

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra Systémového inženýrství



Bakalářská práce

**Pedagogicky modifikované úlohy v rámci výrobových
vertikál**

Markéta Havlová

© 2009 ČZU v Praze

!!!

**Místo této strany vložíte zadání bakalářské práce.
(Do jedné vazby originál a do druhé kopii)**

!!!

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Pedagogicky modifikované úlohy v rámci výrobních vertikál" jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autorka uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušila autorská práva třetích osob.

V Praze dne 30.4.2009

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Jaroslavu Švastovi, CSc., bez jehož pomoci, užitečných rad a trpělivosti by tato práce nemohla vzniknout.

Pedagogicky modifikované úlohy v rámci výrobních vertikál

Pedagogically modified problems within the product verticals

Souhrn

Předložená bakalářská práce je orientována na problematiku rozvoje poznatkové a znalostní báze studentů prvního ročníku na oboru Veřejná správa a regionální rozvoj (dále jen „VSRR“) v rámci předmětu Systémová analýza výrobních vertikál (dále jen „SAVV“). Základním problémem, který je v práci řešen, je vytvořit prostor možných vlastních aktivních přístupů studentů pro rozšíření individuální poznatkové báze ve čtyřech základních oblastech. Těmito oblastmi jsou:

- a) vytvoření základních studijních návyků s ohledem na první ročník vysokoškolského studia a komplex změn, kterými se vysokoškolské studium liší od středoškolského
- b) vytvoření systému nových pojmů z technologické a ekonomické oblasti jako vyrovnávací formy mezi různými typy předchozích škol s ohledem na nehomogenní strukturu studentů
- c) rekapitulace základních kvantitativních přístupů a individuální tvorby představy o systémových přístupech k řešení jednotlivých typů problémů
- d) vytvoření základních přístupových znalostí s různými typy vyhledávačů na internetu a možnostmi implementace softwarových produktů, které jsou k dispozici na katedře systémového inženýrství na portálu moodle.czu.cz, jako nástroje řešení.

Takto formulovaný cíl je demonstrována na dvou zvolených případových studiích, Zobecněném distribučním problému a Okružním dopravním problému, na historickém příkladu, který využívá zjednodušených nároků na odbornou technologickou poznatkovou bázi studentů.

Práce dokumentuje možnosti aktivního dialogu studenta s pedagogem pro využití v e-learningové oblasti a komplexní přípravě pro zvýšený stupeň pochopení ze strany studentů.

Summary

The presentation of bachelor thesis is focused on development issues knowledge and skills base of students in the first the field of Public Administration and Regional Development (hereinafter referred to as "VSRR") year under the subject of system analysis product verticals (hereinafter referred to as "SAVV"). A fundamental problem, which is addressed in the work, is to create their own active space of possible approaches for the extension of individual student's knowledge base in four key areas. These areas are:

- a) create fundamental learning skills with regard to the first year of university studies and complex changes to higher education differs from the secondary
- b) the establishment of a system of new concepts of technological and economic areas such as forms of compensation among the various types of previous school with regard to the structure of inhomogeneous structure of students
- c) the recapitulation of the basic quantitative approaches and ideas for the creation of individual systemic approach to addressing the various types of problems
- d) the creation of basic knowledge to access various types of search engines on the Internet and the possibilities of implementation of software products those are available at the department of systems engineering on the portal moodle.czu.cz, as a solution

Thus formulated the objective is demonstrated by the two selected case studies, generalization of the distribution problem, and collaborative transportation problem, the historical example, which uses a simplification of professional technology based knowledge students.

The work documents the possibility of an active dialogue with the student teacher for use in e-learning area and selected a comprehensive preparation for the increased level of understanding by students.

Klíčová slova: E-learning, case studies, formalizovaná struktura cvičení, technologické prvky poznatkové báze, algoritmy metod, systémový přístup a tvorba schopností pro interpretaci modelů a výsledku.

Keywords: E-learning, case studies, technology elements of knowledge base, method's algorithm, systemic approach and creation skills for interpretation of models and educts.

Obsah

1	Úvod.....	4
2	Cíl práce a metodika.....	5
2.1	Pedagogická implementace cíle	6
3	Literární rešerše.....	8
3.1	Zobecněný distribuční problém.....	8
3.2	Simplexová metoda.....	8
3.3	Indexová metoda	12
3.4	Vogelova aproximační metoda	12
3.5	Modifikovaná distribuční metoda	13
3.6	Dopravní problém – formulace ekonomického a matematického modelu	14
3.7	Okružní dopravní problém	17
3.8	Maďarská metoda.....	18
3.9	Vybrané pojmy informačních zdrojů	19
4	Aktivní formy studentských přístupů.....	20
4.1	Výchozí hypotéza řešitelského přístupu.....	20
4.2	Řešení problému rozvoje poznatková báze studenta	22
4.3	Struktura aktivní přístupových norem.....	22
4.4	Přístup studenta k předmětu interdisciplinárního typu.....	23
5	Modifikace předmětového portálu SAVV	25
5.1	Studentský portál moodle.czu.cz.....	25
5.2	Předmětový portál Systémové analýzy a modelování	25
6	Metodika rozvoje pojmové báze studenta.....	26
7	Vybrané případové studie a modelová řešení	27
	Zobecněný distribuční problém.....	27
7.1	Řešení úlohy pomocí Indexové metody.....	29
7.2	Řešení úlohy metodou VAM	31
7.3	Řešení úlohy metodou MODI.....	33
7.4	Postup výpočtu v LINKOSE.....	35
7.5	Optimální řešení	37
	Okružní dopravní problém	39
7.6	Výpočet Maďarskou metodou.....	39
8	Závěr	43
9	Seznam literatury	45
10	Přílohy	46
	Příloha č. 1 – Historie pevnosti Josefov - Integrovaný problém pedagogických příkladů předmětu SAVV	46
	Příloha č. 2 – Mapa předmětné oblasti výstavby a hlavní místa dodavatelsko odběratelských vztahů.....	50
	Příloha č. 4 - Vybrané historické pojmy z právní oblasti a obecného pochopení historického období.....	51
	Příloha č. 5 – Vybrané pojmy z oblasti matematických teorií vztažených k předmětu SAVV (klíčové prvky pro rozvoj poznatkové báze studentů)	53

1 Úvod

Současná etapa vývoje lidské společnosti je nazývána jako období startující do tzv. informační společnosti. Po etapách průmyslové revoluce, automatizace a robotizace, se informace stala v globálním prostředí jedním z klíčových faktorů rozvoje lidské společnosti.

Tento jev je objektivní a vyžaduje zvýšené nároky na strukturu i obsah poznatkové a znalostní báze studentů na vysokých školách. Zůstává faktem, že existuje výrazný rozdíl mezi vysokými školami technického, ekonomického, filosofického a uměleckého zaměření atd. Samostatnou oblast ovšem představují obory jako např. medicína, psychologie, urbanistika, specializovaná biologie a další.

Prakticky na všech vysokých školách existují multioborová studia, která představují průniky velkého počtu disciplín.

Mezi tato multidisciplinární studia lze zařadit i obor Veřejná správa a regionální rozvoj. Přínos každé disciplíny je závislý na několika objektivních faktorech. Těmito faktory jsou zejména:

- a) přístupnost obsahu disciplíny v maximální možné míře ekvivalence znalostní báze studentů daného ročníku
- b) účelového kompromisu mezi formalizovanou logikou předmětu a kvantitou dat
- c) prezentací ve smyslu tvorby individuální představy, hypotéz a akceptace přednášených problémů za strany studentů

Tímto problémem se hodlám, jako studentka třetího ročníku daného oboru, zabývat ve smyslu poznatkové retrospektivy do prvního ročníku po absolvování předmětu SAVV.

Předmětem přístupu k zadanému tématu bakalářské práce je pokus o tvorbu vlastního přínosu k možnostem zvýšeného pochopení obsahu předmětu pro průměrného studenta.

Na základě řady konzultací s vedoucím bakalářské práce, které probíhali formou otevřeného dialogu, se předložená bakalářská práce pokouší v naznačení několika možných variant, pomocí kterých lze zvýšit nejenom obsahovou přitažlivost dané disciplíny pro studenty, ale též možnosti zvýšení intenzity individuálního přístupu studentů v moderním PC a internetově-orientovaném informativním prostředí.

Výsledkem práce je nejenom syntéza obecných poznatků, ale jsou současně předkládány dvě upravené pedagogické studie, které budou zavěšeny jako vzorová cvičení na moderní prostředek, tj. portál moodle.czu.cz, jako nástroj přímo využitelného informačního zdroje pro individuální studium frekventantů daného oboru.

2 Cíl práce a metodika

Metodika bakalářské práce byla upravena dle strukturální potřeby vlastní koncepce, která vycházela ze zadaného cíle bakalářské práce. Základní část cíle bylo zkoumání možností reálného studentského podílu při přípravě vybraného počtu cvičení (metodiky upravených přehledů pro potřeby předmětu SAVV na oboru VSRR).

Základní problémy nehomogenity studentů z hlediska poznatkových bází se dále zabývá následující text.

Z tohoto důvodu byly dílčí problémové okruhy vztažené k definovanému cíli a formulovány takto:

- Vytvořit u studentů základní představu o možnostech využití ICT v oblasti kvantitativní systémové analýzy.
- Zpracování konkrétních aplikací vybraného počtu stanovených (zadaných) ekonomicko matematických modelů (EMM) používaných v problémové oblasti aplikací SAVV. K tomuto bodu jsou vztaženy čtyři podbody.
 - sestavení vlastního modelu
 - jeho formální úprava pro zavedení do počítače
 - realizace výpočtu při využití disponibilního softwarového produktu algoritmu metody
 - analýza získaných typů výsledků (např. stabilita cen), ale hlavně interpretace výsledku
- Rozšíření systémových nástrojů tvorbou doplňkového poznatkového textu od konkrétní vlastní zkušenosti studenta, při využití konkrétních disponibilních uživatelské formy algoritmu (programy jako *LINKOSA*, *DUMKOSA*, *LINEA a MS PROJECT*).

Poslední bod je zejména důležitý v tom, že studenti prvního ročníku VSRR, sice mají velmi dobře zvládnuté základní uživatelské přístupy s notebooky, či v rámci školních terminálů a počítačových učeben, ale mají nulovou představu o reálných možnostech aplikací v rámci využití ekonomicko matematických metod a modelů. Vzhledem k tomu, že v prvním semestru svého studia mají předmět Matematické metody v ekonomii a managementu (MEM), v rámci kterého je větší část semestru věnována klasické oblasti matematiky (tj. diferenciální počet a integrály), zatímco minimální rozsah výuky je věnován maticovému počtu, který ovšem tvoří základ rozhodování většiny aplikovaných EMM při analýze rozhodovacích prostorů. Z tohoto důvodu, jako vlastní přínos, je u každé případové studie provedeno doplňkové rozšíření o zpracování následujících kroků.

V prvním kroku jde o tvorbu stručného přístupového návodu pro studenty, tj. hledání výchozího bodu a jeho popis, ze kterého student přistupuje k řešení úlohy.

V kroku dva se jedná o zpracování vlastních poznatků, zkušeností a doplňků o reálných možnostech využití těchto algoritmů.

Posledním krokem jsou míněny poznatkové charakteristiky o tvorbě výchozí standardizované normy modelu tak, aby této struktuře rozuměl kvantifikační algoritmus. V této fázi jde především o konkrétní úpravu tak, aby bylo možné realizovat překlopení nebo přetažení z výchozí excelovské formy uloženého modelu jako souboru do struktury nezbytné pro kvantifikaci jednotlivých kroků.

2.1 Pedagogická implementace cíle

Zahrnuje:

1. V omezeném výukovém čase vytvořit u studenta rychlou, ale odpovídající představu o podstatě problému.
2. Předpokládá se výchozí znalost algoritmu, jehož princip a kroky jsou předneseny na přednášce, a v modulárních skriptech katedry Systémového inženýrství (SYI) a další literatuře.
3. Vytvoření představy o reálné potřebě kvantifikačních dat.
4. Vytvoření představy u studenta v oblasti potřeby formální grafické úpravy modelu, která může vycházet právě z kroků přetahovacích kvantifikačních algoritmů. Pro každou matematickou metodu existuje jiný výpočet.
5. Zdůvodnění volby nástroje.
6. Jestli jde o úlohy s deterministickými proměnnými (jako jsou simplex a doprání úloha).
7. Stručně popsat zvláštnosti použitého algoritmu.

Volba případů vycházela z principu komplexního příkladu regionální a multiregionální výrokové vertikály aplikované na historickou stavbu pevnosti Josefov. Jednotlivé dílčí úkoly na sebe vzájemně navazují tak, aby na historické případy byly navázány jednotlivé dílčí úkoly výrokových vertikál.

Každý algoritmus má podmínky, zvláštnosti, předpoklady a omezení, tzn. úlohy jsou lineární. Linearita znamená, že všechny koeficienty platí v celém intervalu a obsahuje v sobě *substituci*, *neceločíselné programování*, *statičnost* a je *deterministická*.

Substitucí se myslí homogenita zdrojů. Není celočíselné programování. Statičnost znamená, že se jedná o tzv. *blokovou* matici. Deterministické znamená, že nekládáme náhodné parametry ani stochastické funkce. Koeficienty a_i a b_j , sazbu c_{ij} chápeme jako pevně dané (a to i když analyzujeme jejich chování).

Pozn.: Předmětem je časové omezení. Nelze doslova probrat a podrobně vysvětlovat jednotlivé termíny, a to ani v učebních textech. Co se týče znalostí studenta, předpokládá se jeho samostatná práce. Student na internetu použije některý z dostupných vyhledávačů. Mezi nejčastěji používané patří *wikipedie.cz*, *encyklopedie.cz*, *seznam.cz*, *google* a *cojeco.cz*.

Cílem je naučit a ukázat studentům, jak rozšiřovat svoji vlastní poznatkovou bázi v oblasti terminologie. Komparací různých informačních zdrojů jsou získávány informace, které se potom srovnávají a vyhodnocují. Heslo: „čas věnovaný na rekognizaci terénu není obvykle časem promarněným“. Toto heslo prezentuje základní pojetí bakalářské práce, tj. vytvoření dostatečné pojmové zálohy pro řešení dokumentační pedagogické příklady.

Bakalářská práce představuje tvorbu pohledu z hlediska informačních zdrojů, které umožňují vytvoření přesnější představy o

- ☐ podstatě problému
- ☐ souvztažných termínů
- ☐ informaci o stupni přesnosti a typech přístupu vyhledavačů
- ☐ vytvoření představy o systémově chápaných souvislostech, tj. komplexnost, celistvosti přístupu

Tyto čtyři aspekty tvoří logický základ výkladu předmětu SAVV.

Jako paralelně orientovaný přístup k rozvoji poznatkové báze studentů lze předložit tzv. *systémový řez* vybraných problémových okruhů a základních terminologických oblastí vztažených k předmětné poznatkové bázi. Tento postup ve své podstatě vyúsťuje do dvou oblastí:

1) Jednotlivé úlohy musí být současně jednoduché a snadno pochopitelné, ale měly by také vytvářet podmínky pro prostor jejich možného zobecnění současných moderních aplikací.

2) Problém pedagogické simplifikace modelu, tj. co se pedagogovi zdá jasné, může být pro studenty obtížné. Simplifikace musí vytvářet prostor pro vytvoření zájmu studenta o disciplínu a současně vytvářet prostor pro jeho osobní iniciativu. Také osobní iniciativa studenta může mít několik návazných, všeobecně známých forem.

a) sám pro sebe si *individuálně* rozšiřuje poznatky

b) vlastní poznatky se snaží *předat dalším*. To je možno dvěma následujícími způsoby.

- ☐ na webovou stránku předmětu pro studenty
- ☐ spolupracuje s pedagogem otevřenou formou a přednáší vlastní názory na úpravu textu, příkladů nebo rozšíření informací o uživatelském přístupu tak, aby simplifikované case studies byly ještě srozumitelnější a pochopitelnější pro rozšířený okruh studentů.

Metodický princip je založen na struktuře a logice zadání úlohy pro cvičení v návaznosti na obecné přístupy a metody řešení v rámci přednášek. Postup použitý v bakalářské práci vyplývá z rozpracovaného popisu úlohy a konkrétní formulaci problému v návaznosti na komplex přístupných informačních zdrojů. To znamená, že obtížně pochopitelné formy, jako například symboly a_i a b_j , x_{ij} , c_{ij} , c_j , x_j a další jsou dokumentovány konkrétním obsahem vztaženým k podstatě jednotlivých typových příkladů. Z tohoto vyplývá, že výchozí popis úlohy musí být formulován zajímavě, aby byl současně schopen vytvářet představu o konkrétní podstatě a struktuře problému.

Tento aspekt přístupu je řešen pokud možno úplnou dokumentací vztaženou k vybraným problémovým okruhům v rámci zadání.

3 Literární řešerše

Dále jsou uváděny nezbytné pojmy, které formou literární řešerše byly zpracovány ve vztahu ke zkoumané problematice.

3.1 Zobecněný distribuční problém¹

Zobecněný distribuční problém představuje jednu ze specifických distribučních úloh. Přestože svým způsobem připomíná výchozí tabulku jednostupňové dopravní úlohy, obsahuje několik specifických odlišností. Tyto jsou ve stručné podobě uvedeny níže.

- ☐ koeficient k_{ij} (průchodnosti) převádí odlišné hodnoty požadavků dodavatelů a požadavků spotřebitelů
- ☐ každý dodavatel může mít jiné náklady, jiné parametry zboží,
- ☐ k_{ij} udává poměr mezi a_i provozní kapacitou v hodinách (např.) a b_j provozním požadavkem, který je v tunách
- ☐ proto to je zobecněný distribuční problém – jedná se o problém distribuce
- ☐ řeší se v několika maticích podle zvoleného kritéria (vzdálenost, čas, zhodnocení, náklady, znehodnocení) – hodnoty označujeme jako sazby c_{ij} , můžeme zvolit libovolné vybrané kritérium

Převedení úlohy na simplex

- použití převodového koeficientu jedné jednotky na druhou (požadavky spotřebitelů jsou v jiných jednotkách než kapacity mlýnů)

Simplexová metoda:

Tato univerzální metoda pro řešení soustavy lineárních rovnic je založena na principu simplexové tabulky, tj. matematická forma, kterou lze počítat ručně nebo zadat přímo do počítačového programu LINKOSA.

Postup řešení je v podstatě jednotný:

- a) formulace úlohy
- b) vytvoříme soustavu lineárních nerovností
- c) tyto nerovnosti transformujeme na rovnice
- d) rovnice upravíme do podoby výchozí simplexové tabulky a pomocí dvou testů za
 - ☐ test optima / optimality
 - ☐ test přípustnosti

provádíme jednotlivě „iterační“ výpočetní kroky tak až najdeme konečné optimální řešení (pokud toto existuje).

3.2 Simplexová metoda²

Simplexová metoda je iterační výpočetní postup. Pro nalezení optimálního řešení úlohy lineárního programování. Základní princip *simplexové metody* je patrný z hrubého schématu, které je uvedeno na obr. 2.4. Úvodním bodem tohoto algoritmu je nalezení výchozího základního řešení úlohy lineárního programování (LP). Pokud je již takové řešení k dispozici, potom simplexová metoda v jednotlivých krocích vypočte vždy nové základní řešení s lepší a nebo alespoň stejnou – v případě maximalizace vyšší –

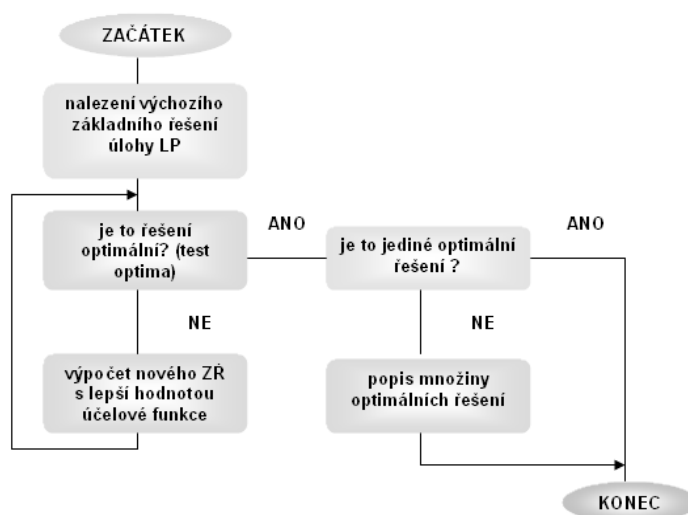
hodnotou účelové funkce. Po konečném počtu kroků musí tedy tento výpočetní postup vést k nalezení základního řešení s nejlepší hodnotou účelové funkce nebo ke zjištění, že takové řešení neexistuje. Při jeho nalezení se musí jednat podle základní věty LP o řešení optimální.

Postup výpočtu pomocí simplexové metody lze rozdělit na dvě základní fáze:

- I. fáze – nalezení (výpočet) výchozího základního řešení
- II. fáze – iterační postup vedoucí k optimalizaci účelové funkce z

V některých speciálních případech je nalezení výchozího základního řešení natolik snadné, že I. Fáze výpočtu vlastně odpadá. V takovém případě se celý postup označuje jako jednofázová simplexová metoda. V obecném případě nemusí být však nalezení výchozího základního řešení úlohy LP jednoduché, popřípadě takové řešení nemusí vůbec existovat. Proto mluvíme o dvoufázové simplexové metodě.

Hrubé schéma simplexové metody



Obr 2.4

3.2.1 Jednofázová simplexová metoda

Jednofázovou simplexovou metodu lze použít pouze v případě, že všechna vlastní omezení úlohy lineárního programování jsou definována jako nerovnice typu „ $\leq$ “. Po převedení takové soustavy nerovnic na *ekvivalentní soustavu rovnic pomocí přídatných proměnných* dostáváme totiž soustavu rovnic ve speciálním tvaru, který nám usnadňuje získání výchozího základního řešení. Jedná se o tvar soustavy rovnic, ve kterém obsahuje matice strukturních koeficientů m jednotkových sloupcových vektorů, které lze uspořádat do jednotkové matice. Takový tvar soustavy rovnic se označuje jako kanonický tvar.

Pokud máme soustavu m lineárních rovnic o $(m+n)$ proměnných v *kanonickém tvaru*, potom z něj lze snadno odvodit základní řešení této soustavy. V kanonickém tvaru jsou dva druhy proměnných:

- **m základních proměnných** – to jsou proměnné, kterým odpovídají jednotkové vektory a jejichž hodnoty jsou v příslušném základním řešení rovny hodnotám pravé strany
- **n nezásadních proměnných** – to jsou všechny ostatní proměnné, jejichž hodnoty jsou v základním řešení rovny 0

Test optimality

Uvažujeme simplexovou tabulku v libovolném s -tém kroku výpočtu. Předpokládejme, že tato tabulka obsahuje $(m+n)$ proměnných a m omezujících podmínek s tím že prvních n proměnných jsou nezákladní proměnné a zbývajících m proměnných jsou základní proměnné. Hodnoty všech základních proměnných včetně hodnoty účelové funkce potom můžeme vyjádřit obecně následovně:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= \beta_1 - \alpha_{11}x_1 - \alpha_{12}x_2 - \dots - \alpha_{1n}x_n, \\x_{n+2} &= \beta_2 - \alpha_{21}x_1 - \alpha_{22}x_2 - \dots - \alpha_{2n}x_n, \\&\dots \\x_{n+m} &= \beta_m - \alpha_{m1}x_1 - \alpha_{m2}x_2 - \dots - \alpha_{mn}x_n, \\z^s &= \beta_0 - z_1x_1 - z_2x_2 - \dots - z_nx_n,\end{aligned}\tag{3.2}$$

kde

α_{ij} a β_i , $i=1,2,\dots,m$, $j=1,2,\dots,n$, jsou transformované strukturní koeficienty a transformované hodnoty první strany (pod pojmem „transformované“ rozumíme hodnoty odpovídající s -tému kroku výpočtu),

z_j , $j=1,2,\dots,n$, jsou tzv. **redukováné cenové koeficienty (redukováné ceny)**,

β_0 je hodnota pravé strany v řádku účelové funkce,

x_j , $j=1,2,\dots,n+m$, jsou hodnoty proměnných a

z^s , je hodnota účelové funkce.

V jednotlivých krocích výpočtu simplexovou metodou je třeba dosáhnout v případě maximalizace přírůstku hodnoty účelové funkce – tzn. $\Delta z(x_k) \geq 0$, při minimalizaci naopak poklesu hodnoty účelové funkce – tzn. $\Delta z(x_k) \leq 0$. Vzhledem k nezápornosti nové hodnoty vstupující proměnné t závisí tedy znaménko hodnoty $\Delta z(x_k)$ pouze na hodnotě *redukováné ceny* z_k . Mohou nastat následující tři možnosti:

- $\Delta z(x_k) > 0 \Leftrightarrow z_k < 0$ - ke zvýšení hodnoty účelové funkce dojde v případě, že je redukováný cenový koeficient u vstupující proměnné záporný
- $\Delta z(x_k) < 0 \Leftrightarrow z_k > 0$ - ke snížení hodnoty účelové funkce dojde tehdy, je-li redukováný cenový koeficient u vstupující proměnné kladný
- $\Delta z(x_k) = 0 \Leftrightarrow z_k = 0$ - hodnota účelové funkce se nezmění, jestliže redukováný cenový koeficient roven 0 nebo pokud je hodnota *vstupující proměnné* rovna 0.

Na základě těchto vztahů lze již snadno odvodit **test optimality**. Pokud nelze nalézt v daném kroku výpočtu *vstupující proměnou*, která by vedla ke zvýšení (v případě maximalizace) nebo ke snížení (v případě minimalizace) hodnoty účelové funkce, potom základní řešení obsažené v tomto kroku výpočtu je *řešením optimálním*.

Řešení je optimální, jestliže jsou při:

- maximalizaci účelové funkce všechny redukováné ceny nezáporné $z_k \geq 0, k \in N$,
 - minimalizaci účelové funkce všechny redukováné ceny nekladné $z_k \leq 0, k \in N$.
- (N je množina indexů nezákladních proměnných)

Výpočet nového základního řešení

Pokud je v nějakém kroku výpočtu porušen test optimality, znamená to, že lze nalézt nové základní řešení, které bude mít lepší hodnotu účelové funkce. Vlastní realizace výpočtu nového základního řešení probíhá ve třech krocích:

1. Volba vstupující proměnné

Změna hodnoty účelové funkce v případě, že je proměnná x_k proměnnou vstupující, je určena vztahem

$$\Delta z(x_k = t) = -t \cdot z_k$$

kde t je nová hodnota vstupující proměnné. Při výpočtu je samozřejmě snaha o to, aby byla změna hodnoty účelové funkce co nejvyšší, tzn. aby celý iterační postup směřoval k optimálnímu řešení co nejrychleji. Nejjednodušším postupem je zvolit vstupující proměnnou podle jednotkové změny hodnoty účelové funkce, tzn. podle redukovaných cenových koeficientů z_j . Čím vyšší bude v absolutní hodnotě koeficient z_j , tím vyšší změnu hodnoty účelové funkce lze očekávat. Při volbě vstupující proměnné je třeba mít dále na paměti, že

- záporné hodnoty z_k signalizují možnost zvýšení hodnoty účelové funkce
- kladné hodnoty z_k signalizují možnost snížení hodnoty účelové funkce

Volba vstupující proměnné

- maximalizace účelové funkce: $z_k = \max z_j, z_j < 0, j \in N$
- minimalizace účelové funkce: $z_k = \max z_j, z_j > 0, j \in N$

(N je množina indexů nezákladních proměnných)

2. Volba vystupující proměnné

Budeme-li předpokládat, že hodnota vstupující proměnné $z_k \geq 0$, potom po dosazení do (3.2) dostáváme v $(s+1)$ kroku výpočtu následující hodnoty proměnných a účelové funkce:

$$\begin{aligned} x_k &= t && \geq 0 \\ x_{n+1} &= \beta_1 - \alpha_{1k} t && \geq 0 \\ x_{n+2} &= \beta_2 - \alpha_{2k} t && \geq 0 \\ &\dots && \\ x_{n+m} &= \beta_m - \alpha_{mk} t && \geq 0 \\ z^{s+1} &= \beta_0 - z_k \cdot t. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Nové hodnoty proměnných musí splňovat podmínky nezápornosti. K jejich porušení v soustavě (3.3) může dojít pouze tehdy, budou-li některé z hodnot $\alpha_{ik} > 0$ (pro hodnoty $\alpha_{ik} \leq 0$ je příslušná nerovnice splněna vždy). Řešení této soustavy, kde budou uvažovány pouze nerovnice, ve kterých je $\alpha_{ik} > 0$, dostáváme snadno ve tvaru

$$t \leq \min_{\alpha_{ik} > 0} \frac{\beta_i}{\alpha_{ik}}, i = 1, 2, \dots, m.$$

Pokud zvolíme hodnotu t podle výše uvedeného vztahu, potom všechny nové hodnoty proměnných (3.3) budou splňovat podmínky nezápornosti. Aby nově získané řešení

bylo však řešením základním, je třeba, aby se stala jedna z původních základních proměnných proměnnou nezákladní, tzn. aby měla jedna z proměnných ve vztahu (3.3) nulovou hodnotu. Toto je možné zabezpečit pouze v případě, že hodnotu t zvolíme podle vztahu

$$t = \min_{\alpha_{ik} > 0} \frac{\beta_i}{\alpha_{ik}}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (3.4)$$

Proměnná x_{n+q} , pro kterou platí $x_{n+q} = \beta_q - \alpha_{qk}t = 0$, bude potom *proměnnou vystupující*. Je to zřejmě proměnná, která je základní proměnnou v q -té rovnici, tj. rovnici, ve které byl vypočten minimální podíl (3.4)

$$t = \frac{\beta_q}{\alpha_{qk}} = \min_{\alpha_{ik} > 0} \frac{\beta_i}{\alpha_{ik}}$$

Volba vystupující proměnné

Vystupující proměnná se nalezne tak, že se vypočte minimální podíl transformovaných hodnot pravé strany (β_i) a kladných strukturních koeficientů u vstupující proměnné (α_{ik}). Tento minimální podíl určuje řádek s vystupující proměnnou

3. Přepočet simplexové tabulky

Vstupující proměnná určuje v simplexové tabulce tzv. **klíčový sloupec**, vystupující proměnná tzv. **klíčový řádek**. Průsečíkem klíčového sloupce a řádku je potom **klíčový prvek**. Pro přepočet simplexové tabulky se použije standardní metoda *Gaussova eliminační metoda*. Přepočet je třeba realizovat tak, že ve sloupci vstupující proměnné bude jednotkový vektor s jednotkou na místě klíčového prvku. Po přepočtu musí být přitom zachovány jednotkové vektory u ostatních základních proměnných. Vlastní přepočet je možné realizovat následujícím způsobem:

1. *Transformace klíčového řádku* se provede tak, že celá řádek vydělíme klíčovým prvkem a tím získáme na místě klíčového prvku hodnotu 1.
2. *Transformace i -tého řádku simplexové tabulky* (včetně řádku účelové funkce). Transformovaný klíčový řádek, tj. ten, který obsahuje už hodnotu 1 na místě klíčového prvku, vynásobíme hodnotou $(-\alpha_{ik})$ resp. $(-z_k)$ a přičteme k i -tému řádku resp. k řádku účelové funkce.

3.3 Indexová metoda ³

Algoritmus indexové metody

Při určení výchozího základního řešení indexovou metodou přihlížíme k velikosti sazeb. Políčka obsazujeme postupně od nejvýhodnější (nejmenší sazby) maximálně možným množstvím.

3.4 Vogelova aproximační metoda ⁴

Vogelova aproximační metoda (metoda VAM) dává řešení blízké optimu, proto patří k nejpoužívanějším aproximačním metodám. Je založena na obsazování políček nejen podle nejvýhodnější sazby, ale bere v úvahu i rozdíly mezi nejvýhodnějšími sazbami

v řadách tabulky. Tím se zajišťuje obsazování výhodných spojů v průběhu celého výpočtu rovnoměrně.

Algoritmus metody VAM

- 1) V každé řadě (řádku i sloupci) tabulky vypočítáme difference mezi dvěma nejvýhodnějšími sazbami.
- 2) V řadě s největší diferencí určíme políčko s nejvýhodnější sazbou a obsadíme ho maximálně možným množstvím. Po vyčerpání kapacity dodavatele vyškrtneme příslušný řádek a přepočítáme sloupcové difference, při uspokojení požadavku spotřebitele vyškrtneme příslušný sloupec a přepočítáme řádkové difference.
- 3) Postup opakujeme ve zmenšené tabulce až vyčerpáme kapacity všech dodavatelů a uspokojíme požadavky všech spotřebitelů.

Poznámky k metodě VAM

- ❑ nejvýhodnější sazba znamená
 - u minimalizace nejmenší sazbu
 - u maximalizace největší sazbu.
- ❑ difference mezi dvěma nejvýhodnějšími sazbami zapisujeme do připojeného řádku a sloupce označeného Δi , Δj .
- ❑ vyskytnou-li se současně největší difference u více řad, obsazujeme přednostně pole s nejvýhodnější sazbou v těchto řadách (tzv. sedlové pole).
- ❑ Jsou-li v řadě dvě nebo více stejných nejvýhodnějších sazeb, počítá se difference mezi nejvýhodnější a druhou nejvýhodnější sazbou (není to tedy 0).

3.5 Modifikovaná distribuční metoda⁵

Metoda MODI vychází z teorie duality úloha lineárního programování. Jedná se o nesymetrickou dualitu, protože omezující podmínky v primární úloze jsou rovnice a všechny proměnné jsou nezáporné. Tomu odpovídají v duální úloze proměnné, které mohou nabývat kladných i záporných hodnot a omezující podmínky jsou ve tvaru nerovnosti typu $\leq$.

Účelová funkce duální úlohy je maximalizace. Z teorie duality dále vyplývá, že pro všechny bazické proměnné ($x_{ij} > 0$) je odpovídající omezující podmínka duální úlohy splněna jako rovnice

$$u_i + v_j = c_j$$

Pro všechny nebazické proměnné ($x_{ij} = 0$) je omezující podmínka splněna jako nerovnost

$$u_i + v_j < c_j$$

Protože nedegenerované bazické řešení dopravní úlohy má právě $m + n - 1$ kladných proměnných (obsazených polí), existuje právě $m + n - 1$ rovnic o $m + n$ proměnných u_i a v_j . Soustava rovnic $u_i + v_j = c_j$ má tedy o jednu proměnnou více než je rovnic. Proto zvolíme za jednu z duálních proměnných libovolné číslo, nejlépe nulu, a zbývající proměnné vypočítáme postupným obsazováním do ostatních rovnic. Vhodné je volit nulu za proměnnou, která má v řadě nejvyšší počet obsazených polí. Výpočet hodnot duálních proměnných je velice jednoduchý a dělá se přímo v dopravní tabulce v připojeném řádku a sloupci. Vztah $u_i + v_j < c_j$ můžeme pro praktický výpočet (tj. zjištění, zda je řešení optimální) upravit takto

$$r_{ij} = z_{ij} - c_{ij} < 0 \quad \text{kde} \quad z_{ij} = u_i + v_j$$

Platí, že pro všechna volná políčka

$$z_{ij} - c_{ij} \leq 0$$

bude nalezené řešení minimalizační úlohy optimální. Vztah $z_{ij} - c_{ij} \leq 0$ se nazývá kritériem optima. Pro přehlednější výpočet je lepší ho zapisovat přímo do tabulky, kde koeficienty z_{ij} zapíšeme do levého dolního rohu. Pro kontrolu můžeme spočítat z_{ij} i v obsazených polích, kde je $z_{ij} = 0$.

Postup při testu optimality

Máme určeno výchozí bazické nedegerované řešení. Pro x_{ij} vypočítáme duální proměnné u_i a v_j podle vztahu $u_i + v_j = c_{ij}$. Jednu z duálních proměnných volíme rovnu nule a postupně dopočítáme ostatní proměnné. Pro $x_{ij} = 0$ vypočítáme součty duálních proměnných $z_{ij} = u_i + v_j$ a zapíšeme, které zapíšeme do levého dolního rohu. Řešení je optimální pokud pro všechna volná pole platí

$$z_{ij} - c_{ij} \leq 0 \quad \text{a výpočet tímto končí.}$$

Pokud je alespoň u jednoho ze spojů rozdíl $z_{ij} - c_{ij} > 0$, pak se dá řešení ještě zlepšit. Pokud je takových rozdílů více, vybereme buňku s největším rozdílem, a tak určíme nový spoj. Rozdíly $z_{ij} - c_{ij} \geq 0$ zapisujeme do levého horního rohu. Poz.: pro přehlednost u spojů, které vyhovují testu optima rozdílů nepíšeme.

3.6 Dopravní problém – formulace ekonomického a matematického modelu⁶

V *dopravním problému* se v typickém případě jedná o rozvržení rozvozu nějakého zboží či materiálu z dodavatelských míst (*zdroje*) odběratelům (*cílová místa*) tak, aby byly *minimalizovány celkové náklady* související s tímto rozvozem. V dopravním problému je definováno m -zdrojů (*dodavatelů*) $D_1, D_2, \dots, D_m$ s omezenými kapacitami $a_1, a_2, \dots, a_m$ (množství, které je dodavatel schopen v daném období dodat) a n -cílových míst (odběratelů) $O_1, O_2, \dots, O_n$ se stanovenými požadavky $b_1, b_2, \dots, b_n$ (množství, které odběratel v uvažovaném období požaduje). Vztah každé dvojice *zdroj-cílové místo* je nějakým způsobem ohodnocen. Tímto ohodnocením mohou být například vykalkulované náklady na přepravu jedné jednotky zboží mezi zdrojem a cílovým místem nebo kilometrová vzdálenost mezi zdrojem a cílovým místem. Kvantifikované ocenění vztahu zdrojů a cílových míst označíme c_{ij} , $i=1,2,\dots,m$, $j=1,2,\dots,n$. Cílem řešení dopravního problému je naplánovat přepravu mezi zdroji a cílovými místy, tzn. stanovit objem přepravy mezi každou dvojicí *zdroj-cílové místo* tak, aby nebyly překročeny *kapacity zdrojů* a aby byly uspokojeny *požadavky cílových míst*. Z hlediska matematického modelu je tedy třeba stanovit hodnoty proměnných x_{ij} , $i=1,2,\dots,m$, $j=1,2,\dots,n$, které vyjadřují objem přepravy mezi i -tým zdrojem a j -tým cílovým místem.

Výše uvedený popis lze považovat za typickou formulaci **ekonomického modelu dopravního problému**. Tuto formulaci lze přehledně vyjádřit ve formě tabulky (tabulka 3.1)

Zdroje	Cílová místa				Kapacity zdrojů
	S_1	S_2	...	S_n	
D_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	a_1
D_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	a_2
...	...	...	...	...	...
D_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	a_m
Požadavky cílových míst	b_1	b_2	...	b_n	$\sum_i a_i$ $\sum_j b_j$

Tab. 3.1. – Formulace ekonomického modelu dopravního problému

Při řešení dopravního problému je třeba uvažovat vztah mezi celkovou kapacitou všech zdrojů $\sum_i a_i$ (součet kapacit) a všemi požadavky cílových míst $\sum_j b_j$ (součet požadavků). Pouze ve speciálním případě bude patrně platit

$$\sum_i a_i = \sum_j b_j .$$

Takový dopravní problém budeme označovat jako **vyrovnaný dopravní problém**. V tomto případě platí, že všechny požadavky budou přesně uspokojeny a všechny kapacity budou vyčerpány. Dopravní problém ve kterém

$$\sum_i a_i \neq \sum_j b_j ,$$

budeme označovat jako **nevyrovnaný dopravní problém**. Při převisu na straně nabídky zůstane část kapacity nevyužita a podobně při převisu na straně poptávky nebudou uspokojeny všechny požadavky. *Nevyrovnaný dopravní problém* lze snadno převést na vyrovnaný problém takto:

- ❑ při **převisu nabídky** k modelu doplníme tzv. *fiktivní cílové místo* O_F (fiktivní odběratel), jehož požadavek bude roven $\sum_i a_i - \sum_j b_j$, tj. rozdílu mezi celkovou kapacitou a všemi požadavky – tabulka 3.1 bude tedy rozšířena o nový sloupec
- ❑ při **převisu poptávky** k modelu doplníme tzv. *fiktivní zdroj* D_F (fiktivní zdroj), jehož požadavek bude roven $\sum_j b_j - \sum_i a_i$, tj. rozdílu mezi sumou požadavků a kapacit – tabulka 3.1 bude tedy rozšířena o nový řádek

Zbývá poznamenat, že ocenění vztahu mezi zdroji a cílovými místy c_{ij} je u fiktivních činitelů nulový.

Při formulaci **matematického modelu vyrovnaného dopravního problému** je třeba si uvědomit, že model bude obsahovat $m.n$ proměnných x_{ij} vyjadřujících objem přepravy mezi i -tým zdroje a j -tým cílovým místem a dále bude obsahovat $(m+n)$ vlastních omezení. Omezení jsou přitom dvojího druhu. Prvních m přepravuje bilanci pro jednotlivé zdroje – součet dodávek ze zdrojů cílovým místům nesmí přesáhnout kapacitu jednotlivých zdrojů (vzhledem k vyrovnanosti dopravního problému bude roven této kapacitě). Řádkové součty proměnných v tabulce 3.1 se tedy rovnají příslušným kapacitám. Zbývajících n omezení přísluší jednotlivým cílovým místům. Součet dodávek do jednotlivých cílových míst by se měl rovnat, opět vzhledem k vyrovnanosti dopravního problému, jednotlivým požadavkům. Sloupcové součty proměnných v tabulce 3.1 jsou tedy rovny příslušným požadavkům. *Matematický model vyrovnaného dopravního problému* vypadá proto následovně:

minimalizovat

$$z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} + \dots + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \dots + c_{mn}x_{mn}$$

za podmínek

$$\begin{array}{ccccccc} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} & & & & & & = a_1 \\ & x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} & & & & & = a_2 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} & & = a_m \\ \hline x_{11} + & & x_{21} + \dots & & + x_{m1} & & = b_1 \\ & x_{12} + & & x_{22} + \dots & & + x_{m2} & = b_2 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & \vdots \\ & & x_{1n} + & & x_{2n} + \dots & & + x_{mn} = b_n \end{array}$$

Ve srovnání s předcházejícím zápisem matematického modelu dopravního problému je pohodlnější zápis pomocí sumací (3.1):

minimalizovat

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= a_i, & i &= 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= b_j, & j &= 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n.$$

Množina přípustných řešení vyrovnaného dopravního problému je určena soustavou $(m+n)$ lineárních rovnic (dopravní problém je úlohou lineárního programování), které obsahují $m \cdot n$ proměnných, a podmínkami nezápornosti. Každé základní řešení této soustavy rovnic, které vyhovuje i podmínkám nezápornosti, je tedy i základním řešením dopravního problému je však možné poměrně snadno ukázat, že hodnost rozšířené matice uvedené soustavy lineárních rovnic

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & \dots & 1 & a_1 \\ & & & 1 & 1 & \dots & 1 & a_2 \\ & & & & & & 1 & 1 & \dots & 1 & a_m \\ \hline 1 & & & 1 & & & 1 & & & b_1 \\ & 1 & & & 1 & & & 1 & & b_2 \\ & & 1 & & & 1 & & & 1 & b_n \end{array} \right]$$

není rovna $m+n$, ale pouze $m+n-1$. Důsledkem toho je, že v základním řešení vyrovnaného dopravního problému je pouze $m+n-1$ základních proměnných. Každá z těchto proměnných je v typickém případě kladná – v případě, že některá nebo některé z nich mají nulovou hodnotu, mluvíme o degenerovaném základním řešení

Základní řešení vyrovnaného dopravního problému má $m+n-1$ základních proměnných – kladných proměnných x_{ij} ^(Skripta) (tj. bazické řešení, které není degenerované).

Je-li počet kladných základních proměnných (kladných proměnných x_{ij} ^(Skripta)) nižší než $m+n-1$, jedná se o degenerované základní řešení.

Rozdíl mezi dopravní úlohou a zjednodušenou distribuční úlohou:

Dopravní problém – Věcnou stránku dopravního problému obvykle představuje úkol přepravit co nejúsporněji zboží od dodavatelů přímo k odběratelům. Zboží je stejného druhu, doprava jedním druhem prostředku, kapacity dopravních cest nejsou omezené, uvažována pouze jedna cesta, náročnost úměrná množství zboží.

Zobecněný distribuční problém – Zobecněný distribuční problém nabízí řešení takových úloh, ve kterých kapacity dodavatelů a požadavky odběratelů nejsou uváděny ve stejných jednotkách. Je nutné zavést přepočítací koeficient k popisující vztah mezi i -tou kapacitou a j -tým požadavkem v měrných jednotkách.

3.7 Okružní dopravní problém ⁶

Okružní dopravní problém, který se někdy označuje i jako **úloha obchodního cestujícího**, má řadu společných rysů s *přiřazovacím problémem*. Cílem je v této úloze vyjít z nějakého výchozího stanoviště (označme A_1), navštívit postupně místa $A_2, A_3, \dots, A_m$ právě jednou (v libovolném pořadí) a vrátit se zpět do výchozího místa A_1 tak, aby délka trasy bylo co nejkratší. Jde tedy o to najít vlastně **nejkratší okruh**, který začíná a končí v místě A_1 a zahrnuje všechna ostatní místa. Okružní dopravní problém má velké množství reálných aplikací – v podstatě všude ta, kde se jedná o pravidelný rozvoz případně svoz jakýchkoliv produktů (pekárny, mlékárny, svoz domovního odpadu, zásobování prodejen ze skladů atd.).

V matematické modelu *okružního dopravního problému* se zavádějí podobně jako u přiřazovacího problému, **bivalentní** proměnná x_{ij} , $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, n$, jejichž **hodnota 1** udává, že mezi místem A_i a A_j bude cesta v rámci okruhu a naopak **hodnota 0** indikuje, že mezi těmito místy cesta nebude. Protože se každé místo během cesty navštíví právě jednou, tzn. právě jednou se pojedou do něj a právě jednou z něj, znamená to, že řádkové a sloupcové součty proměnných x_{ij} budou rovny jedné (bude tam právě jedna jednička). Z tohoto pohledu může být tedy *okružní dopravní problém* formulován naprosto stejně jako *přiřazovací problém*. Navíc je v něm však třeba zajistit, aby byl nalezen skutečně právě jeden okruh zahrnující všechna místa a ne třeba jen několik dílčích, vzájemně nezávislých okruhů. Ukázku přípustného a nepřípustného (dva nezávislé okruhy) řešení přináší následující tabulka:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1			1		
A_2				1	
A_3		1			
A_4					1
A_5	1				

$A_1 - A_3 - A_2 - A_4 - A_5 - A_1$

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1		1			
A_2			1		
A_3	1				
A_4					1
A_5				1	

$A_1 - A_2 - A_3 - A_1 - A_4 - A_5 - A_4$

Tabulka 3.16 – Přípustné a nepřípustné řešení okružního dopravního problému ⁶⁰

Po zamezení vzniku dílčích okruhů se do matematického modelu okružního dopravního problému doplňují další omezující podmínky, které mají následující podobu:

$$\delta_i - \delta_j + nx_{ij} \leq n-1, \quad i, j = 2, 3, \dots, n, \quad (3.5)$$

kde proměnné nabývají libovolných hodnot. Matematický model okružního dopravního problému lze tedy zapsat následovně:

minimalizovat

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1, & i &= 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} &= 1, & j &= 1, 2, \dots, n, \\ \delta_i - \delta_j + nx_{ij} &\leq n-1, & i, j &= 2, 3, \dots, n, \\ x_{ij} &= 0(1), & i, j &= 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Nalezení optimálního řešení *okružního dopravního problému* je výpočetně velmi náročné. Je to dáno především podmínkami (3.5), kterých je značný počet. Například v úloze, kde počet míst $n=50$, je celkem více než 2500 proměnných i omezujících podmínek. V reálných aplikacích se proto často používají speciální algoritmy, které však poskytují pouze přibližné řešení.

3.8 Mad'arská metoda

Algoritmus metody ⁷

Zjednodušeně lze algoritmus řešení přiřazovací úlohy popsat těmito kroky:

1. Redukce matice sazeb
2. Výběr nezávislých nul
3. Kontrola správnosti výběru nezávislých nul
4. Sekundární redukce matice sazeb
5. Postup opakujeme (kroky 2,3, popř. 4) dokud nenajdeme m nezávislých nul
6. Optimální řešení bylo nalezeno, jestliže jsme vybrali m nezávislých nul. Jejich umístění přeneseme do původní matice sazeb a spočítáme účelovou funkci

3.9 Vybrané pojmy informačních zdrojů

3.9.1 Metoda

Metoda (z řeckého *methodos* = cesta, doslova „za cestou“, cesta za ničím), v obecném významu způsob, jak dosáhnout jistého předem stanoveného cíle prostřednictvím vědomé a plánovité činnosti. Neboli postup nebo návod, jak získávat správné poznatky, prostředek poznání. Jde o způsob konstrukce a zdůvodnění systému filozofických poznatků nebo také o souhrn způsobů a operací praktického a teoretického osvojování skutečnosti. V průběhu vědeckého poznávání světa vznikla řada obecných vědeckých metod, jako například indukce, dedukce, analýza a syntéza, analogie, experiment, pozorování.⁷

Metoda a systém tvoří podstatu vědy, přičemž systém představuje její obsahovou stránku, zatímco metoda její stránku formální. Systémem míníme uspořádaný celek poznatků či obsahů vědy. Naproti tomu za metodu označujeme v souhlasu se smyslem slova cestu, kterou je tento celek vybudován a získán.⁸

3.9.2 Metodologie

Metodologie je vědní disciplína studující tvorbu a aplikaci metod, jedná se součást epistemologie. Metodologie se zabývá studiem způsobů řešení problémů a hledání odpovědí.⁹

Metodologie je také: „systém principů a způsobů organizace praktické činnosti a rovněž učení o tomto systému. Také souhrn postupů a způsobů zkoumání uplatňovaných v určité vědě nebo skupině věd.“¹⁰

3.9.3 Metodika

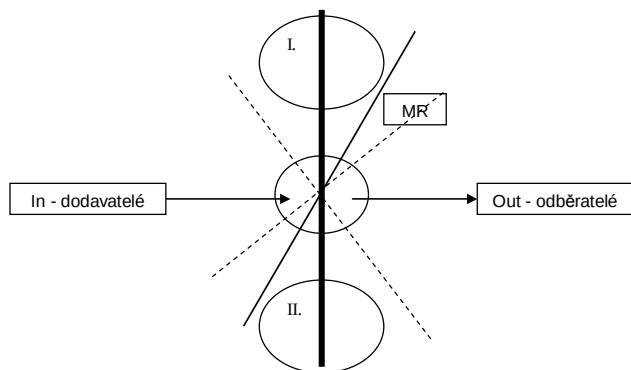
Metodika je obecně pracovní postup (metoda) nebo nauka o metodě. Pro řešení dílčích problémů mohou být v rámci nasazení metodiky uplatněny specifické postupy – metody.¹¹

Metodika je také „a) teoreticky-praktické schéma určující postupy provádění různých odborných činností a b) souhrn návodů ke splnění určitého úkolu, vycházející z metodologie příslušného vědního či aplikovaného oboru s cílem více či méně normativním způsobem zajistit vzájemnou porovnatelnost různých výsledků (metodický standard).“¹²

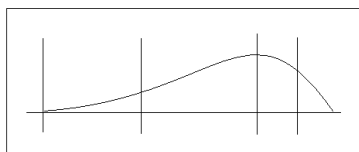
4 Aktivní formy studentských přístupů

4.1 Výchozí hypotéza řešitelského přístupu

Budeme rozlišovat tři druhy vědních disciplín (označených D1, D2 a D3):



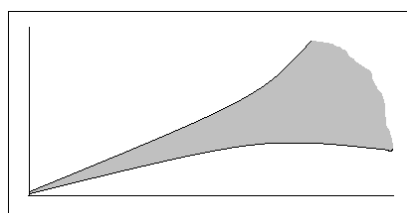
D1 Jednoznačně ohraničené základní vědní disciplíny (matematika, fyzika, chemie, biologie).



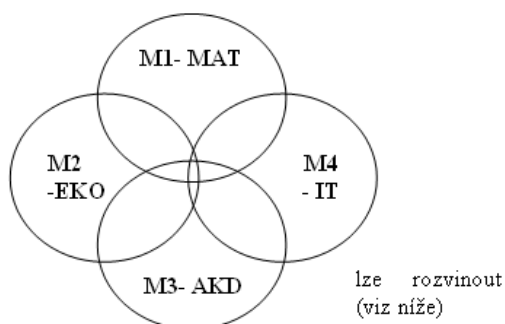
Rozvoj poznatkové báze se chová konvexně-konkávním systémem.

„exatko“

D2 Empirická skupina (sociologie, psychologie, filosofie, právo atd.)
Poznatková báze je nelineární, ale otevřená konvexní množina. Dochází k kombinaci mnoha faktorů („faktorová kombinatorika“).



D3 Implementované disciplíny, které představují průnik předmětů (tj. rozbor základního pojmosloví).



Pozn.: Žádný podnikatelský subjekt se nemůže chovat nezávisle. Každý objekt je v systémovém řezu ohraničený čtyřmi skupinami faktorů.

Čtyři skupiny faktorů

- I. Legislativa (L), ekonomické prostřední (EP) (např. fáze recese, finanční situace, hypotéky atd.), obecné ekonomické prostředí a jeho vývoj (OEP) (dostupnost faktorů, stabilita systému atd.)
- II. Technicko-technologické zázemí (TTZ). Sem patří exponenciální rozvoj vědy, ekologické dopady a efekty, ostatní substituce výrobních faktorů (pozn.: I. a II. jsou pro všechny subjekty stejné)
- III. Manažerské rozhodování (MR): a) aplikované ekonomiky, b) marketing, management
- IV. Informační technologie

Mezi kvantitativní analytické metody patří statistika, ekonometrie, matematická ekonomie, operační výzkum, metody optimálního rozhodování, teorie analýzy systému, systémová analýza a modelování, systémová analýza výrobních vertikál. Otázkou je jak jinak kvantifikovat děje, stavy, procesy (výrobní, ekonomické, informační) a chování systému v cyklické či acyklickém vývoji aplikované kvantitativní disciplíny? Srovnáváme a vyhodnocujeme, abychom mohli přijmout manažerské rozhodnutí.

Každá disciplína (množina) evokuje (vyžaduje) trochu jiný přístup k procesu poznání. Jak disciplínu chápat, jak k ní přistupovat a jaký hledat kompromis mezi kvalitou a kvantitou poznatků. Navíc jak ji konfrontovat s objektivní skutečností (realitou).

Předmětové báze jsou v současné době organizovány dle tzv. „*oborových modelů*“.

Pětistupňový modulární systém

1. Dílčí problémové okruhy, segmentace problémů
2. Klíčové pojmy (key words)
3. Klíčové metody (key methods)
4. Poznatková informační databáze, jako kombinace kvantitativního a kvalitativního přístupu
5. Případové studie (case studies), tj. problémový okruh musí být uspořádaná sekvenční struktura informačně analytických modulů (viz 5.1. až 5.2.), včetně odkazů na dostupnou literaturu, tzn. knižní publikace, skripta, odborné články, ale i na internetové zdroje; tedy kde je najít. Princip rozvoje poznatkové báze studentů. Tzn. cíl bakalářské práce bude v 6 krocích.

Prvním krokem je evokovat problematiku a zájem. Musí se ukazovat taková případové studie, které vzbudí zájem („*proč se to přednáší*“), a to v kontradikci od klasického memorování textu, definic, důkazů, dat nebo vzorců. Z tohoto je odvozen cíl bakalářské práce:

Naznačit aktivní přístup studentů v rozvoji znalostní báze, jako samostatného tvůrčího rozvoje vlastního poznání studenta. Za předpokladu čtyř podmínek:

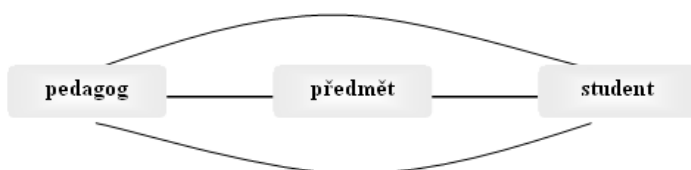
1. První podmínka – zájem
2. Druhá podmínka – zájem (disponibilní časový prostor)
3. Třetí podmínka – cílovost („*chci se dozvědět víc než ostatní*“)
4. Čtvrtá podmínka – přístup k informačním zdrojům.

Poznatková optimalizace uživatelského prostředí, tj. vytvoření schématu postupu (teorie uzlových bodů). Aneb jak se s minimálním vkladem času v dané disciplíně dostaneme k maximálnímu efektu rozvoje poznatkové báze.

4.2 Řešení problému rozvoje poznatková báze studenta

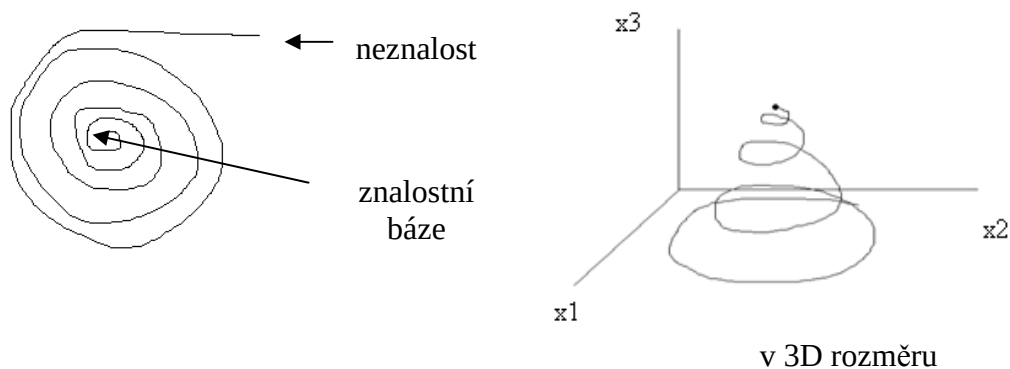
Začneme metodicky, tzn.:

1. všeobecná poznatková báze studenta
2. homogenizace nehomogenní skupiny studentů
3. aktivizace spolupodílu studenta na tvorbě předmětu
4. zvýšení míry odrazu (zpětná vazba)



Rozpracovat schéma tak, aby student měl „radost“ z toho, že poznává, a spolupodílí se na svém poznání, a aby pedagog měl „radost“ z toho, že studenta něco naučil, a že ho spolupráce „baví“.

Spirálový vývoj od neznalostí k znalostem



4.3 Struktura aktivní přístupových norem

Existují dva již verifikované přístupy, ovšem pro předmět systémová analýza a modelování (dále jen SAM), který je příbuzný systémové analýze výrobních vertikál (dále jen SAVV):

a) první z nich je sam.webzdarma.cz, určený pro posluchače denního studia, který obsahuje:

- ☐ úplný výpis všech přednášek předmětu SAM
- ☐ velká struktura otázek ke zkouškám (s podmínkou, že pokud si chce student danou otázku stáhnout, musí vymyslet další dvě)

b) druhý je moodle.czu.cz, který pracuje na podobném principu, ale je určen pro posluchače dálkového studia.

Metodologické systémové schéma logiky předmětu (tj. metodika)

Toto schéma musí mít pět základních atributů:

5. *atribut č. 1* - vhodně zvolená kombinace teorie a kvantity; kvantifikace bude zobrazena na dvou case studies
6. *atribut č. 2* - přijatelnost (teoreticky a matematiky přijatelné pro posluchače); musí vycházet z reálné znalostní báze studentů; základ je v maticových formách
7. *atribut č. 3* - dostupnost literatury (problém informační základny a informační databáze); v přílohách a viz skripta
8. *atribut č. 4* - všeobecně přístupné informace (např. z internetu)

Důležitá je návaznost znalostí na základní všeobecné disciplíny: Matematika, Fyzika, Chemie, Historie, Biologie a Informační technologie.

4.4 Přístup studenta k předmětu interdisciplinárního typu

4.4.1 Čtyři kvalitativní skupiny

1. Poznatkové moduly interdisciplinárního typu (moduly předmětu systémová analýza výrobních vertikál – SAVV)

- a. technicko-technologické základní poznatky
- b. odlišení metodologie, metod a metodik řešení

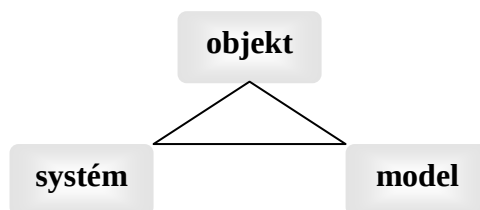
Metodologie

- obecná filosofie přístupu řešení;
- kvantitativní báze – data, informace a modelově orientovaná kvalitativní a kvantitativní data.

Metody

- konkrétní metody řešení (jako např. 3D poznatková báze)
- kvalitativní výklad - síťový graf rozvoje poznatkové báze
- kvantitativní nástroje zpracování, jejich charakteristiky a systémová orientace
- v čem spočívá individuální přednost jednotlivých metod, např.:
 - ☐ komplexnost
 - ☐ kvantifikovatelnost
 - ☐ exaktno
 - ☐ vypovídací schopnost

Vazba na systémový trojúhelník:

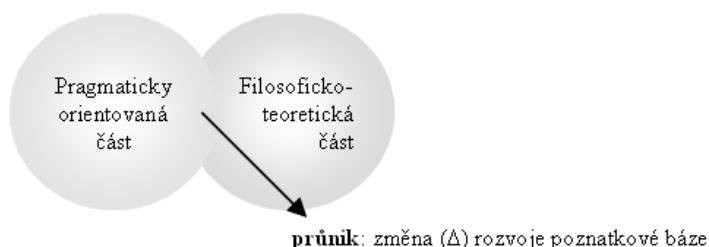


Metodika (postupu) řešení

Sekvence operací a přístupů jako boj kompromisů mezi kvantitativní a kvalitativní strukturou předmětu

Důsledně musíme odlišit pět stupňů:

1. Filozofie předmětu – jak při nehomogenní skupině studentů zajistit vyrovnávací přístup
2. Metodologie přístupu
3. Problém konkrétní metodiky – konkrétní řešení, přístup
4. Metoda, která je pro různé případové studie
5. Interpretační a implementační metody



4.4.2 Klíčový problém řešení metodiky

V průběhu posledních padesáti let výše uvedené disciplíny, hlavně informační technologie, zaznamenaly exponenciální rozvoj, který má v sobě dvě „zrady“:

- 1) U jednotlivých obecných disciplín dochází k segmentaci. Tím dochází ke ztrátě souvztažností, přitom optimální kombinace, specializace a syntéza vlastně tvoří základní předpoklad rozvoje poznatkové báze u studentů.
- 2) V každém předmětu dochází ke kontradikci (souboji) mezi pohledem všeobecným (teoretickým) a kvantitativním, přičemž všeobecný předpoklad je vlastně filozofie metodologická.

Kvantitativní pohled má tři formy, které jsou obvykle opomíjeny:

- a) Data – jsou obvykle ze statistik
- b) Pojmy – pojmosloví (problém je v tom, že zde dochází k přenosům pojmů mezi disciplínami. Pojmy obecné a úzce disciplinované. Např. Topologie – jiný význam geodetický, jiný v zemědělství, ale pro nás je důležitý z matematického hlediska
- c) Kvantifikační funkce – zobrazení (soustavy vazeb)

Bakalářská práce se věnuje všem třem objektům.

5 Modifikace předmětového portálu SAVV

5.1 Studentský portál moodle.czu.cz

Studentský portál České zemědělské univerzity v Praze moodle.czu.cz obsahuje podpůrné materiály k předmětu SAVV. Mezi tyto materiály patří - zadání a následné řešení jednotlivých typů úloh, které se řeší na cvičeních, důležité informace o podmínkách zápočtu, doporučenou literaturu a kontakty na garanta předmětu, přednášejícího či cvičící, a v neposlední řadě je zde možné stáhnout programy nutné pro výpočet úloh (např. Linea, Linkosa, STRANALkosa a další).

Předmět SAVV, který je ve struktuře portálu uveden pod katedrou Systémového inženýrství na fakultě Provozně ekonomické, obsahuje:

- ☐ Opakování lineárního programové - **Matematická formulace problému LP (maximalizace)**
- ☐ Konstrukce úloh lineárního programování
- ☐ Diagramy systému v modelech lineárního programování
- ☐ Teorie systémové analýzy výrobních vertikál
- ☐ Postoptimalizační analýza modelů lineárního programování
- ☐ Strukturální analýza (strukturní model, distribuční rovnice)
- ☐ Markovské řetězce (např. stochastické modely, markovské řetězce, markovova věta, limitní pravděpodobnosti, chování ergodického řetězce a modely absorpčních řetězců)
- ☐ a další

5.2 Předmětový portál Systémové analýzy a modelování

Na stránkách předmětového portálu sam.webzdarma.cz CZU-PEF-KOSA jsou vypracované zkušební otázky a vypracované přednášky k předmětu Systémová analýza a modelová (SAM).

Portál je založen na aktivním přístupu studenta. Pokud chce student rozšířit svoji poznatkovou bázi, musí jednak odpovědět na dvě otázky, jednak musí také vypracovat další dvě otázky pro ostatní studenty. Tyto otázky musí být odlišné od otázek, které jsou v systému již uvedeny. Otázky musí být relevantní a u zkoušky bude posuzovány jejich kvalita. Student, který splní tyto podmínky, poté získá přístup k přednáškám, vzorovým otázkám ke zkoušce a „bonusové body“ ke zkoušce.

Vybrané otázky uvedené na stránkách SAM:

- napište tři základní metody pro řešení jednostupňových dopravních úloh a jednoduše popište jejich princip,
- popište analýzu optimálního řešení dopravní úlohy
- z jakých kroků se skládá simplexový algoritmus a k čemu a kde se využívá a další

6 Metodika rozvoje pojmové báze studenta

Vybrané pojmy z oblasti matematických teorií vztažených k předmětu SAVV (klíčové prvky pro rozvoj poznatkové báze studentů):

- ☐ Bolzanův paradox nekonečna
- ☐ Kvadratura kruhu
- ☐ Velká fermatova věta
- ☐ Hypotéza
- ☐ Predikát (predikce, předpoklad)
- ☐ Axiom (problémy, omyly a zrady moderních IT)
- ☐ Postulát
- ☐ Teorém
- ☐ Kardinální čísla a „alefy“
- ☐ Kombinační čísla (jako základ kombinatoriky)
- ☐ Transcendentní funkce

Cíl této kapitoly, tj. rozvoj pojmové báze studenta, byl naplněn v Příloze č. 5.

7 Vybrané případové studie a modelová řešení

Zobecněný distribuční problém

Rozpracovaná studie „císařský mlýn“ (simplex a převod na zobecněnou distribuční úlohu, tzv. „pedagogická úloha“).

Mějme úlohu ZDP z hlediska 3 x 5, tři dodavatele ve tvaru třech mlýnů (M3) a jejich provozní kapacity (a_i), které jsou 10, 14 a 16. S_x jsou produkty (mouka hladká, hrubá, krupice, žitná a ječné kroupy). Požadavky spotřebitelů (b_j) jsou 10, 8, 3, 6, 7.

Pozn.: náklady jsou v ekvivalentu rakouských stříbrných (v přepočtu na nynější koruny). 3 rakouské stříbrné za tunu = 3 Kč/ kg (1 stříbrná zlatka = přibližně 500 Kč).

5 omezujících podmínek (x_{ij}) – množství přiřazení:

$$\begin{aligned} x_1 + x_6 + x_{11} &\geq 10 &&= b_1 \text{ (požadavek na hladkou mouku)} \\ x_2 + x_7 + x_{12} &\geq 8 &&= b_2 \text{ (požadavek na hrubou mouku)} \\ x_3 + x_8 + x_{13} &\geq 3 &&= b_3 \text{ (požadavek na krupici)} \\ x_4 + x_9 + x_{14} &\geq 6 &&= b_4 \text{ (požadavek na žitnou mouku)} \\ x_5 + x_{10} + x_{15} &\geq 7 &&= b_5 \text{ (požadavek na ječné kroupy)} \end{aligned}$$

b_1 až b_5 = požadovaná sloupcová omezení

$$\begin{aligned} b_6 \text{ omezení kapacita 1:} & 10 \geq 1,8 + 2,1 + 1,4 + 2,9 + 2,7 && \text{(hodnoty } x_1 \text{ až } x_5) \\ b_7 \text{ omezení kapacita 2:} & 14 \geq 2 + 1,9 + 1,1 + 2,5 + 2,2 && \text{(hodnoty } x_6 \text{ až } x_{10}) \\ b_8 \text{ omezení kapacita 3:} & 16 \geq 1,6 + 1,6 + 1 + 2,7 + 2,9 && \text{(hodnoty } x_{11} \text{ až } x_{15}) \\ c_j - \text{cena (náklad } N_{ij}) \end{aligned}$$

Mouka		hladká	hrubá	krupice	žitná	ječné kroupy						
		S1		S2		S3		S4		S5		a _i (h)
M1	D1	1,1		1,9		0,6		0,7		0,5		10
		1,8	x ₁	2,1	x ₂	1,4	x ₃	2,9	x ₄	2,7	x ₅	
M2	D2	1		0,9		0,6		0,6		1		14
		2	x ₆	1,9	x ₇	1,1	x ₈	2,5	x ₉	2,2	x ₁₀	
M3	D3	1,3		1,1		0,7		0,8		0,7		16
		1,6	x ₁₁	1,6	x ₁₂	1	x ₁₃	2,7	x ₁₄	2,9	x ₁₅	
b _j (t)		10		8		3		6		7		34\40

$$Z_{\min} = \overrightarrow{c_{xB}} \cdot c_j(N_{ij})$$

Filosofie a logika příkladu

Obiloviny a mouka jsou základem výroby v našem klimatickém pásmu. Z obilovin se vyrábí několik typů produktů, které nejsou výrobně zastupitelné.

Vymezení 9 základních procesů:

P1 Pšeničná mouka hladká (Pš. hl.)	H1 Císařský
P2 Pšeničná polohrubá mouka (Pš. ½ hr.)	H2 Podklasný
P3 Pšeničná hrubá (Pš. hr.)	H3 Pěničkův
P4 Pšeničná krupice (Pš. krup.)	H4 Heřmanický
P5 Pšeničná drcená (Pš. dr.)	H5 Gottwald-Usiřanský
P6 Žitná	
P7 Ovesné vločky (O. v.)	
P8 Ječné kroupy 1 (J. k. 1)	
P9 Ječné kroupy 2 (J. k. 2)	

Odvození simplexu s 45 proměnnými (5 mlýnů x 9 procesů):

	P1	P2	P...	a_i
M1	x_{11}	x_{12}	...	
M2	x_{21}	x_{22}	...	
M3		...		
M...		...		
b_j				30 (t)

a_i – kapacity mlýnů (závisí na vodě), hodiny produkce

b_j – požadavky spotřebitele (denní produkce tun)

$$\sum a_i \neq \sum b_j$$

Pozn.: Je třeba rozlišovat mezi kapacitou v hodinách a tunách výroby (tzn. hodiny $\neq$ tuny).

koeficient k_{ij} (koeficient přiřazení, koeficient výkonnosti, průchodnosti) převádí provozní kapacitu (která je uvedena v hodinách) na tuny výroby.

Metodické zadání problému

Mějme problém vedoucí k ZDP (viz „císařské mlýny“). Kapacity dodavatelů a_i jsou uvedeny v disponibilních provozních hodinách. Požadavky spotřebitelů, tj. jednotlivé typy produktů S_1 až S_5 viz předchozí text, a jsou uvedeny v tunách produkce b_j .

V rámci ZDÚ se budou řešit čtyři základní problémy:

Problém č. 1 - Musíme zjistit zda úloha má příslušné řešení. To provádíme účelně orientovanou heuristikou, tj. logickým dosazením na minimální k_{ij} , přičemž k_{ij} (koeficient výkonnosti) definujeme jako spotřebu i -tého faktoru (omezení a_i) na jednotku produkce (tj. spotřebitele S_j).

$$\sum k_{ij} \cdot x_{ij} \leq a_i$$

kde k_{ij} – koeficient výkonnost, x_{ij} – množství přiřazeného j -tého spotřebitele realizovaného v i -té provozní kapacitě (tj. mlýnu) a a_i – kapacity dodavatelů (mlýnů).

Problém č. 2 - Musíme zjistit řešení, které má minimální náklady.

Problém č. 3 - Musíme zjistit výrobní rezervy kapacit mlýnů (v případě, že má úloha řešení).

Problém č. 4 - Musíme zjistit změnu požadavků spotřebitelů S_1 až S_5 v rámci disponibilní kapacity.

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (hod.)
M1	1,1	1,9	0,6	0,7	0,5	≤	10
	1,8	2,1	1,4	2,9	2,7		
M2	1	0,9	0,6	0,6	1	≤	14
	2	1,9	1,1	2,5	2,2		
M3	1,3	1,1	0,7	0,8	0,7	≤	16
	1,6	1,6	1	2,7	2,9		
b_j (t)	10	8	3	6	7		

Tabulka č. 1 – Zadání

Problém č. 1 –Přípustné řešení úlohy

Budeme postupovat dle minimálních k_{ij} , tj. koeficientů výkonnosti (průchodnosti). Budeme postupovat dle běžné jednostupňové dopravní úlohy (JDÚ), tj. indexovou metodou vzestupnou. Budeme vycházet z minimálních k_{ij} a pokračovat k dalšímu.

7.1 Řešení úlohy pomocí Indexové metody

Postup

Jako první vybereme hodnotu koeficientu 0,5 (poloha M_1S_5). Požadavek je 7 tun. Vynásobíme proto 7 tun hodnotou 0,5 ($7 \cdot 0,5 = 3,5$).

3,5 odečteme od požadavku M_1 a dostaneme zbytek 6,5. Tím jsme uspokojili požadavek spotřebitele S_5 .

Druhá nejmenší ze zbývajících hodnot u mlýnu M_1 je koeficient 0,6. vynásobíme hodnotou požadavku spotřebitele S_3 , tj. $3 \cdot 0,6 = 1,8$. Od zbytku 6,5 odečteme 1,8 a druhý zbytek má hodnotu $6,5 - 1,8 = 4,7$. Požadavek spotřebitele S_3 je tímto uspokojen. Další je 0,6 (M_2S_4). Hodnotu koeficientu 0,6 vynásobíme požadavkem spotřebitele s hodnotou 6, tj. $0,6 \cdot 6 = 3,6$. Od hodnoty $a_i = 14$ odečteme výsledek 3,6 a dostaneme zbytek 10,4. Uspokojíme tak požadavek spotřebitele S_4 .

V dalším kroku vynásobíme hodnotu 0,9 (M_2S_2) požadavkem $b_{ij} = 8$ ($0,9 \cdot 8 = 7,2$). Tuto hodnotu odečteme od zbytku 10,4 a výsledkem je druhý zbytek o velikosti 3,2. požadavek spotřebitele S_2 je uspokojen.

V posledním kroku zbývá uspokojit požadavek spotřebitele S_1 . Hodnotu $10 \cdot 1,3 = 13$ odečteme od kapacity mlýnu M_3 a zbytek je $16 - 13 = 3$. Požadavek posledního spotřebitele je rovněž uspokojen.

Odpověď na otázku č. 1:

- úloha je konstantní, tzn. že má reálné řešení a
- toto řešení vypočítané indexovou metodou je v Tabulce č. 1a.

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (hod.)	dk I	dk II
M1		1,1		0,6	0,7	0,5	≤ 10	6,5	4,7
	1,8		1,4	2,9	2,7				
M2		0,8		0,6	0,6	1	≤ 14	8	0,8
	2		1,1	2,5	2,2				
M3		1,3		0,7	0,8	0,7	≤ 16	4,04	
	1,6		1	2,7	2,9				
b_j (t)	10	8	3	6	7				

Tabulka č. 1a

$$Z = \vec{c} \cdot \vec{x} = \sum_i \sum_j c_{ij} \cdot x_{ij}$$

$$Z = (0,8 \cdot 2) + (9,2 \cdot 1,6) + (9,2 \cdot 1,6) + (8 \cdot 1,9) + (3 \cdot 1,4) + (6 \cdot 2,5) + (7 \cdot 2,7) =$$

$$Z = 1,6 + 14,72 + 15,2 + 4,2 + 15 + 18,9 = 71,22$$

Hodnota účelové funkce, tj. náklady při limitním splnění požadavků, tj. výroba byla realizována na minimálních požadovaných hodnotách $[10, 8, 3, 6, 7] - \vec{v}$.

Z uvedeného řešení vyplývá, že celkové náklady na přípustná řešení, které splňuje požadované hodnoty jednotlivých produktů, lze nalézt, přičemž nelze zjistit jak je toto řešení vzdáleno od nákladového optima, tj. minimalizaci nákladů.

Současně toto řešení naznačuje, že u mlýnu M1 a M2 nejsou zcela vyčerpané disponibilní provozní kapacity. Z tohoto lze uvažovat, že s ohledem na tyto nevyčerpané kapacity je možné přejít na jiné distribuční řešení s využitím disponibilních kapacit a_i a koeficientu průchodnosti k_{ij} , které by bylo nákladově úspornější.

$$Z = \vec{c} \cdot \vec{x} = \sum_i \sum_j c_{ij} \cdot x_{ij}$$

Problém č. 2 - Musíme zjistit řešení, které má minimální náklady

Zjištění řešení s minimálními náklady s využitím transformace metody VAM (Voglova aproximační metoda). Budeme vycházet z sazeb nákladů c_{ij} a současně s využitím podmínky pro ZDP.

$$\sum_{j=1}^n k_{ij} \cdot x_{ij} \leq a_i$$

Jedná se o metodu, která při obsazování políček přihlíží k sazbám. Nejdříve si spočítáme difference d_i pro $i = 1, \dots, m$, kde d_i je rozdíl mezi dvěma nejnižšími sazbami v i -tém řádku. Potom spočítáme difference d_j pro $j = 1, \dots, n$, kde d_j je rozdíl mezi dvěma nejnižšími sazbami v j -tém sloupci.

Při obsazování políček vybereme vždy nejvyšší diferenci (tím definujeme obsazovaný sloupec resp. řádek) a nejnižší sazbu (čímž vybereme obsazovaný řádek resp. sloupec). Tím je zcela popsáno obsazované políčko. Zapišeme na něj vždy maximální přípustné množství. Pokud mají nějaké řádky nebo sloupce stejnou diferenci obsadíme nejnižší sazbu. Po obsazení pole snížíme kapacitu a požadavky. Znovu přepočítáme difference a postup zopakujeme.

Při zaplňování políček musíme difference d_i a d_j průběžně přepočítávat, protože nepočítáme se sazbami obsazených políček a se sazbami políček, která již nemohou být

obsazena (kapacita dodavatele je vyčerpána nebo požadavek odběratele je plně uspokojen).

Pozn.: Při řešení problému č. 2 s využitím VAM jde opět o aproximační (přibližné) řešení.

7.2 Řešení úlohy metodou VAM

Budeme ho realizovat pomocí nákladových (cenových) diferencí ukazatelů c_{ij} a pokusíme se postupně přiřazovat dle metody **VAM** hodnoty x_{ij} , tj. přiřazením i -tého zdroje j -tému spotřebiteli tak, aby současně byla zachována distribuční podmínka.

Postup

Přepočítáme difference. V prvním řádku si vyhledáme minimální náklady a vypočítáme jejich difference. Rozdíl dvou nejmenších ukazatelů v prvním řádku je 0,4 (1,8 - 1,4). Tento postup opakuje v druhém i třetím řádku. Řádkové difference jsou 0,4; 0,8; 0,6. Sloupcové difference vypočítáme obdobným způsobem. Rozdíl dvou nejmenších ukazatelů v prvním sloupci je 0,2 (1,8 - 1,6). Sloupcové difference jsou 0,2; 0,3; 0,1; 0,2; 0,5. Vybereme největší difference = 0,8. V tomto řádku M_2 vybereme nejnižší sazbu = 1,1 (M_2S_3). Zbytková kapacita $3 \cdot 0,6 = 1,8$; $14 - 1,8 = 12,2$. Požadavek spotřebitele S_3 je uspokojen (viz Tabulka č. 2a).

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (h)	ŘD	zbytek a_i
M1	1,1 1,8	1,9 2,1	0,6 1,4	0,7 2,9	0,5 2,7	≤	10	0,4 0,3	
M2	1 2	0,9 1,9	0,6 1,1	0,6 2,5	1 2,2	≤	14	0,8 0,1	12,2
M3	1,3 1,6	1,1 1,6	0,7 1	0,8 2,7	0,7 2,9	≤	16	0,6 0	
b_j (t)	10	8	3	6	7				
SD	0,2	0,3	0,1	0,2	0,5				

Tabulka č. 2a

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (h)	ŘD	zbytek a_i
M1	1,1 1,8	1,9 2,1	0,6 1,4	0,7 2,9	0,5 2,7	≤	10	0,3	
M2	1 2	0,9 1,9	0,6 1,1	0,6 2,5	1 2,2	≤	14	0,1	12,2 5,2
M3	1,3 1,6	1,1 1,6	0,7 1	0,8 2,7	0,7 2,9	≤	16	0	
b_j (t)	10	8	3	6	7				
SD	0,2	0,3	0,1	0,2	0,5				

Tabulka č. 2b

V druhém kroku opět přepočítáme difference. Největší difference je v pátém sloupci u spotřebitele S_5 . Požadavek je 7, kapacita 14. Do buňky S_5M_2 dosadíme hodnotu 7.

Zbytek a_i je 5,2 [12,2 – (7 x 1)]. Musíme opět přepočítat řádkové difference. V tomto případě jsou stejné (0,3; 0,1; 0). Pátý sloupec škrtneme.

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (h)	ŘD	zbytek a_i
M1	1,1	1,9	0,6	0,7	0,5	∞	10	0,3 0,1	
	1,8	2,1	1,4	2,9	2,7				
M2	1	0,9	0,6	0,6	1	∞	14	0,1 0,5	5,2
	2	1,9	1,1	2,5	2,2				
M3	1,3	1,1	0,7	0,8	0,7	∞	16	0 1,1	7,2
	1,6	1,6	1	2,7	2,9				
b_j (t)	10	8	3	6	7				
SD	0,2	0,3	0,1	0,2	0,5				

Tabulka č. 2c

Největší je difference 0,3 u M_1 , ale i u S_2 . Vybereme nejmenší sazbu, tj. 1,6, a dosadíme číslo 8 do buňky M_3S_2 . Zbytek a_i je 7,2 [16 – (8 x 1,1)]. Opět přepočítáme řádkové (1,1; 0,5; 1,1) i sloupcové (0,2; 0,3; 0,1; 0,2; 0,5) difference.

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (h)	ŘD	zbytek a_i
M1	1,1	1,9	0,6	0,7	0,5	∞	10	1,1	9,1
	1,8	2,1	1,4	2,9	2,7				
M2	1	0,9	0,6	0,6	1	∞	14	0,5	5,2
	2	1,9	1,1	2,5	2,2				
M3	1,3	1,1	0,7	0,8	0,7	∞	16	1,1	5,9
	1,6	1,6	1	2,7	2,9				
b_j (t)	10	8	3	6	7				
SD	0,2	0,3	0,1	0,2	0,5				

Tabulka č. 2d

V Tabulce č. 2d největší difference vyšla 1,1 (řádková u M_1 i M_3). Nejmenší sazby jsou 1,8 a 1,6. Do buňky M_1S_1 dosadíme 9. Nemůžeme dosadit celý požadavek prvního spotřebitele o hodnotě 10, protože $10 \times 1,1 > 10 \rightarrow$ proto dosadíme 9 ($9 \times 1,1 = 9,9$). Zbývá tedy doplnit do buňky M_3S_1 hodnotu 1. Zbytek $a_i = 5,9$ [$7,2 - (1 \times 1,3)$].

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (h)	ŘD	zbytek a_i
M1	1,1	1,9	0,6	0,7	0,5	∞	10	1,1	9,1
	9	2,1	1,4	2,9	2,7				
M2	1	0,9	0,6	0,6	1	∞	14	0,5	1,6
	2	1,9	1,1	2,5	2,2				
M3	1,3	1,1	0,7	0,8	0,7	∞	16	1,1	5,9
	1	1,6	1	2,7	2,9				
b_j (t)	10	8	3	6	7				
SD	0,2	0,3	0,1	0,2	0,5				

Tabulka č. 2e

Posledním krokem je dosazení hodnoty 6 do buňky M_2S_4 . Zbytek $a_i = 1,6$ [$5,2 - (6 \times 0,6)$].

Hodnota účelové funkce:

$$Z = \vec{c} \cdot \vec{x} = \sum_i \sum_j c_{ij} \cdot x_{ij}$$

$$Z = (9 \cdot 1,8) + (1 \cdot 1,6) + (8 \cdot 1,6) + (3 \cdot 1,1) + (6 \cdot 2,5) + (7 \cdot 2,2) = 64,3$$

Při řešení P2 můžeme zjistit, že řešení s využitím metody VAM jsme na hodnotě účelové funkce 64,3, tj. o 6,9 finančních jednotek lepší řešení, resp. o 10,76 % lepší řešení než v případě Indexové metody.

Pozn: Nalezené řešení metodou VAM budeme zlepšovat metodou MODI.

7.3 Řešení úlohy metodou MODI

Výsledek zjištěný metodou VAM přepočítáme metodou MODI.

Musíme vypočítat u_i a v_j . V řádku s největším počtem dosazených políček, tj. řádek M_2 , dosadíme nulu.

- hodnoty v_j jsou následující: 2; 1,9; 1,1; 2,5; 2,2

- ostatní hodnoty u_i jsou: -0,2 a -0,4

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (h)	u_i
M1	1,1 9 1,8	1,9 2,1	0,6 1,4	0,7 2,9	0,5 2,7	$\leq$	10	-0,2
M2	1 2	0,9 1,9	0,6 1,1	0,6 2,5	1 2,2	$\leq$	14	0
M3	1,3 1 1,6	1,1 8 1,6	0,7 1	0,8 2,7	0,7 2,9	$\leq$	16	-0,4
b_j (t)	10	8	3	6	7			
v_j	2	1,9	1,1	2,5	2,2			

Tabulka č. 3a

V dalším kroku vypočítáme c_{ij}' (v žlutém rámečku vpravo dole).

$c_{ij}' = u_i + v_j$, pro $x_{ij} > 0$

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (h)	u_i
M1	1,1 9 1,8	1,9 2,1 1,9	0,6 1,4 0,9	0,7 2,9 2,3	0,5 2,7 2	$\leq$	10	-0,2
M2	1 ζ 2	0,9 1,9 2	0,6 1,1 3	0,6 2,5 6	1 2,2 7	$\leq$	14	0
M3	1,3 1 1,6	1,1 8 1,6	0,7 1 0,7	0,8 2,7 2,1	0,7 2,9 1,8	$\leq$	16	-0,4
b_j (t)	10	8	3	6	7			
v_j	2	1,9	1,1	2,5	2,2			

Tabulka č. 3b

Dále musíme vypočítat rozdíl sazeb $c_{ij}' - c_{ij}$ (v zeleném rámečku vlevo nahoře).

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (h)	u_i
M1	-0,2 9 1,8	1,9 2,1 1,9	-0,5 1,4 0,9	-0,6 2,9 2,3	-0,7 2,7 2	$\leq$	10	-0,2
M2	0,1 ζ 2	0,9 1,9 2	0,6 1,1 3	0,6 2,5 6	1 2,2 7	$\leq$	14	0
M3	-0,3 1 1,6	0,7 8 1,6	-0,6 1 0,7	0,8 2,7 2,1	-1,1 2,9 1,8	$\leq$	16	-0,4
b_j (t)	10	8	3	6	7			
v_j	2	1,9	1,1	2,5	2,2			

Tabulka č. 3c

Posledním krokem je přepočítání hodnot, aby se výsledek co nejblíže přiblížil optimálnímu řešení.

	S1	S2	S3	S4	S5		a_i (h)	u_i
M1	7,3 9 1,8	-0,2 2,1 1,9	-0,5 1,4 0,9	-0,6 2,9 2,3	-0,7 2,7 2	$\leq$	10	-0,2
M2	1,7 ζ 2	0,1 1,9 2	0,6 1,1 3	0,6 2,5 6	1 2,2 7	$\leq$	14	0
M3	-0,3 1 1,6	0,7 8 1,6	-0,6 1 0,7	0,8 2,7 2,1	-1,1 2,9 1,8	$\leq$	16	-0,4
b_j (t)	10	8	3	6	7			
v_j	2	1,9	1,1	2,5	2,2			

Tabulka č. 3d

POZN.: Hodnotu buňky M_2S_3 jsme opravili na 1,3 a provedli přepočítání okruhu.

$$\frac{1,1}{1,3} = 0,85$$

Hodnota účelové funkce metodou VAM byla 64,3. Po odečtení 0,85 dostáváme novou hodnotu účelové funkce 63,45.

Toto řešení, pomocí metody MODI, je o 0,85 finančních jednotek lepší řešení než pomocí metody VAM, respektive o 1,34 % finančních jednotek.

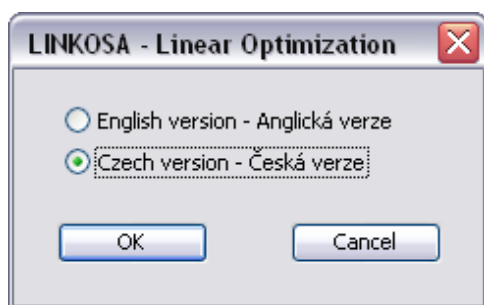
7.4 Postup výpočtu v LINKOSE

Mějme výchozí simplexovou tabulku. Tuto tabulku otevřeme v programu LIKOSA (viz webové stránky: <http://orms.pef.czu.cz/>) pomocí Nástroje → Linear Optimization.

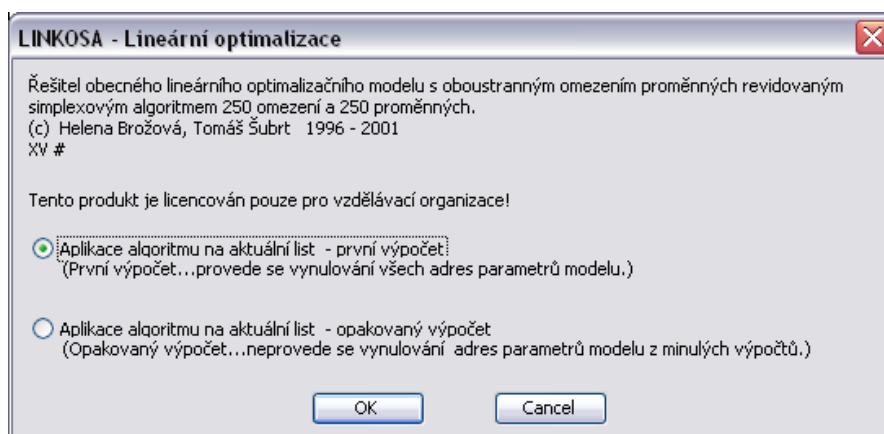
Pokud se nepodaří LINKOSU otevřít, pravděpodobně nastal problém s povolením maker. Problém je možno odstranit takto: Nástroje → Marko → Zabezpečení nízke a OK.

Nyní můžeme pokračovat ve výpočtu.

Nejdříve se objeví nové okno, ve kterém je výběr ze dvou jazykových verzí. Vypadá následovně:



Po odkliknutí OK se objeví další okno. Zde je třeba zadat první výpočet (viz níže).



Následovně se objeví okno s parametry, které je třeba zadat z výchozí simplexové tabulky.

Mouka:	hladná	hrubá	krupice	žitná	ječně kroupy	hladná	hrubá	krupice	žitná	ječně kroupy	hladná	hrubá	krupice	žitná	ječně kroupy	R	$\vec{b}$
	M1 Mhl (t)	M1 Mhr (t)	M1 Mkr (t)	M1 Mžit (t)	M1 MJk (t)	M2 Mhl (t)	M2 Mhr (t)	M2 Mkr (t)	M2 Mžit (t)	M2 MJk (t)	M3 Mhl (t)	M3 Mhr (t)	M3 Mkr (t)	M3 Mžit (t)	M3 MJk (t)		
	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇	x ₈	x ₉	x ₁₀	x ₁₁	x ₁₂	x ₁₃	x ₁₄	x ₁₅		
b1 Mhl (t)	1					1					1					>	10
b2 Mhr (t)		1					1					1				>	8
b3 Mkr (t)			1					1					1			>	3
b4 Mžit (t)				1					1					1		>	6
b5 MJk (t)					1					1					1	>	7
b6	1,1	0,9	0,6	0,7	0,5											<	10
b7						1	0,9	0,6	0,6	1						<	14
b8											1,3	1,1	0,7	0,8	0,7	<	16
min Nákl																	
C _j	1,8	2,1	1,4	2,9	2,7	2	1,9	1	2,5	2,2	1,6	1,6	1	2,7	2,9		
Dolní mez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
Horní mez	11	9	4	7	8	11	9	4	7	8	11	9	4	7	8		

LINKOSA - Lineární optimalizace

Název modelu :

Zkouška

Názvy proměnných :

\$B\$2:\$P\$2

Dolní mez :

\$B\$14:\$P\$14

Horní mez :

\$B\$15:\$P\$15

Názvy omezení

Koeficienty - (A)

Typ omezení

Pravá strana - (b)

\$A\$4:\$A\$11

\$B\$4:\$P\$11

\$Q\$4:\$Q\$11

\$R\$4:\$R\$11

Název účel. funkce

Koeficienty - (c)

☐ Maximalizace
☒ Minimalizace

\$A\$12

\$B\$12:\$P\$12

OK

Cancel

1. První vyplníme název modelu.
2. Názvy proměnných „natáhneme“ z simplexové tabulky.
3. Dolní a horní mez „přetáhneme“ také z původní simplexové tabulky.
4. Názvem omezení se myslí názvy požadavků spotřebitelů b_j , tj. název b_1 až b_8 .
5. Koeficienty (A) jsou matice. V našem případě matice 8×15 .
6. Typ omezení je nerovnost.
7. Pravá strana (b) jsou hodnoty b_j .
8. Názvem účelové funkce je min. Nákl.
9. Koeficienty (c) jsou hodnoty sazby c_{ij} .
10. Předposledním, krokem výběr mezi minimalizací a maximalizací (v tomto případě je jedná o minimalizaci).
11. Závěrečným krokem kliknutí na ikonku OK.

Při doplňování je třeba si dávat pozor na nejčastější chyby, které studenti dělají, když spěchají a nedávají pozor. Mezi nimi jsou např.: desetinné čárky, správná znaménka nerovností, tvar vektoru relací (omezujících podmínek), správné jednotky sazeb c_{ij} , správné jednotky vektoru omezení, správná volba účelové funkce (minimalizace vs maximalizace) atd.

Těmto chybám lze předejít pokud si student ve výchozí simplexové tabulce zvolí vhodnou úpravu, např. nechá dostatek místa mezi prvky tabulky, aby když „natahuje“ hodnoty do okna LINKOSA omylem nenatáhl více či méně políček. Dále by se proměnné měli označovat alfanumericky (x_{ij}), ale současně logicky srozumitelnou zkratkou (např. mouka hladná u mlýnu číslo 1 jako M.hl.1). U simplexové tabulky, když píšeme nerovnosti, je nutné před nimi nechat mezeru nebo popř. dát je do uvozovek. Jinak se může stát, že LINKOSA je nevezme v úvahu.

7.5 Optimální řešení

Optimální řešení modelu Havlová mlýny II obsahuje čtyři následující části, tabulky. Každá z nich je uvedena na samostatném listu v excelovském souboru.

- ❑ **Optimální řešení modelu** - strukturní proměnné a omezení a minimální hodnotu účelové funkce (min Nákl), která je **63,39** (zaokrouhleno na dvě desetinná místa).
- ❑ **Další matici transformačních vektorů** ALFA(J) – což je inverzní matice úlohy.
- ❑ Na dalším listě je uvedena **analýza citlivosti pravých stran** - omezení jednotlivých podmínek b_i .
- ❑ Poslední list obsahuje **analýzu citlivosti cenových koeficientů** c_j .

Mouka:	hladná	hrubá	krupice	žitná	ječné kroupy	hladná	hrubá	krupice	žitná	ječné kroupy	hladná	hrubá	krupice	žitná	ječné kroupy		
	M1 Mhl (t)	M1 Mhr (t)	M1 Mkr (t)	M1 Mžit (t)	M1 MJk (t)	M2 Mhl (t)	M2 Mhr (t)	M2 Mkr (t)	M2 Mžit (t)	M2 MJk (t)	M3 Mhl (t)	M3 Mhr (t)	M3 Mkr (t)	M3 Mžit (t)	M3 MJk (t)	R	$\vec{b}$
jednotky	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t		
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}		
b1 Mhl (t)	1					1					1					>	10
b2 Mhr (t)		1					1					1				>	8
b3 Mkr (t)			1					1					1			>	3
b4 Mžit (t)				1					1					1		>	6
b5 MJk (t)					1					1					1	>	7
b6	1,1	0,9	0,6	0,7	0,5											<	10
b7						1	0,9	0,6	0,6	1						<	14
b8											1,3	1,1	0,7	0,8	0,7	<	16
min Nákl																	
C_j	1,8	2,1	1,4	2,9	2,7	2	1,9	1,1	2,5	2,2	1,6	1,6	1	2,7	2,9		
Dolní mez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
Horní mez	11	9	4	7	8	11	9	4	7	8	11	9	4	7	8		

Optimální řešení modelu Havlová mlýny

Min. hodnota účelové funkce min Nákl

63,54286

Strukturní proměnné

Název	Hodnota	Typ
M1 Mhl (t)	6,714286	Bázická
M1 Mhr (t)	0	Dolní mez
M1 Mkr (t)	0	Dolní mez
M1 Mžit (t)	0	Dolní mez
M1 MJk (t)	0	Dolní mez
M2 Mhl (t)	0	Dolní mez
M2 Mhr (t)	0	Dolní mez
M2 Mkr (t)	0	Dolní mez
M2 Mžit (t)	6	Bázická
M2 MJk (t)	7	Bázická
M3 Mhl (t)	3,285714	Bázická
M3 Mhr (t)	8	Bázická
M3 Mkr (t)	3	Bázická
M3 Mžit (t)	0	Dolní mez
M3 MJk (t)	0	Dolní mez

Omezení

Název	Hodnota	Rezerva
b1 Mhl (t)	10	0
b2 Mhr (t)	8	0
b3 Mkr (t)	3	0
b4 Mžit (t)	6	0
b5 MJk (t)	7	0
b6	15	2,242857
b7	21	10,4
b8	24	0

Optimální řešení modelu Havlová mlýny

Matice transformačních vektorů ALFA(J)

Bazické J	Hodnota	M1 Mhr (t)	M1 Mkr (t)	M1 Mžit (t)	M1 MJk (t)	M2 Mhl (t)	M2 Mhr (t)	M2 Mkr (t)	M3 Mžit (t)	M3 MJk (t)	R-b1 Mhl (t)	R-b2 Mhr (t)	R-b3 Mkr (t)	R-b4 Mžit (t)	R-b5 MJk (t)	R-b8
M2 Mžit (t)	6	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0
M1 Mhl (t)	6,714286	0,857143	0,428571	2,14E-16	1,11E-16	1	0,857143	0,428571	-0,38095	-0,333333	-1	-0,85714	-0,42857	-2,1E-16	-1,1E-16	-0,47619
M3 Mkr (t)	3	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0
M3 Mhl (t)	3,285714	-0,85714	-0,42857	-2,7E-16	-1,1E-16	2,22E-16	-0,85714	-0,42857	0,380952	0,333333	0	0,857143	0,428571	2,7E-16	1,1E-16	0,47619
M2 MJk (t)	7	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0
M3 Mhr (t)	8	1	-5,6E-17	1,11E-16	-1,1E-16	0	1	-5,6E-17	1,11E-16	-1,1E-16	0	-1	5,55E-17	-1,1E-16	1,11E-16	0
R-b7	10,4	-2,9E-16	-1,8E-16	-0,6	-1	2	1,6	0,7	-0,6	-1	0	0	0	0,6	1	0
R-b6	2,242857	-0,32857	-0,01429	0,7	0,8	-1,9	-1,62857	-0,81429	0,72381	0,633333	1,9	1,628571	0,814286	3,01E-16	0	0,904762
min Nákl	63,54286	-0,32857	-0,31429	-0,4	-0,5	-0,2	-0,12857	-0,01429	-0,27619	-0,76667	-1,8	-1,77143	-1,08571	-2,5	-2,2	-0,09524

Dolní mez

Horní mez

9	4	7	8	11	9	4	7	8
---	---	---	---	----	---	---	---	---

Dolní mez Horní mez

7
11
4
11
8
9

Optimální řešení modelu Havlová mlýny

Analýza citlivosti pravých stran

Interval stability

Název	Hodnota	Dolní mez	Horní mez
b1 Mhl (t)	10	3,285714	11,18045
b2 Mhr (t)	8	0,166667	9,377193
b3 Mkr (t)	3	0	5,754386
b4 Mžit (t)	6	0	23,33333
b5 MJk (t)	7	0	17,4
b6	15	12,75714	
b7	21	10,6	
b8	24	21,52105	38,1

Optimální řešení modelu Havlová mlýny

Analýza citlivosti cenových koeficientů

Interval stability

Název	Hodnota	Dolní mez	Horní mez
Cena M1 M	1,8	1,6	1,833333
Cena M1 M	2,1	1,771429	
Cena M1 M	1,4	1,085714	
Cena M1 M	2,9	2,5	
Cena M1 M	2,7	2,2	
Cena M2 M	2	1,8	
Cena M2 M	1,9	1,771429	
Cena M2 M	1,1	1,085714	
Cena M2 M	2,5	0	2,77619
Cena M2 M	2,2	0	2,7
Cena M3 M	1,6	1,566667	1,8
Cena M3 M	1,6	-0,17143	1,728571
Cena M3 M	1	-0,08571	1,014286
Cena M3 M	2,7	2,42381	
Cena M3 M	2,9	2,133333	
Cena R-b1	0	-1,8	
Cena R-b2	0	-1,77143	
Cena R-b3	0	-1,08571	
Cena R-b4	0	-2,5	
Cena R-b5	0	-2,2	
Cena R-b6	0	-0,01754	0,105263
Cena R-b7	0	-0,46032	0,020408
Cena R-b8	0	-0,09524	

Okružní dopravní problém

Jako základ pro úlohu okružního dopravního problému byly vybrány distribuční cesty při stavbě pevnosti Josefov (viz Příloha č. 1)

Za cílová místa (dle historických skutečností) byly zvoleny:

B1 Josefov, B2 Hříbojedy, B3 Dubenec, B4 Hustířany, B5 Cihelny, B6 prachárny, B7 Picinberg, B8 Velká Jesenice, B9 Česká Skalice, B10 Provodov-Šonov, B11 Lomy, B12 Solnice a B13 Třebechovice.

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13
B1	X	13	12	10	3	4	3	9	16	23	15	28	31
B2	14	X	3	5	8	10	16	21	19	26	21	31	29
B3	13	4	X	3	8	11	18	24	22	29	21	29	32
B4	11	6	4	X	6	7	14	17	20	27	19	26	31
B5	4	9	9	7	X	2	7	9	14	21	17	23	29
B6	5	11	12	8	3	X	9	12	16	20	15	21	25
B7	4	17	19	15	8	10	X	6	8	11	9	15	21
B8	10	22	25	18	10	13	7	X	5	9	11	12	15
B9	17	20	23	21	15	17	9	6	X	7	8	11	14
B10	24	27	30	28	22	21	12	10	8	X	9	11	16
B11	16	22	22	20	18	16	10	12	9	10	X	6	11
B12	29	32	30	27	24	22	16	13	12	12	7	X	7
B13	32	30	33	32	30	26	22	16	15	17	12	8	X

Tabulka 1 – Cílová místa a jejich vzdálenosti

7.6 Výpočet Mad'arskou metodou

Nejdříve provedeme řádkovou redukci, tzn. že od každého řádku odečteme minimální sazbu, která je v příslušném řádku. Např. v prvním řádku odečítáme číslo „3“, v pátém „5“ atd.

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	σ_i
B1	X	10	9	7	0	1	0	6	13	20	12	25	28	1
B2	11	X	0	2	5	9	13	18	16	23	18	28	26	1
B3	10	1	X	0	5	8	15	21	19	26	18	26	29	1
B4	7	2	0	X	2	3	10	13	16	23	15	22	27	1
B5	2	7	7	5	X	0	5	7	12	19	15	21	27	1
B6	2	8	9	5	0	X	6	9	13	17	12	18	22	1
B7	0	13	15	11	4	6	X	2	4	7	5	11	17	1
B8	5	17	20	13	5	8	2	X	0	4	6	7	10	1
B9	11	14	17	15	9	11	3	0	X	1	2	5	8	1
B10	16	19	22	20	14	13	4	2	0	X	1	3	8	1
B11	10	16	16	14	12	10	4	6	3	4	X	0	5	1
B12	22	25	23	20	17	15	9	6	5	5	0	X	0	2
B13	24	22	25	24	22	18	14	8	7	9	4	0	X	1
σ_j	1	0	2	1	2	1	1	1	2	0	1	2	1	

Tabulka 2 – Řádková redukce

Ve sloupci σ_i sečteme a zapíšeme počet nul v daném řádku. To samé provedeme pro řádek σ_j , kde sečteme všechny nuly ve sloupci. Řádková redukce trvala cca. 5 minut a

30 sekund. Vzhledem k tomu, že každý řádek obsahuje jednu nulu, ale ne každý sloupec, provedeme sloupcovou redukci.

Pokud přepočítáme počet nul nyní, zjistíme, že je již plněna podmínka, že v každém řádku a každém sloupci musí být alespoň jedna nula. V sedmi případech vznikla tzv. symetrie.

Pozn.: Startovacím bodem (B1) je pevnost Josefov. Protože je tento uzel (U1) pevně zadán, zbývá nám pouze $n-1!$ možností, tj. $12!$ ($= 4,79 \cdot 10^8$ možností počtu tras).

Dalším krokem je výběr nezávislých nul. Nejprve vybereme silně nezávislou nulu, tj. taková nula, která je sama v řádku a zároveň i sama ve sloupci. Řádek a sloupec, ve kterém leží, vyškrtneme.

- silně nezávislé nuly (sama v řádku i ve sloupci) - oranžové
- slabě nezávislé nuly (sama v řádku nebo ve sloupci) - žluté

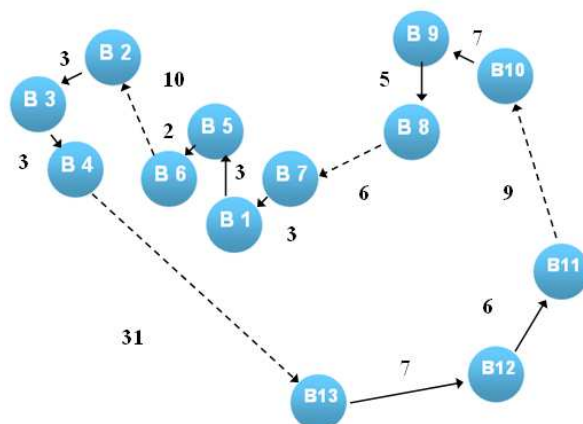
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	σ_i
B1	X	9	9	7	0	1	0	6	13	19	12	25	28	2
B2	11	X	0	2	5	9	13	18	16	22	18	28	26	1
B3	10	0	X	0	5	8	15	21	19	25	18	26	29	2
B4	7	1	0	X	2	3	10	13	16	22	15	22	27	1
B5	2	6	7	5	X	0	5	7	12	18	15	21	27	1
B6	2	7	9	5	0	X	6	9	13	16	12	18	22	1
B7	0	12	15	11	4	6	X	2	4	6	5	11	17	1
B8	5	16	20	13	5	8	2	X	0	3	6	7	10	1
B9	11	13	17	15	9	11	3	0	X	0	2	5	8	2
B10	16	18	22	20	14	13	4	2	0	X	1	3	8	1
B11	10	15	16	14	12	10	4	6	3	3	X	0	5	1
B12	22	24	23	20	17	15	9	6	5	4	0	X	0	2
B13	24	21	25	24	22	18	14	8	7	8	4	0	X	1
σ_i	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	2	1	

Tabulka 3 – Sloupcová redukce a výběr nezávislých nul

Škrtneme řádky a sloupce tak, abychom pokryli co nejvíce nul (viz následující tabulka).

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	σ_i
B1	X	9	9	7	0	1	0	6	13	19	12	25	28	2
B2	11	X	0	2	5	9	13	18	16	22	18	28	26	1
B3	10	0	X	0	5	8	15	21	19	25	18	26	29	2
B4	7	1	0	X	2	3	10	13	16	22	15	22	27	1
B5	2	6	7	5	X	0	5	7	12	18	15	21	27	1
B6	2	7	9	5	0	X	6	9	13	16	12	18	22	1
B7	0	12	15	11	4	6	X	2	4	6	5	11	17	1
B8	5	16	20	13	5	8	2	X	0	3	6	7	10	1
B9	11	13	17	15	9	11	3	0	X	0	2	5	8	2
B10	16	18	22	20	14	13	4	2	0	X	1	3	8	1
B11	10	15	16	14	12	10	4	6	3	3	X	0	5	1
B12	22	24	23	20	17	15	9	6	5	4	0	X	0	2
B13	24	21	25	24	22	18	14	8	7	8	4	0	X	1
σ_i	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	2	1	

Tabulka 4



Graf 1

V předcházejících krocích se podařilo vybrat 9 cest ze 13. Počet kilometrů, které se celkem najedou při rozvozu peněz je **95**. Nyní se pokusíme zjistit, jestli nenajdeme jiné, optimálnější řešení. Proto provedeme sekundární redukci, kdy určíme minimální prvek z nepřeskrtnutých sazeb.

Sekundární redukce matice sazeb

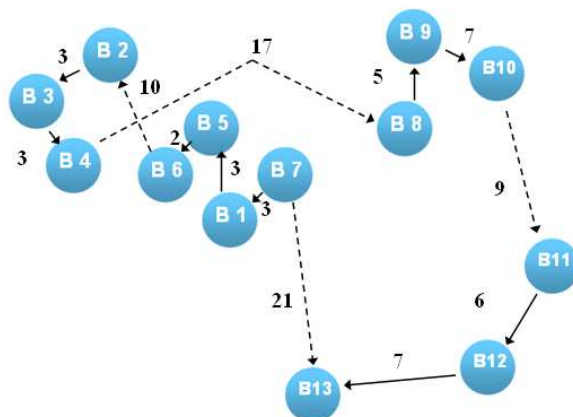
Sekundární redukci použijeme pokud vybereme menší počet nezávislých nul než je m , je nutné získat další nuly pro výběr nezávislých nul.

Postup, kterým se bude postupovat vypadá následovně:

- ☐ od prvku, který není přeškrtnut minimální sazbu odečítáme
- ☐ k prvku přeškrtnutého dvakrát ji přičteme
- ☐ u prvku přeškrtnutého jednou necháme sazbu stávající

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	o_i
B1	X	9	10	7	0	1	0	6	14	19	12	26	28	2
B2	10	X	0	1	4	6	13	17	16	21	17	28	26	1
B3	10	0	X	0	5	8	15	21	20	25	18	27	20	2
B4	6	0	0	X	1	2	9	12	16	21	14	22	26	1
B5	2	6	7	5	X	0	5	7	13	18	15	22	27	1
B6	1	6	9	4	0	X	5	8	13	15	11	18	21	1
B7	0	12	16	11	4	6	X	2	5	6	5	12	17	1
B8	4	15	20	12	4	7	1	X	0	2	5	7	9	1
B9	11	13	18	15	0	11	3	0	X	0	2	6	8	2
B10	17	17	22	19	13	12	3	1	0	X	0	3	7	1
B11	9	14	16	13	11	9	5	5	3	2	X	0	4	1
B12	22	24	24	20	17	15	9	6	4	0	0	X	0	2
B13	23	20	25	23	21	17	13	7	7	7	3	0	X	1
o_j	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	2	1	

Tabulka 5

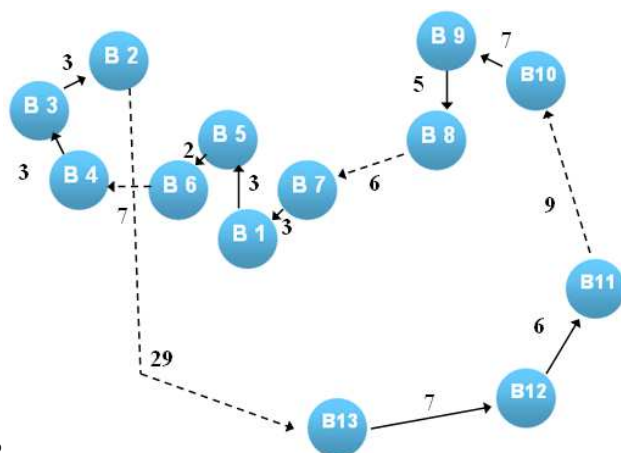


Graf 2

Kočár by ujel **96** kilometrů. Což je o jeden kilometr více než v přecházející variantě. Proto postup opakujeme v nové redukované matici (opět odečítáme či přičítáme nejmenší sazbu dle výše zmíněných pravidel).

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	σ_i
B1	X	9	11	7	0	1	0	6	15	19	12	27	28	2
B2	9	X	0	0	3	5	11	16	16	20	16	28	26	1
B3	10	0	X	0	5	8	15	21	21	25	18	25	29	2
B4	5	0	0	X	0	1	8	11	16	20	13	22	26	3
B5	2	6	8	5	X	0	5	7	14	18	15	23	27	1
B6	0	5	9	3	0	X	4	7	13	14	10	18	21	2
B7	0	11	16	10	3	5	X	1	5	5	4	12	17	1
B8	3	14	23	11	3	0	0	X	0	1	4	7	9	2
B9	11	13	19	15	9	11	3	0	X	0	2	7	8	2
B10	17	17	23	19	13	12	3	1	0	X	0	4	7	2
B11	8	13	16	12	10	8	2	4	3	1	X	0	4	1
B12	22	24	25	20	17	15	0	6	7	4	0	X	0	2
B13	22	19	25	22	20	16	12	6	7	6	2	0	X	1
σ_j	2	2	2	2	3	1	2	1	2	1	2	2	1	

Tabulka 6



Graf 3

Závěr:

Optimální trasa rozvozu peněz (tj. celkem **90** kilometrů) vede z B₁ do B₅, z B₅ do B₆ atd. (viz Graf 3).

8 Závěr

Nebývale prudký rozvoj ICT vytvořil zcela nové prostředí pro tvorbu studijních informačních zdrojů. Většina knihoven pořizuje základní knižní fondy v digitalizované formě, které jsou pomocí různých přístupových cest uživatelsky dostupné bez vlastní fyzické návštěvy těchto knihoven. Obdobně jsou na rozhodující většině fakult vysokých škol v České republice pořizovány studijní informační systémy, včetně předmětových stránek, volně přístupných pro studenty.

Nejinak je tomu i v prostředí PEF ČZU Praha, kde v systému moodle.czu.cz jsou postupně vkládány jednotlivé části (tématické okruhy) odborných disciplín, slovníky vybraných klíčových termínů z jednotlivých předmětů, schémata obsahu jednotlivých přednášek, návody ke cvičení i disponibilní softwarové balíky pro řízení základních typů kvantitativních úloh atd.

Tyto formy jsou potom využívány nejenom pro distanční studium, e-learningové formy studia, ale též běžně studenty základního denního studia.

Přestože tyto moderní progresivní formy dávají studentům základní orientační body v rámci jednotlivých témat i dílčích problémových okruhů, nikterak se tím ovšem nesnižuje potřeba ani poznávací dopadový efekt zjištěných informačních zdrojů, zejména:

- a) vysokoškolské učebnice
- b) skripta
- c) výzkumné zprávy
- d) resortní komunitní studie
- e) syntetické roční zprávy resortu
- f) statistické ročenky a další

Právě tak přes snížený rozsah přímého pedagogického působení u jednotlivých předmětů zůstává základním poznatkovým zdrojem pro studenty efektivní interakce mezi studentem a pedagogem.

Předvedená bakalářská práce se snaží z pohledu studenta vyšetřit a analyzovat možnosti zvýšení vlastního aktivního přístupu studenta ke zvolené disciplíně s cílem nejenom zvýšení úrovně vlastní poznatkové a znalostní báze, ale též jako příspěvek a doplněk k pedagogické prezentaci vybraných kapitol zvolené odborné disciplíny.

Pro zvolené téma bakalářské práce jsem se rozhodla zejména z důvodu, že vybraný předmět, který je přednášen v prvním ročníku, vytváří výchozí poznatkový přístup nejenom k celé řadě dílčích, technických, technologických a ekonomických problémů, ale také základní náhled na možnosti využití některých kvalifikačních metod při variantním řešení jednotlivých problémů za proměnlivých podmínek.

Poznatkový přínos spočívá nejenom v rozšíření terminologické a metodické oblasti, ale také ve vytváření základních návyků ke komplexnímu, tj. celistvostnímu, chápání problému a systémových přístupů k možnostem řešení těchto problémů.

Vzhledem k tomu, že zvolený předmět je přednášen již v prvním ročníku bakalářského studia, kdy většina studentů nemá ještě plně osvojeny jednotlivé základní studijní návyky, jsou předměty obdobného typu značně náročné a tudíž záleží na jejich metodickém pojetí i zvolených formách jednotlivých cvičení vztažených k různým typům úloh.

Dle zadání bakalářské práce jsem se pokusila dokumentovat aktivní přístup studenta k problematice a dopracování dvou vybraných kapitol tak, aby přednášená a cvičená

látka byla pro studenty v maximální možné míře srozumitelná s ohledem na jejich konkrétní poznatkovou úroveň. Po dohodě s vedoucím bakalářské práce bylo rozhodnuto o zpracování dvou relativně atypických úloh řešených a používaných v rámci analýzy výrobních vertikál (ZDP a ODP). Úlohy jsou řešeny v redukovaném rozměru tak, aby byly zvládnutelné v rámci disponibilní časové dotace pro tyto problémy.

Celkový přístup lze rozdělit do několika logických fází (F1 – F11), které lze přibližně definovat takto:

- F1 výchozí seznámení s podstatou problému
- F2 zvládnutí základních termínů dané oblasti
- F3 přístup ke tvorbě systémového schématu úlohy a zavedení systému na objekt zkoumání
- F4 analýza možného využití kvantitativních metod (ekonomicko-matematického disponibilního výběru)
- F5 seznámení s možnostmi jednotlivých metod a jejich vypovídací schopnosti ve vztahu k řešené problematice
- F6 volba konkrétní metody
- F7 důsledné seznámení s algoritmem zvolené metody
- F8 základní konstrukce modelu
- F9 kvantifikace modelu
- F10 výpočty a interpretace výsledky
- F11 definování možného využití výsledku v konkrétních podmínkách zkoumaného problému

Tento postup byl realizován do podoby vlastní úpravy cvičených témat tak, aby dle mého názoru a soudu byl maximálně přístupný pro nejširší možný okruh studentů.

Jde tedy nejen o volbu kombinace odborných, teoretických, ale i prakticky orientovaných informací s cílem vytvoření vlastní studentské hypotézy (představy) o možnostech reálné úpravy, tj. modifikace na současné problémy, které jsou běžně řešeny manažery firem.

Pro dokumentaci jsem zvolila dva problémové okruhy, kde převládají *ruční výpočty*. Převodem na algoritmizovanou podobu na počítači se hodlám věnovat v rámci navazující diplomové práce.

Domnívám se, že oba dokumentační případy, i když jsou voleny z historie, jsou snadno modifikovatelné na dnešní podmínky a na úkoly menšího či většího rozsahu. V tomto principu spočívá jejich pedagogicko-poznávací přínosový efekt.

9 Seznam literatury

1. Server pro studijní účely všech studentů vysokých škol (Primat.cz) [online]. (c) 2007-2009 MaDMan's; [cit. 2009-02-24]. URL:
< <http://www.primat.cz/soubory/materialy/14/772.doc> >
2. Jablonský J.: *Operační výzkum - Kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*, Prof.. Publissh. Praha 2002, ISBN 80-86419-42-8, s. 51-89
3. Ing. Kosková I.: *Distribuční úlohy I*, Praha: skriptá ČZU 2004, ISBN 80-213-1156-8 s. 9
4. Ing. Kosková I.: *Distribuční úlohy I*, Praha: skriptá ČZU 2004, ISBN 80-213-1156-8 s. 10-13
5. Ing. Kosková I.: *Distribuční úlohy I*, Praha: skriptá ČZU 2004, ISBN 80-213-1156-8, s. 18-19
6. Jablonský J.: *Operační výzkum - Kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*, Prof.. Publissh. Praha 2002, ISBN 80-86419-42-8, s. 92-113
7. Ing. Kosková I.: *Distribuční úlohy I*, Praha: skriptá ČZU 2004, ISBN 80-213-1156-8, s. 33-34
7. Encyklopedie Cojeco [online]. ©1999-2009, OPTIMUS s.r.o.. Autor: -red-. [Vytvořeno 2000-3-14, Aktualizováno 2005-6-17]. URL:
< http://www.cojeco.cz/index.php?detail=1&id_desc=59082&s_lang=2&title=metoda >
8. Wikipedie, Otevřená encyklopedie [online]. [cit. 2009-1-13]. URL:
< http://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda_ >
9. Wikipedie, Otevřená encyklopedie [online]. [cit. 2009-4-18]. URL:
< <http://cs.wikipedia.org/wiki/Metodologie> >
10. Encyklopedie Cojeco [online]. ©1999-2009, OPTIMUS s.r.o.. Autor: -red-. [Vytvořeno 2000-3-14, Aktualizováno 2005-2-7]. URL:
<http://www.cojeco.cz/index.php?detail=1&id_desc=59112&s_lang=2&title=metodologie >
11. Wikipedie, Otevřená encyklopedie [online]. [cit. 2009-2-11]. UR:
< <http://cs.wikipedia.org/wiki/Metodika> >
12. Encyklopedie Cojeco [online]. ©1999-2009, OPTIMUS s.r.o.. Autor: -red-. [Vytvořeno 200-3-14, Aktualizováno 2004-3-15]. URL:
< http://www.cojeco.cz/index.php?detail=1&id_desc=59110&s_lang=2&title=metodika >

Další zdroje:

Wikipedie, otevřená encyklopedie [online]. URL: < <http://cs.wikipedia.org> >
Wikipedia.infostar.cz [online]. URL: < <http://wikipedia.infostar.cz> >
ABZ.cz, online slovník cizích slov [online]. URL: < <http://slovník-cizich-slov.abz.cz> >
Seznam, encyklopedie [online]. URL: < <http://encyklopedie.seznam.cz> >
Navajo, otevřená encyklopedie [online]. URL: < <http://hypoteza.navajo.cz/> >
Encyklopedie Cojeco.cz [online]. URL: < <http://www.cojeco.cz/> >

10 Přílohy

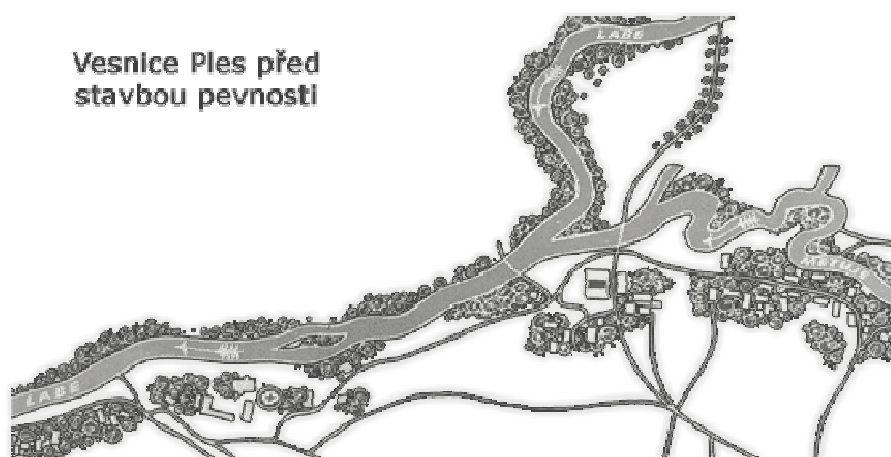
Příloha č. 1 – Historie pevnosti Josefov - Integrovaný problém pedagogických příkladů předmětu SAVV

(Citováno z https://www.suchdolsharpshooters.com/webSS.php?section=clanek_detail&id=90)

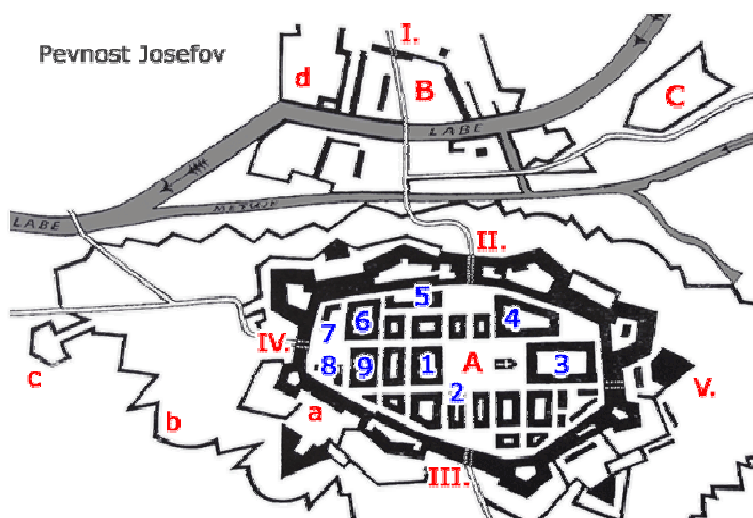
Poloha pevnostního města Hradce Králové nebyla pro obranu země příliš výhodná. Nepřítel vstupující do Čech Broumovským výběžkem mezi Krkonošemi a Orlickými horami měl jeho značnou vzdálenost od hranice, dostatečný prostor pro manévrování. Již maršál Leopold Daun v roce 1757 doporučoval mimo jiné stavbu zcela nové velké pevnosti v místě vesnice Ples nad soutokem Labe a Metuje. Skutečně už v roce 1764 se tu začalo s vyměřováním a byly tu připraveny plány pevnosti. Šlo však o projekt vypracovaný dle přesné geometrické šablony, bez ohledu na vlastnosti terénu. Z úsporných důvodů však dostala přednost modernizace opevnění Hradce Králové, ale již válka o bavorské dědictví (1778 - 1779) ukázala na staré bolesti hradecké pevnosti.



Proto v roce 1780 vykoupila císařská komora část smiřického panství s vesnicí Ples a 3. října 1780 byl pak v místě budoucí Jaroměřské brány položen za přítomnosti císaře Josefa II. základní kámen pevnosti.



Vesnice Ples se změnila krátce nato v obrovské staveniště. Pořádek udržovalo vojsko, na stavbu přicházeli lidé i z dalekého okolí, účastnilo se množství různých profesí. Podzemní pevnost budovali např. kutnohorští horníci. Při budování pevnosti se k pálení cihel v Čechách použilo kamenného uhlí ze svatoňovických dolů. Ročně bylo na stavbu pevnosti dodáváno z místních cihlen okolo 40 miliónů cihel. Pro tisíce dělníků vyrostlo dřevěné městečko s krámkami a dílnami všech potřebných profesí. Byly vybudovány tesařské, kovářské a kolářské dílny.



A - horní pevnost, **B** - dolní pevnost, **C** - tvrz Brdce

a - vnitřní hradby, **b** - vnější hradby, **c** - lunety, **d** - korunní hradby

Brány: **I.** - v korunních hradbách, **II.** - Jaroměřská, **III.** - Novoměstská,

IV. - Hradecká, **V.** - výpádová (poterna); **1 - 9** - vojenské stavby

Stavba pevnosti se realizovala podle projektu francouzského inženýra Ludvíka Querlonde du Hamela, generála v rakouských službách. Od roku 1784 v jeho práci pokračoval další zdatný fortifikátor v hodnosti plukovníka František Lauer. Při stavbě pevnosti se uplatnily především myšlenky francouzských fortifikátorů, kteří své projekty nemohli realizovat ve své domovině, protože Francie byla již pevnostmi přesycena.



Čím je pevnost Josefov pozoruhodná? Především tím, že není vybudována podle pouhé geometrické šablony, ale ve větší míře využívá vlastností terénu. Ve srovnání se staršími pevnostmi je zde zdůrazněna aktivní role pevnostního dělostřelectva, které využívá nejen zadní linie vnitřních

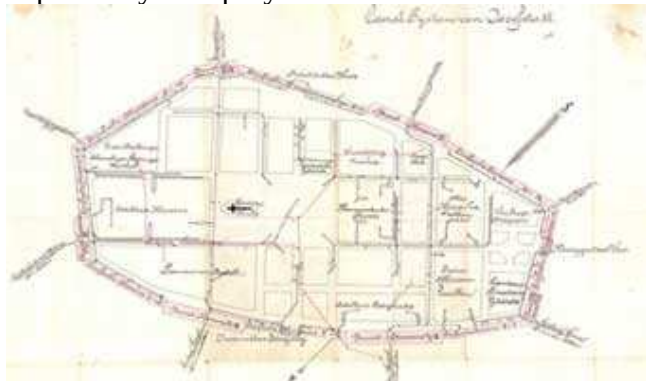
valů, ale též předbastionů, cornichonu, předsunuté pevnůstky Brdce, atd. Ve velmi rozvinuté formě se zde objevuje rozsáhlý podkopový (minový a naslouchací) systém. Délka jeho podzemních chodeb dosahovala několika desítek kilometrů.

Výstavby pevnosti byla v podstatě ukončena v roce 1787, kdy byl Josefov slavnostně předán zemskému veliteli v Čechách. Celkové náklady na vybudování pevnosti představovaly asi 10,5 milionů zlatých konvenční měny. Osádka v době války měla čítat okolo 12 000 mužů. Své jméno "Josefov" získala pevnost až v roce 1783 za vlády Leopolda II., do té doby byla pevnost nazývána Plesskou.

Josefovská pevnost je komplex, prostírající se na územní rozloze 266 hektarů. Při výběru místa bylo také využito řeky Labe a Metuje, jejichž koryta a především protékající voda byla do systému obrany zahrnuta. V případě potřeby bylo totiž možno rozsáhlé plochy v okolí pevnosti zaplavit a poskytnout tak ochranu jednotlivým pevnostním objektům. Osm bastionů určilo spolu s terénem osmiúhelníkový tvar pevnosti. Bastiony spojují rovné úseky zdí, kurtiny a vytváří tak hlavní, neboli vnitřní hradby. S okolním světem spojovaly pevnost tři brány (Jaroměřská, Novoměstská a Hradecká), situované doprostřed kurtin a chráněné palbou z bastionů. Před vnitřní hradbou se rozprostírá široký suchý příkop, v němž jsou umístěny další obranné prvky.



Součástí horní pevnosti byl na západní straně cornichon, skládající se ze dvou půlbastionů, nad soutokem obou řek uměle vytvořený ostrov se silným opevněním ukrýval pevnostní mlýn s vodárnou a stavidla, jimiž bylo možno regulovat vodu a zaplavit okolní terén. Právě labské předmostí pevnosti spolu s přístupem k mostu chránila korunní hradba, ve které byla přístupová brána pevnosti od severu. Opevnění doplňovaly předsunuté objekty, z nichž nejvýznamnější byla reduta Brdce, na vyvýšenině mezi řekami. Prakticky všechny jednotlivé prvky pevnosti ukrývají ve svých útrobách rozsáhlé a velmi důmyslné podzemní prostory - kasematy. Ty sloužily především jako kryt obránců, či jako bezpečná místa pro uložení zásob. Cihlové stěny kontreskarpových zdí a boků některých předbastionů jsou prolomeny otvory pěchotních a dělostřeleckých střílen, ovládajících prostranství příkopů. Nejrozsáhlejší část vnitřních podzemních prostor patří, jak už bylo uvedeno, k podkopovému systému. Pevnostní příkop sleduje v celé jeho délce za kontreskarpovou stěnou hlavní střelecká galerie. Z této galerie (ale rovněž i z jiných míst v podzemí pevnosti) vybíhají minové štoly a chodby komunikační vedoucí dále do předpolí pevnosti. Tady se dále větví na minové štoly či štoly naslouchací. Minové štoly se dále větví na odpalovací pece, navíc jsou vybudovány ve dvou úrovních. Délka všech podkopů před příkopem činila cca 45 000 metrů a byla tvořena 762 minovými větvemi. Ty umožňovaly vést tvrdý obranný boj minérů s nepřátelskými sapéry. Minová válka v té době totiž nabývala značného rozmachu a dokonalosti.



V roce 1812 si Josefův prohlédl ruský car Alexandr I. V první třetině 19. století dochází k většímu osídlování města - s přílivem civilního obyvatelstva se v pevnosti rozvíjí obchod i společenský život. V letech 1849 - 1850 se Josefov stává významným a obávaným vězením.

Poprvé se pevnost připravovala k obraně během napoleonských válek, avšak zbytečně. V červnu 1866 překročila pruská vojska zemské hranice u Náchoda a pevnost se znovu důkladně připravovala k boji. Byla spuštěna stavidla, strženy některé mosty, pokáceny některé aleje lemující cesty k pevnosti. 29. června poprvé vypálila pevnostní děla na nepřítele, přibližujícího se od České Skalice. Pruská vojska oproti předpokladům pevnosti neoblehla. Do války nakonec Rakouskem prohrané tak pevnost vůbec nezasáhla.

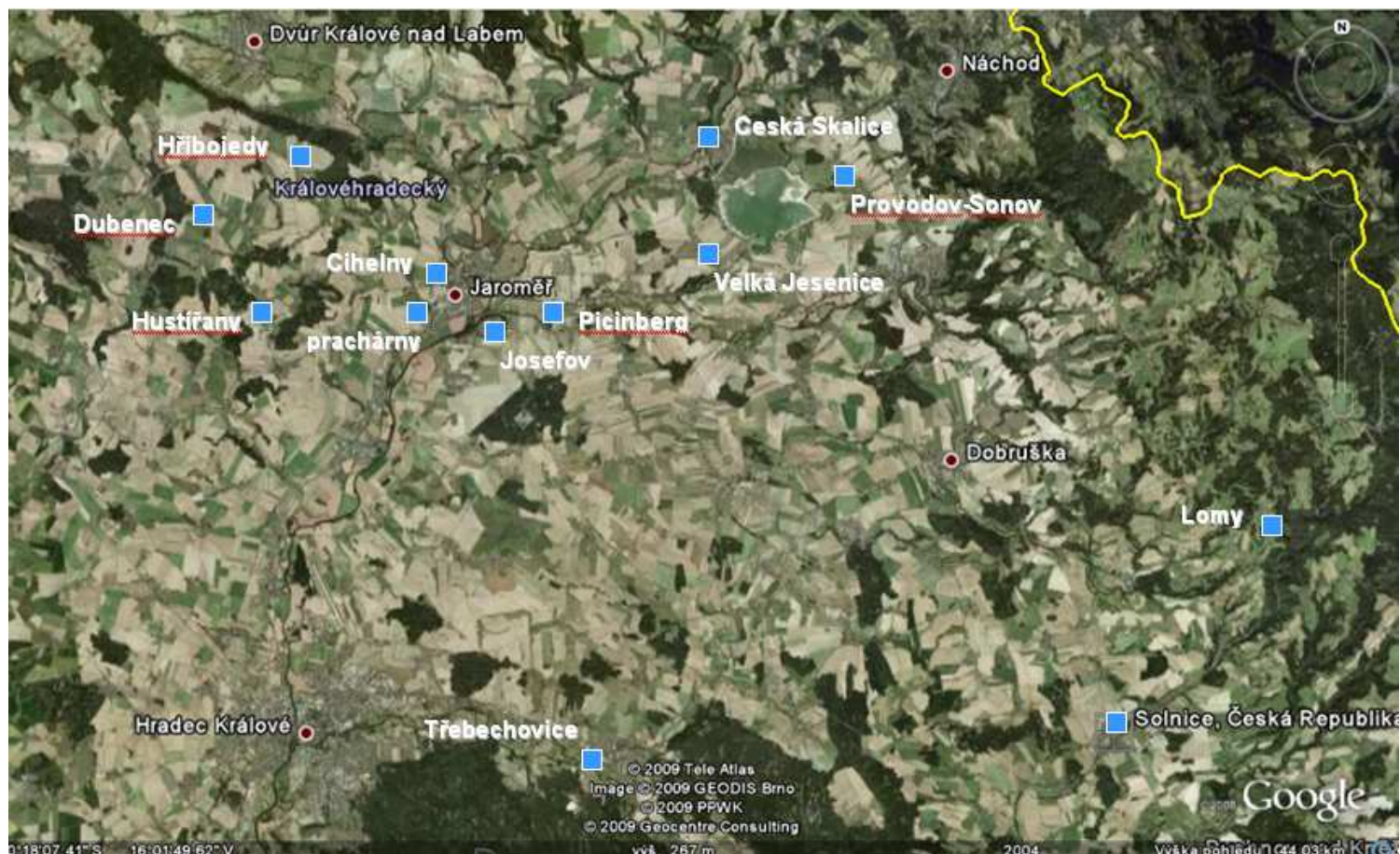


Pevnostní statut ztratil Josefov v roce 1888, z obávaného Pruska se stal spojenec, bastionové pevnosti degradovaly zkušeností z prusko-francouzské války.

V letech 1890 - 1908 bylo do Josefova umístěno velitelství 9. sboru. Pevnost přestala být udržována a přistoupilo se k bourání některých jejích částí. V roce 1891 byla zbořena Jaroměřská a Korunní brána, do roku 1905 i zbývající dvě. Zlikvidována byla řada prvků vnějšího opevnění, kvalitní cihly se staly žádaným stavebním materiálem. Během válek, jež rakouská monarchie vedla, objevovali se v Josefově vojenští zajatci. Obrovský zajatecký tábor byl u pevnosti zřízen za první světové války. Pojmul až 42 000 osob, ale prošlo jím podstatně více zajatců. Trpěli zde v těžkých podmínkách Italové, Poláci, Rusové, Srbové, Ukrajinci...

Bohužel především koncem 19. století, ale v podstatě do roku 1970, kdy byl Josefov vyhlášen městskou památkovou rezervací, došlo k značné devastaci pevnosti. Řada prvků a celé části pevnosti zmizely, byly rozebrány na stavební materiál. Na ničení se podepsal i pobyt sovětské vojenské posádky a řada necitelných stavebních zásahů.

Příloha č. 2 – Mapa předmětné oblasti výstavby a hlavní místa dodavatelsko odběratelských vztahů



Příloha č. 4 - Vybrané historické pojmy z právní oblasti a obecného pochopení historického období

1. Toleranční patent

(Citováno z <http://www.czech.cz/cz/ceska-republika/historie/tolerancni-patent>)

Tzv. **toleranční patent** vydal Josef II. **13. října 1781**, aby jím ukončil represe a pronásledování osob nekatolických vyznání.

Mezi „povolená“ náboženství tak nadále patřilo luteránství, kalvinismus, pravoslaví, řeckokatolictví a židovství, ostatní nekatolické církve (např. Jednota bratrská) legálně stále působit nemohly. Mezi práva nově uznaných věřících patřilo například právo svobodně nakládat s majetkem, provozovat živnost, účastnit se veřejného života (včetně vykonávání veřejných funkcí), získávání akademických titulů atd. Některá práva jim však stále scházela – například nesměli své obřady vykonávat veřejně a místa určená k modlení nesměla v žádném směru připomínat katolické kostely.

Katolická církev byla na druhou stranu podřízena státní kontrole (výchova kněží byla nadále soustředěna do státem kontrolovaných generálních seminářů) a byla jí odejmuta cenzura. Nepříznivou součástí reformy bylo také zrušení řady klášterů, zejména těch, které nevykonávaly žádnou veřejnou činnost. Katolické církvi však bylo zachováno výsadní postavení v oblasti církevní správy a školství.

Toleranční patent také **zrušil řadu „neosvíceneckých“ obřadů** – zejména souvisejících s počasím (za přivolání dešťů, skončení bouřek aj.).

2. Zrušení nevolnictví

(Citováno z http://www.cojeco.cz/index.php?s_term=&s_lang=2&detail=1&id_desc=71022)

Císařský výnos z **1.11.1781**, který vyhlášoval pro české země zrušení bezprostřední osobní závislosti poddaných na vrchnostech (nevolnictví). Poddaní jím získali právo uzavírat manželství bez souhlasu vrchnosti, mohli se svobodně stěhovat, odcházet na řemeslo, na studia a do manufaktur mimo hranice panství. Patent se však nedotýkal podstaty poddanského vztahu – robotní, naturální a peněžní závazky rolníků vůči feudálním velkostatkářům zůstaly až do roku 1848 beze změny. Vydání patentu, vynucené rozvojem výrobních sil zvláště v nezemědělském sektoru, mělo velký význam pro hospodářský rozvoj českých zemí a utváření novodobého českého národa. Na Slovensku byl vydán roku 1785.

3. Pragmatická sankce

(Citováno z http://cs.wikipedia.org/wiki/Karel_VI.#Pragmatick%C3%A1_sankce)

19. dubna 1713 ve Vídni **Karel VI.** vydal Pragmatickou sankci, celým jménem *Pragmatickou sankci o posloupnosti nejjasnějšího arcidomu rakouského*, v níž byla **ustanovena nedělitelnost habsburských držav a v případě vymření mužské linie Habsburků nástupnictví linie ženské**.

Cílem pragmatické sankce bylo zajištění nástupnictví po Karlu VI. pro jeho vlastní děti (tedy i dcery) v případě, že by nezanechal mužské potomky (v té době ovšem Karel s mužským dědicem ještě počítal). V takovém případě měly mít při nástupnictví přednost dcery Karla VI. před dcerami jeho předchůdců Josefa I. a Leopolda I. Do roku 1723 uznaly pragmatickou sankci sněmy všech zemí habsburské monarchie.

4. Zrušení roboty

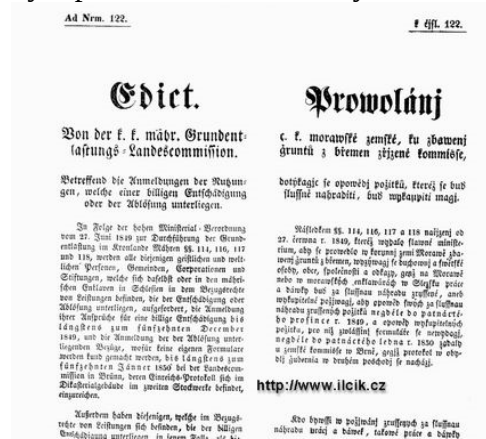
(Citováno z http://www.ilcik.cz/dubnany/dejiny/od_1848.html)

Zrušení (vyvázání) roboty

Výkup neboli vyvázání z roboty prováděla zemská vyvazovací komise s pomocí místních vyvazovacích komisí hlavně v padesátých letech 19. století. Po zaplacení povinné dávky dostal sedlák do rukou dokument o vyvázání z roboty.

18. března **1848** bylo poddanství zrušeno v Uhrách, 1. července 1848 byla moravským zemským sněmem zrušena robota a 7. září schválila říšská rada ve Vídni zákon o zrušení veškerého poddanství. Zemědělské obyvatelstvo sice získalo svobodu rozhodování, ale splácením vyvazovacího poplatku (odškodného) který činil sedminásobek dřívějších ročních platů, služeb a povinností, zůstala část vesnického obyvatelstva závislá na velkostatkářích, pro které musela pracovat za minimální mzdu.

Robota a ostatní povinnosti poddaných vůči vrchnosti byly zrušeny nikoli bez náhrady, ale cestou výkupu, což mnohé sedláky uvádělo na dlouhou dobu do dluhů.



5. Desátek

(Citováno z <http://cs.wikipedia.org/wiki/Des%C3%A1tek>)

Desátek (z latinského *decenia* desetina) označuje původně zhruba desetiprocentní **daň** placenou **náboženské** (např. kostelu, chrámu, církvi) či světské (král, lenní pán) instituci nebo starověkému božstvu. Tato povinnost byla běžná v mnoha starověkých kulturách a to přes celý středověk až do raného novověku.

Zrušení

Nemilosrdně církví zaváděný desátek v Evropě v mnoha zemích vyvolal odpor, ba krvavé války. Bouřili se hlavně svobodní sedláci; V roce 1230 odmítli obyvatelé Stedingu (oblast v Sasku) platit desátky Brémskému arcibiskupovi. Ten na ně proto uvalil klatbu. Stedingové se však nezalekli jeho hrozeb a setrvali ve svém odporu k jejich placení. Arcibiskup požádal papeže Řehoře IX., aby vyhlásil křížovou výpravu proti „heretikům“. Papež považoval odpírání desátků za tak kacířský čin, že žádosti ihned vyhověl. Dne 25.5.1234 křížáci po urputné bitvě nad rolníky zvítězili. „Kristovi vojáci“ v boji zabili u obce Altenesche na 6 000 rolníků (což byli téměř všichni Stedingové). Protidesátkové povstání obyvatel ze Stedingu tak bylo krvavě potlačeno. Tisíce mrtvých rolníků však zdaleka nebyly posledními, které církev kvůli desátkům zabila. Je zde třeba zmínit krvavou desátkovou válku a masakry v Irsku, která začala v roce **1831** a při níž bylo kvůli desátkům zabito 242 lidí. Tyto a další problémy vedli k všeobecnému odporu lidí k desátkům, které **museli být zákonem zrušeny ve většině zemí**.

Paradox nekonečna je složitý matematický problém, jehož existenci se světově uznávaní matematici rozhodli bagatelizovat, neboť si s ním vůbec neví rady, ale to žádný z nich nechce přiznat.

Úvod do paradoxu

Uveďme si jednoduchý matematický příklad: $10 : 9 = ?$

Laik by odpověděl, že výsledek je 1 celá a něco málo k tomu.

Matematik by odpověděl, že výsledek je 1,1 .

Desetimístná kalkulačka by odpověděla, že výsledek je 1,11111111 .

Geniální matematik by konstatoval, že je to číslo neukončené, 1,1 periodických.

Dle výkladu geniálního matematika, výsledek by tedy byl $1, \infty$, neboť řada jedniček by pokračovala neustále do nekonečna. Zde je však již patrný rozpor.

Pojem nekonečno

Jak je však definováno nekonečno? Laicky můžeme říci, že nekonečno neexistuje, ale přesto existuje. Nekonečno je cosi, co se vyskytuje úplně na konci řady čísel, matematicky zapsáno je to něco, co se vyskytuje za poslední devítkou v nekonečně dlouhé řadě devítek: $9, 999999999 \dots \infty$. Vyšší jednociferné číslo než 9 totiž není.

Očividný paradox

Nyní k jádru problému. Řešení našeho úvodního příkladu můžeme dle geniálního matematika zapsat jako $1, \infty$. Jenomže nekonečno je definováno jako něco, co se nachází až po největším čísle, jenomže v nekonečně dlouhé řadě jedniček nikdy nebude vyšší číslo než jedna, tudíž dle definice nekonečna není možné, aby řada jedniček byla nekonečně dlouhá, logicky musí být konečně dlouhá. Zásadní problém tedy zní: Jak dlouhá bude řada jedniček? Logicky to zase nemůže být žádné známé libovolné ciferné číslo, ale jak jsme si dokázali, ani nekonečno.

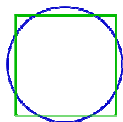
Oponování bezvěrců

Jedinci s nižším IQ by však mohli argumentovat, že $10 : 9 = 1,11111 \dots 2$. Podle nich se (ne)logicky na konci řady jedniček nutně musí vyskytovat dvojka. Avšak kdyby jsme tuto úvahu vzali v potaz, samozřejmě zjistíme, že jde o nesmysl. Řada jedniček za desetinou čárkou by musela být nekonečně dlouhá, a až za poslední jedničkou před nekonečnem by mohla být dvojka, matematicky zapsáno $10 : 9 = 1,11111 \dots \infty 2$. To je však holý nesmysl. Nekonečno je nejvyšší definované jednociferné i víceciferné číslo zároveň, a číslo 2 se tudíž nemůže vyskytovat za ním, neboť nižší čísla jsou vždy nalevo.

2. Kvadratura kruhu

(Citováno z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Kvadratura_kruhu)

Kvadratura kruhu je jedna ze tří nejslavnějších antických konstrukčních úloh (zbylé dvě jsou duplikace krychle a trisekce úhlu; souhrnně jsou nazývány *Tři klasické problémy antické matematiky*). Tyto úlohy byly formulovány již v 5. století př. n. l. a odolávaly po dlouhá staletí všem pokusům o vyřešení, než bylo v 19. století dokázáno, že jsou neřešitelné.



(kruh a čtverec o stejném obsahu)

Přesné zadání úlohy

Obecné zadání úlohy **kvadratura kruhu** zní v jazyce moderní matematiky takto:

„Nalezněte obecnou euklidovskou konstrukci, pomocí níž bude možné v konečném počtu kroků zkonstruovat čtverec o stejném obsahu jako má daný kruh.“

Poněkud méně formálně:

„K danému kruhu zkonstruujte čtverec o stejném obsahu pouze za užití pravítka a kružítk.“

Historie

Problém je zřejmě tak starý jako geometrie sama a zaměstnával matematiky po celá tisíciletí. Ačkoli jeho neřešitelnost byla spolehlivě dokázána až roku 1882, už starověcí geometři měli velmi dobrou představu o jeho špatné uchopitelnosti. Hlavní překážkou je použití kružítko a pravítka bez stupnice. Pokud použijeme například pravítko se stupnicí, nebo třeba něco, co umí nakreslit Archimédovu spirálu, pak není příliš obtížné se s úlohou vypořádat.

Důkaz neřešitelnosti

Řešení vyžaduje geometrické sestrojení čísla $\sqrt{\pi}$. Problém je, že toto číslo je transcendentní. To znamená, že nealgebraické, a tudíž neseestrojitelné. Transcendentnost čísla π byla dokázána roku 1882 Ferdinandem von Lindemannem. Pokud by se někomu podařilo vyřešit kvadraturu kruhu, našel by také nutně algebraickou hodnotu π , což je nemožné. Nicméně je možné sestrojit čtverec s obsahem libovolně blízkým obsahu daného kruhu.

Pokud se použije racionální aproximace čísla π (nahrazení vhodným blízkým číslem čísla π - například 22:7), kvadratura je možná. Toto je však pouze přibližné řešení, které nesplňuje původní zadání problému. Je samozřejmé, že čím přesnější aproximaci čísla π se použije, tím přesnější řešení získáme. Matematici již předvedli množství postupů, které k takovému přibližnému výsledku vedou.

Pokud se původní zadání oslabí v tom, že se povolí nekonečný počet kroků při konstrukci, potom je kvadratura také možná.

I když kvadratura kruhu je neuskutečnitelná v Euklidově prostoru, je možná v Gaussově-Bolyaiově-Lobačevského prostoru.

3. Velká Fermatova věta

(Citováno z http://cs.wikipedia.org/wiki/Velk%C3%A1_Fermatova_v%C4%9Bta)



Velká Fermatova věta je jedna z nejslavnějších vět v historii matematiky. Zní takto: Neexistují celá čísla x , y a z a přirozené číslo n , pro která $x^n + y^n = z^n$, kde $n > 2$ a $x, y, z \neq 0$.

Větu si v 17. století francouzský matematik Pierre de Fermat poznamenal na okraj knihy v této podobě:

„Je nemožné rozdělit krychli do dvou krychlí, či čtvrtou mocninu do dvou čtvrtých mocnin, nebo obecně jakoukoli mocninu vyšší než druhou do dvou stejných mocnin. Objevil jsem opravdu tak podivuhodný důkaz, že tento okraj je příliš malý, aby se do něj vešel.“

Uvedený důkaz ovšem nebyl v jeho pozůstalosti objeven – víme, že Fermat našel důkaz pro n rovno čtyřem, ale nejspíše nikoli pro jiné exponenty.

Během následujících staletí se podařilo dokázat některé další zvláštní případy věty, ovšem definitivní důkaz pokrývající Fermatovo tvrzení v celé jeho obecnosti získal britský matematik Andrew Wiles až roku 1994 a jedná se o jeden z nejsložitějších důkazů v historii matematiky.

Přestože sama Velká Fermatova věta nemá pro matematiku velký význam a fakt, na který poukazuje je zatím pouze matematickou zajímavostí a nemá dosud využití, důkaz, který Andrew Wiles vytvořil je neocenitelný pro celý matematický svět. Kvůli důkazu muselo být sjednoceno mnoho matematických myšlenek a teorií a ještě více muselo být vytvořeno. A právě řada těchto postupů si uplatnění v moderní vědě našla a umožnila další výzkumy. Andrew Wiles dal také matematickému světu novou naději, když dokázal Taniyamovu-Šimurovu domněnku, která spojuje eliptické křivky a modulární formy, což jsou dvě odvětví matematiky s naprosto různými principy a přístupy k problémům, avšak při bližším pohledu vykazují mnohé spojitosti a společné vlastnosti.

Tím, že Wiles dokázal, že modulární formy a eliptické křivky jsou totéž, a tedy dokázal i Taniyamovu-Šimurovu domněnku, dal matematikům šanci na splnění Langlandsova programu – tedy vytvoření velké sjednocené matematiky.

4. Hypotéza

a) citováno z Wikipedie, otevřené encyklopedie (zdroj: <http://cs.wikipedia.org>):

Hypotéza (domněnka, předpoklad ve starověkém Řecku) je nabídnuté vysvětlení fenoménu. V prvotním použití byla hypotéza chytrá myšlenka nebo vhodný matematický přístup, který zjednodušil výpočet, ale nezahrnoval realitu jako takovou. V tomto smyslu ji použil kardinál Bellarmine, když odrazoval Galilea od toho, aby považoval otáčení Země za realitu.

V přeneseném slova smyslu znamená hypotéza něco, čemu se nedá plně věřit, a proto říkáme, že hypotéza může být odvážná nebo vratká. Každý z nás se mohl setkat s reakcí - odpovědí na nějaké naše tvrzení „to je jen pouhá hypotéza“. V běžném využití je dnes hypotéza neprokázané tvrzení, jehož význam by měl být ověřen.

Z právního hlediska se pod pojmem hypotéza skrývá ta část právní normy, která určuje podmínky, za kterých se má realizovat pravidlo chování obsažené v další části právní normy (dispozici).

Odborná hypotéza je však vědecky přijatelný předpoklad umožňující vědecké vysvětlení jevů. Hypotéza je tvrzení o podstatě určité situace ve světě, je to vědecky zdůvodněný předpoklad možného stavu skutečnosti. Na počátku vědeckého poznání stojí domněnka, kterou hypotéza rozpracovává. Hypotéza již musí být podložena celou řadou faktů vytyčujících nám další směr výzkumu. Hypotéza vzniká, když pátráme po nutné souvislosti mezi fakty, vyžaduje práci badatele, aby mohla být potvrzena či vyvrácena. V tomto procesu je často možné fakta vyložit několika různými hypotézami, které pak v dalším bádání ověřujeme. Hypotéza musí být slučitelná s co největším počtem faktů, jichž se týká. Můžeme-li na základě faktů vytyčit více hypotéz, upřednostňujeme tu hypotézu, která vysvětluje větší počet faktů. Zároveň platí pravidlo Occamovy břitvy, tzn. že jednodušší vysvětlení je pravděpodobnější. Zjistíme-li v průběhu ověřování hypotézy další fakta, musíme je do vysvětlení zahrnout, nebo hypotézu vyvrátit. Hypotézu nelze nikdy dokázat, pouze potvrdit nebo falzifikovat.

V hypoteticko-deduktivních metodách by měla být hypotéza falzifikovatelná v tom smyslu, že je možné, že se později prokáže její nepravdivost – obvykle pozorováním. Je tedy třeba podotknout, že pokud je hypotéza potvrzena, neznamená to nutně, že je i prokázána, zůstává nadále falzifikovatelná.

b) citováno z internetové Encyklopedie Cojeco.cz (zdroj: <http://www.cojeco.cz/>):

Hypotéza

[Filozofie], předpoklad, v němž se na základě určitých faktů dochází k závěru o existenci, souvislostech nebo příčinách nějakého jevu, avšak tento závěr není plně prokázán. Hypotéza je tedy pouze pravděpodobná a vyžaduje další zkoumání a dokazování. Tvorba a ověřování hypotézy se řídí několika pravidly: hypotéza nesmí odporovat faktům, jež má vysvětlovat. Z mnoha hypotéz, jež se týkají téhož jevu, se dává přednost té, která vysvětluje největší počet příslušných faktů. K vysvětlení navzájem spjatých jevů je nutno vytvářet co nejméně různých hypotéz: důraz se klade na pravděpodobnostní charakter hypotetických závěrů. Dvě vzájemně si odporující hypotézy nemohou být obě pravdivé. V procesu ověřování se mění hypotéza ve vědecké teorii. Soudobý empirismus, pozitivismus a příbuzné směry zastávají názor, že věda nemá vypracovávat hypotézy o zákonitostech objektivního světa, protože tyto hypotézy mají pouze pragmatický pracovní charakter, nemají skutečný vědecký význam. Ve skutečnosti povaha soudobé vědy, zejména větší složitost a náročnost experimentálních metod, nutí vědce, aby se stále častěji obraceli k hypotézám.

c) citováno z ABZ.cz, online slovníku cizích slov (zdroj <http://slovník-cizich-slov.abz.cz>):

V elektronickém slovníku cizích slov je pod pojmem **hypotéza** označován předpoklad, domněnka či navržená teorie.

5. Predikát

a) citováno z Wikipedie, otevřené encyklopedie (zdroj: <http://cs.wikipedia.org>):

Predikát je v logice takové jazykové sdělení (výraz), o němž má po obsahové stránce smysl tvrdit, že je buď pravdivé (označuje se číslicí 1), nebo nepravdivé (označuje se číslicí 0).

- Je-li výrok pravdivý, říkáme že platí, v opačném případě, je-li nepravdivý – neplatí.
- Je to věta nebo část, která prohlašuje něco o subjektu.
- Je jím část soudu, nebo výroková funkce, vypovídající o subjektu nebo proměnné.

Predikát má ovšem i jiný význam. Je součástí šlechtických jmen. Obsahuje obvykle jméno sídla dotyčného šlechtice, například z Rožmberka, z Hazmburka, z Pardubic.

b) citováno z internetové Encyklopedie Cojeco.cz (zdroj: <http://www.cojeco.cz/>):

Predikát

[Logika],

a) v tradiční logice část kategorického soudu vypovídající něco o subjektu

b) v moderní logice výroková funkce s individuovanými proměnnými nebo název této funkce.

Podle počtu proměnných se rozlišují jednoargumentní (jednomístné), dvouargumentní a víceargumentní predikáty, například "x je těžký"; " $x < y$ ", "x leží mezi y a z". Jednomístné predikáty vyjadřují vlastnosti předmětů, ostatní vztahy mezi nimi.

c) citováno z ABZ.cz, online slovník cizích slov (zdroj <http://slovník-cizich-slov.abz.cz>):

V elektronickém slovníku cizích slov je označován jako přídomek, log. část soudu nebo výroková funkce, vypovídající o subjektu nebo proměnné či jazykový přísudek

6. Axiom

a) citováno z ABZ.cz, online slovník cizích slov (zdroj <http://slovník-cizich-slov.abz.cz>)

- postulát, tvrzení
- základní nedokazatelná věta, samozřejmá i bez důkazu

b) Seznam, encyklopedie (zdroj: <http://encyklopedie.seznam.cz/heslo/25405-axiom> z):

Logika a matematika, [řečtina], přijatý předpoklad. Výchozí tvrzení (věta), které bylo bez důkazu přijato jako základ axiomaticky budované teorie. Pomocí předem stanovených pravidel odvozování, jež umožňují přechod od jedné větě ke druhé a zavádění nových pojmů (termínů) do teorie, lze ze systému axiomů odvodit všechna ostatní tvrzení (teorémy) teorie. Od antiky (Euklidova geometrie) až do poloviny 19. století byla platnost axiomů zdůvodňována intuitivně jako zřejmé, evidentní, apriorně pravdivé tvrzení. Soudobé pojetí axiomatizace, kdy danou teorii lze obvykle axiomatizovat na základě několika systémů axiomů, požaduje pouze to, že v teorii (odvozených teorémech) nesmí dojít ke sporu: vůči takové interpretaci teorie je pak výchozí systém axiomů pravdivý. Na axiom (systém axiomů) jsou kladeny kromě podmínky bezespornosti ještě další požadavky (nezávislosti, to jest žádný axiom nelze odvodit z axiomů ostatních a úplnosti), definované buď a) z daného systému axiomů lze dokázat všechny teorémy dané teorie, nebo b) přidáním dalšího nezávislého axiomu k systému by vedlo ke sporu.

c) citováno z Navajo, otevřená encyklopedie (zdroj: <http://hypoteza.navajo.cz/>):

Axióm je věta nebo problém, který je vzat za samozřejmost. Axiom je samozřejmá pravda na kterém jiné znalosti musí se opřít a od kterého jiné znalosti jsou stavěny. Matematika rozlišuje dva druhy axiomů: logické axiomy a nelogické axiomy.

d) citováno z Wikipedie, otevřené encyklopedie (zdroj: <http://cs.wikipedia.org>):

Axiom (z řec. *axióma*, to co se uznává) je tvrzení, které se předem pokládá za platné a tudíž nedokazuje. Podobný význam má slovo postulát.

Matematické teorie lze založit na soustavách axiomů (od nichž požadujeme, aby byly vnitřně bezesporné a nezávislé, tzn. aby daná skupina axiomů neobsahovala dva vzájemně si protirečící axiomy a současně aby nebylo možné odvodit některý z axiomů z ostatních). Tuto metodu vytváření matematických teorií označujeme jako **axiomatickou** a takto vytvořenou teorii za teorii formální. Pro prokazování tvrzení ve formálních teoriích slouží tzv. formální důkaz.

Existuje několik druhů formálních důkazů lišících se systémy pravidel pro dokazování. Tyto systémy se nazývají kalkuly – nejznámější jsou hilbertovský a gentzenovský kalkulus (přičemž první z nich je považován za základní logický kalkulus celé matematiky).

Historie

Nejstarší používání axiomů v matematice se datuje do starověkého Řecka. Řecký matematik Eukleidés ve svém díle *Základy* zavedl pět geometrických axiomů, pomocí nichž byl schopen logicky odvozovat všechny v té době známé geometrické pravdy. Tyto axiomy vstoupily do historie jako Euklidovy postuláty.

K novému rozvoji axiomatické metody došlo až v druhé polovině 19. století a na začátku století dvacátého. V této době byla axiomatizována i logika a došlo k vytvoření axiomatické teorie množin, která se stala teorií zahrnující celou tehdejší matematiku. Na této změně se nejvíce podíleli David Hilbert, Bertrand Russell, Kurt Gödel, Ernst Zermelo, Gerhard Gentzen ale i mnozí další.

Druhy axiomů

V matematické logice se rozlišují dva druhy axiomů – axiomy logické a vlastní axiomy nějaké teorie.

Vlastní axiomy

Axiom teorie T v jazyce L je každá formule φ jazyka L taková, že $\varphi \in T$ (tj. z formálního hlediska je tedy teorie množina svých (vlastních) axiomů). Takové formulí se také někdy říká vlastní axiom T .

Na vlastní axiomy teorií tedy nejsou kladeny žádné jiné požadavky než to, že musí jít o správně utvořené formule. Proto axiomatické teorie mohou být v podstatě také zcela libovolné. Zvlášť poznamenejme, že prázdná množina je také teorií (dokonce pro každý jazyk) – tato teorie se nazývá prázdná teorie.

Logické axiomy

Logické axiomy vyjadřují základní pravidla rozumového odvozování. Jsou formulovány v jazyce bez mimologických symbolů a nevztahují se přímo k žádné konkrétní teorii. Jsou (v daném systému) pevně dány a přidávají se k vlastním axiomům každé teorie.

Seznam logických axiomů se liší jak pro různé logické kalkuly, tak pro tentýž kalkulus u různých autorů. Jednou z nejběžnějších definic logických axiomů pro výrokovou logiku resp. predikátovou logiku prvního řádu je hilbertovský klasický kalkulus. Tento kalkulus je základním logickým kalkulem používaným v celé matematice. Jinou možností jak zvolit logické axiomy je gentzenovský kalkulus.

Hilbertovský kalkulus je možné rozlišit na verze pro výrokovou a predikátovou logiku. V matematice a logice se pojmem výroková logika označuje formální odvozovací systém, ve kterém atomické

formule tvoří výrokové proměnné (na rozdíl od predikátové logiky). . V matematice a logice se pojmem predikátová logika označuje formální odvozovací systém používaný k popisu matematických teorií a vět. Predikátová logika je rozšířením výrokové logiky (ta nedokáže vyjádřit některá složitější tvrzení o matematických strukturách).

Axiomy

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
3. $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

7. Postulát

a) citováno z ABZ.cz, online slovník cizích slov (zdroj <http://slovník-cizich-slov.abz.cz>)

- požadavek, předpoklad přijímaný bez důkazu
- (kniž. a odb.) požadavek
- (filoz.) princip, požadavek nebo tvrzení určité vědecké teorie přijaté bez důkazů a tvořící její východisko

b) citováno z Wikipedie, otevřené encyklopedie (zdroj: <http://cs.wikipedia.org>):

Postulát je jedním ze základních pojmů logiky, přírodních věd (zejména fyziky) i filozofie a označuje výchozí předpoklad, který je v dané teorii přijímán jako pravdivý. Jeho pravdivost přitom není v rámci dané teorie logicky dokazována ani dokazatelná.

Pojem postulátu je často užíván zejména ve fyzice, kde je v podstatě synonymem pojmu axiom, který je častější v matematice a geometrii, zatímco další příbuzný pojem hypotéza je častější v méně formálních či formalizovatelných teoretických systémech (biologie, společenské vědy, atp.).

Jsou-li v teorii přijaty určité vstupní postuláty, lze z nich logickou cestou odvodit další tvrzení a studovat, zda jsou pravdivá či nikoliv - např. porovnáním s experimentem. Zatímco zevnitř daného systému lze studovat, zda jsou dané postuláty navzájem logicky slučitelné či konzistentní, lze rozšířením teorie studovat či diskutovat též pravdivost samotných postulátů. Obvykle ve vědě dáváme přednost takové teorii, která je založena na menším množství navzájem nezávislých a logicky konzistentních postulátů.

Matematické postuláty

Základním postulátem, který je probírán již v nejnižších ročnících základní školy, je $1 + 1 = 2$. Od tohoto pravidla se dále odvíjí veškeré základy elementární aritmetiky.

Také nejznámější a nejpoužívanější typ geometrie, tzv. Euklidovské geometrii, je založena na pěti postulátech definovaných Euklidem:

1. Máme-li dány dva body, existuje jedna přímka, která jimi prochází.
2. Konečnou přímou čáru (úsečku) můžeme prodloužit tak, že vznikne opět úsečka.
3. Je možné nakreslit kružnici s libovolným středem a poloměrem.
4. Všechny pravé úhly jsou si rovny.
5. K danému bodu a přímce lze sestrojit právě jednu rovnoběžku, která prochází daným bodem. (tzv. postulát rovnoběžnosti)

V matematice ovšem pojem "postulát" prakticky splývá s pojmem "axiom", jinými slovy - axiom je matematický postulát.

Fyzikální postuláty

Ve fyzice mohou být všechny základní teorie definovány pomocí určitého systému postulátů, často nazývaných též principy.

Např. speciální teorie relativity uplatňuje dva hlavní postuláty: speciální princip relativity a princip konstantní rychlosti světla.

Na určitému systému postulátů je založena též kvantová mechanika. Příkladem je postulát, že každému kvantovému systému lze přiřadit určitý Hilbertův prostor.

Příkladem postulátů, které lze dokázat v rámci obecnější teorie (např. statistické fyziky), jsou např. tři postuláty, s nimiž pracuje **molekulárně kinetická teorie látek**:

1. Látky se skládají z atomů, molekul a iontů, které se neustále a neuspořádaně pohybují.
2. Mezi částicemi existují mezery.
3. Mezi částicemi působí síly přitažlivé a síly odpuzivé.

Obecnějšími příklady postulátů jsou principy či zákony zachování v přírodních vědách (např. zákon zachování energie, hmoty apod.). I tyto postuláty lze dokázat v rámci obecnější fyzikální teorie, ve které jsou zákony zachování logickými důsledky obecných principů symetrie. Postulát tedy není vhodné chápat jako "samozřejmou pravdu", o které v žádné souvislosti již není potřeba diskutovat, ale jako "vhodný předpoklad", na základě kterého lze dále logicky vyvozovat a výsledky porovnat např. s experimentem.

8. Teorém

a) citováno z Slovníku cizích slov - on-line (zdroj: <http://slovník-cizich-slov.uzdroje.com/>):

V dané axiomatické soustavě dokázané, pravdivé, platné tvrzení.

b) citováno z wikipedia.infostar.cz (zdroj: <http://wikipedia.infostar.cz/t/th/theorem.html>):

Teorém je dokázaný nápad v matematice. Teorémy jsou dokázané použití logiky a jiné teorémy, které už byly dokázané.

c) citováno z internetové Encyklopedie Cojeco.cz (zdroj: <http://www.cojeco.cz/>):

Slovo pocházející z řečtiny je tvrzení dokázané v dané axiomatické soustavě aplikací pravidel odvozování na axiomy dané soustavy.

b) citováno z Navajo, otevřená encyklopedie (zdroj: <http://hypoteza.navajo.cz/>):

Teorém je dokázaný nápad v matematice.

9. Kombinační číslo

(Citováno: http://cs.wikipedia.org/wiki/Kombina%C4%8Dn%C3%AD_%C4%8D%C3%ADslo)

Kombinační číslo je matematická funkce, která udává počet kombinací, tzn. způsobů, jak vybrat k -prvkovou podmnožinu z n -prvkové množiny (k, n přirozená). Kombinační číslo se značí $\binom{n}{k}$ (čte se „ n nad k “), někdy se používá také značení ${}_nC_k$, $C(n, k)$ či C_n^k . S použitím faktoriálu lze kombinační číslo psát jako

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} \frac{n!}{k!(n-k)!} & \text{pro } n \geq k \geq 0; \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

přičemž hodnoty následující kombinačních čísel jsou definovány jako $\binom{n}{0} = 1$, $\binom{0}{0} = 1$

Kombinační číslo se používá hlavně v kombinatorice, velice důležité je využití v binomické větě, přičemž v binomické větě je kombinační číslo označováno jako **binomický koeficient**.

Zobecnění

Pro přirozená čísla n a k , kde $0 \leq k \leq n$ platí

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}, \quad \binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}, \quad \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}.$$

Kvůli stručnějšímu zápisu kombinací bylo zavedeno **kombinační číslo**, které zapisujeme podobně jako zlomek, akorát bez zlomkové čáry a v závorkách. Ze začátku se vám to bude strašně plést a budete tam tu zlomkovou čáru instinktivně psát, věřte mi ;-). Takovéto kombinační číslo čteme „n nad k“:

$$\binom{n}{k}$$

Jinak je to stejné, jako zápis $K(k, n)$. Následují nějaké vzorce pro kombinační čísla:

$$\binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{0}{0} = 1$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Kombinatorika (kombinatorická matematika) je část matematiky zabývající se kolekcemi prvků množin s definovanou vnitřní strukturou. Otázky, které kombinatorika řeší, se obvykle týkají počtu nějakých objektů (nebo skupin objektů) s definovanou strukturou, speciálně (pokud počet může být nulový) existencí objektu s definovanou strukturou.

Úlohy klasické kombinatoriky

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & & & & & & \\
 & & & & & & 1 & & 1 & & & & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & & & & & \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & & & & & & \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & & & & & & \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & & & & & & \\
 & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 & & & & \\
 1 & & 7 & & 21 & & 35 & & 35 & & 21 & & 7 & & 1 & & & \\
 1 & & 8 & & 28 & & 56 & & 70 & & 56 & & 28 & & 8 & & 1 & \\
 1 & & 9 & & 36 & & 84 & & 126 & & 126 & & 84 & & 36 & & 9 & & 1 \\
 1 & & 10 & & 45 & & 120 & & 210 & & 252 & & 210 & & 120 & & 45 & & 10 & & 1
 \end{array}$$

Pascalův trojúhelník je geometrické uspořádání binomických koeficientů do tvaru trojúhelníku. Je pojmenován po Blaise Pascalovi, přestože se touto problematikou zabývali jeho předchůdci stovky let před ním.

Pascalův trojúhelník může být zkonstruován následujícím způsobem: na první řádek napíšeme číslo 1. Prvky na dalších řádcích získáme tak, že vždy sečteme dva nejbližší prvky (pokud existují), které se nacházejí o řádek výše. Například sečtením čísel 1 a 3 ve čtvrtém řádku získáme číslo 4 v pátém řádku.

Formálně tato konstrukce využívá Pascalova pravidla, které říká, že

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

kde n a k jsou nezáporná celá čísla, $n \geq k$ a počáteční hodnota je

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1.$$

Pascalův trojúhelník lze snadno zobecnit pro vyšší dimenze. Trojrozměrná verze se nazývá Pascalova pyramida nebo také Pascalův čtyřstěn. Obdoby ve vyšších dimenzích se obecně nazývají Pascalův simplex.

10. Kardinální číslo

(Citováno z „http://cs.wikipedia.org/wiki/Kardin%C3%A1ln%C3%AD_%C4%8D%C3%ADslo“)

V matematice se pojem **kardinální číslo**, někdy též **kardinál**, pojí s čísly používanými pro popis velikosti množin. Jelikož se matematika zabývá i nekonečnými objekty, kardinální čísla a mohutnosti množin popisují i nekonečné množiny.

Historie

Kardinální čísla byla popsána Georgem Cantorem, když se v letech 1874 až 1884 pokoušel zavést teorii množin, která se dnes nazývá naivní. Nejdříve zavedl kardinalitu jako nástroj pro porovnávání konečných množin. Například množiny $\{1,2,3\}$ a $\{2,3,4\}$ si nejsou rovny, ale mají stejnou kardinalitu.

Dále Cantor zavedl bijekci, pomocí které lze jednoduše ukázat, zda dvě konečné množiny mají stejnou kardinalitu. Použitím bijekce aplikoval svou myšlenku i na nekonečné množiny, například na přirozená čísla. Zavedl i pojem spočetná množina pro každou množinu, která má stejnou

kardinalitu jako množina přirozených čísel. Kardinál spočetných množin pojmenoval $\aleph_0$ (aleph 0).

Cantora zajímalo, zda každá nekonečná množina je spočetná. Pomocí takzvané diagonální metody dokázal, že tomu tak není a popsal nový kardinál, *kardinál kontinua*, dnes běžně značený c . Ukázal, že existuje nejmenší nekonečné kardinální číslo ($\aleph_0$) a též že pro každé kardinální číslo existuje kardinální číslo, které je větší ($\aleph_1, \aleph_2, \aleph_3, \dots$).

Později vyslovil tvrzení známé jako hypotéza kontinua. To říká, že $c = \aleph_1$. Ukázalo se, že jeho platnost je nezávislá na standardních axiomech teorie množin, a proto nemůže být na základě nich dokázáno ani vyvráceno.

Definice

Ordinální číslo α nazveme **kardinálním číslem** (nebo **kardinálem**), pokud každé menší ordinální číslo $\beta < \alpha$ a i menší mohutnost (tj. α lze vzájemně jednoznačně zobrazit na žádnou podmnožinu β). Označíme-li jako Cn třídu všech kardinálních čísel a On řidu všech ordinálních čísel, můžeme zapsat tuto definici ve tvaru: $\alpha \in Cn \Leftrightarrow (\forall \beta)(\beta < \alpha \Rightarrow \neg(\beta \approx \alpha))$

Kardinální čísla jsou obvykle značena písmeny ze středu řecké abecedy κ, λ, μ , aby se odlišila od ordinálních čísel, pro která jsou používána písmena ze začátku abecedy: α, β, γ .

Vlastnosti a příklady kardinálních čísel

1. Přirozená čísla (tj. konečná ordinální čísla) jsou zároveň kardinálními čísly.
2. Množina ω všech přirozených čísel je první nekonečný kardinál a zároveň jediný spočetný kardinál. Pokud existují nějaké další kardinály, jsou již nespočetné. A ony existují:
3. Ke každému kardinálu existuje větší kardinál.
4. Třída Cn všech kardinálů je vlastní třída izomorfní s třídou On všech ordinálů - kardinály lze tedy očíslovat ordinálními čísly tak, aby žádný nechyběl a žádný nepřebýval.

Která konkrétní nekonečná ordinální čísla jsou tedy zároveň kardinály, když jich existuje tolik? Prvním z nich je, jak již víme, ω . Pokusme se najít nějaký další:

- ordinální čísla $\omega + 1, \omega + 2, \omega + 3, \dots$ jsou spočetná - nejsou to tedy kardinály, protože mají stejnou mohutnost, jako menší ordinál ω
- ordinální čísla $\omega + \omega = \omega \cdot 2, \omega \cdot 3, \omega \cdot 4, \dots$ jsou stále spočetná
- ordinální čísla $\omega \cdot \omega = \omega^2, \omega^3, \omega^4, \dots$ jsou stále spočetná
- ordinální čísla $\omega^\omega, \omega^{\omega^\omega}, \omega^{\omega^{\omega^\omega}}, \dots$ jsou stále spočetná
- dokonce i supremum předchozí posloupnosti (označované někdy jako ϵ_0) je stále spočetné

Jak je vidět, za ω následuje ve třídě ordinálních čísel veliké hluché místo, ve kterém není žádný kardinál - pokud se budeme snažit postupovat třídou ordinálních čísel nahoru pomocí operací ordinální aritmetiky jako v předchozím příkladu, zůstávají další kardinály kdesi daleko za obzorem.

Alef 0

$\aleph_0$ (**Alef 0**) (ve stejném významu se používá též ω_0 či jen ω) je nejmenší nekonečné ordinální i kardinální číslo.

Funkce alef

Obdobné tvrzení, jako číslo 4 v odstavci Vlastnosti a příklady kardinálních čísel, platí i pro třídu všech nekonečných kardinálů $\aleph_n - \omega$ - také existuje izomorfismus mezi ní a $\aleph_n$. Tato izomorfní funkce je obvykle nazývána prvním písmenem hebrejské abecedy - alef, a značena $\aleph$.

- $\aleph_0 = \omega$ je nejmenší nekonečný kardinál - množina přirozených čísel
- $\aleph_1$ je nejmenší nespočetný kardinál
- pro každý ordinál α existuje kardinál $\aleph_\alpha$, má tedy dobrý smysl ptát se, jak asi vypadají kardinály $\aleph_2, \aleph_3, \aleph_\omega, \aleph_{\omega+\omega.5+127}$

Dá se ukázat, že funkce $\aleph$ je normální funkce (tj. rostoucí a spojitá pro limitní ordinály) na ordinálních číslech. Lze dokázat, že každá taková funkce má ve třídě $\aleph_n$ nekonečně mnoho pevných bodů (tyto pevné body dokonce tvoří vlastní třídu izomorfní s $\aleph_n$).

Aplikováno konkrétně na funkci $\aleph$: existuje obrovské (ve smyslu „hodně, ale opravdu hodně nekonečné“) množství ordinálů α , pro které platí, že $\alpha = \aleph_\alpha$.

Pokud si toto dáme dohromady s výsledkem našeho hledání $\aleph_1$ v předchozím oddílu, vidíme, že funkce $\aleph$ má opravdu podivné vlastnosti:

- na jedné straně hrozně rychle roste (už její druhá hodnota - $\aleph_1$ je hodně daleko od její první hodnoty $\aleph_0$)
- na druhé straně asi někde musí hodně přibrzdit, protože existují místa (libovolně velké ordinály), kde úplně ztratí náskok před „nejpomaleji rostoucí“ identickou funkcí $Id : Id(\alpha) = \alpha$ - v takovýchto pevných bodech platí $\aleph_\alpha = Id(\alpha) = \alpha$

11. Transcendentní funkce

(Citováno z [http://cs.wikipedia.org/wiki/Funkce_\(matematika\)#Algebraick.C3.A1_a_transcendentn.C3.AD_funkce](http://cs.wikipedia.org/wiki/Funkce_(matematika)#Algebraick.C3.A1_a_transcendentn.C3.AD_funkce))

Algebraická a transcendentní funkce

Funkci označujeme jako algebraickou, pokud ji lze vyjádřit ve tvaru polynomu, např. pokud lze funkci $y = f(x)$ vyjádřit jako $P(x,y) = 0$, kde P je polynom, pak se jedná o algebraickou funkci. Stupeň polynomu P pak určuje stupeň funkce. Funkce, které nejsou algebraické, označujeme jako transcendentní.

Transcendentní funkce lze rozdělit na nižší, kam patří např. exponenciální, logaritmické, goniometrické a cyklometrické funkce, a vyšší. Vyšší transcendentní funkce nelze pomocí elementárních funkcí vyjádřit v konečném tvaru.