



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STAVEBNÍ**

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

**ÚSTAV KOVOVÝCH A DŘEVĚNÝCH KONSTRUKCÍ**

INSTITUTE OF METAL AND TIMBER STRUCTURES

**STABILITNÍ PROBLÉMY PRUTŮ Z VRSTVENÉHO  
KONSTRUKČNÍHO SKLA**

STABILITY PROBLEMS OF LAMINATED STRUCTURAL GLASS MEMBERS

**DISERTAČNÍ PRÁCE**

DOCTORAL THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Ing. Ondřej Pešek**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**prof. Ing. JINDŘICH MELCHER, DrSc.**

**BRNO 2017**

## **Abstrakt**

Soudobá architektura se vyznačuje subtilními a transparentními konstrukcemi. Právě sklo umožňuje architektům realizovat jejich vize a představy. Sklo jako stavební materiál se stále častěji uplatňuje jako materiál primárních nosných konstrukcí. Vzhledem k absenci technických dokumentů upravujících navrhování nosných skleněných konstrukcí je realizace bezpečného, spolehlivého a ekonomického návrhu skleněné konstrukce skutečnou výzvou pro tvůrce podkladů upravujících metodiku dimenzování nosných prvků a dílců z konstrukčního skla.

V rámci disertační práce byly analyzovány pruty tlačené (sloupy), ohýbané (nosníky) a pruty namáhané kombinací tlaku a ohybu, přičemž byl kladen důraz na problematiku ztráty stability takto namáhaných prvků – vzpěr, klopení a interakce vzpěru a klopení. Součástí řešení bylo i měření tvarů a velikostí počátečních geometrických imperfekcí, které přímo ovlivňují odolnost štíhlých prutů.

Teoretická analýza popisuje chování prutů prostřednictvím řešení diferenciálních rovnic rovnováhy přetvořeného elementu prutu při zatížení. Řešení podle teorie II. řádu dříve odvozené pro ocelové pruty je aplikováno na pruty z vrstveného konstrukčního skla zavedením účinných průřezových charakteristik. Numerická analýza je zaměřena na využití dostupných programů na bázi MKP za účelem predikce únosnosti prutů z vrstveného konstrukčního skla. Experimentální analýzou bylo ověřeno skutečné chování prutů z vrstveného i jednovrstvého skla a věrnost MKP modelů a analytických řešení.

Cílem práce bylo odvození křivek vzpěrné pevnosti a křivek klopení (potažmo parametrů těchto EC křivek) pro výpočet návrhové vzpěrné únosnosti a únosnosti v klopení obdobně jako pro kovové pruty. Vzhledem k poměrně malému množství experimentálně analyzovaných prutů byly provedeny simulace typu Monte Carlo za účelem zpřesnění výsledků výzkumu. Dalším cílem bylo odvození vztahu pro posouzení prutů namáhaných interakcí vzpěru a klopení.

## **Klíčová slova**

Konstrukční sklo, vrstvené sklo, vzpěr, klopení, numerická analýza, experimentální analýza, Southwellova metoda.

## **Abstract**

Transparent and subtle structures are features of modern architecture. Structural glass is constructional material that provides to realize architect's visions and ideas. Glass as a constructional material is more often used as a material for primary load-bearing structures. Realization of safe, reliable and economic glass structure is real challenge for structural engineers because of absence of standards for designing of glass members and elements.

Compressed members (columns), bended members (beams) and members loaded by compression and bending (beam-columns) were analysed in the frame of the doctoral thesis whereby the emphasis is being placed on the lack of stability – flexural buckling, lateral-torsional buckling and flexural-lateral-torsional buckling. Measuring of shape and amplitude of initial geometrical imperfections is a part of doctoral thesis.

The theoretical analysis describes the behaviour of the member by means of solving the differential equations. The solution according to the second order theory developed for metal members is applied on structural laminated glass members with use of effective cross-sectional characteristics. Numerical analysis is focused on the use of commonly available software based on finite element method in order to predict the load-bearing resistance of laminated glass members. Actual behaviour of laminated and monolithic structural glass members was found within experimental program. The correctness of FEM model and analytical solutions were evaluated by comparing with test results.

The goal of the doctoral thesis was determine of buckling curves for calculation of flexural buckling and lateral-torsional buckling resistances by the same calculation procedure as for metal members. Because of small number of experimentally tested specimens the Monte Carlo simulation was performed.

## **Key words**

Structural glass, laminated glass, flexural buckling, lateral-torsional buckling, numerical analysis, experimental analysis, Southwell plot.

## **Poděkování**

Touto cestou bych chtěl poděkovat všem, kteří mě podporovali na nelehké cestě doktorským studiem a při zpracování disertační práce. V první řadě děkuji své mamince, která mě vždy horlivě podporovala a podporuje ve studiích i ostatních kratochvích, a to morálně i materiálně. Děkuji svému bratranci a vůbec celé rodině a přátelům za podporu při dokončování práce a za cenné rady do života. Děkuji svému školiteli prof. Ing. Jindřichu Melcherovi, DrSc. za trpělivost, zkušenosti a nadhled, bez nichž by dokončení práce bylo problematické. V neposlední řadě děkuji Ing. Jiřímu Veselému, Miloslavu Ledinovi a Miloši Minaříkovi za pomoc, nápady a praktické připomínky při realizaci experimentů. Při zpracování jednotlivých kapitol disertační práce jsem využil podněty vzešlé z akademických debat s kolegy Ing. Martinem Horáčkem, Ph.D., Ing. Ivanem Balázsem, Ph.D., Ing. Martinem Vildem, Ing. Josefem Holomkem, Ph.D., Ing. Josefem Martináskem, Ph.D., Ing. Tomášem Volaříkem a dalšími. Omlouvám se všem, které jsem zde opomněl jmenovat, ale bez nichž bych práci nikdy nedokončil.

## **Bibliografická citace**

Ing. Ondřej Pešek *Stabilitní problémy prutů z vrstveného konstrukčního skla*. Brno, 2017. 183 s., 42 s. příl. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav kovových a dřevěných konstrukcí. Vedoucí práce prof. Ing. Jindřich Melcher, DrSc.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem disertační práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 29. 8. 2017

---

Ing. Ondřej Pešek  
autor práce

**OBSAH**

1	Úvod.....	10
2	Současný stav poznání.....	13
2.1	Plavené sklo.....	13
2.1.1	Mechanické a fyzikální charakteristiky plaveného skla.....	13
2.1.2	Úpravy plaveného skla.....	15
2.1.3	Pokritické chování vrstveného skla.....	23
2.2	Lomová mechanika.....	23
2.2.1	Lineární elastická lomová mechanika obecně.....	24
2.2.2	Lomová mechanika skla.....	26
2.3	Navrhování podle norem.....	29
2.3.1	Teoretická báze norem pro navrhování skleněných konstrukcí.....	29
2.3.2	Posouzení skleněných prvků podle prEN 13474.....	35
2.3.3	Posouzení skleněných prvků podle prEN 16612.....	37
2.4	Účinná tloušťka vrstveného skla.....	39
2.4.1	Model Wölfel – Bennison – Calderone.....	40
2.4.2	Model Galuppi – Royer-Carfagni (EET – Enhanced effective thickness approach).....	44
2.4.3	Model Koutsawa – Daya.....	45
2.4.4	Model prEN 13474 a prEN 16612.....	47
2.4.5	Model podle Haldimanna.....	48
2.5	Průřezové charakteristiky vrstveného skla.....	49
2.5.1	Moment setrvačnosti obdélníkového průřezu k tuhé ose.....	49
2.5.2	Účinný moment setrvačnosti obdélníkového průřezu k měkké ose.....	50
2.5.3	Účinný moment setrvačnosti v prostém kroucení.....	50
2.6	Výrobní tolerance plaveného skla – počáteční imperfekce.....	51
2.6.1	Výrobní tolerance a metody měření.....	51
2.6.2	Výsledky měření imperfekcí na zahraničních pracovištích.....	53
2.7	Pruty namáhané osovým tlakem – rovinný vzpěr skleněných prutů.....	55
2.7.1	Vývoj teorie stability tlačných prutů.....	55
2.7.2	Navrhování podle křivek vzpěrné pevnosti.....	64
2.8	Pruty namáhané ohybem – klopení skleněných prutů.....	67
2.8.1	Vývoj teorie stability ohýbaných prutů.....	68
2.8.2	Návrhová metoda využívající křivky klopení.....	77
2.9	Pruty namáhané tlakem a ohybem – interakce vzpěru a klopení skleněných prutů.....	78
3	Cíle práce.....	80
4	Počáteční imperfekce skleněných dílců.....	81

4.1	Popis měřicích zařízení .....	81
4.1.1	Měřicí sestava 1 – laserové skenování .....	81
4.1.2	Měřicí sestava 2 – Carl-Zeiss.....	83
4.1.3	Měřicí sestava 3 – vlastní konstrukce autora .....	84
4.2	Metodika měření .....	84
4.3	Popis vyhodnocení naměřených dat.....	85
4.3.1	Výsledky.....	87
5	Pruty namáhané osovým tlakem – rovinný vzpěr skleněných sloupů.....	96
5.1	Teoretická analýza .....	96
5.2	Numerická analýza.....	98
5.3	Normový výpočet vzpěrné únosnosti .....	100
5.4	Experiment .....	101
5.4.1	Popis zkušebního zařízení .....	102
5.4.2	Vyhodnocení experimentu.....	104
5.5	Srovnání výsledků experimentální, numerické a teoretické analýzy a metody KVP .....	113
5.5.1	Věrnost chování teoretických a numerických modelů .....	113
5.5.2	Kritická síla a účinná tloušťka .....	115
5.5.3	Mezní odolnost .....	116
5.5.4	Charakteristická a návrhová vzpěrná únosnost .....	117
5.5.5	Metoda vycházející z křivek vzpěrných pevností .....	118
5.6	Simulace Monte Carlo.....	119
5.6.1	Vstupní parametry.....	119
5.6.2	Vyhodnocení simulace .....	121
6	Ohýbané skleněné pruty – klopení skleněných nosníků.....	123
6.1	Teoretická analýza .....	123
6.2	Numerická analýza.....	125
6.3	Normový výpočet únosnosti v klopení.....	128
6.4	Experiment .....	130
6.4.1	Popis zkušebního zařízení .....	130
6.4.2	Vyhodnocení experimentu.....	133
6.5	Srovnání výsledků experimentální, numerické a teoretické analýzy a metody KK .....	138
6.5.1	Věrnost chování teoretických a numerických modelů .....	138
6.5.2	Kritický moment .....	140
6.5.3	Mezní odolnost .....	141
6.5.4	Charakteristická a návrhová únosnost v klopení.....	142
6.5.5	Metoda vycházející z křivek klopení.....	143



6.6	Simulace Monte Carlo.....	144
6.6.1	Vstupní parametry.....	144
6.6.2	Vyhodnocení simulace.....	145
7	Interakce vzpěru a klopení skleněných prutů.....	148
7.1	Experiment.....	148
7.1.1	Popis zkušebního zařízení.....	148
7.1.2	Vyhodnocení experimentu.....	149
7.2	Interakční vztah vzpěru a klopení.....	153
8	Závěr.....	155
8.1	Počáteční imperfekce.....	155
8.2	Křivky vzpěrné pevnosti a křivky klopení.....	156
8.3	Interakční vztah pro kombinaci vzpěru a klopení.....	157
8.4	Náměty pro další výzkum.....	157
	REFERENCE.....	158
	REJSTŘÍK OBRÁZKŮ.....	167
	REJSTŘÍK TABULEK.....	170
	SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	172
	PUBLIKACE AUTORA.....	180
	ÚČAST AUTORA NA VĚDECKÝCH PROJEKTECH.....	182
	SEZNAM PŘÍLOH.....	184
	Příloha A – Sestavy pro stanovení počátečních geometrických imperfekcí skleněných prutů.....	185
	Příloha B – Tvary počátečních zakřivení prutů.....	189
	Příloha C – Zkušební sestava na vzpěr.....	195
	Příloha D – Vzpěr: souhrnné výsledky analýz.....	201
	Příloha E – Vzpěr podle teorie II. řádu a KVP.....	205
	Příloha F – Zkušební sestava na klopení.....	208
	Příloha G – Klopení: souhrnné výsledky analýz.....	213
	Příloha H – Klopení podle teorie II. řádu a Křivek klopení.....	216
	Příloha I – Zkušební sestava interakce vzpěru a klopení.....	222
	Příloha J – Interakce vzpěru a klopení: výsledky testů.....	223

## 1 ÚVOD

Současná moderní architektura pracuje se sklem nejen jako s materiálem vhodným jako výplň otvorů nebo jako s designovým prvkem, ale čím dál častěji také jako s materiálem nosných konstrukcí, ať už se jedná o skleněné tvarovky, tzv. luxfery, dílce z plochého skla nebo, v minulosti častěji používané, skleněné profily. Dnešní skleněné konstrukce často plní designovou roli, funkční úlohu a statickou funkci nosného prvku současně. Na obr. 1.1 jsou ukázky tradičního i moderního použití skla ve stavebnictví [85] až [90].

Práce pojednává o skleněných prvcích vyráběných z plochého skla. V současné době se průmyslová výroba plochého skla využívá prakticky výhradně metodu plavení skla na roztavené cínové lázni – tzv. *float proces*.



**Obr. 1.1** Využití skla v architektuře a stavitelství

Velice častou a oblíbenou aplikací konstrukčního skla jsou schodišťové stupně – obr. 1.2 [96]. Problematika návrhu nosníků z vrstveného skla ohýbaných kolem osy nižší tuhosti je již poměrně hluboce probádána a není předmětem této disertační práce. Obdobně tomu tak je u skleněných desek.



**Obr. 1.2** Skleněný schodišťový stupeň

Skleněné ohýbané pruty (nosníky) namáhané ohybovým momentem kolem osy větší tuhosti se uplatní např. u různých konstrukcí zastřešení a přístřešků – viz obr. 1.3 [94]. V případě zatížení působícího ve směru gravitace (vlastní tíha, sníh) je tlačaná část průřezu stabilizována navazující konstrukcí střešního pláště. V případě zatížení působícího proti směru gravitace (např. sání větru) je tlačaná část průřezu volná a může dojít ke ztrátě příčné a torzní stability – klopení.



**Obr. 1.3** Skleněný nosník

Samostatné skleněné pruty namáhané osovou tlakovou silou (sloupy) s plochým průřezem se běžně nevyskytují, protože to není z hlediska statiky výhodné. Častěji se objevují tlačené skleněné stěny. Poměrně běžně se však můžeme setkat se skleněnými plochými sloupy působícími jako součást rámu – sloupy i příčle jsou namáhány kombinací osových sil a ohybových momentů – např. vstupní portál do obchodu Apple v New Yorku na obr. 1.4 [95].



**Obr. 1.4** Skleněný rám – New York

Pro navrhování zmíněných konstrukcí a konstrukčních dílců nejsou v současné době v České republice k dispozici platné normativní předpisy. Navrhování podobných konstrukcí vyžaduje zvláště citlivý přístup stavebního inženýra v kombinaci s velkou osobní odvahou. Tato práce by měla přispět k většímu porozumění a rozšíření znalostí o chování staticky zatížených konstrukcí z vrstveného skla s možností ztráty stability.

V České a Slovenské republice se navrhování skleněných konstrukcí zabývá Martina Eliášová (ČVUT) – hybridní sklo-ocelové nosníky [72], lepené spoje skleněných konstrukcí [63], skleněné sloupy čtvercového dutého průřezu [64]; Miloš Slivanský (STU) [75] se zabývá stabilitou a vyztužováním skleněných nosníků; Michal Netušil (ČVUT) publikoval disertační práci [66] na téma sklo-ocelových nosníků a řadu článků [67] zabývajících se adhezivními materiály. Na Fakultě stavební VUT se skleněným konstrukcím věnují Jindřich Melcher a Marcela Karmazínová (ústav kovových a dřevěných konstrukcí) již od 80. let 20. století – např. [68], [69].

## 2 SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ

### 2.1 Plavené sklo

#### 2.1.1 Mechanické a fyzikální charakteristiky plaveného skla

Nejpoužívanějším druhem skla ve stavebnictví je sklo sodnovápenatokřemičité. Pro některé zvláštní aplikace (např. ohnivzdorné zasklení, žáruvzdorné zasklení) se používá borosilikátové sklo, které vykazuje velmi vysokou odolnost proti změnám teplot.

Nejdůležitější fyzikální vlastnosti jsou shrnuty v tab. 2.1 [2], [102], [103].

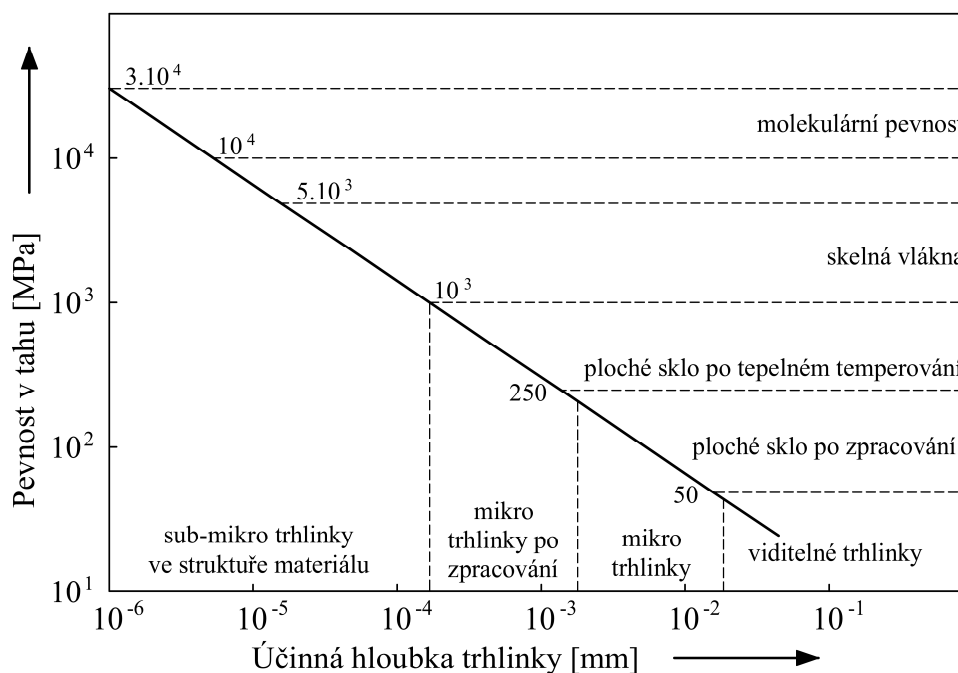
**Tab. 2.1** Materiálové charakteristiky skla

Veličina	Symbol	Jednotka	Sodnovápenato- křemičité sklo	Borosilikátové sklo
Hustota (při 18°C)	$\rho$	kg.m <sup>-3</sup>	2500	2200–2500
Youngův modul (modul pružnosti)	$E$	MPa	70 000	60 000–70 000
Poissonovo číslo	$\nu$	-	0,23 <sup>♥</sup>	0,2
Střední součinitel délkové tepelné roztažnosti <sup>♣</sup>	$\alpha$	10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup>	9	Třída 1: 3,1–4,0
				Třída 2: 4,1–5,0
				Třída 3: 5,1–6,0

<sup>♥</sup> ČSN EN 572-1: 2012 [103] udává hodnotu 0,2. V praxi se běžně používá hodnota mezi 0,22 a 0,24 [2].

<sup>♣</sup> Při teplotách v rozmezí 20 °C až 300 °C.

Sklo vykazuje při pokojové teplotě prakticky dokonale pružné a izotropní chování a k porušení dochází zpravidla křehkým lomem. Nepochází ke splastizování a proto nejsou lokální koncentrace napětí redukovány redistribucí napětí, jako tomu je v případě ostatních stavebních materiálů (ocel nebo beton). Teoretická pevnost skla v tahu založená na molekulárních vazbách může dosahovat hodnot až několik desítek GPa. Tyto hodnoty však nejsou relevantní v praktických aplikacích stavebních konstrukcí. Skutečná pevnost v tahu, kterou lze brát v úvahu při návrhu konstrukcí je v řádu desítek až stovky MPa. To je způsobeno tím, že pevnost v tahu křehkých materiálů závisí na mechanických vadách povrchu materiálu. Tyto vady přitom nemusí být viditelné lidským okem. Zatímco povrch skleněné tabule obecně obsahuje velké množství poměrně velkých vad, povrch skelného vlákna obsahuje menší množství vad s menší hloubkou. To vysvětluje řádově vyšší pevnost skelných vláken v porovnání se skleněnou tabulí, i když se jedná o stejný materiál. Na obr. 2.1 [2] je znázorněn vztah pevnosti skla a velikosti trhliny na povrchu. Skleněný prvek selže, jakmile intenzita napětí ve vrcholu jedné trhliny dosáhne kritické hodnoty.



**Obr. 2.1** Typické krátkodobé pevnosti jako funkce hloubky trhlinky

Pevnost skla v tahu není materiálová konstanta a v čase může klesat. Její hodnota je závislá na více aspektech – zejména na stavu povrchu skleněného prvku, velikosti skleněného prvku, historii zatížení (intenzita a doba působení), velikosti reziduálního napětí a stavu okolního prostředí, kde je skleněný dílec umístěn. Čím je větší zatížení, delší doba působení zatížení a hlubší počáteční povrchové vady, tím nižší je tahová pevnost.

Pevnost skla v tlaku je mnohem větší než pevnost v tahu, protože povrchové trhliny při namáhání tlakem nerostou. Tahová napětí se v konstrukčních prvcích vyskytují v prakticky vždy – např. vlivem vyboulení v případě stabilitních úloh nebo v místě zatížení a uložení vlivem příčných tahů. Tahové napětí dosáhne tahové pevnosti mnohem dříve, než tlakové napětí dosáhne pevnosti skla v tlaku.

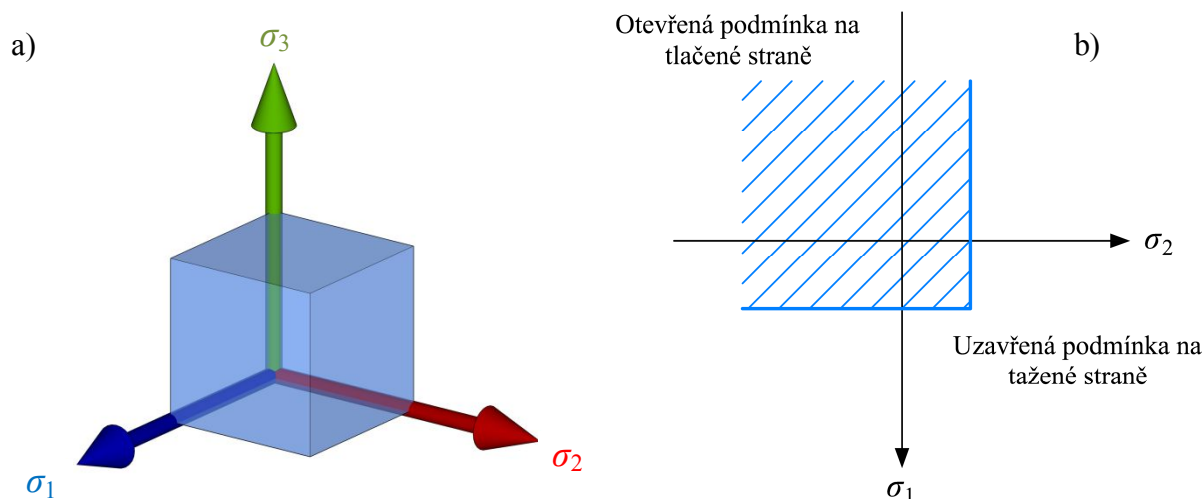
Často publikovaná definice kritéria porušení (failure criteria) při navrhování konstrukčního skla zní: „Tahová pevnost nebo mez pevnosti v tahu je mezní stav, který vede k porušení tahem.“ Vědecky vzato hovoříme o Rankinově podmínce, kde se maximální (hlavní) tahové napětí porovnává s definovanou hodnotou mezní tahové pevnosti [31] jak je popsáno rovnicí (2.1), viz též obr. 2.2 [31].

$$\max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq f \quad (2.1)$$

kde

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  jsou hlavní napětí [MPa] a

$f$  mez pevnosti v tahu [MPa].

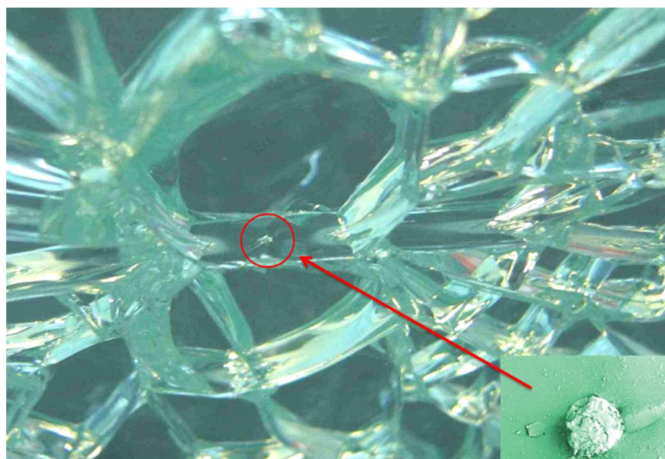


**Obr. 2.2** Kritérium porušení skla: a) hlavní napětí v prostoru; b) Rankinova podmínka v rovině

### 2.1.2 Úpravy plaveného skla

Vyrobené ploché sklo prochází dalšími výrobními procesy pro dosažení žádaného tvaru, vlastností a vzhledu. Tyto druhotné úpravy mohou sestávat z:

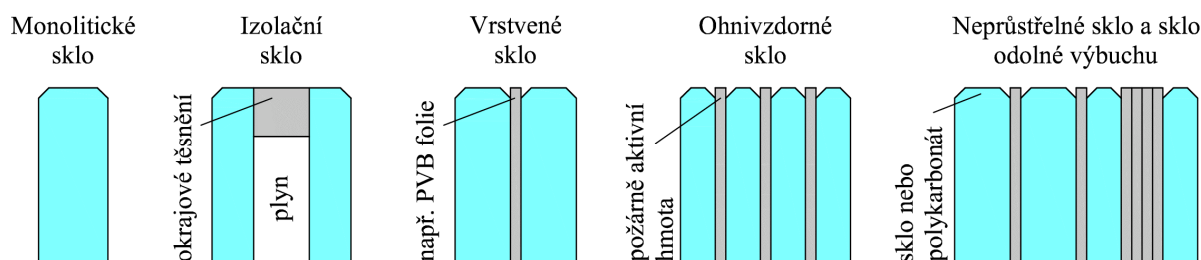
- řezání – odstranění vad na okrajích, získání požadovaného tvaru a velikosti
- ohýbání plochého skla
- úprava hran – zkosení hran, broušení, leštění
- vrtání otvorů
- aplikace povrchových úprav
- tepelné úpravy – výroba tepelně zpevněného nebo tvrzeného skla
- prohřívání (Heat Soak Test) – snížení nebezpečí samovolného porušení tvrzeného skla vlivem výskytu inkluze sulfidu nikelnatého NiS podle ČSN EN 14179-1 [108]. Charakteristický lom skla způsobený přítomností NiS je znázorněn na obr. 2.3 [76].



**Obr. 2.3** Charakteristický lom skla ve tvaru motýla a detail inkluze NiS

- vrstvení – dílec nabyde pokritické únosnosti, bezpečnosti, nárazuvzdornosti, neprůstřelnosti, ohnivzdornosti nebo zvukově izolační vlastnosti
- povrchové úpravy – dekorace, stínění a ochrana soukromí
- výroba izolačního skla – zmenšení tepelných ztrát, snížení tepelných zisků a dosažení lepších akustických vlastností

Termín *tabule skla* bude používán pro popis jedné skleněné tabule. *Skleněný dílec* může být tvořen jednou tabulí skla (monolitické sklo = jednovrstvé sklo) nebo dvěma a více tabulemi skla (vrstvené sklo, izolační sklo, ohnivzdorné sklo, neprůstřelné sklo apod.) Příklady možného složení jednotlivých skleněných tabulí a mezivrstev skleněných dílců (výrobků) je znázorněno na obr. 2.4 [1] a [2].



**Obr. 2.4** Výrobky z plochého skla

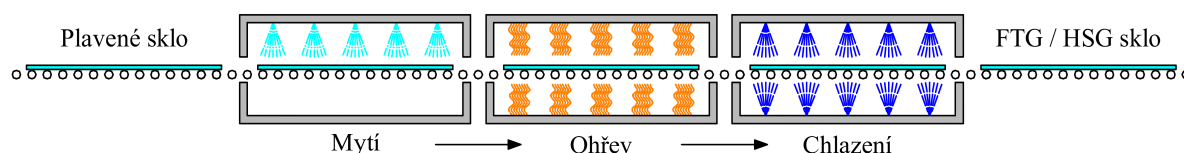
### Temperování skla

Temperování skla je pro použití skla v konstrukcích významný výrobní proces. Jeho cílem je vytvořit příznivé rozložení napětí po průřezu skla. Na povrchu skla a v určité oblasti pod ním vznikne tlakové zbytkové (reziduální) napětí a v jádře průřezu vznikne reziduální napětí tahové. Tahová napětí v jádře průřezu nečiní potíže, protože v něm nejsou přítomny trhlinky snižující pevnost skla ani extrémní napětí od vnějšího zatížení. Nepříznivé trhlinky na povrchu skla mohou růst až v okamžiku, kdy napětí (součet reziduálního napětí a napětí od vnějšího zatížení) dosáhne hodnoty efektivního tahového napětí. Jestliže je tahové napětí od vnějšího zatížení menší než reziduální tlakové napětí, na povrchu skleněného dílce není efektivní tahové napětí a trhlinky nemohou růst.

Vzor porušení skla (schéma trhlín) a velikost skleněných úlomků (střepů) je funkcí stupně temperování a energie „uložené“ ve skle – reziduální napětí a napětí způsobené vnějším zatížením. Čím větší množství energie je nutné vyvinout k porušení skla, na tím menší střepy se sklo rozpadne.

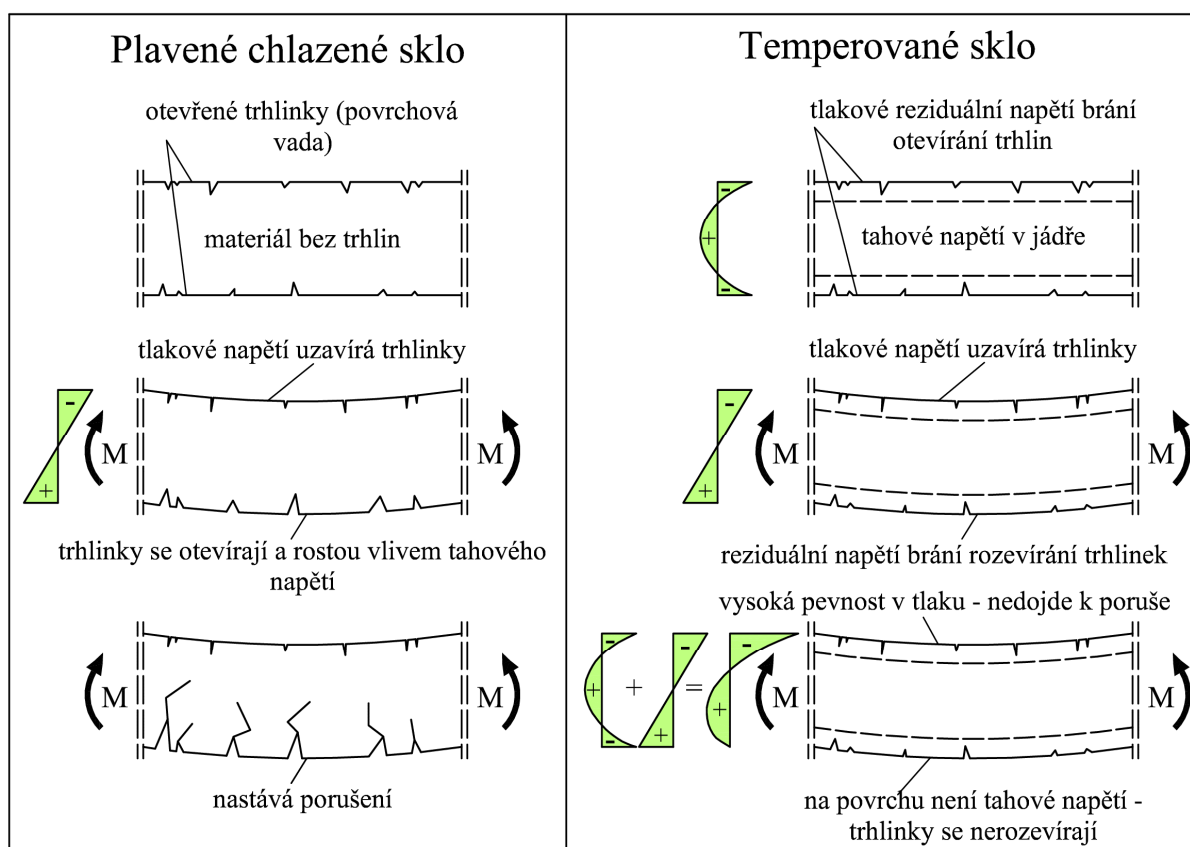
Během procesu tepelného temperování je plavené sklo zahřáto na přibližně 620–675 °C v peci a poté řízenou rychlostí ochlazeno tryskami studeného vzduchu – viz obr. 2.5 [1].





Obr. 2.5 Proces temperování

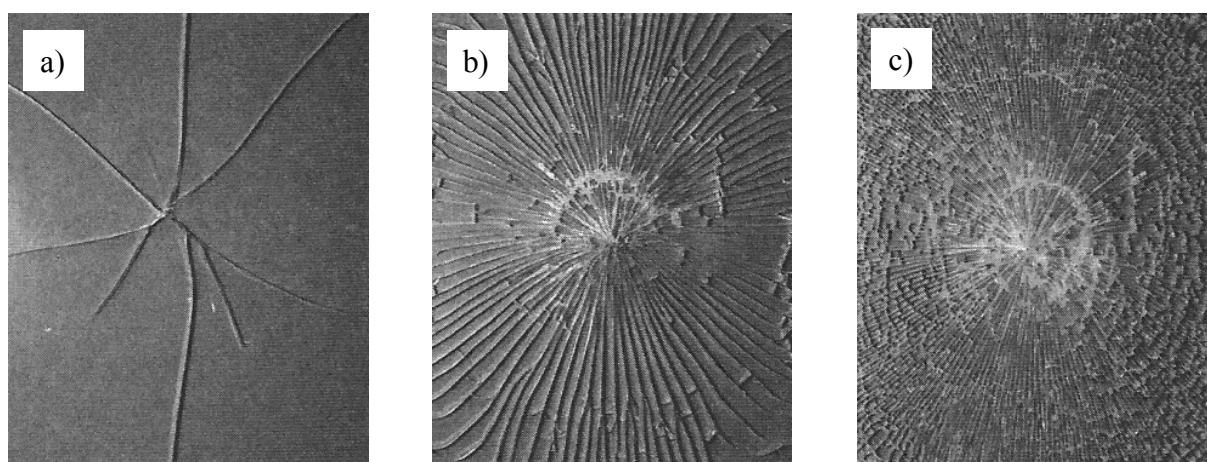
Na obr. 2.6 [2] je znázorněno chování plaveného chlazeného skla a temperovaného skla pod zatížením. U obou typů skel jsou na povrchu mikroskopické trhlinky a jádro je neporušené. Počáteční stav plaveného skla je bez napětí, při vnesení vnějšího zatížení se trhlinky na straně tažených vláken rozevírají, až dojde k porušení tabule skla. V temperovaném sklu je počáteční napětí s parabolickým průběhem, přičemž v krajních vláknách jsou napětí tlaková. Při vnesení vnějšího zatížení tlaková napětí na straně tlačných vláken rostou a tahová napětí na straně tažených vláken jsou redukována reziduálním tlakovým napětím. K rozevírání trhlin na straně tažených vláken dojde až ve chvíli, kdy napětí od vnějšího zatížení dosáhnou větší hodnoty, než je reziduální tlakové napětí na povrchu skleněné tabule.



Obr. 2.6 Princip působení reziduálního napětí

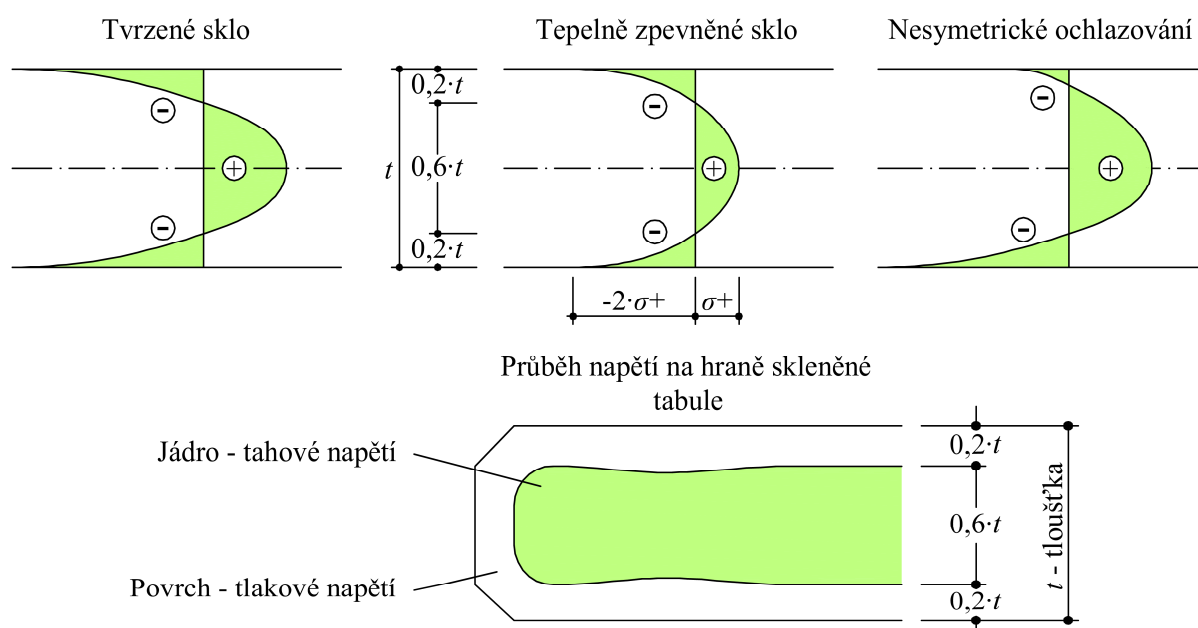
**Tvrzené sklo** má vyšší úroveň reziduálního napětí a obvykle se rozpadá na pravidelné, malé a neostře střepy o velikosti cca 1 cm<sup>2</sup>. Protože nemůže dojít k vážnému poranění osob

sřepy, tvrzenému sklu se také někdy říká sklo bezpečnostní. Tvrzené sklo má nejvyšší pevnost ze všech typů skel, ale zároveň má nejhorší vlastnosti z hlediska pokritické únosnosti. **Plavené (chlazené) sklo** (bez jakékoliv tepelné anebo chemické úpravy) má nejnižší pevnost a po překročení pevnosti se rozpadá na velké a ostré sřepy, které mohou způsobit pořezání osob. Velké sřepy na druhou stranu poskytují lepší pokritické chování. **Tepelně zpevněné sklo** nabízí zajímavý kompromis mezi poměrně vysokou pevností a dostatečně velkými sřepy (fragmenty), které zajišťují dobré pokritické chování. Charakteristické vzory trhlin a sřepů jsou znázorněny na obr. 2.7 [2].



**Obr. 2.7** Vzor trhlin: (a) plavené sklo, (b) tepelně zpevněné sklo, (c) tvrzené sklo

Charakteristické průběhy reziduálního napětí pro tvrzené i tepelně zpevněné sklo po tloušťce skleněné tabule jsou znázorněny na obr. 2.8 [1] a [4].

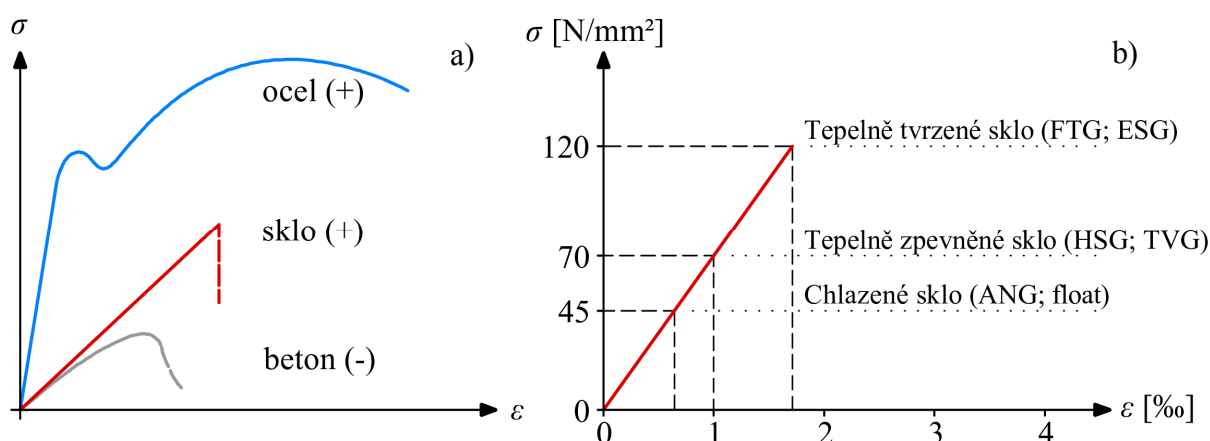


**Obr. 2.8** Možné průběhy reziduálního napětí tepelně zpracovaného skla

**Chemické temperování** je alternativní způsob temperování, v aplikacích stavebních konstrukcí velmi ojedinělý.

Samotné temperování pevnost skla jako takovou nezvětší, pouze do skla vnese příznivá napětí. Reziduální napětí je do skla záměrně vneseno (jedná se o napětí od vnějších vlivů), při posuzování se s ním ale počítá na straně odolnosti (resistance), nikoli na straně účinků (effect).

Pracovní diagramy pro plavené sklo, tepelně zpevněné sklo a tvrzené sklo jsou uvedeny v obr. 2.9b [3], [4]. Charakteristické hodnoty pevností v tahu jsou 45 MPa, 70 MPa a 120 MPa respektive podle [103], [105] a [106]. Charakteristická hodnota pevnosti v tahu chemicky zpevněného sodnovápenatokřemičitého skla je 150 MPa [107]. Všechny uvedené hodnoty platí pro sklo float.



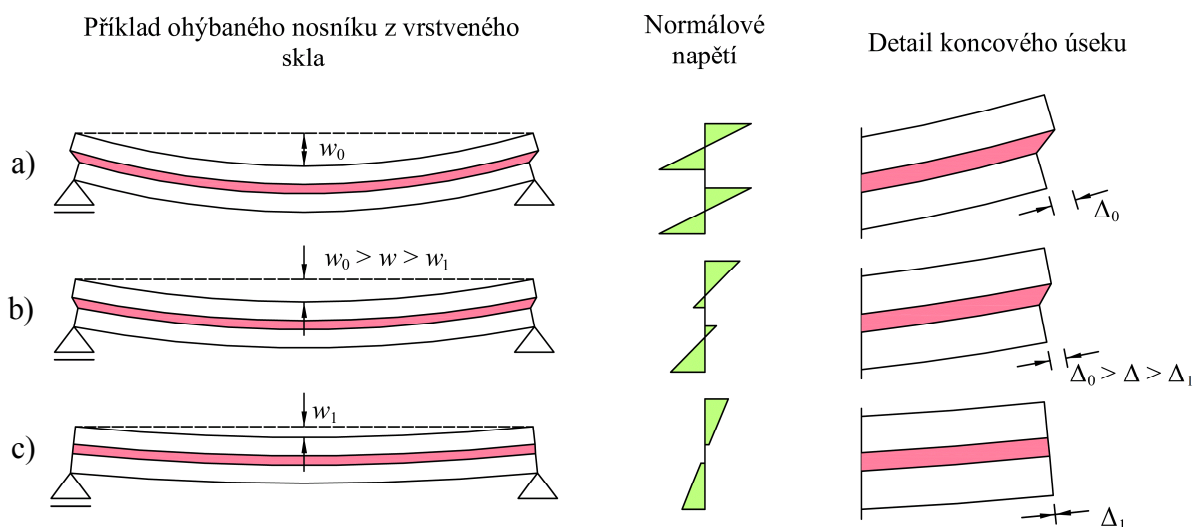
Obr. 2.9 Pracovní diagramy: (a) tradiční stavební materiály; (b) sklo

### Vrstvení skla

Vrstvené sklo se používá zejména ve stavebnictví a architektuře, automobilovém průmyslu i v jiných odvětvích. Základní myšlenkou je spojení dvou nebo více tabulí plochého skla mezivrstvami, tvořenými přílnavými elastickými materiály. Tímto způsobem je zajištěno bezpečné chování skleněného dílce po rozbití, zvýšená odolnost proti násilnému vniknutí a střelbě a je také zajištěna pokritická únosnost – skleněný dílec je schopen přenášet určitou část zatížení i po porušení jedné nebo více skleněných tabulí.

Vrstvené sklo je možné skládat z tabulí skla různých tloušťek a s různou tepelnou úpravou (plavené sklo, tvrzené sklo, tepelně zpevněné sklo) [109]. Nejběžnějším postupem vrstvení skla je autoklávování za jasně definované teploty a tlaku, které zajistí, že mezi skleněnou tabulí a mezivrstvou nebudou přítomny vzduchové mezery.

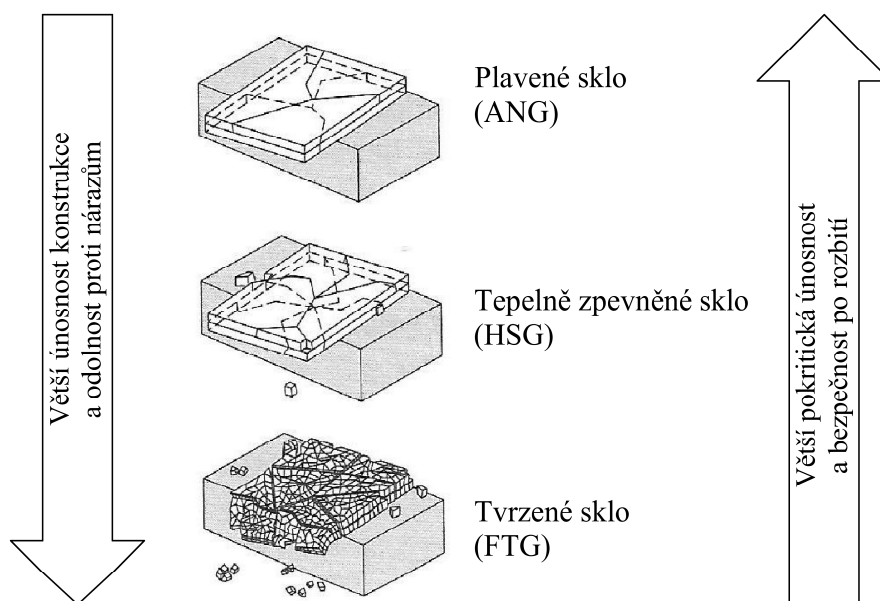
Chování vrstveného skla v závislosti na schopnosti mezivrstvy přenášet smyková napětí je zobrazeno na obr. 2.10. Spolupůsobení tabulí skla je ilustrováno na příkladu ohýbaného nosníku z vrstveného dvojskla. V případě (a) mezivrstva smyková napětí nepřenáší a obě tabule skla působí samostatně – nespolupůsobí. V případě (c) mezivrstva přenáší smyková napětí mezi skleněnými tabulemi v plné výši a celý kompozitní průřez se chová jako jeden celek. V případě (b) jsou smyková napětí mezi tabulemi skla přenášena mezivrstvou jen do jisté míry – toto chování lze připodobnit spřažené konstrukci s částečným spřažením.



**Obr. 2.10** Vliv modulu pružnosti mezivrstvy na přetvoření a napjatost

Dvojsklo s dokonalým smykovým spojením – případ (c) – vykazuje nejmenší deformace a současně nulový vzájemný posun tabulí skla. Naopak vrstvené sklo bez smykového spolupůsobení vykazuje deformace nejvyšší a nejvyšší hodnotu vzájemného posunu tabulí skla způsobenou smykovou deformací mezivrstvy. Z uvedeného vyplývá, že chování vrstveného skla (závislost napětí a přetvoření na působícím zatížení) závisí na schopnosti materiálu mezivrstvy přenášet smyková napětí z jedné tabule skla do druhé. Tato schopnost je vyjádřena modulem pružnosti mezivrstvy ve smyku  $G_{\text{int}}$ .

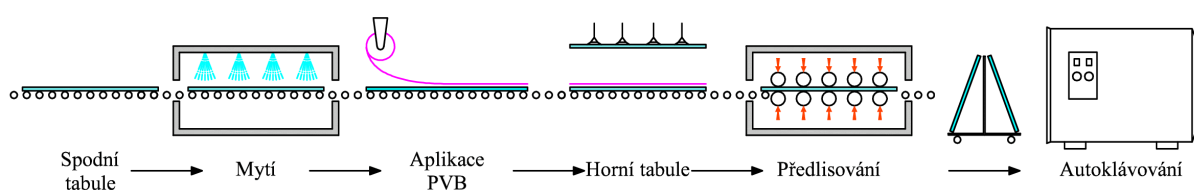
Vrstvené sklo je po rozbití schopné přenášet ještě určitou část zatížení, jedná se o tzv. pokritické chování. Pokritická únosnost závisí na velikosti stěpů a na použitém materiálu mezivrstvy a její tloušťce. Čím jsou skleněné fragmenty větší, tím větší je pokritická únosnost. Velice příznivé pokritické chování proto vykazuje vrstvené sklo zhotovené z tabulí plaveného nebo tepelně zpevněného skla, které se rozpadá na velké stěpy, viz obr. 2.11 [2].



*Obr. 2.11 Pevnostní a konstrukční vlastnosti vrstveného skla*

V současné době jsou nejrozšířenějšími materiály používané jako mezivrstvy **polyvinyl butyral (PVB)**, **Etyl vinyl acetát (EVA** popřípadě **EVASAFE**), ionoplast (obchodní název **SentryGlass Plus – SGP**), pro zvláštní aplikace lze použít materiály na bázi litých pryskyřic. Obecně se dá říct, že materiály mezivrstvy jsou visko-elastické, tzn., že jejich chování je závislé na teplotě a době působení zatížení, což je značná nevýhoda. Folie mezivrstvy může být průhledná, barvená nebo potištěná, lze ji použít jako designový prvek. Ohnivzdorné vrstvené sklo má mezivrstvy tvořené speciálními materiály, které vystavením vysoké teplotě bobtnají (požárně aktivní hmota) a tak vznikne izolační štít bránící záru [2].

Schéma výrobní linky vrstveného skla s PVB folií je na obr. 2.12 [1].

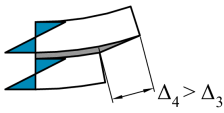
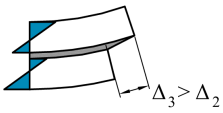
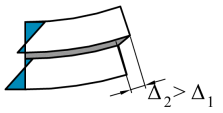
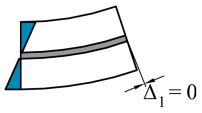


*Obr. 2.12 Schéma automatické výrobní linky na výrobu vrstveného skla*

Nominální tloušťka jedné folie je zpravidla 0,38 mm, v praxi se jedna mezivrstva skládá z více folií.

V tab. 2.2 [5] jsou uvedeny doporučené hodnoty modulu pružnosti PVB folie ve smyku pro výpočet statické únosnosti a přetvoření dílce z vrstveného skla.

**Tab. 2.2** Doporučené hodnoty modulu pružnosti ve smyku PVB

Doba zatížení	Velmi dlouhá > 10 dnů	Dlouhá < 10 dnů	krátká < 3 min	velmi krátká < 10 s
Teplota [°C]	≈ 22	≈ 22	≈ 22	≈ 22
Typ zatížení	vlastní tíha	sníh	vítr	náraz
Modul pružnosti ve smyku $G_{\text{int}}$ [MPa]	0,01	0,05	1	4
Normálové napětí				

V případě neznámé doby působení zatížení nebo teploty okolí, je nutné uvažovat modul pružnosti ve smyku s nulovou hodnotou. Pro ilustraci jsou v tabulce uvedeny obecně předpokládané průběhy napětí ve vrstveném skle a prokluzu mezi tabulemi skla pro jednotlivé hodnoty modulu pružnosti ve smyku.

Hodnotu modulu pružnosti mezivrstvy ve smyku pro konkrétní hodnoty teploty okolního prostředí a doby trvání zatížení lze určit podle rovnice [24]:

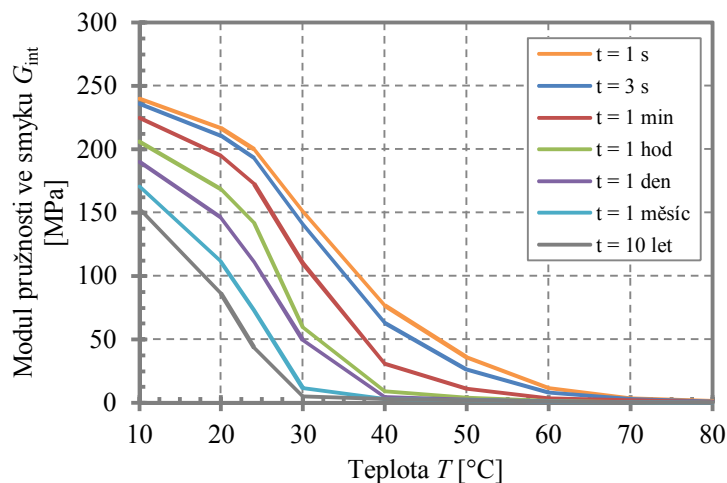
$$G_{\text{PVB}}(t, T) = 0,008 \cdot (100 - T) - 0,0011 \cdot (50 + T) \cdot \log(t) \quad (2.2)$$

kde:

$t$  je čas [s] a

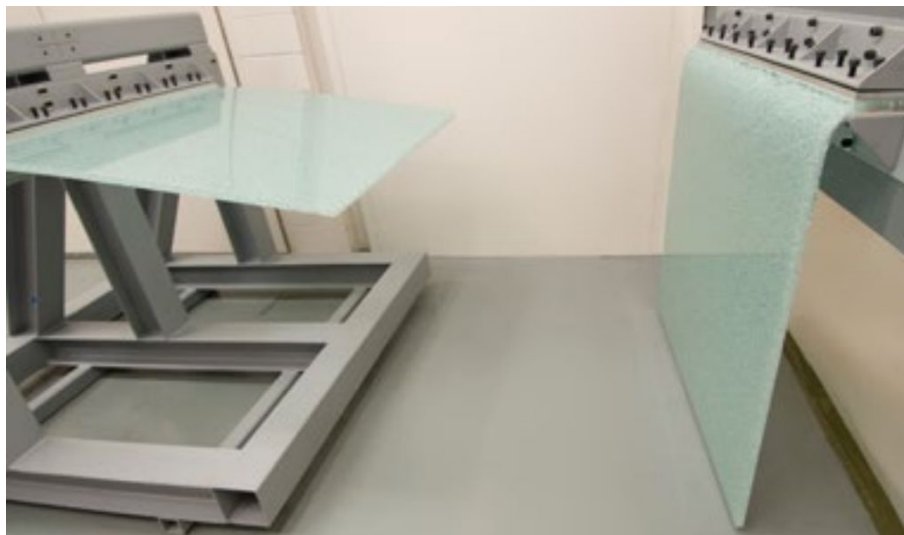
$T$  teplota [°C].

Výrobce folie SentryGlass Plus uvádí hodnoty Youngova modulu pružnosti, modulu pružnosti ve smyku a Poissonova součinitele [75]. Na obr. 2.13 jsou uvedeny hodnoty modulu pružnosti ve smyku pro různé doby trvání zatížení.

**Obr. 2.13** SentryGlass Plus – modul pružnosti ve smyku

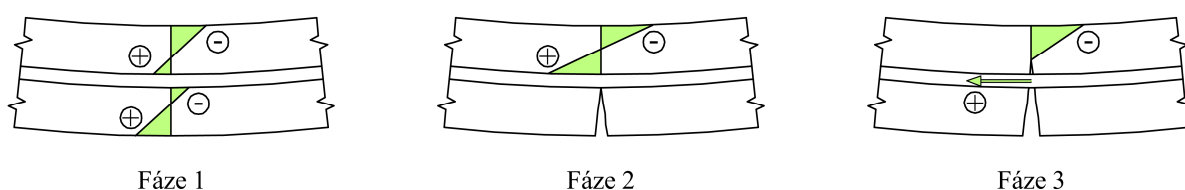
### 2.1.3 Pokritické chování vrstveného skla

Na obr. 2.14 [92] je uveden příklad pokritického chování vrstveného dvojskla zhotoveného z tabulí tvrzeného skla s použitím folie SentryGlass (vlevo) a folie PVB (vpravo).



*Obr. 2.14 Příklad různého stupně pokritické únosnosti*

Na obr. 2.15 [2] jsou znázorněny tři fáze chování vrstveného skla. Ve fázi 1 jsou obě tabule neporušené, ve fázi 2 je spodní tabule porušená a horní neporušená tabule přenáší veškeré zatížení svou ohybovou pevností a tuhostí a ve fázi 3 je porušena i horní tabule skla, ale fragmenty horní tabule se o sebe opírají a v kombinaci s tahovou silou v mezivrstvě poskytuje jistou pokritickou únosnost. Míra pokritické únosnosti ve fázi 3 závisí na tuhosti a tahové pevnosti mezivrstvy a na typu použitého skla [2].



*Obr. 2.15 Fáze pokritického chování vrstveného skla*

## 2.2 Lomová mechanika

Sklo je křehký materiál a k jeho porušení dojde vždy křehkým lomem. K úplnému pochopení porušování skla je nutné znát lomovou mechaniku. Lomová mechanika jako taková není primárním obsahem této práce, proto jsou zde uvedeny pouze základní znalosti.

Lomová mechanika je součástí problematiky mechaniky kontinua, která se zabývá porušení těles lomem – pomocí lomové mechaniky můžeme vypočítat pevnost prvku s defektem (trhlinou). Základy lomové mechaniky položil Griffith (1920), který se zabýval

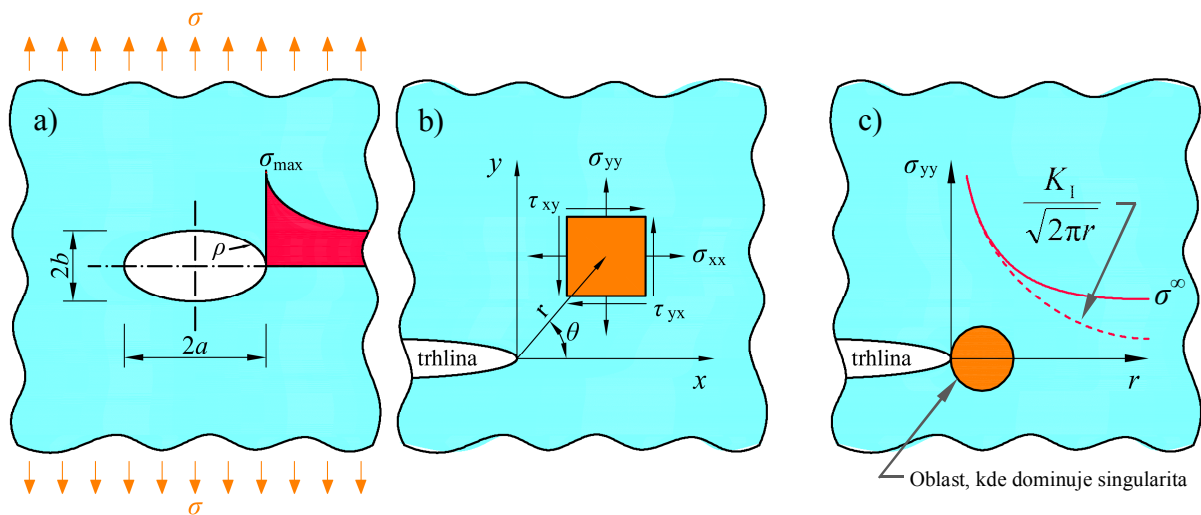
problémem iniciace trhliny ve skle na základě úvahy o povrchové energii. Irwin rozšířil Griffithovu teorii na další materiály (kovy, plasty) [79] a zavedl pojem součinitel intenzity napětí [28].

Vyskytují-li se na povrchu nebo uvnitř hmoty prvku vady (trhliny), dochází v jejich nejbližším okolí ke zvýšení hladiny (koncentraci) napětí – hovoříme o koncentrátorech napětí. Obecně platí, že se trhlina bude šířit, jestliže napětí v jejím kořeni dosáhnou hodnot potřebných na překonání vazebních sil mezi částicemi hmoty [19]. Platí zde Saint-Venantův princip lokálnosti – vrubem je ovlivněna pouze oblast jemu blízká, napjatostní stav v oblastech vzdálených není vadou významně ovlivněn [81].

U materiálů pružných v celém oboru přetvoření (např. sklo) se uplatní lineární elastická lomová mechanika [19]. Pro materiály s možností splastizování v oblasti čela trhliny nebo materiály s časově proměnnými vlastnostmi je nutné použít modernější lomovou mechaniku.

### 2.2.1 Lineární elastická lomová mechanika obecně

Na obr. 2.16a je zobrazena nekonečná deska (její rozměry jsou řádově větší než rozměry trhliny) s jednotkovou tloušťkou a s vrubem (defektem) eliptického tvaru (délka  $2a$ , výška  $2b$ ). Napětí na vrcholu elipsy je dáno rovnicí (2.3). V případě, že  $a \gg \rho$ , tak lze vztah zjednodušit na rovnici (2.4). Pokud  $\rho \rightarrow 0$ , tak napětí  $\sigma_{\max}$  roste nade všechny meze.



**Obr. 2.16** Stav napjatosti v okolí trhliny

$$\sigma_{\max} = \sigma \left( 1 + 2 \frac{a}{b} \right) = \sigma \left( 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (2.3)$$

$$\sigma_{\max} = 2 \cdot \sigma \sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (2.4)$$



kde

$\sigma$  je rovnoměrné (průměrné) napětí v oblasti neovlivněné trhlinou [MPa],

$a, b$  hlavní a vedlejší poloosy elipsy [mm] a

$\rho$  parametr elipsy  $\rho = b^2/a$  [mm].

Irwin vypracoval rozbor stavu napjatosti na čele ostré trhliny a to za předpokladu izotropního lineárně elastického materiálu. Použijeme-li polární souřadnicový systém s počátkem v místě čela trhliny – viz obr. 2.16b [79] – pak je pole napětí ve stěně s trhlinou dáno vztahem (2.5) podle [80]. Jedná se o nekonečnou řadu známou jako Williamsův rozvoj. Pro popis napětí v bezprostřední blízkosti čela trhliny postačuje první singulární člen.

$$\sigma_{ij} = \frac{A_1}{\sqrt{r}} f_{ij}^{(1)}(\theta) + A_2 f_{ij}^{(2)}(\theta) + A_3 \sqrt{r} f_{ij}^{(3)}(\theta) + \dots \quad (2.5)$$

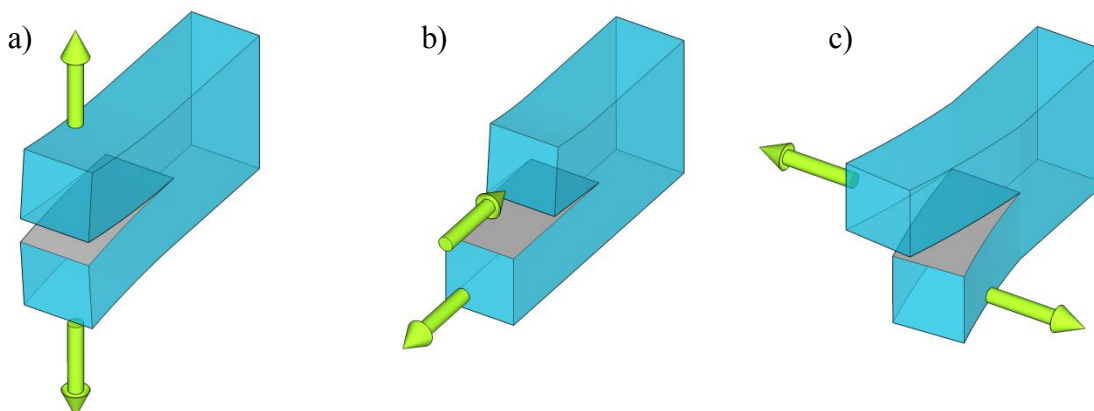
kde

$r, \theta$  jsou polární souřadnice [m], [rad],

$\sigma_{ij}$  složka tenzoru napětí [MPa] a

$f_{ij}(\theta)$  funkce závisící na módu trhliny [-].

Na obr. 2.17 jsou znázorněny tři způsoby zatěžování trhliny – módy: a) mód I – tahový; b) mód II – rovinný smykový; c) mód III – antirovinný smykový [30]. Funkce  $f_{ij}(\theta)$  závisí na módu zatěžování a konkrétní výrazy pro jejich vyjádření jsou uvedeny v literatuře, např. Anderson [29].



**Obr. 2.17** Módy zatěžování trhlin

Napěťové pole před čelem trhliny v izotropním lineárně elastickém materiálu pro každý mód zatěžování můžeme psát ve tvaru (2.6), který zavádí termín **Součinitel intenzity napětí**  $K$  [MPa.m<sup>1/2</sup>] – veličina vyjadřující zatížení tělesa s trhlinou.

$$\begin{aligned}
\lim_{r \rightarrow 0} \underbrace{\sigma_{ij}^I}_{r \rightarrow 0} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) \\
\lim_{r \rightarrow 0} \underbrace{\sigma_{ij}^{II}}_{r \rightarrow 0} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) \\
\lim_{r \rightarrow 0} \underbrace{\sigma_{ij}^{III}}_{r \rightarrow 0} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta)
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Pro kombinaci jednotlivých módů namáhání zapíšeme vztah pro napětí na základě principu superpozice ve tvaru:

$$\sigma_{ij}^{(\text{celkem})} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \tag{2.7}$$

Uvažujme způsob zatěžování I v ose trhliny ( $\theta = 0$ ), potom  $\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$ . Na obr. 2.16c je vynesena průběh napětí kolmé na rovinu trhliny. Rovnice (2.6) platí pouze v blízkosti čela trhliny, kde převládá singularita (první člen rovnice (2.5)), napětí dále od špice trhliny je ovlivněno vzdálenými okrajovými podmínkami – bude rovno  $\sigma^\infty$ .

Faktor intenzity napětí  $K$  určuje amplitudu průběhu napětí v okolí čela trhliny. Jestliže je známa hodnota  $K$ , je možné vypočítat všechny složky napětí a přetvoření jako funkci  $\theta$  a  $r$ . Popis stavu napjatosti v okolí čela trhliny pomocí jediného parametru je základem lomové mechaniky [79].

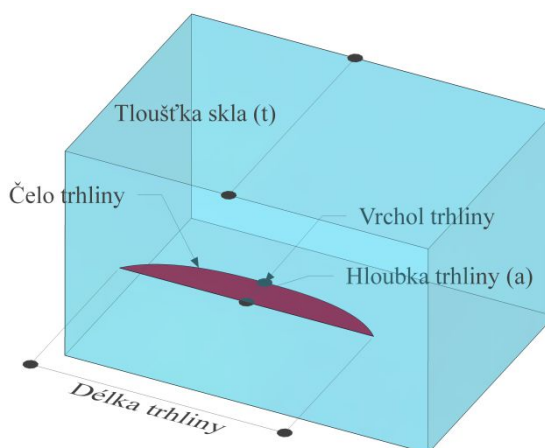
Hodnoty součinitele intenzity napětí  $K_I$  byly pro jednoduché případy odvozeny, pro obecné případy se určí experimentálně nebo numericky. Podle rovnice (2.6) má součinitel intenzity napětí rozměr *napětí · √délka*. Protože rozhodujícím rozměrem je délka trhliny  $a$ , vztah pro součinitel intenzity napětí pro obecné podmínky je ve tvaru [29]:

$$K_I = Y(\sigma\sqrt{a}) \tag{2.8}$$

kde funkce  $Y$  je pro základní případy uvedena v literatuře.

## 2.2.2 Lomová mechanika skla

Sklo je prakticky dokonale lineárně pružný materiál, proto můžeme jeho chování popsat pomocí lineárně pružné lomové mechaniky LELM. Pro prvky z konstrukčního skla jsou charakteristické povrchové trhliny (trhlina = vrub s velmi malým poloměrem zaoblení [30]), které neprochází skrz tloušťku tělesa (penízkovitá trhlina) – viz obr. 2.18 [28].



**Obr. 2.18** Půleliptická povrchová trhlina skla

Irwin definoval podmínku spolehlivosti takto: *Skleněný prvek selže, jestliže součinitel intenzity napětí  $K_I$  vlivem tahových napětí na čele trhliny dosáhne jeho kritické hodnoty  $K_{Ic}$ .  $K_{Ic}$  je taková hodnota součinitele intenzity napětí, která vede k okamžitému selhání (nestabilnímu šíření trhliny). Tato hodnota je známa pod pojmem **Lomová houževnatost**, někdy se jí říká kritický součinitel intenzity napětí [28]. Irwinova podmínka spolehlivosti:*

$$K_I \leq K_{Ic} \quad (2.9)$$

kde

$K_I$  je součinitel intenzity napětí pro daný mód zatěžování I [ $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ] a

$K_{Ic}$  lomová houževnatost pro daný mód zatěžování I [ $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ].

Obecný vztah mezi součinitelem intenzity napětí, nominálním tahovým napětím kolmým k rovině trhliny, tvarovým součinitelem a hloubkou trhliny je dán rovnicí:

$$K_I = Y \cdot \sigma \sqrt{\pi \cdot a} \quad (2.10)$$

kde

$Y$  je tvarový součinitel [-],

$\sigma$  nominální tahové napětí [ $\text{MPa}$ ] a

$a$  hloubka trhliny [ $\text{m}$ ].

### **Lomová houževnatost**

Hodnota lomové houževnatosti  $K_{Ic}$  je obecně závislá na materiálu prvku, rozměrech prvku, teplotě prostředí, rychlosti zatěžování a agresivitě prostředí [30]. Prakticky je lomová houževnatost skla považována za materiálovou konstantu, která vyjadřuje odpor materiálu vůči iniciaci lomu z defektu. V tab. 2.3 [28] je přehled hodnot publikovaných různými autory. Podle Haldimanna [28] lze pro praktické případy použít hodnotu  $K_{Ic} = 0,75 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ .

**Tab. 2.3** Lomová houževnatost  $K_{Ic}$  sodnovápenatokřemičitého skla za pokojové teploty

Zdroj	$K_{Ic}$ [MPa.m <sup>1/2</sup> ]
Wiederhorn (1967)	0,82
Atkins a Mai (1988)	0,78
Gehrke a kol. (1990)	0,78
Menčík (1992)	0,72–0,82
Ullner (1993)	0,76

**Tvarový součinitel**

Tvarový součinitel  $Y$  je obecně závislý na poli napětí, hloubce trhliny, tvaru trhliny a geometrii prvku. V tab. 2.4 [28] jsou hodnoty tvarových součinitelů pro různé případy zjištěné experimentálně nebo analyticky.

Makroskopické trhliny na povrchu skleněných prvků mají následující vlastnosti: hloubka trhliny je malá ve srovnání s délkou trhliny a s tloušťkou skla; rádius čela trhliny je výrazně větší než hloubka trhliny; hloubka trhliny je zanedbatelná v porovnání s celkovými rozměry skleněného prvku [28]. Tyto předpoklady odpovídají případu dlouhé ploché trhliny s přímým čelem na polonekonečném tělese, pro který je tvarový součinitel  $Y = 1,12$ .

**Tab. 2.4** Tvarový součinitel  $Y$ 

Typ trhliny	$Y$ [-]
Poškrábané sklo <sup>*</sup>	0,564
Vickersův vrub <sup>*</sup>	0,666
Penízkovitá trhlina v polonekonečném tělese <sup>*</sup>	0,637–0,663
Penízkovitá trhlina na ohýbaném vzorku <sup>*</sup>	0,713
Čtvrtkruhová trhlina na hraně skla <sup>*</sup>	0,722
Poškrábání brusným papírem <sup>*</sup>	0,999
Dlouhá plochá trhlina s přímým čelem na polonekonečném tělese <sup>*</sup>	1,120

\* hodnoty zjištěné experimentálně

\* hodnoty zjištěné analyticky

Haldimann [28] doporučuje pro trhliny v ploše skleněného prvku hodnotu  $Y = 1,12$  a pro trhliny na hranách skla a kolem otvorů doporučuje nižší hodnotu  $Y = 0,722$ .

## 2.3 Navrhování podle norem

Evropské normy pro navrhování skleněných konstrukcí jsou v současné době ve fázi vývoje, existují však různé národní normy, např. ÖNORM B 3716 [121], DIN 18008 [122] nebo NEN 2608 [123]. V roce 2013 byla zahájena práce na přípravě evropské normy pro navrhování nosných konstrukcí ze skla v rámci pracovní skupiny CEN TC250 / WG3 „Structural Glass“. Pracovní verzi normy lze očekávat nejdříve v roce 2020 [33].

Normy budou začleněny do soustavy evropských norem, tzv. Eurokódů a budou v souladu se základní normou pro navrhování konstrukcí ČSN EN 1990 [115]. Zatížení se určí v souladu s normami ČSN EN 1991 [116], [117] a [118] a kombinace zatížení podle ČSN EN 1990 [115], přičemž budou zavedeny zvláštní hodnoty součinitelů zatížení  $\gamma_Q$  a  $\gamma_G$  a kombinačních součinitelů  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  a  $\psi_2$  v závislosti na funkčním významu konstrukčního dílu – bude se rozlišovat (i) hlavní konstrukce, (ii) sekundární konstrukce a (iii) výplňová konstrukce s příslušnou třídou následků. Pro hlavní konstrukci budou součinitelé, potažmo zatížení, nabývat vyšších hodnot než pro sekundární a výplňové konstrukce.

V současné době lze najít podklady pro návrh konstrukcí z plaveného i tepelně upravovaného jednovrstvého, vrstveného skla i izolačního skla v normách prEN 16612 [113] a prEN 16613 [114], které nahradily starší přednormy řady prEN 13474 [110], [111] a [112].

### 2.3.1 Teoretická báze norem pro navrhování skleněných konstrukcí

S využitím znalostí z lomové mechaniky je možné na základě znalosti velikostí trhlin, jejich rozmístění a zatížení spočítat únosnost posuzovaného prvku. V praxi tyto parametry neznáme – pevnost skla se určuje na základě statistických dat z následujících hledisek:

- kvalita povrchu skla (velikost a rozmístění trhlin)
- velikost plochy namáhané tahovým napětím
- historie zatížení (intenzita a délka trvání)
- podmínky vnějšího prostředí (zejména vlhkost)

#### Vliv kvality povrchu skla

I když je soubor identických zkušebních těles testován za pečlivě kontrolovaných podmínek, naměřené hodnoty pevnosti vykazují velký rozptyl. Tento rozptyl je výsledkem velice proměnných charakteristik vad povrchu skla a může být reprezentován dvouparametrickým Weibullovým rozdělením. Pravděpodobnost poruchy  $P_f$  se určí podle rovnice (2.11):

$$P_f = 1 - e^{-kA\sigma_f^m} \quad (2.11)$$

kde

$k, m$  parametry na sobě závislé uvedené v tab. 2.5 [27].

Parametry povrchové pevnosti převzaté z přednormy prEN 13474 [110] jsou založeny na metodě Damage Equivalent Load Resistance (DELR).

**Tab. 2.5** Parametry povrchové pevnosti a odpovídající šedesátivteřinová pevnost v tahu

Zdroj	Parametry povrchové pevnosti		$P_f$	$f_{g,Pf,t60}$
Brown (1974)	$m = 7,3$	$k = 5,1 \cdot 10^{-57} \text{ m}^{-2} \text{ Pa}^{-7,3}$	1/125 1/1000	15,5 11,9
Beason & Morgan (1984)	$m = 9$	$k = 1,32 \cdot 10^{-69} \text{ m}^{-2} \text{ Pa}^{-9}$	1/125 1/1000	10,2 7,2
ASTM (2004)	$m = 7$	$k = 2,86 \cdot 10^{-53} \text{ m}^{-2} \text{ Pa}^{-7}$	1/125 1/1000	16,1 12,0
prEN 13474 (2007)	$m = 25$	$k = 2,35 \cdot 10^{-188} \text{ m}^{-2} \text{ Pa}^{-25}$	1/125 1/1000	14,4 13,4

#### Vliv velikosti plochy skla

Pravděpodobnost výskytu kritické trhliny (trhliny, která způsobí porušení skla) ve skleněné tabuli roste se zvětšující se plochou skleněné tabule. Velké skleněné tabule statisticky vykazují nižší pevnost skla než menší skleněné tabule. Tento fenomén je znám pod pojmem “size effect” a je vyjádřen rovnicí (2.12) [27] a [28].

$$\frac{P_{f,A_0}}{P_{f,A}} = \frac{\sigma_{A_0}}{\sigma_A} = \left( \frac{A}{A_0} \right)^{1/m} \quad (2.12)$$

kde

$A$  je celková plocha (taženého) povrchu skleněné tabule [ $\text{m}^2$ ],

$A_0$  referenční (tažená) plocha  $1 \text{ m}^2$ ,

$P_{f,A}$  pravděpodobnost poruchy tabule s plochou  $A$  [-],

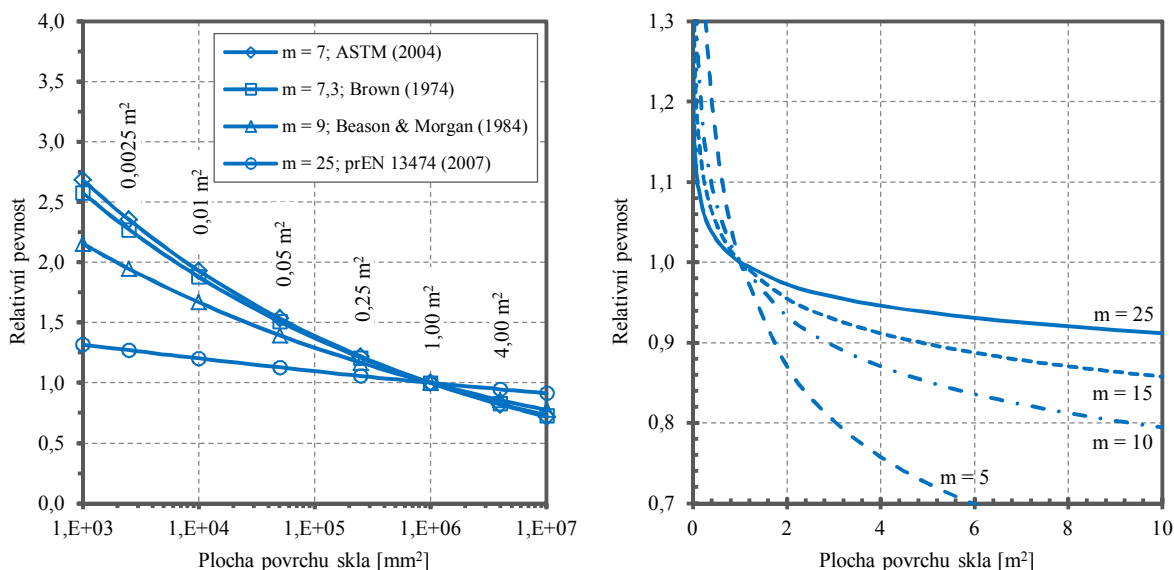
$P_{f,A_0}$  pravděpodobnost poruchy tabule s referenční plochou  $A_0$  [-],

$\sigma_A$  pevnost v tahu skla tabule s plochou  $A$  [MPa],

$\sigma_{A_0}$  pevnost v tahu skla tabule s referenční plochou  $A_0$  [MPa] a

$m$  parametr vyjadřující změnu relativní pevnosti [-],

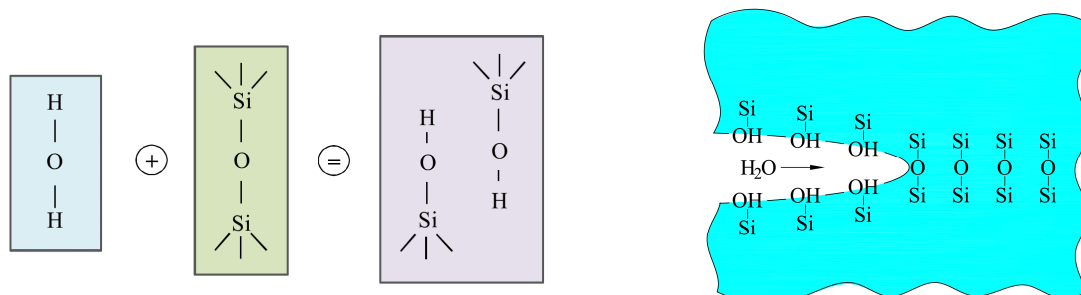
Rovnice (2.12) je graficky znázorněna na obr. 2.19 [27] a [72].



**Obr. 2.19** Vztah plochy skleněné tabule a relativní pevnosti skla

Vliv prostředí a historie zatížení

Ve vakuu je pevnost skla neměnná v čase. Při působení vody (i ve formě vzdušné vlhkosti) dochází k chemické reakci mezi molekulami vody a křemíku ve skle, která způsobuje korozi skla a zvětšování mikrotrhlin. Za normálních podmínek probíhá koroze skla velmi zvolna, výrazně ji však podporuje mechanické napětí. Voda reaguje se sklem přednostně v místech, kde je soustředěno pnutí, tj. ve vrcholcích trhlinek [19]. Chemická koroze skla je popsána rovnicí (2.13) podle [73] a graficky je znázorněna na obr. 2.20 [28], [91].



**Obr. 2.20** Koroze skla

Tento jev je znám pod pojmem statická nebo atmosférická únava a způsobuje snižování tahové pevnosti skla v čase za daných atmosférických podmínek. Matematickému výrazu popisujícímu toto chování se říká Brownův integrál, kterým se převede časově proměnné

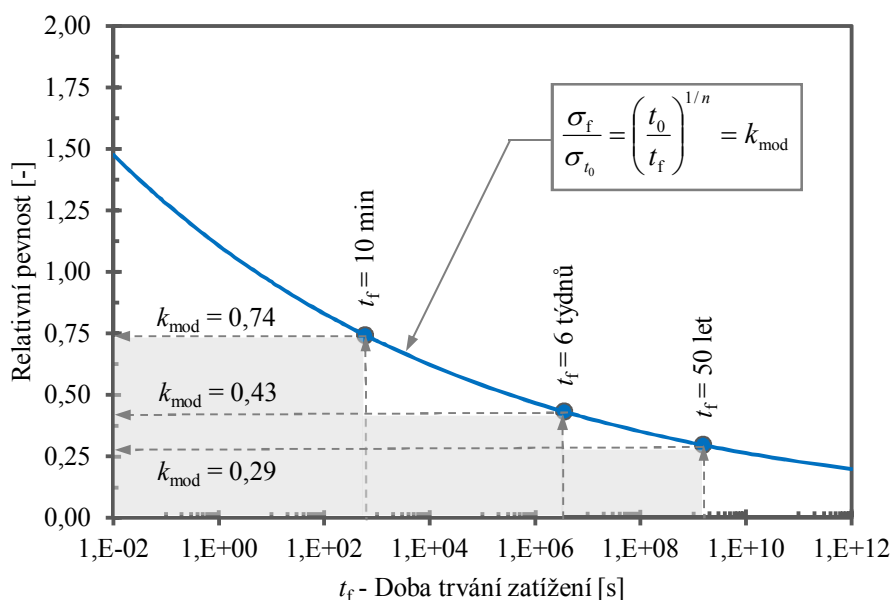
napětí  $\sigma_f(t)$  působící v čase  $t_f$  na ekvivalentní rovnoměrné napětí  $\sigma_{t_0}$  působící po referenční dobu  $t_0$ . Pro konstantní atmosférické podmínky se jedná o integraci tahového napětí  $\sigma_t$  (zvýšeného o konstantu statické únavy  $n$ ) podle doby působení zatížení  $t_f$  – viz rovnice (2.14).

$$\sigma_{t_0} = \left[ \frac{1}{t_0} \int_0^{t_f} \sigma_f^n(t) dt \right]^{1/n} \approx \left[ \frac{1}{t_0} \sum_{j=1}^J (\sigma_f^n t_j) \right]^{1/n} \quad (2.14)$$

V rovnici (2.14) se uvažuje se zatížením proměnným v čase. Pro běžnou inženýrskou praxi lze zatížení od větru, sněhu, vlastní tíhy atd. považovat za konstantní v určitém časovém intervalu. Za předpokladu, že je napětí v časovém intervalu  $t_f$  konstantní, lze rovnici zjednodušit:

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_{t_0}} = \left( \frac{t_0}{t_f} \right)^{1/n} = k_{\text{mod}} \quad (2.15)$$

Poměr  $\sigma_f/\sigma_{t_0}$  je znám jako koeficient atmosférické koroze nebo statické únavy a v normě prEN 13474 [110] je reprezentován součinitelem  $k_{\text{mod}}$ . Součinitel statické únavy  $n$  je funkcí vlhkosti a konzervativně se uvažuje hodnotou  $n = 16$ . Závislost relativní pevnosti (modifikačního součinitele) na době působení zatížení podle rovnice (2.15) pro  $t_0 = 5$  s je graficky znázorněn na obr. 2.21.



**Obr. 2.21** Modifikační součinitel

### Vliv temperování skla

Účinným způsobem, jak snížit nepříznivý vliv povrchových vad na tahovou pevnost skla je tepelné nebo chemické temperování. Během procesu temperování vneseme do skla reziduální napětí (u povrchu tlakové, kolem jádra průřezu tahové) – trhliny na povrchu skla



budou růst tehdy, když vnější zatížení způsobí tahová napětí, která překročí reziduální tlakové napětí na povrchu skla. Rovnice (2.23) se upraví do tvaru [27]:

$$P_f = 1 - e^{-kA(\sigma_r - f_{rk})^m} \quad (2.16)$$

kde  $f_{rk}$  je zbytkové tlakové napětí při povrchu skla [MPa].

#### Ekvivalentní napětí a návrhová pevnost skla

Uvažujme diskrétní bod na povrchu skla  $(x,y)$ , ve kterém je přítomno i reziduální napětí od temperování. V tomto bodě působí časově proměnné tahové napětí – hlavní napětí  $\sigma_1(t)$  v časovém úseku  $t_f$ . Rozšířením rovnice (2.14) o reziduální napětí  $f_{rk}$  obdržíme výraz pro ekvivalentní konstantní napětí  $\sigma_{t_0}$  působící po dobu  $t_0$ , které způsobí ekvivalentní statickou únavu povrchu jako původní časově proměnné napětí [27]:

$$\sigma_{t_0} = \left[ \frac{1}{t_0} \int_0^{t_f} \left( \sigma_1(t) - \frac{f_{rk}}{\gamma_{mv}} \right)^n dt \right]^{1/n} \quad (2.17)$$

Rovnice (2.17) platí pouze pro jeden diskrétní bod  $(x,y)$ . Do vztahu je nutné zahrnout příspěvek všech bodů na povrchu skleněné tabule převzetím principu „size effect“ popsaného výše – jedná se v podstatě o váženou průměrnou hodnotu, kde váhou je plocha elementu (prakticky konečného prvku). Podle [27] obdržíme:

$$\sigma_{p,t_0,A_0} = \left\{ \frac{1}{A_0} \int_A \left[ \frac{1}{t_0} \int_0^{t_f} \left( \sigma_1(t) - \frac{f_{rk}}{\gamma_{mv}} \right)^n dt \right]^{m/n} dA \right\}^{1/m} \quad (2.18)$$

Tato rovnice převádí skutečné napětí proměnné v čase a v souřadnicích  $x$  a  $y$  na ekvivalentní rovnoměrně rozdělené napětí  $\sigma_{p,t_0,A_0}$  působící konstantně po referenční dobu  $t_0$ .

Návrhovou pevnost skla  $f_{gd,t_0,A_0}$  lze vyjádřit použitím obdobných termínů – konstantní rovnoměrná odolnost v časovém intervalu  $t_0$  je podle [27]:

$$f_{gd,t_0,A_0} = \frac{k_{mod} f_{gk}}{\gamma_{mA}} \quad (2.19)$$

Podmínku spolehlivosti lze zapsat ve tvaru:

$$f_{gd,t_0,A_0} \geq \sigma_{p,t_0,A_0} \quad (2.20)$$

kde reziduální napětí je na straně účinků, nikoli na straně odolnosti.

Vztah (2.18) je v praxi nepoužitelný, protože je nemožné určit funkci proměny zatížení v čase. Zavedením krátkodobého, střednědobého a dlouhodobého zatížení dostaneme:

$$\begin{aligned}\sigma_{p,t_S,A_0} &= \left[ \frac{1}{A_0} \int_A \left( \sigma_{1,t_S} - \frac{f_{rk}}{\gamma_{mv}} \right)^m dA \right]^{1/m} \\ \sigma_{p,t_M,A_0} &= \left[ \frac{1}{A_0} \int_A \left( \sigma_{1,t_M} - \frac{f_{rk}}{\gamma_{mv}} \right)^m dA \right]^{1/m} \\ \sigma_{p,t_L,A_0} &= \left[ \frac{1}{A_0} \int_A \left( \sigma_{1,t_L} - \frac{f_{rk}}{\gamma_{mv}} \right)^m dA \right]^{1/m}\end{aligned}\quad (2.21)$$

kde

$\sigma_{1,t_S}$ ;  $\sigma_{1,t_M}$ ;  $\sigma_{1,t_L}$  je první hlavní (tahové) napětí pro krátkodobou, střednědobou a dlouhodobou kombinaci [MPa] a

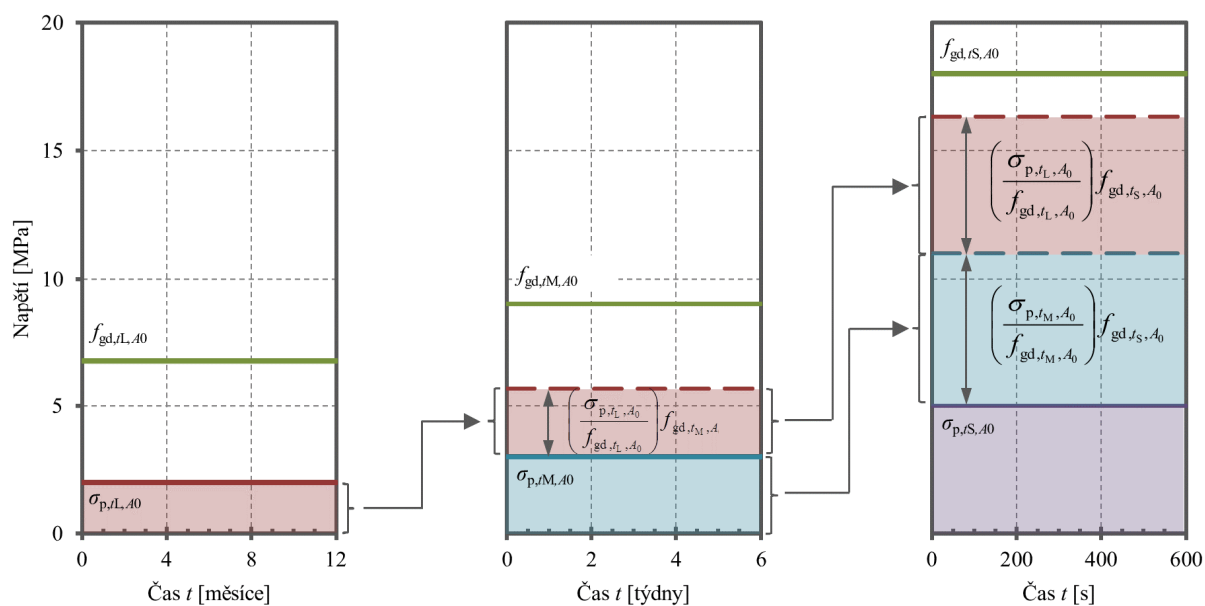
$\sigma_{p,t_S,A_0}$ ;  $\sigma_{p,t_M,A_0}$ ;  $\sigma_{p,t_L,A_0}$  ekvivalentní rovnoměrné napětí pro krátkodobou, střednědobou a dlouhodobou kombinaci [MPa].

Podmínka spolehlivosti (2.22) je graficky znázorněna na obr. 2.22 [27].

$$\frac{\sigma_{p,t_S,A_0}}{f_{gd,t_S,A_0}} + \frac{\sigma_{p,t_M,A_0}}{f_{gd,t_M,A_0}} + \frac{\sigma_{p,t_L,A_0}}{f_{gd,t_L,A_0}} \leq 1,0 \quad (2.22)$$

kde

$f_{gd,t_S,A_0}$ ;  $f_{gd,t_M,A_0}$ ;  $f_{gd,t_L,A_0}$  je návrhová pevnost pro krátkodobou, střednědobou a dlouhodobou kombinaci [MPa].



**Obr. 2.22** Jednotkový posudek při kombinaci typů zatížení

### 2.3.2 Posouzení skleněných prvků podle prEN 13474

Přednorma prEN 13474-1 [110] pro navrhování skleněných prvků a konstrukcí je kompatibilní se současnými standardy založenými na metodě parciálních součinitelů spolehlivosti. Je nutné poznamenat, že přednorma prochází revizí a konečná podoba normy se bude zřejmě výrazně lišit.

Podle metodiky posouzení skleněných konstrukcí je reziduální (zbytkové) napětí na straně „odolnosti“ a vliv distribuce napětí na povrchu skla je na straně „účinků“ v rovnici pro posouzení v mezním stavu únosnosti:

$$\sigma_{\text{eff,d}} \leq f_{\text{g,d}} \quad (2.23)$$

kde

$\sigma_{\text{eff,d}}$  je efektivní (účinné) napětí na povrchu skla [MPa] a

$f_{\text{g,d}}$  návrhová pevnost skla (dovolené namáhání) [MPa].

Efektivní napětí se má obecně určit pro nejnepříznivější kombinaci napětí následovně:

$$\sigma_{\text{eff,d}} = \left[ \frac{1}{A} \int_A (\sigma_1(x, y))^\beta dx dy \right]^{1/\beta} \quad (2.24)$$

kde

$A$  je celková plocha povrchu skleněné tabule [ $\text{m}^2$ ],

$\sigma_1(x, y)$  první hlavní napětí v bodě  $(x, y)$  plochy [MPa] a

$\beta$  parametr Weibullova rozdělení napětí skla při porušení [-].

V normě prEN 13474-2 [111] pro navrhování skleněných desek rovnoměrně zatížených jsou v tabulkách uvedena efektivní napětí  $\sigma_{\text{eff,d}}$  pro různé geometrie desek i okrajové podmínky. V běžných případech tak není nutné přímé řešení rovnice (2.24).

Návrhová hodnota pevnosti skla v ohybu se určí následovně:

$$f_{\text{g,d}} = \left( k_{\text{mod}} \frac{f_{\text{g,k}}}{\gamma_{\text{m}} \cdot k_{\text{A}}} + \frac{f_{\text{b,k}} - f_{\text{g,k}}}{\gamma_{\text{v}}} \right) \cdot \gamma_{\text{n}} \quad (2.25)$$

kde

$f_{\text{b,k}}$  je charakteristická pevnost tepelně upravovaného skla ( $f_{\text{b,k}} = f_{\text{g,k}}$  pro plavené sklo ANG) [MPa],

$f_{\text{g,k}}$  charakteristická pevnost plaveného (chlazeného) skla,  $f_{\text{g,k}} = 45$  MPa,

$f_{\text{b,k}} - f_{\text{g,k}}$  zbytkové (reziduální) napětí od temperování (0 pro plavené sklo ANG) [MPa],

$\gamma_{\text{v}}$  dílčí součinitel spolehlivosti reziduálního napětí vlivem temperování [-],

$\gamma_m$	dílčí součinitel spolehlivosti vlastní (inherentní) pevnosti skla [-],
$\gamma_n$	národní dílčí součinitel spolehlivosti [-],
$k_A$	součinitel plochy povrchu skla („size effect“ součinitel), definovaný nezávisle na reziduálním napětí, $k_A = A^{0,04}$ [-] kde $A$ je plocha skla [ $m^2$ ] a
$k_{mod}$	modifikační součinitel, kterým se bere v úvahu dobu trvání zatížení, kombinace zatížení a podmínky prostředí [-].

Sklo se poruší křehkým lomem v místě relativně největšího namáhání, přičemž toto místo nemusí být nutně totožné s místem největšího tahového napětí od zatížení ani s „nejslabším“ místem na povrchu skla (místo s největší povrchovou vadou).

Hodnoty charakteristických pevností upravovaných skel podle prEN 13474-1[110] jsou uvedeny v tab. 2.6. Hodnoty pevností pro jednotlivé druhy skla byly převzaty z jednotlivých výrobních norem.

**Tab. 2.6** Charakteristická pevnost upravovaného skla  $f_{b,k}$

Druh skla	způsob výroby	$f_{b,k}$ [MPa]
Tepelně tvrzené bezpečnostní sklo, prohřívané tepelně tvrzené bezpečnostní sklo	plavené sklo nebo ploché tažené sklo	120
	vzorované sklo	90
Tepelně zpevněné sklo	smaltované plavené nebo smaltované vzorované sklo	75
	plavené sklo nebo ploché tažené sklo	70
Chemicky zpevněné sklo	vzorované sklo	55
	smaltované plavené nebo smaltované vzorované sklo	45
Tepelně tvrzené borokřemičité bezpečnostní sklo	plavené sklo nebo ploché tažené sklo	150
	vzorované sklo	150
Tepelně tvrzené borokřemičité bezpečnostní sklo	borokřemičité sklo	120

Národní součinitel spolehlivosti  $\gamma_n = 1$  pro všechny země (předběžné hodnoty, každý stát si určí součinitel ve finální verzi normy podle národních zvyklostí). Hodnoty dílčích součinitelů spolehlivosti  $\gamma_m$  a  $\gamma_v$  podle prEN 13474-1 [110] jsou uvedeny v tab. 2.7.

**Tab. 2.7** Dílčí součinitelé spolehlivosti  $\gamma_m$  a  $\gamma_v$ 

Druh skla	$\gamma_m$		$\gamma_v$			
			tepelně tvrzené, prohříváné tepelně tvrzené, tepelně zpevněné sklo		chemicky zpevněné sklo	
	MSÚ	MSP	MSÚ	MSP	MSÚ	MSP
Plavené	1,8	1,0	2,3	1,5	2,3	1,5
Ploché tažené	1,8	1,0	2,3	1,5	2,3	1,5
Smaltované plavené nebo ploché tažené	1,8	1,0	2,3	1,5	[---]	[---]
Vzorované	2,3	1,3	3,0	2,0	3,0	3,0
Smaltované vzorované	2,3	1,3	3,0	2,0	[---]	[---]
Leštěné s drátěnou vločkou	2,3	1,3	-	-	-	-
Vzorované s drátěnou vločkou	3,2	1,8	-	-	-	-
Borokřemičité	1,8	1,0	2,3	1,5	[---]	[---]
Sklokeramika	1,8	1,0	-	-	[---]	[---]

V tab. 2.8 jsou uvedeny hodnoty modifikačního součinitele podle délky trvání dominantního zatížení, jak jsou uvedeny v normě prEN 13474-1 [110].

**Tab. 2.8** Modifikační součinitel  $k_{mod}$  podle prEN 13474-1

Délka trvání zatížení	Příklad zatížení	$k_{mod}$
krátkodobé ( $t \leq 10$ minut)	vítr	0,72
střednědobé ( $6$ týdnů $\geq t > 10$ minut)	sníh	0,36
	klimatické (pouze pro izolační sklo)	0,36
dlouhodobé ( $t > 6$ týdnů)	vlastní tíha	0,27
	nadmořská výška (pouze pro izolační sklo)	0,27

### 2.3.3 Posouzení skleněných prvků podle prEN 16612

Princip posouzení skleněných konstrukcí podle prEN 16612 [113] je obdobný jako podle prEN 13474, je zde však několik rozdílů.

Při posouzení v mezním stavu únosnosti se uvažuje s maximální hodnotou napětí  $\sigma_{max}$ , nikoli s efektivní hodnotou hlavního napětí – viz podmínka spolehlivosti (2.26):

$$\sigma_{\max} \leq f_{g,d} \quad (2.26)$$

Návrhová hodnota pevnosti skla v ohybu se určí podle rovnice (2.27):

$$f_{g,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot k_{\text{sp}} \cdot f_{g,k}}{\gamma_{M,A}} + \frac{k_v \cdot (f_{b,k} - f_{g,k})}{\gamma_{M,v}} \quad (2.27)$$

kde, kromě parametrů uvedených v kapitole 2.3.2:

$\gamma_{M,v}$  je dílčí součinitel spolehlivosti materiálu pro temperovaná skla [-],

$\gamma_{M,A}$  dílčí součinitel spolehlivosti materiálu chlazeného skla [-],

$k_v$  součinitel zohledňující polohu skla při temperování [-] a

$k_{\text{sp}}$  součinitel zohledňující úpravu povrchu skla („surface profile“) [-].

Norma prEN 16612 zavádí součinitel profilu povrchu skla  $k_{\text{sp}}$  a naopak neuvažuje s vlivem velikosti skleněného prvku. V druhé části vztahu zavádí součinitel  $k_v$  zohledňující polohu, ve které byl skleněný dílec temperován. Dále vypadl národní součinitel. Součinitelé spolehlivosti mají pouze jiné označení.

Přednorma prEN 16612 [113] uvádí výpočet modifikačního součinitele  $k_{\text{mod}}$  v upraveném tvaru podle rovnice (2.28). Jedná se pouze o jinou formu matematického zápisu pro výpočet modifikačního součinitele podle prEN 13474-1 – rovnice (2.15). Konkrétní hodnoty  $k_{\text{mod}}$  podle prEN 16612 jsou uvedeny v tab. 2.9a mírně se liší od hodnot podle prEN13474-1.

$$k_{\text{mod}} = 0,663 \cdot t^{-1/16} \quad (2.28)$$

**Tab. 2.9** Modifikační součinitel  $k_{\text{mod}}$  podle prEN 16612

Zatížení	Trvání zatížení	$k_{\text{mod}}$
Užitné	krátkodobé (30 s)	0,89
Větr	krátkodobé, jednotlivý poryv větru	1,00
	krátkodobé, opakované	0,74
Sníh	střednědobé (1 týden až 3 měsíce)	0,44
Klimatická zatížení	střednědobé	0,50
Vlastní tíha, stálé zatížení	stálé	0,29

V tab. 2.10 jsou uvedeny hodnoty součinitele  $k_{\text{sp}}$  pro vybrané typy skla.

**Tab. 2.10** Součinitel  $k_{sp}$  podle prEN 16612

Typ skla	Součinitel $k_{sp}$ pro povrch skla	
	bez úpravy*	pískování
Plavené sklo, tažené sklo (včetně smaltovaných*)	1,00	0,60
Vzorované sklo, smaltované vzorované sklo*	0,75	0,45
Leštěné drátosklo	0,75	0,45
Vzorované drátosklo	0,60	0,36

\* druh skla, který není z plaveného skla k dispozici, součinitel  $k_{sp}$  slouží pro výpočet návrhové pevnosti tepelně upravovaných skel

♣ pro skla s povrchovou úpravou leptáním kyselinou se součinitel  $k_{sp}$  uvažuje jako pro skla bez povrchové úpravy

Hodnoty součinitele  $k_v$  jsou uvedeny v tab. 2.11.

**Tab. 2.11** Součinitel  $k_v$  podle prEN 16612

Výrobní proces	$k_v$
Temperování v horizontální poloze (nebo jiný proces bez použití kleští pro držení skla)	1,0
Temperování ve vertikální poloze (nebo jiný proces s použitím kleští pro držení skla)	0,6

Dílčí součinitelé pevnosti skla  $\gamma_{M,v}$  a  $\gamma_{M,A}$  jsou uvedeny v tab. 2.12.

**Tab. 2.12** Součinitelé  $\gamma_{M,v}$  a  $\gamma_{M,A}$  podle prEN 16612

	Mezní stav únosnosti
Plavené (chlazené) sklo	$\gamma_{M,A} = 1,8$
Tepelně upravované (temperované) sklo	$\gamma_{M,v} = 1,2$

## 2.4 Účinná tloušťka vrstveného skla

Efektivní (účinná) tloušťka dílce z vrstveného skla je tloušťka stejného dílce z jednovrstvého (monolitického) skla, který vykazuje stejné přetvárné vlastnosti (shodný průhyb) a který vykazuje stejné hodnoty napětí v krajních vláknech jako v krajních vláknech dílce z vrstveného skla. Použití efektivní tloušťky zjednodušuje MKP modely a zejména umožňuje analýzu prvků z vrstveného skla běžnými analytickými postupy.

Analytické modely nosníků z vrstveného dvojskla (sklo + mezivrstva + sklo) obvykle předpokládají následující zjednodušení [9]:

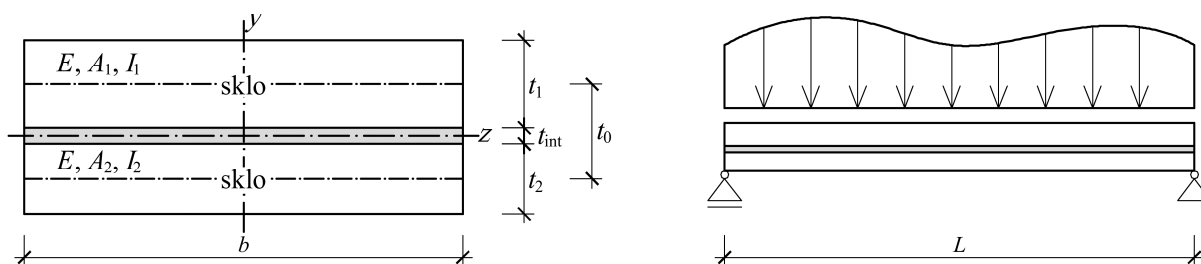
- předpokládá se lineárně pružné chování skla a mezivrstva představuje homogenní, isotropní a viskoelastický materiál.
- rovinný příčný řez každé skleněné tabule kolmý k ose nosníku zůstává rovinný a kolmý k jeho ose během zatěžování. Tato vlastnost ale neplatí pro celý „kompozitní“ průřez.
- příčné normálové napětí  $\sigma_z$  je malé v porovnání s osovým normálovým napětím  $\sigma_x$ .
- všechny tři vrstvy mají stejný průhyb  $w(x)$ .
- ve spoji mezi skleněnou tabulí a mezivrstvou nedojde k proklouznutí.
- mezivrstva přenáší pouze smyková napětí a má zanedbatelnou tuhost v podélném směru.

Řada autorů se věnuje této problematice už od poloviny 20. století (např. Newmark odvodil jednoduchý analytický model dvou nosníků s pružným spolupůsobením pro popis interakce betonové mostovky s ocelovým trámem prostřednictvím spřahovacích prostředků [12]), některé přístupy jsou jednoduché a lze je snadno prakticky aplikovat, novější přesnější a obecnější metody (založené například na energetických principech) jsou poměrně komplikované. Vybrané modely jsou popsány v následujících podkapitolách pouze v hlavních bodech, protože toto není předmětem disertační práce.

#### 2.4.1 Model Wölfel – Bennison – Calderone

Bennison [6] a Calderone [8] rozvinuli Wölfelův [7] model sendvičové konstrukce (složené ze tří vrstev, kde krajní vrstvy mají značnou osovou tuhost, ale zanedbatelnou ohybovou tuhost a střední vrstva je schopna přenášet pouze smyková napětí – její osová i ohybová tuhost je nulová) speciálně pro vrstvené sklo. Tento model předpokládá průhybovou křivku nosníku z vrstveného skla podobnou tvaru průhybové křivky prostého nosníku zatíženého spojitým rovnoměrným zatížením podle teorie pružnosti. Použití tohoto modelu je podmíněno těmito vstupními předpoklady a je platný pouze pro staticky určité kompozitní nosníky, složené z vrstev se zanedbatelnou ohybovou tuhostí.

Smykové spojení závisí primárně na modulu pružnosti mezivrstvy ve smyku  $G_{\text{int}}$ , tloušťce mezivrstvy  $t_{\text{int}}$  a na smykové délce – obr. 2.23.



Obr. 2.23 Popis modelu Wölfel – Bennison – Calderone



Uvažujme průřezové plochy krajních skleněných tabulí:

$$\begin{aligned} A_1 &= b \cdot t_1 \\ A_2 &= b \cdot t_2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

a vzdálenost jejich těžišť:

$$t_0 = \frac{(t_1 + t_2)}{2} + t_{\text{int}} \dots \text{pro vrstvené dvojsklo} \quad (2.30)$$

Mohou nastat dva krajní případy: (i) skleněné tabule nespolutůsobí (volně po sobě kloužou) – hovoříme o mezi „layered limit“ a moment setrvačnosti vrstveného průřezu  $I_0$  je:

$$I_0 = I_1 + I_2 = \frac{b \cdot (t_1^3 + t_2^3)}{12} \quad (2.31)$$

a (ii) skleněné tabule jsou dokonale smykově spojeny (nedochází k vzájemnému podélnému posunutí) – hovoříme o mezi „monolithic limit“, pro kterou lze moment setrvačnosti vrstveného průřezu zapsat jako:

$$I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 + \frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \cdot t_0^2 = I_1 + I_2 + \frac{b \cdot t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \cdot t_0^2 \quad (2.32)$$

kde  $\frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \cdot t_0$  reprezentuje baricentrickou tuhost dvou ploch  $A_1$  a  $A_2$  s předpokladem jejich

poloh v odpovídajících těžištích.

Pro mezilehlé případy Wölfel [7] nabízí zápis, podle kterého efektivní moment setrvačnosti je:

$$I_{\text{eff}} = I_1 + I_2 + \Gamma \frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \cdot t_0^2 \quad (2.33)$$

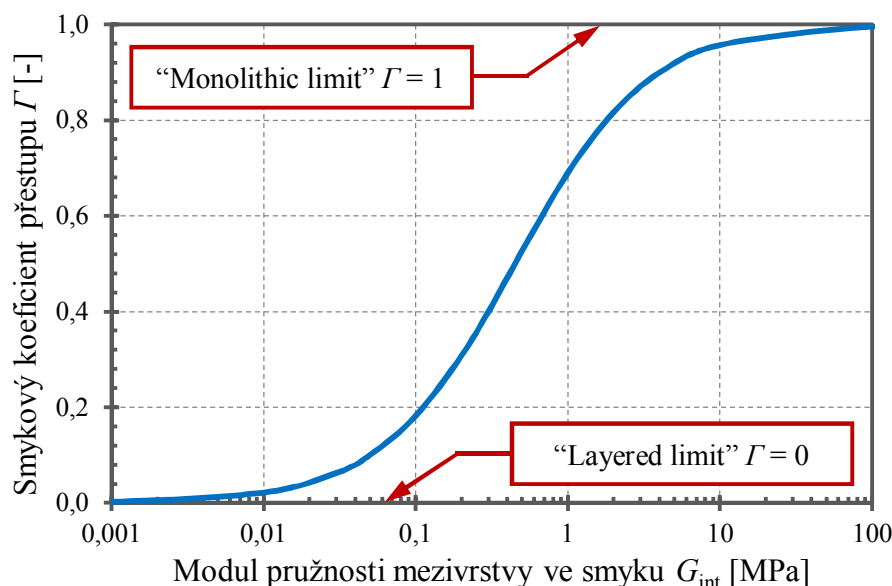
kde **smykový koeficient přestupu**  $\Gamma$  nabývá hodnot od 0 (pro „layered limit“) do 1 (pro „monolithic limit“) a je mírou přenosu smykových napětí přes mezivrstvu. V obr. 2.24 jsou na svislé ose uvedeny hodnoty smykového koeficientu přestupu  $\Gamma$  pro průřez s parametry ( $t_1 = 6$  mm,  $t_2 = 10$  mm,  $t_{\text{int}} = 1,52$  mm,  $L = 3000$  mm). Na vodorovné ose je vyneseno v logaritmickém měřítku modul pružnosti mezivrstvy ve smyku.

Wölfel [7] uvádí výraz pro koeficient smykového přestupu takto:

$$\Gamma = \frac{1}{1 + \beta \frac{E \cdot t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} \cdot b \cdot L^2} \cdot \frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2}} \quad (2.34)$$

kde  $\beta$  je součinitel závisející na okrajových podmínkách (uložení a zatížení). Calderone [8] a Bennison [6] navrhuji hodnotu  $\beta = 9,6$  pro všechny typy zatížení a uložení. Wölfel [7]

navrhnul hodnotu  $\beta = 9,6$  pro spojitě rovnoměrné zatížení,  $\beta = 12$  pro osamělé břemeno uprostřed rozpětí a  $\beta = \pi^2$  pro sinusové zatížení.



**Obr. 2.24** Smykový koeficient přestupu

Hypotéza (2.33) je platná za předpokladu, že ohybová tuhost krajních vrstev nemá vliv na jejich smykové spojení. Čím menší je ohybová tuhost krajních vrstev, tím je tato hypotéza přesnější [11].

S použitím výrazů (2.29) až (2.33) je možné upravit vztah pro výpočet smykového koeficientu přestupu:

$$\Gamma = \frac{1}{1 + 9,6 \frac{E \cdot \alpha_s \cdot t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} \cdot t_0^2 \cdot L^2}} \quad (2.35)$$

kde parametr  $\alpha_s$  v rovnici (2.35) je

$$\alpha_s = \frac{1}{b} \cdot \frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \cdot t_0^2 = t_1 \cdot t_{s,2}^2 + t_2 \cdot t_{s,1}^2 = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \cdot t_0^2 \quad (2.36)$$

a  $t_{s,1}$  a  $t_{s,2}$  jsou vzdálenosti těžišť tabulí skla od těžiště celého průřezu:

$$t_{s,1} = \frac{t_0 \cdot t_1}{t_1 + t_2} \quad (2.37)$$

$$t_{s,2} = \frac{t_0 \cdot t_2}{t_1 + t_2}$$

Pro výpočet průhybů konstrukcí z vrstveného skla se použije efektivní tloušťka  $t_{\text{eff,w}}$  podle rovnice (2.38):

$$t_{\text{eff,w}} = \sqrt[3]{t_1^3 + t_2^3 + 12 \cdot \Gamma \cdot \alpha_s} \quad (2.38)$$

Pro výpočet normálového napětí od ohybu se použije efektivní tloušťka pro každou tabuli skla podle rovnice (2.39):

$$t_{1,\text{eff},\sigma} = \sqrt{\frac{t_{\text{eff},w}^3}{t_1 + 2 \cdot \Gamma \cdot t_{s,2}}} \quad (2.39)$$

$$t_{2,\text{eff},\sigma} = \sqrt{\frac{t_{\text{eff},w}^3}{t_2 + 2 \cdot \Gamma \cdot t_{s,1}}}$$

Pokud se vrstvené sklo neskládá z více druhů skla (plavené, tepelně zpevněné, tvrzené) s rozdílnou hodnotou dovoleného napětí, obvykle postačuje provést výpočet pro nejtenčí skleněnou tabuli [8].

Amadio a Bedon [26] nabízí úpravu vztahů (2.34) a (2.35) pro výpočet koeficientu smykového přestupu  $\Gamma$  pro různé geometrie skleněných prvků a rozšiřují použití i pro deskové konstrukce a pro prvky z vrstveného trojskla:

$$\Gamma = \frac{1}{1 + 9,6 \cdot \beta \cdot \frac{E \cdot \alpha_s \cdot t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} \cdot t_0^2 \cdot L^2}} \quad (2.40)$$

kde  $\beta$  je parametr závisící na okrajových podmínkách a zatížení a  $L$  je kritická délka podle geometrie prvku – viz tab. 2.13 [26].

**Tab. 2.13** Parametry pro výpočet  $\Gamma$

Prvek	Zatížení	Uložení	$L$	$\beta$	
				dvojsklo	trojsklo
Sloup	tlak	kloubové	$\min(b, L_{\text{cr}})$	$1,03 \cdot (b/L_{\text{cr}})^2$	$2,06 \cdot (b/L_{\text{cr}})^2$
Nosník	ohyb	kloubové	$\min(b, L_{\text{LT}})$	$1,03 \cdot (b/L_{\text{LT}})^2$	$2,06 \cdot (b/L_{\text{LT}})^2$
Deska	tlak v rovině	prosté podél stran	kratší strana	$1,09 / \alpha^2 + 1,09$	$2,18 / \alpha^2 + 2,18$
Deska	smyk	prosté podél stran	kratší strana	$5,40 / \alpha^2 + 7,75$	$5,40 / \alpha^2 + 7,75$

Efektivní tloušťka vrstveného trojskla je:

$$t_{\text{eff},w} = \sqrt[3]{2 \cdot t_1^3 + t_2^3 + 12 \cdot \Gamma \cdot \alpha_s} \quad (2.41)$$

kde parametry vstupující do výpočtu jsou:

$$\alpha_s = 2 \cdot t_1 \cdot t_{s1}^2 \quad (2.42)$$

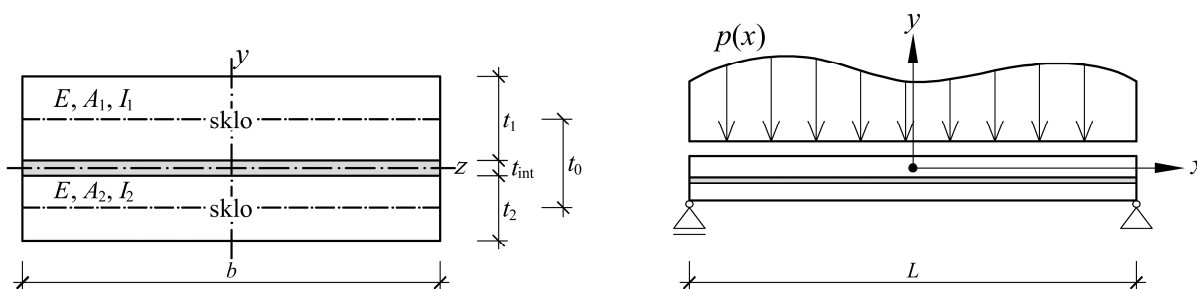
$$t_{s,1} = 0,5 \cdot (t_1 + t_2) + t_{\text{int}} \quad (2.43)$$

$$t_0 = t_1 + t_2 + 2 \cdot t_{\text{int}} \quad (2.44)$$

### 2.4.2 Model Galuppi – Royer-Carfagni (EET – Enhanced effective thickness approach)

Tato metoda určení efektivní tloušťky definuje ekvivalentní moment setrvačnosti  $I_R$  jako váženou harmonickou střední hodnotu momentů setrvačnosti odpovídající „layered“ a „monolithic“ limitům. Toto je podstatný rozdíl oproti rovnici (2.33), která používá vážený aritmetický průměr. Tento přístup může být aplikován na nejrůznější statická schémata a pro různé typy zatížení [11], zde je uveden pouze jednodimenzionální případ. Dvoudimenzionální případ je popsán např. v [13].

#### Jednodimenzionální případ – nosníky z vrstveného skla



Obr. 2.25 Model podle Galuppi a Royer-Carfagni pro jednoosý případ

Galuppi a Royer-Carfagni [12] uvažují průhyb nosníku z obr. 2.25 následovně:

$$w(x) = -\frac{g(x)}{EI_R} \quad (2.45)$$

kde  $g(x)$  je funkce tvaru průhybové křivky podle teorie pružnosti nosníku s konstantním monolitickým průřezem při stejných okrajových podmínkách a zatížení.  $I_R$  je parametr reprezentující moment setrvačnosti nosníku z vrstveného skla – jedná se o vážený harmonický průměr hodnot  $I_{\text{tot}}$  („monolithic limit“) a  $I_1 + I_2$  („layered limit“) a je dán výrazem:

$$\frac{1}{I_R} = \frac{\eta_g}{I_{\text{tot}}} + \frac{1 - \eta_g}{I_1 + I_2} \quad (2.46)$$

Bezrozměrný váhový parametr  $\eta_g$  zde má obdobnou funkci jako koeficient smykového přestupu  $\Gamma$  v kapitole 2.4.1, protože ladí odezvu od „layered“ limitu ( $\eta_g = 0$ ) k „monolithic“ limitu ( $\eta_g = 1$ ). Jak je uvedeno v [12], minimalizace přetvárné energie vede k vyjádření hodnoty  $\eta_g$  ve tvaru:

$$\eta_g = \frac{1}{1 + \frac{E \cdot t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} \cdot b} \cdot \frac{I_1 + I_2}{I_{\text{tot}}} \cdot \frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \cdot \psi} = \frac{1}{1 + \frac{I_1 + I_2}{\mu_g \cdot I_{\text{tot}}} \cdot \frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \cdot \psi} \quad (2.47)$$

kde

$$\mu_g = \frac{G_{\text{int}} \cdot b}{E \cdot t_{\text{int}}} \quad (2.48)$$

a moment setrvačnosti pro plné spolupůsobení  $I_{\text{tot}}$  byl vyjádřen rovnicí (2.32).

Parametr  $\psi$  je závislý na okrajových podmínkách a zatížení a obecně je vyjádřen:

$$\psi = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} [g''(x)]^2 dx}{\int_{-L/2}^{L/2} [g'(x)]^2 dx} \quad (2.49)$$

Hodnoty parametru  $\psi$  pro nejčastější případy jsou tabelovány v [11].

Potom je efektivní tuhost dána rovnicí:

$$EI^* = \frac{E}{\frac{\eta_g}{I_{\text{tot}}} + \frac{1 - \eta_g}{I_1 + I_2}} \quad (2.50)$$

Obdobným postupem odvození jako v případě modelu Koutsawa – Daya obdržíme rovnici pro efektivní tloušťku pro průhyb:

$$t_{\text{eff,w}} = \sqrt[3]{\frac{1}{\frac{\eta_g}{(t_1^3 + t_2^3 + 12 \cdot \alpha_s)} + \frac{(1 - \eta_g)}{(t_1^3 + t_2^3)}}} \quad (2.51)$$

kde parametr  $\alpha_s$  byl vyjádřen rovnicí (2.36).

Efektivní tloušťky pro výpočet napětí jsou dány rovnicemi:

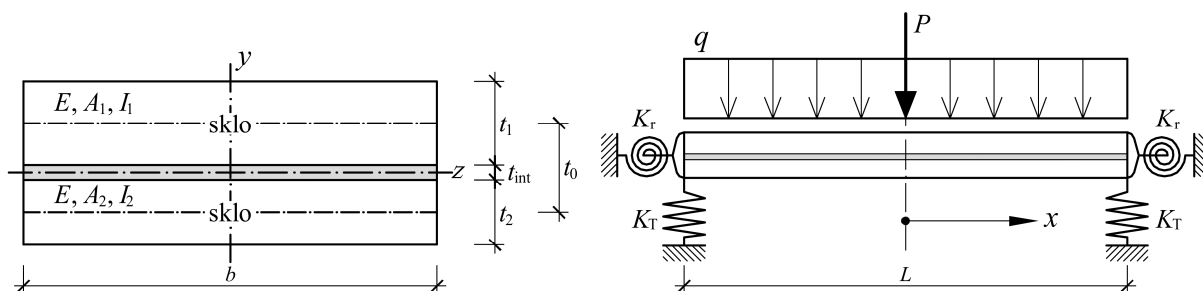
$$t_{1,\text{eff},\sigma} = \sqrt[2]{\frac{1}{\frac{2 \cdot \eta_g \cdot t_{s,2}}{(t_1^3 + t_2^3 + 12 \cdot \alpha_s)} + \frac{t_1}{t_{\text{eff,w}}^3}}} \quad (2.52)$$

$$t_{2,\text{eff},\sigma} = \sqrt[2]{\frac{1}{\frac{2 \cdot \eta_g \cdot t_{s,1}}{(t_1^3 + t_2^3 + 12 \cdot \alpha_s)} + \frac{t_2}{t_{\text{eff,w}}^3}}}$$

kde parametry  $t_{s,1}$  a  $t_{s,2}$  byly vyjádřeny rovnicí (2.37).

### 2.4.3 Model Koutsawa – Daya

Koutsawa a Daya [10] uvažují model nosníku z vrstveného dvojskla na viskoelastických podporách, které jsou modelovány pomocí pružin (tuhost rotační pružiny  $K_r$  a tuhost translační pružiny  $K_T$ ) na obou koncích nosníku – obr. 2.26.



Obr. 2.26 Popis modelu podle Koutsawy a Daya

Nosník je zatížen spojitým rovnoměrným zatížením  $q$  a osamělým břemenem  $P$  uprostřed rozpětí, počátek souřadného systému je v polovině rozpětí a průhyb nosníku od těchto zatížení je dán rovnicí:

$$w(x) = \frac{(\delta + \alpha^2 \cdot \eta) f_1(x)}{\alpha^2} + \frac{f_2(x)}{24 \cdot \alpha^2} \quad (2.53)$$

Řešení této rovnice je složité a přesahuje rámec této práce, proto zde budou uvedeny pouze finální vztahy pro výpočet efektivních tloušťek nosníku zatíženého spojitým rovnoměrným zatížením.

#### Prostý nosník zatížený spojitým rovnoměrným zatížením

Tyto okrajové podmínky a typ zatížení jsou zvláštním případem obecného modelu: uvažujme tuhosti pružin  $K_r = 0$  a  $K_T = +\infty$  a  $P = 0$ .

Průhyb v polovině rozpětí prostého nosníku z vrstveného dvojskla od spojitěho rovnoměrného zatížení se určí z rovnice (2.53) dosazením  $x = 0$ :

$$w(0) = \frac{q \cdot \mu}{\alpha^6} \left[ (\delta + \alpha^2 \eta) \frac{1}{\cosh\left(\frac{L \cdot \alpha}{2}\right)} + \frac{\Lambda_2}{384} \right] \quad (2.54)$$

Efektivní tloušťka pro výpočet průhybu uprostřed rozpětí:

$$t_{\text{eff},w,q} = \sqrt[3]{\frac{60 \cdot L^4 \cdot \alpha^6}{384 \mu \cdot b \cdot E \left( \frac{\delta + \alpha^2 \eta}{\cosh\left(\frac{L \cdot \alpha}{2}\right)} + \frac{\Lambda_2}{384} \right)}} \quad (2.55)$$

a pro výpočet napětí:

$$t_{1,\text{eff},\sigma,q} = \sqrt[2]{\frac{8b}{6L^2 \left( \frac{\mu}{2\alpha^2} \left( \frac{2}{\alpha^2 \cosh(L\alpha/2)} + \frac{L^2\alpha^2 - 8}{4\alpha^2} \right) + \frac{E \cdot t_1}{2} \frac{\mu}{\alpha^6} (\delta + \alpha^2\eta) \frac{\alpha^2}{\cosh\left(\frac{L\alpha}{2}\right)} + \frac{2\Lambda_1}{384} \right)}} \quad (2.56)$$

$$t_{2,\text{eff},\sigma,q} = \sqrt[2]{\frac{8b}{6L^2 \left( \frac{\mu}{2\alpha^2} \left( \frac{2}{\alpha^2 \cosh(L\alpha/2)} + \frac{L^2\alpha^2 - 8}{4\alpha^2} \right) + \frac{E \cdot t_2}{2} \frac{\mu}{\alpha^6} (\delta + \alpha^2\eta) \frac{\alpha^2}{\cosh\left(\frac{L\alpha}{2}\right)} + \frac{2\Lambda_1}{384} \right)}} \quad (2.56)$$

kde parametry jsou

$$\Lambda_1 = -192\alpha^2\delta + 24L^2\alpha^4\delta - 192\alpha^4\eta \quad (2.57)$$

$$\Lambda_2 = -384\delta + 48L^2\alpha^2\delta - 5L^4\alpha^4\delta - 384\alpha^2\eta + 48L^2\alpha^4\eta \quad (2.57)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{G_{\text{int}} \cdot b}{E \cdot t_{\text{int}}} \cdot \left( \frac{t_0^2}{I_0} + \frac{A_1 + A_2}{A_1 \cdot A_2} \right)} \quad (2.58)$$

$$\delta = - \left( \frac{A_1 + A_2}{A_1 \cdot A_2 \cdot E \cdot t_0} \right) \quad (2.59)$$

$$\eta = \frac{t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} \cdot b \cdot t_0} \quad (2.60)$$

$$\mu = \frac{G_{\text{int}} \cdot b \cdot t_0}{E \cdot I_0 \cdot t_{\text{int}}} \quad (2.61)$$

Plochy tabulí  $A_1$  a  $A_2$  a vzdálenost jejich těžišť  $t_0$  a moment setrvačnosti pro nulové spolupůsobení  $I_0$  byly popsány rovnicemi (2.29) a (2.30) a (2.31).

#### 2.4.4 Model prEN 13474 a prEN 16612

Poslední verze prEN 13474 [110] i prEN16612 [113] navrhuji silně zjednodušenou metodu, která může být použita pro vrstvené sklo složené z  $i = 1, \dots, n$  tabulí s libovolnou tloušťkou. Efektivní tloušťka pro výpočet průhybu:

$$t_{\text{eff},w} = \sqrt[3]{\sum_{i=1}^n t_i^3 + 12\omega \sum_{i=1}^n (t_i \cdot t_{s,i}^2)} \quad (2.62)$$

a napětí:

$$t_{\text{eff},\sigma,i} = \sqrt{\frac{t_{\text{eff},w}^3}{t_i + 2 \cdot \omega \cdot t_{s,i}}} \quad (2.63)$$

V uvedených vztazích je  $\omega$  koeficient reprezentující stupeň smykového spojení mezi tabulemi skla a nabývá hodnot od 0 (layered limit) do 1 (monolithic limit). Jedná se o obdobu koeficientu smykového přestupu  $\Gamma$  podle Bennisona. Návrhy evropských norem bohužel neuvádí přímý vztah pro výpočet součinitele smykového přestupu  $\omega$ , hodnoty součinitele  $\omega$  jsou tabelovány v [113] v závislosti na zatěžovacím stavu („load case“) a třídě smykové tuhosti („stiffness family“), přičemž všechny uvažované zatěžovací stavy jsou definovány dobou trvání zatížení a rozmezím teplot. Vliv dalších parametrů, jako jsou okrajové podmínky v uložení a zatížení a velikost skleněného dílce nejsou v tabulkách zahrnuty [23].

**Tab. 2.14** Hodnoty koeficientu  $\omega$

Zatěžovací stav	Family 0	Family 1	Family 2	Family 3
Vítr – vnitrozemské oblasti	0	0	0,1	0,6
Vítr – ostatní oblasti	0	0,1	0,3	0,7
Zatížení osobami – normální provoz	0	0	0,1	0,5
Zatížení osobami – dav lidí	0	0	0	0,3
Sníh – vnější přístřešky, markýzy	0	0	0,1	0,3
Sníh – střechy	0	0	0	0,1
Stálé zatížení	0	0	0	0

Materiály (fólie), které se používají jako mezivrstvy spojující skleněné tabule, lze zařadit do tříd/skupin tuhosti (family) na základě experimentálně stanovené závislosti Youngova modulu pružnosti na teplotě podle [114].

Fólie z ionoplastu (např. SentryGlass Plus) lze zařadit do třídy 3, PVB fólie lze obecně zařadit do třídy 2, ale vzhledem k velké nabídce různých typů těchto fólií a nedostatku informací je třeba jejich materiálové vlastnosti vždy experimentálně ověřit [33].

#### 2.4.5 Model podle Haldimanna

Haldimann [2] uvádí vztah pro výpočet efektivní tloušťky vrstveného dvojskla a trojskla podle teorie sendvičových konstrukcí publikované Stammem a Whitem [14] a Zenkertem [15] podle rovnice:

$$t_{\text{eff}} = \sqrt[3]{\frac{12 I_{z,\text{eff}}}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 I_s (1 + \alpha + \pi^2 \alpha \beta)}{b (1 + \pi^2 \beta)}} \quad (2.64)$$

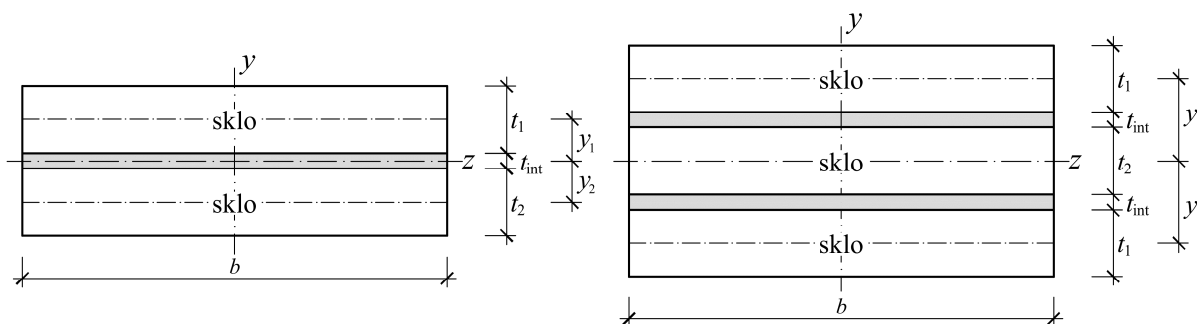
kde efektivní moment setrvačnosti je



$$I_{z,\text{eff}} = I_S \left( \frac{1 + \alpha + \pi^2 \alpha \beta}{1 + \pi^2 \beta} \right) \quad (2.65)$$

a parametry vstupující do výpočtu jsou znázorněny v obr. 2.27.

Vztah (2.64) udává efektivní tloušťku pro výpočet deformací (efektivní tloušťku pro výpočet napětí Haldimann neuvádí). Parametry podle vztahů (2.66) až (2.68) dávají výsledky platné pouze pro symetrické případy uspořádání vrstveného trojskla.



Obr. 2.27 Model podle Haldimanna

Pro vrstvené dvojsklo a trojsklo se členy  $\alpha$ ,  $\beta$  a  $I_S$  určí následovně:

$$\alpha = \frac{I_1 + I_2}{I_S} \quad \dots \text{pro vrstvené dvojsklo} \quad (2.66)$$

$$\alpha = \frac{2I_1 + I_2}{I_S} \quad \dots \text{pro vrstvené trojsklo}$$

$$\beta = \frac{t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} b (y_1 + y_2)^2} \cdot \frac{E I_S}{L^2} \quad \dots \text{pro vrstvené dvojsklo} \quad (2.67)$$

$$\beta = \frac{t_{\text{int}}}{2G_{\text{int}} b y_1^2} \cdot \frac{E I_S}{L^2} \quad \dots \text{pro vrstvené trojsklo}$$

$$I_S = b (t_1 y_1^2 + t_2 y_2^2) \quad \dots \text{pro vrstvené dvojsklo} \quad (2.68)$$

$$I_S = 2b t_1 y_1^2 \quad \dots \text{pro vrstvené trojsklo}$$

## 2.5 Průřezové charakteristiky vrstveného skla

### 2.5.1 Moment setrvačnosti obdélníkového průřezu k tuhé ose

Tuhost průřezu kolem jeho tuhé osy (osy hmotné podle terminologie pro ocelové konstrukce) není ovlivněna materiálem mezivrstev.

$$I_y = \sum_{i=1}^n I_{y,i} \quad (2.69)$$

kde

$n$  je počet skleněných tabulí [-] a

$I_{y,i}$  moment setrvačnosti  $i$ -té tabule k vlastní těžišťové ose [ $\text{mm}^4$ ].

### 2.5.2 Účinný moment setrvačnosti obdélníkového průřezu k měkké ose

$$I_z = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_{\text{eff}}^3 \quad (2.70)$$

kde

$t_{\text{eff}}$  je efektivní tloušťka podle výrazů uvedených v kapitolách 2.4.1 až 2.4.5. [mm] a

$b$  šířka průřezu [mm].

### 2.5.3 Účinný moment setrvačnosti v prostém kroucení

Haldimann [2] a Amadio [26] uvádí postup určení účinného momentu setrvačnosti v prostém kroucení takto:

$$\begin{aligned} I_{t,\text{eff}} &= I_{t,1} + I_{t,2} + I_{t,\text{comp}} && \dots \text{pro vrstvené dvojsklo} \\ I_{t,\text{eff}} &= 2I_{t,1} + I_{t,2} + I_{t,\text{comp}} && \dots \text{pro vrstvené trojsklo} \end{aligned} \quad (2.71)$$

kde

$I_{t,i}$  je moment setrvačnosti v prostém kroucení  $i$ -té skleněné tabule [ $\text{mm}^4$ ] podle rovnice (2.72)

$$I_{t,i} = \alpha_i b t_i^3 \quad (2.72)$$

kde

$\alpha_i$  je parametr závisející na poměru stran průřezu  $i$ -té tabule ( $\alpha_i \approx 0,333$  pro velice štíhlé průřezy) [-] podle rovnice (2.73)

$$\alpha_i = \frac{1}{3} \left[ 1 - 0,63 \frac{t_i}{b} \left( 1 - \frac{t_i^4}{12 b^4} \right) \right] t_i^3 b \quad (2.73)$$

$$I_{t,\text{comp}} = I_{S,\text{comp}} \left( 1 - \frac{\tanh \frac{\lambda h}{2}}{\frac{\lambda h}{2}} \right) \quad (2.74)$$

$$I_{S,\text{comp}} = 4 \left( \frac{t_1 + t_2}{2} + t_{\text{int}} \right)^2 \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} h \quad \dots \text{pro vrstvené dvojsklo} \quad (2.75)$$

$$I_{S,\text{comp}} = 4(t_1 + t_2 + 2t_{\text{int}})^2 \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} h \quad \dots \text{pro vrstvené trojsklo}$$

štíhlostní poměr je definován:

$$\lambda = \sqrt{\frac{G_{\text{int}}}{G} \frac{t_1 + t_2}{t_{\text{int}} t_1 t_2}} \quad \dots \text{pro vrstvené dvojsklo} \quad (2.76)$$

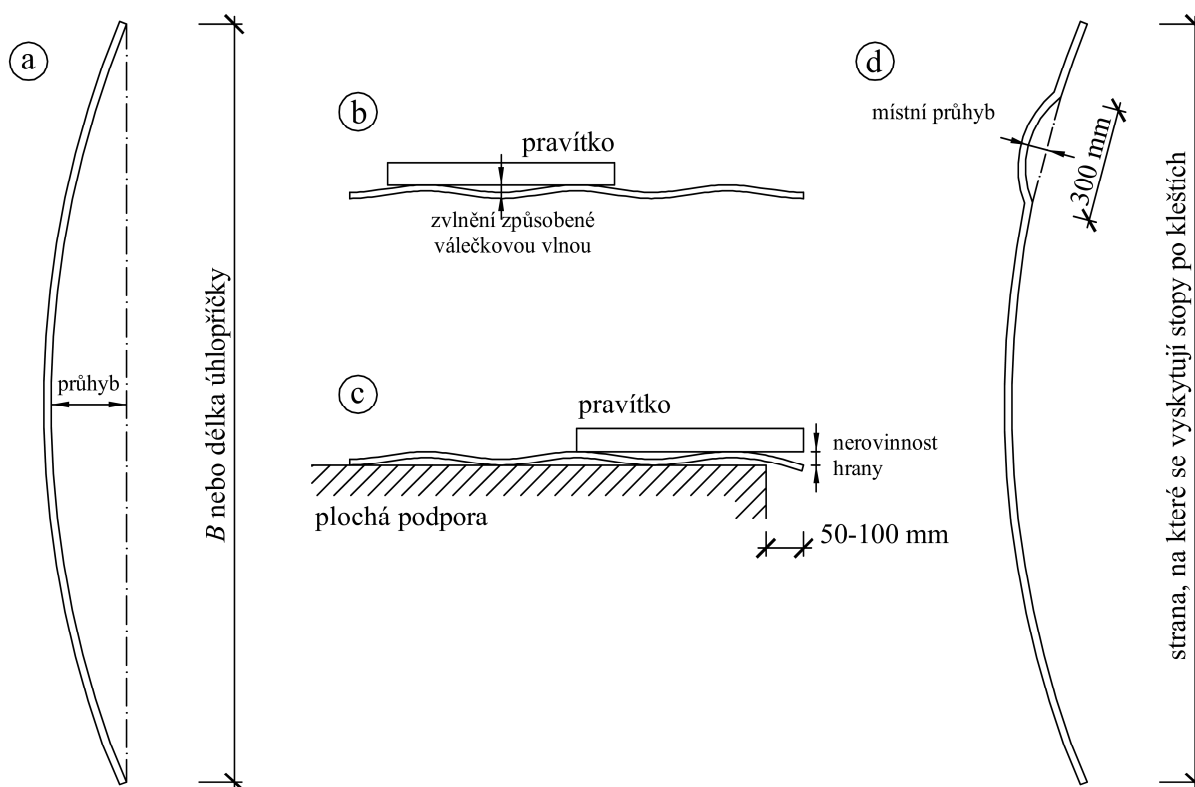
$$\lambda = \sqrt{\frac{G_{\text{int}}}{G} \frac{2t_1 + t_2}{4t_{\text{int}} t_1 t_2}} \quad \dots \text{pro vrstvené trojsklo}$$

## 2.6 Výrobní tolerance plaveného skla – počáteční imperfekce

### 2.6.1 Výrobní tolerance a metody měření

Při výrobě vznikají odchylky rozměrů od jmenovitých rozměrů, které musí splňovat tolerance uvedené v příslušných výrobních standardech. Mají být kontrolovány maximální odchylky od následujících jmenovitých rozměrů:

- tloušťka skleněné tabule
- šířka a délka a pravoúhlost skleněné tabule
- deformace hran způsobená vertikálním procesem výroby (netýká se plaveného skla)
- rovinnost



**Obr. 2.28** Rovinné deformace skleněné tabule

Velikosti zakřivení závisí obecně na druhu skla (sklo s povlakem, vzorované sklo apod.), na rozměrech skla a poměru stran, na jmenovité tloušťce a na použitém procesu temperování (vertikální nebo horizontální).

Rozlišují se čtyři typy nerovinnosti:

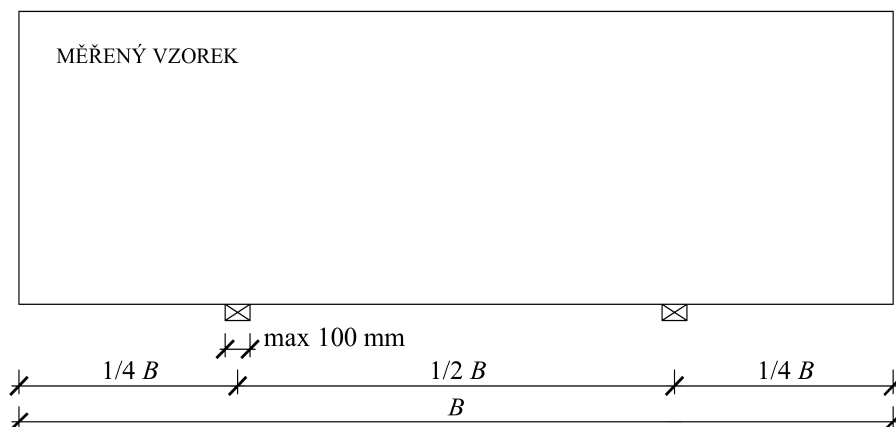
- celkový průhyb – obr. 2.28a
- zvlnění válečkovou vlnou (pouze u horizontálně tepelně zpevněného skla) – obr. 2.28b
- nerovinnost hrany (pouze u horizontálně tepelně zpevněného skla) – obr. 2.28c
- místní prohnutí (pouze u horizontálně temperovaného skla) – obr. 2.28d

Největší dovolené hodnoty místního a celkového prohnutí podle ČSN EN 1863-1 [105] a ČSN EN 12150-1 [106] pro tepelně zpevněné sodnovápenatokřemičité sklo a tepelně tvrzené sodnovápenatokřemičité sklo jsou shrnuty v tab. 2.15.

**Tab. 2.15** Mezní hodnoty celkového a místního prohnutí

Druh skla	Poloha skla při temperování	Tepelně tvrzené a zpevněné sklo	
		Celkové prohnutí mm/m	Místní prohnutí mm/300 mm
Float sklo bez povlaku podle ČSN EN 572-1 [103] a ČSN EN 572-2 [104]	Horizontální	3,0	0,3
Jiné	Horizontální	4,0	0,5
Všechny	Vertikální	5,0	1,0

Podle standardů ČSN EN 1863-1 [105] a ČSN EN 12150-1 [106] má být při zjišťování celkového průhybu tabule skla umístěna ve svislé poloze na své delší straně a má být podepřena ve čtvrtinách délky nosnými bloky – viz obr. 2.29.



**Obr. 2.29** Podmínky podepření při měření celkového průhybu podle evropských standardů

Prohnutí se musí měřit podél hran skla a podél úhlopříček jako maximální vzdálenost mezi přímým kovovým pravítkem nebo napnutým drátem a konkávním povrchem skla. Měření se má provádět při pokojové teplotě.

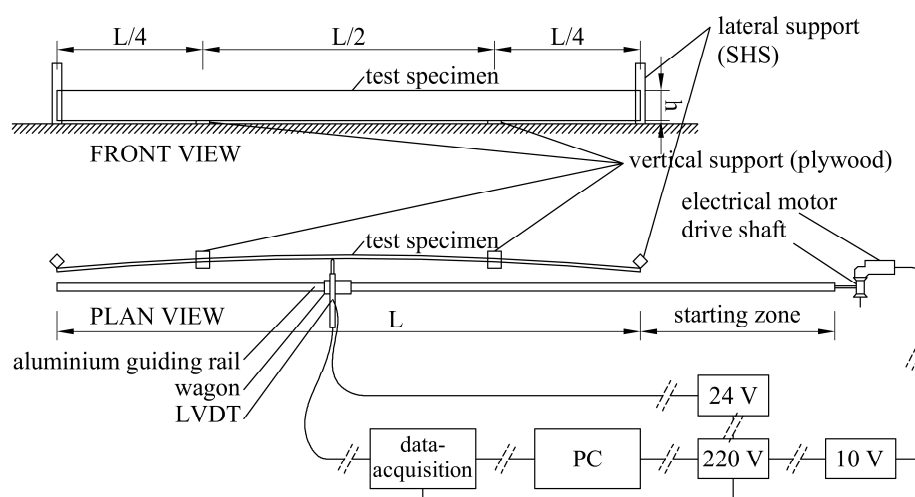
U tabulí plaveného skla se křivost nezjišťuje (ČSN EN 572-2 [104]) – předpokládá se jejich téměř dokonalá rovinnost.

### 2.6.2 Výsledky měření imperfekcí na zahraničních pracovištích

Měřením tvarů a velikostí počátečního zakřivení skleněných prutů se doposud mnoho autorů nevěnovalo a publikací na toto téma je poměrně nemnoho. Největší série testů v poslední době byla provedena na pracovišti Laboratory for Research on Structural Models (LMO) na Ghent University v Belgii (107 zkušebních vzorků) a v Steel Structures Laboratory (ICOM) EPFL – École Polytechnique Fédérale de Lausanne ve Švýcarsku (205 zkušebních vzorků) a jejich výsledky popsal Belis et al. [16]. V množině vzorků jsou zastoupeny pruty z různého skla (chlazené, tepelně zpevněné i tvrzené), monolitické i vrstvené (s různými druhy folií mezivrstev), s různou geometrií (poměr stran, tloušťky skleněných tabulí) a od různých výrobců. Všechny vzorky měly rozměry prutu (tloušťka  $\ll$  šířka  $\ll$  délka).

#### Měření Ghent University

Měřený vzorek byl umístěn ve svislé poloze na dřevěných blocích ve vzdálenosti čtvrtiny rozpětí od obou konců (aby se zabránilo přetvoření vlivem gravitace) v souladu s předpisy uvedenými v [105] a [106]. Podél měřeného vzorku se pohyboval na hliníkové vodící dráze „jezdec“, na kterém byly umístěny snímače LVDT (linear variable differential transformer), které automaticky a lineárně zaznamenávaly polohu vzorku vůči poloze vodící dráhy – obr. 2.30 [16].



**Obr. 2.30** Měřicí zařízení Ghent University

Naměřená data byla opravena o chyby měřicího zařízení (přesnost elektronických zařízení, nerovnoběžnost hliníkové vodící kolejnice se vzorkem a geometrické imperfekce vodící lišty) a poté analyzována z různých hledisek.

### **Měření École Polytechnique Fédérale de Lausanne**

Na 123 vzorcích byla manuálně změřena amplituda počátečního zakřivení ve třech bodech (v  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  a  $\frac{3}{4}$  délky prutu) jako vzdálenost mezi sklem a napnutým ocelovým drátem. Na zbývajících 82 vzorcích byla amplituda změřena pouze v polovině délky prutu.

### **Velikost a tvar počátečního zakřivení**

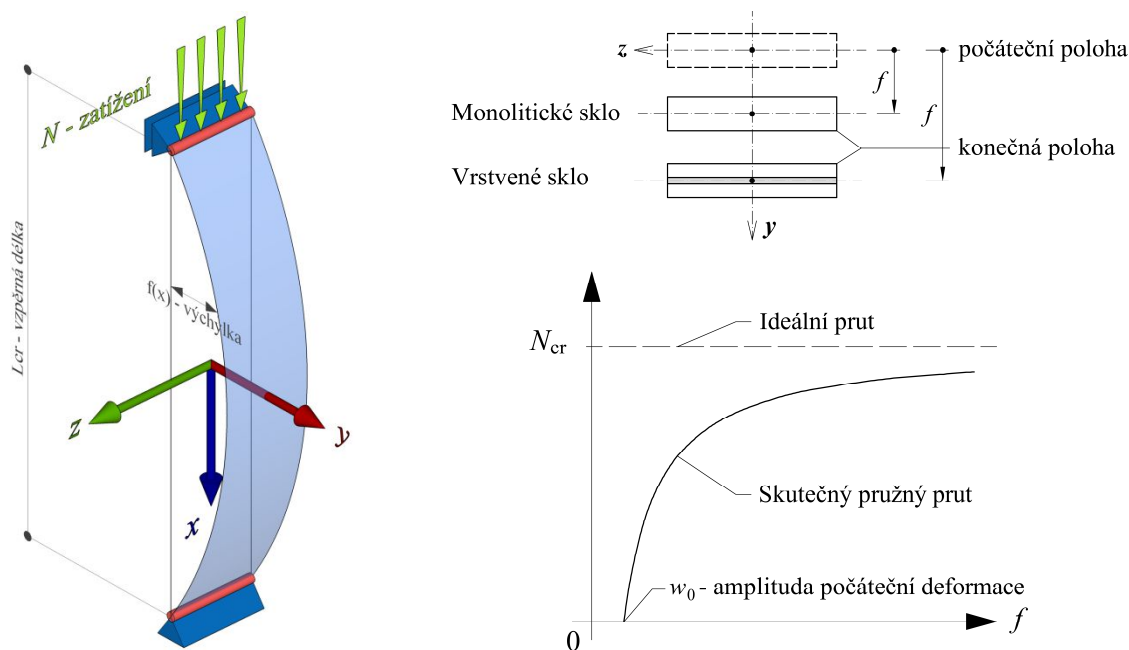
Jak dokazuje Belis [16], měření amplitudy imperfekce pouze v polovině délky vzorku může někdy vést k poměrně velkým chybám (až 18 %) – největší výchylna se u nestandardních vzorků nenachází v polovině délky. Na celkové vyhodnocení tyto nepřesnosti ale nemají významný vliv, protože zastoupení nestandardních vzorků v celé jejich množině je nízké.

Nejdůležitější závěry výzkumu podle Belise [16]:

- Tvar počátečního zakřivení lze aproximovat parabolou i sinusoidou pro všechny skleněné pruty (bez rozdílu druhu skla, vrstvení, výrobce...). Doporučuje se použít aproximaci sinusoidou, která odpovídá vlastním tvarům ze stabilitní analýzy.
- Velikost imperfekcí nezávisí na poměru stran vzorku (šířka/délka).
- Prakticky všechny změřené amplitudy imperfekcí tepelně zpevněného i tvrzeného skla jsou v mezích specifikovaných výrobními normami [105] a [106]. Limitní hodnoty počátečního celkového zakřivení chlazeného skla nejsou specifikované a měřením bylo dokázáno, že amplitudy zakřivení prvků z chlazeného skla jsou velmi malé. Nebyly zjištěny významné rozdíly imperfekcí skla tepelně zpevněného a tepelně tvrzeného.
- Byly zjištěny významné rozdíly mezi monolitickým a vrstveným sklem zhotoveného z tabulí chlazeného skla. Proces vrstvení může vyvolat další přídavné imperfekce, které nejsou v případě chlazeného skla zanedbatelné.
- Ze srovnání vzorků vrstveného skla s použitím různých materiálů mezivrstev s rozdílnou tuhostí plyne, že materiál mezivrstvy nemá žádný vliv na počáteční imperfekce.
- Významné rozdíly v hodnotách počátečních imperfekcí byly nalezeny mezi vzorky od různých výrobců.
- Charakteristická hodnota (5% kvantil) amplitudy počátečního zakřivení zkoumaných vzorků je 2,5 mm/m a je o 17 % nižší než maximální dovolená hodnota celkového zakřivení pro nejpřísnější výrobní normu pro tepelně zpevněné a tvrzené sklo.

## 2.7 Pruty namáhané osovým tlakem – rovinný vzpěr skleněných prutů

Skutečné skleněné pruty (sloupy) nejsou dokonalé – vykazují imperfekce, které se rozlišují podle jejich povahy na geometrické imperfekce (počáteční zakřivení prutu), materiálové nebo strukturální imperfekce (nehomogenita materiálu, vnitřní prnutí) a konstrukční imperfekce (mimostřednost v uložení a zatížení, okrajové podmínky). Vlivem počátečních imperfekcí vykazují zatěžované pruty deformace již pro nízké hodnoty zatížení, které dále nelineárně rostou s přírůstkem zatížení až do dosažení mezního napětí nebo mezní deformace. Závislost deformací a napětí na zatížení je nelineární (obr. 2.31) a k popisu skutečného chování prvků ze skla je zapotřebí použít výpočet podle teorie druhého řádu (při analytickém výpočtu) nebo přesnější geometricky nelineární výpočet podle teorie velkých deformací – teorie třetího řádu (při numerickém výpočtu).



Obr. 2.31 Vzpěr štíhlého skleněného prutu, vztah zatížení a deformace

### 2.7.1 Vývoj teorie stability tlačných prutů

#### Pružná kritická síla ideálního prutu

Leonhard Euler (1707–1793) ve svém pojednání „De Curvis Elasticis“ [18] hledal bod rozdělení rovnováhy centricky tlačného ideálního (dokonale přímého) prutu konstantního průřezu, kloubově uloženého a nekonečně pružného a pevného [17]. Užil Bernoulliho hypotézy, podle které závisí křivost  $1/r$  ohybové čáry prutu tuhosti  $EI$  na ohybovém momentu  $M$  vztahem:

$$\frac{1}{r} = -\frac{M}{EI} \quad (2.77)$$

a položil přitom podle teorie malých deformací

$$\frac{1}{r} = y'' \quad (2.78)$$

Tento případ je charakterizován diferenciální rovnicí:

$$EI y'' + N y = 0 \quad (2.79)$$

položíme-li  $N/EI = \alpha^2$ , dostaneme řešení diferenciální rovnice ve tvaru:

$$y = C_1 \cdot \cos(\alpha x) + C_2 \cdot \sin(\alpha x) \quad (2.80)$$

a dosazením okrajových podmínek  $y(0) = y(L) = 0$  (viz obr. 2.32a) vyjádříme integrační konstanty

$$\begin{aligned} C_1 &= 0 \\ C_2 \cdot \sin(\alpha \cdot L) &= 0 \end{aligned} \quad (2.81)$$

kde pro netriviální řešení konstanty  $C_2 \neq 0$  zapíšeme

$$\sin(\alpha \cdot L) = 0 \leftrightarrow \sin(n \cdot \pi) = 0 \quad (2.82)$$

platí tedy, že  $\alpha \cdot L = n \cdot \pi$  a dosadíme-li  $N/EI = \alpha^2$  dostaneme výraz pro spektrum kritických sil:

$$N_{cr,n} = n^2 \pi^2 \frac{EI}{L^2} \quad (2.83)$$

a spektrum ohybových čar (vlastních funkcí) při ztrátě stability – viz obr. 2.32b:

$$y_n = A \cdot \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (2.84)$$

z nichž nejvýznamnější je nejnižší hodnota pro  $n = 1$  – Eulerova kritická síla, při které prut náhle ztratí stabilitu:

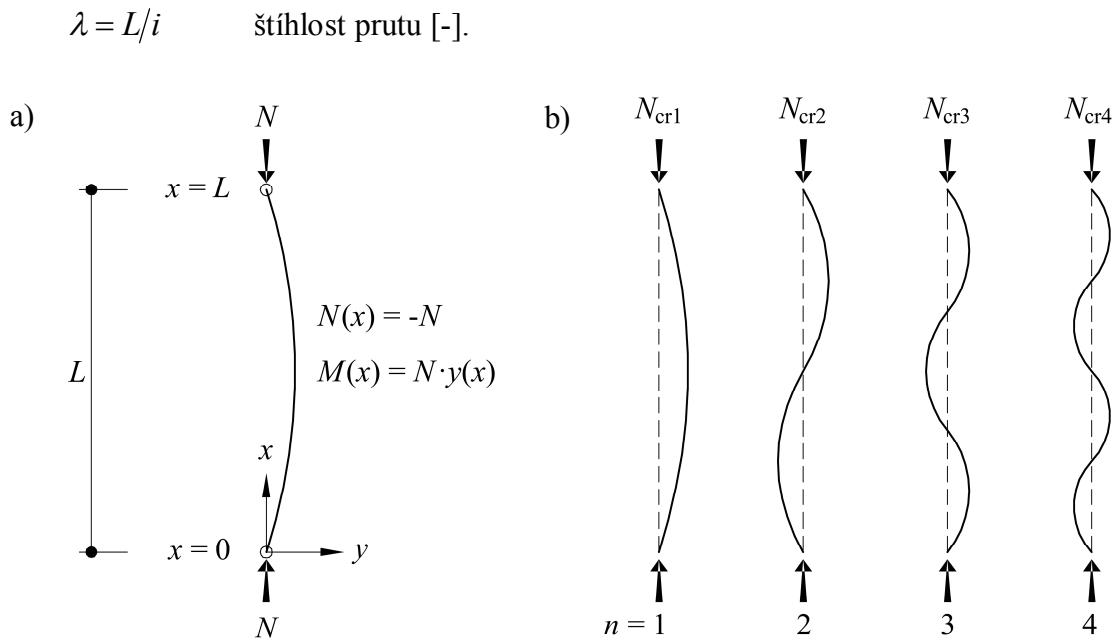
$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{L^2} \quad (2.85)$$

A odtud plynoucí Eulerovo kritické napětí je:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \pi^2 \frac{EI}{L^2 A} = \pi^2 \frac{Ei^2}{L^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.86)$$

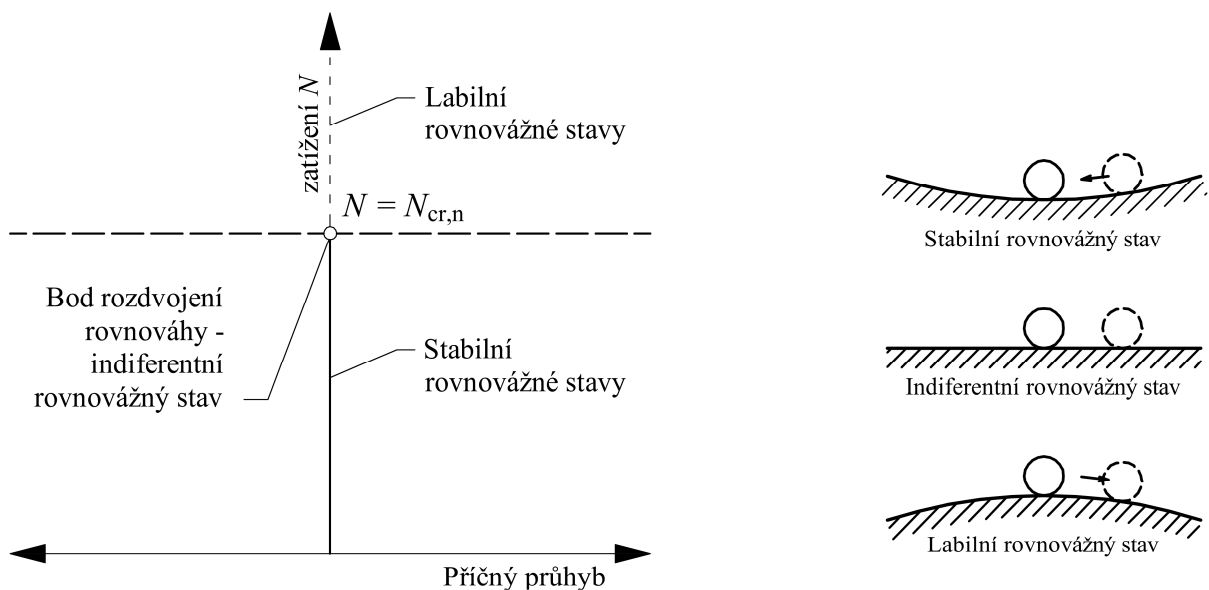
kde  $i = \sqrt{I/A}$  je poloměr setrvačnosti průřezu [mm] a





**Obr. 2.32** Eulerův prut, odvození Eulerovy kritické síly

Protože nelze určit konstantu  $a$  ve výrazu (2.84), průhyb a tedy rovněž všechny vnitřní síly prutu ve vybočeném stavu zůstávají neurčité co do velikosti, ale tvar je známý [17]. Rovnovážný stav  $N = N_{cr,n}$  se proto označuje jako indiferentní – viz obr. 2.33 [17] a [38].



**Obr. 2.33** Rovnovážné stavy při vzpěru

Ze vztahu pro Eulerovu hyperbolu (2.86) vyplývá hyperbolická závislost kritického napětí na štíhlosti prutu, za předpokladu pružnosti materiálu, tj.  $E = \text{konst.}$

Později Euler vyřešil další případy uložení pružného prutu, jejichž kritická síla se vypočte podle obecného vztahu:

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{L_{cr}^2} \quad (2.87)$$

kde

$E$  je modul pružnosti v tahu a tlaku [MPa],

$I$  moment setrvačnosti pro příslušný směr vybočení [mm<sup>4</sup>] a

$L_{cr}$  vzpěrná délka prutu [mm].

Byl zaveden pojem **Vzpěrná délka**  $L_{cr}$  – vzdálenost bodů s nulovým momentem (nebo vzdálenost inflexních bodů průhybové křivky prutu nebo též délka prizmatického oboustranně kloubově uloženého prutu s totožnou kritickou silou).

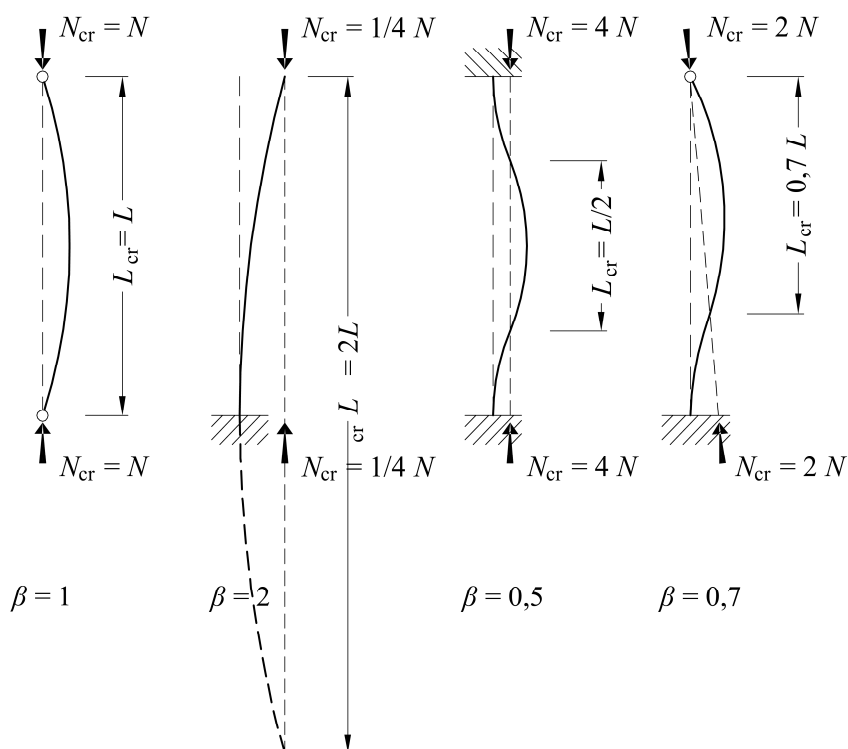
Vzpěrná délka je obecně daná vztahem:

$$L_{cr} = \beta \cdot L \quad (2.88)$$

kde  $\beta$  [-] je součinitel vzpěrné délky podle:

$$\beta = \pi \sqrt{\frac{EI}{N_{cr} L^2}} \quad (2.89)$$

Na obr. 2.34 [17] jsou ukázány součinitele vzpěrných délek a kritické síly pro čtyři Eulerovy základní případy.



**Obr. 2.34** Eulerovy základní případy

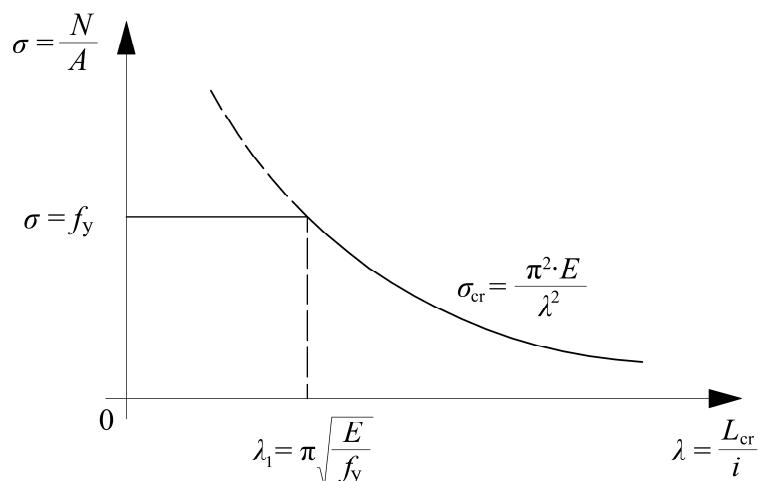
U prutu bez imperfekcí z pružno-plastického materiálu dojde k selhání v pružném oboru pouze, když Eulerovo kritické napětí je nižší než mez kluzu materiálu  $f_y$ . U krátkých prutů dochází k porušení v plastickém oboru. Mezi mezi pružným a nepružným oborem je srovnávací štíhlost  $\lambda_1$  daná výrazem [35]:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2} = f_y \Rightarrow \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.90)$$

Bezrozměrná štíhlost je potom:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (2.91)$$

Chování tlačенého prutu bez imperfekcí je charakterizováno obr. 2.35 [35]



**Obr. 2.35** Závislost napětí na štíhlosti tlačенých prutů

### **Vliv imperfekcí na chování skutečného tlačенého prutu**

Opustíme-li předpoklad, že prut je ideální a uvažujeme buď excentricitu břemene, nebo počáteční zakřivení prutu kloubově uloženého, nedostaneme už případ prosté stability podle Eulera, ale problém pevnosti nebo únosnosti prutu [17] – kritické síly nemůže být nikdy dosaženo [35].

#### Počáteční zakřivení prutu

Ohybová čára prutu počátečně zakřiveného podle sinusovky  $e_0 \cos(\pi x / L)$  je řešením nehomogenní rovnice:

$$EI y'' + N y = -N e_0 \cos \frac{\pi x}{L} \quad (2.92)$$

s homogenními okrajovými podmínkami

$$y\left(\pm \frac{L}{2}\right) = 0 \quad (2.93)$$

Řešení dává rovnici ohybové čáry (2.94) – viz obr. 2.36.

$$f(w_0)_x = w_0 \frac{N}{N_{cr} - N} \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{L} \quad (2.94)$$

průhyb uprostřed prutu je dán rovnicí (2.95):

$$f(w_0)_{L/2} = w_0 \frac{N}{N_{cr} - N} \quad (2.95)$$

ohybový moment po délce prutu je:

$$M(w_0)_x = -EI y'' = N w_0 \frac{N}{N_{cr} - N} \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{L} \quad (2.96)$$

a největší hodnota uprostřed rozpětí

$$\begin{aligned} M(w_0)_{L/2} &= N(w_0 + f(w_0)_{L/2}) = N \left( w_0 + w_0 \frac{N}{N_{cr} - N} \right) = N w_0 \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N} = \\ &= N w_0 \left( \frac{1}{1 - N/N_{cr}} \right) \end{aligned} \quad (2.97)$$

V důsledku vybočení prutu narůstají normálová napětí na tlakem namáhaném okraji.

V krajních vláknech má napětí hodnotu:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} = \frac{N}{A} \pm N w_0 \left( \frac{1}{1 - N/N_{cr}} \right) / W = \sigma_0 \left( 1 \pm \frac{\eta}{1 - \sigma_0/\sigma_{cr}} \right) \quad (2.98)$$

kde

$\sigma_0 = N/A$  je osové napětí ideálního prutu [MPa] a

$\eta = e_0/j$  Perryho faktor [-],

$j$  jádrová úsečka průřezu [mm].

Mezní stav prutu z materiálu o stejné pevnosti v tahu i tlaku definujeme dosažením mezního napětí v nejméně namáhaných vláknech průřezu (v tlačných vláknech):

$$\sigma_{\max} = \sigma_b \left( 1 + \frac{\eta}{1 - \sigma_b/\sigma_{cr}} \right) = f \quad (2.99)$$

Osové napětí  $\sigma_b$  přitom považujeme za vzpěrnou pevnost prutu. Vzpěrnou pevností prutu tedy nazýváme osové napětí  $\sigma_0$ , při kterém bude v krajních vláknech počátečně zakřiveného prutu dosaženo napětí na mezi pevnosti (v případě oceli se jedná o mez kluzu)  $f$ .

Excentricita břemene

Jestliže síla  $N$  působí s excentricitou  $e_0$  stejnou na obou koncích prutu, pak je ohybová čára řešením rovnice:

$$EI y^{IV} + N y'' = 0 \quad (2.100)$$

s okrajovými podmínkami:

$$y\left(\pm \frac{L}{2}\right) = 0$$

$$M\left(\pm \frac{L}{2}\right) = -EI y''\left(\pm \frac{L}{2}\right) = E e_0 \quad (2.101)$$

Řešením je ohybová čára – viz (2.102)

$$f(e_0)_x = e_0 \left( \frac{1}{\cos(L/2 \cdot \sqrt{N/EI_z})} - 1 \right) \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{L} \quad (2.102)$$

průhyb uprostřed prutu je dán rovnicí (2.103):

$$f(e_0)_{L/2} = e_0 \left( \frac{1}{\cos(L/2 \cdot \sqrt{N/EI_z})} - 1 \right) \quad (2.103)$$

ohybový moment po délce prutu je:

$$M = -EI y'' = N e_0 \left( \frac{1}{\cos(L/2 \cdot \sqrt{N/EI_z})} - 1 \right) \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{L} \quad (2.104)$$

a největší hodnota uprostřed rozpětí

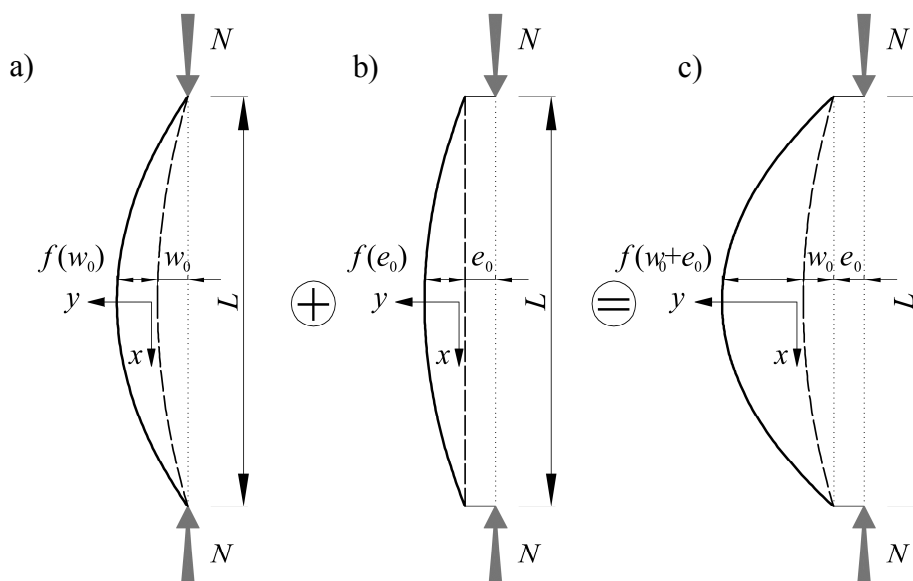
$$M(e_0)_{L/2} = N(e_0 + f(e_0)_{L/2}) = N e_0 \left( \frac{1}{\cos(L/2 \cdot \sqrt{N/EI_z})} \right) \quad (2.105)$$

V důsledku vybočení prutu narůstají normálová napětí na tlakem namáhaném okraji. V krajních vláknech má napětí hodnotu:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} = \frac{N}{A} \pm N e_0 \left( \frac{1}{\cos(L/2 \cdot \sqrt{N/EI_z})} \right) / W = \sigma_0 \left( 1 \pm \frac{\eta}{\cos(\pi/2 \sqrt{\sigma_b/\sigma_{cr}})} \right) \quad (2.106)$$

Mezní stav nastane, jestliže je v krajních vláknech dosaženo mezního napětí  $f$ :

$$\sigma_{\max} = \sigma_b \left( 1 + \frac{\eta}{\cos(\pi/2 \sqrt{\sigma_b/\sigma_{cr}})} \right) = f \quad (2.107)$$

Počátečně zakřivený prut excentricky zatížený

Obr. 2.36 Původní (čárkovaně) a konečný (plně) tvar sloupu

Velikost průhybu po délce tlačенého prutu se určí superposicí vztahů (2.94) a (2.102) následovně, obr. 2.36c:

$$f(w_0 + e_0)_x = e_0 \left( \frac{1}{\cos(L/2 \cdot \sqrt{N/EI_z})} - 1 \right) \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{L} + w_0 \frac{N}{N_{cr} - N} \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{L} \quad (2.108)$$

Velikost průhybu uprostřed délky tlačенého prutu (zřejmě maximální hodnota) se určí podle rovnice (2.109):

$$f(w_0 + e_0)_{L/2} = e_0 \left( \frac{1}{\cos(L/2 \cdot \sqrt{N/EI_z})} - 1 \right) + w_0 \frac{N}{N_{cr} - N} \quad (2.109)$$

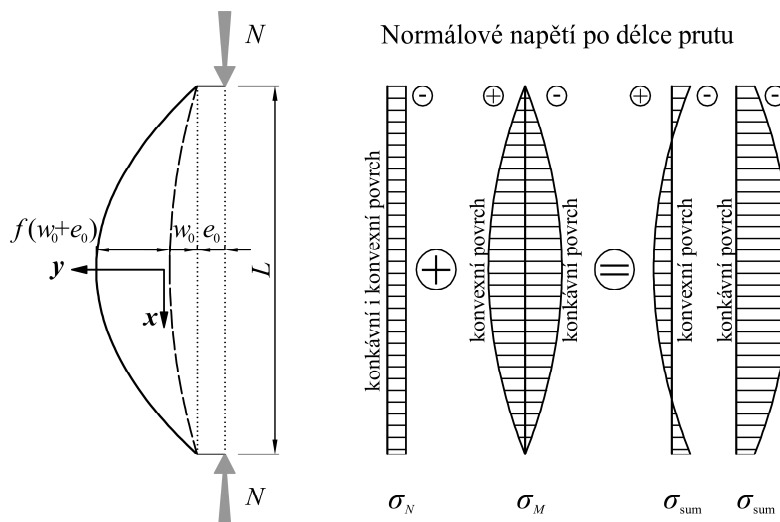
Největší hodnoty normálových napětí jsou zřejmě uprostřed délky prutu a určí se podle teorie pružnosti – rovnice (2.110), ohybový moment uprostřed rozpětí se nahradí součinem osového zatížení a jeho výchylky od těžiště deformovaného prutu, obr. 2.37:

$$\sigma(w_0 + e_0)_{\max} = \frac{N}{A} \pm \frac{M_{L/2}}{W} = \frac{N}{A} \pm \frac{N}{W} (f(w_0 + e_0)_{L/2} + w_0 + e_0) \quad (2.110)$$

Ve vztazích uvedených výše jsou následující členy:

- $w_0$  je amplituda počáteční imperfekce (zakřivení prutu) v polovině délky prutu [mm],
- $e_0$  mimostřednost působíště zatížení od těžiště průřezu [mm],
- $L$  délka prutu (vzpěrná délka) [mm],
- $x$  vzdálenost vyšetřovaného bodu od středu prutu [mm],
- $N$  hodnota zatížení [N],

- $N_{cr}$  Eulerova kritická síla prutu [N],  
 $E$  modul pružnosti v tahu a tlaku skla [MPa],  
 $I_z$  moment setrvačnosti průřezu k měkké ose [mm<sup>4</sup>] a  
 $W$  průřezový modul k měkké ose [mm<sup>3</sup>].



**Obr. 2.37** Průběh normálového napětí po délce prutu

#### **Aplikace teorie na skleněné tlačené pruty z vrstveného skla**

Mimo počátečního zakřivení prutu a mimostřednosti břemene má vliv na vzpěrnou únosnost také vnitřní napětí. Ve skleněných prutech je vnitřní pnutí způsobeno nerovnoměrným chladnutím roztaveného skla po tloušťce prvku. U běžných výrobků ze sodnovápenatého skla mohou napětí dosáhnout až několika desítek MPa [19]. V některých případech jsou reziduální napětí do průřezu skla účelně vnášena při procesu temperování (viz kap. 0). Tímto procesem vznikají tlaková napětí při povrchu skla, což je jev příznivý.

Podle [32] je nutné posoudit jak napětí v tažených vláknech  $\sigma_{\max,t}$ , tak napětí v tlačných vláknech  $\sigma_{\max,c}$  skleněného sloupu podle rovnic (2.111) a (2.112). Nevýhodou tohoto přístupu je, že je nutné znát hodnotu počáteční geometrické imperfekce pro konkrétní prvek. S excentricitou břemene se ve vzorci neuvažuje.

$$\sigma_{\max,t} = -\frac{N}{A} + \frac{N \cdot w_0}{W_{\text{eff}}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{\text{cr,eff}}}} \leq f_{u,t} \quad (2.111)$$

$$\sigma_{\max,c} = -\frac{N}{A} - \frac{N \cdot w_0}{W_{\text{eff}}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{\text{cr,eff}}}} \leq f_{u,c} \quad (2.112)$$

kde

$W_{\text{eff}}$  je účinný modul průřezu vrstveného skla [ $\text{mm}^3$ ],

$N_{\text{cr,eff}}$  Eulerova kritická síla účinného průřezu vrstveného skla [N],

$f_{\text{u,t}}$  je mezní pevnost skla v tahu [MPa] a

$f_{\text{u,c}}$  mezní pevnost skla v tlaku [MPa].

### 2.7.2 Navrhování podle křivek vzpěrné pevnosti

Zohlednění materiálových a konstrukčních imperfekcí je velmi komplikované, protože tyto imperfekce mají náhodně proměnný charakter, který se může částečně vystihnout pouze u už vyrobených prutů [22].

Ve dvacátých letech 20. století se objevila myšlenka zohlednit všechny nedokonalosti tzv. ekvivalentní imperfekcí geometrické povahy, která by vystihovala vliv všech imperfekcí. Za tuto ekvivalentní imperfekci byla doporučena ekvivalentní excentricita působící síly nebo alternativně i ekvivalentní počáteční zakřivení prutu. Výsledky analýz experimentálních výzkumů doplněných počítačovými simulacemi a teoretickými pružnoplastickými analýzami imperfektních modelů reálných prutů prokázaly reálnost modelu ekvivalentní geometrické imperfekce ve tvaru počátečního zakřivení nahrazující všechny typy prutových imperfekcí [22].

Návrhová vzpěrná únosnost se počítá podle rovnice (2.113), kde je zaveden součinitel vzpěrnosti  $\chi$ . Stanovení vzpěrné odolnosti prutu na základě součinitele vzpěrnosti a odvození vztahů na základě Ayrton-Perryho formule pro jeho výpočet je prací Maquoie a Rondala [36].

$$N_{\text{b,Rd}} = \frac{\chi \cdot A \cdot f}{\gamma_{\text{M}}} \quad (2.113)$$

Součinitel vzpěrnosti je funkcí bezrozměrné poměrné štíhlosti – rovnice (2.114), která je dána rovnicí (2.115).

$$\chi = f(\bar{\lambda}) \quad (2.114)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{Rk}}}{\sigma_{\text{cr}}}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{Rk}} \cdot A}{N_{\text{cr}}}} \quad (2.115)$$

Dílčím mezikrokem výpočtu součinitele vzpěrnosti je určení kritické síly  $N_{\text{cr}}$ . Vybočení kolmo k měkké ose  $z$  bude zřejmě rozhodující (moment setrvačnosti k ose  $z$  je výrazně nižší než k ose  $y$ ). Pro vrstvené sklo se za moment setrvačnosti dosadí  $I_{z,\text{eff}}$  (účinný moment setrvačnosti k ose  $z$ ), který zohledňuje pouze částečné spolupůsobení jednotlivých skleněných tabulí spojených mezivrstvami.



Odvození křivek vzpěrné pevnosti pro pruty z monolitického tepelně tvrzeného a tepelně zpevněného skla je uvedeno v [32]. Jsou uvedeny křivky pro porušení tlakem i tahem – rovnice (2.116) a (2.117) respektive.

$$\chi_t = \frac{1}{\Phi_t + \sqrt{\Phi_t^2 + \bar{\lambda}_t^2}} \quad (2.116)$$

$$\chi_c = \frac{n_f}{\Phi_c + \sqrt{\Phi_c^2 - n_f \cdot \bar{\lambda}_t^2}} \quad (2.117)$$

kde

$$\bar{\lambda}_t = \sqrt{\frac{A \cdot f_{u,t}}{N_{cr}}} \quad (2.118)$$

$$\Phi_t = \frac{1}{2} \cdot (-1 + \alpha \cdot \bar{\lambda}_t + \bar{\lambda}_t^2) \quad (2.119)$$

$$\Phi_c = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha \cdot \bar{\lambda}_t + n_f \cdot \bar{\lambda}_t^2) \quad (2.120)$$

$$n_f = \left| \frac{f_{u,c}}{f_{u,t}} \right| \quad (2.121)$$

Parametr  $\alpha$  je potom dán rovnicí (2.122):

$$\alpha = \frac{w_0 \cdot A}{W \cdot \bar{\lambda}_t} = \frac{w_0}{L} \cdot \sqrt{3} \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_{u,t}}} \quad (2.122)$$

Dosažením amplitudy geometrické imperfekce v hodnotě  $w_0 = L/400$  (viz např. Haldimann [2], Belis et al. [16]) obdržíme parametr  $\alpha$  v hodnotách  $\alpha_{FTG} = 0,329$  a  $\alpha_{HSG} = 0,430$ .

Z důvodu dosažení formální kompatibility s křivkami vzpěrné pevnosti podle EC3 [119] jsou křivky pro vzpěr skleněných sloupů přepsány do tvaru (2.123):

$$\chi_t^* = \frac{1}{\Phi^* + \sqrt{\Phi^{*2} - \bar{\lambda}_t^2}} \leq 1,0 \quad (2.123)$$

$$\Phi^* = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_t - \alpha_0) + \bar{\lambda}_t^2) \quad (2.124)$$

kde  $\alpha_0 = 0,92$  pro tepelně tvrzené sklo a  $\alpha_0 = 0,89$  pro tepelně zpevněné sklo.

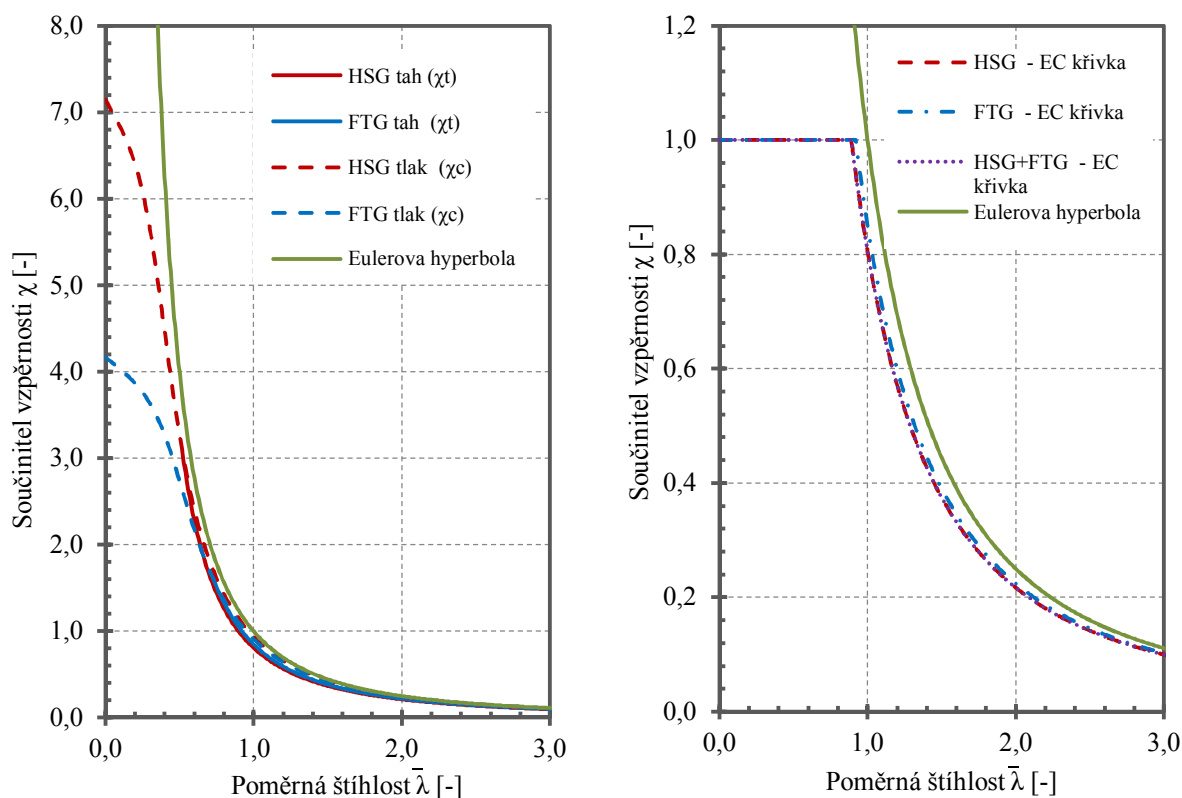
Máme tedy dvě křivky vzpěrné pevnosti. Z důvodu zjednodušení se připouští použít pro oba typy skla (tepelně tvrzené a tepelně zpevněné) jednu křivku s parametry  $\alpha = 0,430$

a  $\alpha_0 = 0,89$ . Tento předpoklad je na straně bezpečné (pro tepelně tvrzené sklo dává amplitudu počáteční geometrické imperfekce hodnotu přibližně  $w_0 = L/300$ ). Výsledná křivka vzpěrné pevnosti je dána vztahy (2.125) a (2.126):

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_t^2}} \leq 1,0 \quad (2.125)$$

$$\Phi = 0,5 \cdot \left[ 1 + 0,43 \cdot (\bar{\lambda}_t - 0,89) + \bar{\lambda}_t^2 \right] \quad (2.126)$$

Je nutné poznamenat, že výše uvedené vztahy jsou odvozeny pro tlačný prut s pouze jedním typem počátečních imperfekcí – počátečním geometrickým zakřivením ve tvaru sinové půlvlny. Možnost mimostředného působení zatížení nebo další jevy ovlivňující vzpěrnou únosnost nebyly uvažovány. Křivky vzpěrných pevností podle (2.116), (2.117), (2.123) a (2.125) jsou zobrazeny v obr. 2.38.



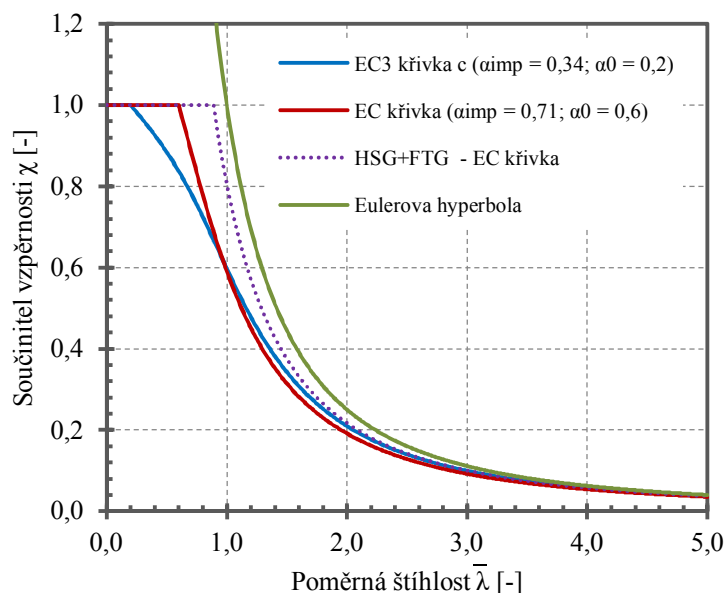
**Obr. 2.38** Křivky vzpěrné pevnosti pro FTG a HSG sklo

Parametry křivek vzpěrné pevnosti se určí na základě výsledků experimentů pro širokou škálu dimenzí, okrajových podmínek a použitých materiálů zkušebních těles. Např. Bedon a Amadio [25], [26] stanovili součinitel imperfekce  $\alpha = 0,71$  a parametr  $\alpha_0 = 0,60$  na základě numerických simulací validovaných experimenty. Tyto parametry „křivky vzpěrné pevnosti“

platí pro tlačené pruty zhotovené z chlazeného skla, tepelně zpevněného skla, tepelně tvrzeného skla s počátečním zakřivením ve tvaru sinusoidy a s maximální amplitudou  $w_0 = L/400$ .

Tento postup lze použít jak pro pruty z monolitického skla, tak i pro pruty z vrstveného skla s použitím efektivních průřezových charakteristik odpovídajících dané teplotě a době trvání zatížení.

Jiní autoři ve starší literatuře (např. Haldimann et al. [2]) doporučovali použít EC křivku vzpěrné pevnosti  $\underline{c}$  – jejíž použití poskytuje konzervativnější výsledky. Závislost součinitele vzpěrnosti na poměrné štíhlosti je pro různé křivky vzpěrné pevnosti a pro Eulerovu hyperbolu vykreslena na obr. 2.39.



**Obr. 2.39** Křivky vzpěrné pevnosti a Eulerova hyperbola

Návrhová hodnota vzpěrné únosnosti skleněného prutu se spočítá jako součin průřezové plochy, součinitele vzpěrnosti a návrhové hodnoty pevnosti skla v tahu, viz rovnice (2.127):

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_{g,d} \quad (2.127)$$

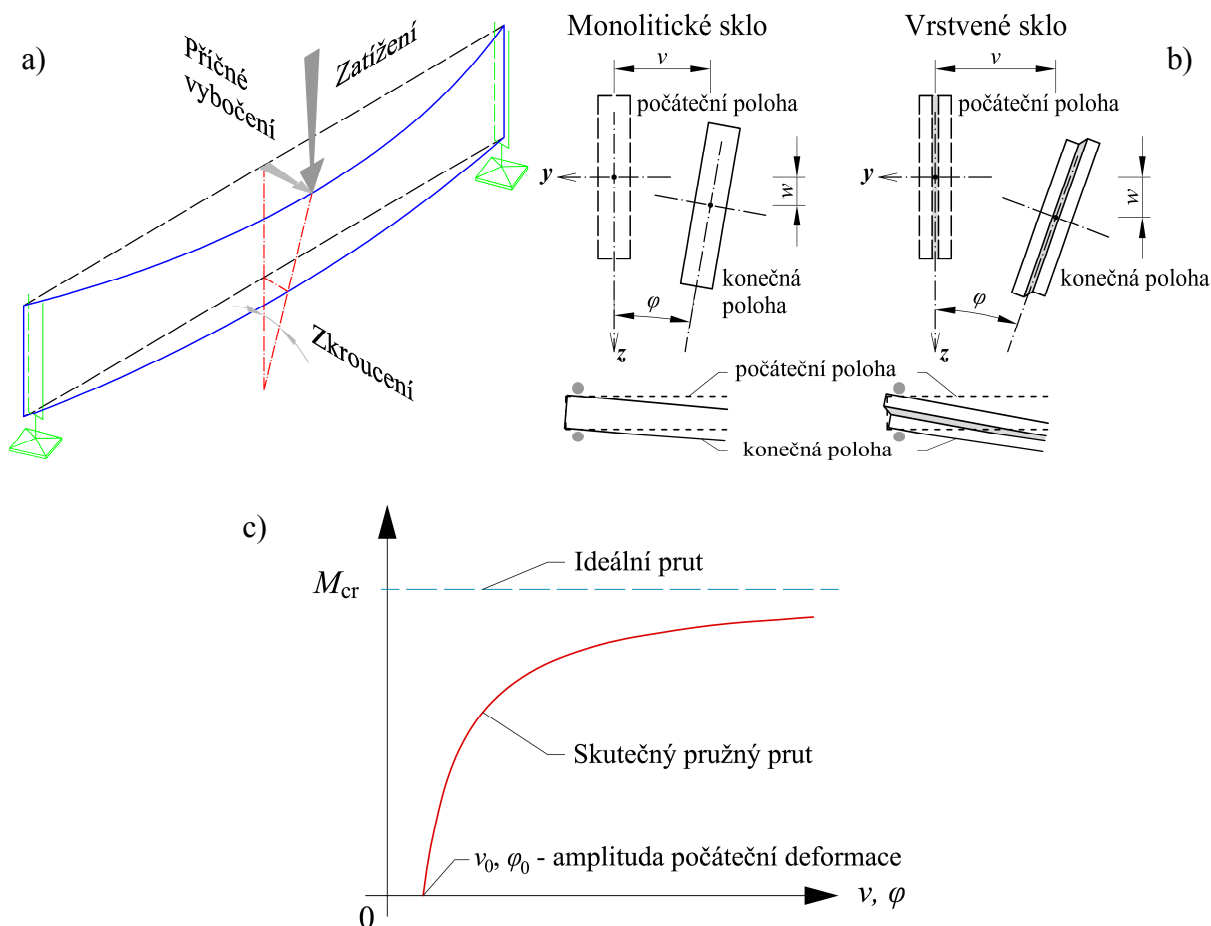
kde

$f_{g,d}$  je návrhová pevnost skla v tahu podle kap. 2.3 [MPa].

## 2.8 Pruty namáhané ohybem – klopení skleněných prutů

Příčně zatížené štíhlé tenkostěnné pruty se navrhují se zřetelem na možnost prostorové ztráty stability při ohybu, tj. sklopení nosníku charakterizované jeho vybočením z roviny prvotního ohybu při současném zkroucení [41]. Stejně jako u tlačných prutů vlivem

počátečních imperfekcí vykazují zatěžované pruty deformace již pro nízké hodnoty zatížení, které dále nelineárně rostou s přírůstkem zatížení až do dosažení mezního napětí nebo mezní deformace. Závislost deformací a napětí na zatížení je nelineární (obr. 2.40) a k popisu skutečného chování prvků ze skla je zapotřebí použít výpočet podle teorie II. řádu (při analytickém výpočtu) nebo přesnější geometricky nelineární výpočet podle teorie velkých deformací (při numerické analýze).



**Obr. 2.40** Klopení skleněného nosníku: a) pohled; b) složky přetvoření; c) vztah zatížení a deformací

### 2.8.1 Vývoj teorie stability ohýbaných prutů

Podrobné shrnutí vývoje teorie klopení uvedl ve své doktorské dizertační práci J. Melcher [41]. Následující informace jsou stručným výtahem z této publikace.

Problémem stability úzkého obdélníkového průřezu při ohybu se již v roce 1899, nezávisle na sobě, zabývali L. Prandtl [42] a A. G. Michell [43]. V roce 1905 předložil S. P. Timošenko analýzu klopení příčně zatížených tenkostěnných ocelových prutů, ve které se zabýval stabilitou rovinného ohybu nosníku průřezu I s uvážením vlivu ohybové tuhosti pásnic při vybočení z roviny prvotního přetvoření. Později (1910) aplikoval na tento případ svou nově rozpracovanou energetickou metodu. Řešení problému stability ohybu přibližnou metodou postupných aproximací rozpracoval v roce 1935 F. Stüssi [44], který se zabýval též

vlivem počátečního zakřivení nosníku. Souhrnné pojednání o stabilitě nosníků dvouose symetrického průřezu I zveřejnil v roce 1939 E. Chwalla [45]. V roce 1940 publikoval V. Z. Vlasov [21] obecnou teorii pevnosti a stability tenkostěnných prutů, která obsahovala i rovnice stability při ohybu. V této teorii Vlasov zobecnil Prandtlovy a Timošenkovy dílčí výsledky řešení problému klopení nosníků. Teorii prostorové ztráty stability prutů a nosníků se dále (1942) zabýval J. N. Goodier [46] a dílčí případ řešení pro jednoose souměrný průřez I následně (1943) rozpracoval G. Winter [47]. Obecnou teorií ohybu, kroucení a klopení tenkostěnných prutů otevřeného průřezu uzavřel S. P. Timošenko [48] v roce 1945 cyklus svých významných prací věnovaných problému stability nosníků. K. de Vries [49] se později (1947) zabýval zjednodušením výpočtu klopení válcovaných nosníků dvouose symetrického průřezu I. O. Petersson [50] analyzoval vliv excentricity příčného zatížení nosníku na jeho napjatost a přetvoření ve smyslu teorie II. řádu štíhlých prutů. Za předpokladu uvažování excentricity zatížení jako jednu z dílčích složek počátečních imperfekcí prutu lze, dle této analýzy, studovat souvislost problému stability ideálního nosníku a vzpěrné pevnosti či únosnosti skutečné konstrukce se zřetelem na vliv počáteční imperfekce příslušného typu.

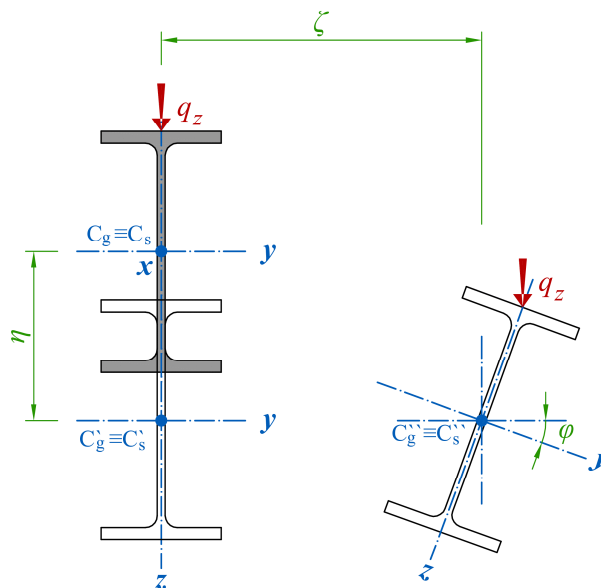
Ve druhé polovině 20. století bylo publikováno značné množství prací, jež dále rozvíjejí a zpřesňují řešení úloh klopení nosníků. Příkladem jsou uvedena souborná díla obsahující systematický přehled a rozpracování komplexu problémů teorie a navrhování tenkostěnných nosných konstrukčních dílců a systémů, zejména se zřetelem na řešení jejich stability, vzpěrné pevnosti a vzpěrné únosnosti. Jsou to např. publikace, jež zpracovali S. P. Timošenko – J. M. Gere [51] a G. Burgermeister – H. Steup – H. Kretzschmar [52]. Stabilitou nosníků s proměnným průřezem a teorií stability ohybu v nepružném oboru se zabývali N. S. Trahair – S. Kitipornchai [53] a [54] a D. A. Nethercot [55] a [56].

V české či slovenské odborné literatuře se problémy teorie či experimentálního výzkumu tenkostěnných ocelových nosníků a jejich navrhování se zřetelem na stabilitní jevy zabývali V. Březina [17], J. Melcher [41] a [57], I. Baláž [58], E. Chladný, J. Djubek, A. Mrázik [59], J. Studnička [60] a další.

Výchozími rovnicemi teoretické analýzy štíhlých tenkostěnných prutů jsou diferenciální rovnice rovnováhy přetvořeného elementu prutu.

V případě obecného zatížení a tvaru průřezu se tenkostěnný přímý prut prostorově přetvoří, tj. vzniknou tři složky posunutí průřezu v jeho rovině – posun  $\zeta(x)$  ve směru souřadnicové osy  $y$ , posun  $\eta(x)$  ve směru souřadnicové osy  $z$  a pootočení  $\varphi(x)$  kolem osy ohybu (spojnice bodů středu smyku po délce prutu) – a dále posunutí  $u(x,y,z)$  bodů střednice

průřezu ve směru podélné osy prutu  $x$  (deplanace). Jednotlivé složky přetvoření jsou zobrazeny na obr. 2.41 [41].



**Obr. 2.41** Složky přetvoření při ztrátě stability při ohybu

Dle Vlasovovy teorie tenkostěnných prutů [21] (podmínky rovnováhy pro přetvořený element – teorie II. řádu štíhlých prutů) je působení tenkostěnného prutu otevřeného průřezu zatíženého příčným zatížením  $q_y(x)$  a  $q_z(x)$  a kroučícím zatížením  $m(x)$  popsáno následujícími rovnicemi (s příslušnými okrajovými podmínkami) [17]:

$$E \cdot I_z \cdot \xi^{IV} + [N \cdot (\xi' + a_z \cdot \varphi')] + (M_y \cdot \varphi)'' = q_y(x) \quad (2.128)$$

$$E \cdot I_y \cdot \eta^{IV} + [N \cdot (\eta' + a_y \cdot \varphi')] + (M_z \cdot \varphi)'' = q_z(x) \quad (2.129)$$

$$E \cdot I_\omega \cdot \varphi^{IV} - G \cdot I_t \cdot \varphi'' + [i_a^2 \cdot N - 2 \cdot b_z \cdot M_y + 2 \cdot b_y \cdot M_z - 2 \cdot b_\omega \cdot B \cdot \varphi'] + a_z \cdot (N \cdot \xi') - a_y \cdot (N \cdot \eta') - M_z'' \cdot \eta + M_z \cdot \eta'' - M_y'' \cdot \xi + M_y \cdot \xi'' + q_y \cdot [\eta + (e_y - a_y) \cdot \varphi] - q_z \cdot [\xi + (e_z - a_z) \cdot \varphi] = m(x) \quad (2.130)$$

kde

$a_y; a_z$  jsou vzdálenosti středu smyku od těžiště [mm],

$e_y; e_z$  vzdálenosti působíště zatížení od těžiště průřezu [mm],

$M_y; M_z$  ohybové momenty kolem příslušných os [Nmm],

$B$  bimoment [Nmm<sup>2</sup>],

$N$  normálová síla [N],

a kde

$$i_a^2 = i_y^2 + i_z^2 + a_y^2 + a_z^2 \quad (2.131)$$

$$b_y = \frac{\int y \cdot (y^2 + z^2) dA}{2 \cdot I_z} - a_y \quad (2.132)$$

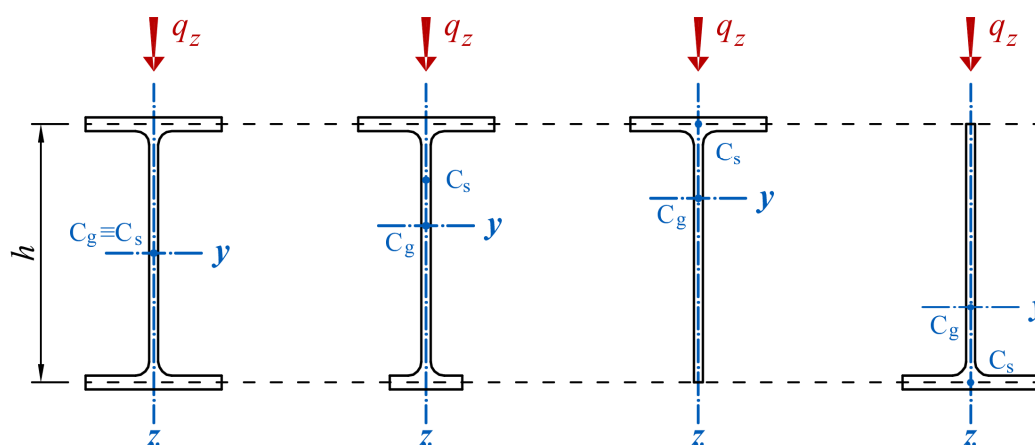
$$b_z = \frac{\int z \cdot (y^2 + z^2) dA}{2 \cdot I_y} - a_z \quad (2.133)$$

$$b_\omega = \frac{\int \omega \cdot (y^2 + z^2) dA}{2 \cdot I_\omega} \quad (2.134)$$

V souladu s pojetím Vlasova je uvažován problém stability ideálního tenkostěnného prutu otevřeného průřezu, který je příčně zatížen. Zatížení prochází středem smyku  $C_s$  a působí v rovině, případně rovnoběžně s rovinou větší tuhosti průřezu. V prvotním rovnovážném stavu, tj. při zatížení menším než je kritické, se ideální nosník pouze ohýbá a jeho plné únosnosti (s ohledem na pevnost základního materiálu) lze dosáhnout jen tehdy, je-li zabezpečen proti sklopení. Pokud tomu tak není, dojde v určitém stadiu namáhání ideálního tenkostěnného prutu k rozvětvení (bifurkaci) rovnováhy, nosník ztratí stabilitu a prostorově se přetvoří – vybočí z roviny prvotního ohybu a současně se zkroutí [41].

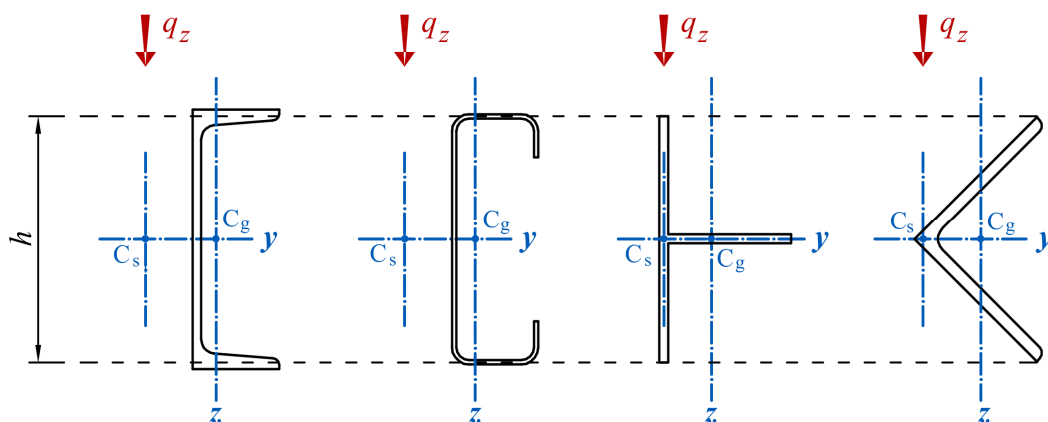
Velikost kritického zatížení lze v závislosti na uložení nosníku, způsobu jeho zatížení a tvaru průřezu stanovit řešením příslušných diferenciálních rovnic stability, jež lze odvodit z výchozího systému rovnic (2.128), (2.129), (2.130).

J. Melcher [41] uvádí obecné řešení problému stability v ohybu zvláště pro průřezy 1. a 2. kategorie. Průřezy 1. kategorie jsou průřezy alespoň jednoose symetrické, zatížené v rovině symetrie. Do této kategorie spadají např. průřezy tvaru I, T (viz obr. 2.42 [41])



**Obr. 2.42** Průřezy 1. kategorie

Průřezy 2. kategorie jsou průřezy alespoň jednoose symetrické, zatížené kolmo k rovině souměrnosti, přičemž zatížení prochází středem smyku. Příklady průřezů patřících do 2. kategorie jsou uvedeny na obr. 2.43 [41].



Obr. 2.43 Průřezy 2. kategorie

### Řešení pro průřezy 1. kategorie

Skleněné nosníky z plochého skla spadají do 1. kategorie, řešení pro průřezy 2. kategorie zde není uvedeno. Řešení je omezeno na prut zatížený příčným zatížením  $q_z$  namáhajícím nosník na ohyb kolem osy větší tuhosti.

Diferenciální rovnice stability pro tento typ průřezu při zanedbání vlivu počátečního pretvoření  $\xi$ ,  $\varphi$  v okamžiku rozdělení rovnováhy mají tvar [17]:

$$E \cdot I_z \cdot \xi^{IV} + (M_y \cdot \varphi)'' = 0 \quad (2.135)$$

$$E \cdot I_\omega \cdot \varphi^{IV} - G \cdot I_t \cdot \varphi'' - 2 \cdot b_z \cdot (M_y \cdot \varphi')' + M_y \cdot \xi'' + q_z \cdot (e_z - a_z) \cdot \varphi = 0 \quad (2.136)$$

K těmto dvěma diferenciálními rovnicím přísluší okrajové podmínky, které závisí na podepření nosníku. Při oboustranném kloubovém uložení mají tvar:

$$\xi(0) = \xi(L) = \xi(0)'' = \xi(L)'' = 0 \quad (2.137)$$

$$\varphi(0) = \varphi(L) = \varphi(0)'' = \varphi(L)'' = 0 \quad (2.138)$$

Řešení problému vlastní hodnoty diferenciálních rovnic při použití Galerkinovy variační metody vede ke tvaru:

$$M_{cr} = \kappa_1 \cdot \left[ \pm (\kappa_3 \cdot b_z + e_{za}) \cdot N_{cr,z} + \sqrt{(\kappa_3 \cdot b_z + e_{za})^2 + N_{cr,z}^2 + \kappa_2 \cdot i_a^2 \cdot N_{cr,z} \cdot N_{cr,\omega}} \right] \quad (2.139)$$

kde

$e_{za} = e_z - a_z$  je vzdálenost polohy působíště zatížení od středu smyku

a kde kritické síly jsou pro ztrátu stability vybočením kolmo k ose  $z$



$$N_{cr,z} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{L_{cr,z}^2} \quad (2.140)$$

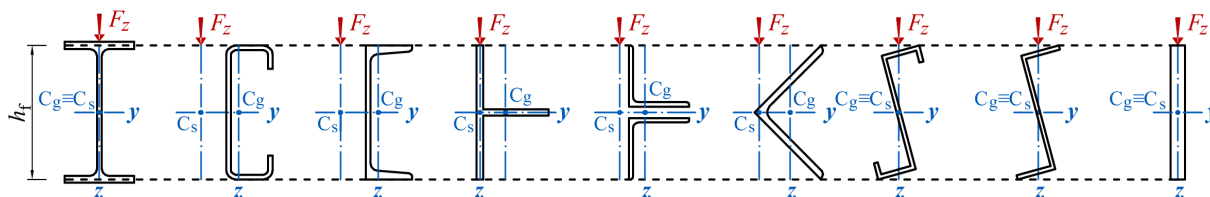
a pro ztrátu stability zkroucením kolem osy  $x$

$$N_{cr,\omega} = \frac{1}{i_a^2} \cdot \left( G \cdot I_t + \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_\omega}{L_{cr,\omega}^2} \right) \quad (2.141)$$

Znaménko  $\pm$  ve vztahu pro  $M_{cr}$  se vztahuje ke směru působení zatížení: kladné znaménko platí pro kladný ohybový moment (tlak v horních vláknech průřezu), záporné znaménko platí pro záporný kritický moment (tah v horních vláknech průřezu). Součinitele  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$  a vzpěrné délky  $L_{cr,z}$ ,  $L_{cr,\omega}$  pro výpočet kritických sil  $N_{cr,z}$ ,  $N_{cr,\omega}$  jsou uvedeny např. v [17] pro různé kombinace okrajových podmínek zatížení a v uložení prutu.

### Současný přístup výpočtu kritického momentu při ohybu

Dnes platná norma pro navrhování ocelových konstrukcí ČSN EN 1993-1-1 [120] nerozlišuje kategorie průřezu. Podle národní přílohy NB.3 této normy se pružný kritický moment  $M_{cr}$  vypočítá pro průřezy uvedené na obr. 2.44 prostřednictvím bezrozměrného kritického momentu  $\mu_{cr}$  podle rovnic (2.142) a (2.143):



**Obr. 2.44** Průřezy symetrické k ose největší tuhosti nebo centrálně symetrické

$$M_{cr} = \mu_{cr} \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{EI_z \cdot GI_t}}{L} \quad (2.142)$$

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[ \sqrt{1 + \kappa_{ot}^2 + (C_2 \zeta_g - C_3 \zeta_j)^2} - (C_2 \zeta_g - C_3 \zeta_j) \right] \quad (2.143)$$

kde  $\kappa_{ot}$ ,  $\zeta_g$  a  $\zeta_j$  jsou bezrozměrné parametry zahrnující vlivy tuhosti prutu, působiště zatížení a nesymetrie průřezu podle rovnic:

$$\kappa_{ot} = \frac{\pi}{k_\omega \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_\omega}{G \cdot I_t}} \quad (2.144)$$

$$\zeta_g = \frac{\pi \cdot z_g}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} \quad (2.145)$$

$$\zeta_j = \frac{\pi \cdot z_j}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} \quad (2.146)$$

kde

$L$  je délka nosníku mezi body zajištěnými proti posunu kolmo z roviny [mm],

$k_z$  součinitel vzpěrné délky popisující okrajové podmínky uložení v ohybu [-],

$k_\omega$  součinitel vzpěrné délky popisující okrajové podmínky uložení v kroucení [-],

$$z_g = z_a - z_s \quad (2.147)$$

$$z_j = z_s - \frac{0,5}{I_y} \cdot \int_A (y^2 + z^2) \cdot z \, dA \quad (2.148)$$

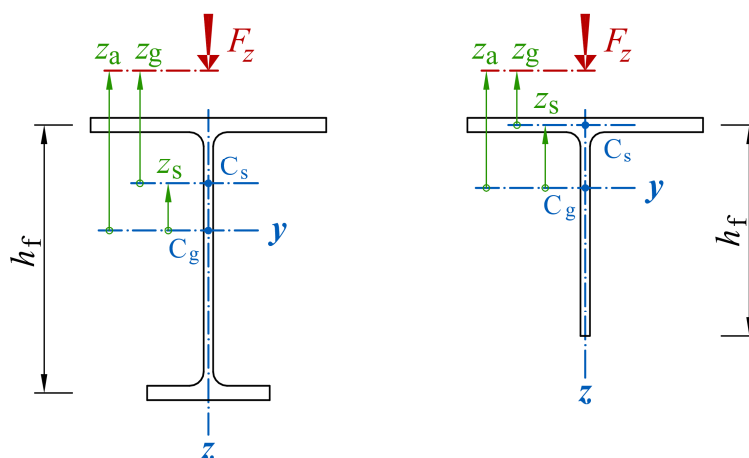
kde

$z_a$  jsou souřadnice působišť zatížení vzhledem k těžišti průřezu [mm],

$z_s$  souřadnice středu smyku vzhledem k těžišti průřezu [mm] a

$z_g$  souřadnice působišť zatížení vzhledem ke středu smyku [mm].

Znaménková konvence pro souřadnice  $z_a$ ,  $z_s$ ,  $z_g$  je uvedena na obr. 2.45 [119]. Pro průřezy symetrické k ose  $y$ - $y$  je  $z_j = 0$ .



**Obr. 2.45** Význam veličin a znaménková konvence při působení zatížení  $F_z$

Součinitele  $C_1$ ,  $C_2$  a  $C_3$  závisejí na okrajových podmínkách zatížení a v uložení konců prutu a jejich hodnoty pro vybrané případy jsou uvedeny v tabulkách NB.3.1 a NB.3.2 v národní příloze NB.3.

### **Aplikace teorie pro skleněné nosníky z vrstveného skla**

Pro účely analýzy skleněných nosníků je vhodné uvedené vztahy upravit (zjednodušit) vzhledem k určitým specifickým skleněným průřezům – skleněné pruty mají zpravidla průřez ve tvaru úzkého obdélníka s  $EI_\omega = 0$  [17]. Upravený vztah pro výpočet pružného kritického

momentu publikovali např. Haldimann [2] – rovnice (2.149) nebo v jiné úpravě Feldmann [32] – rovnice (2.150). Ve vztazích jsou použity efektivní průřezové charakteristiky pro výpočet nosníků z vrstveného skla.

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E I_{z,eff}}{L_{LT}^2} \left[ \sqrt{(C_2 z_g)^2 + \frac{G I_{t,eff} L_{LT}^2}{\pi^2 \cdot E I_{z,eff}}} - C_2 z_g \right] \quad (2.149)$$

$$M_{cr} = \frac{1}{c_1} \frac{\pi^2 \cdot E I_{z,eff}}{L_{LT}^2} \left[ \sqrt{\left( \frac{1}{2} \cdot \frac{c_2}{c_1} z_g \right)^2 + \frac{G I_{t,eff}}{E I_{z,eff}} \cdot \left( \frac{L_{LT}}{\pi} \right)^2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{c_2}{c_1} z_g \right] \quad (2.150)$$

Porovnáním rovnic (2.149) a (2.150) můžeme psát:

$$C_1 = \frac{1}{c_1} \text{ a současně } c_1 = \frac{1}{C_1} \quad (2.151)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_2}{c_1} \text{ a současně } c_2 = 2 \frac{C_2}{C_1} \quad (2.152)$$

### **Chování skutečných ohýbaných nosníků**

Chování skutečného nosníku je oproti chování ideálního nosníku ovlivněno počátečními odchylkami. Mezi ty nejvýznamnější patří počáteční zakřivení osy nosníku v rovině kolmé k rovině ohybu a počáteční pootočení mezipodporových průřezů. Vlivem těchto imperfekcí narůstá od počátku postupně s nárůstem zatížení i odpovídající přetvoření charakterizované vybočením nosníku z roviny prvotního ohybu a jeho zkroucením. Místo řešení problému stability v ohybu je třeba analyzovat příslušný problém vzpěrné pevnosti při ohybu a kroucení [41].

Touto problematikou se zabýval mimo jiné i J. Melcher [41], který odvodil výrazy (2.153) a (2.154) pro výpočet přetvoření nosníku s počátečními geometrickými imperfekcemi ve tvaru zkroucení průřezu  $\varphi(x)$  a příčného vybočení  $v(x)$  podle teorie II. řádu za předpokladu počátečních geometrických imperfekcí ve tvaru sinusové půlvlny  $\varphi_0$  a  $v_0$  a „vidlicových“ okrajových podmínek a zatížení koncovými momenty. Rovnice mají obdobný tvar jako pro vzpěr tlačných prutů (viz kap. 2.7.1):

$$\varphi(x) = \varphi_0 \frac{1}{1 - \frac{M}{M_{cr}}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{L} \cdot x\right) \quad (2.153)$$

$$v(x) = v_0 \frac{1}{1 - \frac{M}{M_{cr}}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{L} \cdot x\right) \quad (2.154)$$

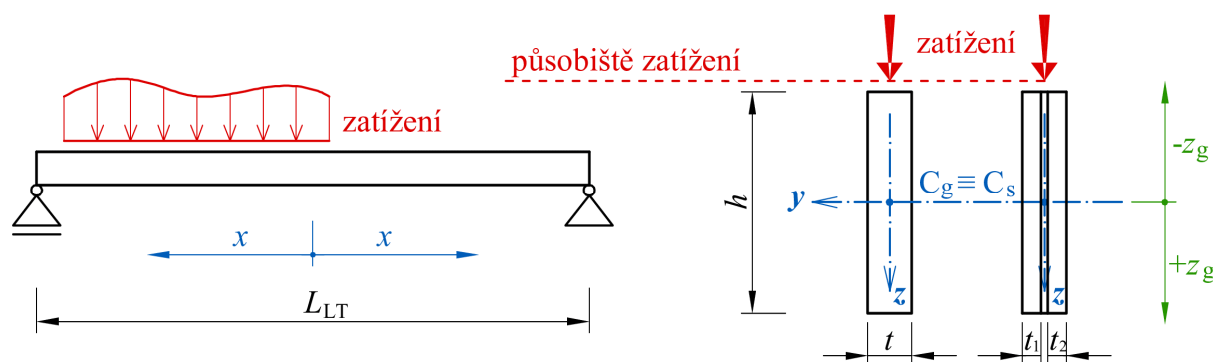
Uvedenými vztahy nelze určit příčné výchylky prutů počátečně zkroucených nebo zkroucení prutů počátečně vybočených. Kasper [34] publikoval komplexnější vztahy (2.155) a (2.156), které lze použít pro obecnější případy zatížení nosníku (koeficienty  $c_1$  a  $c_2$ ), okrajové podmínky v uložení se uvažují stále kloubové.

$$\varphi(x) = \frac{\varphi_0 \left( \frac{c_1^2 \cdot M_y^2}{E \cdot I_z} - c_2 \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot M_y \cdot z_g \right) + c_1 \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot M_y \cdot v_0}{G \cdot I_t \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - \frac{c_1^2 \cdot M_y^2}{E \cdot I_z} + c_2 \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot M_y \cdot z_g} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{L} \cdot x\right) \quad (2.155)$$

$$v(x) = \frac{c_1 \cdot \frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_z} \cdot M_y \cdot \varphi_0 + c_1^2 \cdot \frac{M_y^2}{E \cdot I_z} \cdot v_0}{G \cdot I_t \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - \frac{c_1^2 \cdot M_y^2}{E \cdot I_z} + c_2 \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot M_y \cdot z_g} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{L} \cdot x\right) \quad (2.156)$$

Ve vztazích uvedených výše jsou následující členy (také viz obr. 2.46):

- $v_0$  je amplituda počátečního zakřivení prutu kolem měkké osy ve středu rozpětí [mm],
- $\varphi_0$  amplituda počátečního zkroucení prutu ve středu rozpětí [rad],
- $L$  délka prutu (vzpěrná délka při klopení – vzdálenost bodů zajištěných proti klopení) [mm],
- $x$  vzdálenost vyšetřovaného bodu od středu prutu [mm],
- $z_g$  vzdálenost působíště zatížení vzhledem ke středu smyku [mm],
- $M_y$  vnější ohybový moment kolem tuhé osy [Nmm],
- $M_{cr}$  pružný kritický moment prutu [Nmm],
- $E, G$  modul pružnosti skla v tahu a tlaku a ve smyku [MPa],
- $I_z$  moment setrvačnosti průřezu k měkké ose (v případě vrstveného skla  $I_{z,eff}$ ) [mm<sup>4</sup>],
- $I_t$  moment setrvačnosti v prostém kroucení (v případě vrstveného skla  $I_{t,eff}$ ) [mm<sup>4</sup>] a
- $c_1, c_2$  koeficienty podle tvaru zatížení [-].



**Obr. 2.46** Klopení – určení polohy  $x$  a polohy působíště zatížení vzhledem ke středu smyku

Jsou-li známy deformace nosníku, může se provést posouzení na mezní stav použitelnosti a z těchto deformací vypočtených podle teorie II. řádu je možné dopočítat napětí a provést posouzení na mezní stav únosnosti.

### 2.8.2 Návrhová metoda využívající křivky klopení

Normový postup určení návrhové únosnosti při klopení je analogický k případu vzpěru tlačných prutů. Návrhová únosnost při klopení se spočítá podle rovnice (2.157), kde je zaveden součinitel klopení  $\chi_{LT}$ .

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_{g,d} \quad (2.157)$$

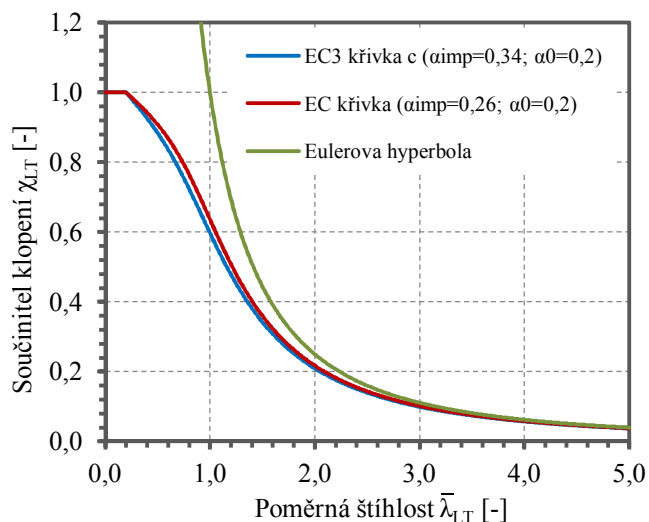
Součinitel klopení se spočítá podle rovnice (2.158) a je funkcí bezrozměrné poměrné štíhlosti při klopení  $\bar{\lambda}_{LT}$ , která je dána rovnicí (2.159) a bezrozměrného parametru  $\Phi_{LT}$  (rovnice (2.160))

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (2.158)$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{\sigma_{Rk}}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{\sigma_{Rk} \cdot W_y}{M_{cr}}} \quad (2.159)$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[ 1 + \alpha_{imp} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - \alpha_0) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (2.160)$$

Součinitel imperfekce  $\alpha_{imp}$  a parametr  $\alpha_0$  dávají tvar křivce klopení. Haldimann [2] konzervativně navrhnul použít křivku  $\underline{c}$  podle EC3 [119] ( $\alpha_{imp} = 0,49$  a  $\alpha_0 = 0,2$ ), Amadio a Bedon [25], [26] navrhli vlastní křivku s parametry  $\alpha_{imp} = 0,26$  a  $\alpha_0 = 0,2$  – viz obr. 2.47.



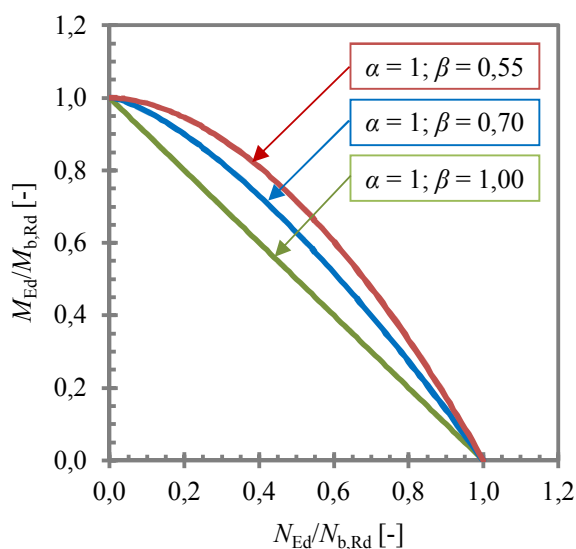
**Obr. 2.47** Křivky klopení a Eulerova hyperbola

## 2.9 Pruty namáhané tlakem a ohybem – interakce vzpěru a klopení skleněných prutů

Současnému působení (interakci) normálové síly a ohybového momentu se zabývají např. Amadio a Bedon [39], [40], kteří experimentálně, analyticky a numericky analyzovali skleněné pruty z vrstveného skla namáhané kombinací osové tlakové síly a příčného zatížení a pruty namáhané osovou tlakovou silou působící s výstředností vůči těžišti průřezu. Výsledkem jejich práce je návrh interakčních vztahů podle rovnice (2.161).

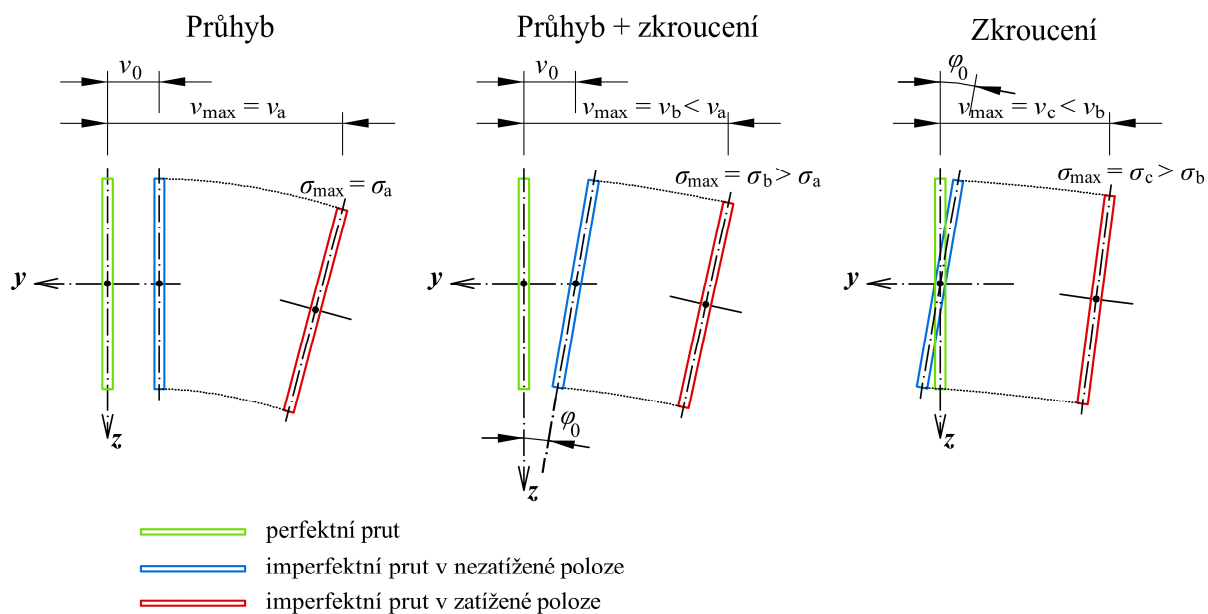
$$\left(\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}}\right)^{1/\alpha} + \left(\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}}\right)^{1/\beta} \leq 1,0 \quad (2.161)$$

Hodnoty exponentů  $\alpha$  a  $\beta$  stanovili na základě numerických modelů vytvořených v programu ABAQUS [84] a byly ověřeny několika experimenty. Navrhli hodnotu exponentu  $\alpha = 1,0$  a exponentu  $\beta = 0,55$  (konzervativně 0,7) – viz obr. 2.48.



**Obr. 2.48** Interakční vztahy vzpěru a klopení

Počáteční geometrické imperfekce pro analýzu interakce vzpěru a klopení byly uvažovány ve třech variantách podle obr. 2.49 [40].



**Obr. 2.49** Počáteční imperfekce pro analýzu interakce vzpěru a klopení

### 3 CÍLE PRÁCE

Cílem disertační práce je stanovení výpočetní procedury ověření statické odolnosti skleněných dílců z plochého skla namáhaných interakcí vzpěru a klopení. Dosažení tohoto cíle vyžadovalo vytyčení a splnění mnoha dílčích cílů.

Dílce z konstrukčního (plochého) skla vykazují značné štíhlosti a jsou citlivé na účinky druhého řádu. Dílčím cílem disertační práce je tedy změření počátečních geometrických imperfekcí a analýza jejich velikostí, tvarů a statistické rozdělení a následné porovnání s jejich mezními hodnotami stanovenými ve výrobních normách. Pro statické posouzení jsou ale relevantní ekvivalentní geometrické imperfekce. Tyto budou stanoveny z výsledků experimentů.

Řešení současného namáhání (interakce) dílců na vzpěr a klopení vyžaduje v první řadě vyřešení samostatného namáhání na vzpěr a samostatného namáhání na klopení. Cílem práce je stanovení metody výpočtu návrhových únosností při namáhání na vzpěr a na klopení v obdobné formě, jako pro navrhování ocelových prutů pomocí křivek vzpěrné pevnosti a klopení. Cílem je tedy stanovení parametrů křivek vzpěrné pevnosti a klopení na základě experimentální analýzy skutečného chování skleněných prutů. Dalšími dílčími cíli je nalezení a ověření analytických modelů a vytvoření věrných numerických modelů simulujících zkoumanou problematiku.

Konečným cílem je stanovení interakčního vztahu pro posouzení dílců namáhaných současně normálovými silami a ohybovými momenty. Interakční vztah může být inspirován obdobnými vztahy pro navrhování ocelových, dřevěných, případně betonových konstrukcí.



## 4 POČÁTEČNÍ IMPERFEKCE SKLENĚNÝCH DÍLCŮ

Počáteční zakřivení skleněných dílců, jejich mezní hodnoty a způsob měření jsou obecně popsány v kapitole 2.6.1. Počáteční geometrické imperfekce jsou způsobeny především procesem temperování. V tab. 4.1 je uveden seznam všech zkušebních těles, na nichž byla měřena počáteční zakřivení.

**Tab. 4.1** Seznam těles, na nichž byla měřena počáteční zakřivení

Označení	Typ skla	Popis	Rozměry [mm]			Způsob měření	Počet KS
			délka	šířka	tloušťka		
FB1 – FB3	ESG 12	Jednovrstvé tepelně tvrzené bezpečnostní sklo	1500	150	12	Carl-Zeiss	3
FB4 – FB6	VG 66.2	Vrstvené dvojsklo z plaveného chlazeného skla s PVB folií	1500	150	6 + 6	Carl-Zeiss	3
FB7 – FB12	VSG 66.2	Vrstvené bezpečnostní dvojsklo z tepelně tvrzeného skla s EVASAFE folií	1500	150	6 + 6	Carl-Zeiss	6
FB13 – FB15	VSG 444.33	Vrstvené bezpečnostní trojsklo z tepelně tvrzeného skla s EVASAFE folií	1500	150	4+4+4	Carl-Zeiss	3
<b>celkem ve skupině</b>							<b>15</b>
LTB1 – LTB3	VG 1010.2	Vrstvené dvojsklo z plaveného chlazeného skla s EVA folií	2400	280	10 + 10	vlastní	3
LTB4 – LTB6	VG 88.2	Vrstvené dvojsklo z plaveného chlazeného skla s PVB folií	2400	280	8 + 8	vlastní	3
LTB7 – LTB9	VG 66.2	Vrstvené dvojsklo z plaveného chlazeného skla s PVB folií	2400	280	6 + 6	vlastní	3
<b>celkem ve skupině</b>							<b>9</b>
F-LTB1 – F-LTB3	VSG 88.2	Vrstvené bezpečnostní dvojsklo z tepelně tvrzeného skla s EVASAFE folií	2000	200	8 + 8	vlastní	3
F-LTB4 – F-LTB9	VG 88.2	Vrstvené dvojsklo z plaveného chlazeného skla s PVB folií	2000	200	8 + 8	vlastní	6
<b>celkem ve skupině</b>							<b>9</b>
<b>celkem všech vzorků</b>							<b>33</b>

### 4.1 Popis měřicích zařízení

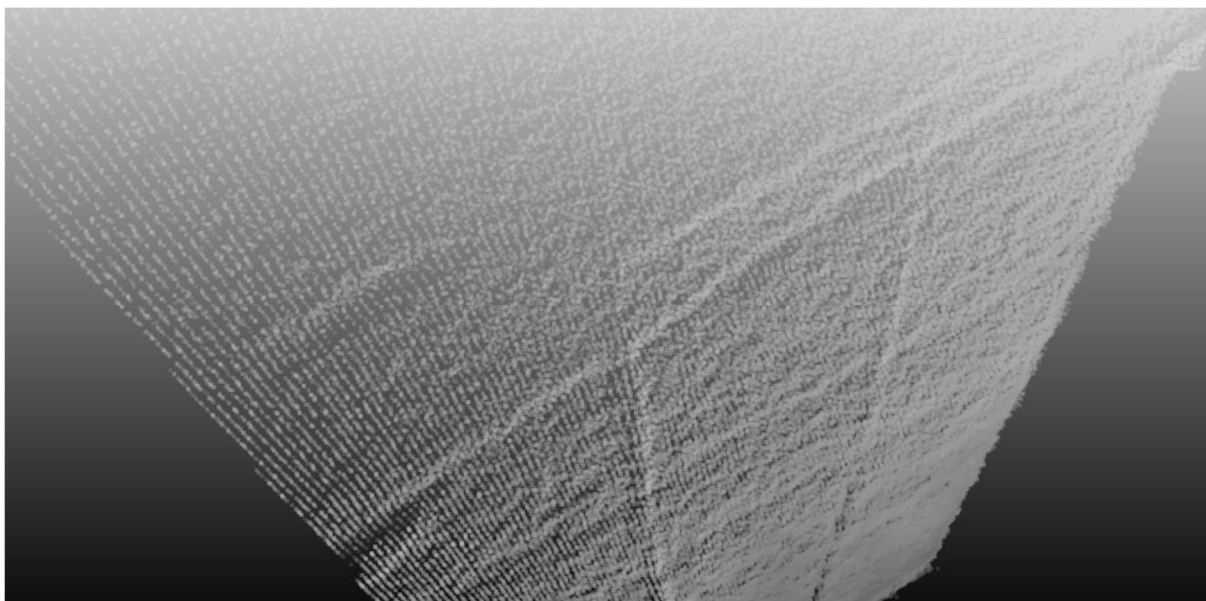
#### 4.1.1 Měřicí sestava 1 – laserové skenování

Pro měření počátečního tvaru skleněných dílců byla zvolena metoda laserového skenování přístrojem FARO Focus3D 120 (SN: LLS061304311) – obr. 4.1 [93].



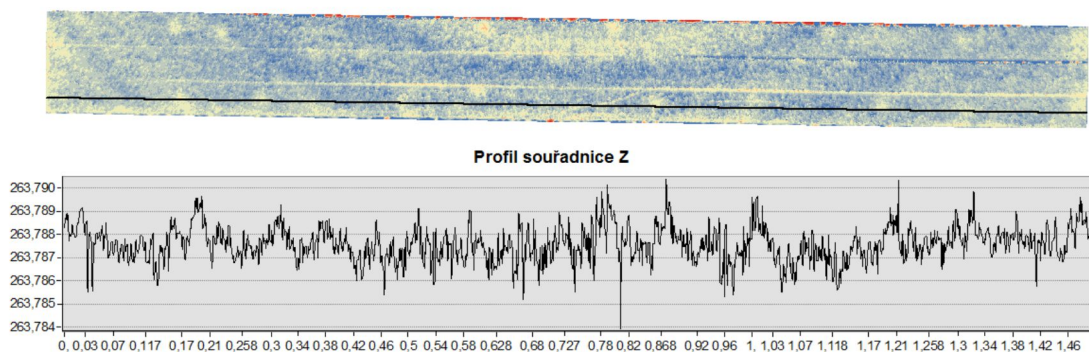
*Obr. 4.1 Přístroj FARO Focus3D*

Vyhodnocením naměřených dat bylo zjištěno, že se některé laserové paprsky odrážejí od bližšího povrchu skla, jiné od mezivrstvy nebo vzdálenějšího povrchu skla a některé od předmětů za měřeným sklem. Tyto výsledky byly nepoužitelné. Z tohoto důvodu byly na sklo aplikovány různé „pomocné“ vrstvy, které měly zajistit odrazivost paprsků a současně přiléhat ke sklu tak, aby dokonale kopírovaly jeho tvar. Byla provedena měření s aplikovanou papírovou malířskou páskou, elektrikařskou izolační páskou a naneseným stíratelným sprejem. Výsledky vykazovaly vyšší přesnost a věrohodnost, stále ale byly vyhodnoceny jako nepoužitelné pro dané účely.



*Obr. 4.2 Detail mračna bodů změřených laserovým skenováním*

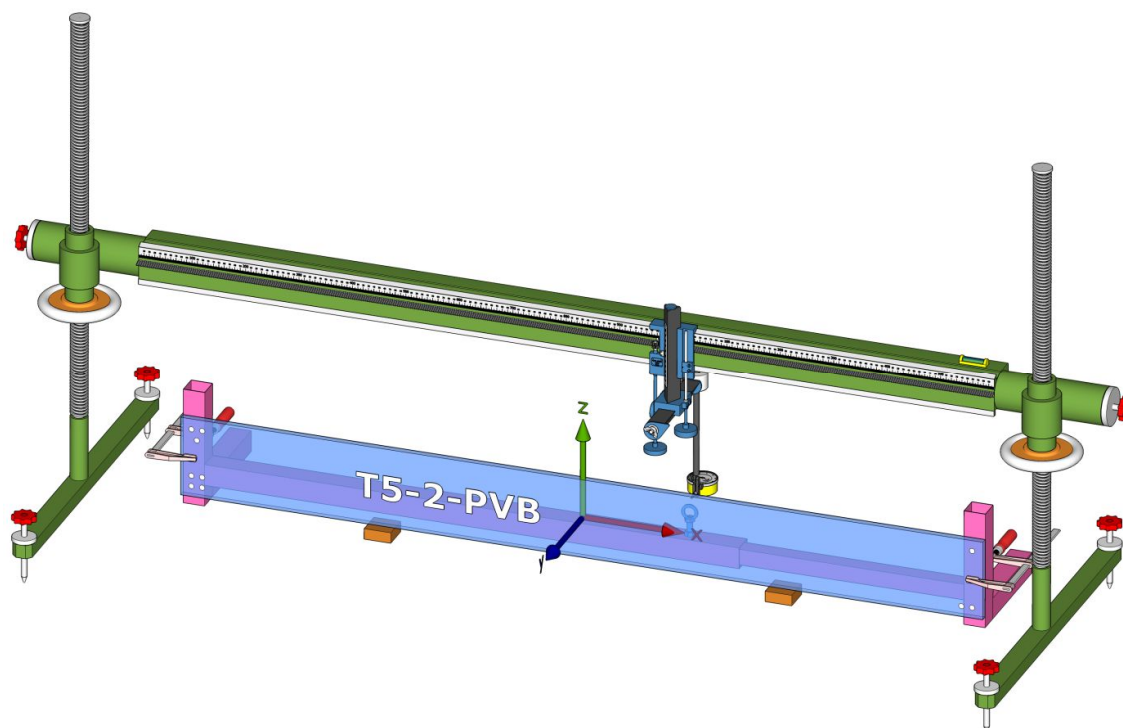
Na obr. 4.2 [97] je vykresleno mračno bodů zjištěných laserovým skenováním. Na obr. 4.3 [97] jsou znatelné soustředné kruhy a prokreslené distanční podložky umístěné na zadním povrchu skla. Dole jsou vyneseny zetové souřadnice bodů pro daný řez. Z ilustrací je zřejmé, že tato metoda není vhodná pro zjišťování tvarů skleněných dílců a byla zavrhnuta.



*Obr. 4.3 Rastr bodů a průběh souřadnice z na zadaném podélném řezu*

#### 4.1.2 Měřicí sestava 2 – Carl-Zeiss

Počáteční tvar skleněných prvků byl analyzován pomocí mechanického měřicího zařízení Carl Zeiss. Měřený vzorek byl upevněn ve svislé poloze (aby byly eliminovány deformace od vlastní tíhy vzorku), podepřen dvěma dřevěnými podložkami ve vzdálenosti čtvrtiny délky vzorku od obou konců (v souladu s [105] a [106]) a jeho stabilita byla zajištěna pomocí kovového stojanu. Měřicí sestava je znázorněna na obr. 4.4 a detaily jsou v příloze A (str. 185).



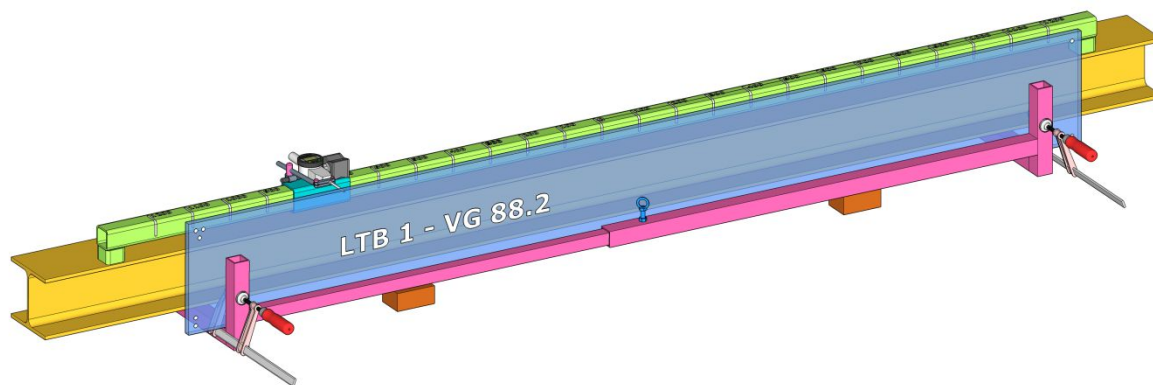
*Obr. 4.4 Měření geometrických imperfekcí – Carl-Zeiss*

Měřicí zařízení Carl Zeiss sestávalo z výškově stavitelné jízdní dráhy (hrazdy) nesené na obou jejích koncích nosnými sloupky, které byly oba nezávisle výškově stavitelné pomocí dvou aretačních šroubů. Tímto systémem je možné zajistit vodorovnou (obecně libovolnou) polohu jízdní dráhy na nerovném podkladu. Na jízdní dráze se v podélném směru ( $x$ ) pohyboval jezdec, na kterém byly umístěny mechanické indikátorové hodinky Carl Zeiss 003 19 s přesností na 0,01 mm. S hodinkami bylo možné posouvat ve svislém ( $y$ ) i příčném ( $z$ ) směru. Celý systém byl nastaven tak, aby hrot indikátorových hodinek byl 10 mm pod měřenou hranou vzorku.

#### 4.1.3 Měřicí sestava 3 – vlastní konstrukce autora

Protože měřicí sestavou Carl-Zeiss bylo možné měřit vzorky pouze do délky 1500 mm, bylo nutné pro větší tělesa sestavit vlastní měřicí zařízení – autor se inspiroval měřicí sestavou použitou na Ghent University [16].

Měřicí sestava se skládá z nosného prvku (HEA160), na kterém byl uložen profil SHS 50/50/4 sloužící jako kolejnice, po které se pohybuje jezdec (SHS 60/60/4), na kterém byl připevněn digitální úchylkoměr Mitutoyo Absolute Digimatic ID-C s přesností na setiny milimetru. Jezdec byl opatřen rektifikačními šrouby. Měřený vzorek byl stabilizován v požadované poloze stejným způsobem jako v metodě 2. Měřicí sestava vlastní konstrukce je zobrazena na obr. 4.5, detaily jsou uvedeny v příloze A (str. 187).

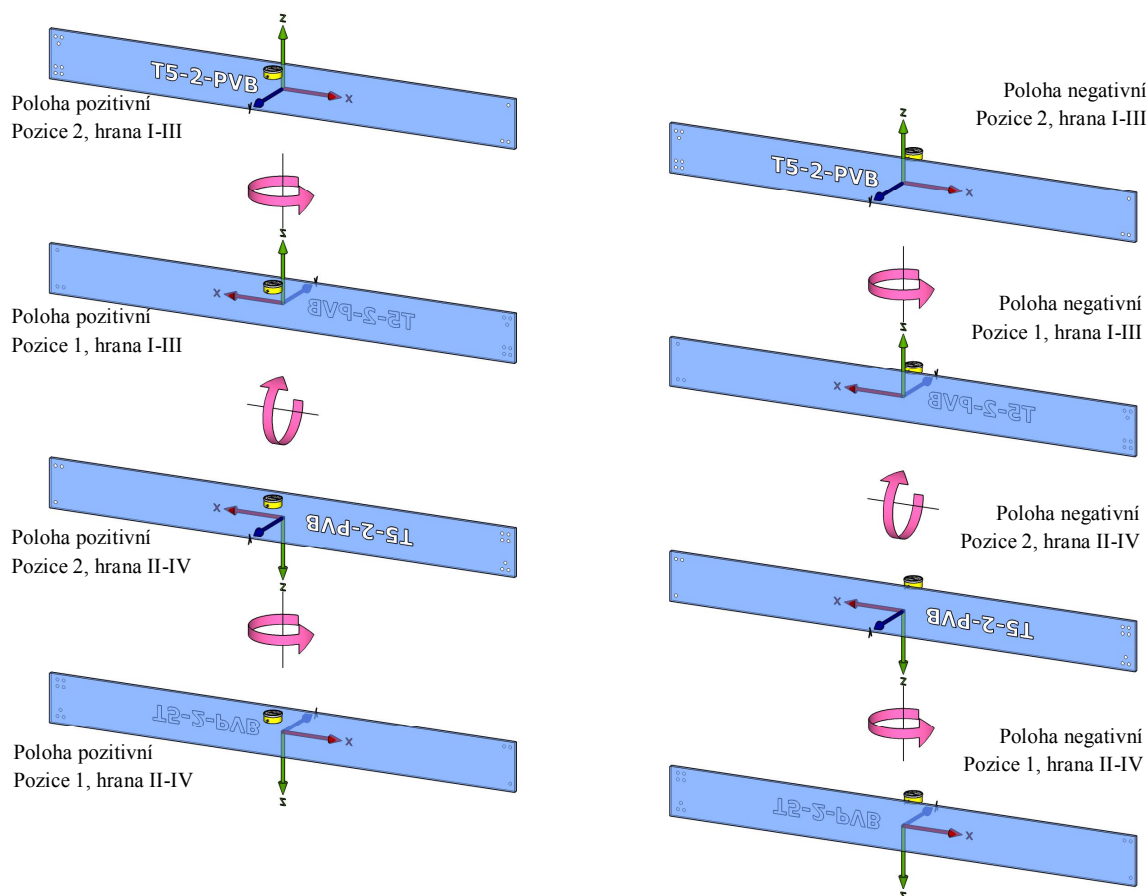


Obr. 4.5 Měření geometrických imperfekcí – vlastní konstrukce autora

#### 4.2 Metodika měření

Z důvodu eliminace chyb měření způsobených geometrickými imperfekcemi vlastního měřicího zařízení – jízdní dráhy, byl každý vzorek (a obě podélné hrany vzorku) změřen ve dvou polohách (pozitivní poloha / negativní poloha) a ve dvou pozicích (pozice 1 / pozice 2). Vodorovná výchylka hrany (souřadnice  $z$ ) byla měřena ve vzdálenostech po 50 mm.

Obě strany byly navíc změřeny dvakrát pro každou polohu a pozici. Logika značení hran, polohy a pozice je znázorněna na obr. 4.6.



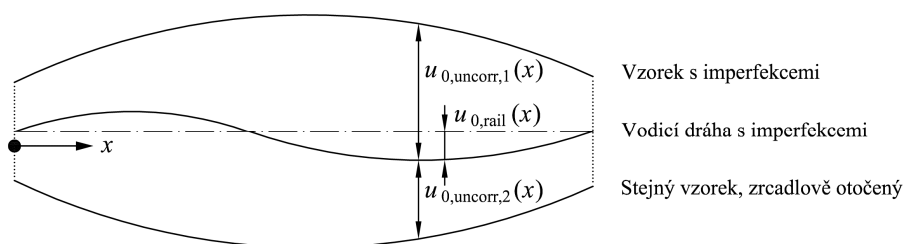
Obr. 4.6 Definice polohy a pozice při měření imperfekcí

### 4.3 Popis vyhodnocení naměřených dat

Vyhodnocení měření bylo provedeno ve smyslu práce Belise et al. [16]. Nejprve byly naměřené hodnoty (souřadnice  $z$  měřených bodů) přepočítány do nového souřadného systému tak, aby platilo, že  $z = 0$  pro krajní body vzorku. Poté byly spočteny průměrné hodnoty souřadnice  $z$  ze dvou měření, čímž byla obdržena pořadnice imperfekce  $u_{0, \text{uncorr}}(x)$ . Poté byly tyto hodnoty opraveny o imperfekce vodící dráhy.

Samotná sestava měřicího zařízení má implicitní chyby – přesnost mechanických/digitálních úchylkoměrů, nerovnoběžnost vodící dráhy se vzorkem a geometrické imperfekce vodící dráhy. První dvě chyby nejsou významné, ale nedostatky přesnosti vodící dráhy nemohou být zanedbány – eliminace byla provedena vyrovnávací metodou.

Geometrická imperfekce vodící dráhy se určí změřením geometrické imperfekce vzorku v základní poloze ( $u_{0,\text{uncorr},1}$ ) a v zrcadlově obrácené poloze ( $u_{0,\text{uncorr},2}$ ) vůči vodící dráze, princip je znázorněn na obr. 4.7.



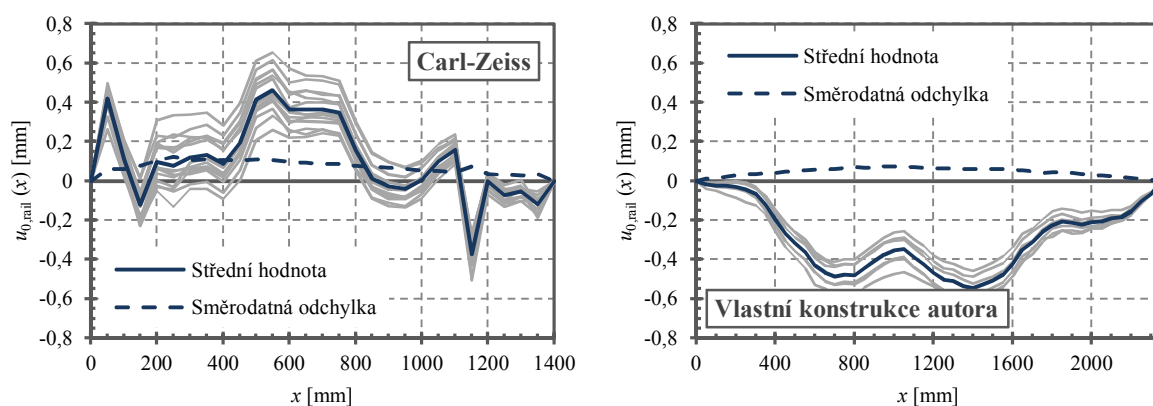
**Obr. 4.7** Vyhodnocení tvaru imperfekcí vodící dráhy

Na základě tohoto principu se stanoví počáteční zakřivení vodící dráhy  $u_{0,\text{rail}}(x)$  podle rovnice (4.1). Několikerým opakováním tohoto postupu se dosáhne vysoké přesnosti tvaru vodící dráhy měřícího zařízení. Výsledná opravená hodnota geometrické imperfekce v poloze ( $x$ )  $u_0(x)$  se získá přičtením nebo odečtením hodnoty zakřivení dráhy od naměřené hodnoty v poloze ( $x$ ) – rovnice (4.2).

$$u_{0,\text{rail}}(x) = \frac{u_{0,\text{uncorr},1}(x) - u_{0,\text{uncorr},2}(x)}{2} \quad (4.1)$$

$$u_0(x) = u_{0,\text{uncorr}}(x) \pm u_{0,\text{rail}}(x) \quad (4.2)$$

Na obr. 4.8 jsou vyneseny změřené hodnoty imperfekcí vodící dráhy měřící sestavy Carl-Zeiss a vlastní konstrukce. Při výpočtu počátečních tvarů zkušebních těles byla brána v úvahu průměrná hodnota (v grafu označena jako střední hodnota) ze všech měření. V grafech jsou dále vyneseny křivky směrodatných odchylek.

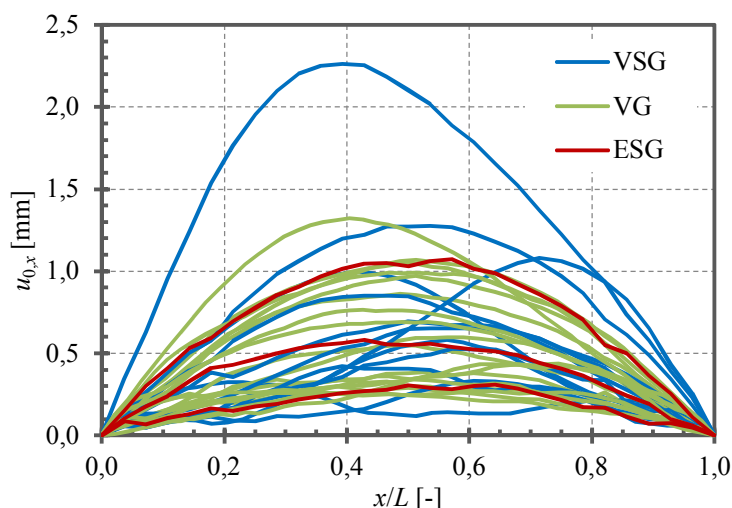


**Obr. 4.8** Tvar imperfekce vodící dráhy: (a) Sestava Carl-Zeiss; (b) vlastní konstrukce autora

### 4.3.1 Výsledky

#### Tvar počáteční geometrické imperfekce

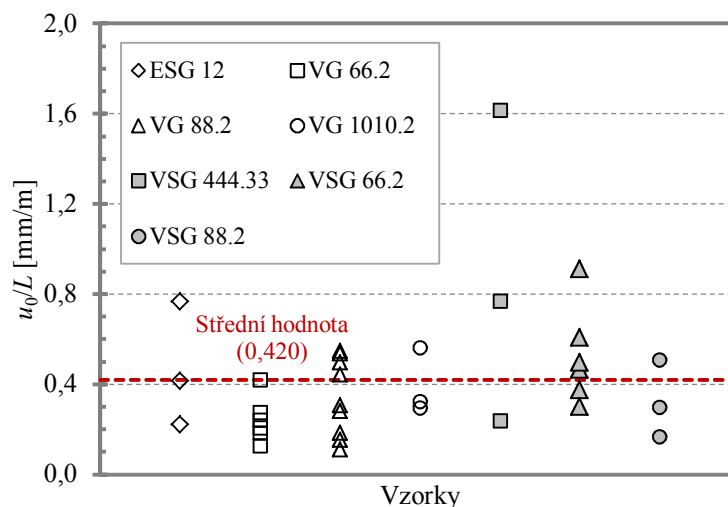
V grafech v obr. 4.9 jsou vykresleny tvary počátečních imperfekcí pro jednotlivé vzorky rozdělených do skupin podle jejich délky – viz tab. 5.3. Pro názornost je svislá osa všech čtyř grafů ve stejném měřítku. Imperfekce všech vzorků se pro přehlednost uvažují s kladnou hodnotou.



Obr. 4.9 Tvary počátečních zakřivení skleněných dílců

#### Velikost imperfekcí

Velikost imperfekcí  $u_0$  reprezentuje maximální amplitudu pro daný vzorek, která se obecně nemusí nacházet v polovině délky vzorku. Přehled naměřených imperfekcí je v obr. 4.10. Pro porovnání s mezními hodnotami uvedenými v tab. 2.15 jsou amplitudy na svislé ose uvedeny v poměru k délce vzorku.



Obr. 4.10 Poměrné amplitudy imperfekcí všech vzorků

## Diskuse

Vybrané parametry byly dále analyzovány za účelem ověření jejich vlivu na tvar a velikost počáteční imperfekce zkušebních vzorků.

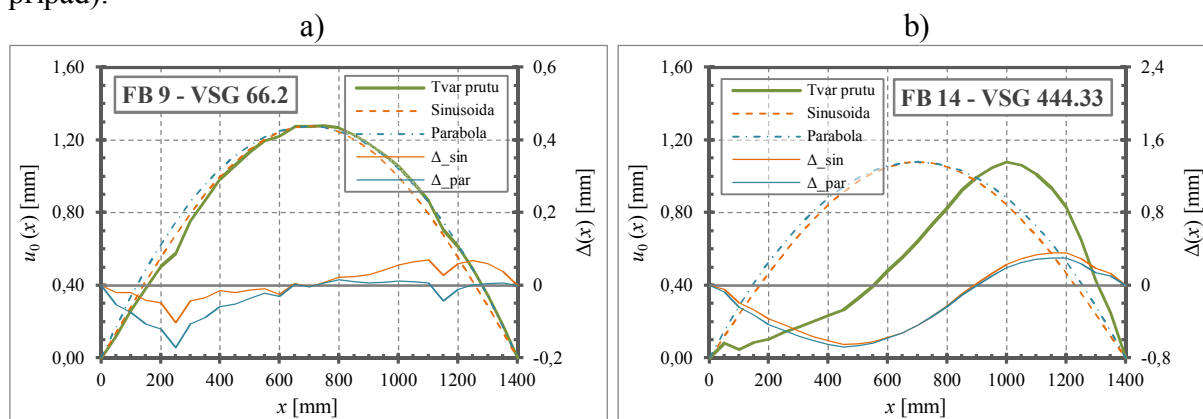
### Celkový tvar počátečního zakřivení

Ve výrobních standardech skla není uveden předepsaný nebo předpokládaný tvar počátečního zakřivení. Z výsledků experimentů znázorněných v obr. 4.9 vyplývá, že by tvar počátečního zakřivení mohl být obecně aproximován buď parabolou druhého stupně (4.3), nebo sinusovou půlvlnou (4.4):

$$a_{\text{par}}(x) = u_0 - \frac{u_0}{(0,5 \cdot L)^2} \cdot x^2 \quad (4.3)$$

$$a_{\text{sin}}(x) = u_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{L}\right) \quad (4.4)$$

Výše uvedené rovnice platí, když  $x = 0$  pro střed rozpětí a  $x = -L/2$  a  $+L/2$  pro konce vzorků. Obr. 4.11 ukazuje tvar počátečního zakřivení dvou vybraných vzorků. Vpravo je vzorek vykazující tvar počátečního zakřivení, který lze velmi dobře aproximovat sinusoidou nebo parabolou (to je případ většiny vzorků). Vlevo je vzorek vykazující tvar počátečních imperfekcí, který se výrazně odlišuje od průběhu aproximačních funkcí (to je spíše výjimečný případ).



**Obr. 4.11** Tvary počátečního zakřivení a jejich aproximace: (a) typický a (b) atypický vzorek

V grafech na obr. 4.11 jsou plnou čarou zobrazeny změřené průběhy počátečních imperfekcí a čárkovanými čarami s vyplněnými značkami jsou vyneseny průběhy aproximačních funkcí. Hodnoty imperfekcí  $u_0(x)$  a pořadnic aproximačních funkcí jsou vyneseny na svislé ose vlevo. Na svislé ose vpravo jsou vyneseny pořadnice křivek (plná čára s prázdnými značkami) vyjadřující chyby (rozdíly) skutečného průběhu imperfekcí a aproximačních křivek.



Pro kvantitativní popis přesnosti aproximace tvaru počáteční imperfekce byla spočtena hodnota „fitting error“ ( $fe_{\text{par}}$  pro parabolou a  $fe_{\text{sin}}$  pro sinusoidu), která je definovaná jako poměr maximální chyby aproximace na celém vzorku ( $\Delta_{\text{par}}$  pro parabolou a  $\Delta_{\text{sin}}$  pro sinusoidu) a maximální počáteční imperfekce  $u_0$  a její hodnota je v procentech.

$$fe_{\text{par}} = \Delta_{\text{par}} / u_0 \cdot 100 \quad (4.5)$$

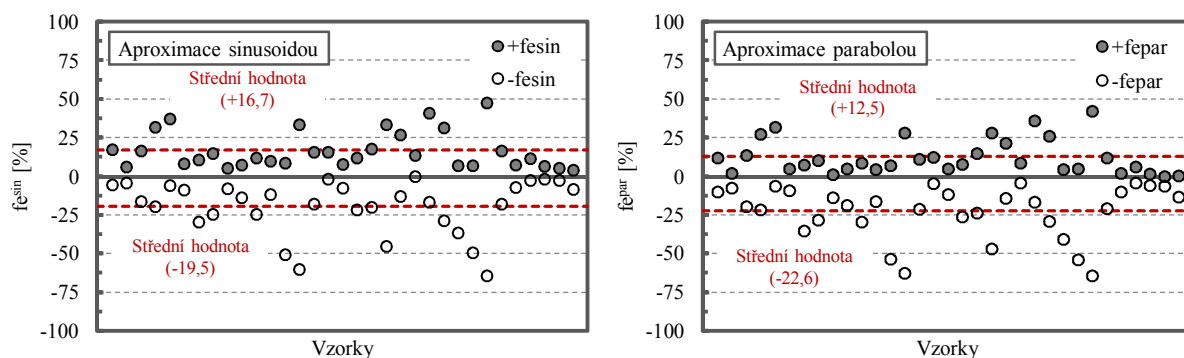
$$fe_{\text{sin}} = \Delta_{\text{sin}} / u_0 \cdot 100 \quad (4.6)$$

Chyba aproximace je definována jako rozdíl hodnoty změřené počáteční imperfekce v bodě ( $x$ )  $u_0(x)$  a pořadnice aproximační funkce v bodě ( $x$ )  $a_{\text{par}}(x)$ .

$$\Delta_{\text{par}}(x) = u_0(x) - a_{\text{par}}(x) \quad (4.7)$$

$$\Delta_{\text{sin}}(x) = u_0(x) - a_{\text{sin}}(x) \quad (4.8)$$

Hodnoty  $fe_{\text{par}}$  a  $fe_{\text{sin}}$  nabývají kladných a záporných hodnot. Hodnoty pro všech patnáct zkušebních těles jsou v grafech v obr. 4.12.



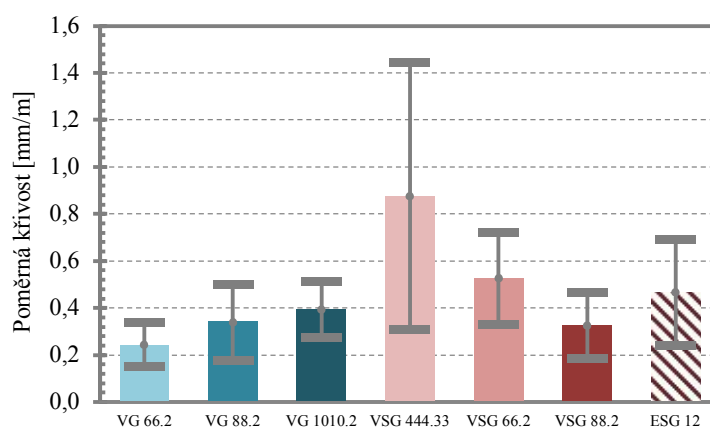
**Obr. 4.12** Chyby aproximací a jejich střední hodnoty; vlevo sinusoida; vpravo parabola

Střední hodnota kladné chyby aproximace sinusoidou (+16,7 %) je vyšší než chyba aproximace parabolou (+12,5 %). Vyšší střední hodnotu záporné chyby naopak vykazuje aproximace parabolou (-22,6 %) oproti aproximaci sinusoidou (-19,5 %). Sečtením absolutní hodnoty kladné a záporné chyby dostaneme pro aproximaci sinusoidou ( $16,7 + 19,5 = 36,2$  %) a parabolou ( $12,5 + 22,6 = 35,1$  %) prakticky stejné aproximační chyby pro oba tvary aproximace. Odečtením absolutních hodnot dostaneme pro aproximaci sinusoidou ( $19,5 - 16,7 = 2,8$  %) a parabolou ( $22,6 - 12,5 = 10,1$  %), což vede k závěru, že aproximace sinusoidou je vhodnější.

Obě funkce mohou být použity pro implementaci počátečních imperfekcí do numerických modelů, avšak přednost se dává aproximaci sinusoidou, protože odpovídá průběhu vlastních tvarů, které se obvykle přejímají jako tvary počáteční imperfekce při analýze vzpěru ocelových prutů.

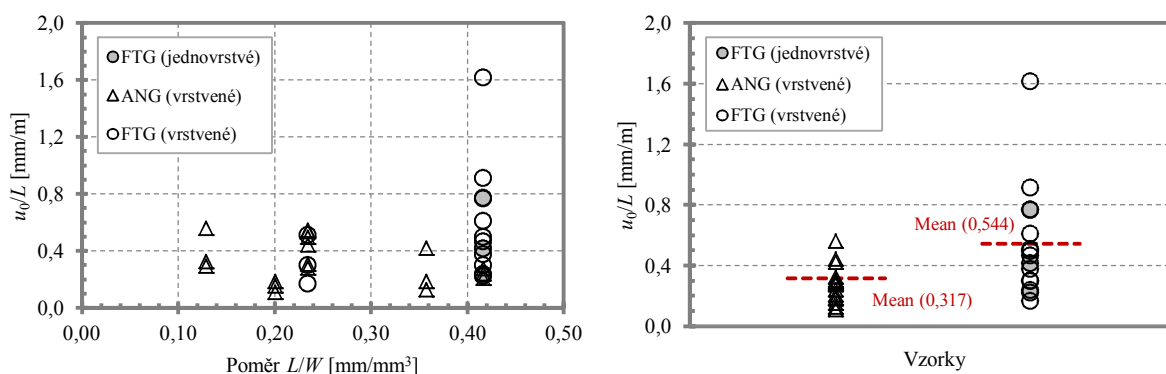
### Amplitudy imperfekcí

Největší dovolené celkové prohnutí plaveného skla je 3 mm/m [105], pro skla temperovaná je mezní hodnota 4 mm/m (temperování ve vodorovné poloze) a 5 mm/m (temperování ve svislé poloze) [106]. V tab. 4.2 je souhrn naměřených amplitud počátečního zakřivení pro všechna zkoumaná tělesa. Průměrné hodnoty poměrných zakřivení jsou výrazně nižší (i při započtení směrodatných odchylek) než mezní hodnoty. Z hodnot variačních koeficientů je zřejmé, že jsou zakřivení skleněných prutů velice proměnlivá. Vzhledem k poměrně nízkému počtu měřených těles nelze učinit přesvědčivé závěry ohledně závislosti velikostí rozptylů na druhu skla apod. Na obr. 4.13 jsou v grafu vyneseny průměrné hodnoty naměřených počátečních imperfekcí pro jednotlivé typy vzorků a příslušné směrodatné odchylky.



Obr. 4.13 Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky imperfekcí

**Vliv typu skla.** Vztah poměrného zakřivení a typu skla je znázorněn v grafech na obr. 4.14. Z pravého grafu je patrné, že počáteční imperfekce plaveného skla (ANG) dosahují menších hodnot zakřivení (střední hodnota 0,317 mm/m) v porovnání s tepelně tvrzeným sklem FTG (0,544 mm/m).

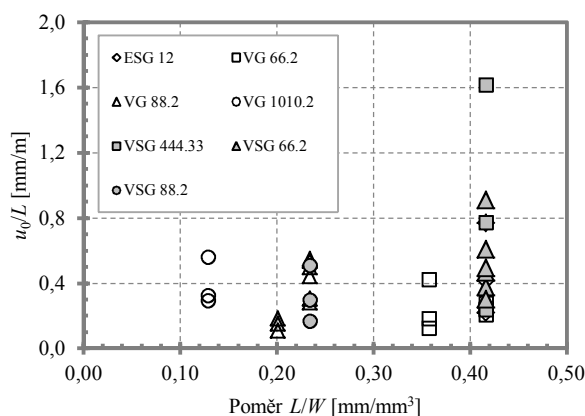


Obr. 4.14 Vztah poměrného zakřivení a typu skla

**Tab. 4.2** Naměřené amplitudy geometrických imperfekcí

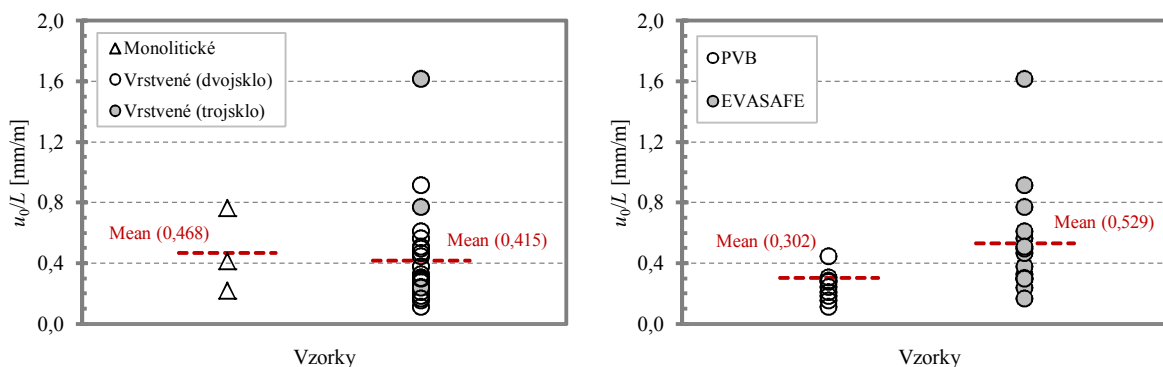
Zkušební těleso		Amplituda $u_0$	Poměr $L/u_0$	Poměrná křivost	Průměr	Směrodatná odchylka	Variační koeficient
Typ skla	č. vzorku	[mm]	[-]	[mm/m]	[mm]	[mm]	[-]
VG 66.2	FB4	0,363	4127	0,242	0,244	0,092	0,379
	FB5	0,312	4815	0,208			
	FB6	0,416	3609	0,277			
	LTB7	1,012	2371	0,422			
	LTB8	0,304	7892	0,127			
	LTB9	0,445	5389	0,186			
VG 88.2	LTB4	0,367	6532	0,153	0,340	0,161	0,473
	LTB5	0,443	5421	0,184			
	LTB6	0,267	8978	0,111			
	F-LTB4	0,612	3267	0,306			
	F-LTB5	0,565	3539	0,283			
	F-LTB6	0,885	2259	0,443			
	F-LTB7	1,073	1864	0,537			
	F-LTB8	0,995	2009	0,498			
	F-LTB9	1,095	1826	0,548			
VG 1010.2	LTB1	0,707	3396	0,294	0,394	0,120	0,304
	LTB2	0,780	3076	0,325			
	LTB3	1,349	1779	0,562			
VSG 444.33	FB13	0,356	4209	0,238	0,875	0,567	0,648
	FB14	1,157	1296	0,771			
	FB15	2,423	619	1,615			
VSG 66.2	FB7	0,564	2659	0,376	0,527	0,197	0,375
	FB8	0,451	3328	0,300			
	FB9	1,368	1096	0,912			
	FB10	0,912	1645	0,608			
	FB11	0,700	2142	0,467			
	FB12	0,744	2016	0,496			
VSG 88.2	F-LTB1	1,020	1961	0,510	0,325	0,141	0,435
	F-LTB2	0,597	3348	0,299			
	F-LTB3	0,334	5996	0,167			
ESG 12	FB1	0,622	2410	0,415	0,468	0,227	0,484
	FB2	1,152	1302	0,768			
	FB3	0,331	4532	0,221			

**Vliv geometrie vzorku.** Srovnání podle geometrie vzorku je provedeno tak, že se na vodorovnou osu vynáší poměr délky vzorku a průřezového modulu k měkké ose vzorku, na svislou osu se vynáší poměrné zakřivení. Z výsledků – obr. 4.15 – by se mohlo usuzovat, že s rostoucím poměrem  $L/W$  roste poměrné zakřivení, tento jev je ale spíše způsoben nereprezentativním souborem zkušebních těles. I podle výzkumů na jiných univerzitách nemá poměr stran žádný vliv na velikost počátečních imperfekcí [16].



**Obr. 4.15** Vztah poměrného zakřivení a geometrie vzorku

**Vliv vrstvení skla a druhu materiálu mezivrstvy.** Na obr. 4.16 vpravo jsou vyneseny hodnoty poměrných imperfekcí pro monolitické (střední hodnota 0,468 mm/m) a vrstvené (střední hodnota 0,415 mm/m) sklo. Z výsledků lze usuzovat, že vrstvení nemá výrazný vliv na počáteční zakřivení. Velikost imperfekcí je spíše závislá na použité technice a technologii vrstvení, jak ukázal výzkum v zahraničí [16].



**Obr. 4.16** Vztah poměrného zakřivení a vrstvení skla / typu fólie

V grafu dole v obr. 4.16 je uvedena závislost zakřivení skla na druhu použité fólie při vrstvení. Vrstvená skla s použitím fólie EVASAFE vykazují výrazně vyšší zakřivení než skla s fólií PVB, tento rozdíl je ale spíše způsoben druhem skla (PVB fólie se často používá v kombinaci s plaveným chlazeným sklem, EVASAFE fólie se používá zpravidla v kombinaci s tepelně tvrzeným sklem).

Charakteristická hodnota počáteční imperfekce

Při praktickém navrhování musí konstrukční inženýr znát charakteristickou hodnotu počáteční poměrné geometrické imperfekce  $(u_0/L)_k$ , která vstupuje do analýzy vzpěru prutu. Podle současné inženýrské praxe se charakteristická hodnota počáteční geometrické imperfekce uvažuje jako 5% kvantil. Zde jsou uvedeny dva přístupy určení charakteristické hodnoty.

**Normální rozdělení zdvojeného souboru hodnot.** Výsledky všech měření byly vyhodnoceny tak, aby všechny hodnoty imperfekcí vyšly v kladných hodnotách. To by znamenalo, že by směr výchyly všech vzorků byl totožný. Tento předpoklad ale v praxi neplatí – zakřivení může být konvexní i konkávní a střední hodnota velkého souboru hodnot by teoreticky měla být rovna nule [16].

Naměřený soubor 33 absolutních hodnot je v souladu s Probabilistic Model Code [77] publikovaný The Joint Committee on Structural Safety soubor hodnot se „zkráceným normálním rozdělením“ se zkrácením v nule. Toto zkrácené normální rozdělení je ekvivalentní normálnímu rozdělení s odpovídajícím modifikovaným souborem hodnot. Konkrétně, soubor naměřených hodnot byl uvažován dvakrát, jednou s kladnými a podruhé se zápornými hodnotami imperfekcí [16]. Tímto způsobem byl získán nový zdvojený soubor 66 hodnot s normálním rozdělením a s nulovou střední hodnotou podle obr. 4.17 vlevo.

Následně je z tohoto zdvojeného souboru hodnot určena charakteristická hodnota. Obecně se 5% kvantil normovaného normálního rozdělení určí podle výrazu (4.9), kde  $\mu$  je střední hodnota a  $\sigma$  je směrodatná odchylka.

$$5\% \text{ kvantil} = \mu + 1,645 \cdot \sigma \quad (4.9)$$

Ale protože byla měření náhodné veličiny zdvojena (aby měla data normální rozdělení), byl určen 2,5% kvantil na každém konci funkce normálního rozdělení, to je na kladné a záporné straně. Rovnice (4.9) se modifikuje do následujícího tvaru podle Belise [16]:

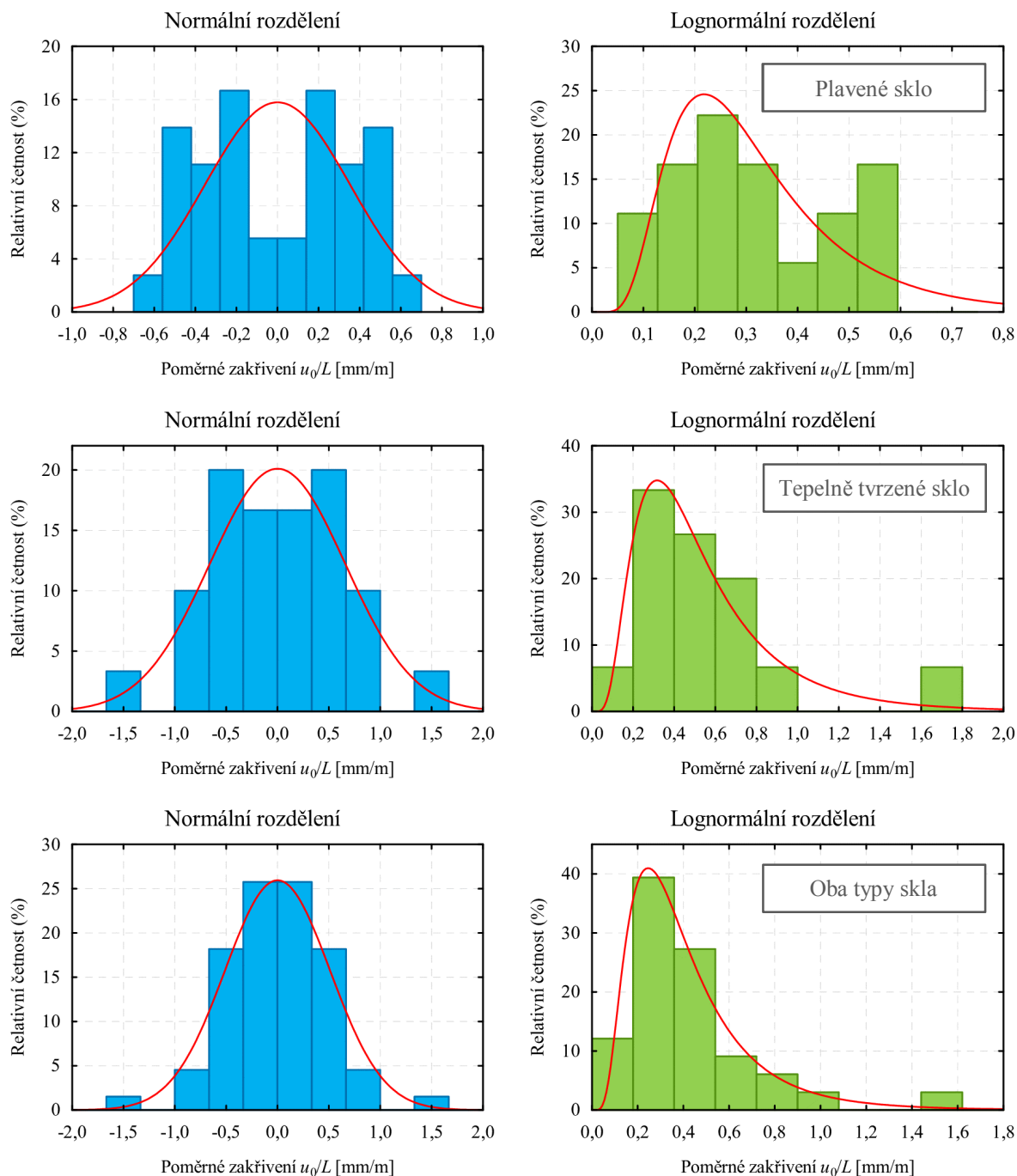
$$5\% \text{ kvantil}_{\text{zkráceného norm. rozd.}} = 2,5\% \text{ kvantil}_{\text{nezkráceného norm. rozd.}} = \mu + 1,96 \cdot \sigma \quad (4.10)$$

**Lognormální rozdělení původního souboru dat.** Alternativně můžeme přímo analyzovat nesymetrický histogram 33 měření náhodné veličiny. Histogram proložený lognormálním rozdělením je znázorněn na obr. 4.17 vpravo. Hodnoty 5% kvantilů byly vypočteny pravděpodobnostním kalkulátorem programu Statistica [78].

**Srovnání obou přístupů.** Možnou kritikou prvního přístupu je to, že teoreticky nejvyšší hustota je pro nulovou amplitudu. To znamená, že nejčastěji zjištěnou amplitudou by

měla být nulová hodnota, což není reálné. Charakteristické hodnoty spočtené oběma přístupy je nutné brát s rezervou, protože počet těles je poměrně nízký – výpočet neodpovídá postupu určení 5% kvantilu podle přílohy D normy ČSN EN 1990 [115], který zohledňuje nízký počet realizací.

V grafech v obr. 4.17 jsou uvedeny histogramy naměřených poměrných zakřivení pro tělesa z plaveného chlazeného skla, tepelně tvrzeného skla a pro oba typy skla dohromady. Histogramy jsou proloženy křivkami normálního a lognormálního statistického rozdělení.



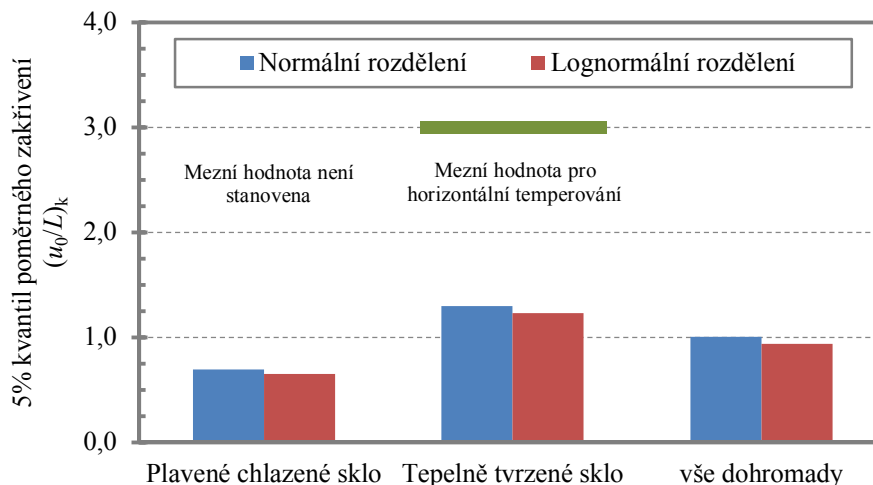
**Obr. 4.17** Všechny vzorky: normální a lognormální rozdělení

V tab. 4.3 jsou uvedeny 5% kvantily pro normální a lognormální statistické rozdělení vzorků z plaveného chlazeného skla, tepelně tvrzeného skla a obou typů dohromady. Charakteristické hodnoty určené pro normální a lognormální rozdělení se liší nejvíce o 5 % až 7 %, přičemž lognormální rozdělení dává vždy nižší hodnotu. Charakteristická hodnota poměrného zakřivení tepelně tvrzeného skla je  $(u_0/L)_k = 1,297$  mm/m, což je výrazně méně než maximální přípustná hodnota 3 mm/m pro horizontálně temperované plavené sklo – viz tab. 2.15.

**Tab. 4.3** Charakteristické hodnoty počátečního zakřivení skleněných prvků  $(u_0/L)_k$  [mm/m]

Druh skla	Počet ks	Char. hodnota počátečního poměrného zakřivení			
		Normální rozdělení		Lognormální rozdělení	
Plavené chlazené	18 ks	0,693	36 realizací	0,652	18 realizací
Tepelně tvrzené	15 ks	1,297	30 realizací	1,230	15 realizací
vše dohromady	33 ks	1,004	66 realizací	0,936	33 realizací

Hodnoty z tab. 4.3 jsou přehledně znázorněny v grafu v obr. 4.18. Charakteristické hodnoty počátečních zakřivení zkušebních těles z plaveného skla a tepelně tvrzeného skla odpovídá hodnotám počátečních geometrických imperfekcí  $L/1400$  a  $L/800$  respektive.



**Obr. 4.18** Charakteristické hodnoty poměrných zakřivení

## 5 PRUTY NAMÁHANÉ OSOVÝM TLAKEM – ROVINNÝ VZPĚR SKLENĚNÝCH SLOUPŮ

Pro analýzu rovinného vzpěru byly vybrány čtyři typy prutů, které byly podrobeny teoretické, numerické a experimentální analýze. Charakteristiky analyzovaných prutů jsou uvedeny v tab. 5.1. Všechna tělesa měla stejnou geometrii (délka  $L = 1500$  mm, šířka  $b = 150$  mm), ale různé složení. V souboru těles byly vzorky z jednovrstvého skla, dvojevrstvého skla i trojevrstvého skla, přičemž souhrnná tloušťka všech skleněných tabulí  $t_{\text{glass}}$  byla vždy 12 mm. Tabule skla byly z plaveného chlazeného nebo tepelně tvrzeného skla a byly spojeny mezivrstvami z PVB folie nebo z folie EVASAFE.

Geometrie zkušebních těles byla volena tak, aby se jednalo o tenkostěnný prut. V teorii konstrukcí prutem nazýváme takový útvar prismatického tvaru, jehož charakteristické rozměry příčného řezu (výška a šířka průřezu) jsou řádově menší než délka prutu. Je-li příčný řez prutu tvořen vzájemně spolupůsobícími stěnami, jejichž tloušťka je řádově menší než jejich šířka, považujeme takový prut za tenkostěnný [20]. Vlasov [21] definoval tenkostěnný prut, jako prut splňující podmínku  $L : b : t = 100 : 10 : 1$ , kde  $L$  je délka prutu,  $b$  je charakteristický rozměr příčného řezu a  $t$  je tloušťka stěny příčného řezu.

**Tab. 5.1** Typy prutů pro analýzu rovinného vzpěru

Označení	Popis	Sklo	Folie	Délka [mm]	Šířka [mm]	Tloušťka skla [mm]	Tloušťka folie [mm]
ESG 12	Bezpečnostní sklo	Tepelně tvrzené	-	1500	150	12	-
VG 66.2	Vrstvené dvojsklo	Plavené chlazené	PVB	1500	150	6+6	0,76
VSG 66.3	Vrstvené bezpečnostní dvojsklo	Tepelně tvrzené	EVASAFE	1500	150	6+6	1,14
VSG 444.33	Vrstvené bezpečnostní trojsklo	Tepelně tvrzené	EVASAFE	1500	150	4+4+4	1,14

### 5.1 Teoretická analýza

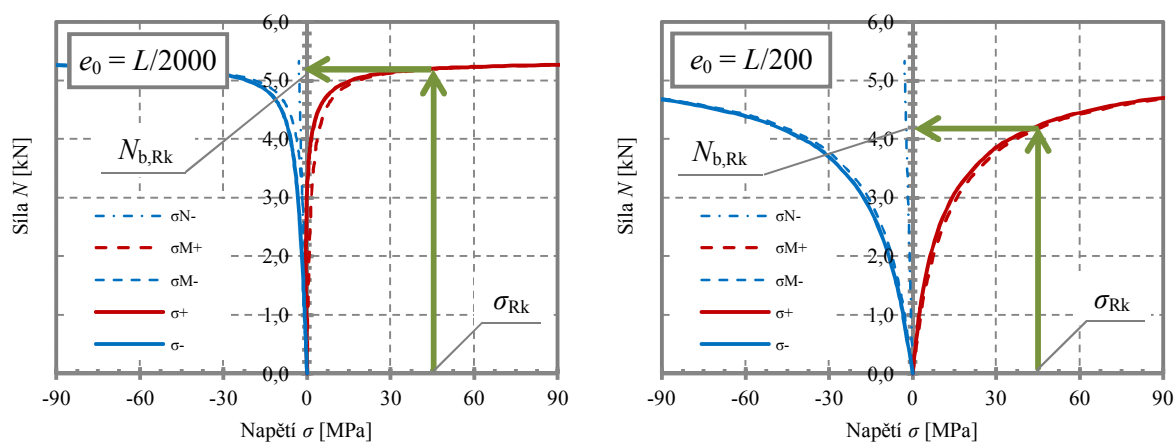
Analytické výpočty byly provedeny podle teorie II. řádu podrobně popsané v kapitole 2.7.1. Efektivní tloušťka skla  $t_{\text{eff}}$  byla spočtena podle modelu Wölfel – Bennison – Calderone – kapitola 2.4.1. Následně byla vypočtena přetvoření prutu při zatížení (rovnice (2.95)) a odpovídající normálová napětí (rovnice (2.98)) pro velikosti počáteční geometrické imperfekce v hodnotě  $L/300$  a  $L/200$ , které přibližně odpovídají maximálnímu dovolenému celkovému prohnutí 3 mm/m a 5 mm/m – viz tab. 2.15.



Předpokládá se, že mezní únosnosti (charakteristické hodnoty) prutu bylo dosaženo v okamžiku, kdy zatížení způsobilo maximální tahové napětí v hodnotě charakteristické pevnosti skla – viz obr. 5.1 a rovnice (5.1).

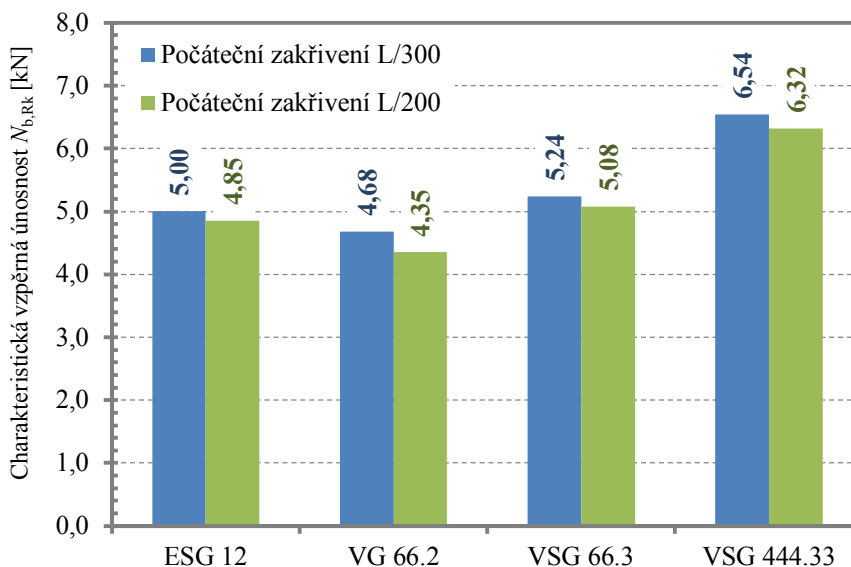
$$\sigma_{+\max} = \sigma_{\text{Rk}} \rightarrow N_{\text{b,Rk}} \quad (5.1)$$

V grafech v obr. 5.1 napětí od normálové síly (modrou čerchovanou čarou) roste lineárně se zvětšujícím se zatížením, napětí od ohybového momentu (modré a červené čárkované křivky) roste nelineárně a symetricky v kladných i záporných hodnotách díky nelineárnímu nárůstu přetvoření. Výsledné normálové napětí je součtem napětí od normálové síly a od ohybového momentu.



**Obr. 5.1** Analytický výpočet: křivky síla – napětí

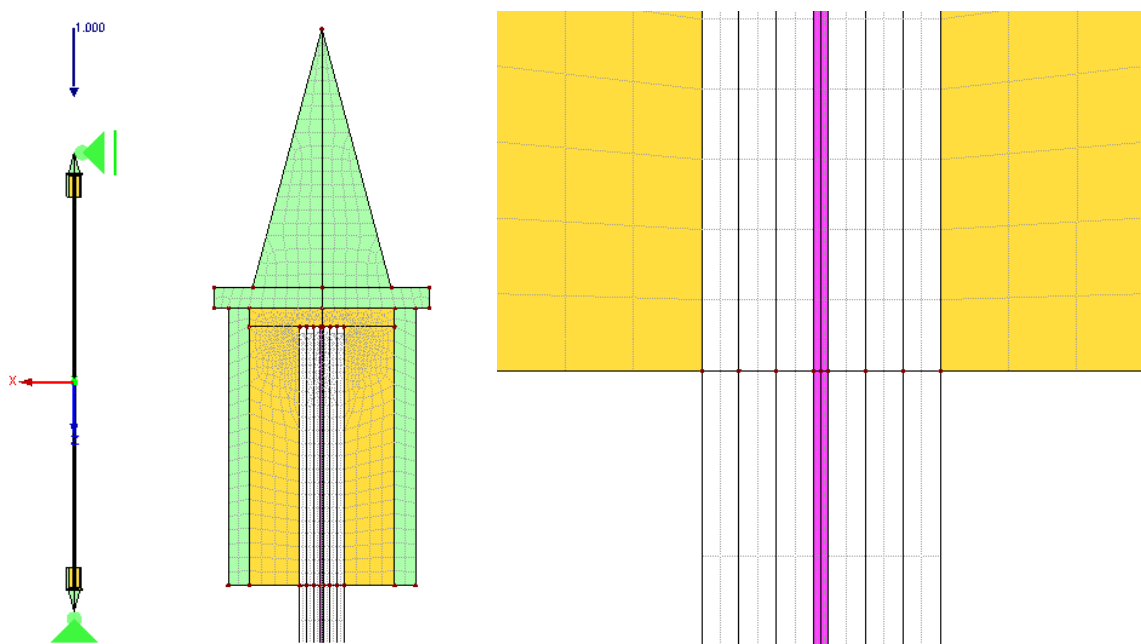
Výsledky teoretické analýzy jsou uvedeny v obr. 5.2. Podrobný postup je číselně uveden v příloze E (str. 206).



**Obr. 5.2** Výsledky teoretické analýzy

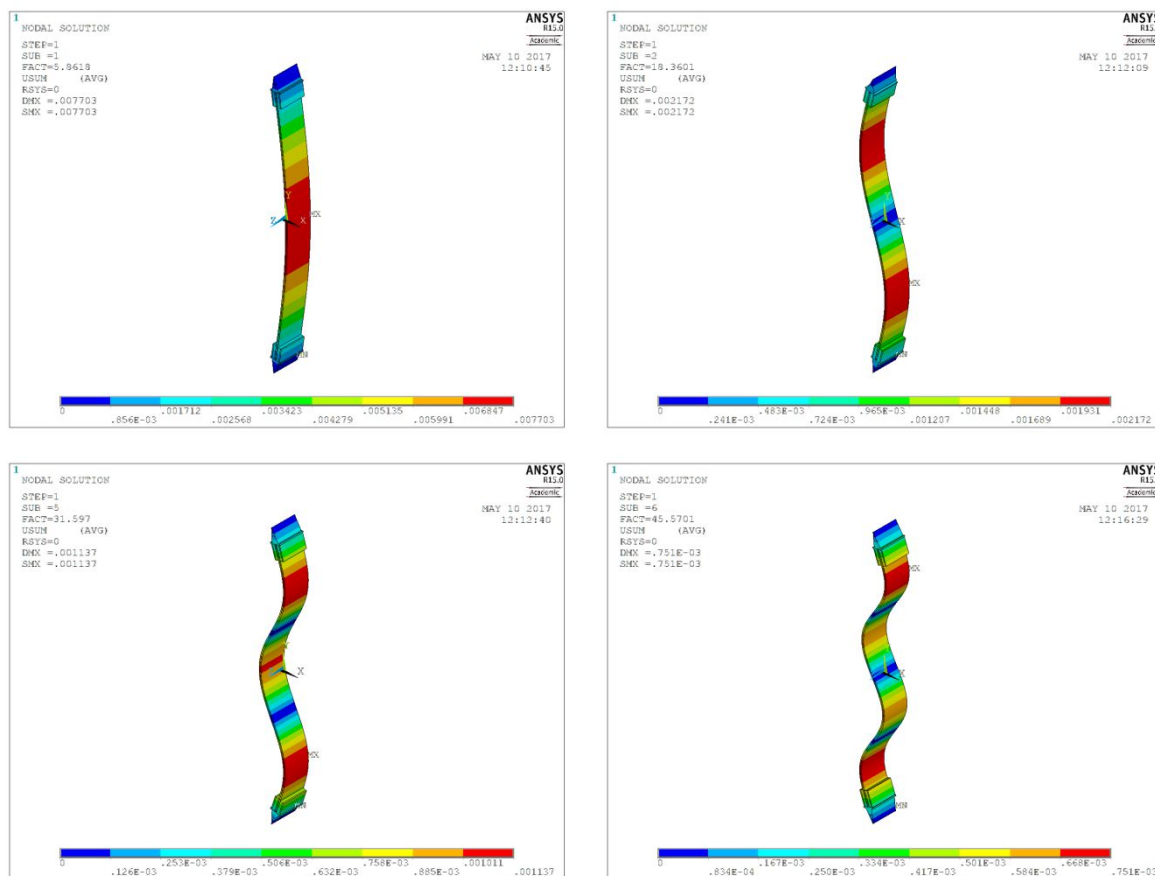
## 5.2 Numerická analýza

Numerické modely byly vytvořeny v programu RFEM – Ing. Software Dlubal (verze 5.07) [83], který pracuje na základě metody konečných prvků. Modely zahrnovaly jak samotný skleněný sloup (jednotlivé tabule skla i mezivrstvy), tak ocelové úložné botky včetně dřevěných podložek, které byly použity při experimentální analýze. Z důvodu zefektivnění výpočtu byly vytvořeny pouze rovinné modely. Síť konečných prvků je tvořena pouze obdélníkovými prvky. Délka konečných prvků skleněného prutu byla 10 mm, v příčném řezu byla každá tabule skla členěna na 6 konečných prvků, folie na 4 konečné prvky, v oblasti uložení do ocelové botky byla síť konečných prvků výrazně zahuštěna. Numerický model včetně detailu sítě konečných prvků je znázorněn na obr. 5.3.



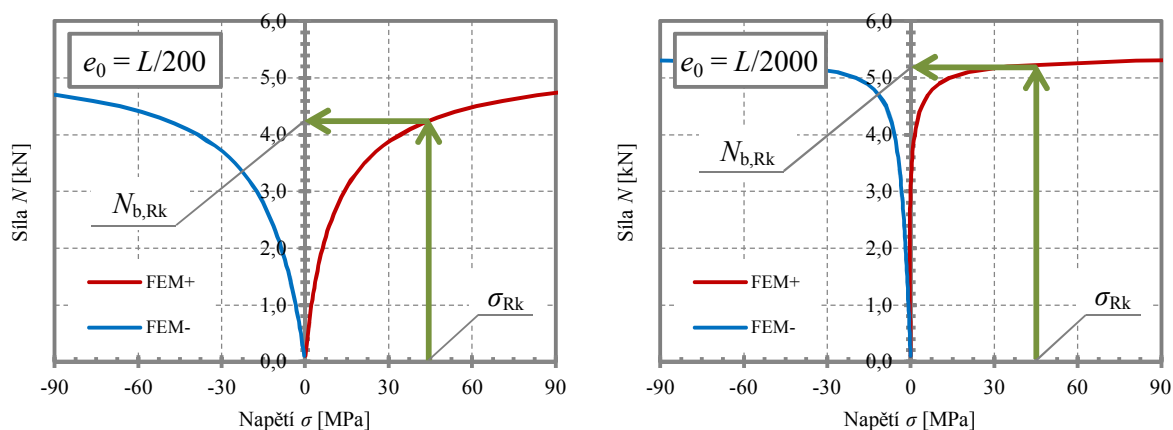
**Obr. 5.3** Numerický model prutu VG 66.2 – celkový pohled, detail uložení, detail sítě prvků

Byla provedena stabilitní analýza pro určení vlastních tvarů a příslušných součinitelů kritických zatížení, potažmo Eulerovy kritické síly. První čtyři vlastní tvary jsou uvedeny v obr. 5.4. Následně byla upravena geometrie skleněného prutu – přiřazení ekvivalentní počáteční geometrické imperfekce prutu v hodnotě  $L/300$  a  $L/200$ , které přibližně odpovídají maximálnímu dovolenému celkovému prohnutí 3 mm/m a 5 mm/m – viz tab. 2.15 a poté byla provedena geometricky nelineární pružná analýza s imperfekcemi (GNIA – geometrically non-linear elastic analysis with imperfections) podle teorie velkých deformací.



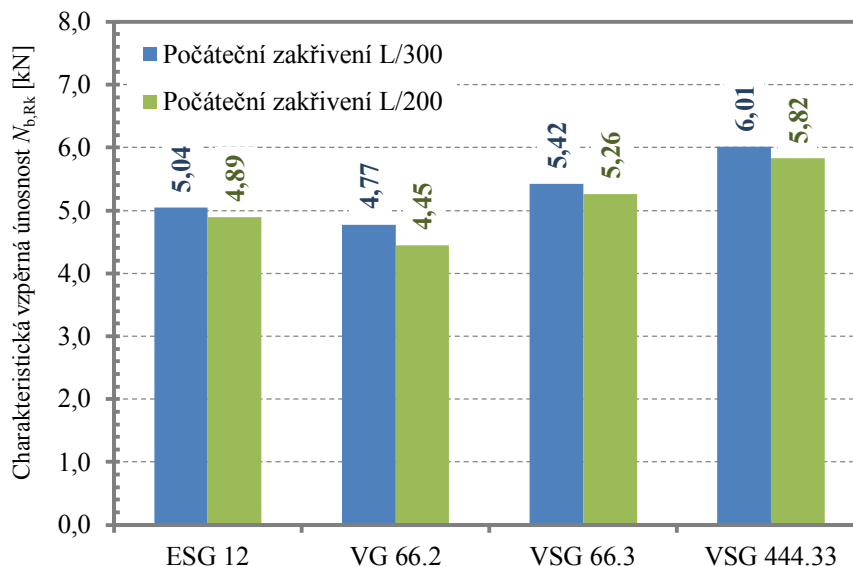
Obr. 5.4 Stabilitní analýza – první čtyři vlastní tvary

Při analýze byla sledována závislost velikosti přetvoření a napětí na působícím zatížení. Vyhodnocení numerické analýzy bylo obdobné, jako u teoretické analýzy, zatížení, které způsobilo napětí rovné mezi pevnosti, bylo prohlášeno za mezní únosnost prutu – viz obr. 5.5.

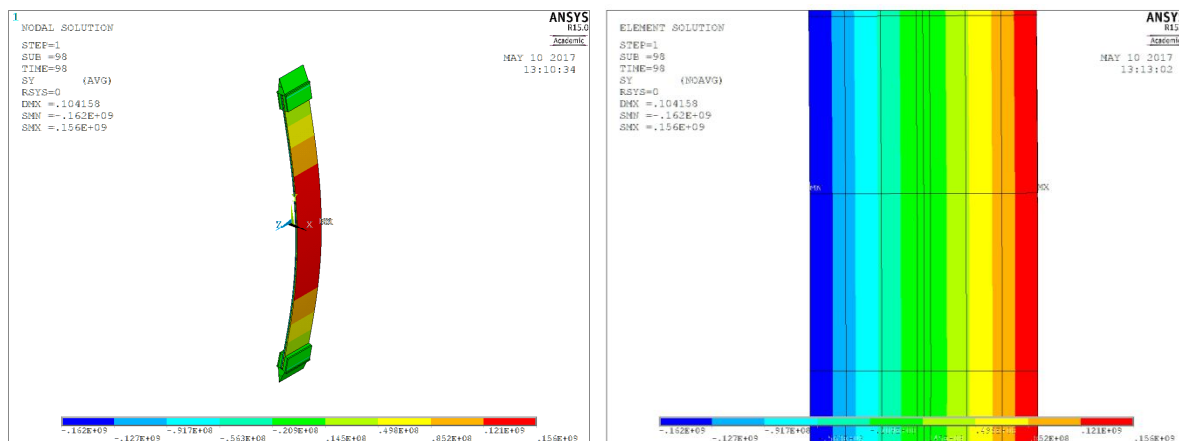


Obr. 5.5 Numerická analýza: křivky síla – napětí

Výsledky numerické analýzy jsou uvedeny v grafu v obr. 5.6. Průběh normálového napětí je zobrazen v obr. 5.7.



Obr. 5.6 Výsledky numerické analýzy



Obr. 5.7 Výsledky numerické analýzy – normálová napětí: a) celkový pohled; b) střed rozpětí

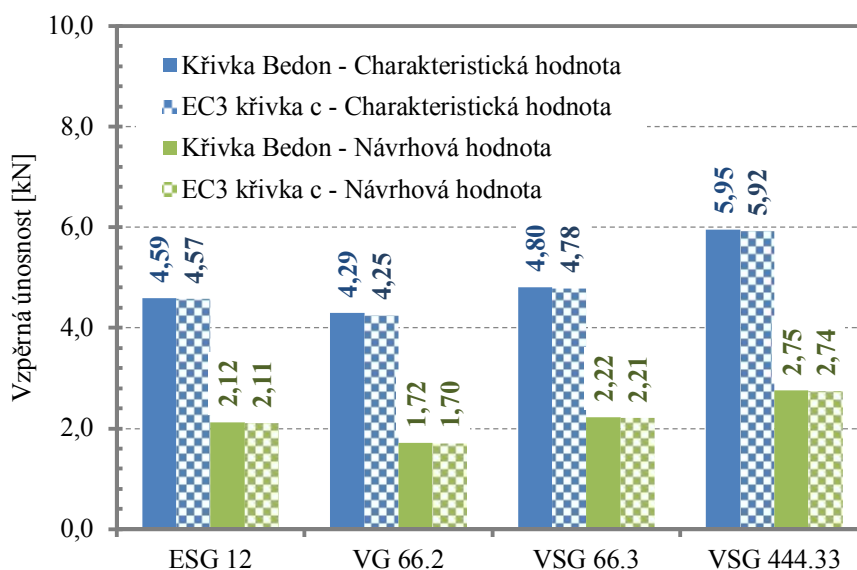
### 5.3 Normový výpočet vzpěrné únosnosti

Metoda využívající křivky vzpěrné pevnosti byla obecněji popsána v kapitole 2.7.2. Výpočty byly provedeny pro dvě křivky vzpěrné pevnosti – EC3 křivku  $\underline{c}$  ( $\alpha_{\text{imp}} = 0,49$ ;  $\alpha_0 = 0,20$ ) a EC křivku s parametry podle Bedona a Amadia [25] a [26] ( $\alpha_{\text{imp}} = 0,71$ ;  $\alpha_0 = 0,60$ ). Podrobný výpočet charakteristické a návrhové vzpěrné únosnosti  $N_{b,RK}$  a  $N_{b,Rd}$  prutu typu VSG 66.3 je uveden v příloze E (str. 207). V tab. 5.2 jsou uvedeny charakteristické a návrhové vzpěrné únosnosti pro všechny typy prutů.

**Tab. 5.2** Vzpěr – charakteristické a návrhové únosnosti podle KVP (Bedon a Amadio)

Vzorek	$t_{\text{eff}}$ [mm]	$I_{z,\text{eff}}$ [mm <sup>4</sup> ]	$A_{\text{eff}}$ [mm <sup>2</sup> ]	$N_{\text{cr}}$ [kN]	$\sigma_{\text{Rk}}$ [MPa]	$\sigma_{\text{Rd}}$ [MPa]	$\bar{\lambda}$ [-]	$\Phi$ [-]	$\chi$ [-]	$N_{\text{b,Rk}}$ [kN]	$N_{\text{b,Rd}}$ [kN]
ESG 12	12,00	21600	1800	5,34	120	55,5	6,361	23,97	0,021	4,59	2,12
VG 66.2	12,12	22266	1818	5,50	45	18,0	3,856	9,92	0,053	4,29	1,72
VSG 66.3	12,19	22664	1829	5,60	120	55,5	6,260	23,28	0,022	4,80	2,22
VSG 444.33	13,15	28403	1972	7,02	120	55,5	5,806	20,32	0,025	5,95	2,75

Výsledky výpočtů podle křivek vzpěrné pevnosti jsou graficky znázorněny na obr. 5.8.

**Obr. 5.8** Výsledky výpočtu podle KVP

#### 5.4 Experiment

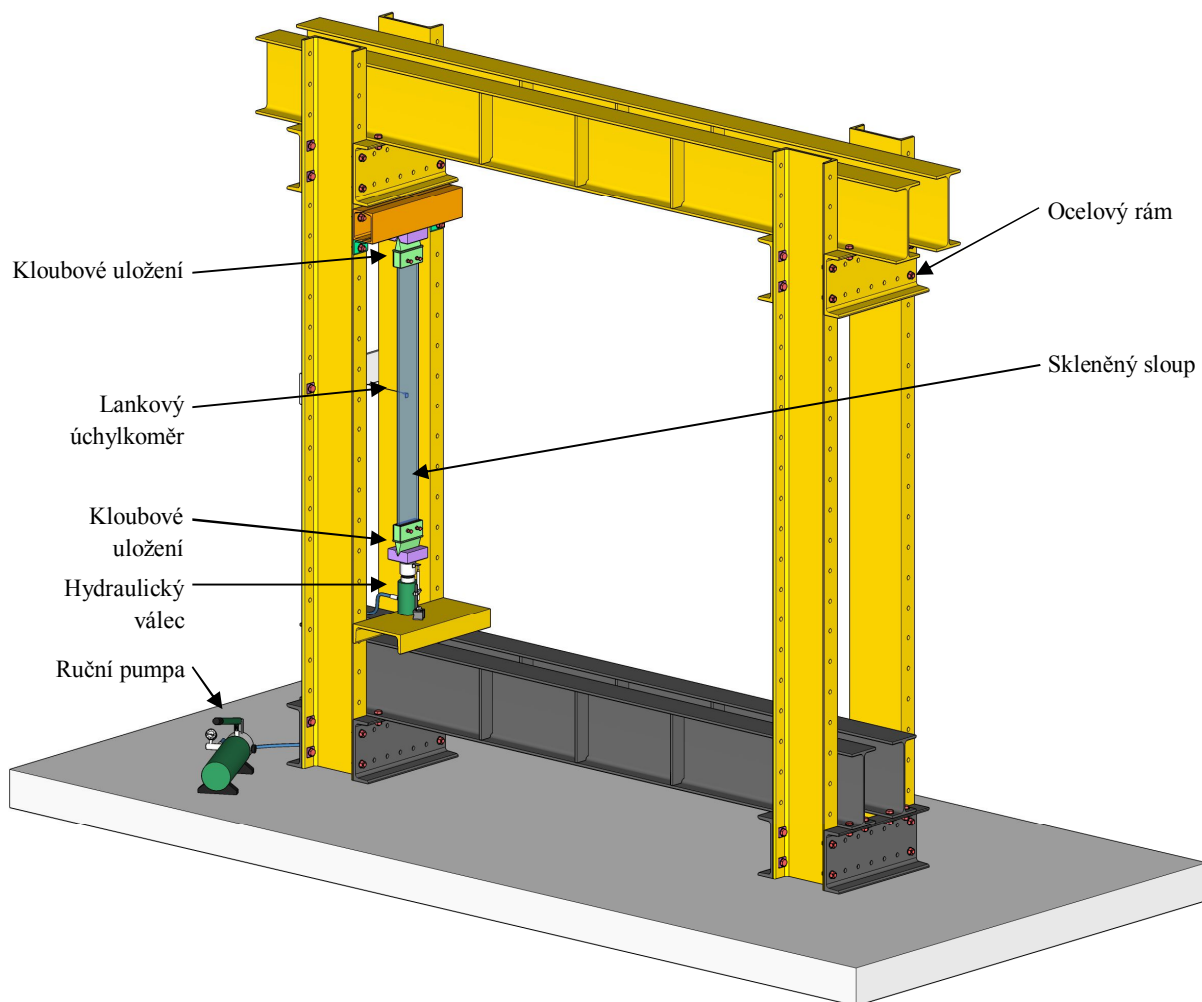
Typy zkušebních těles podrobených experimentální analýze odpovídají typům prutů analyzovaných teoreticky a numericky. Výpis zkušebních těles je uveden v tab. 5.3. K dispozici bylo celkem 15 kusů zkušebních těles.

**Tab. 5.3** Výpis zkušebních těles experimentální analýzy vzpěru

Vzorek	Označení	Popis	Sklo	Folie	Kusů
FB1 – FB3	ESG 12	Bezpečnostní sklo	Tepelně tvrzené	-	3
FB4 – FB6	VG 66.2	Vrstvené dvojsklo	Plavené chlazené	PVB	3
FB7 – FB12	VSG 66.3	Vrstvené bezpečnostní dvojsklo	Tepelně tvrzené	EVASAFE	6
FB13 – FB15	VSG 444.33	Vrstvené bezpečnostní trojsklo	Tepelně tvrzené	EVASAFE	3

### 5.4.1 Popis zkušební sestavy

Experimenty byly provedeny v laboratořích Ústavu kovových a dřevěných konstrukcí Fakulty stavební VUT v Brně. Celá zkušební sestava je znázorněna na obr. 5.9. Další pohledy a detaily zkušební sestavy jsou v příloze C (str. 195).



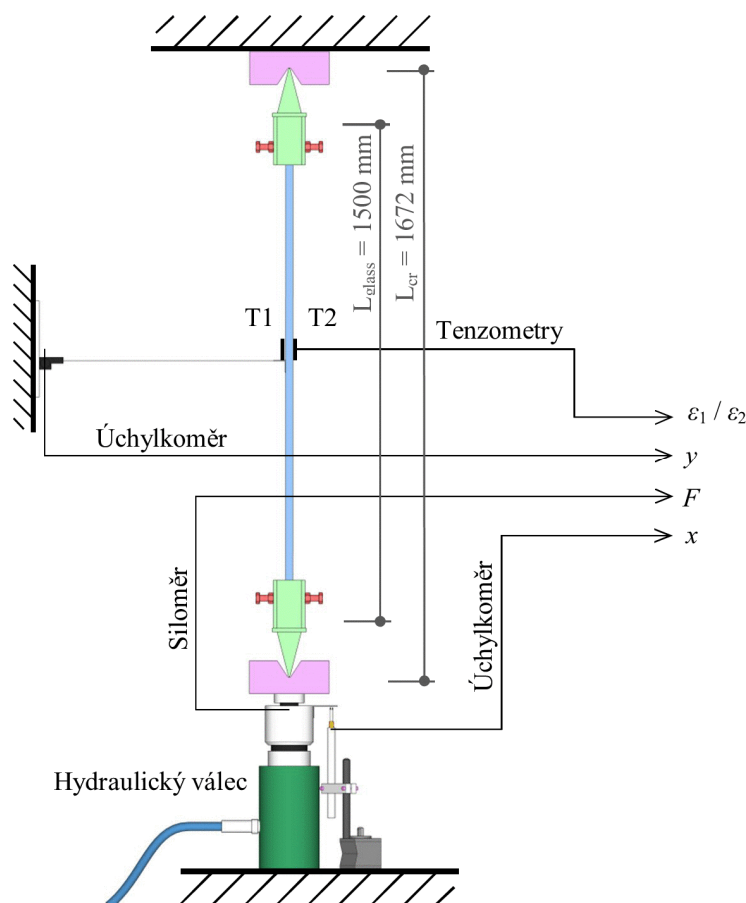
*Obr. 5.9 Zkušební sestava na vzpěr*

Zkušební těleso bylo na obou koncích kloubově uloženo. Kloubové uložení bylo realizováno nasunutím ocelové „botky“ na oba konce zkušební tělesa. Botka byla opatřena břitem, jenž zapadl do kónického výřezu úložné desky. Mezi skleněný vzorek a ocelovou botku se vkládaly dřevěné podložky tak, aby se zabránilo přímému kontaktu ocelové botky a skla, v němž by koncentrace napětí mohly způsobit nechtěné porušení vzorku. Centrická poloha skleněného tělesa vůči ocelové botce, potažmo středu otáčení, byla zajištěna rektifikačními šrouby. Detail uložení zkušební vzorku je uveden v příloze C (str. 197).

Zkušební těleso bylo umístěno do zatěžovacího ocelového rámu sestávajícího z příčlů a sloupů z ocelových válcovaných profilů. Zatížení bylo do tělesa vnášeno hydraulickým

lisem, který byl ručně ovládán. Hydraulický lis byl opatřen siloměrem. Výsun válce byl měřen indukčností snímačem WA50 (HBM Darmstadt). Vodorovná výchylka zkušební tělesa uprostřed jeho délky byla měřena indukčností snímačem WA100 (HBM Darmstadt) nebo potenciometrickým snímačem WPS-250 (Micro-Epsilon). U vybraných těles bylo měřeno osové napětí v polovině délky zkušební vzorku odporovými tenzometry LY11-6/350,  $k = 2,04$  (HBM Darmstadt). Před lepením tenzometrů byl povrch skla jemně obroušen brusným papírem zrnitosti H400 a odmaštěn chemicky čistým acetonem. Tenzometry byly přilepeny lepidlem Z70 (HBM Darmstadt). Schéma zapojení snímacích zařízení je znázorněno na obr. 5.10.

Zkušební tělesa byla zatěžována statickou silou, rychlost zatěžování byla dána rychlostí vysouvání pístu lisu (přibližně  $0,075 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ).



**Obr. 5.10** Schéma zapojení snímacích zařízení

Fotografická dokumentace je uvedena v příloze C (str. 198).

## 5.4.2 Vyhodnocení experimentu

### Mechanismus porušení

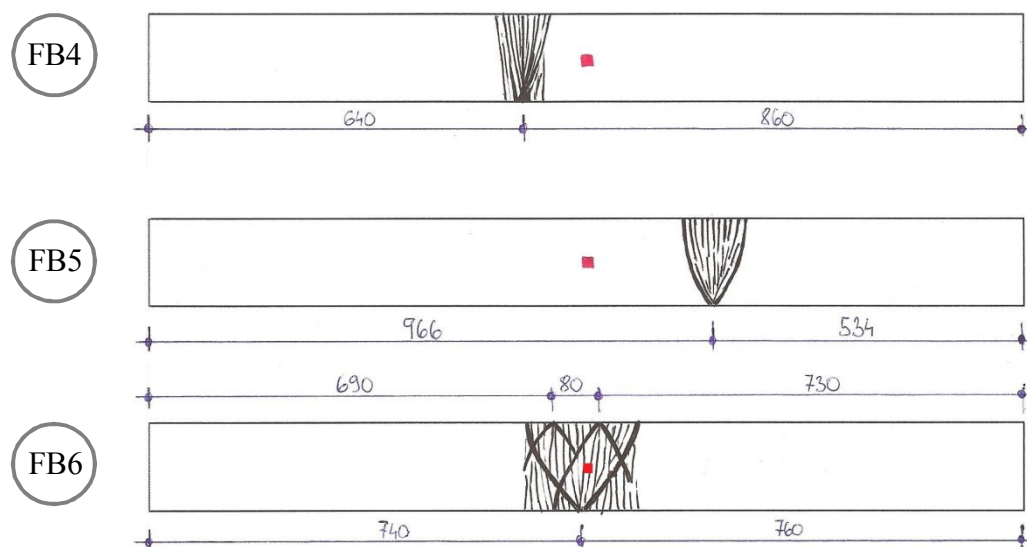
Pro všechna zkušební tělesa platí, že k porušení došlo křehkým lomem skla náhle bez žádných předchozích varovných signálů.

#### Tělesa FB1 až FB3

Tepelně tvrzené bezpečnostní jednovrstvé sklo. Rychlost šíření trhlin ve skle je vysoká, pro sledování vzniku a šíření trhlin nebylo použito žádné speciální zařízení a tudíž nelze říct, v jakém místě se nacházela ohniska vzniku trhlin. Vzorky se rozpadly na přibližně čtyřhranné úlomky o velikosti asi 1 cm.

#### Tělesa FB4 až FB6

Od ohniska se trhliny vějířovitě šířily do stran. Obě tabule skla byly porušeny trhlinami pouze v oblasti ohniska, trhliny jsou orientovány přibližně kolmo na hlavní napětí (podélná osa prvku), zbytek tělesa zůstal neporušen (s výjimkou dalších porušení způsobených pádem zkušební tělesa ze zkušební polohy). Zkušební vzorek zcela ztratil stabilitu, došlo k jeho celkovému zhroucení. Vzor trhlin pro jednotlivá zkušební tělesa je uveden na obr. 5.11, červeným čtverečkem je znázorněna poloha tenzometru.



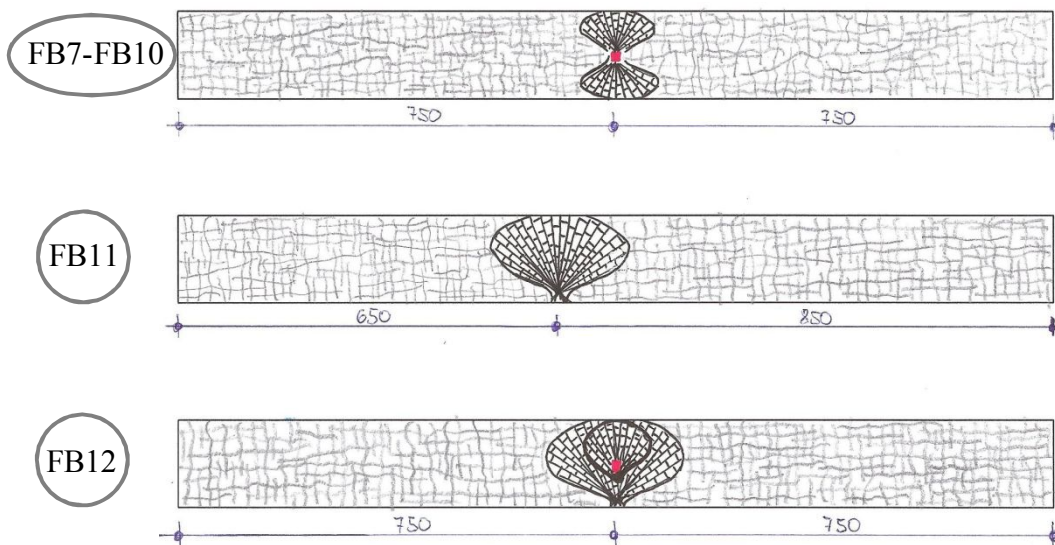
**Obr. 5.11** Vzpěr – mechanismus porušení těles FB4 až FB6

#### Tělesa FB7 až FB12

Ohnisko trhlin se nacházelo ve většině případů (4 ze 6) ve středu prvku, v jednom případě se nacházelo na hraně skla a u jednoho vzorku vznikla dvě ohniska – na hraně a ve středu. V podélném směru se ohniska nacházela přesně v polovině rozpětí (s výjimkou vzorku FB11). Byla vždy porušena pouze jedna (vnější – tažená) tabule skla, vzor trhlin



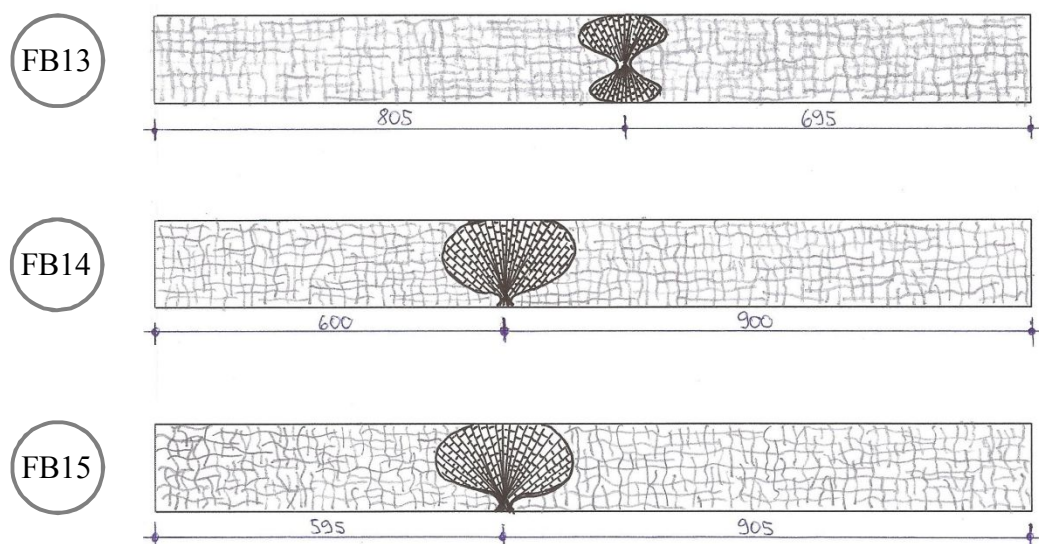
charakteristický pro tepelně tvrzené sklo. Zkušební vzorek zůstal ve své poloze. Vzor trhlin pro jednotlivá zkušební tělesa je uveden na obr. 5.12.



**Obr. 5.12** Vzpěr – mechanismus porušení těles FB7 až FB12

#### Tělesa FB13 až FB15













Ohnisko trhlin se nacházelo na hraně (2 případy) nebo ve středu (1 případ) skla. V podélném směru byla ohniska poměrně vzdálena od poloviny rozpětí. Byla porušena jedna (vnější – tažená) tabule skla, jednou došlo k porušení i střední skleněné tabule, vnitřní tlačená tabule zůstala neporušena. Vzor trhlin charakteristický pro tepelně tvrzené sklo. Zkušební vzorek zůstal ve své poloze. Vzor trhlin pro jednotlivá zkušební tělesa je uveden na obr. 5.13.



**Obr. 5.13** Vzpěr – mechanismus porušení těles FB13 až FB15

V tab. 5.4 je uveden souhrn údajů o mechanismu porušení jednotlivých vzorků: počet prasklých skleněných tabulí, poloha ohniska trhlin v podélném i příčném směru a sdělení, zda byl na vzorku osazen tenzometr.

**Tab. 5.4** Vzpěr – mechanismus porušení vzorků

Vzorek	Mechanismus porušení			
	počet prasklých skel	podélná poloha ohniska trhlin	příčná poloha ohniska trhlin	tenzometr
FB1	1 / 1	nezjištěno	nezjištěno	ne
FB2	1 / 1	nezjištěno	nezjištěno	ne
FB3	1 / 1	nezjištěno	nezjištěno	ne
FB4	2 / 2	L / 1,74	hrana 	ano
FB5	2 / 2	L / 1,55	hrana 	ano
FB6	2 / 2	L / 2	hrana 	ano
FB7	1 / 2	L / 2	střed 	ano
FB8	1 / 2	L / 2	střed 	ano
FB9	1 / 2	L / 2	střed 	ano
FB10	1 / 2	L / 2	střed 	ano
FB11	1 / 2	L / 2,31	hrana 	ne
FB12	1 / 2	L / 2	střed + kraj 	ano
FB13	2 / 3	L / 1,86	střed 	ne
FB14	1 / 3	L / 1,66	hrana 	ne
FB15	1 / 3	L / 1,66	hrana 	ne

Teoreticky by se mělo ohnisko vzniku trhlin nacházet na hraně skleněné tabule, protože na hranách se vyskytují koncentrátoři napětí (lokální odštípnutí skla, trhlinky apod.). Z numerických analýz vyplývá, že na hranách těles vznikají o něco vyšší hodnoty normálových napětí než ve středu prutu (poměr napětí na hraně a ve středu tělesa závisí na poměru stran tělesa). U velkého počtu zkušebních těles se ohnisko vzniku trhlin nachází přesně v místě tenzometru (přesněji řečeno na hraně můstku) uprostřed šířky prutu. Existuje proto podezření, že tenzometry (působící jako koncentrátoři napětí) ovlivnily výsledky zkoušek. Možná příčinná souvislost je naznačena zelenými šipkami v tab. 5.4 – tato domněnka neplatí pouze u jednoho (nebo dvou – vzorek FB12 měl dvě ohniska) z devíti vzorků z tepelně tvrzeného skla. Stojí za povšimnutí, že toto neplatí u vzorků z plaveného chlazeného skla (červeně přeškrtnuté šipky), kde vždy došlo k porušení z hran skla.

**Únosnost a napjatost**

Maximální tlakové síly (vzpěrné únosnosti), maximální průhyby při porušení a jejich směr, největší hodnoty tahového normálového napětí při porušení, hodnoty výsunu pístu zatěžovacího lisu a doba trvání testu jsou vypsány v tab. 5.5.

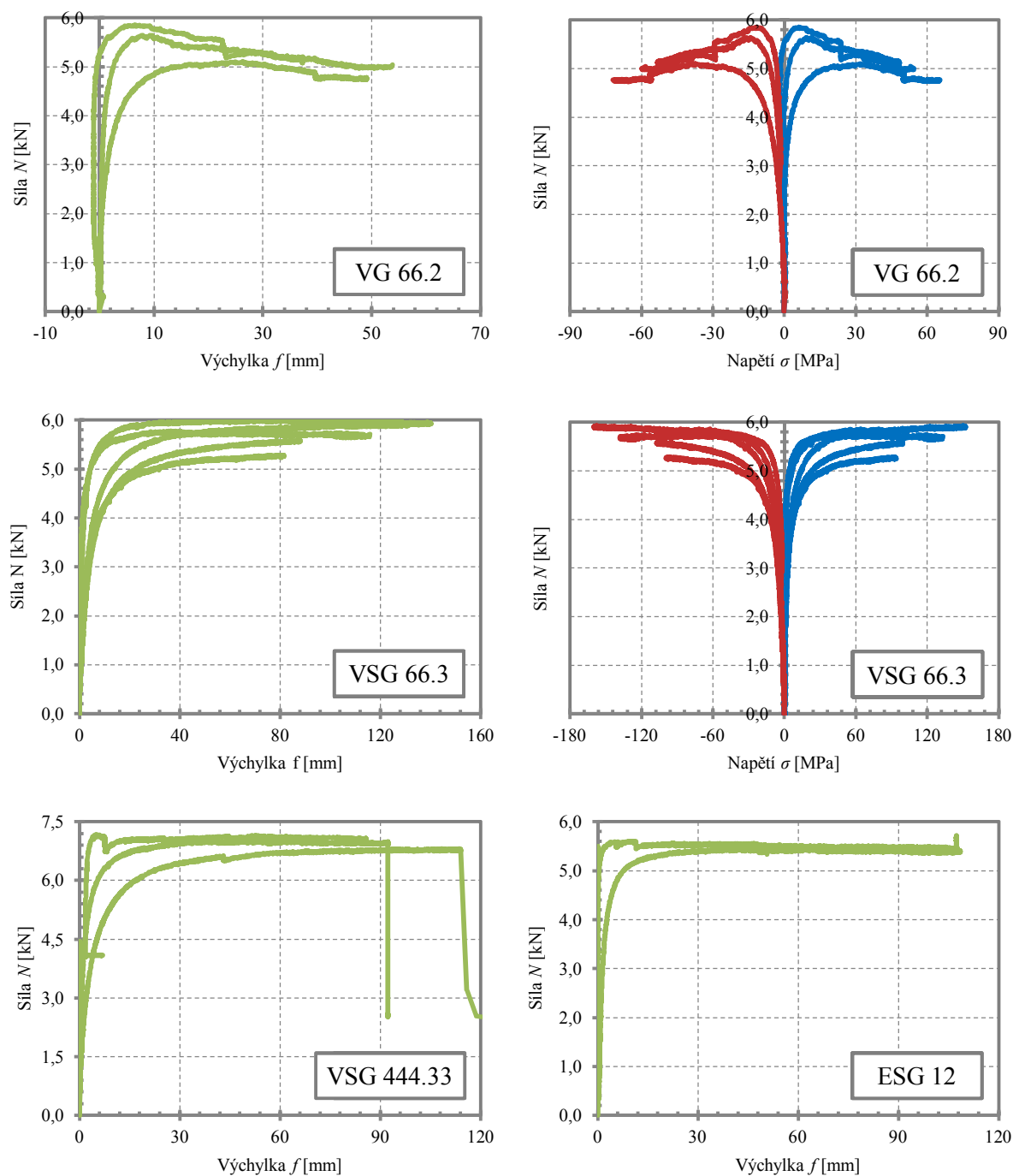
**Tab. 5.5** Vzpěr – výsledky experimentu

Zkušební těleso	Směr vybočení	Výsun pístu lisu	$f_{\max}$	$N_{\max}$	$\sigma_{\max+}$	$t_{\text{test}}$
	[-]	[mm]	[mm]	[kN]	[MPa]	[s]
FB1	levý	21,53	108,64	5,44	neměřeno	369
FB2	pravý	21,77	neměřeno	5,49	neměřeno	193
FB3	levý	27,84	107,53	5,71	neměřeno	366
FB4	pravý	neměřeno	37,32	5,64	48,37	68
FB5	pravý	5,93	53,85	5,85	54,49	98
FB6	pravý	7,76	49,08	5,11	65,48	96
FB7	pravý	8,59	neměřeno	5,85	92,79	46
FB8	pravý	15,77	115,93	5,77	133,24	214
FB9	pravý	9,99	88,22	5,58	99,90	143
FB10	levý	9,39	81,68	5,28	93,94	167
FB11	pravý	21,10	140,33	6,01	neměřeno	310
FB12	levý	neměřeno	131,27	5,92	152,41	305
FB13	levý	14,94	85,81	7,16	neměřeno	368
FB14	pravý	27,90	92,38	7,00	neměřeno	241
FB15	pravý	25,99	122,50	6,80	neměřeno	268

Závislosti velikostí příčného vybočení a normálových napětí na aktuální normálové síle pro čtyři typy skleněných prutů jsou vyneseny v grafech na obr. 5.14. Křivky pro všechny vzorky jsou uvedeny v příloze D (str. 201).

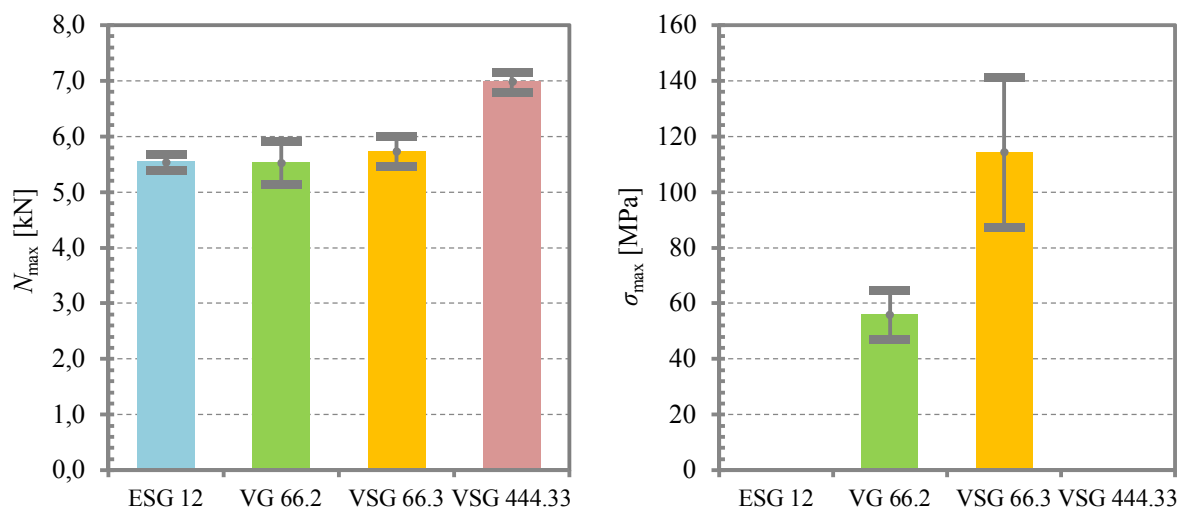
Podle tvaru křivek zatížení – průhyb lze usuzovat na přetvárné vlastnosti materiálu zkoušeného prutu. U těles typu ESG 12 (jednovrstvé sklo) mají křivky zatížení – průhyb rostoucí tendenci od začátku zatěžování až do porušení – podle teorie stability (např. Březina [17]) se jedná o pružný materiál, což odpovídá realitě – sklo je skutečně pružný materiál. U vzorků z vrstveného skla je situace komplikovanější, protože se průřez prutu skládá z částí s různými deformačními vlastnostmi. Tělesa typu VSG 66.2 a VSG 444.33 (vrstvené dvojsklo a trojsklo s EVASAFE folií) vykazují taktéž rostoucí tendenci výchylky a napětí při vzrůstající síle, což znamená, že vrstvené sklo s tímto materiálem mezivrstvy lze považovat za

pružný materiál. Tělesa s PVB (typ VG 66.2) folií vykazují od jisté doby pokles osové síly při stále rostoucích deformacích i napětích – tento průběh je charakteristický pro pružno-plastické materiály (např. ocel). Plastické chování je zde zapříčiněno právě PVB folií, která rychle ztrácí tuhost (klesá modul pružnosti ve smyku) při déle trvajícím zatížení. Protože je EVASAFE folie stejně jako PVB folie viskoelastický materiál, lze předpokládat, že stejné chování by vykazovaly i vzorky s EVASAFE folií, pokud by zatěžování trvalo dostatečně dlouho, nebo pokud by probíhalo za vysokých teplot.



**Obr. 5.14** Závislost příčné výchylky a normálového napětí na zatěžovací síle

Na obr. 5.15 jsou v grafu vyneseny průměrné hodnoty naměřených vzpěrných únosností a maximálních tahových napětí pro jednotlivé typy vzorků (barevné sloupce) a příslušné směrodatné odchylky.



**Obr. 5.15** Maximální síla a napětí při jejím dosažení – střední hodnoty a směrodatné odchylky

#### Určení návrhové hodnoty vzpěrné odolnosti z výsledků experimentů

V normě ČSN EN 1990 Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí [115] je v příloze D „Navrhování pomocí zkoušek“ uveden postup stanovení charakteristické a návrhové hodnoty jedné nezávislé vlastnosti statistickými metodami z výsledků zkoušek.

**Tab. 5.6** Výpočet charakteristické a návrhové hodnoty

	Normální rozdělení	Lognormální rozdělení	Rovnice
Průměr	$m_x = \frac{1}{n} \cdot \sum x_i$	$m_x = \frac{1}{n} \cdot \sum \ln x_i$	(5.2)
Směrodatná odchylka	$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (x_i - m_x)^2}$	$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (\ln x_i - m_x)^2}$	(5.3)
Variační koeficient	$V_x = \frac{s_x}{m_x}$		(5.4)
Charakteristická hodnota	$X_k = m_x (1 - k_n \cdot V_x)$	$X_k = \exp(m_x - k_n \cdot s_x)$	(5.5)
Návrhová hodnota	$X_d = \frac{m_x}{\gamma_m} (1 - k_n \cdot V_x) \quad *$ $X_d = m_x (1 - k_{d,n} \cdot V_x) \quad \spadesuit$	$X_d = \frac{1}{\gamma_m} \exp(m_x - k_n \cdot s_x) \quad *$ $X_d = \exp(1 - k_{d,n} \cdot s_x) \quad \spadesuit$	(5.6)

\* metoda b

♠ metoda a

V tab. 5.6 jsou uvedeny vztahy pro určení charakteristické a návrhové hodnoty proměnné veličiny s normálním nebo lognormálním rozdělením. Vztahy pro výpočet směrodatných odchylek uvedené v tabulce platí pro apriorně neznámou hodnotu variačního koeficientu. Návrhovou hodnotu veličiny lze určit přímo (metoda a) nebo prostřednictvím charakteristické hodnoty (metoda b), přičemž oba postupy jsou v normě ČSN EN 1990 [115] označeny jako standardní.

Ve vztazích (5.2) až (5.6) je

$n$  je počet výsledků zkoušek [-],

$x_i$  výsledek  $i$ -té zkoušky [kN],

$\gamma_m$  dílčí součinitel nejistoty materiálových vlastností

$k_n$  součinitel pro 5% charakteristickou hodnotu [-] – tabulka D.1 ČSN EN 1990 [115] a

$k_{d,n}$  součinitel pro 0,1% návrhovou hodnotu v MSÚ [-] – tabulka D.2 ČSN EN 1990 [115].

V tab. 5.8 jsou uvedeny charakteristické a návrhové hodnoty vypočtené z výsledků zkoušek pro předpoklad normálního rozdělení. Výsledné hodnoty byly určeny ze vstupů uvedených v tab. 5.7.

**Tab. 5.7** Vstupní data pro vyhodnocení zkoušek

Typ prutu	$x_i$					$n$	$k_n$	$k_{d,n}$	$\gamma_m$	
ESG 12	5,44	5,49	5,71			3	3,37	-	2,110	
VG 66.2	5,64	5,85	5,11			3	3,37	-	2,150	
VSG 66.3	5,85	5,77	5,58	5,28	6,01	5,92	6	2,18	6,36	2,084
VSG 444.33	7,16	7,00	6,80			3	3,37	-	2,109	

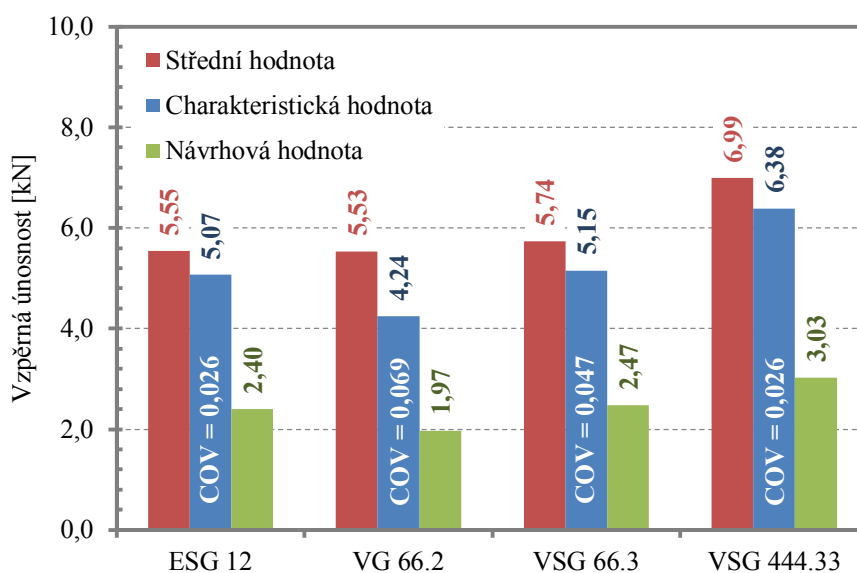
Součinitel  $k_{d,n}$  není pro  $n = 3$  uveden a tudíž ani návrhové hodnoty pro typy prutů s pouze třemi vzorky (ESG 12, VG 66.2 a VSG 444.33) nemohly být určeny přímou metodou. Součinitel spolehlivosti materiálu  $\gamma_m$  byl určen jako podíl charakteristické pevnosti a návrhové pevnosti skla určené postupem podle prEN 16612 [113] – jedná se o souhrn součinitelů  $k_{mod}$ ,  $k_{sp}$ ,  $\gamma_{M,A}$ ,  $\gamma_{M,v}$  a  $k_v$ , přičemž modifikační součinitel byl určen podle rovnice (2.28) pro skutečnou dobu působení ztížení (dobu trvání testu).

**Tab. 5.8** Charakteristické a návrhové hodnoty pro normální rozdělení

Veličina		ESG 12	VG 66.2	VSG 66.3	VSG 444.33
Průměr	$m_x$ [kN]	5,55	5,53	5,74	6,99
Směrodatná odchylka	$s_x$ [kN]	0,1415	0,3837	0,2669	0,1794
Variační koeficient	$V_x$ [-]	0,0255	0,0694	0,0465	0,0257
Charakteristická hodnota	$X_k$ [kN]	5,07	4,24	5,15	6,38
Návrhová hodnota	$X_d$ [kN]	2,40	1,97	2,47	3,03
		-	-	4,04	-

Přímý výpočet návrhové hodnoty (metoda a) poskytne výrazně vyšší hodnoty než výpočet prostřednictvím charakteristické hodnoty (metoda b), což je dáno konzervativní hodnotou dílčího součinitele nejistoty materiálu  $\gamma_m$ , potažmo nízkou hodnotou variačních koeficientů.

Výsledky experimentální analýzy jsou graficky znázorněny na obr. 5.16.

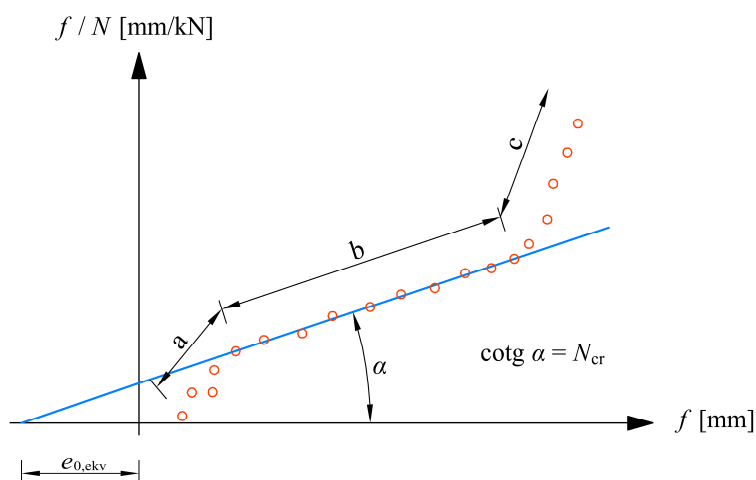
**Obr. 5.16** Vzpěr – výsledky experimentální analýzy

### **Ekvivalentní geometrická imperfekce**

Každý prut – i laboratorní – se při zkoušce ohýbá již od samého počátku zatěžování vlivem nejrůznějších nahodilých odchylek, jako jsou excentricita břemene, počáteční zakřivení prutu, geometrické odchylky průřezu, nehomogenita materiálu, nerovnoměrná

vlastní pnutí atd. Je nesnadné, ba nemožné, diferencovat a určit velikosti každé nahodilé odchylky, jak byly vyjmenovány. Ukazuje se však, že chování skutečného prutu lze kvalitativně vystihnout jednou z nich – počátečním zakřivením, které všechny jmenované odchylky shrnuje a nahrazuje. Nazveme proto toto zakřivení ekvivalentním počátečním zakřivením a jeho největší pořadnici ekvivalentní počáteční excentricitou  $e_{0,ekv}$  [17].

Hodnota ekvivalentní počáteční geometrické imperfekce (nahrazující všechny typy imperfekcí) byla zjištěna pomocí Southwellovy metody. Do grafu se souřadným systémem  $f$  (vodorovná osa) a  $f/N$  (svislá osa) se vynesou změřené výchylky  $f$  [mm] při daném zatížení lisu  $N$  [kN]. Vynesené body se proloží přímkou podle obr. 5.17 [17]. Tato přímka protíná vodorovnou osu ve vzdálenosti  $e_{0,ekv}$  od počátku a převrácená hodnota směrnice přímky  $\cotg \alpha$  je rovna kritické Eulerově síle.



**Obr. 5.17** Southwellova metoda k určení ekvivalentní počáteční excentricity a kritické síly

Zkouškami bylo prokázáno, že experimentální body ( $f/N$ ;  $f$ ) leží na přímce – a to s výbornou přesností – pouze ve střední části označené  $b$  na obr. 5.17. Body v oblasti  $a$  mají velký rozptyl a tendenci umístit se spíše pod přímkou, což lze vysvětlit především chybami měření při ještě malých hodnotách průhybu a zatížení. Naopak body v oblasti  $c$  vyplňují křivku odchylovající se od přímky nahoru, zřejmě protože kovový prut vstupuje do plastického stadia a průhyb roste rychleji [17]. U skleněných konstrukcí je případné plastické chování způsobováno chováním materiálu mezivrstvy.

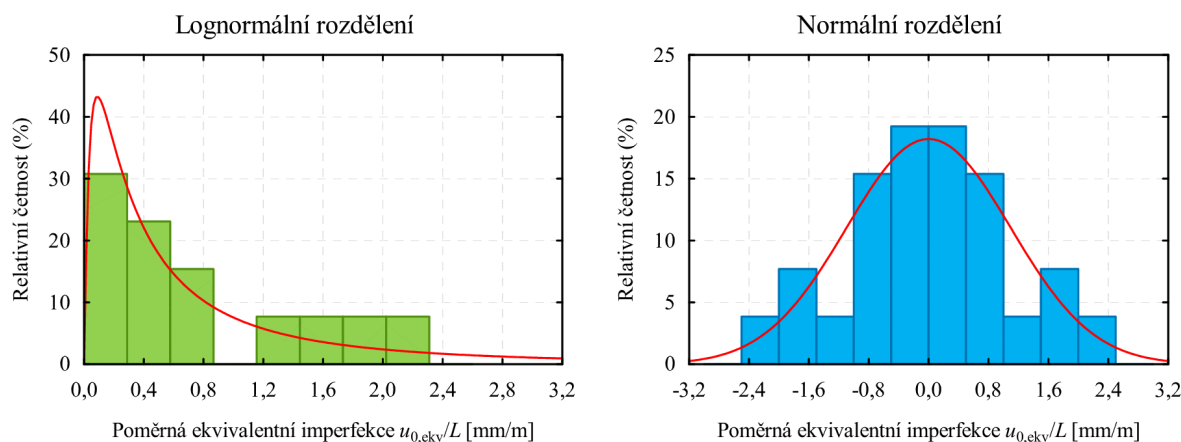
Pomocí Southwellovy metody byla určena ekvivalentní počáteční zakřivení  $e_{0,ekv}$  a Eulerovy kritické síly  $N_{cr,test}$  pro jednotlivé vzorky. Hodnoty těchto veličin jsou uvedeny v tab. 5.9.



Tab. 5.9 Vzpěr – výsledek Southwellovy metody

Zkušební těleso		FB1	FB2	FB3	FB4	FB5	FB6	FB7	FB8	FB9	FB10	FB11	FB12	FB13	FB14	FB15
Ekvivalentní imperfekce	$e_{0,ekv}$ [mm]	1,028	-	0,056	0,398	0,087	1,243	-	0,729	3,667	2,789	0,946	2,368	0,424	0,892	3,156
Kritická síla	$N_{cr}$ [kN]	5,520	-	5,530	5,774	5,854	5,370	-	5,587	5,743	5,385	6,020	5,950	7,169	7,020	7,040
Účinná tloušťka	$t_{eff}$ [mm]	12,135	-	12,142	12,318	12,375	12,024	-	12,184	12,296	12,035	12,491	12,442	13,239	13,147	13,160

Průměrná hodnota ekvivalentní geometrické imperfekce ze všech těles, u kterých byla tato veličina určena je  $m_{e_{0,ekv}} = 1,368$  mm (přepočteno na jednotkovou délku  $m_{e_{0,ekv}} = 0,818$  mm/m). Použitím metodiky podrobně popsané v kapitole 4.3 byla zjištěna hodnota 95% kvantilu ekvivalentní geometrické imperfekce při předpokladu normálního rozdělení jako  $e_{0,ekv,k} = 3,591$  mm, přepočtem na jednotkovou délku obdržíme poměrnou hodnotu  $(e_{0,ekv}/L)_k = 2,148$  mm/m, což je přibližně  $L/450$ . Při uvažování lognormálního rozdělení je podle [78]  $(e_{0,ekv}/L)_k = 3,986$  mm/m, což je přibližně  $L/250$ . Histogramy ekvivalentní geometrické imperfekce pro normální a lognormální statistické rozdělení jsou uvedeny na obr. 5.18.

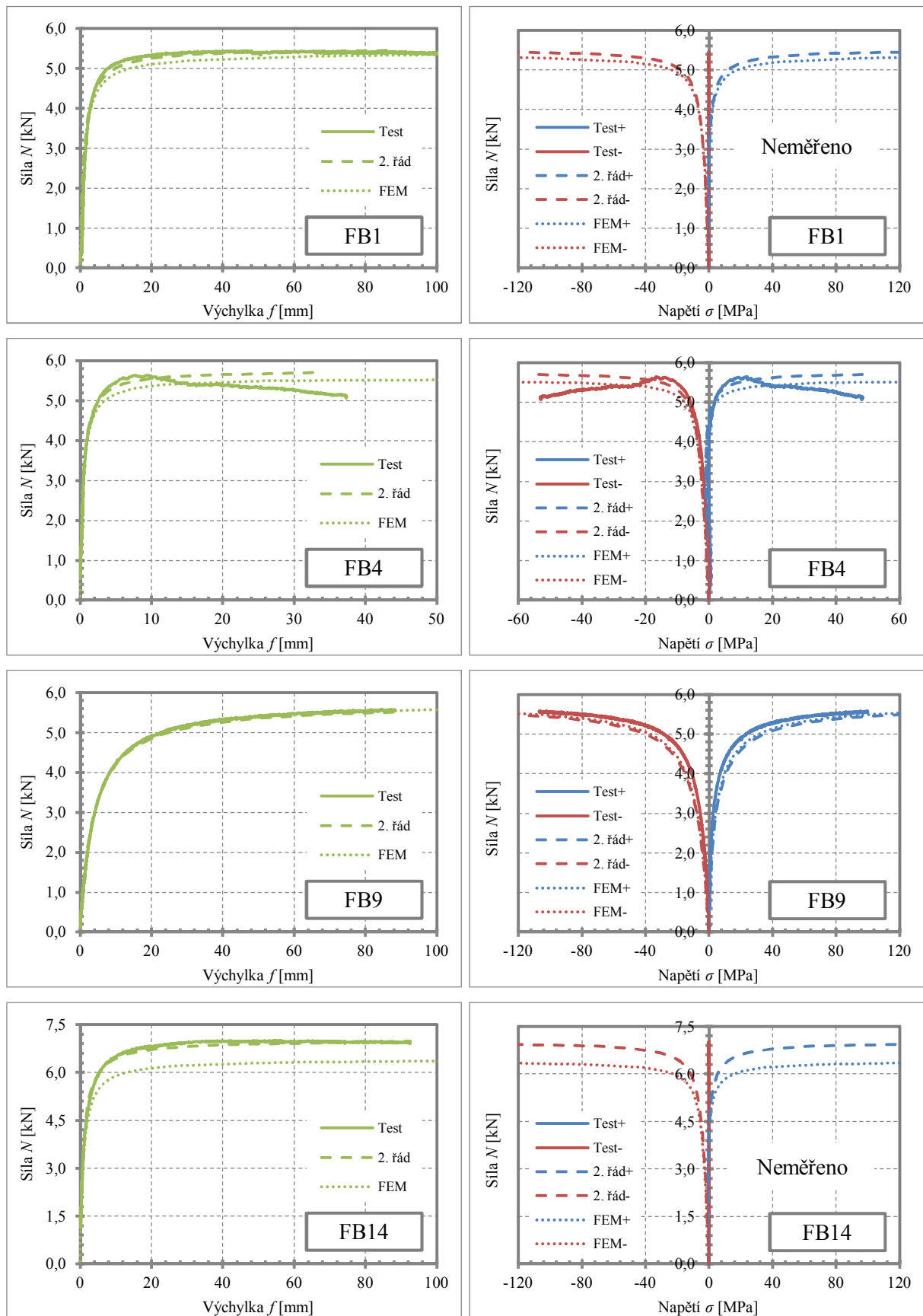


Obr. 5.18 Histogram ekvivalentní geometrické imperfekce pro vzpěr

## 5.5 Srovnání výsledků experimentální, numerické a teoretické analýzy a metody KVP

### 5.5.1 Věrnost chování teoretických a numerických modelů

Aby mohla být posouzena věrnost (přesnost) teoretických a numerických modelů, byly vytvořeny tyto modely se zadanými hodnotami počátečních geometrických imperfekcí  $e_0$  v hodnotách ekvivalentních geometrických imperfekcí  $e_{0,ekv}$  získaných z testů pomocí Southwellovy metody (tab. 5.9). V příloze D (str. 201) jsou uvedeny závislosti síla–výchylka a síla–napětí pro všechny vzorky, tyto závislosti pro vybrané vzorky jsou uvedeny v obr. 5.19.



Obr. 5.19 Experimentální, teoretická a numerická analýza: křivky síla – výchylka / napětí

Křivky podle teoretické i numerické analýzy jsou prakticky identické s křivkami z experimentů pro typ skla ESG 12 (těleso FB1) a VSG 66.3 (těleso FB9). U skla typu VG 66.2 s PVB folií (těleso FB4) docházelo při testech k poklesu síly při narůstajících deformacích i napětích vlivem visko-elasticity folie, tento jev nebyl numerickými ani teoretickými modely vystižen. U vrstveného trojskla VSG 444.33 (těleso (FB14) je věrnost teoretického modelu velice dobrá, podle numerického modelu vycházel prut „měkčí“ – nižší kritická síla, větší deformace a napětí než ve skutečnosti.

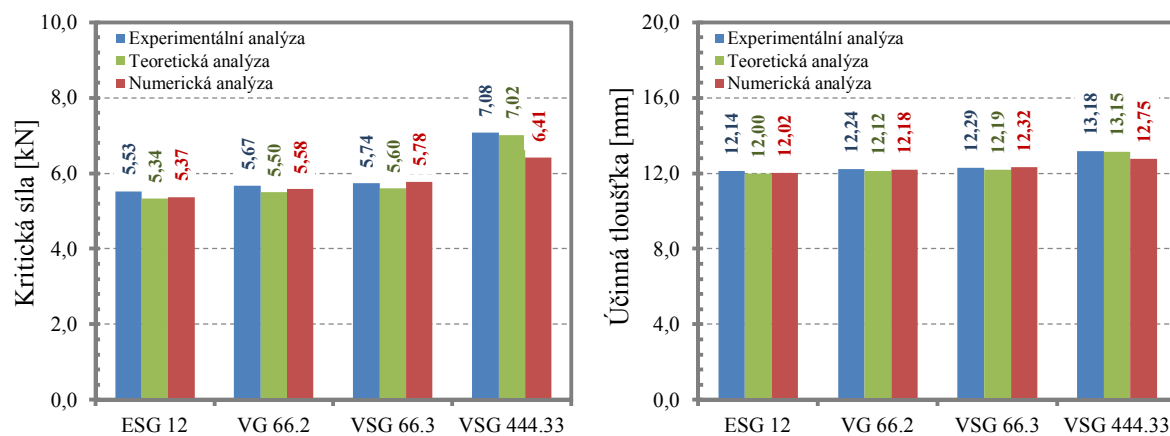
### 5.5.2 Kritická síla a účinná tloušťka

V tab. 5.10 je uvedeno srovnání kritických sil a účinných tlouštěk získaných z experimentů (Southwellova metoda – průměrné hodnoty z tab. 5.9 pro každý typ skla), teoretickou a numerickou analýzou.

Tab. 5.10 srovnání kritických sil a účinných tlouštěk

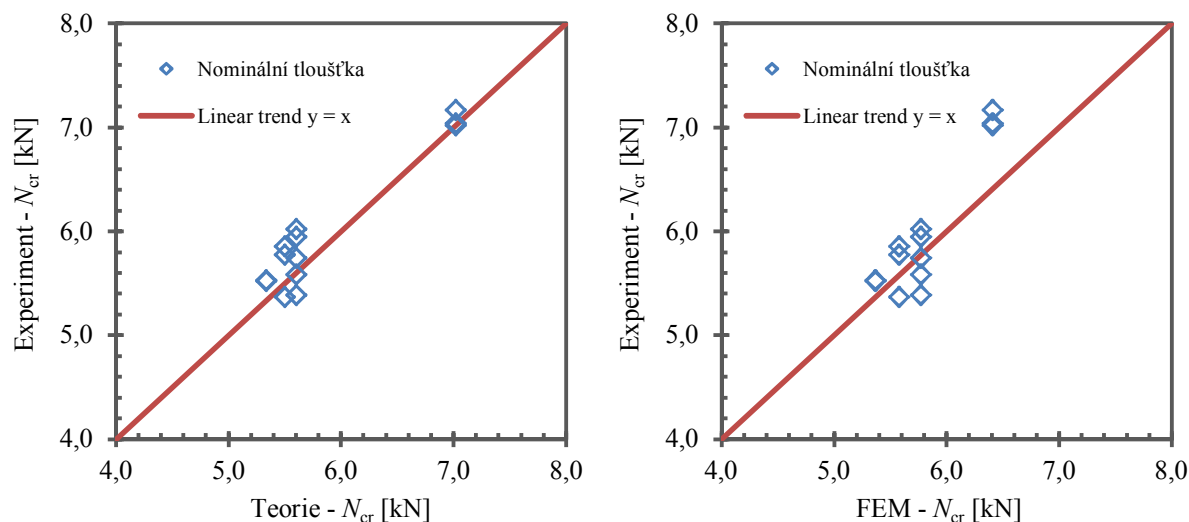
Typ skla	$N_{cr,test}$	$N_{cr,theorie}$	$N_{cr,FEM}$	Chyba ( $N_{cr,test} = 100\%$ )			$t_{eff,test}$	$t_{eff,theorie}$	$t_{eff,FEM}$	Chyba ( $t_{eff,test} = 100\%$ )		
				test	teorie	FEM				test	teorie	FEM
				[kN]						[%]		
ESG 12	5,525	5,338	5,370	0,00	-3,5	-2,89	12,139	12,000	12,024	0,00	-1,16	-0,95
VG 66.2	5,666	5,503	5,581	0,00	-2,97	-1,52	12,239	12,122	12,179	0,00	-0,96	-0,49
VSG 66.3	5,737	5,601	5,776	0,00	-2,43	0,67	12,290	12,194	12,320	0,00	-0,79	0,24
VSG 444.33	7,076	7,019	6,410	0,00	-0,81	-10,39	13,182	13,147	12,755	0,00	-0,27	-3,35

Hodnoty kritických sil a účinných tlouštěk jsou uvedeny v přehledných grafech v obr. 5.20. Hodnoty kritických sil získané teoretickou a numerickou analýzou se velice blíží skutečným hodnotám (chyba do 5 %), pouze pro vrstvené trojsklo je chyba kritické síly podle numerické analýzy vyšší (10 %).



Obr. 5.20 Kritická síla a účinná tloušťka – Experimentální, teoretická a numerická analýza

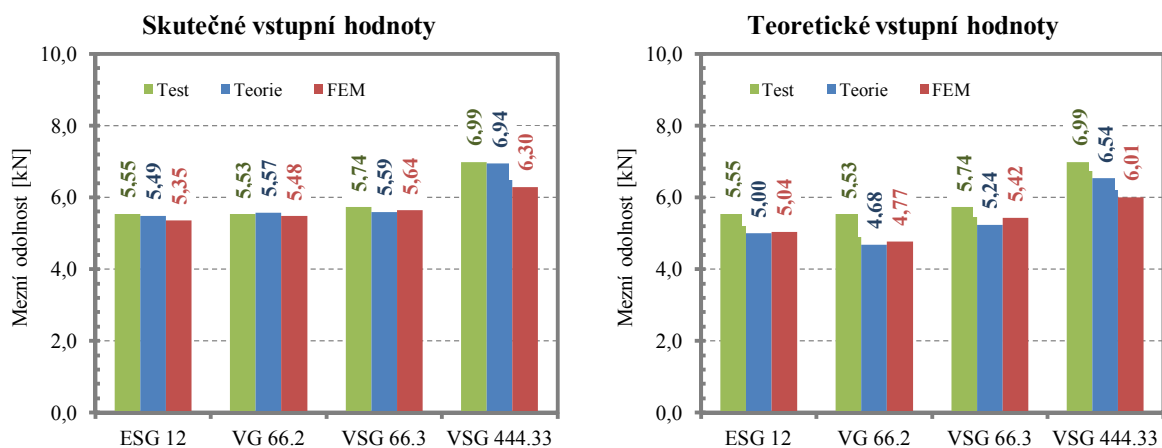
V grafech v obr. 5.21 jsou uvedeny  $R_e - R_t$  diagramy kritických sil, přičemž teoretické a numerické hodnoty kritických sil jsou spočteny pro nominální tloušťky skla.



Obr. 5.21  $R_e - R_t$  diagramy kritické síly

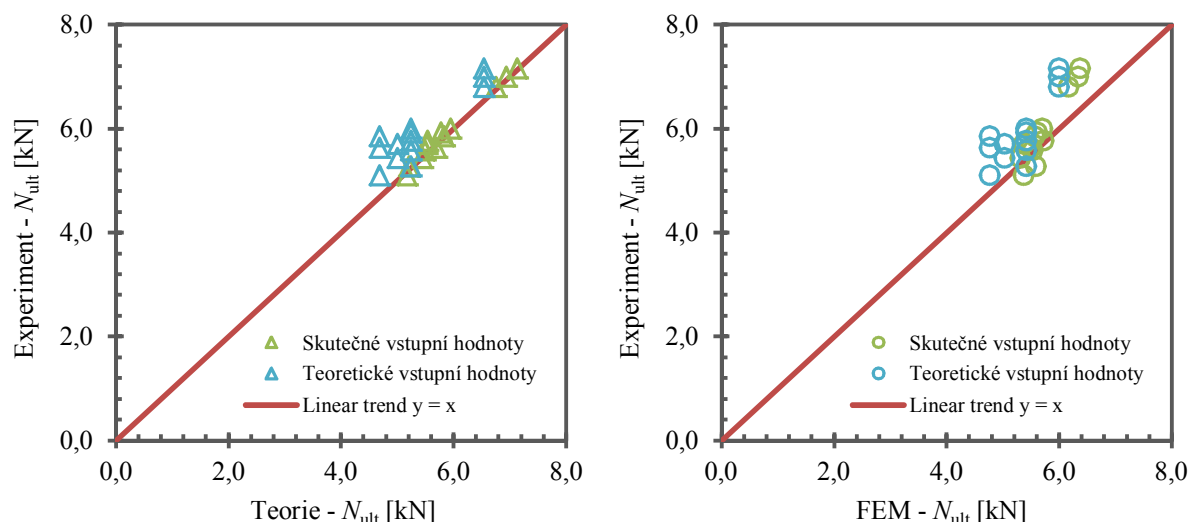
### 5.5.3 Mezní odolnost

Mezní odolností se rozumí síla, při které došlo k porušení vzorku, potažmo síla, která vyvolá napětí na mezi pevnosti materiálu při teoretické a numerické analýze. V grafech v obr. 5.22 jsou uvedeny hodnoty mezních odolností, přičemž se jedná vždy o průměr z hodnot pro daný typ prutu. Skutečnými vstupními hodnotami se rozumí velikosti počátečních imperfekcí v hodnotách podle Southwellovy metody (tab. 5.9), v případě teoretických vstupních hodnot se velikost počáteční geometrické imperfekce uvažuje jako  $L/300$ .



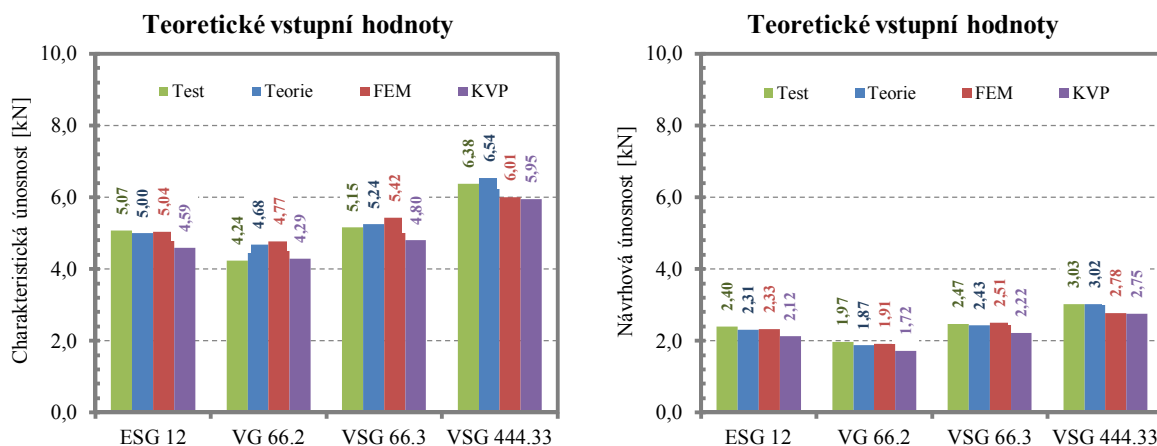
Obr. 5.22 Mezní odolnost – Experimentální, teoretická a numerická analýza

Tytéž hodnoty jsou vyneseny v  $R_e - R_t$  diagramech v obr. 5.23.

Obr. 5.23  $R_e - R_t$  diagramy mezní odolnosti

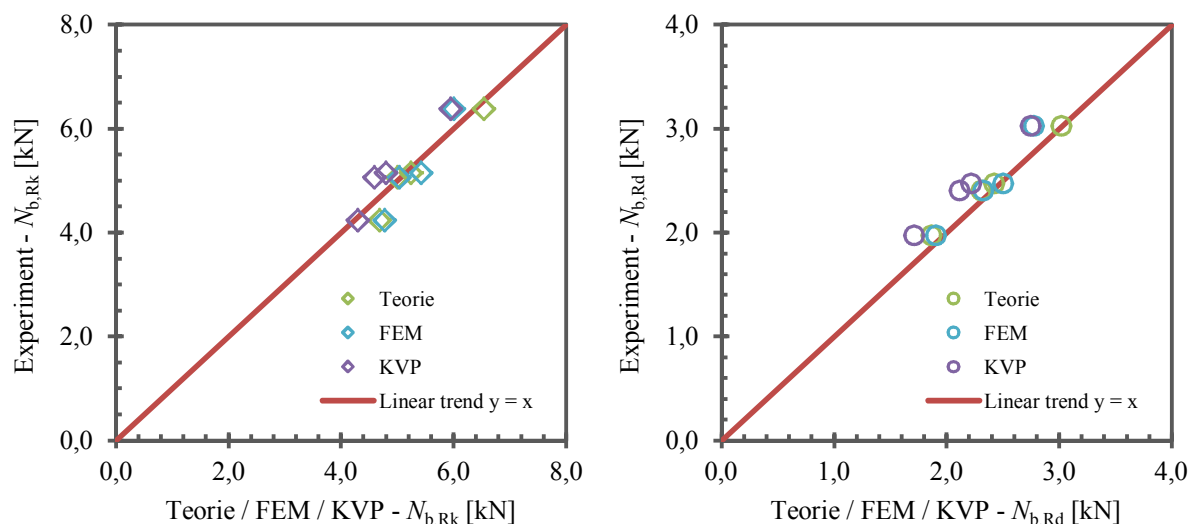
### 5.5.4 Charakteristická a návrhová vzpěrná únosnost

Z hodnot mezních odolností byly určeny charakteristické a návrhové hodnoty vzpěrné únosnosti. Data z experimentální analýzy byla vyhodnocena podle přílohy D normy ČSN EN 1990 [115] – viz tab. 5.8. Charakteristické hodnoty podle teoretické a numerické analýzy jsou totožné s hodnotami mezních odolností, návrhové hodnoty byly získány vydělením charakteristické hodnoty součinitelem spolehlivosti materiálu. Únosnosti podle křivek vzpěrné pevnosti byly získány počteně.



Obr. 5.24 Návrhová a charakteristická vzpěrná únosnost – Experimentální, teoretická a numerická analýza a výpočet podle KVP

Tytéž hodnoty jsou vyneseny v  $R_e - R_t$  diagramech v obr. 5.25.



**Obr. 5.25**  $R_e - R_t$  diagramy charakteristické a návrhové vzpěrné únosnosti

### 5.5.5 Metoda vycházející z křivek vzpěrných pevností

Z výsledků experimentů byly stanoveny součinitelé vzpěrnosti podle rovnice (5.7), kde  $N_{ult,test}$  je odolnost prutu a  $N_{Rk}$  součin účinné plochy a charakteristické pevnosti skla. Pro dané typy skla byly vyčísleny součinitelé vzpěrnosti podle EC křivek vzpěrných pevností a tyto hodnoty jsou porovnány s průměrnými hodnotami součinitelů získaných experimentálně – tab. 5.11.

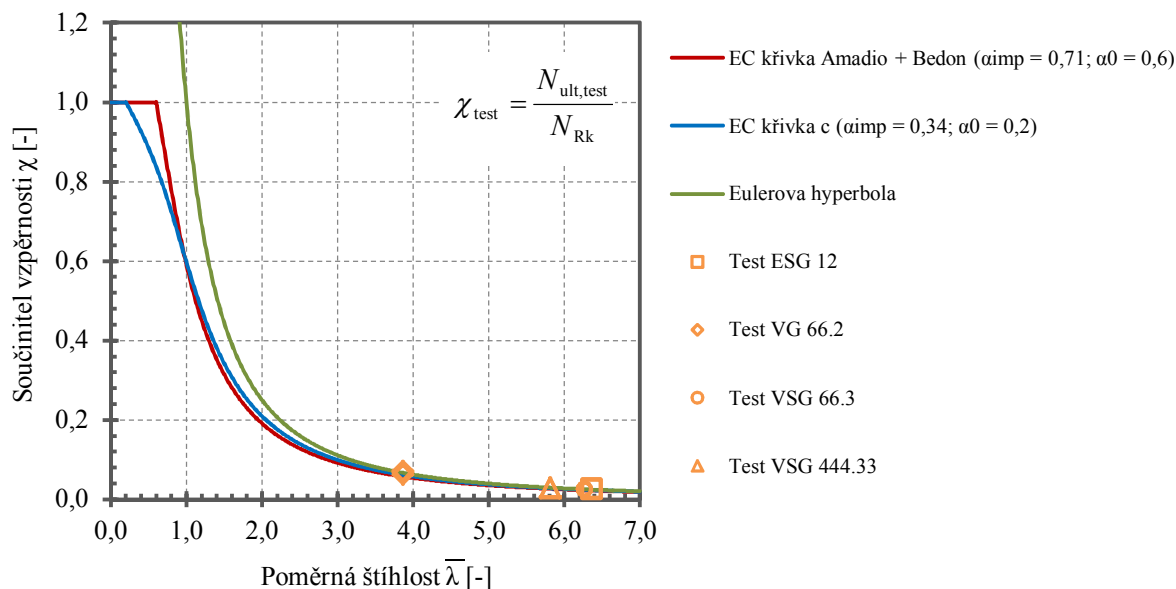
$$\chi_{test} = \frac{N_{ult,test}}{N_{Rk}} \quad (5.7)$$

Experimentální součinitelé vzpěrnosti jsou vyneseny společně s danými křivkami vzpěrných pevností v grafu na obr. 5.26. Modrou barvou je znázorněna křivka c podle EC3 [119] doporučenou Haldimannem [2], červenou barvou křivka doporučená Bedonem a Amadiem [26], zelenou barvou je znázorněna Eulerova hyperbola. Bodovými symboly jsou znázorněny součinitelé vzpěrnosti určené experimentálně.

**Tab. 5.11** Srovnání součinitelů vzpěrnosti

Typ skla	$\chi_{test,průměr}$	$\chi_{EC\ Bedon}$	$\chi_{EC3\ křivka\ c}$	Chyba ( $\chi_{test} = 100\%$ )		
				test	EC Bedon	EC3 křivka c
				[%]		
ESG 12	0,026	0,021	0,021	0,00	-20,87	-21,34
VG 66.2	0,068	0,052	0,052	0,00	-28,85	-30,12
VSG 66.3	0,026	0,022	0,022	0,00	-19,44	-19,92
VSG 444.33	0,030	0,025	0,025	0,00	-17,49	-18,04

Součinitelé vzpěrnosti určené podle křivek vzpěrné pevnosti vycházejí asi o 20 až 30 % nižší než podle testů, výpočet je tedy na straně bezpečné, ale rozdíl je poměrně vysoký. Na druhou stranu, štíhlosti prutů byly tak velké, že se součinitelé blíží nule a vysoký rozdíl není tak neekonomický. Protože nebyly k dispozici pruty s menší štíhlostí, nelze závěry zobecňovat. Aby mohl být učiněn obecnější závěr, byla provedena simulace Monte Carlo.



Obr. 5.26 Křivky vzpěrné pevnosti a výsledky experimentů

## 5.6 Simulace Monte Carlo

V rámci experimentů bylo testováno velmi malé množství zkušebních těles s extrémně velkými poměrnými štíhlostmi. Na základě naměřených hodnot nebylo možné věrohodně verifikovat křivky vzpěrné pevnosti. Z tohoto důvodu byla provedena simulace metodou Monte Carlo, která umožňuje vhodnou volbou vstupních parametrů ověření spolehlivosti a přesnosti zvolené křivky vzpěrné pevnosti v celém spektru poměrných štíhlostí.

### 5.6.1 Vstupní parametry

Určení stochastických hodnot některých vstupních parametrů bylo poměrně obtížné, protože potřebné údaje nejsou k dispozici, často byla použita metoda odborného odhadu. Všechny vstupní parametry jsou uvedeny v tab. 5.12.

Pro **šířku průřezu**  $b$  je zvoleno normální rozdělení s velice nízkým variačním koeficientem, protože současné výrobní prostředky jsou schopné řezat skleněné desky na dílce s velikou přesností.

Pro **Modul pružnosti skla** v tahu a tlaku  $E$  není možné v dostupné literatuře dohledat podrobnější informace o typu rozdělení, směrodatných odchylkách apod. Z tohoto důvodu

bylo zvoleno normální rozdělení se střední hodnotou rovnou nominální hodnotě a variačním koeficientem s odhadnutou hodnotou 0,05.

**Pevnost skla**  $f_{b,k}$  není materiálová konstanta (sklo je křehké), její velikost závisí na množství a velikosti povrchových vad, na vnitřním pnutí, době působení zatížení atd. Histogram pevností skla zkoušeného čtyřbodovým ohybem nebo ring testem odpovídá nejvíce dvouparametrickému Weibullovu rozdělení [101]. Protože není možné v dostupné literatuře zjistit hodnoty parametrů Weibullova rozdělení, bylo pro zjednodušení uvažováno s lognormálním rozdělením, přičemž střední hodnota a směrodatná odchylka (při odhadu variačního koeficientu 10 % jako spodní hranice rozmezí 10 % až 30 % udávaného Menčíkem [19]) dávají 5% kvantil o hodnotě 120 MPa – charakteristická pevnost tepelně tvrzeného skla.

**Amplituda imperfekce**  $w_0$  ekvivalentní geometrické imperfekce ve tvaru sinusové půlplny. Pro tento vstupní parametr se uvažuje lognormální rozdělení, přičemž střední hodnota a směrodatná odchylka (při odhadu variačního koeficientu 10 %) dávají 95% kvantil o hodnotě 4 mm/m – viz kap. 5.4.

**Tloušťka skla**  $t_1, t_2$  nemá jednoznačné statistické rozdělení, což je způsobeno kontinuálním výrobním procesem skla metodou float. Tloušťka je proměnná po šířce i délce nekonečného pásu skla. Skutečný histogram tloušťky je složený, má dva až tři různě výrazné vrcholy a jejich výška a poloha je značně variabilní – liší se v každém náhodném výběru [100]. Pro účely simulace je zvoleno rovnoměrné rozdělení. Maximální a minimální hodnota pro nominální hodnotu tloušťky 12 mm je stanovena podle přípustných odchylek podle normy ČSN EN 572-2 [104] jako  $\pm 0,3$  mm.

Pro **vzpěrnou délku**  $L_{cr}$  bylo zvoleno rovnoměrné statistické rozdělení tak, aby byly rovnoměrně zastoupeny poměrné štíhlosti prutů v širokém spektru.

Hodnoty **tloušťky mezivrstvy**  $t_{int}$  byly vygenerovány pro normální rozdělení se střední hodnotou rovnou nominální hodnotě a s variačním koeficientem 0,5 %.

**Modul pružnosti mezivrstvy ve smyku**  $G_{int}$  se uvažuje konstantní hodnotou 1,0.



**Tab. 5.12** Vstupní hodnoty pravděpodobnostní analýzy vzpěru

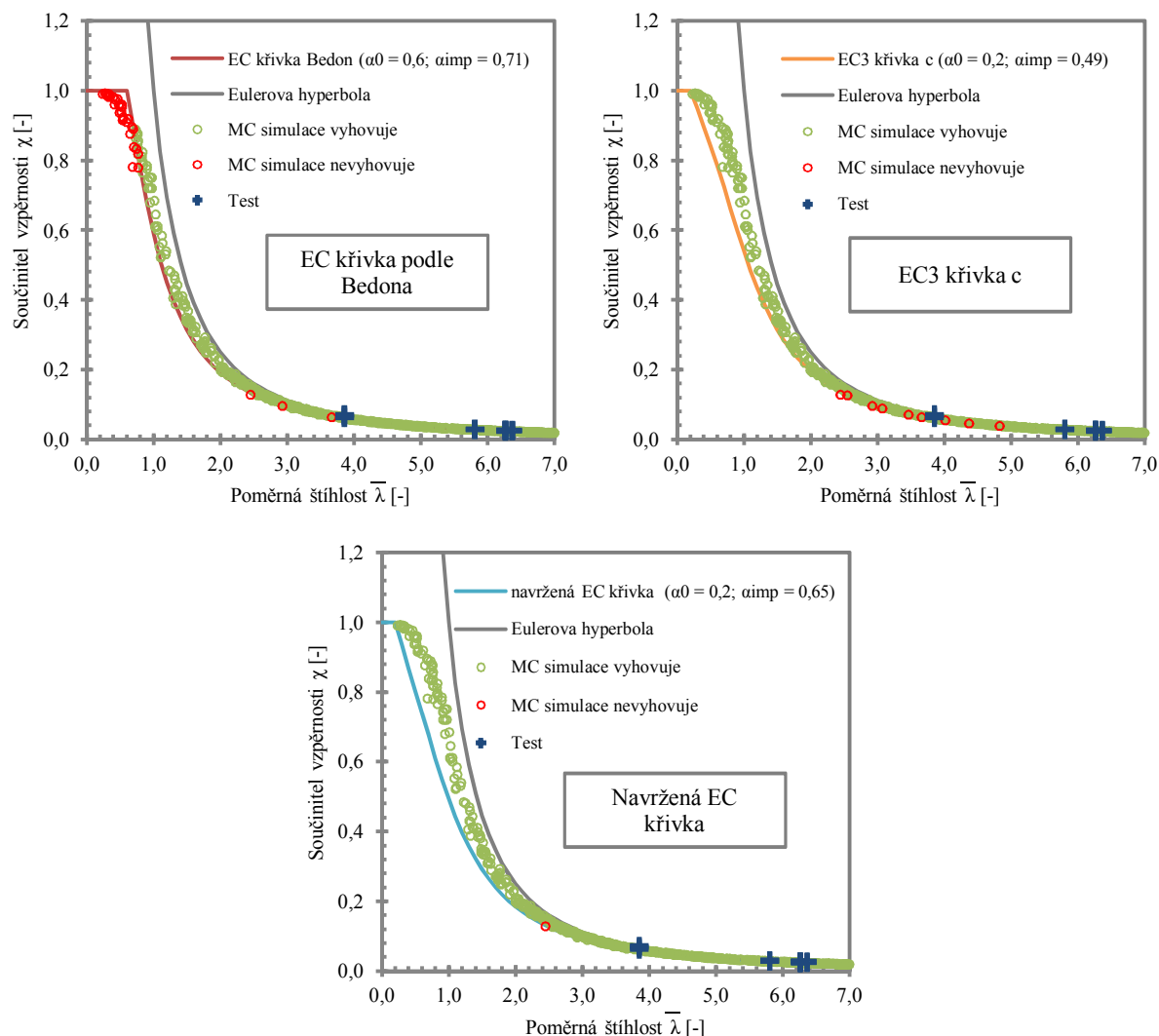
Parametr	Označení	Rozdělení	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Variační koeficient
Šířka průřezu	$b$	normální	150	0,75	0,005
Tloušťka mezivrstvy	$t_{\text{int}}$	normální	0,76	0,0038	0,005
Modul pružnosti skla	$E$	normální	70000	3500	0,05
Pevnost skla v tahu	$f_{b,k}$	lognormální	5,73	0,573	0,1
Amplituda imperfekce	$w_0$	lognormální	1,191	0,119	0,1
			Minimum	Maximum	
Vzpěrná délka	$L_{\text{cr}}$	rovnoměrné	30	1600	
Tloušťka skla	$t_1; t_2$	rovnoměrné	5,8	6,2	

### 5.6.2 Vyhodnocení simulace

Bylo provedeno 1000 simulací metodou Monte Carlo v programu MS Excel. Na základě náhodných kombinací vstupních parametrů byly podle teorie II. řádu (viz kap. 2.7.1) spočteny deformace uprostřed délky prutů a následně byla určena maximální normálová napětí v krajních vláknech průřezu. Za mezní stav se považuje okamžik, kdy maximální normálové napětí dosáhlo charakteristické pevnosti skla, síla působící v tomto okamžiku byla prohlášena za vzpěrnou odolnost  $N_{\text{ult,MC}}$ . Pro tyto vzpěrné únosnosti byly zpětně dopočítány podle rovnice (5.8) součinitelé vzpěrnosti  $\chi_{\text{MC}}$  a tyto byly vyneseny do grafu – viz obr. 5.27.

$$\chi_{\text{MC}} = \frac{N_{\text{ult,MC}}}{N_{\text{Rk}}} \quad (5.8)$$

V grafech jsou také příslušné křivky vzpěrné pevnosti (křivka navržená Bedonem et. al. [25], [26]; EC3 křivka c [120] a autorem nově navrhovaná křivka). Součinitelé vzpěrnosti  $\chi_{\text{MC}}$  získané simulací Monte Carlo jsou v grafech znázorněny dvěma barvami – zelenou a modrou. Zelená značka je použita v případě, když součinitel vzpěrnosti ze simulace  $\chi_{\text{MC}}$  vyšel vyšší, než součinitel vzpěrnosti vypočítaný podle dané křivky vzpěrné pevnosti  $\chi_{\text{EC}}$  s příslušnými vstupními parametry. V tomto případě je výpočet podle křivek vzpěrné pevnosti na straně bezpečné. Červenými značkami jsou vyneseny součinitelé vzpěrnosti  $\chi_{\text{MC}}$  s nižší hodnotou než  $\chi_{\text{EC}}$  podle křivek vzpěrné pevnosti – zde je výpočet podle KVP na straně nebezpečné.



**Obr. 5.27** Vzpěr – výsledky simulace Monte Carlo

Křivka vzpěrné pevnosti  $\underline{c}$  podle eurokódu 3 nevyhovuje v devíti případech z tisíce, pro méně štíhlé pruty (poměrná štíhlost přibližně do 1,0) je velice konzervativní. Naopak křivka navržená Bedonem a Amadiem [25], [26] se velice blíží skutečnému chování, ale pro málo štíhlé pruty (poměrná štíhlost přibližně do 0,8) dává nebezpečné výsledky – 34 nevyhovujících realizací. Autorem navrhovaná křivka vzpěrné pevnosti nevyhovuje pouze v jednom případě z tisíce, pro poměrné štíhlosti do 2,0 je velice konzervativní.

Výsledky analýzy Monte Carlo včetně pravděpodobnosti poruchy  $P_f$  pro jednotlivé křivky vzpěrné pevnosti jsou uvedeny v tab. 5.13.

**Tab. 5.13** Vzpěr – výsledky analýzy Monte Carlo

Křivka vzpěrné pevnosti	$\alpha_0$	$\alpha_{imp}$	počet nevyhovujících simulací	$P_f$
Amadio & Bedon	0,60	0,71	34	0,034
EC3 c	0,20	0,49	9	0,009
autor	0,20	0,65	1	0,001

## 6 OHÝBANÉ SKLENĚNÉ PRUTY – KLOPENÍ SKLENĚNÝCH NOSNÍKŮ

Pro analýzu klopení byly vybrány tři typy prutů, které byly podrobeny teoretické, numerické a experimentální analýze. Charakteristiky analyzovaných prutů jsou uvedeny v tab. 6.1. Všechna tělesa měla stejnou geometrii (délka  $L = 2400$  mm, šířka  $b = 280$  mm), ale různé tloušťky. Všechny analyzované nosníky byly dvojrstvého skla, přičemž souhrnná tloušťka skleněných tabulí  $t_{\text{glass}}$  byla 12, 16 a 20 mm. Tabule skla byly z plaveného chlazeného skla a byly spojeny mezivrstvami z folie EVASAFE. Geometrie zkušebních těles byla volena tak, aby se jednalo o tenkostěnný prut, obdobně jako u těles pro analýzu rovinného vzpěru – viz kap. 5

**Tab. 6.1** Typy prutů pro analýzu klopení

Označení	Popis	Sklo	Folie	Délka [mm]	Šířka [mm]	Tloušťka skla [mm]	Tloušťka folie [mm]
VG 66.2	Vrstvené dvojsklo	Plavené chlazené	EVASAFE	2400	280	6+6	0,76
VG 88.2	Vrstvené dvojsklo	Plavené chlazené	EVASAFE	2400	280	8+8	0,76
VG 1010.2	Vrstvené trojsklo	Plavené chlazené	EVASAFE	2400	280	10+10	0,76

### 6.1 Teoretická analýza

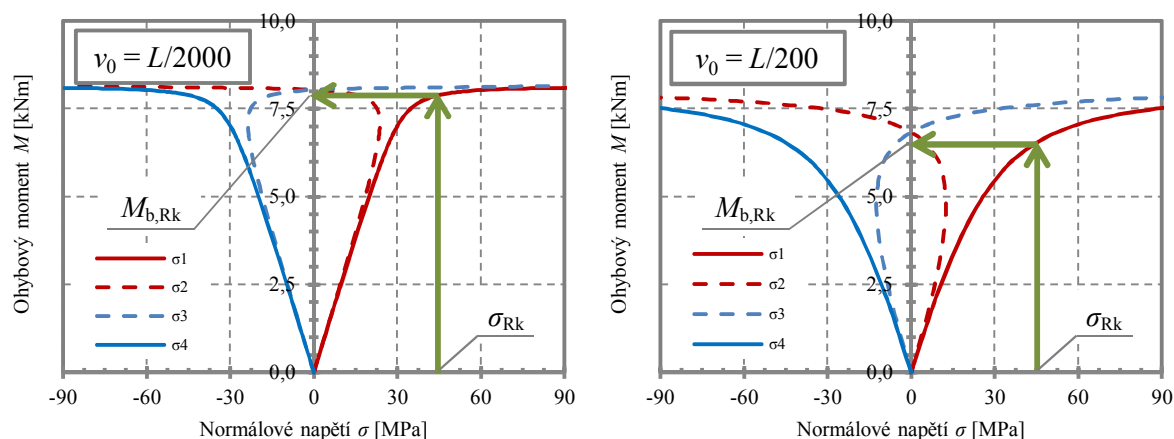
Analytické výpočty byly provedeny podle teorie II. řádu podrobně popsané v kapitole 2.8.1. Efektivní tloušťka skla  $t_{\text{eff}}$  a účinné průřezové charakteristiky ( $I_{t,\text{eff}}$  a  $I_{z,\text{eff}}$ ) byly spočteny podle modelu Haldimannova – kapitola 2.4.5. Následně byla vypočtena přetvoření prutu při zatížení (rovnice (2.155) a (2.156)) a odpovídající normálová napětí (rovnice (6.1)) pro velikosti počáteční geometrické imperfekce  $v_0$  v hodnotě  $L/300$  a  $L/200$  a  $\varphi_0 = 0$  rad. Velikosti imperfekcí přibližně odpovídají maximálnímu dovolenému celkovému prohnutí 3 mm/m a 5 mm/m – viz tab. 2.15. Rovnice pro výpočet normálových napětí je přibližná – zanedbává normálová napětí od bimomentů, protože i při výpočtu byla tuhost ve vázaném kroucení zanedbána, chyba je na straně bezpečné. Ohybové momenty k osám  $y$  a  $z$  jsou spočteny z celkového ohybového momentu a úhlu natočení průřezu uprostřed rozpětí.

$$\sigma_x \approx \pm \frac{M_y}{W_y} \pm \frac{M_z}{W_{z,\text{eff}}} \quad (6.1)$$

Předpokládá se, že mezní únosnosti (charakteristické hodnoty) prutu bylo dosaženo v okamžiku, kdy zatížení způsobilo maximální tahové napětí v hodnotě charakteristické pevnosti skla – viz obr. 6.1 a rovnice (6.2).

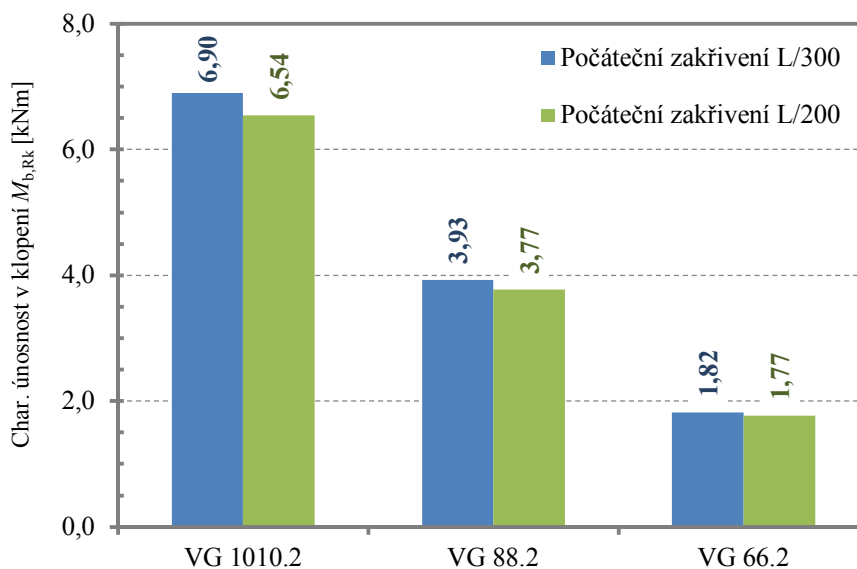
$$\sigma_{+\max} = \sigma_{Rk} \rightarrow M_{b,Rk} \quad (6.2)$$

V grafech v obr. 6.1 jsou znázorněny průběhy napětí v horních a dolních vláknech průřezu pro levou i pravou stranu obdélníkového průřezu. Obě horní vlákna jsou zpočátku tažena a obě spodní vlákna jsou zpočátku tlačena (od kladného ohybového momentu). Při zvyšování zatížení dojde vlivem přetvoření prutu (natočení průřezu) ke změně smyslu napětí na tažené (dolní) konvexní (vnitřní) straně prutu a tlačené (horní) konkávní (vnější) straně prutu (čárkované křivky). Bod změny smyslu napětí (velikost ohybového momentu) je tím blíže kritickému momentu, čím jsou počáteční imperfekce menší.



**Obr. 6.1** Analytický výpočet: křivky moment – napětí

Výsledky teoretické analýzy jsou uvedeny v obr. 6.2. Podrobný postup je číselně veden v příloze H (str. 218).

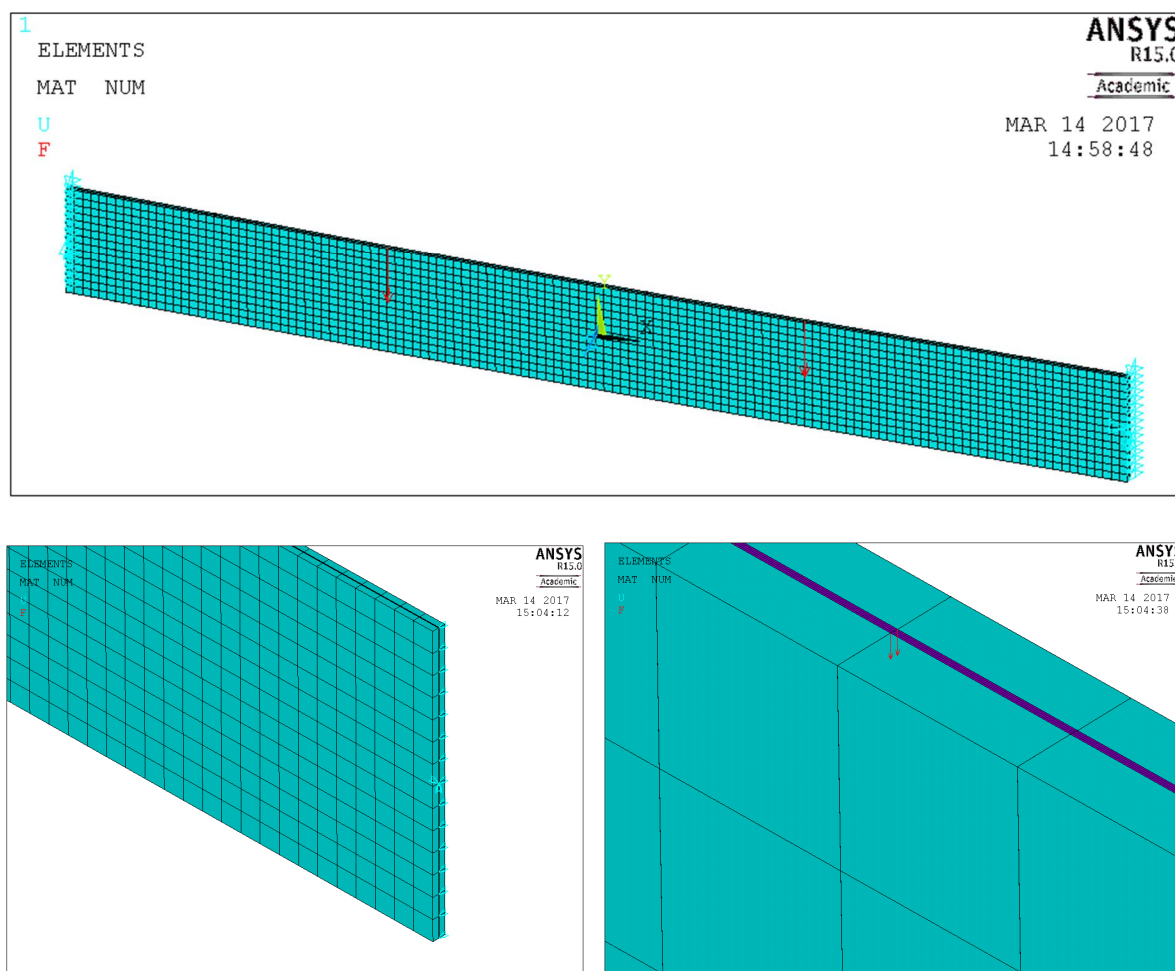


**Obr. 6.2** Výsledky teoretické analýzy

## 6.2 Numerická analýza

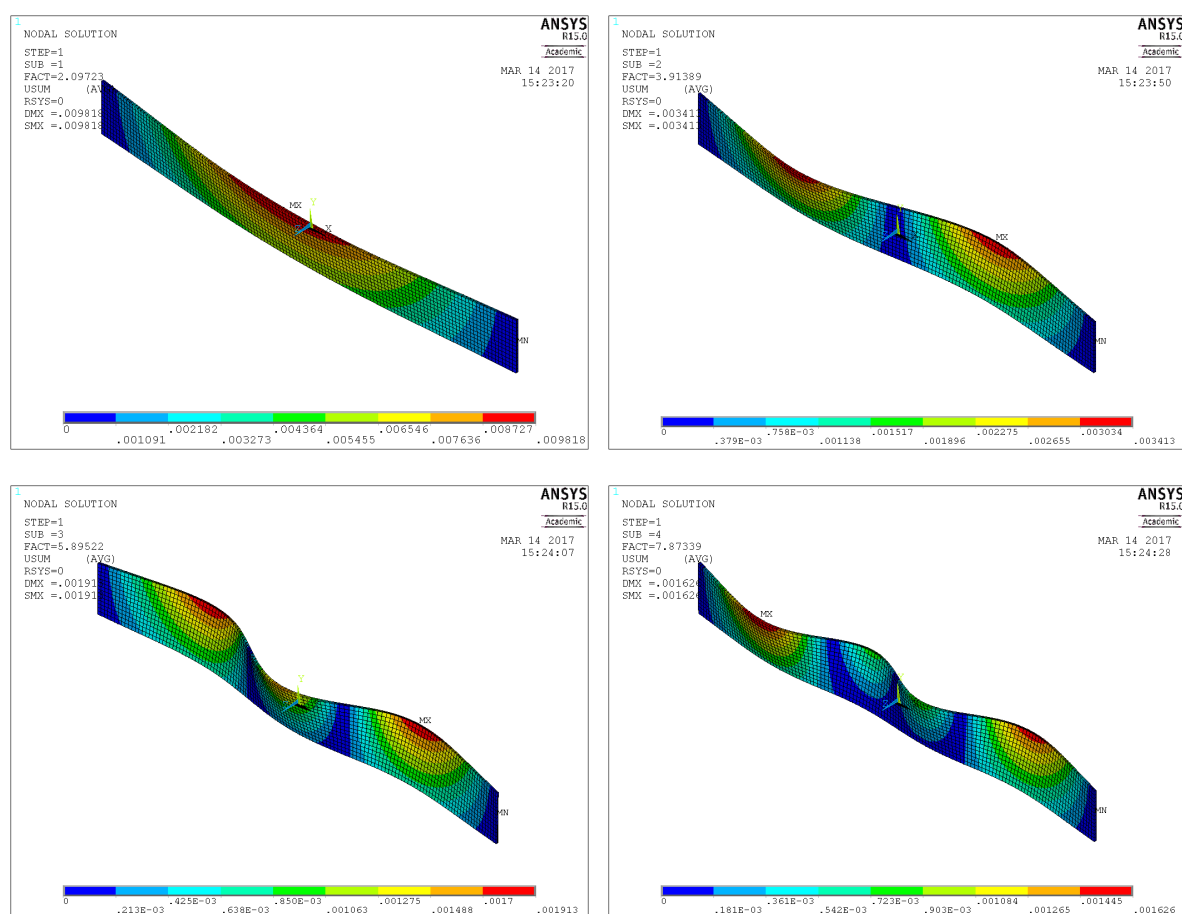
Numerické modely byly vytvořeny v programu ANSYS mechanical APDL (verze 15.0) [82], který pracuje na základě metody konečných prvků. V numerických modelech nebyly zahrnuty ocelové koncové botky, byly vymodelovány samotné skleněné nosníky (jednotlivé tabule skla i mezivrstvy). Z důvodu zachování věrnosti modelu, byla délka skleněných nosníků modelována v hodnotě teoretického rozpětí nosníku. Vrstvené sklo bylo modelováno objemovými a plošnými konečnými prvky. Mezivrstva byla vytvořena prvky SOLID 185, přičemž po tloušťce mezivrstvy byly čtyři konečné prvky. Skleněné tabule byly vytvořeny konečnými prvky shell 181 se zadanou tloušťkou jako reálnou konstantou. Pro správnou polohu skleněných tabulí vzhledem k mezivrstvě byl použit „offset“. Síť konečných prvků byla tvořena pouze obdélníkovými prvky a s délkou strany přibližně 20 mm. Model včetně detailu sítě konečných prvků je znázorněn na obr. 6.3

Okrajové podmínky v uložení i zatížení byly modelovány definováním posunů a sil v uzlech konečných prvků skleněných tabulí.



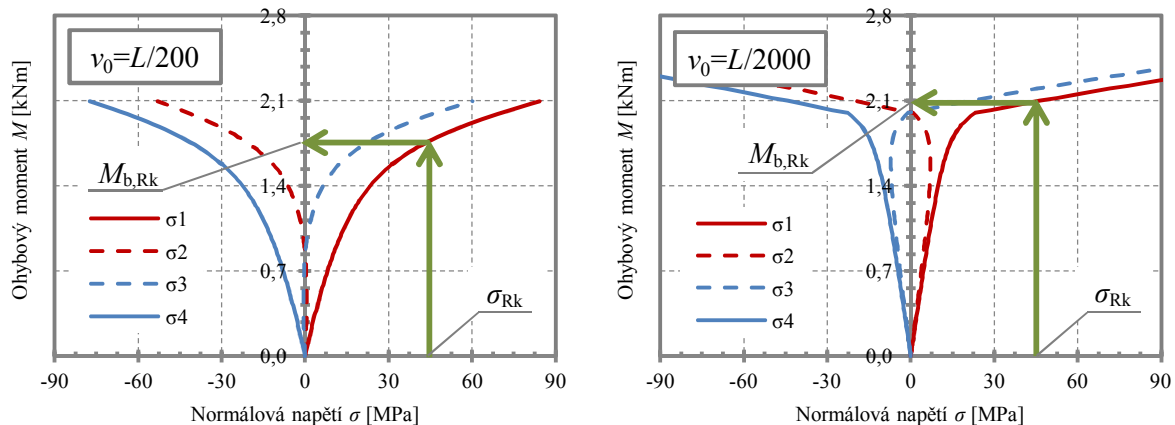
**Obr. 6.3** Numerický model prutu VG 66.2 – celkový pohled, detail uložení, detail sítě prvků

Byla provedena stabilitní analýza pro určení vlastních tvarů a příslušných součinitelů kritických zatížení, potažmo kritických momentů. První čtyři vlastní tvary jsou uvedeny v obr. 6.4. Následně byla změněna geometrie skleněného nosníku – přiřazení ekvivalentní počáteční geometrické imperfekce prutu v hodnotě  $L/300$  a  $L/200$ , které přibližně odpovídají maximálnímu dovolenému celkovému prohnutí 3 mm/m a 5 mm/m – viz tab. 2.15) a poté byla provedena geometricky nelineární pružná analýza s imperfekcemi (GNIA – geometrically non-linear elastic analysis with imperfections) podle teorie velkých deformací. Model byl zatěžován silami ve sto přírůstcích, přičemž hodnota konečného zatížení vyvozovala ohybový moment v hodnotě kritického momentu prutu pro první vlastní tvar.



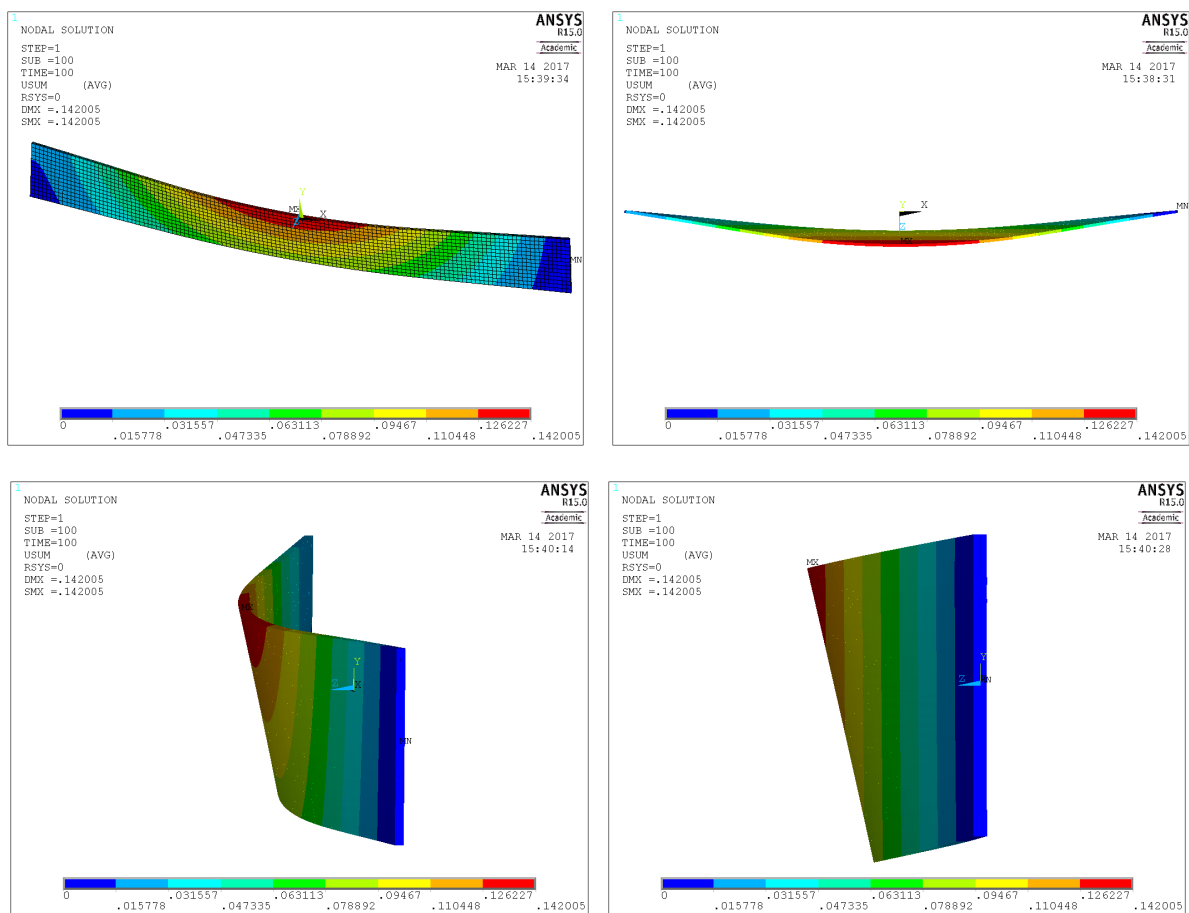
**Obr. 6.4** Stabilitní analýza – první čtyři vlastní tvary

Při analýze byla sledována závislost velikosti přetvoření a napětí na působícím zatížení. Vyhodnocení numerické analýzy bylo obdobné, jako u teoretické analýzy, zatížení, které způsobilo napětí rovné mezi pevnosti, bylo prohlášeno za mezní únosnost prutu – viz obr. 6.5.

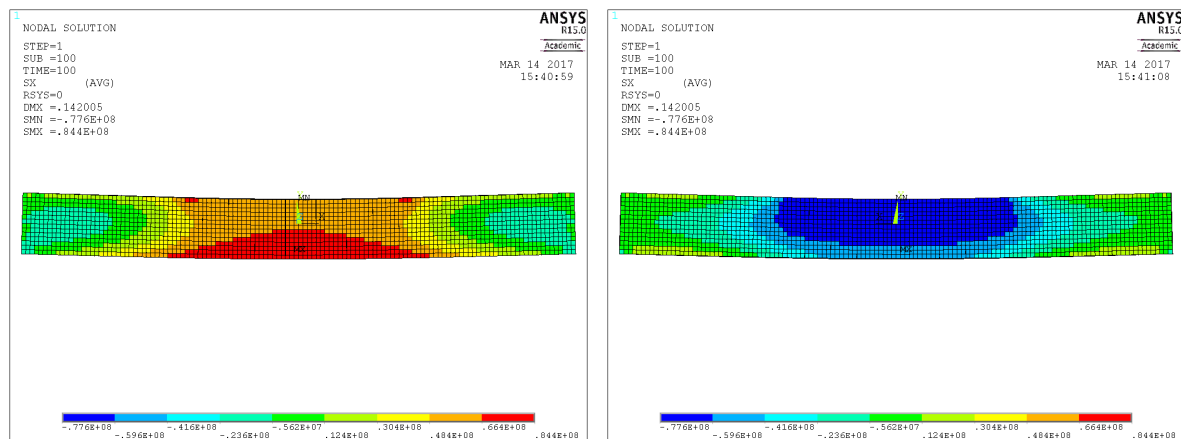


**Obr. 6.5** Numerická analýza: křivky ohybový moment – napětí

Grafické výstupy z numerické analýzy jsou v obr. 6.6 a obr. 6.7.

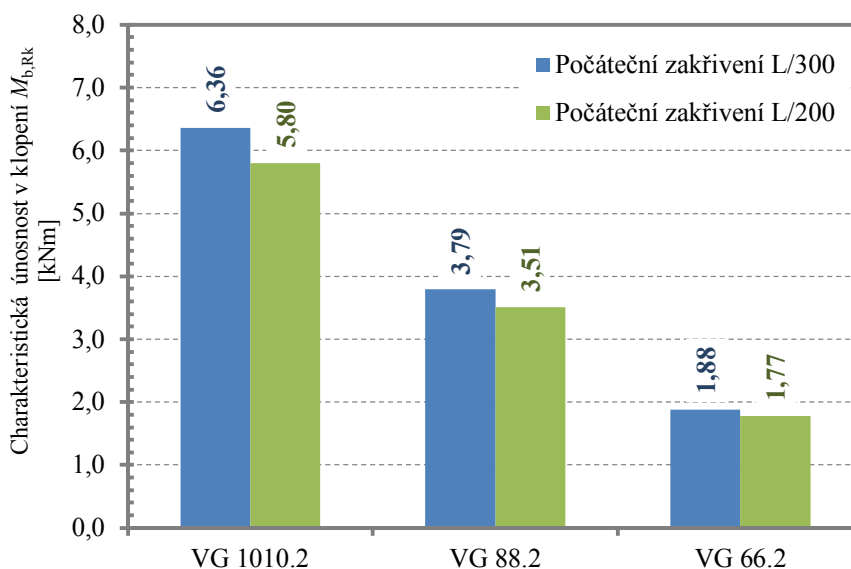


**Obr. 6.6** Klopení – numerická analýza (deformace)



**Obr. 6.7** Klopení – numerická analýza (napětí)

Mezní únosnosti získané numerickou analýzou jsou uvedeny v grafu v obr. 6.8.



**Obr. 6.8** Výsledky numerické analýzy

### 6.3 Normový výpočet únosnosti v klopení

Metoda využívající křivky klopení byla obecněji popsána v kapitole 2.8.2. Výpočty byly provedeny pro dvě křivky klopení – EC3 křivku  $\underline{c}$  ( $\alpha_{imp} = 0,49$ ;  $\alpha_0 = 0,20$ ) a EC křivku s parametry podle Bedona a Amadia [25] a [26] ( $\alpha_{imp} = 0,26$ ;  $\alpha_0 = 0,20$ ). Podrobný výpočet charakteristické a návrhové únosnosti v klopení  $M_{b,Rk}$  a  $M_{b,Rd}$  prutu typu VG 88.2 je uveden v příloze H (str. 220).

Pro výpočet pružného kritického momentu je použit přístup podle normy pro navrhování ocelových konstrukcí ČSN EN 1993-1-1 [120] protože při experimentech nebyly dodrženy okrajové podmínky v uložení, které by dovolovaly použít zjednodušené vztahy (2.149) nebo (2.150). Vztahy lze ale dále upravit, protože některé bezrozměrné parametry

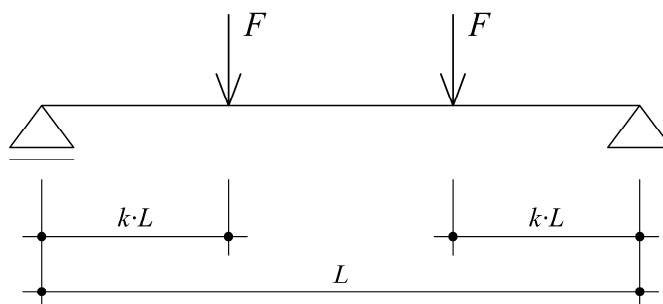


nabývají nulových hodnot. Součinitel vzpěrné délky pro vybočení z roviny prvotního ohybu  $k_z$  byl na základě výsledků experimentů odhadnut hodnotou 0,8.

Zásadním problémem při určení pružného kritického momentu podle národní přílohy NB.3 normy ČSN EN 1993-1-1 [120] je obecně správné určení koeficientů  $C_1$ ,  $C_2$  a  $C_3$ . V citované národní příloze nejsou tyto součinitele uvedeny pro daný statický systém (prostý nosník zatížený dvojicí břemen). V literatuře (např. Baláž [61]) lze najít hodnoty těchto součinitelů pro umístění břemen ve čtvrtinách rozpětí od podpor. Balázs [37] odvodil výrazy (6.3) a (6.4) pro obecný (symetrický) případ prostého nosníku zatíženého dvojicí břemen, kde parametr  $k$  udává polohu zatížení na nosníku – viz obr. 6.9.

$$C_1 = \frac{\pi \cdot k \cdot \sqrt{6\pi}}{\sqrt{4\pi^3 \cdot k^2 \cdot \left(\frac{3}{2} - 2k\right) - 6\pi \cdot k \cdot \cos(2\pi k) + 3 \sin(2\pi k)}} \quad (6.3)$$

$$C_2 = \frac{(1 - \cos(2\pi \cdot k)) \cdot \sqrt{6\pi}}{\pi \cdot \sqrt{4\pi^3 \cdot k^2 \cdot \left(\frac{3}{2} - 2k\right) - 6\pi \cdot k \cdot \cos(2\pi k) + 3 \sin(2\pi k)}} \quad (6.4)$$



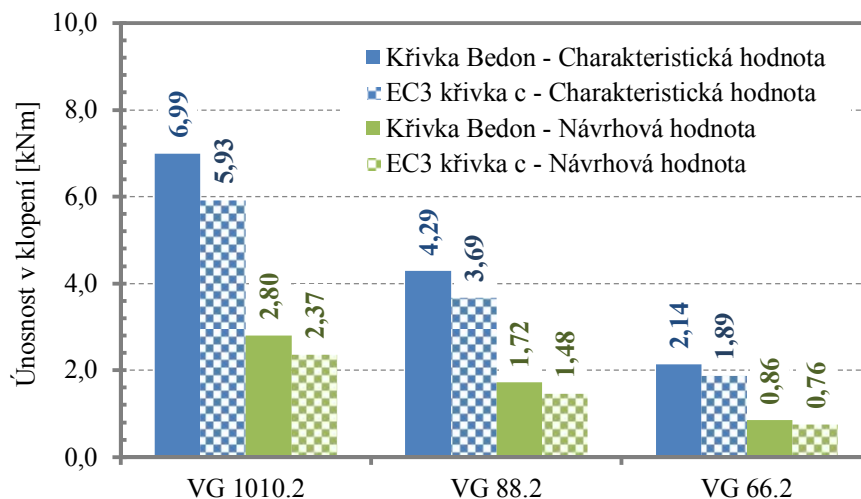
Obr. 6.9 Součinitele  $C_1$  a  $C_2$  pro nosník zatížený symetrickou dvojicí břemen

V tab. 6.2 je uveden výpočet a charakteristické a návrhové únosnosti pro ostatní typy prutů ve zkrácené formě.

Tab. 6.2 Klopení – charakteristické a návrhové únosnosti podle křivek klopení (Bedon a Amadio)

Typ prutu	$I_{z,eff}$ [mm <sup>4</sup> ]	$I_{t,eff}$ [mm <sup>4</sup> ]	$W_y$ [mm <sup>3</sup> ]	$M_{cr}$ [kNm]	$f_{g,k}$ [MPa]	$f_{g,d}$ [MPa]	$\bar{\lambda}_{LT}$ [-]	$\Phi_{LT}$ [-]	$\chi_{LT}$ [-]	$M_{b,Rk}$ [kNm]	$M_{b,Rd}$ [kNm]
VG 1010.2	$1,30 \cdot 10^5$	$1,99 \cdot 10^5$	$2,61 \cdot 10^5$	10,42	45	18,00	1,062	1,176	0,595	6,99	2,80
VG 88.2	$7,29 \cdot 10^4$	$1,05 \cdot 10^5$	$2,09 \cdot 10^5$	5,63	45	18,00	1,292	1,477	0,456	4,29	1,72
VG 66.2	$3,46 \cdot 10^4$	$4,61 \cdot 10^4$	$1,57 \cdot 10^5$	2,56	45	18,00	1,659	2,066	0,303	2,14	0,86

Výsledky výpočtů podle křivek klopení jsou graficky znázorněny na obr. 6.10.



**Obr. 6.10** Výsledky výpočtů podle křivek klopení

## 6.4 Experiment

Typy zkušebních těles podrobených experimentální analýze odpovídají typům prutů analyzovaných teoreticky a numericky. Výpis zkušebních těles je uveden v tab. 6.3. K dispozici bylo celkem 9 kusů zkušebních těles.

**Tab. 6.3** Výpis zkušebních těles experimentální analýzy klopení

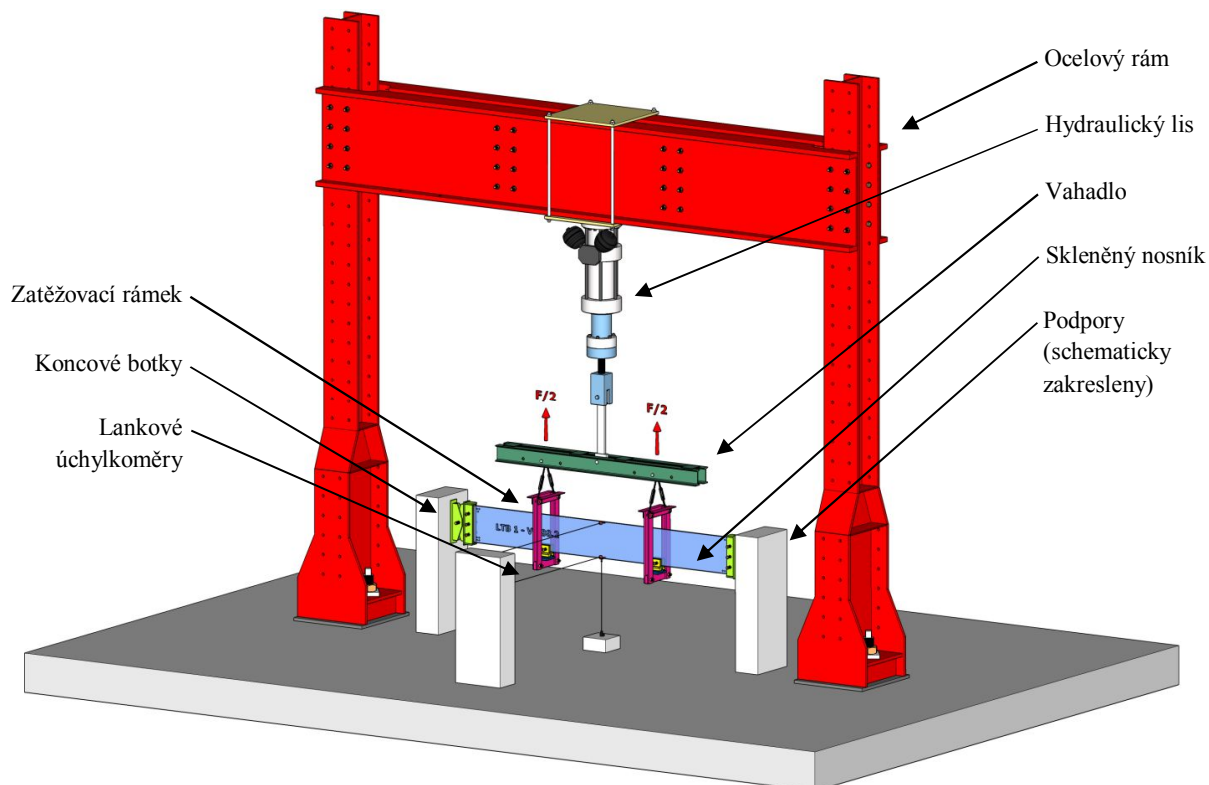
Vzorek	Označení	Popis	Sklo	Folie	Kusů
LTB1 – LTB3	VG 1010.2	Vrstvené dvojsklo	Plavené chlazené	EVASAFE	3
LTB4 – LTB6	VG 88.2	Vrstvené dvojsklo	Plavené chlazené	EVASAFE	3
LTB7 – LTB9	VG 66.2	Vrstvené dvojsklo	Plavené chlazené	EVASAFE	3

### 6.4.1 Popis zkušebního zařízení

Experimenty byly provedeny v laboratořích Ústavu kovových a dřevěných konstrukcí Fakulty stavební VUT v Brně. Uspořádání experimentů a metodika analýzy zkoušek vychází z návrhu řešení, jež předložili J. Melcher a M. Karmazínová [70], [71], [98], [99]. Celá zkušební sestava je znázorněna na obr. 6.11. Další pohledy a detaily zkušební sestavy jsou v příloze F (str. 208).

Zkušební těleso bylo na obou koncích uloženo kloubově v ohybu kolem obou hlavních os průřezu, deplanaci nebylo bráněno. Vidlicové uložení (fork conditions) bylo realizováno nasunutím koncových „botek“ na oba konce zkušebního tělesa. Botky byly opatřeny čepy, jejichž prostřednictvím byl zkušební vzorek uložen na podpůrnou konstrukci. Mezi skleněný vzorek a ocelovou botku se vkládaly dřevěné podložky tak, aby se zabránilo přímému kontaktu ocelové botky a skla, v němž by koncentrace napětí mohly způsobit nechtěné porušení vzorku. Centrická poloha skleněného tělesa vůči ocelové botce, potažmo středu

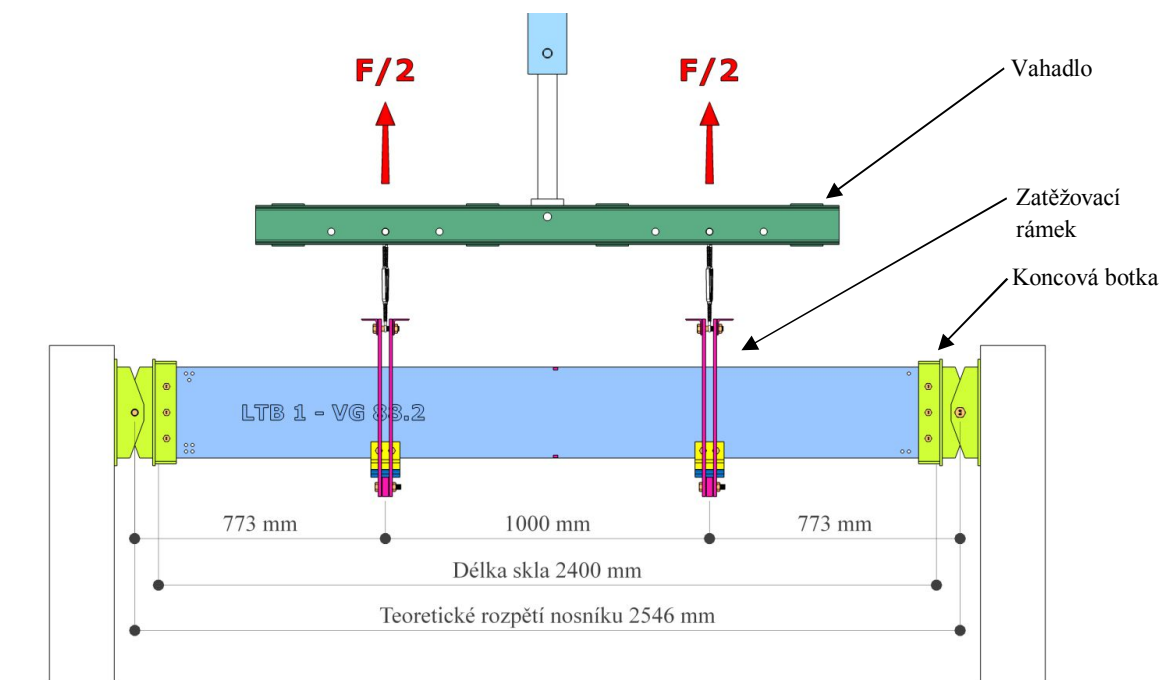
otáčení, byla zajištěna rektifikačními šrouby. Detail uložení zkušební vzorku je uveden v příloze F (str. 209).



**Obr. 6.11** Zkušební sestava na klopení

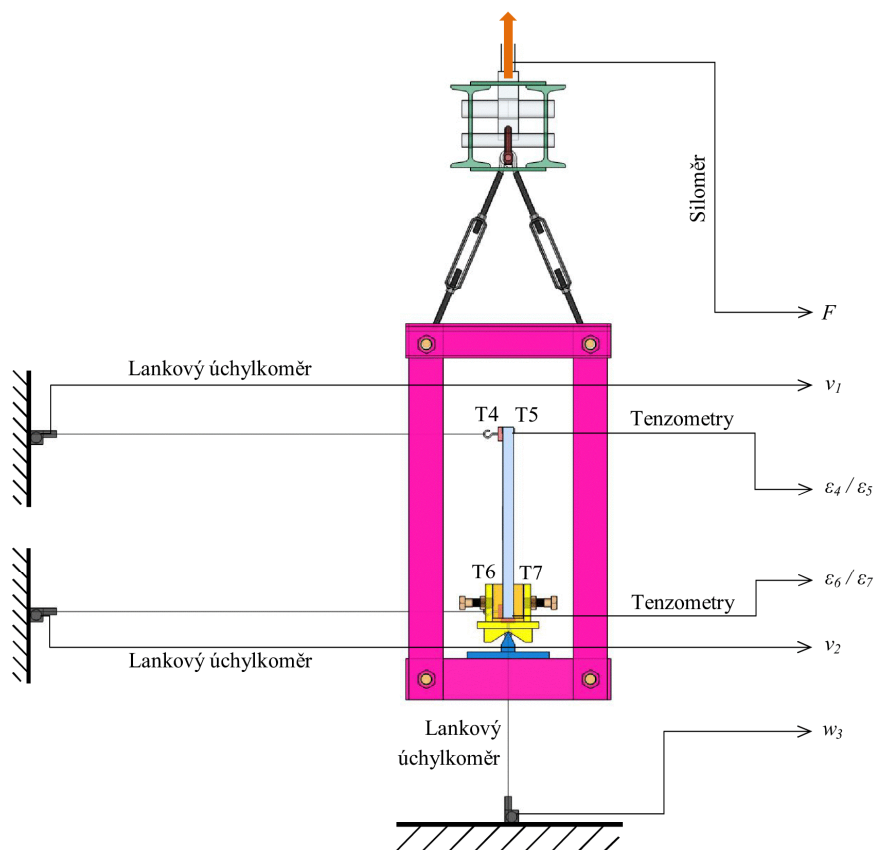
Zkušební těleso bylo umístěno do zatěžovacího ocelového rámu sestávajícího z příčle a sloupů z ocelových svařovaných profilů. Zatížení bylo do tělesa vnášeno hydraulickým lisem elektricky ovládaným. Zatěžovací síla vyvolaná lisem se roznášela pomocí vahadla na dvě stejně velké, symetricky situované síly. Tyto síly zatěžovaly zkušební těleso prostřednictvím kloubových zatěžovacích rámečků, které byly opatřeny zatěžovacími botkami s rektifikačními šrouby. V místě vnášení zatížení se zkušební těleso mohlo volně posouvat a natáčet. Jednalo se tedy o skleněný nosník prostě podepřený, zatížený dvojicí sil přibližně ve třetinách rozpětí nosníku s eliminací vazeb přetvoření v místě působení zatížení. Zatěžovací schéma je uvedeno na obr. 6.12.

Uprostřed rozpětí nosníku byly měřeny vodorovné posuny horní a dolní hrany průřezu a svislý posun dolní hrany průřezu potenciometrickými snímači WPS-250 (Micro-Epsilon). Osově napětí horní i dolní hrany na konkávní i konvexní straně průřezu bylo měřeno taktéž v polovině délky zkušební vzorku odporovými tenzometry LY11-6/350,  $k = 2,04$  (HBM Darmstadt). Před lepením tenzometrů byl povrch skla jemně obroušen brusným papírem zrnitosti H400 a odmaštěn chemicky čistým acetonem. Tenzometry byly přilepeny lepidlem Z70 (HBM Darmstadt). Schéma zapojení snímacích zařízení je znázorněno na obr. 6.13.



**Obr. 6.12** Zatěžovací schéma skleněných nosníků

Zkušební tělesa byla zatěžována statickou silou až do porušení vzorku. Rychlost zatěžování byla dána rychlostí vysouvání pístu lisu ( $0,08 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  pro VG 1010.2;  $0,04 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  pro VG 88.2;  $0,02 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  pro VG 66.2). Fotografická dokumentace - viz přílohu F (str. 212).



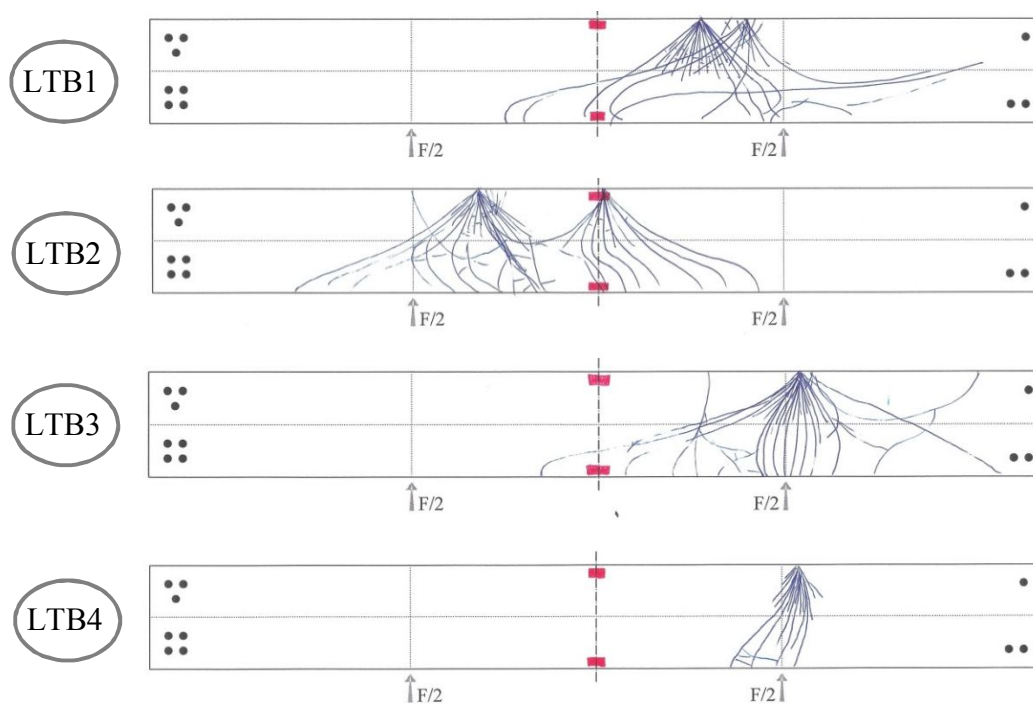
**Obr. 6.13** Schéma zapojení snímacích zařízení při klopení

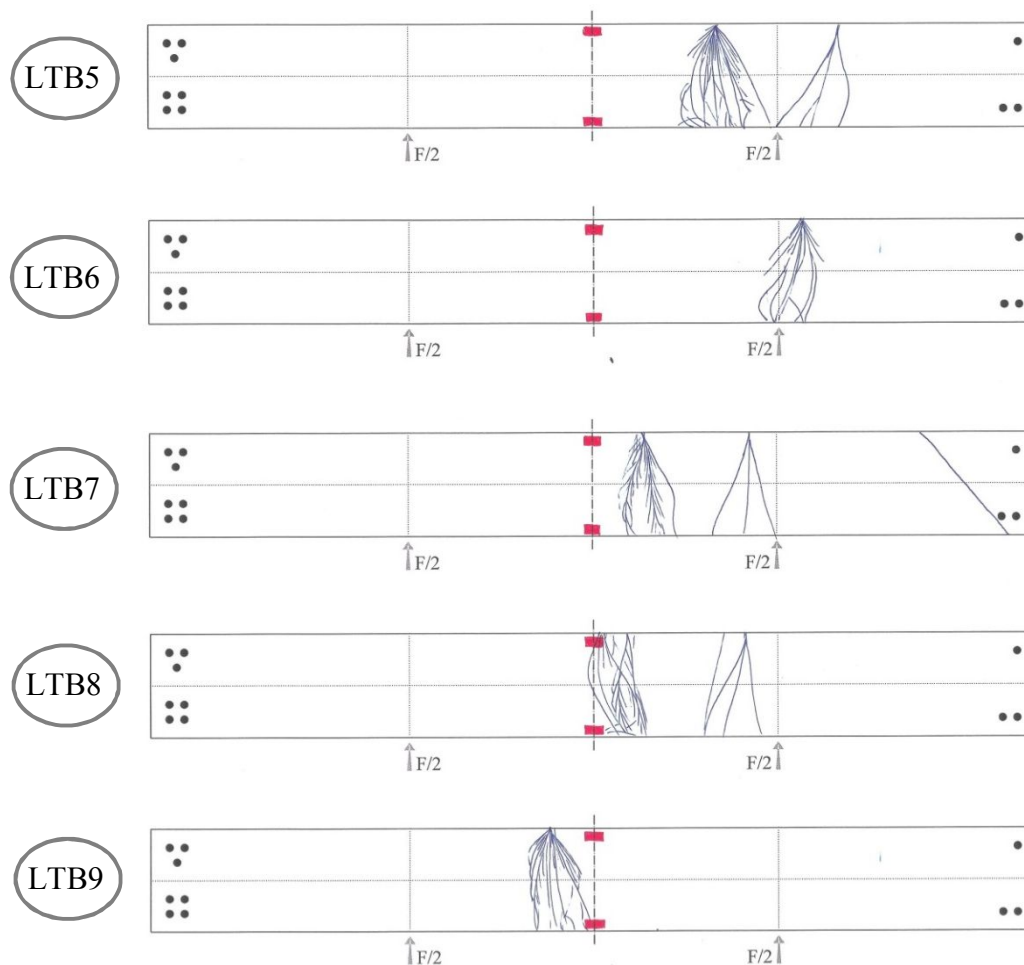
## 6.4.2 Vyhodnocení experimentu

### Mechanismus porušení

Pro všechna zkušební tělesa platí, že k porušení došlo křehkým lomem skla náhle bez žádných předchozích varovných signálů. Při pohledu na vzory trhlin jednotlivých zkušebních těles – obr. 6.14 – lze učinit následující závěry:

- ohlisko trhlin se nachází vždy na tažené (při experimentech horní) hraně nosníku.
- ohlisko porušení se v mnoha případech nenachází ve středu rozpětí, kde by teoreticky mělo být (mezi břemeny je konstantní průběh ohybového momentu kolem osy prvotního ohybu, ale napětí vyvolaná zkroucením a ohybem kolem měkké osy průřezu jsou nejvyšší právě ve středu nosníku), ale spíše v blízkosti pravého břemena – zatěžovací soustava zřejmě nebyla dokonale symetrická, pravé břemeno bylo větší než levé.
- vzor trhlin tužších (tlustších) nosníků LTB1 – LTB3 je hustší než u středně tuhých nosníků LTB4 – LTB6, primární trhliny nejslabších nosníků LTB7 – LTB9 jsou téměř přímé a nerozvětvené. Tento jev potvrzuje teorii – k porušení nejtuzších nosníků bylo nutné vyvynout největší zatížení, v okamžiku porušení bylo v těchto nosnících naakumulováno největší množství energie jejíž náhlé uvolnění způsobilo „nejbohatší“ porušení trhlinami.
- tenzometry umístěné 10 mm pod hranou skla neovlivnily výsledky experimentů – ohniska porušení se obecně nacházejí mimo tenzometry a můstky.





**Obr. 6.14** Klopení – mechanismus porušení těles LTB1 až LTB9

### **Únosnost a napjatost**

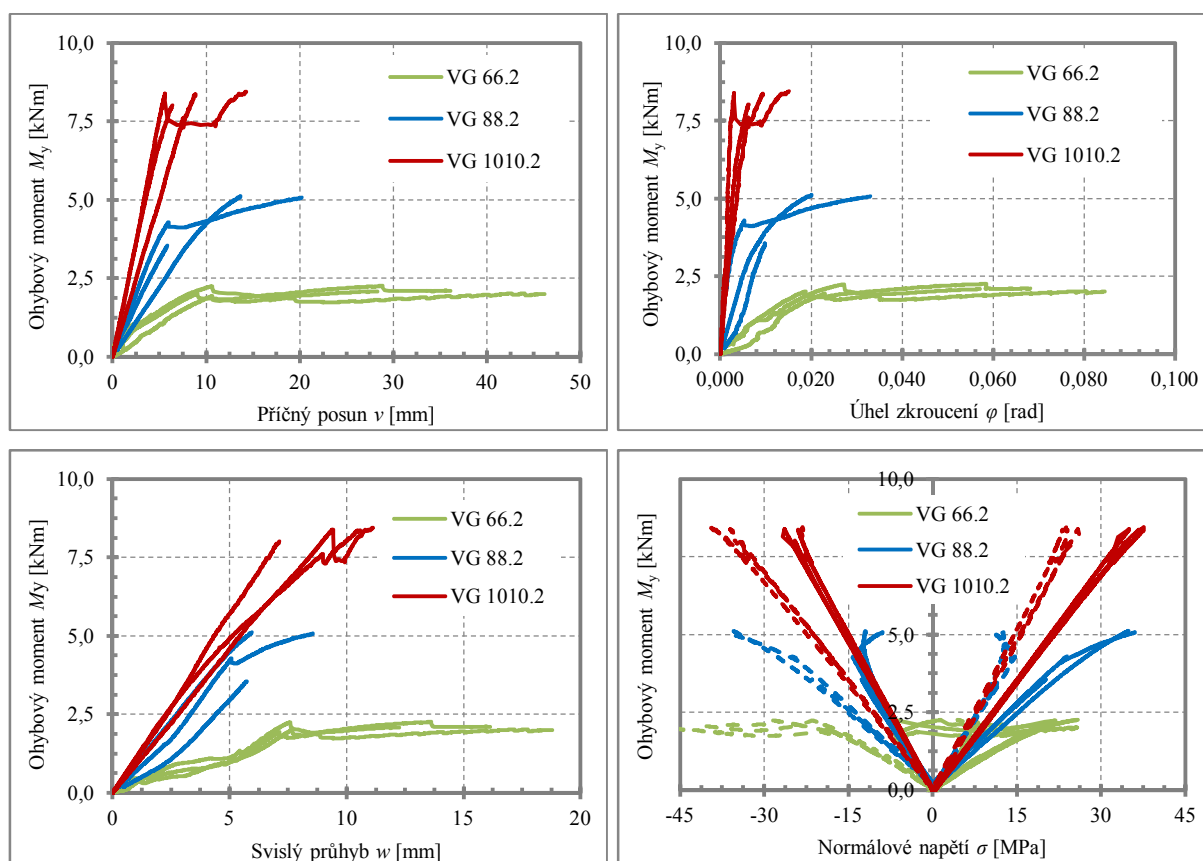
Maximální ohybové momenty  $M_{\max}$  (únosnosti při klopení), maximální průhyby  $w_{\max}$ , příčné posuny  $v_{\max}$  a úhly natočení  $\varphi_{\max}$  při porušení, největší hodnoty tahových normálových napětí  $\sigma_{\max}$  při porušení a doby trvání testů  $t_{\text{test}}$  jsou vypsány v tab. 6.4.

Závislosti velikostí příčného vybočení, průhybu, úhlu zkroucení a normálových napětí na aktuální velikosti ohybového momentu pro všechny typy zkoušených skleněných nosníků jsou vyneseny v grafech na obr. 6.15. Křivky pro jednotlivé vzorky jsou uvedeny v příloze G (str. 213).

I když jsou jednotlivé křivky popisující vztah ohybového momentu a příčného posunu / průhybu / úhlu zkroucení a normálového napětí „kostrbaté“, jejich globální průběhy odpovídají tuhostem jednotlivých typů nosníků. Všechny křivky mají rostoucí tendenci od začátku zatěžování až do porušení.

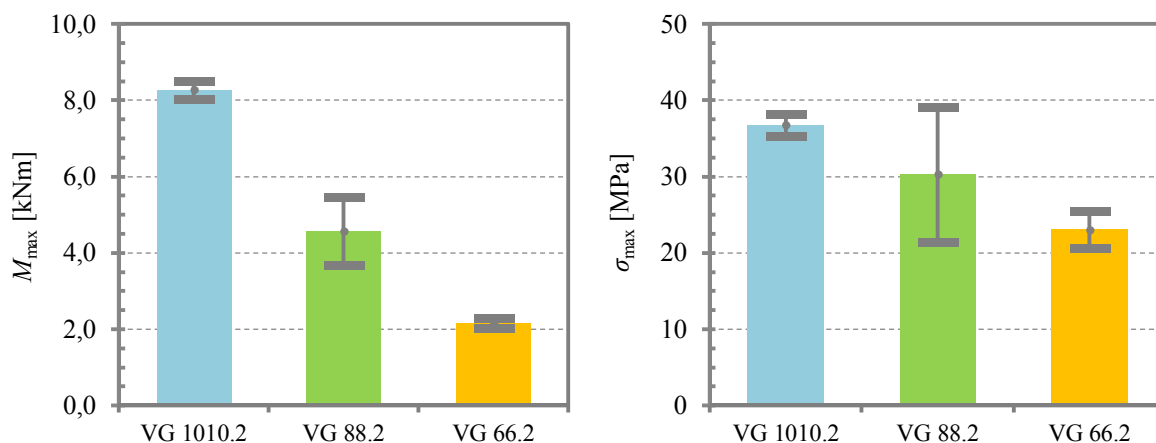
Tab. 6.4 Klopení – výsledky experimentu

Zkušební těleso	$v_{\max}$ [mm]	$w_{\max}$ [mm]	$\varphi_{\max}$ [rad]	$M_{\max}$ [kNm]	$\sigma_{\max+}$ [MPa]	$t_{\text{test}}$ [s]
LTB1	8,87	10,58	0,0093	8,36	37,58	644,90
LTB2	6,39	7,13	0,0062	8,02	35,15	363,30
LTB3	14,26	11,11	0,0151	8,45	37,66	351,90
LTB4	13,68	5,95	0,0200	5,12	34,85	432,20
LTB5	20,21	8,57	0,0330	5,07	36,03	460,50
LTB6	5,87	5,73	0,0098	3,55	20,13	326,60
LTB7	36,09	16,13	0,0682	2,26	25,82	864,80
LTB8	46,15	18,79	0,0844	2,02	21,53	1076,40
LTB9	28,27	12,25	0,0570	2,24	21,91	817,40



Obr. 6.15 Závislost příčné výchylky, úhlu pootočení, svislého průhybu a normálového napětí na ohybovém momentu

Na obr. 6.16 jsou v grafu vyneseny průměrné hodnoty naměřených únosností při klopení a maximálních tahových napětí pro jednotlivé typy vzorků (barevné sloupce) a příslušné směrodatné odchylky.



**Obr. 6.16** Maximální ohybový moment a napětí – střední hodnoty a směrodatné odchytky

### Určení návrhové hodnoty odolnosti v klopení z výsledků experimentů

Vyhodnocení bylo provedeno podle přílohy D normy ČSN EN 1990 Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí [115]. V tab. 6.6 jsou uvedeny charakteristické a návrhové hodnoty vypočtené z výsledků zkoušek pro předpoklad normálního rozdělení. Výsledné hodnoty byly určeny ze vstupů uvedených v tab. 6.5.

**Tab. 6.5** Vstupní data pro vyhodnocení zkoušek odolnosti v klopení

Typ prutu	$x_i$	$n$	$k_n$	$k_{d,n}$	$\gamma_m$		
VG 1010.2	8,36	8,02	8,45	3	3,37	-	2,38
VG 88.2	5,12	5,07	3,55	3	3,37	-	2,37
VG 66.2	2,26	2,02	2,24	3	3,37	-	2,49

Součinitel  $k_{d,n}$  není pro  $n = 3$  uveden a tudíž ani návrhové hodnoty nemohly být určeny přímou metodou. Součinitel spolehlivosti materiálu  $\gamma_m$  byl určen jako podíl charakteristické pevnosti a návrhové pevnosti skla určené postupem podle prEN 16612 [113] – jedná se o souhrn součinitelů  $k_{\text{mod}}$ ,  $k_{\text{sp}}$  a  $\gamma_{M,A}$ , přičemž modifikační součinitel byl určen podle rovnice (2.28) pro skutečnou dobu působení ztížení (dobu trvání testu).

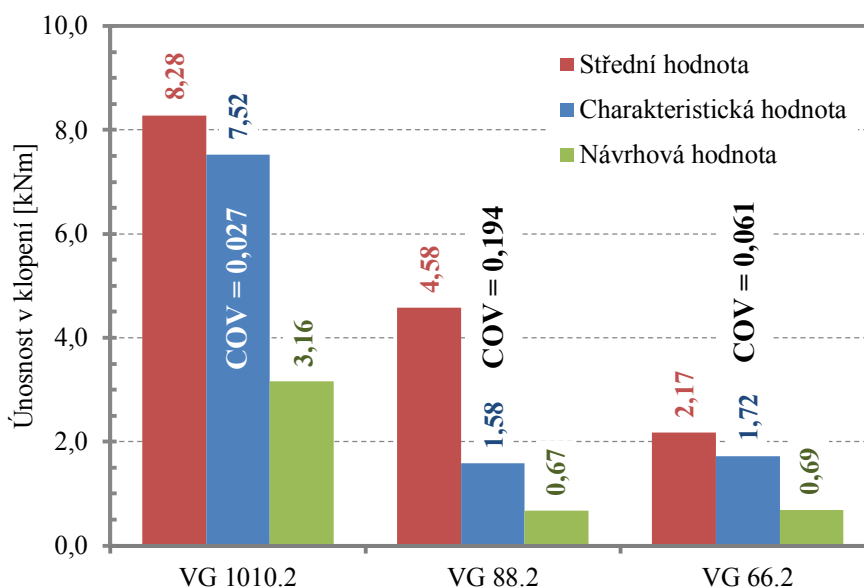
**Tab. 6.6** Charakteristické a návrhové hodnoty odolnosti v klopení pro normální rozdělení

Veličina		VG 1010.2	VG 88.2	VG 66.2
Průměr	$m_x$ [kNm]	8,28	4,58	2,17
Směrodatná odchylna	$s_x$ [kNm]	0,2242	0,8890	0,1333
Variační koeficient	$V_x$ [-]	0,0271	0,1942	0,0614
Charakteristická hodnota	$X_k$ [kNm]	7,52	1,58	1,72
Návrhová hodnota	$X_d$ [kNm]	3,16	0,67	0,69



Charakteristická a návrhová hodnota odolnosti v klopení nosníků složení VG 88.2 jsou ovlivněny malým počtem vzorků ( $n = 3$ ), přičemž u jednoho z nich došlo k porušení při výrazně nižším zatížení než u ostatních dvou, výsledkem je vysoká hodnota variačního koeficientu, což má za následek nízké výsledné hodnoty (dokonce nižší než pro nosníky složení VG 66.2).

Výsledky experimentální analýzy jsou graficky znázorněny na obr. 6.17.



Obr. 6.17 Klopení – výsledky experimentální analýzy

### Ekvivalentní geometrická imperfekce

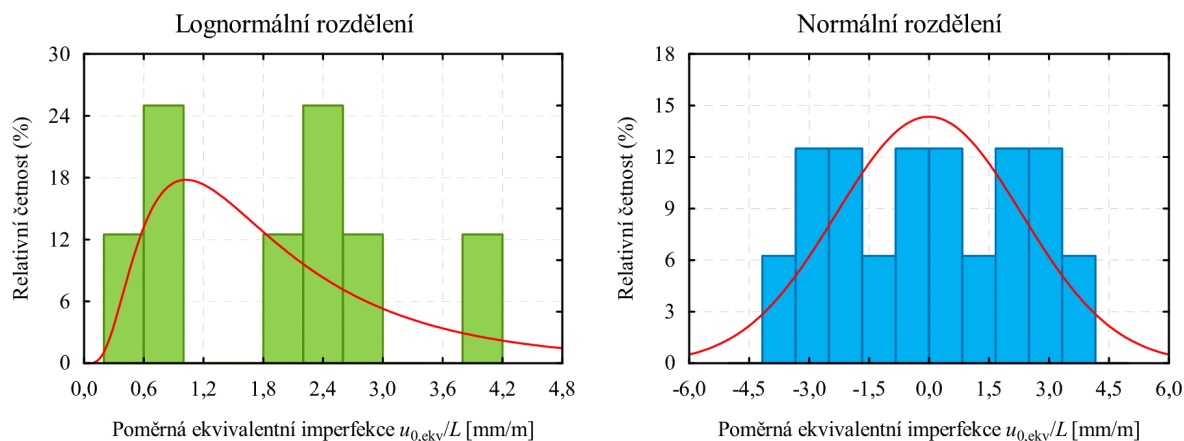
Hodnoty ekvivalentních počátečních geometrických imperfekcí – počátečního průhybu a počátečního zkroucení (nahrazující ostatní druhy imperfekcí) byly zjištěny pomocí Southwellovy metody.

Pomocí Southwellovy metody byla určena ekvivalentní počáteční celkové zakřivení  $v_{0,ekv}$ , ekvivalentní počáteční zkroucení  $\varphi_{0,ekv}$  a kritické momenty  $M_{cr,test}$  pro jednotlivé vzorky. Hodnoty těchto veličin jsou uvedeny v tab. 6.7. Nosníky z tenkého skla VG66.2 (vzorky LTB7 – LTB9) vykazují vyšší ekvivalentní geometrické počáteční imperfekce než nosníky ze silnějších skel.

Tab. 6.7 Klopení – výsledky Southwellovy metody

Zkušební těleso	Kritický moment $M_{cr, test}$			Počáteční ekvivalentní geometrická imperfekce		
	z příčného posunu	z pootočení	průměr	$v_{0, ekv}$	$\varphi_{0, ekv}$	
	[kNm]			[mm]	[rad]	[°]
LTB1	nelze vyhodnotit	10,938	10,938	nelze vyhodnotit	0,0030	0,173
LTB2	10,934	11,081	11,008	2,409	0,0024	0,138
LTB3	11,736	11,304	11,520	5,582	0,0049	0,279
LTB4	5,546	5,724	5,635	1,437	0,0027	0,156
LTB5	5,268	5,269	5,268	1,998	0,0023	0,133
LTB6	5,397	nelze vyhodnotit	5,397	6,506	nelze vyhodnotit	nelze vyhodnotit
LTB7	2,652	2,510	2,581	6,770	0,0101	0,577
LTB8	2,303	2,191	2,247	9,836	0,0137	0,784
LTB9	2,376	2,335	2,355	5,753	0,0106	0,606

Použitím metodiky podrobně popsané v kapitole 4.3 byla zjištěna hodnota 95% kvantilu ekvivalentní geometrické imperfekce při předpokladu normálního rozdělení jako  $v_{0, ekv, k} = 11,564 \text{ mm}$ , přepočtem na jednotkovou délku obdržíme poměrnou hodnotu  $(v_{0, ekv} / L)_k = 4,542 \text{ mm/m}$ , což je přibližně  $L/220$ . Při uvažování lognormálního rozdělení je podle [78]  $(e_{0, ekv} / L)_k = 5,129 \text{ mm/m}$ , což je přibližně  $L/200$ . Histogramy ekvivalentní geometrické imperfekce pro normální a lognormální statistické rozdělení jsou uvedeny na obr. 6.18.



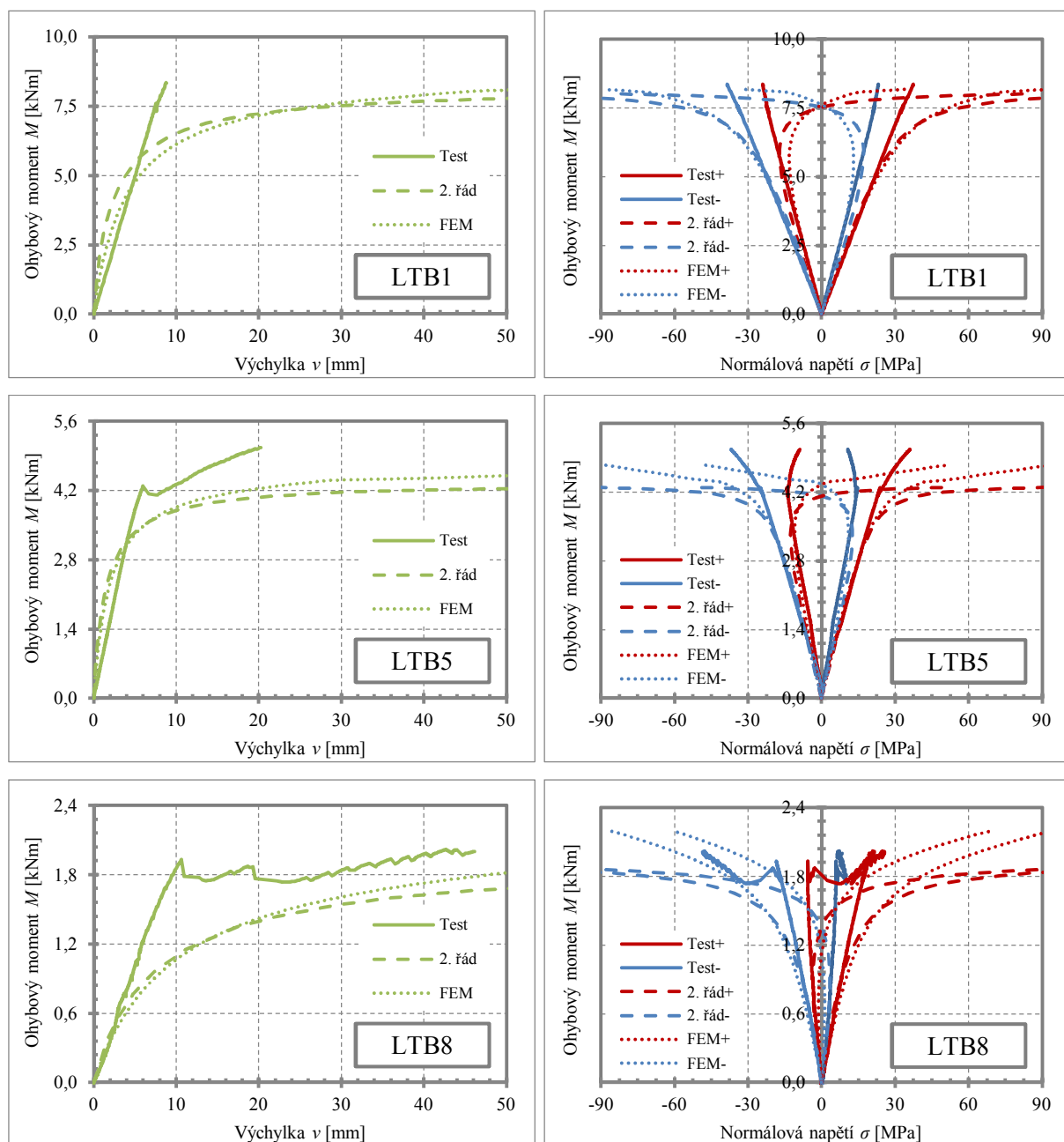
Obr. 6.18 Histogram ekvivalentní geometrické imperfekce pro klopení

## 6.5 Srovnání výsledků experimentální, numerické a teoretické analýzy a metody KK

### 6.5.1 Věrnost chování teoretických a numerických modelů

Aby mohla být posouzena věrnost (přesnost) teoretických a numerických modelů, byly vytvořeny tyto modely se zadanými hodnotami počátečních geometrických imperfekcí  $v_0$  a  $\varphi_0$  v hodnotách ekvivalentních geometrických imperfekcí  $v_{0, ekv}$  a  $\varphi_{0, ekv}$  získaných z testů pomocí

Southwellovy metody (tab. 6.7). V příloze G (str. 213) jsou uvedeny závislosti moment-příčný posun, moment-průhyb, moment-pootočení a moment-normálové napětí pro všechna testovaná tělesa, tyto závislosti pro vybrané vzorky jsou uvedeny v obr. 6.19. Křivky podle numerické analýzy jsou velice podobné křivkám podle teoretické analýzy až po hodnotu zatížení přibližně na úrovni 95% kritického momentu, od této chvíle křivky podle FEM přibližně lineárně rostou, zatímco u křivek podle teorie II. řádu deformace a napětí rostou nade všechny meze. Tento jev je zřejmě způsoben membránovými napětími, která „zvětšují tuhost“ prvku. Křivky podle teoretické i numerické analýzy ale příliš neodpovídají křivkám zjištěným experimentálně.



**Obr. 6.19** Experimentální, teoretická a numerická analýza: křivky moment – výchylka / napětí

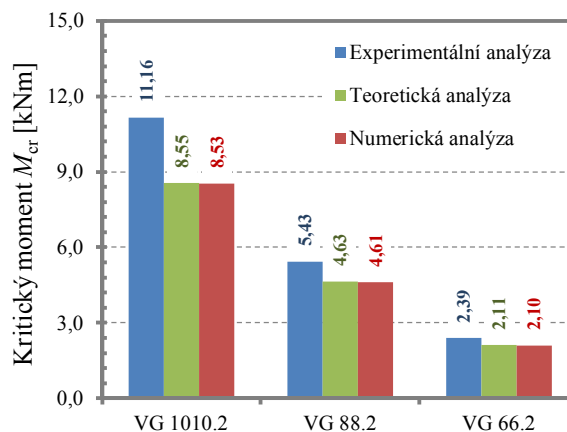
### 6.5.2 Kritický moment

V tab. 5.10 je uvedeno srovnání kritických momentů získaných z experimentů (Southwellova metoda – průměrné hodnoty z tab. 6.7 pro každý typ skla), teoretickou a numerickou analýzou.

Tab. 6.8 Srovnání kritických momentů

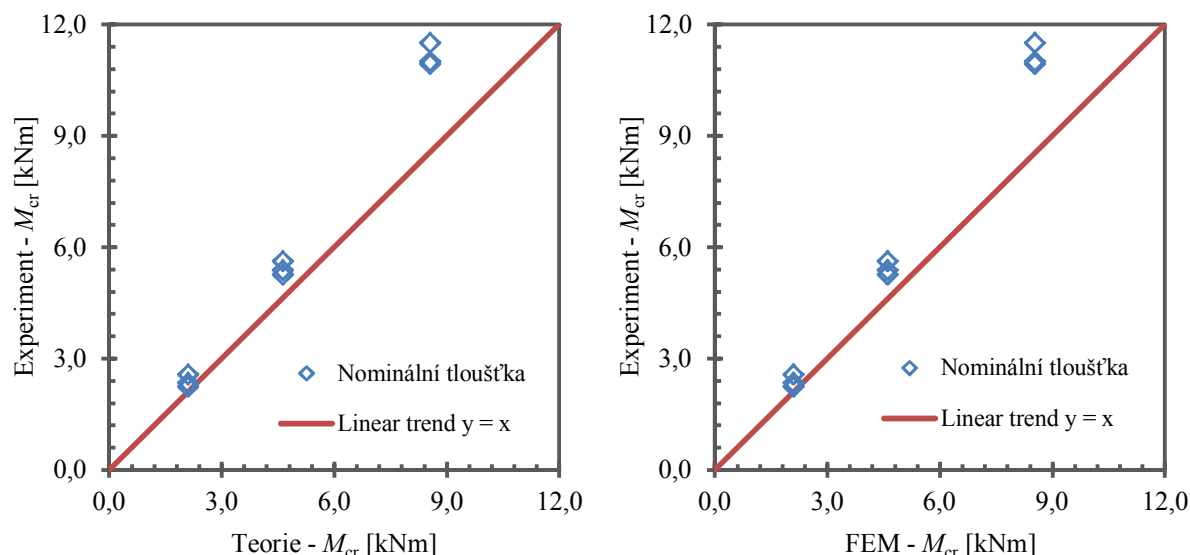
Typ skla	$M_{cr,test}$	$M_{cr,teorie}$	$M_{cr,FEM}$	Chyba ( $M_{cr,test} = 100\%$ )		
				test	teorie	FEM
	[kNm]			[%]		
VG 1010.2	11,155	8,555	8,530	0,00	-30,40	-30,77
VG 88.2	5,434	4,629	4,612	0,00	-17,38	-17,83
VG 66.2	2,394	2,109	2,097	0,00	-13,55	-14,17

Hodnoty kritických momentů jsou uvedeny v přehledných grafech v obr. 6.20. Hodnoty kritických momentů získané teoretickou a numerickou analýzou mají výrazně nižší hodnoty, než jaké byly zjištěny experimentálně (chyba 15 až 30 %). Tento rozdíl je pravděpodobně způsoben nedodržením okrajových podmínek „fork conditions“ při experimentu – uložení v ohybu kolem osy menší tuhosti v podpoře nebylo kloubové ale polotuhé.



Obr. 6.20 Kritický moment – Experimentální, teoretická a numerická analýza

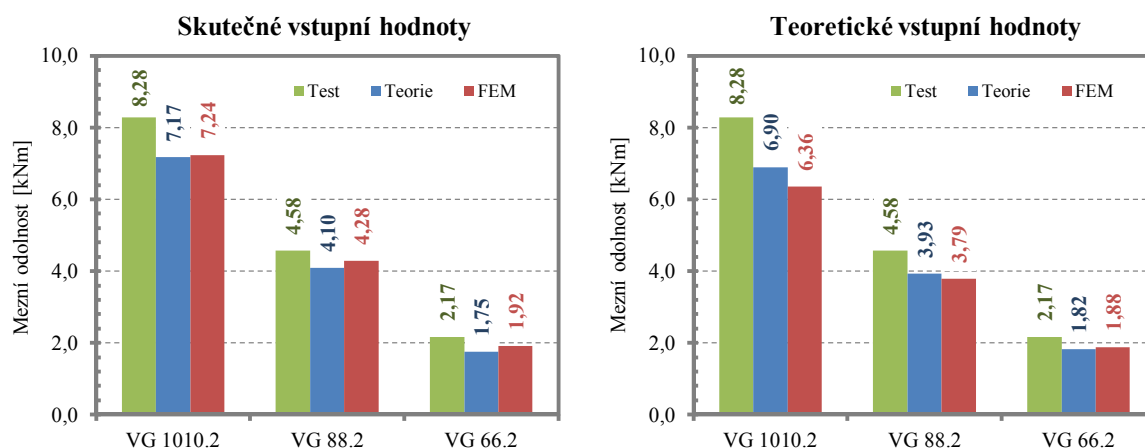
V grafech v obr. 6.21 jsou uvedeny  $R_e - R_t$  diagramy kritických momentů, přičemž teoretické a numerické hodnoty kritických momentů jsou spočteny pro nominální tloušťky skleněných tabulí.



Obr. 6.21  $R_e - R_t$  diagramy pro kritické momenty

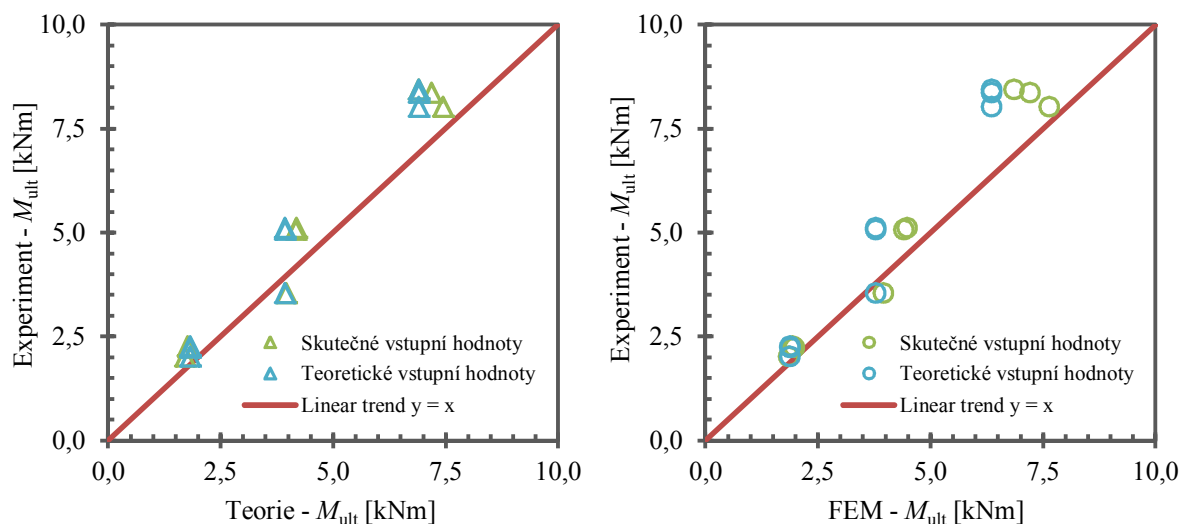
### 6.5.3 Mezní odolnost

Mezní odolností se rozumí ohybový moment, při kterém došlo k porušení vzorku, potažmo ohybový moment, který vyvolá v krajních vláknech průřezu napětí na mezi pevnosti materiálu při teoretické a numerické analýze. V grafech v obr. 6.22 jsou uvedeny hodnoty mezních odolností, přičemž se jedná vždy o průměr z hodnot pro daný typ prutu. Skutečnými vstupními hodnotami se rozumí velikosti počátečních imperfekcí v hodnotách podle Southwellovy metody (tab. 6.7), v případě teoretických vstupních hodnot se velikost počáteční geometrické imperfekce  $v_0$  uvažuje jako  $L/300$  a  $\varphi_0 = 0$ .



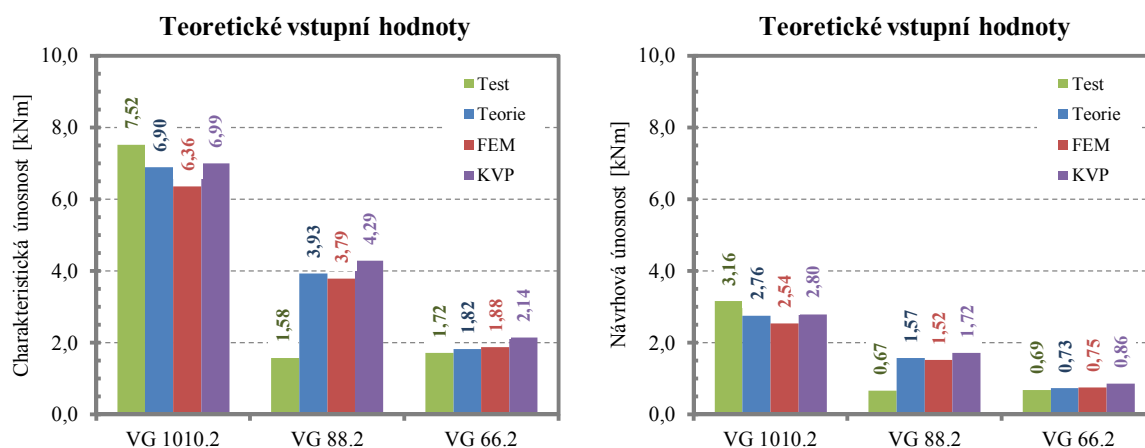
Obr. 6.22 Mezní odolnost – Experimentální, teoretická a numerická analýza

Tytéž hodnoty jsou vyneseny v  $R_e - R_t$  diagramech v obr. 6.23.

Obr. 6.23  $R_e - R_t$  diagramy mezní odolnosti

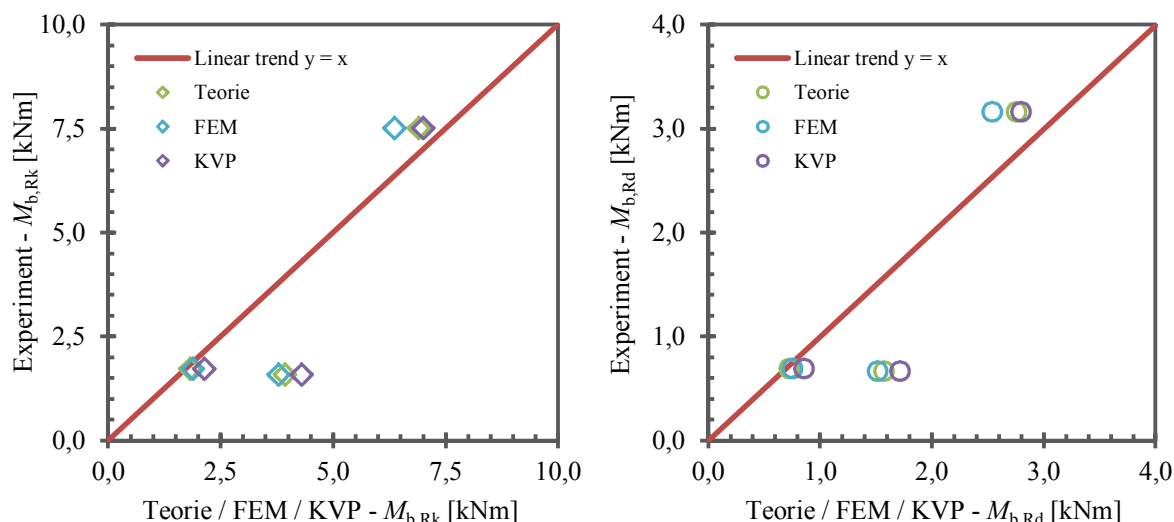
### 6.5.4 Charakteristická a návrhová únosnost v klopení

Z hodnot mezních odolností byly určeny charakteristické a návrhové hodnoty únosnosti v klopení. Data z experimentální analýzy byla vyhodnocena podle přílohy D normy ČSN EN 1990 [115] – viz tab. 6.6. Charakteristické hodnoty podle teoretické a numerické analýzy jsou totožné s hodnotami mezních odolností, návrhové hodnoty byly získány vydělením charakteristické hodnoty součinitelem spolehlivosti materiálu. Únosnosti podle křivek vzpěrné pevnosti byly získány počteně.



Obr. 6.24 Návrhová a charakteristická únosnost v klopení – Experimentální, teoretická a numerická analýza a výpočet podle křivek klopení

Tytéž hodnoty jsou vyneseny v  $R_e - R_t$  diagramech v obr. 6.25.



Obr. 6.25  $R_e - R_t$  diagramy charakteristické a návrhové únosnosti v klopení

### 6.5.5 Metoda vycházející z křivek klopení

Z výsledků experimentů byly stanoveny součinitelé klopení  $\chi_{LT}$  podle rovnice (6.5), kde  $M_{ult,test}$  je odolnost prutu a  $M_{Rk}$  je součin účinného modulu průřezu a charakteristické pevnosti skla v tahu. Pro dané typy skla byly vyčísleny součinitelé vzpěrnosti podle EC křivek vzpěrných pevností a tyto hodnoty jsou porovnány s průměrnými hodnotami součinitelů získaných experimentálně – tab. 6.9.

$$\chi_{LT,test} = \frac{M_{ult,test}}{M_{Rk}} \quad (6.5)$$

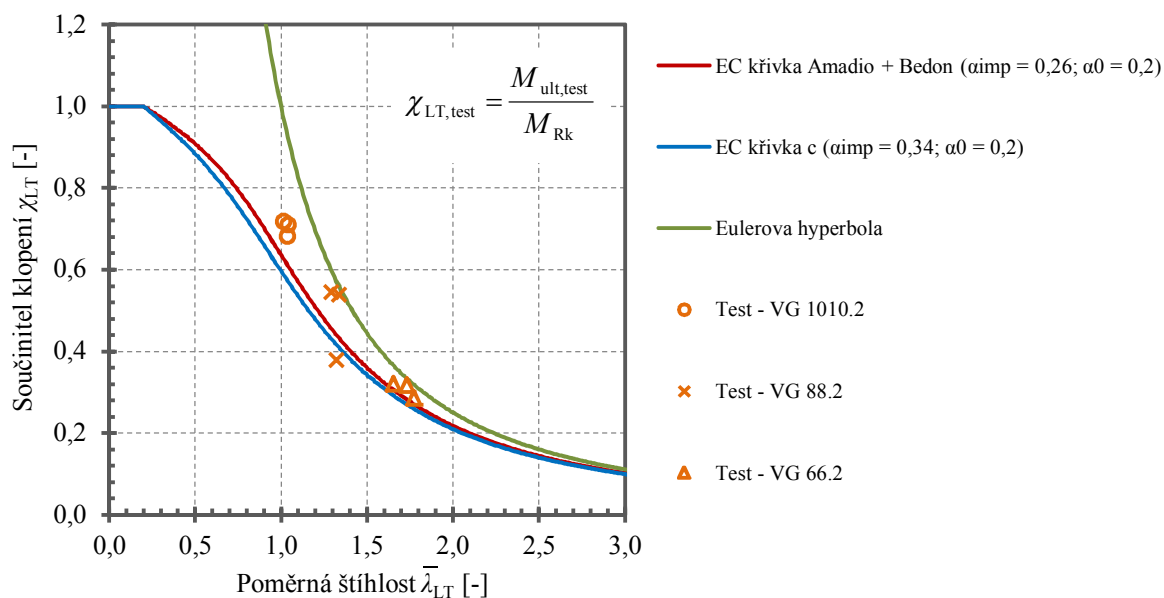
Experimentální součinitelé klopení jsou vyneseny společně s danými křivkami klopení v grafu na obr. 6.26. Modrou barvou je znázorněna křivka c podle EC3 [119] doporučenou Haldimanem [2], červenou barvou křivka doporučená Bedonem a Amadiem [26], zelenou barvou je znázorněna Eulerova hyperbola. Bodovými symboly jsou znázorněny součinitelé klopení určené experimentálně.

Tab. 6.9 Srovnání součinitelů klopení

Typ skla	$\chi_{test,průměr}$	$\chi_{EC\ Bedon}$	$\chi_{EC3\ křivka\ c}$	Chyba ( $\chi_{LT,test} = 100\%$ )		
				test	EC Bedon	EC3 křivka c
				[%]		
VG 1010.2	0,704	0,525	0,447	0,00	-34,20	-57,44
VG 88.2	0,487	0,391	0,340	0,00	-24,39	-43,19
VG 66.2	0,308	0,255	0,228	0,00	-20,50	-34,82

Součinitelé klopení určené podle křivek klopení vycházejí asi o 20 až 60 % nižší než podle testů, výpočet je výrazně na straně bezpečné, ale takto značný rozdíl je způsoben

zejména odlišnými okrajovými podmínkami při experimentu a při výpočtu podle křivek klopení. Výsledky vzorků složení VG 88.2 jsou významně ovlivněny jedním vadným vzorkem, který způsobil pokles součinitele klopení. Z důvodu úplné neznalosti okrajových podmínek při testech a poměrně malému počtu zkušebních těles nelze závěry zobecňovat. Aby mohl být učiněn obecnější závěr, byla provedena simulace Monte Carlo.



Obr. 6.26 Křivky klopení a výsledky experimentů

## 6.6 Simulace Monte Carlo

V rámci experimentů bylo testováno velmi malé množství zkušebních těles s poměrně velkými poměrnými štíhlostmi. Na základě naměřených hodnot nebylo možné věrohodně verifikovat křivky klopení. Z tohoto důvodu byla provedena simulace metodou Monte Carlo, která umožňuje vhodnou volbou vstupních parametrů ověření spolehlivosti a přesnosti zvolené křivky klopení v celém spektru poměrných štíhlostí.

### 6.6.1 Vstupní parametry

Určení stochastických hodnot některých vstupních parametrů bylo poměrně obtížné, protože potřebné údaje nejsou k dispozici, často byla použita metoda odborného odhadu. Všechny vstupní parametry jsou uvedeny v tab. 6.10. Některé vstupní proměnné (**modul pružnosti skla**  $E$ , **pevnost skla**  $f_{b,k}$ , **tloušťky skleněných tabulí**  $t_1$  a  $t_2$ , **tloušťka mezivrstvy**  $t_{int}$ , **modul pružnosti mezivrstvy ve smyku**  $G_{int}$ ) pro analýzu klopení jsou stejné jako pro analýzu vzpěru a zde již nejsou podrobněji okomentovány.



Pro **výšku průřezu**  $h$  je zvoleno normální rozdělení s velice nízkým variačním koeficientem, protože současné výrobní prostředky jsou schopné řezat skleněné desky na dílce s velikou přesností.

**Amplituda imperfekce**  $v_0$  ekvivalentní geometrické imperfekce celkového prohnutí ve tvaru sinusové půlvlny. Pro tento vstupní parametr se uvažuje lognormální rozdělení, přičemž střední hodnota a směrodatná odchylka (při odhadu variačního koeficientu 10 %) dávají 95% kvantil o hodnotě 5 mm/m – viz kap. 6.4. Počáteční imperfekce ve tvaru zkroucení se neuvažuje, potažmo je již zahrnuta v ekvivalentní počáteční imperfekci ve tvaru celkového prohnutí.

**Vzpěrná délka při klopení**  $L_{LT}$  je zadána konstantní hodnotou 2000 mm.

**Tab. 6.10** Vstupní hodnoty pravděpodobnostní analýzy klopení

Parametr	Označení	Rozdělení	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Variační koeficient
Výška průřezu	$h$	normální	350	1,75	0,005
Tloušťka mezivrstvy	$t_{int}$	normální	0,76	0,0038	0,005
Modul pružnosti	$E$	normální	70000	3500	0,05
Pevnost skla v tahu	$f_{b,k}$	lognormální	5,73	0,573	0,1
Amplituda imperfekce	$v_0$	lognormální	1,382	1,382	0,1
			Minimum	Maximum	
Tloušťka skla	$t_1; t_2$	rovnoměrné	2,8	3,2	(100 realizací)
			3,8	4,2	(100 realizací)
			4,8	5,2	(100 realizací)
			5,8	6,2	(100 realizací)
			7,7	8,3	(100 realizací)
			9,7	10,3	(100 realizací)
			11,7	12,3	(100 realizací)
			14,5	15,5	(100 realizací)
			18,0	20,0	(100 realizací)
			24,0	26,0	(100 realizací)

### 6.6.2 Vyhodnocení simulace

Bylo provedeno 1000 simulací metodou Monte Carlo v programu MS Excel. Na základě náhodných kombinací vstupních parametrů byly podle teorie II. řádu (viz kap. 2.8.1) spočteny deformace uprostřed délky prutů a následně byla určena maximální

normálová napětí v krajních vláknech průřezu. Za mezní stav se považuje okamžik, kdy maximální tahové normálové napětí dosáhlo charakteristické pevnosti skla, síla působící v tomto okamžiku byla prohlášena za odolnost při klopení  $M_{ult,MC}$ . Pro tyto únosnosti při klopení byly zpětně dopočítány podle rovnice (6.6) součinitelé klopení  $\chi_{LT,MC}$  a tyto byly vyneseny do grafu – viz obr. 6.27.

$$\chi_{LT,MC} = \frac{M_{ult,MC}}{M_{Rk}} \quad (6.6)$$

V grafech jsou také příslušné křivky klopení (křivka navržená Bedonem et. al. [25], [26]; EC3 křivka c [120] a autorem nově navrhovaná křivka). Součinitelé vzpěrnosti  $\chi_{LT,MC}$  získané simulací Monte Carlo jsou v grafech znázorněny dvěma barvami – zelenou a modrou. Zelená značka je použita v případě, když součinitel klopení ze simulace  $\chi_{LT,MC}$  vyšel vyšší, než součinitel klopení vypočítaný podle dané křivky klopení  $\chi_{LT,EC}$  s příslušnými vstupními parametry. V tomto případě je výpočet podle křivek klopení na straně bezpečné. Červenými značkami jsou vyneseny součinitelé klopení  $\chi_{LT,MC}$  s nižší hodnotou než  $\chi_{LT,EC}$  podle křivek klopení – zde je výpočet podle křivek klopení na straně nebezpečné.

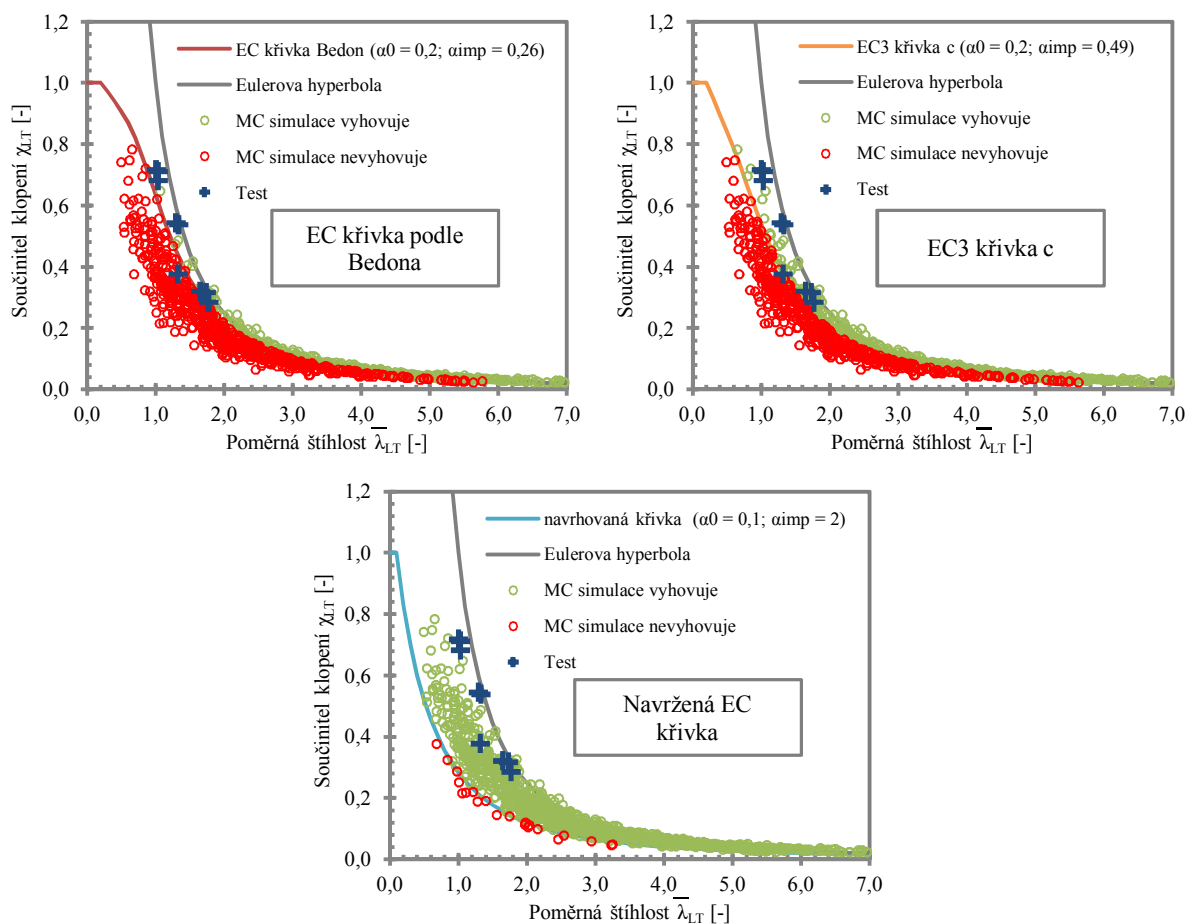
Křivka klopení  $\underline{c}$  podle eurokódu 3 nevyhovuje v šedesáti procentech případů, a to v celém spektru poměrných štíhlostí. Křivka klopení navržená Bedonem a Amadiem [25], [26] nevyhovuje téměř v polovině případů. Autorem navrhovaná křivka klopení nevyhovuje ve dvaceti případech z tisíce, ale pouze za cenu extrémně vysokého součinitele imperfekce.

Výsledky analýzy Monte Carlo včetně pravděpodobnosti poruchy  $P_f$  pro jednotlivé křivky klopení jsou uvedeny v tab. 6.11.

**Tab. 6.11** Klopení – výsledky analýzy Monte Carlo

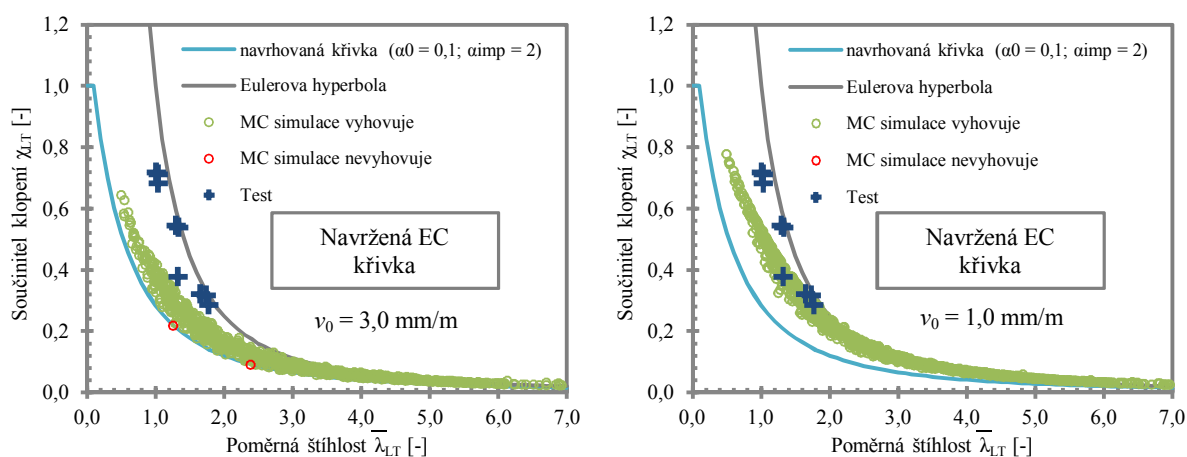
Křivka klopení	$\alpha_0$	$\alpha_{imp}$	počet nevyhovujících simulací	$P_f$
Amadio & Bedon	0,20	0,26	592	0,592
EC3 c	0,20	0,49	475	0,475
autor – $v_0 = 5$ mm/m			22	0,022
autor – $v_0 = 3$ mm/m	0,10	2,00	2	0,002
autor – $v_0 = 1$ mm/m			0	0,000

Výsledky analýzy Monte Carlo poskytují výrazně nepříznivé výsledky a navíc zcela odlišné od výsledků práce jiných autorů. Vystává zde otázka, je-li použitá metoda vhodná pro stanovení křivek klopení nosníků z vrstveného skla.



**Obr. 6.27** Klopení – výsledky simulace Monte Carlo – amplituda imperfekce 5,0 mm/m

Z důvodu malé důvěryhodnosti výsledků byla provedena malá analýza citlivosti výsledků na velikosti amplitudy počáteční imperfekce. Jejich velikosti byly generovány pro lognormální rozdělení s 95% kvantilem v hodnotě 3,0 mm/m a 1,0 mm/m – viz obr. 6.28.



**Obr. 6.28** Klopení – výsledky simulace Monte Carlo – amplituda imperfekce 3,0 a 1,0 mm/m

Jak je vidět z obrázků, velikost imperfekce má na výsledky poměrně významný vliv, zejména co se týče jejich rozptýlu.

## 7 INTERAKCE VZPĚRU A KLOPENÍ SKLENĚNÝCH PRUTŮ

### 7.1 Experiment

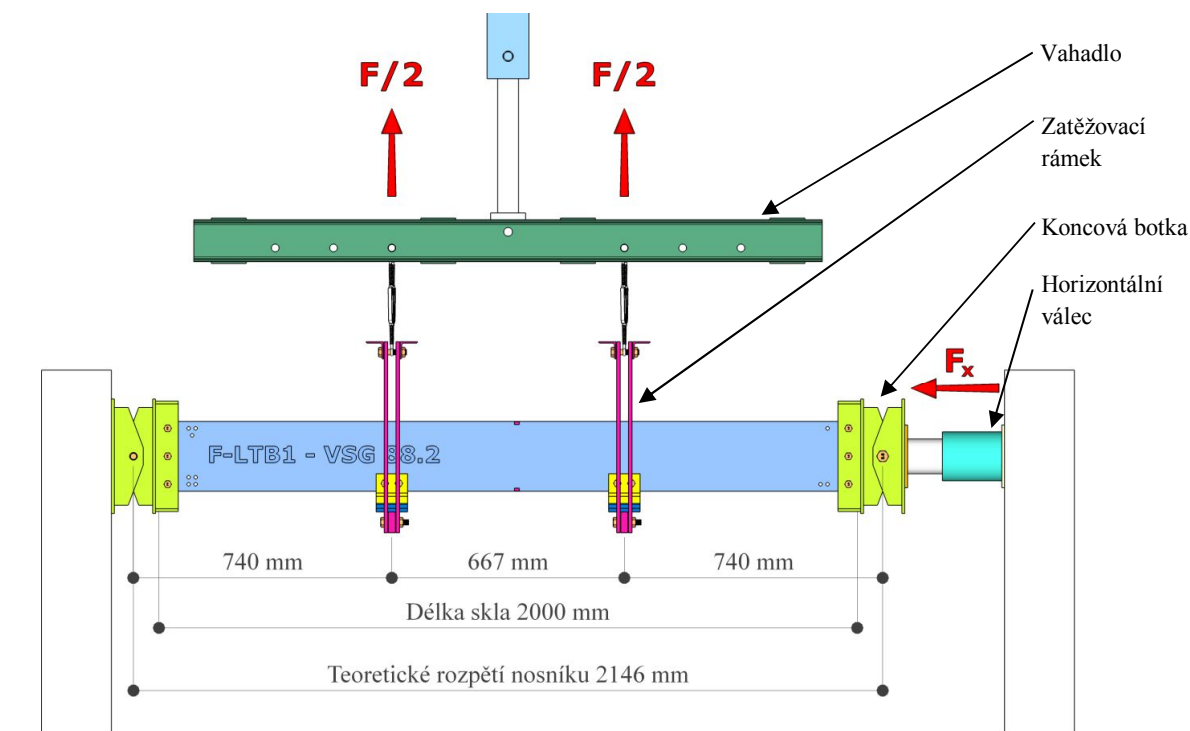
K dispozici bylo 9 kusů zkušebních těles. Všechna tělesa měla stejné plošné rozměry (délka  $L = 2000$  mm, šířka  $b = 200$  mm) a stejné tloušťky (jednalo se o vrstvená dvojskla  $8 + 8$  mm, souhrnná tloušťka  $t_{\text{glass}}$  byla vždy 16 mm). Tabule skla byly z plaveného chlazeného skla nebo plaveného tepelně tvrzeného skla a byly spojeny mezivrstvami z folie EVASAFE nebo PVB. Výpis zkušebních těles je uveden v tab. 7.1.

Tab. 7.1 Výpis zkušebních těles

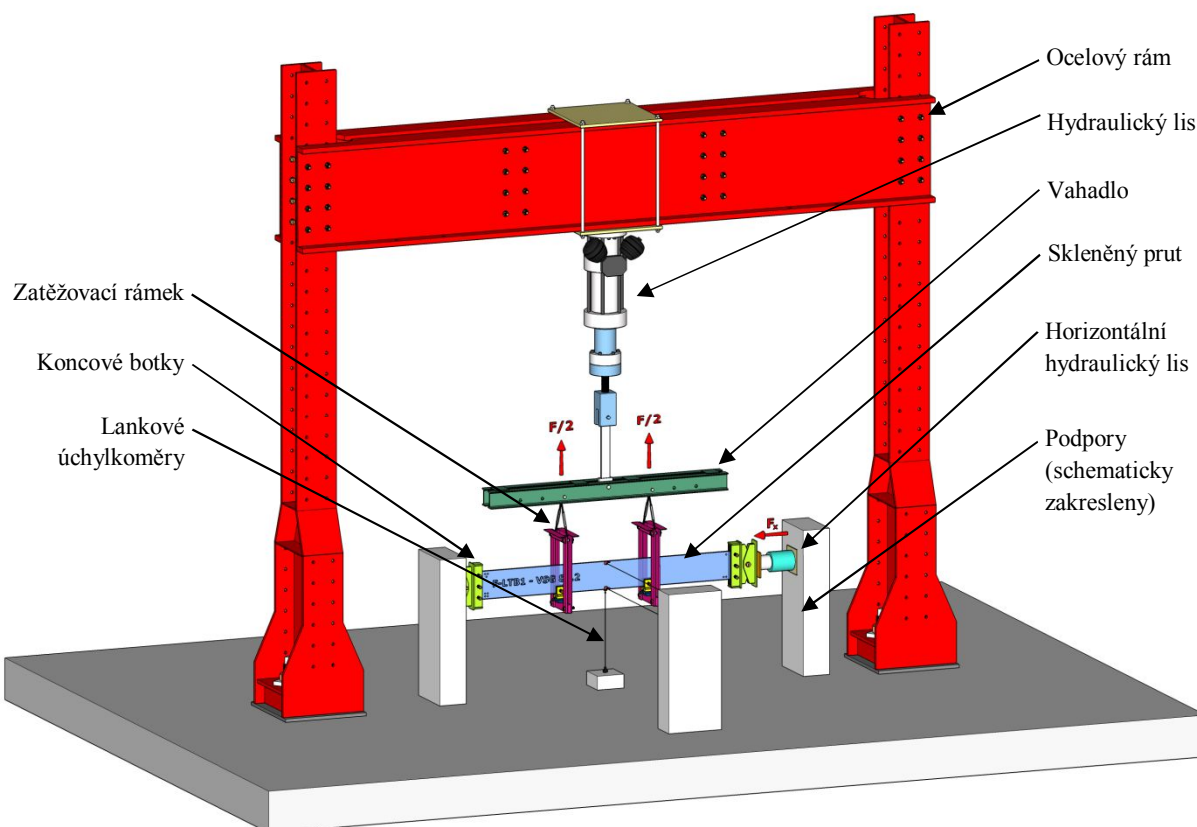
Vzorek	Označení	Popis	Sklo	Folie	Kusů
F-LTB1 – F-LTB3	VSG 88.2	Vrstvené bezpečnostní dvojsklo	Tepelně tvrzené	EVASAFE	3
F-LTB4 – F-LTB9	VG 88.2	Vrstvené dvojsklo	Plavené chlazené	PVB	6

#### 7.1.1 Popis zkušebního zařízení

Experimenty byly provedeny v laboratořích Ústavu kovových a dřevěných konstrukcí Fakulty stavební VUT v Brně. Celá zkušební sestava je znázorněna na obr. 7.2. Od zkušební sestavy na klopení se liší pouze horizontálním hydraulickým lisem, který vyvozuje osovou sílu v prutu. Válec byl opatřen siloměrem. Zatěžovací schéma je uvedeno na obr. 7.1.



Obr. 7.1 Zatěžovací schéma skleněných nosníků



**Obr. 7.2** Zkušební sestava na interakci vzpěru a klopení

Schéma zapojení snímacích zařízení je obdobné jako pro testy klopení – znázorněno na obr. 6.13.

Zkušební tělesa byla nejprve zatížena statickou osovou silou: 2 kN u vzorků F-LTB1 až F-LTB6 a 1 kN u vzorků F-LTB7 až F-LTB9, síly odpovídají přibližně 50 % a 25 % Eulerovy kritické síly prutu. Následně byly nosníky zatěžovány statickým momentem až do porušení vzorku. Rychlost zatěžování ohybovým momentem byla dána rychlostí vysouvání pístu  $0,04 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$  pro všechny vzorky.

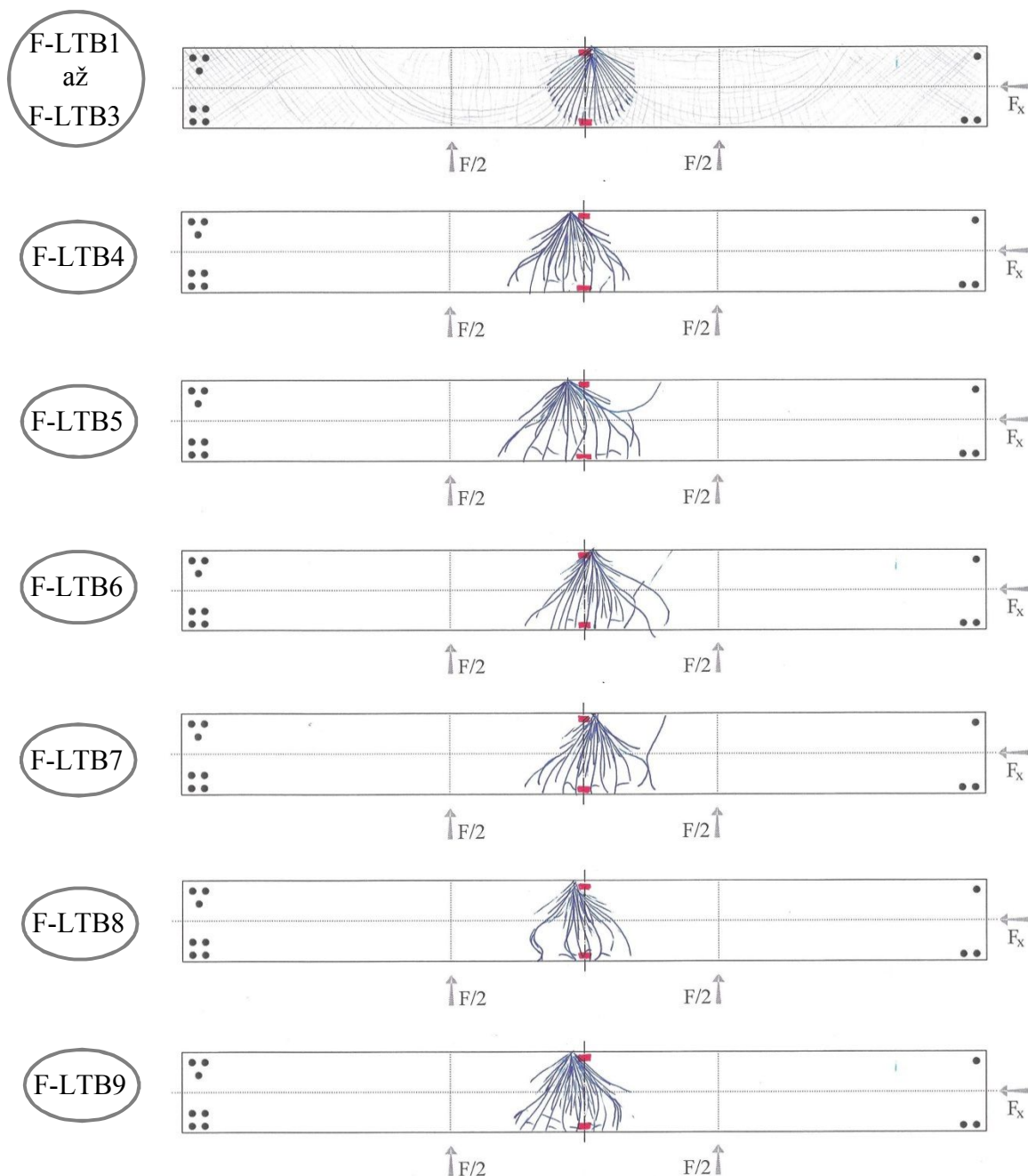
Fotografická dokumentace je umístěna v příloze I (str. 222).

### **7.1.2 Vyhodnocení experimentu**

#### **Mechanismus porušení**

Pro všechna zkušební tělesa platí, že k porušení došlo křehkým lomem skla náhle bez žádných předchozích varovných signálů. Při pohledu na vzory trhlin jednotlivých zkušebních těles – obr. 7.3 – lze učinit následující závěry: ohlisko trhlin se nachází vždy na tažené (při experimentech horní) hraně nosníku a uprostřed délky prutu, což odpovídá předpokladům.

U vzorků F-LTB1 až F-LTB3 z tepelně tvrzeného skla došlo k porušení jedné tabule skla v celé ploše, u vzorků z plaveného skla došlo k lokálním poruchám většinou obou tabulí skla.



**Obr. 7.3** Interakce vzpěru a klopení – mechanismus porušení těles F-LTB1 až F-LTB9

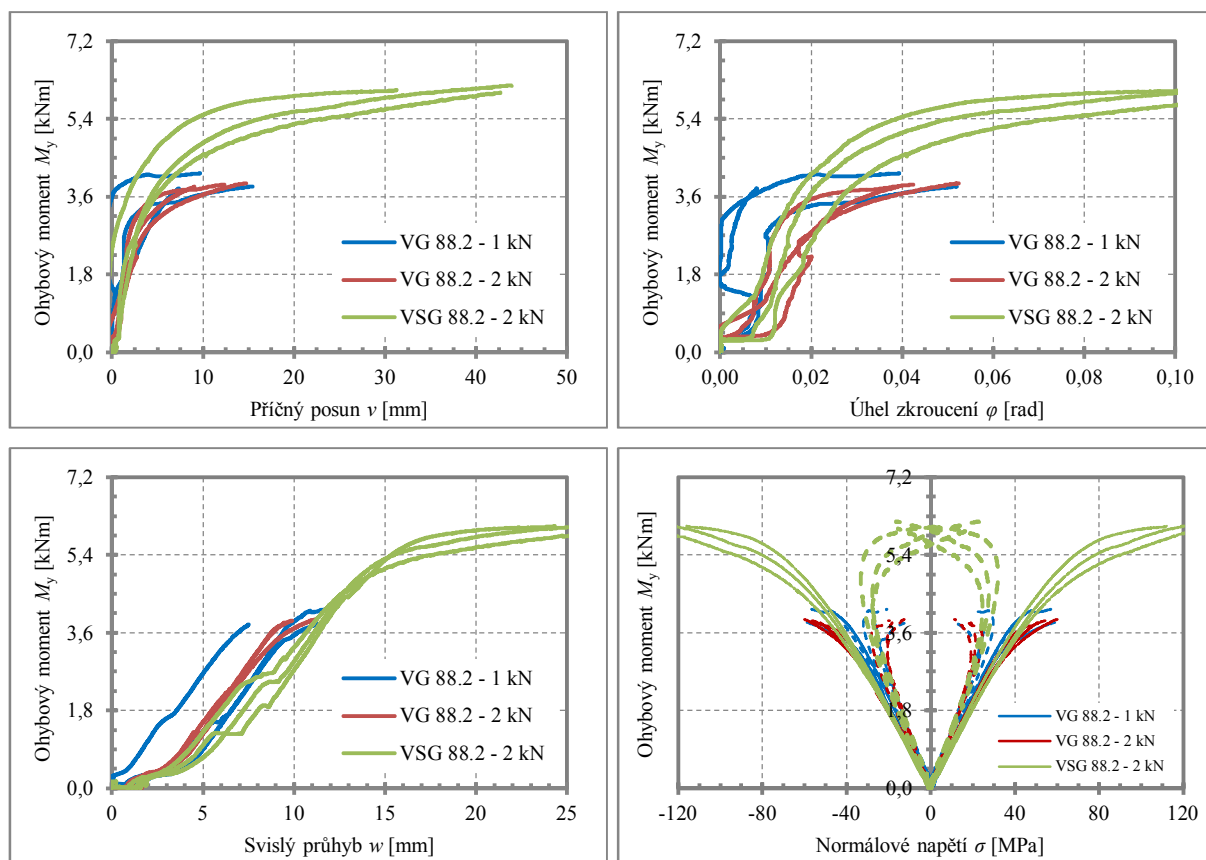
### Únosnost a napjatost

Maximální ohybové momenty  $M_{\max}$  (únosnosti při klopení), odpovídající normálová síla  $N_{\text{fail}}$ , maximální průhyby  $w_{\max}$ , příčné posuny  $v_{\max}$  a úhly natočení  $\varphi_{\max}$  při porušení, největší hodnoty tahových normálových napětí  $\sigma_{\max+}$  při porušení a doby trvání testů  $t_{\text{test}}$  jsou vypsány v tab. 7.2.

Tab. 7.2 Interakce vzpěru a klopení – výsledky experimentu

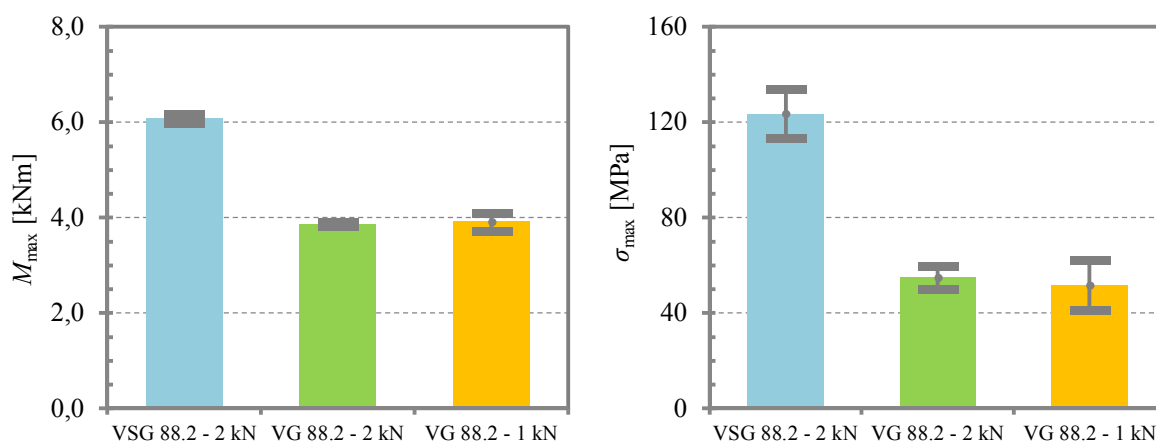
Zkušební těleso	$v_{\max}$ [mm]	$w_{\max}$ [mm]	$\varphi_{\max}$ [rad]	$M_{\max}$ [kNm]	$N_{\text{fail}}$ [kN]	$\sigma_{\max+}$ [MPa]	$t_{\text{test}}$ [s]
F-LTB1	31,28	24,33	0,1028	6,07	3,60	112,12	1200
F-LTB2	42,66	29,40	0,1328	6,01	2,62	127,70	1375
F-LTB3	43,94	30,34	0,1315	6,18	2,30	131,15	1377
F-LTB7	12,32	9,90	0,0424	3,88	3,63	54,25	811
F-LTB5	9,06	9,47	0,0390	3,83	3,65	50,62	620
F-LTB6	14,71	11,22	0,0525	3,91	3,38	60,13	757
F-LTB4	15,42	11,74	0,0519	3,84	2,77	58,81	856
F-LTB8	7,34	7,51	0,0080	3,79	2,21	39,81	528
F-LTB9	9,70	11,71	0,0393	4,14	2,87	56,96	764

Závislosti velikostí příčné vybočení, průhybu, úhlu zkroucení a normálových napětí na aktuální velikosti ohybového momentu pro všechny typy zkoušených skleněných nosníků jsou vyneseny v grafech na obr. 7.4. Křivky pro jednotlivé vzorky jsou uvedeny v příloze J (str. 223).



Obr. 7.4 Závislost příčné výchylky, úhlu pootočení, svislého průhybu a normálového napětí na ohybovém momentu

Na obr. 7.5 jsou v grafu vyneseny průměrné hodnoty naměřených únosností při klopení a maximálních tahových napětí pro jednotlivé typy vzorků (barevné sloupce) a příslušné směrodatné odchylky.



**Obr. 7.5** Maximální ohybový moment a napětí při jeho dosažení – střední hodnoty a směrodatné odchylky

#### **Určení návrhové hodnoty odolnosti v klopení z výsledků experimentů**

Vyhodnocení bylo provedeno podle přílohy D normy ČSN EN 1990 Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí [115].

V tab. 7.4 jsou uvedeny charakteristické a návrhové hodnoty (pro normální rozdělení) vypočtené z výsledků zkoušek pro předpoklad normálního rozdělení. Výsledné hodnoty byly určeny ze vstupů uvedených v tab. 7.3.

**Tab. 7.3** Vstupní data pro vyhodnocení zkoušek interakce vzpěru a klopení

Typ prutu	$x_i$		$n$	$k_n$	$k_{d,n}$	$\gamma_m$	
VSG 88.2 – 2 kN	6,07	6,01	6,18	3	3,37	-	2,18
VG 88.2 – 2 kN	3,88	3,83	3,91	3	3,37	-	2,46
VG 88.2 – 2 kN	3,84	3,79	4,14	3	3,37	-	2,45

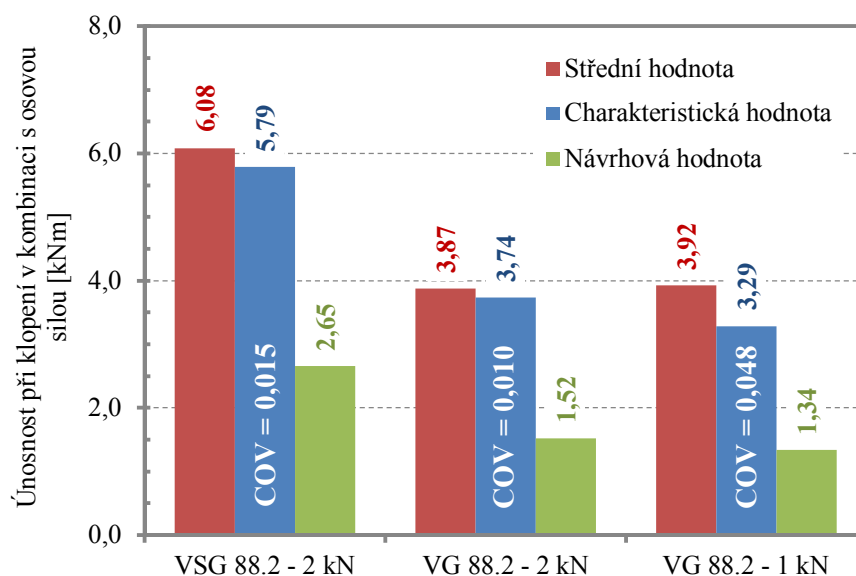
Součinitel  $k_{d,n}$  není pro  $n = 3$  uveden a tudíž ani návrhové hodnoty nemohly být určeny přímou metodou. Součinitel spolehlivosti materiálu  $\gamma_m$  byl určen jako podíl charakteristické pevnosti a návrhové pevnosti skla určené postupem podle prEN 16612 [113] – jedná se o souhrn součinitelů  $k_{\text{mod}}$ ,  $k_{\text{sp}}$ ,  $k_v$ ,  $\gamma_{M,A}$  a  $\gamma_{M,v}$ , přičemž modifikační součinitel byl určen podle rovnice (2.28) pro skutečnou dobu působení zatížení (dobu trvání testu) a součinitel  $k_v$  byl uvažován hodnotou 0,6.



**Tab. 7.4** Charakteristické a návrhové hodnoty odolnosti v klopení při působení normálové síly

Veličina		VSG 88.2 2 kN	VG 88.2 2 kN	VG 88.2 1 kN
Průměr	$m_x$ [kNm]	6,08	3,87	3,92
Směrodatná odchylka	$s_x$ [kNm]	0,0884	0,0400	0,1883
Variační koeficient	$V_x$ [-]	0,0145	0,0103	0,0480
Charakteristická hodnota	$X_k$ [kNm]	2,18	3,74	3,29
Návrhová hodnota	$X_d$ [kNm]	2,65	1,52	1,34

Výsledky experimentální analýzy jsou graficky znázorněny na obr. 7.6.

**Obr. 7.6** Interakce vzpěru a klopení – výsledky experimentální analýzy

## 7.2 Interakční vztah vzpěru a klopení

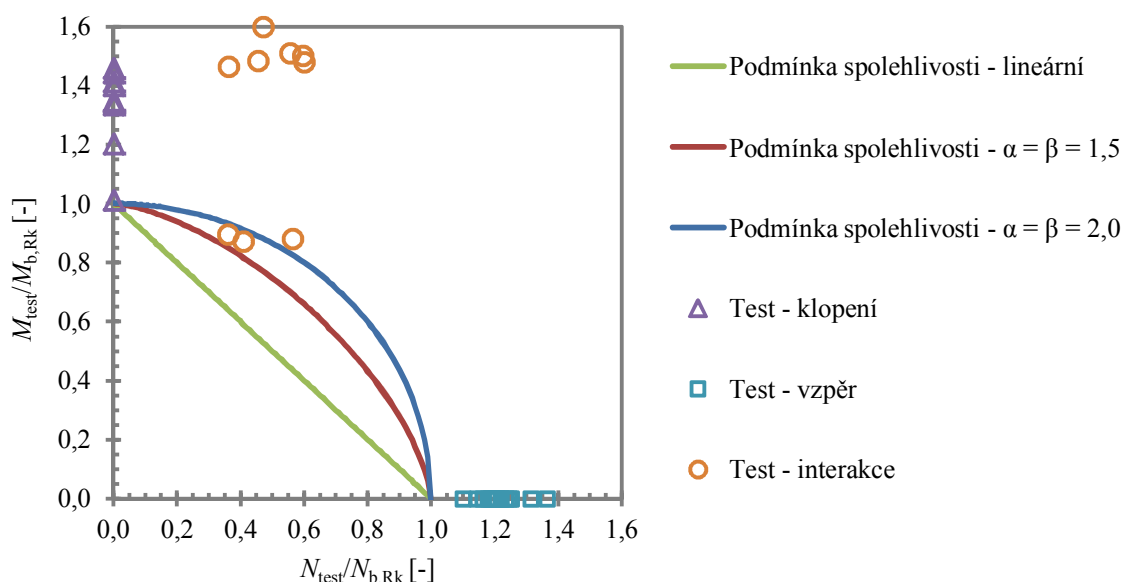
Lineární podmínka spolehlivosti (7.1) pro ověření interakce vzpěru a klopení je konzervativní – na straně bezpečné.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (7.1)$$

Nelineární podmínka spolehlivosti pro ověření interakce vzpěru a klopení je definována rovnicí (7.2), kde exponenty  $\alpha$  a  $\beta$  je nutné určit na základě experimentů.

$$\left(\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}}\right)^{\beta} \leq 1,0 \quad (7.2)$$

V grafu na obr. 7.7 jsou vykresleny podmínky spolehlivosti pro exponenty  $\alpha = \beta = 1,5$  a 2,0 a výsledky experimentálního programu – samotný vzpěr, samotné klopení a jejich interakce.



**Obr. 7.7** Interakce vzpěru a klopení – podmínky spolehlivosti a výsledky testů

Poloha bodových značek a linie podmínek spolehlivosti naznačují, že hodnoty exponentů  $\alpha$  a  $\beta$  by bylo vhodné uvažovat hodnotou 1,5. Portfolio testovaných těles je ale velice malé, pro další zpřesnění by bylo nutné provést celou řadu dalších sérií testů. Navíc je patrné, že by mohly být použity dva interakční vztahy – jeden pro dílce z tepelně tvrzeného skla a druhý pro dílce z plaveného chlazeného skla.

## 8 ZÁVĚR

### 8.1 Počáteční imperfekce

Počáteční geometrické imperfekce ve formě celkového prohnutí byly měřeny na 33 zkušebních tělesech různé geometrie a složení (jednovrstvé sklo, vrstvené dvojsklo a trojsklo, plavené sklo, tepelně tvrzené sklo) různými typy měřících zařízení.

Analýzou tvarů celkových prohnutí bylo zjištěno, že většina zkušebních těles byla prohnuta symetricky, přibližně ve tvaru sinusové půlvlny. Několik zkušebních těles vykazovalo prohnutí poměrně výrazně nesymetrické.

Velikost počátečního prohnutí je nejvíce ovlivněna typem skla – pruty zhotovené z tepelně tvrzeného skla vykazují výrazně větší amplitudy zakřivení, než dílce zhotovené z plaveného skla. Určitý vliv má zřejmě i tloušťka skleněných tabulí – tenčí sklo vykazuje vyšší počáteční zakřivení. Vliv dalších parametrů na imperfekce nebyl prokázán – materiál mezivrstvy ani tvar (poměr stran) skleněného dílce.

Histogram naměřených poměrných počátečních imperfekcí odpovídá lognormálnímu statistickému rozdělení, úpravou dat lze použít i normální rozdělení. Statistickým vyhodnocením byly určeny 95% kvantily – viz tab. 8.1. V tabulce jsou uvedeny i odpovídající převrácené hodnoty používané systémem eurokódů a mezní hodnoty stanovené příslušnými normami.

**Tab. 8.1** Vyhodnocení geometrických imperfekcí

Druh skla	Naměřené $u_{0,k}$ [mm/m]		Mezní hodnota [mm/m]	Odpovídající křivost
	Normální rozdělení	Lognormální rozdělení		
Plavené chlazené	0,693	0,652	-	L/1400
Tepelně tvrzené	1,297	1,230	3,000	L/800
vše dohromady	1,004	0,936	-	L/1000

Ekvivalentní geometrické imperfekce byly zjišťovány zvlášť při analýze vzpěru skleněných prutů a zvlášť při analýze klopení skleněných nosníků, přičemž se nerozlišuje mezi dílci z plaveného chlazeného skla a tepelně tvrzeného skla.

Hodnota ekvivalentní geometrické imperfekce při vzpěru byla určena na základě analýzy 15 zkušebních těles (z toho bylo 13 platných zkoušek). Rozložení naměřených hodnot odpovídá lognormálnímu statistickému rozdělení s 95% kvantilem v hodnotě přibližně 4 mm/m (1/250 délky prutu), což odpovídá křivce vzpěrné pevnosti  $\underline{b}$  podle tabulky 5.1 uvedené v ČSN EN 1993-1-1 [117].

Hodnota ekvivalentní geometrické imperfekce při klopení byla určena na základě analýzy 9 zkušebních těles (z toho bylo 8 zkoušek platných). Rozložení naměřených hodnot přibližně odpovídá lognormálnímu statistickému rozdělení s 95% kvantilem v hodnotě přibližně 5 mm/m (1/200 délky prutu), což odpovídá křivce klopení  $\underline{c}$  podle tabulky 5.1 uvedené v ČSN EN 1993-1-1 [117].

## 8.2 Křivky vzpěrné pevnosti a křivky klopení

Experimentální analýza 15 zkušebních těles poskytla omezené množství dat pro spolehlivé určení parametrů křivek vzpěrné pevnosti, protože testované pruty vykazovaly extrémně velké poměrné štíhlosti (přibližně od 4,0 do 6,5). U takto velkých štíhlostí se návrhová vzpěrná únosnost blíží Eulerově kritické síle a všechny křivky vzpěrné pevnosti se blíží Eulerově hyperbole. Křivky vzpěrné pevnosti se nejvíce liší kolem poměrné štíhlosti 1,0 (přibližně mezi hodnotami 0,5 a 1,5), proto byla zvolena simulace typu Monte Carlo, pomocí které bylo analyzováno 1000 prutů s parametry definovanými příslušnými statistickými hodnotami. Výsledkem analýzy je autorův návrh parametrů křivek vzpěrné pevnosti – viz tab. 8.2.

Experimentální analýza klopení byla provedena na 9 zkušebních tělesech s poměrnými štíhlostmi přibližně mezi 1,0 a 2,0. Vyhodnocením experimentů byly zpětně určeny skutečné hodnoty součinitelů klopení, které vycházejí příznivěji, než hodnoty součinitelů klopení spočítané podle křivek klopení s parametry pro EC křivku  $\underline{c}$  a s parametry podle Amadia a Bedona. Analýzou podle metody Monte Carlo bylo dosaženo diametrálně odlišných výsledků (výrazně nepříznivých). Z tohoto důvodu považuji výsledky analýzy Monte Carlo za nevěrohodné a doporučuji přiklonit se k parametrům navrženým zmíněnými autory – viz tab. 8.2.

**Tab. 8.2** Navržené parametry křivky vzpěrné pevnosti a klopení

Křivka	$\alpha_0$	$\alpha_{imp}$
Vzpěr	0,20	0,65
Klopení	0,20	0,26

Nejprůkaznější je vždy reálný experiment, proto doporučuji provedení dalších sérií testů, které budou zahrnovat širší paletu zkušebních těles. Taktéž by bylo zajímavé provést simulaci metodou Monte Carlo s využitím numerických MKP modelů.

### 8.3 Interakční vztah pro kombinaci vzpěru a klopení

Interakce vzpěru a klopení byla testována na 9 zkušebních tělesech. Výsledkem je návrh interakčního vztahu – rovnice (8.1), která nejuvěrněji vystihuje skutečné chování prutů současně namáhaných osovou silou a ohybovým momentem.

$$\left(\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}}\right)^{1,5} + \left(\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}}\right)^{1,5} \leq 1,0 \quad (8.1)$$

Vzhledem k velmi nízkému počtu zkušebních těles je nezbytné v dalších letech provést další testy pro ověření/upřesnění interakčního vztahu a dosažení větší spolehlivosti a bezpečnosti návrhu.

### 8.4 Náměty pro další výzkum

Proběhnuvší výzkumný program by bylo vhodné rozšířit o další testy těles s rozdílným geometrickým uspořádáním (jde zejména o štíhlost prutů) a s jinými okrajovými podmínkami v uložení a zatížení (týká se pouze klopení).

Dalším zajímavým problémem je chování prutů z vrstveného skla skládajícího se z kombinace tabulí skla plaveného a tepelně tvrzeného, výzkum chování skleněných prutů vystavených různým klimatickým zatížením (teplota, vlhkost a jejich změny) nebo analýza odolnosti při cyklickém namáhání.

Dalším logickým krokem výzkumu může být analýza vázaného vzpěru a vázaného klopení – stav, kdy okrajové podmínky v určité linii nebo v určitých bodech (v praxi nejčastěji na hraně skla, kde je skleněný dílec připojen na navazující konstrukce) brání příčnému posunutí (vybočení) prutu, v případě klopení to může být problematika vnucené osy otáčení ležící v určité linii.

## REFERENCE

*Konferenční články, příspěvky ve sbornících a časopisech, monografie*

- [1] POPOVIČ, Š. *Výroba a zpracování plochého skla*. Praha: Grada publishing, 2009. 256 s. ISBN 978-80-247-3154-4.
- [2] HALDIMANN, M., LUIBLE, A., OVEREND, M. *Structural Use of Glass*. Zurich: ETH Zurich, 2008. 215 s. ISBN 3-85748-119-2.
- [3] MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M. Design and experimental verification of actual behaviour of the structural glass in roofing and façade systems. In *3rd International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation*, Cape Town: Millpress, 2007, s. 657–658. ISBN 978-90-5966-054-0.
- [4] GORIS, A. *Bautabellen für Ingenieure: mit Berechnungshinweisen und Beispielen*. Köln: Wolters Kluwer Deutschland GmbH, 2008. 555 s. ISBN 978-3-8041-5236-6.
- [5] LAUFS, W., LUIBLE, A. Introduction on Use of Glass in Modern Buildings. *Rapport No ICOM 462*. EPFL–ICOM Lausanne, 2003.
- [6] BENNISON, S. J., QIN, M. HX, DAVIES, P. S. *High-Performance Laminated Glass for Structurally Efficient Glazing. Innovative Light-Weight Structures and Sustainable Façades*, Hong Kong, 2008.
- [7] WÖLFEL, E. Nachgiebiger Verbind Eine Näherung Slösung und deren Anwendung smöglichkeiten. *Stahlbau*. 1987(6), s. 17–180.
- [8] CALDERONE, I., DAVIES, P., BENDAT, J., BENNISON, S. J. Effective laminate thickness for the design of laminated glass. In *Glass Processing Days*, Tampere, Finland, 2009.
- [9] LÓPEZ-AENLLE, M., PELAYO, F., FERNÁNDEZ-CANTELI, A., GARCÍA PRIETO, M. A. The effective-thickness concept in laminated elements under static loading. *Elsevier Ltd., Engineering Structures*. 2013(56), s. 109 –1102. ISSN: 0141-0296.
- [10] KOUTSAWA, Y., DAYA, E. Static and free vibration analysis of laminated glass beam on viscoelastic supports. *International Journal of Solid and Structures*. 2007, 44(25-26) s. 8735–8750. ISSN 0020-7683. doi:10.1016/j.ijsolstr.2007.07.009.
- [11] GALUPPI, L., MANARA, G., CARFAGNI, G. R. Practical expressions for the design of laminated glass. *Elsevier Ltd., Composites: Part B Engineering*. 2013, 45, s. 1677–1688, ISSN: 1359-8368.
- [12] GALUPPI, L., CARFAGNI, G. R. Effective thickness of laminated glass beams: New expression via a variational approach. *Elsevier Ltd., Engineering Structures*. 2012, 38, s. 53–67, ISSN: 0141-0296.
- [13] GALUPPI, L., CARFAGNI, G. R. The Effective thickness of laminated glass plates. *Journal Mechanic of Materials and Structures*. 2012, 7, s. 375–400, ISSN: 1559-3959. doi: 10.2140/jomms.2012.7.375.

- [14] STAMM, K., WHITE, H. *Sandwich konstruktionen – Berechnung, Fertigung, Ausführung*. Springer Verlag, 1974.
- [15] ZENKERT, D. *The Handbook of Sandwich Construction*. Engineering Materials Advisory Service Ltd., United Kingdom, 1997. ISBN 978-0947817961.
- [16] BELIS, J., MOCIBOB, D., LUIBLE, A., VANDEBROEK, M. On the size and shape of initial out-of-plane curvatures in structural glass components. *Elsevier Ltd., Construction and Building Materials*. 2011, 25(5), s. 2700–2712. ISSN: 0950-0618.
- [17] BŘEZINA, V. *Vzpěrná únosnost kovových prutů a nosníků*. Praha: Československá akademie věd, 1962. 384 s.
- [18] EULER, L. *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, Additamentum: De curvis elasticis*, Lausanne a Ženeva, 1744. cit. In: BŘEZINA, V.: *Vzpěrná únosnost kovových prutů a nosníků*. Praha: Československá akademie věd, 1962. 384 s.
- [19] MENČÍK, J. *Pevnost a lom skla a keramiky*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1990. 392s.
- [20] SVOBODA, M., MELCHER, J. *Vybrané stati prvků ocelových konstrukcí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1970, 258 s.
- [21] VLASOV, V. Z. *Tenkostěnné pružné pruty*. 2. vydání. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1962. 572s.
- [22] BUJŇÁK, J., VIČAN, J. *Navrhovanie ocelových konštrukcií*, Žilina: Žilinská univerzita v Žiline, 2012, 191 s. ISBN 978-80-554-0529-2.
- [23] GALUPPI, L., ROYER-CARFAGNI, G. The effective thickness of laminated glass: Inconsistency of the formulation in a proposal of EN-standards. *Elsevier Ltd., Composites: Part B Engineering*. 2013, 55, s. 109–118. ISSN: 1359-8368.
- [24] KASPER, R., SEDLACEK, G. Stability of Laminated Glass Beams. In: *EU COST C13 Glass and Interactive Building Envelopes*, Amsterdam: IOS Press. 2007, s. 195–208. ISSN 1873-6033.
- [25] BEDON, C., AMADIO, C. Buckling analysis of monolithic and laminated glass elements eccentrically compressed. In *COST Action TU0905, Mid-term Conference on Structural Glass*. London: Taylor & Francis Group, 2013. ISBN 978-1-138-00044-5.
- [26] AMADIO, C., BEDON, C. Standardized buckling curves for the verification of glass columns, beams and panels. In *XXVII ATIV Conference*. Parma (Italy), 2012. ISSN 2281-3462.
- [27] OVEREND, M. Recent developments in design methods for glass structures. *The Institution of Structural Engineers. The Structural Engineer*. 2010, 88(14).
- [28] HALDIMANN, M. *Fracture Strength of Structural Glass Elements. Analytical and Numerical Modelling, Testing and Design*. Saarbrücken: Südwestdeutscher Verlag für Hochschulschriften, 2009, 199 s. ISBN 978-3-8381-0534-5.

- [29] ANDERSON, T., L. *Fracture mechanics – Fundamentals and applications. Third Edition.* London: CRC Press, 2005. 610 s. ISBN 978-1-4200-5821-5 (e-Book).
- [30] KUNZ, J. *Základy lomové mechaniky*, druhé vydání. Praha: Nakladatelství ČVUT, 1994. 172 s. ISBN 80-01-01215-8.
- [31] MOLNÁR, G., BOJTÁR, I. Multi-scale analysis of structural glass strength. In *Challenging Glass 4 & COST Action TU0905 Final Conference*, Lausanne: Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2014, s. 699–705. ISBN 978-1-138-00164-0.
- [32] FELDMANN, M., KASPER, R. et al. *Guidance for European Structural Design of Glass Components Support to the implementation, harmonization and further development of the Eurocodes.* Report EUR 26439 EN. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2014. ISBN 978-92-79-35093-1 (pdf). doi: 10.2788/5523.
- [33] WALD, F. et al. *Novinky v navrhování ocelových a dřevěných konstrukcí se zaměřením na skleněné konstrukce.* Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2015. ISBN 978-80-01-05780-3.
- [34] KASPER, R. *Tragverhalten von Glasträgern.* Aachen, 2005. Disertační práce. RWTH Aachen.
- [35] SILVA, L.S., SIMOES, R., GERVASIO, H. *Design of Steel Structures. 2nd edition.* Zürich: ECCS – European Convention for Constructional Steelwork, 2016, 493 s. ISBN 978-92-9147-134-8.
- [36] MAQUOI, R., RONDAL, J. *Mise en équation des nouvelles courbes Européennes de flambement.* In *Construction Métallique*, Issue 1/1978, s. 17–30. cit. In: SILVA, L.S., SIMOES, R., GERVASIO, H.: *Design of Steel Structures. 2nd edition.* Zürich: ECCS – European Convention for Constructional Steelwork, 2016, 493 s. ISBN 978-92-9147-134-8.
- [37] BALÁZS, I. Vybrané případy klopení dvouose symetrických a jednoose symetrických nosníků zatížených kolmo k rovině symetrie. In *19. odborná konference doktorského studia JUNIORSTAV 2017*, Brno, 2017, ISBN 978-80-214-5473-6.
- [38] ŠMIŘÁK, S. *Pružnost a plasticita I*, třetí vydání, Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2006, 212 s. ISBN 80-7204-468-0.
- [39] BEDON, C., AMADIO, C. Flexural-torsional buckling: Experimental analysis of laminated glass elements. *Elsevier Ltd., Engineering Structures.* 2014, 73, s. 85–99, ISSN: 0141-0296. doi: 10.1016/j.engstruct.2014.05.003.
- [40] BEDON, C., AMADIO, C. A buckling verification approach for monolithic and laminated glass elements under combined in-plane compression and bending. *Elsevier Ltd., Engineering Structures.* 2013, 52, s. 220–229, ISSN: 0141-0296. doi: 10.1016/j.engstruct.2013.02.022.
- [41] MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.



- [42] PRANDTL, L. *Kipperscheinung*, Mnichov, 1899. Disertační práce. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.
- [43] MICHELL, A. G. Elastic stability of long beams under transverse forces, *Philosophical Mag.* 1899, 48. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. VUT v Brně, Fakulta stavební.
- [44] STÜSSI, F. Die Stabilität des auf Biegung beanspruchten Trägers, *Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau.* 1935, 3. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.
- [45] CHWALLA, E. Die Kippstabilität gerader Träger mit doppelt-symmetrischen I-Querschnitt, *Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaue.* Berlin: Springer. 1939. cit. In: MELCHER, J.: *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Doktorská disertační práce, Brno, 1990.
- [46] GOODIER, J. N. Torsional and flexural buckling of bars of thin-walled open section under compressive and bending loads, *Transactions ASME, Journal of Applied Mechanics*, September, 1942, A-103. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. VUT v Brně.
- [47] WINTER, G. Lateral stability of unsymmetrical I-beams and trusses in bending, *Trans. ASCE*, s. 247, 1943. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. VUT v Brně, Fakulta stavební.
- [48] TIMOSHENKO, S. P. Theory of bending, torsion and buckling of thin-walled members of open cross-section, In *Journal of the Franklin Institute.* 1945, 239. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.
- [49] de VRIES, K. Strength of beams as determined by lateral buckling, *Trans. ASCE* 112, 1947. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.
- [50] PETERSSON, O. Combined bending and torsion of simply supported beams of bisymmetrical cross section, *Trans. of the Royal Inst. Of Technology Stockholm.* 1949, 29. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.
- [51] TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M. *Theory of Elastic Stability.* McGraw-Hill, New York, 1961.
- [52] BÜRGERMEISTER, G., STEUP, H.; KRETZSCHMAR, H. *Stabilitätstheorie, Teil I und II*, Akademie Verlag, Berlin, 1966.

- [53] TRAHAIR, N. S., KITIPORNCHAI, S. Elastic lateral buckling of stepped I-beams, In *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 97, 1971. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.
- [54] TRAHAIR, N.S.; KITIPORNCHAI, S.: Buckling of inelastic I-beams under uniform moment, In *Journal of the Structural Division*, ASCE, 1972, 98. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.
- [55] NETHERCOT, D. A. Lateral buckling of tapered beams, *Publications IABSE*. 1973, 33(2). cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební.
- [56] NETHERCOT, D. A. Inelastic buckling of monosymmetric I-beams, *Journal of the Structural Division*, ASCE. 1973, 99. cit. In: MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, Brno, 1990. Doktorská disertační práce. VUT v Brně.
- [57] MELCHER, J. Ohyb, kroucení a klopení ocelových nosníků, In: *Sborník prací kateder kovových a dřevěných konstrukcí a mostů*, Stavební fakulta – ČVUT, Praha, 1975.
- [58] BALÁŽ, I., PLAČKO, B. Posudzovanie nosníkov na klopenie, In: *Technický zpravodaj „Ocelové konstrukce“*, VÍTKOVICE, o.p. Ostrava, č.3, 1980.
- [59] CHLADNÝ, E., LAPOS, J., DJUBEK, J., MRÁZIK, A. *Stabilita a plasticita kovových konstrukcí*, SVŠT Bratislava, skriptum, 1982.
- [60] STUDNIČKA, J. Místní a celková stabilita ohýbaných prutů, *Stavebnický časopis*. 1980, 11.
- [61] BALÁŽ, I., KOLEKOVÁ, Y. Critical moments. In *Stability and ductility of steel structures*. Budapešť: Akadémia Kiadó, 2002, s. 31–38. ISBN 963-05-7950-2.
- [62] PRAVDOVÁ, I., M. ELIÁŠOVÁ. Lateral and torsional stability of hybrid steel-glass beams. In: *Structures and Architecture - Proceedings of the 3rd International Conference on Structures and Architecture, ICSA 2016* [online]. CRC Press/Balkema, 2016, s. 1029-1036. ISBN 9781138026513.
- [63] MACHALICKÁ, K., ELIÁŠOVÁ, M.. Adhesive joints in glass structures: effects of various materials in the connection, thickness of the adhesive layer, and ageing. *International Journal of Adhesion and Adhesives* [online]. Elsevier, 1701, 72, 10-22. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2016.09.007. ISSN 0143-7496.
- [64] KALAMAR, R., BEDON, Ch., ELIÁŠOVÁ, M.. Experimental investigation for the structural performance assessment of square hollow glass columns. *Engineering Structures* [online]. Elsevier, 2016, 113, 1-15. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.01.028. ISSN 0141-0296.
- [65] SLIVANSKÝ, M.: Experimental and theoretical verification of the resistance of glass beams. Bratislava, 2010. Disertační práce, Slovenská technická univerzita v Bratislave, Fakulta stavebná.

- [66] NETUŠIL, M.: Hybrid steel-glass beams. Praha, 2012. Disertační práce, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební.
- [67] NETUŠIL, M., ELIÁŠOVÁ, M. Trends and requirements for adhesives with load bearing role. In *Challenging Glass 4 & COST Action TU0905 Final Conference*. London: Taylor & Francis Group, 2014, s. 369-374. ISBN 978-1-138-00164-0.
- [68] MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M. Problems of behavior and analysis of glass structural members with respect to their application in load-carrying civil constructions, In *New Developments in Structural Engineering and Construction*. Singapore: Research Publishing Services, 2013. ISBN 981-07-5354-3.
- [69] MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M. The experimental verification of actual behaviour of the glass roofing structure under uniform loading, In *Eurosteel 2005*, Maastricht, 2005. ISBN 3-86130-812-6.
- [70] MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M.: Lateral Buckling of Steel SIGMA-cross-section Beams with Web Holes, In *SDSS Rio 2010 - International Colloquium Stability and Ductility of Steel Structures*, Rio de Janeiro, 2010. ISBN 978-85-285-0137-7.
- [71] MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M.: Buckling of Steel Beams with Web Holes in Terms of Ultimate Strength Concept vs Defined Limit Displacement Concept, In *Proceedings of 7th International Conference on Steel and Aluminium Structures*, Singapore, 2011. ISBN 978-981-08-9247-0.

#### Internetové zdroje

- [72] IRÁSEK, J., VAVRO, M. Geologie.vsb.cz [online]. 2007 [cit. 2011-11-28]. Nerostné suroviny a jejich využití. Dostupné z: <http://geologie.vsb.cz/loziska/suroviny/index.html>. ISBN 978-80-248-1378-3.
- [73] Jak se sklo vyrábí? *Asociace sklářského a keramického průmyslu ČR* [online]. [cit. 2013-07-02]. Dostupné z: <http://www.askpcr.cz/o-skle/jak-se-sklo-vyrabi/>
- [74] Tavení skla. *Disidenti vědy a techniky: Stránky věnované potlačované vědě a zatajovaným vynálezům* [online]. [cit. 2013-07-02]. Dostupné z: <http://free-energy.webpark.cz/sobolev/float-glass/taveni.html>
- [75] Mepla [online]. 2008 [cit. 2014-03-18]. Dostupné z: [http://mepla.eu/media/medien/sentryglasr\\_plus\\_elastic\\_properties\\_2008\\_51654.pdf](http://mepla.eu/media/medien/sentryglasr_plus_elastic_properties_2008_51654.pdf)
- [76] Jak indentifikovat NiS. *Sklo ve stavebnictví* [online]. 2014 [cit. 2014-05-05]. Dostupné z: <http://kb.glassacademy.cz/identifikovat-nis/>
- [77] JCSS probabilistic model code. *The joint committee on structural safety* [online]. 2001 [cit. 2014-12-15]. Dostupné z: <https://www.jcss.byg.dtu.dk>
- [78] StatSoft Inc. STATISTICA © Cz 12, [software]. Dostupné z: <https://www.statsoft.com>
- [79] VLACH, B. Základy lomové mechaniky. [www.zam.fme.vutbr.cz](http://www.zam.fme.vutbr.cz). [online]. 2001 [cit. 2015-06-25]. Dostupné z: <http://www.zam.fme.vutbr.cz/~vlach/6ms/prednasky/Hou3.doc>

- [80] HUTAŘ, P., NÁHLÍK, L. Základy lomové mechaniky. *www.hutar.wz.cz*. [online]. [cit. 2015-06-25]. Dostupné z: <http://www.hutar.wz.cz/lomovka/08.pdf>
- [81] BROŽOVSKÝ, J. Úvod do lomové mechaniky. *Jiří Brožovský*. [online]. [cit. 2015-06-29]. Dostupné z: <http://fast10.vsb.cz/brozovsky/data/zmkp/p10.pdf>
- [82] ANSYS, Inc. ANSYS® Academic Research, Release 15.0 [software]. Dostupné z: <http://www.ansys.com/>
- [83] Dlubal Software GmbH. RFEM 5.07 [software]. Dostupné z: <https://www.dlubal.com/>
- [84] ABAQUS [software]. Dostupné z: <http://www.3ds.com/products-services/simulia/>
- [85] Sklo. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2015 [cit. 2015-07-01]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Sklo>
- [86] Glass staircases in Apple's Covent Garden store. *bdonline.co.uk* [online]. 2015 [cit. 2015-07-01]. Dostupné z: <http://www.bdonline.co.uk/glass-staircases-in-apple%E2%80%99s-covent-garden-store/5004618.article>
- [87] *pixabay* [online]. 2015 [cit. 2015-07-01]. Dostupné z: <https://pixabay.com/cs/photos/?q=sklo+architektura>
- [88] *Glass design and build* [online]. 2015 [cit. 2015-07-01]. Dostupné z: <http://www.glassdesignandbuild.co.uk/Glass-floor.html>
- [89] Tokyo International Forum. *wikiarquitectura* [online]. 2014 [cit. 2015-07-01]. Dostupné z: [http://en.wikiarquitectura.com/index.php/Tokyo\\_International\\_Forum](http://en.wikiarquitectura.com/index.php/Tokyo_International_Forum)
- [90] Log structural glass art installation pushes design envelope. *Glassmagazine* [online]. 2010 [cit. 2015-07-01]. Dostupné z: <http://glassmagazine.com/article/commercial/log-structural-glass-art-installation-pushes-design-envelope-107219>
- [91] VLACH, B. Keramika. *www.zam.fme.vutbr.cz*. [online]. 2015 [cit. 2015-09-01]. Dostupné z: [www.zam.fme.vutbr.cz/vlach/6ms/prednasky/keramika.doc](http://www.zam.fme.vutbr.cz/vlach/6ms/prednasky/keramika.doc)
- [92] Post-Glass Breakage Performance of Laminated Safety Glass. *Kuraray Europe GmbH* [online]. 2014 [cit. 2016-02-12]. Dostupné z: [http://glasslaminatingsolutions.kuraray.com/fileadmin/user\\_upload/Kurarayl4\\_3\\_Post-Glass.pdf](http://glasslaminatingsolutions.kuraray.com/fileadmin/user_upload/Kurarayl4_3_Post-Glass.pdf)
- [93] *3Dboom* [online]. 2016 [cit. 2016-05-09]. Dostupné z: <http://3dboom.su/3d-skanery/faro-focus-3d-x-130.html>
- [94] *Cantifix* [online]. 2017 [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: <http://www.cantifix.co.uk/products/glass-roof/fixe-supported-roof/> <http://www.glassdesignandbuild.co.uk/Glass-floor.html>
- [95] *Shutterstock* [online]. 2017 [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: <https://www.shutterstock.com/cs/image-photo/new-york-july-21-apple-store-115231372>
- [96] *Pinterest* [online]. 2017 [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: <http://www.freshdesignpedia.com/wp-content/uploads/lighting-for-stairwell-allows-the-staircase-incredibly-beautiful-appearance/lighting-staircase-glass-stairs-railings.jpg>

*Technické zprávy, technologické postupy*

- [97] VOLAŘÍK, T., WEIGEL, J. *Zjištění skutečného tvaru tělesa – dvojsklo*. Technická zpráva. Brno: Centrum AdMaS, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, 2014.
- [98] MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M., PEŠEK, O. *Experimentální procedura pro verifikaci mechanismu porušování a přetváření nosníků z konstrukčního skla při klopení*. Ověřená technologie – Identifikátor výsledku VaV začleněného do RIV č. 126280, VUT v Brně, 2016.
- [99] MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M., HORÁČEK, M., PEŠEK, O. *Experimentální procedura pro verifikaci mechanismu porušování a přetváření nosníků při klopení*. Funkční vzorek – Identifikátor výsledku VaV začleněného do RIV č. 126578, VUT v Brně, 2016.

*Osobní korespondence*

- [100] POTĚŠIL, I., AGC Glass Europe [elektronická pošta], 2. září 2015, 15:25 [cit. 2016-05-30]. Osobní komunikace
- [101] POTĚŠIL, I., AGC Glass Europe [elektronická pošta], 3. září 2015, 10:06 [cit. 2016-05-30]. Osobní komunikace

*Normativní dokumenty*

- [102] ČSN EN 1748-1-1. *Sklo ve stavebnictví – Zvláštní základní výrobky – Borosilikátová skla – Část 1-1: Definice a obecné fyzikální a mechanické vlastnosti*. Praha: Český normalizační institut, 2005. 16 s. Třídící znak 70 1020.
- [103] ČSN EN 572-1. *Sklo ve stavebnictví – Základní výrobky ze sodnovápenatokřemičitého skla – Část 1: Definice a obecné fyzikální a mechanické vlastnosti*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2012. 12s. Třídící znak 70 1010
- [104] ČSN EN 572-2. *Sklo ve stavebnictví – Základní výrobky ze sodnovápenatokřemičitého skla – Část 2: Sklo float*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2012. 16 s. Třídící znak 70 1010.
- [105] ČSN EN 1863-1. *Sklo ve stavebnictví – Tepelně zpevněné sodnovápenatokřemičité sklo – Část 1: Definice a popis*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2012. 28 s. Třídící znak 70 1042.
- [106] ČSN EN 12150-1. *Sklo ve stavebnictví – Tepelně tvrzené sodnovápenatokřemičité bezpečnostní sklo – Část 1: Definice a popis*. Praha: Český normalizační institut, 2001. 24 s. Třídící znak 70 1570.
- [107] ČSN EN 12337-1. *Sklo ve stavebnictví – Chemicky zpevněné sodnovápenatokřemičité sklo – Část 1: Definice a popis*. Praha: Český normalizační institut, 2001. 20 s. Třídící znak 70 1050.

- [108] ČSN EN 14179-1. *Sklo ve stavebnictví – Prohřívání (HST) tepelně tvrzené sodnovápenatokřemičité bezpečnostní sklo – Část 1: Definice a popis*. Praha: Český normalizační institut, 2006. 40 s. Třídící znak 70 1575.
- [109] ČSN EN ISO 12543-1. *Sklo ve stavebnictví – Vrstvené sklo a vrstvené bezpečnostní sklo – Část 1: Definice a popis součástí*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2012. 14 s. Třídící znak 70 1015.
- [110] prEN 13474-1 *Glass in building – Design of glass panes – Part 1: General basis of design*. Brussel: European Committee for Standardization, 1999. 30 s.
- [111] prEN 13474-2 *Glass in building – Design of glass panes – Part 2: Design for uniformly distributed loads*. Brussel: European Committee for Standardization, 2000. 54 s.
- [112] prEN 13474-3 *Glass in building – Determination of the strength of glass panes – Part 3: General method of calculation and determination of strength of glass by testing*. Brussel: European Committee for Standardization, 2009. 34 s.
- [113] prEN 16612 *Glass in building – Determination of the load resistance of glass panes by calculation and testing*. Brussel: CEN – European Committee for Standardization, 2013. 43 s.
- [114] prEN 16613 *Glass in building – Laminated glass and safety laminated glass – Determination of interlayer mechanical properties*. Brussel: CEN – European Committee for Standardization, 2013. 21 s.
- [115] ČSN EN 1990. *Eurokód – Zásady navrhování konstrukcí*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011. 110 s. Třídící znak 73 0002.
- [116] ČSN EN 1991-1-1. *Eurokód 1 – Zatížení konstrukcí – Část 1-1: Obecná zatížení – Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb*. Praha: Český normalizační institut, 2004. 44 s. Třídící znak 73 0035.
- [117] ČSN EN 1991-1-3. *Eurokód 1 – Zatížení konstrukcí – Část 1-3: Obecná zatížení – Zatížení sněhem*. Praha: Český normalizační institut, 2005. 56 s. Třídící znak 73 0035.
- [118] ČSN EN 1991-1-4. *Eurokód 1 – Zatížení konstrukcí – Část 1-4: Obecná zatížení – Zatížení větrem*. Praha: Český normalizační institut, 2007. 129 s. Třídící znak 73 0035.
- [119] EN 1993-1-1 *Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Brussel: European Committee for Standardization, 2005. 94 s.
- [120] ČSN EN 1993-1-1 ed. 2 *Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011. 94 s. Třídící znak 73 1401.
- [121] ÖNORM B 3716 *Glas im Bauwesen – Konstruktiver Glasbau – Teil 1: Grundlagen*. Viennan: Austrian standards, 2013.
- [122] DIN 18008 *Glas im bauwesen, Teil 1–5*. Berlin: DIN Deutsche Institut für Normung, 2013.
- [123] NEN 2608 *Vlakglas voor gebouwen – Eisen en bepalingmethode*. Delft: Netherlands Standardization Institute, 2011.

## REJSTŘÍK OBRÁZKŮ

<b>Obr. 1.1</b> Využití skla v architektuře a stavitelství .....	10
<b>Obr. 1.2</b> Skleněný schodišťový stupeň .....	11
<b>Obr. 1.3</b> Skleněný nosník .....	11
<b>Obr. 1.4</b> Skleněný rám – New York .....	12
<b>Obr. 2.1</b> Typické krátkodobé pevnosti jako funkce hloubky trhlinky .....	14
<b>Obr. 2.2</b> Kritérium porušení skla: a) hlavní napětí v prostoru; b) Rankinova podmínka v rovině .....	15
<b>Obr. 2.3</b> Charakteristický lom skla ve tvaru motýla a detail inkluze NiS .....	15
<b>Obr. 2.4</b> Výrobky z plochého skla .....	16
<b>Obr. 2.5</b> Proces temperování .....	17
<b>Obr. 2.6</b> Princip působení reziduálního napětí .....	17
<b>Obr. 2.7</b> Vzor trhlin: (a) plavené sklo, (b) tepelně zpevněné sklo, (c) tvrzené sklo .....	18
<b>Obr. 2.8</b> Možné průběhy reziduálního napětí tepelně zpracovaného skla .....	18
<b>Obr. 2.9</b> Pracovní diagramy: (a) tradiční stavební materiály; (b) sklo .....	19
<b>Obr. 2.10</b> Vliv modulu pružnosti mezivrstvy na přetvoření a napjatost .....	20
<b>Obr. 2.11</b> Pevnostní a konstrukční vlastnosti vrstveného skla .....	21
<b>Obr. 2.12</b> Schéma automatické výrobní linky na výrobu vrstveného skla .....	21
<b>Obr. 2.13</b> SentryGlass Plus – modul pružnosti ve smyku .....	22
<b>Obr. 2.14</b> Příklad různého stupně pokritické únosnosti .....	23
<b>Obr. 2.15</b> Fáze pokritického chování vrstveného skla .....	23
<b>Obr. 2.16</b> Stav napjatosti v okolí trhliny .....	24
<b>Obr. 2.17</b> Módy zatěžování trhlin .....	25
<b>Obr. 2.18</b> Půleliptická povrchová trhlina skla .....	27
<b>Obr. 2.19</b> Vztah plochy skleněné tabule a relativní pevnosti skla .....	31
<b>Obr. 2.20</b> Koroze skla .....	31
<b>Obr. 2.21</b> Modifikační součinitel .....	32
<b>Obr. 2.22</b> Jednotkový posudek při kombinaci typů zatížení .....	34
<b>Obr. 2.23</b> Popis modelu Wölfel – Bennison – Calderone .....	40
<b>Obr. 2.24</b> Smykový koeficient přestupu .....	42
<b>Obr. 2.25</b> Model podle Galuppi a Royer-Carfagni pro jednoosý případ .....	44
<b>Obr. 2.26</b> Popis modelu podle Koutsawy a Daya .....	46
<b>Obr. 2.27</b> Model podle Haldimanna .....	49
<b>Obr. 2.28</b> Rovinné deformace skleněné tabule .....	51
<b>Obr. 2.29</b> Podmínky podepření při měření celkového průhybu podle evropských standardů .....	52
<b>Obr. 2.30</b> Měřicí zařízení Ghent University .....	53
<b>Obr. 2.31</b> Vzpěr štíhlého skleněného prutu, vztah zatížení a deformace .....	55
<b>Obr. 2.32</b> Eulerův prut, odvození Eulerovy kritické síly .....	57
<b>Obr. 2.33</b> Rovnovážné stavy při vzpěru .....	57
<b>Obr. 2.34</b> Eulerovy základní případy .....	58
<b>Obr. 2.35</b> Závislost napětí na štíhlosti tlačných prutů .....	59
<b>Obr. 2.36</b> Původní (čárkovaně) a konečný (plně) tvar sloupu .....	62
<b>Obr. 2.37</b> Průběh normálového napětí po délce prutu .....	63
<b>Obr. 2.38</b> Křivky vzpěrné pevnosti pro FTG a HSG sklo .....	66
<b>Obr. 2.39</b> Křivky vzpěrné pevnosti a Eulerova hyperbola .....	67
<b>Obr. 2.40</b> Klopení skleněného nosníku: a) pohled; b) složky přetvoření; c) vztah zatížení a deformací .....	68
<b>Obr. 2.41</b> Složky přetvoření při ztrátě stability při ohybu .....	70

<b>Obr. 2.42</b> Průřezy 1. kategorie.....	71
<b>Obr. 2.43</b> Průřezy 2. kategorie.....	72
<b>Obr. 2.44</b> Průřezy symetrické k ose největší tuhosti nebo centrálně symetrické.....	73
<b>Obr. 2.45</b> Význam veličin a znaménková konvence při působení zatížení $F_z$ .....	74
<b>Obr. 2.46</b> Klopení – určení polohy $x$ a polohy působišť zatížení vzhledem ke středu smyku.....	77
<b>Obr. 2.47</b> Křivky klopení a Eulerova hyperbola.....	78
<b>Obr. 2.48</b> Interakční vztahy vzpěru a klopení.....	78
<b>Obr. 2.49</b> Počáteční imperfekce pro analýzu interakce vzpěru a klopení.....	79
<b>Obr. 4.1</b> Přístroj FARO Focus3D.....	82
<b>Obr. 4.2</b> Detail mračna bodů změřených laserovým skenováním.....	82
<b>Obr. 4.3</b> Rastr bodů a průběh souřadnice $z$ na zadaném podélném řezu.....	83
<b>Obr. 4.4</b> Měření geometrických imperfekcí – Carl-Zeiss.....	83
<b>Obr. 4.5</b> Měření geometrických imperfekcí – vlastní konstrukce autora.....	84
<b>Obr. 4.6</b> Definice polohy a pozice při měření imperfekcí.....	85
<b>Obr. 4.7</b> Vyhodnocení tvaru imperfekcí vodicí dráhy.....	86
<b>Obr. 4.8</b> Tvar imperfekce vodicí dráhy: (a) Sestava Carl-Zeiss; (b) vlastní konstrukce autora.....	86
<b>Obr. 4.9</b> Tvary počátečních zakřivení skleněných dílců.....	87
<b>Obr. 4.10</b> Poměrné amplitudy imperfekcí všech vzorků.....	87
<b>Obr. 4.11</b> Tvary počátečního zakřivení a jejich aproximace: (a) typický a (b) atypický vzorek.....	88
<b>Obr. 4.12</b> Chyby aproximací a jejich střední hodnoty; vlevo sinusoida; vpravo parabola.....	89
<b>Obr. 4.13</b> Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky imperfekcí.....	90
<b>Obr. 4.14</b> Vztah poměrného zakřivení a typu skla.....	90
<b>Obr. 4.15</b> Vztah poměrného zakřivení a geometrie vzorku.....	92
<b>Obr. 4.16</b> Vztah poměrného zakřivení a vrstvení skla / typu fólie.....	92
<b>Obr. 4.17</b> Všechny vzorky: normální a lognormální rozdělení.....	94
<b>Obr. 4.18</b> Charakteristické hodnoty poměrných zakřivení.....	95
<b>Obr. 5.1</b> Analytický výpočet: křivky síla – napětí.....	97
<b>Obr. 5.2</b> Výsledky teoretické analýzy.....	97
<b>Obr. 5.3</b> Numerický model prutu VG 66.2 – celkový pohled, detail uložení, detail sítě prvků.....	98
<b>Obr. 5.4</b> Stabilitní analýza – první čtyři vlastní tvary.....	99
<b>Obr. 5.5</b> Numerická analýza: křivky síla – napětí.....	99
<b>Obr. 5.6</b> Výsledky numerické analýzy.....	100
<b>Obr. 5.7</b> Výsledky numerické analýzy – normálová napětí: a) celkový pohled; b) střed rozpětí.....	100
<b>Obr. 5.8</b> Výsledky výpočtu podle KVP.....	101
<b>Obr. 5.9</b> Zkušební sestava na vzpěr.....	102
<b>Obr. 5.10</b> Schéma zapojení snímacích zařízení.....	103
<b>Obr. 5.11</b> Vzpěr – mechanismus porušení těles FB4 až FB6.....	104
<b>Obr. 5.12</b> Vzpěr – mechanismus porušení těles FB7 až FB12.....	105
<b>Obr. 5.13</b> Vzpěr – mechanismus porušení těles FB13 až FB15.....	105
<b>Obr. 5.14</b> Závislost příčné výchylky a normálového napětí na zatěžovací síle.....	108
<b>Obr. 5.15</b> Maximální síla a napětí při jejím dosažení – střední hodnoty a směrodatné odchylky.....	109
<b>Obr. 5.16</b> Vzpěr – výsledky experimentální analýzy.....	111
<b>Obr. 5.17</b> Southwellova metoda k určení ekvivalentní počáteční excentricity a kritické síly.....	112
<b>Obr. 5.18</b> Histogram ekvivalentní geometrické imperfekce pro vzpěr.....	113
<b>Obr. 5.19</b> Experimentální, teoretická a numerická analýza: křivky síla – výchylka / napětí.....	114
<b>Obr. 5.20</b> Kritická síla a účinná tloušťka – Experimentální, teoretická a numerická analýza.....	115
<b>Obr. 5.21</b> $R_e - R_i$ diagramy kritické síly.....	116
<b>Obr. 5.22</b> Mezní odolnost – Experimentální, teoretická a numerická analýza.....	116



<b>Obr. 5.23</b> $R_e - R_t$ diagramy mezní odolnosti.....	117
<b>Obr. 5.24</b> Návrhová a charakteristická vzpěrná únosnost – Experimentální, teoretická a numerická analýza a výpočet podle KVP .....	117
<b>Obr. 5.25</b> $R_e - R_t$ diagramy charakteristické a návrhové vzpěrné únosnosti .....	118
<b>Obr. 5.26</b> Křivky vzpěrné pevnosti a výsledky experimentů.....	119
<b>Obr. 5.27</b> Vzpěr – výsledky simulace Monte Carlo .....	122
<b>Obr. 6.1</b> Analytický výpočet: křivky moment – napětí.....	124
<b>Obr. 6.2</b> Výsledky teoretické analýzy .....	124
<b>Obr. 6.3</b> Numerický model prutu VG 66.2 – celkový pohled, detail uložení, detail sítě prvků .....	125
<b>Obr. 6.4</b> Stabilitní analýza – první čtyři vlastní tvary .....	126
<b>Obr. 6.5</b> Numerická analýza: křivky ohybový moment – napětí .....	127
<b>Obr. 6.6</b> Klopení – numerická analýza (deformace) .....	127
<b>Obr. 6.7</b> Klopení – numerická analýza (napětí) .....	128
<b>Obr. 6.8</b> Výsledky numerické analýzy .....	128
<b>Obr. 6.9</b> Součinitele $C_1$ a $C_2$ pro nosník zatížený symetrickou dvojicí břemen.....	129
<b>Obr. 6.10</b> Výsledky výpočtů podle křivek klopení .....	130
<b>Obr. 6.11</b> Zkušební sestava na klopení.....	131
<b>Obr. 6.12</b> Zatěžovací schéma skleněných nosníků .....	132
<b>Obr. 6.13</b> Schéma zapojení snímacích zařízení při klopení.....	132
<b>Obr. 6.14</b> Klopení – mechanismus porušení těles LTB1 až LTB9 .....	134
<b>Obr. 6.15</b> Závislost příčné výchylky, úhlu pootočení, svislého průhybu a normálového napětí na ohybovém momentu .....	135
<b>Obr. 6.16</b> Maximální ohybový moment a napětí – střední hodnoty a směrodatné odchylky .....	136
<b>Obr. 6.17</b> Klopení – výsledky experimentální analýzy .....	137
<b>Obr. 6.18</b> Histogram ekvivalentní geometrické imperfekce pro klopení .....	138
<b>Obr. 6.19</b> Experimentální, teoretická a numerická analýza: křivky moment – výchylka / napětí .....	139
<b>Obr. 6.20</b> Kritický moment – Experimentální, teoretická a numerická analýza.....	140
<b>Obr. 6.21</b> $R_e - R_t$ diagramy pro kritické momenty .....	141
<b>Obr. 6.22</b> Mezní odolnost – Experimentální, teoretická a numerická analýza .....	141
<b>Obr. 6.23</b> $R_e - R_t$ diagramy mezní odolnosti .....	142
<b>Obr. 6.24</b> Návrhová a charakteristická únosnost v klopení – Experimentální, teoretická a numerická analýza a výpočet podle křivek klopení.....	142
<b>Obr. 6.25</b> $R_e - R_t$ diagramy charakteristické a návrhové únosnosti v klopení .....	143
<b>Obr. 6.26</b> Křivky klopení a výsledky experimentů .....	144
<b>Obr. 6.27</b> Klopení – výsledky simulace Monte Carlo – amplituda imperfekce 5,0 mm/m .....	147
<b>Obr. 6.28</b> Klopení – výsledky simulace Monte Carlo – amplituda imperfekce 3,0 a 1,0 mm/m.....	147
<b>Obr. 7.1</b> Zatěžovací schéma skleněných nosníků .....	148
<b>Obr. 7.2</b> Zkušební sestava na interakci vzpěru a klopení .....	149
<b>Obr. 7.3</b> Interakce vzpěru a klopení – mechanismus porušení těles F-LTB1 až F-LTB9 .....	150
<b>Obr. 7.4</b> Závislost příčné výchylky, úhlu pootočení, svislého průhybu a normálového napětí na ohybovém momentu.....	151
<b>Obr. 7.5</b> Maximální ohybový moment a napětí při jeho dosažení – střední hodnoty a směrodatné odchylky .....	152
<b>Obr. 7.6</b> Interakce vzpěru a klopení – výsledky experimentální analýzy.....	153
<b>Obr. 7.7</b> Interakce vzpěru a klopení – podmínky spolehlivosti a výsledky testů.....	154

## REJSTŘÍK TABULEK

<b>Tab. 2.1</b> Materiálové charakteristiky skla.....	13
<b>Tab. 2.2</b> Doporučené hodnoty modulu pružnosti ve smyku PVB.....	22
<b>Tab. 2.3</b> Lomová houževnatost $K_{Ic}$ sodnovápenatokrěmíčitého skla za pokojové teploty .....	28
<b>Tab. 2.4</b> Tvarový součinitel $Y$ .....	28
<b>Tab. 2.5</b> Parametry povrchové pevnosti a odpovídající šedesátivteřinová pevnost v tahu.....	30
<b>Tab. 2.6</b> Charakteristická pevnost upravovaného skla $f_{b,k}$ .....	36
<b>Tab. 2.7</b> Dílčí součinitelé spolehlivosti $\gamma_m$ a $\gamma_v$ .....	37
<b>Tab. 2.8</b> Modifikační součinitel $k_{mod}$ podle prEN 13474-1.....	37
<b>Tab. 2.9</b> Modifikační součinitel $k_{mod}$ podle prEN 16612.....	38
<b>Tab. 2.10</b> Součinitel $k_{sp}$ podle prEN 16612.....	39
<b>Tab. 2.11</b> Součinitel $k_v$ podle prEN 16612.....	39
<b>Tab. 2.12</b> Součinitelé $\gamma_{M,v}$ a $\gamma_{M,A}$ podle prEN 16612.....	39
<b>Tab. 2.13</b> Parametry pro výpočet $\Gamma$ .....	43
<b>Tab. 2.14</b> Hodnoty koeficientu $\omega$ .....	48
<b>Tab. 2.15</b> Mezní hodnoty celkového a místního prohnutí.....	52
<b>Tab. 4.1</b> Seznam těles, na nichž byla měřena počáteční zakřivení.....	81
<b>Tab. 4.2</b> Naměřené amplitudy geometrických imperfekcí.....	91
<b>Tab. 4.3</b> Charakteristické hodnoty počátečního zakřivení skleněných prvků $(u_0/L)_k$ [mm/m].....	95
<b>Tab. 5.1</b> Typy prutů pro analýzu rovinného vzpěru.....	96
<b>Tab. 5.2</b> Vzpěr – charakteristické a návrhové únosnosti podle KVP (Bedon a Amadio).....	101
<b>Tab. 5.3</b> Výpis zkušebních těles experimentální analýzy vzpěru.....	101
<b>Tab. 5.4</b> Vzpěr – mechanismus porušení vzorků.....	106
<b>Tab. 5.5</b> Vzpěr – výsledky experimentu.....	107
<b>Tab. 5.6</b> Výpočet charakteristické a návrhové hodnoty.....	109
<b>Tab. 5.7</b> Vstupní data pro vyhodnocení zkoušek.....	110
<b>Tab. 5.8</b> Charakteristické a návrhové hodnoty pro normální rozdělení.....	111
<b>Tab. 5.9</b> Vzpěr – výsledky Southwellovy metody.....	113
<b>Tab. 5.10</b> srovnání kritických sil a účinných tloušťek.....	115
<b>Tab. 5.11</b> Srovnání součinitelů vzpěrnosti.....	118
<b>Tab. 5.12</b> Vstupní hodnoty pravděpodobnostní analýzy vzpěru.....	121
<b>Tab. 5.13</b> Vzpěr – výsledky analýzy Monte Carlo.....	122
<b>Tab. 6.1</b> Typy prutů pro analýzu klopení.....	123
<b>Tab. 6.2</b> Klopení – charakteristické a návrhové únosnosti podle křivek klopení (Bedon a Amadio).....	129
<b>Tab. 6.3</b> Výpis zkušebních těles experimentální analýzy klopení.....	130
<b>Tab. 6.4</b> Klopení – výsledky experimentu.....	135
<b>Tab. 6.5</b> Vstupní data pro vyhodnocení zkoušek odolnosti v klopení.....	136
<b>Tab. 6.6</b> Charakteristické a návrhové hodnoty odolnosti v klopení pro normální rozdělení.....	136
<b>Tab. 6.7</b> Klopení – výsledky Southwellovy metody.....	138
<b>Tab. 6.8</b> Srovnání kritických momentů.....	140
<b>Tab. 6.9</b> Srovnání součinitelů klopení.....	143
<b>Tab. 6.10</b> Vstupní hodnoty pravděpodobnostní analýzy klopení.....	145
<b>Tab. 6.11</b> Klopení – výsledky analýzy Monte Carlo.....	146
<b>Tab. 7.1</b> Výpis zkušebních těles.....	148
<b>Tab. 7.2</b> Interakce vzpěru a klopení – výsledky experimentu.....	151
<b>Tab. 7.3</b> Vstupní data pro vyhodnocení zkoušek interakce vzpěru a klopení.....	152
<b>Tab. 7.4</b> Charakteristické a návrhové hodnoty odolnosti v klopení při působení normálové síly.....	153

<b>Tab. 8.1</b> Vyhodnocení geometrických imperfekcí .....	155
<b>Tab. 8.2</b> Navržené parametry křivky vzpěrné pevnosti a klopení .....	156

**SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK***Zkratky*

ANG	plavené chlazené sklo (annealed glass)
COV	variační koeficient
DELR	damage equivalent load and resistance
EET	enhanced effective thickness
EVA	etylen vinylacetát
FEM	finite element method
FTG	tepelně tvrzené bezpečnostní sklo (fully tempered glass)
GNIA	geometricky nelineární pružnostní analýza s imperfekcemi
HSG	tepelně zpevněné sklo (heat strengthened glass)
HST	prohřívání (heat soak test)
KVP	křivka vzpěrné pevnosti
LELM	lineární pružná lomová mechanika
LVDT	linear variable differential transformer
MKP	metoda konečných prvků
PVB	polyvinyl butyral
SGP	SentryGlass Plus

*Písmena velké latinské abecedy*

$A$	celková plocha povrchu (s tahovým napětím) skleněné tabule
$A; A_1; A_2$	průřezová plocha skla
$A_0$	referenční plocha povrchu (s tahovým napětím) skleněné tabule
$B$	delší strana skleněné tabule
$B$	bimoment
$C_1; C_2$	součinitel
$C_g$	těžiště průřezu
$C_s$	střed smyku
$E$	modul pružnosti v tahu a tlaku (Youngův modul)
$EI$	ohybová tuhost
$EI^*$	účinná ohybová tuhost
$EI_\omega$	tuhost ve vázaném kroucení

$F$	síla
$G$	modul pružnosti ve smyku
$G_{\text{int}}$	modul pružnosti mezivrstvy ve smyku
$I_0$	moment setrvačnosti vrstveného skla pro layered limit
$I_1; I_2$	moment setrvačnosti skleněné tabule
$I_R$	ekvivalentní moment setrvačnosti
$I_{t,\text{eff}}$	účinný moment setrvačnosti v prostém kroucení
$I_{t,1}; I_{t,2}$	moment setrvačnosti v prostém kroucení skleněné tabule
$I_{\text{tot}}$	celkový moment setrvačnosti
$I_y$	moment setrvačnosti k ose $y$
$I_z$	moment setrvačnosti k ose $z$
$I_{z,\text{eff}}$	účinný moment setrvačnosti k ose $z$
$I_{\omega}$	výšečový moment setrvačnosti
$K$	součinitel intenzity napětí
$K_{\text{Ic}}$	lomová houževnatost
$K_r$	tuhost rotační pružiny
$K_T$	tuhost translační pružiny
$L$	délka / rozpětí
$L_{\text{cr}}$	vzpěrná délka
$L_{\text{LT}}$	vzpěrná délka při klopení
$N$	normálová síla
$N_{\text{b,Rd}}$	návrhová vzpěrná únosnost
$N_{\text{b,Rk}}$	charakteristická vzpěrná únosnost
$N_{\text{cr}}$	kritická Eulerova síla
$N_{\text{cr,eff}}$	kritická Eulerova síla účinného průřezu
$N_{\text{cr,FEM}}$	kritická Eulerova síla zjištěná numerickou analýzou
$N_{\text{cr,teorie}}$	kritická Eulerova síla zjištěná teoretickou analýzou
$N_{\text{cr,test}}$	kritická Eulerova síla zjištěná experimentálně
$N_{\text{Ed}}$	návrhová hodnota normálové síly
$N_{\text{fail}}$	osová síla při porušení
$N_{\text{max}}$	maximální osová síla
$N_{\text{Rk}}$	charakteristická únosnost v prostém tlaku

$N_{ult, test}$	mezní tlaková únosnost zjištěná experimentálně
$N_{ult, MC}$	mezní tlaková únosnost zjištěná simulací Monte Carlo
$M_{b,Rd}$	návrhová únosnost při klopení
$M_{b,Rk}$	charakteristická únosnost při klopení
$M_{cr}$	kritický moment
$M_{cr,FEM}$	kritický moment zjištěný numerickou analýzou
$M_{cr,teorie}$	kritický moment zjištěný teoretickou analýzou
$M_{cr,test}$	kritický moment zjištěný experimentálně
$M_{Ed}$	návrhová hodnota ohybového momentu
$M_{max}$	maximální ohybový moment
$M_{Rk}$	charakteristická únosnost v prostém ohybu
$M_{ult, test}$	mezní ohybová únosnost zjištěná experimentálně
$M_y; M_z$	ohybový moment kolem osy $y$ a $z$
$P$	osamělé břemeno
$P_f$	pravděpodobnost poruchy
$P_{f,A}$	pravděpodobnost poruchy tabule s plochou $A$
$P_{f,A0}$	pravděpodobnost poruchy tabule s referenční plochou $A_0$
$T$	teplota
$V_x$	variační koeficient veličiny $x$
$W_y$	průřezový modul k ose $y$
$W_{z,eff}$	efektivní průřezový modul k ose $z$
$X_d$	návrhová hodnota veličiny $x$
$X_k$	charakteristická hodnota veličiny $x$
$Y$	tvarový součinitel

*Písmena malá latinská abecedy*

$a_{par}$	aproximace parabolou
$a_{sin}$	aproximace sinusoidou
$a_y, a_z$	vzdálenost středu smyku od těžiště
$b$	šířka skleněné tabule
$b_y; b_z; b_o$	parametr
$c_1; c_2$	součinitel
$e_0$	mimostřednost působíště zatížení od těžiště průřezu

$e_{0,ekv}$	ekvivalentní počáteční geometrická imperfekce
$e_{0,ekv,k}$	charakteristická hodnota ekvivalentní počáteční geometrické imperfekce
$e_y, e_z$	vzdálenost působíště zatížení od těžiště průřezu
$e_{za}$	vzdálenost působíště zatížení od středu smyku
$f$	mez pevnosti
$f$	výchylka prutu při vzpěru
$f_{b,k}$	charakteristická hodnota lomové pevnosti skla
$f_{e_{par}}$	fitting error aproximace parabolu
$f_{e_{sin}}$	fitting error aproximace sinusoidou
$f_{g,d}$	návrhová pevnost skla (dovolené namáhání)
$f_{g,k}$	charakteristická hodnota vlastní (inherentní) pevnosti skla
$f_{g,Pf,t60}$	šedesátivteřinová pevnost v tahu
$f_{gd,t0,A0}$	návrhová pevnost skla pro referenční dobu $t_0$
$f_{gd,tS,A0}$	návrhová pevnost skla pro krátkodobé namáhání
$f_{gd,tM,A0}$	návrhová pevnost skla pro střednědobé namáhání
$f_{gd,tL,A0}$	návrhová pevnost skla pro dlouhodobé namáhání
$f_{r,k}$	zbytkové tlakové napětí při povrchu skla
$f_{u,c}$	mezní pevnost skla v tlaku
$f_{u,t}$	mezní pevnost skla v tahu
$f(e_0)$	výchylka vlivem počáteční mimostřednosti v uložení prutu
$f(w_0)$	výchylka vlivem počátečního zakřivení prutu
$f(w_0+e_0)$	výchylka vlivem počátečního zakřivení prutu a počáteční mimostřednosti v uložení prutu
$g(x)$	funkce tvaru průhybové křivky
$h$	výška průřezu
$i$	poloměr setrvačnosti
$i_a$	polární poloměr setrvačnosti
$i_y; i_z$	poloměr setrvačnosti k ose $y$ a $z$
$j$	jádrová úsečka průřezu
$k$	parametr vyjadřující změnu relativní pevnosti skla
$k$	poloha zatížení na nosníku
$k_A$	součinitel plochy povrchu skla
$k_{d,n}$	součinitel pro 0,1% návrhovou hodnotu

$k_{\text{mod}}$	modifikační součinitel
$k_n$	součinitel pro 5% charakteristickou hodnotu
$k_{\text{sp}}$	součinitel úpravy povrchu skla
$k_v$	součinitel polohy skla při temperování
$m$	parametr vyjadřující změnu relativní pevnosti skla
$m_{e,0,ekv}$	průměrná hodnota ekvivalentní geometrické imperfekce
$m_x$	průměrná hodnota veličiny $x$
$n$	součinitel statické únavy
$n$	počet
$p(x)$	spojité zatížení
$q$	spojité rovnoměrné zatížení
$s_x$	směrodatná odchylka veličiny $x$
$t$	čas
$t$	tloušťka
$t; t_1; t_2$	tloušťka skleněné tabule
$t_0$	referenční doba
$t_0$	vzdálenost těžišť skleněných tabulí
$t_{\text{eff}}$	efektivní tloušťka vrstveného skla
$t_{\text{eff,FEM}}$	efektivní tloušťka vrstveného skla zjištěná numerickou analýzou
$t_{\text{eff,teorie}}$	efektivní tloušťka vrstveného skla zjištěná teoretickou analýzou
$t_{\text{eff,test}}$	efektivní tloušťka vrstveného skla zjištěná experimentálně
$t_{\text{eff,w}}$	efektivní tloušťka vrstveného skla pro výpočet deformací
$t_{\text{eff},\sigma}$	efektivní tloušťka vrstveného skla pro výpočet napětí
$t_f$	doba působení zatížení
$t_{\text{glass}}$	souhrnná tloušťka skleněných tabulí vrstveného skla
$t_{\text{int}}$	tloušťka mezivrstvy
$t_{s,1}; t_{s,2}$	vzdálenost těžiště skleněné tabule od těžiště celého průřezu
$t_{\text{test}}$	doba trvání experimentu
$u_0(x)$	opravená pořadnice imperfekce vzorku ve vláknech $x$
$u_{0,\text{rail}}(x)$	pořadnice imperfekce vodící dráhy ve vláknech $x$
$u_{0,\text{uncorr}}(x)$	změřená pořadnice imperfekce vzorku v poloze $i$ ve vláknech $x$
$(u_0/L)_k$	charakteristická hodnota poměrného počátečního zakřivení prutu



$v$	příčné vybočení
$v_0$	amplituda počáteční imperfekce
$v_{0,ekv}$	amplituda ekvivalentní počáteční imperfekce prohnutí
$v_{0,ekv,k}$	charakteristická hodnota ekvivalentní počáteční imperfekce prohnutí
$v_{max}$	maximální příčný posun
$w$	průhyb
$w(x)$	průhyb vláken ve vzdálenosti $x$
$w_0$	amplituda počátečního zakřivení prutu
$w_{max}$	maximální průhyb
$x$	vzdálenost vyšetřovaného bodu od středu prutu

*Písmena velké řecké abecedy*

$\Delta$	vzájemný podélný posun skleněných tabulí
$\Delta_{par}$	chyba aproximace parabolou
$\Delta_{sin}$	chyba aproximace sinusoidou
$\theta$	úhel
$\Phi$	součinitel pro výpočet součinitele vzpěrnosti
$\Phi_{LT}$	součinitel pro výpočet součinitele klopení
$\Gamma$	smykový koeficient přestupu

*Písmena malé řecké abecedy*

$\alpha$	součinitel délkové tepelné roztažnosti
$\alpha$	součinitel
$\alpha_0$	parametr
$\alpha_{imp}$	součinitel imperfekce
$\beta$	parametr Weibullova rozdělení napětí skla při porušení
$\beta$	součinitel závisející na okrajových podmínkách (uložení a zatížení)
$\beta$	součinitel vzpěrné délky
$\beta$	součinitel
$\gamma_m$	dílčí součinitel spolehlivosti vlastní (inherentní) pevnosti skla
$\gamma_m$	dílčí součinitel nejistoty materiálových vlastností
$\gamma_{M,A}$	dílčí součinitel spolehlivosti chlazeného skla
$\gamma_{M,v}$	dílčí součinitel spolehlivosti pro temperovaná skla

$\gamma_n$	národní dílčí součinitel spolehlivosti
$\gamma_Q; \gamma_G$	součinitel zatížení
$\gamma_v$	dílčí součinitel spolehlivosti reziduálního napětí vlivem temperování
$\varepsilon$	poměrné přetvoření
$\zeta$	posun ve směru osy $y$
$\zeta_g$	bezrozměrný parametr působiště zatížení
$\zeta_j$	bezrozměrný parametr nesymetrie průřezu
$\eta$	Perryho faktor
$\eta$	posun ve směru osy $z$
$\eta_g$	bezrozměrný váhový parametr
$\kappa_1; \kappa_2; \kappa_3$	součinitel
$\kappa_{ot}$	bezrozměrný parametr kroucení
$\lambda$	štíhlost prutu
$\lambda_1$	srovnávací štíhlost
$\bar{\lambda}$	poměrná štíhlost prutu
$\bar{\lambda}_{LT}$	poměrná štíhlost při klopení
$\mu_{cr}$	bezrozměrný kritický moment
$\mu$	střední hodnota
$\nu$	poissonův součinitel (součinitel příčné roztažnosti)
$\rho$	objemová hmotnost (hustota)
$\sigma$	normálové napětí
$\sigma$	směrodatná odchylka
$\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$	hlavní napětí
$\sigma_1(x,y)$	první hlavní napětí v bodě $(x,y)$ plochy
$\sigma_A$	pevnost v tahu skla s plochou $A$
$\sigma_{A0}$	pevnost v tahu skla s referenční plochou $A_0$
$\sigma_b$	vzpěrná pevnost prutu
$\sigma_{cr}$	Eulerovo kritické napětí
$\sigma_{eff,d}$	efektivní (účinné) napětí na povrchu skla
$\sigma_f$	napětí proměnné v čase $t_f$
$\sigma_{max}$	maximální napětí
$\sigma_{p,t0,A0}$	ekvivalentní rovnoměrné napětí působící referenční dobu $t_0$

---

$\sigma_{Rk}$	charakteristická pevnost skla v tahu
$\sigma_{t0}$	ekvivalentní rovnoměrné napětí v čase $t_0$
$\sigma_x$	osové normálové napětí
$\sigma_z$	příčné normálové napětí
$\varphi$	pootočení
$\varphi_0$	amplituda počáteční imperfekce
$\varphi_{0,ekv}$	amplituda ekvivalentní počáteční imperfekce zkroucení
$\varphi_{max}$	maximální pootočení
$\chi$	součinitel vzpěrnosti
$\chi_{EC}$	součinitel vzpěrnosti podle EC křivky vzpěrné pevnosti
$\chi_{MC}$	součinitel vzpěrnosti zjištěný simulací Monte Carlo
$\chi_{test}$	součinitel vzpěrnosti zjištěný experimentálně
$\chi_{LT}$	součinitel klopení
$\chi_{LT,EC}$	součinitel klopení podle EC křivky klopení
$\chi_{LT,MC}$	součinitel klopení zjištěný simulací Monte Carlo
$\chi_{LT,test}$	součinitel klopení zjištěný experimentálně
$\psi_0; \psi_1; \psi_2$	kombinační součinitel
$\omega$	koeficient reprezentující stupeň smykového spojení mezi tabulemi skla

**PUBLIKACE AUTORA**

- [1] PEŠEK, O. Studie vlivu tuhosti a uložení na chování nosníků z konstrukčního skla. In *Sborník příspěvků 14. odborné konference JUNIORSTAV 2012*, Brno, 2012, s. 192, ISBN 978-80-214-4393-8
- [2] PESEK, O., MELCHER, J. Study of Behaviour of Beams and Panels Based on Influence of Rigidity. In *Proceedings of Steel Structures and Bridges 2012 – 23<sup>rd</sup> Czech and Slovak International Conference*, Podbanské, Slovakia, 2012, Procedia Engineering, Volume 40/2012, ISSN 1877-7058.
- [3] PESEK, O., MELCHER, J., PILGR, M. Numerical Analysis of Hybrid Steel-Glass Beam. In *3rd European Conference of Civil Engineering (ECCIE'12)*. Paris, 2012, ISBN 978-1-61804-137-1.
- [4] PESEK, O., MELCHER, J. Influence of Shear Forces on Deformation of Structural Glass Beams. In *3rd European Conference of Civil Engineering (ECCIE'12)*. Paris, 2012, WSEAS Press, ISBN 978-1-61804-137-1.
- [5] PILGR, M., PEŠEK, O. Comparison of the Design of the Crane Runway According to Former Czech National Standards and Currently Valid Eurocodes. In *3rd European Conference of Civil Engineering (ECCIE'12)*. Paris, 2012, WSEAS Press, ISBN 978-1-61804-137-1.
- [6] PEŠEK, O. Design of Structural Glass Beams Subjected to Lateral-torsional Buckling. Parametric Study. In *Sborník příspěvků 15. odborné konference JUNIORSTAV 2013*, Brno, 2013, ISBN 978-80-214-4670-0.
- [7] PEŠEK, O. Laminated Glass Columns Design Approaches. In *Young Scientist 2013. 5<sup>th</sup> PhD. Student Conference of Civil Engineering and Architecture*, Herľany, 2013, Slovakia, ISBN 978-80-553-1305-4.
- [8] PEŠEK, O., MELCHER J. Numerické modelování tlačných prutů z vrstveného konstrukčního skla. In *Modelování v mechanice 2013*, Ostrava, 2013, VŠB-TUO, ISBN 978-80-248-2985-2.
- [9] PESEK, O., MELCHER, J. Lateral-torsional buckling of glass members. *An International Journal of Science, Engineering and Technology*, Barcelona. 2013, 82. eISSN 2010-3778, pISSN 2010-376X.
- [10] PEŠEK, O., MELCHER, J. Numerická analýza působení tlačných prutů z vrstveného konstrukčního skla. In *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava, řada stavební*. 2013, 13(2). ISSN 1213-1962.
- [11] PEŠEK, O., MELCHER, J. Numerical analysis of behaviour of compression members made of laminated structural glass. In *Transactions of the VSB – Technical University of Ostrava. Construction Series*. 2013, 23(2), s. 117–126, ISSN (Online) 1804-4824, ISSN (Print) 1213-1962. doi: 10.2478/tvsb-2013-0018.
- [12] PEŠEK, O. Experimentální ověření únosnosti desek z konstrukčního vrstveného skla. In *Sborník příspěvků 16. odborné konference JUNIORSTAV 2014*, Brno, 2014, ISBN 978-80-214-4851-3.

- [13] PEŠEK, O., MELCHER, J. Experimental verification of the actual behaviour of laminated glass element under out of plane loading. In *EUROSTEEL 2014, 7<sup>th</sup> european conference on steel and composite structures*. Neapol, 2014, ISBN 978-92-9147-121-8.
- [14] PEŠEK, O., MELCHER, J. Desky z vrstveného konstrukčního skla. Numerická a experimentální analýza. In *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava, řada stavební*. 2014, 14(2), ISSN 1213-1962.
- [15] PEŠEK, O. Geometrické imperfekce prutů z konstrukčního skla. In *Sborník anotací 17. odborné konference JUNIORSTAV 2015*, Brno, 2015, ISBN 978-80-214-5091-2.
- [16] PEŠEK, O. On the shape and size of initial geometrical imperfections of structural glass members. In *Young Scientist 2015. 7<sup>th</sup> PhD. Student Conference of Civil Engineering and Architecture*, Jasná, 2015, ISBN 978-80-553-1988-9.
- [17] PEŠEK, O., MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M. Vzpěrná odolnost skleněných centricky tlačených prutů – experimentální analýza. In *Zborník prednášok zo 40. aktívu pracovníkov odboru ocelových konštrukcií. Stav a perspektívy rozvoja*. Oščadnica, 2015, ISBN: 978-80-89619-01-6.
- [18] PEŠEK, O., MELCHER, J. Measuring and Evaluation of the Shape and Size of Initial Geometrical Imperfections of Structural Glass Members. In *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*. 2015, 10(29), s. 253–259, ISSN 1991-8747, E-ISSN: 2224-3429.
- [19] PEŠEK, O., MELCHER, J., HORÁČEK, M. Experimental Verification of the Buckling Strength of Structural Glass Columns. In *Procedia Engineering*. 2016, 161, s. 556–562, ISSN 1877-7058, doi:10.1016/j.proeng.2016.08.691.
- [20] HORÁČEK, M., MELCHER, J., PEŠEK, O., BRODNIANSKÝ, J. Focusing on Problem of Lateral Torsional Buckling of Beams with Web Holes, In *Procedia Engineering*. 2016, 161, s. 549–555, ISSN 1877-7058, doi: 10.1016/j.proeng.2016.08.690.
- [21] PEŠEK, O. Experimentální analýza klopení skleněných nosníků. In *Sborník příspěvků 19. odborné konference JUNIORSTAV 2017*, Brno, 2017, ISBN 978-80-214-5473-6.
- [22] PEŠEK, O., MELCHER, J. Lateral-Torsional Buckling of Laminated Structural Glass Beams. Experimental Study. In *Procedia Engineering*. 2017, 190, s. 70–77, ISSN 1877-7058, doi: 10.1016/j.proeng.2017.05.309.

## ÚČAST AUTORA NA VĚDECKÝCH PROJEKTECH

- 2011 Člen řešitelského týmu projektu MŠMT **1M0579 CIDEAS – Centrum integrovaného navrhování progresivních stavebních konstrukcí**
- 2011 Spoluřešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-11-5/1174 Torzní tuhost ocelových tenkostěnných nosníků.**
- 2011–2013 Člen řešitelského týmu standardního projektu specifického výzkumu **FAST-S-11-32/1252 Moderní spolehlivé a efektivní kompozitní konstrukční prvky z pokročilých materiálů na bázi oceli, dřeva, betonu, vláknových kompozitů a jejich kombinací.**
- 2011–2013 Člen řešitelského týmu projektu Technologické agentury České republiky **TA01030849 Vývoj provizoria pro pěší a cyklistickou dopravu z materiálů vyšších pevností.**
- 2012 Člen řešitelského týmu projektu Grantové agentury České republiky **GAČR103/09/H085 Moderní kompozitní konstrukce** řešeného na fakultě stavební Vysokého učení technického v Brně.
- 2012–2015 Člen řešitelského týmu projektu Grantové agentury České republiky **GAP105/12/0314 Klopení ocelových tenkostěnných nosníků s otvory** řešeného na fakultě stavební Vysokého učení technického v Brně.
- 2012 Člen řešitelského týmu standardního projektu specifického výzkumu **FAST-S-12-1786 Navrhování a skutečné působení progresivních konstrukčních prvků z oceli, konstrukčního skla, betonu s důrazem na stabilitní problémy.**
- 2012 Řešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-12-24/1699 Problematika navrhování nosných konstrukcí z konstrukčního skla.**
- 2013 Řešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-13-2036 Problematika navrhování tlačných prutů z vrstveného konstrukčního skla.**
- 2013 Spoluřešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-13-2059 Analýza únosnosti tenkostěnných kovových nosníků podepřených plošnými prvky nebo lokálními příčnými vazbami se zřetelem na stabilitní problémy.**
- 2014 Řešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-14-2374 Experimentální a numerická analýza nosníků z vrstveného konstrukčního skla namáhaných ohybem s vlivem ztráty příčné a torzní stability.**
- 2014 Spoluřešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-14-2345 Stabilizace tenkostěnných kovových nosníků plošnými profily nebo lokálními příčnými vazbami.**
- 2015–2017 Člen řešitelského týmu projektu Technologické agentury České republiky **TA04030110 Uplatnění výhod FRP kompozitů v dopravní infrastruktuře.**
- 2015 Spoluřešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-15-2804 Numerická a experimentální analýza tenkostěnných nosníků s příčnými vazbami proti vybočení z roviny ohybu a kroucení.**

- 2016–2017 Spoluřešitel standardního projektu specifického výzkumu **FAST-S-16-3687 Analýza skutečného chování tenkostěnných kovových nosníků stabilizovaných plošnými prvky.**
- 2017 Spoluřešitel standardního projektu specifického výzkumu **FAST-S-17-4655 Stabilitní problémy a skutečné chování nosných prvků z vrstveného konstrukčního skla.**

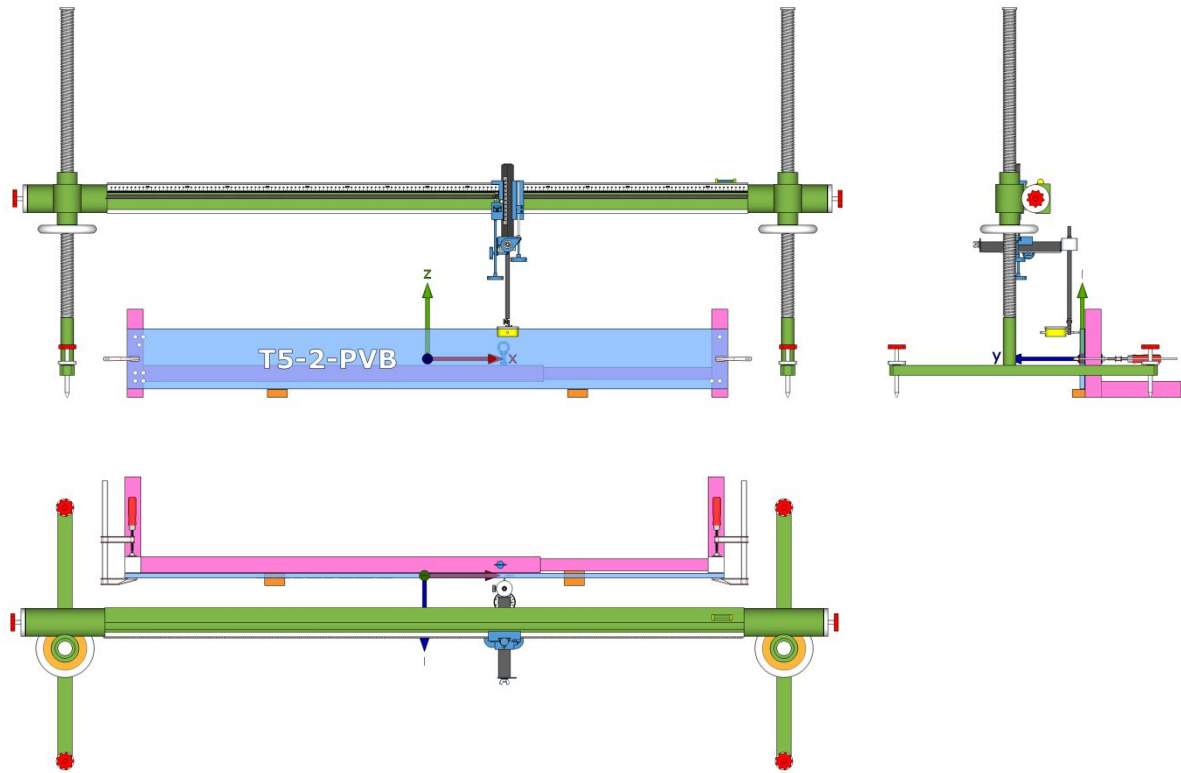
## SEZNAM PŘÍLOH

- Příloha A Sestavy pro stanovení počátečních geometrických imperfekcí skleněných prutů
- Příloha D Tvary počátečních zakřivení prutů
- Příloha E Zkušební sestava na vzpěr
- Příloha F Vzpěr: souhrnné výsledky analýz
- Příloha G Vzpěr podle teorie II. řádu a KVP
- Příloha H Zkušební sestava na klopení
- Příloha I Klopení: souhrnné výsledky analýz
- Příloha J Klopení podle teorie II. řádu a KVP
- Příloha K Zkušební sestava interakce vzpěru a klopení
- Příloha L Interakce vzpěru a klopení: výsledky testů

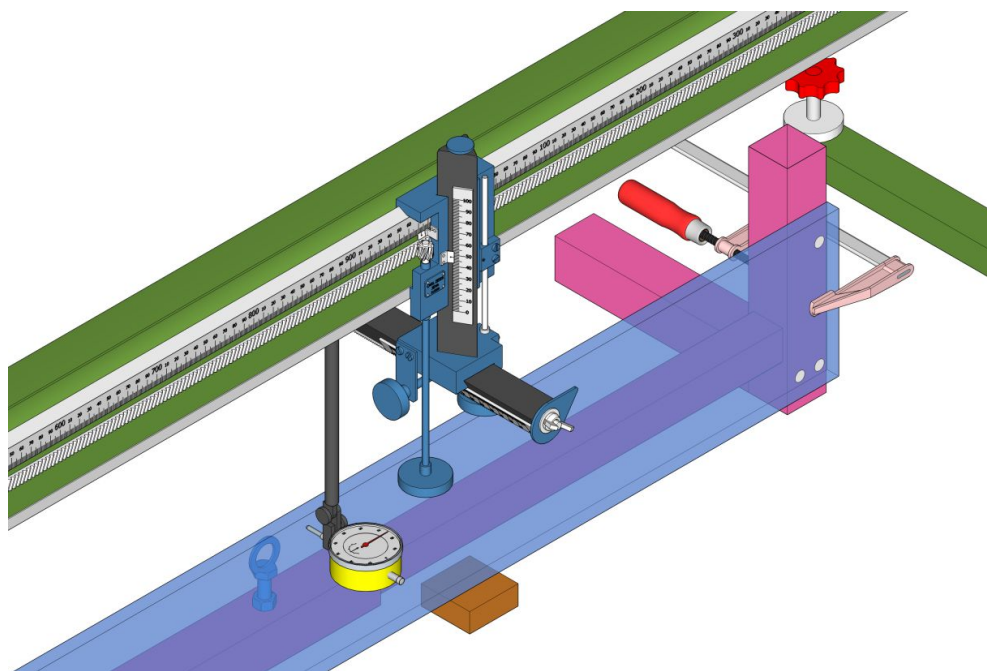


# PŘÍLOHA A – SESTAVY PRO STANOVENÍ POČÁTEČNÍCH GEOMETRICKÝCH IMPERFEKČÍ SKLENĚNÝCH PRUTŮ

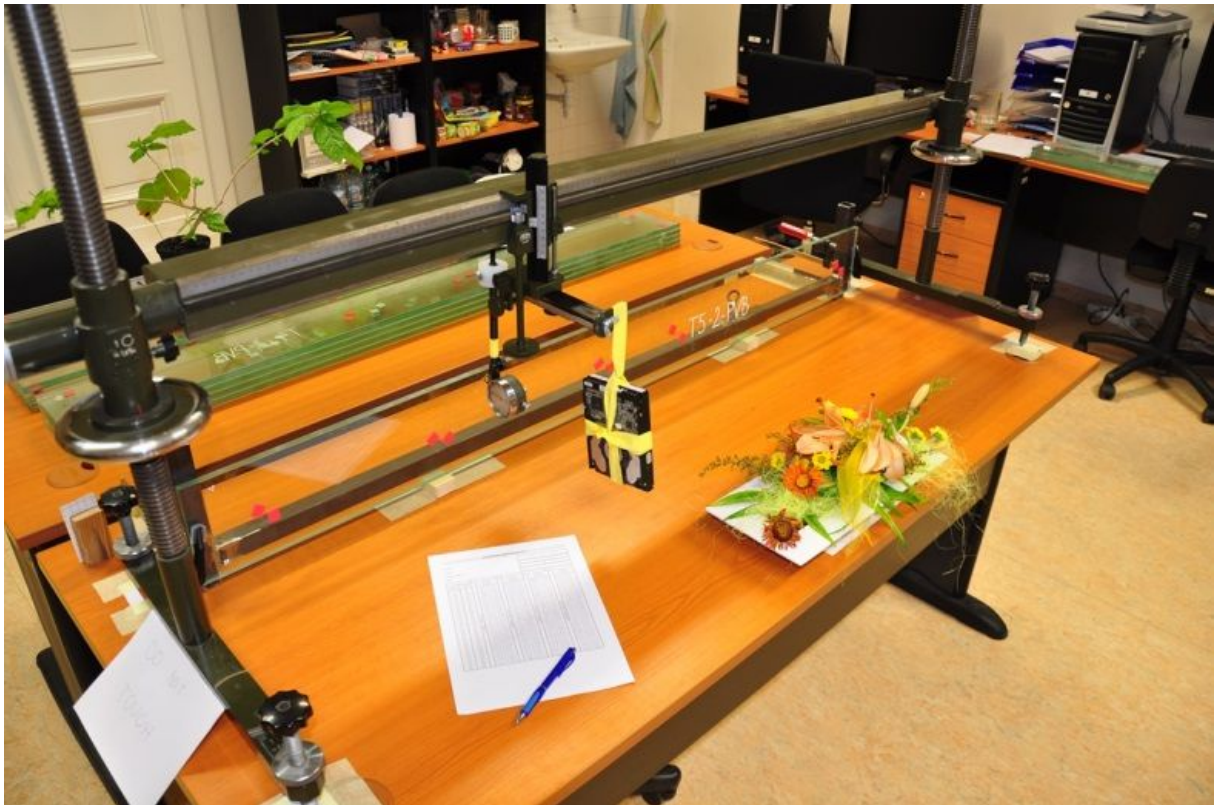
## Měřicí sestava Carl-Zeiss



*Pohled čelní, boční a půdorys*



*Detail*

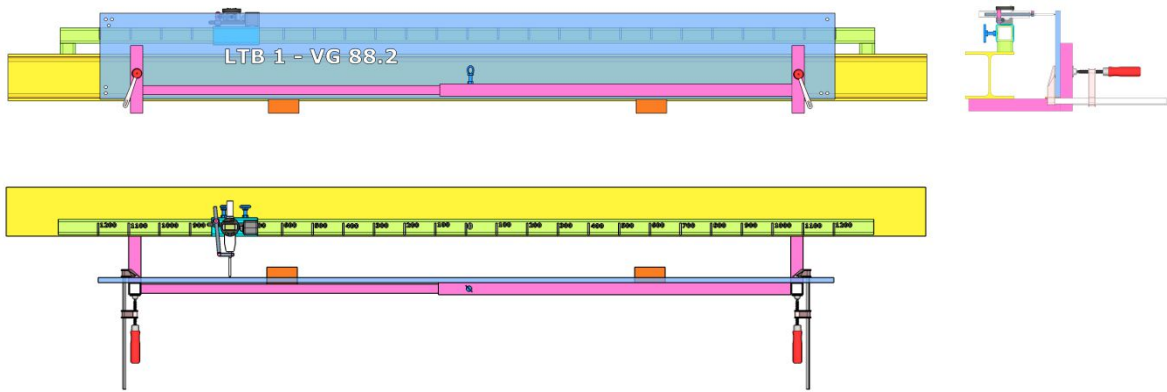


*Zkušební zařízení Carl-Zeiss*

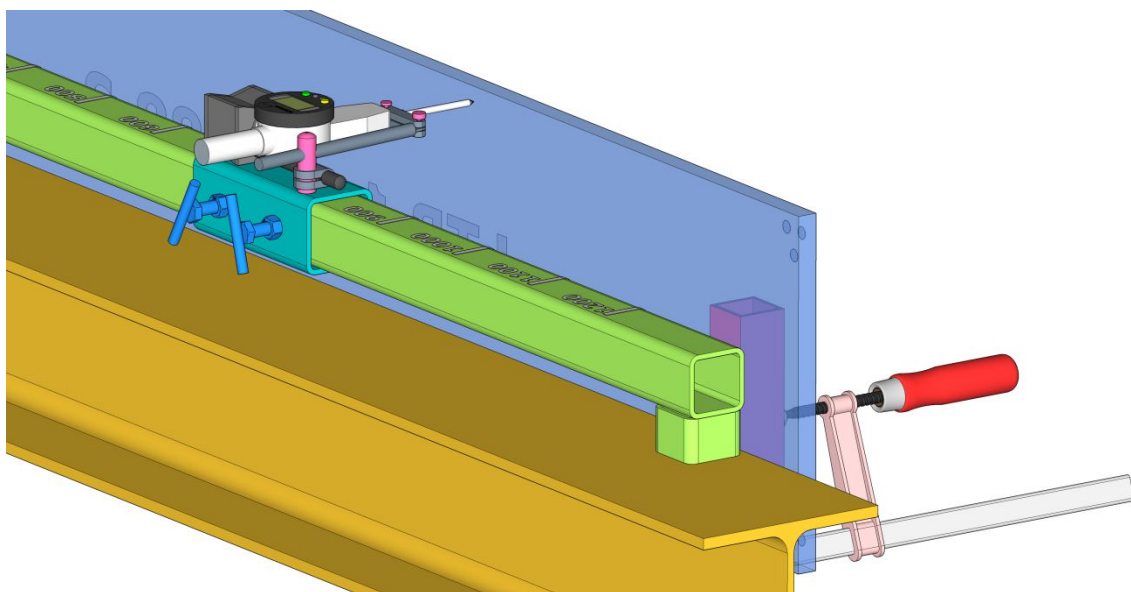
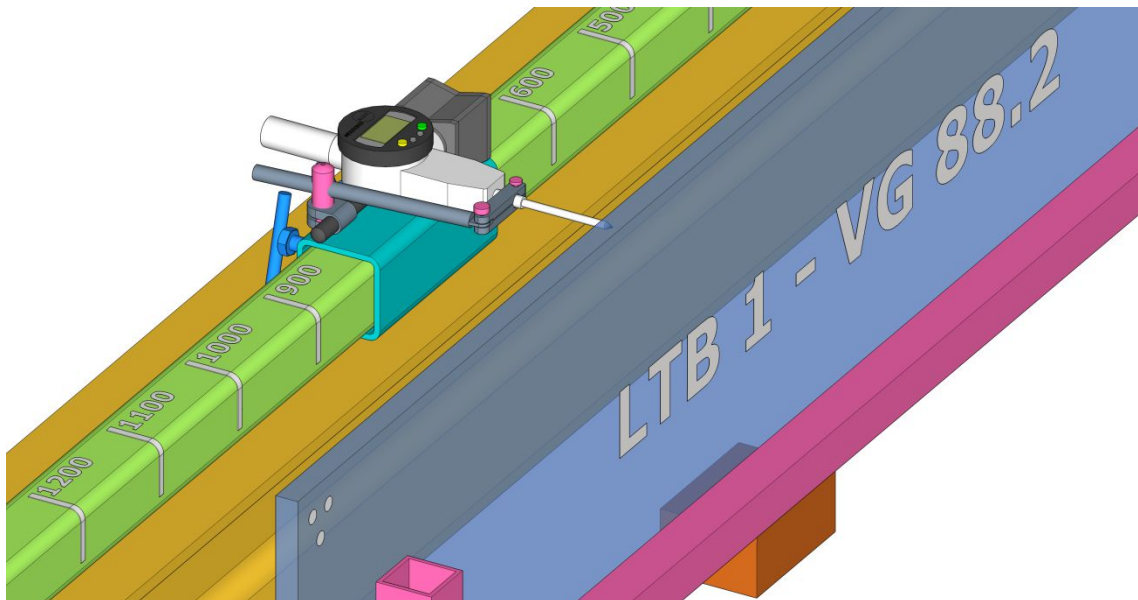


*Počáteční zakřivení zkušebního tělesa FB15*

**Měřicí sestava vlastní konstrukce autora**



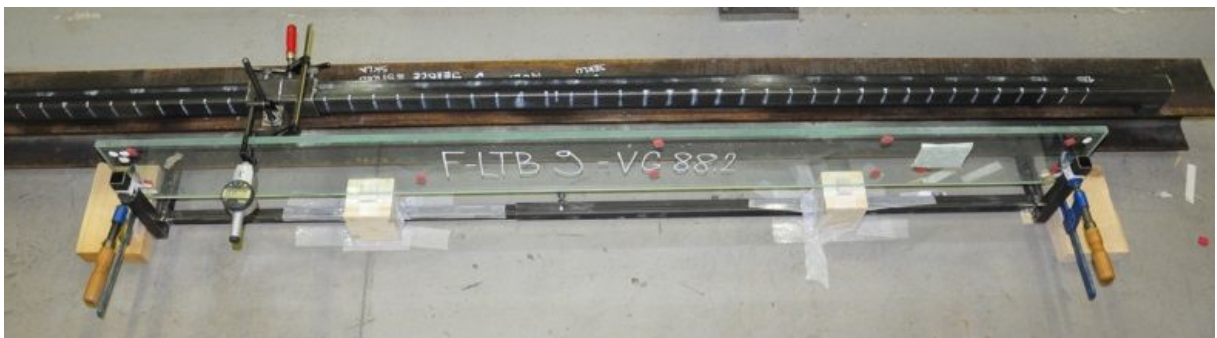
*Pohled čelní, boční a půdorys*



*Detaily*



*Celkový pohled*



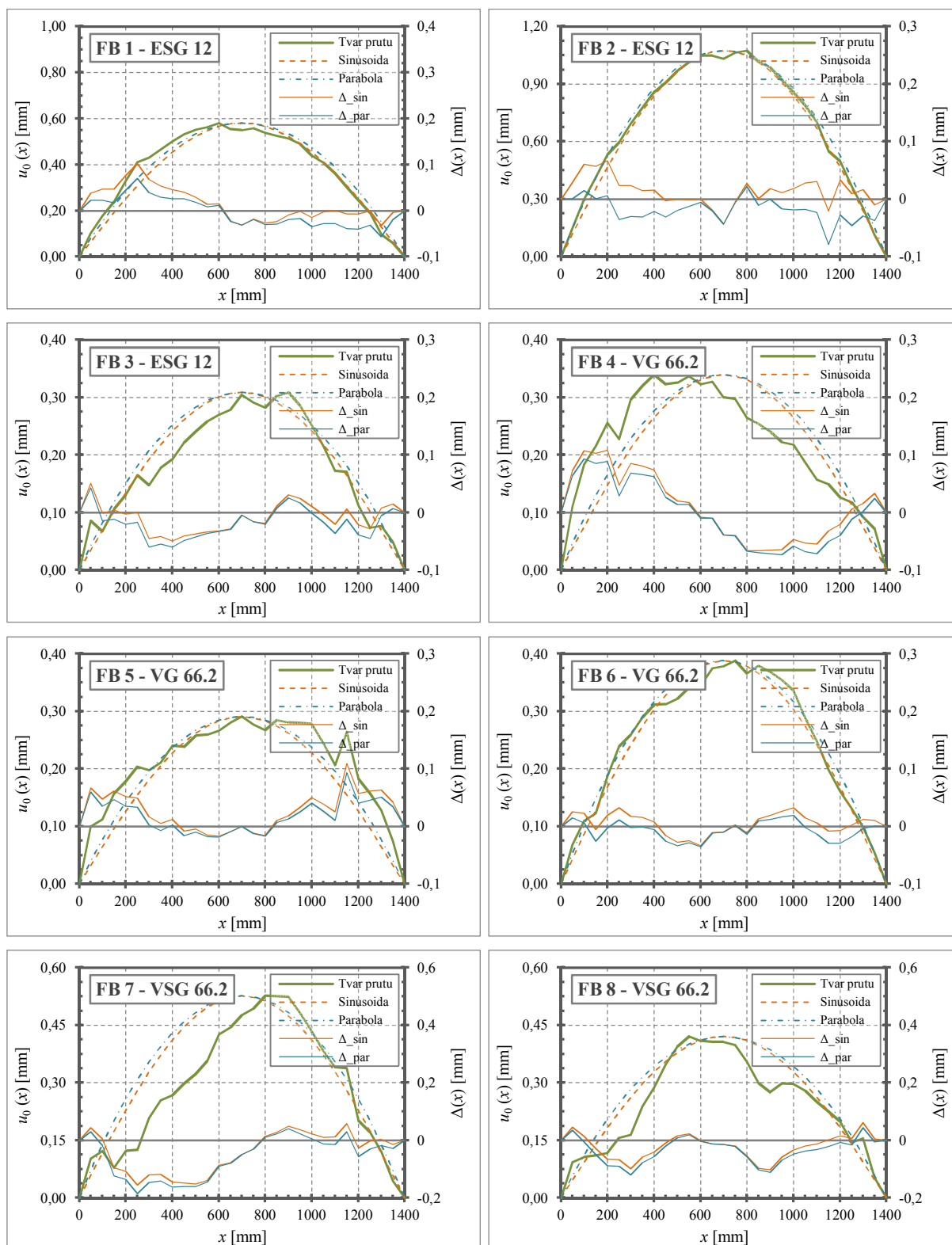
*Měření v pozitivní poloze*

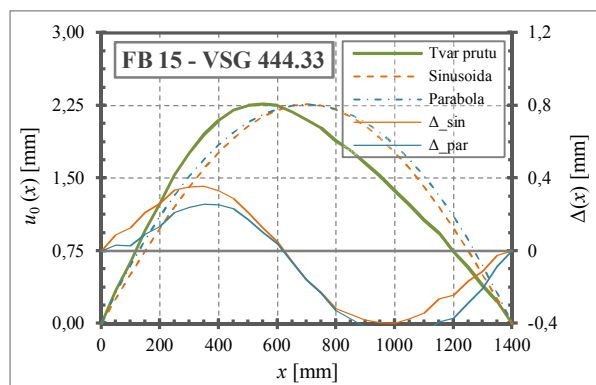
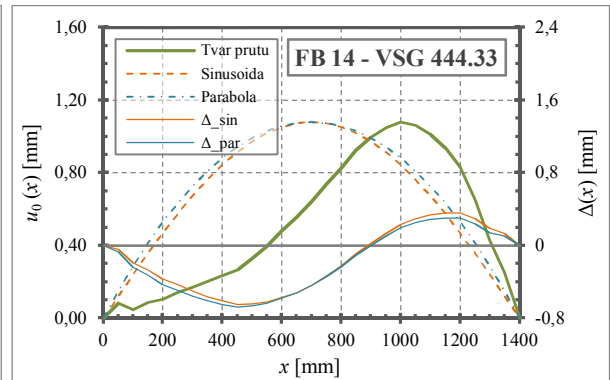
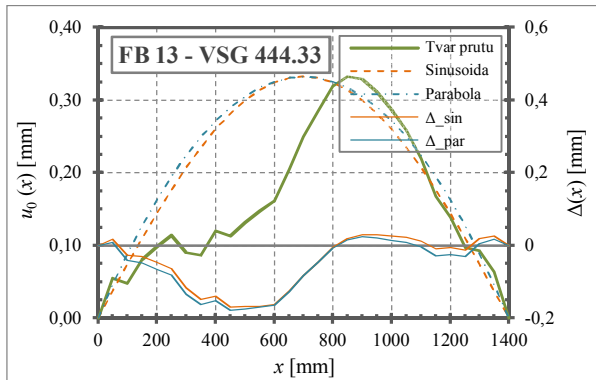
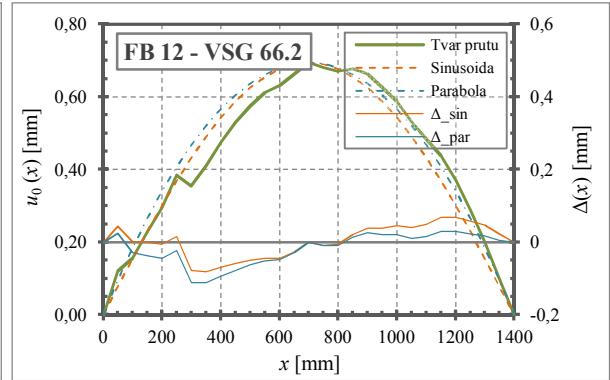
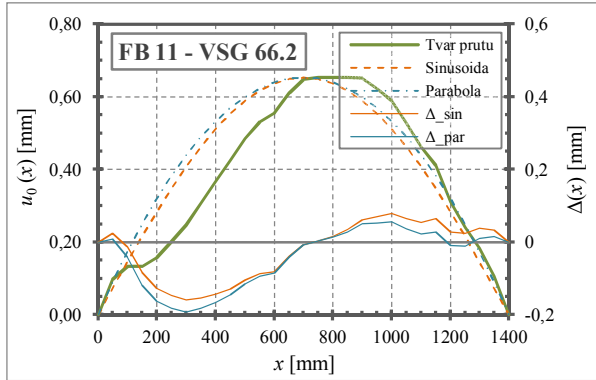
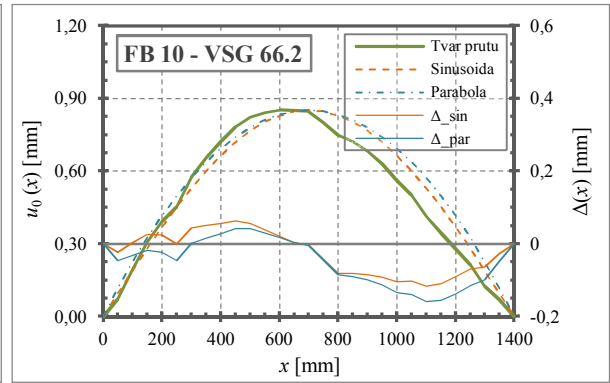
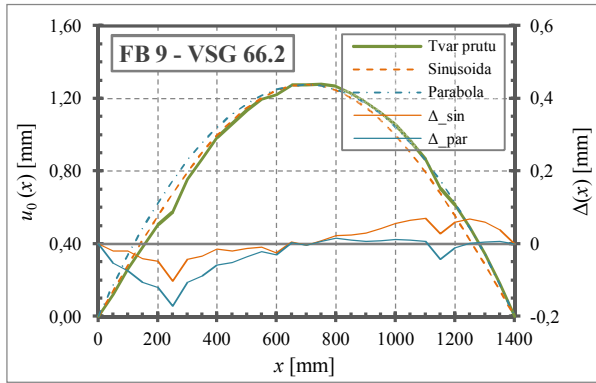


*Měření v negativní poloze*

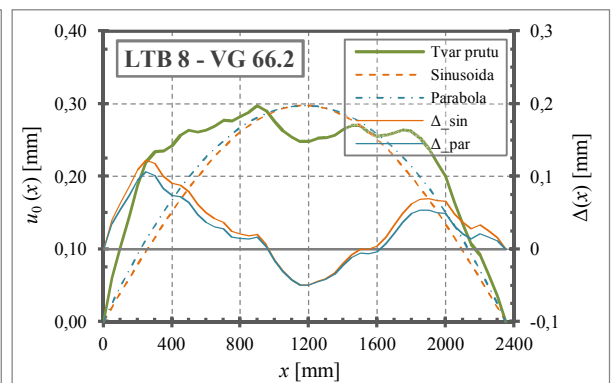
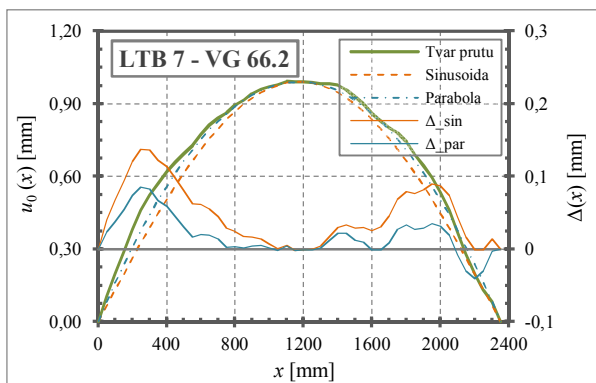
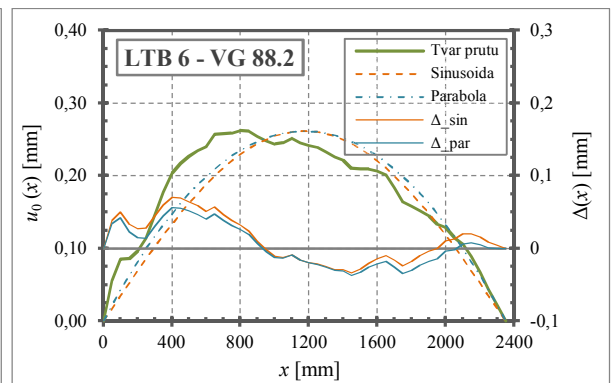
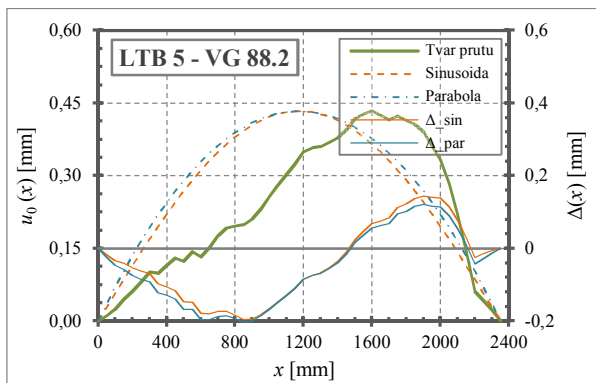
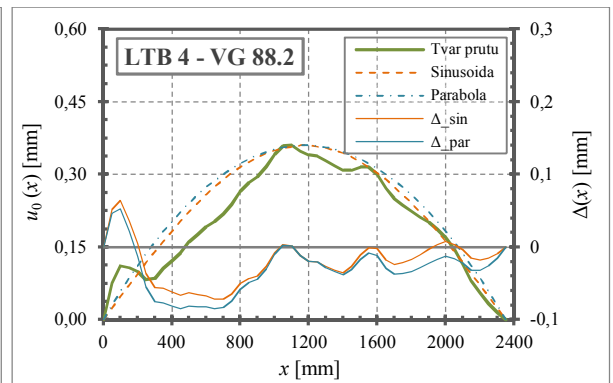
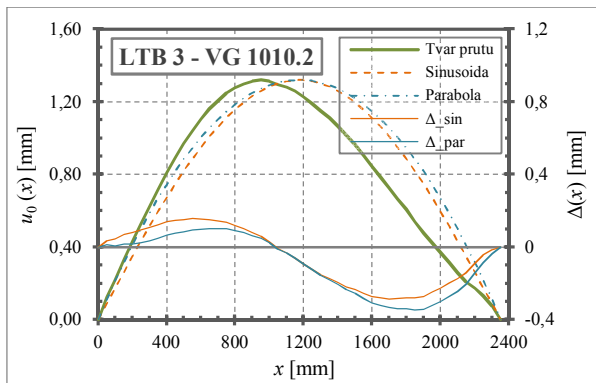
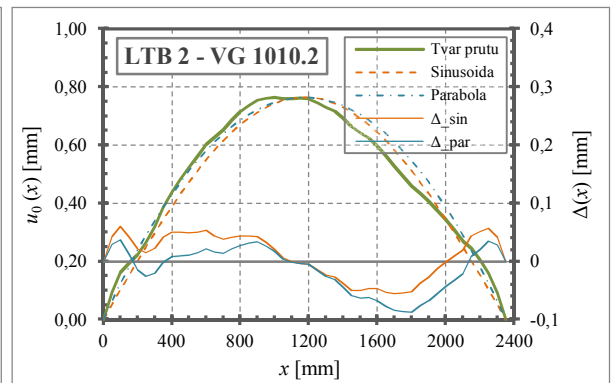
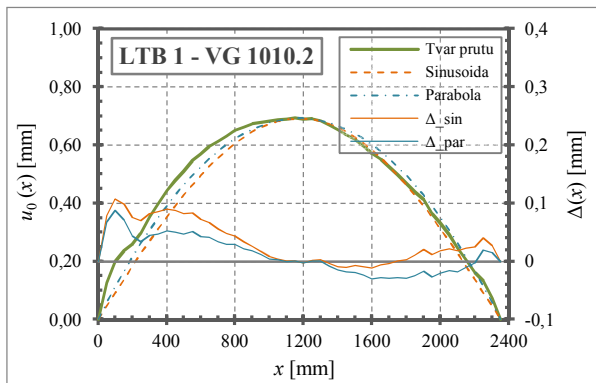
## PŘÍLOHA B – TVARY POČÁTEČNÍCH ZAKŘIVENÍ PRUTŮ

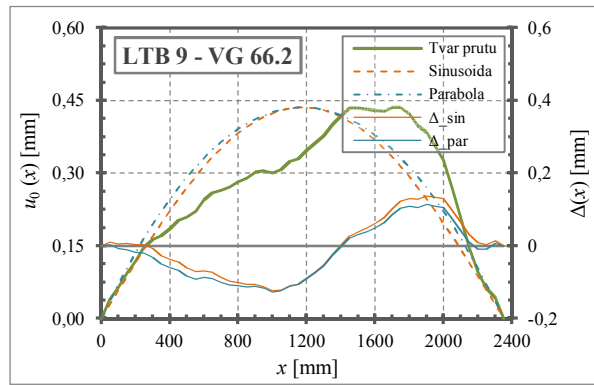
### Tělesa zkoušená na vzpěr



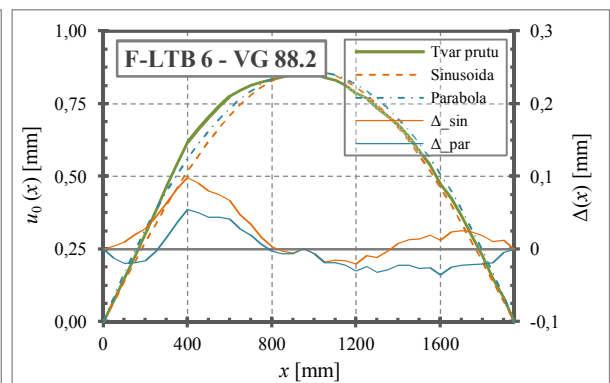
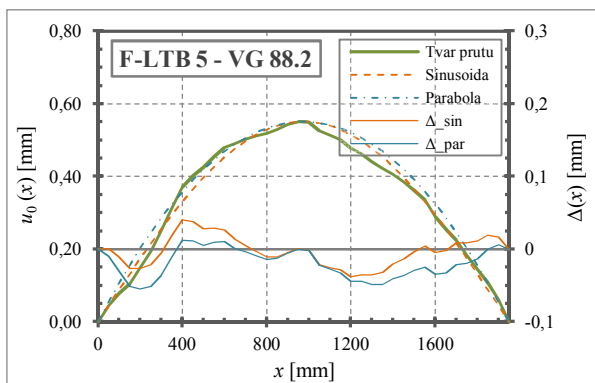
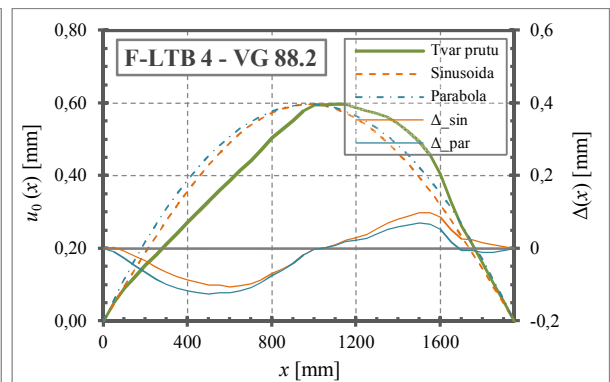
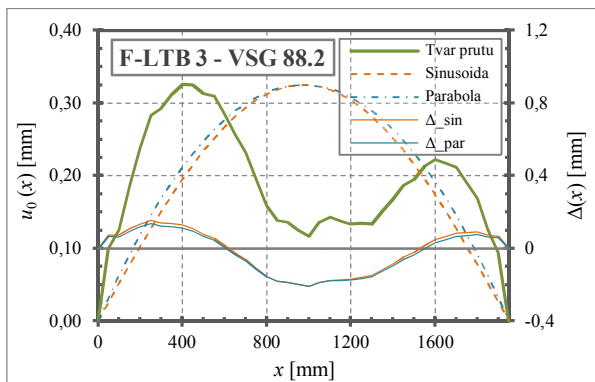
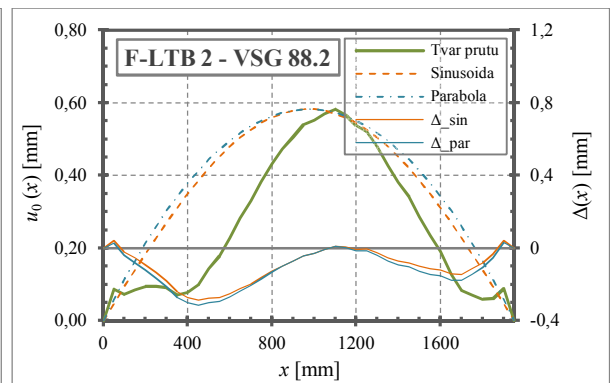
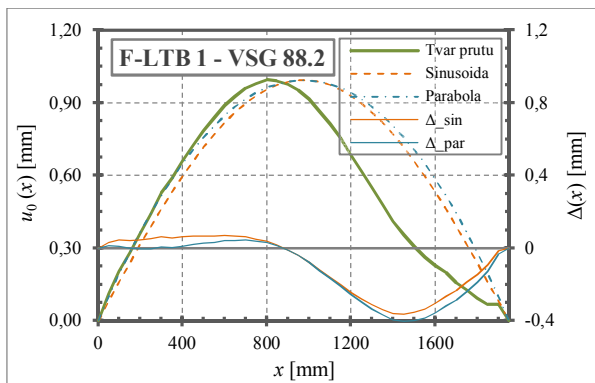


**Tělesa zkoušená na klopení**

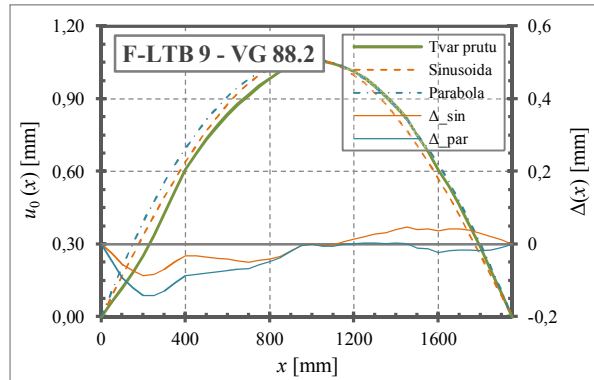
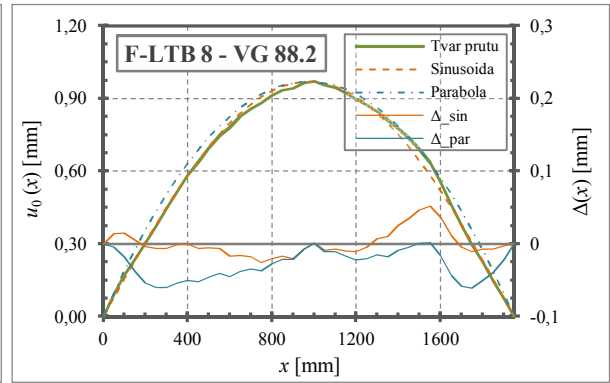
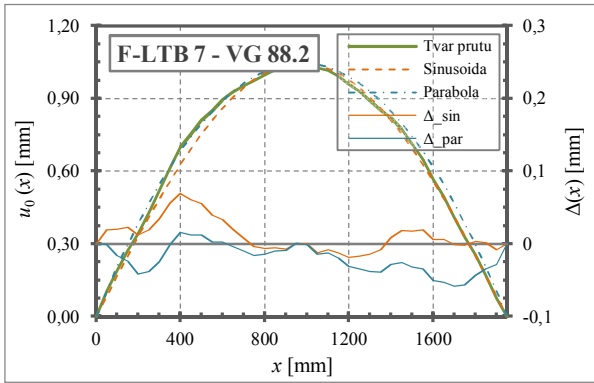


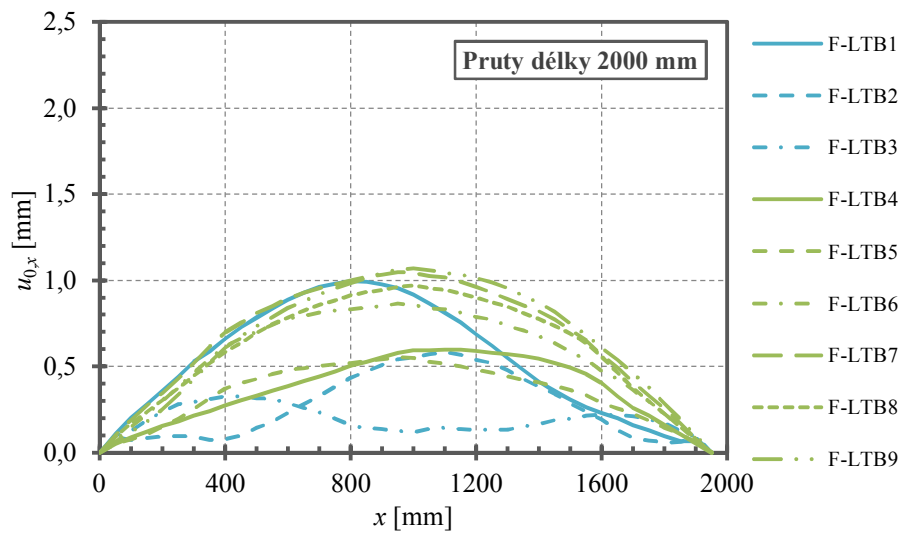
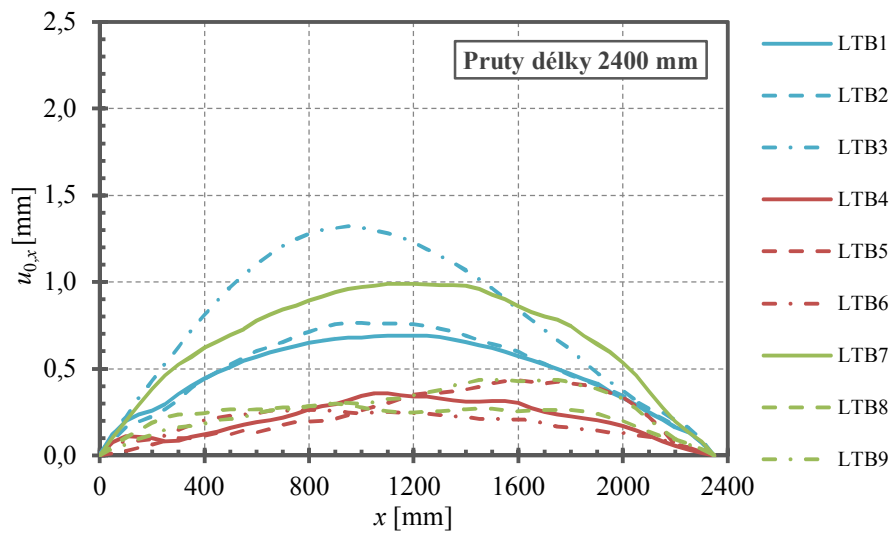
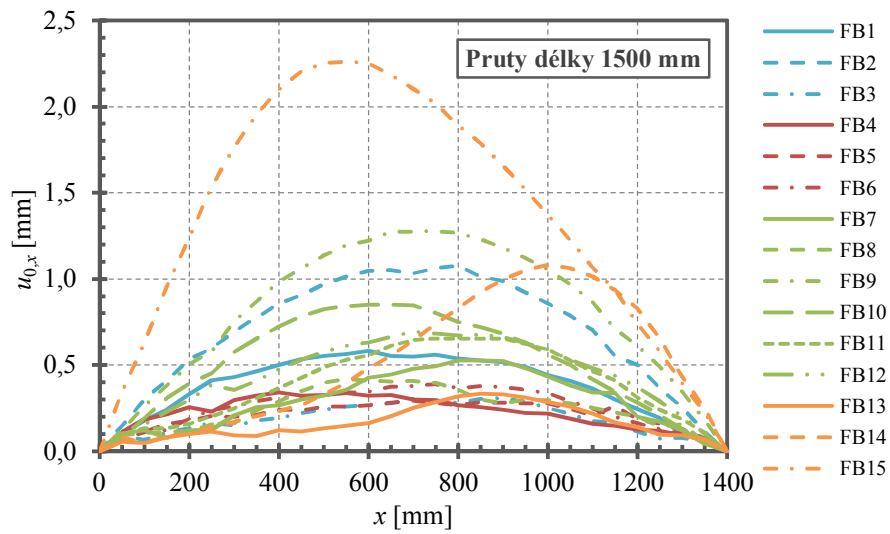


**Tělesa zkoušená na kombinaci vzpěru a klopení**



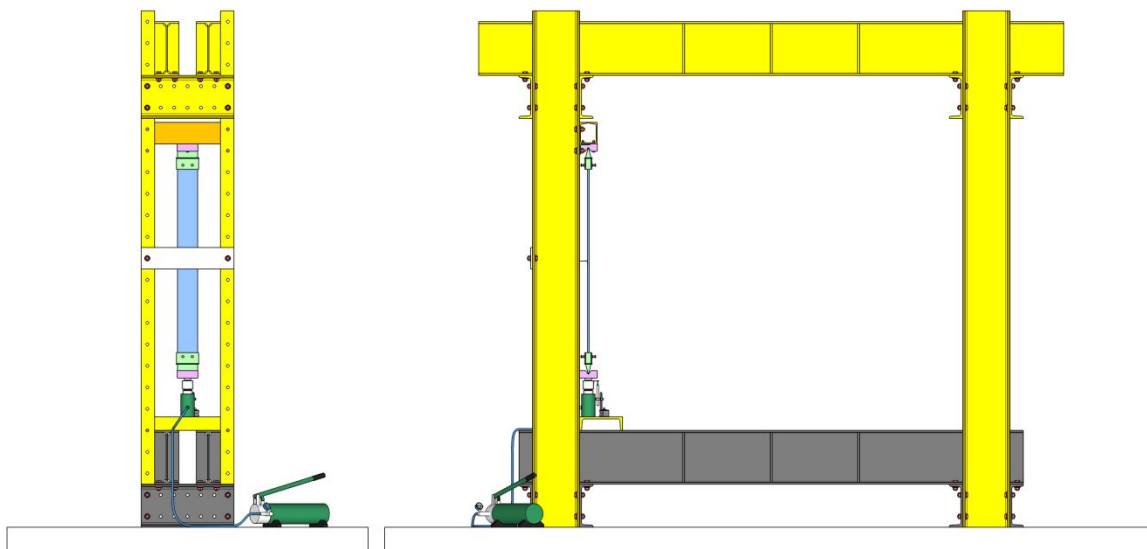




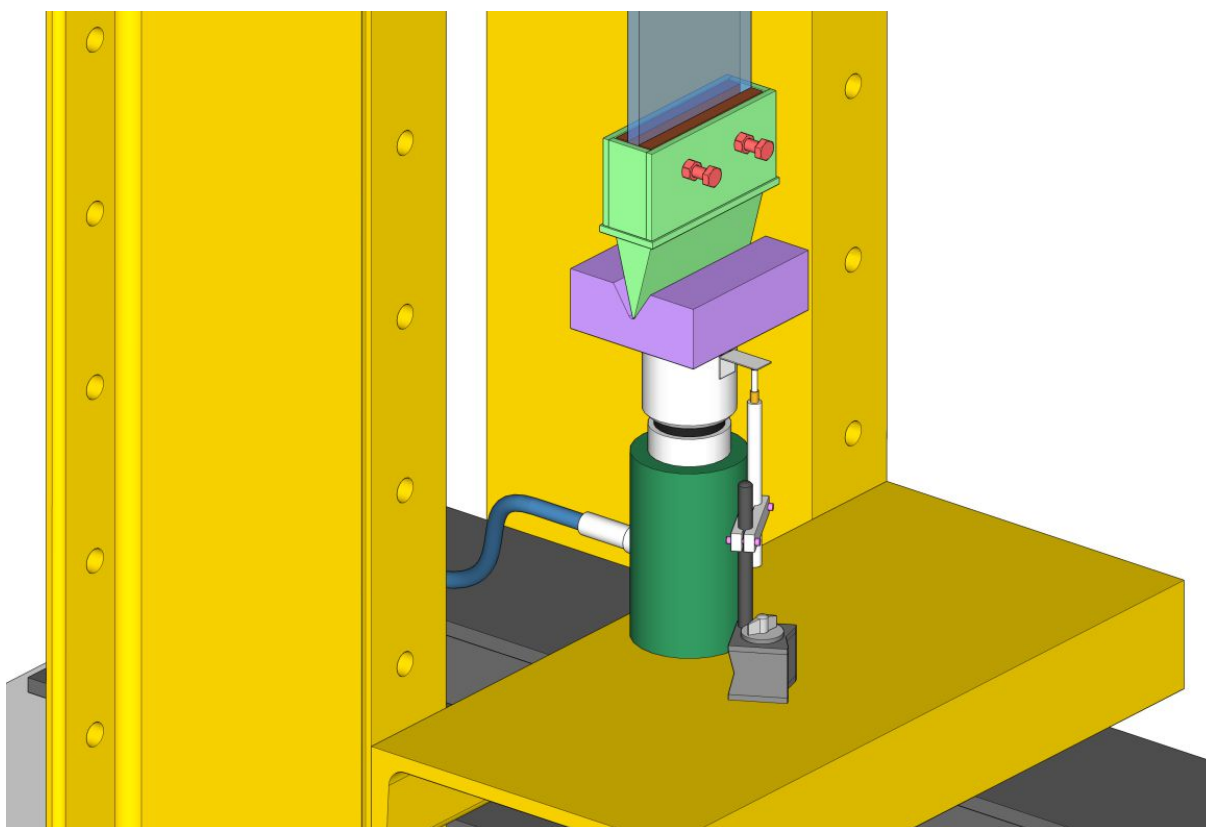
**Souhrnné grafy**

## PŘÍLOHA C – ZKUŠEBNÍ SESTAVA NA VZPĚR

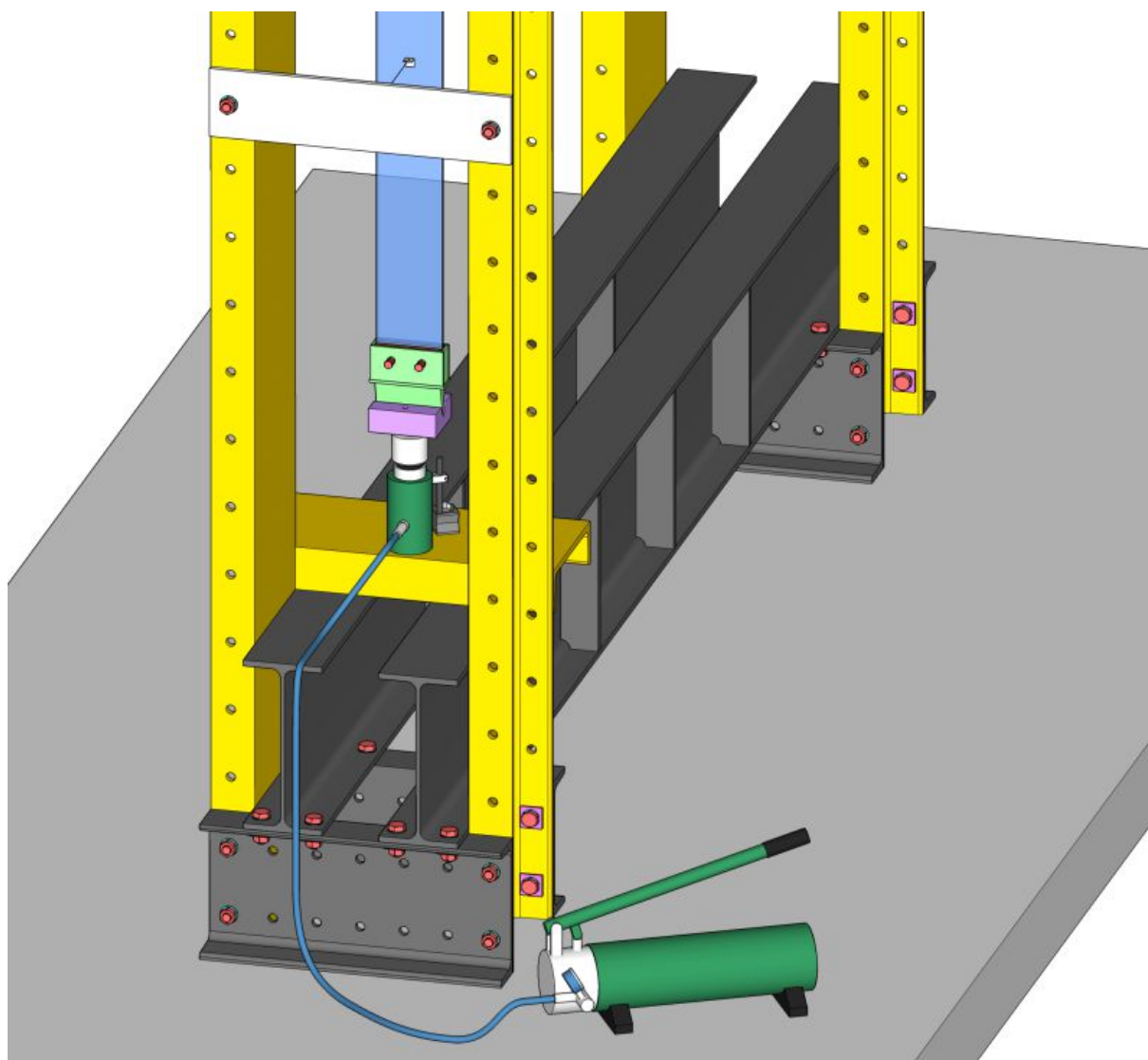
### Zkušební sestava



*Pohled čelní a boční*



*Detail zatěžovací sestavy*



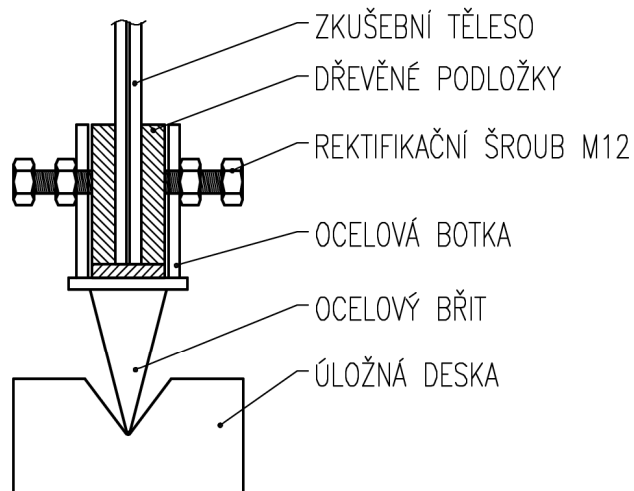
*Ručně ovládaný hydraulický lis*

**Ocelová botka**

## OCELOVÁ BOTKA

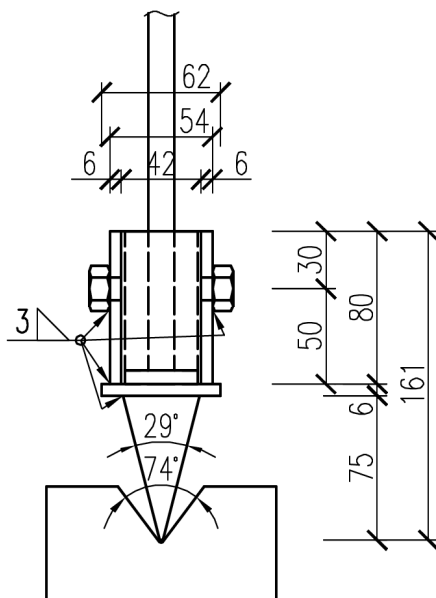
ŘEZ

m 1:4



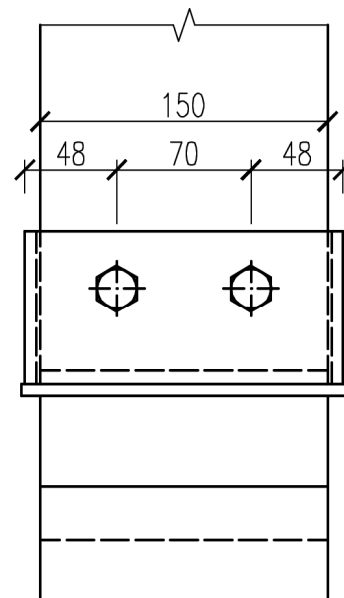
POHLED BOČNÍ

m 1:4

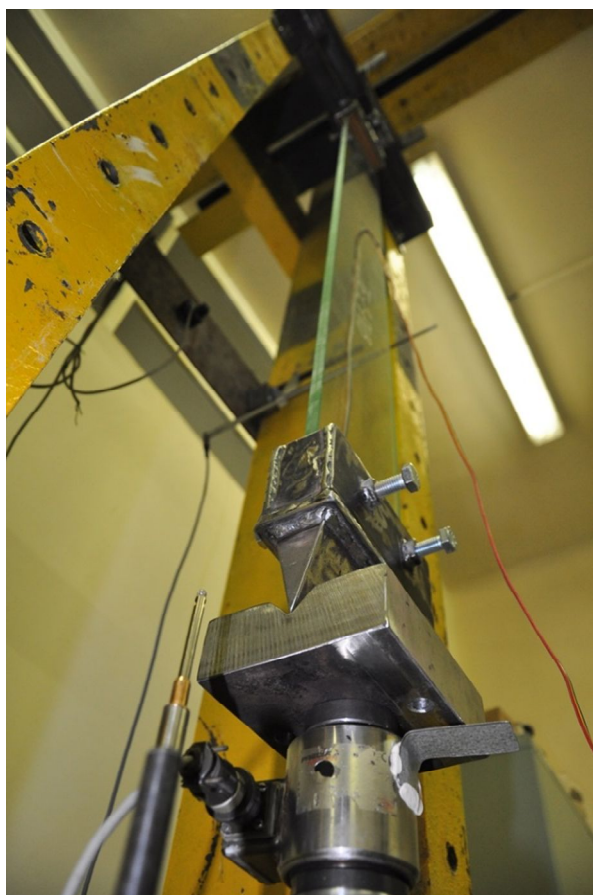


POHLED ČELNÍ

m 1:4



**Fotodokumentace**



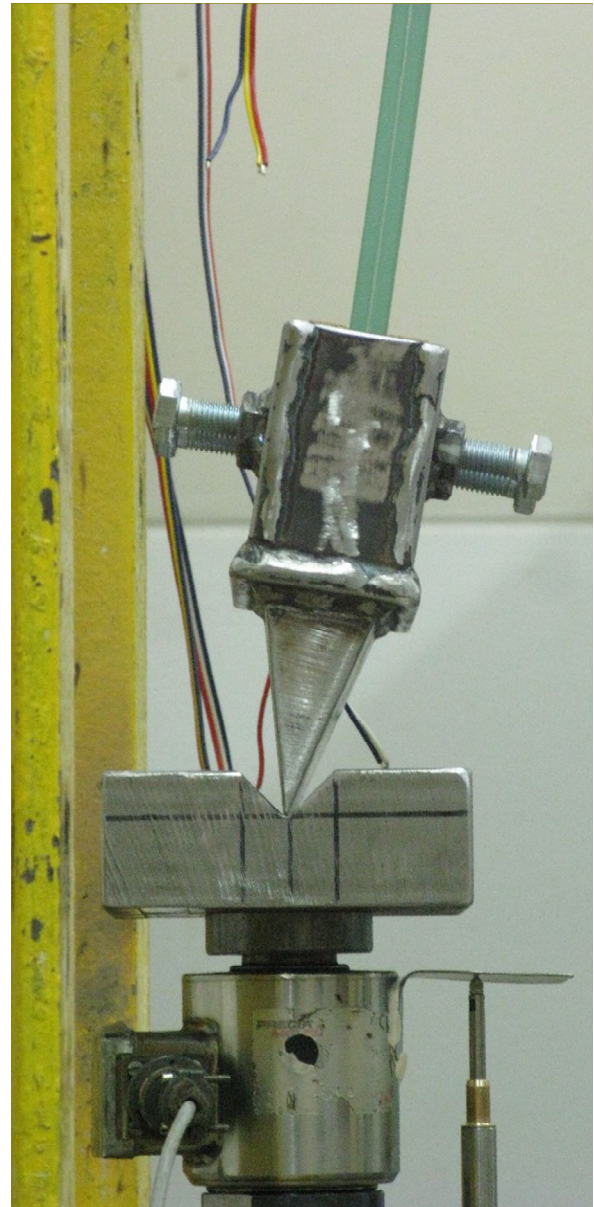
*Celkové pohledy*



*Detail koncové botky*



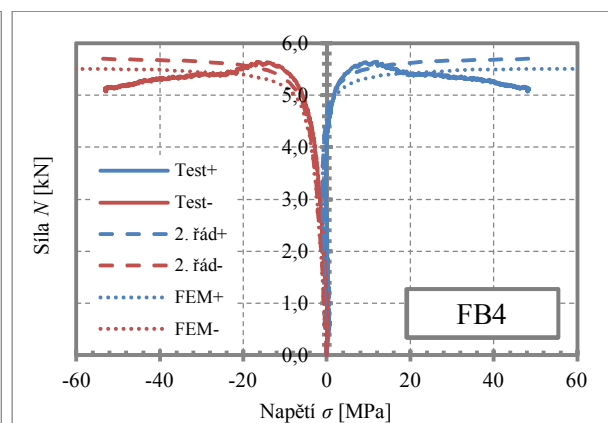
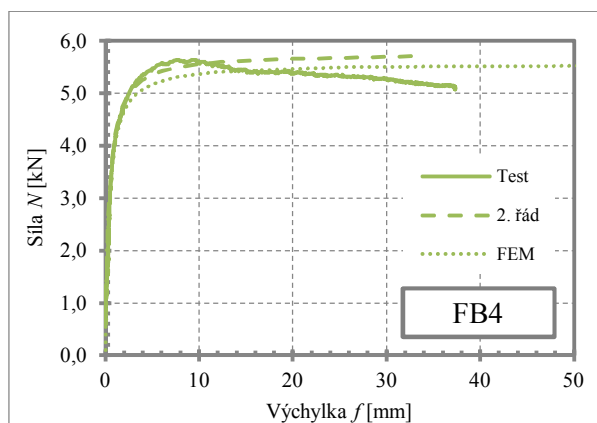
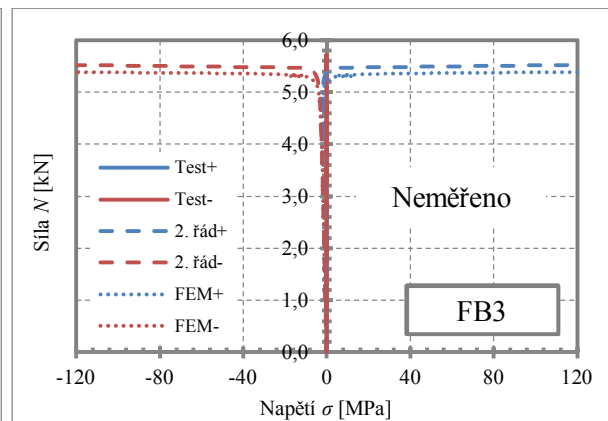
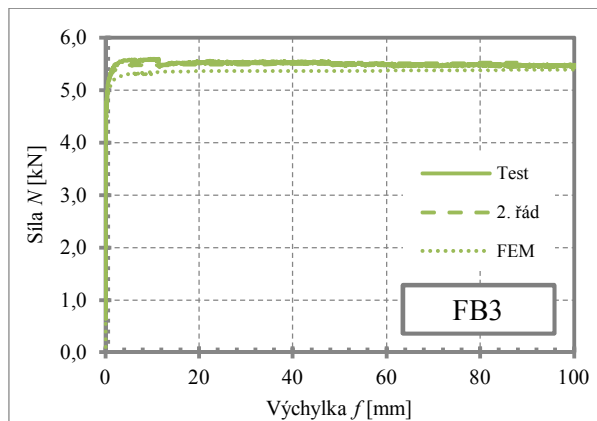
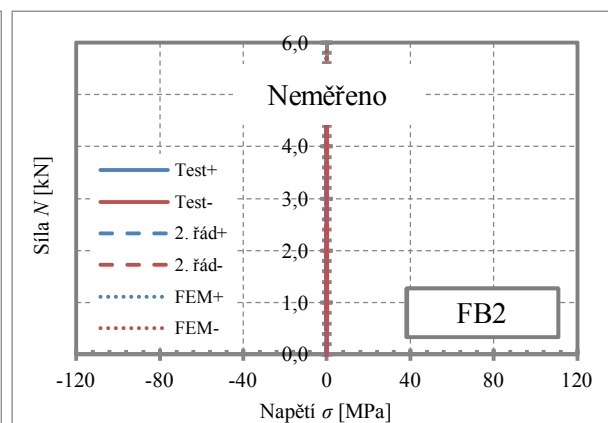
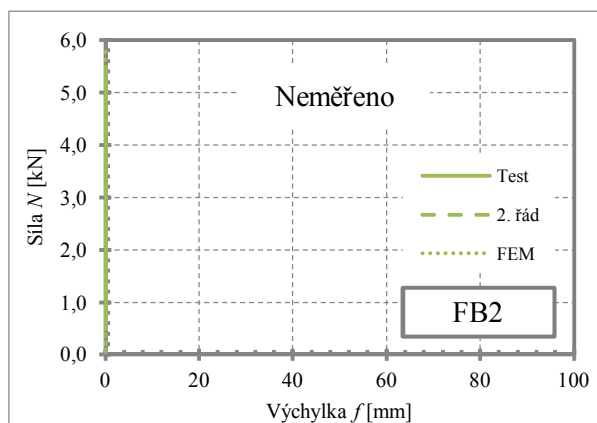
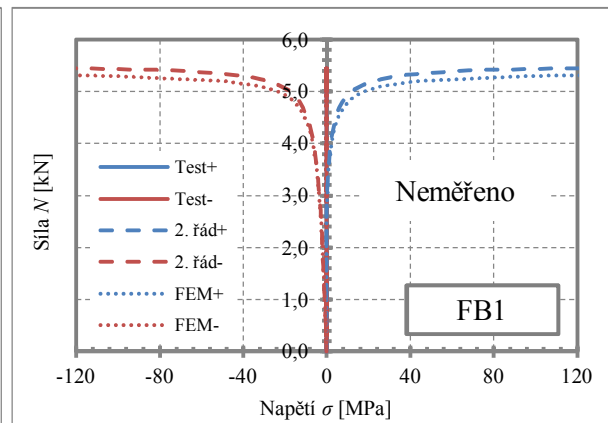
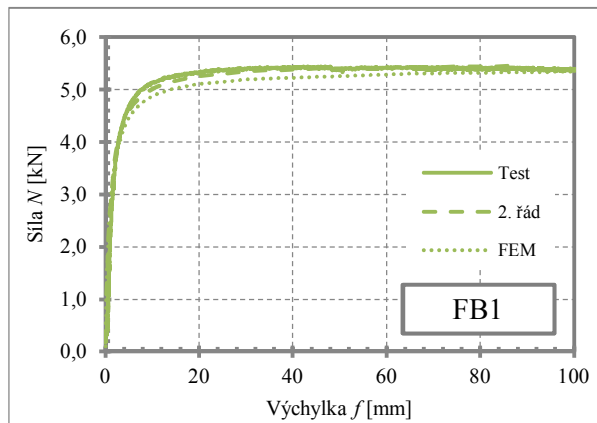
*Detaily kloubového uložení*

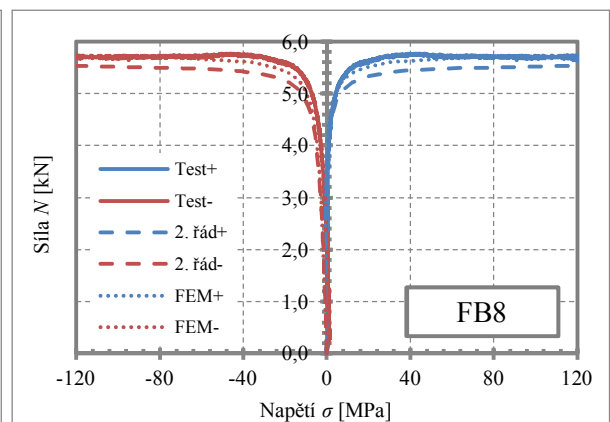
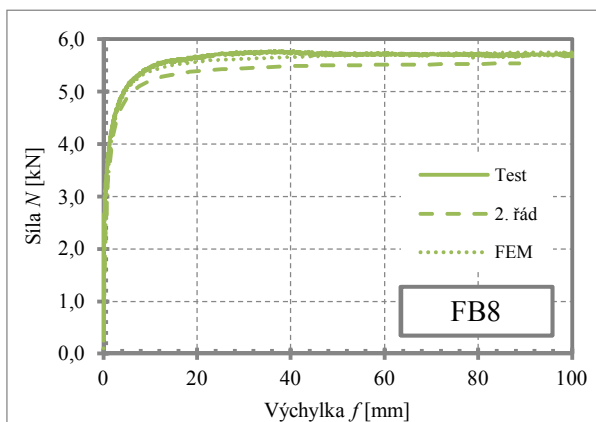
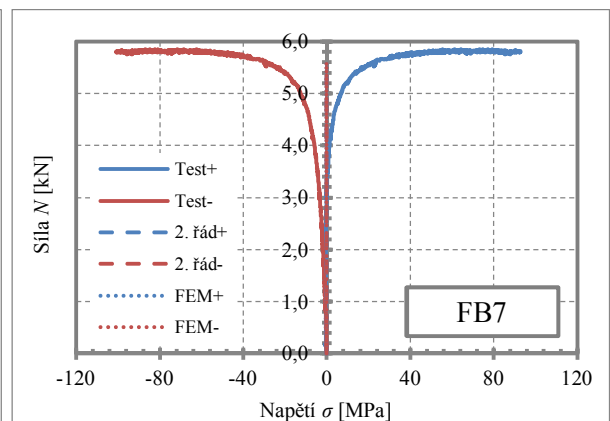
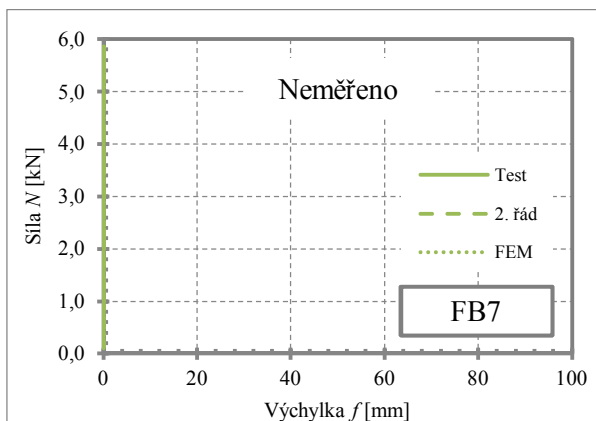
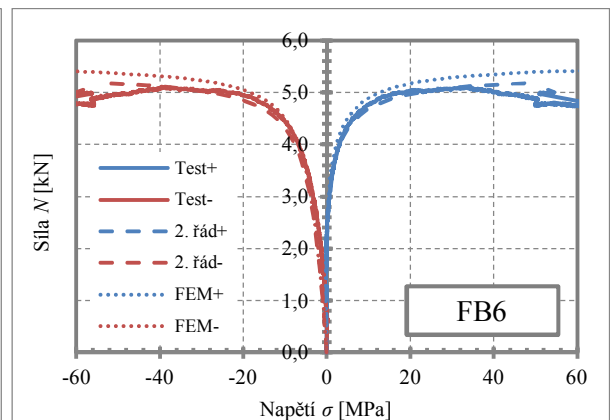
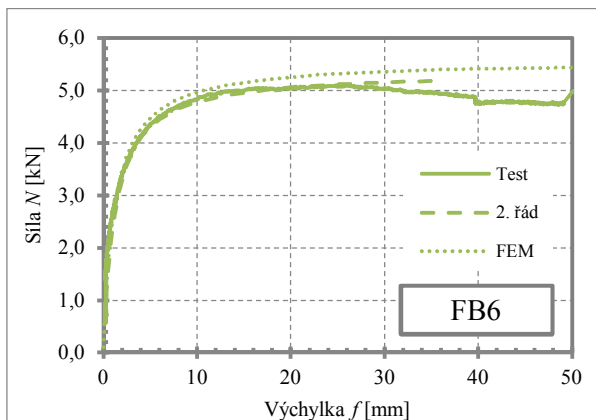
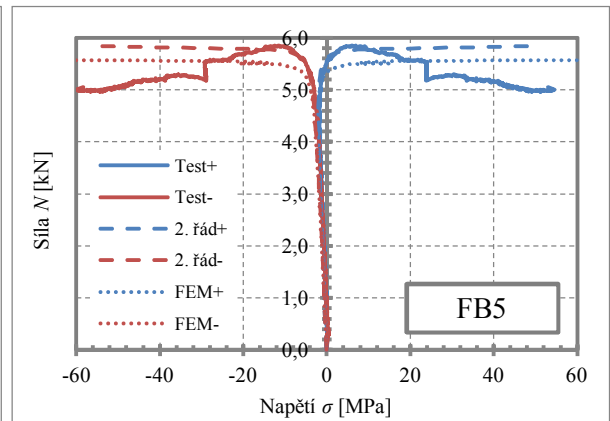
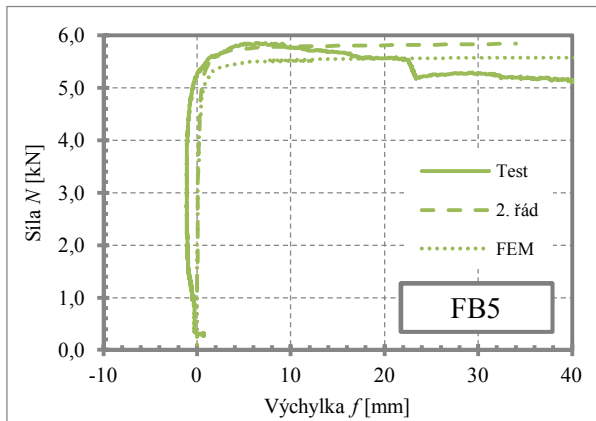


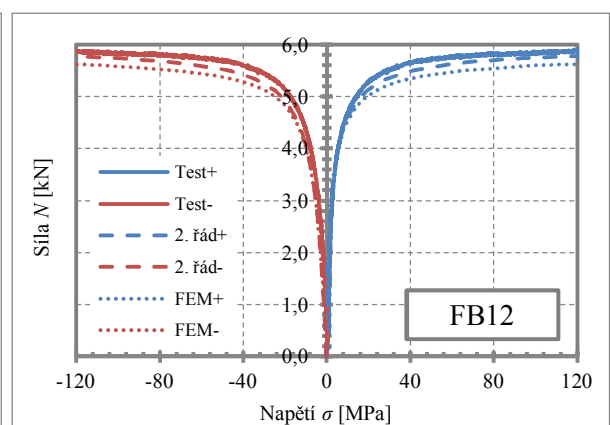
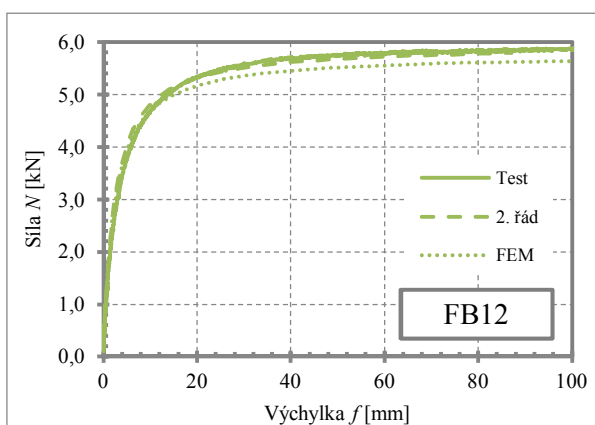
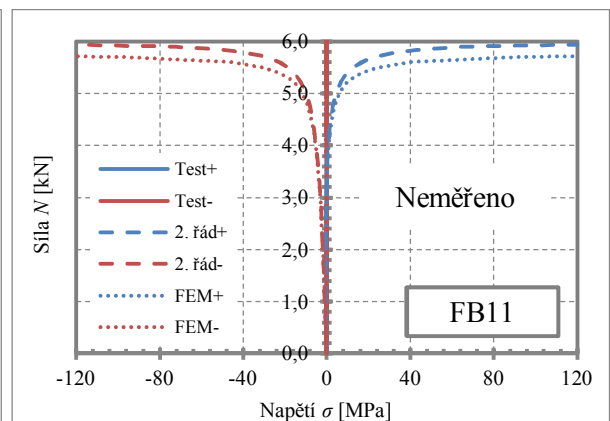
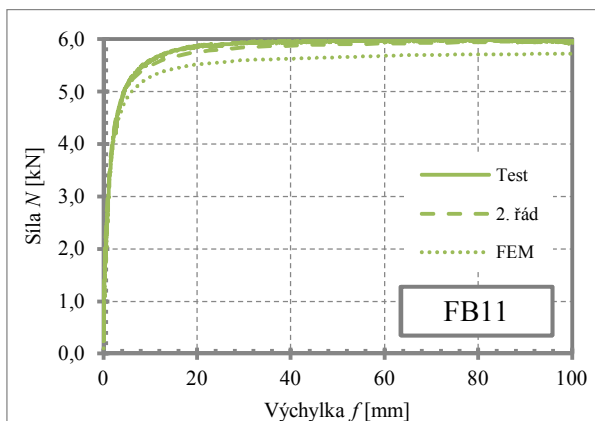
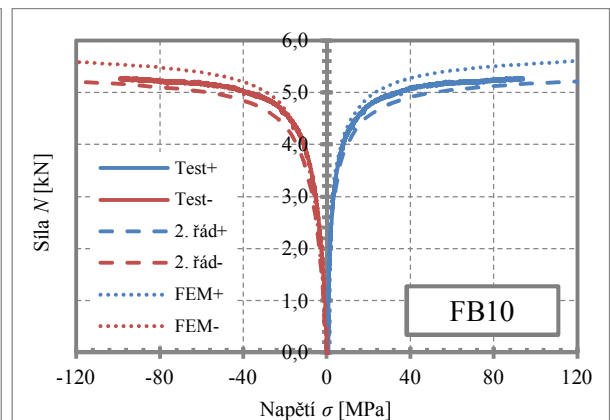
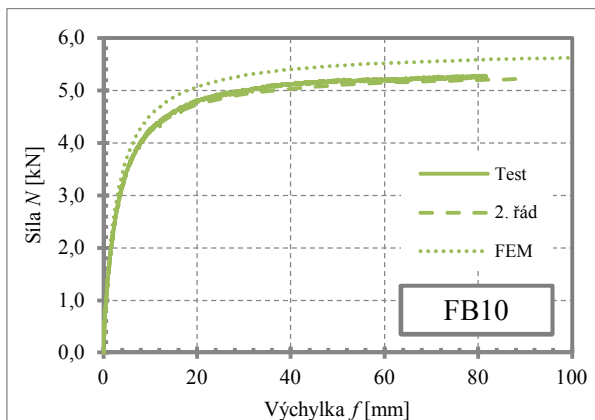
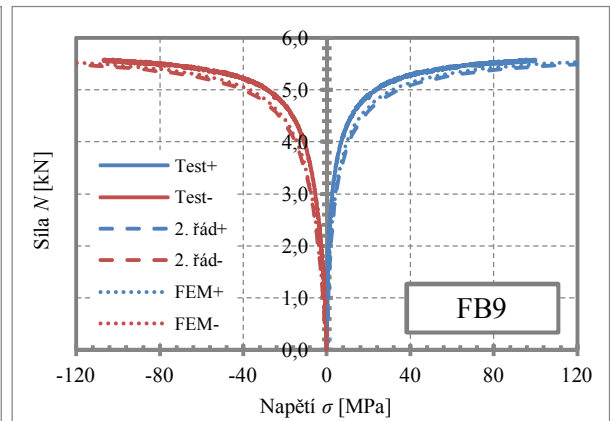
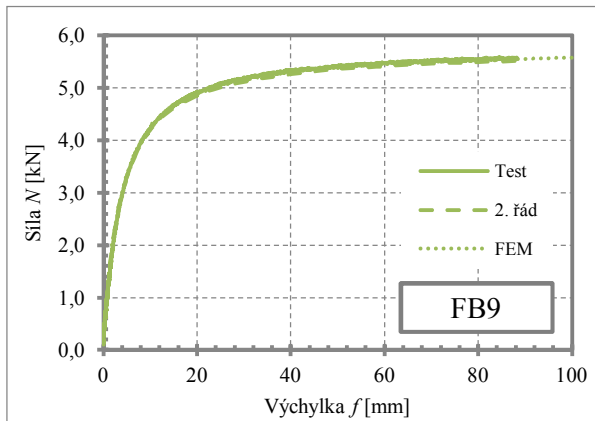
*Průběh zatěžování*

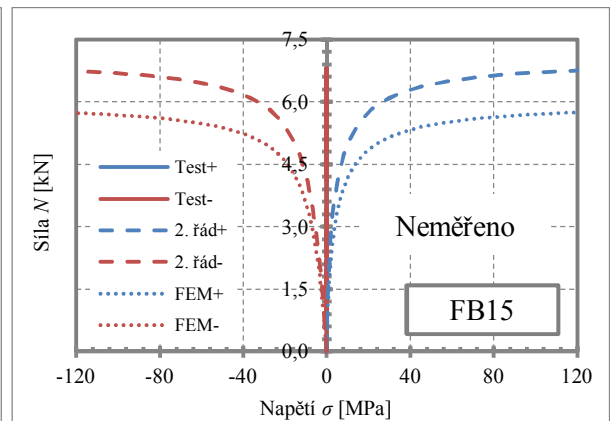
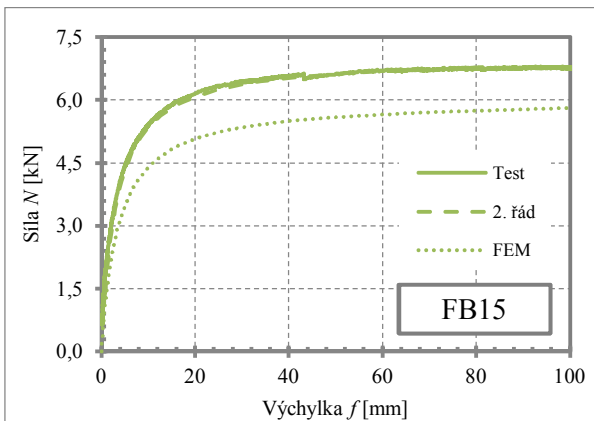
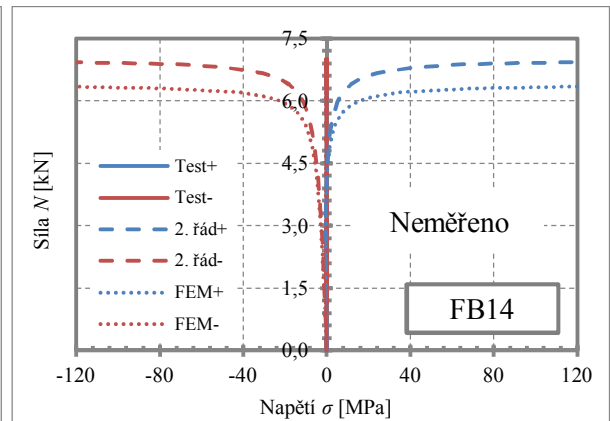
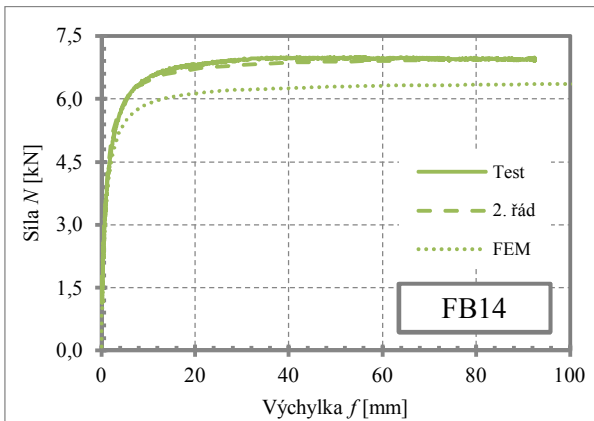
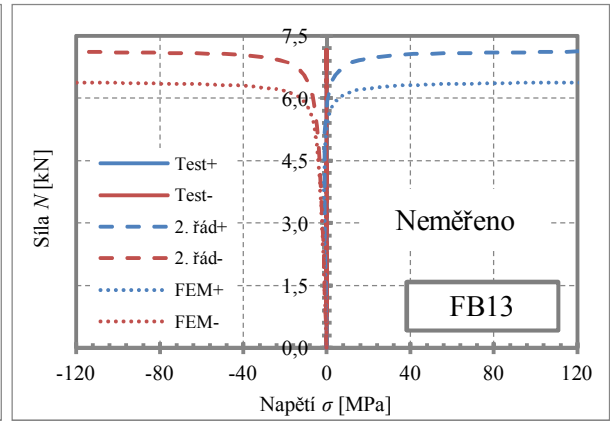
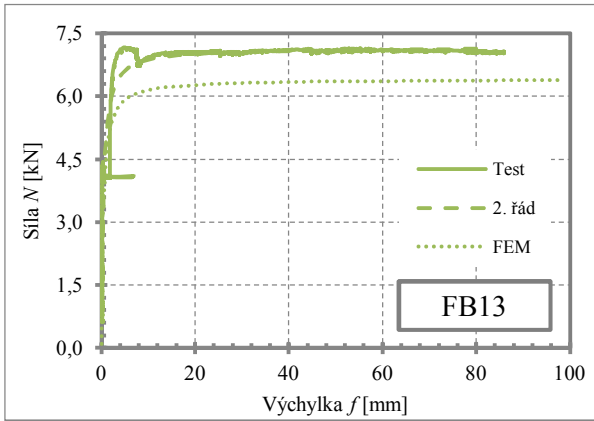


## PŘÍLOHA D – VZPĚR: SOUHRNNÉ VÝSLEDKY ANALÝZ









## PŘÍLOHA E – VZPĚR PODLE TEORIE II. ŘÁDU A KVP

### Vstupní údaje

- Youngův modul skla  $E = 70\,000$  MPa
- Modul pružnosti mezivrstvy ve smyku  $G_{\text{int}} = 2,5$  MPa
- Vzpěrná délka prutu  $L = 1672$  mm
- Šířka skla  $b = 150$  mm
- Tloušťky skleněných tabulí  $t_1 = t_2 = 6$  mm
- Tloušťka mezivrstvy  $t_{\text{int}} = 1,14$  mm

### Určení účinné tloušťky skla podle modelu Wölfel – Bennison – Calderone

Plochy skleněných tabulí

$$A_1 = A_2 = b \cdot t_1 = b \cdot t_2 = 150 \cdot 6 = 900 \text{ mm}^2$$

Vzdálenost těžišť skleněných tabulí

$$t_0 = \frac{(t_1 + t_2)}{2} + t_{\text{int}} = \frac{(6 + 6)}{2} + 1,14 = 7,14 \text{ mm}$$

Koeficient smykového přestupu

$$\alpha_s = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \cdot t_0^2 = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6} \cdot 7,14^2 = 152,939 \text{ mm}^3$$

$$\Gamma = \frac{1}{1 + 9,6 \frac{E \cdot \alpha_s \cdot t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} \cdot t_0^2 \cdot L^2}} = \frac{1}{1 + 9,6 \frac{70\,000 \cdot 152,939 \cdot 1,14}{2,500 \cdot 7,14^2 \cdot 1672^2}} = 0,7525$$

Efektivní tloušťka skla pro výpočet deformací

$$t_{\text{eff,w}} = \sqrt[3]{t_1^3 + t_2^3 + 12 \cdot \Gamma \cdot \alpha_s} = \sqrt[3]{6^3 + 6^3 + 12 \cdot 0,7525 \cdot 152,939} = 12,19 \text{ mm}$$

Účinná průřezová plocha

$$A_{\text{eff}} = b \cdot t_{\text{eff,w}} = 150 \cdot 12,19 = 1829 \text{ mm}^2$$

Účinný moment setrvačnosti k měkké ose

$$I_{z,\text{eff}} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_{\text{eff,w}}^3 = \frac{1}{12} \cdot 150 \cdot 12,19^3 = 22\,642 \text{ mm}^4$$

Účinný průřezový modul k měkké ose

$$W_{z,\text{eff}} = \frac{1}{6} \cdot b \cdot t_{\text{eff},w}^2 = \frac{1}{6} \cdot 150 \cdot 12,19^2 = 3715 \text{ mm}^3$$

### Určení návrhové pevnosti skla

Charakteristická pevnost tepelně tvrzeného skla

$$\sigma_{\text{Rk}} = f_{\text{b,k}} = 120 \text{ MPa}$$

Návrhová pevnost skla podle prEN 16612 (modifikační součinitel se uvažuje pro krátkodobé zatížení do 10 minut)

$$\sigma_{\text{Rd}} = f_{\text{g,d}} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot k_{\text{sp}} \cdot f_{\text{g,k}}}{\gamma_{\text{M,A}}} + \frac{k_{\text{v}} \cdot (f_{\text{b,k}} - f_{\text{g,k}})}{\gamma_{\text{M,v}}} = \frac{0,72 \cdot 1 \cdot 45}{1,8} + \frac{0,6 \cdot (120 - 45)}{1,2} = 55,50 \text{ MPa}$$

Celkový součinitel spolehlivosti materiálu

$$\gamma_{\text{m}} = \frac{\sigma_{\text{Rk}}}{\sigma_{\text{Rd}}} = \frac{120}{55,5} = 2,162$$

### Výpočet podle teorie II. řádu

Pro určení vzpěrné odolnosti touto metodou je výhodné použít vhodný software, např. MS Excel a funkci hledání řešení.

Eulerova kritická síla

$$N_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{z,\text{eff}}}{L_{\text{cr}}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 70000 \cdot 22\,642}{1672^2} = 5601 \text{ N} = 5,601 \text{ kN}$$

Amplituda počáteční imperfekce

$$e_0 = \frac{L}{300} = \frac{1672}{300} = 5,573 \text{ mm}$$

Osová síla

$$N = 5\,243 \text{ N} = 5,243 \text{ kN}$$

Výchylna podle teorie II. řádu od osově síly

$$w = e_0 \cdot \frac{N}{N_{\text{cr}} - N} = 5,573 \cdot \frac{5,243}{5,601 - 5,243} = 81,54 \text{ mm}$$

Normálové napětí od normálové síly

$$\sigma_{\text{N}} = -\frac{N}{A_{\text{eff}}} = -\frac{5243}{1829} = -2,87 \text{ MPa}$$

Normálové napětí od ohybového momentu

$$\sigma_M = \pm \frac{M}{W_{\text{eff}}} = \pm \frac{N \cdot w}{W_{\text{eff}}} = \pm \frac{5243 \cdot 81,54}{3715} = \pm 122,87 \text{ MPa}$$

Minimální normálové napětí od normálové síly a ohybového momentu

$$\sigma_{\text{min}} = \sigma_N + \sigma_M = -2,87 - 122,87 = -125,74 \text{ MPa}$$

Maximální normálové napětí od normálové síly a ohybového momentu

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_N - \sigma_M = -2,87 + 122,87 = +120,00 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{max}} = 120 \text{ MPa} = \sigma_{\text{Rd}} = 120 \text{ MPa} \rightarrow N_{\text{b,Rd}} = 5,243 \text{ kN}$$

$$N_{\text{b,Rd}} = \frac{N_{\text{b,Rk}}}{\gamma_m} = \frac{5,243}{2,162} = 2,425 \text{ kN}$$

### **Výpočet podle křivek vzpěrné pevnosti**

Poměrná štíhlost:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{Rk}} \cdot A_{\text{eff}}}{N_{\text{cr}}}} = \sqrt{\frac{120 \cdot 1829}{5601}} = 6,260$$

Bezrozměrný parametr:

$$\Phi = 0,5 \cdot \left[ 1 + \alpha_{\text{imp}} \cdot (\bar{\lambda} - \alpha_0) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \cdot \left[ 1 + 0,71 \cdot (6,260 - 0,6) + 6,260^2 \right] = 23,279$$

Součinitel vzpěrnosti:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{23,279 + \sqrt{23,279^2 - 6,260^2}} = 0,0219$$

Charakteristická hodnota vzpěrné únosnosti:

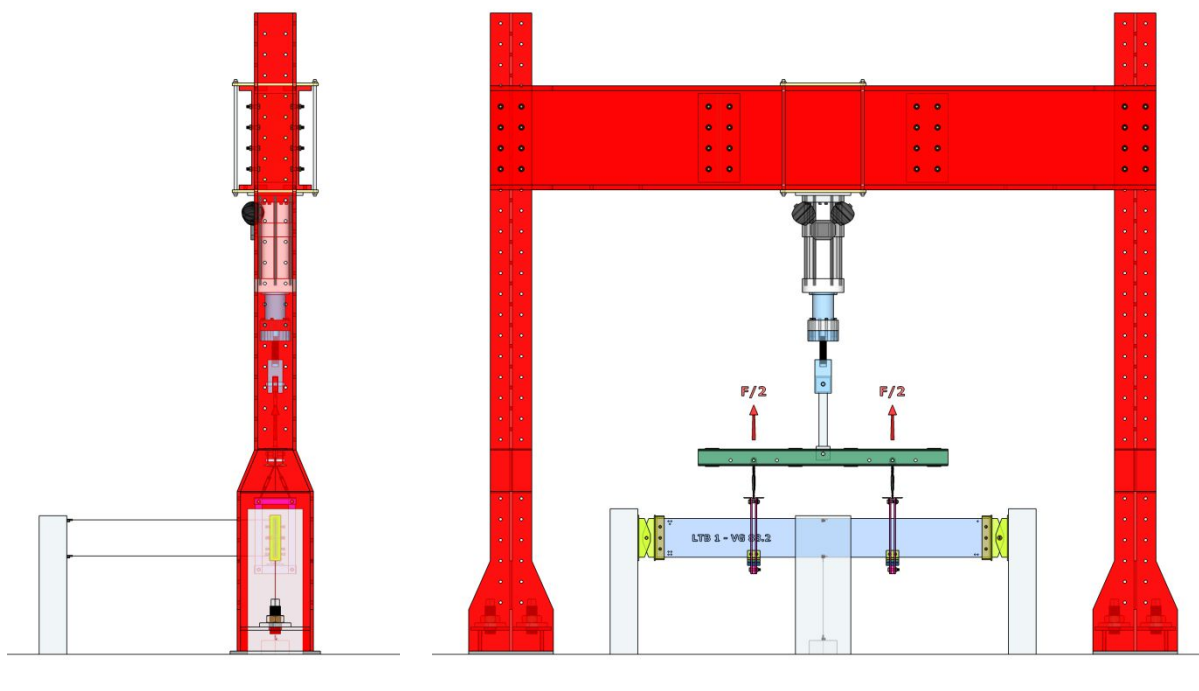
$$N_{\text{b,Rk}} = \chi \cdot \sigma_{\text{Rk}} \cdot A_{\text{eff}} = 0,0219 \cdot 120 \cdot 1829 = 4806 \text{ N} = 4,81 \text{ kN}$$

Návrhová hodnota vzpěrné únosnosti:

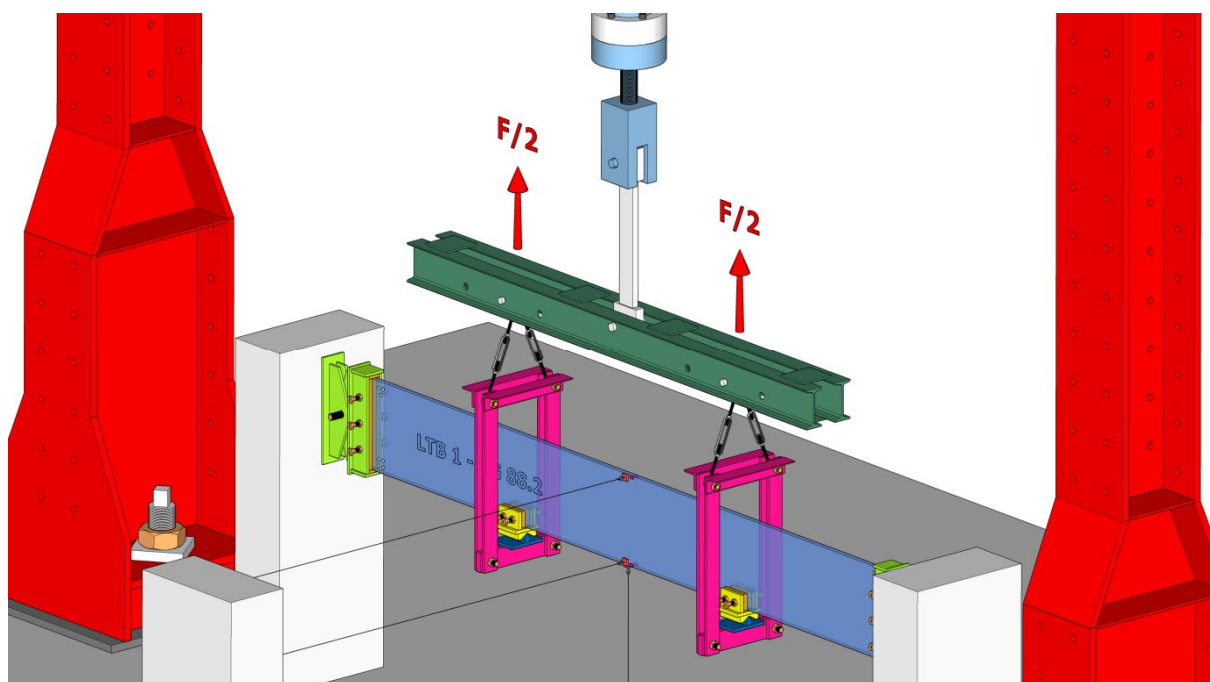
$$N_{\text{b,Rd}} = \chi \cdot \sigma_{\text{Rd}} \cdot A_{\text{eff}} = 0,0219 \cdot 55,50 \cdot 1829 = 2223 \text{ N} = 2,22 \text{ kN}$$

## PŘÍLOHA F – ZKUŠEBNÍ SESTAVA NA KLOPENÍ

### Zkušební sestava



*Pohled boční a čelní*



*Axonometrický pohled*

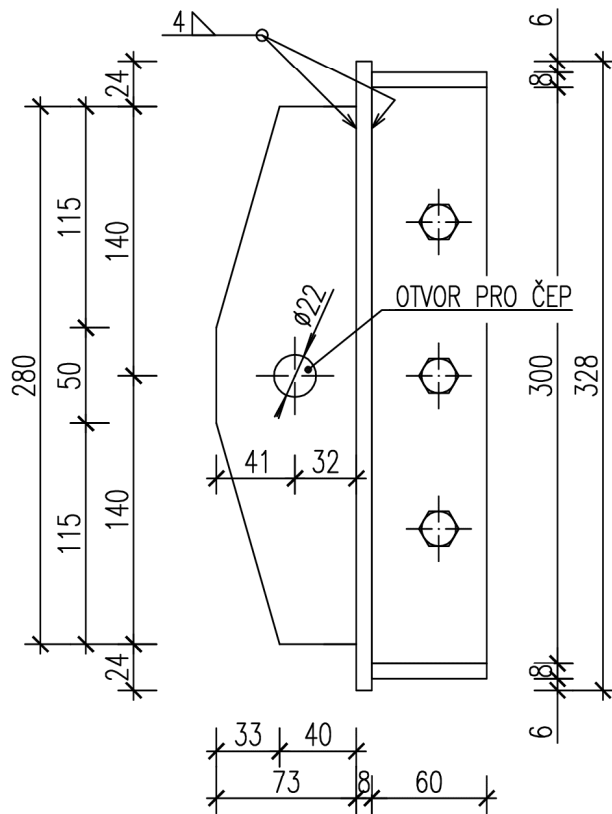


**Botka a zatěžovací pouzdro**

# BOTKA – PEVNÝ KLOUB

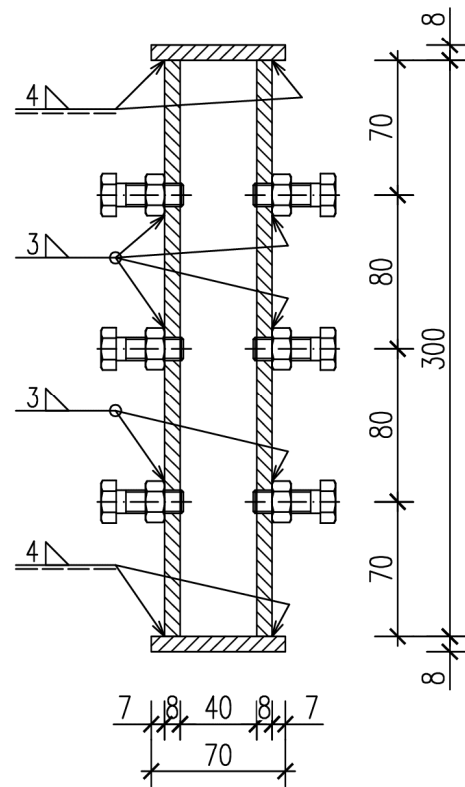
POHLED

m 1:4



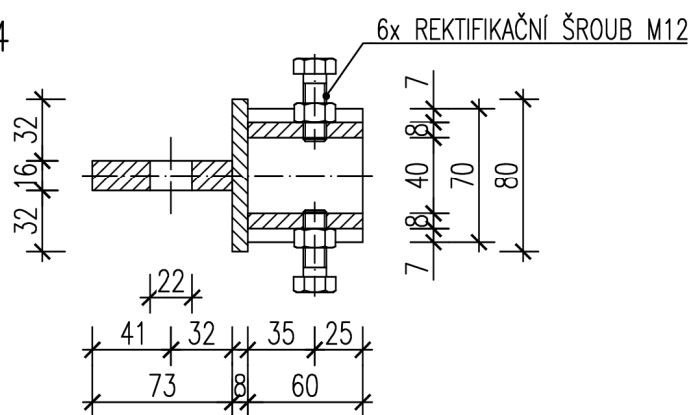
ŘEZ D-D

m 1:4



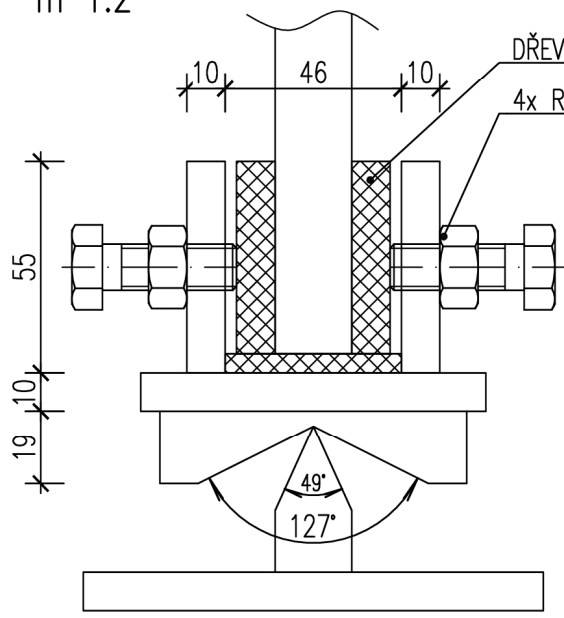
ŘEZ C-C

m 1:4

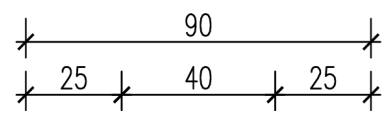
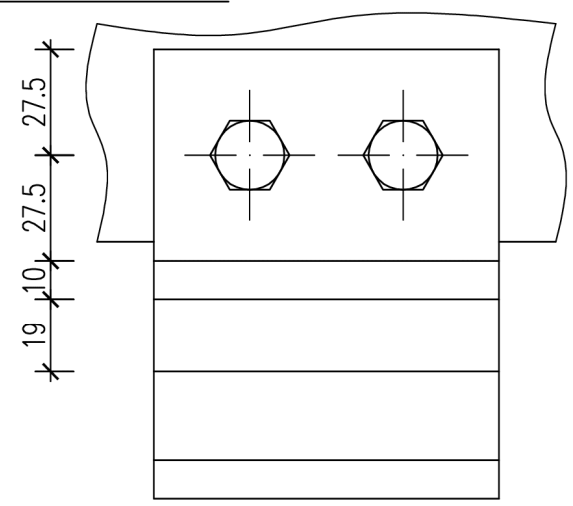


# ZATĚŽOVACÍ POUZDRO

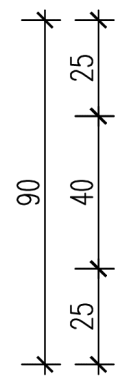
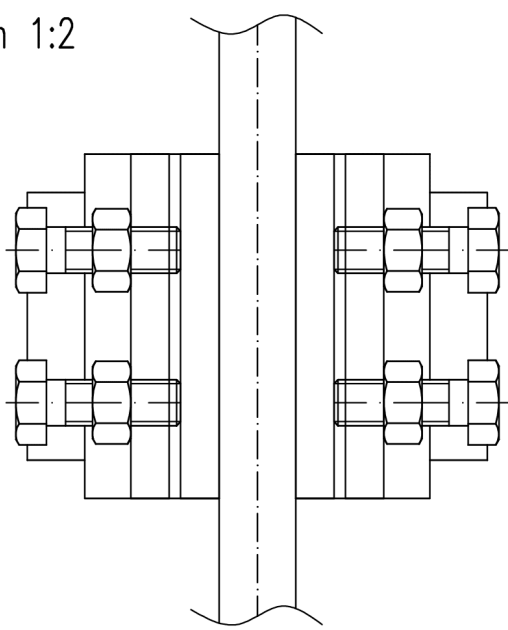
ŘEZ  
m 1:2



POHLED BOČNÍ  
m 1:2



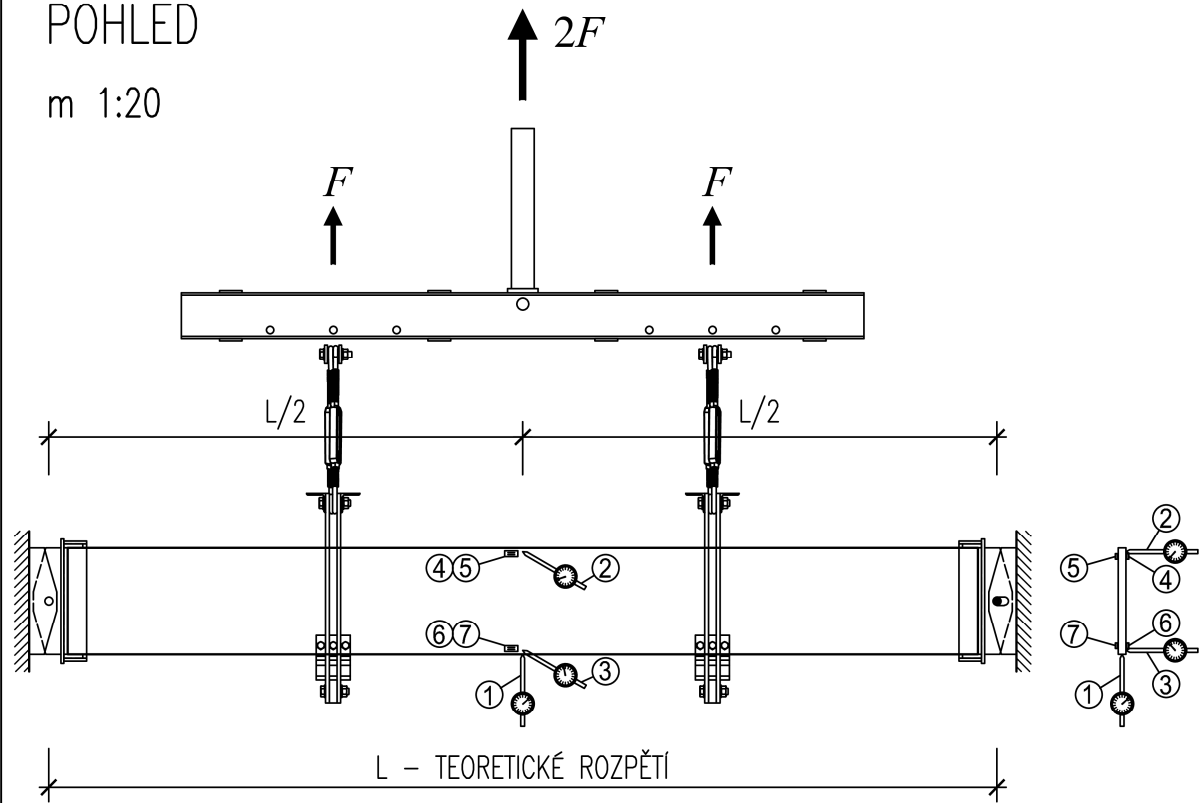
PŮDORYS  
m 1:2



# MĚŘENÍ NAPĚTÍ A DEFORMACÍ

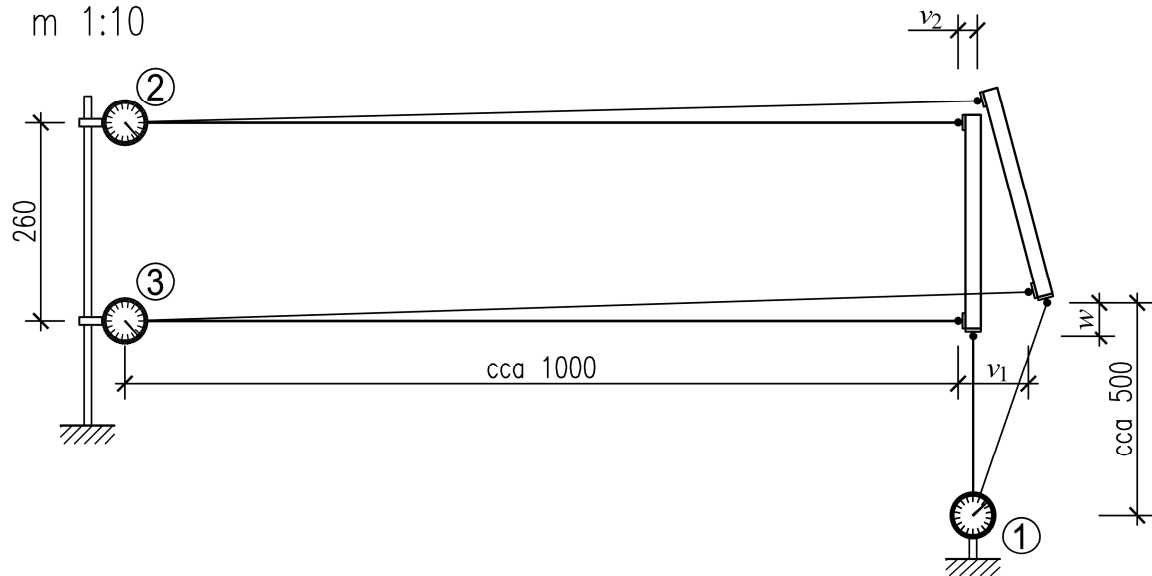
POHLED

m 1:20



PŘÍČNÝ ŘEZ

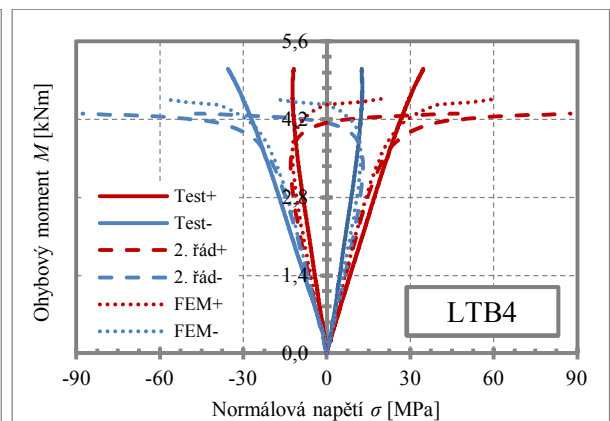
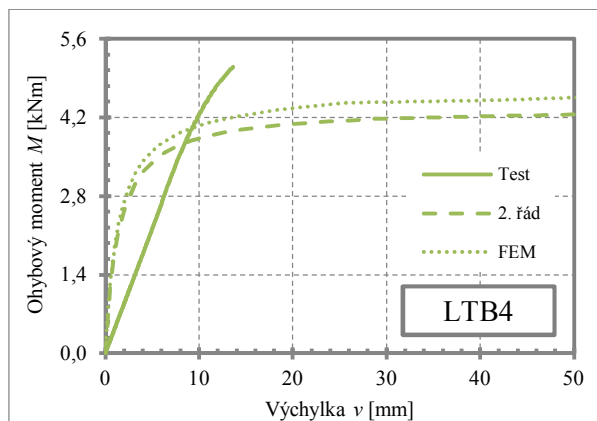
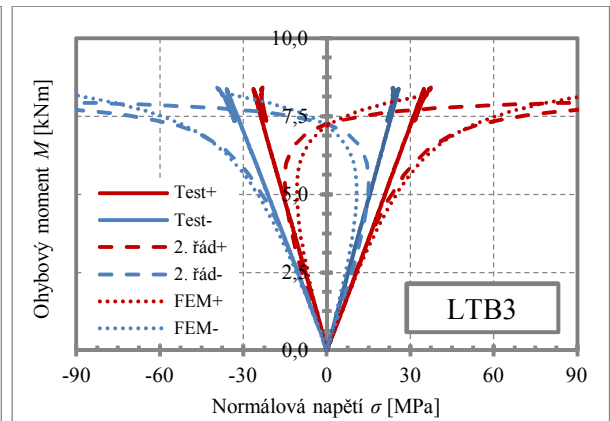
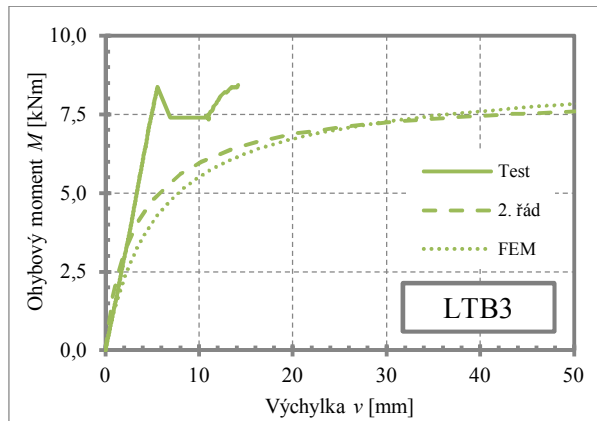
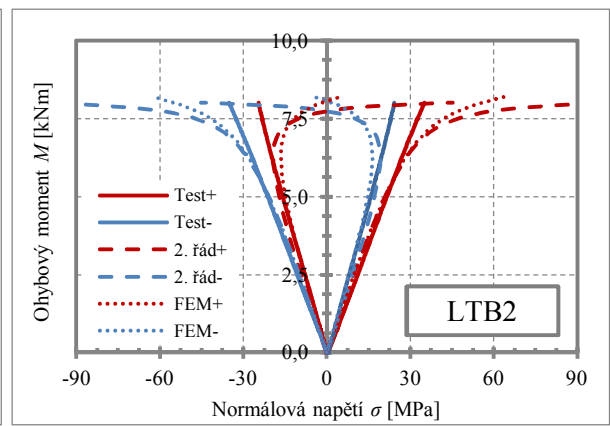
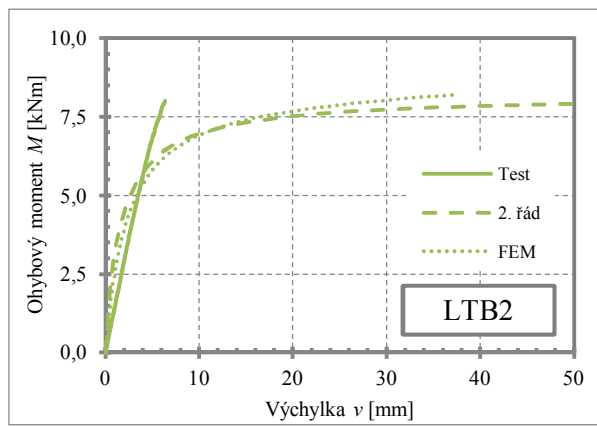
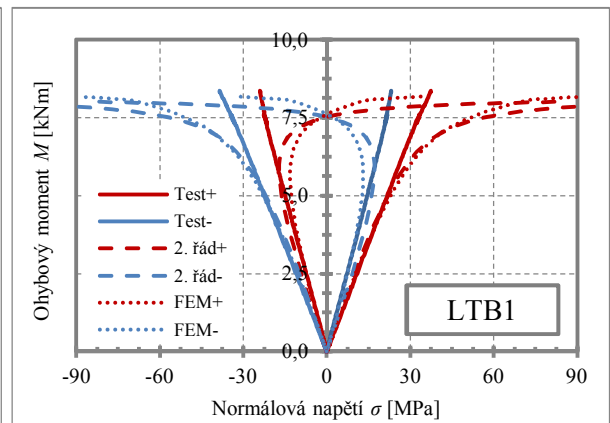
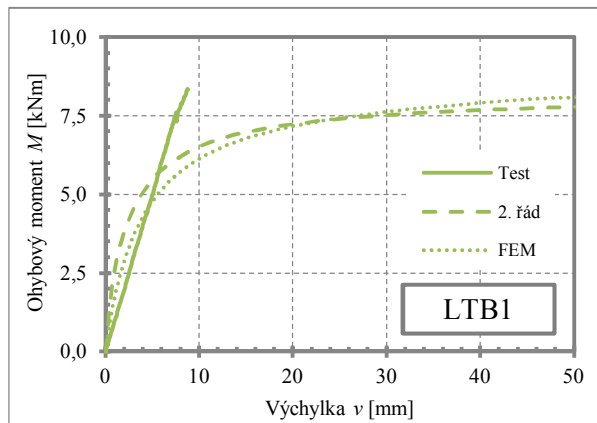
m 1:10

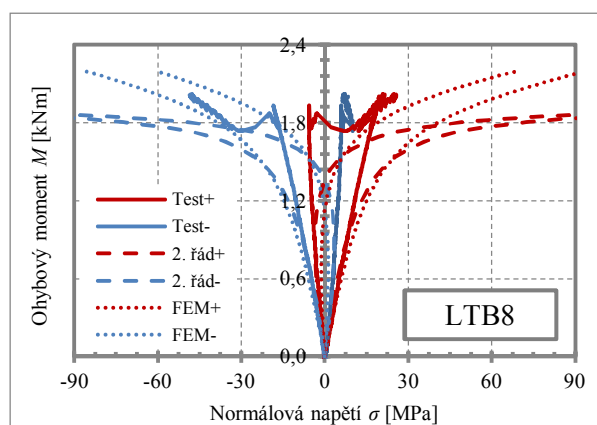
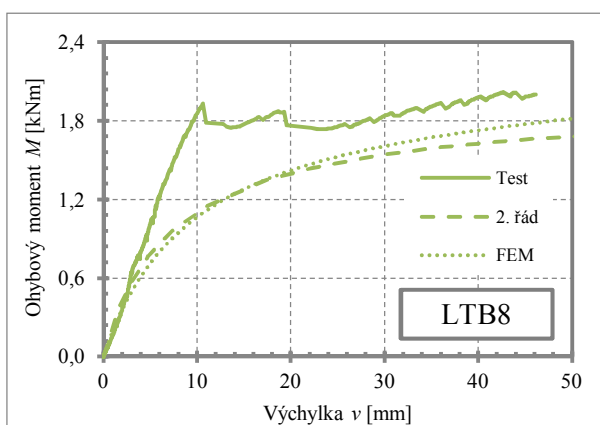
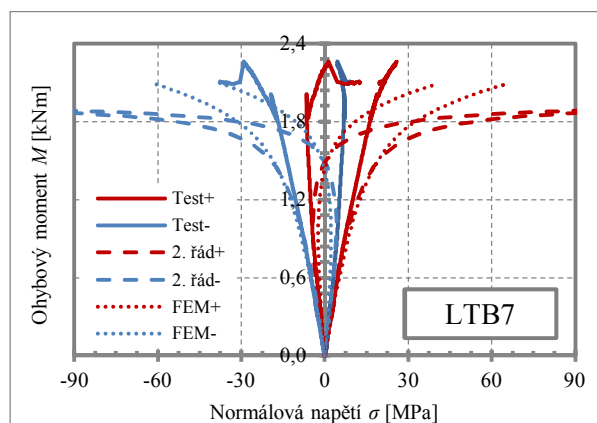
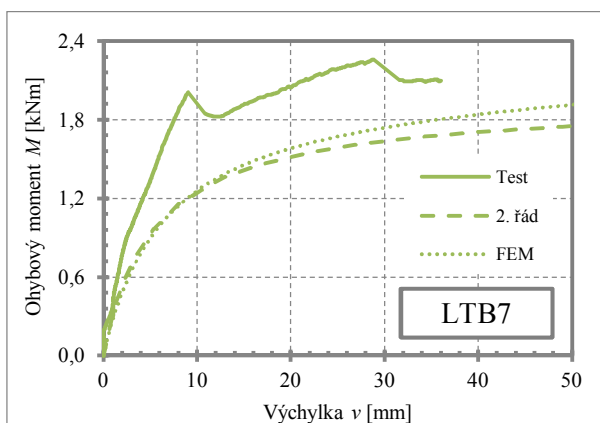
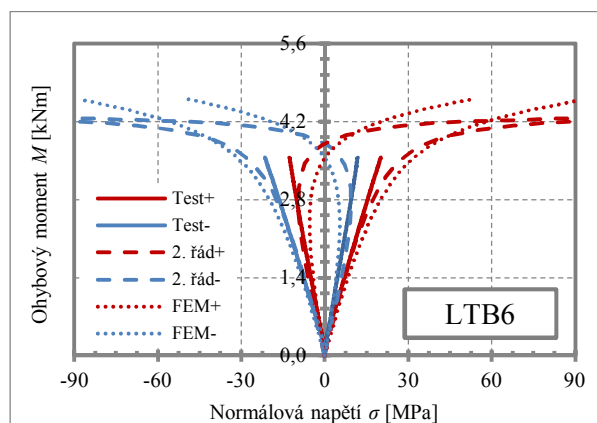
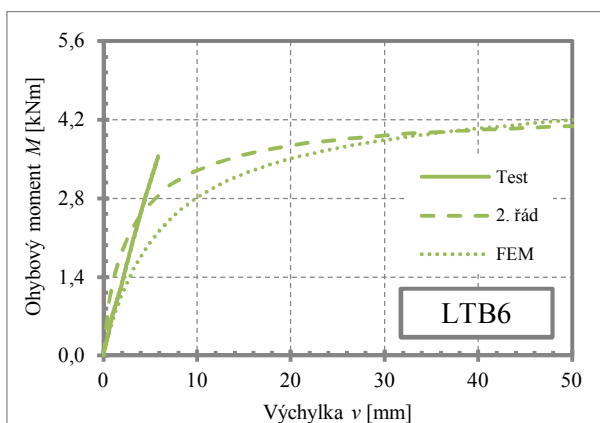
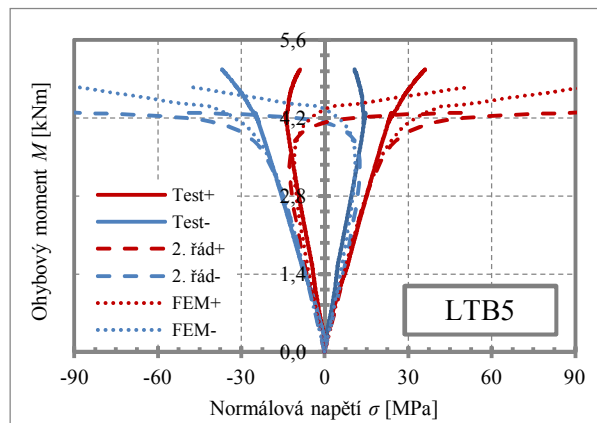
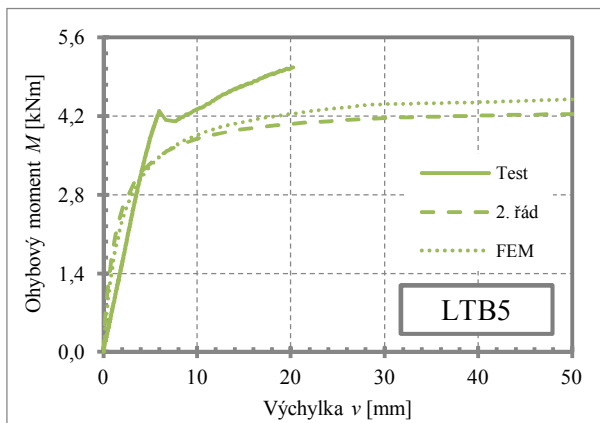


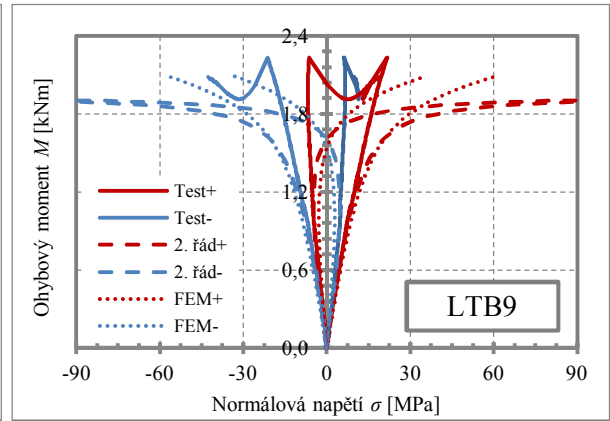
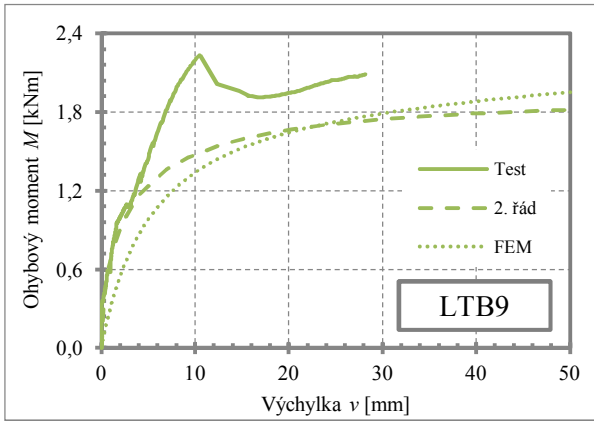
**Fotodokumentace**

*Detaily realizace okrajových podmínek, průběh experimentu*

## PŘÍLOHA G – KLOPENÍ: SOUHRNNÉ VÝSLEDKY ANALÝZ







## PŘÍLOHA H – KLOPENÍ PODLE TEORIE II. ŘÁDU A KŘIVEK KLOPENÍ

### Vstupní údaje

- Youngův modul skla  $E = 70\,000 \text{ MPa}$
- Modul pružnosti mezivrstvy ve smyku  $G_{\text{int}} = 0,440 \text{ MPa}$
- Teoretická délka prutu  $L = 2546 \text{ mm}$
- Šířka skla  $b = 280 \text{ mm}$
- Tloušťky skleněných tabulí  $t_1 = t_2 = 8 \text{ mm}$
- Tloušťka mezivrstvy  $t_{\text{int}} = 0,76 \text{ mm}$

### Určení účinné tloušťky skla podle Haldimanna

Plochy skleněných tabulí

$$A_1 = A_2 = b \cdot t_1 = b \cdot t_2 = 280 \cdot 8 = 2240 \text{ mm}^2$$

Vzdálenost těžišť skleněných tabulí od těžiště mezivrstvy

$$y_1 = y_2 = \frac{t_1 + t_{\text{int}}}{2} = \frac{t_2 + t_{\text{int}}}{2} = \frac{8 + 0,76}{2} = 4,38 \text{ mm}$$

Vlastní momenty setrvačnosti skleněných tabulí

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_1^3 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_2^3 = \frac{1}{12} \cdot 280 \cdot 8^3 = 11947 \text{ mm}^4$$

Efektivní tloušťka skla

$$I_s = b \cdot (t_1 \cdot y_1^2 + t_2 \cdot y_2^2) = 280 (8 \cdot 4,38^2 + 8 \cdot 4,38^2) = 85946 \text{ mm}^4$$

$$\alpha = \frac{I_1 + I_2}{I_s} = \frac{11947 + 11947}{85946} = 0,278$$

$$\beta = \frac{t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} \cdot b \cdot (y_1 + y_2)^2} \cdot \frac{E \cdot I_s}{L^2} = \frac{0,76}{0,43 \cdot 280 \cdot (4,38 + 4,38)^2} \cdot \frac{70000 \cdot 85946}{2546^2} = 0,0763$$

$$t_{\text{eff}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_s \cdot (1 + \alpha + \pi^2 \cdot \alpha \cdot \beta)}{b \cdot (1 + \pi^2 \cdot \beta)}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 85946 \cdot (1 + 0,278 + \pi^2 \cdot 0,278 \cdot 0,0763)}{280 \cdot (1 + \pi^2 \cdot 0,0763)}} = 14,62 \text{ mm}$$

Účinná průřezová plocha

$$A_{\text{eff}} = b \cdot t_{\text{eff}} = 280 \cdot 14,62 = 4093 \text{ mm}^2$$



Účinný moment setrvačnosti k měkké ose

$$I_{z,\text{eff}} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_{\text{eff}}^3 = \frac{1}{12} \cdot 280 \cdot 14,62^3 = 72\,907 \text{ mm}^4$$

Účinný průřezový modul k měkké ose

$$W_{z,\text{eff}} = \frac{1}{6} \cdot b \cdot t_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{6} \cdot 280 \cdot 14,62^2 = 9\,974 \text{ mm}^3$$

Účinný moment setrvačnosti v prostém kroucení

$$\lambda = \sqrt{\frac{G_{\text{int}}}{G} \cdot \frac{t_1 + t_2}{t_{\text{int}} \cdot t_1 \cdot t_2}} = \sqrt{\frac{0,43}{28\,455} \cdot \frac{8 + 8}{0,76 \cdot 8 \cdot 8}} = 0,00223$$

$$I_{S,\text{comp}} = 4 \cdot \left( \frac{t_1 + t_2}{2} + t_{\text{int}} \right)^2 \cdot \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \cdot b = 4 \cdot \left( \frac{8 + 8}{2} + 0,76 \right)^2 \cdot \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} \cdot 280 = 2\,596 \text{ mm}^4$$

$$I_{t,\text{comp}} = I_{S,\text{comp}} \cdot \left( 1 - \frac{\tanh \frac{\lambda \cdot b}{2}}{\frac{\lambda \cdot b}{2}} \right) = 2\,596 \cdot \left( 1 - \frac{\tanh \frac{0,00223 \cdot 280}{2}}{\frac{0,00223 \cdot 280}{2}} \right) = 81,135 \text{ mm}^4$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{3} \cdot \left[ 1 - 0,63 \cdot \frac{t_{1,2}}{b} \cdot \left( 1 - \frac{t_{1,2}^4}{12 \cdot b^4} \right) \right] \cdot t_{1,2}^3 \cdot b = \frac{1}{3} \cdot \left[ 1 - 0,63 \cdot \frac{8}{280} \cdot \left( 1 - \frac{8^4}{12 \cdot 280^4} \right) \right] \cdot 8^3 \cdot 280 = 0,327$$

$$I_{t,1} = I_{t,2} = \alpha_{1,2} \cdot b \cdot t_{1,2}^3 = 0,327 \cdot 280 \cdot 8^3 = 46\,927 \text{ mm}^4$$

$$I_{t,\text{eff}} = I_{t,1} + I_{t,2} + I_{t,\text{comp}} = 46\,927 + 46\,927 + 81,1 = 93\,934 \text{ mm}^4$$

Průřezový modul k tuhé ose

$$W_y = \frac{1}{6} \cdot t_{\text{glass}} \cdot b^2 = \frac{1}{6} \cdot (8 + 8) \cdot 280^2 = 209\,067 \text{ mm}^3$$

### Určení návrhové pevnosti skla

Charakteristická pevnost chlazeného skla

$$\sigma_{Rk} = f_{b,k} = 45 \text{ MPa}$$

Návrhová pevnost skla podle prEN 16612 (modifikační součinitel se uvažuje pro krátkodobé zatížení do 10 minut)

$$\sigma_{Rd} = f_{g,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot k_{\text{sp}} \cdot f_{g,k}}{\gamma_{M,A}} = \frac{0,72 \cdot 1 \cdot 45}{1,8} = 18,00 \text{ MPa}$$

Celkový součinitel spolehlivosti materiálu

$$\gamma_m = \frac{\sigma_{Rk}}{\sigma_{Rd}} = \frac{45}{18} = 2,50$$

### Výpočet podle teorie II. řádu

Pro určení vzpěrné odolnosti touto metodou je výhodné použít vhodný software, např. MS Excel a funkci hledání řešení.

Pružný kritický moment za předpokladu splnění „fork conditions“

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E I_{z,eff}}{L_{LT}^2} \left[ \sqrt{(C_2 z_g)^2 + \frac{G I_{t,eff} L_{LT}^2}{\pi^2 \cdot E I_{z,eff}}} - C_2 z_g \right] =$$

$$= 1,072 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^3 \cdot 72\,907}{2546^2} \left[ \sqrt{(0,476 \cdot -140)^2 + \frac{28\,455 \cdot 93\,934 \cdot 2546^2}{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^3 \cdot 72\,907}} - 0,476 \cdot -140 \right] =$$

$$= 4,361 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 4,361 \text{ kNm}$$

Koeficienty  $C_1$  a  $C_2$  pro výpočet kritického momentu podle Balázse pro  $k = 0,304$

$$C_1 = \frac{\pi \cdot k \cdot \sqrt{6\pi}}{\sqrt{4\pi^3 \cdot k^2 \cdot \left(\frac{3}{2} - 2k\right) - 6\pi \cdot k \cdot \cos(2\pi k) + 3 \sin(2\pi k)}} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 0,304 \cdot \sqrt{6\pi}}{\sqrt{4\pi^3 \cdot 0,304^2 \cdot \left(\frac{3}{2} - 2 \cdot 0,304\right) - 6\pi \cdot 0,304 \cdot \cos(2\pi \cdot 0,304) + 3 \sin(2\pi \cdot 0,304)}} = 1,072$$

$$C_2 = \frac{(1 - \cos(2\pi \cdot k)) \cdot \sqrt{6\pi}}{\pi \cdot \sqrt{4\pi^3 \cdot k^2 \cdot \left(\frac{3}{2} - 2k\right) - 6\pi \cdot k \cdot \cos(2\pi k) + 3 \sin(2\pi k)}} =$$

$$= \frac{(1 - \cos(2\pi \cdot 0,304)) \cdot \sqrt{6\pi}}{\pi \cdot \sqrt{4\pi^3 \cdot 0,304^2 \cdot \left(\frac{3}{2} - 2 \cdot 0,304\right) - 6\pi \cdot 0,304 \cdot \cos(2\pi \cdot 0,304) + 3 \sin(2\pi \cdot 0,304)}} = 0,476$$

$$c_1 = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{1,072} = 0,933$$

$$c_2 = 2 \cdot \frac{C_2}{C_1} = 2 \cdot \frac{0,476}{1,072} = 0,888$$

## Amplitudy počátečních geometrických imperfekcí

$$v_0 = \frac{L}{300} = \frac{2546}{300} = 8,487 \text{ mm}$$

$$\varphi_0 = 0,000 \text{ rad}$$

Ohybový moment

$$M = 3,931 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 3,931 \text{ kNm}$$

Výchytky uprostřed rozpětí podle teorie II. řádu od ohybového momentu

$$\varphi(x) = \frac{\varphi_0 \left( \frac{c_1^2 \cdot M_y^2}{E \cdot I_z} - c_2 \cdot \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot M_y \cdot z_g \right) + c_1 \cdot \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot M_y \cdot v_0}{G \cdot I_t \cdot \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 - \frac{c_1^2 \cdot M_y^2}{E \cdot I_z} + c_2 \cdot \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot M_y \cdot z_g} =$$

$$= \frac{0,0 \left( \frac{0,933^2 \cdot (3,931 \cdot 10^6)^2}{70 \cdot 10^3 \cdot 72,9 \cdot 10^3} - 0,888 \cdot \left( \frac{\pi}{2546} \right)^2 \cdot 3,931 \cdot 10^6 \cdot -140 \right) + 0,933 \cdot \left( \frac{\pi}{2546} \right)^2 \cdot 3,931 \cdot 10^6 \cdot 8,487}{28,5 \cdot 10^3 \cdot 93,9 \cdot 10^3 \cdot \left( \frac{\pi}{2546} \right)^2 - \frac{0,933^2 \cdot (3,931 \cdot 10^6)^2}{70 \cdot 10^3 \cdot 72,9 \cdot 10^3} + 0,888 \cdot \left( \frac{\pi}{2546} \right)^2 \cdot 3,931 \cdot 10^6 \cdot -140}$$

$$= 0,0669 \text{ rad}$$

$$v(x) = \frac{c_1 \cdot \frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_z} \cdot M_y \cdot \varphi_0 + c_1^2 \cdot \frac{M_y^2}{E \cdot I_z} \cdot v_0}{G \cdot I_t \cdot \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 - \frac{c_1^2 \cdot M_y^2}{E \cdot I_z} + c_2 \cdot \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot M_y \cdot z_g} =$$

$$= \frac{0,933 \cdot \frac{28,5 \cdot 10^3 \cdot 93,9 \cdot 10^3}{70 \cdot 10^3 \cdot 72,9 \cdot 10^3} \cdot 3,931 \cdot 10^6 \cdot 0,0 + 0,933^2 \cdot \frac{(3,931 \cdot 10^6)^2}{70 \cdot 10^3 \cdot 72,9 \cdot 10^3} \cdot 8,487}{28,5 \cdot 10^3 \cdot 93,9 \cdot 10^3 \cdot \left( \frac{\pi}{2546} \right)^2 - \frac{0,933^2 \cdot (3,931 \cdot 10^6)^2}{70 \cdot 10^3 \cdot 72,9 \cdot 10^3} + 0,888 \cdot \left( \frac{\pi}{2546} \right)^2 \cdot 3,931 \cdot 10^6 \cdot -140}$$

$$= 31,372 \text{ mm}$$

Přepočet ohybového momentu na složky momentů kolem os y a z

$$M_y = M \cdot \cos \varphi = 3,931 \cdot \cos 0,0669 \text{ rad} = 3,922 \text{ kNm}$$

$$M_z = M \cdot \sin \varphi = 3,931 \cdot \sin 0,0669 \text{ rad} = 0,263 \text{ kNm}$$

Normálová napětí od ohybových momentů kolem os y a z

$$\sigma_{My} = \pm \frac{M_y}{W_y} = \pm \frac{3,922 \cdot 10^6}{209\,067} = \pm 18,76 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{M_z} = \pm \frac{M_z}{W_{z,\text{eff}}} = \pm \frac{0,263 \cdot 10^6}{9\,974} = \pm 26,24 \text{ MPa}$$

Normálová napětí ve čtyřech rohových bodech průřezu

$$\sigma_1 = \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z} = 18,76 + 26,24 = +45,00 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{M_y} - \sigma_{M_z} = 18,76 - 26,24 = -7,48 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = -\sigma_{M_y} + \sigma_{M_z} = -18,76 + 26,24 = +7,48 \text{ MPa}$$

$$\sigma_4 = -\sigma_{M_y} - \sigma_{M_z} = -18,76 - 26,24 = -45,00 \text{ MPa}$$

Maximální normálové napětí ohybového momentu

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_1 = +45,00 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{max}} = 45 \text{ MPa} = \sigma_{\text{Rd}} = 45 \text{ MPa} \rightarrow M_{\text{b,Rk}} = 3,931 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{b,Rd}} = \frac{M_{\text{b,Rk}}}{\gamma_m} = \frac{3,931}{2,5} = 1,572 \text{ kNm}$$

### **Výpočet podle křivek klopení**

Bezrozměrný parametr působíště zatížení vzhledem ke středu smyku:

$$\zeta_g = \frac{\pi \cdot z_g}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{EI_{z,\text{eff}}}{GI_{t,\text{eff}}}} = \frac{\pi \cdot 140}{1,0 \cdot 2546} \cdot \sqrt{\frac{70 \cdot 10^3 \cdot 7,29 \cdot 10^4}{28,5 \cdot 10^3 \cdot 9,39 \cdot 10^4}} = 0,239$$

Bezrozměrný kritický moment:

$$\mu_{\text{cr}} = \frac{C_1}{k_z} \left[ \sqrt{1 + (C_2 \zeta_g)^2} - C_2 \zeta_g \right] = \frac{1,072}{1,0} \left[ \sqrt{1 + (0,476 \cdot 0,239)^2} - 0,476 \cdot 0,239 \right] = 0,957$$

Pružný kritický moment:

$$M_{\text{cr}} = \mu_{\text{cr}} \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{EI_{z,\text{eff}} \cdot GI_{t,\text{eff}}}}{L} = 0,957 \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{70 \cdot 10^3 \cdot 7,29 \cdot 10^4 \cdot 28,5 \cdot 10^3 \cdot 9,39 \cdot 10^4}}{2546} =$$

$$= 4,361 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 4,361 \text{ kNm}$$

Poměrná štíhlost při klopení:

$$\bar{\lambda}_{\text{LT}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{Rk}} \cdot W_y}{M_{\text{cr}}}} = \sqrt{\frac{45 \cdot 2,09 \cdot 10^5}{4,361 \cdot 10^6}} = 1,469$$

Bezrozměrný parametr je vypočten pro křivku klopení podle Amadia a Bedona [26]:

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[ 1 + \alpha_{imp} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - \alpha_0) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] = 0,5 \cdot \left[ 1 + 0,26 \cdot (1,469 - 0,2) + 1,469^2 \right] = 1,744$$

Součinitel klopení:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{1,744 + \sqrt{1,744^2 - 1,469^2}} = 0,373$$

Charakteristická hodnota únosnosti v klopení:

$$M_{b,Rk} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot \sigma_{R,k} = 0,373 \cdot 2,09 \cdot 10^5 \cdot 45 = 3,506 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 3,506 \text{ kNm}$$

Návrhová hodnota únosnosti v klopení:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot \sigma_{R,d} = 0,373 \cdot 2,09 \cdot 10^5 \cdot 18 = 1,403 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 1,403 \text{ kNm}$$

# PŘÍLOHA I – ZKUŠEBNÍ SESTAVA INTERAKCE VZPĚRU A KLOPENÍ

## Fotodokumentace



*Detaily realizace okrajových podmínek a průběh experimentu*

## PŘÍLOHA J – INTERAKCE VZPĚRU A KLOPENÍ: VÝSLEDKY TESTŮ

