



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNologiÍ**
FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

**ANALÝZA, IMPLEMENTACE A VYUŽITÍ
VOLD-KALMANOVA FILTRU PRO NESTACIONÁRNÍ
SIGNÁLY**
ANALYSIS, IMPLEMENTATION AND UTILIZATION OF THE VOLD-KALMAN FILTER FOR
NON-STATIONARY SIGNALS

DIZERTAČNÍ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Ing. Martin Čala

VEDOUCÍ PRÁCE
ADVISOR

doc. Ing. Petr Beneš, Ph.D.

BRNO 2020

ABSTRAKT

Dizertační práce se věnuje Vold-Kalmanovu filtru (VKF). Teoretická část rozebírá vlastnosti VKF a podobných metod řádové analýzy – souběžové filtrace (COT) a Gaborovy řádové analýzy (GOT). Uvádí také požadavky na měření rychlosti otáčení, která je klíčová pro správné fungování VKF. Praktická část popisuje vlastní implementaci filtru i její vlastnosti. Zde je kladen důraz na výpočetní efektivitu, která je lepší než u dostupných řešení. Práce dále poukazuje na možné problémy s numerickou nestabilitou výpočtu způsobené omezeným dynamickým rozsahem datového typu double. Toto je řešeno omezením rozsahu vstupů tak, aby se nestabilitě předcházelo. Omezení se vztahuje i na případy, kdy je výsledek sice numericky správný, ale nepoužitelný. Další část práce rozšiřuje porovnání s metodami STFT, COT a GOT, kde ukazuje výhody VKF při nestacionárních podmínkách. Poslední část práce ukazuje ověření uvedených informací na simulovaných signálech. Ta je rozšířena o aplikaci uvedených postupů na experimentálních datech, např. z turbomotoru či elektromotoru, kde je mimo jiné demonstrována možnost ověření souladu rychlostního profilu a vibračních dat pomocí VKF.

KLÍČOVÁ SLOVA

Vold-Kalmanův filtr, adaptivní filtr, analýza vibrací, řádová analýza, nestacionární signál

ABSTRACT

The doctoral thesis focuses on a Vold-Kalman filter (VKF). Theoretical part describes properties of VKF and other order tracking methods, namely computed order tracking (COT) and Gabor order tracking (GOT). It also characterizes requirements for rotational speed measurements as one of the key elements for correct functionality of VKF. Practical part depicts own filter implementation and its properties. Main stress is put on computational efficiency, that is in result better than in available codes. Thesis also points out possible issues with numerical instabilities within calculation caused by limited dynamic range of double data type. This is solved by restricting the inputs to prevent the instabilities. Restriction is applied also to cases where the result is numerically correct but unusable. Following part extends the comparison with methods STFT, COT and GOT, where benefits of VKF for nonstationary conditions are shown. The last section shows given information used on simulated signals. This is then applied to show mentioned techniques on experimental data, for instance from turbo engine or electric motor, where the ability of VKF in checking the accordance between speed profile and vibration data is illustrated.

KEYWORDS

Vold-Kalman filter, adaptive filter, vibration analysis, order tracking, non-stationary signal

ČALA, Martin. *Analýza, implementace a využití Vold-Kalmanova filtru pro nestacionární signály*. Brno, 2020, 116 s. Dizertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky. Vedoucí práce: doc. Ing. Petr Beneš, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou dizertační práci na téma „Analýza, implementace a využití Vold-Kalmanova filtru pro nestacionární signály“ jsem vypracoval samostatně pod vedením školitele dizertační práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené dizertační práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této dizertační práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Brno

.....

podpis autora

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval svému školiteli doc. Ing. Petru Benešovi, Ph.D. za čas a úsilí věnované konzultacím a vedení mé práce, Ing. Zdeňku Havránkovi, Ph.D. za konzultace, a kolektivu skupiny za tematické diskuze.

Dále děkuji rodině a přítelkyni za podporu a také všem, kteří se někdy zeptali „Kdy už to odevzdáš?“

Obsah

Úvod	13
1 Dosavadní vývoj	15
1.1 Řádová analýza	16
1.1.1 Klasická řádová analýza	16
1.1.2 Gaborova řádová analýza	19
1.2 Vold-Kalmanův filtr	21
1.2.1 Vold-Kalmanův filtr 1. generace	22
1.2.2 Vold-Kalmanův filtr 2. generace	23
1.2.3 Řešení VKF	24
1.2.4 Vztah mezi 1. a 2. generací	27
1.2.5 Externí implementace	29
1.3 Modifikace VKF	30
1.4 Měření rychlosti otáčení	31
1.4.1 Nutné předpoklady pro VKF	34
1.5 Aplikace VKF a jejich metodika	34
2 Cíle práce	41
3 Řešení	43
3.1 Implementace VKF	43
3.1.1 Popis základních funkcí	45
3.1.2 Popis online funkcí	47
3.1.3 Popis funkcí pro tvorbu spektrogramu	48
3.1.4 Omezení při nastavení filtru	49
3.1.5 Funkce s vyšší numerickou přesností	51
3.1.6 Porovnání výkonnosti	52
3.2 Vlastnosti implementovaných filtrů	54
3.2.1 Šířka pásma	54
3.2.2 Rychlost náběhu	57
3.2.3 Vztah mezi šířkou pásma a rychlostí náběhu	59
3.2.4 Fáze výstupu VKF2	60
3.3 Poruchy rychlostního profilu	62
3.3.1 Odstranění nadbytečných hran	62
3.3.2 Ošetření chybějících hran	64

4	Porovnání VKF s ostatními metodami	65
4.1	Metodika porovnání	65
4.2	Výsledky porovnání	67
5	Ověření chování VKF simulacemi	83
5.1	Zjištění chování při rychlé změně frekvence	83
5.2	Návrh filtru podle specifikace	85
6	Použití VKF v experimentech	89
6.1	Turbomotor	89
6.2	Elektromotor s převodovkou	93
6.3	Zrychlení na vysokootáčkovém elektromotoru	96
6.4	Vyvažovací přípravek	97
	Závěr	101
	Vlastní publikační činnost	103
	Literatura	105
	Seznam symbolů a zkratk	115

Seznam obrázků

1.1	Porovnání klasického a řádového spektra.	17
1.2	Porovnání klasického a řádového spektrogramu.	17
1.3	Ukázka účinku synchronní filtrace na vibracích motoru měřených při konstantní rychlosti otáčení.	18
1.4	Ukázka artefaktů GOT při nevhodně nastavené délce okna.	20
1.5	Porovnání frekvenčních charakteristik obálek pro různé kombinace typů filtrů.	28
1.6	Různé způsoby zpracování signálu ze snímače rychlosti otáčení.	32
3.1	Různé varianty implementovaných funkcí a jejich možný způsob nastavení.	45
3.2	Řetězec operací provedených pro různé typy VKF.	46
3.3	Princip online metody.	47
3.4	Ukázka omezení částí řádového spektrogramu vytvořeného pomocí VKF.	48
3.5	Závislost minimální šířky pásma a maximální rychlosti náběhu na rychlostním profilu pro VKF1.	50
3.6	Plošné a prostorové zobrazení šířky pásma filtrů VKF v závislosti na koeficientu r	55
3.7	Plošné a prostorové zobrazení rychlosti náběhu filtrů VKF v závislosti na koeficientu r	58
3.8	Vliv správnosti rychlostního profilu na fázi výstupu VKF2.	60
3.9	Korekce rychlostního profilu podle fáze výstupu VKF2	61
3.10	Ukázka rychlostních profilů, které byly vytvořeny ze všech hran nebo pouze s relevantními hranami.	62
3.11	Vizualizace nadbytečných hran pomocí diagramu zohledňujícího časové rozdíly mezi hranami.	63
4.1	Průběhy frekvence a amplitudy testovacího signálu č. 1.	66
4.2	Průběhy frekvence a amplitudy testovacího signálu č. 2.	66
4.3	Průběhy frekvence a amplitudy testovacího signálu č. 3.	66
4.4	Výsledek po použití metody STFT na testovacím signálu č. 1.	68
4.5	Výsledek po použití metody COT na testovacím signálu č. 1.	68
4.6	Výsledek po použití metody GOT na testovacím signálu č. 1.	69
4.7	Výsledek po použití různých typů VKF na testovacím signálu č. 1.	70
4.8	Výsledek po použití metody STFT na testovacím signálu č. 2.	71
4.9	Výsledek po použití metody COT na testovacím signálu č. 2.	71
4.10	Výsledek po použití metody GOT na testovacím signálu č. 2.	72
4.11	Výsledek po použití různých typů VKF na testovacím signálu č. 2.	73

4.12 Ukázka vlivu filtrace více řádů najednou pro různé typy VKF na testovacím signálu č. 2.	74
4.13 Výsledek po použití metody STFT na testovacím signálu č. 3.	74
4.14 Výsledek po použití metody COT na testovacím signálu č. 3.	76
4.15 Výsledek po použití metody GOT na testovacím signálu č. 3.	76
4.16 Výsledek po použití různých typů VKF na testovacím signálu č. 3.	77
4.17 Ukázka vlivu filtrace více složek najednou pro různé typy VKF na testovacím signálu č. 3.	78
4.18 Vliv posunu rychlostního profilu o 10 ms na výstup jednotlivých metod pro testovací signál č. 1.	80
5.1 Výsledné frekvenční charakteristiky filtrů navržených podle specifikace.	86
6.1 Rozmístění použité instrumentace na turbomotoru TS20.	89
6.2 Rychlostní profil a chyba fáze pro experiment na turbomotoru.	90
6.3 Porovnání řádových spektrogramů vytvořených pomocí COT a VKF2.	90
6.4 Řádové spektrogramy vytvořené pomocí VKF2 z dat akcelerometrů A1 a A2 měřených na turbomotoru.	91
6.5 Časové průběhy vybraných řádů analyzovaných na turbomotoru.	93
6.6 Vyhazení silně zarušeného tachometrického signálu pomocí VKF1.	94
6.7 Ukázka rychlostního profilu při nedodržení rychlosti náběhu filtru.	94
6.8 Ukázka významu správného nastavení VKF.	95
6.9 Rychlostní profil roztočení vysokootáčkového elektromotoru na plné otáčky téměř 500 ot./s.	96
6.10 Výsledky jednoduché i vícenásobné filtrace pomocí VKF2.	96
6.11 Rychlostní profil pro filtraci křížujících se řádů vyvažovacího přípravku.	98
6.12 Ukázka významu filtrace křížujících se řádů.	98

Seznam tabulek

1.1	Metody řešení soustav řídkých matic pro VKF.	26
1.2	Konkrétní hodnoty váhových koeficientů r pro průběhy na obr. 1.5. . .	28
1.3	Porovnání možností různých implementací VKF.	29
3.1	Seznam limitních hodnot koeficientu r , při kterých neselže výpočet. . .	49
3.2	Rozšíření seznamu limitních hodnot koeficientu r , při kterých neselže výpočet, o 128bitový datový typ.	52
3.3	Porovnání výkonnosti algoritmů VKF	53
3.4	Soupis kombinací parametrů pro otestování šířky pásma VKF.	54
3.5	Porovnání šířek pásma VKF podle různých autorů.	56
3.6	Soupis kombinací parametrů pro otestování rychlosti náběhu VKF. . .	57
3.7	Porovnání rychlostí náběhu VKF podle různých autorů.	59
4.1	Velikosti šířek pásma filtrů VKF použitých v porovnání metod.	78
4.2	Číselně vyjádřené porovnání metod řádové analýzy.	79
4.3	Výpočetní náročnost zohledňující veškeré operace potřebné k získání výstupních dat.	79
4.4	Vliv posunu rychlostního profilu o 10 ms na hodnotu kritéria RMS. . .	79
4.5	Porovnání VKF s ostatními metodami.	82
5.1	Parametry signálu k otestování chování metod při rychlé změně frek- vence.	83
5.2	Výsledky porovnání metod při rychlé změně frekvence.	84
5.3	Požadované vlastnosti filtru podle specifikace.	86
6.1	Očekávané řády turbomotoru TS20.	89

Úvod

Vibrodiagnostika je rozsáhlá technická disciplína, která se snaží detekovat závadu některé ze součástí zařízení, a také zjistit závažnosti takové závady. Používá k tomu zejména signály ze snímačů vibrací, ale mnohé z metod fungují i na signálech jiných veličin (např. akustický tlak). Speciální část vibrodiagnostiky pracuje s daty z rotačních zařízení, která kromě signálů vibrací využívá i informaci o rychlosti otáčení zařízení s cílem získat přesnější výsledky.

Předložená práce se zabývá tzv. Vold-Kalmanovým filtrem, který byl v roce 1993 publikován v [1] jako nástroj určený k analýze signálů z rotačních zařízení. Oproti ostatním metodám používaným ve vibrodiagnostice, které využívají algoritmus FFT, tato metoda pracuje v časové oblasti. Jedná se tak o speciální variantu filtru, která je obzvláště vhodná v nestacionárních podmínkách, kde se projevují nedostatky FFT, konkrétně rozmazání spektra.

V textu je popsána vlastní implementace filtru a dále zmíněn princip obvyklých metod používaných ve vibrodiagnostice a jejich výhody či nevýhody. Poté následují doporučení pro použití Vold-Kalmanova filtru na simulovaných i experimentálních signálech.

1 Dosavadní vývoj

Historicky se signály analyzovaly nejdříve v časové oblasti. Výhodnější je signály analyzovat ale ve frekvenční oblasti s využitím Fourierovy transformace, konkrétně její diskrétní varianty – DFT, která převádí signál z časové oblasti do jejího obrazu (frekvenční oblasti) podle [2]

$$X(k) = \mathcal{F} \{x(n)\} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)w(n) \cdot e^{-2\pi jkn/N}, \quad (1.1)$$

kde platí $k \in [0, N - 1]$, $x(n)$ je signál vzorkován vzorkovací frekvencí f_{vz} , na který lze navíc aplikovat okno $w(n)$, které potlačuje zkreslení vzniklé při nekoherentním vzorkování signálu (analyzovaný blok dat neobsahuje celočíselný počet period signálu). Ve větší míře se DFT začala využívat až po objevu její rychlé varianty Fast Fourier Transform (FFT), která snížila počet komplexních násobení z N^2 na $N \log_2 N$ [3] a významně tak urychlila výpočet zejména při větším počtu vzorků. Vyžaduje ale, aby počet vzorků byl mocnina dvou. V současnosti je obvykle využívaná metoda „Fastest Fourier Transform in the West“ (FFTW), která již nemá tak omezující podmínky v počtu vzorků a navíc umožňuje vybrat implementaci, která bude pro konkrétní počet vzorků a hardwarovou konfiguraci nejvýhodnější [4].

DFT ukazuje průměrné rozložení frekvencí v celém signálu. Rozlišení ve frekvenci je svázáno s rozlišením v čase – pro signál dlouhý T je možné rozlišit frekvence vzdálené nejméně $1/T$. Prodloužením analyzovaného bloku dat lze zlepšit frekvenční rozlišení, ale nelze určit časový okamžik, kde se taková složka projevuje. DFT se proto hodí pouze pro stacionární signály.

Zkrácením analyzovaného úseku dat lze na úkor snížení frekvenčního rozlišení zvýšit časové rozlišení [5], tento postup je znám pod pojmem krátkodobá Fourierova transformace (STFT), kterou lze získat úpravou vztahu (1.1) na tvar

$$X_i(k) = \mathcal{F} \{x(n)\} = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} x(n + m_i)w(n) \cdot e^{-2\pi jkn/L}. \quad (1.2)$$

Na signál se postupně aplikuje okno o délce $L < N$ a to se posouvá signálem s posunem m_i , který může být kratší než délka okna, mluví se pak o překrytí. Na každý takový blok se aplikuje DFT a výstupem je rozložení frekvenčních složek v závislosti na poloze okna, resp. čase. Délkou okna L lze zvolit kompromis mezi časovým a frekvenčním rozlišením, metoda se tak více hodí pro nestacionární signály. Volbou časového okna $w(n)$ lze potlačit chybu únikem, obvykle se používá Hannovo okno. Klíčovou součástí je volba délky okna, jejíž výběr je často objektem iterativního postupu [6]. Překrytí se vyjadřuje v procentech a volí se obvykle v rozsahu 50 – 100 %, záleží ale na typu použitého okna [7].

1.1 Řádová analýza

Pro signály ze zařízení, které pracují cyklicky (a tím vytváří periodické složky o určitých frekvencích), jsou metody frekvenční analýzy použitelné, ale aby nedocházelo k rozmývání složek spektra, musí být obsažené frekvenční složky stabilní, což nemůže být vždy splněno. Proto se při analýze signálů z rotačních strojů používá také informace o přesné rychlosti otáčení. Místo frekvenční analýzy se pak mluví o řádové analýze [7, 8].

Signály je totiž lepší analyzovat ve vztahu k natočení rotoru stroje než ve vztahu k času, resp. vzorkovací frekvenci, protože takový postup je schopen pracovat i se změnami rychlosti otáčení. Mluví se pak o násobku nebo dílu otáčkové frekvence, který je konstantní a nazývá se řád (angl. „order“, zkracováno také jako ORD) [9]. Např. řád 1 je shodný s otáčkovou frekvencí, řád 2 je jejím dvojnásobkem. Kromě měřeného signálu je nutné mít i informaci o rychlosti otáčení, čemuž se věnuje kap. 1.4. Rychlost otáčení je sice možné získat přímo z měřeného signálu, to ale s sebou nese i řadu potíží, které se v současnosti snaží řešit nemalé množství vědeckých článků. Ty se věnují zejména situacím, kde se analyzují ložiska [10, 11] nebo převodovky [12, 13].

V následujících podkapitolách budou rozebrány obvykle používané metody řádové analýzy rozdělené do dvou skupin – jedna využívá převzorkování (kap. 1.1.1) a druhá využívá Gaborovu transformaci (kap. 1.1.2). Následovat bude v kap. 1.2 popis Vold-Kalmanova filtru, což je hlavní téma práce.

1.1.1 Klasická řádová analýza

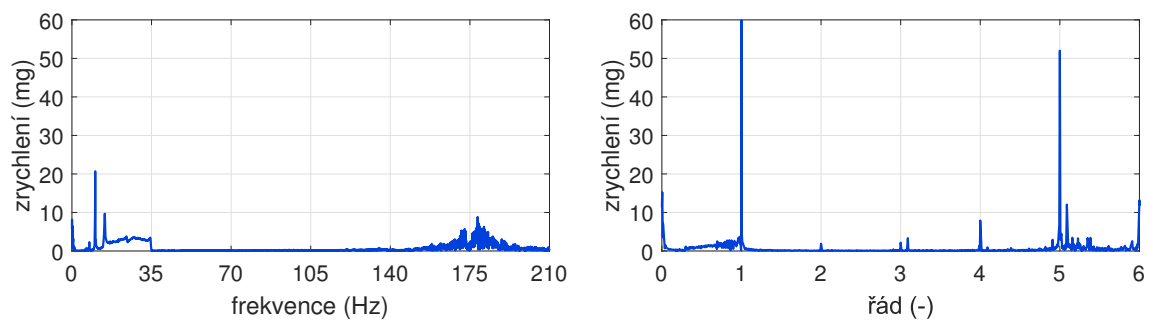
Existují dvě metody řádové analýzy, které využívají převzorkování měřeného signálu podle rychlosti otáčení – souběhová filtrace a synchronní filtrace. Každá z nich ale s převzorkovaným signálem pracuje trochu jinak. Oproti tomu skupina metod v tomto textu souhrnně označená jako „řádová analýza transformací“ je postavena na úplně jiném principu – je inspirovaná výpočtem DFT.

Souběhová filtrace Tato metoda, označovaná také jako řádová analýza převzorkováním, angl. „computed order tracking“ (COT), se snaží signál vzorkovaný pevnou vzorkovací frekvencí (časový nebo také „even-time“ signál) upravit na signál s pevným úhlovým přírůstkem (úhlový nebo také „even-angle“ signál). Ze snímače rychlosti jsou získány časové okamžiky natočení rotoru (typicky jednou za otáčku, ale může být i vícekrát). Úsek ohraničený dvěma takovými časovými okamžiky je považován za signál odpovídající jedné otáčce, který obecně obsahuje proměnný počet vzorků. Pomocí lineární interpolace je pak převeden na konstantní počet vzorků,

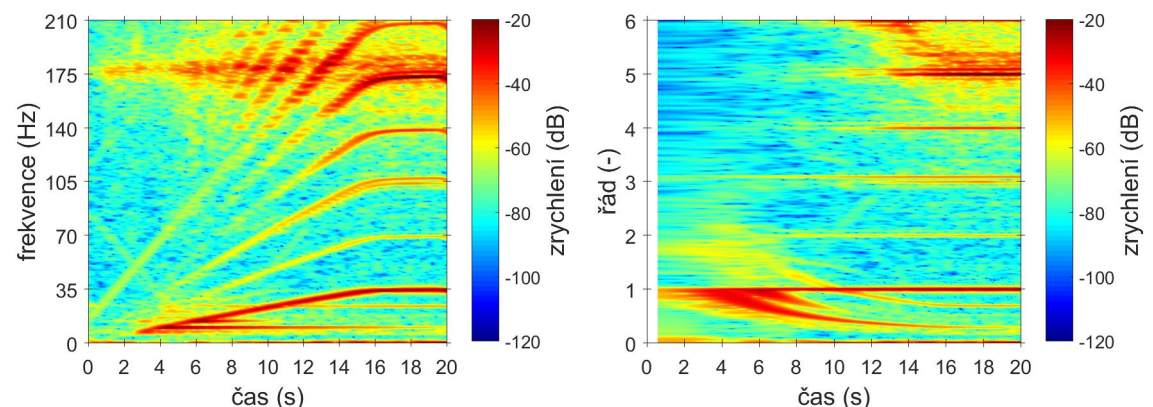
čímž je realizován konstantní úhlový rozestup. Aplikací DFT vzniká spektrum, ale protože je vstupem úhlový signál, spektrum má na vodorovné ose místo frekvence řád, který má návaznost na rychlost otáčení. Řádové spektrum se pak nerozmaže vlivem kolísání otáček [14]. Protože vlivem převzorkování nemůže dojít k chybě únikem, používá se obdélníkové okno [7], nicméně např. Brandt v [8] doporučuje volit spíše flattop okno kvůli možné chybě rychlostního profilu.

Podobně jako je to s rozlišením spekter, kde je rozlišení frekvence dáno převrácenou hodnotou délky časového okna, v případě řádového spektra je rozlišení řádů dáno převrácenou hodnotou počtu otáček [15]. Metodu lze použít pro analýzu při ustálených otáčkách, ale také pro rozběhy a doběhy.

Účinek souběžové filtrace je zobrazen na obr. 1.1 vlevo, kde je standardní spektrum při proměnné rychlosti otáčení. Řádové složky jsou zde rozmazané. Naopak v řádovém spektru na obr. 1.1 vpravo k rozmazání nedochází a je jasně zřetelná návaznost na otáčkovou frekvenci. Oba grafy ale zobrazují souhrn hodnot za celou



Obr. 1.1: Porovnání klasického (vlevo) a řádového (vpravo) spektra signálu vibrací měřeného na statorové části motoru při rozběhu na rychlost otáčení 35 ot./s, který trval 20 s. Vlevo je viditelné rozmazání složek spektra, při synchronizaci na otáčky v řádovém spektru rozmazání již nenastává.



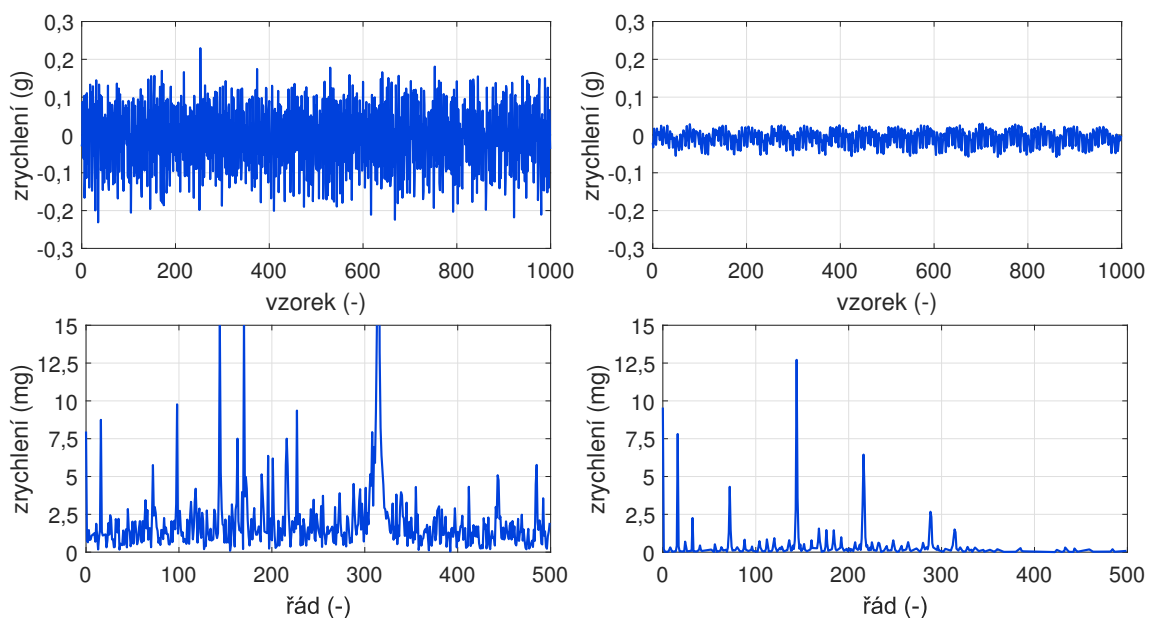
Obr. 1.2: Porovnání klasického (vlevo) a řádového (vpravo) spektrogramu. Oproti předchozím grafům je zde vidět vývoj složek v čase.

dobu trvání signálu 20 s. Pro zvýšení časového rozlišení na úkor řádového lze použít postup popsáný jako STFT (obr. 1.2 vlevo). Z celého signálu se postupně vybere jen podmnožina otáček a na každý takový blok se aplikuje DFT. Výsledkem je řádový spektrogram (obr. 1.2 vpravo). Řádové složky jsou rovné čáry a rezonance mají hyperbolický tvar. V obr. 1.1 a 1.2 je pro možnost porovnání zpracován stejný signál.

Speciálním způsobem zobrazení dat jsou tzv. waterfall grafy [14, 9]. Ty lze považovat za předchůdce spektrogramů a jsou vhodné spíše k vizualizaci jednodušších spekter, která neobsahují mnoho detailů. Amplituda složek bývá obvykle v lineárním měřítku, nikoliv v decibelech, jak je to typické pro řádové spektrogramy.

Synchronní filtrace Tato metoda průměruje průběhy úměrné jedné otáčce rotoru. Dokáže tak omezit složky signálu nesouvisející s rotačním pohybem jako je šum nebo rezonance, zatímco složky dané otáčením se zachovávají. Ke své funkci vyžaduje informaci o časech, ve kterých je rotor shodně natočený, což lze realizovat běžnou tacho sondou. Mezi těmito časy se nachází signál odpovídající jedné otáčce, který je ale obecně různě dlouhý vlivem kolísání rychlosti otáčení. Dalším krokem je převzorování na konstantní počet vzorků na otáčku, kdy počet vzorků udává maximální počet řádů, které mohou být zobrazeny. Ke správné funkci musí být zaručena přesnost synchronizačních impulsů z tacho sondy [16].

Z takto průměrovaných bloků je také možné tvořit spektra. V průměrování je



Obr. 1.3: Ukázka účinku synchronní filtrace na vibracích motoru měřených při konstantní rychlosti otáčení. Vlevo nahoře je záznam zrychlení v průběhu jedné otáčky. Vpravo je viditelný výsledek průměrování pro 500 otáček. Dole jsou odpovídající spektra. Průměrováním se značně potlačí šum a rezonance (např. poblíž řádu 315).

rozdíl oproti souběžové filtraci, která jej neaplikuje. Efektivní hodnota šumu je zmenšená \sqrt{K} krát, kde K značí počet průměrovaných bloků (otáček) [7]. Tůma v [7] udává i podrobný matematický aparát vysvětlující podstatu synchronní filtrace. Synchronní filtrace se kvůli průměrování používá zejména pro analýzu při ustálených otáčkách, ale v zásadě ji lze použít i pro proměnnou rychlost otáčení. Pro názornost je uveden obr. 1.3, ve kterém je v časové oblasti patrné zvýraznění signálu daného otáčkami a potlačení ostatních složek. Ve spektru se toto projevuje výrazným snížením hladiny šumu – spektrum se stane přehlednější.

Wismer v [16] ukazuje také možnost provádět synchronní filtraci na signálu zpracovaném pomocí souběžové filtrace. Omezí se tak možnost rozmazání vzniklého změnou rychlosti otáčení v průběhu jedné otáčky. Je ale nutné měřit rychlost otáčení vícekrát než pouze jednou za otáčku. Groover v [17] představil metodu dvojího převzorkování, které obohacuje synchronní filtraci o převod signálu zpět do časové oblasti a dokáže tak potlačit řádové složky a zvýraznit rezonance.

Řádová analýza transformací Tato skupina metod, které nevyžadují převzorkování signálu na tzv. „even-angle signal“, ale převedou časový signál rovnou na řádové spektrum, se anglicky nazývá „order tracking transform“. Obvyklá metoda, která spočívá v úpravě vzorce výpočtu Fourierovy transformace časového signálu, se nazývá časově proměnná DFT (z angl. „time variant DFT“ – TVDFT). Jádro ve výpočtu DFT v rovnici (1.1) se upraví do následujícího tvaru

$$X_{\text{TVDFT}}(k) = \mathcal{F}_{\text{TV}} \{x(n)\} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j \int_0^{n/f_{vz}} \omega(n) dt}, \quad (1.3)$$

kde integrál znázorňuje výpočet fáze podle otáčkové frekvence rotoru $\omega(n)$. Je tak vypuštěna potřeba převzorkování [18]. Výhoda takových metod je v jednoduchosti a přímočarosti výpočtu, mezi nevýhody lze zmínit vznik nepřesností ve výsledku, a také nemožnost využít optimalizace, které jsou dostupné pouze pro DFT.

O vylepšení se pokusil např. Borghesani a kol. v [19], který svou metodu nazval „velocity-synchronous DFT“ – VSDF. Smyslem je omezit nepřesnosti vzniklé ve výpočtu metodou TVDFT a zachovat jednoduchost výpočtu. Metodu porovnal s klasickou řádovou analýzou s převzorkováním (COT) a metodou TVDFT. Ukázal, že je možné docílit srovnatelných výsledků jako u COT při extrakci různých řádů (násobků i dílů). VSDF je výhodná zejména při velkých změnách rychlosti otáčení.

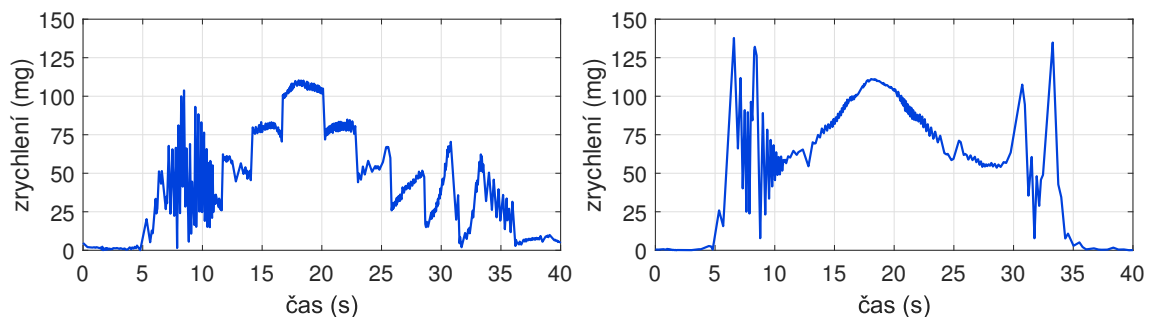
1.1.2 Gaborova řádová analýza

Poslední obvyklá metoda řádové analýzy, která je uvedena v tomto textu, je Gaborova řádová analýza (angl. „Gabor order tracking“ – GOT). I ona dokáže z měřeného

signálu získat složku odpovídající násobku nebo dílu otáčkové frekvence a využívá k tomu kombinaci Gaborovy transformace a expanze [20]. Metoda je propagovaná ve vývojovém nástroji LabVIEW [21, 22] a podléhá několika americkým patentům [23, 24, 25].

Metoda používá Gaborovu transformaci, která je pouhou modifikací krátkodobé Fourierovy transformace (STFT). Nutnou podmínkou je ale převzorkování, které se realizuje posunem okna o délku kratší než je délka okna – překrytím. Z takto získaných Gaborových koeficientů, které popisují signál v časofrekvenční oblasti, se vyberou pomocí masky pouze ty, které odpovídají rychlostnímu profilu (případně jeho násobku nebo dílu), ostatní se vynulují. Poté následuje Gaborova expanze, což je reciproká operace ke Gaborově transformaci, takto je získána opět časová reprezentace signálu. Obsahuje ale pouze složku související s rychlostním profilem, tj. vybraný řád. Tento text vychází z implementace zmíněné v [20], která používá k transformaci a expanzi stejnou délku a typ okna, které nemusí být nutně jen Gaussovo.

Výběr délky okna je ale nejslabší část metody, protože intuitivně funguje pouze u stacionárních signálů. U nestacionárních signálů je náročné tuto hodnotu vhodně zvolit, protože by měla ideálně zohledňovat okamžitou frekvenci zpracovávaného řádu. To by znamenalo nastavovat proměnnou délku okna v závislosti na frekvenci řádu. V některých implementacích to také vůbec není možné, protože nastavení okna je pro celý signál neměnné. LabVIEW nabízí Sound and Vibration Toolkit, který obsahuje implementaci GOT právě s tímto omezením. Navíc je zde délka okna volitelná pouze v násobcích dvou. Tuto limitaci ukazuje obr. 1.4, ve kterém je znázorněno získání 1. řádu ze signálu vibrací se šířkou pásma 0,5 řádu. Vlevo je zobrazen případ s oknem délky 4096 vzorků, které je příliš krátké. V porovnání s vhodnou délkou okna 32768 vzorků jsou znatelné skokovité artefakty a také neschopnost reagovat na rezonance v časech okolo 7. a 33. sekundy.



Obr. 1.4: Ukázka artefaktů GOT při nevhodně nastavené délce okna. Vlevo má délku 4096 vzorků (0,16 s), vpravo je vhodná délka 32768 vzorků (1,28 s). Signál je vzorkován frekvencí 25600 Hz.

Velká nevýhoda metody tkví v nemožnosti přímého řešení blízkých nebo křížujících se řádů, tzn. takových, které jsou natolik blízko, že se navzájem ovlivňují. Existují sice postupy modifikující původní metodu, nejsou ale příliš účelné, např. Xiaoping v [26]. Pan v [27] řeší křížování řádů tak, že z vytvořeného Gaborova řádového spektrogramu (závislost frekvence složky na rychlosti otáčení) pomocí zpracování obrazu odliší křížující se řády a ty pak odstraní. Pan v jiné publikaci [28] díky dodatečnému zpracování informace o fázi získal časový signál odpovídající určitému řádu bez zkreslení křížováním. Není ale zřejmé jak moc jsou tyto modifikace výpočetně náročné.

1.2 Vold-Kalmanův filtr

Trochu jiný pohled a také jiné limitace nabízí Vold-Kalmanův filtr (VKF). Jedná se o filtr, který dokáže z přesné informace o rychlosti otáčení plynule měnit centrální frekvenci a šířku pásma, a tak dokáže získat signál odpovídající některému z násobků otáčkové frekvence. Filtr je definován datovou a strukturální rovnicí, zde lze vidět inspiraci v Kalmanově filtru, který používá rovnici procesu a měření [29]. Strukturální rovnice popisuje jak je rotační pohyb modulován v sinusový signál. Měřený signál může obsahovat více takových složek, případně i rušivé vlivy a šum. Tyto vlivy popisuje datová rovnice.

První generace filtru (VKF1), anglicky také nazývána jako „angular-velocity“, získává časový průběh sledované harmonické složky a výsledkem je reálný signál. Filtr se chová jako laditelná pásmová propust [30].

Druhá generace (VKF2), anglicky označovaná „angular-displacement“, získává komplexní signál, ze kterého lze vypočítat obálku sledované harmonické složky. Fáze je relativní vůči rychlosti otáčení. Jedná se o filtr typu dolní propust, který nejdříve provede demodulaci podle zadané frekvence (tuto frekvenci posune do nuly).

Oba filtry mají výhodu, že do filtrovaného signálu nevnaší zpoždění, výsledek filtrace tak lze přímo porovnávat se zdrojovým signálem. Místo úvah o rozlišení v čase a frekvenci, které jsou typické pro metody používající FFT, je nutné nahlížet na VKF jako na filtr, proto je důležitá šířka pásma, kterou analyticky vyjádřil Tůma [31]. Také další autoři rozebírají šířku pásma, zejména empiricky pomocí syntetických signálů [32, 33]. Se šířkou pásma je spojená i rychlost náběhu filtru.

Filtraci je možné provést pomocí obou filtrů pro jeden řád, ale také pro více řádů najednou (klidně i blízkých) a dokonce pro křížující řády [32, 33, 34]. Zejména křížování řádů a možnost diskriminace blízkých řádů je v technické praxi výborně využitelná. Popis obou filtrů v následujících kapitolách vychází z [9] s lehkou modifikací a zobecněním autora [35].

1.2.1 Vold-Kalmanův filtr 1. generace

Strukturální rovnice pro VKF1 je ve tvaru diferenční rovnice druhého řádu ($K = 2$), která popisuje, jak je filtrovaný řád x modulován ve frekvenci a amplitudě

$$x_n + c_n x_{n-1} + x_{n-2} = \varepsilon_n, \quad (1.4)$$

kde n označuje vzorky signálu v intervalu $\langle 1; N \rangle$, N značí počet vzorků signálu. Řešení je sinusový signál, a aby bylo možné postihnout lehké změny ve frekvenci i amplitudě, je na pravé straně rovnice (1.4) chybový koeficient ε_n . Modulace probíhá na základě změny fáze c_n úměrné okamžité frekvenci otáčení \mathbf{f} během jednoho vzorku signálu [36] a vzorkovací frekvenci f_{vz}

$$\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_n] = -2 \cos\left(\frac{2\pi\mathbf{f}}{f_{vz}}\right). \quad (1.5)$$

Datová rovnice sečte celkem P řádů \mathbf{x}_p vzniklých ze strukturálních rovnic, výsledkem je měřený signál \mathbf{y} , který je navíc obohacen o šum a ostatní jinak nepopsané složky $\boldsymbol{\eta}$ podle

$$\mathbf{y} = \sum_{p=1}^P \mathbf{x}_p + \boldsymbol{\eta}. \quad (1.6)$$

Za řešení filtru se prohlásí taková posloupnost \mathbf{x}_p , která povede k minimalizaci kritéria

$$J = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta}, \quad (1.7)$$

kde sčítané kvadratické formy znázorňují odchylky dané strukturální (1.4) a datovou (1.6) rovnicí. Konkrétněji lze vztah (1.7) po minimalizaci a úpravách rozepsat na

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{B}_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{y} \\ \vdots \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

kde P značí počet zároveň filtrovaných řádů ($P = 1$ pokud se filtruje pouze jeden řád) a dále

$$\mathbf{B}_p = \mathbf{A}_p^T \mathbf{R}_p^T \mathbf{R}_p \mathbf{A}_p + \mathbf{I}. \quad (1.9)$$

Matice \mathbf{A}_p má rozměr $\langle N - 2; N \rangle$ a obsahuje 3 nenulové diagonály, \mathbf{I} je jednotková matice a \mathbf{R}_p je matice váhových koeficientů r , kterými lze nastavovat šířku pásma filtru (vyšší r znamená užší pásmo)

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 1 & c_{p,1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & c_{p,2} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & c_{p,N-2} & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_p = \text{diag}(r_{p,1}, r_{p,2}, \dots, r_{p,N-2}). \quad (1.10)$$

Matice \mathbf{R}_p má rozměr $\langle N - 2; N - 2 \rangle$, proto okrajové prvky $r_{p,0}$ a $r_{p,N-1}$, které odpovídají prvnímu a poslednímu vzorku signálu, zůstanou nevyužity.

Blough v [37] uvádí, že na váhový koeficient lze pohlížet jako na poměr směrodatných odchylek chybových koeficientů ε_n a η_n

$$r_n = \frac{s\{\varepsilon_n\}}{s\{\eta_n\}}, \quad (1.11)$$

vysoká hodnota váhového koeficientu tak udává, že se filtr více soustředí na strukturální rovnici než na datovou. Tento poměr Blough označuje pojmem Harmonic Confidence Factor (HCF).

VKF1 je nekauzální filtr, což si lze představit rozložením filtrace na dva kroky. V prvním se filtruje filtrem s 1 pólem a v druhém probíhá filtrace pomocí stejného filtru, jen v obráceném plynutí času [31]. Celkový počet pólů VKF1 pak musí být sudé číslo. Tím je také vysvětlen důvod nulového fázového posunu.

1.2.2 Vold-Kalmanův filtr 2. generace

Oproti předchozí generaci je strukturální rovnice proměnného řádu K a nevyužívá rychlostní profil

$$\nabla^K x_n = \sum_{i=0}^K (-1)^i \binom{n}{i} x_{n-i} = \varepsilon_n, \quad (1.12)$$

konkrétně pro $K = 2$ má tvar

$$\nabla^2 x_n = x_n - 2x_{n-1} + x_{n-2} = \varepsilon_n. \quad (1.13)$$

Ačkoli se formálně rovnice (1.4) a (1.13) velmi podobají, rovnice (1.13) je řešena v komplexním oboru. Výstup je ve formě komplexního signálu, ze kterého je již jednoduché určit obálku [9].

Datová rovnice navíc provádí modulaci

$$\mathbf{y} = \sum_{p=1}^P \mathbf{x}_p e^{j\Theta_p} + \boldsymbol{\eta}, \quad (1.14)$$

která je prováděna pomocí kumulativní fáze Θ_p

$$\Theta_p = \frac{2\pi}{f_{vz}} \text{cumsum}(\mathbf{f}_p). \quad (1.15)$$

Funkce cumsum realizuje kumulativní součet, který oproti spojitému integrálu (používá např. [38]) není tak přesný, je ale nepatrně výpočetně úspornější. Na vztah (1.15) se lze dívat jako na referenci fáze, vůči které se vztahuje výstup filtru.

I filtr 2. generace využívá stejnou kriteriální funkci (1.7), která zde ale platí v komplexním oboru a vede na formálně shodnou rovnici jako (1.8)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{C}_1^H \mathbf{C}_2 & \cdots & \mathbf{C}_1^H \mathbf{C}_P \\ \mathbf{C}_2^H \mathbf{C}_1 & \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{C}_2^H \mathbf{C}_P \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_P^H \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_P^H \mathbf{C}_2 & \cdots & \mathbf{B}_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^H \mathbf{y} \\ \mathbf{C}_2^H \mathbf{y} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_P^H \mathbf{y} \end{bmatrix}, \quad (1.16)$$

kde matice \mathbf{B} má stejnou formu jako rovnice (1.9), pouze matice \mathbf{A}_p je závislá na řádu filtru K a má rozměry $\langle N - K; N \rangle$, konkrétní tvar je pro některé hodnoty K

$$A_{K=1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & \\ & 1 & -1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_{K=2} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & \\ & 1 & -2 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.17)$$

Každý řádek matice \mathbf{A}_p obsahuje vždy $K + 1$ nenulových prvků, které je možné vypočítat jako K -násobnou konvoluci vektoru $[1; -1]$. Řád K určuje proložení hodnot, $K = 1$ je proložení konstantou, $K = 2$ značí lineární interpolaci, $K = 3$ kvadratickou interpolaci atd. Obdobně platí

$$\mathbf{C}_p = \text{diag}(e^{j\Theta_p}), \quad (1.18)$$

kde kumulativní fáze Θ_p vychází z rovnice (1.15). Symbol H v horních indexech rovnice (1.16) znázorňuje komplexně sdruženou transpozici (s obrácením znaménka imaginární části).

Výstupní vektor \mathbf{x} je komplexní číslo, jehož amplituda udává obálku požadovaného řádu. Jeho fáze je pouze relativní a vztažená vůči kumulativní fázi z rovnice (1.15). K získání absolutní fáze vybraného řádu je tak nutné kumulativní fázi sečíst s fází vektoru \mathbf{x} (podrobnosti jsou uvedeny v kap. 1.2.4).

VKF2 má $2K$ pólů. Odůvodnění je stejné jako v případě VKF1, tzn. pokud filtr filtruje s nulovým fázovým posunem, filtraci je možné převést na dvě po sobě jdoucí filtrace – jednu ve směru plynutí času a druhou naopak. Každá z těchto filtrací se chová jako filtr s K póly [31]. Obdobně jako VKF1, i VKF2 je nekauzální filtr.

1.2.3 Řešení VKF

Zápis soustav rovnic (1.8) a (1.16) je formálně stejný pro obě generace filtrů. I když se VKF1 řeší v oboru reálných čísel a VKF2 v oboru komplexních čísel, lze k řešení přistupovat obdobně. Pro účely zjednodušení je vhodné rozdělit řešení na filtraci jednoho řádu ($P = 1$) a filtraci více řádů ($P > 1$).

Při filtraci jednoho řádu se rovnice (1.8) resp. (1.16) zjednoduší na tvar

$$\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{v}. \quad (1.19)$$

Při řešení se s výhodou uvažuje pozitivní definitnost matice \mathbf{B} , která umožňuje využít metodu Choleského rozkladu [9]. Tato metoda dokáže efektivně rozložit matici \mathbf{B} na součin horní a dolní trojúhelníkové matice

$$\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{U}^T \mathbf{U}\mathbf{x} = \mathbf{v}, \quad (1.20)$$

což ve výsledku vede na postupné řešení dvou lehce řešitelných soustav rovnic

$$\mathbf{U}^T \mathbf{z} = \mathbf{v}, \quad \mathbf{U}\mathbf{x} = \mathbf{z}. \quad (1.21)$$

Soustavu je vhodné ukládat v diagonálním tvaru řídkých matic, protože všechny matice obsahují nenulové prvky pouze na diagonálách. Choleského rozklad v tomto případě navíc zachovává řídkost trojúhelníkové matice \mathbf{U} .

V případě, že je potřeba filtrovat více řádů najednou nebo filtrovat křížující se řády, není možné použít Choleského rozklad, protože by nebylo možné zachovat řídkost systémové matice (matice \mathbf{B} není pásová, neúměrně by se zahušťovala) a podle [36] je efektivní místo vyjadřování analytického předpisu řešení využít spíš vlastnosti matice \mathbf{B} . Toho lze docílit pomocí metody sdružených gradientů (angl. „conjugate gradients“ – CG) [9], která je iterativní a vyžaduje počáteční odhad řešení (postačuje nulový vektor). Metoda CG je ale značně výpočetně neefektivní, protože i přes nenáročnost výpočtu jedné iterace (pouze jedno násobení vektoru a matice a několik vzájemných násobení vektorů) je potřeba provést mnoho iterací, takže se zvětší celková doba výpočtu. Pomalá konvergence vyplývá z rozložení vlastních čísel matice, zejména ze vzdálenosti největšího a nejmenšího vlastního čísla – spektra matic. Pokud jsou daleko od sebe, metoda konverguje pomalu [39]. Je tak snaha upravit vzdálenost vlastních čísel tak, aby byly co nejbližší a tím urychlit konvergenci. Mluví se pak o metodách s předpodmíněním (angl. „preconditioned conjugate gradients“ – PCG), které spočívají ve vynásobení systémové matice \mathbf{B} předpodmiňující maticí \mathbf{M} , která má být podle [32] optimálně v následujícím tvaru

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & & & \\ & \mathbf{B}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{B}_P \end{bmatrix}. \quad (1.22)$$

Význam takové matice je následující – předpodmínění začne řešit soustavu stejně, jako by se jednalo o filtraci oddělených řádů, iterativně se dořeší případné křížování řádů. Boyd v [40] uvádí, že k urychlení řešení postačuje, aby předpodmíněním vlastní čísla matice vytvořila shluky (clusters).

Při křižování řádů se VKF snaží o statisticky optimální rozložení energie [41]. Velmi záleží na šířce pásma filtru. Pokud se nastaví příliš široká (váhový koeficient r bude malý), má filtr velkou oblast, ve které musí energii rozdělovat, což vede na velmi špatně podmíněné rovnice, a k řešení je potřeba více iterací. Navíc se může stát, že metoda nebude vůbec konvergovat.

V literatuře se objevují dvě varianty s předpodmíněním: PCG1 a PCG2 [9] (případně [42] s korektními rovnicemi pro PCG2, které jsou uvedeny i v tab. 1.1). PCG1 pracuje pouze s maticí \mathbf{M} , kdežto PCG2 pomocí Choleského rozkladu převede matici na součin dvou trojúhelníkových matic

$$\mathbf{M} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T, \quad (1.23)$$

a ve výpočtu již pracuje pouze s maticemi \mathbf{L} a \mathbf{L}^T . V každé iteraci se tak neprovádí jedno násobení inverzní maticí \mathbf{M}^{-1} , ale dvě násobení inverzními maticemi \mathbf{L}^{-1} a \mathbf{L}^{-T} . Podle provedených experimentů vedou PCG1 i PCG2 na stejný výsledek, PCG2 se ale vykoná nepatrně rychleji při stejném počtu iterací. Iterativní výpočet se u všech tří uvedených metod ukončuje, když číselný výraz při výpočtu β (tab. 1.1) bude menší než uživatelem nastavená tolerance ε (typicky 10^{-8}) upravená podle normy vstupního signálu $\|\mathbf{v}\|_2$. Pro případ, kdy by řešení soustavy nekonvergovalo, je vhodné nastavit maximální počet iterací nejvýše roven velikosti matice \mathbf{B} , aby byl výpočet zastaven. Vlivem neplatných vstupních dat a následné nestability výpočtu se také mohou vyskytnout hodnoty NaN nebo $\pm\text{Inf}$, které je vhodné detekovat podle číselného výrazu z výpočtu β . Všechny 3 uvedené metody slouží k řešení rovnice (1.19). Důležité je využívat komplexně sdruženou transpozici (H v horním indexu), pokud se pracuje v komplexním oboru.

Tab. 1.1: Metody řešení soustav řídkých matic pro VKF [9, 42].

CG	PCG1	PCG2
$\mathbf{r}_0 = \mathbf{v} - \mathbf{B}\mathbf{x}_0$	$\mathbf{r}_0 = \mathbf{v} - \mathbf{B}\mathbf{x}_0$	$\mathbf{r}_0 = \mathbf{v} - \mathbf{B}\mathbf{x}_0$
$\mathbf{p}_0 = \mathbf{r}_0$	$\mathbf{z}_0 = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{r}_0$	$\tilde{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{r}_0$
do	$\mathbf{p}_0 = \mathbf{z}_0$	$\mathbf{p}_0 = \mathbf{L}^{-T}\tilde{\mathbf{r}}_0$
$\alpha_i = (\mathbf{r}_i^H \mathbf{r}_i) / [(\mathbf{B}\mathbf{p}_i)^H \mathbf{p}_i]$	do	do
$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha_i \mathbf{p}_i$	$\alpha_i = (\mathbf{r}_i^H \mathbf{z}_i) / [(\mathbf{B}\mathbf{p}_i)^H \mathbf{p}_i]$	$\alpha_i = (\tilde{\mathbf{r}}_i^H \tilde{\mathbf{r}}_i) / [(\mathbf{B}\mathbf{p}_i)^H \mathbf{p}_i]$
$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i - \alpha_i \mathbf{B}\mathbf{p}_i$	$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha_i \mathbf{p}_i$	$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha_i \mathbf{p}_i$
$\beta_i = (\mathbf{r}_{i+1}^H \mathbf{r}_{i+1}) / (\mathbf{r}_i^H \mathbf{r}_i)$	$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i - \alpha_i \mathbf{B}\mathbf{p}_i$	$\tilde{\mathbf{r}}_{i+1} = \tilde{\mathbf{r}}_i - \alpha_i \mathbf{L}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{p}_i$
$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{r}_{i+1} + \beta_i \mathbf{p}_i$	$\mathbf{z}_{i+1} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{r}_{i+1}$	$\beta_i = (\tilde{\mathbf{r}}_{i+1}^H \tilde{\mathbf{r}}_{i+1}) / (\tilde{\mathbf{r}}_i^H \tilde{\mathbf{r}}_i)$
while $\mathbf{r}_{i+1}^H \mathbf{r}_{i+1} > \varepsilon \cdot \ \mathbf{v}\ _2$	$\beta_i = (\mathbf{r}_{i+1}^H \mathbf{z}_{i+1}) / (\mathbf{r}_i^H \mathbf{z}_i)$	$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{L}^{-T} \tilde{\mathbf{r}}_{i+1} + \beta_i \mathbf{p}_i$
	$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{z}_{i+1} + \beta_i \mathbf{p}_i$	while $\tilde{\mathbf{r}}_{i+1}^H \tilde{\mathbf{r}}_{i+1} > \varepsilon \cdot \ \mathbf{v}\ _2$
	while $\mathbf{r}_{i+1}^H \mathbf{z}_{i+1} > \varepsilon \cdot \ \mathbf{v}\ _2$	

Podle příspěvku na konferenci Vold v [38] upravil pořadí prvků v matici a tím zjednodušil výpočet filtrace více složek. Reaguje tak na nevýhodu klasického řešení pomocí Choleského rozkladu v kombinaci s iterativním PCG, která spočívá v numerické nestabilitě pro velké hodnoty koeficientu r , které se ve výpočtu ještě umocňují na druhou. Oproti tomu jím navržený způsob řešení, který využívá QR rozklad a Householderovy reflexe, díky přeskupení prvků nevyžaduje koeficient r umocňovat na druhou, a je tak numericky robustnější. Vyžaduje ale přibližně dvojnásobek aritmetických operací oproti Choleskému rozkladu.

1.2.4 Vztah mezi 1. a 2. generací

Ačkoli je výstupem VKF1 časový průběh oproti obálce u VKF2, je vhodné mít (např. pro účely porovnání) možnost vyjádřit výstup každého z filtrů opačným způsobem. V případě VKF1 lze obálku \mathbf{o} získat poměrně jednoduše z analytického signálu sestrojeného aplikací Hilbertovy transformace na časový průběh \mathbf{x}

$$\mathbf{o} = |\mathbf{x} + H\{\mathbf{x}\}| . \quad (1.24)$$

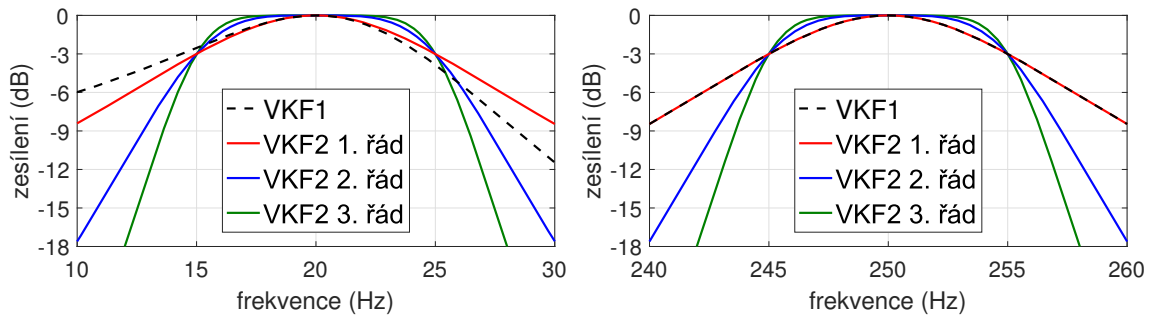
Zde je nutné splnit podmínku nulové střední hodnoty (i lokálně), jinak může obálka kolísat bez přímé návaznosti na amplitudu signálu. Při proměnné frekvenci, což je běžné pro nestacionárních signály, není nulová střední hodnota z principu dodržena, záleží proto na charakteru signálu, jak moc může být obálka zkreslená. Lze říci, že zkreslení je patrné zejména na začátku a konci, případně v oblasti nízkých frekvencí filtrovaného signálu. Pro účely porovnání výstupu VKF1 je ale lepší používat harmonický signál místo obálky, protože do porovnání nebude vstupovat chyba daná Hilbertovou transformací.

Opačný postup – převod obálky na časový průběh pro VKF2 – vyžaduje rychlostní profil, který je po přepočtu na kumulativní fázi Θ_p z rovnice (1.15) nutné upravit podle fáze komplexního filtrovaného signálu. To proto, aby vytvořený časový signál přesně souhlasil s fází původního signálu a nebyla narušena vlastnost nulového fázového posunu, kterou VKF disponuje. Matematicky lze tvorbu časového průběhu \mathbf{w} vyjádřit rovnicí

$$\mathbf{w} = |\mathbf{x}| \cdot \cos(\Theta_p + \arg(\mathbf{x})) , \quad (1.25)$$

kde se ke kumulativní fázi Θ_p přičte fáze daná filtrovanou obálkou $\arg(\mathbf{x})$, a vytvořený harmonický signál už zbývá pouze amplitudově modulovat podle modulové části obálky $|\mathbf{x}|$.

Na obr. 1.5 jsou zobrazeny frekvenční charakteristiky různých konfigurací filtrů při vzorkovací frekvenci $f_{vz} = 1$ kHz pro dvě centrální frekvence. Vpravo je centrální frekvence rovna $f_{vz}/4$ a propustná pásma jsou symetrická. VKF1 a VKF2 1. řádu



Obr. 1.5: Porovnání frekvenčních charakteristik obálek pro různé kombinace typů filtrů s šířkou pásma 10 Hz, vlevo centrální frekvence filtru 20 Hz, vpravo 250 Hz.

Tab. 1.2: Konkrétní hodnoty váhových koeficientů r pro průběhy na obr. 1.5.

f_c (Hz)	VKF1	VKF2		
		1. řád	2. řád	3. řád
20	84,216	20,4698	650,91	20 719
250	10,2242	20,4459	650,895	20 722,7

navíc splývají, protože mají stejný počet pólů. Pokud se centrální frekvence posouvá dál od $f_{vz}/4$ (obr. 1.5 vlevo), symetričnost pro VKF1 zaniká, v úseku blíže $f_{vz}/4$ je charakteristika zhuštěná. Centrální frekvence se tak nenachází uprostřed průniků charakteristiky s -3 dB. Filtry druhé generace vyšších řádů (2., 3., ...) jsou selektivnější [41]. Byť je šířka pásma v grafech shodná, pro různé centrální frekvence je u VKF1 nutno podstatně měnit i váhový koeficient r , jak je zobrazeno v tab. 1.2. Čím je f_c dál od $f_{vz}/4$, tím musí být koeficient r větší. VKF2 takové chování nemá, koeficient r se liší pouze nepatrně.

Pod pojmem šířka pásma se zde v textu uvažuje šířka propustného pásma ohraničeného jako pokles o 3 dB. Pro VKF1 se tak jedná o standardní šířku pásma filtru typu pásmová propust. Kvůli sjednocení a přímému porovnání obou generací filtrů je pro VKF2 šířka pásma také vnímána jako pokles o 3 dB. Následná demodulace tento fakt nijak nemění. Vlastnosti filtrů se posuzují podle vstupního signálu, viditelné to je např. na obr. 1.5, kde nelze poznat, že je VKF1 filtr typu pásmová propust a VKF2 dolní propust. Jiní autoři [9, 32, 33] uvádí šířku pásma VKF2 poloviční oproti údajům v tomto textu, protože VKF2 vnímají jako filtr typu dolní propust.

1.2.5 Externí implementace

Tůma v [43] ukazuje přehled vytvořených implementací, kde asi nejvýznamnější je implementace filtru 2. generace firmou Brüel & Kjær v softwaru PULSE¹. Vold-Kalmanova filtrace je pod označením BZ-6052-F k dispozici i v Automotive Sound Quality Bundle². Mezi další komerční implementace se řadí také I-DEASTM od firmy MTS Systems Corporation.

Existují i další implementace a to hlavně takové, které vytvořili akademičtí pracovníci, např. z Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava. Jedná se jak o samostatné funkce vytvořené pro prostředí Matlab (možnost přístupu ke zdrojovému kódu), případně implementace v softwaru Signal Analyser, který ale neumí křížující se řády. Dále vznikla implementace na univerzitě Axiom-EduTech ve Švédsku (ve spolupráci s Andersem Brandtem [44]). Jejich společným znakem je implementace obou generací filtrů, ale ne vždy s možností pracovat s křížujícími se řády (VibraToolsTM umí křížování řádů pouze pro VKF2).

Na stránkách firmy MathWorks[®] lze naleznout uživatelské implementace filtru 2. generace, které umí i křížování řádů^{3,4}. V Matlabu jsou v Signal Processing ToolboxTM od verze R2017a k dispozici funkce `ordertrack`⁵ a `orderwaveform`⁶, které používají VKF. Jedná se pouze o implementaci 2. generace s křížováním řádů. Porovnání zmíněných nástrojů ukazuje tab. 1.3.

Tab. 1.3: Porovnání možností různých implementací VKF.

Popis	VKF1	VKF2	Křížování
B&K Pulse	×	✓	✓
MTS I-DEAS TM	×	✓	?
VŠB Signal Analyser	✓	✓	×
VŠB Matlab	✓	✓	✓
VibraTools TM (Axiom-EduTech)	✓	✓	pouze VKF2
Matlab uživatelské 1	×	✓	✓
Matlab uživatelské 2	×	✓	✓
Matlab Signal Processing Toolbox TM	×	✓	✓

¹<https://www.bksv.com/media/doc/bp1760.pdf>

²<https://www.bksv.com/-/media/literature/Product-Data/bp2121.ashx>

³<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/36277-second-generation-vold-kalman-order-filtering>

⁴<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/32639-vold-kalman-order-tracking-code>

⁵<https://www.mathworks.com/help/signal/ref/ordertrack.html>

⁶<https://www.mathworks.com/help/signal/ref/orderwaveform.html>

1.3 Modifikace VKF

Poměrně často publikovaná modifikace VKF, nazývaná adaptivní, spočívá v přidání možnosti výpočtu online způsobem (tzn. vzorek po vzorku), kterou hojně publikuje Pan a jeho tým v [45] (adaptivní verze VKF2), [46] (adaptivní VKF1 i 2 i s možností křížování řádů), případně Yeh v [47] (implementace adaptivní verze VKF2 na DSP).

Metoda, motivována teorií Kalmanova filtru, upravuje strukturální rovnici (1.12) na rovnici procesu ve tvaru

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{F}(n+1, n)\mathbf{x}(n) + \mathbf{v}_1(n) \quad (1.26)$$

a datovou rovnici (1.14) na rovnici měření ve tvaru

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}(n)\mathbf{x}(n) + \mathbf{v}_2(n), \quad (1.27)$$

jak uvádí [46]. Tento přístup rekurzivního výpočtu nevyžaduje výpočet inverze matice, která je autory považovaná za největší výkonnostní limitaci původní metody. V [45] je uvedeno přibližně 10násobné urychlení výpočtu (v případě křížování je podle [46] urychlení ještě významnější), není ale uveden způsob implementace původní metody, ani počet iterací vedoucí k řešení, což jsou parametry, na kterých je doba výpočtu kriticky závislá. Popisovaná adaptivní verze je kauzální, filtr tak neposkytuje výstup s nulovým fázovým zpožděním, o čemž se autoři nezmiňují. Dále se Yeh v [47] snažil o implementaci uvedené adaptivní metody v reálném čase na DSP procesoru.

Jiný přístup k řešení poměrně rozsáhlé soustavy matic ukazuje Blough v [37] a to zejména kvůli vysokým paměťovým nárokům, které nemusely být v tehdejší době (rok 2007) splněny. Navrhuje proto výpočet po blocích, který je ve výsledku sice náročnější, ale lze tak dojít k řešení. Kvůli náběhu filtru, který způsobuje zkreslení na začátcích i koncích bloků, je navrženo váhování oknem typu Tukey. Tento postup ale nemůže kompenzovat zkreslení, protože okno by muselo být inverzní vůči náběhu filtru.

Sekko v [48] popisuje modifikaci VKF, která nespolehá na apriorní znalost vlastností šumu. Využívá H -infinity teorii a stavový popis (VKF ale podle Tůmy [9] nepředpokládá žádné specifické rozložení). Metoda je tak schopná pracovat na datech, která obsahují aditivní šum libovolných vlastností, což by mělo být blíž reálným aplikacím. Výsledkem jsou stavové proměnné, které reprezentují obálku jednoho nebo více řádů.

Dále existuje několik vylepšení nebo úprav VKF obou generací, které podle autorů lépe pracují s rezoncemi nebo nepotřebují informaci o rychlosti otáčení. Guo v [49] (a následně v [50]) ukazuje způsob potlačení nežádoucích efektů při křížování řádu s rušivou složkou (jiný řád nebo rezonance) využívající metodu Independent

Component Analysis (ICA), která rozloží signál na nezávislé komponenty. Dále je aplikován algoritmus VKF, kterým již filtruje pouze jeden řád bez křížování, a je tak výpočetně podstatně rychlejší (podle uvedeného porovnání přibližně 100krát). Hlavní výhoda je podle autorů v rychlosti výpočtu, ale opět není uveden způsob implementace VKF. Další výhoda spočívá v tom, že není potřeba znát okamžitou frekvenci rušivého řádu.

1.4 Měření rychlosti otáčení

Nedílnou součástí všech metod pro řádovou analýzu je přesné měření rychlosti otáčení [8]. Zejména s ohledem na jednoduchost instalace se používá tacho sonda, což je snímač založený na optickém principu, který detekuje průchod odrazky přilepené k rotující části. Obvykle dostačuje použití jedné odrazky, snímač pak měří průměrnou rychlost otáčení za jednu otáčku. Odrazek je možné přilepit více, pokud ale nelze jednoduše zaručit rovnoměrnost nalepení, je nutné analyzovat časové prodlevy pro každou odrazku zvlášť, nikoli mezi dvěma sousedními odrazkami (měřená rychlost by kolísala v závislosti na nerovnoměrnosti nalepení odrazek). Je tak dosaženo také pouze měření průměrné rychlosti otáčení za jednu otáčku, ale častěji (dáno počtem odrazek). Analogový signál lze navíc s výhodou zpracovat pomocí interpolace, při které se virtuálně navyšuje vzorkovací frekvence. Signál z tacho sondy přirozeně obsahuje strmé hrany, které jsou zkresleny antialiasingovým filtrem, který je běžnou součástí vstupů analogových vzorkovacích karet. Tomuto zkreslení, pro které se používá označení Gibbsův efekt, je vhodné předcházet využitím vybavení, které neobsahuje antialiasingový filtr. Takový požadavek je ale problematický, protože je nutné ke kanálům určeným k měření zrychlení přidávat dodatečný měřicí kanál a vyřešit časovou synchronizaci a kompenzaci případného zpoždění mezi kanály.

Rychlost otáčení lze měřit také pomocí inkrementálního snímače. To zejména, pokud je nutné znát rychlost otáčení i v průběhu jedné otáčky kvůli nerovnoměrné rychlosti otáčení. Není sice možné technologicky vyrobit všechny elementy snímače rovnoměrně, ale existují metody pro eliminaci takové systematické chyby [51]. Výhodou je unifikovaný výstup, který lze analyzovat digitálně. Digitální pojetí ale postrádá možnost interpolace. Rozlišení vzniklého rychlostního profilu je tak závislé pouze na okamžité rychlosti otáčení f_c a frekvenci vzorkování f_{vz} podle vztahu

$$\Delta f_c = \frac{f_c^2}{f_{vz}}, \quad (1.28)$$

ze kterého je zřejmé, že pro zachování rozlišení musí vzorkovací frekvence růst kvadraticky s rostoucí frekvencí signálu. Fyzikální rozměr rychlosti otáčení je hertz, ale lze použít i počet otáček za jednotku času (např. ot./s). U digitálního zpracování je

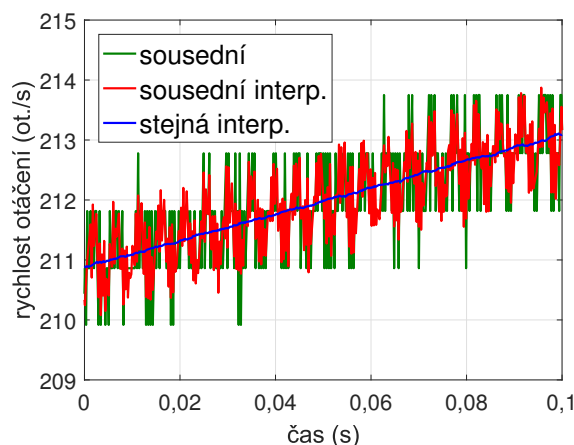
nutné místo interpolace využívat vyšší vzorkovací frekvenci, která je zde ale snáze dosažitelná. Nejsou výjimkou vzorkovací frekvence ve stovkách MHz [52]. Velký počet pulzů na jednu mechanickou otáčku (v manuálech uváděné jako „Pulses per Revolution“ – PPR) umožňuje zpracovat např. každý n -tý pulz, čímž lze balancovat rozlišení ve frekvenci a čase. Vzniklý rychlostní profil je ale vždy skokovitý.

Další z principů měření otáček využívá rotační pohyb některé ze součástí (např. lopatka) a vhodným uzpůsobením lze takto měřit otáčky např. pomocí indukčního snímače polohy. Takové řešení se používá ve speciálních případech, kde není možné použít některý z předchozích snímačů. Nevýhodou je komplikovanější zpracování signálu, které záleží na typu konstrukce.

Vliv použité metody zpracování signálu z indukčního snímače rychlosti otáčení popisuje obr. 1.6. Zelená křivka ukazuje výstup, pokud je signál zpracován digitálním způsobem (nepoužívá se interpolace). Jsou jasně viditelné kvantizační úrovně. Dosazením vzorkovací frekvence $f_{vz} = 936228$ Hz a frekvence signálu přibližně $f_c = 212$ Hz a započtením 20 lopatek do rovnice (1.28) vzniká rozlišení

$$\Delta f_c = \frac{212^2 \cdot 20}{936228} \approx 0,96 \text{ Hz}, \quad (1.29)$$

kteří zjevně odpovídá obrázku. Násobení 20 je korekce, která reflektuje zpracování časových rozdílů mezi dvěma sousedními lopatkami, nikoliv vůči stejné lopatce. Červený průběh má oproti předchozímu postupu výhody analogového pojetí, kde je možné interpolovat a zlepšit tak rozlišení. Úplně nejlepších výsledků ale dosahuje modrý průběh, kde jsou zpracovány časové rozdílů stejné lopatky vůči sobě. Omezí se tak kolísání dané např. nerovnoměrným rozložením lopatek nebo vyosením hřídele.



Obr. 1.6: Různé způsoby zpracování signálu z proximityho snímače rychlosti otáčení proti hřídeli s 20 lopatkami: měření čas. rozdílů mezi dvěma sousedními lopatkami (zeleně); měření čas. rozdílů mezi dvěma sousedními lopatkami s interpolací (červeně); měření čas. rozdílů stejné lopatky vůči sobě (modře).

Metody nevyžadující měření rychlosti Často není technologicky úplně možné otáčky měřit přímo. Buď kvůli tomu, že se při návrhu zařízení s umístěním některého ze zmíněných snímačů nepočítalo nebo se rychlost otáčení neměřila. Ve spektru měřeného signálu ale lze najít složky odpovídající násobkům otáčkové frekvence, na základě kterých je možné při přibližné znalosti rozsahu rychlosti otáčení určit otáčkovou frekvenci. Tyto složky ale musí mít větší amplitudu než šum a okolní složky. Všechny metody dále vyžadují počáteční odhad rychlosti otáčení nebo vychází z méně přesného odhadu, který dále upřesňují. Některé metody navíc nejsou vhodné pro rychlé změny rychlosti otáčení [53].

Pedersen v [54] představil metodu, která používá Bayesovskou aritmetiku a dosahuje dobrých výsledků. Problém ale vzniká, když je v signálu rezonance s vyšší amplitudou než amplituda řádu, podle kterého se odhaduje. Na této rezonanci se může metoda chybně ustálit, i když skutečná otáčková frekvence dále roste nebo klesá. Zhao v [55] popisuje odhad rychlosti otáčení ze spektra pomocí Chirplet transformace a dosahuje poměrně solidních výsledků. Cardona-Morales v [56] popisuje metodu, která zjistí okamžitou frekvenci otáčení za nestacionárních podmínek pomocí banky filtrů, Hilbertovy transformace, VSDFT a následně špičatosti jako kritérium. Dosahuje dobrých výsledků na reálných datech bez předchozí znalosti rychlostního profilu.

Leclere v [57] popisuje metodu pro určení okamžité rychlosti otáčení, která nevyžaduje předchozí znalosti o kinematice. Je proto imunní vůči chybným úvahám o kinematice zkoumaného systému (v tomto případě převodovka větrné turbíny). K dispozici byly totiž pouze informace o tom, jaké řady generují vyjmenované převodové dvojice. Metoda používá hustotu pravděpodobnosti. Odhad rychlosti otáčení přímo ze signálu je v současnosti velmi diskutované téma a je snaha vymyslet metodu, kterou by bylo možné použít k odhadu rychlosti otáčení použitelné pro řádovou analýzu s chybou v řádech stupňů, jak uvádí např. Schmidt v [58].

Randall a jeho tým [59] vyhrál v soutěži na konferenci CMMNO 2014 konané v Lyonu, jejíž cílem bylo získat co nejpresnější informaci o rychlosti otáčení ze signálu zrychlení měřeného na převodovce větrné turbíny. Použitá metoda filtruje úzkopásmovým filtrem okolí vybrané harmonické, a dále aplikuje fázovou demodulaci. Metoda sice vyžaduje zpracování po blocích pro větší změny rychlosti otáčení a také větší odstup okolních harmonických složek vůči té analyzované, zato ale funguje spolehlivě. V soutěži se ale ukázalo, že je třeba metody bez tacha používat velmi opatrně, protože největší podíl chyb spočíval v chybném svázání frekvenční složky ve spektrogramu a mechanické součásti, která ji generovala – tzn. určení měřítka odhadnuté frekvence otáčení. A to i přesto, že účastníci měli k dispozici kinematické schéma převodovky.

Pro potřeby zjištění rychlostního profilu ze signálu vibrací byla v souvislosti

s touto prací vyvinuta metoda [60], která při odhadu ze STFT spektrogramu kombinuje více frekvenčních složek a dosahuje tak vyšší robustnosti a přesnosti oproti odhadu pomocí jedné složky. Navíc funguje i při prudkých změnách rychlosti otáčení.

1.4.1 Nutné předpoklady pro VKF

Popsanými způsoby měření rychlosti otáčení lze získat informaci pouze jednou (či vícekrát; záleží na způsobu měření) za otáčku stroje. VKF ale vyžaduje znát rychlost pro každý vzorek filtrovaného signálu. Rychlostní profil je proto nutné interpolovat, a to typicky lineárně. Pokud je zpracování signálu z tachometru navíc digitální, může vadit poměrně hrubé kvantování ve frekvenci (zelený průběh na obr. 1.6), a je proto nutné navíc provést vyhlazení. Tím lze omezit také kolísání vzniklé např. vyosením hřídele.

K vyhlazení obvykle postačuje filtr typu dolní propust. Aby filtrace nezpůsobila zpoždění, je vhodné stejný filtr aplikovat dvakrát – jednou v přímém směru a podruhé obráceně v čase. Vyhlazení rychlostního profilu navíc může omezit nežádoucí kolísání tak, aby neovlivňovalo výsledek filtrace. Chyba rychlostního profilu by měla být menší než nastavená šířka pásma. Požadavky na další nutné operace při zpracování rychlosti otáčení jako ošetření nadbytečných nebo chybějících hran se liší případ od případu, některé způsoby jsou uvedeny v kap. 3.3.

1.5 Aplikace VKF a jejich metodika

Vold-Kalmanův filtr používají autoři v různých situacích, nejčastěji analyzují elektrické motory, větrné turbíny a jejich převodovky. Následuje přehled z průzkumu takových aplikací s ohledem na analyzovaný stroj či jeho součást a úlohu VKF v analýze.

Pan [34] Aplikuje VKF ve 3 případech, analýzu provádí během rozběhu:

- Ukázka oddělení dvou blízkých řádů, které vznikají náhonem přes řemen s nastavitelným převodem. Pomocí VKF2 se daří oddělit výraznější řád 4 (pružná spojka) od řádu 4,23 (cíleně nastavený převod řemenu na zubovou frekvenci). Signál z akcelerometru je zpracován pomocí VKF2 a porovnán se spektrogramem vyjádřeným s ohledem na rychlost otáčení místo času (označováno jako „rpm spectrogram“). Je ukázáno, že odstraněním řádu 4 ze signálu nedošlo k poškození řádu 4,23.
- Zjištění akustického tlaku v okolí skútru s 4stupňovou planetovou převodovkou. Autoři provádí měření pomocí dvou mikrofónů v kombinaci se dvěma snímači rychlosti otáčení na motoru a na výstupní hřídeli. Ukazují schopnost

VKF2 oddělit křížující řády – řád 86,4 a dvě rezonance 569 a 1020 Hz. Z dat je dále vypočteno SPL řádu 86,4 a obou rezonancí, a je tak posouzen vliv na celkové SPL. VKF2 je opět porovnáno se spektrogramem vyjádřeným na rychlost otáčení a autoři ukazují rozdíl 10 dB v místech přechodu řádu s rezonancí ve prospěch VKF2.

- Zjištění provozního hluku jiného skútru s 2stupňovou CVT převodovkou. Měření je opět realizováno dvěma mikrofony a dvěma snímači rychlosti otáčení na motoru a na výstupní hřídeli. Analyzovány jsou 3 vybrané řády s ohledem na rychlost otáčení výstupu – 11,1, 144 a 36. Filtrací uvedených řádů bylo možné určit podíl na celkovém SPL. Takové informace lze využít při potřebě snížení hluku.

Feng [61] Diagnostika planetové převodovky větrné turbíny při nestacionárních podmínkách. Autoři zde používají VKF2 jako mezičlánek při zjišťování okamžité rychlosti otáčení turbíny. Ze STFT spektrogramu určí přibližnou rychlost otáčení. Signál ale obsahuje několik blízkých složek, s výhodou tak používají VKF2 k jejich oddělení. Pro každou takto izolovanou komponentu určí přesnou rychlost otáčení, kterou zkombinují do jedné. Výsledkem je zvýšení rozlišení v časofrekvenčním zobrazení signálu. Funkčnost metody autoři ukazují na detekci vadného centrálního ozubeného kola v planetové převodovce.

Zhao [55] Použití VKF1 k filtraci řádu k dalšímu zpracování. Ze signálu autoři nejdříve získají pomocí STFT přibližný průběh frekvence vybrané komponenty. Nedostatky STFT pro nestacionární signály řeší použitím Chirplet transformace, která upřesní získaný rychlostní profil. Poté pomocí VKF1 vyfiltrují ostatní rušivé složky. Šířku pásma filtru proto nastavují na polovinu rozdílu frekvencí blízkých složek. Z takto vyfiltrovaného signálu určí okamžitou fázi, kterou lze přepočítat na pozici rotující osy a využít k převzorkování pomocí standardních metod řádové analýzy. Funkčnost metody demonstrují na převodovce s uměle vytvořenou vadou na jednom zubu hnacího ozubeného kola, kde ukazují zvýšení amplitudy na zubové frekvenci.

Hang [62] Diagnostika větrné turbíny se synchronním generátorem s permanentními magnety pomocí VKF2. Autoři analyzují vybrané komponenty proudů v q -rovině při nestacionárních podmínkách. Testují dvě poruchy – nevyváženost lopatek (detekováno na řádu 1) a asymetrii statorového vinutí (generátor má 6 pólových dvojic, proto řád 12). Obě poruchy dokáží detekovat na simulovaných signálech, funkčnost na experimentálních datech autoři neověřili.

Pan [63] Ukázka schopnosti VKF1 filtrovat křížující řády. Funkčnost filtru autoři ukazují na stejném experimentu skútru s CVT převodovkou jako v [34]. Pomocí VKF1 analyzují provozní hluk skútru, výsledky se příliš neliší od těch získaných pomocí VKF2.

Urresty [64] Diagnostika mezizávitového zkratu statorového vinutí v synchronním motoru s permanentními magnety při nestacionárních podmínkách. Autoři analyzují všechny 3 statorové proudy, tzv. „zero-sequence voltage component“ ZSVC (napětí středu motoru, které roste se zvětšující se nesouměrností cívek) a rychlost otáčení motoru, která má trojúhelníkový profil. Ze statorových proudů používají řád 3 a ze ZSVC řád 1, které filtrují pomocí VKF2 4. řádu. Dále již pracují s obálkami těchto signálů. Na základě těchto veličin dokáží úspěšně detekovat uměle vytvořený mezizávitový zkrat na motoru při různých otáčkách a zátěžích.

Wang [65] Analýza mezizávitového zkratu vinutí alternátoru, jehož vibrace na statoru jsou měřeny akcelerometrem. Autoři ze signálu získají aplikací VKF2 několik vybraných řádů – 36 a 72 (dáno 36 statorovými sloty) a 1, 2 a 12 (rotor). Poruchu v motoru analyzují pomocí činitele tvaru (crest factor) a špičatosti (kurtosis). Aplikací obou činitelů na konkrétní řád místo celého signálu lze lépe odlišit příčiny poruchy. Největší pozornost s ohledem na konstrukci motoru byla soustředěna na řády 36 a 72, ve kterých by se měla porucha projevit nejvíce (zkratový proud má dvojnásobnou frekvenci vůči rychlosti otáčení). Na experimentu autoři ukazují schopnost metody detekovat uměle vytvořený mezizávitový zkrat.

Wang [66] Analýza mezizávitového zkratu vinutí stejného alternátoru jako [65]. Na datech je porovnán výsledek filtrace VKF2 a intrinzické modální funkce (IMF) získané pomocí empirické modální dekompozice (EMD). Je ukázáno, že 6. IMF obsahuje oproti výsledku VKF kromě 36. řádu také okolní frekvence (postranní pásma). IMF poté autoři převedli do řádové oblasti pomocí souběhové filtrace, aplikovali na něj filtr VKF pro 36. řád a tento signál odečetli od IMF. Získali tak signál, který obsahuje pouze postranní pásma užitečné v diagnostice, což by nebylo možné s pouhou aplikací VKF. Na experimentálních datech ukazují, že mezizávitový zkrat lze detekovat podle zvýšené RMS hodnoty postranního pásma uvedeného řádu.

Wang [67] Analýza vibrací rotoru při šíření odezvy od příčné praskliny rotoru. VKF je zde použit k oddělení řádových složek ze signálu (konkrétně řády 1, 2 a 3). Tyto složky jsou následně odečteny ze signálu, a na takto vzniklé reziduum je aplikována souběhová filtrace. Takto upravený signál by již neměl obsahovat výrazné řádové složky, čímž se zlepší viditelnost ostatních složek příslušících odezvě

od praskliny, které nemají přímou návaznost na rotaci stroje. Tyto složky by při pouhé souběžové filtraci nebyly viditelné. Použitelnost metody autoři ukazují na simulovaných datech, a také provádí srovnání s GOT a EMD. V porovnání s GOT jsou výsledky obdobné, VKF ale obsahuje patrnější šum, což je podle autorů způsobené nutností odečíst filtrovanou složku od celého signálu; EMD shledávají jako nevhodné, protože nedokáže dostatečně odlišit řádové složky.

Tsai [68] a předcházející konferenční příspěvek [69] Analýza ztráty předpětí v kuličkovém šroubu pomocí změny frekvence průchodu kuličky (angl. „ball pass frequency“). Při správném předpětí se kulička pohybuje pomaleji, vlivem opotřebení se kulička uvolní a tím i zrychlí. Kvůli poměrně krátkému signálu (šroub má omezený počet otočení jedním směrem) selhávají standardní metody jako souběžová filtrace kvůli příliš malému rozlišení. Autoři používají sérii VKF filtrů 1. generace s jemným rozlišením (méně než 0,1 řádu), jejichž výstup je složen do řádového spektragramu. Metodu aplikují na signál z akcelerometru, který je připevněn k přírubě na pohyblivé části šroubu. Díky vysokému rozlišení je podle experimentálních dat možné rozhodnout o stavu předpětí podle zvýšení frekvence a rozšíření postranních pásem v jejím okolí.

Wang [70] Detekce částečného odmagnetování jednoho pólového páru magnetu synchronního motoru při nestacionárních podmínkách. Metoda zpracovává statorové proudy motoru se 3 pólovými páry, konkrétně řády $1/3$, $5/3$ a $15/3$, pomocí VKF2 3. řádu. K vyhodnocení autoři používají obálku takto získaných řádů při změně rychlosti otáčení v rozsahu 100–92 ot./s během přibližně 0,3 s s plnou i poloviční nominální zátěží. Částečné odmagnetování dokáží detekovat podle velikosti obálky, protože vada způsobí její výrazné zvýšení na více než dvojnásobek. Autoři zmiňují, že i když experimentálně demonstrovali funkčnost jen na motoru s relativně vysokou rychlostí otáčení, postup by měl fungovat i u pomaleji rotujících motorů.

Cardona-Morales [71] Diagnostika poškozeného ložiska pomocí pomocí Square-Root Cubature Kalman Filter. Pomocí uvedené metody autoři analyzují časové průběhy řádů 1, 6,3, 13 a 14 (kromě řádu 6,3, který odpovídá BPFi nezahrnutí 3,7 pro BPF0) při konstantní rychlosti otáčení 30 ot./s. Při nestacionárních podmínkách daných zpomalováním z rychlosti 30 ot./s na polovinu analyzují řády 1, 2 a 3. Porovnání provádí s kauzální variantou VKF podle [45] a dochází k závěru, že VKF dosahuje horších výsledků. Porovnání není ale příliš průkazné. Jednak kvůli nemožnosti porovnat nastavení obou metod (zejména šířka pásma filtru) a také, protože VKF se k analýze stavu ložisek nehodí, vhodnější je např. obálková analýza.

Abadi [72] Analýza nesprávného zážehávání ve čtyřválcovém spalovacím motoru pomocí snímače klepání. Autoři prováděli experiment při akceleraci klikové hřídele v rozsahu 1000–3000 ot./min pro korektní zážehávání i pro situaci, kdy nedošlo k zážehnutí v jednom nebo ve dvou válcích (celkem 6 kombinací). Ze signálů byly izolovány vybrané řády pomocí VKF2 se šířkou pásma 3 %, které byly vyhodnoceny koeficientem špičatosti (řády 1–5) a RMS (řády 4, 6, 8, 14 a 16). Výsledkem je konstatování, že RMS roste se zvyšujícím se počtem zážehů. Oproti tomu koeficient špičatosti lépe odlišuje jeden chybějící zážeh od zbytku.

Engelhardt [73] Příspěvek ukazuje použití VKF ve vibračním testování k odhadu amplitudy na proměnných frekvencích, které jsou buzeny do testované struktury. Akcelerometrem měřené zrychlení obsahuje velké množství šumu a rezonancí, které tento odhad narušují, což může vést k nedostatečnému nebo nadměrnému otestování. Filtrace známé buzené frekvence pomocí VKF a následné použití souběžové filtrace umožňuje odhadnout amplitudu s větší věrohodností a s menší náchylností na šum.

Blough [74] Představení metody, která umožňuje pracovat s řádovou analýzou i uživatelům, kteří s ní nemají velké zkušenosti. VKF vyžaduje ke své správné činnosti zejména správně zvolenou šířku pásma. Snaha je proto zautomatizovat volbu parametrů tak, aby je uživatel nemusel nastavovat vůbec nebo jen zjednodušeně. Po zpracování tachosignálu pokračuje souběžovou filtrací, při které iterativně hledá významné řády. Poté umožňuje mimo jiné aplikovat VKF, kdy uživatel koriguje iterační algoritmus, který adaptivně volí šířku pásma filtru podle okolních složek v signálu.

Galloway [75] Ukazuje diagnostiku přílivové elektrárny, která je náročná kvůli obtížnému přístupu. Místo manuální inspekce je proto výhodná diagnostika pomocí vibrací. K získání dat ve vhodném tvaru používají VKF2, kterým filtrují 100Hz rušení ze sítě a nestacionární data (otáčková frekvence a její 2. harmonická, frekvence od pólů generátoru a její 2. harmonická) z akcelerometru umístěného na krytu. Z filtrovaných veličin získávají RMS hodnoty, ze kterých lze usoudit stav generátoru. Porovnání provádí s hlubokou neuronovou sítí.

Feng [76] a předcházející konferenční příspěvek [77] Diagnostika planetové převodovky, kde je VKF použito k oddělení vybraných řádů. Stav převodovky je posuzován podle statistických indikátorů (RMS a tzv. „sample entropy“). Spolu s bezchybným stavem byly uměle vytvořeny 3 poruchy na centrálním kole, celkem tedy 4 kombinace – bez poruchy, celkové opotřebení, prasklina na jednom zubu a chybějící zub. VKF zde autoři používají zejména proto, že umožňuje ze signálu s velkým

množstvím řádových složek a modulačních efektů odfiltrvat nesouvisející složky. Na datech zrychlení při rozběhu motoru z 0 na 50 ot./s ukazují, že lze spolehlivě detekovat chybějící zub, ostatní vady se projevují spíše nepatrným zvýšením uvedených indikátorů.

Stephens [78] Použití VKF2 2. řádu k filtraci křížujících se řádů z akustického signálu nezakrytovaného rotoru se dvěma proti sobě se točícími rotory (přední s 12 listy a zadní s 10 listy) rychlostí přibližně 130 ot./s, jejichž otáčky vzájemně kolísají až o 2,5 ot./s. Měření akustického tlaku probíhalo pomocí jednoho mikrofonu po dobu 15 s vzorkovací frekvencí 200 kHz, a také byla měřena rychlost otáčení na každém z rotorů zvlášť. Díky VKF2 autoři dokázali oddělit příspěvky od různých rotorů. Provedli také automatizovanou optimalizaci šířky pásma filtrů. Kvůli výpočetním nárokům data decimovali na poloviční frekvenci, a také omezili minimální šířku pásma filtru. Použitím VKF2 dosáhli lepších výsledků než pomocí fázového průměrování (výhodné při analýze dat z jednoho rotoru) či Fourierovy transformace.

2 Cíle práce

Dostupné články rozebírají nastavení filtrů obou generací a jejich limitace, případně rozdíly, kdy je vhodné použít jeden nebo druhý. Existuje již postup, kterým lze vypočítat šířku pásma, která se u filtrů běžně používá. Související čas náběhu v publikacích už tak často využíván nebývá, pravděpodobně kvůli poněkud horší využitelnosti, protože šířka pásma je intuitivnější.

Způsoby nastavení platí pro stacionární i nestacionární podmínky. V prvním případě lze vlastnosti filtru analyzovat jednoduše, např. analyticky, ale také pomocí simulací. Pro nestacionární případy je situace složitější, protože je obtížné izolovat vliv změny parametrů (okamžitá amplituda a frekvence signálu, centrální frekvence a citlivost filtru) na výsledek. Nezbyvá tak nic jiného, než vlastnosti zjistit simulacemi, kde je možné nastavit libovolný parametr, a navíc je zde možnost porovnat výstup VKF s referenční hodnotou. Místo obecného přístupu se jedná o analýzu chování VKF v konkrétní situaci, ale při jejím vhodném výběru lze výsledky interpretovat obecně.

Bude také vhodné implementovat obě generace filtrů pro efektivní použití a to jak pro účely simulací, tak pro využití na měřených datech, protože kombinace vysoké vzorkovací frekvence a dlouhé doby měření vytváří bloky dat i s několika miliony vzorků. Navíc při experimentálním nasazení je vhodné mít informaci o tom, jaké jsou limity v nastavení a co za problémy může jejich překročení způsobit.

Cíle předložené dizertační práce lze shrnout v následujících bodech:

1. Efektivní implementace filtrů obou generací i s možností filtrace blízkých nebo křížujících se řádů tak, aby bylo možné implementované funkce používat k analýze měřených signálů. A to jak pro velké množství dat, tak i pro různou konfiguraci nastavení (šířka pásma, rychlost náběhu, váhový koeficient r); případně možnost online zpracování pro kontinuální diagnostiku či výstup ve formě rádového spektrogramu. Dalším požadavkem je optimalizace vysoké výpočetní náročnosti VKF, případně uvedení jiných postupů vedoucích ke zkrácení času potřebného k výpočtu výsledku. S ohledem na dostupnost SW i HW prostředků na pracovišti je žádoucí implementace ve vývojovém prostředí LabVIEW.
2. Popis vlastností implementovaných filtrů s ohledem na jejich využití – zjištění šířky pásma a rychlosti náběhu, ale také vyšetření okolností, které mají vliv na stabilitu řešení. Dále je cílem vyřešení omezení daných nedostatečným rozlišením běžně používaných datových typů (zejména double) a s tím související omezení nastavení selektivity filtru, zejména vyšších řádů druhé generace. A nakonec verifikace správnosti filtrace – ať už vlivem numerické nestability použitých datových typů nebo vlivem nepřesností, kde výsledek sice neobsahuje NaN či $\pm\text{Inf}$, ale přesto je značně zavádějící. Cílem je tak uvedení meto-

díky, která pomůže s odlišením takového nastavení filtru, které nemá smysl, protože povede k nepoužitelným výsledkům.

3. Vytvořit postup, kterým bude možné zkontrolovat shodu rychlostního profilu a vibračních dat. Rychlostní profil totiž může být z různých důvodů nepřesný a výsledek takové filtrace je sice numericky správný, ale prakticky nepoužitelný (nesoulad rychlostního profilu a dat).
4. Porovnání VKF s ostatními metodami používanými v diagnostice. Konkrétně s řádovou analýzou převzorkováním (COT) a Gaborovou řádovou analýzou (GOT), jejichž výsledky lze s VKF přímo nebo s pomocí relativně jednoduchého přepočtu porovnat a numericky vyhodnotit. Uvést výhody a nevýhody VKF oproti uvedeným metodám.
5. Demontrace použití filtru na simulovaných a experimentálních datech. Simulovaná data nemají pro praxi přímý význam, ale je u nich možné pracovat s referenční hodnotou, která u experimentálních dat není dostupná. Lze tak jednoduše ohodnotit přesnost výsledku. Použití bude demonstrováno pro nestacionární případy, tzn. pro změnu rychlosti otáčení.

3 Řešení

Po nastudování problematiky Vold-Kalmanova filtru bylo nutné zkoušet filtrovat různé signály, ať už simulované nebo experimentálně změřené. Velmi se zde ukázala limitace v rychlosti filtrace, pokud se výpočet provádí s hustými maticemi. Takto bylo možné použít k filtraci signály dlouhé pouze několik tisíc vzorků, což je velmi málo. Dokonce v případě filtrace více řádů se skutečný počet vzorků ještě zmenšuje.

Logickým řešením bylo implementovat algoritmus vlastními silami s ohledem na výpočetní náročnost. Kromě standardních funkcí pro filtraci jednoho řádu se jedná o filtraci více blízkých řádů a křížující řády (kap. 3.1.1); pro speciální případy ještě online verze filtru (kap. 3.1.2) a výpočet řádového spektrogramu (kap. 3.1.3).

Nutnou součástí implementace bylo testování správnosti implementace. To probíhalo jak porovnáním s existujícími implementacemi, tak srovnáním s vlastní testovací implementací v prostředí Matlab, kde bylo možné porovnávat i mezivýsledky, které v implementacích třetích stran nemusí být dostupné. Celý vývoj byl iterativní proces, při kterém docházelo postupnému zlepšování, případně k odklonu od postupu, který se ukázal jako nevýhodný. Nadto byly také zjištěny vlastnosti implementovaných filtrů.

3.1 Implementace VKF

Ve vývojovém prostředí Matlab existuje několik implementací VKF s různými možnostmi filtrace a s různou efektivitou kódu, jak bylo uvedeno v kap. 1.2.5. VKF se obvykle používá k analýze signálů vibrací, které mohou být poměrně dlouhé a obvykle bývají vzorkované vysokou vzorkovací frekvencí. Běžný signál může obsahovat např. 1 milion vzorků (tj. 20s signál vzorkovaný rychlostí 50 kHz), s čímž mají uvedené implementace problémy. Buď nedokáží výpočet provést vůbec nebo trvá neúnosně dlouho. Je výhodné zkrátit dobu zpracování dat z experimentů, zvláště, pokud je cílem získat ze signálu v jistém ohledu optimální výstup. Filtr se pak musí aplikovat vícekrát na stejná data, a ze série výstupů se vybere optimum. Každé zrychlení algoritmu se tak dramaticky projeví v celkové časové náročnosti.

Dalším z důvodů byla absence implementace ve vývojovém prostředí LabVIEW, ve kterém se předpokládalo zpracování veškerých dat z experimentů. To sice disponuje nástroji pro obecné výpočty s řídkými maticemi (zejména v toolkitu Multicore Analysis and Sparse Matrix¹), ale jejich rychlost je nedostatečná. Bylo proto nutné tyto algoritmy s maticemi ve tvaru vhodném pro Vold-Kalmanův filtr v řídkém formátu implementovat vlastními silami podle vztahů uvedených v kap. 1.2.

¹<http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/cs/nid/210525>

Vzhledem k tomu, že všechny nenulové prvky matic \mathbf{B} a \mathbf{U} použité k výpočtu jsou vždy na diagonálách, které jsou takto plně využity, je výhodné použít diagonální formát uložení prvků matic. Způsob převodu různých typů matic z hustého (angl. „dense“) do řídkého (angl. „sparse“) formátu je následující:

$$M_{\text{dense}} = \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{2,2} & m_{2,3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{n,n-1} & m_{n,n} \end{bmatrix} \Leftrightarrow M_{\text{sparse}} = \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} \\ m_{2,2} & m_{2,3} \\ \vdots & \vdots \\ m_{n,n-1} & m_{n,n} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Počet diagonál v husté matici je samozřejmě volitelný a je reflektován v počtu sloupců řídké matice. V případě, že matice obsahuje nenulové prvky i pod hlavní diagonálou, postup je stejný, pouze bude řídká matice obsahovat v levém horním a pravém spodním rohu nulové hodnoty.

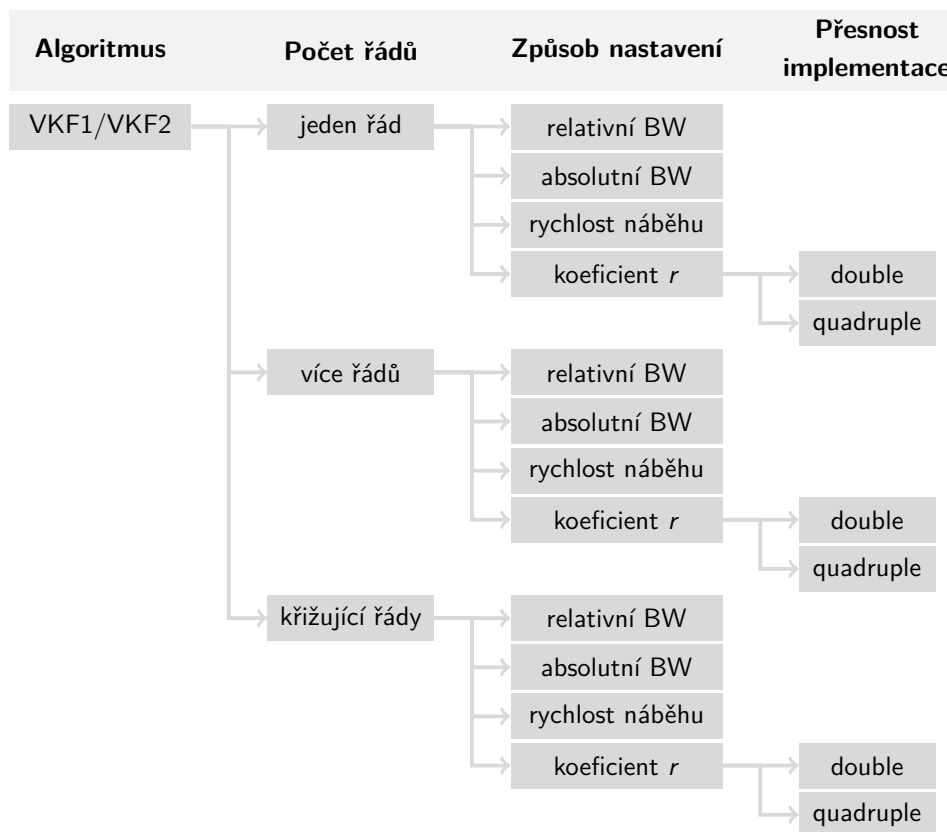
Poměr, který popisuje úsporu takového uložení pro matici \mathbf{B}_p , vystihuje následující rovnice [35]

$$d_{\text{sparse/dense}} = \frac{(2K + 1)N}{N^2}, \quad (3.2)$$

kde K značí řád filtru (pro VKF1 platí $K = 2$) a N počet řádků matice. Už např. pro $N = 1000$ a $K = 2$ použitý přístup ukládá 200krát méně prvků. S pamětovou efektivitou se také pozitivně pojí i výpočetní náročnost, protože maticové operace postačí provádět pouze na nenulových prvcích, s nulami se nepracuje.

Spolu s jiným uložením prvků do matic je nutné obdobně indexovat prvky. K tomu se pro každý typ matice musí držet dodatečné informace o rozměrech. Ty jsou ale datově zanedbatelné. Oproti obecným algoritmům pro práci s řídkými maticemi je na druhou stranu nutné používat pouze takové operace, které řídkou matici nezahušťují. Metoda Choleského rozkladu použitá při filtraci jednoho řádu tomuto požadavku vyhovuje, iterativní algoritmy CG a PCG, které se používají pro filtraci více řádů, taktéž. Všechny výpočty jsou implementovány pro každou generaci zvlášť, protože vyžadují jinou posloupnost operací a jiná data vedoucí k rovnicím (1.8) a (1.16), které vypadají formálně velmi podobně. Jejich řešení je také velmi podobné, liší se pouze číselným oborem řešení – první rovnice se řeší v reálném oboru, druhá v komplexním. Implementace vychází z algoritmů popsanych v [9], které jsou částečně inspirovány [32]. Při implementaci byl kladen důraz na optimalizaci práce paměti a početních operací, pro ještě lepší optimalizaci by bylo vhodné jádro výpočtů implementovat v jazyce C a tento kód volat přes dynamicky linkovanou knihovnu. Ideu urychlení výpočtu pomocí grafické karty navrhuje Blough v [79], kvůli nemožnosti pracovat s řídkými maticemi ale postup navrhuje. V současnosti opravdu tuto možnost knihovna cuBLAS (CUDA Basic Linear Algebra Subroutines) nenabízí², ale je možné ji kombinovat s knihovnou cuSPARSE, která výpočty

²<http://docs.nvidia.com/cuda/cublas/index.html>



Obr. 3.1: Různé varianty implementovaných funkcí a jejich možný způsob nastavení.

s řídkými maticemi umožňuje³, dokonce obsahuje příklad výpočtu pomocí metody PCG⁴.

3.1.1 Popis základních funkcí

Byly vytvořeny vysokoúrovňové funkce pro filtraci jednoho řádu, ale i více řádů zároveň, kterými lze řešit filtraci blízkých i křížujících se řádů. Implementace obsahuje filtr 1. generace (VKF1) i 2. generace (VKF2) 1. až 3. řádu. Nastavení lze provést více způsoby, jednak šířku pásma absolutně v hertzech nebo relativně v procentech vůči rychlostnímu profilu (pro každý řád zvlášť), ale také pomocí rychlosti náběhu nebo přímo pomocí váhových koeficientů r . Funkce dokáží pracovat se signály, které obsahují velký počet vzorků, klidně v řádech jednotek nebo desítek milionů. Pro specifické potřeby jsou k dispozici i nízkoúrovňové funkce, které byly použity k vytvoření těch vysokoúrovňových. Funkce pro filtraci více řádů najednou používají varianty CG, PCG1 nebo PCG2 (uživatel může zvolit libovolnou z výběru, s ohledem na rychlost konvergence je doporučena varianta PCG2). Tímto způsobem lze

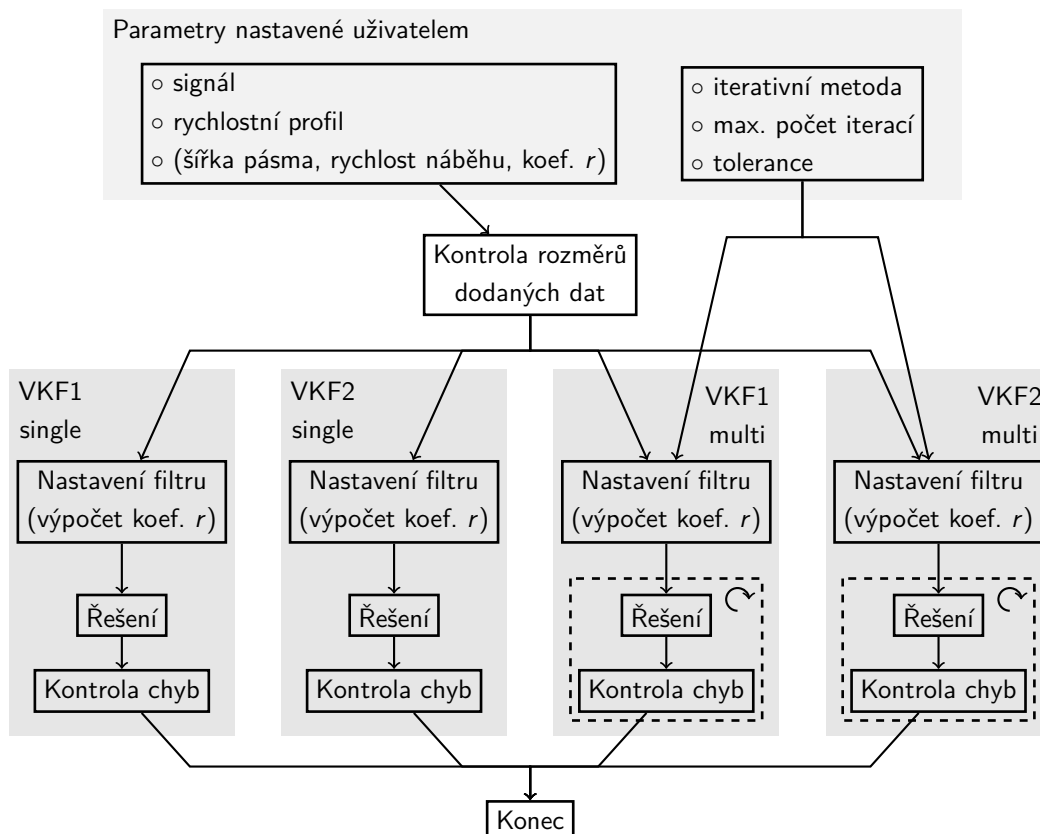
³<http://docs.nvidia.com/cuda/cusparse/index.html>

⁴<http://docs.nvidia.com/cuda/cuda-samples/index.html#preconditioned-conjugate-gradient>

řešit i filtraci jednoho řádu, výpočet je ale méně efektivní než v případě funkcí určených speciálně pro filtraci jednoho řádu, které používají efektivnější Choleského rozklad. Ukázka vytvořených variant funkcí je na obr. 3.1 – stejné schéma je implementováno pro VKF1 i VKF2 a v jakékoli konfiguraci řádů je možné nastavovat filtr šířkou pásma, rychlostí náběhu nebo pomocí koeficientu r . Přesnost implementace popisuje numerickou přesnost uvnitř funkcí, více uvádí kap. 3.1.5. Pro každou generaci VKF bylo implementováno celkem 15 variant, každá se hodí pro jiný typ úlohy.

Obvyklý řetězec prováděných operací v rámci funkcí uvedených na obr. 3.1 je popsán na obr. 3.2. Funkce vyžadují na vstupu signál a rychlostní profil. Nastavení a kontrola rozměrů dodaných dat probíhá shodně pro všechny varianty, pouze metody pro současnou filtraci více řádů vyžadují i nastavení iterativní metody, počtu iterací a tolerance. Dále každá z metod v závislosti na vstupech od uživatele nastaví filtr pomocí koeficientu r . K tomu používá funkce

- `calculate-factor-r-bw.vi` k nastavení podle šířky pásma nebo
- `calculate-factor-r-bw-multiorder.vi` pro více řádů či
- `calculate-factor-r-time.vi` k nastavení podle rychlosti náběhu nebo



Obr. 3.2: Řetězec operací provedených pro různé typy VKF. Existují celkem 4 varianty, „single“ pro filtraci jednoho řádu a „multi“ pro více řádů zároveň, a to pro obě generace.

- `calculate-factor-r-time-multiorder.vi` pro více řádů.

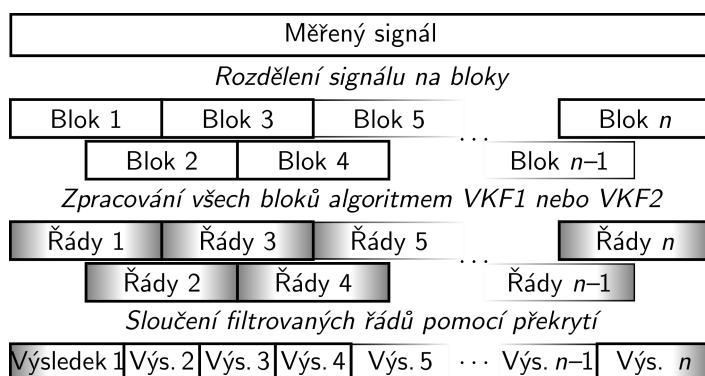
Dále provede řešení a zkontroluje, zda není ve výsledku NaN nebo $\pm\text{Inf}$. Iterativní metody kontrolu provádí v každé iteraci. Výsledkem je vždy časový průběh, pro funkce 2. generace navíc i obálka.

O přepočítání časového průběhu VKF1 na obálku a také obálky VKF2 na časový průběh se starají speciálně vytvořené funkce. Funkce pro VKF2 obsahují zmíněný přepočítání přímo, protože k získání časového průběhu je potřeba mít dodatečné mezivýpočty, které funkce používá, ale nevrací. Bylo by tak nutné jejich výpočet duplikovat.

3.1.2 Popis online funkcí

VKF je přirozeně offline metoda. Při experimentech se ukázalo výhodné mít možnost vidět výsledky filtrace průběžně, tzn. online chování. Přímé online zpracování není možné, protože filtr není kauzální. To lze ukázat např. tak, že výsledek po aplikování filtru se nezmění, ať je signál filtrován ve směru plynutí času nebo obráceně. Původní idea ale vedla k uzpůsobení filtrace tak, aby bylo možné se k online chování alespoň přiblížit.

Podobný nápad měl již Blough v [37], jak je zmíněno v kap. 1.3. Vlastní řešení, publikované v [35] a zobrazené na obr. 3.3, se snaží potlačit nežádoucí náběhy filtru, které jsou přítomné vždy na začátku a konci bloku (šedé gradienty), překrytím bloků, čímž dojde k omezení náběhů na akceptovanou úroveň. Míra omezení náběhu závisí na kombinaci délky bloku L a překrytí s , ale také zvyšuje výpočetní náročnost $\frac{L}{L-s}$ krát. Překrytí by mělo být alespoň dvojnásobné vůči rychlosti náběhu, protože náběh je v analyzovaném bloku na začátku i konci. Pokud je rychlost náběhu filtru např. 0,5s, tak by překrytí 1s mohlo způsobit ještě značné zkreslení. Konkrétní hodnoty je tak nutno přizpůsobit požadavkům a výslednou míru zkreslení zjistit na



Obr. 3.3: Princip online metody spočívající v rozdělení měřeného signálu na bloky, ze kterých se řád filtruje zvlášť a poté se výsledky sloučí překrytím [35].

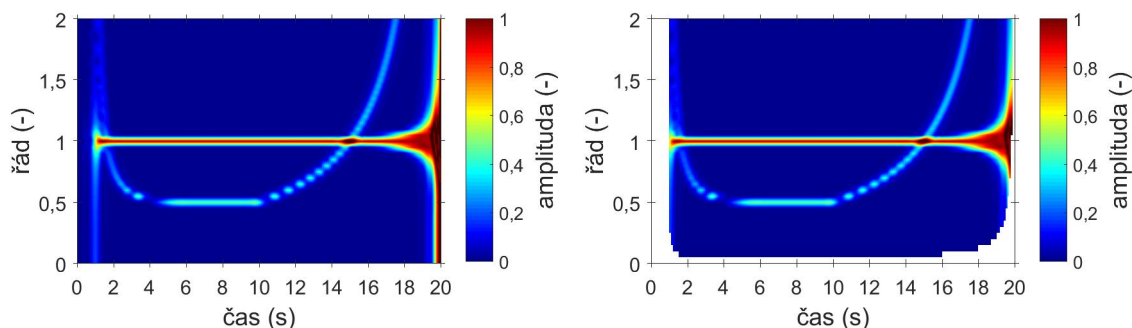
vhodných simulovaných datech. Je také potřeba počítat s omezením minimální šířky pásma filtru. K určení vhodných hodnot délky bloku L a překrytí s je vhodné použít vztahy uvedené v kap. 3.2.1 a 3.2.2.

Uvedený postup byl, podobně jako základní funkce v kap. 3.1.1, implementován odděleně pro VKF1 a VKF2 pomocí nízkourovňových funkcí. Do funkcí nazvaných `VKF1-online.vi` a `VKF2-online.vi` je kromě signálu, rychlostního profilu a koeficientu r nutno zadat, po jak velkých blocích budou data posílána, a dále také, na jak dlouhý blok se má aplikovat filtrace pomocí VKF. Funkce si pamatují dostatečně hlubokou historii, aby z postupně získaných bloků dat dokázaly složit časově souvislý blok a na něm provést filtraci. Dále lze vybrat, zda se mají filtrované bloky slučovat (dojde k potlačení náběhů), nebo zda mají být vráceny překrývající se bloky přímo (vypuštěním poslední operace z obr. 3.3). Druhý jmenovaný způsob byl použit v publikaci [80], protože tento postup odpovídá zpracování části signálu vybraného plovoucím oknem s definovaným posunem.

3.1.3 Popis funkcí pro tvorbu spektrogramu

Poslední možnost, která má využití při aplikaci VKF, je tvorba řádového spektrogramu. Výsledky takového postupu by měly být podobné výsledkům klasické metody řádové analýzy převzorkováním, která byla popsána v kap. 1.1.1. Tento postup není nový, aplikoval jej již Tsai v [69, 68]. Hlavní výhoda oproti COT je v možnosti dosáhnout dobrého řádového rozlišení i na krátkém signálu.

Byly implementovány funkce `VKF1-spectrogram.vi` a `VKF2-spectrogram.vi`. Ty vyžadují nastavení rozsahu výsledného řádového spektra (minimum a maximum) a jeho rozlišení. Poté je nutné vybrat šířku pásma relativně v procentech nebo absolutně v hertzech. Vzhledem k proměnné frekvenci rychlostního profilu a aplikaci jednoho pravidla na všechny počítané řády nelze brát ani jedno ze zmíněných nastavení šířky pásma jako optimální a je nutné najít kompromis.



Obr. 3.4: Ukázka omezení částí řádového spektrogramu vytvořeného pomocí VKF. Řádový spektrogram vpravo neobsahuje části, které jsou zavádějící.

Dále je možnost omezit ty části spektrogramu, které jsou zavádějící, protože by zasahovaly šířkou pásma mimo rozsah $\langle 0; f_{vz}/2 \rangle$ nebo by splněním zadané šířky pásma přesáhly doporučené maximální hodnoty pro koeficient r (kap. 3.1.4). To se často týká nízkých řádů v kombinaci s nízkou hodnotou rychlostního profilu, jak je demonstrováno na obr. 3.4.

Funkce používají standardní postup výpočtu VKF, který aplikují pro každý nastavený řád zvlášť podle zadaných parametrů a výsledky poté sloučí. Platí stejná omezení jak tomu je u standardních funkcí (kap. 3.1.1). Kvůli dlouhým signálům, ze kterých vznikají výpočtem spektra o velkém množství prvků, je navíc možno využít decimaci dat celočíselným koeficientem N . Decimace funguje jako průměrování N vzorků v časové ose spektrogramu.

3.1.4 Omezení při nastavení filtru

Filtr se nastavuje zejména koeficientem r , vliv má také rychlost otáčení. Pro některé kombinace nastavení může být jeho hodnota r natolik velká, že výpočet VKF přestane být numericky stabilní a řešení je buď významně zkreslené (např. je celý výsledek větší či menší než by správně měl být) nebo při výpočtu dojde k odmocnění záporného čísla a výsledkem je pouze série hodnot NaN. Navíc už samotný výpočet hodnot koeficientu r podle vztahů, které uvádí Tůma v [31], může skončit získáním NaN, protože může dojít k odmocnění záporného čísla vzniklého zaokrouhlovacími chybami ve výpočtech s goniometrickou funkcí kosinus. Výrazně lepších výsledků nelze docílit ani zvýšením dynamického rozsahu použitím datového typu `extended` namísto `double`, protože se tak zvýší numerická přesnost jen asi o 3 desítkové číslice za cenu dvojnásobku zabrané paměti. Je proto výhodnější omezit nastavení vlastností ještě před výpočtem a znemožnit získání nesmyslných výsledků, čehož lze docílit zejména omezením minimální absolutní šířky pásma (případně maximální

Tab. 3.1: Seznam limitních hodnot koeficientu r , při kterých neselže výpočet. Doplněno o související šířky pásma a rychlosti náběhu. Minimální šířka pásma je relativní vůči vzorkovací frekvenci. Hodnoty zjištěny simulacemi.

Situace	VKF1	VKF2		
		1. řád	2. řád	3. řád
Práh chyby	$2,43 \cdot 10^7$	$9,49 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^7$	$1,37 \cdot 10^7$
Bezpečná hodnota	$2 \cdot 10^7$	$8 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$
Podle Tůmy [31]	neuvádí	$7 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$
Min. šířka pásma (-)	viz obr. 3.5	$2,6 \cdot 10^{-9}$	$5,7 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$
Max. rychlost náběhu (s)	viz obr. 3.5	$2,6 \cdot 10^5$	13	0,6

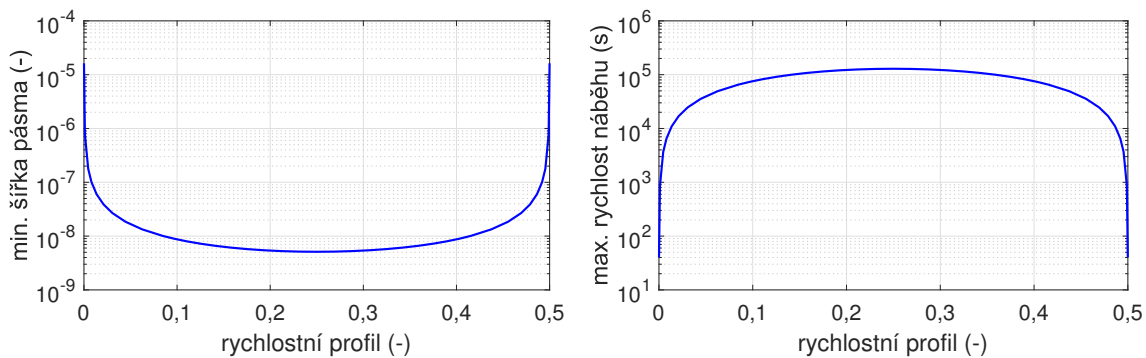
rychlosti náběhu) a s tím souvisejícím omezením minimální rychlosti otáčení. Uvedené způsoby jsou závislé na typu filtru a pro VKF2 i na zvoleném řádu.

Pro představu byly provedeny simulace, aby byly zjištěny bezpečné meze pro koeficient r , které jsou uvedeny v tab. 3.1. Hodnoty uvedené jako „práh chyby“ značí nejnížší nalezenou hodnotu koeficientu, která vedla k získání NaN. Simulace byly provedeny pro různé náhodné kombinace koeficientů r a hodnoty rychlostního profilu pro vzorkovací frekvence 1 kHz, 25,6 kHz a 51,2 kHz a pro délky signálů 1 a 10 s. Z výsledků vyplývá, že práh chyby je závislý pouze na koeficientu r (ostatní zmíněné veličiny nemají vliv), pro VKF1 ještě navíc na hodnotě rychlostního profilu, a to tak, že se práh mírně zvyšuje pro rychlostní profil blíže $f_{vz}/4$. Změna je ale nepatrná, proto je uveden pouze jeden limit. Dále je uvedena „bezpečná hodnota“, která obsahuje oproti prahu chyby rezervu, lze ji proto považovat za praktické maximum. Řešení může existovat i pro vyšší r , pravděpodobnost se ale výrazně snižuje.

Mimo selhání výpočtu může výpočet dojít k výsledku, který bude zkreslený zaokrouhlovacími chybami, což se projeví většinou změnou očekávané amplitudy výsledku filtrace – signál se tak jeví zesílený nebo zeslabený oproti očekávání. Simulace podobné těm výše ukázaly, že nelze stanovit žádnou doporučenou mez, pro kterou by chyba amplitudy již nenastávala nebo kolísala pouze v určeném rozsahu. Zbývá tak pouze doporučení nevolit koeficient r nad bezpečné hodnoty nebo výsledky podrobněji ověřovat, a to zejména pro VKF1 a VKF2 3. řádu.

Tab. 3.1 také porovnává limity koeficientu r s Tůmou v [31], který uvádí teoreticky zjištěné údaje platné pro 14 desetinných míst datového typu `double`, kde je pravděpodobně počítáno i s rezervou, protože hodnoty jsou přibližně o řád přísnější než údaje ze simulací.

Reakcí na uvedené závěry byla implementace funkcí `correct-factor-r-bw.vi` a `correct-factor-r-time.vi`, které uživatelem zadané parametry upraví do takové podoby, aby nenastávaly problémy se selháním výpočtu. Řešení tak sice neodpovídá



Obr. 3.5: Závislost minimální šířky pásma a maximální rychlosti náběhu na rychlostním profilu pro VKF1. Šířka pásma a rychlostní profil jsou vztaženy relativně ke vzorkovací frekvenci.

přesně požadavkům, ale existuje. Typicky funkce zvyšují příliš úzkou šířku pásma nebo naopak snižují zbytečně velkou požadovanou rychlost náběhu, která se chová stejně jako úzká šířka pásma. Také v případě potřeby upravují rychlostní profil tak, aby propustná část filtru nezasahovala mimo rozsah $\langle 0; f_{vz}/2 \rangle$. Tab. 3.1 uvádí orientační meze obou veličin vztažené k uvedeným limitním hodnotám koeficientu r . Zde je viditelné, že odpovídající rychlost náběhu pro VKF2 1. řádu je extrémně dlouhá, pro vyšší řády je již smysluplnější. Údaje pro VKF1 závisí i na rychlostním profilu, což je zobrazeno na obr. 3.5. Podrobnější informace jsou uvedeny v kap. 3.2.

Snížení koeficientu r podvzorkováním Velikost koeficientu r lze ovlivnit také snížením vzorkovací frekvence. To zejména, pokud je frekvence analyzované složky podstatně nižší než Nyquistova frekvence. Podvzorkováním tak lze při zachování stejné šířky pásma a rychlosti náběhu snížit hodnotu koeficientu r a předejít numerické nestabilitě nebo chybě amplitudy výsledku. Znatelné to je zejména pro VKF2 2. a 3. řádu, u kterých při snížení f_{vz} na desetinu klesne také hodnota koeficientu r s kvadrátem (2. řád), resp. s třetí mocninou (3. řád); pro VKF1 a VKF2 1. řádu klesne na desetinu.

Při úvahách o podvzorkování je nejdříve potřeba identifikovat maximální frekvenci složky, jejíž průběh amplitudy je žádoucí získat. Tato frekvence nesmí překročit Nyquistovu frekvenci podvzorkovaného signálu. Podle toho se určí činitel podvzorkování D , který tuto podmínku splní. Dále je ještě nutné před podvzorkováním signál upravit antialiasingovým filtrem (AAF), a to např. nastavením propustného pásma na 0,45 (útlum max. 0,1 dB) a nepropustného pásma na 0,49 (útlum min. 60 dB) normalizované frekvence po podvzorkování. Kvůli přechodovému pásmu AAF se tak snižuje maximální hodnota činitele podvzorkování. Aby bylo omezeno zpoždění dané AAF a nadále šlo využít výhody nulového zpoždění VKF, AAF je vhodné aplikovat ještě jednou v opačném plynutí času. Koncové efekty dané náběhem AAF lze eliminovat prodloužením signálu o stejný počet vzorků jako je maximální zpoždění filtru a po filtraci je ze signálu vypustit. Toto je obsaženo ve funkci `downsample.vi`, která dovoluje kromě zmíněných mezních frekvencí volit i typ a řád filtru (různé typy FIR i digitálních obdob IIR).

3.1.5 Funkce s vyšší numerickou přesností

Reakcí na omezení nastavení filtru kvůli vysokým hodnotám koeficientu r byla snaha využít datový typ, který by umožňoval ukládat čísla s plovoucí řádovou čárkou s vyšším rozlišením. V LabVIEW přímo neexistuje takový způsob a jako vhodná alternativa se ukázalo využití knihovny `libquadmath`, která implementuje 128bitový datový typ podle IEEE 754 [81] označovaný také jako *quadruple precision* s rozlišením až 34

Tab. 3.2: Rozšíření seznamu limitních hodnot koeficientu r , při kterých neselže výpočet. Hodnoty platné pro implementaci využívající 128bitový datový typ (navazuje na tab. 3.1).

Situace	VKF1	VKF2		
		1. řád	2. řád	3. řád
Práh chyby	$3,07 \cdot 10^{16}$	$1,02 \cdot 10^{17}$	$4,16 \cdot 10^{16}$	$2,28 \cdot 10^{16}$
Bezpečná hodnota	$1 \cdot 10^{16}$			
Min. šířka pásma (-)	prakticky		$2,5 \cdot 10^{-9}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$
Max. rychlost náběhu (s)	bez omezení		$2,8 \cdot 10^5$	601

desítkových číslic. Jedná se ale pouze o softwarovou implementaci, protože současné procesory s takovým datovým typem nedokáží pracovat přímo. To také znamená, že lze očekávat přibližně desetinásobné zpomalení obvyklých matematických funkcí.

Takové funkce lze vytvořit v jazyce C kompilací do DLL knihovny, kterou lze volat z LabVIEW (případně z libovolného jiného programovacího jazyka, který je kompatibilní s DLL knihovnami). Ke kompilaci byl použit kompilátor MinGW, což je upravená verze kompilátoru GCC pro Windows. Podařilo se tak navýšit meze koeficientu r , při kterých je výpočet filtru ještě stabilní, na hodnoty uvedené v tab. 3.2. Tato tabulka je rozšířením již uvedené tab. 3.1. Praktický význam je zejména v možnosti využít selektivněji nastavené VKF2 2. a 3. řádu, pro které byla implementace použitím datového typu `double` nejvíce omezující. Přehled v tab. 3.2 ukazuje, že pro VKF1 a VKF2 1. řádu omezení prakticky neexistuje a pro VKF2 3. řádu omezení již nebrání praktickému využití.

S ohledem na očekávanou výpočetní náročnost byly implementovány pouze základní funkce pro filtraci jednoho řádu. Implementace probíhala podle osvědčených pravidel a metod uvedených v kap. 3.1 (např. diagonální formát uložení prvků řídkých matic) spolu s optimalizacemi numerických operací kompilátoru GCC.

3.1.6 Porovnání výkonnosti

Z uživatelského pohledu je zásadní rychlost vykonávání funkcí. Z tohoto důvodu byly provedeny testy rychlosti implementovaných funkcí na signálech použitých v kap. 4. Pro porovnání byly do testování zahrnuty i funkce implementované Tůmou⁵ v prostředí Matlab, konkrétně `MyVoldKalman5` (filtrace jednoho řádu) a `MyVoldKalman7` (filtrace více řádů), které by měly používat podobný postup výpočtu. K jiným implementacím neměl autor přístup a funkce `ordertrack` (získání obálky) či funkce `orderwaveform` (získání časového průběhu) v Signal Processing ToolboxuTM jsou nevhodné k reálnému nasazení, protože umožňují pouze nastavení absolutní šířky

⁵<http://home1.vsb.cz/~tum52/>

pásma pro celý signál, užitečnější by byla relativní. Navíc nelze získat plnohodnotnou obálku, kterou je možné získat převodem z časového průběhu funkce `orderwaveform`. Funkce `ordertrack` vrací obálku pouze v některých bodech, což ji činí nedostatečně podrobnou.

K testům byl použit počítač s procesorem Core i5-4460, OS Windows 10 a 32bitová verze LabVIEW 2015 v případě vlastních funkcí a 64bitová verze prostředí Matlab R2017a v případě funkcí od Tůmy. Porovnání výkonnosti algoritmů ukazuje tab. 3.3. Funkce `MyVoldKalman2` a `MyVoldKalman3` pro výpočty metodou VKF1 nebylo možné spustit, proto nejsou uvedeny. Nejrychlejší u obou implementací je vždy filtrace jednoho řádu, kde je použita metoda Choleského rozkladu. Ostatní varianty již vyžadují iterativní řešení, které se ukončuje po dosažení požadované odchylky 10^{-12} . Při vícenásobné filtraci také může záležet na nastavené šířce pásma (váhovém koeficientu r), širší pásmo totiž může zpomalit výpočet. Filtrace VKF2 byla vždy pomalejší než VKF1, což je dáno rozdílným způsobem výpočtu, ale také nutností počítat s komplexními čísly. Lze také konstatovat, že algoritmy byly implementovány dostatečně efektivně, protože jsou až 5krát rychlejší než řešení od Tůmy.

Implementace využívající 128bitový datový typ z kap. 3.1.5 byla testována pouze na filtraci jednoho řádu, i když byly implementovány funkce pro více řádů. U těch se očekává podstatně vyšší výpočetní náročnost, která je nesrovnatelná s ostatními funkcemi. Uvedené funkce jsou pomalejší přibližně 20krát oproti funkcím implemen-

Tab. 3.3: Porovnání výkonnosti algoritmů VKF – vlastní implementace a m-skriptů od Tůmy. Měření zohledňuje všechny operace potřebné k filtraci jednoho nebo více řádů ze signálu popsaného v kap. 4. Uveden průměrný čas z 10 spuštění.

Implementace	Typ signálu		Čas (ms)			
			VKF1	VKF2		
				1. řád	2. řád	3. řád
Vlastní	signál 1	jeden řád	4,2	4,8	5,9	7,1
	signál 2	jeden řád	4,4	4,9	6,0	7,2
		více řádů	65,1	74,1	83,8	1237,4
	signál 3	jeden řád	4,3	4,9	6,0	7,1
křížující řády		38,4	42,8	48,4	279,0	
128bitový typ (DLL)	signál 1	jeden řád	60,1	109,3	132,0	158,8
Tůma	signál 1	jeden řád	×	15,6	23,4	34,0
	signál 2	jeden řád	×	15,7	23,6	34,7
		více řádů	×	226,9	519,8	4674,1
	signál 3	jeden řád	×	15,3	22,9	33,6
křížující řády		×	141,1	290,4	712,0	

tovaným přímo v LabVIEW s datovým typem `double`. Za zmínku stojí také to, že 64bitové DLL jsou přibližně o 40 % rychlejší než jejich 32bitové ekvivalenty.

3.2 Vlastnosti implementovaných filtrů

Různí autoři (zejména Pan v [33] a Feldbauer v [32], ale také Gade v [41]) popisují různé vlastnosti filtrů, zejména pomocí simulací na syntetických signálech. Navíc se jejich implementace liší, proto se liší i zjištěné vlastnosti. Tato kapitola uvádí způsob zjištění vlastností filtrů vlastní implementace (kap. 3.1), a to šířku pásma a rychlost náběhu, které jsou spolu svázány.

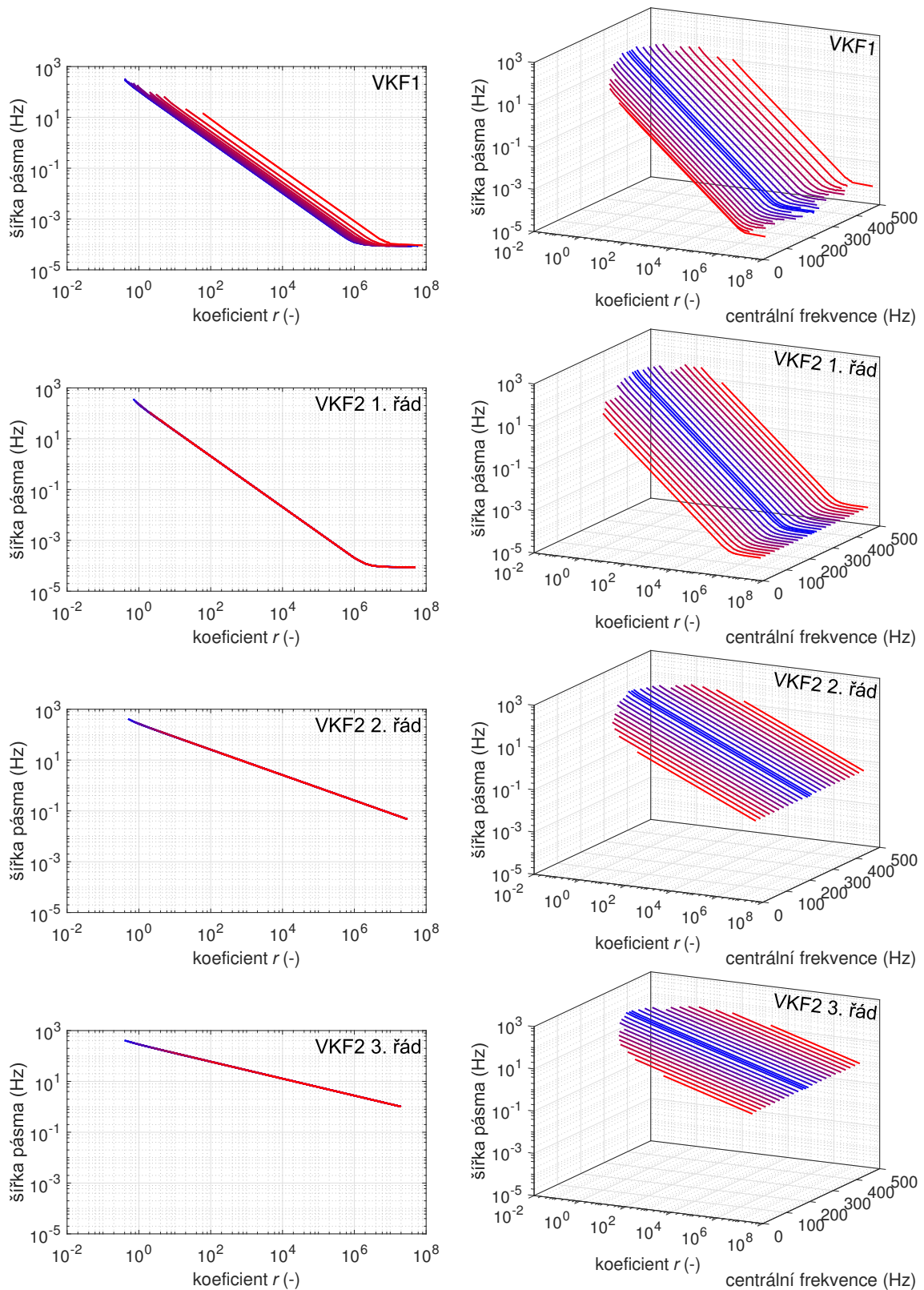
Počátečními simulacemi bylo zjištěno, že dva různé VKF mají úměrné vlastnosti pokud jsou jejich parametry nenulovým násobkem. Proto budou vlastnosti vyšetřovány při konstantní vzorkovací frekvenci $f_{vz} = 1000$ Hz, pro jiné frekvence lze údaje přepočítat. Vzhledem ke kombinacím, které způsobují dlouhé ustalovací časy filtru (vysoká hodnota koeficientu r), byl zvolen testovací signál dlouhý 1000 s. Tato konfigurace znamená značné výpočetní nároky (jednotky dnů), zároveň ale jistou rezervu vůči možnému zkreslení.

3.2.1 Šířka pásma

V tomto případě byly simulace prováděny pro různé kombinace nastavení filtru uvedených v tab. 3.4. Pro každou kombinaci centrální frekvence jsou postupně generovány sinusové signály o různých frekvencích, je provedena filtrace s nastaveným koeficientem r a v případě VKF1 je pomocí Hilbertovy transformace získána obálka (VKF2 počítá obálku přímo), ze které se dále zpracovává prostřední desetina délky signálu za účelem získání amplitudy. Z více takových hodnot je sestavena frekvenční

Tab. 3.4: Soupis kombinací parametrů pro otestování šířky pásma VKF.

Parametr	Rozsah hodnot					
	VKF1	VKF2	VKF1	VKF2	VKF1	VKF2
Vzorkovací frekvence (Hz)	1000					
Délka signálu (s)	1000			10000		
Řád filtru	1	1–3	1	1–3	1	1–3
Váhový koeficient r	10^{-1} – 10^4		$2 \cdot 10^4$ – $5 \cdot 10^4$		$6 \cdot 10^4$ – 10^8	
Centrální frekvence (Hz)	20–480					
Max. změna frekvence (Hz)	5		0,2		0,05	
Max. změna amplitudy (dB)	2					
Celkem kombinací	1150	3450	100	300	800	2400



Obr. 3.6: Plošné a prostorové zobrazení šířky pásma filtrů VKF v závislosti na koeficientu r při $f_{vz} = 1000$ Hz. Je zakresleno několik průběhů přes sebe pro různé centrální frekvence, modře podbarvené jsou blíže k frekvenci 250 Hz. U VKF1 závisí selektivita i na centrální frekvenci, u VKF2 nikoliv. Zakřivení průběhů VKF1 a VKF2 1. řádu je způsobeno neustáleností výstupu.

Tab. 3.5: Porovnání šířek pásma VKF podle různých autorů, hodnoty vztaženy na normalizovanou frekvenci 2π .

Autor	Šířka pásma (rad)			
	VKF1	VKF2		
		1. řád	2. řád	3. řád
Pan [33]	$6,5 \cdot r^{-1,06}$	neuvádí	$1,4 \cdot r^{-0,46}$	neuvádí
Feldbauer [32]	neuvádí	neuvádí	$1,58 \cdot r^{-0,5}$	$1,7 \cdot r^{-1/3}$
Tůma [31]	$0,644 \cdot r^{-1}$	$1,287 \cdot r^{-1}$	$1,604 \cdot r^{-0,5}$	$1,727 \cdot r^{-1/3}$
Vlastní	$0,642 \cdot r^{-1}$	$1,285 \cdot r^{-1}$	$1,603 \cdot r^{-0,5}$	$1,727 \cdot r^{-1/3}$

charakteristika. Mezi simulovanými body frekvenční charakteristiky lze věrohodně interpolovat pomocí kubického splajnu a získat tak frekvence odpovídající poklesu frekvenční charakteristiky o -3 dB. V analyzované desetíně signálu jsou navíc zjištěny meze kolísání obálky, které slouží k zjištění věrohodnosti zjištěné šířky pásma. Max. změna frekvence a amplitudy zaručují dostatečnou detailnost frekvenční charakteristiky.

Výsledky ukazuje obr. 3.6, kde je zřejmý vztah mezi koeficientem r a šířkou pásma. Ten je v logaritmickém zobrazení lineární, jednotlivé typy filtrů se odlišují ve sklonu a poloze. Pro VKF1 je zřejmé, že šířka pásma závisí také na centrální frekvenci f_c , což je dobře vidět z prostorového grafu obr. 3.6: nejmenší je šířka pásma pro centrální frekvenci rovnu polovině Nyquistovy frekvence (zde 250 Hz), dále od této hodnoty šířka roste pro dané r . Zakřivení v oblasti vysokých hodnot r pro VKF1 a VKF2 1. řádu je dáno nedostatečně dlouhým signálem a to i přesto, že byla délka signálu pro nejužší nastavení filtru navýšena z 1000 s na desetinasobek, jak ukazuje poslední sloupec tab. 3.4. Je zřejmé, že volba příliš velkého koeficientu r nemá význam kvůli neúnosné době ustálení výstupu. Ohraničení křivek pro malá r je dáno maximální šířkou, která může být v závislosti na centrální frekvenci až 500 Hz, pro velká r je to dáno numerickou nestabilitou, jak je vysvětleno v tab. 3.1 a související kap. 3.1.4.

Srovnání šířek pásma je uvedeno v tab. 3.5, kde jsou hodnoty uvedeny v radiánech, pro přepočítání na Hz pro konkrétní vzorkovací frekvenci f_{vz} lze použít vztah

$$B_{\text{Hz}} = B_{\text{rad}} \cdot \frac{f_{vz}}{2\pi}. \quad (3.3)$$

V případě VKF1 jsou údaje uvedené v tab. 3.5 pro centrální frekvenci pouze $1/4$ vzorkovací frekvence f_{vz} , pro ostatní hodnoty je potřeba multiplikátor vydělit koefi-

cientem k_{f_c} , který zohledňuje centrální frekvenci f_c [31]

$$k_{f_c} = \sqrt{1 - \left[\cos\left(\frac{2\pi f_c}{f_{vz}}\right) \right]^2}. \quad (3.4)$$

I tak vztahy, které uvádí Pan, zdaleka neodpovídají, a to i pro VKF2, nejspíš kvůli interpolaci omezené na hodnoty $r = \langle 20-400 \rangle$. Hodnoty vlastní šířky pásma jsou získány interpolací simulovaných dat tak, aby relativní chyba byla nejmenší v rozmezí $r = \langle 10^1-10^6 \rangle$. Ostatní hodnoty odpovídají a liší se max. o 1 %.

Související informace uvádí Gade v [41], kde rozebírá nastavení VKF2 tak, aby zachytil korektně amplitudu analyzovaného řádu při průchodu rezonancí s určitým činitelem jakosti, případně když analyzovaný řád v signálu mění frekvenci zadanou rychlostí.

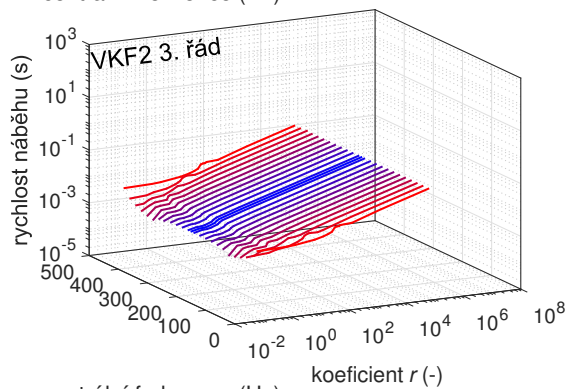
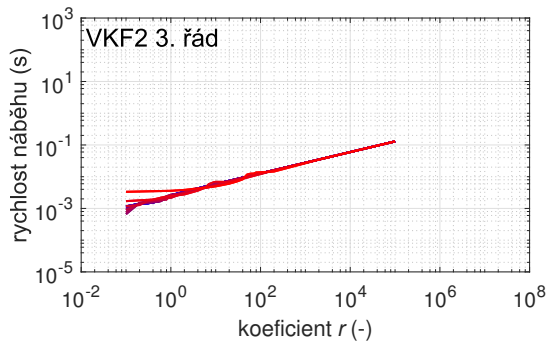
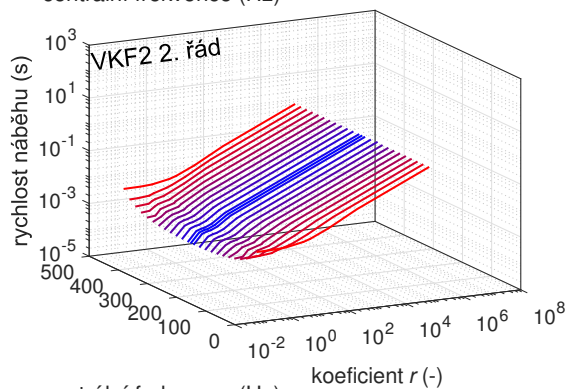
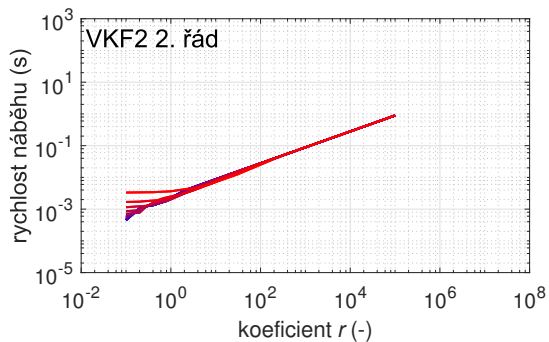
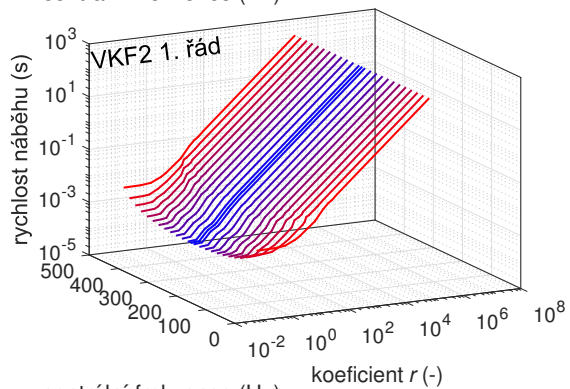
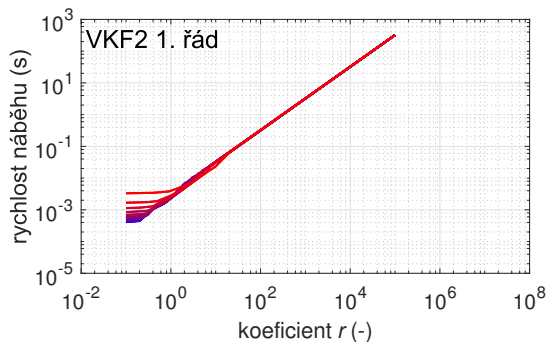
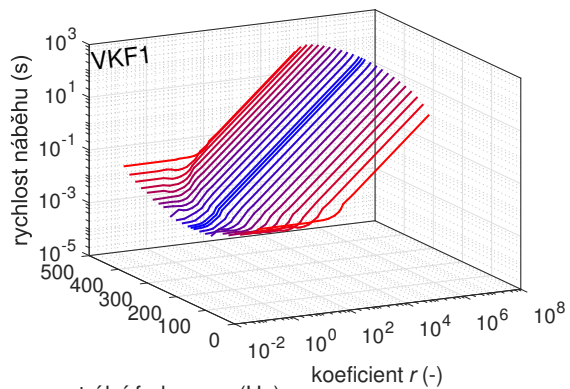
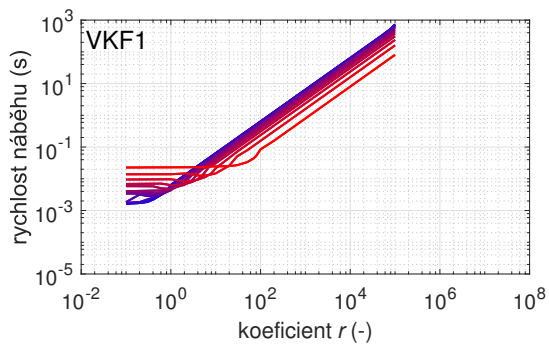
3.2.2 Rychlost náběhu

Zjištění rychlosti náběhu bylo také ověřeno simulacemi s kombinacemi parametrů podle tab. 3.6. Testovací signál se skládá ze dvou částí, jedna polovina obsahuje nulový signál (nulová frekvence i amplituda) a druhá sinusový signál o jednotkové amplitudě a frekvenci, která se shodovala s centrální frekvencí filtru. Spolu s různou fází se pro každou z těchto kombinací určila doba náběhu amplitudy obálky (u VKF1 byla získána pomocí Hilbertovy transformace) z 10 na 90 %, hodnoty mimo simulované vzorky byly lineárně interpolovány. Byla snaha data proložit různými funkcemi, např. logistickou funkcí nebo hyperbolickým tangensem, ale ani jedna varianta nevedla na lepší řešení, protože neodpovídala tvaru přechodu. Vliv fáze byl pro rozsah $r > 10$ nevýznamný, prezentovány jsou proto jen výsledky pro fázi 0° .

Průběhy zobrazené na obr. 3.7 znázorňují simulované výsledky obdobným způsobem jako šířka pásma na obr. 3.6. Opět pro VKF1 platí závislost rychlosti náběhu

Tab. 3.6: Soupis kombinací parametrů pro otestování rychlosti náběhu VKF.

Parametr	Rozsah hodnot	
	VKF1	VKF2
Vzorkovací frekvence (Hz)	1000	
Délka signálu (s)	1000	
Řád filtru	1	1–3
Váhový koeficient r	10^{-1} – 10^5	
Centrální frekvence filtru (Hz)	20–480	
Fáze signálu ($^\circ$)	0–270	
Celkem kombinací	5500	16500



Obr. 3.7: Plošné a prostorové zobrazení rychlosti náběhu filtrů VKF v závislosti na koeficientu r při $f_{vz} = 1000$ Hz. Je zakresleno několik průběhů přes sebe pro různé centrální frekvence, modře podbarvené jsou blíže k frekvenci 250 Hz. U VKF1 závisí rychlost náběhu i na centrální frekvenci, u VKF2 nikoliv. Zkreslení pro malé koeficienty r je způsobené velmi rychlým náběhem, kde se filtr nepoužívá.

Tab. 3.7: Porovnání rychlostí náběhu VKF podle různých autorů, uvedeno v počtech vzorků pro narůst obálky z 10 na 90 %.

Autor	Rychlost náběhu (-)			
	VKF1	VKF2		
		1. řád	2. řád	3. řád
Pan [33]	$5,4 \cdot r^{1,06}$	neuvádí	$3,5 \cdot r^{0,46}$	neuvádí
Feldbauer [32]	neuvádí	neuvádí	$2,85 \cdot r^{0,5}$	$2,8 \cdot r^{1/3}$
Vlastní	$6,44 \cdot r$	$3,22 \cdot r$	$2,82 \cdot r^{0,5}$	$2,79 \cdot r^{1/3}$

i na centrální frekvenci, pro její hodnotu rovnu 250 Hz je největší, klesá se vzdalováním od ní. Zakřivení pro malé hodnoty koeficientu r je způsobeno zaoblením náběhu části obálky, které je významné pro velmi krátké časy náběhu. Navíc pro náběh okolo hodnoty 10^{-3} s je čas srovnatelný s prodlevou mezi dvěma vzorky, tyto hodnoty jsou proto praktické minimum simulace. Obdobně pro vysoké r u VKF1 a VKF2 1. řádu už náběh trvá dobu srovnatelnou s délkou signálu, proto nemá smysl uvažovat vyšší hodnoty r .

Srovnání rychlosti náběhu s ostatními autory shrnuje tab. 3.7. Feldbauer uvádí hodnoty, které se prakticky shodují s těmi získanými simulací, Pan uvádí údaje z kreslené nedostatečným rozsahem koeficientu r , ze kterých proložení získával. Jiní autoři údaje přímo o rychlosti náběhu neuvádí. Vzhledem k tomu, že je rychlost náběhu Δt_{vzorek} udána v počtu vzorků, pro konkrétní vzorkovací frekvenci f_{vz} je nutno použít vztah pro přepočítání na dobu náběhu v sekundách

$$\Delta t_s = \frac{\Delta t_{\text{vzorek}}}{f_{\text{vz}}}. \quad (3.5)$$

Závislost na centrální frekvenci f_c pro VKF1 lze korigovat obdobně jako u šířky pásma násobením multiplikátoru z tab. 3.7 koeficientem k_{f_c} z rovnice (3.4).

3.2.3 Vztah mezi šířkou pásma a rychlostí náběhu

Hodnoty z tab. 3.5 a 3.7 spolu souvisí. Jejich součin je konstanta a pro všechny uvedené varianty VKF je téměř shodný. Oba parametry jsou vzájemně svázány a změnou jednoho se změní i druhý, proto např. snížením šířky pásma naroste rychlost náběhu. Rozdíl je tak zejména ve vyšší selektivitě filtrů vyššího řádu.

Více autorů uvádí omezení součinu obou veličin BT nazývaného také jako „B-T product“, např. Brandt v [15], Randall v [82] nebo Cohen v [83]. Všichni ale uvádí matematické vztahy předpokládající šířku pásma -3 dB a rychlost náběhu odpovídající časové konstantě (doba dovršení přibližně 63%), které nelze přímo porovnat s výsledky uvedených simulací, protože ty platí pro šířku pásma -3 dB a rychlost náběhu v rozsahu 10–90%. Přibližné součiny jsou $BT_{\text{VKF1}} = 0,658$, $BT_{\text{VKF21}} = 0,659$,

$BT_{VKF22} = 0,719$ a $BT_{VKF23} = 0,767$, které lze dopočítat využitím vztahů (3.3) a (3.5) dosazením hodnot z tab. 3.5 a tab. 3.7. Pro běžný filtr lze analyticky předpokládat součin roven 1, což platí i pro DFT.

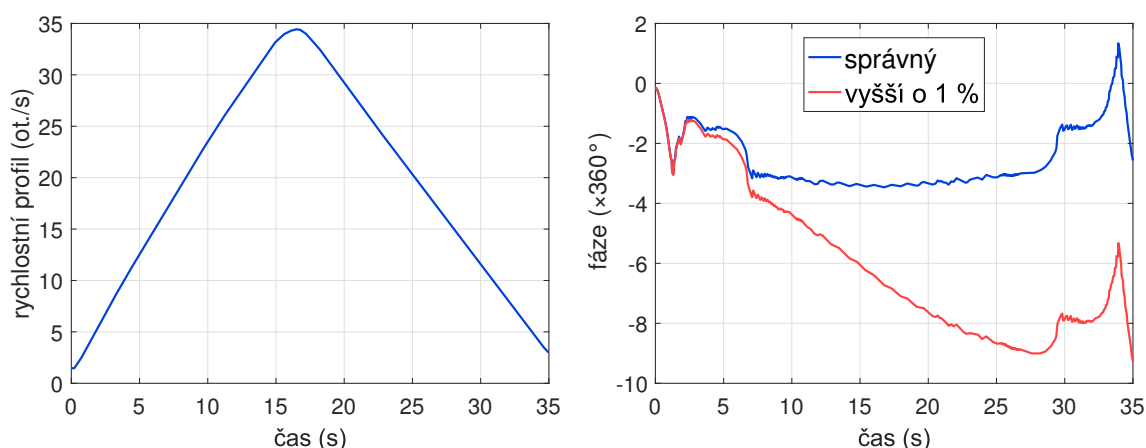
Rychlost náběhu je relevantní pouze v případě, že se amplituda získaného řádu mění. Pokud má řád časově stálou amplitudu, je relevantní pouze šířka pásma. Zmíněný součin obou veličin tak přestává platit. Rychlost náběhu lze proto v odůvodněných případech opomenout a filtr nastavovat pouze s ohledem na šířku pásma.

Bližší souvislosti je ale složité analyticky vyjádřit a konkrétní situaci tak lze lépe posoudit pomocí simulace, která určí vhodné nastavení filtru. Náznak takového postupu ukazuje Wang v [84]. Celý signál a signál filtrovaný pomocí VKF s různým nastavením šířky pásma zpracovává souběhovou filtrací a vzniklá řádová spektra odečte. Z takto vzniklého rezidua se vypočítá směrodatná odchylka a vybere se kombinace s nejnižší hodnotou – nejvýhodnější nastavení filtru. Vlastní způsob, který posuzuje vhodnost nastavení filtru pomocí simulovaných signálů, je popsán v kap. 4.

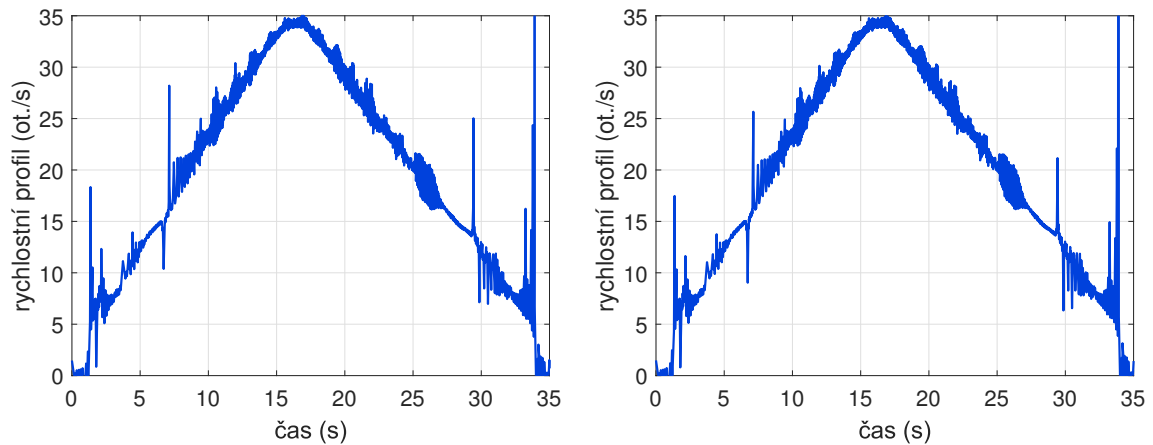
3.2.4 Fáze výstupu VKF2

Jak bylo uvedeno v kap. 1.2.4, fáze výstupu VKF2 je vztažena vůči rychlostnímu profilu. Z toho lze usoudit jeho správnost. Pokud je totiž nesouhlas frekvence rychlostního profilu a složky v signálu, výstupní fáze se liší od správné konstantní hodnoty -90° (tato hodnota je daná implementovaným výpočtem matice \mathbf{C} ze vztahu (1.18), kde rotující fázor začíná jako ryze imaginární číslo). Fáze se začne zvyšovat v případě, kdy složka v signálu „předbíhá“ rychlostní profil a naopak.

Výše uvedené dobře platí pro stacionární signály. Pro nestacionární platí také, ale situace je složitější kvůli rezonancím a ostatním složkám, které fázi ovlivňují



Obr. 3.8: Vliv správnosti rychlostního profilu (vlevo) na fázi výstupu VKF2 (vpravo). Při chybě rychlostního profilu (vyšší o 1 %) fáze systematicky klesá, pro správný rychlostní profil dochází jen k malým odchylkám, které jsou způsobené např. okolními složkami v signálu.



Obr. 3.9: Korekce rychlostního profilu podle fáze výstupu VKF2. Využity signály z předchozího obr. 3.8. Vlevo je výsledek postupu používajícího korektní rychlostní profil, vpravo je použit profil o 1 % vyšší. Je zřejmé, že výsledky jsou prakticky stejné, protože výstup závisí zejména na signálu.

také, protože fáze je dána jako součet složek, které spadají do propustného pásma filtru. I tak lze údaje použít k verifikaci správnosti určeného rychlostního profilu.

Ukázka takového nestacionárního případu je uvedena na obr. 3.8. Pokud je rychlostní profil nesprávný, v tomto případě je jeho hodnota o 1 % vyšší než správná, fáze výrazně klesá do záporných hodnot. Pro korektní rychlostní profil lze pozorovat také odchylky způsobené např. rezonancemi, ale není znatelný rostoucí ani klesající trend.

Tímto postupem by z principu bylo možné korigovat rychlostní profil, např. pokud vychází z poškozeného signálu tacho sondy. Pokud je totiž známá fáze výstupu, lze ji derivací převést na rychlostní profil, který udává rozdíl od profilu použitého při filtraci. Součtem s původním rychlostním profilem tak vzniká korigovaný rychlostní profil. Takový postup má ale problémy, protože fáze může být ovlivněna i okolními rušivými složkami signálu, což naopak způsobí poruchy rychlostního profilu. Zvýšením selektivity filtru (koeficientem r nebo volbou vyššího řádu filtru) je možné takové vlivy omezit, ale zmenší se tak maximální chyba profilu, kterou bude možné korigovat. Bez ohledu na to ale mohou odchylky vzniknout i v případě, kdy klesne amplituda sledované složky. Uvedené znázorňuje obr. 3.9, kde je zřejmé, že oproti rychlostnímu profilu získaném pomocí tacho sondy (3.8) je tento významně poškozen. Pokud je ale amplituda sledované složky výraznější oproti zbytku v okolí, může tento postup vést k lepším výsledkům. Profil lze také filtrovat, protože rušení domínuje ve významně vyšších frekvencích.

3.3 Poruchy rychlostního profilu

S použitím VKF se pojí i tvorba rychlostního profilu. Vstupní data jsou ale často poškozená a vyžadují předzpracování, aby bylo možné výsledný rychlostní profil využít. V některých případech nestačily funkce dostupné v používaném Sound and Vibration Toolkit⁶. Bylo proto nutné pro některé případy takové funkce vytvořit.

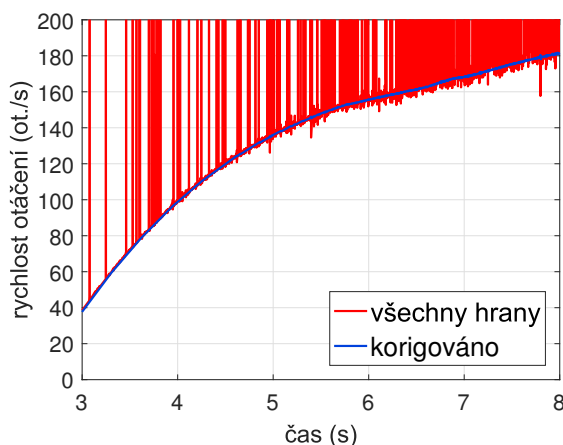
3.3.1 Odstranění nadbytečných hran

V některých případech je měření rychlosti pomocí inkrementálního snímače, tachosondy nebo indukčního snímače zatíženo rušením v podobě nadbytečných pulzů, které lokálně narušují rychlostní profil získaný z náběžných nebo sestupných hran signálu. Ukázka profilu vytvořeného z takto poškozeného tachosignálu je zobrazena např. na obr. 3.10. Pro zpracování naměřených hodnot je potřeba nadbytečné hrany odstranit a to automatizovaně, protože jejich počet může být velký. Kolísání nebo změna rychlosti otáčení ale tuto úlohu poměrně komplikuje. Následující text vychází z příspěvku [85].

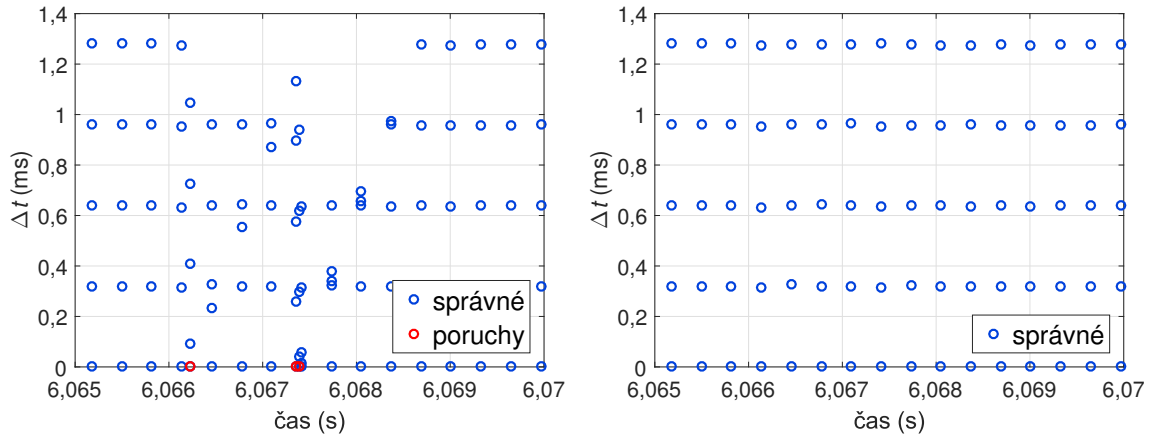
Jeden ze způsobů, který byl pro účely zpracování dat z experimentů pro tuto práci implementován, spočívá v nalezení všech hran (např. náběžných). Poté se uvažují 4 hrany (h_0 až h_3) a využívá se toho, že falešné hrany jsou v signálu navíc. Proto algoritmus pokusně přeskakuje hrany a hledá kombinaci, při které jsou časové intervaly mezi hranami nejrovnoměrnější – tato kombinace vybrala pouze korektní hrany a falešné přeskočila. Indexy hran h_2 až h_3 se systematicky posouvají a vyhodnocuje se kritérium

$$K = (k_1 - 1)^2 + (k_2 - 1)^2, \quad (3.6)$$

⁶<http://www.ni.com/product-documentation/7415/en/>



Obr. 3.10: Ukázka rychlostních profilů, které byly vytvořeny ze všech hran (červený průběh) nebo pouze s relevantními hranami (modrý průběh).



Obr. 3.11: Vizualizace nadbytečných hran pomocí diagramu zohledňujícího časové rozdíly mezi hranami. Vlevo je diagram s poruchami, vpravo bez nich.

kteří využívá poměry časů dvou posouvajících hran vůči referenčnímu času mezi hranami h_0 a h_1 podle vztahů

$$k_1 = \frac{h_2 - h_1}{h_1 - h_0} = \frac{x_{21}}{x_{10}}, \quad (3.7)$$

$$k_2 = \frac{h_3 - h_2}{h_1 - h_0} = \frac{x_{32}}{x_{10}}. \quad (3.8)$$

Hrany h_2 a h_3 se posouvají o zadaný maximální počet falešných hran a hledá se kombinace s nejmenší hodnotou kritéria K , která odpovídá kombinaci bez falešné hrany. Celkem je těchto kombinací $(C + 1)^2$, kde C značí maximální počet falešných hran mezi dvěma sousedními hranami.

Popsaná metoda spoléhá na to, aby při začátku výpočtu nebyla mezi hranami h_0 a h_1 žádná porucha. Poté dokáže úspěšně odfiltrovat falešné hrany. Vizualizaci takového případu ukazuje diagram na obr. 3.11, který ve vertikální ose ukazuje časové rozdíly mezi aktuální a předchozími hranami. Na obrázku vpravo jsou již rozdíly časů srovnatelné, testovaná sekvence hran tedy neobsahuje žádnou falešnou hranu. Pokud nelze podmínku pro hrany h_0 a h_1 zaručit, lze počítat vzájemné poměry trvání několika po sobě jdoucích hran a testovat, zdali součet těchto poměrů nepřekročí uživatelem nastavenou mez.

Mezi výhody lze počítat i fakt, že tato metoda zachovává počet hran (i když budou dvě hrany velmi blízko, tak vybere pouze jednu z nich). V případě poruchy pak nevznikne lokální porucha v rychlostním profilu. To je výhodné v případě detekce jedné i více hran na otáčku. Poměrně velká nevýhoda uvedeného postupu je nefunkčnost při chybějící hraně. Pokud bude chybět např. 1 hrana, algoritmus prohlásí za řešení posloupnost hran, které vytvoří rychlostní profil o poloviční rychlosti než je správná.

3.3.2 Ošetření chybějících hran

Stejně jako v případě nadbytečných hran rozebraném v předchozí kapitole, je i opak častou komplikací, kterou je nutné řešit při získávání rychlostního profilu. V tomto případě se ale jedná o složitější problém, protože část informace skutečně chybí.

Tato myšlenka, byť nebyla implementována, spočívá v použití úplně stejného postupu jako toho uvedeného v kap. 3.3.1 s tím rozdílem, že chybějící hrany budou pokusně přidávány a bude hledána taková posloupnost, která povede k nejlepší hodnotě kritéria „rovnoměrnosti hran“.

Postup ale logicky nebude fungovat jak během rozjíždění z nulové rychlosti otáčení, tak při brzdění do úplného zastavení (to platí i pro metodu řešící nadbytek hran). I tak lze rozšířit oblast, kterou dokáže algoritmus vyřešit. Omezí se tak časově náročná ruční korekce, která je navíc chybová.

4 Porovnání VKF s ostatními metodami

Porovnání s Gaborovou řádovou analýzou provedl Qian [86]. Dle jeho závěrů jsou výsledky VKF a GOT srovnatelné. Domnívá se ale, že GOT poskytuje hladší výstup, který je přehlednější.

Pan v [27, 28] porovnává Gaborovu řádovou analýzu s VKF2 při křížování řádů. VKF2 dosahuje lepších výsledků co se týče věrohodnosti získané obálky při křížování řádů (ukazuje na přechodu přes rezonanci) pro blízké řády. Zmiňuje ale velkou (zhruba 10násobnou) výpočetní náročnost VKF2. Rozdíly ve tvaru filtrovaného signálu nejsou zásadní (to, že se výstup moc neliší, souhlasí s [86]).

Gade v [87] ukazuje, že VKF2 má v porovnání s COT lepší schopnost sledovat řád při velkých změnách rychlosti, ale je nutné vhodně zvolit šířku pásma filtru, jinak velká doba náběhu filtru degraduje výsledky.

Některé články porovnávají metody na nestacionárních signálech nebo na signálech, které nereflektují reálné nasazení porovnávaných metod. Výsledky tak mohou být zkreslené či záměrně upravené tak, aby demonstrovaly výhodu některé z metod, která ve skutečnosti není příliš výhodou.

4.1 Metodika porovnání

K porovnání mezi metodami řádové analýzy je potřeba signál nestacionárního charakteru, ve kterém budou pomalé i rychlé změny frekvence a tyto změny by ještě k tomu měly být v co největším rozsahu. Proměnná by měla být i amplituda, u které by se navíc mělo uvažovat i o šumu a případně i jiných harmonických nebo rezonancích.

Byly proto navrženy tyto testovací signály:

1. **Jeden řád** Jedná se o frekvenčně a amplitudově modulovaný sinusový signál

$$s(t) = a(t) \sin(2\pi t f(t)) , \quad (4.1)$$

jehož okamžitou frekvenci $f(t)$ (obr. 4.1 vlevo) vyjadřuje rovnice

$$f(t) = \begin{cases} f_1 & t < t_1 \\ f_1 + (f_2 - f_1) \sin^2\left(\frac{\pi(t - t_1)}{t_2 - t_1}\right) & t_1 \leq t < t_2 \\ f_1 & t \geq t_2 \end{cases} , \quad (4.2)$$

průběh amplitudy $a(t)$ (obr. 4.1 vpravo) je lineární

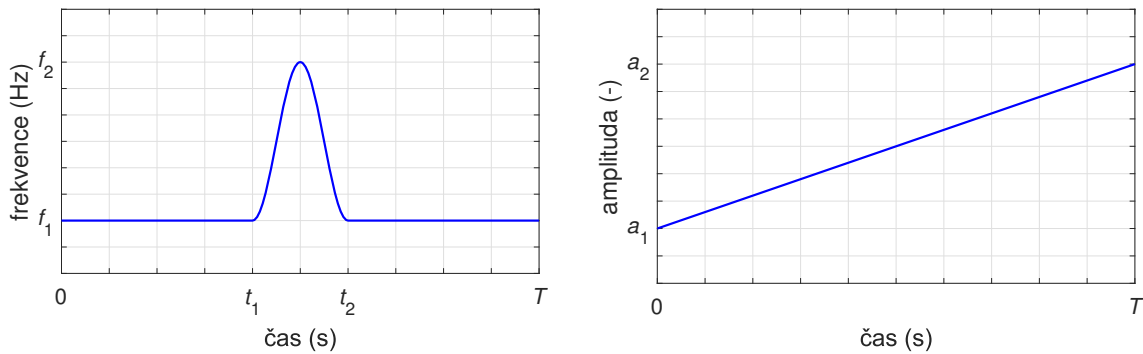
$$a(t) = a_1 + \frac{a_2 - a_1}{T} t . \quad (4.3)$$

Navíc je signál obohacen o bílý šum se $\text{SNR} = 0$ dB.

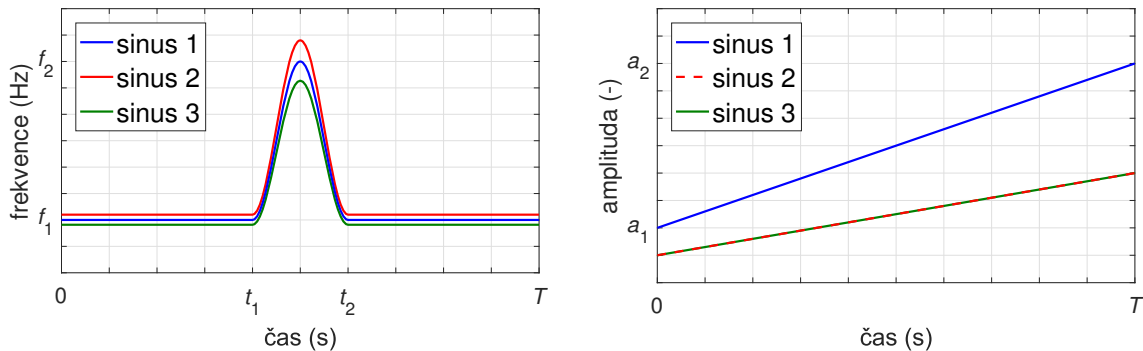
2. **Blízké řády** Vzniká kombinací 3 průběhů signálu č. 1 (obr. 4.2), kdy jeden přesně odpovídá (sinus 1) a ostatní dva (sinus 2 a 3) mají frekvenci lišící se o 10 % a poloviční amplitudu. Bílý šum se $\text{SNR} = 0 \text{ dB}$ je vztažen k sinus 1.
3. **Křížující se řády** Vytvořen doplněním signálu č. 1 rezonancí na frekvenci rovné aritmetickému průměru minimální a maximální frekvence

$$f_r = \frac{f_1 + f_2}{2}, \quad (4.4)$$

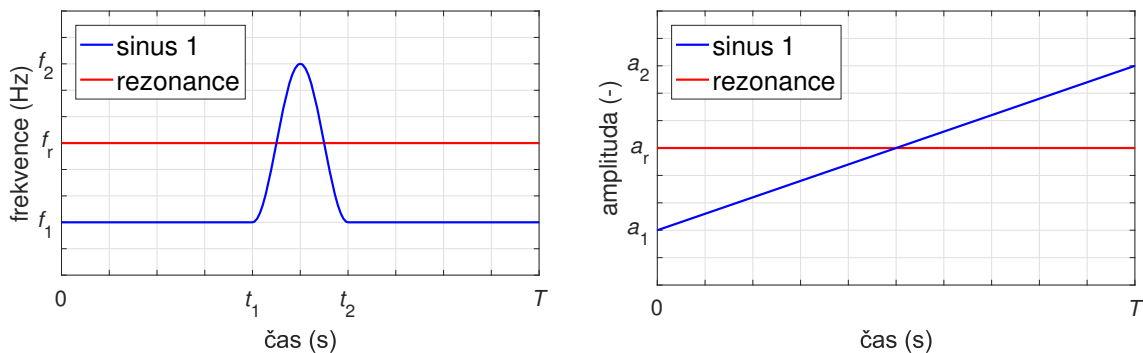
amplituda rezonance je počítána obdobně. Průběhy jsou zobrazeny na obr. 4.3. Šum je shodný s tím v signálu č. 1, tzn. bílý šum se $\text{SNR} = 0 \text{ dB}$.



Obr. 4.1: Průběhy frekvence a amplitudy testovacího signálu č. 1.



Obr. 4.2: Průběhy frekvence a amplitudy testovacího signálu č. 2.



Obr. 4.3: Průběhy frekvence a amplitudy testovacího signálu č. 3.

Postupně bude na všechny 3 testovací signály aplikována každá z popsaných metod s parametry nastavenými tak, aby bylo dosaženo pokud možno optimálních výsledků. Pro porovnání bylo zvoleno kritérium J_o uvažující kvadratickou odchylku obálky výstupního signálu o_s od referenční amplitudy o_r testovacího signálu, které lze interpretovat také jako efektivní hodnotu rozdílu obálek podle vztahu

$$J_o = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (o_{s,i} - o_{r,i})^2}{N}}, \quad (4.5)$$

kde N značí počet vzorků signálu. Všechny signály obsahují bílý šum stejné realizace, aby bylo možné provést přímé porovnání mezi metodami (šum může mít vliv na konkrétní hodnotu kritéria ze vztahu (4.5)).

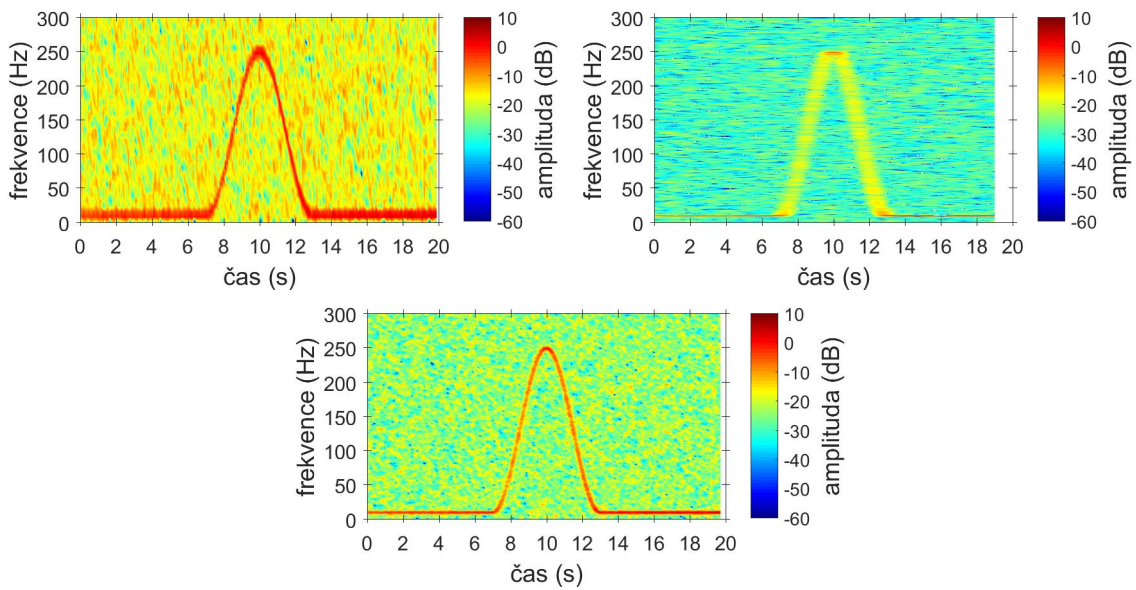
V případě metod VKF1 a GOT, které mají výstup v podobě časového signálu, je obálka získána aplikací Hilbertovy transformace, jak již bylo popsáno vzorcem (1.24). COT má výstup v podobě spektrogramu, k dalšímu zpracování bude použita složka odpovídající 1. řádu. Výstup je závislý na délce okna, proto je nutné jej převzorkovat na vzorkovací frekvenci signálu. Vlivem okna a požadovaného rozlišení v řádech také výstup nemusí pokrývat celý časový rozsah testovacího signálu, do porovnání podle vztahu (4.5) bude proto uvažován pouze takto omezený rozsah bez korekce. STFT neumožňuje získat ani časový průběh ani obálku, výstup této metody bude proto uveden pouze informativně, aby jej bylo možné alespoň subjektivně porovnat s ostatními metodami.

Rychlostní profil bude vytvořen přímo ze simulovaných dat, aby se neprojevil nežádoucí nepřesnosti vzniklé použitou metodou zpracování nebo typem snímače rychlosti otáčení. Vliv chyby vzniklé posunem rychlostního profilu bude řešen v samostatné části této kapitoly.

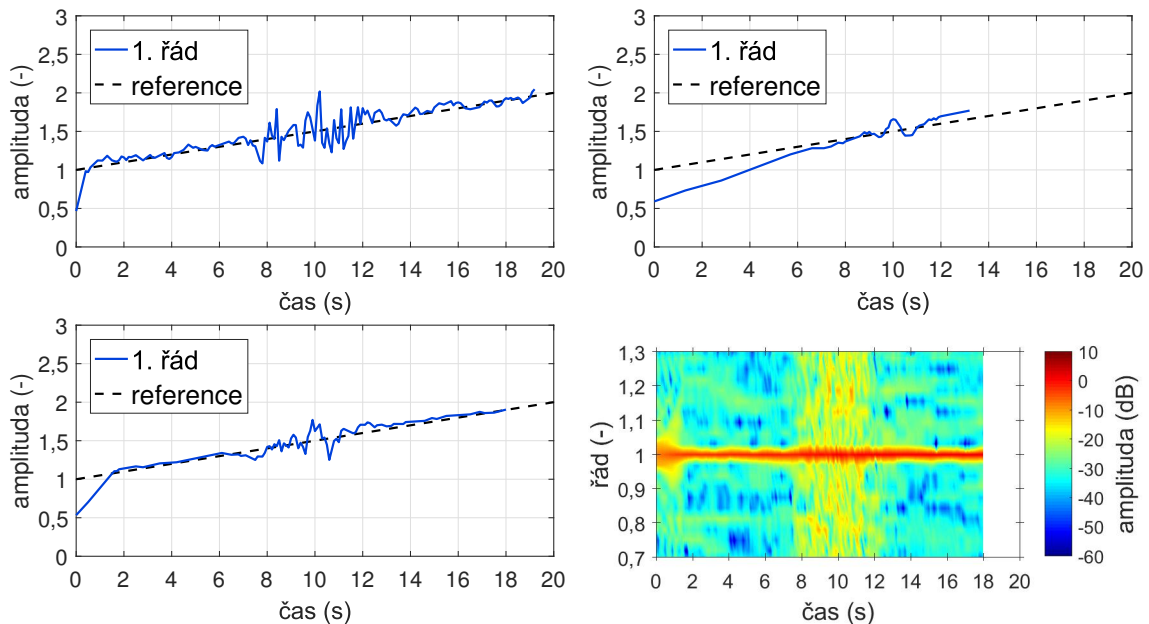
4.2 Výsledky porovnání

Výsledky jsou demonstrovány na signálech s parametry $f_{vz} = 1024$ Hz, $T = 20$ s, $t_1 = 7$ s, $t_2 = 13$ s, $f_1 = 10$ Hz, $f_2 = 250$ Hz, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ (obr. 4.1), $f_r = 130$ Hz, $a_r = 1,5$ (obr. 4.3) a $SNR = 0$ dB. Při filtraci více řádů pomocí VKF byl výpočet metodou PCG2 ukončen, pokud byla odchylka menší než 10^{-12} .

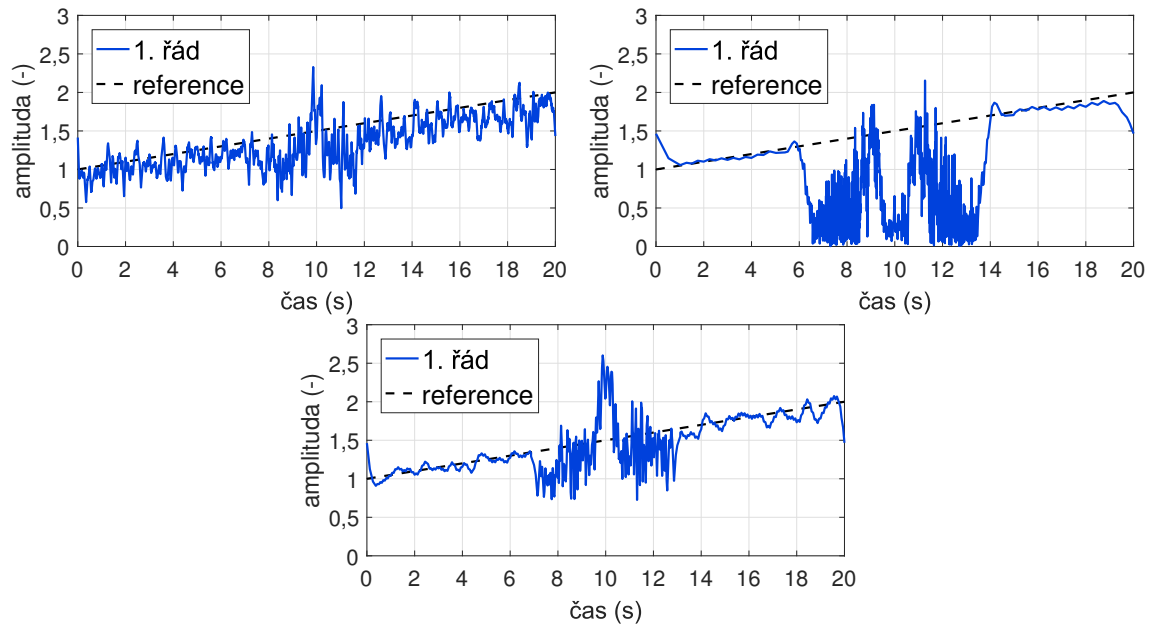
1. testovací signál (jeden řád) STFT umožňuje získat obecnou představu o složkách obsažených v signálu (obr. 4.4). Hlavním parametrem je délka okna, dále také typ okna, které je zde Hannovo. Dále je zvolena velikost posunu okna 0,1 s. Délku okna nelze zvolit globálně správně, protože velmi záleží na typu signálu, volba je tak iterativní záležitostí. I tak ale nelze přesně identifikovat všechny komponenty s uspokojivou přesností. Navíc pokud je signál slabý, může být maskovaný v šumu. Příliš



Obr. 4.4: Výsledek po použití metody STFT na testovacím signálu č. 1. Vlevo nahoře je použito příliš krátké Hannovo okno (125 ms), vpravo nahoře příliš dlouhé (2 s), dole je vhodná délka okna (0,5 s).



Obr. 4.5: Výsledek po použití metody COT na testovacím signálu č. 1. Vlevo nahoře je použito příliš krátké obdélníkové okno (8 otáček), vpravo nahoře příliš dlouhé (128 otáček), vlevo dole je vhodná délka okna (32 otáček), vpravo dole je zobrazeno okolí 1. řádu v řádivém spektrogramu.



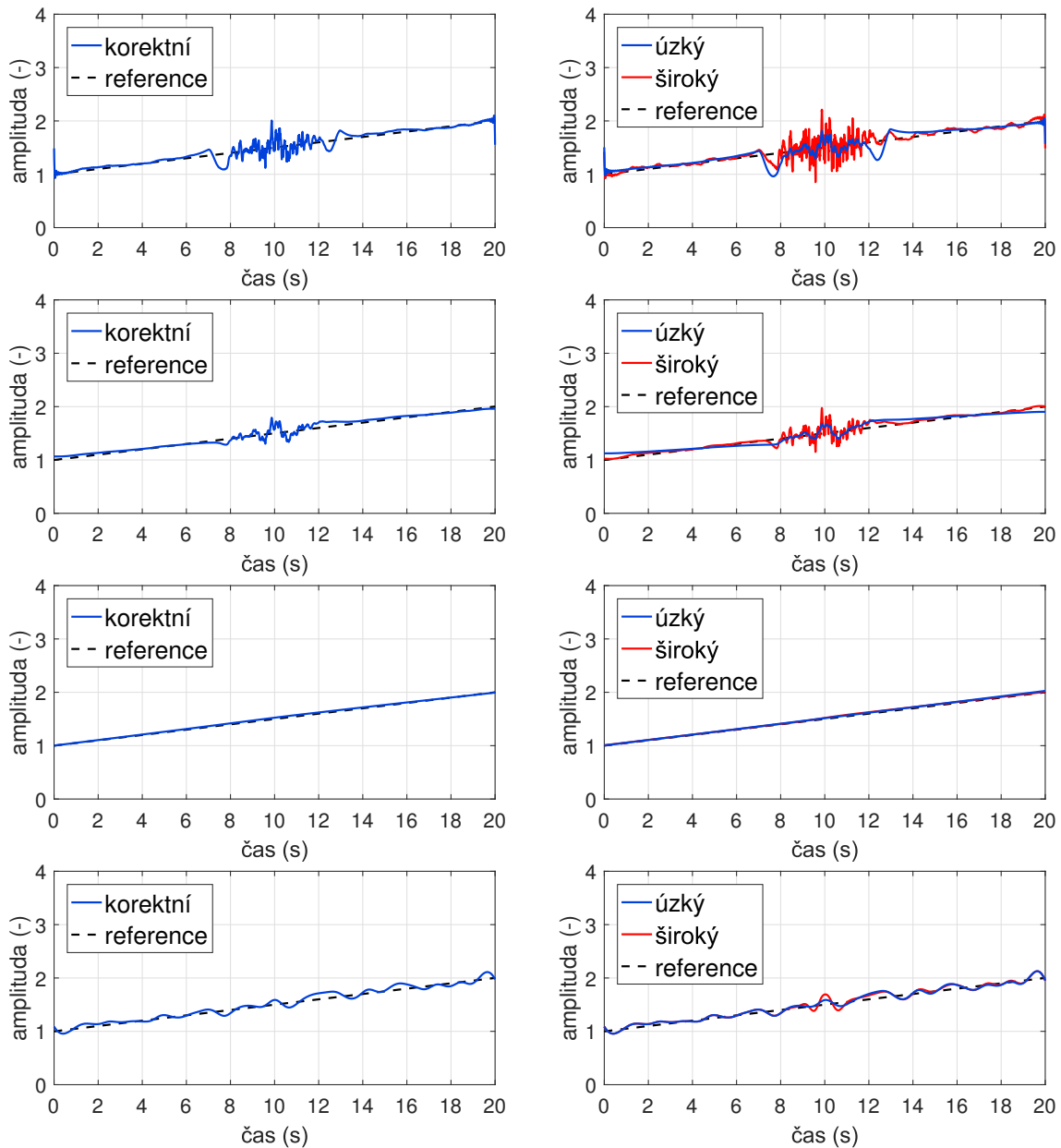
Obr. 4.6: Výsledek po použití metody GOT na testovacím signálu č. 1. Vlevo nahoře je použito příliš krátké Gaussovo okno (125 ms), vpravo nahoře příliš dlouhé (2 s), dole je vhodná délka okna (0,5 s). Šířka pásma je 0,05 řádu.

krátké okno způsobí nemožnost detekce blízkých řádů kvůli malému frekvenčnímu rozlišení (obr. 4.4 vlevo nahoře), příliš dlouhé okno sice umožní detekci blízkých řádů, ale selhává při změně frekvence kvůli špatnému časovému rozlišení (obr. 4.4 vpravo nahoře). Kompromis v délce okna sice nedokáže uspokojit oba požadavky, ale umožňuje získat alespoň základní představu o obsažených složkách v signálu (obr. 4.4 dole).

Nastavení metody COT je obdobné STFT, ale okno se volí obdélníkové (korektním převzorkováním na konstantní úhlový přírůstek nemůže dojít k chybě únikem). Vybráním odpovídající řádové složky z řádového spektrogramu (obr. 4.5 vpravo dole) lze přepočtem z logaritmické míry získat její obálku. Výběrem příliš krátkého okna (obr. 4.5 vlevo nahoře) lze korektně sledovat trend, ale ve výstupu je patrný šum a náchylnost na velkou změnu frekvence (malé řádové rozlišení). Příliš dlouhé okno (obr. 4.5 vpravo nahoře) má problém se schopností sledovat trend a navíc způsobí i omezení délky výstupního signálu, protože okno se aplikuje na velký počet otáček (kvůli velkému řádovému rozlišení). Korektní délka okna (obr. 4.5 vlevo i vpravo dole) je vhodným kompromisem. Délka okna má vliv na zkreslení na začátku a konci signálu. Na začátku způsobí použitá funkce rampovitý náběh, na konci ořezání; obojí odpovídá polovině délky okna vyjádřené vztahem

$$t_{\text{zkres}} = \frac{l_{\text{okno}}}{2f_1} = \frac{8}{2 \cdot 10} = 0,4 \text{ s}, \quad (4.6)$$

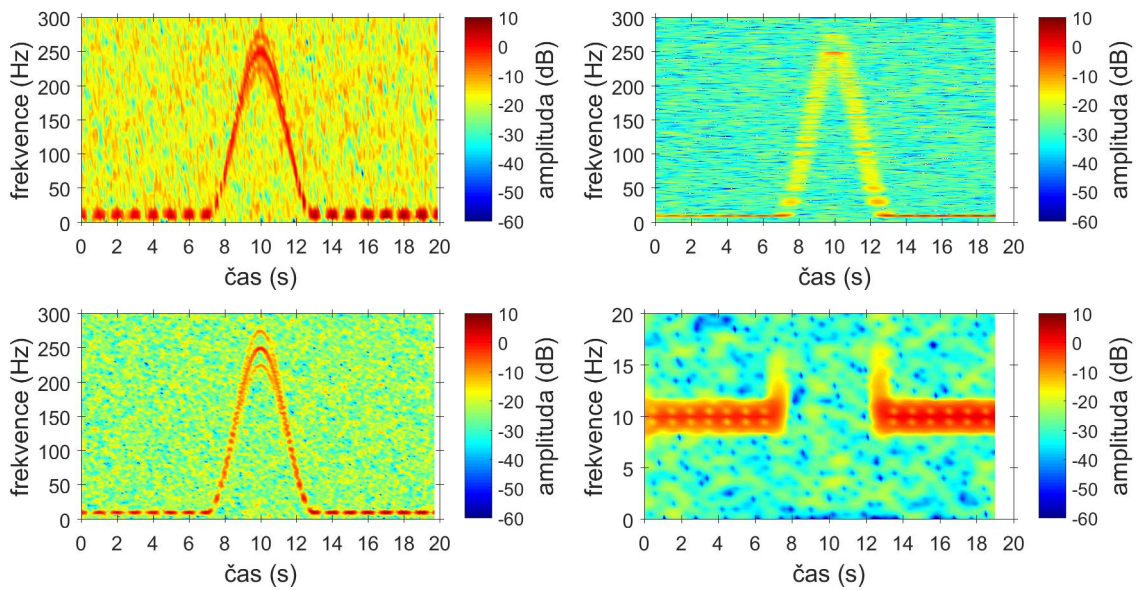
kde l_{okno} značí délku okna v počtu otáček a f_1 značí frekvenci otáčení pro daný



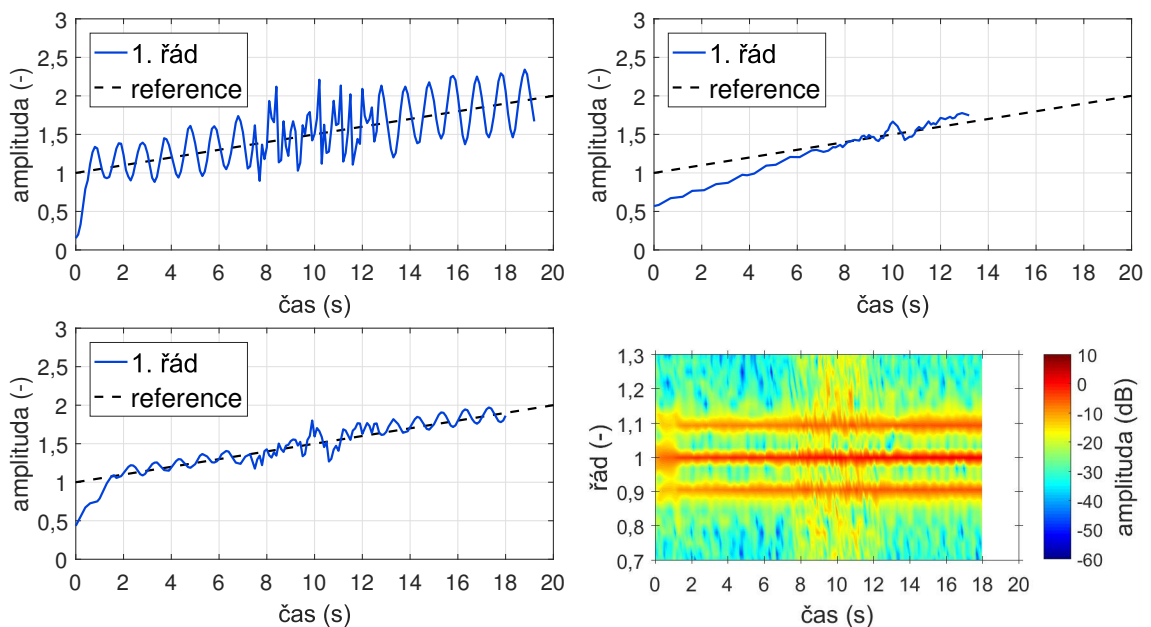
Obr. 4.7: Výsledek po použití různých typů VKF (shora VKF1, VKF2 1. řádu, VKF2 2. řádu a VKF2 3. řádu) na testovacím signálu č. 1. Vlevo jsou výsledky pro korektní nastavení šířek pásem, vpravo pro úzká a široká pásma.

úsek. Konkrétně dosazené hodnoty odpovídají krátkému oknu z obr. 4.5, dalším kombinacím odpovídají časy 1,6 s (optimální délka okna) a 6,4 s (dlouhé okno).

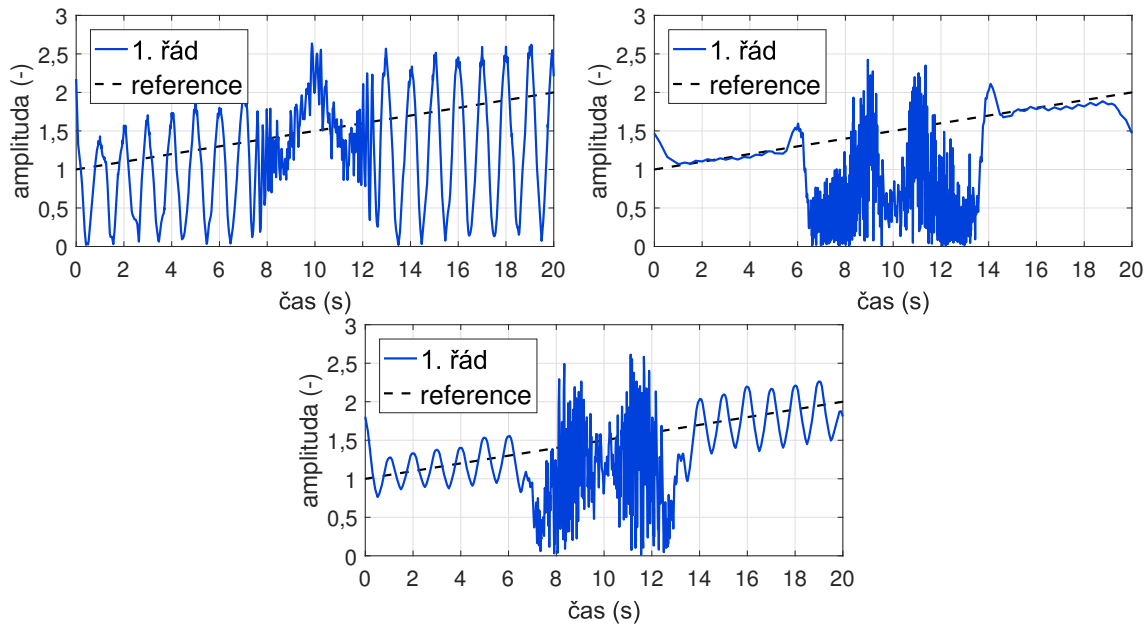
Metoda GOT má volitelné parametry okna (zde zvoleno Gaussovo okno s různými délkami), šířka pásma je konstantní pro všechny kombinace a to 0,05 řádu. Posun okna není v použité funkci možné nastavit. Volbou příliš krátkého okna (obr. 4.6 vlevo nahoře) sice metoda reaguje dobře na změny frekvence, ale je výrazně náchylná na šum a trend amplitudy sleduje s mírnými nedostatky. Dlouhé



Obr. 4.8: Výsledek po použití metody STFT na testovacím signálu č. 2. Vlevo nahoře je použito příliš krátké Hannovo okno (125 ms), vpravo nahoře příliš dlouhé (2 s), vpravo dole je detail dlouhého okna, vlevo dole je vhodná délka okna (0,5 s).



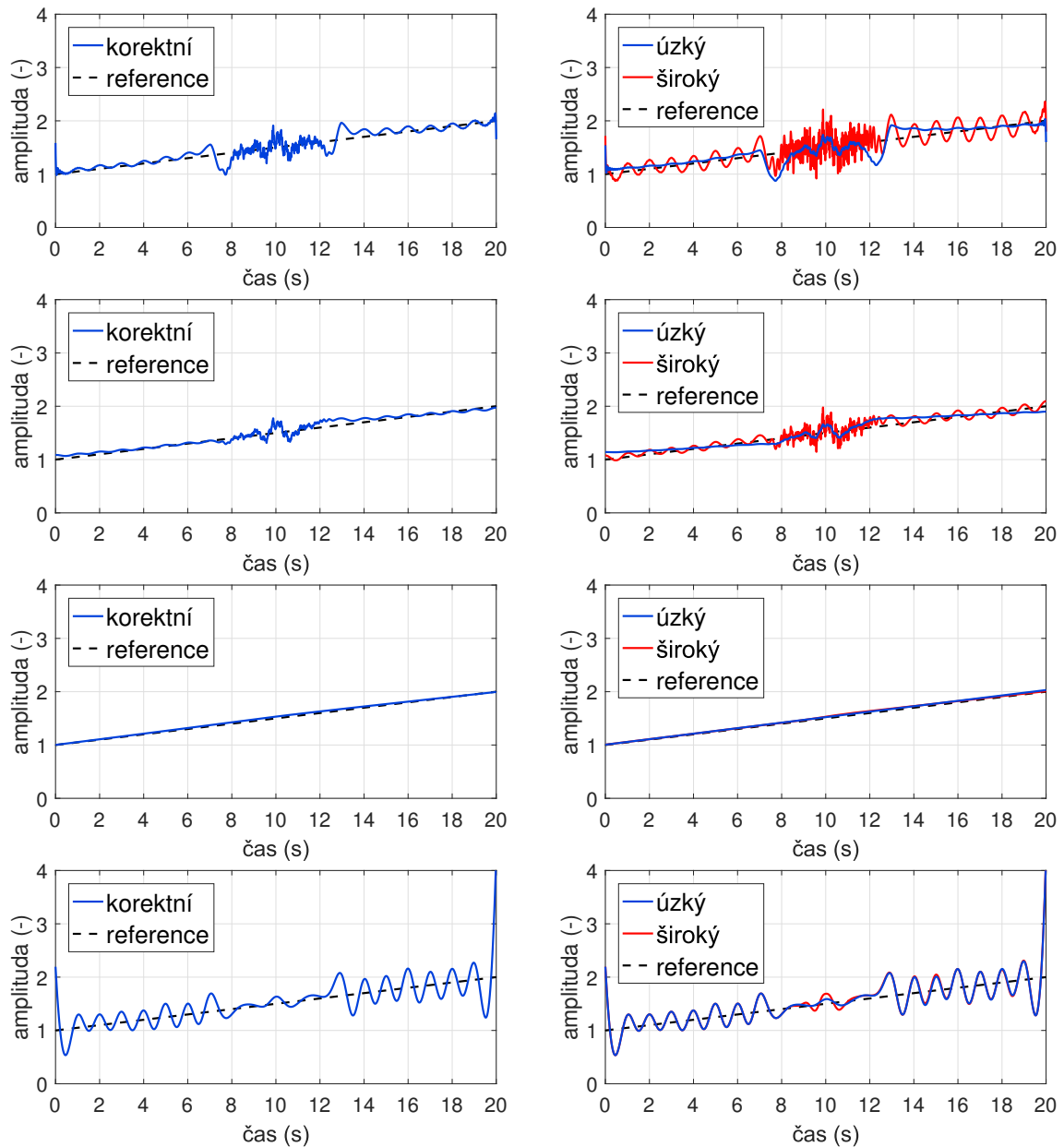
Obr. 4.9: Výsledek po použití metody COT na testovacím signálu č. 2. Vlevo nahoře je použito příliš krátké obdélníkové okno (8 otáček), vpravo nahoře příliš dlouhé (128 otáček), vlevo dole je vhodná délka okna (32 otáček), vpravo dole je zobrazeno okolí 1. řádu v řádivém spektrogramu.



Obr. 4.10: Výsledek po použití metody GOT na testovacím signálu č. 2. Vlevo nahoře je použito příliš krátké Gaussovo okno (0,25 s), vpravo nahoře příliš dlouhé (2 s), dole je vhodná délka okna (1 s). Šířka pásma je 0,05 řádu.

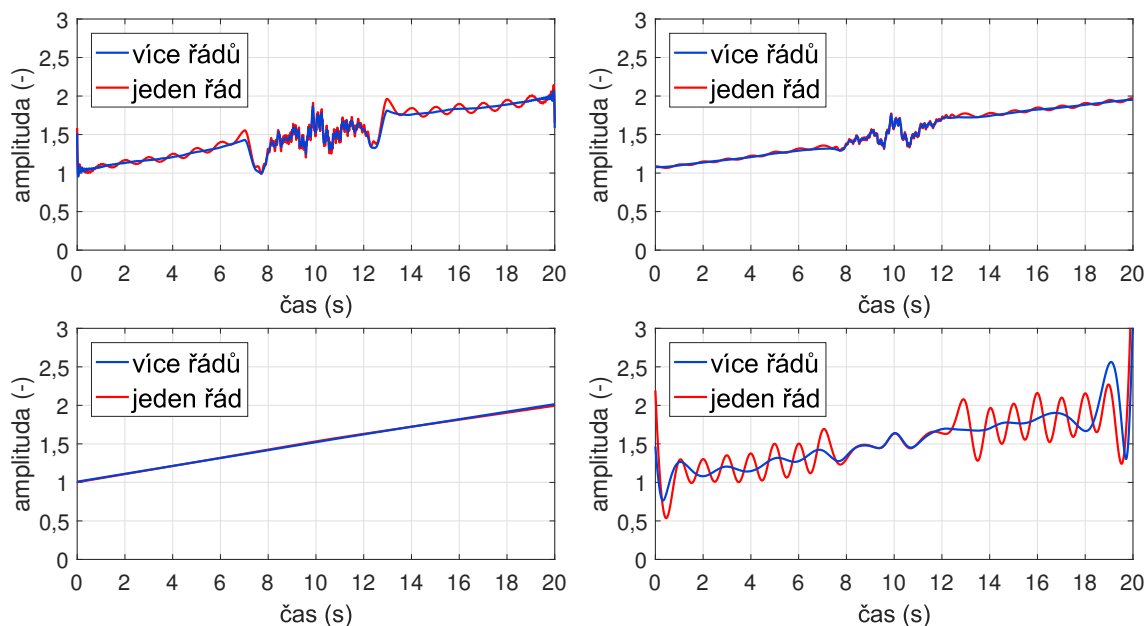
okno (obr. 4.6 vpravo nahoře) dokáže sledovat trend amplitudy (navíc bez náchylnosti na šum), ale výrazně selhává při změně frekvence. Použitím vhodně nastaveného okna (obr. 4.6 dole) přetrvává problém s reakcí na rychlé změny frekvence, ale trend amplitudy je sledován relativně dobře a není patrný ani přílišný šum.

Vold-Kalmanův filtr je zde použit ve 4 variantách – 1. generace a 2. generace řádu 1 až 3, jak ukazuje obr. 4.7. Nastavuje se pouze šířka pásma, a to relativně vůči centrální frekvenci filtru. Optimální nastavení probíhalo iterativně zkoušením různých procentuálních šířek pásma podle vztahů uvedených v kap. 3.2.1 s omezením koeficientu r na bezpečné hodnoty podle tab. 3.1. Poté byla vybrána nejlepší varianta. Je zřejmé (průběhy vlevo na obr. 4.7), že VKF1 sleduje amplitudu velmi dobře, poruchy vznikají v oblastech rychlé změny frekvence, a to zejména v časech 7–13 s, náchylnost na šum není znatelná. Zákmity na začátku a konci signálu způsobuje Hilbertova transformace, pomocí které se převádí časový signál na obálku. VKF2 1. řádu dosahuje lepších výsledků co do hladkosti amplitudy, VKF2 2. řádu je na tom nejlépe, pouze na výstupu VKF2 3. řádu je znatelné zvlnění způsobené šumem. Při zvětšení nebo zmenšení šířky pásma na dvojnásobek či polovinu (průběhy vpravo na obr. 4.7) je patrné, že úzkopásmový filtr umožňuje omezit šum, ale hůře sleduje amplitudu a naopak. VKF2 2. a 3. řádu jsou nastaveny s tak úzkou šířkou pásma, že změna na polovinu či dvojnásobek nehraje významnou roli. Konkrétní hodnoty šířek pásem filtrů jsou uvedeny v tab. 4.1.

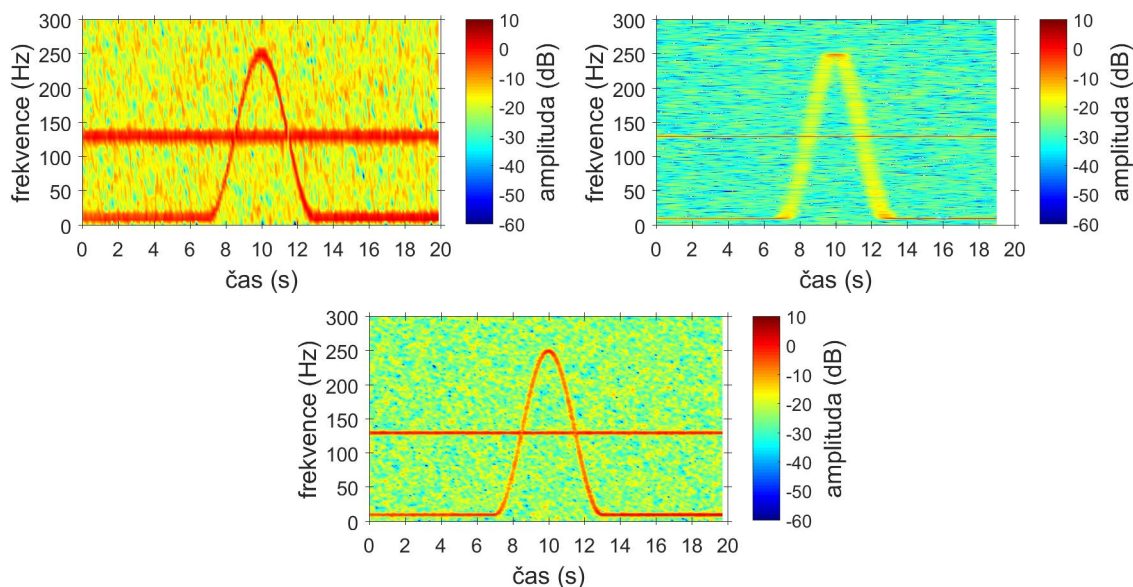


Obr. 4.11: Výsledek po použití různých typů VKF (shora VKF1, VKF2 1. řádu, VKF2 2. řádu a VKF2 3. řádu) na testovacím signálu č. 2. Vlevo jsou výsledky pro korektní nastavení šířek pásem, vpravo pro úzká a široká pásma.

2. testovací signál (blízké řády) STFT stejně jako na předchozím signálu umožňuje získat obecnou představu o složkách obsažených v signálu (obr. 4.8). Spektrogramy ale výrazně poškozují viditelný záznamový efekt viditelný zejména na nižších frekvencích (obr. 4.8 vlevo). Teoreticky je k oddělení blízkých řádů na nejnižší frekvenci 10 Hz potřeba okno dlouhé minimálně 2 s, ale ani v detailu (obr. 4.8 vpravo dole) není oddělení patrné a nízké časové rozlišení znemožňuje současné použití při větší změně frekvence.



Obr. 4.12: Ukázka vlivu filtrace vící řádů najednou pro různé typy VKF (VKF1 vlevo nahoře, VKF2 1. řádu vpravo nahoře, VKF2 2. řádu vlevo dole a VKF2 3. řádu vpravo dole) na testovacím signálu č. 2. Oproti filtraci jednoho řádu je dosaženo lepších výsledků, viditelné to je zejména na potlačení zánějového efektu.



Obr. 4.13: Výsledek po použití metody STFT na testovacím signálu č. 3. Vlevo nahoře je použito příliš krátké Hannovo okno (125 ms), vpravo nahoře příliš dlouhé (2 s), dole je vhodná délka okna (0,5 s).

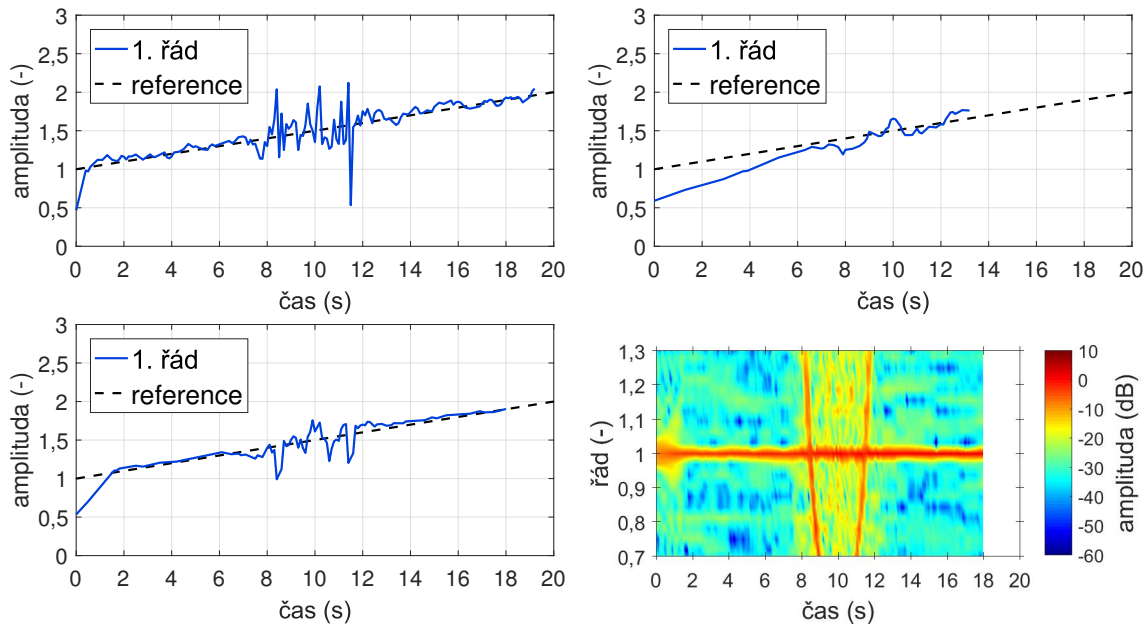
Metoda COT dokáže díky převzorkování na konstantní úhlový přírůstek oddělit blízké řády v celé oblasti (obr. 4.9 vpravo dole). Obálka odpovídající řádu 1 při vhodném nastavení (obr. 4.9 vlevo dole) poskytuje věrnou představu o vývoji amplitudy řádu, i když je viditelný také mírný záznějový efekt. Dále je začátek zkreslen náběhem o trvání asi 1,6 s a konec je ořezán. Volbou krátkého okna (obr. 4.9 vlevo nahoře) se do výstupu dostanou i okolní řády, což způsobí výrazný záznějový efekt. Naopak výběrem dlouhého okna (obr. 4.9 vpravo nahoře) záznějový efekt prakticky zmizí, ale zvýrazní se omezení na začátku a konci signálu. Schopnost reakce na rychlou změnu frekvence, která je daná zejména kvalitou převzorkování, je při všech zobrazených délkách okna dobrá.

GOT při získávání řádu v okolí blízkých řádů výrazně selhává z důvodů zmíněných u metody STFT, ze které vychází. Při nejlépe zvolené délce okna (obr. 4.10 dole) je viditelný rušivý záznějový efekt při malých změnách frekvence, při velkých změnách (čas 7–13 s) zase ruší neschopnost sledovat korektně amplitudu řádu. Výběrem krátkého okna (obr. 4.10 vlevo nahoře) záznějový efekt přehluší užitečnou část signálu, dojde ale k potlačení šumu při velkých změnách frekvence. Ani tak ale není v tomto úseku sledování amplitudy korektní. Výběrem dlouhého okna (obr. 4.10 vpravo nahoře) je umožněno sledování trendu amplitudy pouze v oblasti malých změn frekvence, ve zbytku je viditelný pouze šum.

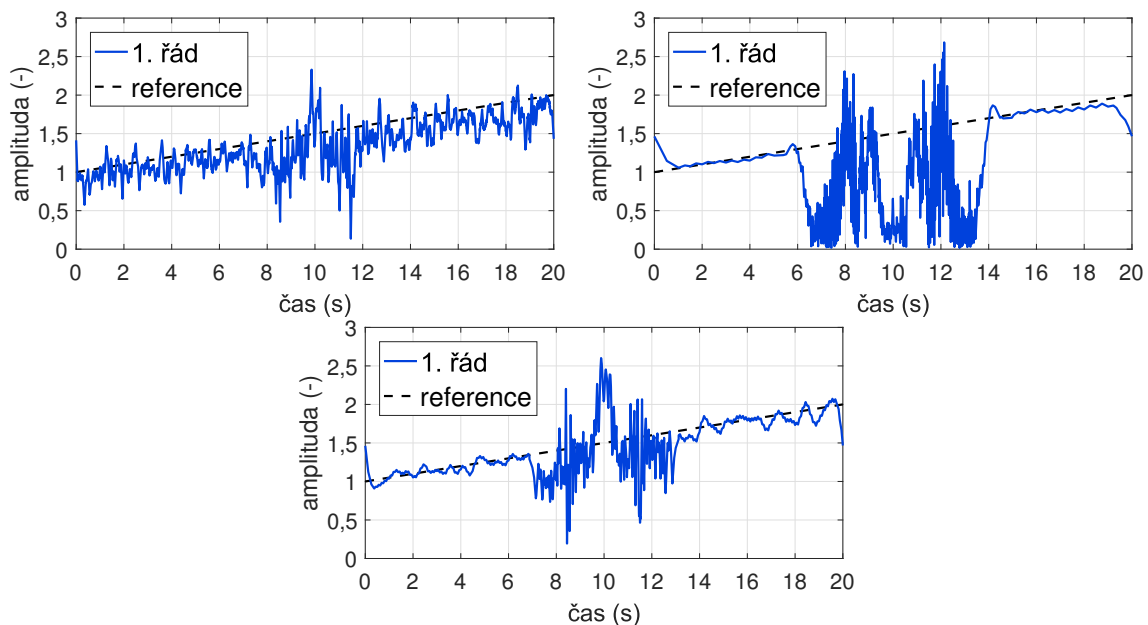
Výstup různých typů VKF je velmi podobný jako u předcházejícího signálu. VKF1 je náchylné na záznějový efekt (obr. 4.11 vlevo nahoře) stejně jako VKF2 3. řádu (obr. 4.11 vlevo dole), kde je navíc znatelnější vliv šumu při změně frekvence. Nejlepší výsledky podává VKF2 2. řádu (obr. 4.11 3. shora vlevo), výstup VKF2 1. řádu je obdobný, jen obsahuje větší zkreslení v oblasti rychlé změny frekvence (obr. 4.11 2. shora vlevo). Záznějový efekt daný blízkostí řádů lze pomocí VKF řešit, a to namodelováním všech řádů (jmenovitě řády 1, 0,9 a 1,1) a provedení filtrace těchto řádů najednou. Výhody takového postupu oproti jednoduché filtraci ukazuje obr. 4.12 (použito stejné nastavení jako v jednoduché filtraci – tab. 4.1), kde je zřejmé omezení záznějového efektu téměř na neznatelnou úroveň, i když u VKF2 3. řádu jsou výsledky stále nejméně uspokojivé. K filtraci více řádů byla použita metoda PCG2, výpočetní náročnost je přibližně 15–20krát vyšší oproti jednoduché filtraci (tab. 4.3). Výrazně náročnější je výpočet VKF2 3. řádu.

3. testovací signál (křížující se řády) STFT opět umožňuje získat jasnou představu o složkách v signálu (obr. 4.13 dole), navíc zde nevzniká problém s blízkými řády. Delší okno (obr. 4.13 vpravo nahoře) se může hodit k přesnějšímu odhadu hodnoty rezonanční frekvence.

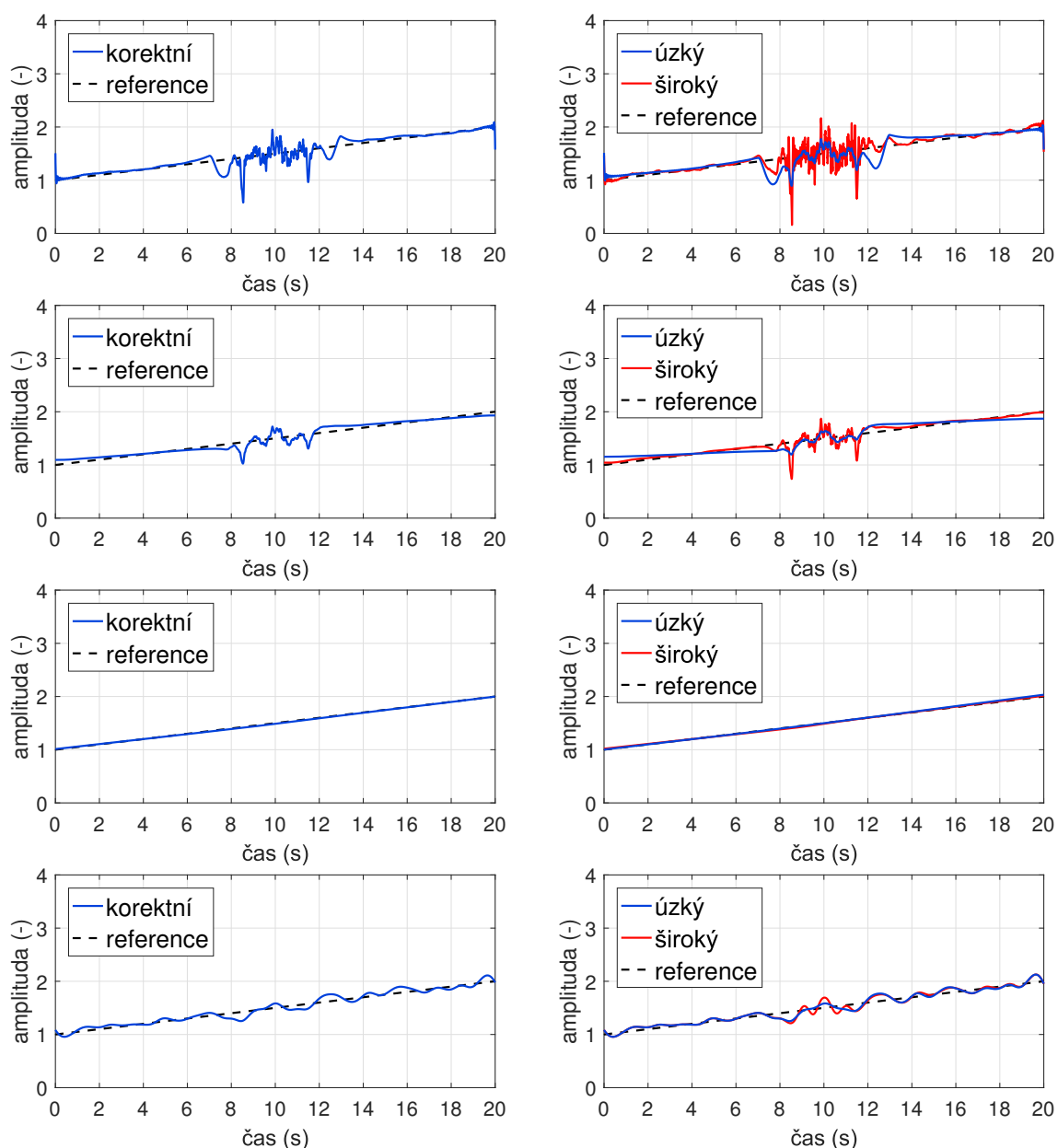
Metoda COT (obr. 4.14) poskytuje výstup prakticky shodný s výstupem pro signál 1 (obr. 4.5). Jediný rozdíl je pouze v místech protnutí řádů (časy 8,5 a 11,5 s),



Obr. 4.14: Výsledek po použití metody COT na testovacím signálu č. 3. Vlevo nahoře je použito příliš krátké obdélníkové okno (8 otáček), vpravo nahoře příliš dlouhé (128 otáček), vlevo dole je vhodná délka okna (32 otáček), vpravo dole je zobrazeno okolí 1. řádu v řádivém spektrogramu.



Obr. 4.15: Výsledek po použití metody GOT na testovacím signálu č. 3. Vlevo nahoře je použito příliš krátké Gaussovo okno (125 ms), vpravo nahoře příliš dlouhé (2 s), dole je vhodná délka okna (0,5 s). Šířka pásma je 0,05 řádu.

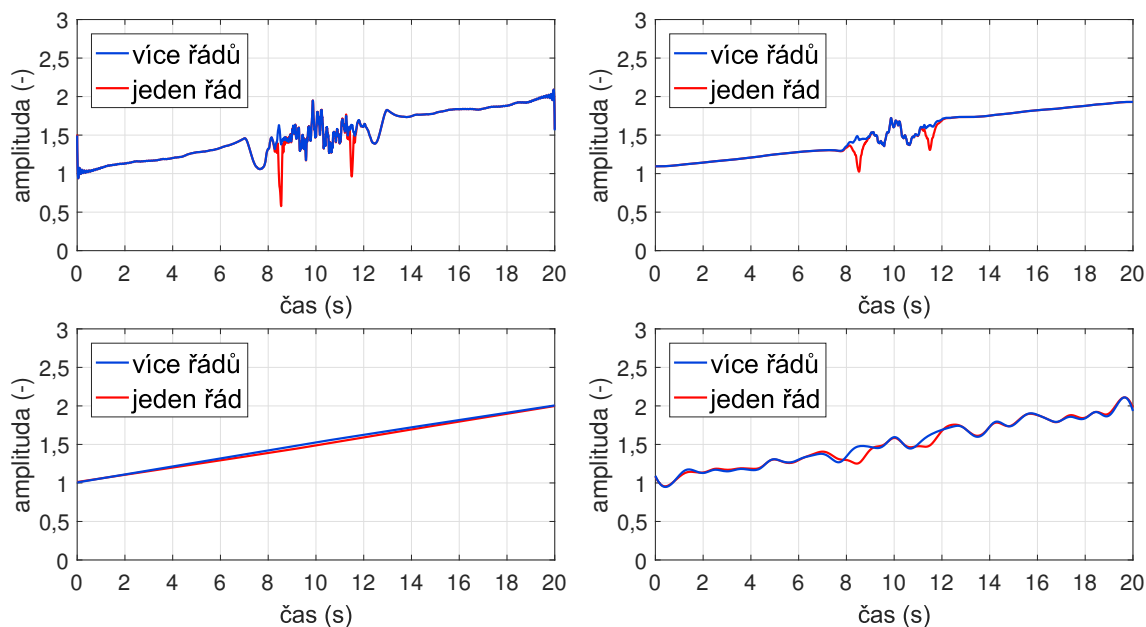


Obr. 4.16: Výsledek po použití různých typů VKF (shora VKF1, VKF2 1. řádu, VKF2 2. řádu a VKF2 3. řádu) na testovacím signálu č. 3. Vlevo jsou výsledky pro korektní nastavení šířek pásem, vpravo pro úzká a široká pásma.

kde jsou viditelné poklesy v amplitudě. Výskyt rezonance lze odhalit i z řádového spektrogramu (obr. 4.14 vpravo dole), kde se rezonance vlivem převzorkování jeví jako převrácená hodnota rychlostního profilu.

GOT obdobně jako COT vykazuje změnu pouze v poklesu amplitudy v místech protnutí řádů (obr. 4.15 v porovnání s obr. 4.6), nic dalšího se nemění.

Shodně jako u předchozích metod, i VKF při křížování řádů vede ke srovnatelným výsledkům filtrace v porovnání s filtrace jednoho řádu (signál 1), jak lze porovnat



Obr. 4.17: Ukázka vlivu filtrace více složek najednou pro různé typy VKF (VKF1 vlevo nahoře, VKF2 1. řádu vpravo nahoře, VKF2 2. řádu vlevo dole a VKF2 3. řádu vpravo dole) na testovacím signálu č. 3. Oproti filtraci jednoho řádu je dosaženo lepších výsledků, viditelné to je v místech křižování řádů (časy 8,5 s a 11,5 s).

Tab. 4.1: Velikosti šířek pásma filtrů VKF použitých v porovnání metod. Údaje jsou uvedeny v procentech z centrální frekvence – pro optimální šířku pásma, ale také poloviční a dvojnásobnou pro srovnání. Výpočty šířky pásma jsou čerpány z [31].

Typ signálu		Šířka pásma (%)			
		VKF1	VKF2		
			1. řád	2. řád	3. řád
signál 1	polovina	1,845	0,83	0,03	0,275
	optimum	3,69	1,66	0,06	0,55
	dvojnásobek	7,38	3,32	0,12	1,1
signál 2	polovina	1,195	0,72	0,03	0,31
	optimum	2,39	1,44	0,06	0,62
	dvojnásobek	4,78	2,88	0,12	1,24
signál 3	polovina	1,525	0,575	0,025	0,275
	optimum	3,05	1,15	0,05	0,55
	dvojnásobek	6,1	2,3	0,1	1,1

Tab. 4.2: Číselně vyjádřené porovnání metod řádové analýzy. Z tří hodnot nad sebou je prostřední platná pro vhodné nastavení, dole pro selektivnější, nahoře naopak.

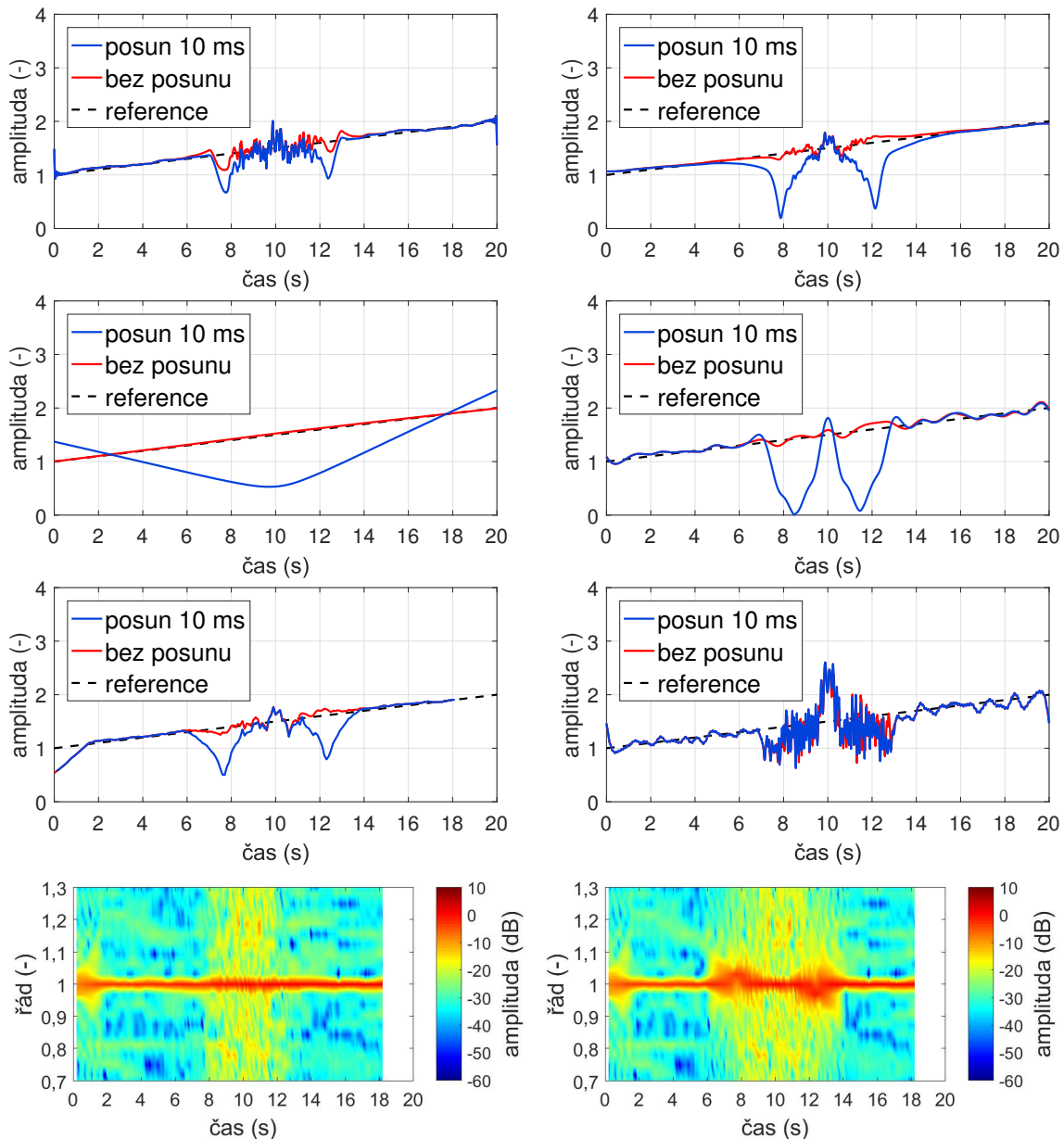
Typ signálu		Hodnota kritéria RMS ($\times 10^{-3}$)					
		COT	GOT	VKF1	VKF2		
					1. řád	2. řád	3. řád
signál 1	jeden řád	155,1	611,3	101,5	64,6	13,3	58,4
		93,6	223,5	84,8	52,8	11,2	51,7
		110,3	262,0	104,1	64,7	18,9	54,5
signál 2	jeden řád	331,8	567,0	165,1	82,2	20,0	237,5
		229,9	443,1	104,4	58,2	18,7	232,2
		348,8	740,9	135,0	71,6	25,0	237,3
	více řádů	×	×	93,5	53,2	15,3	223,3
signál 3	jeden řád	177,8	562,8	124,8	82,0	10,3	68,8
		108,5	241,5	109,9	70,1	7,4	61,1
		128,4	271,0	129,5	81,3	12,5	63,6
	křížující řády	×	×	86,1	56,1	21,2	55,0

Tab. 4.3: Výpočetní náročnost zohledňující veškeré operace potřebné k získání výstupních dat (kromě výpočtu rychlostního profilu). Průměr z 10 spuštění.

Typ signálu		Čas výpočtu (ms)						
		STFT	COT	GOT	VKF1	VKF2		
						1. řád	2. řád	3. řád
signál 1	jeden řád	3,7	12,2	5,8	4,2	4,8	5,9	7,1
signál 2	jeden řád	3,8	12,3	6,2	4,4	4,9	6,0	7,2
	více řádů	×	×	×	65,1	74,1	83,8	1237,4
signál 3	jeden řád	3,9	12,3	5,8	4,3	4,9	6,0	7,1
	křížující řády	×	×	×	38,4	42,8	48,4	279,0

Tab. 4.4: Vliv posunu rychlostního profilu o 10 ms na hodnotu kritéria RMS.

Typ signálu	Hodnota kritéria RMS ($\times 10^{-3}$)					
	COT	GOT	VKF1	VKF2		
				1. řád	2. řád	3. řád
Správný profil	93,6	223,5	84,8	52,8	11,2	51,7
Posunutý profil	233,1	239,0	165,9	296,5	542,0	503,3



Obr. 4.18: Vliv posunu rychlostního profilu o 10 ms na výstup jednotlivých metod pro testovací signál č. 1. Postupně jsou uvedeny průběhy pro VKF1, VKF2 1. řádu, VKF2 2. řádu, COT a GOT. Dole je porovnání řádoých spektrogramů: vlevo s korektním rychlostním profilem, vpravo s posunutým.

mezi obr. 4.16 a 4.7, kde je jediná změna pouze v poklesu amplitudy v místech křižování řádů. Aplikací filtrace více řádů najednou (obr. 4.17) lze takto vzniklé nepřesnosti omezit za cenu vyšší výpočetní náročnosti (tab. 4.3). Rozdíly jsou ale pouze nepatrné, což v kombinaci s nutností identifikovat a modelovat rezonance v signálu (nejlépe pomocí STFT spektrogramu s vyšším frekvenčním rozlišením, jak ukazuje obr. 4.13 vpravo nahoře) nemusí mít vždy význam.

Narušení rychlostního profilu Výše uvedená analýza předpokládala korektní rychlostní profil, který vyžadují všechny metody řádové analýzy. Ten ale není vždy možné získat přesně a případnou poruchu je nutné odhalit již v počátku analýzy. Pro demonstraci takového stavu byl rychlostní profil posunut o 10 ms. Zpracování jednotlivými metodami v takovém případě ukazují grafy na obr. 4.18. Je patrné, že i tak nepatrný posun rychlostního profilu zásadně ovlivňuje výsledky, a to zejména u metod, které mají nastavenou úzkou šířku pásma (VKF2 1. řádu, VKF2 2. řádu a také COT), pro širší pásmo jsou rozdíly zanedbatelné (GOT). Zde se ukazuje podstatná výhoda metody COT, která umožňuje jednoduché rozpoznání poruchy určení rychlostního profilu, protože správně mají být v řádovém spektrogramu pouze rovné čáry (obr. 4.18 vlevo dole); jakékoliv zvlnění či jiná porucha spektrogramu naznačuje chybu (obr. 4.18 vpravo dole). Pokud nelze rychlostní profil jednoduše korigovat, pro VKF lze alespoň zvýšit šířku pásma. Pro úplnost je v tab. 4.4 uveden vliv posunu rychlostního profilu na hodnotu kritéria.

Závěr z porovnání Kompletní subjektivní porovnání je doplněno výsledkem kritéria v tab. 4.2 ze vztahu (4.5). Parametry použitých filtrů jsou stejné pro jednoduchou i vícenásobnou filtraci, jak je uvedeno v tab. 4.1. Nejlepších výsledků dosáhla metoda VKF2 2. řádu, a to na všech testovacích signálech. Násobně hůř dopadla metoda VKF2 1. řádu, nejhorších výsledků na všech signálech dosáhla metoda GOT. COT dosahuje slušných výsledků, problémy má ale při filtraci blízkých řádů, což platí i pro VKF2 3. řádu. Zde se projevuje výhoda VKF při vícenásobné filtraci blízkých řádů, kterou lze snížit chybu zhruba o 10 %, v případě filtrace křížujících se řádů dosahovalo zlepšení dokonce až 20 %. Je ale nutné počítat s přibližně 10–20násobnou výpočetní náročností (tab. 4.3), VKF2 3. řádu dokonce s ještě větší. Nárůst výpočetní náročnosti je výrazný, ale i přesto je takový postup výhodný, protože ostatní metody (GOT, COT) takovou přímou možnost nemají.

Ke shrnutí provedených porovnávacích testů je uvedena přehledová tab. 4.5 reagující na několik aspektů, ve kterých se liší jednotlivé metody. Motivována je zejména srovnáním v [34, 45], ale také zdroji použitými výše v této kapitole.

Tab. 4.5: Porovnání VKF s ostatními metodami.

Vlastnost	STFT	COT	GOT	VKF1	VKF2
Oblast výpočtu	frekvence	kombinace	kombinace	čas	čas
Výpočetní nároky	nízké	vysoké	střední	střední	střední
Možnost škálovatelnosti	malá	střední	malá	velká	velká
Způsob nastavení	délka a typ okna	délka a typ okna	délka a typ okna, šířka pásma	šířka pásma	šířka pásma, řád
Náročnost nastavení	malá	střední	střední	velká	velká
Zvládá nestacionaritu	ne	ano	omezeně	ano	ano
Zatíženo patenty	ne	ne	ano	ne	ne
Citlivost na poruchu rychl. profilu	ne	ano	ano	ano	ano
Náchylnost na rychlou změnu rychl. profilu	–	střední	velká	malá	malá
Typ výstupu	spektrogram	řádkový spektrogram	časový průběh	časový průběh	obálka
Zpoždění výstupu	ne	ne	ne	ne	ne
Výpočet křížování řádů	ne	ne	ne ¹	ano	ano
Dostupnost	velká	střední	malá	malá	malá
Způsob použití	offline	offline	offline	offline ²	offline ³

¹Původní metoda křížování řádů nedokáže, modifikace ale ano [26, 27, 28].

²Existují modifikace obou generací VKF zmíněné v kap. 1.3, které umožňují implementaci jako online metoda.

³Viz předchozí poznámku pod čarou.

5 Ověření chování VKF simulacemi

Oproti porovnání uvedenému v předchozí části textu (kap. 4) cílí aktuální kapitola na posouzení vlastností VKF v konkrétních situacích, u kterých se očekává možnost experimentálního ověření. V jistých ohledech je ale možné uvedené výsledky brát jako rozšíření provedeného porovnání.

V návaznosti na aktuální kapitolu bude v kap. 6 následovat popis několika změřených experimentů. Tam již není přímé porovnání snadno proveditelné kvůli komplikacím se získáním referenční (správné) hodnoty – takové údaje jsou obvykle získány jako výsledek jiné metody a mají spíše orientační charakter. Místo toho bude představeno několik případů, kdy lze VKF s výhodou použít.

5.1 Zjištění chování při rychlé změně frekvence

V některých situacích nastává u rotačních zařízení prudká změna rychlosti otáčení, která navíc může trvat krátkou dobu. Pro účely zjištění chování VKF a kvalitativního porovnání s jinými metodami byl zvolen sinusový signál, který je frekvenčně i amplitudově modulován. Frekvenční rozsah signálu je vždy stejný, rychlost změny frekvence je tak dána délkou signálu. Amplituda je na začátku signálu jednotková, poté konstantně roste dvěma různými rychlostmi. Vzorkovací frekvence je $f_{vz} = 1024$ Hz. Z důvodu větší věrohodnosti výsledků je přidán i širokopásmový šum s Gaussovým rozložením. Konkrétní parametry jsou uvedeny v tab. 5.1. Každá kombinace se navíc vykoná 100krát, vždy s různou realizací šumu, kvůli omezení vlivu konkrétní realizace. Celkem se jedná o 32 kombinací.

Jako výsledek se bere průměrná hodnota obálek, u metod VKF1 a GOT je to průměrná hodnota časových průběhů, protože je to jejich přirozený výstup a převod na obálku pomocí Hilbertovy transformace by mohl vést ke zhoršení výsledků oproti skutečnosti. Kritérium je stejné jako v kap. 4, resp. v rovnici (4.5), porovnává součet kvadrátů odchylek oproti referenci.

Tab. 5.1: Parametry signálu k otestování chování metod při rychlé změně frekvence.

Parametr	Hodnoty	Kombinací
Vzorkovací frekvence (Hz)	1024	
Rozsah frekvencí (Hz)	10 – 240	
Změna amplitudy ΔA (-/s)	1, 10	2
Změna frekvence Δf (Hz/s)	115, 230, 460, 1150	4
Odpovídající délka signálu (s)	2; 1; 0,5; 0,2	
Efektivní hodnota šumu σ (-)	0; 0,01; 0,1; 1	4

Tab. 5.2: Výsledky porovnání metod při rychlé změně frekvence.

Δf (Hz/s)	Metoda	Hodnota kritéria ($\times 10^{-3}$)							
		$\Delta A = 1$				$\Delta A = 10$			
		$\sigma=0$	$\sigma=0,01$	$\sigma=0,1$	$\sigma=1$	$\sigma=0$	$\sigma=0,01$	$\sigma=0,1$	$\sigma=1$
115	VKF1	6,9	8,0	31,3	141,4	20,9	21,3	45,4	219,8
	VKF21	11,8	11,9	21,4	96,9	108,1	108,1	111,0	216,9
	VKF22	0,5	0,7	4,1	39,4	0,8	0,9	4,1	39,4
	VKF23	4,5	4,8	9,4	66,9	14,7	14,7	16,7	74,0
	GOT	0,3	10,0	82,5	343,5	2,4	10,3	100,1	808,1
	COT	48,3	48,5	62,9	165,2	181,3	181,3	181,9	220,6
230	VKF1	10,9	11,6	35,8	148,1	26,0	26,3	47,8	224,8
	VKF21	10,0	10,2	20,4	94,0	76,4	76,5	80,5	213,4
	VKF22	1,4	1,5	5,4	53,1	2,9	2,9	5,8	53,1
	VKF23	6,4	6,3	9,0	70,5	8,3	8,3	10,6	71,0
	GOT	0,2	10,0	82,1	338,0	1,2	10,1	100,2	799,0
	COT	57,6	57,6	69,6	191,1	142,6	142,5	142,8	183,3
460	VKF1	16,5	17,1	40,4	160,7	31,9	32,2	51,4	229,4
	VKF21	8,6	8,8	19,5	95,2	60,1	60,2	65,2	202,6
	VKF22	5,0	5,0	8,9	80,0	5,1	5,1	8,8	80,2
	VKF23	12,4	12,4	17,2	103,9	12,9	12,9	16,8	105,2
	GOT	0,2	10,0	82,4	351,6	0,7	10,0	100,2	702,6
	COT	71,1	71,3	82,5	224,2	120,9	120,9	122,8	163,2
1150	VKF1	27,7	28,0	48,4	189,1	42,3	42,6	58,5	241,7
	VKF21	19,0	19,0	22,6	96,2	56,7	56,7	61,6	194,7
	VKF22	17,6	17,6	20,9	119,5	9,6	9,7	15,4	118,3
	VKF23	38,2	38,2	40,2	149,6	46,7	46,6	47,8	151,4
	GOT	0,1	10,0	81,3	419,3	0,2	10,0	96,0	509,6
	COT	94,1	94,3	102,7	263,5	102,2	102,3	104,4	162,0

Všechny kombinace signálů jsou zpracovány každou metodou, která je nastavená různými způsoby. Dále se pracuje pouze s takovým nastavením, které vedlo k nejlepším výsledkům. Pro VKF1 a VKF2 1. až 3. řádu to je relativní šířka pásma (s omezením koeficientu r kvůli stabilitě výpočtu), pro COT je to délka okna a maximální počet řádů (určuje rozlišení v řádech), okno je obdélníkové. Pro GOT se volí šířka pásma v řádech a délka okna, které je Gaussovo.

Hodnoty uvedené v tab. 5.2 jsou zvýrazněné barevně – zelená značí nejlepší výsledek. Stejně jsou označeny i takové výsledky, které jsou horší max. o 20 %. Žlutě jsou označeny takové výsledky, které se od nejlepšího liší max. o 100 %. Nejhorší výsle-

dek je zaznačen červeně. Takto jich může být označeno více, pokud se od nejhoršího neliší o více než 20 %.

Nejhůře dopadla metoda COT. Je to zejména kvůli koncovým efektům (při použité implementaci se jedná o náběh na začátku signálu a ořez na konci), které zhoršují výsledky i na signálu bez šumu. Přidáním šumu se směrodatnou odchylkou $\sigma = 1$, které způsobí značné snížení SNR, se výstup ještě výrazně zhorší. GOT podává nejlepší výsledky na nezašuměných datech, to je způsobeno volbou delšího okna – rekonstrukce pak probíhá přesněji. Pokud ale signál obsahuje šum, delší okno pojme více šumu, a výstup se začíná výrazně zhoršovat. Při největší efektivní hodnotě šumu jsou výsledky navíc oproti ostatním metodám nejhorší, a to s výrazným odstupem. Výsledky VKF1 jsou průměrné. Negativně se zde projevuje zkreslení na krajích signálu, a také nastává problém s výraznějším zkreslením v oblasti nízkých frekvencí.

VKF2 1. řádu dosahuje podobných výsledků jako VKF1, zkreslení na krajích signálu je ale výraznější. O něco lepších výsledků dosahovala metoda VKF2 3. řádu. Zde se projevila výhoda vyšší selektivity na signálu s šumem $\sigma = 1$. Použité parametry se ale pohybovaly nedaleko limitaci koeficientu r . To ukazuje, že na numerickou nestabilitu je tato varianta nejcitlivější ze všech VKF2, a v praktických případech není složité těchto limitací dosáhnout. Nejlepší výsledky na simulovaných datech poskytovala metoda VKF2 2. řádu. Je to zejména díky stabilním výsledkům jak na signálech obsahujících šum, které jsou typické pro experimentální data, tak bez něj. Tyto výsledky lze přisuzovat možnosti nastavit selektivní filtr, navíc s velkou rezervou od limitů koeficientu r .

Výsledky této simulace se staly motivací k provedení experimentu, který popisuje kap. 6.3, s jasným cílem – porovnat simulovaná a změřená data a vyhodnotit jejich shodu.

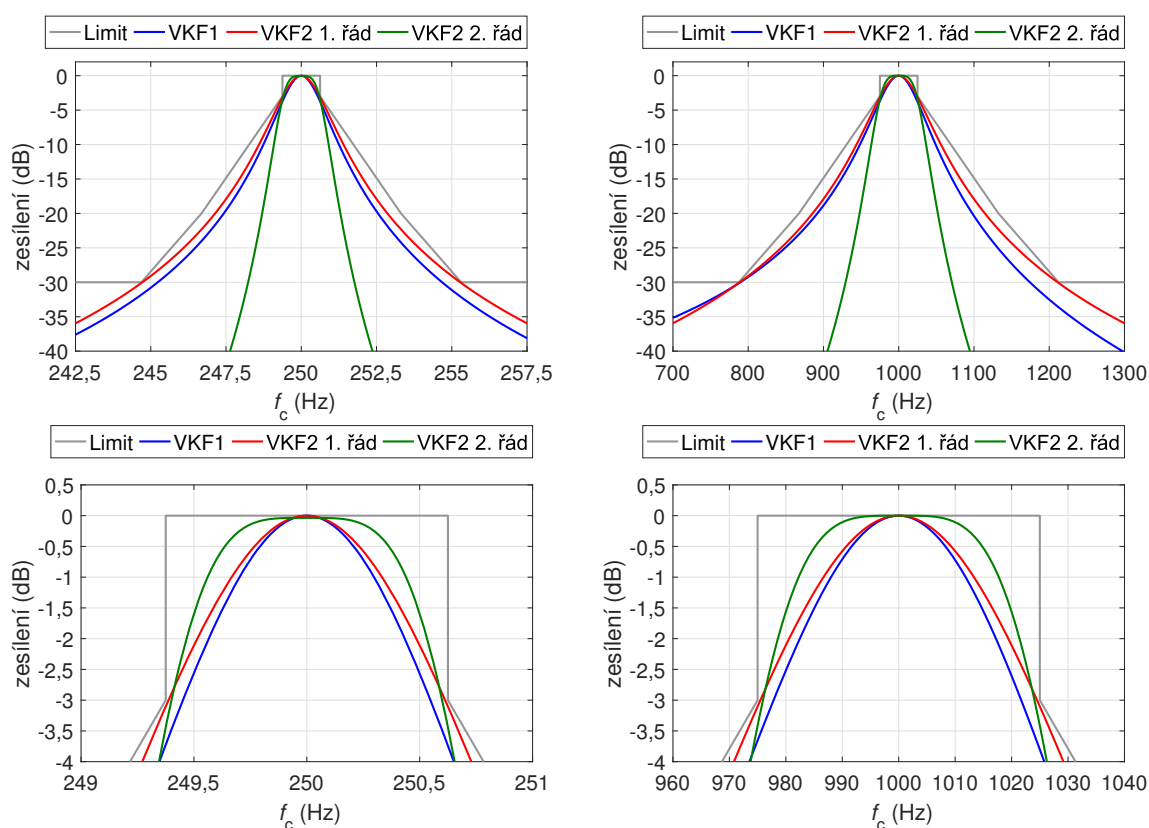
5.2 Návrh filtru podle specifikace

Vyvstal požadavek k vytvoření filtru s laditelnou centrální frekvencí a šířkou pásma, který má sledovat amplitudu proměnné frekvenční složky reprezentující otáčkovou frekvenci turbomotoru. Takový postup lépe odhadne namáhání motoru a umožní tím prediktivní údržbu. Smyslem je zde ukázat postup potřebný ke zjištění, zda lze takový filtr vytvořit podle metody uvedené v kap. 3.1.2 a pokud ano, tak uvést jeho reálné parametry, případně omezení.

Seznam požadavků, které vychází z [80], uvádí tab. 5.3. Jako první je nutné určit vhodnou generaci (a případně i řád) filtru, a dále meze f_{vz} , protože pro velké f_{vz} může být řešení numericky nestabilní. Limitující je nejužší šířka pásma platná pro $f_c = 250 \text{ Hz}$ a $Q = 200$, tzn. $1,25 \text{ Hz}$. Použitím maximálních hodnot koeficientu

Tab. 5.3: Požadované vlastnosti filtru podle specifikace.

Parametr	Hodnota
Rozsah centrálních frekvencí f_c (Hz)	250–1000
Jakost filtru Q (-)	20–200
Odpovídající relativní šířka pásma B_r (%)	0,5–5
Max. chyba amplitudy A_{chyba} na f_c (%)	± 2
Poměr šířky pásma $-20/-3$ dB $B_{20/3}$ (-)	$< 5,3$
Poměr šířky pásma $-30/-3$ dB $B_{30/3}$ (-)	$< 8,5$
Doba výpočtu $T_{vypocet}$ (s)	$2 \pm 0,2$
Obnovovací frekvence f_{obn} (Hz)	≥ 4



Obr. 5.1: Výsledné frekvenční charakteristiky filtrů navržených podle specifikace. Vlevo je nejúžší varianta, vpravo nejširší, dole jsou detaily pro oblast -3 dB. Je patrné, že VKF2 2. řádu je nejselektivnější. Data převzata z [80].

r z tab. 3.1 vychází, že pro VKF1 a VKF2 1. řádu lze volit i $f_{vz} > 50$ kHz, VKF2 2. řádu dovoluje použít až 21 kHz a VKF2 3. řádu nelze použít, protože by f_{vz} musela být max. 980 Hz. Nejpomalejší rychlost náběhu se pohybuje v rozmezí přibližně 0,5–0,6 s pro nejúžší konfiguraci (s vyšším řádem roste délka náběhu), tzn. filtr bude schopen naběhnout i za dobu výpočtu $T_{vypocet} = 2$ s. S ohledem na výše uvedené

informace byla zvolena $f_{vz} = 20$ kHz.

Pro návrh je důležitá zejména šířka pásma filtru pro -3 dB a také požadované poměry platné pro -20 a -30 dB. Všechny uvedené definují horní hranici, kterou nesmí frekvenční charakteristiky překročit. Použitím výpočtu šířky pásma uvedeného v kap. 3.2.1 lze dospět k hodnotám váhových koeficientů. K získání charakteristik uvedených na obr. 5.1 je ale nutné koeficienty r ještě upravit multiplifikátorem, protože výpočet uvažuje pouze oblast pro -3 dB, ale méně selektivní filtry jako VKF1 a VKF2 1. řádu by nesplnily podmínku pro -30 dB, navíc charakteristika pro VKF1 je nesymetrická, jak je vidět zejména na obr. 5.1 pro $f_c = 1000$ Hz. Multiplifikátor byl zjištěn simulacemi, aby bylo zaručeno splnění požadavků pro libovolné nastavení filtru. Konkrétní hodnoty jsou 1,14, 1,02, 1,08 v pořadí VKF1, VKF2 1. řádu a VKF2 2. řádu. S ohledem na požadované použití filtru byl jako nejvhodnější varianta vybrán VKF2 2. řádu, protože je nejselektivnější. Bude tak odolnější vůči šumu a případným rušivým složkám.

VKF nedokáže zpracovávat signál postupně, protože není kauzální. Je proto nutné jej aplikovat vždy na blok dat, v tomto případě dlouhý 2 s, na něm provést filtraci a následně toto blokové zpracování opakovat s blokem posunutým o 0,25 s, což vyplývá z požadované obnovovací frekvence. Jako výstup postačuje jedna hodnota pro celý 2s blok, která je reprezentována střední hodnotou obálky výstupu.

Podle porovnání s ostatními metodami – řádovou analýzou převzorkováním, fázovou demodulací a peak filtrem – na různých simulovaných signálech, např. při rychlé změně frekvence složky, skokové změně amplitudy a schopnosti filtrovat šum, dosáhl VKF nejlepších výsledků [80]. Posuzování proběhlo pomocí sumy kvadrátů odchylek vůči referenci, která je u simulovaných dat známá. Hlavní důvody, proč VKF dopadl nejlépe, je zejména možnost měnit nastavení filtru v průběhu bloku a také nulový fázový posun výstupu. Naopak co do výpočetní náročnosti patří mezi nejméně efektivní metody, což dále zhoršuje blokové zpracování. I tak ale všechny metody splňují limitaci na max. dobu výpočtu i s ohledem na nižší případný výpočetní výkon použitého vestavěného zařízení.

Srovnání experimentu a simulací podobně jako v předchozím případě nebylo možné kvůli nedostupnosti vhodného turbomotoru.

6 Použití VKF v experimentech

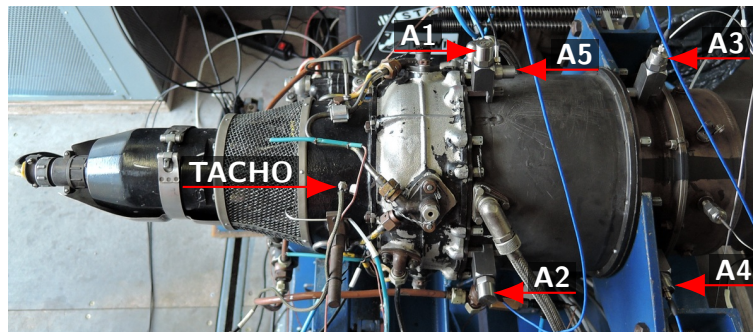
Následující podkapitoly ukazují použití VKF na experimentálních datech. Jedná se o měření na turbomotoru (kap. 6.1), synchronním elektromotoru (kap. 6.2), vysokotáčkovém elektromotoru (kap. 6.3) a vyvažovacím přípravku (kap. 6.4). Všechny experimenty ukazují použití při nestacionárních podmínkách, tzn. rozběh nebo doběh.

6.1 Turbomotor

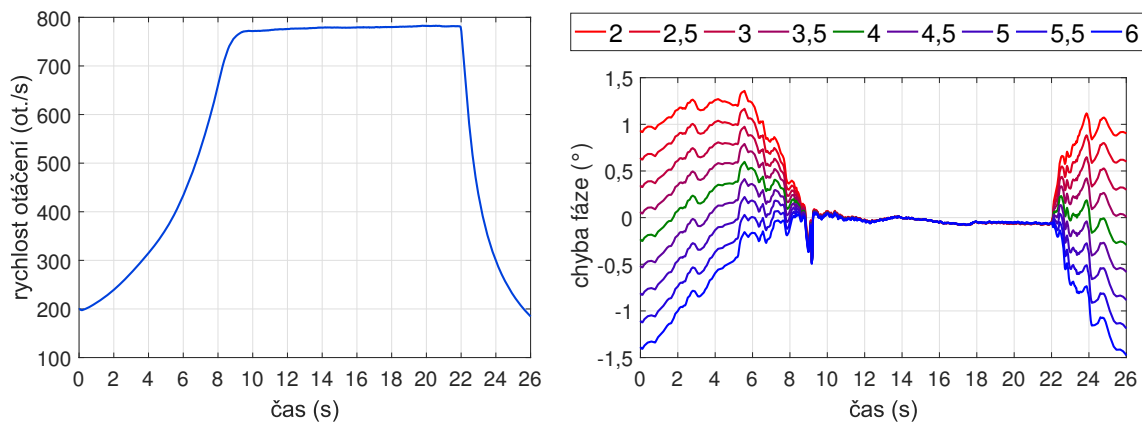
Výsledky uvedeného experimentu na testovacím startovacím turbomotoru byly publikovány v publikaci [88]. Jeho smyslem bylo analyzovat stav turbomotoru TS20, zejména jeho ložisek. Motor zobrazený na obr. 6.1 používá kuličkové ložisko typu 302BT2 poblíž kompresorové části, v blízkosti turbíny je válečkové ložisko typu GPZ 76-32302. Rotor má v kompresorové části celkem 20 lopatek, u turbíny je lopatek 19. Očekávané řády vyplývající z konstrukce uvádí tab. 6.1. Pro účely měření vibrací bylo použito celkem 5 snímačů přichycených k přírubám turbínové komory (obr. 6.1). Tři z nich (A1, A2 a A5) jsou blíže kompresorové části, na opačné straně jsou A3 a A4. Kromě A5, který měří axiální vibrace, se měří radiální směr, A1 a A3 ve vertikálním směru, A2 a A4 v horizontálním. Rychlost otáčení se měřila indukčností

Tab. 6.1: Očekávané řády turbomotoru TS20.

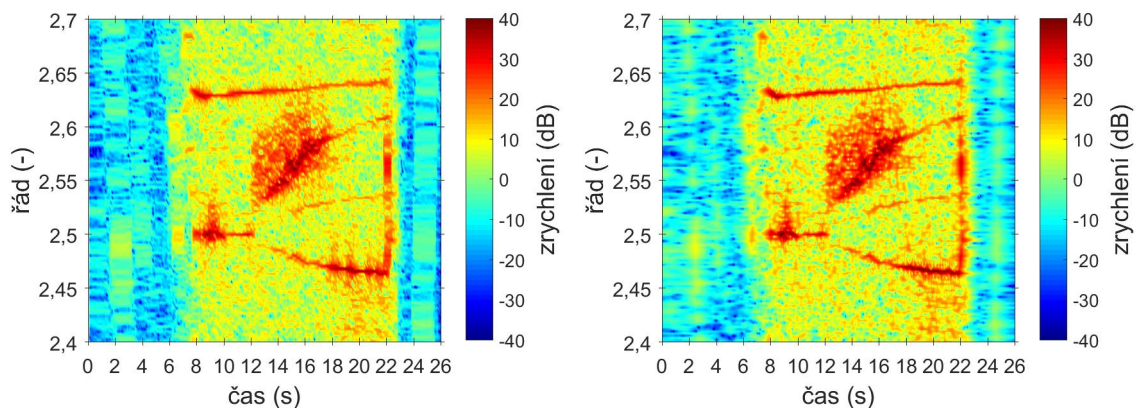
Řád	302BT2	Řád	GPZ 76-32302	Řád	Ostatní
0,4	klec	0,4	klec	1	nevyvážená hřídel
1,8	kuličky	2,2	válečky	19	turbínové lopatky
2,6	vnější trasa	3,9	vnější trasa	20	kompresorové lopatky
4,4	vnitřní trasa	6,1	vnitřní trasa		



Obr. 6.1: Rozmístění použité instrumentace na turbomotoru TS20. Vzduch proudí zleva doprava nejdříve přes kompresorovou část, poté přes turbínu.



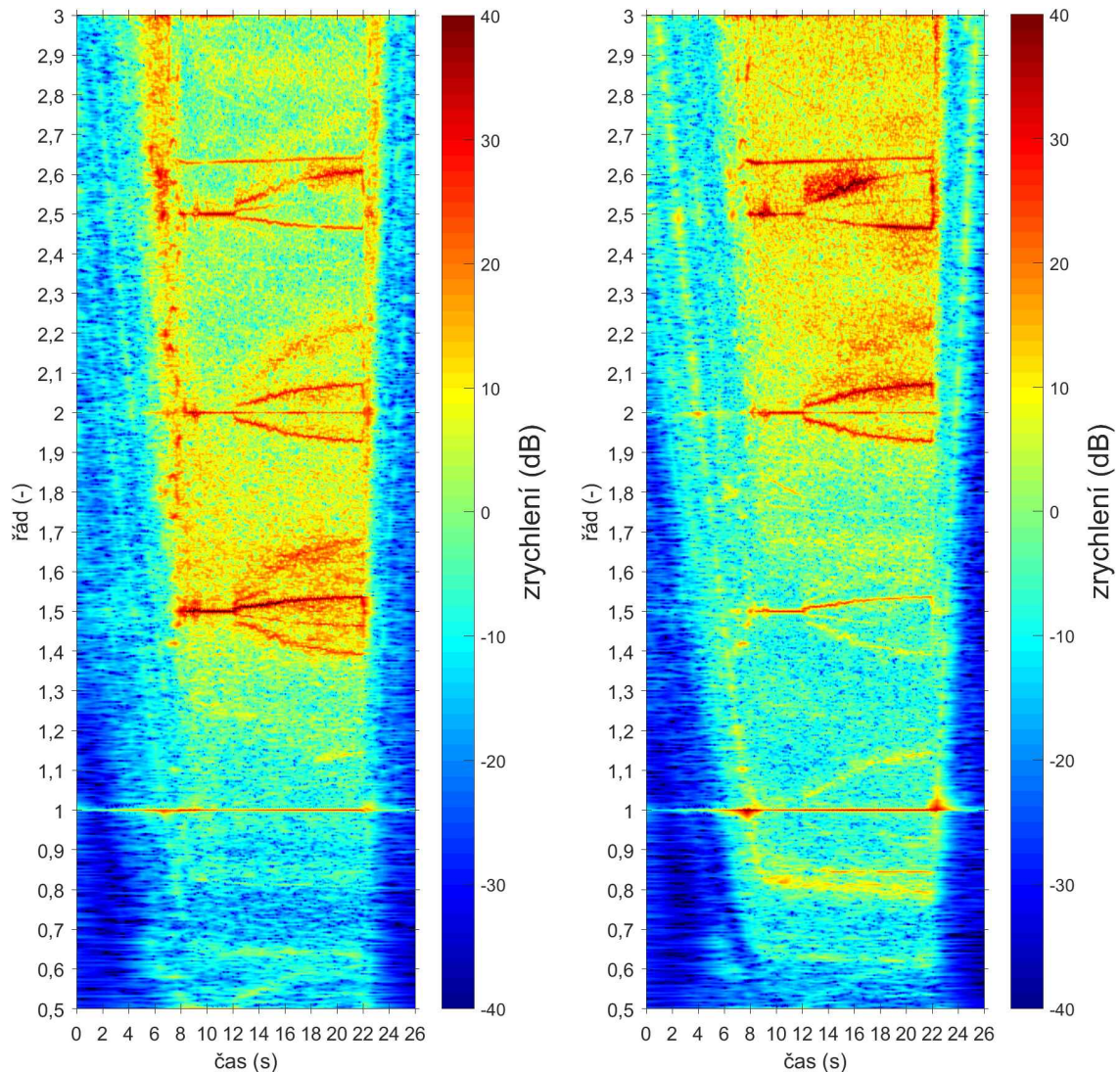
Obr. 6.2: Vlevo je rychlostní profil turbomotoru při rozběhu a doběhu. Vpravo je odchylka fáze získaná pomocí VKF2 pro různé fázové posuny mezi rychlostním profilem a signálem. Nejmenší odchylku má posun 4 ms (označeno zeleně).



Obr. 6.3: Porovnání řádových spektrogramů, vlevo vytvořeného pomocí řádové analýzy převzorkováním (COT), vpravo pomocí VKF2. Signál je ze snímače A2.

snímačem vzdálenosti, který detekoval průchod každé ze 20 lopatek kompresorové části. Měření probíhalo během rozběhu a doběhu v rozsahu otáček přibližně 200–800 ot./s.

Levá část obr. 6.2 ukazuje rychlostní profil úseku dat, který byl vybrán pro analýzu. Při analýze dat došlo k podezření, že signál zrychlení není správně zarovnán vůči signálu rychlostního profilu. Výsledky analýzy k objasnění ukazuje obr. 6.2 vpravo. Každý průběh je výsledkem filtrace pomocí VKF2 1. řádu s šířkou pásma 1% v okolí řádu 1, kde byla analyzována odchylka fáze od té dané rychlostním profilem. Platí, že pokud jsou signály vůči sobě zarovnány, odchylka se nemění. Jak je ale vidět na obr. 6.2, pro posun jiný než optimální 4 ms se fáze mění. Pozornějším pohledem si lze všimnout, že tvar průběhu chyby fáze se až na drobné poruchy blíží průběhu rychlostního profilu, pokud oba signály nejsou časově zarovnány. Z tohoto lze usoudit, že signály se vůči sobě rozcházejí o 4 ms, což lze napravit posunutím



Obr. 6.4: Řádové spektrogramy vytvořené pomocí VKF2 z dat akcelerometrů A1 (vlevo) a A2 (vpravo) měřených na turbomotoru. Je viditelné rozvětvení energie na více cest pro řády 1,5, 2 a 2,5 v čase 12 s. V blízkosti řádu 2,5 navíc dochází k přelévání energie mezi snímači v časech 12–18 s a 18–22 s. Nepodařilo se ale zjistit, proč tyto jevy nastaly.

rychlostního profilu o uvedenou hodnotu v čase vpřed. Aby tento přístup fungoval, nesmí být v zorném poli filtru žádná výrazná rušivá složka (rezonance, okolní řádové složky, šum), která by svou energií převyšovala sledovanou řádovou složku.

Uvedené zarovnání může mít význam v případě, že je VKF nastaven jako úzkopásmový filtr v kombinaci s prudkou změnou rychlosti. Nesprávné časové zarovnání by tak mohlo snížit amplitudu filtrovaného výstupu oproti skutečnosti.

Pro celkový pohled na signál zrychlení pro diagnostické účely se obvykle používá řádový spektrogram. K tomuto účelu lze použít i VKF, jak bylo popsáno v kap. 3.1.3. Pro srovnání je navíc uveden řádový spektrogram vytvořený pomocí řádové analýzy převzorkováním (COT). Z obr. 6.3 vyplývá, že spektrogram získaný pomocí VKF2

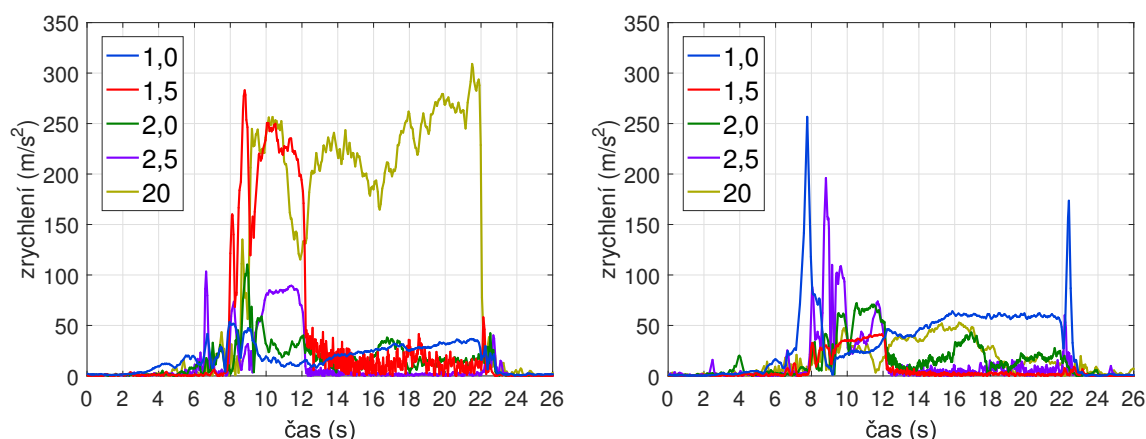
není tolik rozmazaný a také o něco lépe zobrazuje rychlé změny viditelné v časech 2–4 s a 24–26 s (přechod rezonancemi). Je potřeba ale zdůraznit, že největší rozdíly mezi metodami mohou vznikat jejich nastavením, které je z principu metod úplně odlišné. Zde byly obě metody nastavené na obdobné řádové rozlišení. Dále již bude použita pouze analýza pomocí VKF.

K analýze byly vybrány signály ze snímačů A1 a A2 (vertikální a horizontální směr poblíž kompresoru) zobrazené na obr. 6.4. Výrazné půlřády (zejména 1,5, 2 a 2,5, ale také 3 a 3,5) mohou podle informací, které uvádí Girdhar v [89], znamenat buď uvolněnou součást nebo přítomnost tzv. rubbingu. K rozlišení těchto dvou poruch lze podle stejného autora použít zobrazení tvaru kmitů. Pokud je tvar z jedné strany omezený (sinusový signál je saturovaný z jedné strany), jedná se o rubbing, protože saturace ukazuje na kontakt rotoru se statorovou částí. V tomto experimentu toto nebylo možné jednoznačně rozlišit, protože při maximálních otáčkách přibližně 780 ot./s bylo při vzorkovací frekvenci 51,2 kHz zaznamenáno pouze přibližně 65 vzorků na jednu otáčku rotoru. S takovým počtem vzorků nebyla detekce možná kvůli velkému množství rušení a jiných frekvenčních (řádových) složek v signálu. Lepší nebyly ani výsledky získané pomocí synchronní filtrace, která se používá k omezení šumu a složek nesouvisejících s otáčkami. Další možnou metodu pro rozlišení uvolněné části nebo rubbingu – analýzu orbitů – nebylo možné použít, protože vyžaduje měření pomocí snímačů vzdálenosti. Měřilo se ale pouze akcelerometry a ty k tomu nejsou vhodné.

V signálu je také viditelné rozvětvení energie řádů, které začíná v čase 12 s (obr. 6.4), a také se jej nepodařilo identifikovat. Projevilo se ve všech třech provedených měřeních a nebylo náhodné – nastalo v přibližně stejných okamžicích. Může se tak jednat o dynamickou odezvu některé ze součástí, protože při takových rychlostech se zejména lopatky mohou chvět, a v určitém okamžiku může být vybuzena jejich rezonance. Vliv chvění lopatek byl viditelný v rychlostním profilu na obr. 6.2, který je pro přehlednost na obrázku zobrazen již vyhlazený.

Z očekávaných řádů od ložisek zmíněných v tab. 6.1 nebyla nalezena shoda se složkami v signálu, až na složku v blízkosti řádu 2,65 (obr. 6.4), která by odpovídala vnější trase kuličkového ložiska. Takto výrazný signál by ale značil již podstatné poškození.

Porovnáním signálů z akcelerometrů A1 a A2 je viditelný značný nepoměr v amplitudách některých řádů, který je s nejvyšší pravděpodobností dán způsobem uchycení snímačů. Měřené signály tak mohou být ovlivněny systémovými rezonancemi. Umístění snímačů je totiž ve stejné rovině a jsou pouze pootočený o 90°. S ohledem na tyto efekty byla provedena analýza odezvy systémových rezonancí vybuzených prostým poklepáním na upínací přípravky jednotlivých snímačů. Upínací přípravek snímače A1 (obr. 6.4 vlevo) má v oblasti frekvencí cca 1100–1400 Hz (řádový roz-



Obr. 6.5: Časové průběhy vybraných řádů analyzovaných na turbomotoru. Signály jsou shodné s těmi z obr. 6.4, tzn. vlevo je A1 a vpravo A2.

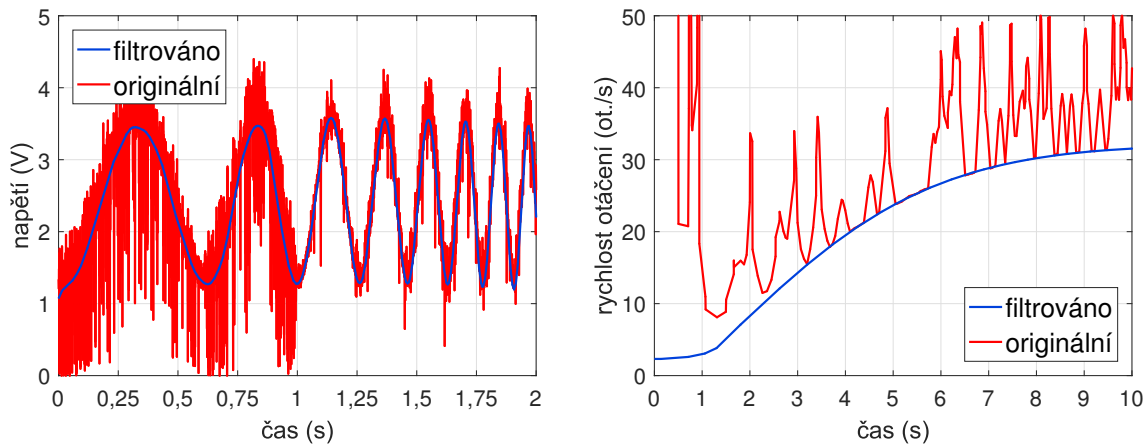
sah 1,4–1,8) přibližně o 20 dB větší odezvu. Nepoměr mezi signály je tedy ovlivněn upevněním snímačů a lze předpokládat, že to tak může být i pro jiné frekvence.

Vybrané řády z obr. 6.4 jsou vykreslené také jako časové průběhy a to na obr. 6.5. Zřejmě viditelné jsou již zmíněné odlišné úrovně signálů dané upevněním snímačů, ať už zmíněná oblast v okolí řádu 1,5 (znázorněno červeně) nebo řád 20. Projevuje se také neidentifikované rozvětvení energie řádů v čase 12 s.

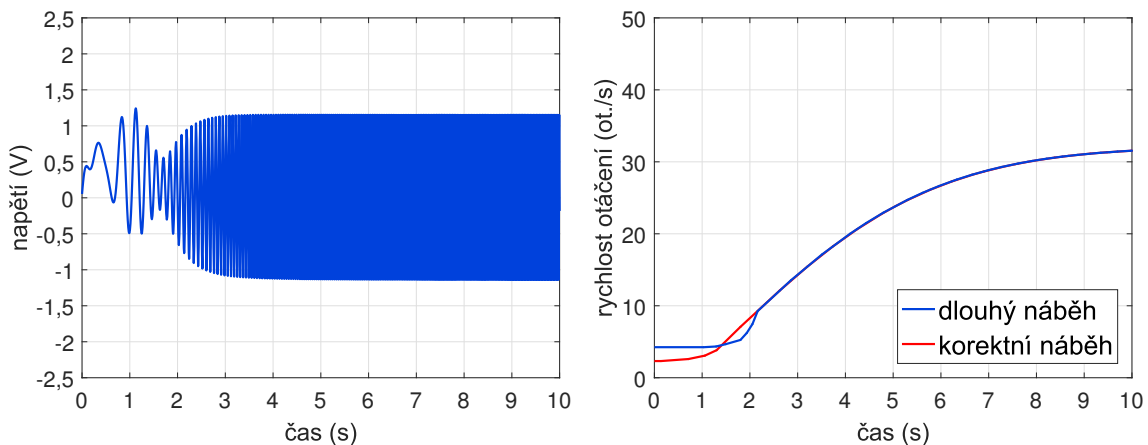
6.2 Elektromotor s převodovkou

Smyslem experimentu bylo zjistit zdroj přílišného hluku synchronního elektromotoru s převodovkou. Je čerpáno z publikace autora [90]. Motor byl volně zrychlován z úplného zastavení do maximální rychlosti otáčení přibližně 32 ot./s. Za motorem byla převodovka se dvěma stupni, která výstup zpomalovala 9,34krát. Při počátečním měření byla k měření rychlosti otáčení výstupní hřídele použita tacho sonda. Očekávalo se ale více měření a bylo žádoucí mít možnost měřit i bez ní, protože její použití vynucovalo komplikovanou demontáž krytů. Cílem tak bylo využití zabudovaného snímače úhlového natočení hřídele, který motor obsahuje kvůli regulaci otáček. Jedná se o sestavu magnetických snímačů, označovanou také jako sincos. Odtud byl brán pouze jeden signál, který má sinusový výstup a odpovídá úhlu natočení hřídele vůči umístění snímače.

Z tohoto výstupu je jednoduché určit rychlostní profil, ale kvůli omezeným možnostem připojení vnikalo do signálové trasy významné rušení z měniče motoru. Toto rušení, zobrazené na obr. 6.6 vlevo, je tak výrazné, že ze signálu nelze zjistit rychlostní profil přímo. Ze znalosti rychlostního profilu (byť přibližného) a výstupu motoru měřeného tacho sondou lze nastavit VKF1, který bude poškozený signál filtrovat tak, že jej bude možné zpracovat na věrohodný rychlostní profil. Porovnání takto



Obr. 6.6: Vyhlazení silně zarušeného tachometrického signálu pomocí VKF1. Vlevo je detail začátku signálu ze snímače úhlu, kde probíhá výrazná změna frekvence. Filtrací pomocí VKF1 jsou rušivé složky omezeny na minimum, což umožňuje sestavit použitelný rychlostní profil (vpravo).

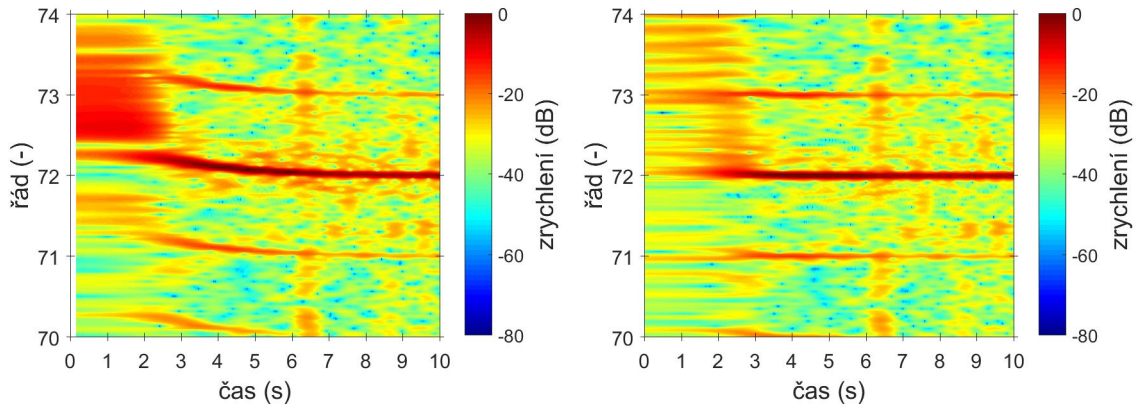


Obr. 6.7: Ukázka rychlostního profilu při nedodržení rychlosti náběhu filtru. Vlevo je nevhodně filtrovaný tachometrický signál kvůli dlouhému náběhu, vpravo je srovnání s korektním postupem.

získaných rychlostních profilů ukazuje obr. 6.6 vpravo. S výhodou je zde využita vlastnost VKF1 jako filtru typu pásmová propust.

Při nastavení filtru je třeba postupovat opatrně, jinak bude výsledek nepoužitelný. Z obr. 6.6 vlevo je zřejmé, že se výrazně mění frekvence signálu. Použitím selektivního filtru by sice došlo k výraznějšímu omezení šumu, zároveň by ale filtr potřeboval delší dobu k náběhu, která je zvláště v oblasti nízkých frekvencí významná. Došlo by tak ke zkreslení, které by dále komplikovalo zjištění rychlosti otáčení standardními metodami. Ty totiž hledají náběžné nebo sestupné hrany a vyžadují signál bez zkreslení, pro který lze určit vhodný práh k nalezení hran.

Pokud nemá docházet k nežádoucím přechodovým efektům, s výhodou lze filtr nastavovat přes rychlost náběhu. Vhodného kompromisu mezi udržením konstantní střední hodnoty a nepropuštěním šumu bylo dosaženo nastavením rychlosti náběhu



Obr. 6.8: Ukázka významu správného nastavení VKF pro získání rychlostního profilu. Levý spektrogram ukazuje výsledek řádové analýzy převzorkováním s nesprávným rychlostním profilem, řády jsou zakřiveny. Rovné řády ve spektrogramu vpravo vzniklé použitím korekčního rychlostního profilu ukazují správnost zvoleného postupu.

na 33 ms (odpovídající šířka pásma filtru je 20 Hz). Nastavením selektivnějšího filtru, např. 1 Hz (s náběhem 0,66 s), již dojde ke zkreslení, jak je uvedeno na obr. 6.7. Zkreslen je pouze začátek signálu, právě kvůli filtraci nízkých frekvencí.

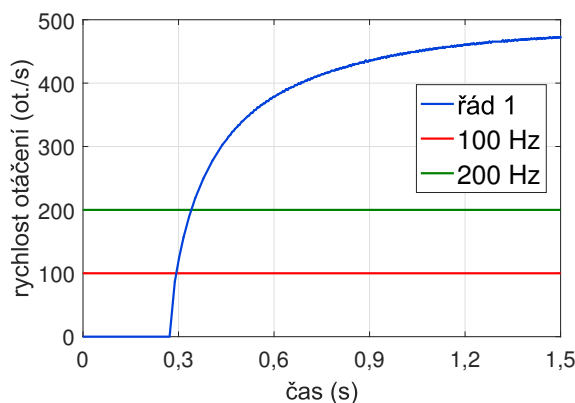
Na uvedeném motoru bylo provedeno více kombinací měření, zejména rozběhy a doběhy, případně provoz za konstantních otáček. Ve všech případech byla pomocí souběžové filtrace ověřena správnost určeného rychlostního profilu. Pro ukázkou je na obr. 6.8 znázorněno porovnání řádových spektrogramů pro nesprávný (vlevo) a správný (vpravo) rychlostní profil, který je proměnný. Správný spektrogram ukazuje řády jako rovné čáry, což je praktický význam takového zpracování signálu a vyplývá z něj shoda rychlostního profilu a odpovídajících složek v signálu.

Na popsany experiment navazovala série několika dalších měření. To poslední, které umožnilo odhalit příčinu přílišného hluku, bylo založeno na měření pomocí laserového vibrometru s rozμίtaným paprskem, který umožňuje jednoduché měření na více místech bez nutnosti přestavovat přístroj – o vychylování se stará dvojice zrcátek. Takové uspořádaní ale způsobuje jejich chvění, které negativně ovlivňuje měřený signál. Se znalostí polohy rotoru a aplikací synchronní filtrace se toto rušení povedlo eliminovat na téměř neznatelnou úroveň. Srovnáním fáze z vibrometru podle signálu z akcelerometru bylo možné vykreslit provozní tvary kmitů, do kterých byly zařazeny jen nejvýznamnější řády 16, 32, 48 a 64, které souvisí se silovým působením rotoru na skříň motoru, který je tak periodicky vybudován. Názorně to ukazuje prostorové zobrazení provozních kmitů ze všech 88 bodů měřených vibrometrem. Oproti tomu významný řád 72 (ale i jeho násobky 144, 216 nebo 288) zobrazený na obr. 6.8 je pozůstatek zemní smyčky, která vznikla připojením sincos signálu a znehodnotila výsledky. Měření s vibrometrem tudíž muselo být elektricky odděleno od silové

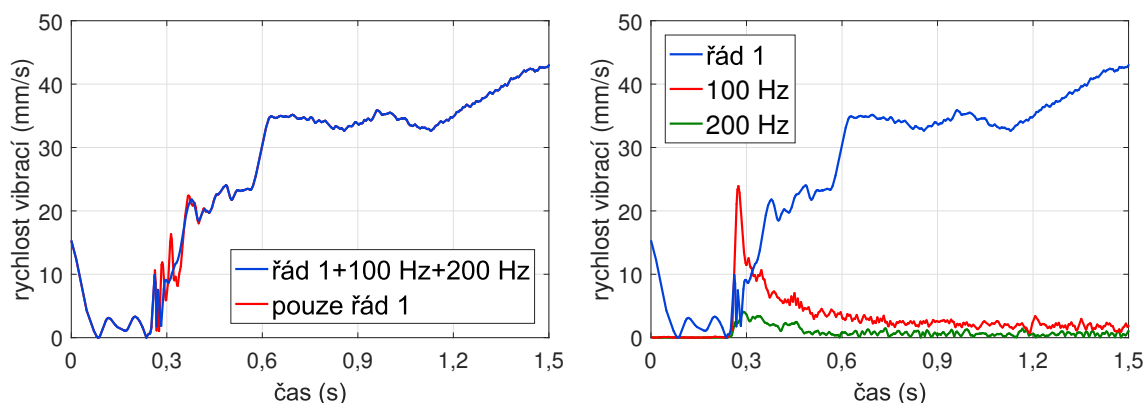
části motoru. Nakonec i přes uvedené problémy série měření dospěla k identifikaci zdroje problému.

6.3 Zrychlení na vysokootáčkovém elektromotoru

Tato kapitola popisuje experiment, který vznikl na vysokootáčkovém elektromotoru. Jeho hlavní důvod použití navazuje na kap. 5.1, která rozebírá rozdíly mezi metodami při rychlé změně rychlosti otáčení, protože je žádoucí ověřit výsledky experimentálně. Mezi měřené veličiny patří rychlost otáčení pomocí tacho sondy a rychlost vibrací pomocí akcelerometru. Standardně používané měření rychlosti otáčení pomocí odrazky bylo zavrženo kvůli malým rozměrům rotující části, kde i navzdory usilovné snaze nebylo možné odrazku spolehlivě přichytit. Proto bylo zvoleno měření na zkosení, které slouží k utažení nástroje do nástavce. I přes snahu o nalezení optimálního úhlu a pozice laserového paprsku vůči otáčení tento způsob způsoboval poruchy ve změřeném signálu vlivem radiálního kmitání rotoru. Tyto poruchy bylo



Obr. 6.9: Rychlostní profil roztočení vysokootáčkového elektromotoru na plné otáčky téměř 500 ot./s.



Obr. 6.10: Výsledky jednoduché i vícenásobné filtrace pomocí VKF2. Vícenásobná filtrace reflektuje výskyt rezonancí 100 a 200 Hz, způsobuje ale zkreslení nárůstu na začátku.

ale možné ručně korigovat, čímž byl získán korektní rychlostní profil. Část odpovídající rozběhu ukazuje obr. 6.9.

Účelem tohoto experimentu je získat časový průběh rychlosti vibrací dominantního 1. řádu. S ohledem na schopnost reagovat na rychlé změny byl VKF2 2. řádu nastaven podle rychlosti náběhu 0,01 s. Podle informací z kap. 3.2.3 je odpovídající šířka pásma 72 Hz. Je zřejmé, že je silně upřednostněna rychlost náběhu filtru oproti selektivitě. V tomto případě to nevádí, protože kromě rezonancí se v okolí sledovaného řádu nevyskytuje žádná významná složka, která by jej mohla narušovat.

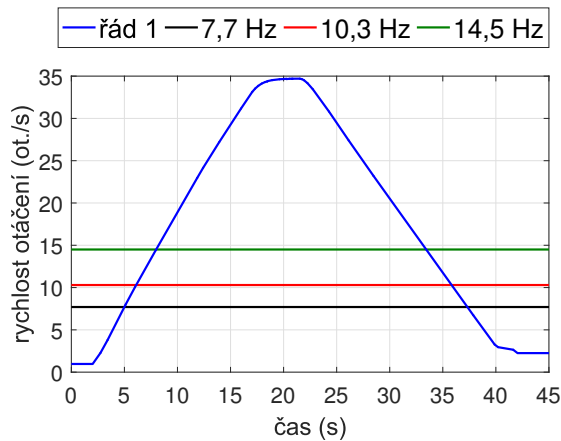
Obr. 6.10 vlevo ukazuje, že filtrací pouhého řádu 1 vzniká signál (červený průběh), který je okolo času 0,3 s poškozen špičkami. Pomocí STFT spektrogramu bylo jednoduché určit, že tyto špičky jsou důsledkem průchodu rezonancemi 100 a 200 Hz. Filtrace tak byla provedena opětovně, tentokrát s modelovanými rezonancemi, a takový výsledek již není poškozen tak významně (modrý průběh). Nežádoucí zvlnění před začátkem děje (čas před 0,3 s) vzniklo z artefaktů vzniklých integrací signálu. Detail průběhu amplitudy řádu 1 i rezonancí je na obr. 6.10 vpravo, kde je z exponenciálních průběhů zřejmé, že se jedná opravdu o rezonance vybuzené startem zařízení. Vícenásobná filtrace je sice v tomto případě přibližně 30krát výpočetně náročnější, poskytuje ale přesnější výstup.

Snížení výpočetní náročnosti podvzorkováním, jak navrhuje kap. 3.1.4 pomáhá při jednoduché filtraci, kde decimací faktorem 10 klesne náročnost také přibližně 10krát. V případě vícenásobné filtrace je ale pokles pouze o 20 %, což je způsobné překrytím filtrovaných složek a následnou špatnou podmíněností diferenčních rovnic, které se při výpočtu VKF řeší.

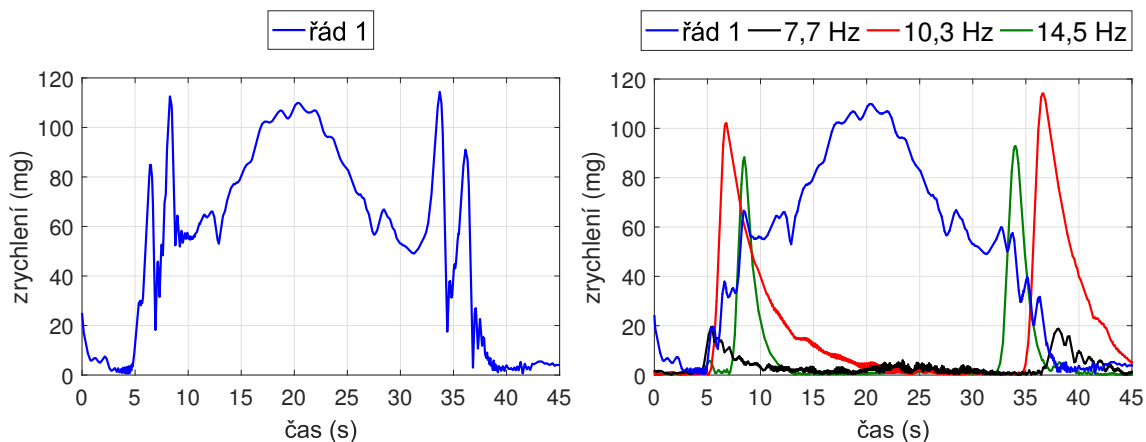
Výskyt zmíněných rezonancí nedovolil splnění původního cíle, a to porovnání výsledků simulací s experimenty. Rezonance byly natolik výrazné, že nebylo možné najít žádnou podobnost mezi simulacemi a experimentálními daty. Nebylo tak možné potvrdit ani vyvrátit předpoklad, že VKF2 poskytuje pro tuto situaci nejlepší výsledky, jak bylo zjištěno ze simulací.

6.4 Vyvažovací přípravek

Podobně jako v předchozím experimentu, je i zde ukázána vícenásobná filtrace křížujících řádů. Jsou využity signály naměřené na nevyváženém vyvažovacím přípravku. Data vychází z publikace [91]. Měří se rychlost otáčení pomocí tachometru a zrychlení akcelerometrem. Rychlost otáčení byla pozvolně zvyšována a poté obdobně zpomalována, jak ukazuje obr. 6.11. Obvykle se vyvážení vyhodnocuje podle rychlosti vibrací za ustálených otáček. V tomto případě byla snaha toto vyvodit z dat při zrychlování či zpomalování, což by znamenalo urychlení celého procesu. Z obr. 6.12



Obr. 6.11: Rychlostní profil pro filtraci křížujících se řádů vyvažovacího přípravku.



Obr. 6.12: Ukázka významu filtrace křížujících se řádů při odstraňování rezonancí ze signálu zrychlení. Vlevo je výsledek filtrace prvního řádu ze signálu, který je poškozen rezonancemi. Vpravo je filtrace, do které jsou zahrnuty také rezonance. Rezonance v řádu 1 jsou výrazně potlačeny. Použit VKF1 s šířkou pásma 1 Hz [91].

vlevo je ale znatelné, že amplituda řádu 1, která odpovídá nevývaze, je poškozená rezonancemi. Byl použit filtr VKF1 s šířkou pásma 1 Hz.

Vzhledem k tomu, že rezonance jsou neměnné, lze je modelovat a následnou více-násobnou filtrací VKF potlačit. Rezonanční frekvence byly zjištěny z FFT spektra. Mezi významné patří tři frekvence, a to 7,7 Hz, 10,3 Hz a 14,5 Hz (zobrazené spolu s rychlostním profilem na obr. 6.11). Modelováním a následnou filtrací (nastavení filtru bylo stejné jako při jednoduché filtraci, navíc byla použita iterační metoda PCG2) řádu 1 a všech rezonancí vznikly průběhy zrychlení zobrazené na obr. 6.12 vpravo. Je patrné, že efekt průchodu rezonancí byl výrazně potlačen, i když jsou stále patrné poruchy. I zde je ale výpočet přibližně 30krát výpočetně náročnější. Kvůli špatné podmíněnosti matic je téměř nutností použití iterační metody PCG1 nebo PCG2. Pouhé CG totiž v tomto případě konverguje velmi pomalu, a ani při

použití vysokého počtu iterací (řádově tisíce) nedokázalo vypočítat řešení, které by nepřekračovalo toleranci 10^{-12} . Oproti tomu PCG2 potřebuje k vyřešení přibližně 25 iterací (v jedné iteraci se zpracovává signál o délce necelých 1,2 milionu vzorků).

Zobrazené výstupy jsou sice ve zrychlení, ne ve zmiňované rychlosti vibrací, která je obvykle používána při vyvažování. Se znalostí rychlosti otáčení lze ale amplitudu řádu 1 snadno přepočítat na rychlost metodou připomínající integraci ve frekvenční oblasti – každý bod zrychlení by se dělil koeficientem $2\pi f$, jehož frekvence f vychází z rychlostního profilu. Vznikl by tak výstup shodný se signálem rychlosti vibrací filtrovaným výše popsaným způsobem.

Závěr

Dizertační práce si kladla za cíl prozkoumat možnosti Vold-Kalmanova filtru pro analýzu vibračních signálů při nestacionárních podmínkách. Následuje reakce k vytyčeným cílům, které se nachází v kap. 2.

Prvním cílem byla implementace filtru pro praktické použití. Ta se nachází v kap. 3.1, která popisuje implementaci obou generací filtrů do vývojového prostředí LabVIEW, a to v několika variantách: základní filtr (kap. 3.1.1), online filtr (po blocích pro kontinuální filtraci, kap. 3.1.2) a nakonec varianta pro výpočet řádového spektrogramu (kap. 3.1.3). Vícenásobná filtrace, která dokáže filtrovat více složek v signálu zároveň, je implementována pouze v základní podobě. Principiálně bylo sice možné tuto možnost implementovat i do online verze, ale stejně by její využití kvůli vysoké výpočetní náročnosti nebylo reálné.

Pro potřeby zvýšení selektivity filtru nad možnosti datového typu double byly v kap. 3.1.5 dále v jazyce C formou DLL knihoven implementovány funkce využívající datový typ quadruple precision, který má oproti double dvojnásobný dynamický rozsah. To vše ale za cenu řádového zpomalení, které je způsobeno softwarovou implementací výpočtů v kompilery GCC (současné procesory tento datový typ nepodporují). Výhodou tohoto přístupu je možnost vložit DLL kamkoli, kde existuje kompatibilita s volací konvencí jazyka C (C/C++, Matlab, Python, ...).

Vývoj funkcí byl zdoluhavý, zejména kvůli požadavkům na výpočetní efektivitu. Významný díl úsilí vyžadovalo i samotné testování, ať už porovnáním s jinými otevřenými implementacemi nebo i vlastními neoptimalizovanými funkcemi. Porovnání výkonnosti funkcí v kap. 3.1.6 ukazuje jasné výhody implementace. Vlastní funkce jsou v porovnání s jinými o desítky procent rychlejší. I když se jedná o porovnání pouze na jedné konfiguraci, lze jej brát jako relevantní.

Druhým, časově i výpočetně náročným, cílem bylo zjištění vlastností implementovaných filtrů, ověření numerických limitů při nastavení a tvorba metodiky, která bude eliminovat překročení těchto limitů. Obvyklé vlastnosti Vold-Kalmanova filtru jsou již známy. Ověření tak umožnilo zjistit, jestli implementace neobsahuje chyby. Uvedení základních vlastností, jako rychlost náběhu filtru nebo šířka pásma v kap. 3.2, ukazuje, že se vlastnosti vlastní implementace shodují s ostatními, referenčními implementacemi. Toto zjištění dále cílilo na limity, které se projevují např. dynamickým rozsahem použitého datového typu double, a mohou mít vliv na přesnost nebo stabilitu výsledku. Při velké nastavené selektivitě filtru může totiž výpočet numericky selhávat. V kap. 3.1.4 je přehled doporučení, jak nastavovat filtr, aby nedošlo k přiblížení nebo překročení použitelných rozsahů. Tato doporučení dostupná literatura neuvádí, a proto mohou být pro uživatele přínosná. Jedná se o omezení centrální frekvence a šířky pásma tak, aby nezasahovaly mimo interval

$\langle 0; f_{vz}/2 \rangle$, což omezí získání chybného výstupu (vliv zvlnění zrcadlením spektra). Druhé doporučení spočívá v převzorkování signálu na nižší vzorkovací frekvenci. To s sebou nese dva benefity: menší omezení rozsahu váhového koeficientu r (zvláště pro VKF2 vyššího řádu), a také menší výpočetní náročnost kvůli menšímu počtu vzorků signálu.

Třetí cíl je popsán v kap. 3.2.4 a experimentálně použit v kap. 6.1. Je možné detekovat (a případně i korigovat) multiplikativní chybu i časový posun rychlostního profilu vůči signálu vibrací. Tento postup je velmi podobný fázové demodulaci, díky komplexnímu výstupu VKF2 je ale aplikovatelný přímo bez nutnosti generovat referenční sinusový a kosinusový signál podle rychlostního profilu, to je obsaženo ve výpočtu VKF2. Navíc má výstup filtru nulový fázový posun a umožňuje jednoduché nastavení časově proměnné šířky pásma.

Řešení čtvrtého cíle o porovnání VKF s ostatními metodami řádové analýzy (jmenovitě COT, GOT a pro přehlednost i STFT) uvádí kap. 4. Porovnání probíhá pomocí třech signálů s proměnnou frekvencí a amplitudou se šumem – jeden řád, blízké řády a křížující se řády. Pro každý signál je metoda nastavena optimálně tak, aby měl její výstup minimální odchylku od referenční hodnoty. Je také ukázáno, jak se výstup změní, pokud nastavení optimální nebude. Nastavení VKF probíhá s výhodou pomocí jednoho parametru (koeficient r), kdežto ostatní metody vyžadují parametry dva. Nejlepších výsledků dosáhl VKF 2. generace 2. řádu, a to na všech třech signálech. Porovnání výsledků uvádí tab. 4.2, výpočetní náročnost pak tab. 4.3. Zároveň je ale VKF kvůli vyšší nastavitelné selektivitě nejvíc náchylný na poruchu rychlostního profilu, jak naznačuje tab. 4.4. Ukazuje se tak praktická důležitost řešení předchozího cíle.

Pátý cíl naplňují experimenty využívající jak simulované signály (kap. 5), tak experimentální data (kap. 6). Byla zde demonstrována možnost využití VKF při nestacionárních podmínkách (rozběhy, doběhy) a výhody či nevýhody oproti ostatním metodám. Spolu se základní variantou filtru je z textu zřejmé využití implementovaných algoritmů, např. výpočet řádového spektrogramu (kap. 6.1) nebo online varianta filtru (kap. 5.2), a to při nestacionárních podmínkách. Algoritmy jsou experimentálně použitelné bez výraznějších omezení.

Vzhledem k důležitosti správného rychlostního profilu byly v kap. 3.3 implementovány funkce, které dokáží částečně nebo úplně eliminovat některé poruchy v tacho signálu – typicky nadbytečné hrany. Jinak obtížně použitelný tacho signál je tak možné efektivně využít.

Všechny cíle práce považuji za splněné. Nejvíce si cením implementace všech variant filtrů a také řešení cíle 3, který lze uplatnit v metodách řádové analýzy bez použití rychlostního profilu (tzv. „tacholess“ metody), které jsou podle četnosti publikací velmi aktuální téma.

Vlastní publikační činnost

Řazeno chronologicky.

- [91] ČALA, Martin. Suppression of Resonances from Vibration Signal using Vold-Kalman Filter. In: *Proceedings of the 22st Conference STUDENT EEICT 2016*. Brno, 2016, s. 446–450. ISBN 978-80-214-5350-0.
- [35] ČALA, Martin a Petr BENEŠ. Implementation of the Vold-Kalman Order Tracking Filters for Online Analysis. In: *International Conference on Sound and Vibration (ICVS13)*. Atény, Řecko: International Institute of Acoustics and Vibrations, 2016. ISBN 978-960992262-3.
- [88] ČALA, Martin a Petr BENEŠ. Turbojet vibrations analysis using the order tracking methods. In: *2016 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*. IEEE, 2016, s. 225–230. DOI: 10.1109/ICUMT.2016.7765361. ISBN 978-1-4673-8818-4.
- [90] ČALA, Martin. Vibration analysis of a permanent magnet synchronous motor with a gearbox. In: *Proceedings of the 23rd Conference STUDENT EEICT 2017*. Brno, 2017, s. 461–465. ISBN 978-80-214-5496-5.
- [85] ČALA, Martin. A method for correcting a damaged tacho signal. In: *Proceedings of the 24th Conference Student EEICT 2018*. Brno, 2018, s. 418–421. ISBN 978-80-214-5614-3.
- [60] ČALA, Martin a Petr BENEŠ. A Method for Estimation of Motor Rotational Speed from STFT Spectrogram at a Non-stationary Conditions. In: *IFAC-PapersOnLine*. 2018, **51**(6), s. 283–288. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.07.167. ISSN 2405-8963.
- [80] KUNZ, Jan, Martin ČALA, Stanislav PIKULA a Petr BENEŠ. Tracking Filter Design for Predictive Maintenance of Jet Engine – Different Approaches and their Comparison. *Strojnícky časopis – Journal of Mechanical Engineering*. 2018, **68**(4), s. 75–84. DOI: 10.2478/scjme-2018-0049. ISSN 2450-5471.

Literatura

- [1] VOLD, Håvard a Jan LEURIDAN. High Resolution Order Tracking at Extreme Slew Rates, Using Kalman Tracking Filters. *SAE International*. 1993, s. 219–. DOI: 10.4271/931288. ISSN 0148-7191.
- [2] RANDALL, R.B. *Application of B&K Equipment to Frequency Analysis*. 2nd edition. Nærum: Brüel & Kjær, 1977. ISBN 87-87355-14-0.
- [3] COOLEY, James W. a John W. TUKEY. An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series. *Mathematics of Computation*. 1965, **19**(90), s. 297–301. DOI: 10.2307/2003354. ISSN 0025-5718.
- [4] FRIGO, Matteo a Steven G. JOHNSON. The Design and Implementation of FFTW3. *Proceedings of the IEEE*. 2005, **93**(2), s. 216–231. DOI: 10.1109/JPROC.2004.840301. ISSN 0018-9219.
- [5] ALLEN, Jont B. a Lawrence R. RABINER. A unified approach to short-time Fourier analysis and synthesis. *Proceedings of the IEEE*. 1977, **65**(11), s. 1558–1564.
- [6] JONES, Douglas L. a Richard G. BARANIUK. A simple scheme for adapting time-frequency representations. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 1994, **42**(12), s. 3530–3535.
- [7] TŮMA, Jiří. *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*. Praha: Sdělovací technika, 1997. ISBN 80-901-9361-7.
- [8] BRANDT, Anders. *Noise and vibration analysis: signal analysis and experimental procedures*. Chichester: Wiley, 2011. ISBN 978-0-470-74644-8.
- [9] TŮMA, Jiří. *Vehicle gearbox noise and vibration: measurement, signal analysis, signal processing and noise reduction measures*. Chichester: Wiley, 2014. Automotive series. ISBN 978-1-118-35941-9.
- [10] HU, Yue, Xiaotong TU, Fucai LI, Hongguang LI a Guang MENG. An adaptive and tachless order analysis method based on enhanced empirical wavelet transform for fault detection of bearings with varying speeds. *Journal of Sound and Vibration*. 2017, **409**, s. 241–255. DOI: 10.1016/j.jsv.2017.08.003. ISSN 0022-460X.

- [11] LU, Siliang, Jie GUO, Qingbo HE, Fang LIU, Yongbin LIU a Jiwen ZHAO. A Novel Contactless Angular Resampling Method for Motor Bearing Fault Diagnosis Under Variable Speed. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 2016, **65**(11), s. 2538–2550. DOI: 10.1109/TIM.2016.2588541. ISSN 0018-9456.
- [12] JIANG, Xingxing a Shunming LI. A dual path optimization ridge estimation method for condition monitoring of planetary gearbox under varying-speed operation. *Measurement*. 2016, **94**, s. 630–644. DOI: 10.1016/j.measurement.2016.09.009. ISSN 0263-2241.
- [13] SCHMIDT, S., P.S. HEYNS a J.P. DE VILLIERS. A novelty detection diagnostic methodology for gearboxes operating under fluctuating operating conditions using probabilistic techniques. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018, **100**, s. 152–166. DOI: 10.1016/j.ymsp.2017.07.032. ISSN 0888-3270.
- [14] GADE, Svend, Henrik HERLUFSEN, Hans KONSTANTIN-HANSEN a Niels J. WISMER. Order tracking analysis. *Brüel & Kjør Technical review*. 1995, (2), 45. ISSN 007-2621.
- [15] BRANDT, Anders, Thomas LAGÖ, Kjell AHLIN a Jiří TŮMA. Main principles and limitations of current order tracking methods. *Sound and Vibration*. 2005, **39**(3), s. 19–22.
- [16] WISMER, Johan N. Time domain averaging combined with order tracking. *Brüel & Kjør Application Note*. 2003, **1**.
- [17] GROOVER, Charles L., Martin W. TRETHERWEY, Kenneth P. MAYNARD a Mitchell S. LEBOLD. Removal of order domain content in rotating equipment signals by double resampling. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2005, **19**(3), s. 483–500. DOI: 10.1016/j.ymsp.2003.09.008. ISSN 0888-3270.
- [18] BLOUGH, Jason R., David L. BROWN a Håvard VOLD. The Time Variant Discrete Fourier Transform as an Order Tracking Method. In: *SAE Transactions*. 1997, s. 3037–3045. DOI: 10.4271/972006.
- [19] BORGHESANI, P., P. PENNACCHI, S. CHATTERTON a R. RICCI. The velocity synchronous discrete Fourier transform for order tracking in the field of rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2014, **44**(1-2), s. 118–133. DOI: 10.1016/j.ymsp.2013.03.026. ISSN 0888-3270.
- [20] SHAO, Hui, Wei JIN a Shie QIAN. Order tracking by discrete gabor expansion. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 2003, **52**(3), s. 754–761. DOI: 10.1109/TIM.2003.814670. ISSN 0018-9456.

- [21] NATIONAL INSTRUMENTS. *Order Analysis Toolkit User Manual* [online]. 2005 [cit. 2015-09-23]. Dostupné z: <http://www.ni.com/pdf/manuals/372879c.pdf>
- [22] NATIONAL INSTRUMENTS. *Patented Order-Tracking Algorithm*. [online]. 2015 [cit. 2015-11-05]. Dostupné z: <http://www.ni.com/white-paper/4686/en/>
- [23] SHIE, Qian a Shao HUI. NATIONAL INSTRUMENTS. *System and method for analyzing signals of rotating machines*. Spojené státy americké. US6332116 B1 Patent. Uděleno 2000-04-19. Dostupné také z: <https://www.google.cz/patents/US6332116>
- [24] SHIE, Qian, Shao HUI a Jin WEI. NATIONAL INSTRUMENTS. *Analyzing signals generated by rotating machines using an order mask to select desired order components of the signals*. Spojené státy americké. US6477472 B2 Patent. Uděleno 2001-10-09. Dostupné také z: <https://www.google.cz/patents/US6477472>
- [25] SHIE, Qian, Hui SHAO a Nanxiong ZHANG. NATIONAL INSTRUMENTS. *Time varying harmonic analysis including determination of order components*. Spojené státy americké. US6810341 B2 Patent. Uděleno 2002-06-26. Dostupné také z: <https://www.google.cz/patents/US6810341>
- [26] XIAOPING, Zhao, Zhao XIULI, Wang YAN a Zheng YUHUI. Order tracking based on Gabor and Viterbi algorithm. In: *2011 International Conference on Mechatronic Science, Electric Engineering and Computer (MEC)*. IEEE, 2011, 2011, s. 1918–1921. DOI: 10.1109/MEC.2011.6025862. ISBN 978-1-61284-719-1.
- [27] PAN, Min-Chun a Chun-Ching CHIU. Investigation on improved Gabor order tracking technique and its applications. *Journal of Sound and Vibration*. 2006, **295**(3-5), s. 810–826. DOI: 10.1016/j.jsv.2006.01.046. ISSN 0022-460X.
- [28] PAN, Min-Chun, Shiu-Wei LIAO a Chun-Chin CHIU. Improvement on Gabor order tracking and objective comparison with Vold-Kalman filtering order tracking. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2007, **21**(2), s. 653–667. DOI: 10.1016/j.ymsp.2006.01.006. ISSN 0888-3270.
- [29] VOLD, Håvard a Jan LEURIDAN. High resolution order tracking at extreme slew rates using Kalman tracking filters. *Shock and vibration*. New York: Wiley, 1995, **2**(6), s. 507–515. ISSN 1070-9622.

- [30] TŮMA, Jiří. Řádová analýza signálů z točivých strojů s proměnlivými nebo neustálenými otáčkami. In: *Workshop Perspektivní projekty vývoje řídicích a senzorických technologií* [online]. Brno: Litera, 2011 [cit. 2015-09-23], s. 41–58. ISBN 978-80-214-4297-9. Dostupné z: <http://home1.vsb.cz/~tum52/publications/Tuma-seminar-Raztoka.pdf>
- [31] TŮMA, Jiří. Setting the passband width in the Vold-Kalman order tracking filter. In: *International Conference on Sound and Vibration (ICSV12)*. Lisabon, Portugalsko, 2005. Dostupné také z: <http://home1.vsb.cz/~tum52/publications/TumaICSV12.pdf>
- [32] FELDBAUER, Christian a Robert HÖLDRICH. Realization of a Vold-Kalman tracking filter – a least squares problem. In: *Proceedings of the COST G-6 Conference on Digital Audio Effects*. Verona, Itálie, 2000.
- [33] PAN, M.-Ch. a Y.-F. LIN. Further exploration of Vold-Kalman-filtering order tracking with shaft-speed information-I: Theoretical part, numerical implementation and parameter investigations. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2006, **20**(5), s. 1134–1154. DOI: 10.1016/j.ymsp.2005.01.005. ISSN 0888-3270.
- [34] PAN, M.-Ch. a Y.-F. LIN. Further exploration of Vold-Kalman-filtering order tracking with shaft-speed information-II: Engineering applications. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2006, **20**(6), s. 1410–1428. DOI: 10.1016/j.ymsp.2005.01.007. ISSN 0888-3270.
- [35] ČALA, Martin a Petr BENEŠ. Implementation of the Vold-Kalman Order Tracking Filters for Online Analysis. In: *International Conference on Sound and Vibration (ICVS13)*. Atény, Řecko: International Institute of Acoustics and Vibrations, 2016. ISBN 978-960992262-3.
- [36] TŮMA, Jiří. Vold-Kalmanova filtrace v prostředí Matlabu. In: *Technical Computing Prague*. Praha: Humusoft, 2003, s. 575–586. ISSN 2336-1662. Dostupné také z: http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/matlab03/tuma.pdf
- [37] BLOUGH, Jason R. Understanding the kalman/vold-kalman order tracking filters' formulation and behavior. *SAE Technical Paper*. 2007, s. 1–8. DOI: 10.4271/2007-01-2221.
- [38] VOLD, Håvard, Bob MILLER, Christian REINBRECHT a Manko HO. The vold-kalman order tracking filter implementation and applications. In: *7th International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC 2017)*. Ingolstadt, Německo, 2017, s. 1–36.

- [39] BRANDTS, Jan a Michal KŘÍŽEK. Padesát let metody sdružených gradientů: Zvládnou počítače soustavy milionů rovnic o milionech neznámých? *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*. 2002, **47**(2), s. 103–113. Dostupné také z: <http://dml.cz/dmlcz/141120>
- [40] BOYD, S. *Conjugate gradient method* [online]. [cit. 2017-07-07]. Dostupné z: <http://stanford.edu/class/ee364b/lectures.html>. Přednáškové materiály k předmětu EE364b na Stanfordské univerzitě.
- [41] GADE, Svend, Henrik HERLUFSEN, Hans KONSTANTIN-HANSEN a Håvard VOLD. BRÜEL & KJÆR. Characteristics of the Vold-Kalman order tracking filter. *Technical review* [online]. Nærum, Dánsko, 1999, **1999**(1) [cit. 2015-10-26]. ISSN 0007-2621. Dostupné z: <http://www.bksv.com/doc/bv0052.pdf>
- [42] TŮMA, Jiří. Algorithms for the Vold-Kalman multiorder tracking filter. In: *Proceedings of the 14th International Carpathian Control Conference (ICCC)*. IEEE, 2013, s. 388–394. DOI: 10.1109/CarpathianCC.2013.6560575. ISBN 978-1-4673-4490-6.
- [43] TŮMA, Jiří. *Vold-Kalman Order Tracking Filtration* [online]. 2008, 40 s. [cit. 2015-10-26]. Dostupné z: <http://home1.vsb.cz/~tum52/download/VoldKalman.pdf>. Přednáškové materiály VŠB TU Ostrava.
- [44] BRANDT, A., J. TŮMA, T. LAGÖ a K. AHLIN. Toolboxes for analysis of sound and vibration signals within Matlab. *Axiom EduTech AB, Technical Univ. of Ostrava, Blekinge Institute of Technology*. 2005, **1**, s. 1–8.
- [45] PAN, Min-Chun a Cheng-Xue WU. Adaptive Vold-Kalman filtering order tracking. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2007, **21**(8), s. 2957–2969. DOI: 10.1016/j.ymsp.2007.06.002. ISSN 0888-3270.
- [46] PAN, M.-Ch., W.-Ch. CHU a Duc-Do LE. Adaptive angular-velocity Vold-Kalman filter order tracking — Theoretical basis, numerical implementation and parameter investigation. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2016, **81**, s. 148–161. DOI: 10.1016/j.ymsp.2016.03.013. ISSN 0888-3270.
- [47] YEH, Ting-Chi, Min-Chun PAN a Cheng-Yi HO. DSP-base adaptive angular-velocity VKF order tracking for online real-time monitoring system. In: *2017 IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*. IEEE, 2017, s. 1813–1819. DOI: 10.1109/ISIE.2017.8001524. ISBN 978-1-5090-1412-5.
- [48] SEKKO, Edgard, Cecile CAPDESSUS, Yaya Y. SIDIBE a Ziad DAHER. H-infinity filtering order tracking. In: *Proc International Conference on Surveillance*. Compiègne, Francie, 2011.

- [49] GUO, Yu, Kok K. TAN, Sunan HUANG a Yi ZHANG. Noise removal in Vold-Kalman order tracking based on independent component analysis. In: *2008 IEEE International Conference on Automation and Logistics*. IEEE, 2008, s. 574–579. DOI: 10.1109/ICAL.2008.4636216. ISBN 978-1-4244-2502-0.
- [50] GUO, Yu a Kok K. TAN. High efficient crossing-order decoupling in Vold-Kalman filtering order tracking based on independent component analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2010, **24**(6), s. 1756–1766. DOI: 10.1016/j.ymssp.2010.02.002. ISSN 0888-3270.
- [51] LU, X.-D. a D.L. TRUMPER. Self-Calibration of On-Axis Rotary Encoders. *CIRP Annals*. 2007, **56**(1), s. 499–504. DOI: 10.1016/j.cirp.2007.05.119. ISSN 0007-8506.
- [52] LU, X.-D., R. GRAETZ, D. AMIN-SHAHIDI a K. SMEDS. On-axis self-calibration of angle encoders. *CIRP Annals*. 2010, **59**(1), s. 529–534. DOI: 10.1016/j.cirp.2010.03.127. ISSN 0007-8506.
- [53] COMBET, Francois a Radoslaw ZIMROZ. A new method for the estimation of the instantaneous speed relative fluctuation in a vibration signal based on the short time scale transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2009, **23**(4), s. 1382–1397. DOI: 10.1016/j.ymssp.2008.07.001. ISSN 0888-3270.
- [54] PEDERSEN, Thorkild Find, Svend GADE, Henrik HERLUFSEN a Hans KONSTANTIN-HANSEN. Order tracking in vibro-acoustic measurements: A novel approach eliminating the tacho probe. In: *Conference & Exposition on Structural Dynamics*. Denmark: Society for Experimental Mechanics, 2005, s. 7. ISSN 0014-4851.
- [55] ZHAO, Ming, Jing LIN, Xiufeng WANG, Yaguo LEI a Junyi CAO. A tacho-less order tracking technique for large speed variations. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2013, **40**(1), s. 76–90. DOI: 10.1016/j.ymssp.2013.03.024. ISSN 0888-3270.
- [56] CARDONA-MORALES, O., E. F. SIERRA-ALONSO a G. CASTELLANOS-DOMINGUEZ. Blind Extraction of Instantaneous Frequency for Order Tracking in Rotating Machines Under Non-stationary Operating Conditions. *Advances in Condition Monitoring of Machinery in Non-Stationary Operations*. Cham: Springer International Publishing, 2016, s. 99–110. Applied Condition Monitoring. DOI: 10.1007/978-3-319-20463-5_8. ISBN 978-3-319-20462-8. ISSN 2363-6998.

- [57] LECLÈRE, Quentin, Hugo ANDRÉ a Jérôme ANTONI. A multi-order probabilistic approach for Instantaneous Angular Speed tracking debriefing of the CMMNO'14 diagnosis contest. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2016, **81**, s. 375–386. DOI: 10.1016/j.ymssp.2016.02.053. ISSN 0888-3270.
- [58] SCHMIDT, S., P.S. HEYNS a J.P. DE VILLIERS. A tachless order tracking methodology based on a probabilistic approach to incorporate angular acceleration information into the maxima tracking process. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2018, **100**, s. 630–646. DOI: 10.1016/j.ymssp.2017.07.053. ISSN 0888-3270.
- [59] RANDALL, Robert, Michael COATS a Wade SMITH. Determining the speed of a variable speed wind turbine from the vibration response. In: *Acoustics 2015, Hunter Valley, Australia*. 2015, s. 1–10.
- [60] ČALA, Martin a Petr BENEŠ. A Method for Estimation of Motor Rotational Speed from STFT Spectrogram at a Non-stationary Conditions. In: *IFAC-PapersOnLine*. 2018, **51(6)**, s. 283–288. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.07.167. ISSN 2405-8963.
- [61] FENG, Zhipeng, Sifeng QIN a Ming LIANG. Time-frequency analysis based on Vold-Kalman filter and higher order energy separation for fault diagnosis of wind turbine planetary gearbox under nonstationary conditions. *Renewable Energy*. 2016, **85**, s. 45–56. DOI: 10.1016/j.renene.2015.06.041. ISSN 0960-1481.
- [62] HANG, Jun, Jianzhong ZHANG a Ming CHENG. Fault diagnosis of wind turbine using control loop current signals. In: *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*. IEEE, 2014, s. 3119–3124. DOI: 10.1109/ECCE.2014.6953824. ISBN 978-1-4799-5776-7.
- [63] PAN, Min-chun a Cheng-xue WU. Investigation on the Extended Angular-Velocity Vold-Kalman Order Tracking. In: *IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*. IEEE, 2006, s. 770–775. DOI: 10.1109/ISSPIT.2006.270902. ISBN 0-7803-9754-1.
- [64] URRESTY, Julio-César, Jordi-Roger RIBA a Luis ROMERAL. Diagnosis of Interturn Faults in PMSMs Operating Under Nonstationary Conditions by Applying Order Tracking Filtering. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2013, **28(1)**, s. 507–515. DOI: 10.1109/TPEL.2012.2198077. ISSN 0885-8993.
- [65] WANG, K.S. a P.S. HEYNS. Vold-Kalman Filter Order Tracking in Vibration Monitoring of Electrical Machines. *Journal of Vibration and Control*. 2009, **15(9)**, s. 1325–1347. DOI: 10.1177/1077546308094431. ISSN 1077-5463.

- [66] WANG, K.S. a P.S. HEYNS. Application of computed order tracking, Vold-Kalman filtering and EMD in rotating machine vibration. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2011, **25**(1), s. 416–430. DOI: 10.1016/j.ymsp.2010.09.003. ISSN 0888-3270.
- [67] WANG, K.S., D. GUO a P.S. HEYNS. The application of order tracking for vibration analysis of a varying speed rotor with a propagating transverse crack. *Engineering Failure Analysis*. 2012, **21**, s. 91–101. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2011.11.020. ISSN 1350-6307.
- [68] TSAI, P.C., C.C. CHENG a Y.C. HWANG. Ball screw preload loss detection using ball pass frequency. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2014, **48**(1-2), s. 77–91. DOI: 10.1016/j.ymsp.2014.02.017. ISSN 0888-3270.
- [69] TSAI, P.C., C.C. CHENG a Y.C. HWANG. Ball screw health monitoring using ball pass frequency spectra. In: *Proceedings of the 9th International Workshop on Structural Health Monitoring (IWSHM)*. 2013, s. 1847–1854. ISBN 978-160595115-7.
- [70] WANG, Chao, Miguel DELGADO PRIETO, Luis ROMERAL, Zhe CHEN, Frede BLAABJERG a Xiao LIU. Detection of Partial Demagnetization Fault in PMSMs Operating Under Nonstationary Conditions. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2016, **52**(7), s. 1–4. DOI: 10.1109/TMAG.2015.2511003. ISSN 0018-9464.
- [71] CARDONA-MORALES, O., L.D. AVENDAÑO a G. CASTELLANOS-DOMÍNGUEZ. Nonlinear model for condition monitoring of non-stationary vibration signals in ship driveline application. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2014, **44**(1-2), s. 134–148. DOI: 10.1016/j.ymsp.2013.08.029. ISSN 0888-3270.
- [72] BAGHI ABADI, Mohammad Kazem, Ali HAJNAYEB, Ali HOSSEINGHOLIZADEH a Ahmad GHASEMLOONIA. *Single and Multiple Misfire Detection in Internal Combustion Engines Using Vold-Kalman Filter Order-Tracking*. In: *SAE Technical Papers*. 2011. DOI: 10.4271/2011-01-1536.
- [73] ENGELHARDT, Charlie, Mary BAKER, Andy MOURON a Håvard VOLD. Separation of sine and random components from vibration measurements. *Sound and Vibration*. 2012, **46**(6), s. 6–11.

- [74] BLOUGH, J.R. a J.P. DECLERCK. Development of an automated order tracking method. In: *Proc. Int. Conf. Noise and Vibration Eng.* 2012, s. 661–668. Dostupné také z: http://past.isma-isaac.be/downloads/isma2012/papers/isma2012_0863.pdf
- [75] GALLOWAY, Grant S., Victoria M. CATTERSON, Thomas FAY, Andrew ROBB a Craig LOVE. Diagnosis of tidal turbine vibration data through deep neural networks. In: *European Conference of the Prognostics and Health Management Society 2016*. 2016, s. 1–9.
- [76] FENG, Ke, KeSheng WANG, Mian ZHANG, Qing NI a Ming J. ZUO. A diagnostic signal selection scheme for planetary gearbox vibration monitoring under non-stationary operational conditions. *Measurement Science and Technology*. 2017, **28**(3), s. 1–10. DOI: 10.1088/1361-6501/aa543e. ISSN 0957-0233.
- [77] FENG, Ke, K. S. WANG a Peng CHEN. A signal selection scheme through order tracking techniques for planetary gearbox condition monitoring. In: *2016 Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Chengdu)*. IEEE, 2016, s. 1–5. DOI: 10.1109/PHM.2016.7819880. ISBN 978-1-5090-2778-1.
- [78] STEPHENS, David B. a Håvard VOLD. Order tracking signal processing for open rotor acoustics. *Journal of Sound and Vibration*. 2014, **333**(16), s. 3818–3830. DOI: 10.1016/j.jsv.2014.04.005. ISSN 0022-460X.
- [79] BLOUGH, J.R. Using a Graphics Processor to Accelerate DSP Calculations. In: *Proceedings of ISMA 2010 - International Conference on Noise and Vibration Engineering, including USD 2010*. 2010, s. 1703–1716. ISBN 978-907380287-2.
- [80] KUNZ, Jan, Martin ČALA, Stanislav PIKULA a Petr BENEŠ. Tracking Filter Design for Predictive Maintenance of Jet Engine – Different Approaches and their Comparison. *Strojnícky časopis – Journal of Mechanical Engineering*. 2018, **68**(4), s. 75–84. DOI: 10.2478/scjme-2018-0049. ISSN 2450-5471.
- [81] IEEE COMPUTER SOCIETY. *IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic: Std 754*. 2008, 70 s. ISBN 978-0-7381-5752-8.
- [82] RANDALL, Robert B. Noise and Vibration Data Analysis. *Handbook of Noise and Vibration Control*. New Jersey: Wiley, 2007, s. 549–564. ISBN 0471395994.
- [83] COHEN, Leon. *Time-frequency Analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 1995. ISBN 0-13-594532-1.

- [84] WANG, K., K. FENG a M.J. ZUO. An order spectrum-based method to ensure consistent monitoring through Vold-Kalman filter order tracking. *International Journal of Condition Monitoring*. 2016, **6**(3), s. 62–65. DOI: 10.1784/204764216819708078. ISBN 2047-6426. ISSN 2047-6426.
- [85] ČALA, Martin. A method for correcting a damaged tacho signal. In: *Proceedings of the 24th Conference Student EEICT 2018*. Brno, 2018, s. 418–421. ISBN 978-80-214-5614-3.
- [86] QIAN, Shie. Gabor expansion for order tracking. *Sound and Vibration*. 2003, **37**(6), s. 18–23. ISSN 1541-0161.
- [87] GADE, Svend, Henrik HERLUFSEN a Hans KONSTANTIN-HANSEN. FFT vs. Vold-Kalman based order analysis of a gearshift event. In: *Proceedings of the 25th International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA)*. 2000, s. 953–957. ISBN 9073802725.
- [88] ČALA, Martin a Petr BENEŠ. Turbojet vibrations analysis using the order tracking methods. In: *2016 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*. IEEE, 2016, s. 225–230. DOI: 10.1109/ICUMT.2016.7765361. ISBN 978-1-4673-8818-4.
- [89] GIRDHAR, Paresh. *Practical machinery vibration analysis and predictive maintenance*. Elsevier, 2004. ISBN 978-0750662758.
- [90] ČALA, Martin. Vibration analysis of a permanent magnet synchronous motor with a gearbox. In: *Proceedings of the 23rd Conference STUDENT EEICT 2017*. Brno, 2017, s. 461–465. ISBN 978-80-214-5496-5.
- [91] ČALA, Martin. Suppression of Resonances from Vibration Signal using Vold-Kalman Filter. In: *Proceedings of the 22st Conference STUDENT EEICT 2016*. Brno, 2016, s. 446–450. ISBN 978-80-214-5350-0.

Seznam symbolů a zkratek

AAF	Antialiasing Filter
BPFI	Ball Pass Frequency of Inner Ring
BPFO	Ball Pass Frequency of Outer Ring
BW	Bandwidth
CG	Conjugate Gradients
COT	Computed Order Tracking
CVT	Continuously Variable Transmission
cuBLAS	CUDA Basic Linear Algebra Subroutines
cuSPARSE	CUDA Sparse Matrix Library
CUDA	Compute Unified Device Architecture
DFT	Discrete Fourier Transform
DLL	Dynamic-Link Library
DSP	Digital Signal Processing
EMD	Empirical Mode Decomposition
FFT	Fast Fourier Transform
FIR	Finite Impulse Response
FFTW	the Fastest Fourier Transform in the West
GCC	GNU Compiler Collection
GOT	Gabor Order Tracking
HCF	Harmonic Confidence Factor
ICA	Independent Component Analysis
IIR	Infinite Impulse Response
IMF	Intrinsic Mode Function
Inf	Infinity
NaN	Not a Number
ORD	Order
PCG	Preconditioned Conjugate Gradients
PPR	Pulses per Revolution
PSD	Power Spectral Density
QR	QR Decomposition
RMS	Root Mean Square
SNR	Signal-to-Noise Ratio
SPL	Sound Pressure Level
STFT	Short-Time Fourier Transform
TVDFFT	Time Variant DFT
VKF	Vold-Kalman Filter
VSDFFT	Velocity-Synchronous DFT

ZSVC Zero-Sequence Voltage Component