



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

STATICKÁ ANALÝZA NOSNÉHO LANA STŘEŠNÍ KONSTRUKCE

STATIC ANALYSIS OF THE SUPPORTING CABLES OF THE ROOF STRUCTURE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Kristina Uhrová

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Zbyněk Vlček, Ph.D.

BRNO 2024

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav stavební mechaniky
Studentka:	Kristina Uhrová
Vedoucí práce:	Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.
Akademický rok:	2023/24
Studijní program:	B0732A260005 Stavební inženýrství
Studijní obor:	Konstrukce a dopravní stavby

Děkan Fakulty Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Statická analýza nosného lana střešní konstrukce

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Nosná lana jsou konstrukční prvky, které se využívají pro přenesení zatížení přes velká rozpětí. Mezi takové konstrukce patří např. visuté mosty, zastřešení hal apod.

I když geometrie lana je závislá na mnoha faktorech včetně působícího zatížení, lze při zavedení zjednodušujících předpokladů získat řešením výsledky dobře charakterizující chování takové konstrukce.

Cíle a výstupy bakalářské práce:

Cílem práce je statická analýza nosného lana, jež tvoří hlavní nosný prvek vybrané střešní konstrukce. Řešení bude založeno na ruční analýze s využitím programu MS Excel, Matlab nebo podobného softwaru. Získané výsledky mohou být dále porovnány s modelem konstrukce, jež bude vytvořen ve vybraném statickém softwarovém systému.

Seznam doporučené literatury a podklady:

- [1] Kadlčák J., Kytýr J. - Statika stavebních konstrukcí I a II
- [1] Kadlčák J. - Statika nosných lan visutých střech
- [3] ČSN EN 1991-1 - Zatížení konstrukcí
- [4] Bittnar Z., Šejnoha J. - Numerické metody mechaniky 1,2

Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně / Veveří 331/95 / 602 00 / Brno

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku.

V Brně dne 22. 11. 2023

L. S.

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
vedoucí ústavu

Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.
vedoucí práce

Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně / Veveří 331/95 / 602 00 / Brno

prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA, dr. h. c.
děkan

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá statickou analýzou nosného lana střešní konstrukce. V první části práce je rozebrána problematika lanových střešních konstrukcí a statické působení hlavního nosného prvku – lana. Tyto teoretické poznatky jsou dále aplikovány v části praktické, ve které je provedena statická analýza nosného lana. Ruční výpočet je proveden třemi různými přístupy, a to pomocí vláknového polygonu, parabolické řetězovky a lanové rovnice. Cílem práce je nalézt počáteční tvar lana tak, aby se po dokončení výstavby střešní konstrukce lano ustálilo v požadovaném tvaru. Ruční výpočet je následně srovnán s výsledky z výpočetního programu RFEM.

KLÍČOVÁ SLOVA

Analýza, deformace, nosné lano, lanová síť, průvěs, statický model, střešní konstrukce, tvar lana

ABSTRACT

This bachelor's thesis deals with the static analysis of the supporting cables of a roof structure. The first part of the thesis discusses the issues related to cable roof structures and the static influence of the main supporting element – the cable. These theoretical insights are then applied in the practical part of the thesis, where the static analysis of the supporting cable is conducted. The manual calculation is performed using three different approaches: the catenary under distributed loads, parabolic chain line, and the rope equation. The objective of the thesis is to determine the initial shape of the cable so that, upon completion of the construction, the cable settles into the desired shape. The manual calculations are subsequently compared with results from the computational software RFEM.

KEYWORDS

Analysis, deformation, supporting cable, cable net, sag, static model, roof construction, static model, shape of the cable

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

UHROVÁ, Kristina. Statická analýza nosného lana střešní konstrukce. Brno, 2024. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí Ing. Zbyněk Vlček, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem Statická analýza nosného lana střešní konstrukce zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 24. 5. 2024

Kristina Uhrová

autor

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych ráda poděkovala svému vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Zbyňku Vlkovi, Ph.D. za vstřícný přístup, ochotu, odborné vedení a cenné rady během celé doby zpracovávání této práce.

OBSAH

ÚVOD	10
1 LANOVÉ STŘEŠNÍ SYSTÉMY	12
1.1 HISTORICKÝ VÝVOJ LANOVÝCH SYSTÉMŮ.....	12
1.2 CHARAKTERISTIKA LANOVÝCH STŘEŠNÍCH KONSTRUKCÍ.....	13
1.3 TYPY LANOVÝCH STŘECH.....	14
1.3.1 VISUTÉ STŘEŠNÍ KONSTRUKCE	14
1.3.2 ZAVĚŠENÉ STŘEŠNÍ KONSTRUKCE	18
1.4 MATERIÁL KONSTRUKČNÍCH PRVKŮ.....	19
2 TEORIE NOSNÉHO LANA.....	21
2.1 ROVINNÝ VLÁKNOVÝ POLYGON.....	21
2.2 PARABOLICKÁ ŘETĚZOVKA	22
2.3 PRAVÁ – TÍŽNÁ ŘETĚZOVKA	23
3 ZASTŘEŠENÍ SPORTOVNÍHO OBJEKTU.....	26
3.1 POPIS OBJEKTU	26
3.2 GEOMETRIE STŘEŠNÍ KONSTRUKCE.....	28
3.3 LANOVÁ SÍŤ	29
3.4 STŘEŠNÍ PLÁŠŤ	29
4 RUČNÍ VÝPOČET	30
4.1 ZATÍŽENÍ.....	30
4.1.1 VLASTNÍ TÍHA	30
4.1.2 OSTATNÍ STÁLÉ ZATÍŽENÍ.....	31
4.2 VLÁKNOVÝ POLYGON.....	34
4.3 PARABOLICKÁ ŘETĚZOVKA	36
4.4 LANOVÁ ROVNICE.....	41
4.5 VYHODNOCENÍ A POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ JEDNOTLIVÝCH METOD.....	49
4.5.1 POČÁTEČNÍ PRŮVĚS LANA	49
4.5.2 NORMÁLOVÉ SÍLY	51
5 VÝPOČET POMOCÍ PROGRAMU RFEM	55
5.1 MODEL Č. 1	55

5.2	MODEL č. 2.....	56
5.3	MODEL č. 3.....	57
5.4	MODEL č. 4.....	58
6	PŘEDPĚTÍ.....	64
7	FORM-FINDING.....	67
7.1	SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ.....	69
8	ZATÍŽENÍ SNĚHEM.....	72
	ZÁVĚR.....	78
	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ.....	80
	ODBORNÁ LITERATURA.....	80
	TECHNICKÉ NORMY.....	81
	MANUÁLY K VÝPOČETNÍM PROGRAMŮM.....	81
	INTERNETOVÉ ODKAZY.....	82
	SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	84
	SEZNAM OBRÁZKŮ.....	87
	SEZNAM TABULEK.....	89
	SEZNAM PŘÍLOH.....	90

ÚVOD

Zastřešení rozsáhlých prostor s využitím nosného lana jako hlavního konstrukčního prvku tvoří jeden z dominantních rysů současné moderní architektury. Jedná se o progresivní způsob řešení střešních konstrukcí, který spojuje efektivitu, eleganci a hospodárnost konstrukce.

Lano, jakožto hlavní nosný prvek střešní konstrukce, vykazuje silně nelineární chování, nicméně i tuto úlohu lze zavedením určitých předpokladů jednoduše řešit pomocí klasické lineární stavební mechaniky. I přes to, že je lano obvykle idealizováno jako dokonale ohebný a dokonale neprůtažný prvek, ve skutečnosti se vlivem zatížení protahuje. Tento faktor bude v práci zohledněn. Cílem je tedy určit geometrii jednotlivých lanových prvků tak, aby byl dodržen návrh tvaru konstrukce i po jejím zatížení.

Pro řešení lana ručním výpočtem existuje řada metod. V této práci jsou využity tři různé přístupy, a to rovinný vláknový polygon, parabolická řetězovka a lanová rovnice. Získané výsledky budou interpretovány a následně bude provedena komparace metod řešení.

Pro ověření výstupů ručního výpočtu bude využit statický software RFEM fungující na bázi metody konečných prvků. Při výpočtu pomocí tohoto programu je již možné uvažovat nelineární chování lanového prvku stejně tak jako sledovat jeho deformace. Bude vytvořeno několik modelů, a to jak pro ověření výsledků ručního výpočtu, tak pro nový návrh geometrie lan. Výsledky budou opět analyzovány s důrazem na nově navržený průvės lana a na normálové síly v prvku vznikající.

Jedna z kapitol bude věnována procesu zvanému „Form-Finding“. Jedná o proces hledání optimálního tvaru lana, který je v rovnováze s definovanými okrajovými podmínkami. Do modelu lana vytvořeného pomocí tohoto modulu budou dále vneseny účinky od předpětí stabilizačních lan.

Střešní konstrukce jsou kromě stálého zatížení mimo jiné vystavovány zatížení užitnému, a to především klimatickému. Na závěr práce bude provedena analýza deformace lan po zatížení sněhem.

Cílem této práce je shrnout základní poznatky z oblasti lanových střešních systémů a analyzovat různé přístupy a metody řešení lanových konstrukcí.

Část I

TEORETICKÁ ČÁST

1. LANOVÉ STŘEŠNÍ SYSTÉMY

1.1 HISTORICKÝ VÝVOJ LANOVÝCH SYSTÉMŮ

Kořeny lanových nosných systémů sahají již do daleké minulosti, kdy byly využívány ve formě různých jednoduchých přístřešků, přemostění řeky provizorní konstrukcí ze spletených lián apod. Jako příklady lze uvést zastřešení divadla v Pompejích či zastřešení amfiteátru Colosseum, která byla vybudována již v dobách antického Říma. Tento systém zastřešení se nazýval velarium (obr. 1.1) a fungoval na principu uložení plátěných střech na soustavu lan. Zastřešení objektu bylo řešeno nad tribunami za účelem ochrany diváků před sluncem. [6]



Obrázek 1.1: Velarium, Colosseum [17]

I přesto jsou lanové systémy zařazovány mezi nejmladší způsoby řešení střešních konstrukcí. Hlavní příčinou toho, proč byl prudký nárůst využívání těchto systémů zaznamenán až v posledních letech, je fakt, že v minulosti nebyly materiály, které by byly schopny přenášet tahová namáhání na příliš dobré úrovni.

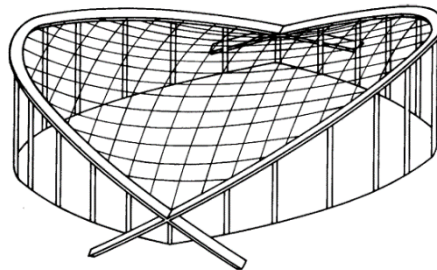
K rozvoji tažených střešních konstrukcí dochází s vynálezem vysokopevnostního drátěného lana. První lanová střešní konstrukce byla realizována v Rusku V. Šuchovem při stavbě výstavních pavilonů. Do 50. let ale byly stavěny převážně velkorozponové mostní konstrukce, nikoliv zastřešení budov. Střešní konstrukce se totiž prokazují jiným chováním než mosty. Jedná se o poměrně lehké konstrukce, jsou tedy náchylnější na sání větru, a proto nebyly po dlouhou dobu příliš populární. [7]

Za průlom ve vývoji lanových střešních systémů je považována výstavba Raleigh Areny v USA roku 1952, za kterou stojí polský architekt Matthew Nowicki. [5] Podoba arény je zachycena na obr. 1.2 a na obr. 1.3 je znázorněn její statický model. Tato stavba odhalila nové možnosti, které lanové systémy přinášejí, a dochází tak k velkému rozvoji moderního střešního stavitelství.

V současnosti jsou lanové systémy efektivním a inovativním řešením zastřešení prostor velkých rozpětí. Představují atraktivní řešení nejen z hlediska statického, ale také z hlediska architektonického. Architektům je umožněna práce s neotřelými tvary střešních konstrukcí a s využitím přirozeného denního světla. [7]



Obrázek 1.2: Sportovní aréna Raleigh, Severní Karolína, USA [18]



Obrázek 1.3: Statický model [5]

1.2 CHARAKTERISTIKA LANOVÝCH STŘEŠNÍCH KONSTRUKCÍ

Lanové střešní konstrukce jsou lehké a pružné konstrukce, které se typicky využívají pro zastřešení prostor velkých rozpětí, tj. např. stadiony, sportovní a výstavní haly nebo skladiště. Lze získat architektonicky působivé řešení, neboť nejsou vyžadovány vnitřní podpory, a lze tak dosáhnout volné dispozice bez rušivých elementů. Tento systém zastřešení poskytuje řadu výhod, mezi něž se řadí především nižší finanční náklady na zhotovení tohoto typu zastřešení, což je způsobeno nižší spotřebou materiálu oproti klasické střešní konstrukci. Lanové střešní konstrukce jsou totiž typické svou nízkou

hmotností, protože tloušťku konstrukce lze omezit na minimum, neboť je nezávislá na rozpětí. Z toho vyplývají další klady lanových konstrukcí, jako je rychlá a jednoduchá montáž, která vede ke zkrácení celkové doby výstavby. [1]

Podstatou lanových střešních konstrukcí je využití lana jako základního nosného prvku konstrukce. Nosné lano je namáháno především tahem, což je způsobeno velmi malým průřezovým rozměrem lana oproti jeho délce. Zatížení je přenášeno pomocí normálové síly v průřezu prvku. V místech upnutí lan vznikají horizontální síly, které jsou následně přenášeny do základů konstrukce. Tyto vodorovné reakce mají značnou velikost, což představuje jedno z hlavních negativ lanových konstrukcí z důvodu stoupajících nároků na podpory. Lana společně s podporami (stabilizující prstenec a podporové sloupy) tvoří jednotný celek, který se podílí na přenosu zatížení. Výhodou tohoto principu přenosu zatížení je efektivní využití vysoké pevnosti oceli v tahu a betonu v tlaku. [1]

1.3 TYPY LANOVÝCH STŘECH

Lanové střešní konstrukce se vyznačují svou tvarovou variabilitou, jejich tvar se odvíjí od zastřešovaného půdorysu a uspořádání nosných prvků. Dle způsobu využití lan je obecně lze rozdělit do dvou kategorií:

1. Lanové střechy visuté.
2. Lanové střechy zavěšené.

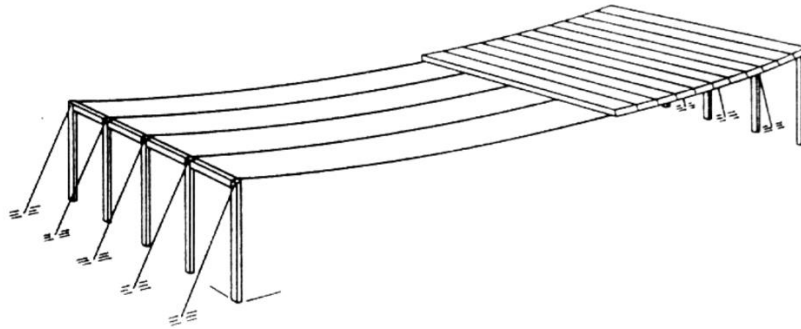
1.3.1 VISUTÉ STŘEŠNÍ KONSTRUKCE

Visuté střešní konstrukce jsou takové konstrukce, ve kterých jsou lana využita k přímému přenosu zatížení. Mohou být rovinné nebo prostorové, přičemž lana jsou uspořádána paralelně nebo radiálně, v jednovrstvém či dvojevrstvém uspořádání. [1]

1.3.1.1 JEDNODUCHÁ VISUTÁ STŘEŠNÍ KONSTRUKCE

Jednoduchá visutá střešní konstrukce je tvořena jednou vrstvou nepředpjatých nosných lan. Systémy tohoto typu se vyznačují velmi nízkou ohybovou tuhostí, proto je třeba zajistit tuhost konstrukce uložením těžkého střešního pláště, přičemž vzniká konkávní tvar střešní konstrukce. Tvarově se realizují jako konstrukce jednoduché křivosti o jednom a více polích (obr. 1.4) či jako rotačně symetrické konstrukce kruhové. [1]

Konstrukce jednoduché křivosti jsou válcového tvaru a vznikají paralelním uspořádáním nosných prvků.

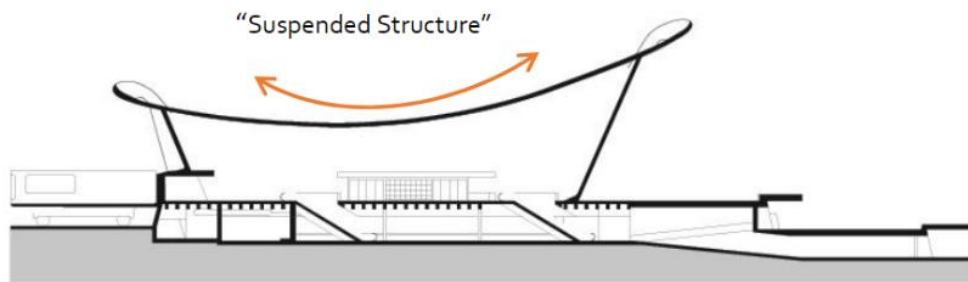


Obrázek 1.4: Visutá konstrukce jednoduché křivosti [6]

Příkladem konstrukce tohoto typu je letiště Dulles Airport ve státu Virginia v USA. Objekt byl postaven roku 1962 dle návrhu architekta Eera Saarinen. Konstrukce je tvořena vždy dvojicí železobetonových sloupů, mezi kterými je upnuto nosné ocelové lano. Střešní plášť je tvořen prefabrikovanými betonovými deskami. [10] Tato konstrukce je zobrazena na obr. 1.5, se schématem na obr. 1.6.

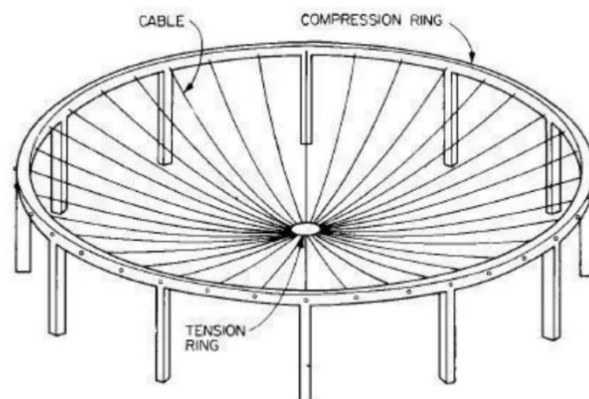


Obrázek 1.5: Dulles Airport, Virginia, USA [19]



Obrázek 1.6: Schéma Dulles Airport [20]

Rotačně symetrické konstrukce vznikají radiálním uspořádáním lan nad kruhovým půdorysem. Lanové prvky jsou kotveny do obvodového prstence, který je namáhán tlakem. Konstrukci lze také provést ve tvaru mezikruží se stabilizujícím vnitřním prstencem či bez něj. Lana jsou upnuta radiálně mezi vnitřní a vnější prstencem. K přenosu vodorovných sil z kotvení lan dochází pomocí obvodových prstenců, přičemž ve vnějším prstenci je vyvozeno tlakové namáhání a ve vnitřním prstenci tahové. [1] Příklad takové konstrukce je uveden na obr. 1.7.



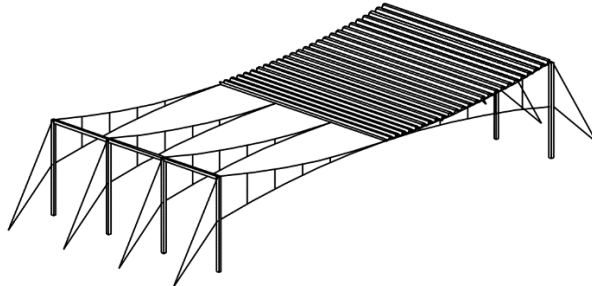
Obrázek 1.7: Rotačně symetrická kruhová konstrukce [21]

1.3.1.2 DVOUVRSTVÁ VISUTÁ STŘEŠNÍ KONSTRUKCE

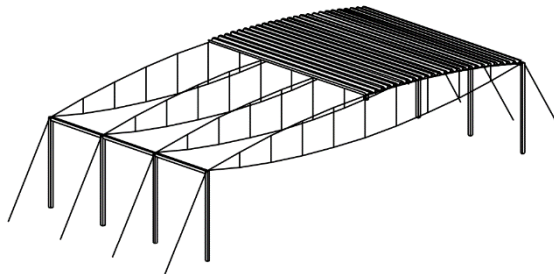
Dvouvrstvá konstrukce může být řešena pomocí lanových nosníků nebo lanové sítě.

Lanové nosníky vznikají přidáním druhé vrstvy lan opačné křivosti. Tento systém se vyznačuje značnou tuhostí a při aplikaci jakékoli kombinace zatížení zůstávají obě vrstvy lan namáhány pouze tahem. [6] Na konstrukci můžeme uložit lehčí střešní plášť než v případě jednoduché visuté střešní konstrukce, protože již není prostředkem k zajištění tuhosti zastřešení. Další výhodou lanových nosníků je poměr jejich hmotnosti ku únosnosti. Ocelová

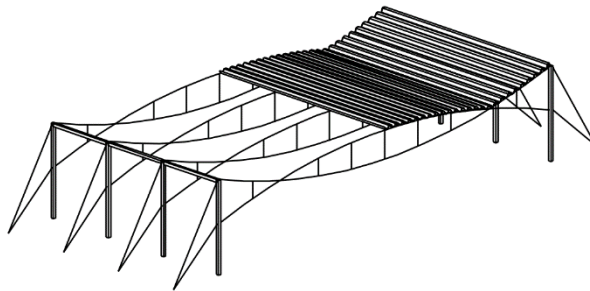
lana jsou charakteristická velkou únosností na poměrně nízkou hmotnost, lze je tedy využít k přenosu velkých zatížení bez nutnosti zvyšování jejich hmotnosti. Dle tvaru je lze rozdělit na konvexní (obr. 1.9), konkávní (obr. 1.8) či konvexně-konkávní (obr. 1.10). [6]



Obrázek 1.8: Dvouvrstvé lanové zastřešení – konkávní lanový nosník [5]



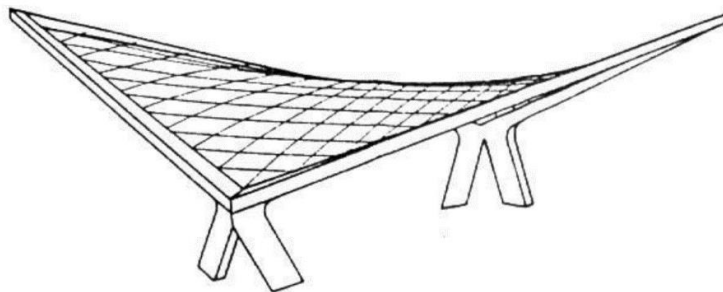
Obrázek 1.9: Dvouvrstvé lanové zastřešení – konvexní lanový nosník [5]



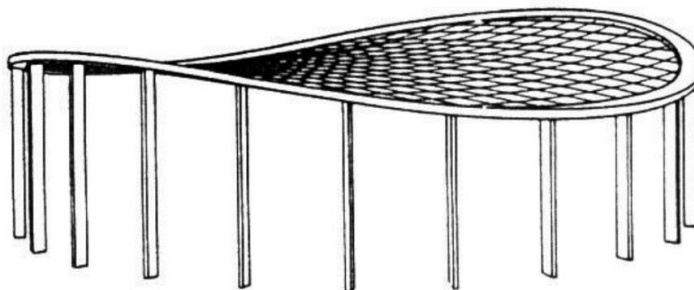
Obrázek 1.10: Dvouvrstvé lanové zastřešení – konvexně-konkávní lanový nosník [5]

Zastřešení pomocí lanové sítě nabízí minimalistické, lehké a esteticky příznivé řešení. Lanová síť je tvořena soustavou nosných lan konkávního tvaru, ke které je za účelem zajištění stability konstrukce proti sání větru přidána soustava lan předpínacích. Předpínací lana jsou opačné křivosti než lana nosná, tzn. nabývají konkávního tvaru. Soustavy lan se vzájemně křížují v pravoúhlé či kosoúhlé soustavě. Tvarově se jedná o konstrukci dvojí křivosti, obvykle např. sedlového tvaru (obr. 1.11). Na síť se ukládá lehký

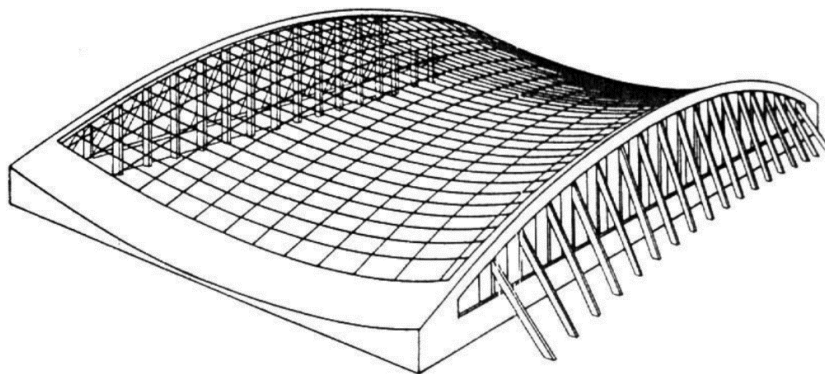
střešní plášť. Tyto konstrukce mohou být provedeny v různých tvarových variantách, další příklady jsou zobrazeny na obr. 1.12 a 1.13.



Obrázek 1.11: Konstrukce dvojí křivosti sedlového tvaru [3]



Obrázek 1.12: Konstrukce dvojí křivosti podporovaná vnějším prstencem [3]



Obrázek 1.13: Konstrukce dvojí křivosti [3]

1.3.2 ZAVĚŠENÉ STŘEŠNÍ KONSTRUKCE

Zavěšené střešní konstrukce jsou principiálně stejné jako zavěšené mosty. V těchto konstrukcích kabely poskytují pouze dodatečnou podporu prvkům, které přenášejí většinu zatížení. [3] Zavěšená lanová střecha je podporována seshora a funguje na principu zavěšení střešních nosníků pomocí táhel, která jsou ukotvena k podpůrné konstrukci, jako jsou např. rám nebo pilota. Táhla

bývají z lanových prvků, které tvoří pružné podepření. Jako příklad lze uvést jednu z nejvýznamnějších staveb tohoto typu, a to střešní konstrukci Olympijského stadionu v Mnichově (obr. 1.14).

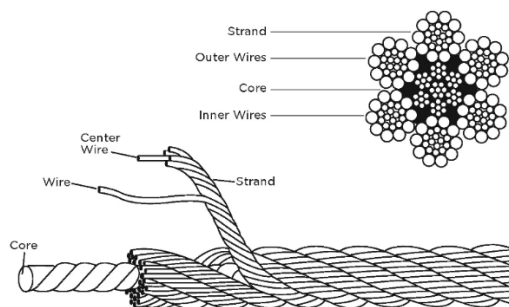


Obrázek 1.14.: Zavěšená střešní konstrukce, Olympijský stadion Mnichov [22]

1.4 MATERIÁL KONSTRUKČNÍCH PRVKŮ

Jak bylo zmíněno v kapitole 1.2, základním konstrukčním prvkem lanových střech je nosné lano, které je namáháno tahem. V současné stavební praxi jsou využívána lana ocelová, jejichž konstrukce je navržena tak, aby lano dosahovalo vysoké pevnosti při malém průměru a malé hmotnosti a bylo dostatečně ohebné.

Ocelové lano může být jedno či vícepramenné, přičemž se jednotlivé prameny skládají z určitého počtu drátů. Spletením pramenů vzniká lano. Centrální část lana je tvořena duší, kterou zpravidla tvoří ocelový drát umístěný v ose pramene. Základní konstrukční prvky ocelového lana jsou znázorněny na obr. 1.15.



Obrázek 1.15: Řez ocelovým lanem [22]

Dle uspořádání drátů v prameni mohou být lana skládaná či vinutá. Vinutým lanem nazveme takové lano, jehož prvky jsou vinuty do šroubovice, a skládaným takové lano, jehož prvky jsou (dráty, prameny, lana) uspořádány paralelně. Graficky znázorněné způsoby uspořádání drátů v prameni jsou uvedeny na obr. 1.16. V praxi se nejčastěji využívají lana vinutá z důvodu ekonomické hospodárnosti. [4]

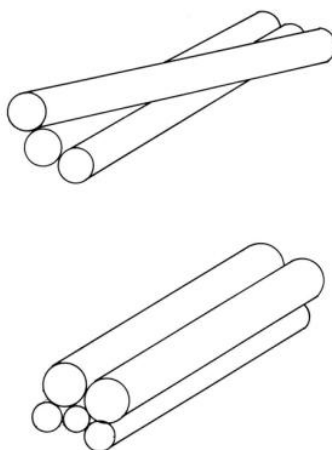


Fig. 3. Wire position in cross lay (top) and equal lay.

Obrázek 1.16: Skládané a vinuté lano [23]

Konstrukčním materiálem pro výrobu ocelových lan je vysokopevnostní ocel s pevností v rozsahu 1200–2100 MPa. [4] Pevnost oceli v tahu je maximální napětí, kterému je schopen materiál odolat při maximálním zatížení lana. Zahrnuje rezervu pevnosti, která se určuje dle tzv. faktoru bezpečnosti.

2. TEORIE NOSNÉHO LANA

Nosné lano je zvláštním případem prutu, které je určeno výhradně pro přenos tahových normálových sil. Jedná se o ocelové lano, které je složeno z tenkých drátů vysoké pevnosti.

Pro výpočet je lanový prvek idealizován, jsou tedy zavedeny následující předpoklady. Ze statického hlediska má nosné lano zanedbatelnou pevnost v ohybu a velkou pevnost v tahu, jedná se tedy o tzv. dokonale ohebné vlákno. To znamená, že ohybový moment ve všech průřezích vlákna je roven $M = 0$. Vlákno je tedy namáháno pouze tahovou normálovou silou $N(\text{tah}) > 0$. Lano dále uvažujeme jako vlákno dokonale neprůtažné a nehmotné, z čehož vyplývá, že délka lana je neměnná a vlastní tíhu prvku lze zanedbat. [8]

Lanové konstrukce jsou charakteristické tvarovou nestálostí vlivem nízké ohybové tuhosti. Geometrický tvar lana je úzce spjatý s působícím zatížením a tvarem se tedy přizpůsobuje výslednicové čáře vnějšího zatížení. Právě nelineární geometrické chování je zdrojem nelinearity prvku. Nelinearita plyne z geometrických rovnic, které definují vztah posunů k odpovídajícím deformacím tělesa.

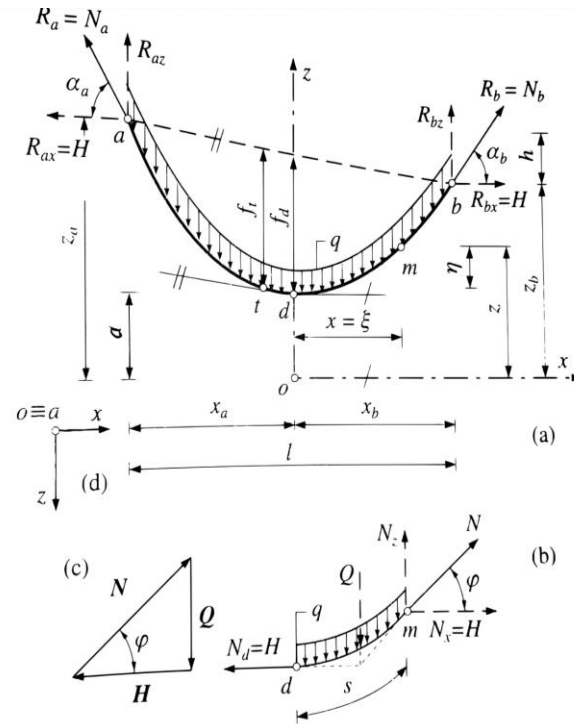
Statický model je tvořen rovinným dokonale ohebným a pružným lanem, které je zavěšeno do dvou neposuvných podpor. Dle tvaru, který lano zaujme po zatížení, rozlišujeme 3 základní tvary:

1. Rovinný vláknový polygon.
2. Parabolická řetězovka.
3. Tížná řetězovka.

2.1 ROVINNÝ VLÁKNOVÝ POLYGON

Rovinný vláknový polygon vzniká bodovým zatížením lana soustavou svislých sil F_1, F_2, \dots, F_n působících v jedné rovině. Vlákno se napne a zaujme tvar mnohoúhelníku o $n + 1$ stranách (obr. 2.1). S tímto modelem lze počítat jako s rovinnou kloubovou prutovou soustavou, kdy styčníky a pruty soustavy jsou reprezentovány vrcholy a stranami polygonu. Pro výpočet neznámých normálových sil v prutech lze využít styčnickovou nebo průsečnou metodu. [2]

Tahové síly v průřezu prvku nejsou konstantní po délce lana. Platí, že čím strmější je úsek mnohoúhelníku, tím větší je normálová síla. Z toho vyplývá,



Obrázek 2.4: Tízná řetězovka [2]

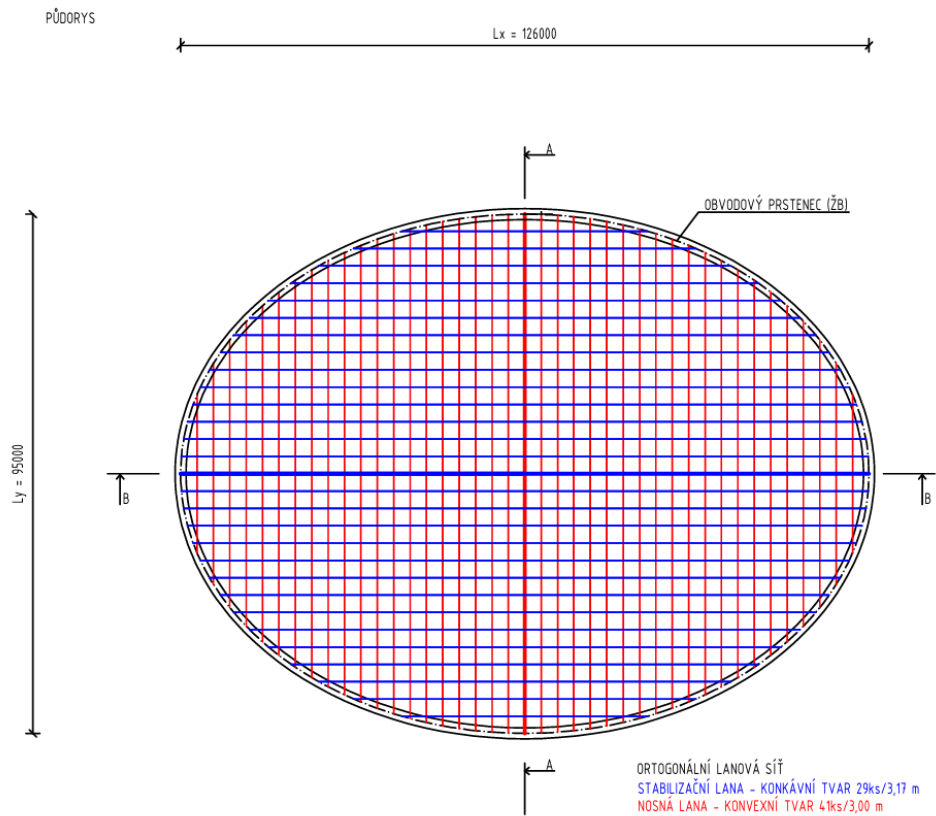
Část II

PRAKTICKÁ ČÁST

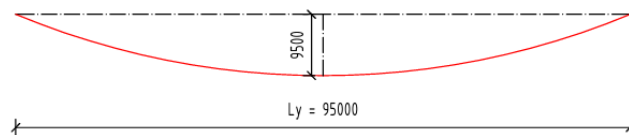
3. ZASTŘEŠENÍ SPORTOVNÍHO OBJEKTU

3.1 POPIS OBJEKTU

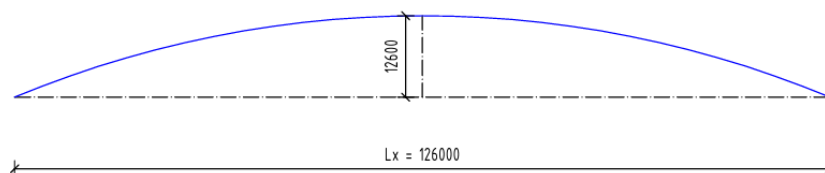
Pro statickou analýzu nosného lana střešní konstrukce bylo zvoleno zastřešení sportovního objektu. Zastřešení je navrženo ve tvaru hyperbolického paraboloidu, tzn. jedná se o konstrukci dvojí křivosti. Střešní konstrukce je tvořena lanovou sítí, která se skládá ze soustavy nosných a stabilizačních lan a je kotvena do obvodového železobetonového prstence. Nosná lana jsou na obr. 3.1 znázorněna červenou barvou. Jedná se celkem o 41 ks lan konvexního tvaru, vzájemně vzdálených o 3,0 m. Stabilizační lana jsou na obr. 3.1 znázorněna modře. V tomto případě jsou lana tvaru konkávního a je navrženo celkem 29 ks ve vzájemné vzdálenosti 3,17 m. Střešní konstrukce je symetrická, tudíž stačí řešit pouze její polovinu. Pro přehlednost jsou v dalších výpočtech nosná lana číselně označována, přičemž nejdelší lano, které se nachází ve středu konstrukce, nese číslo 1 a krajní nejkratší lano číslo 21. Na lanovou síť je pak uložen lehký střešní plášť. Objekt je navržen ve tvaru elipsy o půdorysných rozměrech 126 x 95 m. Základní půdorysné schéma a schematický příčný a podélný řez střešní konstrukcí jsou zobrazeny na obr. 3.1.



PŘÍČNÝ ŘEZ A - A



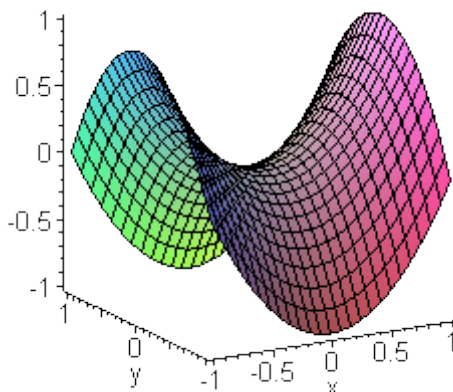
PODÉLNÝ ŘEZ B - B



Obrázek 3.1: Půdorysné schéma, schematický příčný a podélný řez střešní konstrukcí

3.2 GEOMETRIE STŘEŠNÍ KONSTRUKCE

Jak již bylo zmíněno v kapitole 3.1, střešní konstrukce je navržena ve tvaru hyperbolického paraboloidu. Jedná se o kvadriku čili o algebraickou plochu druhého stupně. Hyperbolický paraboloid má dvě přímkové roviny a dva přímkové reguly. Libovolná dvojice přímek jednoho regulu a libovolná dvojice přímek druhého regulu určují tzv. zborcený čtyřúhelník, což znamená, že jeho vrcholy neleží v jedné rovině. [10]



Obrázek 3.2: Hyperbolický paraboloid [26]

Předpis funkce lze určit dle vztahu:

$$z(x, y) = a \frac{4y^2}{L_y^2} - b \frac{4x^2}{L_x^2}, \quad (3.1)$$

kde a vyjadřuje maximální průvěs konvexních lan, b maximální vzepětí konkávních lan a L_y, L_x jsou půdorysné rozměry elipsy. [8]

Po dosazení do vztahu (3.1) je tedy získán předpis funkce pro plochu střešní konstrukce:

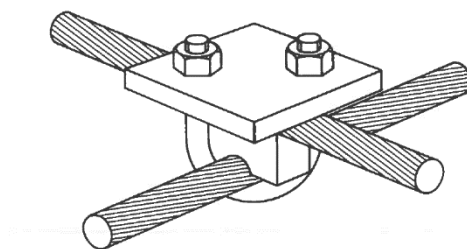
$$z(x, y) = 9,5 \frac{4y^2}{95^2} - 12,6 \frac{4x^2}{126^2}.$$

3.3 LANOVÁ SÍŤ

Lanová síť se skládá ze soustavy lan nosných a stabilizačních, kterými je zajištěna stabilita střešní plochy.

Prvky lanové sítě byly navrženy dle normy ČSN EN 1993-1-11, Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-11: Navrhování ocelových tažených prvků. Nosná i stabilizační lana byla zvolena ze skupiny tažených prvků B, přičemž nosná lana jsou navržena uzavřená s kruhovými a Z dráty jako hlavním taženým prvkem. Stabilizační lana jsou navržena jako spirálová pramenná lana a hlavním taženým prvkem je kruhový drát. Průměr nosných lan byl zvolen 50 mm a průměr lan stabilizačních 35 mm.

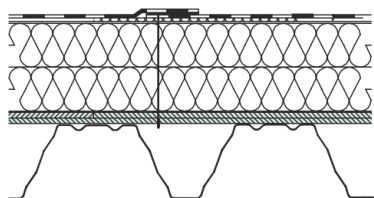
K vzájemnému spojení lan jsou využity ocelové svorky, které jsou umístěny v místech průsečíků nosných a stabilizačních lan a je jimi zajištěna tvarová stabilizace sítě.



Obrázek 3.3: Ocelová svorka [3]

3.4 STŘEŠNÍ PLÁŠŤ

Střešní plášť je řešen pomocí tzv. „skládaného pláště“. Jedná se o kombinaci nosného trapézového plechu, izolační vrstvy a mechanicky kotvené izolační folie.



SKLADBA STŘEŠNÍHO PLÁŠTĚ:

Hydroizolační folie Amousplan SM 150 (tl. 1.5 mm)
 Separální tkanina (netkaná skelní textilie)
 Izolační desky EPS 100S - 2 vrstvy tl. 60 mm
 Parozábrana PE (polyethylenová folie) - tl. 0.2 mm
 Cementotřískové desky CETRIS BASIC - 2 vrstvy tl. 10 mm
 Nosný trapézový plech TR 150/280/075
 Podhled

Obrázek 3.4: Skladba střešního pláště [27]

4. RUČNÍ VÝPOČET

Statická analýza bude provedena pro nosná lana střešní konstrukce. Jak již bylo zmíněno v kapitole 2, lano je prvek, který je charakteristický svým nelineárním chováním, a proto se obvykle idealizuje tak, aby i taková úloha byla řešitelná pomocí lineární mechaniky. Jeho idealizace spočívá v zavedení určitých předpokladů, které byly v kapitole 2 rozebrány. Obvykle se tedy lano uvažuje jako dokonale neprůtažný prvek, nicméně v této práci bude vliv protažení ve výpočtu zahrnut. Z toho vyplývá, že je nutné operovat se změnou geometrie lana, ke které dojde vlivem osových sil. Cílem je nalézt počáteční průvěs lana tak, aby po jeho zatížení a následném prodloužení byla dodržena požadovaná geometrie lana, která byla stanovena při návrhu tvaru střešní konstrukce.

V každé metodě ručního výpočtu je řešení ukázáno pouze pro středové lano č.1, výpočet pro zbylá lana (č. 2 ~ 21) byl proveden analogicky. Kompletní přehled navržených geometrických charakteristik lana, jako je jeho rozpětí, požadovaný a nově navržený počáteční průvěs lze nalézt v příloze č.1. Celé výpočty počátečních průvěsů lze pak nalézt v příloze 2 (výpočet v MS Excel).

4.1 ZATÍŽENÍ

Stálé zatížení nosného lana se skládá z vlastní tíhy prvku a ostatního stálého zatížení, které představují stabilizační lana, střešní plášť a ocelové svorky.

4.1.1 VLASTNÍ TÍHA

Vlastní tíha prvku byla vypočtena dle normy ČSN EN 1993-1-11, Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-11: Navrhování ocelových tažených prvků.

$$g_k = w A_m, \quad (4.1)$$

$$A_m = \frac{\pi d^2}{4} f, \quad (4.2)$$

kde f je součinitel plnosti: $f = 0,81$

$$w = 830 * 10^{-7} \text{ N/mm}^3.$$

Dosazením do vztahu (4.2):

$$A_m = \frac{\pi d^2}{4} f = \frac{\pi * 50^2}{4} 0,81 = 1590,431 \text{ mm}^2$$

a následně do vztahu (4.1) se získá vlastní tíha nosného lana:

$$\begin{aligned} g_{k,0} &= w A_m = 830 * 10^{-7} \left[\text{N/mm}^3 \right] * 1590,431 \left[\text{mm}^2 \right] \\ &= \mathbf{0,132 \text{ N/mm}}. \end{aligned}$$

Převod spojitého zatížení po délce lana na spojitě zatížení na průmět je proveden vydělením výslednice zatížení půdorysnou délkou lana.

$$\begin{aligned} G_{k,0} &= g_{k,0} L_{př} = 0,132 \left[\text{N/mm} \right] * 97513,4066 \left[\text{mm} \right] = 12872,333 \text{ N} \\ &= 12,872 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$g_{k,0} = \frac{G_{k,0}}{l} = \frac{12,872 \left[\text{kN} \right]}{95 \left[\text{m} \right]} = \mathbf{0,135 \text{ kN/m}}$$

4.1.2 OSTATNÍ STÁLÉ ZATÍŽENÍ

STABILIZAČNÍ LANA

$$g_{k,1} = w A_m$$

$$A_m = \frac{\pi d^2}{4} f, \text{ kde } f \text{ je součinitel plnosti}$$

$$f = 0,75$$

$$w = 830 * 10^{-7} \text{ N/mm}^3$$

$$A_m = \frac{\pi d^2}{4} f = \frac{\pi * 35^2}{4} 0,75 = 721,58 \text{ mm}^2$$

$$g_{k,1} = w A_m = 830 * 10^{-7} \left[\frac{N}{mm^3} \right] * 721,58 [mm^2] \\ = 0,0599 \text{ N/mm}$$

$$G_{k,1} = g_{k,1} Z\check{S} = 0,0599 \left[\frac{N}{mm} \right] * 3000 [mm] = 179,7 \text{ N} \\ = 0,179 \text{ kN}$$

OCELOVÉ SVORKY

$$m = 190 \text{ g} = 0,19 \text{ kg}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$G_{k,2} = m g = 0,19 [kg] * 10 \left[\frac{m}{s^2} \right] = 1,9 \text{ N} = 0,0019 \text{ kN}$$

STŘEŠNÍ PLÁŠŤ

Tabulka 4.1: Skladba střešního pláště

Skladba pláště	t [mm]	Zatěžovací šířka [mm]	γ [kN/m^2]	γ [kN/m^3]	g_{3k} [kN/m]
Hydroizolační folie Amourplan	1,50	3000	0,019		0,057
Separační tkanina		3000	0,002		0,006
Izolační desky EPS	120	3000		0,3	0,108
Parozábrana PE	0,20	3000	0,002		0,006
Cementotřískové desky CETRIS BASIC	12	3000		11,5	0,414
Nosný trapézový plech TR 150/280/0,75		3000	0,1052		0,316
Podhled LDM-E 213 BWS		3000	0,098		0,294

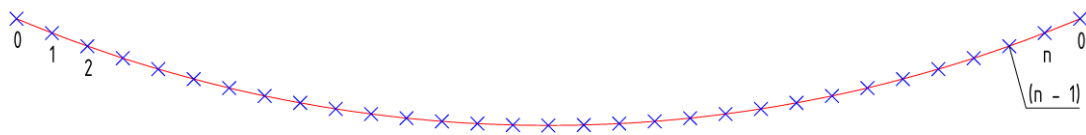
$$\sum g_{k,3} \\ = 1,201 \text{ kN/m}$$

$$G_{k,3} = g_{k,3} L_{př} = 1,201 * 97,513 = 117,113 \text{ kN}$$

$$g_{k,3} = G_{k,3} / l = 117,113 / 95 = \mathbf{1,233 \text{ kN/m}}$$

PŘEPOČET NA UZLOVÉ ZATÍŽENÍ

Pro výpočet lana ve tvaru vláknového polygonu je třeba spojitě zatížení převést na soustavu svislých sil působících v uzlových bodech lana. Zatížení od svorek a stabilizačních lan působí v místech průsečíků nosných a stabilizačních lan, jež jsou mezi sebou vzdálena o délku 3,17 m. Nazvěme počáteční a koncový bod lanového prvku, ve kterém je lano ukotveno do obvodového prstence, styčnicem č. 0 a krajní body lana, ve kterých se nachází zmiňované průsečíky, styčnicí č. 1, n. Schéma značení viz obr. 4.1. Vzdálenost styčnicí č. 0 a styčnicí č. 1, n je proměnlivá po obvodu konstrukce z důvodu jejího elipsovitého půdorysu. Z toho vyplývá, že velikost uzlového zatížení v uzlech č. 0, 1, n se bude pro jednotlivá lana lišit.



Obrázek 4.1: Schéma označení uzlů

Zatížení od svorek a stabilizačních lan je uvažováno pouze v uzlech č. 1~ n. Jeho velikost lze určit jako:

$$G_{k,1} + G_{k,2} = 0,179 + 0,0019 = \mathbf{0,1809 \text{ kN}}.$$

Velikost zatížení od vlastní tíhy nosného lana a střešního pláště je potom:

$$g_{k,0,3} = g_{k,0} + g_{k,3} = 0,135 + 1,233 = \mathbf{1,368 \text{ kN/m}}.$$

Výpočet pro všechna lana je obdobný, zde bude znázorněn výpočet pro středové lano, které se nachází v místě hlavní poloosy elipsy.

Styčnicí č. 0:

$$F_0 = Z\check{S} * g_{k,0,3} = \frac{1}{2} 3,12 * 1,368 = \mathbf{2,134 \text{ kN}}.$$

Styčnicí č. 1, n:

$$F_{1,n} = Z\check{S} * g_{k,0,3} + G_{k,1,2} = \frac{1}{2}(3,12 + 3,17) * 1,368 + 0,1809 = \mathbf{4,483\ kN}.$$

Styčník č. 2 ~ (n - 1):

$$F_{2,n} = Z\check{S} * g_{k,0,3} + G_{k,1,2} = \frac{1}{2}(3,17 + 3,17) * 1,368 + 0,1809 = \mathbf{4,517\ kN}.$$

4.2 VLÁKNOVÝ POLYGON

Nejdříve bude využita možnost, že lano po zatížení zaujme tvar vláknového polygonu. Jedná se o jedenkrát staticky neurčitou konstrukci, z čehož vyplývá, že pro řešení reakcí, které vznikají v místě uložení prvku, jsou k dispozici tři statické podmínky rovnováhy a dále je třeba využít podmínky doplňkové, kterou mohou tvořit např. délka lana L , daný průvės nebo tíha závaží G . V tomto případě je za doplňkovou podmínku uvažován daný průvės lana v bodu m (x_m, z_m).

Jsou tedy známy tři body, kterými bude vláknový polygon procházet, a to:

$$a[0; 0], b [95; 0], m[47,5; 9,5].$$

Protože vláknový polygon vzniká zatížením vlákna soustavou svislých sil, je nutné převést spojitě rovnoměrné zatížení lana od účinků stálého zatížení na osamělá břemena působící v uzlech lana. Uzly jsou uvažovány v místech křížení lan opačné křivosti, která jsou zajištěny svorkami. Cílem výpočtu je určit geometrii lana tak, aby byla dodržena hodnota průvėsu lana v bodu m .

K získání neznámých normálových sil polygonu lze využít průsečné či styčníkové metody. Průsečná metoda funguje principiálně tak, že pokud je v rovnováze soustava jako celek, musí být v rovnováze i všechny její části. To znamená, že soustavou je veden myšlený řez místy, ve kterých jsou hledány hodnoty vnitřních sil. Myšlený řez soustavu rozřízne na dvě části, přičemž jsou obě dvě v rovnováze.

Velikost normálové síly v uzlu i lze určit jako:

$$N_i = \sqrt{N_{iz}^2 + H^2} \quad (4.3)$$

a úhel, který síla svírá s vodorovnou osou x , jako:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{N_i}{H}. \quad (4.4)$$

Délku dílčí strany polygonu lze získat pomocí vztahu:

$$l_i = \sqrt{x_i^2 + z_i'^2}. \quad (4.5)$$

VLIV PRUŽNÉHO PŘETVOŘENÍ LANA

Idealizovaný výpočtový model nosného lana pracuje s předpokladem, že lano je dokonale neprůtažné, tzn. že nemění svou délku. Ve skutečnosti ale dochází k pružnému přetvoření lana vlivem osových sil, čímž se lano prodlouží. Přírůstek délky prvku lze vypočítat dle následujícího vztahu:

$$\Delta L = \frac{N L}{E A}. \quad (4.6)$$

Pro jednotlivé uzly platí, že se posouvají pouze ve svislém směru. [1]

Tabulka 4.2: Výsledky ručního výpočtu – Vlákno polygon

n	F	N_z	H	N	z'_i	z_i	x_i	α_i	l_i	ΔL_i [mm]
0	2,134	65,469	169,227	181,450	0	0	0	21,150	0	0
1	4,483	60,986	169,227	179,881	1,207	1,207	3,12	19,818	3,345	1,802
2	4,517	56,468	169,227	178,400	1,142	2,349	6,29	18,453	3,370	1,800
3	4,517	51,951	169,227	177,022	1,058	3,407	9,46	17,066	3,342	1,771
4	4,517	47,433	169,227	175,749	0,973	4,380	12,63	15,656	3,316	1,745
5	4,517	42,916	169,227	174,584	0,889	5,269	15,8	14,230	3,292	1,721
6	4,517	38,398	169,227	173,529	0,804	6,073	18,97	12,784	3,270	1,699
7	4,517	33,881	169,227	172,585	0,719	6,792	22,14	11,321	3,251	1,680
8	4,517	29,363	169,227	171,756	0,634	7,427	25,31	9,844	3,233	1,663
9	4,517	24,846	169,227	171,041	0,550	7,977	28,48	8,353	3,217	1,648
10	4,517	20,329	169,227	170,444	0,465	8,442	31,65	6,850	3,204	1,635
11	4,517	15,811	169,227	169,964	0,381	8,823	34,82	5,338	3,192	1,625
12	4,517	11,294	169,227	169,604	0,296	9,119	37,99	3,818	3,184	1,617
13	4,517	6,776	169,227	169,363	0,212	9,331	41,16	2,293	3,177	1,611

Tabulka 4.3: Výsledky ručního výpočtu – Vláknoový polygon (pokračování)

14	4,517	2,259	169,227	169,242	0,127	9,457	44,33	0,764	3,173	1,608
15	2,259	0	169,227	169,227	0,0423	9,5	47,5	0	3,170	1,606

Při zahrnutí vlivu pružného přetvoření lana do výpočtu je třeba nalézt nový počáteční průvės lana tak, aby po protažení prvku byl dodržen požadovaný průvės lana. Nový počáteční průvės určíme tak, aby platilo, že $L_0 = L + \Delta L$, kde L_0 je délka lana bez zahrnutí vlivu protažení a ΔL je přírůstek délky lana. Hodnoty počátečního průvėsu lana jsou iterovány tak, aby rozdíl obou stran rovnice byl minimální.

Pro středové lano platí iterační podmínka:

$$L_0 = L + \Delta L, \quad (4.7)$$

$$48,73657553 = L + \Delta L.$$

Dílčí kroky iterací jsou zapsány v tab. 4.3.

Tabulka 4.4: Výsledky iteračního výpočtu – Vláknoový polygon

n	$f_{poč}$	H	N_i	z'_i	z_i	L	ΔL	$L_0 = L + \Delta L$	rozdíl
0	9,5	169,227	169,227	0,0423	9,5	48,737	0,0252	48,762	0,0252
1	9,45	170,122	170,122	0,0419	9,45	48,711	0,0255	48,737	1,135E-04
2	9,4	171,027	171,027	0,0420	9,4	48,711	0,0255	48,737	1,102E-04
3	9,3999	171,029	171,029	0,0419	9,3999	48,711	0,0255	48,737	1,102E-04
4	9,3998	171,031	171,031	0,0419	9,3998	48,711	0,0255	48,737	8,522E-05

Iteračním procesem byl získán nově navržený počáteční průvės lana o hodnotě 9,3998 m.

4.3 PARABOLICKÁ ŘETĚZOVKA

Druhou vybranou metodou ručního výpočtu je parabolická řetězovka. Jak již bylo zmíněno v kapitole 2.2, v případě parabolické řetězovky je zatížení svislé, spojitě a je rovnoměrně rozloženo po horizontálním průmětu vlákna.

$$g_k = g_{k,0} + g_{k,1} + g_{k,2} + g_{k,3}$$

$$g_k = 0,135 + \frac{0,179 * 29}{95} + \frac{0,0019 * 29}{95} + 1,233$$

$$= \mathbf{1,423 \text{ kN/m}}$$

Statické řešení parabolické řetězovky je obdobné jako řešení vláknového polygonu. Svislé složky reakcí lze stanovit pomocí statických podmínek rovnováhy.

Momentová podmínka k bodu a:

$$\sum M_a = 0, \tag{4.8}$$

$$95R_{bz} - g_k * \frac{l^2}{2} = 0,$$

$$95R_{bz} - 1,423 * \frac{95^2}{2} = 0,$$

$$\mathbf{R_{bz} = 67,593 \text{ kN}}$$

Momentová podmínka k bodu b:

$$\sum M_b = 0, \tag{4.9}$$

$$-95R_{az} + g_d * \frac{l^2}{2} = 0,$$

$$-95R_{az} + 1,423 * \frac{95^2}{2} = 0,$$

$$\mathbf{R_{az} = 67,593 \text{ kN.}}$$

Kontrolní podmínka:

$$\sum F_{iz} = 0, \tag{4.10}$$

$$R_{az} + R_{bz} - g_d * l = 0,$$

$$67,593 + 67,593 - 1,423 * 95 = \mathbf{0.}$$

Vodorovnou složku reakcí lze získat pomocí rovnice průvšové křivky vlákna a známého průvšesu v bodě *m*.

$$\sum M_m = 0 \quad (4.11)$$

$$R_{az} - Hx - \frac{1}{2}qx^2 = 0$$

Protože jsou závěsné body a, b ve stejné výškové úrovni, dostáváme vztah:

$$z(x) = \frac{qx}{2H}(l-x), \quad (4.12)$$

$$H = \frac{qx(l-x)}{2z(x)},$$

$$H = \frac{1,423 * 47,5 (95 - 47,5)}{2 * 9,5},$$

$$\mathbf{H = 168,981 kN.}$$

Osovou sílu v libovolném bodě řetězovky lze získat pomocí vztahu:

$$N = \sqrt{N_z^2 + H^2}, \quad (4.13)$$

$$N = \sqrt{67,593^2 + 168,981^2} = \mathbf{181,998 kN.}$$

Platí:

$$\cos\varphi = \frac{H}{N} \quad \sin\varphi = \frac{N_z}{N}, \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{N_z}{H}. \quad (4.14)$$

Svislé souřadnice bodů lze získat z rovnice průvňšové křivky vlákna, která byla využita při výpočtu vodorovné složky reakce H .

Rovnice sklonů tečen:

$$z'(x) = \frac{dz}{dx} = \frac{q}{2H}(l-2x). \quad (4.15)$$

Délka parabolické řetězovky L je dána vztahem:

$$L = \int_s ds = \int_0^l \sqrt{dx^2 + dz^2} = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx. \quad (4.16)$$

Úpravou lze získat vztah:

$$L = \frac{H}{2q} [\lambda_a \sqrt{1 + \lambda_a^2} + \ln(\lambda_a + \sqrt{1 + \lambda_a^2}) + \lambda_b \sqrt{1 + \lambda_b^2} + \ln(\lambda_b + \sqrt{1 + \lambda_b^2})], \quad (4.17)$$

kde součinitelé λ_a , λ_b jsou bezrozměrná čísla a lze je vypočítat pomocí vztahu:

$$\lambda_a = \frac{qx_m}{H}, \quad (4.18)$$

$$\lambda_b = \frac{q(l - x_m)}{H}, \quad (4.19)$$

$$\lambda_a = \frac{1,423 * 47,5}{168,981} = \mathbf{0,4},$$

$$\lambda_b = \frac{1,423 * (95 - 47,5)}{168,981} = \mathbf{0,4}.$$

Výraz (2.18) lze dále rozvinout v binomickou řadu:

$$L \approx l + \frac{H}{q} \left[\frac{1}{6} (\lambda_a^3 + \lambda_a^3) - \frac{1}{40} (\lambda_a^5 + \lambda_a^5) + \frac{1}{112} (\lambda_a^7 + \lambda_a^7) \dots \right] \quad (4.20)$$

Nyní lze dosazením součinitelů λ_a , λ_b do vztahu (4.20) získat délku napjatého lana:

$$L \approx l + \frac{H}{q} \left[\frac{1}{6} (\lambda_a^3 + \lambda_a^3) - \frac{1}{40} (\lambda_a^5 + \lambda_a^5) + \frac{1}{112} (\lambda_a^7 + \lambda_a^7) \dots \right]$$

$$L \approx 95 + \frac{168,981}{1,423} \left[\frac{1}{6} (0,4^3 + 0,4^3) - \frac{1}{40} (0,4^5 + 0,4^5) + \frac{1}{112} (0,4^7 + 0,4^7) \dots \right]$$

$$L \approx \mathbf{97,476 \text{ m.}}$$

Opět je ještě třeba započítat vliv pružného přetvoření lana. Protažení lana lze vyřešit na základě Hookova zákona obdobně jako při výpočtu vláknového polygonu.

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

$$\Delta L = \frac{181,998 * 97,476}{210 * 10^6 * 15,904 * 10^{-4}} = \mathbf{0,0531\ m}$$

Po sečtení délky napjatého lana s jeho prodloužením je získaná opět hodnota větší, z čehož vyplývá, že je třeba opět provést iterační výpočet pro nalezení počátečního průvěsu lana. Postup je obdobný jako v kap. 4.2.

Za iterační podmínku je zvolena původní délka lana bez uvážení vlivu protažení:

$$97,476008 = L + \Delta L.$$

Díličí výsledky iteračního výpočtu jsou zaznamenány v tab. 4.4.

Tabulka 4.5: Výsledky iteračního výpočtu – Parabolická řetězovka

n	$f_{poč}$	H	R_z	N	λ	L	ΔL	součet	rozdíl
0	9,5	168,981	67,593	181,998	0,4	97,476	0,0531	97,529	0,0531
1	9,45	169,875	67,593	182,829	0,398	97,451	0,0533	97,504	0,0279
2	9,4	170,779	67,593	183,669	0,396	97,425	0,536	97,479	0,0028
3	9,395	170,870	67,593	183,753	0,396	97,423	0,0536	97,476	0,0003
4	9,3945	170,879	67,593	183,762	0,396	97,422	0,0536	97,476	7,86E-05
5	9,3944	170,881	67,593	183,763	0,396	97,422	0,0536	97,476	2,86E-05

Iteračním výpočtem byl získán nový počáteční průvěs roven 9,3944 m. Po zatížení se lano dostane do požadované polohy, což znamená, že průvěs lana bude 9,5 m.

4.4 LANOVÁ ROVNICE

V této kapitole bude rozebrán třetí přístup k řešení ručního výpočtu, a to konkrétně lanová rovnice. Následující poznatky vychází z lit. [1].

Metoda statického řešení lana je založena na následujících předpokladech:

- Lano je dokonale ohebné a má nulovou ohybovou tuhost.
- Lano je homogenní a jeho průřez po délce je konstantní.
- Materiál prvku je lineárně pružný, lze uplatnit Hookův zákon.
- Při pružném přetvoření lana se body osy lana posouvají pouze ve svislém směru.
- Zatížení je pouze svislé a rozloženo po horizontálním průmětu prvku.
- Největší průvěs lana je $f_{max} \leq 0,1l$.

Uvažujme lano dokonale ohebné a pružné, zavěšené na dvou neposuvných podporách a zatížené svislým zatížením. Rovnici průvěsových křivek lze získat pomocí statických podmínek rovnováhy na uvolněném elementu lana ds .

Platí:

$$\sum F_{ix} = 0: -N_x + N_x + dN_x = 0, \quad (4.21)$$

$$\sum F_{iz} = 0: -N_z + N_z + dN_z + q(x)dx = 0. \quad (4.22)$$

Z první podmínky rovnováhy:

$$dN_x = 0, \quad (4.23)$$

z čehož vyplývá, že síla H ve směru osy x je konstantní v jakémkoliv průřezu lana.

Druhá podmínka rovnováhy vyjadřuje, že:

$$dN_z = -g(x)dx. \quad (4.24)$$

Pro uvažovaný prvek platí, že osová síla N v jakémkoli jeho průřezu má směr tečny k průvěsové křivce. Osovou sílu lze rozdělit na pravouhlé složky, pro které platí následující vztahy:

$$N_x = N \cos\varphi = H = konst., \quad (4.25)$$

$$N_z = N \sin\varphi, \quad (4.26)$$

$$N_z = H \operatorname{tg}\varphi = H \frac{dz}{dx}, \quad (4.27)$$

$$dN_z = H \frac{d^2z(x)}{dx^2}. \quad (4.28)$$

Dosazením rovnice (4.28) do rovnice (4.24) a následnou úpravou je získán vztah:

$$\frac{d^2z(x)}{dx^2} = -\frac{q(x)}{H}. \quad (4.29)$$

Tento vztah je označován jako tzv. **lanová rovnice**. Dvojitou integrací lanové rovnice získáme vztahy, ve kterých posouvající síla $Q(x)$ a ohybový moment $M(x)$ jsou vnitřní síly v libovolném průřezu x prostého nosníku o stejném rozpětí a zatížení, jako má lanový prvek.

$$z'(x) = \frac{Q(x)}{H} + C_1 \quad (4.30)$$

$$z(x) = \frac{M(x)}{H} + C_1(x) + C_2 \quad (4.31)$$

Integrační konstanty C_1, C_2 lze určit pomocí okrajových podmínek. Pro vyřátý element lana platí, že svislá souřadnice z podporového bodu a je rovna 0 a svislá souřadnice bodu b je rovna h . V řešeném případě jsou oba závěsné body lana ve stejné výšce, z čehož vyplývá, že $h = 0$. Platí tedy:

$$x = 0: z(0) = 0, \quad M(0) = 0 \Rightarrow C_0 = 0, \quad (4.32)$$

$$x = l: z(l) = 0, \quad M(l) = 0 \Rightarrow C_1 = 0. \quad (4.33)$$

Zpětným dosazením integračních konstant je získána hledaná rovnice průvšesové křivky:

$$z(x) = \frac{M(x)}{H}. \quad (4.34)$$

Maximální průvěs lana vzniká právě v tom bodě, ve kterém je tečna k průvěsové křivce rovnoběžná se spojnicí závěsných bodů lana a, b .

Tento bod lze využít jako doplňkovou podmínku k nalezení vodorovné reakce H , kterou nelze stanovit pouze pomocí statických podmínek rovnováhy. Dle navržené geometrie střešní konstrukce je znám průvěs lana, který prochází bodem $m(x_m, z_m)$. Jeho souřadnice stačí dosadit do průvěsové křivky lana a následně vyjádřit vodorovnou sílu H .

$$H = \frac{M(x_m)}{f_m} = \frac{M(x_m)}{z_m} \quad (4.35)$$

Hodnota f_m je rovna svislé souřadnici bodu m , protože závěsné body jsou umístěny ve stejné výškové úrovni.

Délku napnutého lana lze získat pomocí integrálu $\int_L ds$, následnou úpravou výrazu a rozvinutí v binomickou řadu. Pro přibližný výpočet délky napnutého lana stačí uvažovat pouze první dva členy binomického rozvoje. Platí tedy vztah:

$$L \cong l + \frac{l}{2}tg^2\alpha + \frac{1}{2H^2} \int_0^l Q^2 dx. \quad (4.36)$$

Hodnotu integrálu $\int_0^l Q^2 dx$ lze stanovit zjednodušením lana na prostý nosník o stejném rozpětí a zatížení, jako má lano. Nosník se rozdělí v místech působišť osamělých břemen či v místech změn intenzity spojitého zatížení.

Pro celý nosník délky l platí:

$$\int_0^l Q^2 dx = \sum_{j=1}^p \int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j, \quad (4.37)$$

přičemž hodnota integrálu $\int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j$ se vypočte jako:

$$\int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j = Q_j^2 d_j - Q_j \frac{d_j^2}{3} (2q_j + q_{j+1}) + \frac{d_j^3}{60} (8q_j^2 + 9q_j q_{j+1} + 3q_{j+1}^2). \quad (4.38)$$

kde p je počet úseků s daným spojitým zatížením, d_j je délka daného úseku, q_j, q_{j+1}

jsou hodnoty spojitého zatížení v krajních bodech úseku a Q_j je velikost posouvající síly na počátku daného úseku.

VÝPOČET

SLOŽKY REAKCÍ

Nejprve je třeba vypočítat reakce vodorovného prostého nosníku stejného rozpětí a zatížení, jako má závěsné lano:

$$R_a^0 = \frac{1}{l} \int_0^l q(x) x' dx, \quad (4.39)$$

$$R_a^0 = \frac{1}{95} \int_0^{95} 1,423 * 47,5 dx = \mathbf{67,603 kN},$$

$$R_b^0 = \frac{1}{l} \int_0^l q(x) x dx, \quad (4.40)$$

$$R_b^0 = \frac{1}{95} \int_0^{95} 1,423 * 47,5 dx = \mathbf{67,603 kN}.$$

K určení vodorovné reakce je využita doplňková podmínka daného průvěsu prvku. Díky této podmínce je znám bod m o souřadnicích [47,500; 9,500], kterými bude lano vedeno. K určení horizontální složky síly je třeba určit rovnici průvěsové křivky dle vztahu (4.35).

Nejprve je ale třeba vypočítat ohybový moment v polovině rozpětí:

$$\begin{aligned} M(x_m) &= R_{az} \frac{l}{2} - q \frac{l^2}{8} = 67,603 * \frac{95}{2} - 1,423 * \frac{95^2}{8} \\ &= \mathbf{1605,821 kNm}. \end{aligned}$$

Následně lze z rovnice průvřesové křivky (4.35) vyjádřit horizontální sílu H .

Za $M(x_m)$ se dosadí spočtený ohybový moment v polovině rozpětí $M(x_m) = 1605,821 \text{ kN}$ a za $z(x)$ svislou souřadnici průvřesu $z(x) = 9,500 \text{ m}$, která byla určena pomocí doplňkové podmínky.

$$H = \frac{M}{f} = \frac{1605,821}{9,5} = \mathbf{169,034 \text{ kN}}$$

Nyní již lze určit reakce R_a, R_b závěsných bodů lana.

$$R_a = N_a = \sqrt{H_a^2 + V_a^2} = \sqrt{169,034^2 + 67,603} = \mathbf{182,051 \text{ kN}}$$

$$R_b = N_b = \sqrt{H_b^2 + V_b^2} = \sqrt{169,034^2 + 67,603} = \mathbf{182,051 \text{ kN}}$$

DÉLKA NAPNUTÉHO LANA:

Výpočet se provede s využitím vztahů (4.37), (4.38) a následným dosazením výsledků do (4.36). Protože jsou závěsné body ve stejné výškové úrovni, velikost úhlu α je rovna 0.

Nejprve je třeba vypočíst hodnotu integrálu (4.38):

$$\int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j = Q_j^2 d_j - Q_j \frac{d_j^2}{3} (2q_j + q_{j+1}) + \frac{d_j^3}{60} (8q_j^2 + 9q_j q_{j+1} + 3q_{j+1}^2).$$

Pro krajní úsek lana po dosazení do vztahu (4.38) dostáváme:

$$\begin{aligned} \int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j &= 67,603^2 * 3,12 - 67,603 * \frac{3,12^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ &+ \frac{3,12^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ &= \mathbf{13377,637 \text{ kN/m}^2}. \end{aligned}$$

Pro mezilehlé úseky lana jdoucí postupně od krajního úseku po střed po dosazení do vztahu (4.38) dostáváme:

$$\begin{aligned} \int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j &= 63,154^2 * 3,17 - 63,154 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ &+ \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ &= \mathbf{11795,012 \text{ kN/m}^2}, \end{aligned}$$

$$\int_0^{dj} Q^2(xj)dxj = 58,637 * 3,17 - 58,637 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ + \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ = \mathbf{10113,030 \text{ kN}/m^2},$$

$$\int_0^{dj} Q^2(xj)dxj = 54,119^2 * 3,17 - 54,119 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ + \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ = \mathbf{8560,432 \text{ kN}/m^2},$$

$$\int_0^{dj} Q^2(xj)dxj = 49,601^2 * 3,17 - 49,601 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ + \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ = \mathbf{7137,217 \text{ kN}/m^2},$$

$$\int_0^{dj} Q^2(xj)dxj = 45,084^2 * 3,17 - 45,984 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ + \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ = \mathbf{5843,385 \text{ kN}/m^2},$$

$$\int_0^{dj} Q^2(xj)dxj = 40,567^2 * 3,17 - 40,567 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ + \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ = \mathbf{4678,936 \text{ kN}/m^2},$$

$$\int_0^{dj} Q^2(xj)dxj = 36,049^2 * 3,17 - 36,049 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ + \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ = \mathbf{3643,870 \text{ kN}/m^2},$$

$$\int_0^{dj} Q^2(xj)dxj = 31,532^2 * 3,17 - 31,532 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ + \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ = \mathbf{2738,188 \text{ kN}/m^2},$$

$$\begin{aligned}\int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j &= 27,014^2 * 3,17 - 27,014 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ &+ \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ &= \mathbf{1961,889 \text{ kN/m}^2},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j &= 22,497^2 * 3,17 - 22,497 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ &+ \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ &= \mathbf{1314,973 \text{ kN/m}^2},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j &= 17,979^2 * 3,17 - 17,979 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ &+ \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ &= \mathbf{797,440 \text{ kN/m}^2},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j &= 13,462^2 * 3,17 - 13,462 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ &+ \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ &= \mathbf{409,290 \text{ kN/m}^2},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j &= 8,944^2 * 3,17 - 8,944 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ &+ \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ &= \mathbf{150,524 \text{ kN/m}^2},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j &= 4,427^2 * 3,17 - 4,427 * \frac{3,17^2}{3} (2 * 1,368 + 1,368) \\ &+ \frac{3,17^3}{60} (8 * 1,368^2 + 9 * 1,368 * 1,368 + 3 * 1,368^2) \\ &= \mathbf{21,141 \text{ kN/m}^2}.\end{aligned}$$

Protože je lano symetrické, každý úsek se v něm nachází dvakrát. Po dosažení do vztahu (4.37) je získána hledaná hodnota integrálu:

$$\begin{aligned}\int_0^l Q^2 dx &= \sum_{j=1}^p \int_0^{d_j} Q^2(x_j) dx_j = 2 * 13377,637 + 2 * 11795,012 + 2 * \\ &10113,030 + 2 * 8560,432 + 2 * 7137,217 + 2 * 5843,385 + 2 * 4678,936 + \\ &2 * 3643,870 + 2 * 2738,188 + 2 * 2738,188 + 2 * 1961,889 + 2 * 1314,973 +\end{aligned}$$

$$2 * 797,440 + 2 * 409,290 + 2 * 150,524 + 2 * 21,141 = \\ \mathbf{145085,927 \text{ kN/m}^2}.$$

Délku napnutého lana pak lze vypočítat dle vztahu (4.36):

$$L \cong l + \frac{l}{2} tg^2 + \frac{1}{2H^2} \int_0^l Q^2 dx = 95 + 0 + \frac{1}{2 * 169,034^2} * 145085,927 \\ \mathbf{L \cong 97,539 \text{ m.}}$$

Délka napnutého lana představuje iterační podmínku. Opět je totiž uvažován vliv pružného přetvoření lana, tudíž bude nutné nalézt nový počáteční průvės lana tak, aby se po prodloužení co nejvíce přiblížil k průvėsu požadovanému.

Pružné přetvoření lana lze určit dle vztahu:

$$\Delta L_{0,tp} = \frac{Hl}{EA \cos^2 \alpha} \quad (4.41)$$

Po dosazení do vztahu (4.41):

$$\Delta L_{0,tp} = \frac{Hl}{EA \cos^2 \alpha} = \frac{169,034 * 95}{210 * 10^6 * 15,904 * 10^{-4} \cos^2 0} = 0,0480799 \text{ m} \\ = \mathbf{48,080 \text{ mm.}}$$

Výpočet nového počátečního průvėsu lana je proveden obdobně jako v předcházejících metodách. Je tedy snahou se pomocí iteračního procesu přiblížit k co nejmenší odchylce mezi iterační podmínkou a délkou napnutého lana včetně započítání vlivu přetvoření.

Iterační podmínka: $97,53890912 = L + \Delta L$.

Díličí výsledky iteračního výpočtu jsou zaznamenány v tab. 4.5:

Tabulka 4.6: Výsledky iteračního výpočtu - Lanová rovnice

n	$f_{poč}$	H	L	ΔL	L + ΔL	rozdíl
0	9,5	169,034	97,539	0,0481	97,587	0,0481
1	9,45	169,928	97,512	0,0483	97,561	0,0217
2	9,41	170,470	97,491	0,0485	97,540	0,000662
3	9,409	170,669	97,491	0,0485	97,539	0,000138
4	9,4086	170,676	97,490	0,0485	97,539	-7,19E-05

Čtvrtou iterací byla získána hodnota počátečního průvėsu lana 9,4086 m.

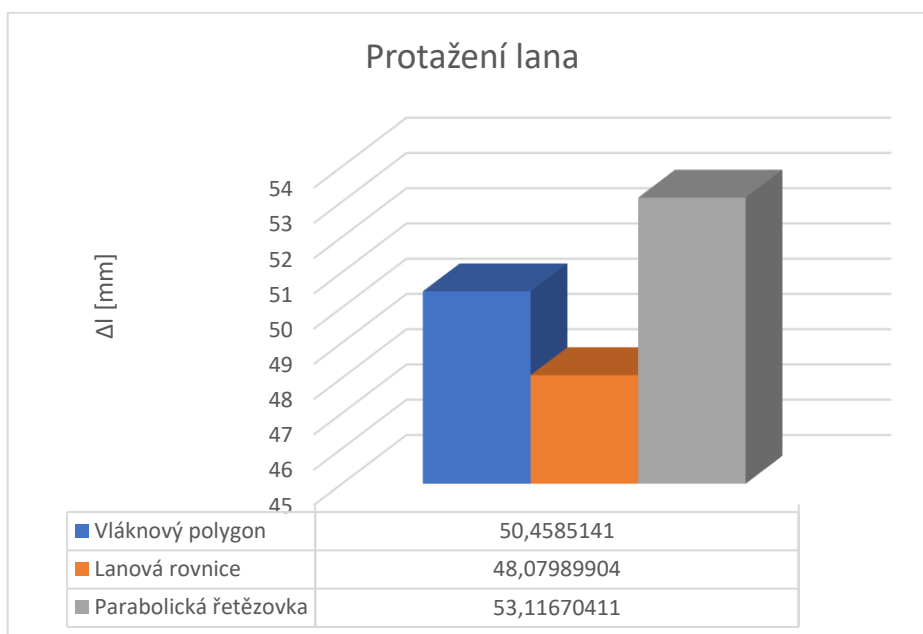
4.5 VYHODNOCENÍ A POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ JEDNOTLIVÝCH METOD

Výpočet lana byl proveden pomocí tří různých přístupů, a to pomocí vláknového polygonu, parabolické řetězovky a lanové rovnice. Cílem bylo nalézt skutečný tvar a polohu lana, a to včetně započtení pružného přetvoření lana.

4.5.1 POČÁTEČNÍ PRŮVĚS LANA

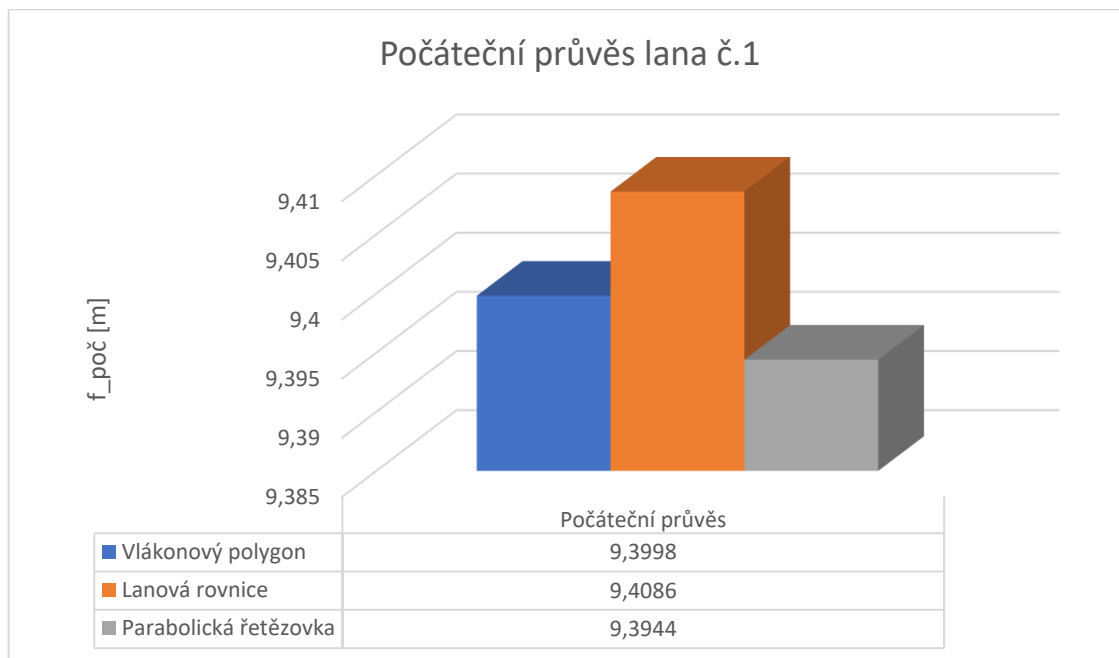
Protože lano nebylo ve výpočtu idealizováno ve smyslu jeho neprůtažnosti, bylo třeba nalézt nový počáteční průvěs lana tak, aby platilo, že po zatížení lana a jeho následném prodloužení bude prvek procházet předem stanoveným bodem.

Pro ilustraci lze uvést např. lano č. 1. Požadovaný průvěs lana byl stanoven na 9,5 m. Vlivem působení normálových sil ale došlo k prodloužení lana o cca 50 mm, konkrétní hodnoty pro každou z jednotlivých metod jsou uvedeny v grafu na obr. 4.2. K největšímu protažení došlo u parabolické řetězovky, nejmenší naopak při výpočtu lanovou rovnicí. To lze přikládat tomu, že i délka napnutého lana vyšla největší v případě parabolické řetězovky. To stejné pak platí i pro výpočet pomocí lanové rovnice, při němž vypočtená hodnota napnutého lana vyšla nejkratší, protože byl výpočet zjednodušen pouze na první dva členy binomického rozvoje.



Obrázek 4.2: Srovnání protažení lan vypočtených ručním výpočtem

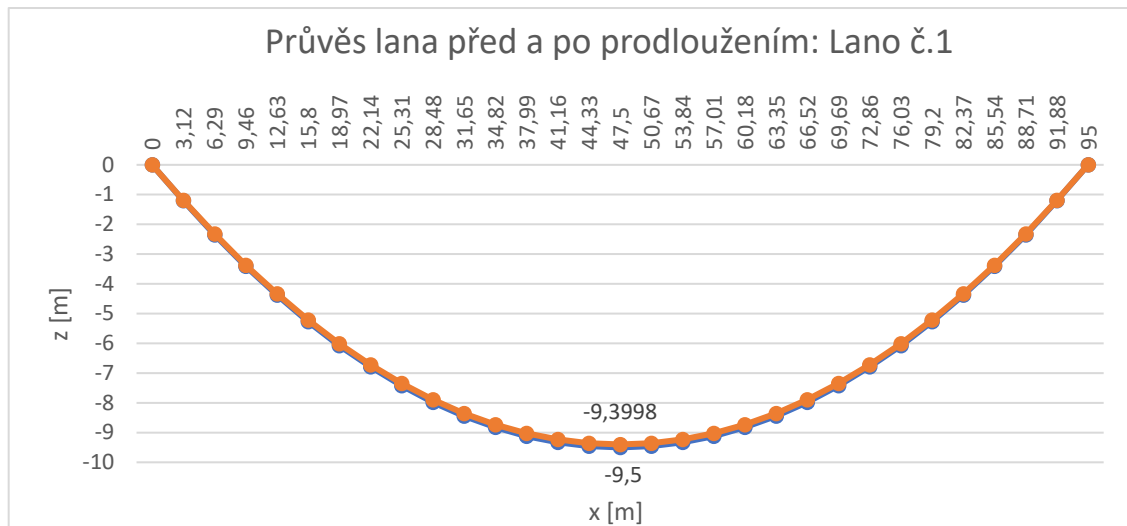
Rozdíly mezi navrženými počátečními průvěsy lana jsou uvedeny v grafu na obr. 4.3. Počáteční průvěsy vypočtené pomocí vláknového polygonu a parabolické řetězovky vyšly srovnatelně. Největší průvěs lana pak vyšel u metody výpočtu lanovou rovnicí. To lze opět přikládat nejmenší délce lana v případě lanové rovnice.



Obrázek 4.3: Srovnání navržených počátečních průvěsů pomocí ručního výpočtu

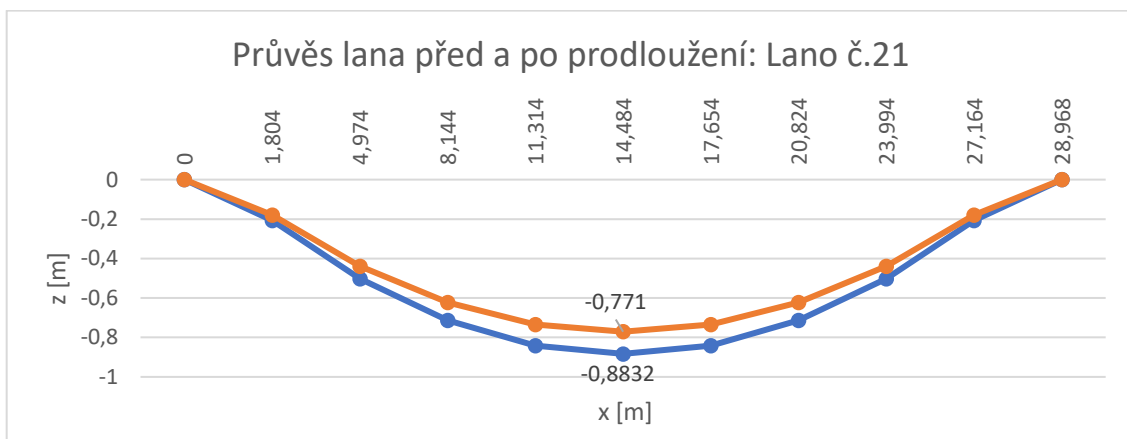
Pro znázornění stavu lana před protažením a po protažení jsou uvedeny grafy na obr. 4.4. a 4.5. Oranžová linie představuje vypočtený počáteční průvěs lana, modrá pak finální geometrii prvku, kterou lano nabude po jeho zatížení a následném protažení.

První z grafů je věnován nejdelšímu středovému lanu střešní konstrukce. Rozpětí lana mezi závěsnými body je délky 95 m, počáteční průvěs byl pomocí vláknového polygonu navržen délky 9,3998 m. Po aplikaci zatížení na lano se hodnota průvěsu zvětší na 9,5 m, což je požadovaná hodnota dle návrhu střešní konstrukce.



Obrázek 4.4: Původní a nově navržený průběh pomocí vláknového polygonu – nejdelší lano

Pro zřetelnější ukázkou je ještě uveden stav před a po přetvoření krajního nejkratšího lana konstrukce na obr. 4.5. Jeho rozpětí činí 28,968 m a hodnota průběsu byla návrhem dána jako 0,8832 m. Oranžová linie opět představuje vypočtený počáteční průběh lana pomocí vláknového polygonu, tentokrát 0,8832 m.

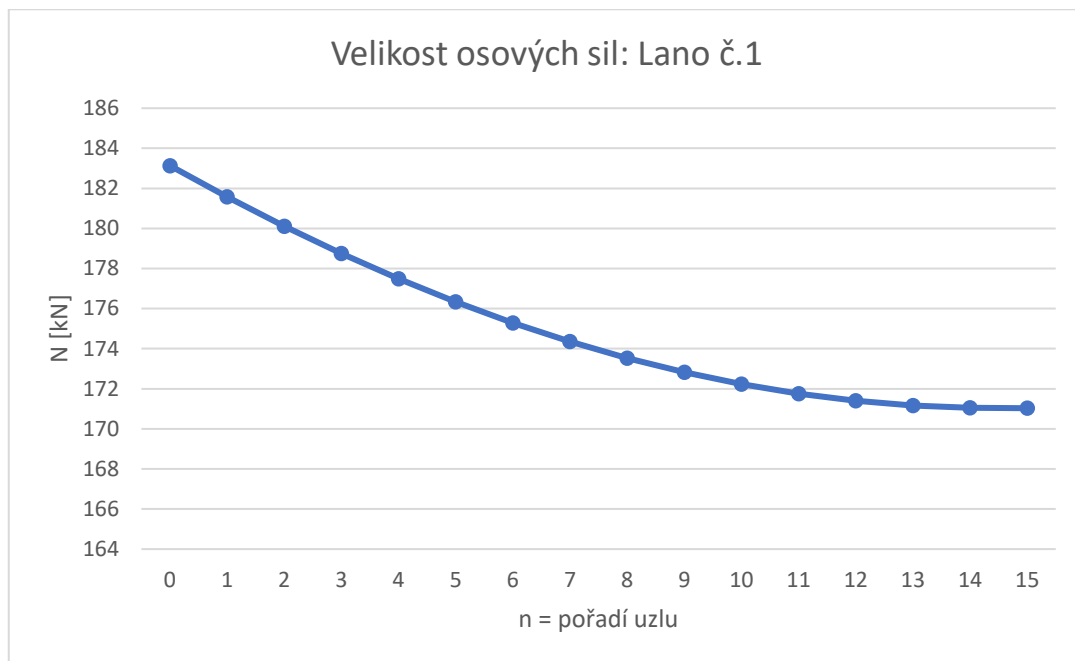


Obrázek 4.5: Původní a nově navržený průběh pomocí vláknového polygonu – nejkratší lano

4.5.2 NORMÁLOVÉ SÍLY

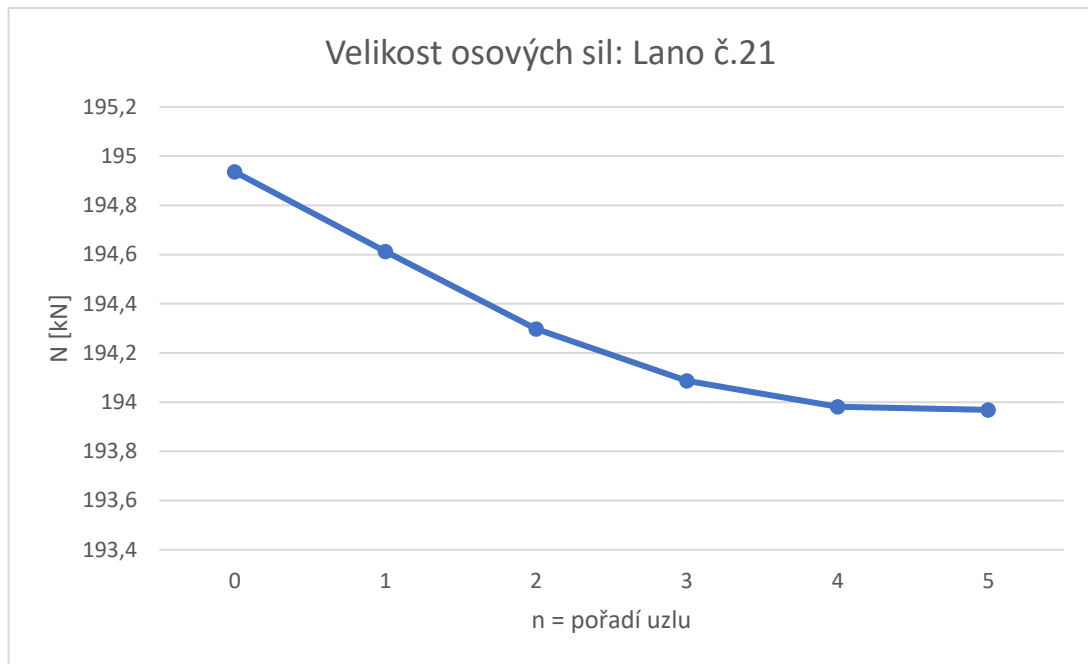
Pro normálové síly lan platí, že čím strmější je daný úsek lana, tím větší je síla. Z toho vyplývá, že největší normálové síly bývají zpravidla v oblasti závěsných bodů lana. Vodorovné složky osových sil jsou konstantní v jakémkoli průřezu lana a jsou rovny vodorovné reakci H. Jestliže se přibližujeme po délce lana k jeho nejnižšímu bodu, osová síla postupně klesá, ale platí, že vodorovná složka síly se nemění. Je tedy zřejmé, že se postupně zmenšuje velikost svislé složky osově síly. Maximální průběh lana vzniká v místě, v němž je tečna

k průvěsové křivce rovnoběžná se spojnicí závěsných bodů. V tomto bodě je svislá složka normálové síly nulová a hodnota normálové síly je rovna její vodorovné složce. Průběh velikosti normálových sil je zachycen na obr. 4.6 a 4.7. (V grafech jsou znázorněny normálové síly, které vznikají v lanech s již upraveným průvěsem, průběh sil dle původní geometrie lana je obdobný. Pouze dojde ke zvýšení hodnot sil, viz následující odstavce).



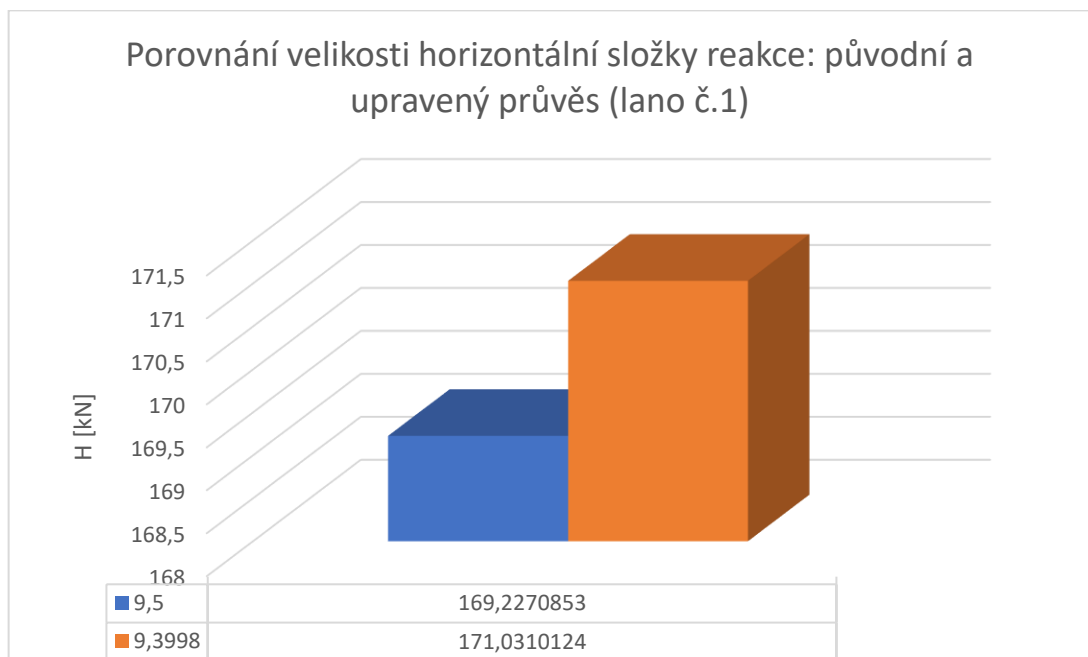
Obrázek 4.6: Velikost osových sil - nejdelší lano

Na následujícím grafu na obr. 4.7 je zobrazen průběh normálových sil zmiňovaného krajního lana střešní konstrukce. Průběh funkce je obdobný jako v grafu výše, lze ale pozorovat mírné zvýšení hodnot normálových sil. Vysvětleno bude dále.



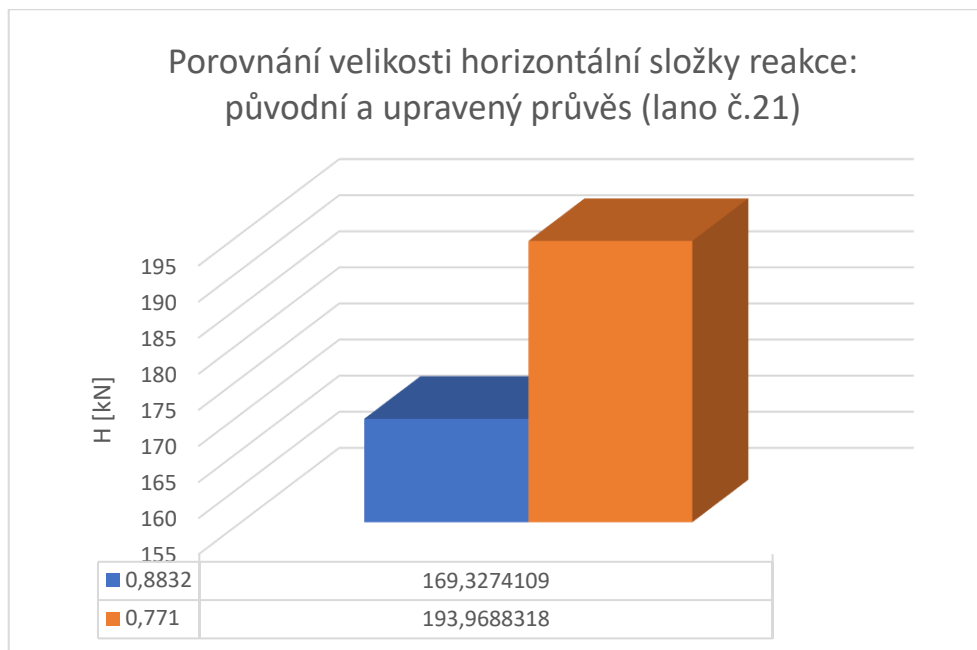
Obrázek 4.7: Velikost osových sil – nejkratší lano

Existuje závislost mezi průvěsem a horizontálními silami. Platí, že velikost sil roste s větším rozpětím a nižším průvěsem lana. Tato závislost je znázorněna v grafech na obr. 4.8 a 4.9. Průvěs nosného lana, které se nachází ve středu konstrukce, je stanoven jako 0,1 rozpětí lana. Protože byl při výpočtu uvažován vliv pružného přetvoření lana, byl stanoven nový počáteční průvěs menší délky. S menším průvěsem se zvětšila velikost vodorovné reakce.



Obrázek 4.8: Porovnání velikosti horizontální složky reakce – původní a upravený průvěs, nejdelší lano

Průvės jednotlivých nosných lan střešní konstrukce je postupně zmenšován až ke kraji konstrukce, kde je jeho hodnota pouze cca 0,03 daného rozpětí. Počáteční průvės tohoto lana byl opět zmenšen, tentokrát o cca 13 % původní hodnoty průvėsu, což je více než u předchozího případu, kde procentuální odchylka počátečního a nově navrženého průvėsu byla značně menší. Proto je nárůst horizontální síly výraznější než u lana č. 1.



Obrázek 4.9: Porovnání velikosti horizontální složky reakce – původní a upravený průvės, nejkratší lano

5. VÝPOČET POMOCÍ PROGRAMU RFEM

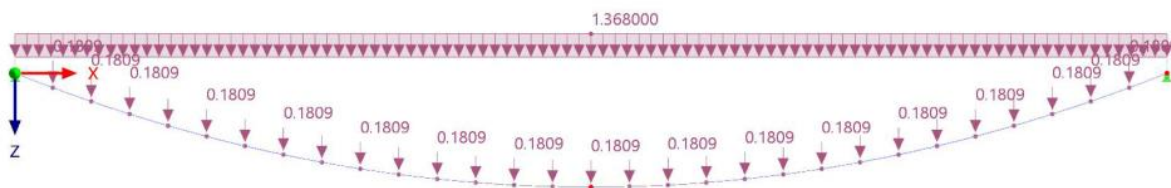
Ruční výpočet byl ověřen pomocí softwaru pro statické výpočty RFEM. Bylo vytvořeno několik modelů konstrukce jednak pro ověření navržených počátečních průvěsů z ručního výpočtu, dále byl pak také proveden nový výpočet počátečního průvěsu právě pomocí programu RFEM.

Při modelování bylo jako typ prutu zvoleno lano ve tvaru paraboly o stejné průřezové ploše, která byla uvažována v ručním výpočtu. Materiál byl definován jako ocel S355JR. Následně byla lana natažena mezi závěsnými body a, b , které byly vmodelovány jako pevné neposuvné podpory.

Protože se jedná o nelineární úlohu, k výpočtu byl využit AddOn „nelineární chování materiálu“. K analýze systému byla zvolena Newton-Raphsonova metoda pro velké deformace.

5.1 MODEL Č. 1

První model byl vytvořen pro ověření počátečního průvěsu, který byl navržen při ručním výpočtu pomocí vláknového polygonu. Vmodelováno bylo nejdelší lano střešní konstrukce a následně bylo zatíženo stálým zatížením, které tvoří spojitě rovnoměrné zatížení působící na půdorysný průmět lana a soustava svislých sil. Spojité zatížení reprezentuje vlastní tíhu nosného lana a zatížení od střešního pláště, bodové zatížení tvoří zatížení od stabilizačních lan a svorek (obr. 5.1).



Obrázek 5.1: Model č. 1 – Zatížení nosného lana stálým zatížením

Následně byl sledován průhyb v polovině délky lana, ve které se nachází nejnižší položený bod prvku. Průhyb v nejdelším laně byl vyčíslen na 106,5 mm, viz obr. 5.2. Bod m , ve kterém nastává největší průhyb, byl zadán o souřadnicích [47,500; 0,000; 9,3998]. Cílem výpočtu bylo ověřit přesnost

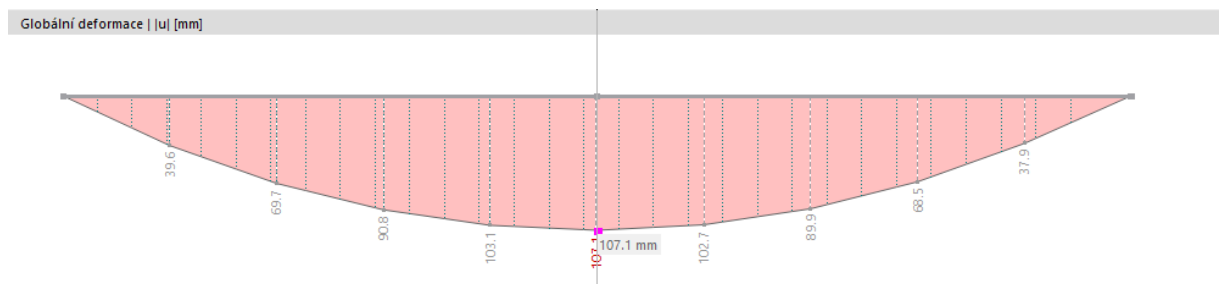
Po sečtení hodnoty průhybu a navrženého počátečního průvěsu lana je získána hodnota celkového průvěsu lana:

$$f = f_{poč} + z_m = 9,3944 + 0,1071 = 9,5015m.$$

Odchylka od požadované hodnoty průvěsu:

$$\Delta f = f - f_{pož} = 9,5017 - 9,5 = 0,0015m = 1,5 \text{ mm}.$$

Ze získané hodnoty odchylky lze pozorovat, že byl získán přesnější výsledek než v předchozím modelu. Odchylka 1,5 mm se v tomto případě liší pouze o cca 0,01 % od požadovaného průvěsu, z čehož vyplývá, že byla prokázána velmi přesná shoda s návrhem geometrie lana.



Obrázek 5.4: Model č. 2 – Deformace lana

5.3 MODEL Č. 3

Ve třetím modelu je ověřen poslední typ ručního výpočtu, a to výpočet metodou lanové rovnice. Souřadnice počátečního průvěsu jsou opět převzaty z ručního výpočtu. Lano je tedy nataženo přes body $a[0,000; 0,000]$, $m[45,500; 9,4086]$, $b[95,000; 0,000]$. Po zatížení lana dojde ke svislému posuvu bodu m o 106,2 mm (obr. 5.5).

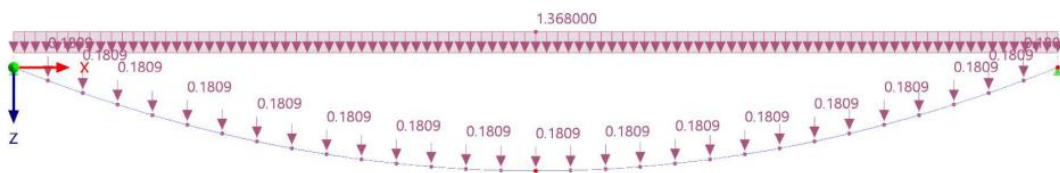
Po sečtení hodnoty průhybu a navrženého počátečního průvěsu lana je získáno:

$$f = f_{poč} + z_m = 9,4086 + 0,1062 = 9,5148m.$$

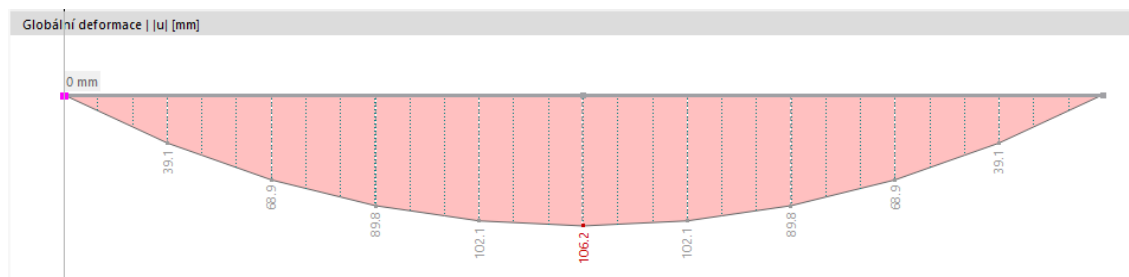
Odchylka od požadované hodnoty průvěsu:

$$\Delta f = f - f_{pož} = 9,5148 - 9,5 = 0,0148m = 14,8 \text{ mm}.$$

Tato odchylka je největší ze všech 3 způsobů ručního výpočtu, bylo tedy získáno nejméně přesné řešení. Procentuálně byla ale odchylka vyčíslena na 0,16 %, i v tomto případě lze tedy toto řešení považovat za velmi přesné.



Obrázek 5.5: Model č. 3 – Zatížení lana stálým zatížením

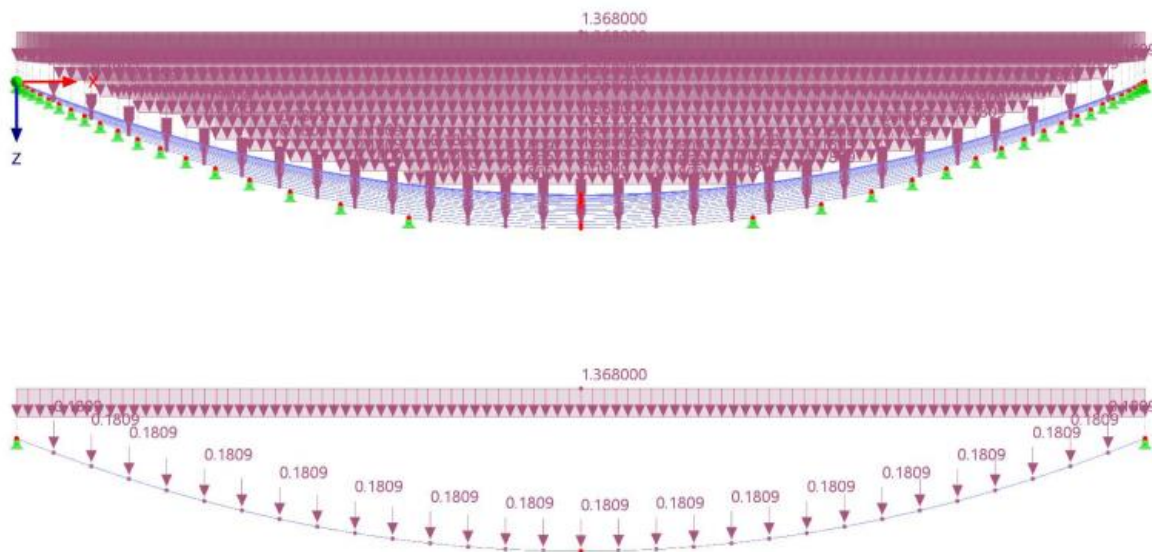


Obrázek 5.6: Model č. 3 – Deformace lana

5.4 MODEL Č. 4

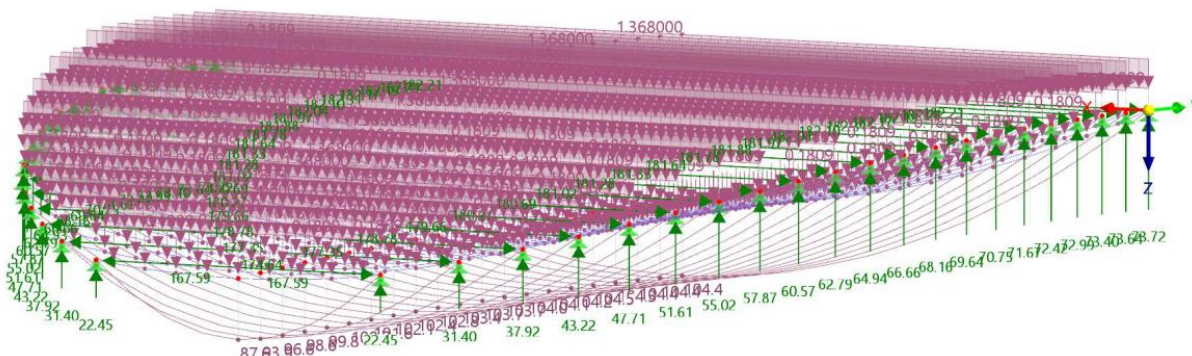
Čtvrtý model je sestaven za účelem nového výpočtu počátečního průvěsu lan a následným porovnáním s ručně spočtenými hodnotami.

Poloha jednotlivých lan je definována třemi body a, b, m , přes které je lano nataženo. Souřadnice bodu m jsou zvoleny jako hodnoty požadovaného průvěsu lana. Lana se následně zatíží rovnoměrným spojitým zatížením na půdorysný průmět lan a osamělými břemeny obdobně jako v předchozích modelech. Model je zobrazen na obr. 5.7, pro zřetelnější zobrazení je zvlášť zobrazeno nejdelší lano konstrukce.

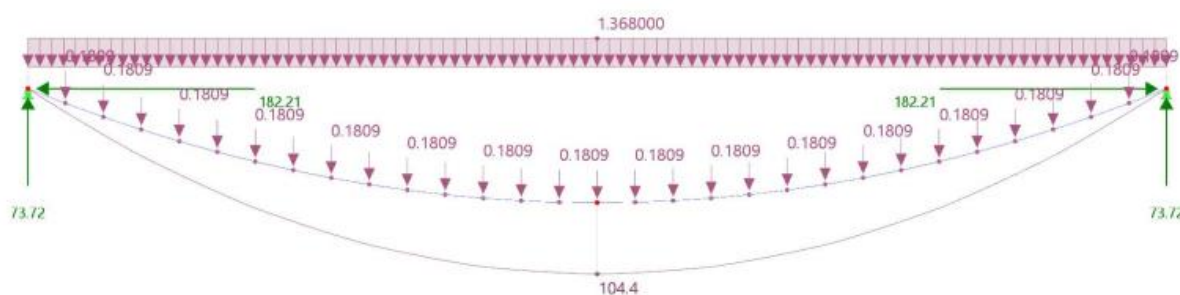


Obrázek 5.7: Model č. 4 – Zatížení lana stálým zatížením

Po zatížení konstrukce došlo k zřejmému průhybu lan, což má za důsledek navýšení průvěsu lan oproti navržené geometrii střešní konstrukce. Deformace lan jsou zachycena na obr. 5.8 a 5.9.



Obrázek 5.8: Model č. 4 – Deformace lan, axonometrický pohled



Obrázek 5.9: Model č. 4 – Deformace středového lana

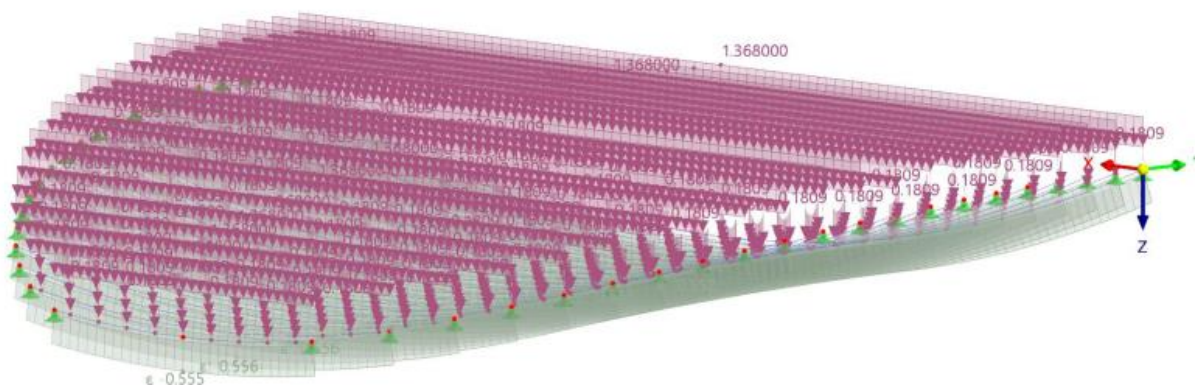
Tento nadměrný průvěs je tedy třeba nějakým způsobem redukovat. Proto se následně na lana aplikuje zatížení ve formě zkrácení (obr. 5.10, 5.11), jehož

hodnota je upravována tak dlouho, dokud se průhyb v bodě m neblíží nulové hodnotě (obr. 5.12). Počáteční hodnota zkrácení lana byla určena na základě vypočteného poměrného přetvoření.

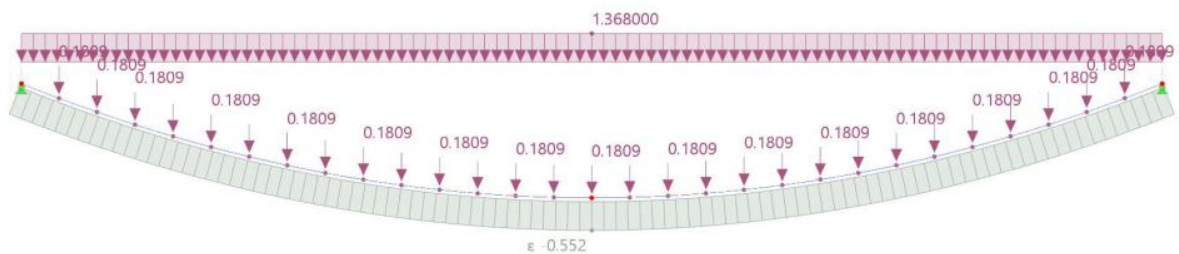
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (5.1)$$

$$\varepsilon = \frac{0,0252}{48,737} = 5,17 * 10^{-4}$$

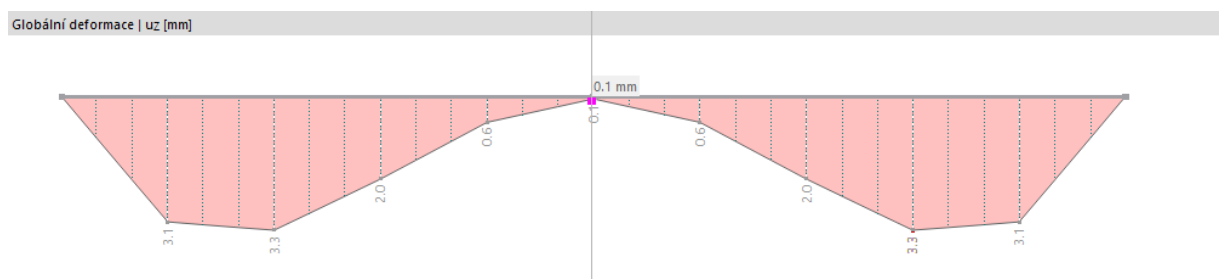
Po upravení hodnoty zatížení bylo finálně navrženo zkrácení 0,552 ‰ (pro nejdelší lano). Po zkrácení a následném zatížení lana odpovídá geometrie lana původnímu návrhu.



Obrázek 5.10: Model č. 4 – Zatížení lan stálým zatížením a zkrácením, axonometrický pohled



Obrázek 5.11: Model č. 4 – Zatížení středového lana stálým zatížením a zkrácením



Obrázek 5.12: Model č. 4 – Deformace středového lana

Nyní je možné z programu odečíst nově navržený počáteční průvės lana tak, že se odebere stálé zatížení a ponechá se pouze zkrácení lana. Průhyb od samotného zkrácení lana je odečten od počátečního průvėsu lana, který je v tomto modelu roven požadovanému průvėsu.

Výpočtem jsou získány souřadnice bodu m (uvedeny v tab. 5.1), jejichž z-ová souřadnice reprezentuje počáteční průvės lana před jeho zatížením.

Tabulka 5.1: Nově navržené hodnoty počátečních průvėsů – RFEM

Počáteční průvėsy z programu RFEM	
Označení lana	z_m
č. 1	9,3941
č. 2	9,3726
č. 3	9,3080
č. 4	9,0404
č. 5	8,8556
č. 6	8,6871
č. 7	8,6185
č. 8	8,3387
č. 9	8,0154
č. 10	7,6496
č. 11	7,2406
č. 12	6,7881
č. 13	6,2930
č. 14	5,7547
č. 15	5,1727
č. 16	4,5480
č. 17	3,8804
č. 18	3,1698
č. 19	2,4160
č. 20	1,6181
č. 21	0,7744

Nově získaná geometrie lana byla srovnána s výsledky ručního výpočtu v tab. 5.2:

Tabulka 5.2: Porovnání výsledků ručního výpočtu s výsledky z programu RFEM

Porovnání navržených hodnot počátečních průvěsů				
Označení lana	RFEM	Vláknový polygon	Lanová rovnice	Parabolická řetězovka
č. 1	9,3941	9,3998	9,4086	9,3944
Shoda		99,939	99,846	99,997
č. 2	9,3726	9,3780	9,3950	9,3728
Shoda		99,942	99,762	99,998
č. 3	9,308	9,3134	9,3143	9,3083
Shoda		99,942	99,855	99,997
č. 4	9,2003	9,2059	9,2146	9,2008
Shoda		99,939	99,845	99,995
č. 5	9,0404	9,0461	9,0547	9,0412
Shoda		99,937	99,842	99,991
č. 6	8,8556	8,8614	8,8699	8,8566
Shoda		99,935	99,839	99,989
č. 7	8,6185	8,6245	8,6328	8,6199
Shoda		99,930	99,834	99,983
č. 8	8,3387	8,3448	8,3528	8,3403
Shoda		99,927	99,813	99,981
č. 9	8,0154	8,0218	8,0294	8,0174
Shoda		99,920	99,826	99,975
č. 10	7,6496	7,6559	7,6633	7,6518
Shoda		99,918	99,821	99,971
č. 11	7,2406	7,2470	7,254	7,2430
Shoda		99,912	99,815	99,967
č. 12	6,7881	6,7948	6,8013	6,7911
Shoda		99,901	99,806	99,956
č. 13	6,2930	6,3000	6,3058	6,2963

Tabulka 5.2: Porovnání výsledků ručního výpočtu s výsledky z programu RFEM (pokračování)

Shoda		99,889	99,797	99,948
č. 14	5,7547	5,7615	5,7671	5,7584
Shoda		99,882	99,785	99,936
č. 15	5,1727	5,1801	5,1852	5,1773
Shoda		99,857	99,759	99,911
č. 16	4,5480	4,5555	4,5601	4,5531
Shoda		99,835	99,735	99,888
č. 17	3,8804	3,8878	3,8917	3,8858
Shoda		99,810	99,710	99,861
č. 18	3,1698	3,1768	3,1801	3,1752
Shoda		99,780	99,676	99,830
č. 19	2,4160	2,4220	2,4250	2,4211
Shoda		99,752	99,629	99,789
č. 20	1,6181	1,6226	1,6247	1,6222
Shoda		99,722	99,594	99,747
č. 21	0,7744	0,7710	0,7732	0,7719
Shoda		99,561	99,845	99,677

Všechny tři způsoby ručního výpočtu vykazují velmi přesnou shodu s výsledky získanými z programu RFEM. V žádném případě nebyla překročena odchylka ani 1 %.

6. PŘEDPĚTÍ

Jak již bylo uvedeno v kapitole 1.2, lano je charakteristické svojí zanedbatelnou pevností v ohybu, a navíc slouží pouze k přenosu tahových sil. Z toho důvodu lano nabývá svůj tvar dle zatížení, které na něj působí. Jestliže je působící zatížení pozměněno svojí velikostí, orientací či polohou, pozmění se i rovnovážná poloha lanového prvku.

Pro zajištění větší pevnosti a stability lanové sítě se do stabilizačních lan vnáší předpětí. Mezi další benefity, které předpětí lan přináší, patří například zajištění přesného tvaru střešní konstrukce nebo snížení účinků od dynamického zatížení, jako jsou například účinky větru.

Do stabilizačních lan řešené konstrukce byla vnesena předpínací síla o hodnotě 125 kN. Všechna lana střešní konstrukce jsou předpínána stejně velkou silou z toho důvodu, aby byl obvodový betonový prstenec tlačěn rovnoměrně.

Účinek předpětí stabilizačních lan na lana nosná lze vypočítat pomocí metody ekvivalentního zatížení. Obecně lze říci, že předpínací lano vyvozuje účinky na konstrukci v místech jeho zakotvení a při změně směru. Předpínací lano je zakřiveného tvaru, z čehož vyplývá, že na nosné lano vyvozuje radiální účinky. Při použití metody ekvivalentního zatížení lze uvažovat, že předpětí působí jako vnější zatížení, a to formou silových účinků – tzv. ekvivalentní účinky od předpětí. [11]

V místě zakřivení lana lze tedy předpětí nahradit rovnoměrným spojitým zatížením o velikosti p . Hodnotu tohoto zatížení p lze získat pomocí vztahu:

$$p = \frac{8f}{L^2} P_H. \quad (6.1)$$

kde P_H je horizontální složka předpínací síly, f je vzepětí lana a L je jeho rozpětí.

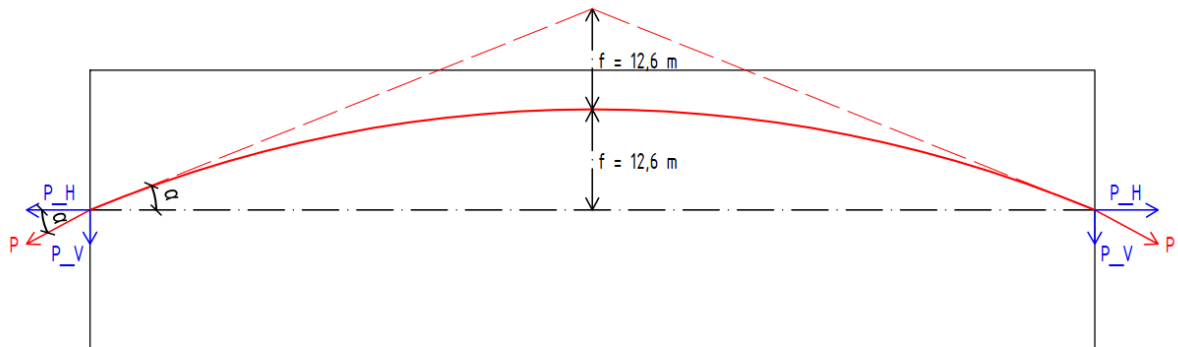
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2f}{\frac{1}{2}L} \quad (6.2)$$

$$\frac{2 * 12,6}{\frac{1}{2} 126} = 0,4$$

$$\arctg(0,4) = 21,801^\circ$$

$$P_H = P * \cos\alpha = 125 * \cos(21,801) = 116,06 \text{ kN}$$

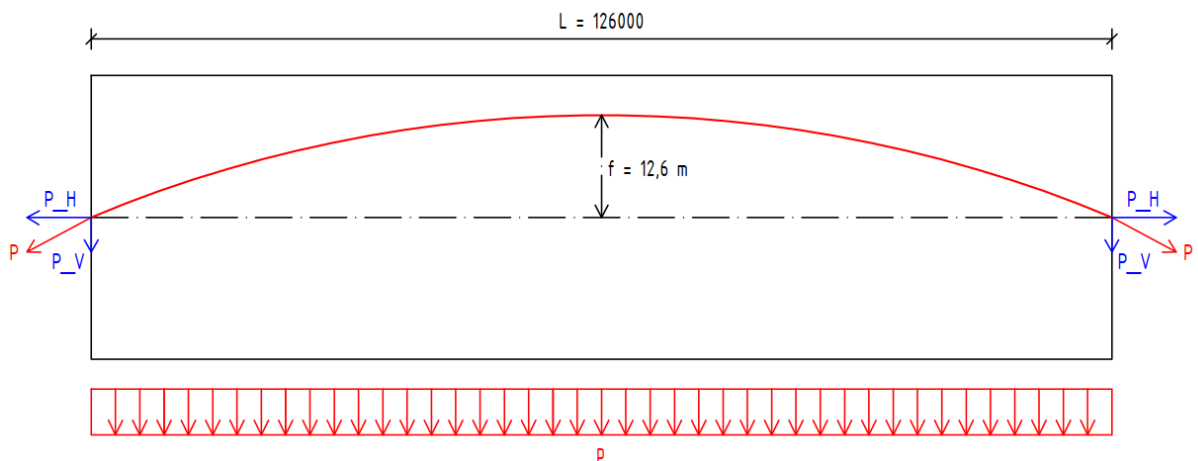
$$P_V = P * \sin(21,801) = 46,42 \text{ kN}$$



Obrázek 6.1: Metoda ekvivalentního zatížení – Výpočet úhlu α

Po dosazení do vztahu (6.1):

$$p = \frac{8 * 12,6}{126^2} * 116,06 = \mathbf{0,737 \text{ kN/m}}$$



Obrázek 6.2: Metoda ekvivalentního zatížení – Ekvivalentní účinky předpětí

Se zatížením od předpětí je proveden nový ruční výpočet s využitím vláknového polygonu. Protože se zvýšila velikost osamělých břemen, vzrostla také velikost normálových sil, a tedy jak její horizontální, tak její vertikální složky. Rovněž byla vypočítána poloha uzlů lana, dílčí délky stran vláknového polygonu a jejich prodloužení. Lze pozorovat, že s vnesením předpětí došlo

k nárustu hodnot prodloužení nosného lana. Dílčí výsledky jsou zaznamenány v tab. 6.1.

Tabulka 6.1: Výsledky ručního výpočtu při zahrnutí vlivu předpětí

n	F	N_z	N_x	N	z'_i	z_i	x_i	α_i	L_i [m]	ΔL_i [mm]
0	2,134	99,359	260,522	278,826	0	0	0	20,876	0	0
1	6,693	92,666	260,522	276,511	1,190	1,190	3,12	19,580	3,339	2,764
2	6,727	85,938	260,522	274,330	1,128	2,317	6,29	18,256	3,364	2,763
3	6,727	79,211	260,522	272,297	1,046	3,363	9,46	16,911	3,338	2,721
4	6,727	72,483	260,522	270,417	0,964	4,327	12,63	15,548	3,313	2,683
5	6,727	65,746	260,522	268,689	0,882	5,209	15,8	14,164	3,290	2,647
6	6,727	58,998	260,522	267,119	0,800	6,009	18,97	12,760	3,269	2,615
7	6,727	52,241	260,522	265,708	0,718	6,727	22,14	11,339	3,250	2,586
8	6,727	45,483	260,522	264,462	0,636	7,362	25,31	9,903	3,233	2,560
9	6,727	38,716	260,522	263,382	0,553	7,916	28,48	8,452	3,218	2,538
10	6,727	31,929	260,522	262,471	0,471	8,387	31,65	6,987	3,204	2,519
11	6,727	25,131	260,522	261,731	0,389	8,776	34,82	5,510	3,194	2,503
12	6,727	18,314	260,522	261,164	0,306	9,081	37,99	4,021	3,185	2,490
13	6,727	11,476	260,522	260,774	0,223	9,304	41,16	2,522	3,178	2,481
14	6,727	4,619	260,522	260,563	0,140	9,443	44,33	1,016	3,173	2,475
15	4,619	0	260,522	260,522	0,0562	9,5	47,5	0	3,170	2,473

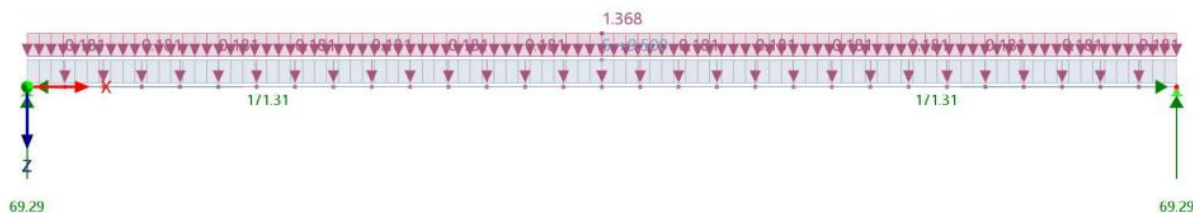
7. FORM-FINDING

Form-Finding lze definovat jako proces hledání optimálního tvaru prutového lanového prvku či plošných membrán při daném rozložení napětí a okrajových podmínkách. [21]

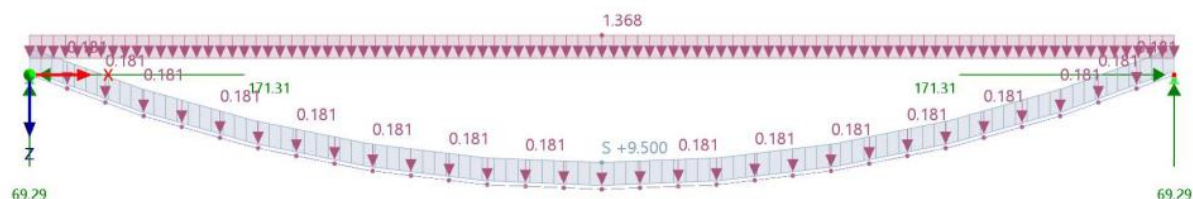
V programu RFEM existuje přídatný modul právě s názvem Form-Finding, který nám umožňuje najít tvar prutových či plošných prvků zatížených tahem či tlakem. Pro pruty nalezne takový tvar, který je v rovnováze s okrajovými podmínkami v závislosti na definovaných parametrech pro sílu nebo geometrii. Podmínka je definována jako zatížení na prut typu „Form-Finding“ s kategorií účinků „předpětí“. Z geometrických podmínek lze zadat například maximální průvěs nebo délku lana a ze silových podmínek pak například maximální nebo minimální sílu v prutu nebo tah na konci prvku. Po výpočtení kombinace zatížení je pak nalezen požadovaný tvar, který je vytvořen na základě předpětí a přídatného zatížení. [21]

Při hledání optimálního tvaru lanového prvku s využitím modulu Form-Finding lze postupovat následujícím způsobem. Nejprve je třeba definovat závěsné body lana, mezi kterými bude lano nataženo. Lano se následně zatíží stálým zatížením, stejně jako tomu bylo v předchozích modelech. Navíc se ale na lano aplikuje zatížení typu Form-Finding, které umožňuje přidat podmínku, podle které bude modul Form-Finding hledat tvar lana. Za podmínku byla zvolena geometrická s určením maximálního průvěsu lana. Pro nejdelší lano byl zvolen maximální průvěs lana dle požadované geometrie v hodnotě 9,5 m.

Na obr. 7.1 lze vidět stav původní polohu lana před jeho prověšením. Modrou barvou je znázorněna podmínka požadovaného průvěsu, fialově stálé zatížení lana. Na obr. 7.2 je zobrazen tvar lana po deformaci, který byl získán výpočtem pomocí Form-Findingu.



Obrázek 7.1: Počáteční tvar lana – Form-Finding

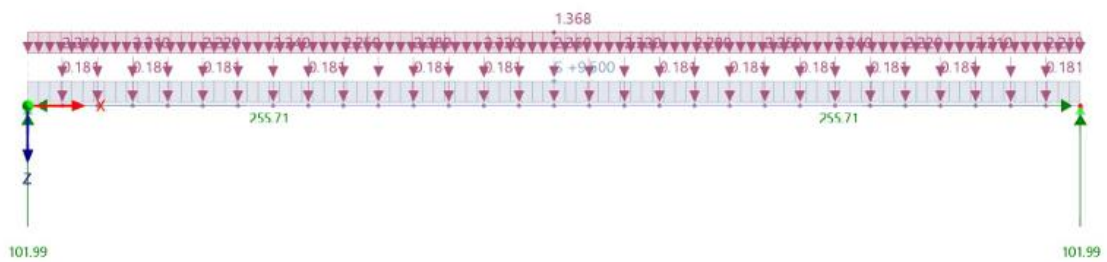


Obrázek 7.2: Deformovaný tvar lana – Form-Finding

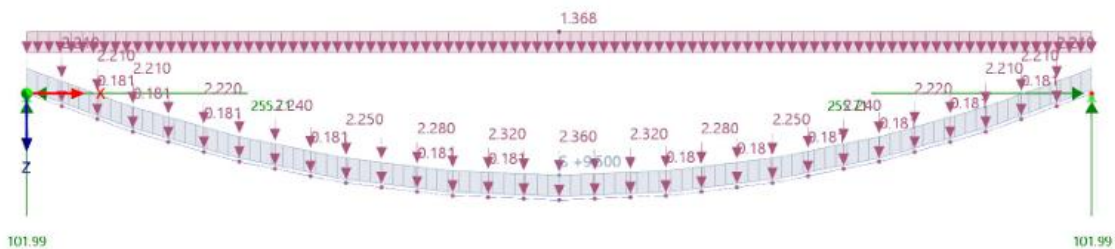
Nyní lze k zatížení ještě přidat účinky předpětí od předpínacích lan, jejichž výpočet byl proveden v předchozí kapitole 6.

Na následujících modelech lze opět pozorovat počáteční stav lana nataženého mezi závěsnými body (obr. 7.3) a výsledný tvar lana nalezený pomocí Form-Findingu (obr. 7.4).

Opět byla dodržena zvolená podmínka požadovaného průvěsu 9,5 m. Při srovnání velikosti reakcí na obr. 7.2 a 7.4, je prokázáno, že u modelu s účinky předpětí reakce vzrostly.



Obrázek 7.3: Počáteční tvar lana zat. účinky předpětí – Form-Finding



Obrázek 7.4: Deformovaný tvar lana zat. účinky předpětí – Form-Finding

7.1 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Tato kapitola je věnována srovnání výsledků získaných pomocí přídatného modulu Form-Finding a výsledků získaných ručním výpočtem při zahrnutí vlivu předpětí. Nejprve byly vyhodnoceny svislé posuvy uzlů lana. Porovnání je shrnuto v tab. 7.1:

Tabulka 7.1: Srovnání svislých posuvů – ruční výpočet a Form-Finding

x [m]	u_z – Form-Finding [mm]	u_z - vláknový polygon [mm]	Shoda [%]
0	0	0	100,00
3,12	1099,4	1189,9	92,39
6,29	2216,5	2317,5	95,64
9,46	3333,5	3363,2	99,12
12,63	4222,4	4327,0	97,58
15,8	5108,8	5209,0	98,07
18,97	5995,3	6008,9	99,77

Tabulka 7.1: Srovnání svislých posuvů – ruční výpočet a Form-Finding (pokračování)

22,14	6640,8	6726,8	98,72
25,31	7284,5	7362,5	98,94
28,48	7928,6	7915,9	99,83
31,65	8321,0	8387,0	99,21
34,82	8712,3	8775,5	99,28
37,99	9104,3	9081,3	99,75
41,16	9236,1	9304,2	99,27
44,33	9367,7	9443,8	99,19
47,5	9500,0	9500,0	100,00

Vypočtené hodnoty vykazují mírné odlišnosti, přičemž procentuální odchylka je největší u posunu prvního uzlu. Požadovaná poloha středu lana je dodržena v obou výpočtech, neboť byla zahrnuta v doplňkové podmínce jak při ručním výpočtu, tak při využití modulu Form-Finding.

Další analýza se zabývá srovnáním hodnot osových sil, které vznikají v lanovém prvku. Největší normálová síla vzniká zřejmě v oblasti závěsného bodu, nejmenší naopak v nejnižším bodě lana. Při porovnání hodnot získaných ručním výpočtem a hodnot z programu lze pozorovat poměrně vysokou shodu. Odchylka nedosahuje ani tří procent, výsledky lze tedy uvažovat jako přesné.

Srovnání v tab. 7.2:

Tabulka 7.2: Srovnání normálových sil – ruční výpočet a Form-Finding

x [m]	N - Form-Finding [kN]	N - vláknový polygon [kN]	Shoda [%]
0	275,17	278,83	98,69
3,12	273,67	276,51	98,97
6,29	270,52	274,33	98,61
9,46	268,18	272,30	98,49
12,63	266,38	270,42	98,51
15,8	264,52	268,69	98,45
18,97	262,65	267,12	98,33
22,14	261,36	265,71	98,36

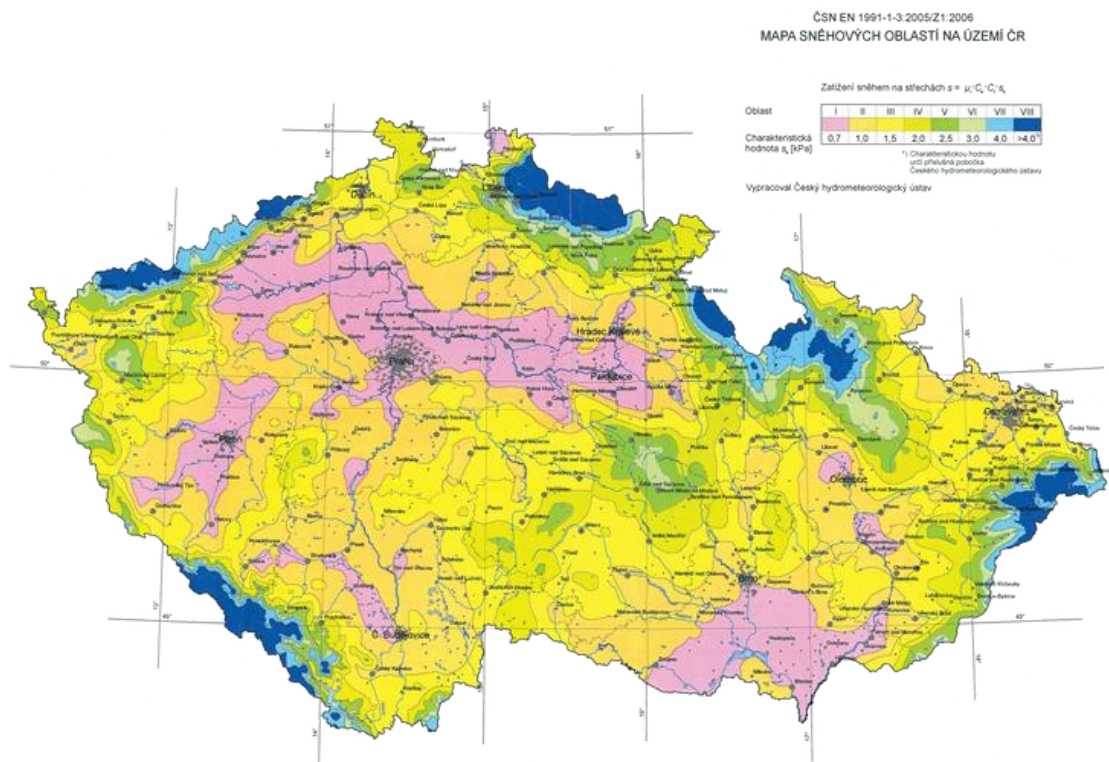
Tabulka 7.2: Srovnání normálových sil – ruční výpočet a Form-Finding (pokračování)

25,31	260,00	264,46	98,31
28,48	258,63	263,38	98,20
31,65	257,88	262,47	98,25
34,82	257,04	261,16	98,42
37,99	256,20	261,77	97,87
41,16	256,01	260,56	98,25
44,33	255,73	260,52	98,16
47,5	255,55	258,37	98,91

8. ZATÍŽENÍ SNĚHEM

Dosud byly ve výpočtu uvažovány pouze účinky stálého zatížení, nicméně střešní konstrukce podléhají také zatížení klimatickými vlivy. V této kapitole budou rozebrány účinky zatížení sněhem.

Stavba bude situována v lokalitě města Olomouc. Dle normy ČSN EN 1991-1-3 lze tuto lokalitu zařadit do sněhové oblasti I. Přesnou hodnotu charakteristického zatížení sněhem lze získat z mapy sněhových oblastí, $s_k = 0,67 \text{ kPa}$.



Obrázek 8.1: Mapa sněhových oblastí České republiky

Pro trvalou a dočasnou návrhovou situaci lze zatížení sněhem určit dle vztahu:

$$s = \mu_i C_e C_t s_k \quad (8.1)$$

- kde
- μ_i je tvarový součinitel zatížení sněhem,
 - C_e je součinitel expozice,
 - C_t je tepelný součinitel,
 - s_k je charakteristická hodnota zatížení sněhem na zemi.

Jedná se o normální typ krajiny, součinitel expozice C_e proto bude roven 1,0. Tepelný součinitel C_t je rovněž uvažován o hodnotě 1,0. Tvarový součinitel je uvažován pro plochou střechu a je roven 0,8.

Do dosazení do vztahu (8.1):

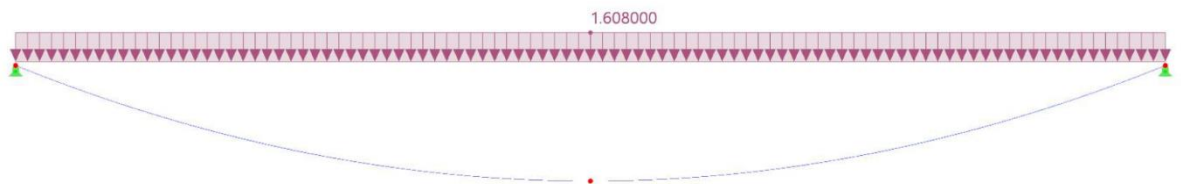
$$s = 0,8 * 1,0 * 1,0 * 0,67 = \mathbf{0,536 \text{ kN/m}^2}.$$

Plošné zatížení střešní konstrukce sněhem je třeba převést na liniové vynásobením plošného zatížení zatěžovací šířkou. Zatěžovací šířka je rovna půlce vzdálenosti mezi lany na každou stranu. To znamená, že zatěžovací šířka bude rovna jedné vzdálenosti mezi lany 3,0 m.

$$s_{lin} = s Z\check{S}$$

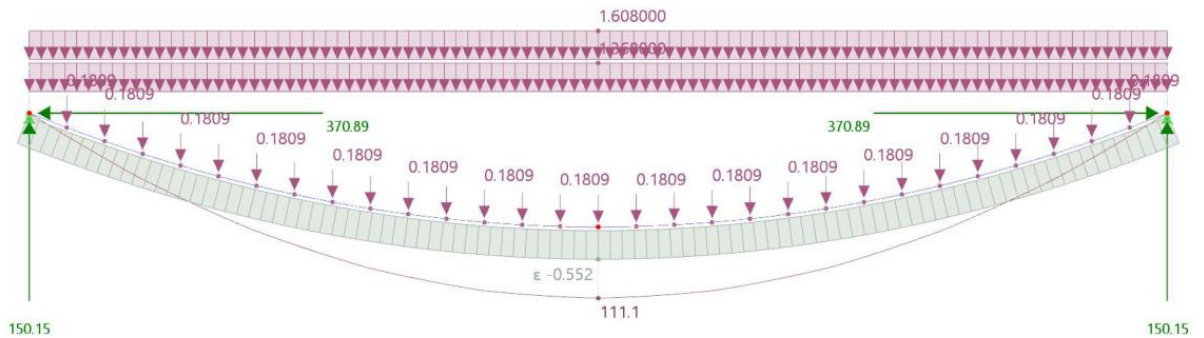
$$s_{lin} = 0,536 * 3,0 = \mathbf{1,608 \text{ kN/m}}$$

Zatížení sněhem se aplikuje na model č. 4 (kap. 5.4) jako rovnoměrné spojitě zatížení na průmět, viz obr. 8.2:



Obrázek 8.2: Model č. 4 – Zatížení lana sněhem

Zatížením lana sněhem opět dojde k jeho průhybu. Průvěš nejdelšího lana se tak navýší o 111,1 mm.



Obrázek 8.3: Model č. 4 – Zatížení lana stálým zatížením + sněhem a jeho deformace

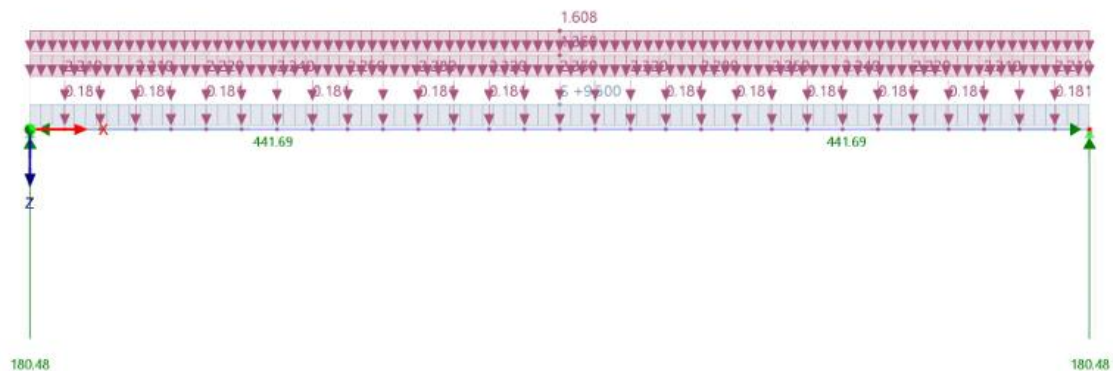
Se zvýšením zatížení lana také dochází k nárůstu normálových sil. Opět lze pozorovat, že největší normálové síly vznikají v oblasti závěsných bodů a jejich hodnota postupně klesá s přibližováním se ke středu prvku. Porovnání hodnot získaných z programu RFEM a hodnot ručně vypočtených je provedeno v tab. 8.1.

Tabulka 8.1: Srovnání normálových sil po zatížení sněhem: ruční výpočet a RFEM

x [m]	N [kN]: RFEM	N [kN]: ruční výpočet	shoda [%]
0	399,91	386,19	96,57
3,12	396,76	382,85	96,49
6,29	393,51	379,70	96,49
9,46	390,26	376,77	96,54
12,63	387,52	374,06	96,53
15,8	384,86	371,58	96,55
18,97	382,19	369,33	96,64
22,14	380,08	367,32	96,64
25,31	378,09	365,56	96,69
28,48	376,11	364,04	96,79
31,65	374,69	362,77	96,82
34,82	373,46	361,75	96,86
37,99	372,24	360,98	96,98
41,16	371,56	360,47	97,02
44,33	371,14	360,21	97,06
47,5	370,57	360,18	97,20

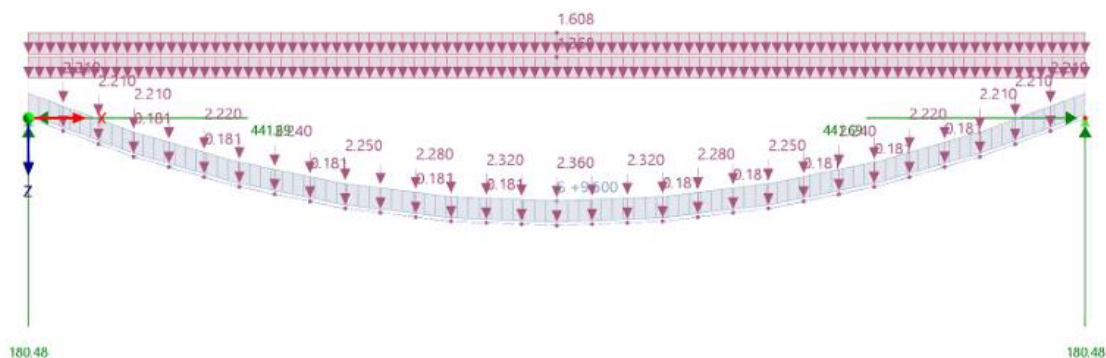
Klimatická zatížení lze přidat i do modelu lana vytvořeného v modulu Form-Finding. V kapitole 7 byl již nalezen prověšený tvar lana, na který nyní přibude zatížení sněhem. Postupovat lze tak, že se vytvoří nový zatěžovací stav pro užitné zatížení a dále nová kombinace zatížení. Při tvorbě této kombinace je třeba zvolit „speciální možnost“, a to uvážit počáteční stav z kombinace stálého zatížení a předpětí, viz kapitola 7. Z této původní kombinace jsou převzaty výsledky a již prověšený tvar je pouze nově přitížen užitným zatížením. Průvės lana pak tedy vychází větší, než bylo stanoveno podmínkou při tvorbě lana pomocí Form-Findingu.

Na následujícím obrázku 8.4 lze vidět lano v napjatém nezdeformovaném stavu.

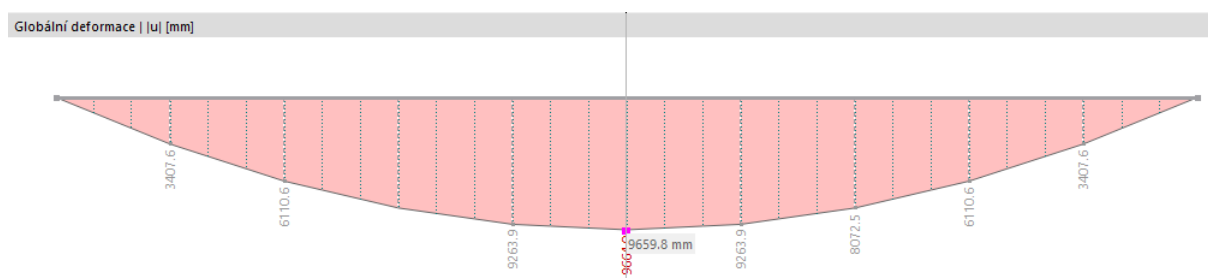


Obrázek 8.4: Form-Finding – lano v nezdeformovaném stavu

Následně je proveden výpočet a lano se prověsí. Zdeformovaný tvar lana je znázorněn na obr. 8.5.



Obrázek 8.5: Form-Finding – lano po deformaci



Obrázek 8.6: Form-Finding – deformace lana

Stejně jako u modelu č. 4 bude provedena analýza normálových sil vznikajících v laně. Porovnání normálových sil získaných ručním výpočtem a pomocí Form-Findingu je provedeno v tab. 8.2.

Tabulka 8.2: Srovnání normálových sil po zatížení sněhem: ruční výpočet a RFEM Form-Finding

x [m]	N [kN]: Form-Finding	N [kN]: ruční výpočet	shoda [%]
0	476,88	483,57	98,62
3,12	473,57	479,48	98,77
6,29	468,54	475,63	98,51
9,46	464,34	472,04	98,37
12,63	461,05	468,73	98,36
15,8	457,71	465,68	98,29
18,97	454,35	462,92	98,15
22,14	451,98	460,45	98,16
25,31	449,53	458,27	98,09
28,48	447,09	456,38	97,96

Tabulka 8.2: Srovnání normálových sil po zatížení sněhem: ruční výpočet a RFEM Form-Finding (pokračování)

31,65	445,68	454,79	98,00
34,82	444,18	453,51	97,94
37,99	442,69	452,54	97,82
41,16	442,27	451,88	97,87
44,33	441,77	451,53	97,84
47,5	441,37	451,47	97,76

Opět se projevila vysoká shoda výsledků, kdy i ta největší odchylka nedosahovala ani 3 %. Výsledky je tedy možné uvažovat jako přesné.

ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo shrnout základní poznatky problematiky nosných lanových střešních systémů a v další části provést statickou analýzu nosného lana vybrané střešní konstrukce. Práce byla rozdělena na dvě hlavní části, teoretickou a praktickou.

V teoretické části byly nejprve rozebrány základy historického vývoje lanových systémů a základní typy a tvary těchto konstrukcí. Pozornost byla dále věnována působení nosného lana, které je klíčové pro pochopení následujících výpočtů.

V praktické části byla provedena statická analýza nosného lana střešní konstrukce. K řešení úlohy pomocí ručního výpočtu byly zvoleny tři metody, a to rovinný vláknový polygon, parabolická řetězovka a lanová rovnice. Ve výpočtu bylo uvažováno protažení od zatížení prvku, kvůli čemuž se změnila původně navržená geometrie střešní konstrukce. Proto byl pomocí iteračního výpočtu nalezen nový počáteční průvės lana. Po aplikaci zatížení na lanový prvek natažený v nově navržené geometrii se lano prodloužilo a dostalo se opět do požadovaného tvaru. Jednotlivé metody ručního výpočtu byly vzájemně srovnány, důraz byl kladen zejména na komparaci nově navržené geometrie. Z výsledků bylo možné pozorovat srovnatelné hodnoty získané při využití parabolické řetězovky a vláknového polygonu, hodnoty získané pomocí lanové rovnice vykazovaly jistou odchylku způsobenou zjednodušením výpočtu délky lana. Dále byla provedena analýza normálových sil, které v laně vznikají.

Výsledky ručního výpočtu byly následně ověřeny pomocí statického programu RFEM. Byla vymodelována lana s navrženou geometrií dle výše uvedených metod ručního výpočtu. Na tyto modely bylo následně aplikováno zatížení a byl sledován svislý posun nejnižšího bodu. Cílem bylo se co nejvíce přiblížit originálnímu návrhu konstrukce. Nejvyšší a velmi přesnou shodu prokázal model vytvořený na základě výpočtu parabolické řetězovky. Odchylka dosaženého a požadovaného průvėsu lana nedosáhla ani dvou setin procenta.

Program RFEM byl také využit k novému návrhu počáteční geometrie lan. Tento návrh byl proveden pomocí zatížení lan „zkrácením“ a následném odečtení od původních průvėsů lan. Opět bylo provedeno porovnání získaných výsledků s ručním výpočtem. Vysoká shoda byla prokázána

se všemi postupy ručního výpočtu, odchylka v celém srovnání až na jednu výjimku nikdy nepřesáhla 5 %.

V dalších částech práce byla do stabilizačních lan vnesena předpětí, jejichž účinky na nosná lana byly vypočteny pomocí metody ekvivalentního zatížení. Následně byl vytvořen nový model lanového prvku v programu RFEM, a to s využitím přídatného modulu Form-Finding. Byl tak nalezen optimální tvar lana za daných podmínek.

Na závěr byl zkoumán vliv klimatického zatížení na střešní konstrukci. Byly analyzovány průhyb od zatížení sněhem a normálové síly, které se přitížením lana navýšily.

Tato práce by měla představovat teoretický základ problematiky výpočtů lanových konstrukcí.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

ODBORNÁ LITERATURA

- [1] KADLČÁK, Jaroslav. *Statika nosných lan visutých střešch*. Praha: Academia, 1990. ISBN 80-200-0251-0
- [2] KADLČÁK, Jaroslav, KYTÝR, Jiří. *Statika stavebních konstrukcí I*. Brno: VUTIUM, 2001. ISBN 80-214-1877-X
- [3] BUCHHOLDT, H. A. *An introduction to cable roof structures*, Second edition. London: Thomas Telford, 1999. ISBN 0-7277-2624-2.
- [4] SPAL, Luděk. *Ocelová lana ve stavebních konstrukcích*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1971. ISBN: 04-708-71
- [5] TIBERT, Gunnar. *Numerical Analyses of Cable Roof Structures*. Stockholm, 1999. Licentiate Thesis. Royal Institute of Technology, Department of Structural Engineering.
Supervisor: Prof. Anders Eriksson. ISSN 1103-4270
- [6] OSSMAN, Mohammad Mohie Eldin Mohammad. *Static and Dynamic analysis of circular cable roof nets*. Mansoura, 2003. Master's Thesis. Mansoura University, Department of Structural Engineering. Supervisor: Prof. Dr. Nabil Sayed Mahmoud.
- [7] LAWRENCE, A. Klobier et al. *Design Considerations in Cable-Stayed Roof Structures*. [online] The Steel conference. March 2004. [cit. 2024-02-02]
Dostupné z *aisc.org*:
<https://www.aisc.org/globalassets/modernsteel/archives/2004/03/2004v03_design_considerations.pdf>
- [8] *Nosné lana* [online]. [cit. 2024-02-1] Přednáška. VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta stavební. Dostupné z *docplayer.cz*:
<<https://docplayer.cz/105642727-Statika-stavebnich-konstrukci-i-tema-6->

nosne-lano-katedra-stavebni-mechaniky-fakulta-stavebni-vsbt-technicka-univerzita-ostrava.html>

[9] RIDOŠKO, Tomáš. *Studie statického řešení víceúčelové haly*. Diplomová práce. Brno, 2011. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. Vedoucí práce: doc. Ing. Jiří Kytýr, CSc.

[10] PETŘÍČKOVÁ, Monika. *Tažené konstrukce v architektuře*. [online] Duben 2004, poslední revize 18.12. 2008. [cit. 2024-05-12] Dostupné z *old.konstrukce.cz*: <old.konstrukce.cz/clanek/tazene-konstrukce-v-architekture/>

[10] GÜTTNEROVÁ, Pavla. *Hyperbolický paraboloid a konoidy* [online]. Přednášky z deskriptivní geometrie. Technická univerzita Ostrava.

[11] DUCHÁČ, Petr. RŮŽIČKA, Stanislav. KLUSÁČEK, Ladislav. *Konstrukce z předpjatého betonu a jejich statická analýza*. [online] Brno 2012. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. Dostupné z *fce.vutbr.cz*: <https://www.fce.vutbr.cz/bzk/ruzicka.s/SBIRKA_PRIKLADU_Z_PREDPJATEHO_BETONU_DRK.pdf>

TECHNICKÉ NORMY

[12] ČSN EN 1993-1-11, *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1 – 11: Navrhování ocelových tažených prvků*

[13] ČSN EN 1991-1 - *Zatížení konstrukcí*

MANUÁLY K VÝPOČETNÍM PROGRAMŮM

[14] RFEM 6 – Form-Finding. *dlubal.com* [online] [cit. 2024-04-18] Online manuály. Dostupné z: <<https://www.dlubal.com/cs/stahovani-a-informace/dokumenty/online-manualy/rfem-6-form-finding>>

[15] Form-Finding a výpočet membránových konstrukcí v RFEM 6. [online] Výukový webinář. Dostupné z:

<<https://www.youtube.com/watch?v=vWZhfwWkwgo>>

[16] RFEM 6. *dlubal.com* [online] Online manuály. Dostupné z:

<https://www.dlubal.com/cs/stahovani-a-informace/dokumenty/online-manualy/rfem-6>

INTERNETOVÉ ODKAZY

[17] Roof structure of Colosseum. [online] [cit. 2024-01-25] Dostupné z *italyrometour.com*: <<https://www.italyrometour.com/the-colosseum-was-covered-by-a-giant-awning-that-weighed-24-tons-and-was-operated-by-1000-expert-sailors/>>

[18] State Archives of North Carolina Raleigh, NC. [online] [cit. 2024-01-25] Dostupné z *flickr.com*: <<https://www.flickr.com/photos/north-carolina-state-archives/2479215292>>

[19] Dulles International Airport. [online] [cit. 2024-01-26] Dostupné z *interactive.wttw.com*: <<https://interactive.wttw.com/tenbuildings/dulles-international-airport>>

[20] Building structure. [online] [cit. 2024-01-26] Dostupné z *user.eng.umd.edu*: <<https://user.eng.umd.edu/~austin/ence353.d/lecture-material2021/Dulles-Airport-Cable-Structure-Eero-Saarinen.pdf>>

[21] Cable structures. [online] [cit. 2024-01-30] Dostupné z *civilengineeringx.com*: <<https://civilengineeringx.com/structural-analysis/structural-steel/cable-structures/>>

[22] Olympijský komplex Mnichov. [online] [cit. 2024-01-28] Dostupné z *archiweb.cz*: <<https://www.archiweb.cz/b/olympijsky-komplex>>

[23] Components of wire rope. [online] [cit. 2024-05-12] Dostupné z *blog.miamistainless.com.au*: <<https://blog.miamistainless.com.au/which-wire-rope-construction-do-i-need>>

[24] Wire position in cross lay and equal lay. [online] [cit. 2024-05-12] Dostupné z *link.springer.com*: <https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-349-01197-1_10>

[25] Golden Gate Bridge. [online] [cit. 2024-01-29] Dostupné ze *zoom.iprime.cz*: <https://zoom.iprime.cz/vyroci/golden-gate-most>

[26] Hyperbolic paraboloids. [online] [cit. 2024-05-12] Dostupné z *erikdemaine.org*: <<https://erikdemaine.org/hypar/>>

[27] Lehký skládaný střešní plášť. [online] [cit. 2024-02-14] Dostupné z *cetris.cz*: <https://www.cetris.cz/pagedata/radce/tp_pozar-plast.pdf?1700727740>

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

A_m	průřezová plocha kovových částí [mm^2]
a	levý závěsný bod lana
b	pravý závěsný bod lana
C_e	součinitel expozice
C_t	tepelný součinitel
d	průměr lana
d_j	délka úseku s daným spojitým zatížením
E	modul pružnosti oceli v tahu
F	svislá síla působící v uzlu lana
f	součinitel plnosti; průvės lana
Δf	odchylka požadovaného a skutečného průvėsu
$f_{poč}$	počáteční průvės lana
$f_{pož}$	požadovaný průvės lana
G	výslednice vlastní tíhy
$G_{k,2}$	tíha spojovací svorky
g	gravitační zrychlení [m/s^2]
g_k	jmenovitá vlastní tíha
$g_{k,0}$	jmenovitá vlastní tíha nosného lana
$g_{k,1}$	jmenovitá vlastní tíha stabilizačního lana
$g_{k,3}$	tíha střešního pláště
H	vodorovná složka reakce, vodorovná složka normálové síly
i	pořadí uzlu
L	délka napnutého lana
L_0	délka napnutého lana bez započítání vlivu protažení; iterační podmínka
$L_{př}$	předpokládaná délka lana
L_y, L_x	půdorysné rozměry elipsy

ΔL	protažení
l	rozpětí lana
l_i	dílčí délka strany vláknového polygonu
LR	lanová rovnice
M	ohybový moment
m	bod v nejnižším místě lana, předem určen pro výpočet pomocí doplňkové podmínky; hmotnost
N	normálová síla
N_z	svislá složka normálové síly
n	počet iterací
P	předpínací síla
P_H	horizontální složka předpínací síly
P_V	vertikální složka předpínací síly
p	ekvivalentní rovnoměrné spojitě zatížení od předpínací síly; počet úseků s daným spojitým zatížením
PŘ	parabolická řetězovka
Q_j	velikost posouvající síly na počátku daného úseku
q	spojité rovnoměrné zatížení na průmět
q_j, q_{j+1}	hodnoty spojitěho zatížení v krajních bodech úseku
R	reakce
R_z	svislá složka reakce
s	zatížení sněhem
s_k	charakteristická hodnota zatížení sněhem
VP	vláknový polygon
w	jednotková hmotnost [N/mm^3], která bere v úvahu hustotu oceli a zahrnuje systém protikorozní ochrany
x	horizontální souřadnice; vodorovná délka
ZŠ	zatěžovací šířka
z	vertikální souřadnice, rovnice průvřesové křivky

z'	svislá vzdálenost mezi krajními body dílčí strany vláknového polygonu
α	úhel, který svírá normálová síla s vodorovnou osou x
μ_i	tvarový součinitel zatížení sněhem
λ_a, λ_b	součinitelé pro výpočet délky napjatého lana

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1.1: Velarium, Colosseum [17]	12
Obrázek 1.2: Sportovní aréna Raleigh, Severní Karolína, USA [18].....	13
Obrázek 1.3: Statický model [5].....	13
Obrázek 1.4: Visutá konstrukce jednoduché křivosti [6]	15
Obrázek 1.5: Dulles Airport, Virginia, USA [19]	15
Obrázek 1.6: Schéma Dulles Airport [20]	16
Obrázek 1.7: Rotačně symetrická kruhová konstrukce [21].....	16
Obrázek 1.8: Dvouvrstvé lanové zastřešení – konkávní lanový nosník [5]....	17
Obrázek 1.9: Dvouvrstvé lanové zastřešení – konvexní lanový nosník [5]....	17
Obrázek 1.10: Dvouvrstvé lanové zastřešení – konvexně-konkávní lanový nosník [5].....	17
Obrázek 1.11: Konstrukce dvojí křivosti sedlového tvaru [3].....	18
Obrázek 1.12: Konstrukce dvojí křivosti podporovaná vnějším prstencem [3]	18
Obrázek 1.13: Konstrukce dvojí křivosti [3].....	18
Obrázek 1.14.: Zavěšená střešní konstrukce, Olympijský stadion Mnichov [22]	19
Obrázek 1.15: Řez ocelovým lanem [22]	20
Obrázek 1.16: Skládané a vinuté lano [23].....	20
Obrázek 2.1: Rovinný vláknový polygon [2]	22
Obrázek 2.2: Parabolická řetězovka [2]	23
Obrázek 2.3: Tvar parabolické řetězovky v praxi – Golden Gate Bridge [25]	23
Obrázek 2.4: Tížná řetězovka [2]	24
Obrázek 3.1: Půdorysné schéma, schematický příčný a podélný řez střešní konstrukcí.....	27
Obrázek 3.2: Hyperbolický paraboloid [26]	28
Obrázek 3.3: Ocelová svorka [3].....	29
Obrázek 3.4: Skladba střešního pláště [27].....	29
Obrázek 4.1: Schéma označení uzlů	33
Obrázek 4.2: Srovnání protažení lan vypočtených ručním výpočtem	49
Obrázek 4.3: Srovnání navržených počátečních průvěsů pomocí ručního výpočtu	50
Obrázek 4.4: Původní a nově navržený průvěs pomocí vláknového polygonu – nejdelší lano	51

Obrázek 4.5: Původní a nově navržený průvės pomocí vláknového polygonu – nejkratší lano	51
Obrázek 4.6: Velikost osových sil – nejdelší lano	52
Obrázek 4.7: Velikost osových sil – nejkratší lano	53
Obrázek 4.8: Porovnání velikosti horizontální složky reakce – původní a upravený průvės, nejdelší lano	53
Obrázek 4.9: Porovnání velikosti horizontální složky reakce – původní a upravený průvės, nejkratší lano	54
Obrázek 5.1: Model č. 1 – Zatížení nosného lana stálým zatížením	55
Obrázek 5.2: Model č. 1 - Deformace lana	56
Obrázek 5.3: Model č. 2 – zatížení lana stálým zatížením.....	56
Obrázek 5.4: Model č. 2 – Deformace lana	57
Obrázek 5.5: Model č. 3 – Zatížení lana stálým zatížením	58
Obrázek 5.6: Model č. 3 – Deformace lana	58
Obrázek 5.7: Model č. 4 – Zatížení lana stálým zatížením	59
Obrázek 5.8: Model č. 4 – Deformace lan, axonometrický pohled	59
Obrázek 5.9: Model č. 4 – Deformace středového lana	59
Obrázek 5.10: Model č. 4 – Zatížení lan stálým zatížením a zkrácením, axonometrický pohled	60
Obrázek 5.11: Model č. 4 – Zatížení středového lana stálým zatížením a zkrácením	60
Obrázek 5.12: Model č. 4 – Deformace středového lana.....	60
Obrázek 6.1: Metoda ekvivalentního zatížení – Výpočet úhlu α	65
Obrázek 6.2: Metoda ekvivalentního zatížení – Ekvivalentní účinky předpětí	65
Obrázek 7.1: Počáteční tvar lana – Form-Finding	68
Obrázek 7.2: Deformovaný tvar lana – Form-Finding	68
Obrázek 7.3: Počáteční tvar lana zat. účinky předpětí – Form-Finding	69
Obrázek 7.4: Deformovaný tvar lana zat. účinky předpětí – Form-Finding ..	69
Obrázek 8.1: Mapa sněhových oblastí České republiky.....	72
Obrázek 8.2: Model č. 4 – Zatížení lana sněhem	73
Obrázek 8.3: Model č. 4 – Zatížení lana stálým zatížením + sněhem a jeho deformace	74
Obrázek 8.4: Form-Finding – lano v nezdeformovaném stavu	75
Obrázek 8.5: Form-Finding – lano po deformaci	76
Obrázek 8.6: Form-Finding – deformace lana.....	76

SEZNAM TABULEK

Tabulka 4.1: Skladba střešního pláště	32
Tabulka 4.2: Výsledky ručního výpočtu – Vlákno­vý polygon	35
Tabulka 4.3: Výsledky iteračního výpočtu – Vlákno­vý polygon	36
Tabulka 4.4: Výsledky iteračního výpočtu – Parabolická řetězovka	40
Tabulka 4.5: Výsledky iteračního výpočtu – Lanová rovnice.....	48
Tabulka 5.1: Nově navržené hodnoty počátečních prův­ěsů – RFEM.....	61
Tabulka 5.2: Porovnání výsledků ručního výpočtu s výsledky z programu RFEM	62
Tabulka 5.2: Porovnání výsledků ručního výpočtu s výsledky z programu RFEM (pokračování)	63
Tabulka 6.1: Výsledky ručního výpočtu při zahrnutí vlivu předpětí	66
Tabulka 7.1: Srovnání svislých posuvů – ruční výpočet a Form-Finding	69
Tabulka 7.1: Srovnání svislých posuvů – ruční výpočet a Form-Finding (pokračování).....	70
Tabulka 7.2: Srovnání normálových sil – ruční výpočet a Form-Finding	70
Tabulka 7.2: Srovnání normálových sil – ruční výpočet a Form-Finding (pokračování).....	71
Tabulka 8.1: Srovnání normálových sil po zatížení sněhem: ruční výpočet a RFEM	74
Tabulka 8.2: Srovnání normálových sil po zatížení sněhem: ruční výpočet a RFEM Form-Finding	76
Tabulka 8.2: Srovnání normálových sil po zatížení sněhem: ruční výpočet a RFEM Form-Finding (pokračování)	77

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1: Geometrické charakteristiky lan – ruční výpočet	91
Příloha 2: MS Excel – výpočty počátečních průvėsů	

Příloha 1: Geometrické charakteristiky lan – ruční výpočet

n	l [m]	$f_{pož}$ [m]	VP: $f_{poč}$ [m]	LR: $f_{poč}$ [m]	PŘ: $f_{poč}$ [m]
1	95,0000	9,5000	9,3998	9,4086	9,3944
2	94,892	9,4784	9,3780	9,3950	9,3728
3	94,568	9,4138	9,3134	9,3143	9,3083
4	94,0260	9,3062	9,2059	9,2146	9,2008
5	93,2600	9,1465	9,0461	9,0547	9,0412
6	92,2680	8,9615	8,8614	8,8699	8,5866
7	91,0400	8,7245	8,6245	8,6328	8,6199
8	89,5680	8,4445	8,3448	8,3528	8,3403
9	87,8360	8,1212	8,0218	8,0294	8,0174
10	85,8340	7,7551	7,6559	7,6633	7,6518
11	83,5380	7,3459	7,2470	7,2540	7,2430
12	80,9240	6,8934	6,7948	6,8013	6,7911
13	77,9620	6,3980	6,3000	6,3058	6,2963
14	74,6080	5,8595	5,7615	5,7671	5,7584
15	70,8080	5,2778	5,1801	5,1852	5,1773
16	66,4860	4,6530	4,5555	4,5601	4,5531
17	61,5300	3,9852	3,8878	3,8917	3,8858
18	55,7740	3,2743	3,1768	3,1801	3,1752
19	48,9320	2,5204	2,4220	2,4250	2,4211
20	40,4620	1,7233	1,6226	1,6247	1,6222
21	28,9680	0,8832	0,7710	0,7732	0,7719