modelů, konstruujících předpovědi ve formě určitých kombinací předpovědi poskytnutých jednotlivými individuálními modely. V této studii byl využit vážený aritmetický průměr s nabízenými tzv. regresními vahami, který jistým způsobem penalizuje předpovědi zatížené vyššími chybami, a na základě této skutečnosti se předpokládalo, že využití váženého aritmetického průměru povede k lepším výsledkům. Skutečnost, že princip penalizace modelů s vyšší hodnotou *MAPE* a tedy upřednostňování modelů zatížených nižšími hodnotami *MAPE* naopak nemusí vést ke konstrukci lepších modelů, byla prokázána až pozdější analýzou, jejíž výsledky jsou prezentované v kapitole 17.8.

Vlastní analýze opět předcházela identifikace a diagnostika všech následně analyzovaných časových řady. Výsledky diagnostických testů jsou prezentovány v tabulce 36.

Tabulka 36: Absolutní a procentuální vyjádření výsledků diagnostických testů

měsíční časové řady			
	diagnostika	absolutní počet modelů	zastoupení modelů v %
trend	ne	6	14%
	ano	36	86%
	celkem	42	100%
sezónnost	možná		0%
	ne	30	71%
	ano	12	29%
	celkem	42	100%
potřeba logaritmické transformace	možná	28	67%
	ne	14	33%
	celkem	42	100%
ACF/PACF	ne	8	19%
	ano	34	81%
	celkem	42	100%
čtvrtletní časové řady			
	diagnostika	absolutní počet modelů	zastoupení modelů v %
trend	ne		0%
	ano	28	100%
	celkem	28	100%
sezónnost	možná	28	100%
	ne		0%
	ano		0%
	celkem	28	100%
potřeba logaritmické transformace	možná	28	100%
	ne		0%
	celkem	28	100%
ACF/PACF	ne	3	11%
	ano	25	89%
	celkem	28	100%
Celkem			
	diagnostika	absolutní počet modelů	zastoupení modelů v %
trend	ne	6	9%
	ano	64	91%
	celkem	70	100%
sezónnost	možná	28	40%
	ne	30	43%
	ano	12	17%
	celkem	70	100%
potřeba logaritmické transformace	možná	56	80%
	ne	14	20%
	celkem	70	100%
ACF/PACF	ne	11	16%
	ano	59	84%
	celkem	70	100%

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 36 obsahuje absolutní počet zkoumaných časových řad vykazujících trend, sezónnost či potřebu logaritmické transformace se zohledněním periodicity dané časové řady, dále pak jejich relativní podíl na celkovém počtu sledovaných ukazatelů, taktéž v členění na měsíční a čtvrtletní časové řady. Nutnost logaritmické transformace nebyla danými diagnostickými testy prokázána vůbec, byla zjištěna pouze možnost transformovat původní časovou řadu tímto způsobem, a to u 56 analyzovaných časových řad, z toho přesně s polovičním zastoupením řad čtvrtletních a měsíčních. Přítomnost trendové složky byla identifikována u převážné většiny sledovaných časových řad, pouze v 6 případech řad měsíčních nebyl identifikován trend. Sezónní složka byla prokázána pouze u měsíčních časových řad a to v 29% případů z celkového počtu časových řad s měsíční periodicitou. Ve všech případech čtvrtletních časových řad byla detekována možnost existence sezónní složky, nebyla tak ani potvrzena ani vyloučena.

Po prvotní identifikaci a diagnostice se přistoupilo k vlastní analýze. V Tabulce 37 jsou již uvedeny modely, jež se ukázaly, na základě výše zmíněných diagnostických testů a dle zvoleného hodnotícího kritéria, jako nejvhodnější pro předpovídání zpracovávaných časových řad. Kromě přehledu nejvhodnějších modelů je v tabulce 37 prezentován jejich podíl respektive procentuální zastoupení v jednotlivých skupinách zkoumaných časových řad rozdělených dle periodicity zjišťování údajů, včetně absolutního počtu modelů s hodnotou ukazatele *MAPE* v určitém intervalu.

Tabulka 37: Procentuální zastoupení vybraných modelů - dle periodicity

Přehled vybraných modelů	měsíční řady		čtvrtletní řady		celkem	
	zastoupení modelů v %	absolutní počet modelů	zastoupení modelů v %	absolutní počet modelů	zastoupení modelů v %	absolutní počet modelů
Linear (HOLT) Exponential Smoothing	11%	13	0%		6%	13
MAPE - nižší než 5%	9%	11	0%		5%	11
MAPE - vyšší než 20%	2%	2	0%		1%	2
Damped Trend Exponential Smoothing	14%	17	0%		8%	17
MAPE - nižší než 5%	9%	11	0%		5%	11
MAPE - v intervalu 15% až 20%	1%	1	0%		0%	1
MAPE - vyšší než 20%	4%	5	0%		2%	5
Random Walk with Drift	3%	4	0%		2%	4
MAPE - nižší než 5%	3%	4	0%		2%	4
Log Winters Method Additive	6%	7	25%	21	14%	28
MAPE - nižší než 5%	5%	6	11%	9	7%	15
MAPE - v intervalu 10% až 15%	1%	1	2%	2	1%	3
MAPE - v intervalu 15% až 20%	0%		6%	5	2%	5
MAPE - vyšší než 20%	0%		6%	5	2%	5
Winters Method Additive	10%	12	23%	19	15%	31
MAPE - nižší než 5%	9%	11	14%	12	11%	23
MAPE - v intervalu 10% až 15%	1%	1	1%	1	1%	2
MAPE - v intervalu 15% až 20%	0%		4%	3	1%	3
MAPE - vyšší než 20%	0%		4%	3	1%	3
Log Damped Trend Exponential Smoothing	12%	14	0%		7%	14
MAPE - nižší než 5%	6%	7	0%		3%	7
MAPE - v intervalu 15% až 20%	1%	1	0%		0%	1
MAPE - vyšší než 20%	5%	6	0%		3%	6
Winters Method Multiplicative	6%	7	10%	8	7%	15
MAPE - nižší než 5%	6%	7	4%	3	5%	10
MAPE - v intervalu 10% až 15%	0%		1%	1	0%	1
MAPE - v intervalu 15% až 20%	0%		2%	2	1%	2
MAPE - vyšší než 20%	0%		2%	2	1%	2
Linear Trend	1%	1	0%		0%	1
MAPE - nižší než 5%	1%	1	0%		0%	1
Log Linear Trend	1%	1	0%		0%	1
MAPE - nižší než 5%	1%	1	0%		0%	1
Log Linear (HOLT) Exponential Smoothing	11%	13	0%		6%	13
MAPE - nižší než 5%	4%	5	0%		2%	5
MAPE - v intervalu 15% až 20%	1%	1	0%		0%	1
MAPE - vyšší než 20%	6%	7	0%		3%	7
Double (Brown) Exponential Smoothing	5%	6	0%		3%	6
MAPE - nižší než 5%	5%	6	0%		3%	6
Log Double (Brown) Exponential Smoothing	2%	2	1%	1	1%	3
MAPE - nižší než 5%	2%	2	0%		1%	2
MAPE - vyšší než 20%	0%		1%	1	0%	1
Simple Exponential Smoothing	5%	6	0%		3%	6
MAPE - nižší než 5%	1%	1	0%		0%	1
MAPE - vyšší než 20%	4%	5	0%		2%	5
Log Simple Exponential Smoothing	4%	5	0%		2%	5
MAPE - nižší než 5%	1%	1	0%		0%	1
MAPE - vyšší než 20%	3%	4	0%		2%	4
Log Random Walk with Drift	1%	1	0%		0%	1
MAPE - vyšší než 20%	1%	1	0%		0%	1
Log Winters Method Multiplicative	4%	5	7%	6	5%	11
MAPE - nižší než 5%	3%	4	1%	1	2%	5
MAPE - v intervalu 10% až 15%	1%	1	1%	1	1%	2
MAPE - v intervalu 15% až 20%	0%		2%	2	1%	2
MAPE - vyšší než 20%	0%		2%	2	1%	2
Linear Trend with Autoregressive Errors	0%		4%	3	1%	3
MAPE - v intervalu 15% až 20%	0%		2%	2	1%	2
MAPE - vyšší než 20%	0%		1%	1	0%	1
Log ARIMA (0,1,1),(1,0,0)s NOINT	0%		4%	3	1%	3
MAPE - v intervalu 15% až 20%	0%		1%	1	0%	1
MAPE - vyšší než 20%	0%		2%	2	1%	2
ARIMA (0,1,1),(1,0,0)s NOINT	0%		1%	1	0%	1
MAPE - vyšší než 20%	0%		1%	1	0%	1
Linear Trend with Seasonal Terms	3%	4	12%	10	7%	14
MAPE - nižší než 5%	3%	4	11%	9	6%	13
MAPE - v intervalu 10% až 15%	0%		1%	1	0%	1
log Linear Trend with Seasonal Terms	0%		12%	10	5%	10
MAPE - nižší než 5%	0%		10%	8	4%	8
MAPE - v intervalu 15% až 20%	0%		1%	1	0%	1
MAPE - vyšší než 20%	0%		1%	1	0%	1
Log Linear Trend with Autoregressive Errors	0%		1%	1	0%	1
MAPE - v intervalu 15% až 20%	0%		1%	1	0%	1
Linear Trend with Autoregressive Errors	1%	1	1%	1	1%	2
MAPE - nižší než 5%	1%	1	0%		0%	1
MAPE - v intervalu 15% až 20%	0%		1%	1	0%	1
Celkem	100.00%	119	100%	84	100%	203

Zdroj: vlastní zpracování

Pro každou analyzovanou časovou řadu byly zkonstruovány vždy 3 modely s nejnižší hodnotou *MAPE*, pouze v pěti případech bylo možné zkonstruovat modely pouze dva, v jednom případě pak pouze jeden. Celkem bylo tedy vygenerováno 203 modelů. Z dosažených výsledků je vidět, že ve většině případů byl jako nejvhodnější model vybrán některý z modelů exponenciálního vyrovnávání.

Jako nejvhodnější modely pro analýzu a předpovídání krátkodobých časových řad s *měsíční periodicitou* se uplatnily tyto modely:

- Holtovo exponenciální vyrovnávání aplikovaný na původní neupravená data, ale i na data upravená logaritmickou transformací
- Exponenciální vyrovnávání s tlumeným lineárním trendem aplikovaný na původní data, ale i na data upravená logaritmickou transformací
- Wintersův model exponenciálního vyrovnávání opět aplikovaný jak na původní data, tak na data upravená logaritmickou transformací (aditivní i multiplikatívni forma).

Při předpovídání *čtvrtletních časových řad* se uplatnily zejména modely následující:

- Wintersův model exponenciálního vyrovnávání (aditivní forma) aplikovaný na původní neupravená data, ale i na data upravená logaritmickou transformací
- Wintersův model exponenciálního vyrovnávání (multiplikatívni forma) aplikovaný na původní neupravená data, ale i na data upravená logaritmickou transformací
- Lineární trend se sezónním členem opět aplikovaný jak na původní data, tak na data upravená logaritmickou transformací.

Boxovy-Jenkinsovy ARIMA modely se při hledání nejvhodnějšího modelu umístily téměř ve všech případech, kde byly pro modelování časové řady systémem SAS nabídnuty, na třetím až pátém místě.

Dosažené výsledky ukazují, že ve 125 případech bylo možné zkonstruovat model s hodnotou nižší než 5%. To odpovídá necelým 62% z celkového počtu 203. Modelů s hodnotou *MAPE* do 15% zkonstruováno 134, což představuje 66% analyzovaných časových řad.

Předpovědní modely byly opět konstruovány pro předpovědní horizont 3 a kvalita modelů byla hodnocena s využitím testovací části modelu – pseudoprognózy.

Koeficientu determinace R^2 bylo využito pro potvrzení vhodnosti modelů sledovaných časových řad. Je však třeba připomenout, že tato charakteristika není použitelná vždy. V případě, že funkce časové řady obsahuje velké množství strukturálních parametrů, může tato charakteristika přesáhnout hodnotu 1, nebo nabývat dokonce záporných hodnot. Při této analýze se však hodnoty koeficientu determinace pohybovaly v intervalu 0 až 1, a proto bylo pro hodnocení navíc využito i této charakteristiky.

Tabulka 38 ukazuje výsledky těchto dvou použitých ukazatelů ($MAPE$ a R^2), na něž je možno pohlížet jak jednotlivě, tak agregovaně. Z tabulky je vidět, že pokud by byly uvažovány oba tyto ukazatele pro posouzení vhodnosti současně, tedy byla by žádoucí hodnota R^2 větší než 80% a současně hodnota $MAPE$ do 15%, pak by se jako velmi vhodných modelů pro modelování zkoumaných časových řad ukázalo modelů 81 modelů z celkového počtu 203. Přičemž pro 64 časových řad byly vybrány vždy 3 nejlepší modely z hlediska hodnoty $MAPE$, v případě 5 časových řad systém SAS nabídl modely dva a jedna časová řada byla zpracována pouze jedním modelem.

Doplňkovým hodnotícím kritériem kvality vytvořených modelů byla analýza autokorelačních a parciálních autokorelačních funkcí modelů. Tomuto kritériu vyhovují vybrané modely v 84% případů analyzovaných časových řad.

Tabulka 38: Přehled výsledků $MAPE$ a R^2

periodicita časové řady/hodnota koeficientu determinace	$MAPE$ - hodnota nižší než 5%	$MAPE$ - v intervalu 10% až 15%	$MAPE$ - v intervalu 15% až 20%	$MAPE$ - hodnota vyšší než 20%	celkový počet modelů
měsíční	83	3	3	30	119
hodnota vyšší než 80%	55				55
v intervalu 30% až 80%	21	3	3	9	36
hodnota nižší než 30%	7			21	28
čtvrtletní	42	6	18	18	84
hodnota vyšší než 80%	26				26
v intervalu 30% až 80%	16	4	14	8	42
hodnota nižší než 30%		2	4	10	16
celkový počet modelů	125	9	21	48	203

Zdroj: vlastní zpracování

U většiny vybraných individuálních modelů bylo dosaženo výsledků, které se z hlediska $MAPE$ poměrně málo odlišovaly. I z těchto důvodů bylo experimentováno s tvorbou agregovaných předpovědních modelů. Pro jednotlivé časové řady byly získány kombinované předpovědi s hodnotami $MAPE$, které jsou uvedeny v tabulce 39.

Tabulka 39: Hodnoty *MAPE* kombinovaných modelů - všechny sledované ukazatele

ukazatel	periodicita	kombinace	hodnota MAPE
Karlovarský kraj - výnosy ATX	měsíční	ze dvou modelů	29,4698
Královéhradecký kraj - výnosy ATX	měsíční	ze dvou modelů	28,4011
Moravskoslezský kraj - výnosy ATX	měsíční	ze dvou modelů	26,5839
Zlínský kraj - výnosy ATX	měsíční	ze dvou modelů	24,0700
Královéhradecký kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze dvou modelů	21,8686
Hlavní město Praha - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,5813
Jihočeský kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,7892
Jihomoravský kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,6547
Karlovarský kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,7291
Královéhradecký kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,7721
Liberecký kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,7084
Moravskoslezský kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,8596
Olomoucký kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,7963
Pardubický kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,7399
Plzeňský kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,6618
Středočeský kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,5739
Ústecký kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,7315
Kraj Vysočina - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,8099
Zlínský kraj - počet zákazníků (CP)	měsíční	ze 3 modelů	0,7259
Hlavní město Praha - výnosy ATX	měsíční	ze 3 modelů	17,2691
Jihočeský kraj - výnosy ATX	měsíční	ze 3 modelů	22,3199
Liberecký kraj - výnosy ATX	měsíční	ze 3 modelů	27,4538
Olomoucký kraj - výnosy ATX	měsíční	ze 3 modelů	30,2340
Pardubický kraj - výnosy ATX	měsíční	ze 3 modelů	20,8409
Plzeňský kraj - výnosy ATX	měsíční	ze 3 modelů	28,1354
Středočeský kraj - výnosy ATX	měsíční	ze 3 modelů	20,3211
Ústecký kraj - výnosy ATX	měsíční	ze 3 modelů	20,4871
Kraj Vysočina - výnosy ATX	měsíční	ze 3 modelů	11,6700
Hlavní město Praha - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	15,1758
Jihočeský kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	19,0482
Jihomoravský kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	12,0788
Karlovarský kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	17,2793
Královéhradecký kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	19,7755
Liberecký kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	14,2904
Moravskoslezský kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	23,6456
Olomoucký kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	28,0381
Pardubický kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	19,1458
Plzeňský kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	14,3764
Středočeský kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	23,2126
Ústecký kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	17,5013
Kraj Vysočina - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	13,1043
Zlínský kraj - výnosy ATX	čtvrtletní	ze 3 modelů	17,1540
Hlavní město Praha - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6276
Jihočeský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6532
Jihomoravský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,5062
Karlovarský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	14,7589
Liberecký kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,7244
Moravskoslezský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,5628
Olomoucký kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,4959
Pardubický kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6477
Plzeňský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,5230
Středočeský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,4832
Ústecký kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	14,5551
Kraj Vysočina - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6289
Zlínský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,5389
Hlavní město Praha - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,4933
Jihočeský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,7126
Jihomoravský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,4981
Karlovarský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6053
Královéhradecký kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	10,4817
Liberecký kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,7252
Moravskoslezský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6778
Olomoucký kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6251
Pardubický kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6157
Plzeňský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,5067
Středočeský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,5666
Ústecký kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6812
Kraj Vysočina - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,4489
Zlínský kraj - výnosy z "telko" služeb	měsíční	ze 3 modelů	0,6593
Jihomoravský kraj - výnosy ATX	měsíční	nebylo možné kombinovat	

Zdroj: vlastní zpracování

V případě 47 časových řad byly kombinované modely zatíženy nižší předpovědní chybou MAPE - ve většině případů však ne příliš významně - než původně vybrané modely individuální. Z celkového počtu 70 analyzovaných časových řad se kombinované modely ukázaly z pohledu MAPE jako vhodnější pro analýzu a předpovídání analyzovaných ukazatelů v 55% shromážděných časových řad s měsíční periodicitou a v 86% s periodicitou čtvrtletní.

V nejúspěšnějších kombinacích byly nejčastěji zastoupeny modely jednoduchého exponenciálního vyrovnávání, exponenciálního vyrovnávání s tlumeným lineárním trendem a Wintersův model exponenciálního vyrovnávání. Pokud jde o počet modelů, z nichž byly konstruovány kombinované modely, nejvíce frekventována byla kombinace tří individuálních modelů, pouze v pěti případech bylo využito modelů dvou (Köppelová a Jindrová, 2017).

4.1.1 Shrnutí

Výsledky studie „Comparative study of short-term time series models: use of mobile telecommunication Services in CR regions“ jednoznačně potvrzují výsledky pozdější analýzy, jež byla provedena v rámci této práce. Modely ze skupiny exponenciálního vyrovnávání jsou dle zjištěných výsledků nejvhodnější pro předpovídání ukazatelů z oblasti poskytování mobilních telekomunikačních služeb. V této studii bylo navíc prozkoumáno i několik řad se čtvrtletní periodicitou a ani zde nepředčily modely vycházející z Boxovy-Jenkinsovy metodologie modely exponenciálního vyrovnávání. Zde je však nutné nepřehlédnout skutečnost, že zkoumané časové řady v tomto příspěvku nespĺňují požadavek Boxovy-Jenkinsovy metodologie na rozsah zpracovávaných datových souborů. Bohužel nebylo možné shromáždít časové řady sledovaných ukazatelů takové délky, jež je pro modelování pomocí modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie potřebná.

Co se týče experimentu s konstrukcí kombinovaných modelů, zde stojí za pozornost výsledek týkající se časových řad se čtvrtletní periodicitou, kdy byly modely kombinované zatíženy nižší hodnotou MAPE než modely individuální v 86% případů. Je však třeba poznamenat, že počet ukazatelů se čtvrtletní periodicitou není zrovna vysoký. V případě měsíčních časových řad se jeví modely kombinované jako lepší pro předpovídání sledovaných ukazatelů (dle hodnoty metriky MAPE) v 55% případů. V porovnání s výsledky analýzy provedené v kapitole 3.8.7 se v této studii analyzované ukazatele jeví

modely kombinované jako vhodnější pro předpovídání jejich budoucího vývoje častěji, nicméně ne příliš významně.

4.2 Využití modelů exponenciálního vyrovnávání a ARIMA modelů při předpovídání vybraných ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací

Úspěšnost modelů ze skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání jednoznačně potvrzuje také studie „Application of exponential smoothing models and ARIMA models in time series analysis from telco area“, která se zabývá prozkoumáním využitelnosti zejména modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie a modelů exponenciálního vyrovnávání pro tvorbu extrapolačních předpovědí, ale také pro modelování minulého vývoje vybraných ukazatelů, taktéž z oblasti telekomunikací.

Při analýze bylo dále experimentováno s různou periodicitou časových řad. Informace o sledovaných ukazatelích ze sledované oblasti byly shromážděny na měsíční a denní bázi. Extrapolační schopnosti modelu byly hodnoceny retrospektivně s využitím testovací části příslušné časové řady (hold of sample evaluation). Kvalita vybraných modelů pak byla posuzována pomocí metriky *MAPE* a *AIC*. Závěrem byla provedena komparativní analýza obou skupin modelů. Nejlepší individuální modely byly dále agregovány a jejich kvalita posouzena pomocí stejných hodnotících kritérií.

Pro empirickou analýzu bylo v této využito celkem 72 krátkodobých časových řad z oblasti mobilních telekomunikačních služeb, z toho 28 řad s měsíční periodicitou zjišťování údajů a 44 řad s periodicitou denní. Pro český telekomunikační trh není typické předpovídání na denní bázi, nicméně mimo ČR existují i takové společnosti, pro které je předpovídání na denní bázi naprosto běžné a nesmírně důležité. Lze konstatovat, že je na něm založena jejich existence. Jedná se například o společnost Calltrade Carrier Services AG se sídlem ve Švýcarsku. S trochou nadsázky lze říci, že tato společnost funguje jako burza provozu mezinárodního volání v rámci mobilních telekomunikačních služeb, kdy na základě ziskovosti aktivně uzpůsobuje směřování příslušných volání. V oblasti telekomunikací se předpovídáním časových řad s denní periodicitou zjišťování údajů zabýval například Mabert (1985), kdy analyzoval časové řady počtu volání na tísňové linky.

Délka referenčního období byla různá a pohybovala se v rozmezí od 89 do 273 údajů. Samotné údaje o zkoumaných ukazatelích, tedy objemu provozu v mobilních sítích, poskytla opět společnost Vodafone Czech Republic, a.s..

Tabulka 40 přehledně prezentuje procentuální úspěšnost obou skupin modelů. S ohledem na periodicitu časových řad je v tabulce uvedeno z kolika procent se jako nejvhodnější jeví – dle vybraných kritérií – některý model ze skupiny modelů exponenciálního vyrovnávání a z kolika procent se se jako nejlepší ukázaly modely Boxovy-Jenkinsovy metodologie. V této části práce byly navíc konstruovány a hodnoceny jak modely pro účely modelování minulého vývoje sledovaných ukazatelů (interpolace), tak pak pro jejich předpovídání (extrapolace).

Tabulka 40: Procentuální zastoupení nejlepších vybraných modelů

interpolace			
typ modelu	denní časové řady	měsíční časové řady	celkem
ARIMA modely	38.64%	10.71%	27.78%
modely exponenciálního vyrovnávání	61.36%	89.29%	72.22%
TOTAL	100.00%	100.00%	100.00%
extrapolace			
typ modelu	denní časové řady	měsíční časové řady	celkem
ARIMA modely	50.00%	17.86%	37.50%
modely exponenciálního vyrovnávání	50.00%	82.14%	62.50%
celkem	100.00%	100.00%	100.00%

Zdroj: vlastní zpracování

Z dosažených výsledků je vidět, že pro vybrané ukazatele se častěji uplatňují modely exponenciálního vyrovnávání. A to v obou fázích analýzy časových řad, tedy v interpolaci i extrapolaci. Na výsledek srovnání obou sledovaných skupin modelů nemá vliv ani periodicitu zkoumaných časových řad. Modely exponenciálního vyrovnávání jsou na základě hodnoty kritéria *MAPE* vhodnější pro popis minulého vývoje zhruba z 72% a pro předpovídání daných ukazatelů jsou vhodnější přibližně ze 63%.

Výrazný rozdíl v použitelnosti obou skupin modelů byl zaznamenán u měsíčních časových řad. Zejména ve fázi interpolace, kdy jsou modely exponenciálního vyrovnávání vhodné z 89.29 %. Zajímavého výsledku bylo dosaženo při porovnání v případě hodnocení extrapoláčních vlastností modelů, kde jsou obě skupiny modelů zastoupeny zcela stejným podílem.

V tabulce 41 jsou sledované skupiny modelů hodnoceny pomocí vybrané metriky *MAPE* a na základě její hodnoty jsou rozděleny do skupin. Tabulka 41 prezentuje absolutní počet modelů ve skupině modelů ARIMA a modelů exponenciálního vyrovnávání s dosaženou

hodnotou ukazatele *MAPE*, jehož hodnoty jsou pro větší přehlednost vyjádřeny v intervalu. Výsledky jsou navíc rozděleny dle toho, zda byl model použit pro modelování minulého vývoje sledovaného ukazatele nebo pro jeho extrapolaci.

Tabulka 41: Hodnocení modelů a dosažené hodnoty *MAPE*

typ modelu/hodnota <i>MAPE</i>	interpolace	extrapolace	celkem (interpolace i extrapolace)
	absolutní počet modelů		
ARIMA modely	20	27	47
nižší než 5%	2	20	22
v intervalu 5% až 10%	10	5	15
v intervalu 10% až 15%	3	2	5
vyšší než 15%	5		5
modely exponenciálního vyrovnávání	52	45	97
nižší než 5%	11	23	34
v intervalu 5% až 10%	20	13	33
v intervalu 10% až 15%	11	4	15
vyšší než 15%	10	5	15
celkem	72	72	144

Zdroj: vlastní zpracování

Z dosažených výsledků je vidět, že v obou skupinách modelů bylo ve většině případů dosaženo hodnot *MAPE* nižších než 15%, což vypovídá o kvalitě daných modelů pro analýzu sledovaných časových řad. Nejčastěji se hodnoty metriky *MAPE* pohybovaly v intervalu 5% až 10%, nebo dosáhly hodnot nižších než 5%. Model s hodnotou *MAPE* kolem 10% je obecně pokládán za velmi kvalitní model.

Dosažené výsledky ukazují, že ve skupině ARIMA modelů se pohybovaly hodnoty *MAPE* zkonstruovaných modelů v žádoucím intervalu do 10% ze 69.1%., ve skupině modelů exponenciálního vyrovnávání pak ze 78.7%.

Doplňkovým kritériem pro potvrzení vhodnosti konstruovaných modelů bylo *AIC*, jehož hodnoty korespondovaly s hodnotami *MAPE* z téměř 97%. To znamená, že model, který byl vybrán na základě nejnižší hodnoty *MAPE*, se podařilo zkonstruovat pro dané časové řady také dle kritéria *AIC* v 97 % případů. Opět platí, že kvalitnější model dosahuje nižší hodnoty tohoto hodnotícího kritéria.

Tvorba agregovaných modelů byla omezena pouze konstrukcí kombinovaných modelů pro účely extrapolace sledovaných ukazatelů, které byly konstruovány vždy ze dvou nejlepších modelů individuálních. Pro jednotlivé časové řady byly získány kombinované předpovědi s hodnotami *MAPE*, které jsou uvedeny v Tabulce 42.

Tabulka 42: Dosažené hodnoty *MAPE* modelů kombinovaných

kombinace ze 2 modelů/hodnota MAPE	periodicita		úspěšnost v % celkem
	denní	měsíční	
nižší než 5%	70.45%	53.57%	63.89%
v intervalu 5% až 10%	13.64%	32.14%	20.83%
v intervalu 10% až 15%	9.09%	7.14%	8.33%
vyšší než 15%	6.82%	7.14%	6.95%
celkem	100.00%	100.00%	100.00%

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 42 prezentuje úspěšnost modelů kombinovaných na základě hodnot metriky *MAPE*. Hodnoty ukazatele *MAPE* jsou pro lepší prezentaci opět rozděleny do skupin, stejně jako v předcházejících analýzách. Úspěšnost modelů je zde vyjádřena procentuálně.

Pro lepší porovnání modelů kombinovaných s modely individuálními slouží následující tabulka.

Tabulka 43: Dosažené hodnoty *MAPE* nejlepších modelů individuálních

individuální modely/hodnota MAPE	periodicita		úspěšnost v % celkem
	denní	měsíční	
nižší než 5%	65.91%	50.00%	59.72%
v intervalu 5% až 10%	18.18%	35.71%	25.00%
v intervalu 10% až 15%	9.09%	7.14%	8.33%
vyšší než 15%	6.82%	7.14%	6.94%
celkem	100.00%	100.00%	100.00%

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 43 prezentuje procentuálně vyjádřenou úspěšnost modelů individuálních (umístěných na prvním místě) na základě hodnot metriky *MAPE*.

Z výsledků uvedených v tabulce 42 a 43 (a jejich porovnání) je vidět, že kombinované modely nesporně disponují vlastnostmi, které jsou vhodné pro extrapolaci sledovaných časových řad. Dokonce svou kvalitou v určitých případech předčí modely individuální, které byly pro každý ukazatel vybrány na základě diagnostických testů jako ty nejlepší. Výsledky v tabulce 42 dokazují, že modely kombinované mohou být s úspěchem použity pro konstrukci předpovědí sledovaných ukazatelů. Bylo u nich dosaženo hodnot ukazatele *MAPE* menších než 5% v 63.9% případů, bez rozlišení periodicity zkoumaných ukazatelů. Takto nízkých hodnot dosahoval ukazatel *MAPE* u zkonstruovaných modelů individuálních v 59.7% případů celkem. Pro necelých 21% ukazatelů bylo možné

zkonstruovat kombinované modely s hodnotou *MAPE* v intervalu od 5% do 10%, v případě modelů individuálních je pak tato procentuální úspěšnost rovna 25% všech sledovaných ukazatelů. Zajímavý výsledek poskytuje pohled na hodnoty metriky *MAPE* v intervalu 10% až 15% a v intervalu na 15%. Zde je procentuální zastoupení modelů jak kombinovaných tak individuálních naprosto shodné. Modelů s hodnotou *MAPE* vyšší než 15% bylo možné v obou případech zkonstruovat v necelých 7% případech.

Co se týče periodicity shromážděných ukazatelů, na základě hodnot ukazatele *MAPE* se modely kombinované ukázaly jako vhodnější jak v případě ukazatelů shromážděných na měsíční bázi (mez 5% nebyla překročena v necelých 54% případech), tak v případě ukazatelů shromážděných na denní bázi (mez 5% nebyla překročena v 70.5% případech), kde je však rozdíl významnější.

4.2.1 Shrnutí

V této studii všechny analyzované časové řady splňují požadavek na rozsah zpracovávaných souborů, modely vycházející z Boxovy-Jenkinsovy metodologie zde pak představují plnohodnotného „soupeře“ pro skupinu modelů exponenciálního vyrovnávání, které představují jednu z nejpoužívanějších metod při analýze jednorozměrných časových řad.

I v tomto případě však výsledky provedeného výzkumu dokazují, že obě skupiny modelů, jež byly předmětem zkoumání, mohou být pro modelování a předpovídání sledovaných ukazatelů z oblasti spotřeby mobilních telekomunikačních služeb použity s úspěchem. Modely exponenciálního vyrovnávání přesto opět v provedených analýzách nachází častější uplatnění. Co se týče periodicity shromážděných údajů, modely exponenciálního vyrovnávání jsou na základě detailní analýzy vhodnější pro měsíční i denní časové řady, a to jak ve fázi interpolace, tak ve fázi extrapolace.

Součástí analýz byla opět konstrukce modelů kombinovaných a jejich srovnání s modely individuálními. V případě těchto vybraných ukazatelů se modely kombinované ukázaly jako vhodné pro interpolaci i extrapolaci daných časových řad. Dokonce, dle vybrané metriky *MAPE*, byly v některých případech zatíženy nižší hodnotou daného ukazatele. V porovnání s modely individuálními - případě měsíčních i denních časových řad - však ne příliš významně.

5 Shrnutí výsledků práce

Těžiště práce představuje prozkoumání extrapoláčních vlastností modelů časových řad pro předpovídání budoucího vývoje vybraných ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací. Celkem bylo analyzováno 348 ukazatelů týkajících se zejména nefinančních dat. Data byla shromážděna převážně na měsíční bázi, analýza však byla doplněna výsledky z předchozích studií, kde podléhaly analýze kromě měsíčních ukazatelů také ukazatele se čtvrtletní a denní periodicitou. Ukazatelů s měsíční periodicitou však bylo shromážděno nejvíce – celkem 276.

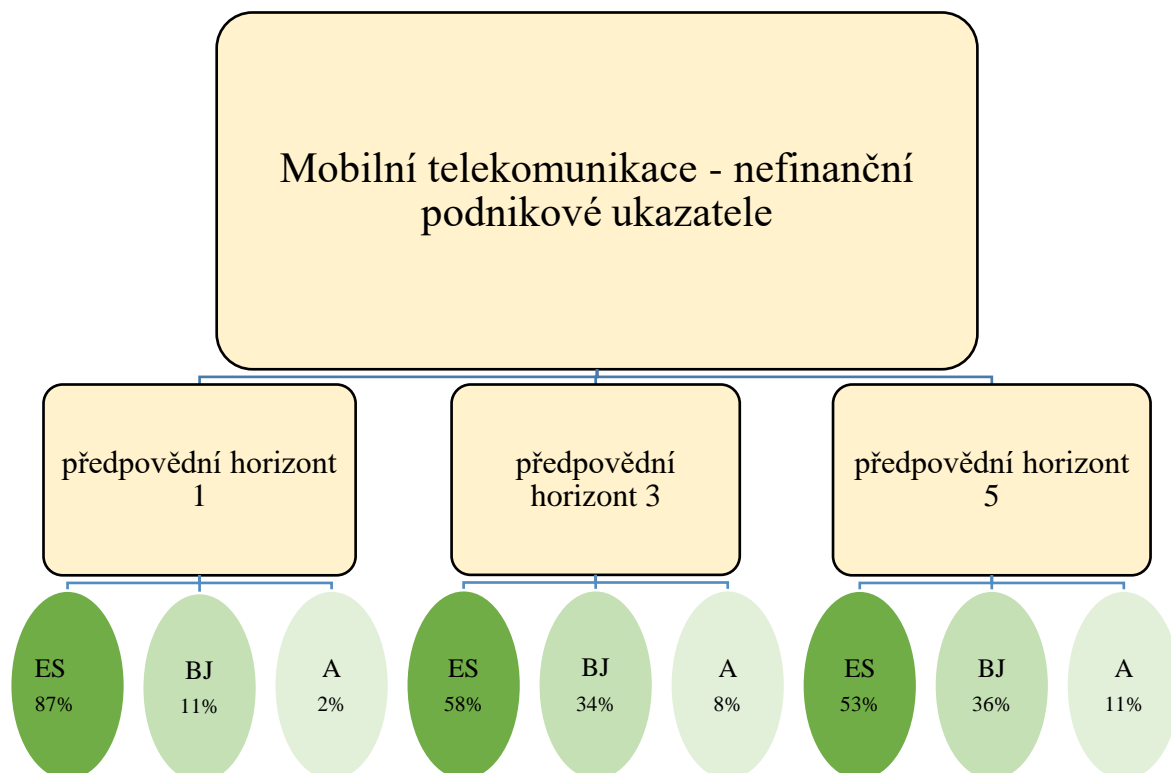
Pro přehlednost a maximálně možné zjednodušení interpretace zjištěných výsledků je možné využít grafického zobrazení a dosažené výsledky prezentovat ve formě diagramu, který může být též využit jako jednoduché *rozhodovací schéma*.

Rozhodovací schéma představuje jeden z nejjednodušších nástrojů, jež je možné využít pro podporu rozhodování. Pokud je řešeným problémem metoda vhodná pro analýzu a extrapolaci časových řad, vychází vytvoření rozhodovacího schématu z myšlenky, že vhodnost metody závisí na vlastnostech a charakteru daných časových řad. Určitá systemizaci časových řad dle různých kritérií je základním předpokladem. Nalezení vhodného modelu pro poskytování přesných extrapoláčních kritérií není jednoduchou záležitostí. Nemusí vždy platit, že model, který byl vybrán jako nejlepší pro popis minulého vývoje, musí poskytovat nejlepší (nepřesnější) extrapoláční předpovědi. Kritériem pro výběr nejlepšího modelu pro konstrukci extrapoláčních předpovědí je jeho adaptabilita v měnícím se okolí a fakt, jak přesné předpovědi je schopen v těchto neustále se měnících vnějších podmínkách poskytnout. Statistický software SAS, stejně jako další statistické softwary, má v sobě implementována všechna možná kritéria výběru vhodného modelu. Konečné rozhodnutí o nejvhodnějším modelu však je syntézou výsledků či doporučení vyplývajících z několika jednotlivých kritérií, neboť tato často nemusí být v souladu. Pak se nacházíme v oblasti multikriteriálního rozhodování, kdy váhy jednotlivých kritérií jsou subjektivně stanoveny uživatelem, na základě jeho zkušeností.

Na základě výsledků zjištěných v této práci je sestaven diagram, který může být využit také jako rozhodovací schéma při výběru metod vhodných pro odhadování budoucího vývoje nefinančních ukazatelů z oblasti mobilních komunikací v ČR. Obrázek 2 prezentuje použití jednotlivých skupin modelů se zohledněním různých délek předpovědních horizontů.

V jednotlivých skupinách modelů jsou dále prezentovány jednotlivé modely, které jsou řazeny sestupně dle úspěšnosti – obrázky 3, 4 a 5. Obrázky 3, 4 a 5 prezentují výsledky vycházející z analýz provedených v kapitole 14.2, 14.3, 14.4 a 15.1, 15.2 a 15.3.

Obrázek 2: Využití metod analýzy časových řad v dané oblasti



Zdroj: vlastní zpracování

Označení *ES* na obrázku 2 představuje modely exponenciálního vyrovnávání, označení *BJ* modely vycházející z Boxovy-Jenkinsovy metodologie a označení *A* nesou klasické analytické modely.

Na základě provedených analýz lze pro předpovídání sledovaných ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací doporučit spíše modely individuální, z nich poté modely exponenciálního vyrovnávání, což dokazuje obrázek 2. Výsledky tohoto empirického výzkumu potvrzují rozsáhlou práci zaměřenou na podrobnou analýzu modelů exponenciálního vyrovnávání. Gardner (2006) se ve své práci zabýval detailním

výzkumem, kde vycházel z předpokladu, že jsou metody exponenciálního vyrovnávání vhodné a optimální pro velmi obecnou třídu modelů, která je širší než třída ARIMA modelů.

Modely exponenciálního vyrovnávání jsou široce využívány pro předpovídání ukazatelů z nejrůznějších oblastí. Pro tvorbu extrapolačních předpovědí jednorozměrných časových řad nejrůznějších ukazatelů představují modely exponenciálního vyrovnávání jednu z nepoužívanějších metod, zejména pro jejich robustnost a jednoduchost (Corberán-Vallet et al., 2011; Billah et al., 2006). Modelováním a předpovídáním časových řad pomocí technik exponenciálního vyrovnávání se zabývali také Murat et al. (2016), přičemž tyto techniky prezentovali na časových řadách z oblasti meteorologie. Papic-Blagojevic et al. (2016) modely exponenciálního vyrovnávání aplikovali na časové řady z oblasti cestovního ruchu a turismu v Srbsku, přičemž pro porovnání jednotlivých modelů exponenciálního vyrovnávání použili hodnotící kritérium RMSE a BIC. Sbrana a Silvestrini (2014) se ve své studii zabývali problematikou metod exponenciálního vyrovnávání a jejich využitím v oblasti analýzy časových řad z oblasti zásobování velkoobchodů v USA. Tyto techniky jsou velice oblíbené skutečně ve všech oblastech, oblast telekomunikací nevyjímaje. Gardner a Diaz-Saiz (2008) navázali na svou původní práci z roku 2006 studií, v níž se zaměřili právě na analýzu ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací. Zabývali se především vlivem useknutí jistého počtu irelevantních starších pozorování zkoumaných časových řad na kvalitu zkonstruovaných modelů exponenciálního vyrovnávání. Předmětem zkoumání byly především Holtův model a modely s tlumeným lineárním trendem. Úspěšnost využití modelů exponenciálního vyrovnávání potvrzují i výsledky této práce, které jsou přehledně prezentovány na obrázku 2.

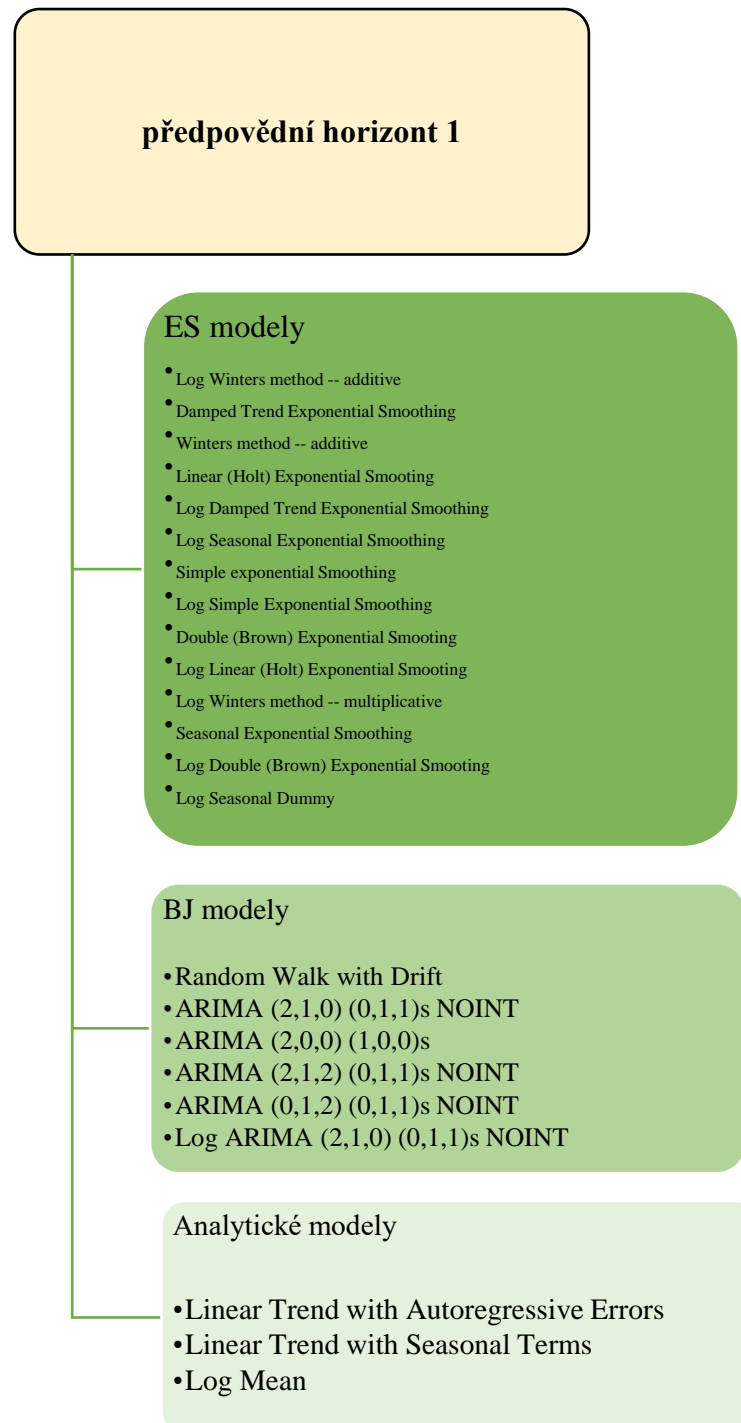
Vedle klasických analytických modelů a modelů exponenciálního vyrovnávání lze také k analýze jednorozměrných časových řad využít modelů vycházející z Boxovy – Jenkinsovy metodologie. Modelování a předpovídání v časových řadách pomocí Boxovy-Jenkinsovy metodologie představuje v současné době další široce využívanou metodu. Na prozkoumání ARIMA modelů pro modelování a předpovídání časových řad nejrůznějších ukazatelů se ve svých studiích zaměřila řada autorů. Například Dastorani et al. (2016) se ve své práci zaměřil na prozkoumání využitelnosti jednotlivých struktur ARIMA modelů v oblasti hydrologie, konkrétně při měsíčním předpovídání dešťových srážek v Íránu. Boxovy-Jenkinsova metodologie bývá také

často užívána při předpovídání spotřeby elektrické energie (Yuan et al., 2016 nebo) nebo při modelování a prognózování spotřebitelské poptávky či cen určitých komodit jako například Mishra a Singh (2013). ARIMA modely se s úspěchem využívají i v oblasti telekomunikací. Bastianin et al. (2016) se ve své studii zaměřil se na strategii výběru modelů časových řad včetně ARIMA modelů a posouzení jejich vhodnosti při prognózování časových řad příchozích hovorů na call centra telekomunikačních společností. Přesnost předpovídání tohoto ukazatele pak společností umožňuje dosáhnout optimálního poměru mezi vynaloženými operativními náklady a kvalitou poskytovaných služeb. Mastorocostas a Hilas (2012) vypracovali studii zabývající se predikcí časových řad ukazatele odchozích hovorů v univerzitním kampusu s využitím neuronových sítí v kombinaci s fuzzy systémy. Následně však provedli srovnání s dobře známými modely exponenciálního vyrovnávání a ARIMA modely. Studii s velmi podobným zaměřením vypracoval Hilas et al. (2006), který využil k předpovídání národních a mezinárodních hovorů v univerzitním kampusu metodu sezónní dekompozice, exponenciálního vyrovnávání a sezónní ARIMA modely. Reálná data byla následně porovnána se zkonstruovanými 95% intervaly spolehlivosti.

Výsledky této práce potvrzují rozsáhlou empirickou studii zaměřenou na hodnocení jednoduchých extrapolčních technik při prognózování v oblasti telekomunikací, jejímiž autory jsou Madden a Tan (2007). Prokázali vhodnost modelů exponenciálního vyrovnávání, ale také modelů Boxovy-Jenkinsovy metodologie pro předpovídání v této oblasti, přestože Mezinárodní telekomunikační unie (ITU) doporučuje spíše využití složitějších ekonometrických modelů. Neuvádí však žádné konkrétní pokyny.

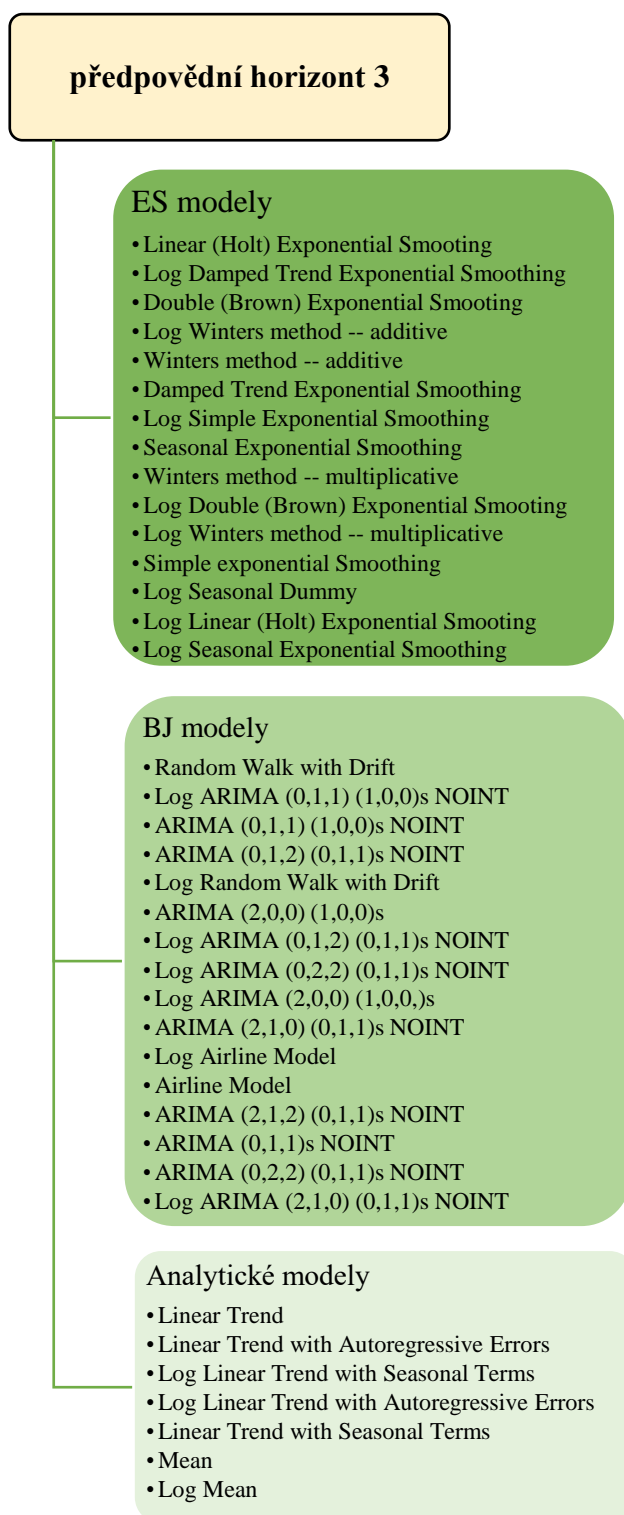
Následující obrázky 2, 3, 4 a 5 představují přehlednou formu prezentace detailních výsledků této práce. Poskytují přehled úplně všech individuálních modelů, které byly použité při předpovídání ukazatelů z dané oblasti s rozlišením 3 vybraných předpovědních horizontů.

Obrázek 3: Specifikace modelů - využití jednotlivých modelů – PH 1



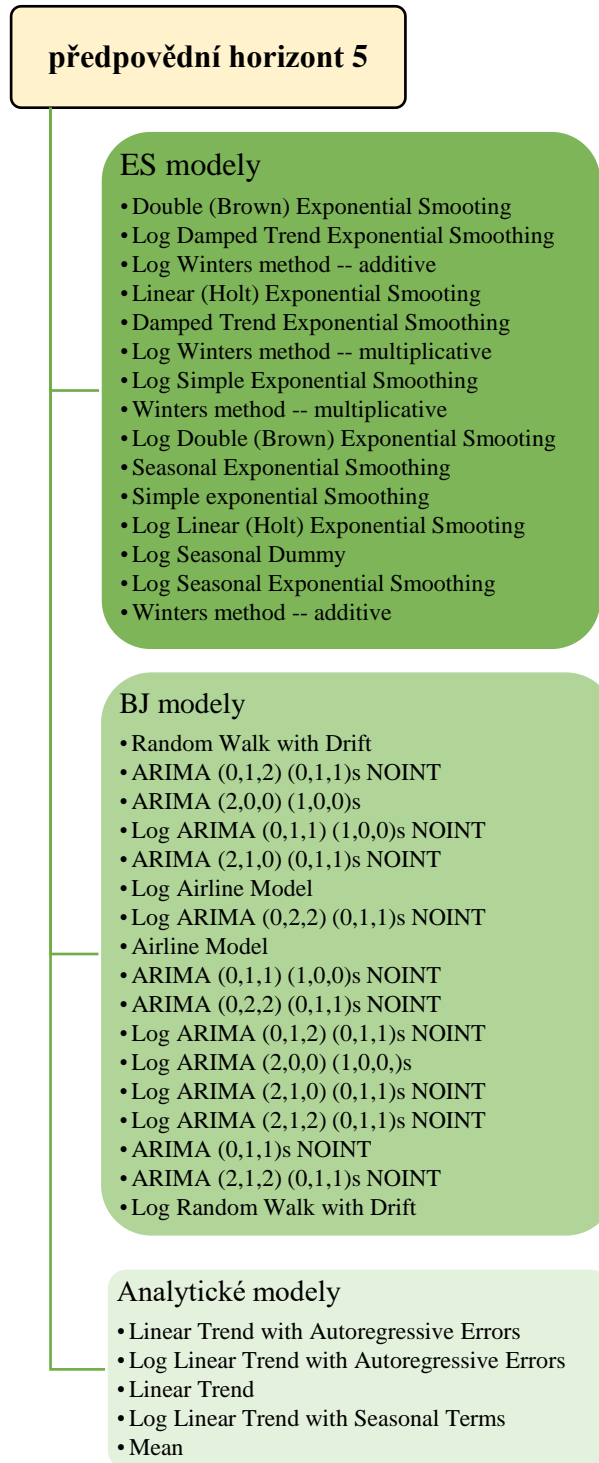
Zdroj: vlastní zpracování

Obrázek 4: Specifikace modelů - využití jednotlivých modelů – PH 3



Zdroj: vlastní zpracování

Obrázek 5: Specifikace modelů – využití jednotlivých modelů – PH 5



Zdroj: vlastní zpracování

Ze schématu uvedeného na obrázku 2 je patrné, že pro všechny 3 předpovědní horizonty je možné využít všech analyzovaných skupin modelů. Skupiny modelů jsou ve schématu řazeny dle využitelnosti s uvedením konkrétní hodnoty relativní úspěšnosti. Z obrázku je jednoznačné vidět, že ve všech případech testovaných předpovědních horizontů se nejčastěji uplatňují modely ze skupiny exponenciálního vyrovnávání, na druhém místě lze v určitých případech využít modely ze skupiny tzv. ARIMA modelů a v ojedinělých případech pak také modely ze skupiny analytických modelů.

Detailnější pohled na strukturu jednotlivých skupin modelů pak poskytují schémata na obrázku 3, 4 a 5, kde jsou pro jednotlivé předpovědní horizonty uvedeny již jednotlivé modely v rámci dané skupiny, přičemž modely jsou opět řazeny – sestupně - dle úspěšnosti.

Závěr

Těžiště práce spočívalo ve studiu zejména extrapoláčních vlastností vybraných modelů časových řad pro předpovídání budoucího vývoje ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací v České republice a následném zhodnocení zkonstruovaných předpovědí. Pro splnění vytyčených cílů byla realizována rozsáhlá empirická studie, na souboru 206 měsíčních časových řad, která byla dále podpořena výsledky dalších dvou studií „Comparative study of short-term time series models: use of mobile telecommunication Services in CR regions“, a „Application of exponential smoothing models and ARIMA models in time series analysis from telco area“. Dané studie jsou svým zaměřením velmi blízké cílům stanoveným v disertační práci. V obou případech byly v publikacích posuzovány vlastnosti modelů pro předpovídání, případně popis uplynulého vývoje, vybraných ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací s následným zhodnocením úspěšnosti jak jednotlivých modelů, tak skupin modelů (kapitola 4).

Ve vlastní části práce v kapitolách 3.5, 3.6, 3.7 a 3.8 jsou uvedené jednotlivé kroky dílčích analýz týkajících se konstrukce a následného posouzení vhodnosti jak modelů individuálních, tak modelů kombinovaných.

Pod vlivem provedených analýz lze jednoznačně konstatovat, že prognostické postupy lze s úspěchem použít pro odhad budoucího vývoje nefinančních ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací. Dané techniky založené na extrapolaci modelů časových řad vycházejí pouze z průběhu hodnot v čase. K analýze tak stačí pouze informace o minulém vývoji sledovaných ukazatelů, což je mnohem snadněji zjistitelný údaj, než například údaje potřebné pro odhadování očekávaného vývoje pomocí ekonometrických modelů.

Kvalitní výsledky přináší zejména využití adaptivních modelů časových řad. Časové řady z oblasti telekomunikací často vykazují komplikovanou strukturu, jejich vývoj je ovlivněn působením mnoha faktorů a jejich modelování může představovat obtížný problém. I přes složitou stochastickou strukturu některých sledovaných časových řad je však možné identifikovat poměrně úzký okruh použitelných modelů. Výsledky některých studií zabývajících se modelováním a prognózováním časových řad pomocí Boxovy-Jenkinsovy metodologie naznačují, že by problém týkající se složitých struktur mohl být řešitelný právě jejím užitím. Přesto však výsledky této studie prokazují, že z adaptivních modelů nachází v této oblasti většího uplatnění modely exponenciálního vyrovnávání. Modely Boxovy-

Jenkinsovy metodologie jsou taktéž uplatnitelné pro odhadování budoucího vývoje sledovaných ukazatelů, jsou však ve většině případů zatíženy vyššími chybami.

Jednotlivé zkonstruované modely byly dále kombinovány a následně provedena komparativní analýza modelů individuálních a modelů kombinovaných. Co se týče kombinovaných modelů a jejich úspěšnosti ve srovnání s modely individuálními, v žádné dílčí analýze provedené v kapitole 3.8.7 nedosáhla úspěšnost modelů kombinovaných relativní četnosti 50%. Kombinované modely se v této rozsáhlé empirické studii nejeví jako vhodnější pro předpovídání budoucího vývoje nefinančních ukazatelů z oblasti mobilních telekomunikací. Je však nutné si uvědomit, že v některých případech byly zkonstruované modely kombinované zatíženy nižší předpovědní chybou, než modely individuální. Jako úspěšnější při předpovídání budoucího vývoje zkoumaných časových řad se totiž ukázaly v 43% případů, což není zanedbatelný výsledek. Jistě tedy stojí za to při předpovídání věnovat čas i metodě kombinování a konstrukci kombinovaných modelů lze doporučit.

V práci byla posuzována jak kvalita jednotlivých modelů (*MAPE*), tak kvalita předpovědi (relativní a průměrná relativní chyba předpovědi). Hodnoty kritérií *MAPE* a relativní chyby předpovědi byly pro účely této analýzy rozděleny do intervalů. Důležitým znakem hodnocení jednotlivých modelů byla jejich četnost výskytu v příslušné skupině hodnot.

V případě hodnocení kvality zkonstruovaných individuálních modelů nepřesáhla hodnota metriky *MAPE* 10% v případě 165 ukazatelů, což představuje přibližně 80% z celkového počtu 206. V případě modelů kombinovaných pak tuto hodnotu nepřesáhlo 79% zkonstruovaných modelů s využitím prostého aritmetického průměru, s využitím váženého aritmetického průměru pak o 1% méně – tedy 78% případů.

Výsledky hodnocení přesnosti předpovědi (kapitola 3.9 a 3.10) svědčí o poměrně vhodné zvoleném přístupu k odhadování budoucího vývoje sledovaných ukazatelů. Jak vyplývá z výsledků kapitol 3.9 a 3.10, jsou předpovědi konstruované s využitím systému SAS zatíženy poměrně nízkými hodnotami relativních chyb i průměrných relativních chyb předpovědi. V porovnání s předpověďmi, jež byly generovány společností Vodafone Czech Republic, a.s., je prognózování daných ukazatelů pomocí metod analýzy časových řad jednoznačně přesnější a využití metody lze mobilním telekomunikačním společenstvem jen doporučit. Při předpovídání na 3 období dopředu, s využitím modelů časových řad, je zatíženo průměrnou relativní chybou nižší než 5% 113 ukazatelů, což představuje přibližně

55% z celkového počtu. Předpovědi konstruované společností Vodafone Czech Republic a.s. jsou zatíženy průměrnou relativních chybou s hodnotou nižší než 5% pouze ve 33% případů, což odpovídá 68 ukazatelům. Při předpovídání na jedno nejbližší budoucí období bylo dosaženo nepatrně lepších výsledků. Pro mobilní telekomunikační společnosti však při předpovídání sehrává významnou roli 3 měsíční předpovědní horizont.

Mechanická generalizace výsledků však není možná. Studie by měla být neustále aktualizována a doplňována o nové údaje. Při aplikaci modelů časových řad je nutné brát v úvahu, kromě kvantitativních statistických kritérií, také kritéria věcná a nesmí být opomenut ani typ časové řady. Model, který se jeví jako nejvhodnější pro popis jedné časové řady, může být pro jinou časovou řadu zcela nepoužitelný.

Dále je zapotřebí připomenout, že modely byly konstruovány pouze pro 3 vybrané předpovědní horizonty a pro časové řady s převážně měsíční periodicitou. Tyto parametry byly v práci nastaveny právě tímto způsobem, aby bylo možné zjištěné výsledky porovnat se skutečností. Tedy aby odpovídaly požadavkům a potřebám reálné telekomunikační společnosti.

Získané výsledky byly, po předchozí dohodě, prezentovány ve společnosti Vodafone Czech Republic, a.s.. Dosažené výsledky jsou zejména pro oddělení Planning and Analysis (oddělení zodpovědné za proces plánování) velice zajímavé a přínosné, proto budou v rámci společnosti projednávány i další možnosti využití statistického balíku SAS, aby bylo dosaženo nejkratší doby návratnosti investice, při případném rozhodnutí o nákupu potřebných licencí.

SEZNAM LITERATURY

Anděl, J., (1976). *Statistická analýza časových řad*. Praha, SNTL.

Anděl, J., (1993). *Statistické metody*. Matfyzpress, KU Praha.

Anderson, O. D., (1974), An inequality with a time series application, *Journal of Econometrics*, Vol. 2, No. 2, pp. 189-193.

Arlt, J., Arltová, M., (2009). *Ekonomické časové řady*. Praha, Professional Publishing. ISBN 978-80-86946-85-6.

Arlt, J., Arltová, M., Rublíková, E., (2003). *Analýza ekonomických časových řad s příklady*. VŠE, Praha, ISSN 80-245-0307-7.

Bastianin, A., Galeotti, M., Manera, M., (2016). Statistical and economic evaluation of time series models for forecasting arrivals at call centers. *Empirical Economics*, pp. 1-33.

Billah, B., King, M. L., Snyder, R. D., Koehler, A. B., (2006). Exponential smoothing model selection for forecasting. *International Journal Of Forecasting*, Vol. 22, No. 2, pp. 239-247.

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., (1976). *Time series analysis, forecasting and control*. San Francisco, Holden Day.

Cipra, T., (1982). Behaviour of the portmanteau statistic for white noise with periodical components. *Research report 82-3*, Dept. of Statistics, University of Uppsala.

Cipra, T., (1986). *Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii*. Praha, SNTL/Alfa.

Corberán-Vallet, A., Bermúdez, J. D., Vercher, E., (2011). Forecasting correlated time series with exponential smoothing models. *International Journal Of Forecasting*, Vol. 27, No. 2, pp. 252-265.

Dastorani, M. T., Mirzavand, M., Dastorani, M., Sadatinejad, S. J., (2016). Comparative study among different time series models applied to monthly rainfall forecasting in semi-arid climate condition. *Natural Hazards*, Vol. 81, pp. 1811-1827.

Fildes, R., Hibon, M., Makridakis, S., Meade, N., (1998), Generalising about univariate forecasting methods: further empirical evidence, *International Journal of Forecasting*, Vol. 14, No. 3, pp. 339–358.

Fuller, W. A., (1976). *Introduction to statistical time series*. New York, Willey.

Gardner, E. S., (2006). Exponential smoothing: The state of the art–Part II. *International Journal Of Forecasting*, Vol. 22, No. 4, pp. 637-666.

Gardner, E. S., Diaz-Saiz, J., (2008). Exponential smoothing in the telecommunications data. *International Journal of Forecasting*, Vol. 24, No. 1, pp. 170-174.

Godfrey, L. G., (1979). Testing the adequacy of a time series model. *Biometrika*, Vol. 66, No. 1, pp. 67-72. DOI org/10.1093/biomet/66.1.67.

Granger, C. W. J., Hanataka, M., (1964). *Spectral analysis of economic time series*. Princeton, Princeton University Press.

Hannan, E. J., (1980). The estimation of the order of an ARMA process. *The Annals of Statistics*, Vol. 8, No. 5, pp. 1071-1081.

Harvey, A. C., (1990). *The econometric analysis of time series*. Mit Press.

Havránek, T., (1993). *Statistika pro biologické a lékařské vědy*, Academia, Praha.

Hilas, C. S., Goudos, S. K., Sahalos, J. N., (2006). Seasonal decomposition and forecasting of telecommunication data: A comparative case study. *Technological Forecasting And Social Change*, Vol. 3, No. 5, pp. 495-509.

Hipel, K. W., McLeod, A. I., Lennox, W. C., (1977). Advances in Box – Jenkins modeling, 1, model construction. *Water Resources Research*, Vol. 13, No. 3, pp. 567-575.

Hindls, R., Hronová S., Novák I., (2000). *Metody statistické analýzy pro ekonomy*, Praha, ISBN 80-7261-013-9.

Hossain, M. Z., (2011). The use of box-cox transformation technique in economic and statistical analyses. *Journal of Emerging Trends in Economics and Management Sciences*, Vol. 2, No. 1, pp. 32-39.

Hosking, J. R., (1980). The multivariate portmanteau statistic. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 75, No. 371, pp. 602-608.

Christodoulos, C., Michalakelis, C., Varoutas, D., (2011). On the combination of exponential smoothing and diffusion forecasts: An application to broadband diffusion in the OECD area. *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 78, No. 1, pp. 163-170.

Kirikos, D. G., (2000). Forecasting exchange rates out of sample: random walk vs Markov switching regimes. *Applied Economics Letters*, Vol. 7, No. 2, pp. 133-136.

Kozák, J., Seger, J., (1975). *Jednoduché statistické metody v prognostice*. Praha, SNTL.

Köppelová, J., Jindrová, A., (2017), Comparative Study of Short-Term Time Series Models: Use of Mobile Telecommunication Services in CR Regions, *Agris on-line Papers in Economics and Informatics*, Vol. 9, No. 1, pp. 77-89. ISSN 18041930.

Mabert, V. A., (1985). Short interval forecasting of emergency phone call (911) work loads. *Journal Of Operations Management*, Vol. 5, No. 3, 259-271.

Madden, G., Tan, J., (2007), Forecasting telecommunications data with linear models, *Telecommunications Policy*, Vol. 31, No. 1, pp. 31–44, DOI: 10.1016/j.telpol.2006.11.004.

Mastorocostas, P., Hilas, C., (2012). A computational intelligence-based forecasting system for telecommunications time series. *Engineering Applications Of Artificial Intelligence*, Vol. 25, No. 1, pp. 200-206.

Meade, N., Islam, T., (2015), Forecasting in telecommunications and ICT—A review, *International Journal of Forecasting*, Vol. 31, No. 4, pp. 1105–1126.

Mishra, G. C., Singh, A., (2013). A Study on Forecasting Prices of Groundnut Oil in Delhi by Arima Methodology and Artificial Neural Networks [Online]. *Agris On-Line Papers In Economics And Informatics*, Vol. 3, pp. 25-34. Dostupné z: <http://online.agris.cz/archive/2013/3/3>

Murat, M., Malinowska, I., Hoffmann, H., Baranowski, P., (2016). Statistical modelling of agrometeorological time series by exponential smoothing. *International Agrophysics*, Vol. 30, No. 1, pp. 57-65.

Nelder, J. A., Meada, R., (1965). A simplex method for function minimization. *The computer journal*, Vol. 7, No. 4, pp. 308-313.

Newbold, P., Granger, C. W. J., (1974). Experience with forecasting univariate time series and the combination forecasts. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, pp. 131-136.

Nijdam, J., (1990). Forecasting telecommunications services using Box-Jenkins (ARIMA) models. *Telecommunication Journal of Australia*, Vol. 40, No. 1, pp. 31-37.

Papic-Blagojevic, N., Vujko, A., Gajic, T., (2016). Comparative analysis of exponentials smoothing models to tourists' arrivals in Serbia. *Ekonomika Poljoprivrede*, Vol. 63, No. 3, pp. 835- 845.

Sachs, L., (1984). *Applied Statistics*, Springer-Verlag, New York.

SAS/ETS User`s Guide, Version 6., (1993). SAS Institute Inc., Cary, USA.

SAS® 9.4 Procedures by Name and Product, [online]. [cit.2017-01-23]. Dostupné z: <http://support.sas.com/documentation/cdl/en/allprodsproc/70141/HTML/default/viewer.htm#procedures.htm>

Sbrana, G., Silvestrini, A., (2014). Random switching exponential smoothing and inventory forecasting. *International Journal Of Production Economics*, Vol. 156, pp. 283-294.

Seger, J., Hindls, R., (1993). *Statistické metody v ekonomii*. Praha: H&H. ISBN 80-85787-26-1.

Schlotzhauer, S.D., Littell, R.C., (1987). *SAS System for Elementary Statistical Analysis*, SAS Institute Inc., Cary, NC.

Schuster, A., (1898). On the investigation of hidden periodicities with application to a supposed 26 day period of meteorological phenomena. *Terrestrial Magnetism*, Vol. 3, No. 1, pp. 13-41.

Slutzky, E., (1937). The summation of random causes as the source of cyclic processes. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 105-146.

Silvey, S. D., (1959). The Lagrangian multiplier test. *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 30, No. 2, pp. 389-407.

Woodfield T. J., (2003). *Introduction to time series forecasting using SAS/ETS software: course notes*. Cary, NC, USA: SAS Institute.

Yaffee, R. A., McGee, M., (2000). *An introduction to time series analysis and forecasting: with applications of SAS® and SPSS®*. Academic Press.

Yuan, C., Liu, S., Fang, Z., (2016). Comparison of China's primary energy consumption forecasting by using ARIMA (the autoregressive integrated moving average) model and GM(1,1) model [Online]. *Energy*, Vol. 100, pp. 384-390, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.02.001>

Yule, G. U., (1927). On a method of investigating periodicities in disturbed series, with special reference to Wolfer's sunspot numbers. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 226, pp. 267-298.

Přílohy

Oddíl příloh se sestává ze dvou částí. První část je tabulková. Druhá část je z důvodu obsáhlosti uložena na přiloženém flash disku. V tabulkové části je prezentován kompletní výčet všech 206 sledovaných ukazatelů, dále jsou v ní uvedené tabulky s konkrétními skutečnými hodnotami pro testovaná předpovědní období, hodnoty předpovědí a tabulky s dosaženými hodnotami relativních chyb předpovědí.

Flash disk příloha obsahuje konkrétní hodnoty sledovaných ukazatelů. Datové matice, z nichž jsou konstruovány kontingenční tabulky představující dílčí výsledky práce, a vše je doloženo výstupy ze systému SAS při vlastním zpracování časových řad.

Seznam příloh – tabulková část

Příloha 1: Přehled analyzovaných ukazatelů

Příloha 2: Skutečné hodnoty sledovaných ukazatelů, hodnoty předpovědí pro předpovědní horizont 1 (SAS) a hodnoty relativních chyb předpovědí

Příloha 3: Skutečné hodnoty sledovaných ukazatelů, hodnoty předpovědí pro předpovědní horizont 3 (SAS) a hodnoty relativních chyb předpovědí

Příloha 4: Skutečné hodnoty sledovaných ukazatelů, hodnoty předpovědí pro předpovědní horizont 1 (VF) a hodnoty relativních chyb předpovědí

Příloha 5: Skutečné hodnoty sledovaných ukazatelů, hodnoty předpovědí pro předpovědní horizont 3 (VF) a hodnoty relativních chyb předpovědí

Seznam příloh – flash disk

Příloha 6: Zdrojová data

Příloha 7: Datová matice – analýza předpovědního horizontu 1

Příloha 8: Datová matice – analýza předpovědního horizontu 3

Příloha 9: Datová matice – analýza předpovědního horizontu 5

Příloha 10: Podrobné výstupy ze systému SAS

Tabulková část

Příloha 1: Přehled analyzovaných ukazatelů

číslo ukazatele při analýzách v systému SAS	název sledovaného ukazatele v anglickém jazyce
1	Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
2	Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
3	Wholesale messages[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2
4	Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
5	Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
6	Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
7	Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2
8	Mobile CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2
9	Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2
10	Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2
11	Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2
12	Mobile CustomersMV000 - Net MovementAllCustom2 - All Custom 2
13	Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
14	Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
15	Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
16	Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
17	OneNet Seats - Core[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2
18	Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
19	Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
20	Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
21	Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
22	Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
23	Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
24	Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
25	Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
26	Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
27	Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
28	Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
29	Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
30	Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
31	Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
32	Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
33	Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
34	Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
35	Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
36	Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2
37	Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2
38	Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2
39	Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersAllCustom2 - All Custom 2
40	Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2
41	Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2
42	Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
43	Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
44	Wholesale messages[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract
45	Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
46	Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
47	Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
48	Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract
49	Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract
50	Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract
51	Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract
52	Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract
53	Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG110 - Local Enterprise Contract
54	Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
55	Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
56	Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
57	Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
58	Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
59	Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
60	Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
61	Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
62	Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract

63	Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
64	Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
65	Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
66	Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
67	Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
68	Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
69	Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
70	Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
71	Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
72	Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
73	Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
74	Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
75	Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract
76	Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract
77	Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract
78	Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract
79	Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract
80	Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
81	Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
82	Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
83	Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
84	Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
85	Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract
86	Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract
87	Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract
88	Mobile CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract
89	Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract
90	Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract
91	Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG210 - Consumer Contract
92	Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
93	Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
94	Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
95	Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
96	Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
97	Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
98	Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
99	Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
100	Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
101	Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
102	Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
103	Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
104	Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
105	Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
106	Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
107	Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
108	Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
109	Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
110	Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
111	Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
112	Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
113	Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
114	Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract
115	Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract
116	Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract
117	Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract
118	Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract
119	Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract
120	Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
121	Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
122	Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
123	Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
124	Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
125	Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG220 - Consumer Prepay
126	Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG220 - Consumer Prepay
127	Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay
128	Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay
129	Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG220 - Consumer Prepay
130	Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG220 - Consumer Prepay
131	Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
132	Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
133	Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
134	Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
135	Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay

136	Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
137	Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
138	Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
139	Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
140	Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
141	Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
142	Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
143	Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
144	Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay
145	Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2
146	No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2
147	Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
148	Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2
149	M2M SimsAV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2
150	Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
151	Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract
152	No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract
153	Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
154	Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract
155	Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
156	Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract
157	E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract
158	E8120100 - Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract
159	E8861000 - Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
160	E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay
161	Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay
162	P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
163	E8028000 - Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2
164	E8028000 - Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2
165	Mobile Customer AccountAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2
166	Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2
167	Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2
168	Vodafone Secure Device Manager Users[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2
169	Wholesale AirtimeAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
170	Total International Visitor MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
171	Visitor Airtime-international OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
172	Visitor Airtime-international IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
173	Sim Only Retention Volumes[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2
174	No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG111 - VGE
175	Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG111 - VGE
176	Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG111 - VGE
177	Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE
178	E8028000 - Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE
179	P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
180	Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract
181	Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract
182	Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract
183	Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract
184	Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract
185	P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
186	Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract
187	Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract
188	Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract
189	Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract
190	Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
191	Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract
192	P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay
193	Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG220 - Consumer Prepay
194	Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
195	E1529000 - Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
196	Total MVNO MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
197	Wholesale Airtime-MVNO IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
198	Wholesale Airtime-MVNO OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2
199	Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE
200	Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE
201	Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
202	Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract
203	E1528000 - Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
204	Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract
205	Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay
206	Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay

Tabulková část

Příloha 2: Skutečné hodnoty sledovaných ukazatelů, hodnoty předpovědi pro předpovědní horizont 1 (SAS) a hodnoty relativních chyb předpovědi

sledovaný ukazatel	skutečnost 072018	předpověď SAS - 072018	relativní chyba předpovědi - 072018 SAS
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	98 096 103	101 292 247	1.9%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 756 169	9 345 338	6.1%
Wholesale messages[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	23 927 249	24 521 008	15.0%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	83 068	81 209	1.2%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-59 414	-66 051	5.3%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	180 006 882	187 616 360	2.9%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2	3 809 559	3 797 266	4.0%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	85 810	83 934	0.0%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-60 236	-67 176	4.8%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	3 822 339	3 818 055	3.9%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	3 835 118	3 824 296	3.9%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementAllCustom2 - All Custom 2	25 559	18 336	11.6%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	79 469	78 352	1.0%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-1 741	-1 946	15.2%
Mobile NuMber Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	1 539	3 107	248.9%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	600	607	125.5%
OneNet Seats - Core[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	434 281	436 507	9.3%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	2 384 892 296	2 422 450 000	3.1%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	6 273 151 490	6 723 390 000	27.9%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	472 648 624	498 586 179	5.9%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	15 436 791	17 046 851	4.3%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	233 932 268	242 749 920	6.8%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	213 885 860	227 103 317	6.0%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 393 705	10 006 417	15.6%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 367 228	3 796 972	7.4%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	228 037 707	234 710 031	8.3%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	10 751 729	11 680 213	2.8%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	198 724 933	204 865 998	6.1%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	18 561 045	19 267 421	34.7%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	47 715 660	70 979 608	7.6%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	26 310 699	23 307 176	20.6%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	21 404 961	33 801 236	8.4%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 880	10 164	13.8%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	561	602	56.1%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-60 236	-67 061	4.8%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2	2 090 013	2 082 729	11.7%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	60 536	59 854	11.7%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-7 909	-7 973	0.0%
Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersAllCustom2 - All Custom 2	-36 019	-24 394	26.7%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	2 106 621	2 108 792	11.5%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	2 098 317	2 097 120	11.6%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	39 164 897	40 419 985	3.4%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 504 065	4 193 979	3.4%
Wholesale messages[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	21 983 086	22 746 224	13.2%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-255	17 370	2.4%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-8 465	-10 113	12.0%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	73 212 869	79 040 395	3.6%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 412 312	1 411 232	5.9%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	14 186	16 422	26.2%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-8 647	-10 347	11.4%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 415 462	1 414 358	5.8%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	1 418 611	1 417 744	5.6%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG110 - Local Enterprise Contract	6 299	5 920	69.3%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	11 677	13 384	30.9%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-329	-272	70.5%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	61	44	155.7%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	695 443 178	706 132 184	11.5%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	2 553 850 645	2 667 080 000	30.9%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	218 970 235	234 937 710	5.2%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	8 646 640	9 726 226	3.2%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	101 570 241	107 573 773	6.6%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	103 896 719	111 655 194	4.9%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 856 635	5 428 258	13.2%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 847 957	2 136 426	7.2%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	95 670 002	97 125 281	9.0%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 524 738	4 946 096	4.7%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	84 593 904	86 869 725	6.9%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	6 551 360	6 751 001	39.8%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	21 514 407	25 017 612	18.2%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	12 433 179	14 225 176	18.0%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	9 081 228	10 804 841	18.5%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 321	4 410	7.9%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	195	192	42.1%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-8 647	-10 343	11.2%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract	767 960	768 168	12.0%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	6 743	7 358	14.2%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-3 144	-3 035	12.0%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	771 591	775 241	11.6%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	769 775	770 718	11.8%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	51 391 076	53 231 841	2.1%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	4 666 015	3 870 433	10.3%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	8 118	9 196	22.5%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-7 858	-7 858	5.1%

Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	93 937 324	95 555 128	2.6%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract	1 169 389	1 168 740	3.0%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	9 944	11 005	25.1%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-8 498	-8 655	2.1%
Mobile CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract	431	309	135.0%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	1 170 328	1 170 373	2.9%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	1 171 266	1 171 574	2.8%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG210 - Consumer Contract	1 877	2 591	111.7%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	6 287	7 299	53.7%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-1 412	-1 497	2.3%
Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 184	1 477	119.8%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	494	526	129.8%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 680 009 968	1 715 620 000	0.4%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 518 334 142	3 775 860 000	25.0%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	200 760 557	206 656 224	6.8%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	5 997 765	6 189 523	6.5%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	88 901 757	90 427 914	6.5%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	103 195 392	106 463 201	7.8%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	2 665 643	2 692 807	20.6%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 192 182	1 292 827	7.2%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	92 245 307	94 575 307	10.5%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 933 879	4 256 209	4.8%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	82 154 749	84 309 072	7.6%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	6 156 679	6 849 935	52.1%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	21 395 822	24 647 205	27.1%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	13 051 800	15 738 271	25.0%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	8 344 022	9 524 124	30.4%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	5 559	5 658	18.5%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	365	495	63.3%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-8 498	-8 658	2.1%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract	802 537	803 818	9.9%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	6 408	7 079	17.0%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-2 898	-3 020	4.8%
Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract	11	1 407	2545.5%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	806 058	809 178	9.8%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	804 298	805 407	9.9%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	7 540 130	7 593 206	7.9%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	586 089	626 832	12.7%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	60 356	57 852	9.4%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	-42 520	-47 621	3.2%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	12 856 689	12 567 121	1.1%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG220 - Consumer Prepay	1 163 068	1 157 519	1.7%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG220 - Consumer Prepay	60 373	57 832	9.4%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay	-42 520	-47 656	3.2%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	1 171 681	1 169 709	1.9%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG220 - Consumer Prepay	1 180 294	1 178 140	2.0%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG220 - Consumer Prepay	17 226	10 271	22.1%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	60 300	57 497	9.3%
Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	-883	-927	2.5%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	45	24	37.8%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	9 439 150	7 096 850	8.5%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	200 966 703	192 345 060	41.7%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	52 917 832	53 445 633	5.3%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	792 386	811 145	0.1%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	43 460 270	43 702 768	7.6%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	6 793 749	6 913 756	3.2%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	1 871 427	1 883 084	14.7%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	327 089	347 779	9.0%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	40 122 398	40 269 954	1.7%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	2 293 112	2 428 141	4.2%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay	-1 867	229	12.8%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	156 018	156 221	9.8%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	3 406 941	3 404 037	3.8%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 565	3 558	52.7%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	70 265	70 807	25.0%
M2M SimsAV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	218 858	219 850	5.6%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 409 672	3 433 129	3.8%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contr	51 802	51 995	5.9%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 387 719	1 387 778	5.3%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	3 282	3 466	53.7%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	29 269	29 423	13.9%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 388 551	1 399 057	5.3%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	90 197	90 204	10.3%
E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contra	1 134 973	1 135 238	3.0%
E8120100 - Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	26 089	26 444	40.9%
E8861000 - Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 136 873	1 144 142	3.1%
E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	819 381	815 003	1.2%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	14 908	15 044	19.0%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	180 006 882	193 144 203	2.9%
E8028000 - Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	5 237	5 851	38.1%
E8028000 - Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-4 754	-4 487	11.7%
Mobile Customer AccountAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	892 316	886 757	1.3%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	892 086	886 943	1.3%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	514 163	513 431	0.1%
Vodafone Secure Device Manager Users[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	6 710	6 861	12.8%
Wholesale AirtimeAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	48 353 749	44 173 420	14.6%
Total International Visitor MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	24 800 751	20 171 429	28.0%
Visitor Airtime-international OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	12 891 723	10 445 346	28.3%
Visitor Airtime-international IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	11 909 028	9 507 363	27.7%

Sim Only Retention Volumes[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	56 001	58 220	13.0%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG111 - VGE	64 869	64 747	17.6%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG111 - VGE	64 790	64 576	17.9%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG111 - VGE	64 869	64 782	17.6%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE	64 947	65 366	17.3%
E8028000 - Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE	574	367	42.9%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	73 212 869	78 299 075	3.6%
Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	774	811	12.9%
Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-636	-771	33.3%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	162 339	156 891	0.7%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	180 835	180 396	0.2%
Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	34 613	36 091	7.8%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	93 937 324	95 120 349	2.6%
Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	4 463	5 014	42.4%
Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-4 116	-3 822	8.4%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	729 173	729 261	1.4%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract	326 210	326 173	0.0%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	283	358	42.0%
Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract	21 388	18 687	46.6%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	12 856 689	12 596 576	1.1%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG220 - Consumer Prepay	6 841	6 612	3.4%
Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	2 742	2 624	36.3%
E1529000 - Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-822	-933	30.7%
Total MVNO MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	23 552 998	24 008 273	0.5%
Wholesale Airtime-MVNO IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	13 577 600	13 553 283	3.5%
Wholesale Airtime-MVNO OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 975 398	10 133 934	3.6%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE	1 205	980	45.1%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE	64 869	65 052	17.6%
Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	899	982	36.0%
Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-182	-210	16.5%
E1528000 - Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 826	1 602	37.0%
Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-640	-767	34.7%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	14 019	14 092	21.0%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	819 381	815 663	1.2%

Tabulková část

Příloha 3: Skutečné hodnoty sledovaných ukazatelů, hodnoty předpovědi pro předpovědní horizont 3 (SAS) a hodnoty relativních chyb předpovědi

název ukazatele	skutečnost 092018	předpověď SAS - 092018	relativní chyba předpovědi - 092018 SAS
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	99 364 248	105 224 351	5.9%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	6 386 076	6 864 797	7.5%
Wholesale messages[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	26 189 911	26 534 919	1.3%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	87 335	82 329	5.7%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-60 489	-65 788	8.8%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	188 271 399	196 998 905	4.6%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2	3 858 868	3 810 883	1.2%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	90 122	85 341	5.3%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-61 280	-65 695	7.2%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	3 873 268	3 860 704	0.3%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	3 887 668	3 829 539	1.5%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementAllCustom2 - All Custom 2	28 800	24 062	16.5%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	83 900	84 557	0.8%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-2 056	-1 946	5.4%
Mobile NuMber Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	4 259	2 734	35.8%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	713	606	15.0%
OneNet Seats - Core[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	442 851	440 983	0.4%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	2 364 271 983	1 846 640 000	21.9%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	6 003 909 392	6 882 480 000	14.6%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	491 126 874	521 289 744	6.1%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	16 182 236	16 948 878	4.7%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	242 891 122	251 997 349	3.7%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	222 564 605	236 674 219	6.3%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 488 911	9 435 870	0.6%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 383 236	3 668 594	8.4%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	234 400 992	244 739 566	4.4%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	10 774 519	11 841 341	9.9%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	205 772 564	214 546 127	4.3%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	17 853 909	21 871 005	22.5%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	41 855 869	45 970 835	9.8%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	22 327 845	22 864 503	2.4%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	19 528 024	29 447 311	50.8%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	10 839	10 131	6.5%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	439	549	24.9%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-61 280	-65 695	7.2%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2	2 117 485	2 120 742	0.2%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	64 095	63 138	1.5%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-7 941	-7 730	2.7%
Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersAllCustom2 - All Custom 2	-34 822	-18 373	47.2%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	2 138 817	2 148 774	0.5%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	2 128 151	2 136 037	0.4%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	40 082 180	41 368 257	3.2%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	2 936 678	3 057 070	4.1%
Wholesale messages[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	23 188 481	23 918 955	3.2%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-178	17 007	9654.5%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-11 016	-10 085	8.5%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	77 175 189	81 575 781	5.7%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 424 971	1 421 195	0.3%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	18 406	16 534	10.2%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-11 198	-10 353	7.5%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 428 885	1 426 008	0.2%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	1 432 799	1 427 879	0.3%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG110 - Local Enterprise Contract	7 828	4 573	41.6%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	15 733	13 398	14.8%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-400	-321	19.7%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	48	56	17.1%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	687 037 585	688 347 771	0.2%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	2 432 196 261	2 821 730 000	16.0%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	231 582 698	247 333 807	6.8%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	9 067 721	9 536 113	5.2%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	108 177 552	113 854 139	5.2%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	109 304 127	117 838 903	7.8%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	5 033 298	4 956 501	1.5%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 852 975	1 986 339	7.2%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	100 326 307	106 466 311	6.1%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 620 984	4 980 743	7.8%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	89 220 958	93 828 891	5.2%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	6 484 365	7 874 259	21.4%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	18 459 370	24 582 431	33.2%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	10 288 830	11 789 836	14.6%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	8 170 540	9 540 329	16.8%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 590	4 825	5.1%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	178	194	8.9%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-11 198	-10 365	7.4%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract	777 851	782 736	0.6%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	9 297	7 753	16.6%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-3 054	-3 174	3.9%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	786 623	789 881	0.4%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	782 237	783 402	0.1%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	51 866 005	55 362 181	6.7%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 020 715	3 067 569	1.6%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	10 456	10 369	0.8%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-7 679	-7 849	2.2%

Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	98 340 299	101 992 165	3.7%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract	1 174 721	1 171 184	0.3%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	12 321	11 589	5.9%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-8 288	-8 641	4.3%
Mobile CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract	1 034	128	87.6%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	1 177 255	1 175 411	0.2%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	1 179 788	1 173 793	0.5%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG210 - Consumer Contract	5 067	2 816	44.4%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	8 800	7 301	17.0%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-1 656	-1 497	9.6%
Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 444	1 029	28.7%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	645	538	16.6%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 669 343 336	1 247 860 000	25.2%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 386 035 203	3 563 720 000	5.2%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	208 321 001	211 176 322	1.4%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	6 289 218	6 527 232	3.8%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	92 841 273	94 041 034	1.3%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	106 512 666	107 013 127	0.5%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	2 677 844	2 889 738	7.9%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 211 797	1 285 619	6.1%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	94 965 204	99 374 306	4.6%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 955 574	4 300 067	8.7%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	85 153 073	87 732 478	3.0%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	5 856 557	8 380 637	43.1%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	19 057 093	22 952 805	20.4%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	11 374 163	13 928 666	22.5%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	7 682 930	9 037 111	17.6%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	6 249	4 368	30.1%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	261	302	15.6%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-8 288	-8 641	4.3%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract	812 240	816 508	0.5%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	8 773	8 893	1.4%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-2 996	-3 009	0.4%
Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract	2 914	502	82.8%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	820 931	819 288	0.2%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	816 586	813 747	0.3%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	7 416 063	7 494 409	1.1%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	428 683	488 247	13.9%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	58 703	62 026	5.7%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	-41 560	-49 339	18.7%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	12 755 911	12 998 118	1.9%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG220 - Consumer Prepay	1 193 357	1 176 703	1.4%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG220 - Consumer Prepay	58 703	62 082	5.8%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay	-41 560	-49 680	19.5%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	1 201 239	1 195 438	0.5%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG220 - Consumer Prepay	1 209 121	1 198 758	0.9%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG220 - Consumer Prepay	15 764	10 160	35.5%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	58 675	54 510	7.1%
Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	-856	-921	7.6%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	20	22	10.0%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	8 883 257	6 380 040	28.2%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	185 677 928	231 304 070	24.6%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	51 223 175	53 005 696	3.5%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	825 297	843 373	2.2%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	41 872 297	43 438 456	3.7%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	6 747 812	6 912 829	2.4%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	1 777 769	1 815 779	2.1%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	318 464	335 604	5.4%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	39 109 481	40 388 957	3.3%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	2 197 961	2 356 144	7.2%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay	-1 891	509	126.9%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	153 579	154 167	0.4%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	3 429 939	3 408 555	0.6%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	4 877	3 539	27.4%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	66 150	69 253	4.7%
M2M SimsAV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	220 991	221 738	0.3%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 432 706	3 437 874	0.2%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contr	51 589	51 471	0.2%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 402 734	1 398 213	0.3%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 328	3 309	23.5%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	28 235	29 345	3.9%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 403 580	1 399 607	0.3%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	89 056	88 675	0.4%
E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contra	1 142 016	1 139 450	0.2%
E8120100 - Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	24 251	25 636	5.7%
E8861000 - Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 143 937	1 141 464	0.2%
E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	819 300	818 452	0.1%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	13 665	14 973	9.6%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	188 271 399	192 914 682	2.5%
E8028000 - Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	6 876	5 873	14.6%
E8028000 - Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-3 837	-4 459	16.2%
Mobile Customer AccountAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	892 204	885 836	0.7%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	892 680	886 025	0.7%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	500 589	510 755	2.0%
Vodafone Secure Device Manager Users[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	6 795	6 489	4.5%
Wholesale AirtimeAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	48 405 193	43 709 042	9.7%
Total International Visitor MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	25 029 282	21 830 510	12.8%
Visitor Airtime-international OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	13 020 869	11 398 304	12.5%
Visitor Airtime-international IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	12 008 413	9 557 908	20.4%

Sim Only Retention Volumes[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	62 999	58 081	7.8%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG111 - VGE	65 890	66 398	0.8%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG111 - VGE	65 819	65 943	0.2%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG111 - VGE	65 890	65 816	0.1%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE	65 960	66 777	1.2%
E8028000 - Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE	585	390	33.3%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	77 175 189	81 493 673	5.6%
Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	717	747	4.2%
Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	322	-716	322.3%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	161 865	156 433	3.4%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	178 673	180 083	0.8%
Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	38 266	38 810	1.4%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	98 340 299	101 796 926	3.5%
Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	6 158	5 031	18.3%
Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-4 165	-4 195	0.7%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	730 230	729 029	0.2%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract	314 920	322 379	2.4%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	549	329	40.2%
Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract	24 733	18 331	25.9%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	12 755 911	12 813 267	0.4%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG220 - Consumer Prepay	6 658	6 491	2.5%
Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	2 787	2 598	6.8%
E1529000 - Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-791	-795	0.5%
Total MVNO MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	23 375 911	24 013 069	2.7%
Wholesale Airtime-MVNO IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	13 440 508	13 576 526	1.0%
Wholesale Airtime-MVNO OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 935 403	10 136 069	2.0%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE	692	825	19.2%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE	65 890	65 607	0.4%
Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	922	898	2.6%
Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-182	-162	10.8%
E1528000 - Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 865	1 609	13.7%
Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-609	-803	31.9%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	12 934	13 938	7.8%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	819 300	823 294	0.5%

Tabulková část

Příloha 4: Skutečné hodnoty sledovaných ukazatelů, hodnoty předpovědi pro předpovědní horizont 1 (VF) a hodnoty relativních chyb předpovědi

sledovaný ukazatel	skutečnost 072018	předpověď VF - 072018	relativní chyba předpovědi - 072018 VF
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	98 096 103	96 278 568	3.3%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 756 169	9 159 024	4.2%
Wholesale messages[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	23 927 249	20 345 770	2.5%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	83 068	82 083	2.2%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-59 414	-56 268	11.2%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	180 006 882	174 714 277	4.2%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2	3 809 559	3 658 901	0.3%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	85 810	85 819	2.2%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-60 236	-57 342	11.5%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	3 822 339	3 673 162	0.1%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	3 835 118	3 687 423	0.3%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementAllCustom2 - All Custom 2	25 559	28 522	28.3%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	79 469	80 276	1.4%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-1 741	-2 006	11.8%
Mobile NuMber Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	1 539	5 370	101.9%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	600	1 353	1.1%
OneNet Seats - Core[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	434 281	393 905	0.5%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	2 384 892 296	2 309 853 500	1.6%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	6 273 151 490	4 521 203 981	7.2%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	472 648 624	444 722 569	5.5%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	15 436 791	14 768 630	10.4%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	233 932 268	218 101 263	3.8%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	213 885 860	200 995 215	6.2%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 393 705	10 857 461	6.5%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 367 228	3 615 596	12.8%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	228 037 707	209 076 455	2.9%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	10 751 729	10 447 759	8.6%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	198 724 933	186 503 897	3.1%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	18 561 045	12 124 799	3.8%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	47 715 660	44 088 291	48.8%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	26 310 699	20 890 829	11.4%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	21 404 961	23 197 462	57.9%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 880	8 514	2.9%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	561	876	7.3%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-60 236	-57 342	11.3%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2	2 090 013	1 845 830	0.3%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	60 536	53 424	1.1%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-7 909	-7 912	0.8%
Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersAllCustom2 - All Custom 2	-36 019	-26 407	32.3%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	2 106 621	1 864 935	0.1%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	2 098 317	1 855 383	0.1%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	39 164 897	37 847 385	3.2%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 504 065	4 349 004	6.9%
Wholesale messages[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	21 983 086	19 080 139	3.5%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-255	-249	6911.8%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-8 465	-7 446	19.5%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	73 212 869	70 552 764	8.0%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 412 312	1 328 493	0.1%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	14 186	17 907	15.8%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-8 647	-7 658	19.7%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 415 462	1 333 825	0.1%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	1 418 611	1 339 156	0.1%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG110 - Local Enterprise Contract	6 299	10 663	6.0%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	11 677	15 284	14.6%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-329	-561	17.4%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	61	156	27.8%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	695 443 178	615 267 435	1.5%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	2 553 850 645	1 763 894 113	4.4%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	218 970 235	207 557 011	7.3%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	8 646 640	8 367 010	12.5%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	101 570 241	94 848 279	5.9%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	103 896 719	98 844 122	7.5%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 856 635	5 497 600	11.8%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 847 957	1 981 327	15.6%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	95 670 002	87 041 115	1.5%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 524 738	4 314 038	9.3%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	84 593 904	78 783 362	2.7%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	6 551 360	3 943 715	3.0%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	21 514 407	17 589 574	16.3%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	12 433 179	10 189 935	14.4%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	9 081 228	7 399 639	19.0%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 321	3 981	2.1%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	195	277	1.3%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-8 647	-7 681	19.6%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract	767 960	675 760	0.0%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	6 743	7 699	9.1%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-3 144	-2 768	3.5%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	771 591	682 260	0.5%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	769 775	679 010	0.1%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	51 391 076	50 297 251	3.6%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	4 666 015	4 185 417	17.1%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	8 118	9 941	13.3%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-7 858	-7 455	0.0%

Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	93 937 324	91 448 677	1.7%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract	1 169 389	1 134 159	0.1%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	9 944	12 442	10.7%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-8 498	-8 317	1.8%
Mobile CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract	431	-151	28.2%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	1 170 328	1 136 146	0.0%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	1 171 266	1 138 133	0.0%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG210 - Consumer Contract	1 877	3 974	38.0%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	6 287	9 661	16.1%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-1 412	-1 445	6.0%
Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 184	2 603	24.7%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	494	1 135	6.6%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 680 009 968	1 685 946 832	2.1%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 518 334 142	2 640 102 516	7.3%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	200 760 557	187 063 394	2.9%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	5 997 765	5 608 299	3.2%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	88 901 757	83 098 249	1.7%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	103 195 392	95 143 082	3.2%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	2 665 643	3 213 764	1.0%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 192 182	1 277 822	8.4%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	92 245 307	82 594 863	2.5%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 933 879	3 744 402	8.2%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	82 154 749	75 902 673	2.6%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	6 156 679	2 947 788	11.3%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	21 395 822	15 596 700	15.2%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	13 051 800	9 792 260	20.6%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	8 344 022	5 804 440	14.1%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	5 559	4 533	1.8%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	365	596	35.7%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-8 498	-8 317	1.9%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract	802 537	722 877	0.2%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	6 408	7 496	10.5%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-2 898	-3 038	4.2%
Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract	11	-269	12690.9%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	806 058	727 066	0.4%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	804 298	724 972	0.1%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	7 540 130	8 133 932	0.7%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	586 089	660 689	7.0%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	60 356	54 706	4.1%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	-42 520	-41 139	12.0%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	12 856 689	12 712 836	2.3%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG220 - Consumer Prepay	1 163 068	1 143 029	0.5%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG220 - Consumer Prepay	60 373	54 718	4.2%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay	-42 520	-41 139	12.1%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	1 171 681	1 149 738	0.2%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG220 - Consumer Prepay	1 180 294	1 156 446	0.2%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG220 - Consumer Prepay	17 226	13 417	40.4%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	60 300	54 669	4.6%
Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	-883	-905	5.0%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	45	62	47.1%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	9 439 150	8 639 233	24.8%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	200 966 703	117 207 352	4.3%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	52 917 832	50 102 164	1.0%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	792 386	793 321	2.4%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	43 460 270	40 154 735	0.6%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	6 793 749	7 008 011	1.8%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	1 871 427	2 146 097	0.6%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	327 089	356 447	6.3%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	40 122 398	39 440 477	0.4%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	2 293 112	2 389 319	5.9%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay	-1 867	-2 106	112.2%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	156 018	171 265	0.1%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	3 406 941	3 277 660	0.1%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 565	1 685	0.2%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	70 265	87 847	0.8%
M2M SimsAV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	218 858	206 654	0.5%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 409 672	3 279 836	0.7%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contr	51 802	54 841	0.4%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 387 719	1 313 898	0.0%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	3 282	1 521	5.6%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	29 269	33 333	0.5%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 388 551	1 314 527	0.8%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	90 197	99 465	0.0%
E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contra	1 134 973	1 100 571	0.0%
E8120100 - Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	26 089	36 770	1.4%
E8861000 - Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 136 873	1 102 118	0.6%
E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	819 381	809 738	0.5%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	14 908	17 745	0.9%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	180 006 882	174 714 277	7.3%
E8028000 - Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	5 237	7 231	11.7%
E8028000 - Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-4 754	-5 309	5.6%
Mobile Customer AccountAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	892 316	880 505	0.6%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	892 086	880 790	0.6%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	514 163	450 957	12.3%
Vodafone Secure Device Manager Users[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	6 710	7 569	2.3%
Wholesale AirtimeAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	48 353 749	41 286 745	8.6%
Total International Visitor MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	24 800 751	17 854 513	18.7%
Visitor Airtime-international OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	12 891 723	9 239 885	19.0%
Visitor Airtime-international IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	11 909 028	8 614 628	20.2%

Sim Only Retention Volumes[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	56 001	63 263	4.0%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG111 - VGE	64 869	53 454	0.2%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG111 - VGE	64 790	53 220	0.3%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG111 - VGE	64 869	53 454	0.1%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE	64 947	53 688	0.6%
E8028000 - Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE	574	328	36.1%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	73 212 869	70 552 764	6.9%
Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	774	874	4.7%
Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-636	-848	21.2%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	162 339	161 163	3.4%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	180 835	170 200	5.9%
Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	34 613	31 913	4.3%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	93 937 324	91 448 677	1.3%
Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	4 463	6 356	12.3%
Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-4 116	-4 462	7.1%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	729 173	719 299	0.0%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract	326 210	272 248	16.5%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	283	164	26.5%
Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract	21 388	31 350	12.6%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	12 856 689	12 712 836	2.0%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG220 - Consumer Prepay	6 841	8 509	24.4%
Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	2 742	3 736	4.3%
E1529000 - Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-822	-1 074	13.5%
Total MVNO MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	23 552 998	23 432 232	1.9%
Wholesale Airtime-MVNO IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	13 577 600	13 100 503	0.2%
Wholesale Airtime-MVNO OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 975 398	10 331 729	1.6%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE	1 205	662	18.6%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE	64 869	53 454	0.3%
Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	899	1 223	9.3%
Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-182	-212	15.3%
E1528000 - Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 826	2 501	12.3%
Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-640	-862	19.8%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	14 019	16 959	0.5%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	819 381	809 738	0.5%

Tabulková část

Příloha 5: Skutečné hodnoty sledovaných ukazatelů, hodnoty předpovědi pro předpovědní horizont 3 (VF) a hodnoty relativních chyb předpovědi

název ukazatele	skutečnost 092018	předpověď VF - 092018	relativní chyba předpovědi - 092018 VF
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	99 364 248	102 821 247	3.5%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	6 386 076	6 697 531	4.9%
Wholesale messages[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	26 189 911	22 185 661	15.3%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	87 335	86 476	1.0%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-60 489	-62 097	2.7%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	188 271 399	192 208 491	2.1%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2	3 858 868	3 712 469	3.8%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	90 122	90 254	0.1%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-61 280	-63 262	3.2%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	3 873 268	3 725 960	3.8%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	3 887 668	3 739 450	3.8%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementAllCustom2 - All Custom 2	28 800	26 981	6.3%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	83 900	84 688	0.9%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-2 056	-1 655	19.5%
Mobile NuMber Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	4 259	4 654	9.3%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	713	1 267	77.7%
OneNet Seats - Core[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	442 851	406 059	8.3%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	2 364 271 983	2 261 733 957	4.3%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	6 003 909 392	4 605 523 950	23.3%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	491 126 874	479 324 499	2.4%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	16 182 236	16 191 846	0.1%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	242 891 122	234 494 649	3.5%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	222 564 605	218 022 018	2.0%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 488 911	10 615 986	11.9%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 383 236	3 807 935	12.6%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	234 400 992	226 266 966	3.5%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	10 774 519	11 218 106	4.1%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	205 772 564	201 949 435	1.9%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	17 853 909	13 099 425	26.6%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	41 855 869	36 126 278	13.7%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	22 327 845	19 508 596	12.6%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	19 528 024	16 617 682	14.9%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	10 839	8 976	17.2%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	439	651	48.3%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-61 280	-63 262	3.2%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)AllCustom2 - All Custom 2	2 117 485	1 882 739	11.1%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	64 095	58 240	9.1%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-7 941	-8 269	4.1%
Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersAllCustom2 - All Custom 2	-34 822	-23 628	32.1%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	2 138 817	1 909 082	10.7%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	2 128 151	1 895 911	10.9%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	40 082 180	40 809 970	1.8%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	2 936 678	3 168 379	7.9%
Wholesale messages[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	23 188 481	20 706 918	10.7%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-178	-253	42.1%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-11 016	-8 120	26.3%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	77 175 189	78 150 955	1.3%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 424 971	1 348 383	5.4%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	18 406	18 084	1.7%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-11 198	-8 380	25.2%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 428 885	1 353 077	5.3%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	1 432 799	1 357 771	5.2%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG110 - Local Enterprise Contract	7 828	9 388	19.9%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	15 733	14 797	5.9%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-400	-397	0.8%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	48	102	112.5%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	687 037 585	599 863 058	12.7%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	2 432 196 261	1 765 463 117	27.4%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	231 582 698	229 242 851	1.0%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	9 067 721	9 246 768	2.0%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	108 177 552	105 808 497	2.2%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	109 304 127	108 811 641	0.5%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	5 033 298	5 375 945	6.8%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 852 975	2 125 084	14.7%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	100 326 307	96 548 360	3.8%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 620 984	4 822 974	4.4%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	89 220 958	87 537 699	1.9%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	6 484 365	4 187 687	35.4%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	18 459 370	16 802 876	9.0%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	10 288 830	9 305 375	9.6%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	8 170 540	7 497 501	8.2%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 590	4 942	7.7%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	178	259	45.5%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-11 198	-8 233	26.5%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG110 - Local Enterprise Contract	777 851	689 914	11.3%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	9 297	8 187	11.9%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	-3 054	-2 699	11.6%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	786 623	698 008	11.3%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	782 237	693 961	11.3%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	51 866 005	53 767 464	3.7%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 020 715	3 031 707	0.4%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	10 456	11 901	13.8%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-7 679	-8 326	8.4%

Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	98 340 299	100 761 135	2.5%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract	1 174 721	1 142 152	2.8%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	12 321	14 431	17.1%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-8 288	-9 233	11.4%
Mobile CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract	1 034	198	80.9%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	1 177 255	1 144 850	2.8%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	1 179 788	1 147 548	2.7%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG210 - Consumer Contract	5 067	5 396	6.5%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	8 800	11 798	34.1%
Involuntary customer disconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-1 656	-1 258	24.0%
Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 444	1 990	37.8%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	645	1 125	74.4%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 669 343 336	1 654 347 776	0.9%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 386 035 203	2 713 090 419	19.9%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	208 321 001	200 620 752	3.7%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	6 289 218	6 082 833	3.3%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	92 841 273	89 308 702	3.8%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	106 512 666	102 048 915	4.2%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	2 677 844	3 180 302	18.8%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 211 797	1 327 072	9.5%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	94 965 204	89 272 755	6.0%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	3 955 574	3 998 860	1.1%
Mobile Voice In Min From Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	85 153 073	82 179 566	3.5%
Mobile Voice In InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	5 856 557	3 094 329	47.2%
Intl Roaming Minutes (out And In)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	19 057 093	15 550 590	18.4%
Intl Roaming Minutes OutAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	11 374 163	9 426 265	17.1%
Intl Roaming Minutes InAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	7 682 930	6 124 325	20.3%
Number Of Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	6 249	4 034	35.4%
Tablets SalesAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	261	392	50.2%
Lost Value CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-8 288	-9 233	11.4%
Smartphone CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG210 - Consumer Contract	812 240	734 110	9.6%
Smartphone CustomersMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	8 773	9 764	11.3%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-2 996	-3 407	13.7%
Smartphone CustomersMV930 - Migrations or transfersTFSG210 - Consumer Contract	2 914	3 297	13.1%
Smartphone CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	820 931	743 764	9.4%
Smartphone CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	816 586	738 937	9.5%
Incoming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	7 416 063	8 243 813	11.2%
Roaming messagesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	428 683	518 780	21.0%
Mobile Voice Customers - Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	58 703	57 201	2.6%
Mobile Voice Customers - DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	-41 560	-45 456	9.4%
Total messages outgoingAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	12 755 911	13 296 401	4.2%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG220 - Consumer Prepay	1 193 357	1 167 778	2.1%
Mobile CustomersMV900 - Gross additionsTFSG220 - Consumer Prepay	58 703	57 215	2.5%
Mobile CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay	-41 560	-45 454	9.4%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	1 201 239	1 173 479	2.3%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG220 - Consumer Prepay	1 209 121	1 179 180	2.5%
Mobile CustomersMV000 - Net MovementTFSG220 - Consumer Prepay	15 764	11 402	27.7%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	58 675	57 160	2.6%
Mobile NuMBER Portability Net Mvmt TotalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	-856	-1 040	21.5%
Mobile Online Gross AddsAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	20	40	100.0%
Total Mobile Broadband UsageAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	8 883 257	7 523 123	15.3%
Data Usage - Billed (MB)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	185 677 928	126 970 414	31.6%
Mobile Voice Out MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	51 223 175	49 460 896	3.4%
Mobile Voice Out Min To FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	825 297	862 245	4.5%
Mobile Voice Out Min Intra NetworkAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	41 872 297	39 377 450	6.0%
Mobile Voice Out Min To Other MobileAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	6 747 812	7 161 462	6.1%
Mobile Voice Out Min InternationalAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	1 777 769	2 059 739	15.9%
Mobile Voice Out Min VASAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	318 464	355 779	11.7%
Mobile Voice In MinutesAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	39 109 481	40 445 851	3.4%
Mobile Voice In Min From FixedAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	2 197 961	2 396 272	9.0%
Smartphone CustomersMV920 - DisconnectionsTFSG220 - Consumer Prepay	-1 891	-2 163	14.4%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	153 579	170 700	11.1%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	3 429 939	3 308 674	3.5%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	4 877	2 068	57.6%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	66 150	85 890	29.8%
M2M SimsAV200 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	220 991	212 394	3.9%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	3 432 706	3 311 035	3.5%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contr	51 589	55 313	7.2%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 402 734	1 330 618	5.1%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	4 328	1 782	58.8%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG110 - Local Enterprise Contract	28 235	33 019	16.9%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	1 403 580	1 331 300	5.1%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	89 056	98 583	10.7%
E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contra	1 142 016	1 107 398	3.0%
E8120100 - Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG210 - Consumer Contract	24 251	35 127	44.9%
E8861000 - Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 143 937	1 109 077	3.0%
E8001100 - No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	819 300	816 105	0.4%
Tablet closing customers (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	13 665	17 744	29.9%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	188 271 399	192 208 491	2.1%
E8028000 - Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsAllCustom2 - All Custom 2	6 876	9 191	33.7%
E8028000 - Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsAllCustom2 - All Custom 2	-3 837	-5 811	51.4%
Mobile Customer AccountAV100 - Average number (flow)AllCustom2 - All Custom 2	892 204	882 577	1.1%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceAllCustom2 - All Custom 2	892 680	883 327	1.0%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	500 589	469 522	6.2%
Vodafone Secure Device Manager Users[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	6 795	7 486	10.2%
Wholesale AirtimeAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	48 405 193	41 719 301	13.8%
Total International Visitor MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	25 029 282	17 992 174	28.1%
Visitor Airtime-international OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	13 020 869	9 283 816	28.7%
Visitor Airtime-international IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	12 008 413	8 708 358	27.5%

Sim Only Retention Volumes[None] - [None]AllCustom2 - All Custom 2	62 999	71 142	12.9%
No Of 1 Mth Active Cust Out (do not use)AV200 - Average number (flow)TFSG111 - VGE	65 890	54 554	17.2%
Mobile CustomersOP200 - Opening Balance (Month)TFSG111 - VGE	65 819	54 156	17.7%
Mobile CustomersAV100 - Average number (flow)TFSG111 - VGE	65 890	54 554	17.2%
Mobile CustomersCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE	65 960	54 951	16.7%
E8028000 - Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG111 - VGE	585	326	44.3%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	77 175 189	78 150 955	1.3%
Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	717	891	24.3%
Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG110 - Local Enterprise Contract	322	-984	405.6%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG110 - Local Enterprise Contract	161 865	160 356	0.9%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	178 673	173 392	3.0%
Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG110 - Local Enterprise Contract	38 266	41 055	7.3%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	98 340 299	100 761 135	2.5%
Mobile Customer AccountMV900 - Gross additionsTFSG210 - Consumer Contract	6 158	8 297	34.7%
Mobile Customer AccountMV920 - DisconnectionsTFSG210 - Consumer Contract	-4 165	-4 826	15.9%
Mobile Customer AccountCL000 - Closing BalanceTFSG210 - Consumer Contract	730 230	722 645	1.0%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract	314 920	289 336	8.1%
Mobile Online Retentions with EquipmentAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	549	286	47.9%
Sim Only Retention Volumes[None] - [None]TFSG210 - Consumer Contract	24 733	30 087	21.6%
P2P Messages (total)AllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	12 755 911	13 296 401	4.2%
Total Home Region Worry-Free Roaming Opt-Ins in Customer Base[None] - [None]TFSG220 - Consumer Prepay	6 658	6 794	2.0%
Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	2 787	3 778	35.6%
E1529000 - Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	-791	-1 165	47.3%
Total MVNO MinutesAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	23 375 911	23 727 127	1.5%
Wholesale Airtime-MVNO IncomingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	13 440 508	13 321 337	0.9%
Wholesale Airtime-MVNO OutgoingAllCustom1 - All Custom 1AllCustom2 - All Custom 2	9 935 403	10 405 790	4.7%
Sim Only Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE	692	933	34.8%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG111 - VGE	65 890	54 554	17.2%
Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	922	1 234	33.8%
Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG110 - Local Enterprise Contract	-182	-260	42.9%
E1528000 - Data Only SIMs Gross AdditionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	1 865	2 530	35.7%
Data Only SIMs DisconnectionsAllCustom1 - All Custom 1TFSG210 - Consumer Contract	-609	-907	48.9%
Mobile Data Customers / Data Only SIMs (DOS)AV200 - Average number (flow)TFSG220 - Consumer Prepay	12 934	16 805	29.9%
Mobile Average Active CustomersAllCustom1 - All Custom 1TFSG220 - Consumer Prepay	819 300	816 105	0.4%