

Univerzita Hradec Králové
Fakulta informatiky a managementu
Katedra informatiky a kvantitativních metod

Pravděpodobnostní modelování v Pokeru
Bakalářská práce

Autor: Dominik Drbal
Studijní obor: Aplikovaná informatika

Vedoucí práce: Mgr. Jan Draessler, Ph.D.

Hradec Králové

Srpen 2020

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval samostatně a s použitím uvedené literatury.

V Hradci Králové dne 16.8.2020

Dominik Drbal

Poděkování:

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Mgr. Janu Draesslerovi, Ph.D. za metodické vedení práce, čas věnovaný konzultacím, ochotu a cenné rady.

Anotace

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou karetní hry Poker, konkrétně pak nejhranější variantou Texas Hold'em. V teoretické části jsou vysvětleny základní pojmy z kombinatoriky a pravděpodobnosti. Dále je zde popsán poker jako takový společně s jeho historií, možnými variantami a limity. Součástí teorie je představení varianty Texas holdem společně s její základní charakteristikou a pravidly, která je nutné znát při samotné hře. Stejně tak je před samotnou hrou potřeba znát výherní kombinace společně s jejich pravděpodobnostmi. Právě znalost jednotlivých výherních kombinací je podmínkou pro druhou část této bakalářské práce. Praktická část představuje zjednodušený model hry vytvořený v MS Excel. Tento model představuje dvojici proti sobě stojících hráčů, kteří porovnávají své karty v jednotlivých vygenerovaných hrách. Cílem modelu je získání pravděpodobnosti výhry určité startovní kombinace hráče.

Annotation

Title: Probability modelling in Poker

This bachelor thesis deals with an issue of the card game Poker, specifically the most played variant of Texas Hold'em. The theoretical part explains the basic concepts of combinatorics and probability. Poker is described together with its history, possible variants and limits. Part of the theory is the presentation of the Texas holdem variant together with its basic characteristics and rules that must be known during the game. It is necessary to know the winning combinations together with their probability before the game. The knowledge of individual winning combinations is a prerequisite for the second part of this thesis. The practical part presents a simplified model of the game created in MS Excel. This model represents a pair of opposing players comparing their cards in particular generated games. The goal of the model is to obtain the win probability of the certain player's starting hand.

Obsah

1	Úvod.....	1
2	Cíl práce.....	3
3	Metodika zpracování.....	4
4	Teoretická část	5
4.1	Pravděpodobnost.....	5
4.1.1	Základní pojmy kombinatoriky.....	5
4.1.2	Základní pojmy pravděpodobnosti.....	6
4.2	Poker	7
4.2.1	Historie pokeru.....	7
4.2.2	Varianty pokeru	8
4.2.3	Limity v pokeru	9
4.3	Texas Hold'em.....	9
4.3.1	Pozice	10
4.3.2	Fáze hry	11
4.3.3	Výherní kombinace a jejich pravděpodobnost.....	13
4.3.4	Startovní kombinace	17
4.4	Základní pojmy pro pokerovou matematiku.....	18
4.4.1	Pot outs.....	18
4.4.2	Pot odds.....	18
4.5	Model a modelování	20
4.5.1	Model.....	20
4.5.2	Modelování a simulace	20
4.5.3	Fáze modelování	20
4.5.4	Náhodná a pseudonáhodná čísla	21
4.5.5	Typy generátorů náhodných čísel.....	22

5	Praktická část.....	23
5.1	Míchání karet	23
5.2	Rozdání karet.....	24
5.3	Zjištění výherních kombinací hráčů.....	27
5.4	Porovnání stejných výherních kombinací	30
5.5	Využití modelu.....	33
6	Shrnutí výsledků.....	38
7	Závěry a doporučení	39
8	Seznam použité literatury.....	40
9	Přílohy	43

Seznam obrázků

Obrázek 1 – Startovní kombinace	17
Obrázek 2 – Simulace míchání karet	23
Obrázek 3 – Výpočet pro rozdání párů	25
Obrázek 4 – Výpočet pro rozdání nepárové startovní kombinace mimo barvu	26
Obrázek 5 – Výpočet pro rozdání nepárové startovní kombinace v barvě	26
Obrázek 6 – Karty prvního hráče	27
Obrázek 7 – Karty druhého hráče	27
Obrázek 8 – Četnosti hodnot a barev	27
Obrázek 9 – Vysoká postupka	29
Obrázek 10 – Nízká postupka	29
Obrázek 11 – Royal Flush	29
Obrázek 12 – Výherní kombinace hráčů	30
Obrázek 13 – Porovnání highcard	30
Obrázek 14 – Porovnání jednoho páru	31
Obrázek 15 – Porovnání dvou párů	31
Obrázek 16 – Porovnání trojic	31
Obrázek 17 – Porovnání čtveřic	31
Obrázek 18 – Porovnání postupek	32
Obrázek 19 – Porovnání barev	32
Obrázek 20 – Porovnání fullhouse	32
Obrázek 21 – Porovnání postupek v barvě	33
Obrázek 22 – Výpočet pravděpodobnosti	34

Seznam tabulek

Tabulka 1 - Páry	35
Tabulka 2 – Startovní kombinace mimo barvu	35
Tabulka 3 – Startovní kombinace v barvě	35
Tabulka 4 – Páry proti nepárovým startovním kombinacím mimo barvu	36
Tabulka 5 – Páry proti nepárovým startovním kombinacím v barvě	37

Slovníček pokerových pojmů

Bank – žetony, o které se hraje v dané hře

Big blind – velká sázka naslepo nebo pozice hráče u stolu

Blind – povinná sázka naslepo, kterou určití hráči musí vsadit před samotnou hrou

Board – otevřené společné karty pro všechny hráče na stole

Button – velký bílý žeton označující dealera

Cut Off – pozice hráče napravo od Buttonu

Dealer – poslední pozice u stolu, držitel Buttonu

Hand – startovní kombinace hráče nebo jedna pokerová hra

Kicker – karta, která rozhoduje o vítězi v případě stejných silných výherních kombinací

Pot - bank

River – poslední pátá společná karta

Small Blind – pozice u stolu nebo malá sázka naslepo, polovina Big blindu

Split – situace, kdy si v případě úplně stejné výherní kombinace dělí hráči bank rovným dílem

Turn – čtvrtá společná karta

1 Úvod

Za jednu z nejoblíbenějších a nejhranějších her po celém světě lze považovat právě karetní hru poker. Tato hra se těšila po dlouhou dobu velké oblibě především v hernách a kasinech, postupem času se z ní stal jeden z největších fenoménů internetu. Vzhledem k tomu, že skoro každý má možnost hrát poker online, přibývají každým rokem miliony nových hráčů.

Poker je často označován jako hazardní hra, jejíž výsledek závisí pouze na náhodě, ale to není úplně tak pravda. Poker lze považovat za hru dovednostní a častokrát je přirovnáván k nejlepšímu a nejatraktivnějšímu sportům. V krátkodobém měřítku má faktor náhody (štěstí) svou roli, ale v dlouhodobém měřítku je náhoda výrazně potlačena a význam zde mají hlavně dovednosti jednotlivých hráčů. Dlouhodobě úspěšný hráč má především dobrou znalost matematiky, umí přizpůsobovat svoji taktiku konkrétním situacím, neméně důležité je hráčovo sebevědomí a také schopnost odhadnout své protihráče. Hráč dále dokáže odhadnout různé scénáře, přemýšlí dopředu a ve vhodných chvílích využívá správné strategie.

Existuje spousta variant pokeru, o kterých se můžeme dočíst v psané literatuře. Tato bakalářská práce se však věnuje pouze jedné z nejrozšířenějších variant zvané Texas Hold'em. U tohoto typu hry drží každý z hráčů dvě karty a dalších pět společných pro všechny přichází na stůl postupně. První tři přicházející karty nazýváme flop, čtvrtou kartu označujeme jako turn a pátá neboli poslední karta je tzv. river. Všech pět karet na stole můžeme nazvat jako board.

Jak již bylo zmíněno, tato bakalářská práce se věnuje pokeru, především pak jedné z jeho variant zvané Texas Hold'em. Teoretická část této práce se kromě vysvětlení samotné varianty Texas Hold'em, která popisuje startovní kombinace, pozice, fáze a výherní kombinace společně s jejich pravděpodobnostmi, věnuje samotnému pokeru. V kapitole, která se věnuje pokeru jako takovému, je přiblížena historie pokeru, jeho varianty a limitní varianty. Opomenuty nejsou ani základní pojmy kombinatoriky a pravděpodobnosti.

V praktické části je vytvořen a popsán model, který simuluje samotnou hru Texas Hold'em. Tento model počítá pouze s dvěma hráči, kterým byly rozděny 2

karty a dalších pět společných na stůl. Z těchto karet model dokáže zjistit výherní kombinace obou hráčů. V případě, že hráči budou mít stejné výherní kombinace, model zjistí, zda je některá z těchto kombinací lepší.

2 Cíl práce

Tato práce vychází z předpokladu, že se karetní hra poker, častokrát nazývána jako hra hazardní, nezakládá pouze na náhodě. Pravděpodobnost výhry startovních kombinací je jedna z možností, jak lze ovlivnit šanci na výhru.

Hlavním cílem této bakalářské práce je vytvoření modelu, který bude schopen simulovat pokerové hry ve variantě Texas Hold'em. Model bude brát v potaz pouze dva hráče a nebude počítat s možností sázek. Na základě těchto vygenerovaných her bude počítána pravděpodobnost výhry daných startovních kombinací v jednotlivých hrách.

Výstupem modelu je následně přehled pravděpodobností výher s danými startovními kombinacemi znázorněnými v tabulkách. Hráči pokeru by před samotnou hrou měli mít povědomí o tom, že každá startovní kombinace má různou šanci na výhru.

3 Metodika zpracování

Tato bakalářská práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. Teoretická část nás vedle základních pojmů pravděpodobnosti a kombinatoriky seznámí se samotnou hrou poker společně s jeho historií, variantami a limity. Konkrétně se pak práce zabývá variantou Texas Hold'em. Zde je tato varianta představena, a také jsou zde popsány jednotlivé fáze této hry. Následně je zmíněna důležitost pozice hráče u stolu společně s jeho možností rozhodovat se. Tato část dále obsahuje popis jednotlivých výherních kombinací, výpočet jejich pravděpodobností a představení startovních kombinací. Krátce jsou představeny základní pojmy pokerové matematiky. V neposlední řadě teoretická část zmiňuje generátory náhodných čísel, model a samotné modelování, které je nezbytné vysvětlit pro další část této práce.

Praktická část se zabývá vytvořením modelu v MS Excel, který simuluje pokerovou hru Texas Hold'em dvou hráčů. Stejně jako v reálné hře, tak i tento model musí splňovat několik kroků. Na začátku každé hry je nutné zamíchat balíček karet a tento krok je zprostředkován pomocí algoritmu Mersenne Twister, který se používá ke generování pseudonáhodných čísel v MS Excel. Po zamíchání přichází na řadu rozdání karet oběma hráčům a vyložení pěti společných karet na stůl. Model na základě rozdaných karet vyhodnotí výherní kombinace obou hráčů a rozhodne o tom, která z těchto dvou kombinací je silnější a následně určí vítěze. V případě stejné výherní kombinace model porovnává sílu kombinací podle pravidel pokeru. Provedením vysokého počtu pokusů se získá co nejpřesnější pravděpodobnost výhry startovní kombinace. Čím vyšší počet těchto pokusů bude, tím výsledek bude přesnější. V tomto modelu je pro každou startovní kombinaci nasimulováno 150 000 her.

4 Teoretická část

4.1 Pravděpodobnost

4.1.1 Základní pojmy kombinatoriky

Variace

„Variace bez opakování jsou uspořádané k -tice vybírané z n prvkové množiny, přičemž jednotlivé prvky se v k -ticích nesmí opakovat“ (1). Slovem „uspořádané“ se rozumí, že záleží na pořadí prvků v k -tici. Pokud to bude uvedeno na příkladu z pokeru, tak z pohledu variace jsou karetní kombinace $A♥-A♠$ a $A♠-A♥$ odlišné dvojice. Počet variací se získá pomocí vzorce:

$$n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$$

Permutace

„Permutace jsou uspořádané n -tice vybírané z n prvkové množiny, přičemž jednotlivé prvky se nesmí opakovat“ (1). Dalo by se říci, že se permutacemi může vyjádřit počet způsobů, jak přeskupit pořadí n prvků. S permutacemi úzce souvisí faktoriál, který je definován následovně: „Je-li n přirozené číslo, pak symbolem $n!$ (čteno „ n faktoriál“) rozumíme součin všech přirozených čísel od 1 do n “ (1). Faktoriál se tedy vypočítá podle vzorce:

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 1$$

Pomocí tohoto vzorce se získá počet všech permutací:

$$P(n) = n!$$

Kombinace

V pokerové tematice jsou nejvíce zajímavé kombinace, jelikož se pomocí nich dokáže spočítat pravděpodobnost výherních kombinací nebo počet veškerých startovních kombinací, kterými se dá začít hra. Kombinace se od výše uvedených variací a permutací liší především tím, že jsou „neuspořádané“, to znamená, že nezáleží na pořadí prvků v k -tici. Z pohledu kombinací jsou tedy startovní kombinace $A♥-A♠$ a $A♠-A♥$ stejnými kombinacemi. Podle Švrčka (2) se mohou kombinace definovat takto: „Kombinací k -té třídy z dané n -prvkové množiny M

rozumíme každou neuspořádanou k -tici navzájem různých prvků z M “. Počet všech k -členných kombinací z n prvků se získává vzorcem:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Symbol $\binom{n}{k}$ se čte „ n nad k “ a je nazýván jako kombinační číslo.

4.1.2 Základní pojmy pravděpodobnosti

Náhodný pokus

„Náhodný pokus lze definovat jako pokus, kdy při zachování stejných experimentálních podmínek nedosáhneme stejných výsledků“ (3). Příkladem těchto pokusů může být např. hod mincí, tah sportky, tažení karet atd., tyto pokusy spadají do kategorie hazardních her. Teorie pravděpodobnosti zahrnuje do náhodných pokusů i jiné kategorie než hazardní hry, ty mohou být např. pěstování zemědělských rostlin, výroba určité součástky, podání léku pacientovi atd. (3). Výsledek náhodného pokusu se nazývá elementární jev (4).

Náhodný jev

„Jednotlivé výsledky náhodného pokusu nebo skupiny těchto výsledků se nazývají náhodné jevy. Jsou to tedy takové jevy, které provedením náhodného pokusu v závislosti na náhodě buď nastanou, nebo nenastanou“ (5).

Náhodné jevy lze rozdělit na jev jistý a jev nemožný. Je jistý se může chápat jako souhrn všech možných výsledků náhodného pokusu, protože nastane při každém provedení daného pokusu. Je nemožný neobsahuje žádný možný výsledek náhodného pokusu, neboť za daných podmínek nemůže nikdy nastat (5).

Klasická definice pravděpodobnosti

Klasická definice pravděpodobnosti vychází ze třech požadavků na náhodný pokus (4).

1. Počet všech možných výsledků je konečný.
2. Všechny výsledky jsou stejně možné.
3. Všechny výsledky se vzájemně vylučují.

Jsou-li tyto požadavky splněné, může se klasická pravděpodobnost definovat jako poměr počtu výsledků příznivých jevu A k počtu všech možných výsledků (5).

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu A}}{\text{počet všech možných výsledků}}$$

Statistická definice pravděpodobnosti

Vedle klasické definice pravděpodobnosti se lze setkat také se statistickou definicí pravděpodobnosti, která si zakládá na relativní četnosti sledovaného jevu. Pokud je nezávislý náhodný pokus opakován n -krát a sledovaný jev v těchto pokusech nastoupí m -krát, potom relativní četnost sledovaného jevu je m/n (5). V tomto případě se pravděpodobnost $P(A)$ náhodného jevu A určuje jako číslo, ke kterému se blíží relativní četnost jevu A (6). Při vyšších počtech opakování náhodného pokusu jsou relativní četnosti poměrně stabilní a čím je vyšší počet opakování, tím menší jsou odchylky výsledků (7).

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n}$$

Rozdíl mezi klasickou definicí pravděpodobnosti a statistickou je ten, že klasická pravděpodobnost se používá před provedením pokusu, zatímco statistická definice se používá z výsledků již provedených pokusů (5).

4.2 Poker

4.2.1 Historie pokeru

Kapitola byla zpracována podle Tučka (8).

Existuje několik historických her, které by se daly považovat za předchůdce hry poker, přesný prapůvod této karetní hry však není znán. Vzhledem k tomu, že ke hraní této hry jsou potřeba karty, tak žádná hra z minulosti s prvky připomínající dnešní poker nemohla být hrána před vynalezením samotných karet.

Za hru, která v 15. století největší měrou přispěla k tvorbě pokeru, je považována perská hra As-nas. Prostřednictvím perských námořníků se hra dostala do Francie a ujala se zde pod názvem Poque. Francouzští kolonisté plující po řece Mississippi, která byla v 19. století hlavní obchodní cestou, tuto hru importovali do Ameriky, konkrétně do New Orleans. O nynějším názvu poker se usuzuje, že se

vyvinul ve stejný čas na stejném místě právě ze slova Poque díky americké výslovnosti.

Slovo poker se v literatuře poprvé objevuje v roce 1843, konkrétně v knize od Jonathana H.Greena, která popisuje atmosféru pokerové hry na parnicích plujících právě po řece Mississippi, kde se zpočátku tato hra hrála pouze s 20 kartami. První pravidla hry poker s 52 kartami popsal v roce 1845 ve své knize Henry F. Anners.

Začátkem 20. století vznikla nejrozšířenější a nejoblíbenější varianta pokeru zvaná Texas Hold'em, která je nejpopulárnější i v současnosti.

4.2.2 Varianty pokeru

Poker je živou hrou, která se od svých začátků neustále vyvíjí. Od své existence vzniklo nepřeberné množství různých variant, které jsou mezi hráči více či méně oblíbené. V psané literatuře by se dalo najít kolem 150 variant, které se podle Tučka (8) dělí do tří základních skupin:

Draw Poker

V této variantě hráči obdrží na začátku hry zavřenou (protihráči ji nevidí) kombinaci karet, kterou si mohou případně vylepšit vyměněním jedné nebo více karet.

Stud Poker

Varianta, ve které se hráči snaží vytvářet nejlepší pokerové kombinace z obdržené sestavy zavřených i otevřených (viditelné pro protihráče) karet.

Community Card Poker

V dnešní době nejoblíbenější varianta, ve které hráči obdrží zavřené karty a společně se společnými kartami (viditelné pro všechny hráče), vytváří pokerové kombinace. Mezi nejpopulárnější hry této varianty patří Texas Hold'em a Omaha Hold'em.

4.2.3 Limity v pokeru

Fixed Limit

Fixed Limit je struktura sázek, kdy velikost sázky je přesně daná a omezená jednotlivými sázkovými koly. Pro příklad, pokud je pokerový turnaj označen jako hra s limity 1/2, tak první číslo před lomítkem určuje maximální výši sázky v prvních dvou sázkových kolech a druhé číslo udává maximální výši sázek pro třetí a čtvrté sázkové kolo (8).

Pot limit

V této sázkové struktuře mohou hráči vsadit maximální výši svých žetonů, která nesmí převyšovat částku obsaženou v potu (9).

No limit

No limit je označení pro sázkovou strukturu, ve které hráči nejsou omezeni výší sázky. Hráč může vsadit v jakémkoli sázkovém kole veškeré své žetony, pokud tak nastane, jedná se o tzv All-in (8).

4.3 Texas Hold'em

Varianta pokerové hry Texas Hold'em se dá v dnešní době považovat za nejrozšířenější a nejhranější variantu pokeru, to je dáno především tím, že její pravidla jsou velmi jednoduchá na pochopení (10). Může však trvat celé roky naučit se hru zcela ovládat (11).

Texas Hold'em se hraje s balíčkem karet, který obsahuje 52 hracích karet. Karty mají 4 různé barvy (piky ♠, káry ♦, kříže ♣, srdce ♥), které nabývají 13 hodnot (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J (kluk), Q (dáma), K (král), A (eso)). Před začátkem hry obdrží každý hráč určitý počet pokerových žetonů(chips) a je určen dealer, který se každé kolo posouvá po směru hodinových ručiček. Nalevo od dealera sedí hráči, kteří jsou označeni jako small blind a big blind, ti musí ještě před rozdáním karet vložit povinné sázky. Velikost small blindu obvykle odpovídá polovině big blindu. Pokud jsou vloženy blindy, každý hráč obdrží dvě karty, které vidí pouze on. Cílem každé hry je vyhrát žetony v banku, ten obsahuje všechny sázky od všech hráčů z průběhu jedné partie. Hráč může získat bank dvěma způsoby – všichni protihráči

složí své karty nebo hráči odhalí své karty a porovnají své výherní kombinace (viz. níže) (11).

4.3.1 Pozice

Texas Hold'em se hraje na pokerovém stole, na kterém se hry může zúčastnit minimálně 2 a maximálně 10 hráčů. Každý hráč má při hře svojí pozici u stolu. Pozice u stolu je mnoha především začínajícími hráči velmi opomíjený faktor, který je však při hraní pokeru velmi důležitý. Hrát s určitou pozicí, je jako by byl stůl nakloněn vaším směrem a pak pravděpodobně žetony sklouznou k vám. Hlavní výhodou pozice spočívá v tom, že se v každém sázkovém kole vyjadřuje hráč až po svých spoluhráčích, jelikož si místa u stolu nejsou rovna. Většina výher poputuje od hráčů sedících napravo od vás, naopak většina proher poputuje k hráčům na straně levé (12).

Pozice se dají rozdělit do následujících základních kategorií (13):

Blindy

Být na této pozici je pro hráče nevýhodné, protože do hry musí vložit tzv. povinné slepé sázky (blindy). Blindy se rozdělují na malé (SB - small blind) a velké (BB - big blind), kdy hráč na malém blindu je po levé straně od pozice Button a hned po small blindu má hráč pozici velkého blindu. Hráči na blindech se v prvním sázkovém kole vyjadřují jako poslední. Po flopu se v každém následujícím sázkovém kole vyjadřují jako první. Velikost velkého blindu je rovna minimální sázce, kterou musí zaplatit i ostatní hráči, kteří se chtějí zapojit do hry. Velikost small blindu je polovina big blindu.

Časné pozice

Na těchto pozicích by se mělo hrát mnohem méně startovních kombinací, protože se v každém sázkovém kole jednotlivý hráč rozhoduje mezi prvními a nemá tak žádné informace o svých soupeřích. Časné pozice jsou proto nejvíce zrádné a je lepší z nich moc nehrát.

Střední pozice

Na těchto pozicích již má hráč pozici na více hráčů a má tak větší přehled o jejich jednání. Může si tedy dovolit hrát větší množství startovních kombinací, avšak by neměl zapomínat, že po něm budou hrát další hráči.

Pozdní pozice

Pozdní pozice, dále pojmenované jako Cut Off a Button, patří mezi dvě nejlepší pozice ve hře. Pokud je hráč na pozici Button, má zcela nejlepší pozici, protože v každém sázkovém kole se rozhoduje jako poslední a má tedy plný přehled o svých spoluhráčích. Může zde být velmi výhodné hrát mnoho startovních kombinací.

4.3.2 Fáze hry

Před představením jednotlivých fází hry je důležité se seznámit s tím, jak se hráči mohou v jednotlivých fázích rozhodnout. Podle Pokorného (10) se dají rozhodnutí pojmenovat následovně:

Check – Hráč tímto dává najevo, že chce zůstat ve hře a nevsadí žádné žetony.

Bet – Hráč se rozhodne vsadit část svých žetonů.

Raise - Raise znamená zvýšit předchozí sázku jiného hráče (bet) o větší hodnotu. Pokud někdo z následujících hráčů v sázkovém kole ještě navýší sázku, jedná se o tzv. Re-Raise.

Call- Call je výraz pro případ, kdy hráč pouze dorovná stejný obnos žetonů jako vsadil předchozí hráč.

Fold- Fold znamená, že se hráč vzdává a v dané partii již nechce pokračovat.

Následující jednotlivé fáze se definují na 5 částí (14):

Preflop

Preflop je první fází každé pokerové partie, spočívá v tom, že první dva hráči musí vložit povinné sázky (small blind a big blind). Dealer následně rozdá po dvou kartách každému hráči a tyto karty zůstanou viditelné pouze pro samotného hráče. Jakmile má každý hráč své dvě karty, (startovní kombinace) může začít sázkové

kolo. V Preflopu začíná jako první sázet hráč po levici hráče na big blindu. Každý hráč se v sázkovém kole rozhoduje podle výše popsanych možností.

Flop

Po ukončení sázek v preflopu následuje další fáze zvaná flop, ve které dealer vyloží na stůl tři společné karty viditelné pro všechny hráče. Začíná druhé sázkové kolo, které oproti preflopu zahajuje hráč následující po levici hráče na pozici buttonu. Flop bývá pro hráče zásadní v rozhodnutí, zda v dané partii pokračovat či nikoli.

Turn

Po zakončení druhého sázkového kola dealer vyloží čtvrtou společnou kartu a začíná třetí sázkové kolo, kde opět začíná sázet první hráč sedící po levici hráče na pozici button.

River

Po kompletním třetím sázkovém kole dealer vyloží poslední pátou společnou kartu, která hráčům zkompletuje jejich výherní kombinaci. Následuje poslední sázkové kolo řídící se stejnými pravidly uvedenými výše.

Showdown

Pokud i po čtvrtém sázkovém kole v dané hře setrvává dva i více hráčů, přichází na řadu showdown neboli ukázaní výherních kombinací jednotlivých „přeživších“ hráčů. Ukazování karet se řídí určitými pravidly, které se podle Tučka (8) dají popsat následovně:

- Pokud se všichni hráči v posledním sázkovém kole zdrželi sázení (check), své karty jako první ukáže hráč, který se zdržel sázky jako první.
- Jestliže v posledním sázkovém kole jeden z hráčů vsadil (bet) a dále už nedošlo ke zvýšení sázky jiným hráčem, svou výherní kombinaci odkryje hráč, který vadil jako první.
- Poslední možností je, když některý z následujících hráčů navýší (raise) sázku hráče, který vsadil (bet) před ním. V tomto případě odhaluje svou výherní kombinaci hráč, který navyšoval sázku jako poslední.

Podle těchto pravidel hráči odhalují a porovnávají své výherní kombinace. Hráč s nejvyšší výherní kombinací (popsáno níže) vyhrává žetony v banku. Občas může nastat situace, kdy hráči mají stejnou výherní kombinaci a v tomto případě se bank dělí mezi hráče se stejnou výherní kombinací. Tento případ se označuje jako split.

4.3.3 Výherní kombinace a jejich pravděpodobnost

V této kapitole byly použity zdroje: (15), (16) a (17).

Celkový počet všech možných kombinací se vypočítá pomocí kombinačního čísla $\binom{n}{k}$. Vybírá se tedy pětice karet z celkové množiny 52 karet ($n = 52$, $k = 5$).

Dosazením do vzorce kombinačního čísla se získá zlomek:

$$\binom{52}{5} = \frac{52!}{5! \cdot (52 - 5)!}$$

Tento zlomek se dá upravit následujícím způsobem:

$$\frac{52!}{5! \cdot (52 - 5)!} = \frac{52!}{5! \cdot 47!} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 2\,598\,960$$

Z pokerového balíčku karet lze poskládat 2 598 960 kombinací z náhodně tažených pěti karet. Tento výsledek bude používán pro určení pravděpodobnosti jednotlivých výherních kombinací.

Royal Flush

Royal Flush neboli Královská postupka se skládá z pěti po sobě jdoucích karet v jedné barvě zakončená esem, tedy pouze pětice (10, J, Q, K, A). Tuto pětici lze složit ze všech čtyř barev. Celkem existují 4 možnosti, jak složit Royal Flush.

$$P(\text{Royal Flush}) = \frac{4}{2\,598\,960} = \frac{1}{649\,740} \cong 1,5391 \cdot 10^{-4} \%$$

Straight Flush

Straight Flush neboli postupka v barvě se skládá z pěti po sobě jdoucích karet v jedné barvě. Tato postupka může začínat jednou z karet A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 nebo 9 (pokud jako první karta bude vytažena například 7♦, tak pětice karet musí mít podobu 7♦, 8♦, 9♦, 10♦, J♦). Celkový počet možností pro postupku v barvě se vypočte jako 9 * 4 (9 počátečních karet může tvořit hledanou pětici pro 4 existující barvy). Existuje 36 možností, jak poskládat Straight Flush.

$$P(\textit{Straight Flush}) = \frac{36}{2\,598\,960} = \frac{3}{216\,580} \cong 1,3852 \cdot 10^{-3} \%$$

Four of a Kind

Four of a Kind neboli čtveřice nebo poker je kombinace složená ze čtyř karet stejné hodnoty a páté libovolné karty. Čtveřice může být vybrána ze všech 13 hodnot (např. A ♠, A ♣, A ♥, A ♦). Poslední pátá karta je vybírána pouze ze zbylých 12 hodnot a pro každou hodnotu jsou 4 barvy, tedy 48 karet. Celkový počet možností pro vytvoření Four of a Kind je $13 \cdot 48$, tedy 624.

$$P(\textit{Four of a Kind}) = \frac{624}{2\,598\,960} = \frac{1}{4\,165} \cong 2,4010 \cdot 10^{-2} \%$$

Full House

Full House je pětiice tvořená třemi kartami stejné hodnoty a páru (např. A ♠, A ♥, A ♣, K ♥, K ♣). Hodnota karty pro trojici se může vybrat 13 možnostmi. Vybírají se však 3 karty ze 4 možných, to může být vyjádřeno kombinačním číslem $\binom{4}{3}$, existují tedy 4 možnosti, jak vybrat trojici jedné hodnoty. Celkem tedy je $13 \cdot 4$ možností, jak vybrat trojici. Pár se vybírá pouze ze zbylých 12 hodnot. Pro výběr páru se vybírají 2 karty ze 4. To lze opět vyjádřit kombinačním číslem $\binom{4}{2}$. Karty pro pár mohou být vybrány 6 způsoby. Celkový počet možností pro vytvoření Full House je $13 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 6$, to je rovno číslu 3 744.

$$P(\textit{Full House}) = \frac{3\,744}{2\,598\,960} = \frac{6}{4\,165} \cong 1,4406 \cdot 10^{-1} \%$$

Flush

Flush se skládá z pěti karet stejné barvy. Každá barva obsahuje 13 karet, ze kterých je vybráno pět karet. To lze vyjádřit kombinačním číslem $\binom{13}{5}$, vyjde tedy 1287 možností, jak z jedné barvy vybrat pětici karet. Toto číslo je nutno vynásobit 4 pro všechny barvy. Nakonec se nesmí zapomenout na odečtení kombinací, které mohou vytvořit Straight Flush (postupku v barvě), těch je 40. Celkový počet možností pro Flush je $1287 \cdot 4 - 40$, tedy 5 108.

$$P(\textit{Flush}) = \frac{5\,108}{2\,598\,960} = \frac{1277}{649\,740} \cong 1,9654 \cdot 10^{-1} \%$$

Straight

Straight neboli postupka se skládá z pěti po sobě jdoucích karet v různé barvě. Postupka může začínat jednou z karet A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Existuje 10 možných způsobů, jakou počáteční kartou bude postupka začínat. Na rozdíl od Straight Flush (postupky v barvě) nezáleží na barvě jednotlivých karet. Každá karta, z pěti karet tvořící postupku, může být vybrána ze 4 barev. To je 4^5 možných kombinací. Dále nesmí být zapomenuto odečtení kombinací, které by nám vytvořily postupku v barvě, těch je celkem 40 (36 pro Straight Flush a 4 pro Royal Flush). Celkový počet možností pro postupku se vypočítá jako $10 \cdot 4^5 - 40$, tedy 10 200 kombinací.

$$P(\text{Straight}) = \frac{10\,200}{2\,598\,960} = \frac{5}{1\,274} \cong 3,9246 \cdot 10^{-1} \%$$

Three of a Kind

Three of a Kind neboli trojice se skládá ze tří karet stejné hodnoty a dalších dvou karet, z nichž má každá karta odlišnou hodnotu (např. 7 , 7 , 7 , 9 , A ). Jak je již uvedeno v podkapitole Full House, trojice může být vybrána 52 způsoby. Zbylé dvě karty se dají najít jako libovolná dvojice ze zbývajících 12 hodnot. To je možné vyjádřit kombinačním číslem $\binom{12}{2}$, tudíž 66 možností. Důležité je nezapomenout, že každá karta na čtvrté a páté pozici může nabývat 4 barev. Konečné číslo se ještě musí vynásobit 4^2 . Celkový počet možností pro trojici je $52 \cdot 66 \cdot 4^2$, což je 54 912 možných kombinací.

$$P(\text{Flush}) = \frac{54\,912}{2\,598\,960} = \frac{88}{4165} \cong 2,1128 \cdot 10^0 \%$$

Two Pair

Two Pair neboli dva páry se skládají ze dvou navzájem odlišných párů karet stejných hodnot a jedné karty odlišné hodnoty (např. A , A , 8 , 8 , 2 ). Dva páry se mohou najít jako dvojice různých hodnot z celkových 13 hodnot. To se může vyjádřit kombinačním číslem $\binom{13}{2}$, tudíž 78 možných kombinací dvou karet (např. A-K, A-Q, A-J, A-10, K-Q, K-J atd.). Pro jeden pár jsou vybrány 2 barvy ze 4 možných. Kombinačním číslem to je vyjádřeno jako $\binom{4}{2}$, tudíž 6 kombinací (např. A  - A , A  - A , A  - A , A  - A , A  - A , A  - A ). Jelikož výsledná

pětice se skládá ze dvou párů, tak i pro druhý pár platí 6 možných barevných kombinací. Poslední karta je vybrána ze zbývajících 11 hodnot, kde každá může nabývat 4 barev, tedy celkem 44 ($11 \cdot 4$) možných kombinací. Celkový počet možností pro dva páry je $78 \cdot 6^2 \cdot 44$, což je 123 552 možných kombinací.

$$P(Two\ Pair) = \frac{123\ 552}{2\ 598\ 960} = \frac{198}{4165} \cong 4,7539 \cdot 10^0\%$$

One Pair

One Pair neboli jeden pár se vypočítá obdobně jako v předchozím případě. Ze 13 hodnot je vybrána jedna, u které jsou vybírány 2 barvy ze 4 možných (opět 6 kombinací). Zbývá vybrat 3 karty ze zbývajících 12 hodnot, to lze vyjádřit kombinačním číslem $\binom{12}{3}$, tedy 220 možných kombinací. Nesmí se zapomenout, že každou kartu lze vybírat ze 4 barev. Konečný výsledek se vynásobí 4^3 . Celkový počet možností pro pár se získá jako $13 \cdot 6 \cdot 220 \cdot 4^3$, což je 1 098 240 možných kombinací.

$$P(Pair) = \frac{1\ 098\ 240}{2\ 598\ 960} = \frac{352}{833} \cong 4,2257 \cdot 10^1\%$$

High Card

High Card neboli vysoká karta je taková kombinace, která nastane, pokud nenastane žádná kombinace z výše uvedených. Její celkový počet se zjistí odečtením všech možných kombinací od součtu kombinací vypočítaných výše. Celkový počet možných kombinací je vypočteno jako:

$$2\ 598\ 960 - (1\ 098\ 240 + 123\ 552 + 54\ 912 + 10\ 200 + 5\ 108 + 3744 + 624 + 36 + 4)$$

Po upravení:

$$2\ 598\ 960 - 1\ 296\ 420 = 1\ 302\ 540$$

Pro vysokou kartu je tak získáno 1 302 540 možných kombinací.

$$P(High\ Card) = \frac{1\ 302\ 540}{2\ 598\ 960} = \frac{1\ 277}{2\ 548} \cong 5,0118 \cdot 10^1\%$$

Výherní kombinace jsou seřazeny od nejsilnější po nejslabší. Toto pořadí je dáno pravděpodobností, díky které nastanou.

4.3.4 Startovní kombinace

Při hraní pokeru je nutné si uvědomovat i sílu startovních kombinací. Mnoho začínajících hráčů dělá chybu v tom, že hraje mnoho startovních kombinací. Je samozřejmé, že se čas od času může vyhrát s kombinací jako je 2-7, 2-8, 3-9 atd., ale pravděpodobnost, že na flopu přijde přívētivá kombinace, která dokáže porazit lepší startovní kombinaci protihráčů, je velmi mizivá. Pokud by se však tak poštětilo, neměla by tato výhra být inspirací. Při výběru startovní kombinace také nesmí být zapomínána důležitost pozice, kterou hráč u stolu zaujímá, kdy na pozdních pozicích si hráč může dovolit hrát mnohem více startovních kombinací (11).

AA	AKs	AQs	AJs	ATs	A9s	A8s	A7s	A6s	A5s	A4s	A3s	A2s
AKo	KK	KQs	KJs	KTs	K9s	K8s	K7s	K6s	K5s	K4s	K3s	K2s
AQo	KQo	QQ	QJs	QTs	Q9s	Q8s	Q7s	Q6s	Q5s	Q4s	Q3s	Q2s
AJo	KJo	QJo	JJ	JTs	J9s	J8s	J7s	J6s	J5s	J4s	J3s	J2s
ATo	KTo	QTo	JTo	TT	T9s	T8s	T7s	T6s	T5s	T4s	T3s	T2s
A9o	K9o	Q9o	J9o	T9o	99	98s	97s	96s	95s	94s	93s	92s
A8o	K8o	Q8o	J8o	T8o	98o	88	87s	86s	85s	84s	83s	82s
A7o	K7o	Q7o	J7o	T7o	97o	87o	77	76s	75s	74s	73s	72s
A6o	K6o	Q6o	J6o	T6o	96o	86o	76o	66	65s	64s	63s	62s
A5o	K5o	Q5o	J5o	T5o	95o	85o	75o	65o	55	54s	53s	52s
A4o	K4o	Q4o	J4o	T4o	94o	84o	74o	64o	54o	44	43s	42s
A3o	K3o	Q3o	J3o	T3o	93o	83o	73o	63o	53o	43o	33	32s
A2o	K2o	Q2o	J2o	T2o	92o	82o	72o	62o	52o	42o	32o	22

Obrázek 1 – Startovní kombinace

Zdroj: (18)

Startovní kombinace jsou rozděleny na 3 typy – páry, v barvě(s), mimo barvu (o). Existuje 13 hodnot karet, takže ve hře může mít hráč 13 párů (A-A, K-K, atd.). Startovní kombinace v barvě a mimo barvu jsou považovány za rozdílné kombinace, protože dvojice karet v barvě je o něco silnější než dvojice karet mimo barvu (18). Pro každý jednotlivý typ, v barvě i bez barvy, existuje 78 možných kombinací – to lze vyjádřit kombinačním číslem ($\binom{13}{2}$). Pokud se sečtou jednotlivé možnosti, je získáno celkem 169 (78 + 78 + 13) možných startovních kombinací, pokud se

nerozlišují barvy. Při rozlišování barvy startovních kombinací může být počet všech možných kombinací získán pomocí kombinačního čísla $\binom{52}{2}$, tedy 1326 kombinací.

4.4 Základní pojmy pro pokerovou matematiku

4.4.1 Pot outs

V pokeru se občas může stát, že na flopu přijde kombinace karet, která sice může být horší než spoluhráčova kombinace, ale v následujících fázích hry mohou určité karty pomoci ke zlepšení výherní kombinace. Těmto kartám se říká outs. Outs jsou tedy karty, které pomohou vylepšit výherní kombinaci. Při startovní kombinaci např. 9♥ - 10♥ se na flopu otočí karty J♥ - 8♠ - 2♥. Je zřejmé, že žádná přívětivá kombinace nepřišla, ale existují karty, které dopomohou zkompletovat lepší kombinace. K vylepšení kombinace na straight může pomoci karta s hodnotou 7 nebo Q. Vzhledem k tomu, že balíček karet obsahuje čtyři barvy, celkem je 8 přívětivých karet pro straight. Dále může i každá srdcová karta vylepšit kombinaci na flush. V balíčku je 13 karet v srdcové barvě, 4 karty jsou již známy, a tedy ještě zbývá 9 karet, které pomohou sestavit flush. Celkový počet outs pro tento případ je 17 (8 + 9), ale nesmí se zapomenout, že v tomto počtu jsou některé karty započítané dvakrát, a to konkrétně srdcové Q a 7, tyto karty se musí odečíst a výsledkem je 15 outs.

K čemu je dobré počítání outs? Odpověď je jednoduchá - pravděpodobnost. Pomocí outs může být spočítána pravděpodobnost vylepšení naší stávající kombinace.

4.4.2 Pot odds

Pokud chce hráč v pokeru vyhrávat, měl by znát a chápat jeden z nejdůležitějších konceptů, kterým je pot odds. Pot odds vyjadřuje poměr mezi počtem žetonů, které již jsou v potu, a počtem žetonů, které musí vsadit, aby zůstal ve hře (8). Před každým potencionálním dorovnáním sázky by si měl být vědom svých pot odds. Stejně tak při každém navýšení sázky je důležité přemýšlet o nabízených pot odds pro soupeře, které on může dorovnat (12). Dobré pot odds jsou takové, které vycházejí lépe než hráčova pravděpodobnost na výhru.

Příklad: Příklad, kdy do potu o velikosti 300 žetonů hráč musí doplatit sázku ve výši 100 žetonů, dostává pot odds v poměru 300:100, což je 3:1. Tento poměr může být jednoduše převeden na pravděpodobnost pomocí následujícího vzorce:

$$a : b = \frac{b}{a + b} \cdot 100\%$$

Po dosazení do vzorce je získána pravděpodobnost 25 %. To znamená, že hráč musí vyhrát alespoň ve 25 % případů, aby při dané sázce byl na svých.

Koncept pot odds pomáhá s rozhodnutím, zda ve hře zůstat nebo nikoli. Jak to tedy zjistit? Pokud chce hráč ve hře zůstat a dorovnat tak protihráčovu sázku, měl by mít pot odds menší, než je jeho pravděpodobnost na výhru. Naopak, pokud je pot odds větší, měl by karty složit. Pot odds hráči nejvíce využijí při rozhodování, zda dorovnat sázku při čekání na straight nebo flush, ale budou ho využívat i v ostatních situacích. Pokud se budou řídit tímto konceptem, budou v pokeru dlouhodobě úspěšní. Lépe to bude předvedeno na příkladu, který je zjednodušen tak, že karty protihráče jsou známy. Hráč se dostane do situace, kdy bude mít startovní kombinaci A-A a protihráč K-K. Podle Pokorného (8) ve fázi preflopu hráč vyhraje přibližně v 80 % případů. Protihráč vsadí all-in 1 000 žetonů, v potu tu chvíli bude 1500 žetonů a hráč musí dorovnat 1 000 žetonů, aby zůstal ve hře. Tímto jeho pot odds jsou 1 500 : 1 000, tedy 1,5 : 1. Pomocí výše uvedeného vzorce může být poměr převeden na pravděpodobnost, tedy $1,5 : 1 = \frac{1}{(1,5+1)} \cdot 100\%$ s výsledkem 40 %. Je vidět, že hráčovo pot odds je menší než jeho pravděpodobnost na výhru a měl by sázku dorovnat. Kdyby si startovní kombinace s protihráčem prohodili, hráč by měl K-K a stál by proti A-A. Bude mít stejný poměr pot odds, tedy 1,5 : 1 a jeho šance na výhru s K-K proti A-A je 20%. Opět pravděpodobnost jeho pot odds je 40 % a to je menší než naše šance na výhru. Koncept pot odds říká, že by měl složit a ve hře dále nepokračovat.

Little (12) ve své publikaci uvádí vzorec, pomocí něhož si hráči dokáží spočítat, kolik žetonů v potu musí být, aby se jim vyplatilo dorovnat.

$$y = \frac{100}{(a+b)},$$

kde y je pravděpodobnost na výhru hráče, a je částka, která musí být dorovnána, b je částka, která musí být v potu.

4.5 Model a modelování

4.5.1 Model

Model je vytvořený objekt nebo systém, který napodobuje originál. Jedná se o napodobeninu, která může mít povahu fyzikální nebo abstraktní. Fyzikální model je fyzicky vytvořený objekt napodobující originál, který disponuje určitými vlastnostmi. Abstraktním modelem se rozumí soubor objektů a výrazů, které originál pouze popisují.

Při vytváření modelu se využívají znalosti originálu, poznatky o realitě či informace zpracované počítačem. Model slouží k získání hlubších informací o originálu a na základě modelování je možné ověřovat vědecké hypotézy a teorie. (19)

4.5.2 Modelování a simulace

Pod pojmem modelování je možné si představit proces vytváření samotného modelu. Jde o činnost, která zjišťuje poznatky o modelu při změnách ovlivňujících podstatné vlastnosti tohoto modelu.

Simulací se pak rozumí získávání nových znalostí prostřednictvím provádění experimentů na těchto modelech. Při těchto experimentech s modely jsou použita náhodná čísla a simulaci lze považovat za významnou, pokud jsou v modelu obsaženy prvky náhody. (19)

4.5.3 Fáze modelování

Pelánek (20) rozděluje fáze modelování následovně:

Formulace problému

Pro začátek je důležité jasně formulovat, jaký konkrétní problém bude řešen prostřednictvím našeho modelu a na jaké otázky je potřeba znát odpověď.

Základní návrh modelu

Ideální je udržovat model v co nejjednodušší podobě a v případě nutnosti přidávat další podstatné detaily.

Implementace modelu

Je potřeba vybrat si nástroje, které budou při tvorbě modelu používány. U vytvořeného počítačového modelu musí být jasně formulovány všechny předpoklady pro to, aby byl spustitelný.

Verifikace a validace

Po spuštění našeho modelu musí být ověřeno, zda je vhodný pro zodpovězení předem položených otázek. Verifikace neboli ověření ukazuje, že model opravdu dělá to, co si myslíme, že by dělat měl. Validace je ověření vztahu mezi realitou a abstraktním návrhem.

Simulace a analýza

Jak již bylo řečeno, simulace je provádění experimentů s modely a pokud je vytvořen model, který je podle nás vhodný pro naše účely, musí být důkladně analyzován.

Sumarizace výsledků

Při vyhodnocování výsledků dochází ke snaze o formulaci odpovědí na naše původní otázky. Pokud se na otázky nedaří najít odpověď, je potřeba vrátit se k předchozím fázím modelování.

4.5.4 Náhodná a pseudonáhodná čísla

Náhodná čísla

Za náhodná čísla lze považovat výsledky navzájem nezávislých náhodných pokusů. Tato čísla spadají do nějaké ohraničené množiny a nelze je předem předvídat na základě hodnot vygenerovaných dříve. Mezi vlastnosti těchto čísel řadíme vzájemnou nezávislost ve výskytu hodnot, nepředvídatelnost výskytu určité hodnoty a předpokládanou zákonitost ve výskytu hodnot, která je daná matematickým modelem. (19)

Pseudonáhodná čísla

Pseudonáhodná čísla vytvářejí posloupnost, která se jeví jako náhodná, ale tato čísla jsou zpravidla získávána pomocí deterministických (přesně daných) postupů. (19)

4.5.5 Typy generátorů náhodných čísel

Pro správné fungování jakéhokoli generátoru náhodných čísel musí být splněno několik vlastností. Prvním znakem řádného fungování je kvalita neboli dodržení statistických vlastností testů. Druhá vlastnost je efektivnost, čísla by měla být rychle vygenerována, spuštěna a uložena. Dalšími vlastnostmi pak jsou přenositelnost, opakovatelnost a jednoduchost.

K vytváření náhodných čísel jsou používány dva základní typy generátorů (21). Prvním z nich je Generátor náhodných čísel (RNG, TRNG), jde o zařízení, jehož výstup je sekvence statisticky neovlivněných a nezávislých čísel. TRNG umožňuje generovat skutečně náhodná čísla. Druhým je Generátor pseudonáhodných čísel (PRNG). Tento generátor používá jeden nebo více vstupů, a tak vytvoří více „pseudonáhodných čísel“. Pro to, aby byla zaručena náhodnost a nepředvídatelnost výchozích vstupů PRNG, je vhodné využít výstupy generátoru TRNG (22).

K vygenerování náhodných čísel v MS Excel se využívá generátor pseudonáhodných čísel, konkrétně Mersenne Twister (23).

Mersenne Twister

Mezi jeden z nejpoužívanějších generátorů pseudonáhodných čísel patří právě Mersenne Twister. Generátor s původním názvem „Primitive Twisted Generalized Feedback Shift Register Sequence“ byl vyvinut profesory Makoto Matsumoto a Takuji Nishimura z japonské univerzity v letech 1996 a 1997 (24).

Mersenne Twister pracuje s Merssenovými čísly, která jsou tvořena prvočísly, a to ve tvaru $2^p - 1$, kde p je samo o sobě prvočíslo (19). V současné době se tento algoritmus řadí mezi jeden z nejlepších generátorů náhodných čísel a je obsažen v mnoha programovacích jazycích (24).

5 Praktická část

Praktická část práce se věnuje vytvoření modelu, který simuluje pokerové hry. Model je vytvořen v programu MS Excel a jsou zde používány některé jeho funkce. Výsledkem těchto simulací jsou pravděpodobnosti jednotlivých startovních kombinací uvedené v tabulkách.

5.1 Míchání karet

Stejně jako reálná pokerová hra by se neobešla bez rozdání hracích karet hráčům, tak i tento model by se bez této funkce nemohl obejít.

V modelu je míchání karet realizováno pomocí tří sloupců. V prvním sloupci jsou vypsány všechny karty z balíčku, kde první znak označuje hodnotu karty (znak T představuje kartu s hodnotou 10) a druhý znak představuje barvu, kde jsou jednotlivé hodnoty barev označeny následovně: H - Hearts♥ (srdce), D - Diamonds♦ (káry), S - Spides♠ (piky), C - Clubs♣ (kříže). V druhém sloupci je použita funkce Excelu, pomocí které je ke každé kartě přiřazeno náhodně vygenerované číslo. Toto číslo je následně použito k získání pořadí jednotlivých karet v balíčku. Pořadí v třetím sloupci je určeno podle velikosti jednotlivých náhodně vygenerovaných čísel od nejvyššího po nejnižší. Nejvyšší číslo znamená první pozici v balíčku. (25)

Karty	Náhodné číslo	Pořadí
AH	0,665285587	16
AD	0,40311477	29
AS	0,484949866	23
AC	0,190826054	38
KH	0,959836213	4
KD	0,631773314	18
KS	0,043747193	49
KC	0,014726927	51
QH	0,092353351	45
QD	0,974521101	2
QS	0,087972817	46
QC	0,180868279	41
JH	0,486267842	22
JD	0,966433127	3

Obrázek 2 – Simulace míchání karet
Zdroj: Vlastní zpracování

Z obrázku výše je patrné, že srdcové eso je v balíčku na 16. pozici, eso kárové na 29. pozici atd. Tímto způsobem má každá karta určené své pořadí.

5.2 Rozdání karet

Pokud jsou karty zamíchány, následuje v modelu samotné rozdání karet hráčům a vyložení společných karet na stůl. Nutno dodat, že tento model počítá pouze se skutečností, že se dva hráči dostanou do showdownu (porovnávají své kombinace). Model nebere v potaz další disciplíny pokeru jako např. blufování a s ním spojené velikosti sázek spoluhráčů atd. Karty jsou rozdány hráčům podle pořadí v balíčku, první hráč dostane 1. a 2. kartu, druhý hráč získá 3. a 4. kartu a nakonec se vyloží z balíčku 5., 6., 7., 8. a 9. karta jako společné karty pro oba hráče.

Jelikož model obsahuje míchání karet, které je založeno na náhodně vygenerovaných číslech, která určují pořadí karet v balíčku podle velikosti od nejvyššího vygenerovaného čísla, tak tento způsob může být využit při rozdávání karet hráčům. Jak již bylo zmíněno výše, první a druhou kartu z balíčku dostane první hráč, třetí a čtvrtou kartu z balíčku získá druhý hráč. V modelu tedy může být celkem jednoduše ovlivněno rozdávání. Například první hráč může mít při každé nové simulaci hry startovní kombinaci A-A nebo jakoukoli jinou. Stejně tak se může přiřadit jakákoli startovní kombinace i druhému hráči.

Při rozdávání karet hráčům je využit druhý sloupec z předchozí kapitoly. Pro karty, u kterých budou zjišťovány pravděpodobnosti, je potřeba ovlivnit výši náhodně vygenerovaného čísla. Pokud například bude třeba rozdat prvnímu hráči kartu K♥, docílí se toho tak, že se v druhém sloupci k náhodně vygenerovanému číslu přičte číslo, jehož hodnota je například 10. Jelikož Excel generuje reálná náhodná čísla větší než 0 a menší než 1 (23), je tím zajištěno, že tato karta s přičtenou hodnotou bude v balíčku vždy na prvním místě. Tímto způsobem může být ovlivněno rozdání karet. Pro to, aby byly při každé nové hře rozdány námi vybrané karty, jsou v modelu předpřipraveny výpočty, kterými musí být nahrazeno náhodně vygenerované číslo obsažené ve druhém sloupci z předchozí kapitoly. Tyto výpočty počítají i s náhodně vybíranými barvami pro námi vybrané karty. V modelu jsou následující předpřipravené výpočty:

Páry

Jak již bylo popsáno výše (kapitola 4.3.3), pro pár se vybírají 2 barvy ze 4 možných, celkem je 6 možných barevných kombinací, jak lze pár poskládat. V modelu stačí vypsát všechny možné kombinace a očíslovat je, pak je při každé simulaci vygenerováno náhodné číslo v intervalu $<1;6>$, které určuje jednu z možných kombinací. Na obrázku níže je vyobrazen případ, kdy pár má barevné hodnoty D-S ($\heartsuit$ - $\spadesuit$). Aby bylo zajištěno, že tyto karty budou v balíčku na první a druhé pozici a budou tedy rozdány prvnímu hráči, je k nim připočteno číslo 10.

1. možnost - páry				
1	H-D	náh číslo	barva	PÁR
2	H-S	4	H	0,532844
3	H-C		D	10,31929
4	D-S		S	10,07483
5	D-C		C	0,668332
6	S-C			

Obrázek 3 – Výpočet pro rozdání párů
Zdroj: Vlastní zpracování

V modelu je také možné rozdat jednomu hráči pár a druhému hráči jednu ze zbývajících dvou karet daného páru, tedy případ, kdy první hráč bude mít startovní kombinaci A-A a druhý hráč A-K. Model počítá s dvěma případy, a to že nepárová kombinace může být v barvě nebo mimo barvu. Případ mimo barvu je řešen stejně jako u výše uvedeného páru s tím rozdílem, že je vygenerováno ještě jedno náhodné číslo nabývající hodnot 1 nebo 2. Toto číslo představuje jednu ze zbylých dvou barev daného páru. Z případu uvedeného na obrázku výše by nově vygenerované číslo rozhodovalo, zda druhý hráč dostane první kartu v barvě H nebo C. Jelikož se nyní jedná o případ startovní kombinace mimo barvu, druhá karta druhého hráče musí být v jiné barvě než první karta.

Druhý případ je řešen obdobným způsobem, ale nejprve je určena barva nepárové startovní kombinace a na základě této barvy jsou vybrány zbylé dvě barvy pro pár ze zbylých tří možných barev.

Rozdání nepárových startovních kombinací mimo barvu

Při rozdávání nepárových startovních kombinací mimo barvu je pro zjednodušení výpočtu využito variací. Opět se vybírají 2 barvy ze 4 možných, existuje tedy celkem 12 možností, jak sestavit kombinace barev dvou karet. Náhodně vygenerované číslo z intervalu $<1;12>$ určí příslušnou možnost kombinace barev dvou karet. Na obrázku níže je případ, kdy první karta startovní kombinace má barvu D♦ a druhá karta má barvu H♥. Stejně jako se v předchozím případě přičetlo k párům číslo 10, aby bylo zajištěno pořadí karet v balíčku, tak zde se k vybraným kartám přičte číslo 5.

2. možnost startovní kombinace mimo barvu					
		náh číslo		1. karta	2. karta
1	H-D				
2	H-S	4	H	0,271853	5,589882
3	H-C		D	5,308188	0,432694
4	D-H		S	0,555163	0,498585
5	D-S		C	0,11686	0,314795
6	D-C				
7	S-H				
8	S-D				
9	S-C				
10	C-H				
11	C-D				
12	C-S				

Obrázek 4 - Výpočet pro rozdání nepárové startovní kombinace mimo barvu

Zdroj: Vlastní zpracování

Rozdání nepárových startovních kombinací v barvě

Nejjednodušší případ, kdy je vygenerováno číslo z intervalu $<1;4>$. Toto vygenerované číslo představuje jednu možnou barvu. Na obrázku níže je zachycen případ, kdy je první i druhá karta nepárové startovní kombinace v barvě D-D (♦-♦).

	náh číslo	karty v barvě	
	2	1.karta	2.karta
1	HH	0,642057	0,081513
2	DD	5,432381	5,580483
3	SS	0,248201	0,129679
4	CC	0,394482	0,928729

Obrázek 5 - Výpočet pro rozdání nepárové startovní kombinace v barvě

Zdroj: Vlastní zpracování

5.3 Zjištění výherních kombinací hráčů

Nyní, když je rozdaných všech pět společných karet a každý hráč má své dvě karty, model začne analyzovat karty jednotlivých hráčů, aby získal jejich výherní kombinace. Nejprve jsou znova do řádku vypsány vygenerované karty, které na následujících řádcích jsou rozděleny na hodnoty a barvy.

1. Hráč	QH	7D	8C	TD	5C	AD	AS
hodnoty karet	Q	7	8	T	5	A	A
barva karet	H	D	C	D	C	D	S

Obrázek 6 – Karty prvního hráče

Zdroj: Vlastní zpracování

2. Hráč	QH	7D	8C	TD	5C	KD	KC
hodnoty karet	Q	7	8	T	5	K	K
barva karet	H	D	C	D	C	D	C

Obrázek 7 – Karty druhého hráče

Zdroj: Vlastní zpracování

Pomocí tohoto rozdělení jsou jednoduše zjištěny jednotlivé četnosti pro hodnoty karet a jejich barev, které jsou následně seřazeny od nejvyššího počtu četnosti po nejnižší. Seřazené četnosti nám hned pomohou zjistit některé výherní kombinace.

četnosti hodnot	1	1	1	1	1	2	2
četnosti barev	1	3	2	3	2	3	1
seřazené četnosti hodnot	2	2	1	1	1	1	1
seřazené četnosti barev	3	3	3	2	2	1	1

Obrázek 8 – Četnosti hodnot a barev

Zdroj: Vlastní zpracování

Následující výherní kombinace jsou zjišťovány pomocí seřazených četností hodnot:

- Nejvyšší karta – Pro zjištění, zda má hráč za výherní kombinaci nejvyšší kartu, musí být sečteny všechny hodnoty obsažené v seřazených četnostech. Jestliže je součet četností roven 7, znamená to, že na „boardu“ je každá karta pouze jednou a hráč tak má v rámci hodnot karet pouze kombinaci highcard.
- Pár – Jestliže je součet všech hodnot seřazených četností roven 9, tudíž dvě karty jsou stejné a zbylých pět je různých, hráč nemůže mít jinou výherní kombinaci než jeden pár.
- Dva páry – Zda má hráč dva páry, musí být zjišťováno o trochu jinak než v předchozích dvou případech. Je využíváno seřazených hodnot četností

podle velikosti. Dva páry se skládají ze dvou navzájem odlišných párů karet stejných hodnot, to znamená, že hráč má dva páry, pokud je součet v prvních čtyřech sloupcích se seřazenými četnostmi hodnot roven osmi.

- Trojice – Pokud je součet hodnot seřazených četností roven 11, znamená to, že hráč má tři stejné karty a dvě navzájem odlišné karty.
- Full house – U fullhousu mohou nastat dvě varianty. První variantou je, když hráč má tři karty stejné hodnoty a zároveň pár odlišných hodnot. Může však i nastat situace, kdy na „boardu“ budou dvě trojice. I v tomto případě se jedná o fullhouse, je ale nutné rozhodnout o silnější trojici. Tento případ bude popsán níže. Nyní je potřeba zjistit, zda má hráč výherní kombinaci fullhouse, která je v našem modelu zjišťována tak, že součet prvních pěti seřazených četností hodnot je roven 13 pro první variantu, nebo 15 pro druhou variantu.
- Čtveřice – Poslední výherní kombinace, která lze zjistit pomocí četností hodnot je čtveřice. V tomto případě je součet prvních čtyř sloupců roven 16.

Ke zjištění další výherní kombinace, kterou je barva, nám pomůže další řádek se seřazenými četnostmi barev. Četnosti barev vyjadřují, kolikrát se dané karty objevují. Když budou tyto hodnoty opět seřazeny od největší po nejmenší a hodnota v prvním sloupci bude rovna nebo větší pěti, je na stole pět nebo více karet ve stejné barvě.

Pomocí četností, ať už hodnot nebo barvy karet, je možné celkem jednoduše rozpoznat sedm výherních kombinací. Zbývající poslední tři výherní kombinace jsou různé variace postupky. Před rozpoznáním obyčejné postupky si musíme uvědomit, že v pokeru při postupce má karta s hodnotou A dvě zastoupení. V prvním případě má A nejvyšší hodnotu (postupka se skládá z karet 10, J, Q, K, A), v druhém případě má A nejnižší hodnotu (postupka se skládá z karet A, 2, 3, 4, 5). Převedením hodnot karet na čísla se v našem modelu snadněji rozpozná, zda má hráč postupku. Číselným kartám budou ponechány jejich hodnoty a kartám J, Q, K budou přiřazena čísla 11, 12, 13. Nakonec vysoké eso bude představovat číslo 14 a nízké eso číslo 1. V případě postupky s vysokým esem je potřeba seřadit nejvyšší hodnoty po nejnižší. Jelikož hráč může mít postupku a zároveň se na stole může objevit i například pár, pro jednodušší zjištění postupky musí být tyto duplicitní karty nalezeny a případně

odstraněny. Duplicitní karty lze odstranit tak, že pokud je karta na stole více než jednou, nastaví se její hodnota na -1. Nakonec se znovu seřadí hodnoty bez duplicit a stačí pouze zjistit, zda hodnoty karet jsou po sobě jdoucí a zároveň je nejvyšší kartou postupky eso. Na obrázku níže je zachycen případ, kdy hráč má postupku zakončenou esem.

hodnoty na čísla - A vysoké	6	13	11	2	12	14	10
seřazené hodnoty na čísla - A vysoké	14	13	12	11	10	6	2
odstranění duplicitních karet	1	1	1	1	1	1	1
odstranění duplicitních karet	14	13	12	11	10	6	2
seřazení bez duplicitních hodnot	14	13	12	11	10	6	2
seřazené hodnoty zpět na karty -	A	K	Q	J	T	6	2

Obrázek 9 – Vysoká postupka

Zdroj: Vlastní zpracování

Všechny ostatní postupky lze zjistit úplně stejně jako v předchozím případě s tím rozdílem, že tentokrát bude eso představovat nejnižší hodnotu. V tomto případě mohou vzniknout tři možnosti. Buď postupka začíná nejvyšší kartou, druhou nejvyšší kartou nebo třetí nejvyšší kartou. Níže je možné vidět postupku začínající třetí nejvyšší kartou a zároveň případ, kdy eso má roli karty s nejnižší hodnotou.

hodnoty na čísla - A nízké	9	7	3	5	4	1	2
seřazené hodnoty na čísla - A nízké	9	7	5	4	3	2	1
odstranění duplicitních karet	1	1	1	1	1	1	1
odstranění duplicitních karet	9	7	5	4	3	2	1
seřazení bez duplicitních hodnot	9	7	5	4	3	2	1
seřazené hodnoty zpět na karty -		5	4	3	2	A	

Obrázek 10 – Nízká postupka

Zdroj: Vlastní zpracování

Poslední dvě zbývající výherní kombinace jsou postupky v barvě lišící se od sebe pouze tím, že jedna je zakončená esem, bude proto zjišťována stejně. Nejsilnější výherní kombinací z posledních dvou zbývajících je Royal Flush. Jak již víme z kapitoly výše, celkem existují 4 možnosti, jak Royal Flush složit. Stačí zjistit, zda se v jednotlivé hře objevují karty 10, J, Q, K, A ve stejné barvě pro všechny čtyři barvy.

royal flush v srdcích	true		true	true		true	true
royal flush v kárech							
royal flush v pikách							
royal flush v křížích				true			

Obrázek 11 – Royal Flush

Zdroj: Vlastní zpracování

Při postupce v barvě je postupováno stejným způsobem, jenom se hledá jinak složená postupka (nejvyšší karta postupky od karty K po kartu s hodnotou 5).

Dále je v modelu vytvořena tabulka, do které se zapisují výherní kombinace hráčů. Na začátku výpočtu každé nové rozdané hry bude tabulka obsahovat samé nuly a vždy, když se zjistí výherní kombinace hráče, zapíše se k dané výherní kombinaci jednička. Může nastat situace, kdy hráč bude mít více výherních kombinací např. pár i barvu. V této situaci musí být vybrána nejvyšší výherní kombinace. Z obrázku níže je patrné, že první hráč má 7. nejvyšší výherní kombinaci a druhý hráč má 3. nejvyšší výherní kombinaci.

highcard	0	0
pár	0	0
dva páry	0	1
trojice	0	0
postupka	0	0
barva	0	0
fullhouse	1	0
poker	0	0
straight flush	0	0
royal flush	0	0
vyber nejlepsi kombinaci - posled	7	3

Obrázek 12 – Výherní kombinace hráčů

Zdroj: Vlastní zpracování

5.4 Porovnání stejných výherních kombinací

Nyní model umí rozhodnout, jaké mají hráči výherní kombinace. Takto postavený model by však neposkytl mnoho přesných informací. V mnoha případech hráči mohou mít stejné výherní kombinace a k určení vítěze se musí porovnat jejich síla.

Nejjednodušším případem je porovnávání nejvyšší karty. Hodnoty karet jsou opět převedeny na čísla s tím, že eso je nejvyšší karta. Nyní stačí tato čísla seřadit od největší po nejmenší a postupně porovnávat číselné hodnoty jednotlivých karet obou hráčů. Pokud má hráč některou hodnotu vyšší než soupeř, vyhrává. V opačném případě vyhrává soupeř. Pokud mají hráči všechny hodnoty stejné, tedy stejnou výherní kombinaci, nastává tzv. split, a při reálné pokerové hře si dělí žetony z banku.

porovnání highcard	1. hráč	14	12	11	8	5	
	2. hráč	14	12	11	10	8	vítěz?
	true	split	split	split	win2	win2	

Obrázek 13 – Porovnání highcard

Zdroj: Vlastní zpracování

Dalším případem je jeden pár. Hráč, který má větší hodnotu páru, vyhrává. Pokud mají oba hráči stejnou hodnotu páru, rozhodují o vítězi postupně tři největší nepárové hodnoty, tzv kicker.

jeden pár	true	1. hráč	2. hráč	vítěz?	win2
	pár	6	6	split	
	1.kicker	13	14	win2	
	2.kicker	12	11		
	3.kicker	11	9		

Obrázek 14 – Porovnání jednoho páru

Zdroj: Vlastní zpracování

Obdobně je to u dvou párů. Jako první o vítězi rozhoduje nejvyšší pár, pokud ten nerozhodne, přichází na řadu pár druhý. Případně, že o vítězi nerozhodne druhý pár, přijde na řadu kicker.

dva páry	true	1. hráč	2. hráč	vítěz?	win2
	1.pár	10	10	split	
	2.pár	3	5	win2	
	1.kicker	6	12		

Obrázek 15 – Porovnání dvou párů

Zdroj: Vlastní zpracování

Stejně se postupuje i u trojice. Pokud mají hráči stejnou trojici, vítěze určí první, popřípadě druhý kicker.

trojice	true	1. hráč	2. hráč	vítěz?	win1
	trojice	14	13	win1	
	1.kicker	13	14		
	2.kicker	11	11		

Obrázek 16 – Porovnání trojic

Zdroj: Vlastní zpracování

A stejný postup bude i u čtveřice, tam v případě rovnosti rozhodne o vítězi kicker.

poker	true	1. hráč	2. hráč	vítěz?	win1
	čtveřice	14	14	split	
	kicker	12	2	win1	

Obrázek 17 – Porovnání čtveřic

Zdroj: Vlastní zpracování

K porovnání postupek obou hráčů se opět převádí hodnoty karet na čísla, kde eso může představovat nízkou nebo vysokou hodnotu. Je zapotřebí zjistit nejvyšší kartu postupky každého z hráčů. Hráč s vyšší hodnotou karty vyhrává, v případě stejné hodnoty nastává split.

postupka	true	1. hráč	2. hráč	vítěz?	win1
nejvyšší karta A na první pozici		0	0	split	
nejvyšší karta na první pozici		10	8	win1	
nejvyšší karta na druhé pozici		9	7	win1	
nejvyšší karta na třetí pozici		8	6	win1	

Obrázek 18 – Porovnání postupek

Zdroj: Vlastní zpracování

V situaci, kdy je porovnávána barva, je potřeba zjistit všechny hodnoty karet v dané barvě a seřadit je podle velikosti od největší po nejmenší. Výherce je zjištěn postupným porovnáváním hodnot. Hráč, který má alespoň jednu hodnotu vyšší, vyhrává.

flush	true					vítěz?
1. hráč	14	10	8	6	4	
2. hráč	14	10	8	5	4	
	split	split	split	win1		win1

Obrázek 19 – Porovnání barev

Zdroj: Vlastní zpracování

U fullhousu se nejprve musí zjistit, zda se skládá z trojice a dvojice nebo ze dvou trojic. V případě, že je složena ze dvou trojic, je potřeba zjistit, jaké hodnoty představují trojici a jaké dvojici. Vyšší hodnota karet určuje trojici a dvojice je přiřazena k hodnotám nižších karet. Jestliže jsou známy trojice a dvojice, které skládají hráčům fullhouse, zbývá jen tyto trojice a dvojice porovnat. Vyhrává hráč s vyšší trojicí, v případě stejné trojice o vítězi rozhodne vyšší dvojice.

fullhouse	true	1. hráč	2. hráč	vítěz?	win1
	trojice	9	6	win1	
	dvojice	11	11		

Obrázek 20 – Porovnání fullhouse

Zdroj: Vlastní zpracování

Posledním porovnávaným případem je postupka v barvě u obou hráčů. Je zapotřebí určit, jestli některý z hráčů má vyšší hodnotu nejvyšší karty postupky nebo mají hodnotu stejnou. Všechny možné nejvyšší karty ve všech barvách, kterými může postupka končit, jsou vypsány v tabulce. Do této tabulky jsou dále zapisovány nejvyšší karty postupky obou hráčů. Poté jsou tyto karty porovnávány a následně je určen vítěz.

porovnání straight flush	true	1. hráč	2. hráč
5H		0	0
5D		0	0
5S		0	0
5C		0	0
6H		0	0
6D		0	0
6S		0	0
6C		0	0
7H		0	0
7D		0	0
7S		0	0
7C		0	0
8H		0	0
8D		0	0
8S		0	0
8C		0	0
9H		0	0
9D		0	0
9S		0	0
9C		0	0
TH		0	0
TD		0	0
TS		0	0
TC		0	0
JH		0	0
JD		0	0
JS		0	0
JC		0	0
QH		0	1
QD		0	0
QS		0	0
QC		0	0
KH		1	0
KD		0	0
KS		0	0
KC		0	0
		33	29

Obrázek 21 – Porovnání postupek v barvě
Zdroj: Vlastní zpracování

Jelikož v reálné hře nemůže nastat situace, kdy dva hráči mají Royal flush, tak ani tento případ není v tomto modelu zahrnut.

5.5 Využití modelu

Když je model pokerové herní varianty Texas Hold'em zahrnující dva hráče kompletní, může se tento model využít ke zjištění pravděpodobnosti výhry různých startovních kombinací. Při spuštění modelu se pro dané startovní kombinace nasimuluje 150 000 her, jejichž výsledky se ukládají do tabulky, která obsahuje informace o společných kartách, startovních a výherních kombinací obou hráčů. Tyto výsledky jsou následně využity k výpočtu pravděpodobností. Nejdříve se z tabulky výsledků získá celkový počet výher prvního hráče, počet výher druhého

hráče a počet případů, kdy nastal split. Na obrázku níže jsou vyobrazen příklad, kdy první hráč měl startovní kombinaci A-A a hráč druhý Q-J v barvě. Podle vytvořeného modelu první hráč s A-A porazil druhého hráče s Q-J v barvě ve 120 856 případech, druhý hráč vyhrál nad prvním v 28 955 případech a split nastal ve 189 případech. Pravděpodobnost je vypočítána pomocí statistické definice pravděpodobnosti, kdy jsou jednotlivé zjištěné případy děleny celkovým počtem simulovaných her. Čtvrtý sloupec na obrázku představuje kontrolu, zda byly vyhodnoceny všechny hry a nenastala tak v modelu chyba, při které by nebyl určen vítěz.

win1	win2	split	
120856	28955	189	150000
80,57%	19,30%	0,13%	100%

Obrázek 22 – Výpočet pravděpodobnosti
Zdroj: Vlastní zpracování

V následujících tabulkách jsou zaznamenány pravděpodobnosti párových startovních kombinací, nepárových startovních kombinací v barvě i mimo barvu a v posledních dvou tabulkách jsou proti sobě postaveny párové startovní kombinace proti nepárovým v barvě i mimo barvu. Každá buňka startovní kombinace se dělí na další buňky o třech řádcích, aby bylo možné zaznamenat pravděpodobnost výhry, prohry a splitu.

V následujících třech tabulkách byly zjišťovány pravděpodobnosti daných startovních kombinací proti všem možným náhodným startovním kombinacím. V každém sloupci tabulky pro jednotlivé startovní kombinace jsou zapsány tři hodnoty pravděpodobností. V 1. řádku tabulky je zaznamenána pravděpodobnost výhry dané startovní kombinace, v 2. řádku je pak zapsána pravděpodobnost prohry a poslední řádek udává pravděpodobnost splitu.

U označení startovních kombinací v tabulkách č. 2 a č. 4 je přidáno malé písmeno „o“, které značí, že tyto kombinace jsou mimo barvu (z anglického „off suit“). V tabulkách č. 3 a č. 5 je zase přidáno malé písmeno „s“, označující startovní kombinace v barvě (z anglického „suit“).

Tabulka 1 - Páry

AA	KK	QQ	JJ	TT	99	88	77	66	55	44	33	22
84,90 %	82,06 %	79,56 %	76,92 %	74,52 %	71,64 %	68,55 %	65,64 %	62,41 %	59,57 %	56,30 %	52,91 %	49,41 %
14,46 %	17,24 %	19,64 %	22,25 %	24,57 %	27,42 %	30,34 %	33,17 %	36,14 %	38,97 %	42,04 %	45,24 %	48,53 %
0,64 %	0,70 %	0,80 %	0,83 %	0,91 %	0,94 %	1,10 %	1,19 %	1,46 %	1,47 %	1,66 %	1,85 %	2,06 %

Zdroj: Vlastní zpracování

Tabulka 2 – Startovní kombinace mimo barvu

AKo	AQo	AJo	ATo	KQo	KJo	KTo	QJo	QTo	JTo
64,49 %	63,41 %	62,48 %	61,36 %	60,03 %	59,02 %	58,47 %	56,54 %	55,82 %	53,36 %
33,67 %	34,54 %	35,21 %	36,07 %	37,60 %	38,48 %	38,81 %	40,63 %	41,19 %	43,37 %
1,84 %	2,05 %	2,30 %	2,58 %	2,36 %	2,50 %	2,72 %	2,83 %	2,99 %	3,27 %

Zdroj: Vlastní zpracování

Tabulka 3 – Startovní kombinace v barvě

AKs	AQs	AJs	ATs	KQs	KJs	KTs	QJs	QTs	JTs
66,04 %	65,15 %	64,28 %	63,43 %	62,01 %	61,08 %	60,47 %	58,76 %	57,98 %	55,98 %
32,19 %	32,91 %	33,54 %	34,17 %	35,76 %	36,47 %	36,93 %	38,50 %	39,18 %	40,94 %
1,77 %	1,94 %	2,17 %	2,39 %	2,23 %	2,45 %	2,61 %	2,74 %	2,84 %	3,07 %

Zdroj: Vlastní zpracování

V následujících dvou tabulkách č. 4 a č. 5 jsou na 1. řádku zaznamenány pravděpodobnosti výhry párových karet proti nepárovým, v 2. řádku je pak zaznamenána pravděpodobnost prohry párových, tedy kdy nepárové karty porazí párové a 3. řádek udává, s jakou pravděpodobností nastane, že obě startovní kombinace složí stejnou výherní kombinaci a hráči se budou dělit o pot.

Tabulka 4 – Páry proti nepárovým startovním kombinacím mimo barvu

	AKo	AQo	AJo	ATo	KQo	KJo	KTo	QJo	QTo	JTo
AA	93,27 %	92,87 %	92,38 %	91,76 %	87,00 %	86,84 %	86,45 %	84,78 %	84,55 %	82,63 %
	6,15 %	6,57 %	7,02 %	7,61 %	12,91 %	13,08 %	13,47 %	15,09 %	15,32 %	17,20 %
	0,58 %	0,56 %	0,60 %	0,63 %	0,09 %	0,09 %	0,08 %	0,14 %	0,13 %	0,16 %
KK	69,30 %	71,55 %	71,41 %	70,81 %	90,84 %	90,51 %	90,10 %	86,56 %	86,17 %	84,28 %
	29,90 %	28,12 %	28,28 %	28,93 %	8,29 %	8,55 %	8,91 %	13,33 %	13,65 %	15,60 %
	0,80 %	0,34 %	0,31 %	0,26 %	0,87 %	0,94 %	0,99 %	0,11 %	0,17 %	0,12 %
QQ	56,57 %	68,89 %	71,48 %	70,92 %	68,36 %	71,36 %	71,08 %	88,57 %	88,19 %	85,75 %
	43,07 %	29,90 %	28,17 %	28,79 %	30,79 %	28,50 %	28,74 %	10,17 %	10,46 %	14,09 %
	0,36 %	1,22 %	0,35 %	0,28 %	0,85 %	0,14 %	0,18 %	1,26 %	1,34 %	0,16 %
JJ	56,90 %	56,67 %	68,71 %	71,14 %	56,67 %	68,28 %	71,47 %	66,29 %	71,06 %	85,95 %
	42,79 %	43,00 %	29,61 %	28,56 %	43,21 %	30,81 %	28,40 %	32,48 %	28,78 %	12,38 %
	0,31 %	0,34 %	1,68 %	0,30 %	0,12 %	0,91 %	0,13 %	1,23 %	0,16 %	1,67 %

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 5 – Páry proti nepárovým startovním kombinacím v barvě

	AKs	AQs	AJs	ATs	KQs	KJs	KTs	QJs	QTs	JTs
AA	87,99 %	87,44 %	87,12 %	86,72 %	82,39 %	81,86 %	81,67 %	80,57 %	80,05 %	78,47 %
	11,44 %	11,97 %	12,24 %	12,58 %	17,52 %	18,04 %	18,23 %	19,30 %	19,83 %	21,39 %
	0,56 %	0,59 %	0,64 %	0,70 %	0,09 %	0,10 %	0,11 %	0,13 %	0,13 %	0,13 %
KK	65,48 %	67,75 %	67,39 %	67,13 %	85,86 %	85,43 %	84,93 %	81,75 %	81,37 %	79,75 %
	33,77 %	31,91 %	32,34 %	32,63 %	13,31 %	13,64 %	14,11 %	18,12 %	18,48 %	20,15 %
	0,75 %	0,34 %	0,28 %	0,24 %	0,82 %	0,93 %	0,96 %	0,13 %	0,15 %	0,11 %
QQ	53,74 %	65,03 %	67,52 %	67,29 %	64,29 %	67,81 %	67,23 %	83,49 %	83,20 %	81,04 %
	45,91 %	33,79 %	32,15 %	32,46 %	34,89 %	32,05 %	32,60 %	15,23 %	15,54 %	18,80 %
	0,35 %	1,17 %	0,33 %	0,25 %	0,28 %	0,13 %	0,17 %	1,28 %	1,27 %	0,16 %
JJ	53,65 %	53,70 %	64,49 %	67,08 %	53,54 %	64,31 %	67,47 %	62,52 %	67,16 %	81,44 %
	46,06 %	45,98 %	33,94 %	32,64 %	46,35 %	34,72 %	32,39 %	36,29 %	32,68 %	15,54 %
	0,29 %	0,32 %	1,57 %	0,28 %	0,11 %	0,98 %	0,13 %	1,19 %	0,16 %	1,27 %

Zdroj: Vlastní zpracování

6 Shrnutí výsledků

Výsledkem bakalářské práce je 5 tabulek s pravděpodobnostmi výhry, prohry či splitu jednotlivých startovních kombinací.

První tři tabulky znázorňují pravděpodobnosti daných startovních kombinací proti všem možným náhodným. Tabulka č. 1 obsahuje párové kombinace a je z ní patrné, že nejvyšší pár (A-A) vyhraje v necelých 85 %, prohraje v necelých 14,5 % a ve zbylých procentech se výhra dělí. S klesající hodnotou startovních kombinací se snižuje jejich šance na výhru a naopak je zvýšena pravděpodobnost prohry. Nejnižší pár (2-2) má šanci na výhru v necelých 49,5 %, na prohru o 1 % méně a ze všech ostatních párových kombinací má nejvyšší šanci na dělení výhry, a to přes 2 %.

Tabulka č. 2 a 3 znázorňuje stejné startovní kombinace skládající se z pěti nejvyšších karet (A, K, Q, J, 10), ze kterých je možné složit deset kombinací. Jediným rozdílem je, že druhá tabulka obsahuje kombinace mimo barvu a třetí tabulka pouze kombinace v barvě. I přesto, že se v obou tabulkách jedná o stejné startovní kombinace, tak u kombinací v barvě je větší šance na výhru. Z tabulky je patrné, že šance u kombinací v barvě je o 1-3 % vyšší než u kombinací mimo barvu.

Zbylé dvě tabulky, na rozdíl od třech předešlých, znázorňují pravděpodobnosti daných startovních kombinací obou hráčů, žádná startovní kombinace zde není náhodně vygenerovaná. V tabulce č. 4 jsou vidět jednotlivé pravděpodobnosti výher čtyř nejvyšších párů proti již výše zmíněným kombinacím složených z pěti nejvyšších karet mimo barvu. Z tabulky je zřejmé, že páry proti daným nepárovým kombinacím mají v každém případě více než 50% šanci na výhru. V dlouhodobém měřítku by tyto čtyři nejvyšší páry měly být ziskové. Zajímavostí je, že startovní kombinace s nejnižšími hodnotami (J-10) porazí nejvyšší pár (A-A) s vyšší pravděpodobností, než je tomu u vyšších hodnot karet startovních kombinací.

Tabulka č. 5, ve které porovnáváme páry s nepárovými kombinacemi v barvě, obsahuje téměř shodné výsledky s tabulkou č. 4 s tím rozdílem, že kombinace v barvě snižují pravděpodobnost výhry párových kombinací o 3-5 %.

7 Závěry a doporučení

Hlavním cílem této práce bylo vytvoření modelu, který na základě nasimulovaných her dokáže vypočítat pravděpodobnost výhry, prohry nebo splitu daných startovních kombinací. Model se podařilo vytvořit v programu MS Excel a celkově bylo nasimulováno téměř 17 000 000 jednotlivých pokerových her.

V současnosti je možné se setkat s již existujícím programem Pokerstove. Tento program je schopen poměrně přesně vypočítat procento šance na úspěch. Tím, že v dané situaci dokáže odhadnout šance na výhru naší i protihráčů, bývá v online hernách zakázáno jeho používání. Důvodem zákazu je nečestné jednání vůči ostatním hráčům. Autor Little (26) doporučuje program Pokerstove využívat především pro studium a analýzu již odehraných her.

Při porovnávání výsledků zjištěných pomocí našeho modelu s výsledky s programem Pokerstove získáme téměř totožné výsledky. Odchylka je dána množstvím vygenerovaných her. Pokerstove počítá, na rozdíl od tohoto modelu, v milionech her.

Pro zlepšení tohoto modelu by bylo vhodné optimalizovat rychlost výpočtu a s ním spojené navýšení počtu simulovaných her, čímž by se zvýšila přesnost výsledků. Dále by bylo vhodné model rozšířit o více hráčů, kdy by se nám dostalo jiných výsledků pravděpodobností výher.

Doporučením pro samotné hráče pokeru jsou jednotlivé tabulky obsažené v této práci, které seznamují s pravděpodobností výhry daných startovních kombinací. V případě hry o dvou hráčích tyto tabulky ukazují jejich pravděpodobnost na výhru, a tím mohou ovlivnit hráčovo chování společně s jeho taktikou při sázení.

8 Seznam použité literatury

1. HLAVIČKOVÁ, Irena, HLINĚNÁ, Dana. *Matematika 3: Sbírka úloh z pravděpodobnosti* [online]. Brno: FEKT VUT, 2015 [cit. 2019-12-09]. Dostupné z: https://is.muni.cz/el/ped/podzim2017/MA2MP_PPR2/Sbirka_BMA3.pdf
2. ŠVRČEK, Jaroslav. *Úvod do kombinatoriky*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2003. 75 s. Skripta. ISBN 80-244-0734-5.
3. MRKVIČKA, Tomáš, ROST, Michael. *Základy teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky* [online]. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2016 [cit. 2019-06-03]. Dostupné z: <http://home.ef.jcu.cz/~mrkvicka/vyuka/TPMSA.pdf>
4. PAVELKA, Jindřich. *Definice pravděpodobnosti* [online]. [cit. 2019-06-03]. Dostupné z: <https://www.hazardni-hry.eu/pravdepodobnost/definice-pravdepodobnosti.html>
5. HEBÁK, Petr, KAHOUNOVÁ, Jana. *Počet pravděpodobnosti v příkladech*. 7., nezměn. vyd. Praha: Informatorium, 2014. ISBN 978-807-3331-092.
6. BUDÍKOVÁ, Marie, KRÁLOVÁ, Maria, MAROŠ, Bohumil. *Průvodce základními statistickými metodami*. Praha: Grada, 2010. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-3243-5.
7. SVOZILOVÁ, Alena. *Projektový management: systémový přístup k řízení projektů*. 3., aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Grada Publishing, 2016. Expert (Grada). ISBN 978-80-271-0075-0.
8. TUČEK, Jaroslav. *Pokerové miliony: historie a současnost největší karetní hry*. 1. vyd. Praha: Mladá fronta, 2006. 189, s., [16] s. barev. obr. příl. ISBN 80-204-1503-3.
9. ŠLEMR, Jakub. *Poker - základní pravidla a průběh hry*. *Pokerarena.cz* [online]. 2019-02-02 [cit. 2019-11-25]. Dostupné z: https://www.pokerarena.cz/rubriky/poker/poker-zakladni-pravidla-a-prubeh-hry_5825.html
10. POKORNÝ, Jan. *Texas hold'em poker: průvodce začínajícího hráče*. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2010. 173 s. ISBN 978-80-251-3310-1.
11. KRIEGER, Lou. *Poker: jak hrát a vyhrát*. V Praze: Slovart, 2007. 256 s. ISBN 978-80-7209-869-9.
12. LITTLE, Jonathan. *Milionový poker*. Překlad Jan CHVOJKA. 1. vydání. [Praha]: Poker Publishing, 2016. 346 stran. ISBN 978-80-905071-8-0.

13. KRUNTORÁD, Erik. Pozice a její význam. *Spadepoker.cz* [online]. 2019-02-07 [cit. 2019-11-27]. Dostupné z: <https://www.spadepoker.cz/strategie/23/pozice-a-jeji-vyznam>
14. Pravidla pokerové hry Texas Holdem. *Pokerman.cz* [online]. 10.3.2012 [cit. 2019-11-27]. Dostupné z: <https://www.pokerman.cz/texas-holdem-poker-pravidla-4472/>
15. Math of Poker - Basics. *Brilliant.org*. [online]. [cit. 2019-06-03]. Dostupné z: <https://brilliant.org/wiki/math-of-poker/>
16. Kombinace. *Matematika.cz* [online]. Nová média [cit. 2019-06-03]. Dostupné z: <https://matematika.cz/kombinace>
17. ŠLEMR, Jakub. Pořadí výherních kombinací v pokeru. *Pokerarena.cz* [online]. 2019-01-17 [cit. 2019-06-03]. Dostupné z: https://www.pokerarena.cz/rubriky/poker/poradi-vyhernich-kombinaci-v-pokeru_5826.html
18. HEDBÁVNÝ, Jan. Startovní kombinace Texas Hold'em. *Pokerzive.cz* [online]. 2008-12-29 [cit. 2019-12-01]. Dostupné z: <https://www.pokerzive.cz/taktika-a-strategie/pro-zacatecniky/startovni-kombinace-texas-hold-em/>
19. SKALSKÁ, Hana. *Stochastické modelování*. Vyd. 2., rozš. a upr. Hradec Králové: Gaudeamus, 2006. ISBN 80-7041-488-X.
20. PELÁNEK, Radek. *Modelování a simulace komplexních systémů: jak lépe porozumět světu*. Brno: Masarykova univerzita, 2011. ISBN 978-80-210-5318-2. Dostupné také z: <http://www.radekpelanek.cz/dokumenty/ms-web.pdf>
21. RUKHIN, Andrew, et al. *A Statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number Generators for Cryptographic Applications* [online]. 2010, [cit. 2020-07-30]. Dostupné z: <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/SP/nistspecialpublication800-22r1a.pdf>
22. JUN, Benjamin, KOCHER, Paul. *THE INTEL RANDOM NUMBER GENERATOR* [online]. 1999 [cit. 2020-07-30]. Dostupné z: <https://www.rambus.com/wp-content/uploads/2015/08/IntelRNG.pdf>
23. RAND function. *Support.microsoft.com* [online]. [cit. 2020-07-30]. Dostupné z: <https://support.microsoft.com/en-us/office/rand-function-4cbfa695-8869-4788-8d90-021ea9f5be73>
24. MOLER, Cleve. *Random Number Generators, Mersenne Twister* [online]. 2015 [cit. 2020-08-08]. Dostupné z: <https://blogs.mathworks.com/cleve/2015/04/17/random-number-generator-mersenne-twister/>

25. KRISHAN. Simulating A Poker Hand: Part One. *Excelvbacomputing* [online]. February 16, 2016. Dostupné z: <https://excelvbacomputing.wordpress.com/category/excel-2013>
26. LITTLE, Jonathan. *Jak vyhrávat pokerové turnaje*. 1. vyd. [Praha]: Poker Publishing, 2011. 311 s. ISBN 978-80-905071-0-4.

9 Přílohy

- 1) Excel soubor s vytvořeným modelem

Zadání bakalářské práce

Autor: Dominik Drbal

Studium: I1800669

Studijní program: B1802 Aplikovaná informatika

Studijní obor: Aplikovaná informatika

Název bakalářské práce: **Pravděpodobnostní modelování v Pokeru**

Název bakalářské práce AJ: Probability modelling in Poker

Cíl, metody, literatura, předpoklady:

Cílem práce je zjistit, zda existující matematické a pravděpodobnostní dovednosti může hráč efektivně využít při konkrétní hře v pokeru. Tyto matematické vzorce budou použity při jednotlivých hrách Texas Hold'em Pokeru a bude zkoumáno, zda se při jejich použití zvyšuje šance na výhru. V práci bude zohledněn pravděpodobnostní pohled na výherní kombinace.

Osnova:

1. Úvod
2. Pravděpodobnost
3. Poker
4. Texas Hold'em
5. Matematické aspekty
6. Aplikace na hru

Chen, B., Ankenman, J.: The Mathematics of Poker

Hebák, P., Kahounová, J.: Počet pravděpodobnosti v příkladech

Garantující pracoviště: Katedra informatiky a kvantitativních metod,
Fakulta informatiky a managementu

Vedoucí práce: Mgr. Jan Draessler, Ph.D.

Oponent: doc. RNDr. Pavel Pražák, Ph.D.

Datum zadání závěrečné práce: 14.1.2018