UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Přírodovědecká fakulta

Katedra algebry a geometrie

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Zlatý řez

Vypracovala:
Veronika Pěčková
M-DG

Vedoucí práce:
RNDr. Marie Chodorová, Ph. D.
Rok odevzdání: 2019

Bibliografická identifikace

Autor:	Veronika Pěčková
Název práce:	Zlatý řez
Typ práce:	bakalářská
Katedra:	Katedra algebry a geometrie
Vedoucí práce:	RNDr. Marie Chodorová, Ph.D.
Rok obhajoby práce:	2019
Počet stran:	43
Jazyk:	čeština

Bibliographical identification

Author:	Veronika Pěčková
Title:	Golden ratio
Type of thesis:	bachelor
Department:	Department of Algebra and Geometry
Supervisor:	RNDr. Marie Chodorová, Ph.D.
The year of presentation:	2019
Number of pages:	43
Language:	czech

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracovala samostatně pod vedením RNDr. Marie Chodorové, Ph.D. a že jsem uvedla v seznamu literatury všechny použité zdroje.

V Olomouci dne ....

Ráda bych poděkovala panu Petrovi Hudcovi a paní Haně Pokové za pomocnou ruku při tvorbě samotného edukačního programu. Také bych chtěla poděkovat i RNDr. Marii Chodorové, Ph.D. jakožto vedoucí mé práce.

Obsah

Úvod

V předložené bakalářské práci se budeme zabývat pojmem „zlatý řez“. Seznámíme čtenáře, kde všude jej lze nalézt, a uvedeme některé zajímavosti o něm. Dalším úkolem bakalářské práce je vytvořit edukační program pro děti ze základní školy, který se bude věnovat zlatému číslu v Květné zahradě v Kroměříži. Program bude obsahovat praktické části a hry, do kterých se děti budou moci zapojit a lépe tím pochopí, co je zlaté číslo, kde se vyskytuje a jak ho můžeme vyžít.

Téma zlatý řez jsem si vybrala, protože jsem o něm na střední ani základní škole moc neslyšela a chtěla jsem rozšířit povědomí o něm. Přece jen číslo φ se vyskytuje všude kolem nás, ba co víc, je součástí nás samotných. Vyskytuje se v lidském těle, v přírodě, v umění, hudbě atd. A aby byla má práce něčím zajímavá, rozhodla jsem se tento božský poměr najít v mém rodném městě Kroměříži.

Obrazový materiál je narýsován v programu AutoCAD a text je vysázen pomocí programu TEX.

Kapitola 1

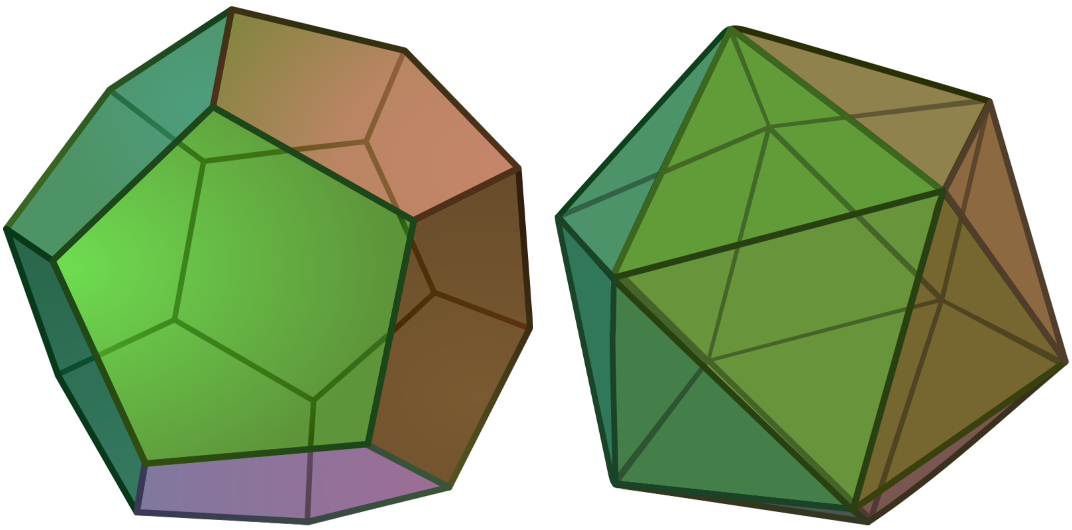
Historický úvod

Většina knížek o zlatém řezu začíná filozofickou myšlenkou či otázkou. Pokud bychom se chtěli dostat až k počátkům zlatého řezu, museli bychom ujít dlouhou cestu a obávám se, že bychom se stejně až k samotnému počátku nedostali. Objevuje se všemožně v přírodě a i lidé v dávných dobách si ho začali všímat, tehdy jej ovšem ještě nenazývali zlatým řezem. Postupně tenhle líbivý poměr začali používat ve svých stavbách například staří Egypťané, Babyloňané a obyvatelé východní Asie. Jasné rysy zlatého řezu můžeme rozeznat i v půdorysech podzemních prostor postavených ve starověké Evropě. Také staří Mayové ho využívali na svých stavbách.

Když si otevřeme Bibli a čteme v knize Genesis o Noemově arše, můžeme zjistit, že rozměry archy se nápadně blíží zlatému řezu. *„ Uděláš ji takto: archa bude 300 loktů dlouhá, 50 loktů široká a 30 loktů vysoká.“ (Genesis 6:15)* Stejně tak i archa úmluvy *„ Ať mi vyrobí truhlu z akáciového dřeva: bude dva a půl lokte dlouhá, jeden a půl lokte široká a jeden a půl lokte vysoká."(Exodus 25:10)* , nebo oltář pro zápalné oběti ve svatyni, na který, když se kněží dívali z boku, mohli vidět ukázkový zlatý obdélník. *„ Vyrobíš také čtvercový oltář z akáciového dřeva. Ať má pěl loket na délku, pět loket na šířku a tři lokte na výšku."(Exodus 27:1)*

Pýthagorejci jsou spjati s přesvědčením, že realita je na nejhlubší úrovni svou podstatou matematická. Představy pýthagorejců se opíraly o myšlenky vyjádřené slovy i symboly. K těmto symbolům patří zejména pentáda, což je základ pentagramu. Pentáda byla v raných společnostech natolik uznávaná, že její konstrukce se dlouhou dobu tajila. Symboliku pentády a její vztah k zlatému řezu čerpáme především z přírody, protože se v hojné míře objevuje ve vegetaci, což si ukážeme v dalších kapitolách.

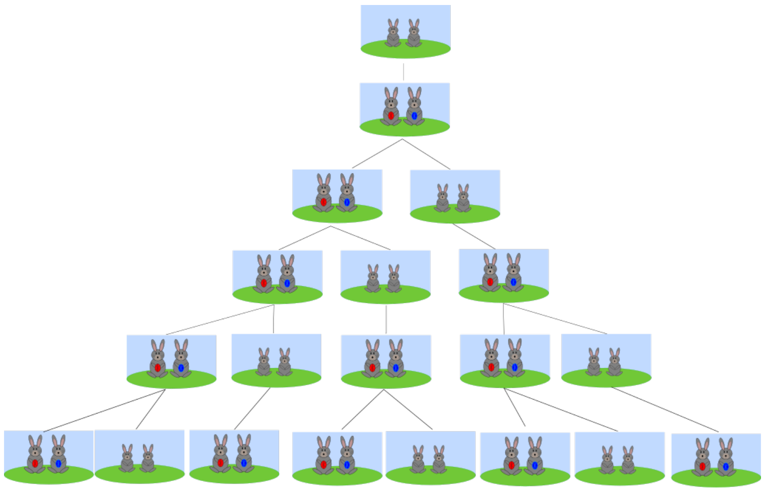
V historii najdeme spoustu lidí, kteří se zlatým řezem zabývali, nebo zkoumali jinou oblast, ve které zlatý řez objevili. K těmto lidem můžeme zařadit třeba Platóna, což byl řecký filosof a matematik, který popsal pět pravidelných těles, později nazývaných jako platónská tělesa, jako základ harmonické struktury vesmíru. Mezi tato tělesa patří například dvanáctistěn, jehož stěny jsou pravidelné pětiúhelníky, které úzce souvisí se zlatým číslem, jak se dozvíme později. Dále pravidelný dvacetistěn, který je tvořen rovnostrannými trojúhelníky. Na něm také můžeme najít pravidelný pětiúhelník. Když si představíme pětiboký jehlan, jehož plášť tvoří pět stěn dvacetistěnu se společným vrcholem. Podstavou tohoto jehlanu je pravidelný pětiúhelník.



Dvanáctistěn a dvacetistěn

Leonardo Pisánský, známější jako Fibonacci, učinil významný objev v oblasti zlatého řezu. Tento italský matematik o svém přínosu do studia zlatého řezu zřejmě ani netušil. Jeho záměrem bylo seznámit Evropu s indickým systémem řádové hodnoty a vysvětlit používání nových číslovek. Díky devíti indickým číslicím 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 se znakem 0 lze zapsat jakékoliv číslo. Tohoto poznatku se mělo využívat hlavně k obchodování a účetnictví. Nejvíce snad ale Fibonacciho později proslavila úloha, kterou popsal ve třetí části své knihy *Liber abaci* . Úloha zní následovně :

Jistý muž položil pár králíků na místo obklopené ze všech stran zdí. Kolik párů králíků lze vyprodukovat z tohoto páru za rok, jestliže předpokládáme, že každý měsíc jeden pár zplodí nový pár, který se od druhého měsíce stává produktivním?



Fibonacciho úloha

Výsledná posloupnost je tedy 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,.... Každý další člen je tedy součtem předešlých dvou členů. Tato skutečnost později překvapila matematiky, kvůli svému vztahu ke zlatému číslu. Poměr jakýchkoli dvou sousedních členů v posloupnosti se limitně blíží zlatému řezu. O mnoho let později se zjistilo, že Fibonacciho čísla se objevují ve vzorech rozvíjejících se listů a semen rostlin, nebo dokonce v rodokmenu včel. Jeho čísla jsou spojena s regenerativními spirálami, jež se vyskytují v lidském těle, a rovněž ve zvětšujících se tvarech mušlí a galaxií.

K významným osobnostem, které také s božskou proporcí pracovali patří třeba Leonardo da Vinci, který ji hojně využíval ve svých malbách. Nebo Johannes Kepler, který ukázal, že poměry po sobě jdoucích členů Fibonacciho posloupnosti mají tendenci se blížit zlatému číslu. Charles Bonnet popsal ve svém díle uspořádání listů na rostlinách a prokázal, že ve fylotaxi rostlin počet spirál, postupujících ve směru hodinových ručiček i proti němu, často vyjadřují dvě za sebou jdoucí Fibonacciho čísla.

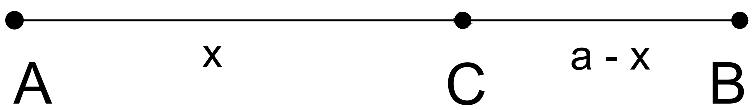
Seznam těch, kteří se zabývali zlatým řezem by mohl pokračovat, ale vyjmenovali jsme si pouze některé z nich, kteří mají pro tuhle práci význam.

Kapitola 2

Zlatý řez v matematice

V matematice se zlatý řez označuje symbolem τ což znamená řez, ale nejčastěji se s ním setkáme pod symbolem φ. Tohle pojmenování dal zlatému poměru americký matematik Mark Barr až na počátku 20. století, podle prvního písmena jména Feidius, což byl řecký sochař a je o něm známo, že zlatý řez ve svých dílech často a puntičkářsky využíval.

Alexandrijský matematik Eukleides (325–265 př. n. l.) okolo roku 300 př. n. l. jako první definoval zlatý řez jako rozdělení úsečky v krajním a středním poměru. Přesná definice zní *„Úsečka se rozdělí v krajním a středním poměru tehdy, když se celá má k delšímu dílu jako delší díl ke kratšímu.“* [2, str.11]



Obrázek rozdělené úsečky (1)

Na obrázku můžeme vidět, že úsečka AB je delší než její úsek AC, a zároveň úsek AC je delší než CB. Je-li poměr délky AC k délce CB stejný jako poměr AB k AC, pak byla úsečka rozdělena v krajním a středním poměru, tedy ve zlatém řezu.[2, str.11] Takže platí následující rovnice.

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x}$$

Jaká je tedy hodnota zlatého čísla φ ? Za jednotku zvolíme délku úsečky AB, tedy $a = 1$ a dosadíme do rovnice uvedené výše a dostaneme rovnici

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x},$$

což je rovnice s jednou neznámou x, kde x značí délku úsečky z intervalu (0;1). Obě strany rovnice jsou tedy definovány. Tuto rovnici převedeme ekvivalentními úpravami na kvadratickou rovnici

$$x^2 + x - 1 = 0$$

a pomocí diskriminantu vypočítáme kořeny :

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}.$$

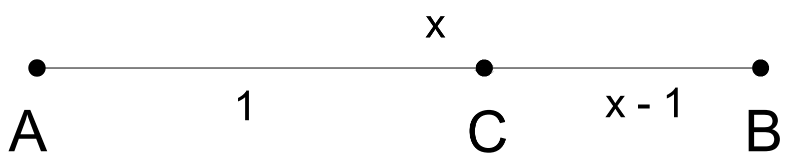
Druhý kořen je záporný, nemůže proto představovat délku úsečky. První kořen je iracionální číslo, přibližně rovné hodnotě 0,61803. Vyhovuje tedy našim požadavkům a nadále jej budeme považovat za hledanou délku x.

Pro poměr φ, který potřebujeme určit, platí $\varphi = \frac{a}{x}$. Dosadíme - li $a = 1$ a $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$, dostáváme

$$\varphi = \frac{1}{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{-1+\sqrt{5}} \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2},$$

což je přibližně 1,61803.

Zlaté číslo lze odvodit i jinak. Vyjdeme od úsečky AB neznámé délky x, přičemž $1 < x < 2$. Tuto úsečku rozdělíme bodem C tak, že $|AC| = 1$, tedy $|CB| = x - 1$ a $|AC| > |CB|$.



Obrázek rozdělené úsečky (2)

Nyní budeme hledat délku x tak, aby bod C dělil úsečku AB ve zlatém řezu. Musí tedy platit:

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}.$$

Po odstranění zlomků ekvivalentními úpravami ($x \neq 1$) obdržíme rovnici

$$x^2 - x - 1 = 0,$$

jejíž kořeny jsou:

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \tilde{\varphi}$$

První kořen je hledaným řešením (splňuje požadavek $1 < x < 2$). Tímto způsobem jsme ihned obdrželi hodnotu zlatého čísla, protože hledaný poměr délek celé úsečky ku délce větší části byl přímo označen jako neznámá x.

2.1 Konstrukce zlatého řezu

Způsobů, jak rozdělit úsečku ve zlatém řezu existuje více. Uvedeme si některé z nich.

Konstrukce 1

Je dána úsečka AB libovolné délky. Úkolem je rozdělit tuto úsečku v bodě C zlatým řezem tak, aby $|AC| > |BC|$. Postup konstrukce :

1.$p; p \perp AB, B \in p$,

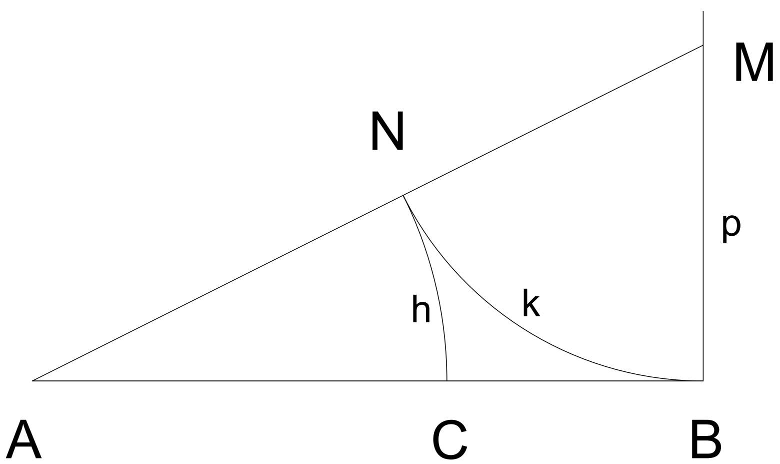
2.$M; M \in p, |MB| = \frac{1}{2}|AB|$,

3.$k; k(M, |MB|)$,

4.$N; N \in (k \cap AM)$

5.$h; h(A, |AN|)$,

6.$C; C \in (h \cap AB)$.



Konstrukce 1

Důkaz [7, str.24]

Konstrukce 2

Je dána úsečka AC libovolné délky. Úkolem je nalézt na polopřímce AC bod B tak, aby bod C dělil úsečku AB ve zlatém řezu a současně $|AC| > |BC|$. Postup konstrukce :

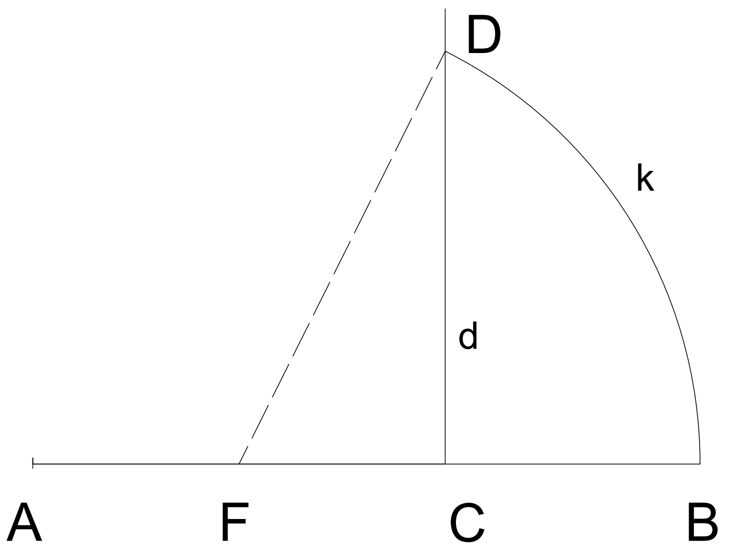
1.$F; |AF| = |FC|$,

2.$d; d \perp AC, C \in d$,

3.$D; |CD| = |AC|, D \in d$,

4.$k; k(F, |FD|)$,

5.$B; B \in (\mapsto AC \cap k)$.



Konstrukce 2

Důkaz [7, str.26]

Konstrukce 3

Je dána úsečka BC libovolné délky. Úkolem je nalézt na polopřímce BC bod A tak, aby bod C dělil úsečku AB zlatým řezem a současně $|AC| > |BC|$. Postup konstrukce :

1.$m; m \perp BC, C \in m$,

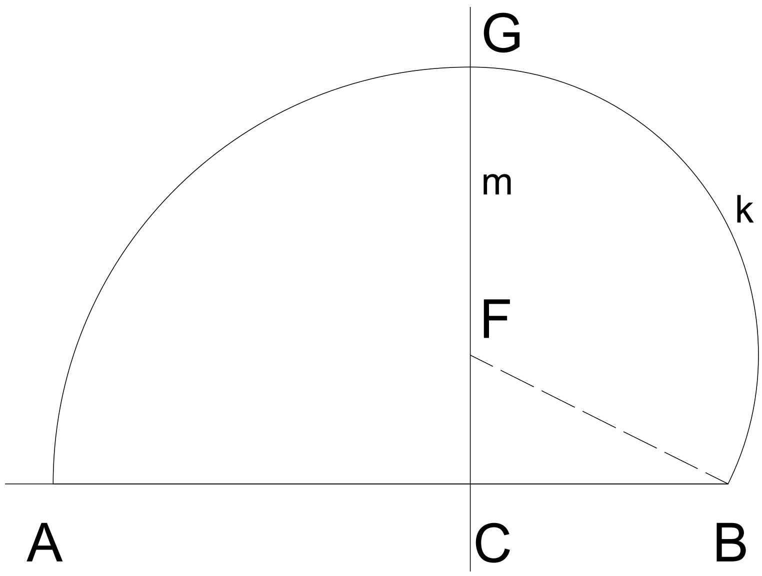
2.$F; F \in m, |FC| = \frac{1}{2}|BC|$,

3.$k; k(F, |FB|)$,

4.$G; G \in (\mapsto CF \cap k)$,

5.$h; h(C, |CG|)$,

6.$A; A \in (\mapsto BC \cap h)$.



Konstrukce 3

Důkaz [7, str.27]

2.2 Zlatý řez v geometrii

Zlatý obdélník

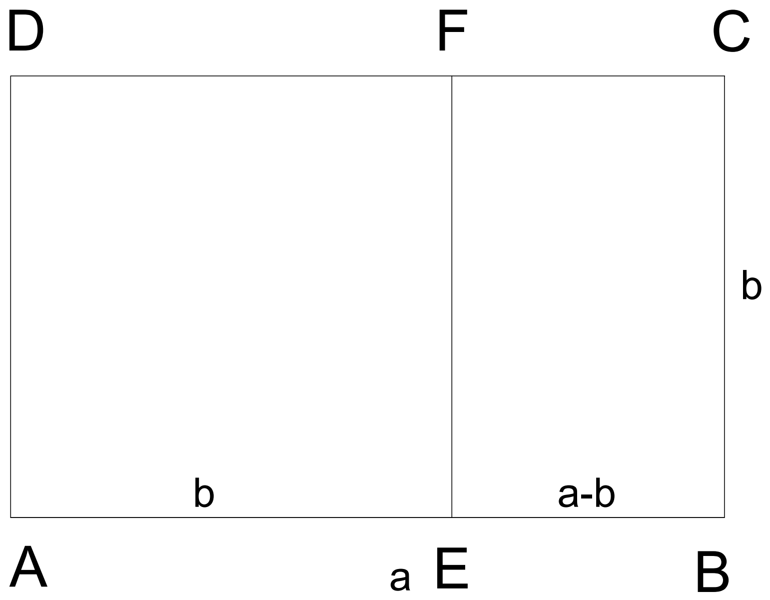
Zlatým obdélníkem se nazývá takový obdélník s rozměry $a \times b, a > b$. pro který platí:

$$\frac{a}{b} = \varphi,$$

čili délky jeho stran jsou v poměru zlatého řezu. Zlatý obdélník má jako jediný ze všech obdélníků následující vlastnost:

Oddělíme-li od zlatého obdélníku $ABCD$ $(a \times b)$ čtverec $AEFD$ $(b \times b)$, bude zbylý obdélník $BCFE$ $(b \times (a - b))$ opět zlatý.

V oddělování čtverců lze stejným způsobem pokračovat. Získáme tak stále menší zlaté obdélníky. Zlatý obdélník můžeme narýsovat více způsoby. Můžeme použít konstrukce uvedené výše, nebo existují konstrukce zaměřené přímo na zlatý obdélník, viz [7, str.39].



Zlatý obdélník

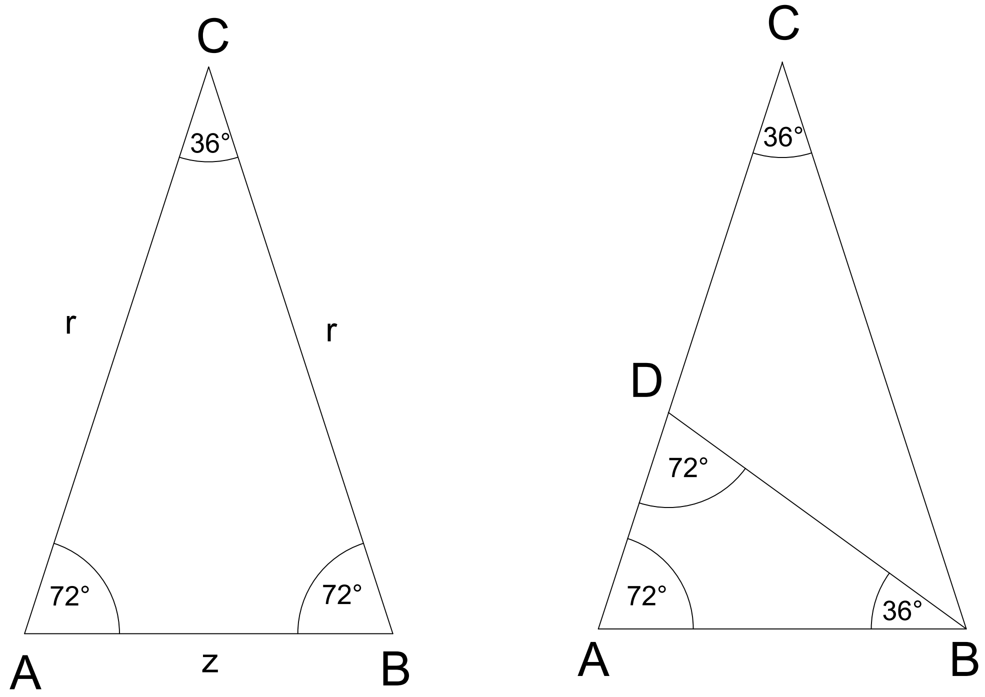
Zlatý trojúhelník

Zlatý trojúhelník je takový rovnoramenný trojúhelník s ramenem délky r a základnou délky z, pro který platí:

$$\frac{r}{z} = \varphi,$$

neboli poměr délek ramene a základny je zlaté číslo. Každý zlatý trojúhelník má proti základně úhel o velikosti 36° a při základnách úhly velké 72°.

Vepíšeme-li do zlatého trojúhelníku ABC se základnou AB rovnoramenný trojúhelník DAB s ramenem AB a základnou AD, bude tento trojúhelník opět zlatý. Trojúhelník DAB má totiž shodné úhly s trojúhelníkem ABC. Úhel u vrcholu A mají oba trojúhelníky společný. Tento úhel měří 72°. Trojúhelník DAB je rovnoramenný se základnou AD, proto úhel u vrcholu D musí být shodný s úhlem u vrcholu A a jeho velikost je také 72°. Na třetí vnitřní úhel zbývá 36°. Jelikož mají vnitřní úhly trojúhelníku DAB velikosti 72°, 72°, a 36°, je zlatý. Stejně jako u zlatého obdélníku můžeme do sebe vepisovat stále menší a menší zlaté trojúhelníky.



Zlatý trojúhelník

Zlatá spirála

Zlatá spirála je speciálním případem logaritmické spirály. Spirála je křivka, která obíhá pevně daný ústřední bod (pól spirály) a přitom se od tohoto bodu soustavně vzdaluje. Logaritmická spirála má tvar v polárních souřadnicích

$$r = a \cdot e^{b \cdot \Theta},$$

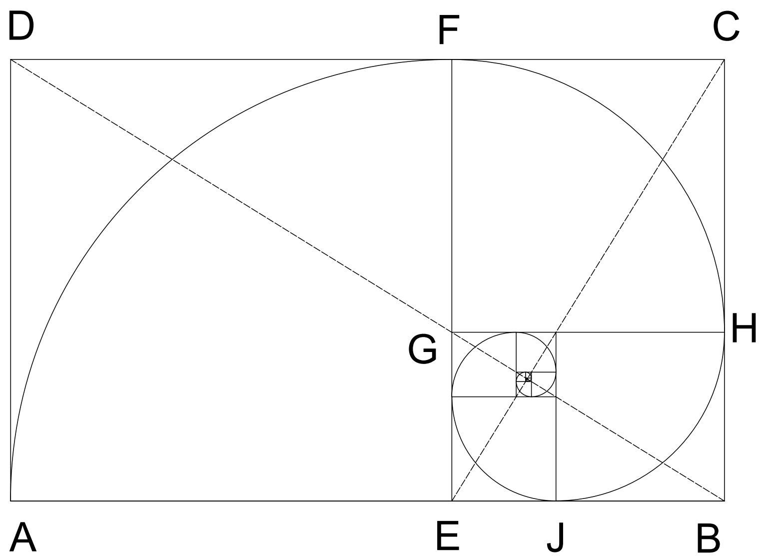
kde a, b jsou kladné reálné konstanty a e je základ přirozeného logaritmu. Polární souřadnice udávají polohu bodu A pomocí jeho vzdálenosti r od počátku soustavy souřadnic P a úhlu Θ, který svírá polopřímka PA s kladným směrem osy x. Zlatou spirálu získáme speciální volbou konstanty b, a to takovou, aby pro $\Theta = \frac{\pi}{2}$ bylo $e^{b \cdot \Theta} = \varphi$. To znamená, že $b = \frac{2ln\varphi}{\pi}$. Dosazením této hodnoty b dostáváme

$$r = a \cdot \varphi^{\frac{2\Theta}{\pi}}.$$

Konstantu a můžeme zvolit ze jednotku délky. Potom má rovnice zlaté spirály v polárních souřadnicích tvar

$$r = \varphi^{\frac{2\Theta}{\pi}}.$$

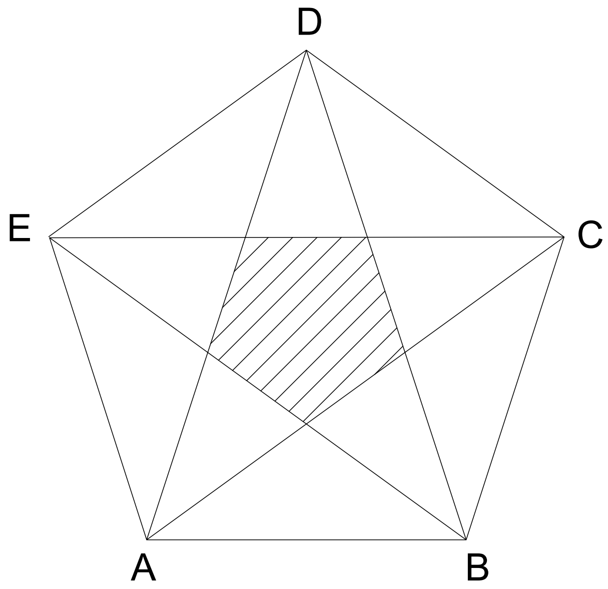
Tuto spirálu lze vkreslit do obrázku, který jsme získali vepisováním stále menších zlatých obdélníků do sebe. Lze ji aproximovat pomocí čtvrtkružnic. Sestrojíme-li oblouk AF se středem E, na něj připojíme oblouk FH se středem G atd. a získáme spirálu téměř totožnou se zlatou spirálou.



Aproximace zlaté spirály ve zlatém obdélníku

Pravidelný pětiúhelník

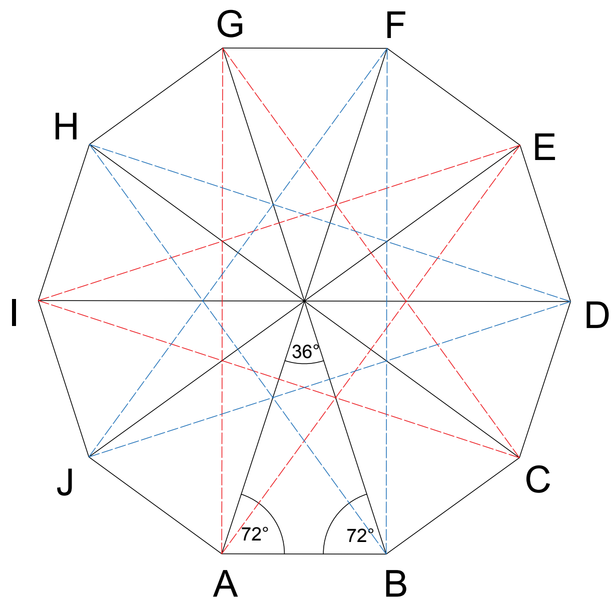
Je to konvexní mnohoúhelník s pěti vrcholy a pěti shodnými stranami. Jeho nejzajímavější vlastností je, že poměr délky úhlopříčky a strany je roven zlatému číslu a jedna úhlopříčka protíná druhou tak, že délky vzniklých částí jsou opět v poměru zlatého řezu. Sestrojíme-li všechny úhlopříčky pravidelného pětiúhelníku, dostaneme pěticípou hvězdu (pentagram), uvnitř které je opět pravidelný pětiúhelník. Poměr délek stran původního a nového pětiúhelníku se rovná druhé mocnině zlatého čísla. Důkaz [7, str.54]



pravidelný pětiúhelník

Pravidelný desetiúhelník

Je to konvexní mnohoúhelník, který má deset shodných stran a deset shodných vnitřních úhlů. Dá se rozdělit na deset shodných rovnoramenných trojúhelníků, jejichž základny jsou strany desetiúhelníku a ramena jsou poloměry kružnice desetiúhelníku opsané. Po podrobnějším prozkoumáním zjistíme, že se jedná o zlaté trojúhelníky. A samosřejmě pravidelnému desetiúhelníku můžeme vepsat dva pravidelné pětiúhelníky a tím pádem i dvě pěticípé hvězdy.



pravidelný desetiúhelník

Kapitola 3

Zlatý řez v architektuře, umění a biologii

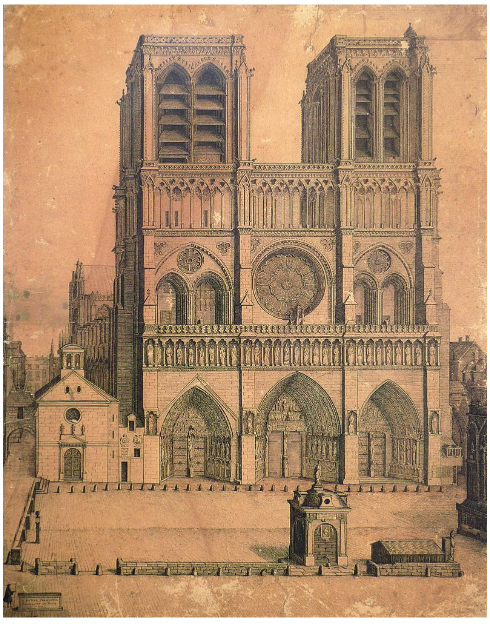
Zlatý řez v umění jedinečným způsobem spojuje části k celku. Obraz, socha, architektonické dílo, hudba nebo poezie jsou uspořádány a elegantně vyrovnány kolem skrytého smyslu pro proporci.

Parthonón je nejznámější stavbou Akropole, chrámového komplexu stojícího uprostřed Athén na skalním útesu. V průběhu staletí sloužil k různým účelům, ale primárně byl zasvěcen bohyni Athéně Parthenos, ochránkyni Athén. Na základě moderních výpočtů se můžeme domnívat, že Parthenón byl postaven na obdélníku s poměrem stran $1 : \sqrt{5}$, tedy obdélníku se stranou vyjádřenou iracionálním číslem. Nárys tvoří zlatý obdélník. Tohle jsou ovšem jen přibližná měření.

Předpokládá se, že Feidiás, z jehož jména máme symbol ϕ (fí), byl jedním z prvních sochařů, jenž záměrně používal božský poměr. Zabýval se sochami a údajně navrhl celkovou sochařskou výzdobu přestavby

Parthenónu. Feidiův výtvor Athény Parthenos, umístěný v Parthenónu, měřil téměř deset metrů. Socha držela v pravé ruce sošku Níké (bohyně vítězství) a v levé ruce kopí. Měla zdobený štít a po svém boku hada. Socha se nedochovala, ale nalezlo se několik kopií - řeckých a římských. Poslední léta Feidiova života jsou poněkud záhadná. Byl obviněn z krádeže zlata ze sochy Athény Parthenos, on však dokázal obvinění vyvrátit. Poté byl ale obžalován z bezbožnosti a byl uvržen do vězení. Historikové se domnívají, že byl poslán do vyhnanství v Élidě, kde pracoval na Diově soše v Olympii. Bohužel všechny stopy vedoucí k Diově soše se ztratili, až na malé kopie na mincích. Antičtí spisovatelé věřili, že socha se tyčila do výšky téměř 13 metrů a byla počítána mezi sedm divů starověkého světa.

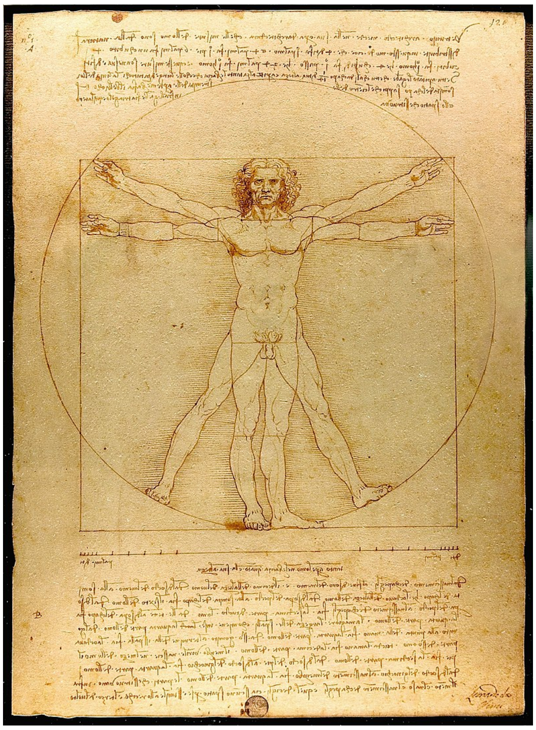
Stavitelé středověkých kostelů a katedrál přistupovali k designu svých staveb podobně jako Řekové. Cíl spatřovali v harmonické struktuře a eleganci. Návrh těchto velkolepých kostelů a katedrál dodržuje dokonalé proporce stejným způsobem, jak jsme to mohli pozorovat na Parthenónu. Tyto středověké konstrukce ztělesňovaly uvnitř i zvenčí složitá díla založena na zlatém řezu a dalších pravidlech proporcí. Příkladem může být katedrála Notre Dame de Paris. Jde o jednu z nejslavnějších katedrál středověku a pravděpodobně nejznámější dílo francouzského gotického umění. Její základní hranolovitá část se zvedá do výše 69 metrů. Nádherné západní průčelí je navrženo v souladu s božským poměrem.



Renesance jako umělecký sloh se nejvíce vyznačovala zesvětštěním, individualismem a návratem k antice. Byla úzce spjata s humanismem, který kladl důraz především na lidskou přirozenost a zdůrazňoval důstojnost jedince. Duch renesance se nejvíce projevil v malířství. Na umění se pohlíželo jako na cennou oblast poznání, schopnou poskytovat obrazy Boha a stvoření. Díky myšlenkovému přínosu lidí, jako byl třeba Leonardo da Vinci, Piera della Francesca, Raffaela, Donatella nebo Michelangela se renesance stala vědou a prostředkem pro zkoumání přírody a zaznamenávání objevů. Díky jejich dílům se mohla lidská důstojnost realizovat v umění i ve starých matematických principech harmonie a perspektivy. Leonardo da Vinci ztělesňoval humanistický ideál. Jeho Mona Lisa a Poslední večeře patří k nejoblíbenějším obrazům renesance a jeho poznámkové sešity prozrazují zvídavost, schopnost vědeckého zkoumání a mechanickou vynalézavost, tedy vlastnosti, kterými předběhl svou dobu o řadu století. Zlatý řez se hojně objevuje v jeho dílech. Stejně jako půdorys Parthenonu i obraz *Zvěstování* od Leonarda využívá orámování obdélníkem $\sqrt{5}$. Malba je pomocí techniky oddělování čtverců z obdélníku rozdělena na jeden velký čtverec a dva zlaté obdélníky, oba zase rozčleněné na malý čtverec a malý zlatý obdélník. Tato metoda vymezuje klíčové partie malby. Zřetelně tak vidíme, že propojení asymetrie a symetrické úměry zlatého řezu vzniká estetická kvalita.

Další slavná kresba od Leonarda přímo spjatá se zlatým řezem je *Pro-*

porce lidské postavy (Vitruviův člověk) . Vitruvivus byl římský spisovatel, architekt a inženýr, který se zabýval teorií proporcí. Leonardo udělal do svých poznámkových sešitů mnoho záznamů o proporcích lidského těla. Určil míry a poměry všech jeho částí a své studie zakládal na nesčetných pozorováních a měřeních.



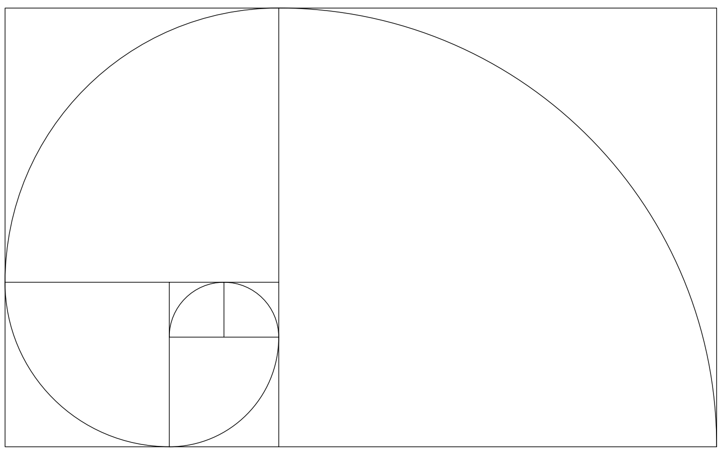
Proporce lidského těla od Leonarda da Vinci

Za zmínku jistě stojí úryvek z Vitruviovi knihy o architektuře, kde vycházel z proporcí lidského těla.

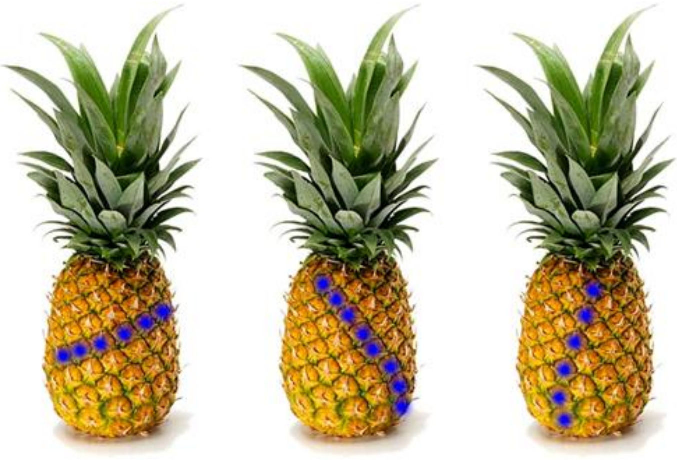
Lidské tělo navrhla příroda tak, že tvář od brady k vrcholu čela a nejnižším kořenům vlasů je desetinou celkové výšky. Otevřená dlaň od zápěstí ke špičce prostředníku má stejný rozměr, hlava od brady k temeni je jedna osmina tělesné výšky a vzdálenost od ramene k vrcholu prsou a k nejspodnějším kořenům vlasů představuje jednu šestinu výšky. Od středu prsou k vrcholu temene hlavy naměříme jednu čtvrtinu. Jestliže vezmeme výšku samotného obličeje, vzdálenost od dolní části brady ke spodní straně nosu je třetinová. Vzdálenost od dolní strany chřípí nosu k linii mezi obočím je totožná. Odtud k nejspodnějším kořínkům vlasů - tedy výška čela - je rovněž identická. Délka chodidla se ztotožňuje s jednou šestinou tělesné výšky. Délka předloktí odpovídá jedné čtvrtině výšky stejně jako šířka prsou. Další části mají také vlastní symetrické proporce. Podobně by v částech chrámu měla být největší harmonie v symetrických vztazích různých částí k sou-

hrnné velikosti celku. V lidském těle se stal centrálním bodem přirozeně pupek. Jestliže se člověk položí na záda s rukama a nohama od sebe, s kružítkem umístěným do pupku, budou prsty na obou jeho rukou a nohou ležet na obvodu kružnice opsané z tohoto středu. Lidské tělo má tedy kruhový obrys, ale můžeme v něm nalézt i čtvercový tvar. Jestliže změříme vzdálenost od chodidel nohou k vrcholu hlavy a potom aplikujeme tuto míru na natažené paže, oba rozměry, to znamená výška a šířka, budou identické, půjde proto o dokonalý čtverec. Tato pasáž inspirovala Leonarda da Vinci ke kresbě *Proporce lidské postavy.* [1]

Tím se dostáváme od umění k biologii. Jedním ze základních nástrojů přírody jsou spirály. Některé jsou dobře viditelné, další méně. Od embryí, květin až po galaxie spirály nabízejí jedno z nejdynamičtějších proporčních sdělení přírody, protože dokážou sladit harmonické a chaotické protiklady. Zlatou spirálu lze vytvořit i pomocí Fibonacciho čísel. Začínáme se dvěma malými čtverci každý o délce strany jedna. Dále k nim umístíme čtverec o dvou jednotkách a poté přidáme další o třech jednotkách. Čtverce přidáváme po směru hodinových ručiček. Přidáváme další čtverec o pěti jednotkách, pak po osmi atd. a spirála roste dále. Poté vkreslíme čtvrtkružnice. Spirála založená na Fibonacciho číslech nevytváří pravou zlatou spirálu. Avšak jedná se o nepřehlédnutelnou aproximaci této spirály. Kresba zlaté spirály na papíře teprve začíná popisovat spirálu, již vytváří příroda.



Citlivost přírody k detailu je tak úžasná, že můžeme pozorovat stejné tvary spirál opakující se v našem těle stejně, jako to sledujeme u rostlin. Například na ananasové kůře objevíme tři druhy spirál, z nichž prvních je často 8, druhých 13, a třetích 21, což jsou přesně Fibonacciho čísla.



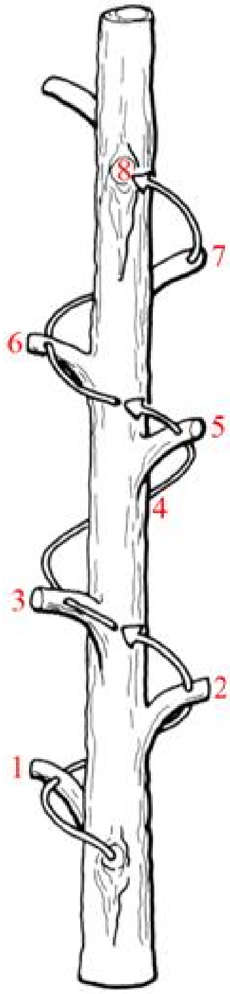
Spirály s Fibonacciho čísly na ananasu

Další spirály můžeme objevit ve fylotaxi, což je nauka o uspořádání listů na stoncích. Bratři Bravaisové v roce 1837 objevili krystalovou mřížku a ideální divergenční úhel fylotaxe - $137,5^\circ = \frac{360^\circ}{\varphi^2}$. Což znamená, že jakmile začne z pupene vyrůstat list, vytvoří se nový zárodek umístěný vůči předchozímu pod úhlem $137,5^\circ$. Kdyby tento úhel byl jen $137,3^\circ$ nebo $137,6^\circ$, spirála se po čase rozpadne. Dokonale uspořádání tedy vznikne jen při zcela přesném úhlu.

Ještě dříve Johannes Kepler zpozoroval, že většina polních květin je uspořádána do pětiúhelníku a že v uspořádání jejich listů se objevují Fibonacciho čísla.

Fibonacciho čísla na květinách

Leonardo da Vinci jednou napsal: "List vždy obrací svou horní stranu k nebi, aby mohl lépe přijímat rosu celým povrchem. A tyto listy jsou na rostlinách uspořádány tak, že jeden zakrývá druhý co nejméně. Díky tomuto uspořádání vzniká otevřený prostor, jímž může pronikat slunce a vzduch."[1]



Fylotaxe na stonku

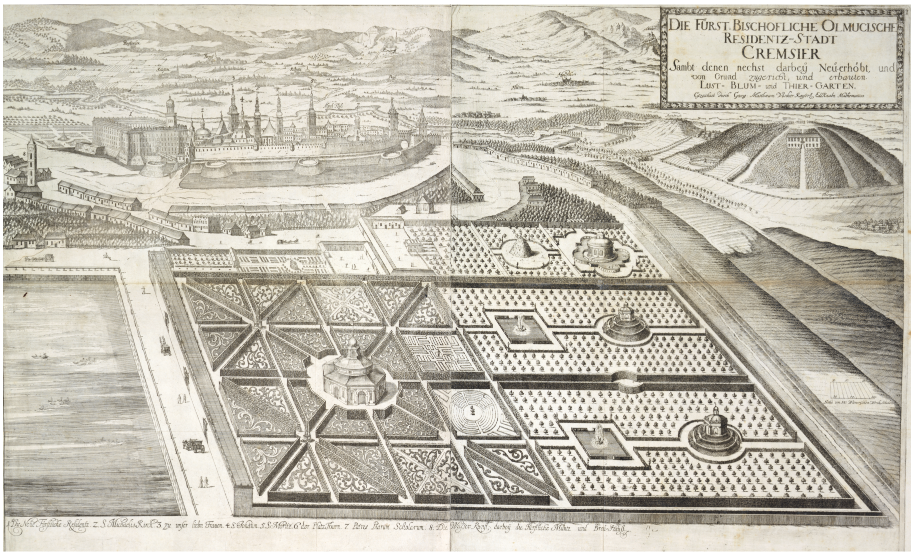
Kapitola 4

Zlatý řez v Květné zahradě v Kroměříži

Kroměříž, přezdívaná též jako Hanácké Athény, je město ve Zlínském kraji. V roce 1998 byl zdejší Arcibiskupský zámek spolu s Květnou a Podzámeckou zahradou zapsán na listinu světového kulturního dědictví UNESCO.

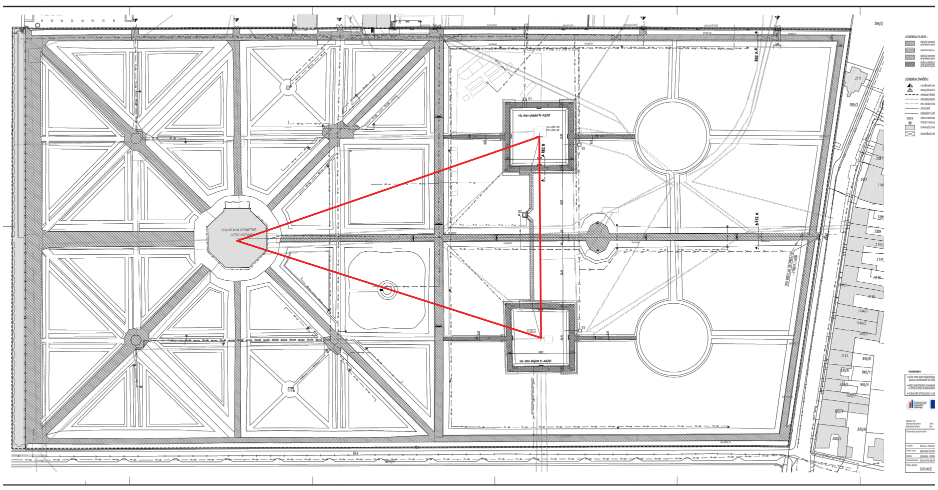
Kroměřížský zámek a zahrady sloužili především jako letní residence šlechticům. V srpnu roku 1664 přišel do Kroměříže biskup Karel z Lichtensteinu Castelcorna a rozhodl se ze zámku udělat reprezentativní sídlo. Jelikož věděl, že zahrada je základ reprezentace rozhodl se ji vybudovat podle tehdejších vzorů. Kvůli nedostatku místa před zámkem se rozhodl koupit pozemek za hradbami města a vybudoval tam Květnou zahradu. V blízkosti zámku se nacházeli bažiny, kterých se tehdy nechtěli zbavovat, protože městu poskytovali strategickou výhodu. Později jich už ale nebylo třeba, proto se postupně bažiny začali vysušovat a začala vznikat Podzámecká zahrada. Květná zahrada se časem proměnila na kuchyňskou zahradu tvořící zázemí pro rozvíjející se Podzámeckou zahradu. Díky tomu se ale Květná zahrada dochovala ve své původní podobě a nebyla předělána podle jiných uměleckých slohů, jako se to dělo v Podzámecké zahradě. Unikátní zahradní stavby a vysoké tvarované stěny byly po staletí udržovány v původní podobě díky úctě dalších biskupů k dílu jejich předchůdce. Od druhé poloviny 20. století pak byla zahrada postupně obnovována. Největší rekonstrukcí si však prošla v minulých letech a 6.9.2014 byla slavnostně otevřena prvním ročníkem festivalu Hortus Magicus, který přibližuje návštěvníkům radovánky našich předků.

Kroměřížský libosad, tedy zahrada potěšení, je komponován jako osově symetrická formální zahrada, ale i přesto zde můžeme najít zlatý řez. Zahrada má půdorys obdélníku o rozměrech 485x300 metrů. Už tady můžeme vidět zlatý obdélník.

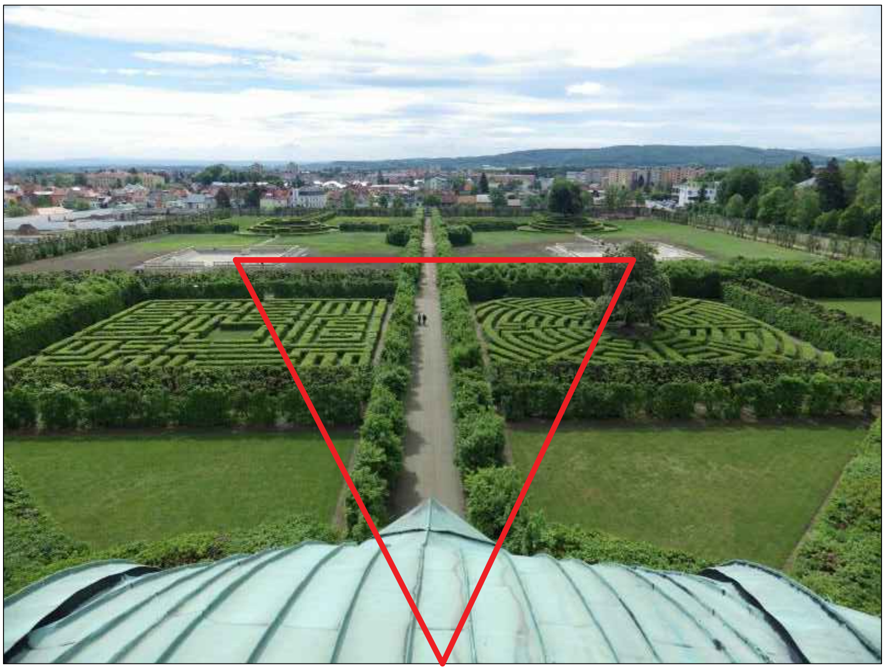


Květná zahrada - dobová malba

Zahradu tvoří dvě hlavní části - květnice s tvarovanými stěnami a broderiovými záhony a štěpnice s Jahodovými kopečky. Tyto hlavní partie doplňuje pás malých samostatných zahradních prostor určený k chovu zvířat a pěstování vzácných rostlin - Pomerančová zahrada, Holandská zahrada, hospodářský dvůr, bažantnice, Králičí kopec a ptáčnice. Centrem květnice se stala rotunda. Spojením vzdušnou čarou rotundy a pstružích rybníků v štěpnici nám vznikne zlatý trojůhelník.

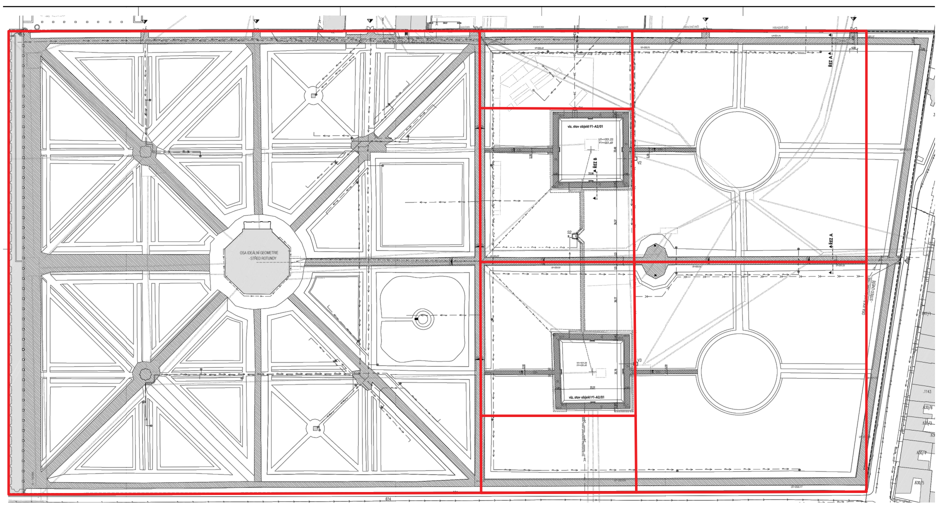


Zlatý trojúhelník v zahradě



Pohled z rotundy na Pstruží rybníky

Celou zahradu můžeme opět rozdělovat technikou oddělování čtverců z obdélníku na jeden velký čtverec a dva zlaté obdélníky, oba zase rozčleněny na malý čtvrece a zlatý obdélník. Opět tato metoda vymezuje klíčové partie zahrady podobně, jako tomu bylo u malby Leonarda da Vinci - *Zvěstování*. Znovu tak vidíme, že propojení asymetrie a symetrické úměry zlatého řezu vzniká estetická kvalita.



Rozdělení zahrady

Kapitola 5

Edukační program Zlaté číslo v zahradě

Název projektu - Zlaté číslo v zahradě

Autor - Veronika Pěčková

Spolupráce - Petr Hudec, Hana Poková

Anotace - Matka příroda je geniální matematička. Je však jedno číslo, které má nejvíce v oblibě. Toto číslo budeme během programu objevovat zábavnou formou na rostlinách a ve výzdobě Květné zahrady. Ponořte se s námi do tajemství harmonie a rovnováhy, jež jsou vlastní zlatému číslu.

Klíčová slova - spirály, fylotaxie, Fibonacciho posloupnost, pětiúhelník, Květná zahrada, geometrie, matematika

Cílová skupina - žáci 4. třídy ZŠ, pilotní program byl vyzkoušen se žáky 4. třídy ZŠ Oskol Kroměříž se zaměřením montessori

Místo a realizace - Květná zahrada v Kroměříži

Pilotní realizace - 15. dubna 2019

Délka programu - 180 min (vzdělávací lekce zahrnovala i čas pro svačinu v délce cca 20 minut)

Kontext

Květná zahrada v Kroměříži poskytuje mnoho příležitostí pro vzdělávání. Její provozovatelé jsou si toho vědomi, a proto nabízí spoustu edukačních programů pro děti z mateřských, základních, případně i středních škol. Díky spolupráci se základní školou montessori v Kroměříži a jejich pravidelným návštěvám je na místě vytvářet (kromě stálé nabídky) nové edukační programy, které budou prohlubovat znalosti žáků ve specifičtějších oblastech. Program *Zlaté číslo v zahradě* navazuje na vzdělávací lekci *Geometrie v zahradě*, kterou děti již absolvovaly. [6]

Východiska a hlavní cíle

Lidé již v dávných dobách pozorovali krásy přírody a zjistili, že u některých přírodnin podléhá tato krása matematickým zákonitostem. Objevili tak zlaté číslo. Toto číslo jedinečným způsobem spojuje malé části ve větší celky a přitom každá část si zachovává svou individualitu a krásu. Děti již absolvovaly program *Geometrie v zahradě.* Rovněž ze školního vyučování už znají základní tvary, které se v Květné zahradě objevují. Navazující vzdělávací lekce, která se věnuje zlatému číslu a jeho prostorovému vyjádření v zahradě, se může jevit jako tematicky náročná. Adekvátní didaktická transformace však může učivo zpřístupnit i žákům prvního stupně. Jedním ze základních cílů programu je tedy pochopení, co je to zlaté číslo a jak souvisí s geometrickými obrazci, které se pak objevují i v přírodě. Žáci budou více prohlubovat znalosti z geometrie a matematiky. Seznámí se s Fibonacciho posloupností, spirálou, hvězdou a pětiúhelníkem. Tyto znalosti pak budou aplikovat do praxe a hledat je v zahradě – na rostlinách a v dekoračních prvcích. V neposlední řadě budou také sami aktivně tvořit – rýsování šnečí ulity pomocí zahradnického kružítka a zlatého obdélníku nebo skládání pětiúhelníku z papíru. Podstatou je uvědomění si provázanosti matematiky a biologie, a že příroda je plná matematických vzorců, jejichž uplatnění se podílí na člověkem vnímané kráse.

Vazba na RVP

Program Zlatý řez v zahradě přispívá v souladu s požadavky RVP k rozvoji níže uvedených klíčových kompetencí žáků a osvojování vzdělávacího obsahu v uvedených vzdělávacích oblastech a průřezových tématech.

- Klíčové kompetence - k řešení problému, k učení, pracovní

- Vzdělávací oblasti - Matematika a její aplikace (geometrie, číselné řady), člověk a jeho svět (rozmanitost přírody), výtvarná výchova

- Průřezová témata - Environmentální výchova

OBSAH A PRŮBĚH PROGRAMU

Úvod

Po přivítání v Čestném dvoře si děti vyrobí jmenovky. Lektor jim položí otázku, jestli si vzpomínají na program Geometrie v zahradě. K jeho připomenutí pozve žáky do aleje vzpomínek. Jedná se o instalaci fotografií z absolvovaného programu v jednom ze špalírů. Když si ji projdou, skupina se shromáždí v kruhovém uspořádání a žáci sdělují, jakým činnostem se během programu věnovali a s jakými geometrickými tvary pracovali. Potom lektor naváže na odpovědi a vysvětlí, že si ukážou další tvary, které v zahradě můžeme najít. Jelikož jsou už děti trochu starší, tak si je i přesněji rozeberou pomocí matematiky a her. Lektor ukáže obrázek květiny, geometrický obrazec hvězdy a mušli. Zeptá se, co mají tyto objekty společné. Děti můžou hádat, ale s největší pravděpodobností to neuhádnou, což může zvýšit jejich zvídavost. Lektor uvede, že souvislost mezi nimi objevíme během programu. Děti jsou ještě upozorněny před začátkem první hry, aby byly velmi všímavé.

Fibonacciho posloupnost a Zlaté číslo

Následuje přesun na travnatý prostor kolem Králičího kopce. Zde skupina hraje klasickou hru molekuly, s tím, že se žáci sdružují (aniž by to zatím tušili) postupně do počtů podle Fibonacciho posloupnosti (2,3,5,8,13,21). Tato čísla lektor píše na papír přilepený na desce a po skončení hry se zeptá, jaký vztah tato čísla mají. Buď si děti všimnou, že každý další člen je součtem předešlých dvou členů, nebo jim lektor napoví. Společně pak vzestupně procházejí číselnou řadu a v závěru ji doplní ještě o další dvě následující čísla (34,55) a taky dvě předchozí (Jaká dvě čísla dají součet 2? 1+1). Lektor doplní, že řada samozřejmě může pokračovat, ale na ukázku postačí tyto členy. Vytvořili jsme tzv. Fibonacciho posloupnost. Žáci můžou zopakovat toto slovní spojení. Lektor děti seznámí s tím, co je na této posloupnosti zajímavého. Když budeme dělit sousední čísla této posloupnosti, bude nám vycházet podobné číslo. Děti si to ověří pomocí kalkulačky. Tu si budou předávat, jeden žák spočítá 3:2, další 5:3 atd. Lektor zapisuje výsledky pod dělence a dělitele zlatou fixou. Vysvětluje, že čím větší čísla dělíme, tím podobnější číslo nám vychází. Toto číslo je 1,6 a v matematice se mu říká zlaté číslo. Slovní spojení nadepíše nad číselnou řadu.


Fibonacci a králíci

Lektor sděluje, že číselná řada, kterou se žáci zabývali, objevil italský matematik Fibonacci. Byl to syn obchodníka a bavila ho matematika. V jeho době se používali římské číslice, ale v obchodování bylo zbytečně složité, zapisovat čísla římskými číslicemi. Fibonacci chtěl svému tátovi trochu vypomoct a při studování matematiky zjistil, že zapisování arabskými číslicemi – 1,2,3,4,5,6,7,8,9, je mnohem jednodušší. Jelikož ho bavilo hrát si s čísly, napsal celou knížku a vymyslel matematickou úlohu s králíky: Jistý muž položil pár králíků na místo obklopené ze všech stran zdí. Každý měsíc jeden pár zplodí nový pár, který se od druhého měsíce stává produktivním. Kolik párů králíků budeme mít každý další měsíc? Výsledkem byla posloupnost čísel 1,1,2,3,5,8 – proto je nazvaná Fibonacciho. . . Později další lidé zkoumali různé oblasti přírody a zjistili, že se v přírodě často vyskytují čísla této Fibonacciho posloupnosti. Během výkladu lektor žákům ukáže obrázek s rozmnožováním králíků podle Fibonacciho posloupnosti a vysvětlí, jak to funguje. Pak nechá obrázek kolovat. [14] (Výklad přitom probíhá právě v prostoru u Králičího kopce, kde kdysi králíci volně pobíhali, protože tato část zahrady byla zcela uzavřena zdmi, Dnes žijí jen ve vyhraženém prostoru samotné bizarní zahradní stavby). Pro zapamatování si jména matematika i relaxaci je zařazena dramatická aktivita. Žáci si předávají fotografii Fibonacciho v kruhu s nějakou emocí a vyslovují přitom jeho jméno. Přejímající napodobí emoci a intonaci, při předávání však vytvoří vlastní interpretaci.

Zlatá spirála

Skupina se přesune na hlavní osu zahrady mezi Rotundu a kolonádu. Atraktivní část zahrady přináší žákům nové vizuální podněty a tematicky souvisí s programem. Z hlediska sledu logicky na sebe navazujících činností je tato část vzdělávací lekce zaměřena na prostorové vyjádření či využití dosud zkoumaných matematických principů. Při této aktivitě si budeme hrát s čísly Fibonnaciho posloupnosti. Rozdělí se do skupin po čtyřech až pěti žácích. Děti ve skupinách dostanou za úkol pomocí stejně dlouhých dřívek vytvořit čtverce a přidávat další čtverce podle čísel Fibonnaciho posloupnosti. První číslo je 1, proto děti vytvoří čtverec 1x1. Přidají k němu další čtverec 1x1. Další číslo je 2, takže přidají další čtverec 2x2. Čtverce přidáváme ke vzniklým obdélníkům postupně po směru hodinových ručiček,. A tak pokračujeme dále, až nám vznikne obdélník 5x8. Nakonec pomocí zahradního kružítka vkreslíme čtvrtkružnice tak, že nám vznikne spirála. Pomocná dřívka jsou pak odstraněna, takže v mlatové cestě zůstává jen vytvořený obrazec. Aby lektor práci žákům usnadnil, zakreslí pracovní postup křídou na přenosnou tabuli. Konstruování jednotlivých částí spirály pomocí čtvrtkružnic pro přehlednost vyznačí křídami různých barev, neopomene vyznačit bod, kde je třeba zapíchnout kružítko. V rámci reflexe aktivity lektor sděluje: Došli jsme k tomu, jak se dá matematicky rozložit či konstruovat ulita šneka. Co dalšího může mít tvar spirály? Žáci jmenují dříve vypozorované příklady. Pokud si toho dosud nevšimli (ornamentální záhony v danou chvíli kryje živý plot), lektor obrátí pozornost žáků na zahradu a pozve je k objevování spirál broderií. Při přesunu na další místo v zahradě lektor upozorní žáky, že v přírodě odpozorovanými spirálami lidé rádi zdobili také architekturu. Společně pak tento prvek objevují na fasádě Rotundy a v mřížoví oken.

Spirály v květinách

Skupina se přesune k Produkčnímu skleníku. Zde lektor žákům ukazuje spirály na květinách. Rozdá také dětem šišky. Úkolem žáků je pozorovat tento jev. Lektor jim vysvětlí, proč většina rostlin roste do spirály. Voda lépe stéká po listech a tím se rostliny dobře zavlažují tam, kde to potřebují. Ukáže, jak voda může stékat po listech na stonku. (Lze to přirovnat k systému odvádění vody ze střech domů pomocí rýn). Děti hledají samy spirály na květinách pomocí lupy. Dále lektor vysvětluje, že když rostou další lístky na stonku nebo trubkovité květy na sedmikrásce (prostřední žlutá část sedmikrásky), tak každý lístek nebo květ pučí otočený o $137,5°$. Použije při tom úhloměr a nakreslený kruh. Celý kruh má $360°$ a ukáže kolik je $137,5°$ v kruhu, takže po jakém úseku vyroste další lístek. Na obrázcích může ukázat, jak by to vypadalo, když by to bylo otočené jen o $137,3°$ nebo $137,7°$ (spirála se rozpadá). Děti taky mohou vidět, jak málo je jeden stupeň (na úhloměru) a jak je tedy příroda geniální matematička. Inspirováni těmito informacemi hledají samy spirály na květinách s pomocí lupy.

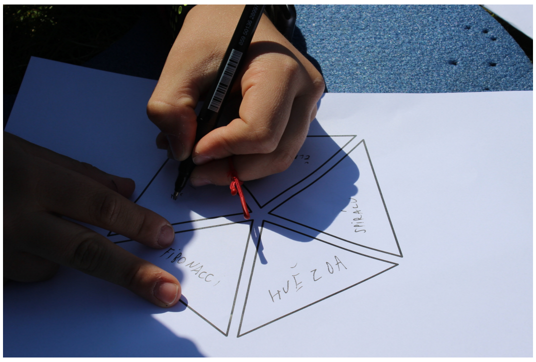
Jablečná hvězda a pětiúhelník

Od skleníků se skupina přesune k bludišti, kde následuje relaxační hra Jablečná opičárna. Děti se rozdělí do dvojic a každá dvojice dostane jablko. Dvojice bude svírat jablko svými čely a jejich úkolem je dostat se co nejrychleji do středu bludiště bez toho, aby jim jablko spadlo. Aby hra probíhala rychleji, mohou naráz soutěžit tři nebo čtyři dvojice a každá začíná z jiného rohu bludiště. Děti, které jsou již v cíli, mohou povzbuzovat. Po dohrání hry se všichni sejdou uprostřed bludiště. Lektor naváže na hru a zeptá se, jestli děti na Vánoce doma rozkrajují jablíčka. Pokud ano, tak proč a jak jablko rozkrajují? Podélně nebo vodorovně? Vodorovně, aby přece viděli hvězdičku uprostřed. Lektor tedy rozkrájí jablko všem dvojicím, žáci se mohou kochat hvězdou uprostřed a pak si jablko sníst. Lektor naváže na téma hvězdy a vysvětlí, jak hvězda s pěti cípy souvisí se zlatým číslem. Použije přitom tabuli, na kterou nakreslí hvězdu z vnitřku jablka. Ukáže, že je pěticípá (5 je Fibonacciho číslo). Jako jednu z mála ji lze nakreslit jedním tahem, což vzápětí demonstruje. Dále se ptá: Jaký tvar nám může ještě vzniknout spojováním vrcholů? Když budeme vrcholy spojovat postupně, vznikne nám pětiúhelník. Ten se dokonce objeví i uprostřed hvězdy. Když bychom vydělili na kalkulačce délku strany hvězdy a délku strany pětiúhelníku vyjde nám opět zlaté číslo. Aby si žáci informace fixovali a získali dovednost tvorby pěticípé hvězdy, dostanou ústřižek papíru, na který si zkouší kreslit pěticípou hvězdu. Dále za pomoci proužku papíru konstruují pětiúhelník tak, že jej „zavážou“ tak, jako by vázali tkaničku od bot.




Reflexe

Lektor se vrátí k otázce na začátku – co mají společného kytka, hvězda a mušle? Přece zlaté číslo. Pak dostanou žáci předkreslený pětiúhelník rozdělený na 5 trojúhelníků. Do každého trojúhelníku mohou napsat něco, co si z programu zapamatovali. V kruhovém uspořádání probíhá závěrečná reflexe. Žáci si podávají velkou mušli. Ten, kdo ji právě drží, povídá o tom, co se mu nejvíce na programu či v zahradě líbilo, popisuje své dojmy apod.

Materiály a pomůcky - obrázky květiny a hvězdy, velká mušle, zlatá fixa, černé fixy, papír na dřevěné desce, čisté papíry, „zahradnické“ kružítko (bambusové tyčky spojené provázkem, stejně dlouhá dřívka (37 ks pro jednu skupinu), proužky papíru šířky 5cm z papíru A3 (skládání pravidelného pětiúhelníku), šišky, jablka, přenosná tabule na psaní křídami a barevné křídy, reprodukce portrétu Fibonacciho, obrázek Fibonacciho matematického příkladu, tácky na uzeninu s nalepenými fotografiemi, nůž, prkýnko, lupy, kalkulačka, pětiúhelníky k reflexi, úhloměr

Výsledky aktivit - spirály v mlatové cestě, složené pětiúhelníky, kresby pěticípé hvězdy

Reflexe a výhled do budoucna

I když na začátku panovala obava, jestli tento program bude pro žáky 4. třídy adekvátní, ukázalo se, že to byly zbytečné obavy. Děti vzdělávající se v montessori systému byly opravdu velmi vnímavé a spoustu věcí znaly. Oproti očekávání už na začátku programu dokázali někteří žáci objevit spojitost mezi ulitou, květinou a hvězdou. Při dalších aktivitách se ale projevilo, že rychlejší děti na všechno hned přišly, a ti pomalejší či méně aktivní žáci se dostatečně nezapojili. Při reprízách programu by bylo vhodnější například při objevování Fibonacciho posloupnosti rozdělit žáky do skupin, aby na úkolu pracovalo více žáků. Pro konstruování spirály v terénu se podařilo najít funkční (rychlý, relativně přesný) způsob. (V rámci přípravy programu byly testovány i jiné varianty s provázkem, které se ukázaly méně vhodné). Hra jablečná opičárna děti velmi bavila. V rámci programu bylo třeba řešit pohybové znevýhodnění jednoho z žáků. Do aktivity se zapojil a hodnotil ji v reflexi jako tu, která jej nejvíce bavila. Současně bylo ale dvojici, ve které se pohyboval, umožněno, že po pádu jablka mohou pokračovat z místa, kde k tomu došlo a nemusejí se tedy vracet na start.

Celkově program hodnotíme jako velmi povedený.

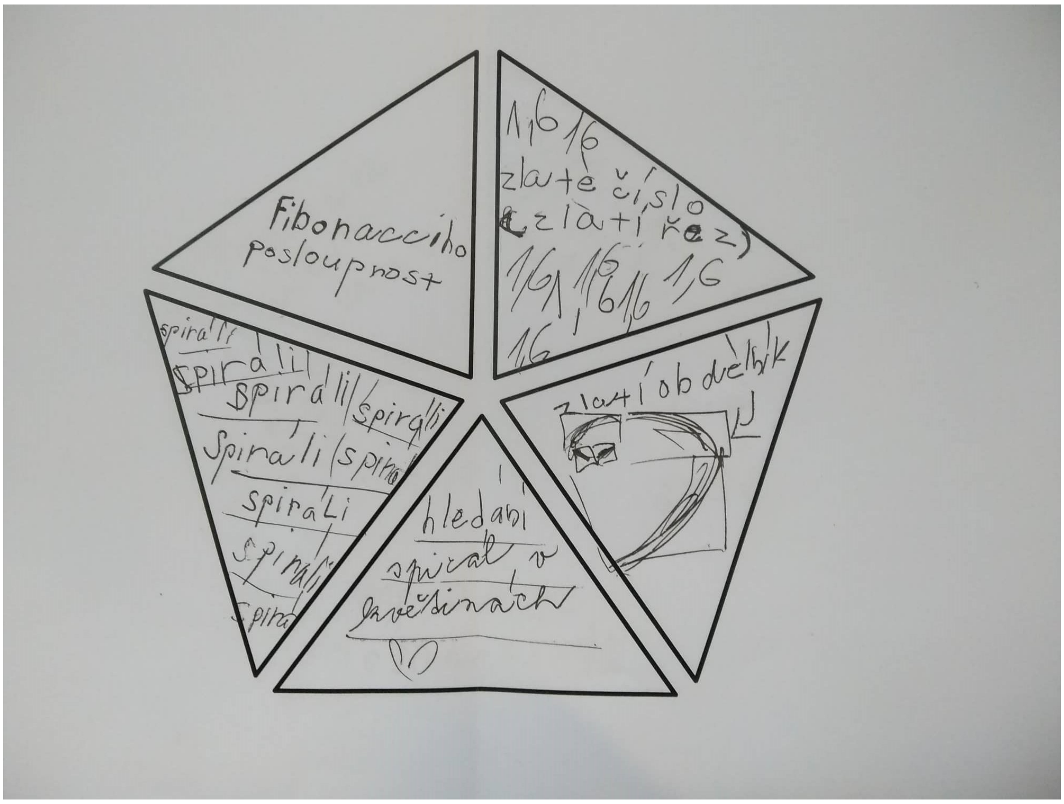
Ohlasy účastníků

Program se dětem líbil a nejvíce si pochvalovaly všechny hry. Moc se jim líbilo i tvoření spirály. Ze zápisů do pětiúhelníků vyplynulo, že se spoustu věcí naučili. Většina dětí si zapamatovala jméno Fibonacciho. Znalost posloupnosti část z nich potvrdila vypsáním části číselné řady. Dále žáci uváděli pojem zlaté číslo a hodnotu 1,6 a také odvození spirály a kde všude ji můžeme v přírodě najít.

Doporučení, náměty, inovace

V případě realizace programu s jinými třídami lze nahradit úvodní vzpomínkovou část programu jinou aktivitou směřující k zaujetí žáků. Nabízí se například dotazování se, jaké geometrické tvary žáci znají, jaké je jejich oblíbené číslo a proč. Výše již byla zmíněna vhodnost práce ve skupinách. Pro prezentaci praktičnosti arabských číslic oproti římským lze využít zápisu předpokládaného roku narození Fibonacciho MCLXXX – 1180.

Program byl poměrně dlouhý, takže pokud by se měl využít pro další školy a třídy s omezenými časovými možnostmi, je na místě zvážit jeho zkrácení, vypuštění některých aktivit. Za stěžejní lze v této souvislosti označit objevování Fibonacciho posloupnosti a konstrukci spirály.



Závěr

Cílem mé bakalářské práce bylo vysvětlit pojem zlatý řez, kde jej můžeme nalézt a vytvořit edukační program, který se bude věnovat tomuto tématu. Vycházela jsem z různých zdrojů, které jsou uvedeny na seznamu použité literatury. O zlatém řezu by se toho mohlo napsat mnohem více, ale vybrala jsem pouze některé oblasti, kterými jsem se sama inspirovala při tvorbě edukačního programu nebo při hledání zlatého řezu v Květné zahradě. Při tvorbě programu jsem spolupracovala s lektory a konzultovala s nimi didaktické postupy a praktické náležitosti. Samotný program probíhal pod mým vedením a jeden z lektorů mi byl kdykoliv nápomocen a dokumentoval probíhající program. Dětem i paní učitelce se program líbil, děti byly nad očekávání bystré a aktivní. Z proběhlé reflexe vyplynulo, že si děti dokázaly zapamatovat zlaté číslo, jeho hodnotu, Fibonacciho posloupnost a dokázaly vypsat její členy. Také se naučily vnímat dokonalost matematiky v přírodě. Celý program i s jeho hodnocením byl vypracován tak, aby mohl být dále prakticky používán, případně publikován spolu s dalšími programy z památkové edukace. Program byl poměrně dlouhý, takže pokud by měl být využit pro další třídy a školy s omezenými časovými možnostmi, je na místě zvážit jeho zkrácení. Jako stěžejní lze považovat objevování Fibonacciho posloupnosti a konstrukci spirály.

V průběhu psaní této práce jsem se zdokonalila v práci s typografickým programemTEX.

Literatura

[1] Hemenwayová, P. *Tajný kód - záhadný vzorec v umění, přírodě a vědě* Praha 2019, 203,

[2] Livio, M. *Zlatý řez* , Praha, 2006

[3] Olsen, S. *Záhadný zlatý řez - největší tajemství přírody* ,Praha, 2013

[4] Ghyka, M.C., *Zlaté číslo* , Praha, 2008

[5] Mareš, M. *Příběhy matematiky*, Příbram, 2008

[6] Havlůjová, H.; Hudec, P.*Památková edukace v historických zahradách a parcích: Příklady dobré praxe*, Praha, 2018

[7] Chmelíková, V. *Zlatý řez nejen v matematice*, Praha 2011

[8] Francová, L.; Kühnová, J.; Seibert, J.; Trojovský,P.; Volfová,M. *Fibonacciova čísla* , Hradec Králové 1999

[9] Chajda,R. *Hravá matematika* , Brno 2009

[10] Chajda,R. *Hravá geometrie* , Brno 2010

[11] Křesadlová L, a spol., *Květná zahrada v Kroměříži - Podrobný průvodce unikátní zahradou* , Národní památkový ústav, územní památková správa v Kroměříži, 2015

Zdroje obrázků

[12] https://cs.wikipedia.org/wiki/Plat%C3%B3nsk%C3%A9_t%C4%9Bleso

[13] https://cs.wikipedia.org/wiki/Fibonacciho_posloupnost# /media/File:FibonacciRabbit.svg

[14] https://cs.wikipedia.org/wiki/Parthen%C3%B3n#/media/File:2006_01_21_Ath%C3 %A8nes_Parth%C3%A9non.JPG

[15] https://en.wikipedia.org/wiki/Athena_Parthenos# /media/File:NAMA_Ath%C3%A9na_Varvakeion.jpg

[16] https://cs.wikipedia.org/wiki/Feidi%C5%AFv_Zeus_v _Olympii#/media/File:Statue_of_Zeus.jpg

[17] https://cs.wikipedia.org/wiki/Katedr%C3%A1la_Notre-Dame_(Pa%C5%99%C3%AD%C5%BE)

[18] https://cs.wikipedia.org/wiki/Zv%C4%9Bstov%C3%A1n%C3%AD_(da_Vinci,_

[19] https://cs.wikipedia.org/wiki/VitruviC3%A1nsk%C3%BD_mu%C5%BE# /media/File:Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour.jpg

[20] http://fyzika.jreichl.com/index.php/main.article/view/1499-fibonacciho-posloupnost-v-prirode

[21] http://ftp.npu.cz/news/15094-n/