UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Kristýna Vránová, DiS.

Slovní úlohy v 7. třídě ZŠ

Verbal tasks in 7th grade primary school curriculum

Olomouc 2023 vedoucí práce: doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a použila jen uvedenou literaturu a zdroje.

V Olomouci dne 12. dubna 2023 Bc. Kristýna Vránová, DiS.

Poděkování

Srdečně děkuji panu doc. Mgr. Karlu Pastorovi, Ph.D. za umožnění volby tématu diplomové práce a především paní doc. PhDr. Radce Dofkové, Ph.D. za vedení diplomové práce, pomoc při tvorbě a cenné rady. Dále bych chtěla poděkovat 1. ZŠ Šumperk, jejímu vedení a kolektivu za pracovní pozici a umožnění studia na vysoké škole i při pracovním vytížení. V neposlední řadě děkuji svému příteli a rodině za podporu a pevné nervy.

OBSAH

ÚVOD

Z mé prozatím krátké, ale pestré praxe jsem vypozorovala, že slovní úlohy žákům činí nemalé problémy. Největší problémem u žáků, které jsem měla možnost učit je porozumění textu. Žáci mohou díky slovním úlohám opakovat probranou látku, rozvíjet slovní zásobu, aplikovat naučené matematické postupy apod. Proto mě toto téma velmi zaujalo a rozhodla jsem se přistoupit k jeho podrobnějšímu zkoumání.

Cílem diplomové práce je objasnit, zda časová odmlka po probrání matematického celku má vliv na úspěšnost řešení zadaných slovních úloh. Slovní úlohy jsou uváděny dle tematických celků, tyto jsou rozděleny dle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV)[1], konkrétně pro 7. ročník ZŠ. Řazení tematických celků a s nimi spojených slovních úloh vychází ze školního vzdělávacího programu základní školy, na které druhým rokem působím. Konkrétně se jedná o Školní vzdělávací program ŠVP[2] „JEDNIČKA“. Tento název v sobě skrývá nejen název školy, jedná se o 1. Základní školu, ale také jednotlivá písmena mají svůj skrytý význam. Jedná se o jedinečnost, efektivnost, demokratičnost, nápaditost, inspiraci, činorodost, kulturnost a aktivitu. Všemi těmito hodnotami se snažím řídit, nejen během své praxe, ale i při tvorbě této diplomové práce.

Při řešení slovních úloh je nutná čtenářská gramotnost, dobrá představivost a schopnost systematického řešení problému v zadaných úlohách. Větší prostor pro slovní úlohy ve výuce matematiky je velmi důležitý. Žáci při řešení slovních úloh mohou budovat do jisté míry i zdravou soutěživost, nejen protože k cíli, tedy ke správnému řešení, může vést několik různých cest. Žáci základních škol a děti obecně svůj volný čas velmi málo věnují čtení, což také přispívá k menší slovní zásobě, tedy horšímu porozumění textu a schopnosti řešit, ať už jednoduché nebo složité slovní úlohy.

Diplomová práce je rozdělena do dvou komplexních částí, sice teoretické a empirické. V teoretické části jsou rozděleny a popsány slovní úlohy a uveden způsob jejich řešení. V textu jsou také zmíněny problémy řešení slovních úloh, se kterými se žáci mohou setkat. Ke každému tematickému celku jsou na ukázku uvedeny vzorové slovní úlohy doplněné o možné řešení. V teoretické části diplomové práce jsou uvedeny slovní úlohy získané z pracovních sešitů, učebnic či sbírek úloh pro 7. ročník ZŠ nebo obecně 2. stupeň ZŠ. Obdobné slovní úlohy byly

[1] RVP ZV – rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
[2] ŠVP – školní vzdělávací program

poté zadávány žákům, což je dále rozpracováno v empirické části včetně vzorových řešení samotných žáků.

Empirická část je zaměřena na pedagogický výzkum a jeho následné vyhodnocení. Pro účely výzkumu jsou osloveny dvě skupiny žáků 7. ročníku ZŠ. První skupinou jsou žáci, kteří řešili slovní úlohy ihned po probrání daného tematického celku. Druhou skupinou jsou žáci, kterým byly slovní úlohy zadávány po časové odmlce, konkrétně se jednalo o 2-3 týdny.

Slovní úlohy uvedené v diplomové práci jsou částečně inspirovány učebními texty, učebnicemi a pracovními sešity matematiky pro 7. ročník ZŠ či nižší gymnázia, případně webovými stránkami. Veškeré slovní úlohy zadávány žákům v rámci pedagogického výzkumu jsou učebními texty pouze inspirovány – zadané hodnoty a konkrétní situace jsou upraveny. Grafické znázornění, případně zadaní, je ve většině případů vytvářeno pomocí aplikace GeoGebra.

TEORETICKÁ ČÁST

2. Slovní úlohy

Dle RVP ZV se slovní úlohy řadí mezi nestandardní aplikační úlohy a problémy. V této části se od žáků očekává řešení jednoduchých praktických slovních úloh a problémů, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky. Mimo slovní úlohy sem patří číselné a obrázkové řady, magické čtverce či prostorová představivost (MŠMT, 2017).

Dříve než se dostaneme k definici samotné slovní úlohy, mělo by být zmíněno i jejich srovnání s úlohami, které jako slovní označovány nejsou. *„Úlohy, které slovními úlohami nejsou zpravidla procvičují jednotlivé kalkuly a jsou formulovány pomocí pokynů „Řešte“, „Zjednodušte“, „Upravte“. Toto jsou většinou jediná slova v zadání, zbytek tvoří matematické symboly a výrazy, proto takovéto úlohy označujeme jako matematické úlohy“* (Šíma, 2013 str. 13)

Novák (1999) definuje slovní úlohy jako matematické úlohy, které jsou formulované slovy, nikoliv pomocí matematické symboliky. Slovní úlohy spojují školní vyučování matematiky se životem. Kromě matematického obsahu, který koresponduje s probíraným učivem, může jako námět slovních úloh sloužit jakákoliv reálná situace (Novák , a další, 1988). Je jisté, že slovní úlohy jsou konstruovány tak, aby byli žáci schopni si je představit a řešení se pro ně tak zjednodušilo.

Blažková (2011) říká, že slovními úlohami rozumíme úlohy, ve kterých jsou souvislosti mezi zadanými a hledanými údaji vyjádřeny slovní formulací. Vhodnými úvahami zjišťujeme, jaké operace je třeba provést se zadanými údaji, aby bylo možné nalézt údaje hledané. Proces řešení slovních úloh často bývá žáky úkolem neřešitelným.

Během výuky matematiky se můžeme také setkat s úlohami s nadbytečnými nebo chybějícími údaji. Zadání těchto slovních úloh je potřeba velmi pozorně analyzovat, vzhledem k tomu, že není potřeba využít všechny údaje v dané slovní úloze, například: „*Na turistický výlet šlo 6 chlapců a 8 děvčat. Dopoledne ušli 12 km, odpoledne 9 km. Kolik km urazili za celý den?“* (Novák, 1999 str. 51). V této slovní úloze jsou údaje o počtu chlapců a děvčat, které jsou k řešení dané slovní úlohy nepotřebné. Velmi často se však stává, že se žáci snaží do řešení úlohy zapojit všechny údaje, které ze slovní úlohy vyplývají (Novák, 1999).

K odvětví slovních úloh je zpracováno několik různých publikací, které se v některých názorech mohou rozcházet, v jiných však téměř doslova shodovat. Vondrová, a další (2020) ve své publikaci zmiňuje klíčové pojmy důležité při procesu řešení slovní úlohy. Mezi zmíněné pojmy patří pozornost, pracovní paměť či autoregulace. Pozornost je, nebo by alespoň měla být samozřejmostí při práci nejen se slovními úlohami. Vondrová, a další (2020) říká, že pozornost představuje soustředění a zaměření žáka na určitý objekt, což je podmínkou pro to, aby objekt mohl být vnímán a vstoupit tak do vědomí. Dalším důležitým pojmem je pracovní paměť, což je typ krátkodobé paměti. Tento typ paměti je nezbytný pro zpracování úkolů, které mají společnou vlastnost, sice nastolený problém, který je třeba postupně řešit. Problém může nastat v momentě, kdy v pracovní paměti jsou kromě řešeného úkolu přítomny i jiné obsahy. Čím více obsahů v pracovní paměti máme, tím méně máme kapacity pro řešení úkolu (Vondrová, a další, 2020). Třetím důležitým pojmem v této souvislosti je autoregulace, což je schopnost řídit vlastní vůli, činnosti a emoce. Autoregulace je třeba k tomu, aby žák dokázal následovat určitý plán své činnosti, i v momentě, kdy se mu zcela nedaří. Míra regulace samozřejmě závisí na individuálních dispozicích a zkušenostech žáků (Vondrová, a další, 2020).

Úspěšné řešení slovních úloh je podmíněno velkým množstvím matematických a jazykově-čtenářských znalostí a dovedností, provázáním školních a mimoškolních poznatků, pozorností, autoregulací a pracovní pamětí (Vondrová, a další, 2020).

Slovní úlohy bývají charakterizovány třemi základními znaky, sice matematickou strukturou, kontextovou stránkou a způsobem prezentace.

Matematická struktura slovní úlohy je dána probíraným učivem – základní údaje, hledané údaje a vztahy mezi nimi. Stránka kontextu slovní úlohy je její námět a téma. Námětem může být jakákoliv reálná situace. Slovní úloha poté může být různým způsobem prezentována a formátována, tedy může být doplněna grafickým znázorněním apod. (Novák , a další, 1988).

2.1. Typy a rozdělení slovních úloh

Blažková (2007) uvádí obvyklé rozdělení slovních úloh na jednoduché a složené. Jednoduché slovní úlohy se zpravidla vyznačují tím, že jsou zadány dva údaje, ze kterých je nutné vypočítat údaj třetí. Tento údaj pak vede k odpovědi na zadanou otázku. Naopak při řešení složených slovních úloh je potřeba nejprve vytvářet a řešit dílčí jednoduché úlohy, z nichž každá vede k jedné početní operaci. Vytváření dílčích úloh se provádí buďto analytickou nebo syntetickou metodou:

a) **Analytická metoda** – při této metodě vycházíme z otázky slovní úlohy. Zajímá nás „*Co máme vypočítat?*“, „*Co k tomu potřebujeme znát?*“, „*Co známe?*“, „*Co musíme zjistit?*“. Pokud jsou všechny potřebné údaje obsahem slovní úlohy, provedeme matematizaci a slovní úlohu řešíme.

b) **Syntetická metoda** – pokud úlohy řešíme syntetickou metodou, hledáme v textu slovní úlohy údaje, ze kterých tvoříme jednoduché úlohy. Z výsledků těchto jednoduchých úloh a údajů v textu vytváříme další jednoduché úlohy, do té doby, než nezískáme odpověď na otázku zadané slovní úlohy.

Při řešení, zejména složitějších úloh, obvykle využíváme obě metody dohromady, jedná se o **metodu analyticko-syntetickou** (Blažková, 2011). O analytické, případně analyticko-syntetické metodě se zmiňuje ve svých textech i Naďa Vondrová, jejíž literatura je v diplomové práci několikrát citována.

Blažková (2011) také zmiňuje, že toto rozdělení není zcela vypovídající. Ne vždy závisí obtížnost slovní úlohy na počtu početních výkonů. Proto existují různé další možnosti rozdělení slovních úloh. Novák (1999) zmiňuje rozdělení jednoduchých slovních úloh na úlohy na sčítání, odčítání, násobení a dělení. Dále Šíma (2013) uvádí, že slovní úlohy je možné dělit mnoha způsoby, často dle metod řešení, které jsou používány. Slovní úlohy jsou děleny dle typu, tedy dle obsahu a metod řešení. Šíma (2013) ve své publikaci rozlišuje tyto typy slovních úloh: o celku a částech, o číslech, o pohybu, o směsích, o společné práci, o věku a letopočtu, o procentech, slovní úlohy kombinatorické, o finančnictví, o hrách a pravděpodobnosti, o posloupnostech a řadách, slovní úlohy statistické, na logické operace, o geometrických útvarech, slovní úlohy na extrémy a optimalizaci či slovní úlohy s fyzikální tématikou. Prvních šest zmíněných Šíma (2013) označil jako klasické, jsou to ty, se kterými se v praxi na základních školách setkáváme nejčastěji.

2.2. Postup a problémy při řešení slovních úloh

Při řešení slovní úlohy je třeba projít několik fází, abychom došli ke správnému výsledku a následné odpovědi na otázku slovní úlohu. Fáze postupu řešení je možné, dle Blažkové (2011) rozdělit do sedmi bodů, sice: porozumění textu, rozbor – analýza podmínek ve vztahu k otázce úlohy, matematizace reálné situace vyjádřené textem úlohy, provedení odhadu výsledku, řešení matematické úlohy, zkouška správnosti, odpověď na otázku slovní úlohy.

K řešení slovních úloh neodmyslitelně patří i problémy a nástrahy v daných krocích řešení, ať už se jedná o problémy s porozuměním textu, zápisu úlohy či grafickým řešením.

Rendl, a další (2013) věnuje kapitolu svého textu problematickým pasážím matematiky na 2. stupni ZŠ. Zmíněny jsou mimo jiné i slovní úlohy. Učitelé, kteří byli na toto téma dotazování zmiňují jako problémové nedostatky především porozumění textu a utvoření si představy o dané situaci. Další problém, který byl učiteli opakovaně zmiňován je matematizace, což představuje převod textu do matematického jazyka. Tento problém vede k neschopnosti tvorby zápisu slovní úlohy. Minimálně zmiňována je interpretace výsledku v kontextu slovní úlohy či reálného života (Rendl, a další, 2013).

2.2.1. Porozumění textu

Nejdůležitější a zároveň nejvíce problematická fáze řešení slovních úloh je porozumění textu. Žák musí být schopen si slovní úlohu přečíst, porozumět danému textu, zjistit, co je předmětem otázky a které údaje zná. Obtížně na děti působí dlouhé slovní úlohy, problém činí i části slovních úloh, kde jsou číselné údaje zapsány slovně – nevěnují těmto číslům dostatečnou pozornost. Další nástrahou při porozumění slovním úlohám činí nadbytečné údaje – žáci se snaží použít všechny údaje, které si ve slovní úloze přečtou (Blažková, 2011). Pokud se zde nachází nadbytečný údaj, většinou ho do svých úvah a výpočtů zapojí také. Pro správný postup a řešení slovní úlohy je důležitý stručný zápis. Důležitým aspektem je soustředění se na daný text. Ze správného pochopení textu slovní úlohy logicky vyplývá správný zápis a následné řešení.

2.2.2. Rozbor

Abychom došli ke správnému řešení je velmi důležité věnovat pozornost rozboru slovní úlohy. Blažková (2011) říká, že musíme vysledovat, které údaje jsou zadané a které máme vypočítat. Při rozboru úlohy je důležité si klást správné otázky, které nás postupně dovedou k cíli. U některých úloh je vhodné zvolit grafické znázornění slovní úlohy. Pokud nejsou žáci schopni pochopit vztahy mezi zadanými a hledanými údaji, následně z rozboru nevyplyne správná operace, dojde zpravidla k nesprávnému řešení úlohy. Žáci často volí náhodné číselné údaje ze zadání, k nim náhodně volí i matematické operace, dospějí tak k nesrozumitelnému a většinou chybnému výsledku.

2.2.3. Matematizace reálné situace

Po rozboru přichází na řadu matematizace, v této fázi zapíšeme vztahy mezi zadanými a hledanými údaji pomocí matematických vzorců. Je tedy nutné zavést vhodné označení údajů, které jsou pro nás neznámé. Pro matematický zápis je důležité, aby žáci měli zkušenosti s těmito zápisy. U zápisu příkladu, případně rovnice se projeví, jestli žáci správně pochopili danou úlohu a správně použijí matematické operace (Blažková, 2011).

Například: trojnásobek čísla zvětšen o 15, bychom zapsali: 3a + 15 (nebo 3x + 15).

2.2.4. Provedení odhadu výsledku

Důležitou součástí řešení slovních úloh je i odhad výsledků, především u aritmetických úloh. Tzn. určit alespoň přibližně, jaký výsledek bychom měli očekávat. Tyto odhady provádíme pomocí zaokrouhlených čísel. Odhad je prováděn vždy, když jsou k výpočtu užívány kalkulátory (Blažková, 2011).

Žákům může správný odhad výsledku pomoci při konečném řešení úlohy, postupně zjišťují, zda postupují při řešení slovní úlohy správným směrem. A také zda, jejich odhad koresponduje s výsledkem.

Například: odhad výsledku pomocí zaokrouhlování, $3156 - 987 = x$, *zaokrouhlíme na tisíce,* $3000 - 1000 = 2000$, *odhadujeme výsledek přibližně 2000.*

2.2.5. Řešení matematické úlohy

V této fázi se zabýváme již konkrétním početním řešením slovní úlohy, pomocí pamětných nebo písemných algoritmů. Čím vyšší ročník, tím složitější úloha a její řešení. Krokem k úspěšnému řešení je zvládnutí pamětných operací s čísly (přirozenými, racionálními, celými atp.) i písemných algoritmů. Taktéž výše zmíněné provádění odhadu výsledku může přispět ke správnému řešení (Blažková, 2011).

2.2.6. Zkouška správnosti

Důležitým krokem pro důkladné pochopení slovní úlohy je také zkouška správnosti slovní úlohy. Podstatné je i rozlišení zkoušky správnosti prováděných operací a správnosti řešení slovní úlohy. Potom, co získáme konkrétní výsledek je důležité jej i ověřit, tedy provést zkoušku správnosti daného řešení vzhledem k zadání slovní úlohy. Zde je důležité i respektování zásady tzv. „dvou zkoušek při řešení slovní úlohy“, tzn., že zkoušku provádíme jak u řešení matematických úloh, tak i u řešení vlastní slovní úlohy. Výsledek poté porovnáváme se zadáním slovní úlohy a posuzujeme vzhledem k realitě, jež je ve slovní úloze popsána (Blažková, 2011).

Poté, co ověříme správnost našeho řešení formulujeme na základě zadání úlohy její slovní odpověď. Důležité je odpověď na to, co se daná slovní úloha ptá.

3. Učivo matematiky 7. ročníku ZŠ

Učivo odpovídající 7. ročníku ZŠ či nižšího gymnázia je stanoveno v RVP ZV a následně je rozpracováno v konkrétních ŠVP daných škol.

3.1. Rozdělení dle RVP ZV

Matematika, tedy konkrétně Matematika a její aplikace, je pro 2. stupeň rozdělena do několika částí, sice Číslo a proměnná, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a prostoru a Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Konkrétním učivem jsou zejména dělitelnost přirozených čísel, celá čísla, desetinná čísla a zlomky, poměr, procenta, pro vyšší ročníky pak mocniny, odmocniny, výrazy a rovnice. V části geometrické jsou to rovinné útvary, metrické vlastnosti v rovině a prostorové útvary či konstrukční úlohy.

Konkrétní zpracování a rozdělení daných tematických celků je podrobně rozpracováno ve ŠVP daných základních škol. Ve své práci vycházím z ŠVP základní školy, na které vyučuji. Tedy konkrétně jde o ŠVP „JEDNIČKA“.[3]

V 7. ročníku ZŠ jsou probírány zejména následující tematické celky: racionální čísla, celá čísla, poměr, přímá a nepřímá úměrnost, procenta, osová a středová souměrnost, čtyřúhelníky a hranoly.

3.1.1. Racionální čísla

Racionální číslo je takové číslo, které lze vyjádřit pomocí zlomku. Tedy je možné jej zapsat ve tvaru $\frac{a}{b}$, kde a, b jsou celá čísla a $b \neq 0$ (Dívíšek, 1989). Racionální číslo lze tedy zapsat ve tvaru zlomku, mimo jiné i jako desetinné číslo nebo ve tvaru nekonečného periodického rozvoje s vyznačenou periodou.

V 7. ročníku se žáci mohou setkat s racionálními čísly kladnými (na číselné ose vpravo od nuly) a zápornými (na číselné ose vlevo od nuly). Žáci se nově seznamují s pojmem absolutní hodnota. (Eisler, 1999) uvádí, že absolutní hodnotou racionálního čísla je vzdálenost obrazu čísla na číselné ose od nuly. Takže dvě navzájem opačná čísla mají stejnou absolutní hodnotu.

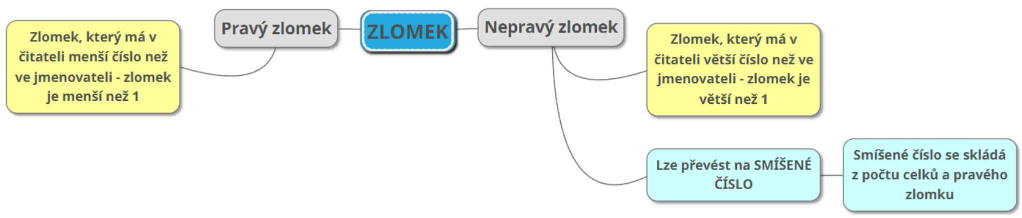
Například: $|2| = 2$ a $|-2| = 2$

Dle ŠVP „JEDNIČKA“ se žáci nejprve seznamují pouze s racionálními čísly kladnými. Aplikují základní matematické operace s racionálními čísly, tedy sčítání, odčítání, násobení

[3] http://www.1zsspk.cz/web/index.php?id=nase-skola

a dělení racionálních čísel. V neposlední řadě je tento matematický celek aplikován a procvičován i pomocí slovních úloh.

Zlomek se skládá z čitatele, jmenovatele a zlomkové čáry. Čitatel leží nad zlomkovou čarou, jmenovatel pod zlomkovou čarou. Zlomková čára nahrazuje operaci dělení. *„Zlomky dělíme na pravé (čitatel je menší než jmenovatel) a nepravé (čitatel je větší než jmenovatel). Nepravé zlomky můžeme zapisovat ve tvaru smíšeného čísla (číslo celé + zlomek)"* (Lukšová , a další, 1999 str. 32). Toto rozdělení zlomků ukazuje i následující obrázek (obr. 1).



Obrázek 1: Pravý a nepravý zlomek

Desetinný zlomek je takový zlomek, který má ve jmenovateli 10, 100, 1000, …Desetinný zlomek je takový zlomek, který můžeme zapsat ve tvaru $\frac{a}{10^n}$, kde *a*, *n* jsou libovolná přirozená čísla. Zlomky v tomto tvaru, lze snadno zapsat ve tvaru desetinného rozvoje (desetinného čísla) (Novák, 1999).

Kladný zlomek – „*zlomek je kladný, má-li čitatel i jmenovatel stejné znaménko*" (Lukšová , a další, 1999 str. 34).

Záporný zlomek – „*zlomek je záporný, má-li čitatel a jmenovatel různé znaménko*" (Lukšová , a další, 1999 str. 34)

Periodická čísla – *„nekonečný počet desetinných míst tvořený opakující se skupinou číslic, které může předcházet skupina číslic, které se neopakují, nazýváme desetinné číslo s periodickým rozvojem nebo krátce periodické číslo"* (Kubínová, 2005 str. 42). Při zapisování takového čísla je nad periodu zapisován pruh.

$$\frac{5}{6} = 0{,}83333333 \;=\; 0{,}8\overline{3}$$

Rozšiřování a krácení zlomků – rozšířit zlomek znamená vynásobit čitatele i jmenovatele stejným číslem, různým od nuly. Krátit zlomek znamená vydělit čitatele i jmenovatele stejným číslem, různým od nuly. Zlomek krátíme, dokud nedostaneme jeho základní tvar, tzn. čitatel a jmenovatel jsou čísla nesoudělná (Lukšová , a další, 1999).

Porovnávání zlomků – větší zlomek je ten, ležící na číselné ose více vpravo. Setkáváme se se zlomky se stejnými jmenovateli, se stejnými čitateli, nebo různými jmenovateli.

a) Se stejnými jmenovateli – větší zlomek je ten, mající většího čitatele.
b) Se stejnými čitateli – větší zlomek je ten, mající menšího jmenovatele.
c) S různými jmenovateli – aby bylo možné zlomky porovnat je nutné je převést pomocí rozšiřování nebo krácení na společného jmenovatele, poté již pokračujeme dle budu a) (Lukšová , a další, 1999).

Sčítání a odčítání zlomků – „*zlomky se stejným jmenovatelem sečteme tak, že sečteme čitatele a jmenovatel se nemění. Součet je vždy vyjádřen zlomkem v základním tvaru. Je-li součtem zlomek nepravý, vyjádříme součet číslem smíšeným. Zlomky s různým jmenovatelem sečteme tak, že je nejdříve převedeme na společného jmenovatele (nejmenší společný násobek) a pak je sečteme jako zlomky se stejným jmenovatelem*“ (Lukšová , a další, 1999 str. 33).

Pokud jsou u jednoho čísla dvě znaménka, nahrazujeme ho jedním, postupujeme dle pravidel v tab. 1.

$+$	$(+)$	$=$	$+$
$-$	$(+)$	$=$	$-$
$+$	$(-)$	$=$	$-$
$-$	$(-)$	$=$	$+$

Tabulka 1:Práce se znaménky – sčítání/odčítání zlomků

Násobení zlomků – zlomky je možné násobit celým číslem, tzn. celým číslem vynásobíme čitatele a jmenovatele opíšeme beze změny. Nebo je zlomek násoben dalším zlomkem, což je provedeno tak, že součin čitatelů lomíme součinem jmenovatelů (Eisler, 1999).

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{a} = \frac{ac}{bd}, \text{kde } b \neq 0, d \neq 0 \text{ (Lukšová , a další, 1999)}$$

Dělení zlomků – zlomek dělíme tak, že první zlomek násobíme převrácenou hodnotou druhého zlomku (Eisler, 1999).

„*Převrácený zlomek (číslo) k číslu a je* $\frac{1}{a}$*, k číslu* $\frac{1}{a}$ *je* a*, k číslu* $\frac{a}{b}$ *je* $\frac{b}{a}$*, kde* $a \neq 0, b \neq 0$.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}, kde\ b\neq 0, c\neq 0, d\neq 0" \text{ (Lukšová , a další, 1999 str. 34)}$$

Znaménka při násobení (dělení) racionálních čísel zapisujeme dle pravidel, viz. tab. 2.

+	·	+	=	+
+	·	−	=	−
−	·	−	=	+
−	·	+	=	−
+	:	+	=	+
+	:	−	=	−
−	:	−	=	+
−	:	+	=	−

Tabulka 2: Práce se znaménky – násobení/dělení zlomků

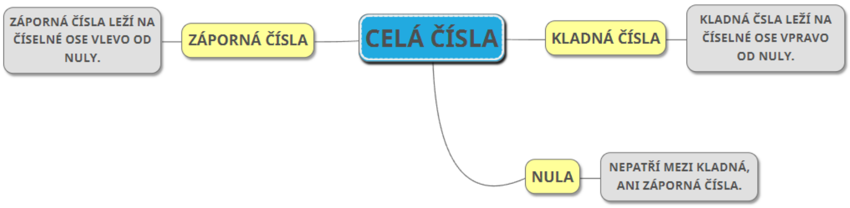
3.1.2. Celá čísla

Celá čísla jsou množinou čísel, která je tvořena čísly přirozenými, čísly k nim opačnými[4] a nulou, rozdělení celých čísel je uvedeno v následujícím obrázku (obr. 2). Množinu celých čísel označujeme symbolem **Z** (Trch, a další, 2005).

$$\mathbb{Z}=\{0,\pm 1,\pm 2,\dots\}$$

Žáci z předchozích ročníku dobře znají čísla přirozená a operace s nimi. V 7. ročníku ZŠ přibývají čísla celá, teda přirozená čísla jsou rozšířena o nulu a čísla záporná. Zprvu se žáci s celými čísly seznamují pomocí číselné osy, hodnot na teploměru apod. Nejprve se pracuje s čísly s malou absolutní hodnotou, když dojde k automatizaci daných operací přejde se na práci s čísly většími, tedy čísly s větší absolutní hodnotou.

[4] Opačné číslo je takové číslo, které má s daným číslem stejnou absolutní hodnotu, ale opačné znaménko (např. - 2, +2)



Obrázek 2: Celá čísla – rozdělení

Absolutní hodnota – *„vzdálenost obrazu čísla na číselné ose od nuly se nazývá absolutní hodnota čísla, značí se |a|. Protože se jedná o vzdálenost, je absolutní hodnota vždy číslo kladné nebo nula“* (Lukšová , a další, 1999 str. 29).

$|a| = |-a| = a$

Porovnávání celých čísel – *„každé kladné celé číslo je větší než nula. Každé záporné celé číslo je menší než nula. Ze dvou kladných celých čísel je větší to, jehož obraz leží na číselné ose více vpravo. Ze dvou záporných celých čísel je menším to, jehož obraz leží na číselné ose více vlevo. Každé kladné celé číslo je větší než záporné“* (Lukšová , a další, 1999 str. 29).

Sčítání a odčítání celých čísel – Čísla, mající stejná znaménka sčítáme jako čísla přirozená. Znaménko součtu je shodné se znaménkem sčítanců. Čísla, mající různá znaménka sečteme tak, že znaménko součtu se rovná znaménku čísla s větší absolutní hodnotou a hodnota součtu je rovna rozdílu obou čísel. V případě, že sčítáme více kladných a záporných sčítanců, užijeme záměny sčítanců tak, že nejdříve sečteme zvlášť kladné a záporné sčítance, poté sečteme tyto dva součty. Odečíst celé číslo pak znamená přičíst číslo k němu opačné (Lukšová , a další, 1999). V práci se znaménky je možné vycházet z tab. 1.

Násobení a dělení celých čísel – součin dvou kladných čísel je kladné číslo. Součin dvou záporných čísel je kladné číslo. Součin kladného a záporného čísla je záporné číslo. Součin sudého počtu záporných činitelů je číslo kladné, součin lichého počtu činitelů je číslo záporné (Lukšová , a další, 1999). Stejný princip platí i u dělení celých čísel, tedy podíl dvou kladných čísel je číslo kladné. Podíl dvou záporných čísel je číslo kladné. Podíl kladného a záporného čísla je číslo záporné (Lukšová , a další, 1999). Tato pravidla jsou totožná jako u násobení a dělení čísel racionálních, tedy je možné vycházet z tab. 2.

3.1.3. Poměr, přímá a nepřímá úměrnost, trojčlenka

Poměr – *„k vyjádření vztahu mezi dvěma veličinami se užívá poměr. Poměr čísel a, b $(a \neq 0, b \neq 0)$ $a : b$ čteme a ku b, je podíl a : b zlomek $\frac{a}{b}$. Poměrem můžeme vyjádřit například počet dívek k počtu chlapců ve třídě. Je-li ve třídě dvakrát více chlapců než dívek, říkáme, že počet chlapců k počtu dívek ve třídě je 2 : 1. Ale počet dívek k počtu chlapců je 1 : 2. Poměr 2 :1 a 1 : 2 jsou* ***převrácené poměry“*** (Lukšová , a další, 1999 str. 43).

Změna čísla v daném poměru – číslo v daném poměru změníme tak, že jej poměrem vynásobíme (Lukšová , a další, 1999).

Například: číslo 10 změň v poměru 1:2 řešíme tak, že číslo 10 vynásobíme zlomkem $\frac{1}{2}$

Postupný poměr – slovním spojením postupný poměr značíme poměr, který má více členů (Lukšová , a další, 1999).

Například: 1:2:3

Měřítko mapy – poměr, ve kterém je mapa, případně plán zmenšena (zvětšena) se nazývá měřítko. Měřítko je vždy uváděno ve tvaru 1 : *x*. U mapy (například ve školním atlase) je vždy měřítko uvedeno. Měřítko mapy 1 : 100 000 značí, že 1 cm na mapě je 100 000 cm ve skutečnosti, což odpovídá 1 km (Eisler, 1999).

Při práci s měřítkem plánu či mapy se setkáváme s pojmy: skutečná vzdálenost, vzdálenost na mapě a měřítko mapy. Ve slovních úlohách na toto téma bývají zadávány dvě hodnoty, třetí je třeba dopočítat. Z toho vyplývá, že existují tři typy úloh – výpočet skutečné vzdálenosti, výpočet vzdálenosti na mapě (plánu), výpočet měřítka mapy (plánu).

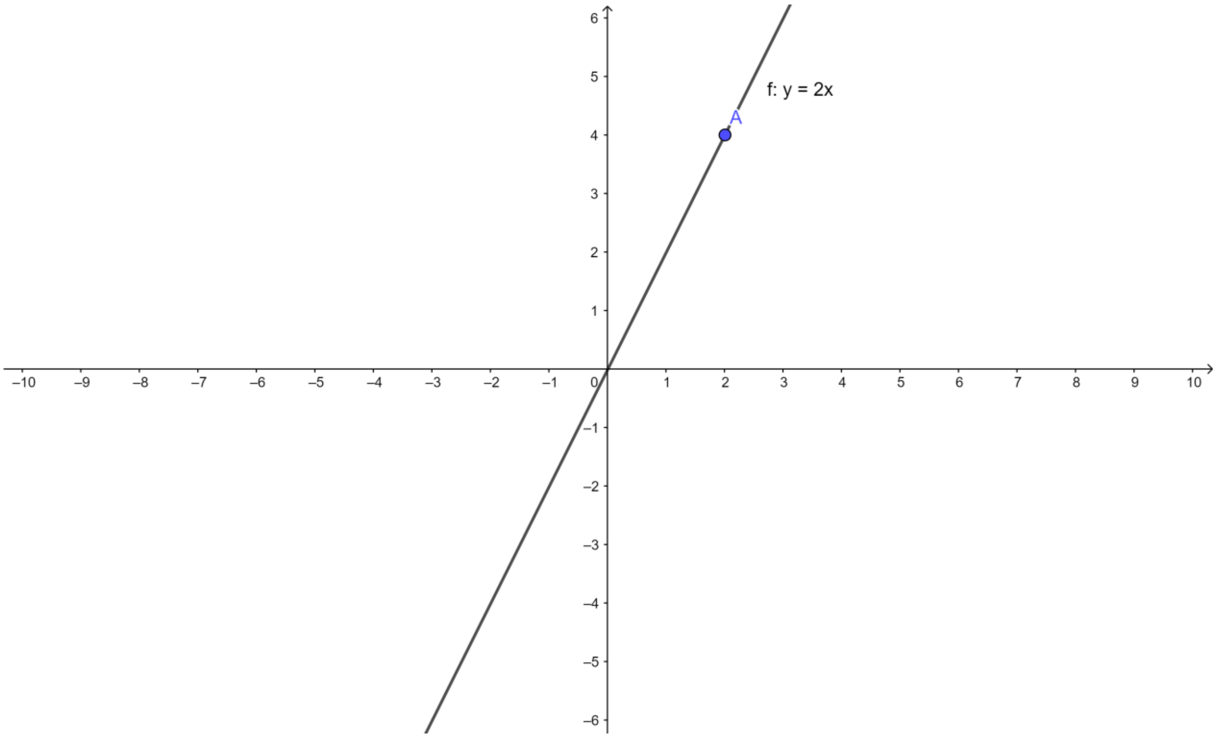
Přímá úměrnost – *„přímá úměrnost je vztah, který lze vyjádřit větou: „jestliže zvětšíme jednu veličinu, zvětší se úměrně i druhá, na ní závislá veličina“* (Novák , a další, 1988 str. 34). Funkci *f*, která má rovnici $y = k \cdot x$, nazýváme přímá úměrnost. Konstantě *k* říkáme konstanta přímé úměrnosti a předpokládáme, že $k \neq 0$. O veličinách *x* a *y*, které splňují rovnici $y = k \cdot x$ říkáme, že jsou přímo úměrné (Kubínová, 2005 str. 116).

Grafem přímé úměrnost, s rovnicí $y = k \cdot x, kde\ k \neq 0$, je **přímka nebo její část**. *„Přímka, na níž leží graf přímé úměrnosti, prochází vždy počátkem soustavy souřadnic. Známe-li rovnici přímé úměrnosti, stačí k narýsování jejího grafu znát jednu odpovídající si dvojici nenulových hodnot nezávislé a závislé proměnné“* (Kubínová, 2005 str. 120).

Příklad: narýsujte graf přímé úměrnosti, která má rovnici $\boldsymbol{y = 2x}$. Z předchozí teorie víme, že graf přímé úměrnosti prochází vždy počátkem soustavy souřadnic [0;0]. Pro sestavení grafu stačí znát pouze další jeden bod [2;4] (zjistíme dosazením do rovnice přímé úměrnosti). V tab. 3 jsou uvedeny výchozí hodnoty pro sestrojení grafu přímé úměrnosti. Graf 1 ukazuje graf přímé úměrnosti pro rovnici *y* = 2*x*.

x	0	2
y	0	4

Tabulka 3: hodnoty přímé úměrnosti s rovnicí y = 2x



Graf 1: Graf přímé úměrnosti

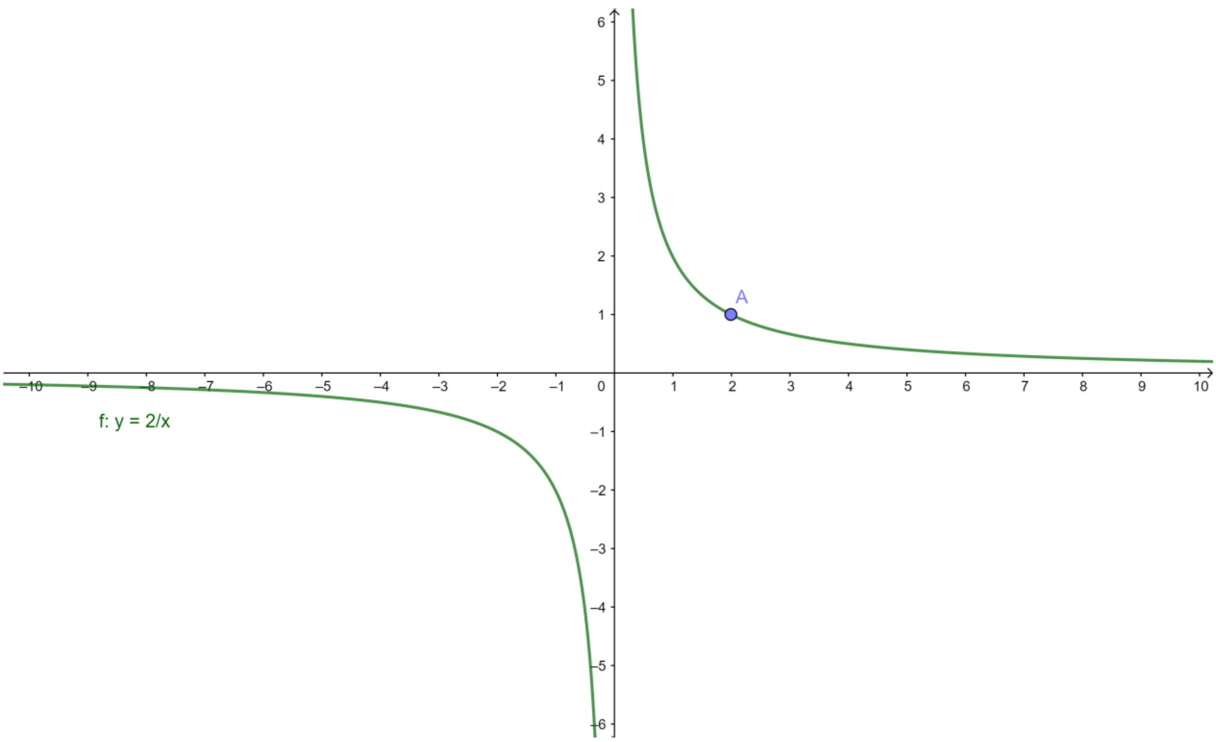
Nepřímá úměrnost *„je závislost, která je možná vyjádřit vztahem: „kolikrát více – tolikrát méně“* (Novák , a další, 1988 str. 35). *„Každou závislost popsanou rovnicí* $y = \frac{k}{x}, kde\ k \neq 0$, *nazýváme nepřímou úměrností, konstantu k nazýváme konstantou nepřímé úměrnosti“* (Kubínová, 2005 str. 144).

Grafem nepřímé úměrnosti s rovnicí $y = \frac{k}{x}$, je křivka nebo její část, kterou nazýváme **hyperbola**. *„Hyperbola není částí žádné přímky. Pokud známe rovnici nepřímé úměrnosti, nestačí k narýsování jejího grafu znát dvě odpovídající si dvojice hodnot nezávislé a závislé proměnné“* (Kubínová, 2005 str. 148). *„Graf nepřímé úměrnosti nikdy neprochází počátkem“* (Eisler, 1999 str. 29).

Příklad: narýsujte graf nepřímé úměrnosti, která má rovnici $\boldsymbol{y = \frac{2}{x}}$**.** Graf nepřímé úměrnosti nikdy neprochází počátkem soustavy souřadnic. K sestrojení grafu nestačí pouze dvě odpovídající si dvojice hodnot nezávislé a závislé proměnné. V tab. 4 jsou uvedeny výchozí hodnoty pro sestrojení grafu nepřímé úměrnosti. Graf 2 ukazuje graf nepřímé úměrnosti s rovnicí $y = \frac{2}{x}$.

x	1	0,5	0,4	0,2	-0,2	-0,4	-0,5	-1
y	2	4	5	10	-10	-5	-4	-2

Tabulka 4: hodnoty nepřímé úměrnosti s rovnicí y = 2/x



Graf 2: Graf nepřímé úměrnosti

Trojčlenka – je matematický postup využívající se nejčastěji při řešení úloh o přímé či nepřímé úměrnosti. *„Přímou i nepřímou úměrnost můžeme počítat trojčlenkou. Ze tří daných údajů se počítá údaj čtvrtý – údaj neznámý“* (Lukšová , a další, 1999 str. 46). Základem trojčlenky je správný zápis údajů, ty zmiňují se o stejné věci (váha, míra, cena…) zapisujeme pod sebe. Pomocí šipek určujeme, zda se jedná o úměrnost přímou (šipky zapisujeme stejným směrem) nebo o úměrnost nepřímou (šipky zapisujeme opačným směrem).

3.1.4. Procenta

V případě, že celek rozdělíme na sto dílů, pak se jeden díl (setina celku) nazývá procento. Značeno jako 1 %. Při počítání s procenty se setkáváme se třemi základními pojmy, sice **základ (z), počet procent (p) a procentová část (č)** (Lukšová , a další, 1999).

„*Každý celek má vždy 100 %*“ (Kubínová, 2005 str. 66).

V případě, že je procentová část větší než základ, je počet procent větší než 100.

a) Výpočet procentové části

Procentovou část (č) je možné řešit přes 1 %. Vypočteme tak, že 1 % vynásobíme počtem %. Jedno procento získáme tak, že základ vydělíme stem (Eisler, 1999).

Další možností výpočtu je použití vzorce: $\check{c} = \frac{\boldsymbol{z \cdot p}}{\mathbf{100}}$ (Lukšová , a další, 1999).

Hodnotu procentové části jsme také schopni vypočíst pomocí trojčlenky. Trojčlenku můžeme použít, pokud známe tři členy a chceme vypočítat čtvrtý. Slovní úlohy na přímou nebo nepřímou úměrnost můžeme řešit i pomocí trojčlenky. Šipky při zápisu slouží k sestavení úměry. Stejným směrem jsou šipky kresleny, pokud se jedná o přímou úměrnost, nepřímá úměrnost má vedeny šipky opačným směrem (Eisler, 1999).

b) Výpočet základu

„*Základ (z) vypočítáme tak, že procentovou část dělíme počtem procent a výsledek vynásobíme stem*“ (Eisler, 1999 str. 23).

Dále je možné řešit pomocí vzorce: $\boldsymbol{z} = \check{c} : \boldsymbol{p} \cdot \mathbf{100}$ (Eisler, 1999).

Základ jsme opět schopni vyřešit i pomocí trojčlenky.

c) Výpočet počtu procent

Počet procent (p) vypočítáme tak, že procentovou část dělíme jedním %. I v tomto případě je možné k výpočtu použít vzorec: $\boldsymbol{p} = \frac{\check{c}}{\check{z}} \cdot \mathbf{100}$ (Eisler, 1999).

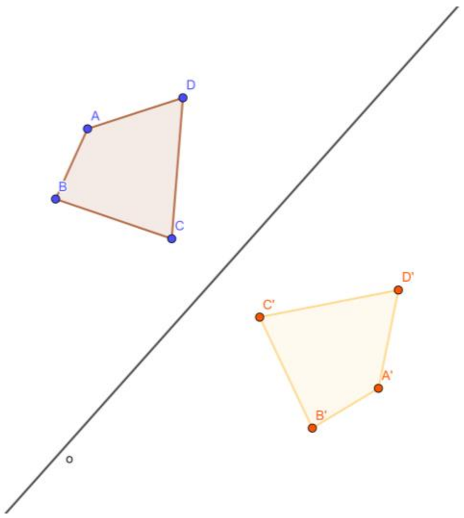
„*Je-li počet procent menší než 100, je procentová část menší než základ. Je-li počet procent větší než 100, je procentová část větší než základ*“ (Lukšová , a další, 1999 str. 41).

3.1.5. Osová a středová souměrnost

a) Osová souměrnost

„Osová souměrnost je určena osou souměrnosti. Každý bod osy souměrnosti je samodružný bod (samodružný bod je bod, který se zobrazí sám v sebe). Osa je samodružná a obvykle je značena o. Osovou souměrnost zapisujeme: $\boldsymbol{O}(\boldsymbol{o})\colon \boldsymbol{A} \to \boldsymbol{A'}$*, čteme obrazem bodu A v osové souměrnosti je bod A'“* (Lukšová , a další, 1999 str. 140).

V případě konstrukce obrazu bodu v dané osové souměrnosti – bodem *A* narýsujeme kolmici $\leftrightarrow AX$ k ose souměrnosti. Kružítkem je poté přenesena vzdálenost bodu *A* od osy *o* na opačnou polopřímku k polopřímce $\mapsto XA$ (Lukšová , a další, 1999).

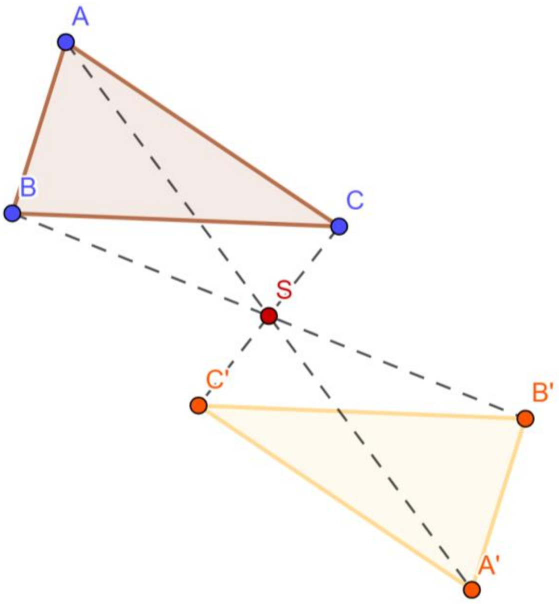


Obrázek 3: Osová souměrnost – čtyřúhelník

b) Středová souměrnost

„Středová souměrnost je určena středem souměrnosti. Střed souměrnosti je samodružný bod, to je bod, který se zobrazuje sám v sebe. Obvykle je značen S. Středová souměrnost je zapisována: $S(S)\colon \triangle ABC \to \triangle A'B'C'$*, čteme obrazem bodu A ve středové souměrnosti je bod A'“* (Lukšová , a další, 1999 str. 140).

V případě konstrukce obrazu bodu v dané středové souměrnosti sestrojíme polopřímku $\mapsto AS$. Kružítkem je poté přenesena vzdálenost bodu *A* od středu *S* na polopřímku opačnou k polopřímce $\mapsto SA$. Obrazem je bod *A'* a platí, že $|AS| = |SA'|$ (Lukšová , a další, 1999).

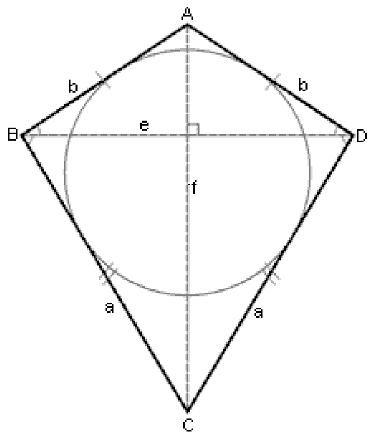


Obrázek 4: Středová souměrnost – trojúhelník

3.1.6. Čtyřúhelníky

„Čtyřúhelníky mají čtyři strany a čtyři vnitřní úhly, tyto se popisují proti směru hodinových ručiček. Součet vnitřních úhlů čtyřúhelníku je 360°. Úhlopříčka poté dělí čtyřúhelník na dva trojúhelníky“ (Lukšová , a další, 1999 str. 131).

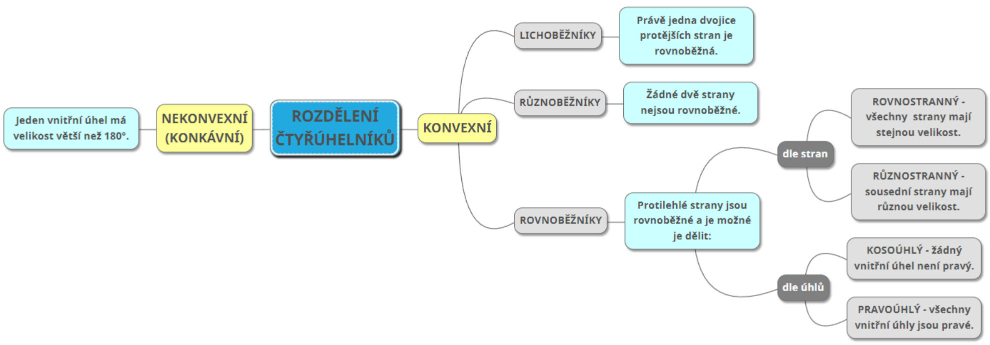
„*Konvexní čtyřúhelníky dělíme na různoběžníky (žádné dvě strany nejsou rovnoběžné), lichoběžníky (dvě strany jsou rovnoběžné, zbylé dvě různoběžné) s rovnoběžníky (mají dvě* dvojice *rovnoběžných stran). Speciálním případem různoběžníku je deltoid* (obr. 5) – *dvě dvojice sousedních stran jsou shodné, úhlopříčky kolmé“* (Voráčová, 2022 str. 16)



Obrázek 5: Deltoid

„Rovnoběžníky jsou čtyřúhelníky, které mají každé dvě protější strany rovnoběžné. Protější strany rovnoběžníku jsou shodné. Protilehlé úhly jsou shodné. Součet vnitřních úhlů přilehlých k téže straně je úhel přímý. Úhlopříčky rovnoběžníku se navzájem půlí. Vzdálenosti rovnoběžných stran jsou výšky rovnoběžníku“ (Lukšová , a další, 1999 str. 134). *„Rovnoběžníky lze dále dělit podle úhlů (pravoúhlé – obdélník, čtverec, kosoúhlé – kosodélník a kosočtverec) a podle délek stran (rovnostranné – čtverec a kosočtverec, různostranné – obdélník a kosodélník). Společné vlastnosti všech rovnoběžníků: protější strany jsou shodné, úhlopříčky se navzájem půlí“* (Voráčová, 2022 str. 16).

Rozdělení čtyřúhelníků uvádí obr. 6. Vlastnosti rovnoběžníků jsou uvedeny v tab. 5 a obvody a obsahu rovnoběžníků a lichoběžníku jsou uvedeny v tab. 6.



Obrázek 6: Čtyřúhelníky – rozdělení

ROVNOBĚŽNÍKY			
ČTVEREC	**OBDÉLNÍK**	**KOSOČTVEREC**	**KOSODÉLNÍK**
Všechny strany jsou stejně dlouhé.	Sousední strany mají různé délky.	Všechny strany jsou stejně dlouhé.	Sousední strany mají různé délky.
Všechny vnitřní úhly jsou pravé.		Žádný vnitřní úhel není pravý.	
Úhlopříčky se navzájem půlí.			
Úhlopříčky mají stejnou délku.		Úhlopříčky mají různé délky.	
Úhlopříčky jsou k sobě kolmé.	Úhlopříčky k sobě nejsou kolmé.	Úhlopříčky jsou k sobě kolmé.	Úhlopříčky k sobě nejsou kolmé.

Úhlopříčka půlí vnitřní úhly.	Úhlopříčka nepůlí vnitřní úhly.	Úhlopříčka půlí vnitřní úhly.	Úhlopříčka nepůlí vnitřní úhly.

Tabulka 5: Rovnoběžníky – rozdělení

Vzorce pro výpočet obvodu a obsahu					
	Čtverec	**Obdélník**	**Kosočtverec**	**Kosodélník**	**Lichoběžník**
Obvod	$o = 4a$	$o = 2(a + b)$	$o = 4a$	$o = 2(a + b)$	$o = a + b + c + d$
Obsah	$S = a \cdot a$	$S = a \cdot b$	$S = a \cdot v = \frac{u_1 \cdot u_2}{2}$	$S = a \cdot v_a$	$S = \frac{(a + c) \cdot v}{2}$

Tabulka 6: Vzorce pro výpočet obvodu a obsahu

3.1.7. Hranoly

„Hranoly jsou tělesa, která mají dvě shodné podstavy tvaru n-úhelníku. Podle počtu vrcholů n-úhelníku je odvozen název hranolu. Je-li podstavou trojúhelník, je hranol trojboký, je-li podstavou čtyřúhelník, je hranol čtyřboký atd. Je-li podstavou pravidelný n-úhelník, pak je hranol pravidelný. Jsou-li podstavy kolmé k bočním hranám jedná se o hranoly kolmé. Svírají-li podstavy s bočními hranami úhel kosý, pak jsou hranoly kosé“ (Lukšová , a další, 1999 str. 159). Rozdělení hranolů uvádí obr. 9.

„Speciální skupinou hranolů tvoří rovnoběžnostěny. Povrch rovnoběžnostěnu je tvořen třemi dvojicemi shodných čtyřúhelníků ležících v rovnoběžných rovinách (rovnoběžnostěn má tedy šest stěn). Speciálně tak získáme krychli (všechny stěny jsou tvořeny čtverci), kvádr (všechny stěny jsou obdélníky)“ (Voráčová, 2022 str. 24).

Nejběžnějšími typy hranolů, o kterých se bavíme v 7. ročníku ZŠ jsou kvádr a krychle. Kvádr je těleso ohraničené šesti obdélníky, z nichž každé dva jsou rovnoběžné a shodné. Z každého vrcholu kvádru vycházejí tři hrany *a, b, c*, což jsou rozměry kvádru (délka, šířka a výška). Krychle je ohraničena šesti shodnými čtverci (Lukšová , a další, 1999).

a) Krychle

Krychle je typickým příkladem tělesa, u kterého počítáme objem a povrch. Jedná se o pravidelný čtyřboký hranol. Konkrétně jde o hranol kolmý. Již výše je zmíněno, že krychle je jeden z rovnoběžnostěnů – má šest stěn, které jsou všechny totožné a jedná se o totožné čtverce (Voráčová, 2022).

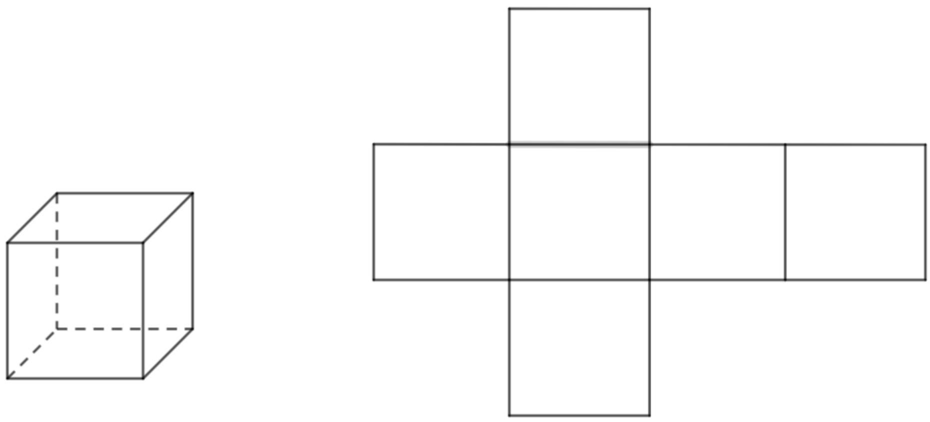
Krychle je tvořena 6 stěnami, 8 vrcholy a 12 hranami.

<u>Povrch krychle:</u>

$$\boldsymbol{S = 6 \cdot a \cdot a}$$

<u>Objem krychle:</u>

$$\boldsymbol{V = a \cdot a \cdot a}$$



Obrázek 7: Krychle a její síť

b) Kvádr

Kvádr je tělesem, které je ohraničeno šesti obdélníky, z nichž každé dva jsou rovnoběžné a shodné. Z každého z vrcholů kvádru vychází tři hrany, většinou označovány a, b, c – tyto označují rozměry kvádru (délku, šířku, výšku). (Lukšová , a další, 1999)

Kvádr, stejně jako krychle, má 6 stěn, 8 vrcholů a 12 hran.

Hranoly, konkrétně jejich vrcholy, značíme velkými tiskacími písmeny. Příkladem může být kvádr *KLMNOPQR*. V tomto případě obdélníkům *KLMN* a *OPQR* říkáme podstavy kvádru. Obdélníky *KLPO, LMPQ, MQRN* a *KNRO* nazýváme boční stěny. Hrany *KO, LP, MQ* a *NR* označujeme jako boční. Tyto boční hrany mají stejnou délku a představují výšku kvádru. Výška kvádru zároveň představuje i vzdálenost obou podstav. Hranám v podstavách říkáme podstavné. Délky tří hran kvádru, které mají krajní body v témže vrcholu, se nazývají rozměry kvádru. V praxi těmto rozměrům říkáme délka, šířka a výška (hloubka) (Půlpán, 2010).

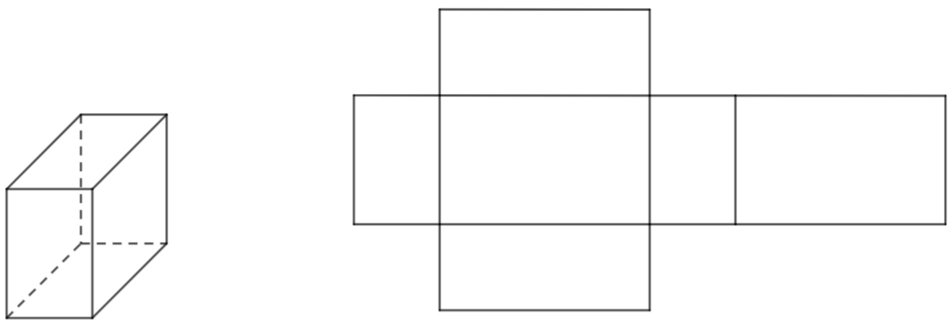
Totéž názvosloví platí i pro krychli. Rozdílem je, že krychle je složena z totožných čtverců, nikoliv z obdélníků.

Povrch kvádru:

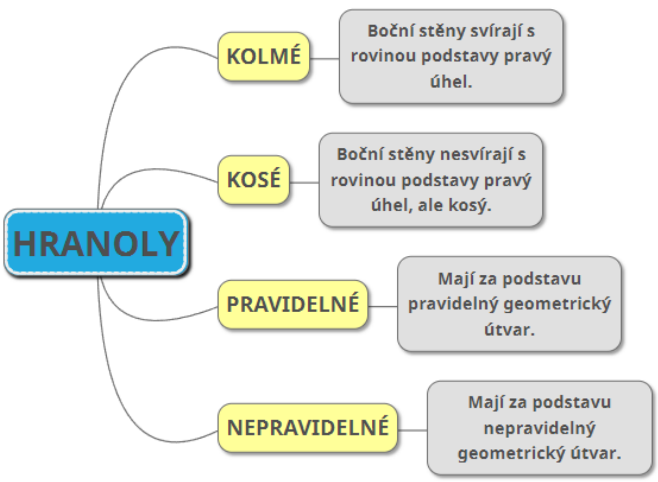
$$\boldsymbol{S = 2 \cdot (ab + bc + ca)}$$

Objem kvádru:

$$\boldsymbol{V = a \cdot b \cdot c}$$



Obrázek 8: Kvádr a jeho síť



Obrázek 9: Hranoly – rozdělení

Síť hranolu se sestrojuje tak, že se všechny stěny hranolu zakreslí do jedné roviny.

Povrch hranolu – „*povrch hranolu vypočítáme sečteme-li obsahy obou podstav a obsahy všech bočních stěn*“ (Eisler, 1999 str. 72). Následující vzorec je obecným vzorcem pro výpočet povrchu hranolu: $\boldsymbol{S = 2 \cdot S_p + S_{pl}}$, kde S_p je obsah podstavy a S_{pl} je obsah pláště (Eisler, 1999).

Objem hranolu – součin obsahu podstavy a výšky hranolu. Následující vzorec je obecným vzorcem pro výpočet objemu hranolu: $\boldsymbol{V = S_p \cdot v}$, kde S_p je obsah podstavy a v je výškou hranolu (Eisler, 1999).

3.2. Vzorové slovní úlohy

Následující část uvádí vzorové slovní úlohy zaměřující se na probrané matematické celky v 7. ročníku ZŠ. Tyto slovní úlohy jsou žákům běžně zadávány během školního roku. Vzorové slovní úlohy jsou vybrány z učebnic, cvičebnic či pracovních sešitů, které jsou určeny pro žáky 7. ročníků ZŠ, případně nižších gymnázií.

V následující podkapitole jsou tedy uvedeny vzorové slovní úlohy včetně možných řešení. U slovních úloh je vždy uvedeno možné správné řešení takové, ke kterému byli žáci během výuky vedeni.

3.2.1. Slovní úlohy – Racionální čísla

Příklad 1: Kolik hodin a minut chybí do konce osmihodinové pracovní směny, pokud od jejího začátku uplynuly $\frac{3}{10}$ (Kočí, 2014).

Řešení:

$\frac{10}{10}$ směny	8 hodin
$\frac{7}{10}$ (chybí odpracovat)	x hodin

$$x = \frac{7}{10}\ z\ 8$$

$$x = \frac{7}{10} \cdot \frac{8}{1}$$

$$x = \frac{7}{5} \cdot \frac{4}{1}$$

$$x = \frac{28}{5}$$

$$x = 5\ \frac{3}{5}$$

$$x = 5 \text{ hodin } 36 \text{ minut}$$

Do konce směny zbývá 5 hodin a 36 minut.

Příklad 2: Poté, co Jana přečetla $\frac{3}{7}$ všech stránek dobrodružné knihy, zbylo jí přečíst ještě 96 stran této knihy. Kolik stran měla tato kniha? (Trejbal , a další, 2004)

<u>Řešení:</u>

Jana přečetla	$\frac{3}{7}$ knihy
Zbylo přečíst	96 stran
Celá kniha	*x* stran

$$\frac{4}{7} = 96 \text{ stran}$$

$$\frac{1}{7} = 96 : 4$$

$$\frac{1}{7} = 24 \text{ stran}$$

$$x = 24 \cdot 7$$

$$x = 168$$

Kniha, kterou Jana četla měla 168 stran.

Příklad 3:

Podnikatel si rozložil splátku svého nového stroje na tři roky. V prvním roce splatil $\frac{1}{5}$ ceny, ve druhém roce $\frac{1}{2}$ ceny a v posledním roce zaplatil zbylých 12 000 Kč. Kolik korun stál nový stroj? (Kočí, 2014)

<u>Řešení:</u>

1. rok	$\frac{1}{5}$ ceny

2. rok	$\frac{1}{2}$ ceny
zbytek	12 000 Kč
nový stroj	*x* (Kč)

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2+5}{10} = \frac{7}{10}$$

V prvním a druhém roce zaplatil $\frac{7}{10}$ ceny stroje. Ve třetím roce zbylo zaplatit $\frac{3}{10}$ ceny stroje.

$$\frac{3}{10} = 12\,000 \text{ Kč}$$

$$\frac{1}{10} = 12\,000 : 3 = 4\,000 \text{ Kč}$$

$$\frac{10}{10} = 4\,000 \cdot 10 = 40\,000 \text{ Kč}$$

Nový stroj stál 40 000 Kč.

3.2.2. Slovní úlohy – Celá čísla

Příklad 1: Chlapci ve třídě měří v průměru 142 cm. V tabulce jsou uvedeny výšky chlapců v centimetrech. Doplň u každého chlapce do tabulky kladným nebo záporným číslem odchylku od průměrné výšky (Mierva, a další, 2020).

<u>Řešení:</u>

Řešení je provedeno níže, viz. tab. 7.

Jméno	Tomáš	Honza	Dominik	Jiří	David	Petr	Martin	Jonáš
Výška	151	137	142	139	131	141	150	145
Odchylka	**9**	**-5**	**0**	**-3**	**-11**	**-1**	**8**	**3**

Tabulka 7: Řešení slovní úlohy – celá čísla

Příklad 2: Stanice metra Holešovice má koleje 8 metrů hluboko pod povrchem, stanice Vltavská o 14 metrů hlouběji. V jaké hloubce pod povrchem má koleje stanice Vltavská? (Kočí, 2014)

Řešení:

Holešovice	-8 metrů
Vltavská	o 14 metrů hlouběji
Hloubka Vltavské	*x* (metrů)

$$x = -8 - 14$$

$$x = -22$$

Stanice Vltavská má koleje 22 metrů pod povrchem.

3.2.3. Slovní úlohy – Poměr, přímá a nepřímá úměrnost

Příklad 1: Ve sportovní třídě jsou dívky a chlapci v poměru 2:3. Dohromady je ve třídě 30 žáků. Kolik je dívek a kolik chlapců? (Kočí, 2014)

Řešení:

Dívky : chlapci	2 : 3
Celkem	30
Dívek	*x*
Chlapců	*y*

$$\text{Poměr } 2 : 3 = 5 \text{ částí}$$

$$30 : 5 = 6 \ldots 1 \text{ část odpovídá 6 žákům}$$

$$x = 6 \cdot 2$$
$$x = 12$$

$$y = 6 \cdot 3$$
$$y = 18$$

$$\text{Zkouška: } 12 + 18 = 30$$

Ve sportovní třídě je 12 dívek a 18 chlapců.

Příklad 2: V jedné lavici sedí 2 žáci, kolik žáků sedí ve 2, 3, 4, … lavicích? (Novák , a další, 1988)

Nezávislou proměnnou v této úloze je počet lavic, závislou veličinou je počet žáků. Čím více lavic, tím větší počet žáků.

Řešení:

k	2
x	počet lavic (1, 2, 3, …)
y	?

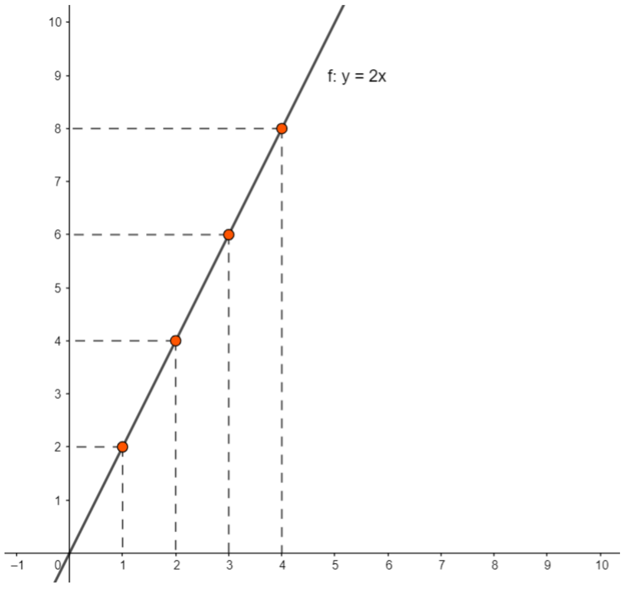
Přímou úměrnost lze vyjádřit pomocí rovnice, tabulky a grafu.

$$y = k \cdot x$$

$$y = 2 \cdot x$$

x	0	1	2	3	4
2x	0	2	4	6	8

Tabulka 8: Slovní úloha – přímá úměrnost



Graf 3: Graf přímé úměrnosti f: y = 2x

Ve dvou lavicích budou sedět 4 žáci, ve třech lavicích bude sedět 6 žáků a ve čtyřech lavicích bude sedět 8 žáků.

Příklad 3: Jednomu traktoristovi trvá zorá pole za 12 hodin. Sestavte tabulku a graf nepřímé úměrnosti vyjadřující závislost doby potřebné k zorání pole na počtu traktorů. Za jak dlouho zorá pole 6 traktorů? (Kočí, 2014)

<u>Řešení:</u>

k	12
x	počet hodin (12, 6, 4, …)
y	počet traktorů (?)

Nepřímou úměrnost lze vyjádřit pomocí rovnice, tabulky a grafu.

$$k = x \cdot y$$

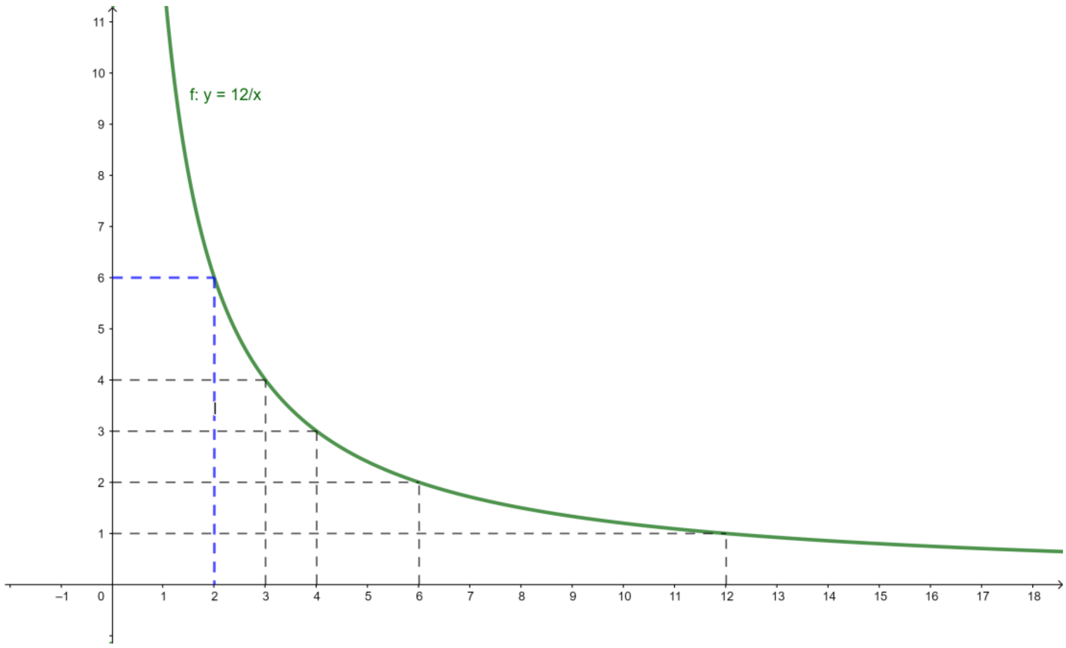
$$k = 1 \cdot 12$$

$$k = 12$$

$$\boldsymbol{y = \frac{12}{x}}$$

x – počet hodin	12	6	4	3	**2**
y – počet traktorů	1	2	3	4	**6**

Tabulka 9: Slovní úloha – nepřímá úměrnost



Graf 4: Graf nepřímé úměrnosti f: y = 12/x

V případě, že pole bude orat 6 traktorů, bude zoráno za 2 hodiny.

3.2.4. Slovní úlohy – Procenta

Příklad 1: Ve třídě je 30 žáků, z toho 20 % žáků do školy dojíždí. Kolik žáků ze třídy je dojíždějících? (Rosecká, 2003)

Řešení:

Celkem (základ)	30 žáků
Dojíždí (počet procent)	20 %
Dojíždějící žáci (procentová část)	*x (č)*

$$č = z : 100 \cdot p$$

$$č = 30 : 100 \cdot 20$$

$$č = 0{,}3 \cdot 20$$

$$č = 6$$

Ve třídě je 6 dojíždějících žáků.

Příklad 2: Zimní boty byly na začátku jara zlevněny z 1 200 Kč na 900 Kč. Kolika procentům odpovídá sleva? (Rosecká, 2003)

Řešení:

Původní cena (základ)	1 200 Kč
Zlevnění (procentová část)	o 300 Kč
Sleva (počet procent)	x (p)

$$p = č : z \cdot 100$$

$$p = 300 : 1200 \cdot 100$$

$$p = 0{,}25 \cdot 100$$

$$p = 25\ \%$$

Sleva na zimní boty činila 25 %.

Příklad 3: Potom, co byla letenka zlevněna o 18 % stála 6 150 Kč. Kolik korun stála letenka před zlevněním? (Rosecká, 2003)

Řešení:

Sleva (počet procent)	o 18 % (82 %)
Cena po slevě (procentová část)	6 150 Kč
Původní cena (základ)	x (z)

$$z = č : p \cdot 100$$

$$z = 6150 : 82 \cdot 100$$

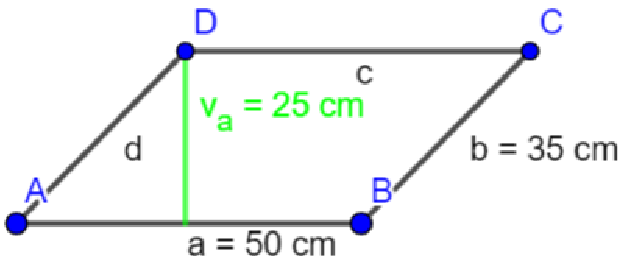
$$z = 72 \cdot 100$$

$$z = 7\,200\ \text{Kč}$$

Letenka před slevou stála 7 200 Kč.

3.2.5. Slovní úlohy – Čtyřúhelníky

Příklad 1: Zrcadlo má tvar rovnoběžníku s délkami stran 50 cm a 35 cm. Výška příslušící k delší straně má délku 25 cm. Vypočítejte obsah a obvod zrcadla (Kočí, 2014).



Obrázek 10: Náčrt a popis zrcadla

Řešení:

a = 50 cm

b = 35 cm

v_a = 25 cm

o = ? (cm)

S = ? (cm^2)

$$o = 2(a + b) \qquad S = a \cdot v_a$$

$$o = 2(50 + 35) \qquad S = 50 \cdot 25$$

$$o = 170 \text{ cm} \qquad S = 1\,250 \text{ cm}^2$$

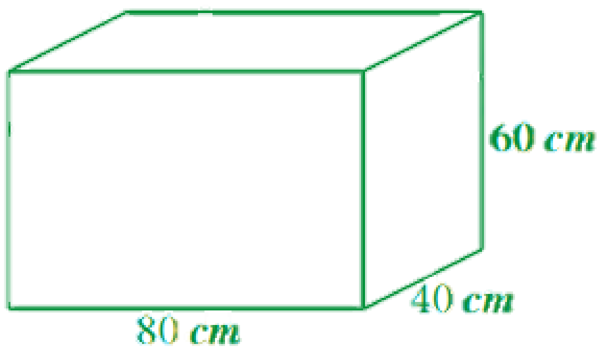
Obvod zrcadla je 170 cm a jeho obsah je 1 250 cm^2.

3.2.6. Slovní úlohy – Hranoly

Příklad 1: Kolik metrů čtverečných skla je zapotřebí k sestavení akvária tvaru kvádru s hranami podstavy 80 cm, 40 cm a výškou kvádru 60 cm? (Kočí, 2014)

Řešení:

Chceme spočítat povrch akvária bez horní podstavy = spodní podstava + plášť.



Obrázek 11: Náčrt a popis akvária

$$a = 80 \text{ cm}$$
$$b = 40 \text{ cm}$$
$$c = 60 \text{ cm}$$
$$\underline{S = ?}$$
$$S = S_p + S_{pl}$$
$$S = 80 \cdot 40 + 2 \cdot (80 \cdot 60 + 40 \cdot 60)$$
$$S = 3200 + 2 \cdot (4800 + 2400)$$
$$S = 3200 + 14\,400$$
$$S = 17\,600 \text{ cm}^2 = 1{,}76 \text{ m}^2$$

Na sestavení akvária je potřeba 1,76 m^2 skla.

EMPIRICKÁ ČÁST

4. Cíle empirické části

Cílem empirické části je ověřit, zda žáci, kterým byly slovní úlohy zadávány ihned po probrání tematického celku budou ve svých řešeních úspěšnější než žáci, kteří řešili slovní úlohy s časovým odstupem (2-3 týdny). Předpokladem je, že časový odstup je nevýhodou (tedy tito žáci mohou být méně úspěšní), protože žáci rychle zapomenou učivo, které je pro ně uzavřeno a soustředí se pouze na to, které probírají v daný čas.

Dalším cílem je nalézt odpovědi na výzkumné otázky, jež jsou formulovány v následující podkapitole.

4.1. Výzkumné otázky

Byly stanoveny následující výzkumné otázky:

- (VO1) Jaké postupy nejčastěji žáci při řešení úloh volí?
- (VO2) Jaké chyby dělají žáci nejčastěji (opakovaně)?
- (VO3) Která ze skupin žáků byla v řešení slovních úloh úspěšnější?

4.2. Výzkumný vzorek

Výzkumným vzorkem byly dvě skupiny žáků 7. ročníku ZŠ, pro naše potřeby označeny jako A a B.

Skupina A byli žáci, které v současné době učím. Těmto žákům byly zadávány slovní úlohy ihned po probrání daného tematického celku. Skupina žáků A čítá 23 žáků, z toho deset dívek a 13 chlapců. Žákům ze skupiny A byly zadávány slovní úlohy jako součást písemných prací k ověření znalostí daného tematického celku.

Druhá skupina žáků, označena jako skupina B, byli žáci z paralelní třídy. Tato skupina čítá 21 žáků, konkrétně osm dívek a 12 chlapců. Těmto žákům byly zadávány slovní úlohy po určité časové odmlce, konkrétně se jednalo o zhruba 2–3 týdny po probrání tematického celku. Žáci byli vyučováni kolegou, který se uvolil zadávat slovní úlohy svým žákům v rámci opakování.

4.3. Didaktický test a jeho vyhodnocování

Všem žákům byly zadány totožné slovní úlohy, které byly následně opraveny dle předem zvolených kritérií. Žáci byli hodnoceni v souladu s běžnou klasifikací viz. tab. 10 (výborně

– nedostatečně). Takto ohodnoceni byli všichni žáci obou skupin (A i B). Oběma skupinám byl následně spočten aritmetický průměr. Ten prokazuje úspěšnost řešení výzkumných skupin. U konkrétních úloh jsou výsledky, mimo slovní hodnocení, reprezentovány i pomocí sloupcového grafu.

1	2	3	4	5
Výborně	Chvalitebně	Dobře	Dostatečně	Nedostatečně

Tabulka 10: Kritéria hodnocení slovních úloh

Výborně hodnoceni mohou být žáci, kteří jsou ve svém řešení zcela bezchybní a splní veškeré náležitosti. Tedy řešení těchto žáků je zcela správné. Chvalitebně hodnoceni poté mohou být žáci, kteří ve svém řešení prokážou dostatečné znalosti a jejich chyby jsou malé. Například zapomenou na zápis slovní úlohy nebo neuvedou odpověď, případně chybně převedou jednotky apod. Řešení těchto žáků je spíše správné. Dobře mohou být ohodnoceni žáci, kteří předvedou zhruba poloviční řešení, například uvedou zápis slovní úlohy a částečné řešení. Dostatečně mohou být ohodnoceni žáci, kteří uvedou pouze zápis úlohy, případně část výpočtu. Jejich řešení je tak spíše chybné. Nedostatečně ohodnoceni mohou být žáci jejichž řešení je zcela chybné, případně se o řešení úlohy vůbec nepokusí.

4.4. Zadané slovní úlohy

V následující kapitole jsou uvedeny všechny slovní úlohy, které byly průběžně zadávány oběma skupinám žáků. Žákům byly zadávány slovní úlohy týkající se následujících tematických celků: racionální čísla, celá čísla, poměr, přímá a nepřímá úměrnost, měřítko plánu a mapy, rovnoběžníky, procenta a hranoly.

4.4.1. Racionální čísla

a. Do soutěže ve sběru papíru se zapojili tři kamarádi, Jirka, Tomáš a David. Jirka nasbíral $\frac{5}{12}$ tuny, Tomáš nasbíral $\frac{3}{4}$ tuny a David $\frac{7}{24}$ tuny. Kdo nasbíral nejvíce a kdo naopak nejméně tun papíru?

Úvodní slovní úloha se zaměřuje na porovnávání racionálních čísel. Žáci mají za úkol porovnat tři racionální čísla a zjistit, které z nich je nejmenší a které naopak největší. V prvním kroku je třeba převést všechny tři zlomky na společného jmenovatele. Ve druhém kroku stačí porovnat velikosti čitatelů (tím pádem i velikosti zlomků).

b. **Sjezdové lyže se prodávaly za $\frac{2}{3}$ původní ceny, a sice za 5 700 Kč. Kolik korun stály lyže původně?**

Tato slovní úloha o celku a částech se vztahuje k racionálním číslům, pomocí práce se zlomky by měla být řešena ve dvou krocích. Nejprve je třeba zjistit jaké částce odpovídá $\frac{1}{3}$ ceny (ze zadání jsou známy $\frac{2}{3}$), což je možné zjistit pomocí dělení. Dále je potřeba zjistit původní cenu, tedy celek, což jsou $\frac{3}{3}$, výsledek je možné zjistit pomocí násobení. Cílem úlohy je výpočet původní ceny sjezdových lyží. Příklad je možné řešit pomocí trojčlenky. Tuto možnost však žáci nevyužívali – trojčlenka byla probírána až po racionálních číslech.

c. **Honza přečetl první týden $\frac{1}{4}$ knihy, druhý týden $\frac{3}{8}$ a třetí týden $\frac{1}{10}$ knihy. Kniha má celkem 240 stran. Kolik stran musí ještě Honza přečíst?**

Slovní úloha je zaměřena na součet a rozdíl racionálních čísel. Opět bychom tento typ slovní úlohy mohli zařadit mezi slovní úlohu o celku a částech. Při řešení musí žáci zvládnou úpravu zlomku na společného jmenovatele a součet či rozdíl zlomků. Slovní úloha je řešena ve dvou krocích, žáci by měli nejprve spočítat, jaká část knihy je již přečtena, ve druhém kroku poté spočítat pomocí rozdílu zlomků, kolik stran ještě zbývá přečíst.

4.4.2. Celá čísla

a. **V pondělí byla teplota vzduchu +2 °C, v úterý byla teplota o 7 °C nižší. Jaká byla teplota vzduchu v úterý? Uveďte grafické znázornění.**

Tato slovní úloha se zaměřuje na práci s celými čísly, konkrétně na práci s číselnou osou. Žáci jsou již seznámeni s osou celých čísel, tedy čísly celými kladnými i zápornými a nulou. Slovní úloha by typově spadala mezi slovní úlohy o číslech. Řešení úlohy má obsahovat i grafické znázornění, v případě, že si žáci správně nakreslí pomocný obrázek, lépe se dostanou k cíli. Jedná se o jednoduchou slovní úlohu. K výpočtu stačí pouze správně vyčíst ze zadání a zapsat znění příkladu, který má být vypočten. Tedy od kladných dvou stupňů je nutné sedm stupňů odečíst. Slovní úloha je zaměřena na základní práci s celými čísly, sice odčítání.

b. **Péťa jel do školy autobusem, počítal, kolik lidí přistoupí a vystoupí. Říkal si: +3, -2, -4, +7, -10, +2, -5.**

   a. **Kolik lidí bylo v autobuse po sedmi zastávkách, když jich na začátku bylo šest (včetně Péti).**

b. Kdy se asi Péťa s počítáním spletl?

V tomto případě se jedná o slovní úlohu zaměřenou na celá čísla. Úloha má dvě části, první část je zaměřena pouze na sčítání a odčítání celých čísel, kdy je úkolem zjistit, kolik pasažérů bylo v autobuse přítomno po sedmi zastávkách. Druhá část úlohy je spíše logická, kdy je třeba zjistit, při které zastávce se Péťa spletl a přepočítal. Slovní úloha ověřuje práci s celými čísly a logické uvažování žáků.

4.4.3. Poměr, přímá a nepřímá úměrnost

a. V pytlíku je 153 červených a modrých kuliček. Kuličky jsou v poměru 2 : 7. Kolik je červených a kolik modrých kuliček?

Slovní úloha je zaměřena na poměr, konkrétně na rozdělení celku v zadaném poměru. Úlohu je třeba řešit ve třech krocích, sice vypočítat jakému počtu kuliček odpovídá jeden díl (jedna část). Poté je třeba zjistit jakému počtu odpovídají dva díly a jakému počtu odpovídá sedm dílů.

b. 24 zedníků vypije na stavbě za den 72 lahví nápoje. Kolik lahví by vypilo 19 zedníků, pokud všichni pijí stejně?

Tato úloha je zaměřena na úměrnost, konkrétně na přímou úměrnost (čím více zedníků, tím více vypitých lahví). Prvním krokem při řešení slovní úlohy je zápis a určení, zda se jedná o přímou nebo nepřímou úměrnost, což vede k úspěšnému řešení. V této části žáci často chybují, neumí si správně odůvodnit, zda a proč se jedná o úměrnost přímou či nepřímou. Se svojí třídou se tomuto problému snažím předcházet, proto úvod úměrnosti vždy věnuji cvičením, kde žáci pouze rozhodují, o jaký typ úměrnosti se jedná. Ze zápisu je poté třeba sestavit rovnici a vypočítat neznámou. V tomto případě je neznámou počet vypitých lahví.

c. 18 trysek naplní bazén za 12 a půl hodiny. Za jak dlouho naplní bazén 15 trysek?

Jedná se opět o slovní úlohu, která se zaměřuje na úměrnost, v tomto případě na úměrnost nepřímou (čím více trysek, tím méně času bude trvat naplnění bazénu). Prvním krokem při řešení úlohy je opět zápis a určení o jaký typ úměrnosti se jedná. Dále je třeba sestavit rovnici a dopočítat hodnotu neznámé. V tomto případě je neznámou čas, který je potřebný k naplnění bazénu.

4.4.4. Měřítko plánu a mapy

Slovní úlohy zaměřující se na měřítko plánu a mapy pracují se třemi veličinami. Jedná se o skutečnou vzdálenost, vzdálenost na mapě a měřítko mapy (plánu). Dvě veličiny jsou zadány, třetí je třeba vypočítat. Můžeme se setkávat s různými označeními veličin či neznámých. V našem případě budou uváděny takto: s – skutečná vzdálenost, M – měřítko (uváděno s:M), m – vzdálenost na mapě.

a. **Dvě místa jsou od sebe na mapě vzdáleny 9 cm. Měřítko mapy je 1:15 000. Jaká je skutečná vzdálenost těchto dvou míst?**

Slovní úloha je zaměřena na výpočet skutečné vzdálenosti. Slovní úlohu je možné řešit pomocí vzorce. Známé hodnoty jsou vzdálenost na mapě a měřítko mapy. Důležité je uvědomění si, že skutečná vzdálenost vyjde v centimetrech, pokud je požadována jiná jednotka, je třeba výsledek převést. Proto je nutné ovládat i převody jednotek (v tomto případě jednotky délky). Vzorec pro řešení slovní úlohy můžeme zapsat takto: $\boldsymbol{s = m \cdot M}$. Slovní úlohu je možné řešit také pomocí trojčlenky.

b. **Dvě vesnice jsou od sebe vzdáleny ve skutečnosti 9 km, na mapě tato vzdálenost odpovídá 18 cm. Určete měřítko mapy.**

Tato slovní úloha je zaměřena na určení měřítka mapy, kdy známe skutečnou vzdálenost a vzdálenost na mapě. Opět je možné řešit pomocí vzorečku, ve znění: $\boldsymbol{M = s : m}$. Měřítko mapy poté správně zapisujeme **1 :** $\boldsymbol{M}$ (např. 1 : 10 000). Před konkrétním výpočtem je nutné převést na stejné jednotky, tedy na centimetry.

c. **Jakou vzdálenost na mapě s měřítkem 1:20 000 je znázorněna skutečná vzdálenost 1 km?**

Opět se jedná o slovní úlohu týkající se měřítka mapy, konkrétně o výpočet vzdálenosti dvou míst na mapě, pokud známe měřítko a skutečnou vzdálenost. Jedná se o úlohu, kde je třeba nejprve převést kilometry na centimetry. Poté je možné pokračovat, například pomocí vzorce pro výpočet vzdálenosti na mapě: $\boldsymbol{m = s : M}$.

4.4.5. Rovnoběžníky a hranoly

a. V podložce tvaru lichoběžníku se základnami 15 cm a 20 cm a výškou 180 mm jsou čtyři otvory tvaru čtverce se stranou 3 cm. Vypočítejte obsah podložky.

Slovní úloha je zaměřena na procvičení výpočtu obsahu čtverce a lichoběžníku. Žáci nesmí opomenout převést všechny zadané délky na stejnou jednotku. Jedná se o složenou slovní úlohu, po převodu jednotek je potřeba znát nebo umět odvodit vzorec sloužící k výpočtu obsahu lichoběžníku. Vzhledem k tomu, že na podložce jsou čtyři díry tvaru čtverce, je třeba znát nebo umět odvodit i výpočet obsahu čtverce. Tyto obsahy je poté nutné od sebe odečíst, jelikož chceme znát obsah lichoběžníkové podložky bez čtvercových děr. Důležitým aspektem je neopomenout, že díry jsou v podložce čtyři, nikoliv jen jedna (což bývá častou chybou žáků z nepozornosti).

b. Honza si koupil nové akvárium – délka akvária je 50 cm, šířka 30 cm, výška 40 cm a voda je napuštěna nejprve do výšky 0,3 dm. Kolik litrů vody je nyní napuštěno v akváriu?

Slovní úloha je zaměřena na výpočet objemu hranolu, je nutné určit, které rozměry jsou ty důležité pro výpočet objemu. Je třeba, aby žáci dočetli celou slovní úlohu, tedy aby si uvědomili, který údaj v zadání je nadbytečný. Výpočet objemu je poté možný provést pomocí vzorce: $\boldsymbol{V = a \cdot b \cdot c}$. Před dosazením je však nutné zkontrolovat, zda jsou všechny délky ve stejné jednotce, případně je převést.

4.4.6. Procenta

a. Na dopravní značce je patrné, že silnice má stoupání 12 %. O kolik metrů vystoupá silnice na vodorovné vzdálenosti 500 metrů?

Slovní úloha je zaměřena na výpočet procentové části, což je možné několika způsoby – přes 1 %, pomocí trojčlenky nebo vzorce. Pokud žáci zvolí výpočet přes jedno procento, musí dodržet postup, a tedy zjisti jaké vzdálenosti odpovídá 1 % cesty, z čehož poté zjistí o kolik metrů silnice na dané vzdálenosti vystoupá. Důležitým aspektem je správná volba postupu výpočtu.

b. Kabát byl zlevněn z 1060 Kč na 954 Kč. O kolik % byl kabát zlevněn?

Druhá slovní úloha, která se věnuje procentům je zaměřena na určení počtu procent. Opět je možné řešit úlohu různými způsoby – pomocí vzorce, pomocí trojčlenky. Konkrétně se jedná o výpočet slevy kabátu. Žáci znají původní cenu a cenu po slevě, úkolem je zjistit, o kolik procent bylo zboží zlevněno. Důležité je zvolit správný postup a být neomylný v dělení a násobení celých, případně desetinných čísel.

c. **Cyklistické soutěže se zúčastnilo 646 zaměstnanců firmy, což je 76 % z celkového počtu. Kolik zaměstnanců má firma?**

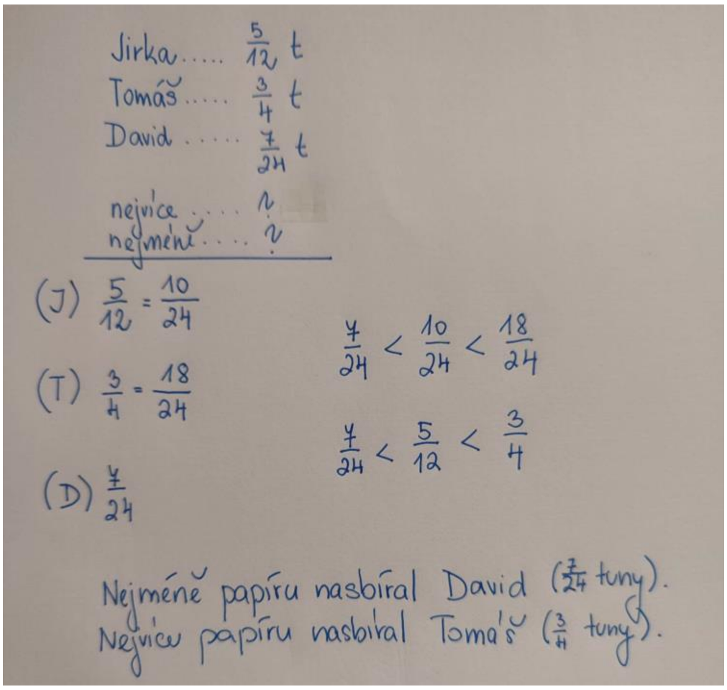
Poslední úloha zaměřena na procenta se věnuje výpočtu základu. Opět je více možností, jak danou úlohu řešit – přes 1 % či pomocí vzorce. Pokud si v tomto případě žáci vyberou výpočet přes jedno procento, je nutné dodržet posloupnost matematických operací.

Žáci nemají předem stanoveno, jakým způsobem slovní úlohy řešit, volba možnosti řešení je čistě na nich. Některým žákům více vyhovuje zapamatování si vzorců, jiní zase bezchybně ovládají trojčlenku.

4.5. VYHODNOCENÍ

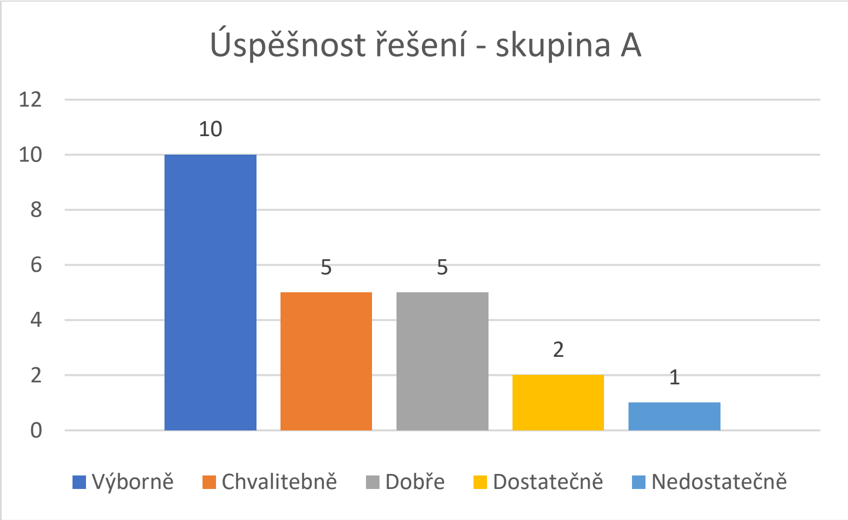
1. **ÚLOHA – Do soutěže ve sběru papíru se zapojili tři kamarádi, Jirka, Tomáš a David. Jirka nasbíral $\frac{5}{12}$ tuny, Tomáš nasbíral $\frac{3}{4}$ a David $\frac{7}{24}$ tuny. Kdo nasbíral nejvíce a kdo naopak nejméně papíru?**

<u>Možné řešení:</u>



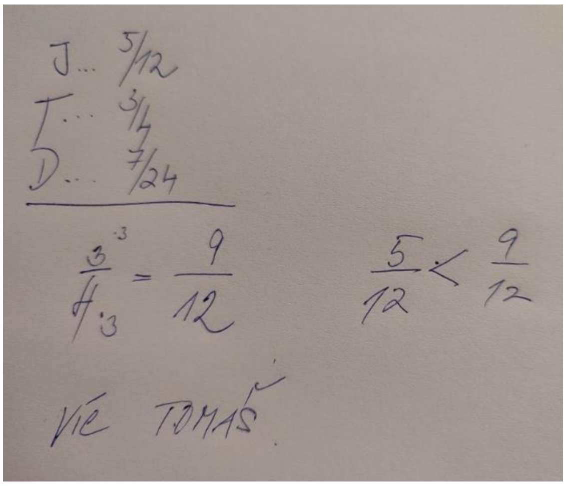
Obrázek 12: Možné správné řešení 1. slovní úlohy

Úspěšnost řešení – skupina A:



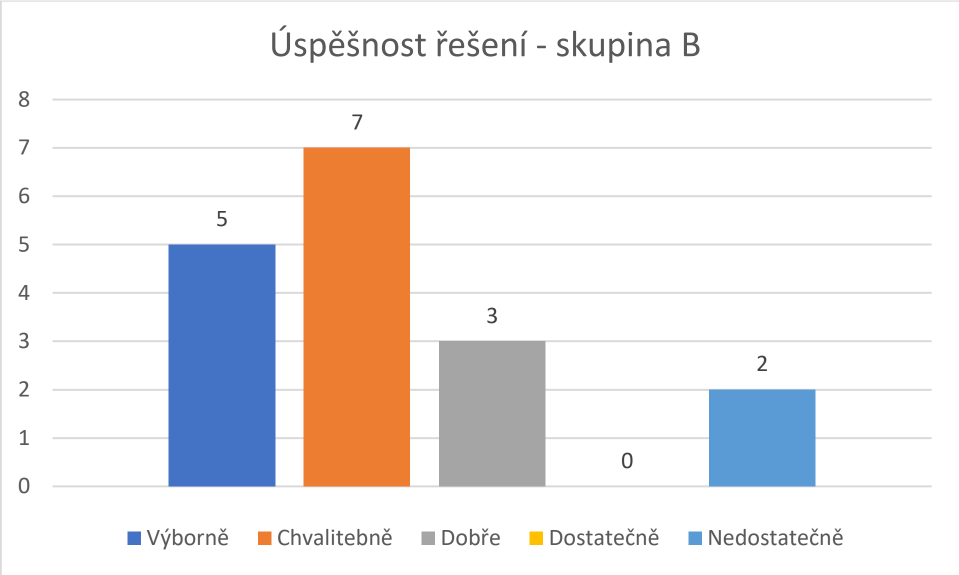
Graf 5: Úspěšnost řešení 1. slovní úlohy (skupina A)

První slovní úlohu zaměřující se na racionální čísla, konkrétně na jejich porovnávání řešilo ze skupiny A všech 23 žáků. Většina žáků si se slovní úlohou poradila celkem dobře. Deset žáků bylo hodnoceno výborně, tedy neudělali ve svém řešení žádnou chybu. Pět žáků bylo hodnoceno chvalitebně, ve svém řešení opomněli buďto na zápis slovní úlohy nebo na její odpověď. Dalších pět žáků bylo hodnoceno dobře (obr. 13), tito žáci provedli zápis slovní úlohy a poloviční řešení, tedy porovnali pouze dvě racionální čísla a vyhodnotili, které je větší, dál úlohu neřešili. Dostatečně byli hodnoceni dva žáci, tito neuvedli ani zápis slovní úlohy, ani její odpověď. Co se samotného řešení týče uvedli pouze srovnání dvou zlomků, dále nepracovali. Zcela špatně vyřešil úlohu jeden ze žáků, ten byl ohodnocen nedostatečně. Tento žák se o řešení slovní úlohy vůbec nepokusil. Aritmetický průměr v tomto případě odpovídá hodnotě 2,08.



Obrázek 13: Ukázka řešení (dobře)

Úspěšnost řešení – skupina B:

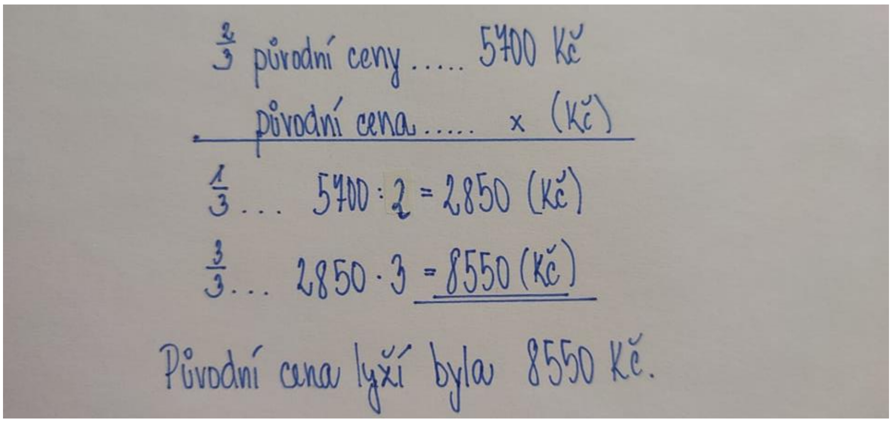


Graf 6: Úspěšnost řešení 1. slovní úlohy (skupina B)

První úlohu ze skupiny B řešilo 17 žáků z celkového počtu 21. Zcela správné řešení (hodnoceno výborně) mělo pět žáků, tito uvedli všechny náležitosti. Chvalitebně bylo hodnoceno sedm žáků. Tito žáci neuvedli buďto zápis slovní úlohy nebo její odpověď. V samotném řešení nechybovali. Tři žáci byli hodnoceni dobře. Uvedli poloviční řešení, sice zápis úloh a částečné řešení. Zbylí dva žáci byli hodnoceni nedostatečně. Jeden ze žáků slovní úlohu neřešil vůbec, druhý ji řešil, ale zcela chybně. Aritmetický průměr ukázal hodnotu 2,24.

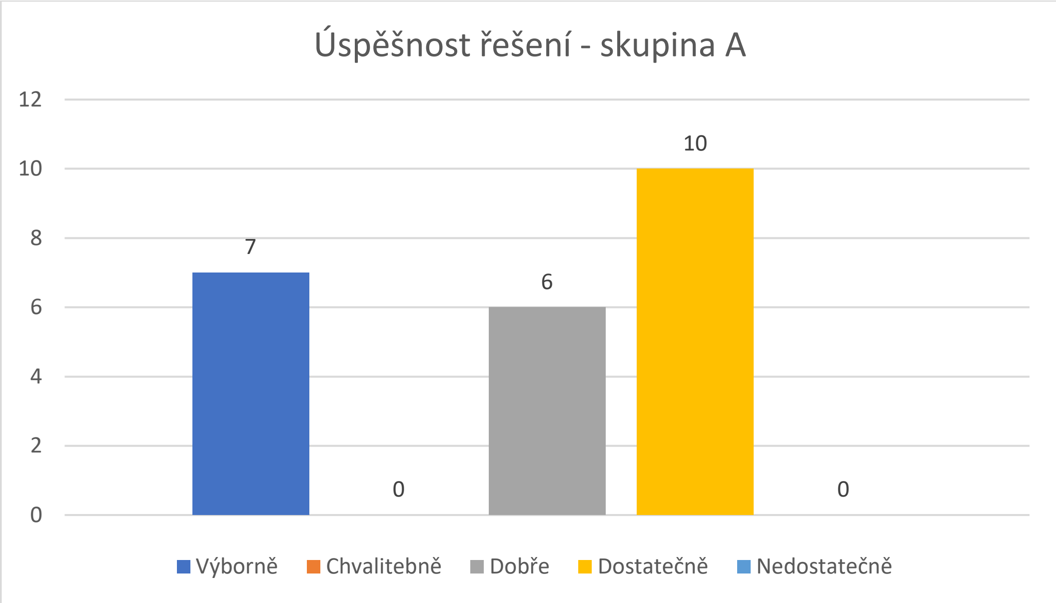
2. **ÚLOHA – Sjezdové lyže se prodávaly za $\frac{2}{3}$ původní ceny, a sice za 5 700 Kč. Kolik korun stály lyže původně?**

Možné řešení:



Obrázek 14: Možné správné řešení 2. slovní úlohy

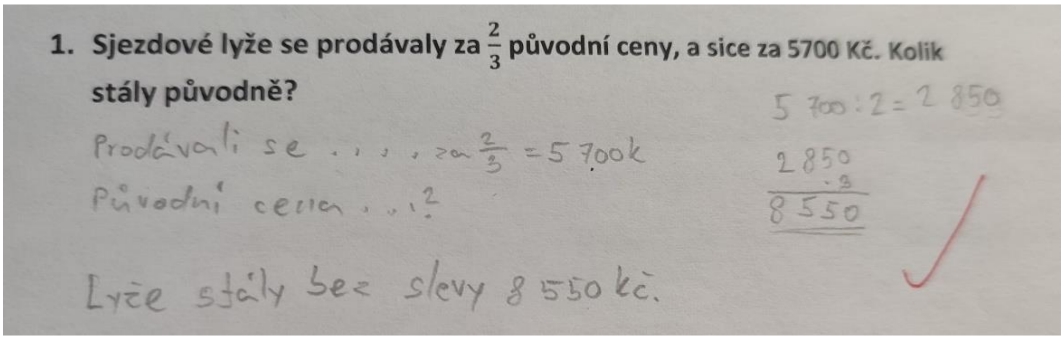
Úspěšnost řešení – skupina A:



Graf 7: Úspěšnost řešení 2. slovní úlohy (skupina A)

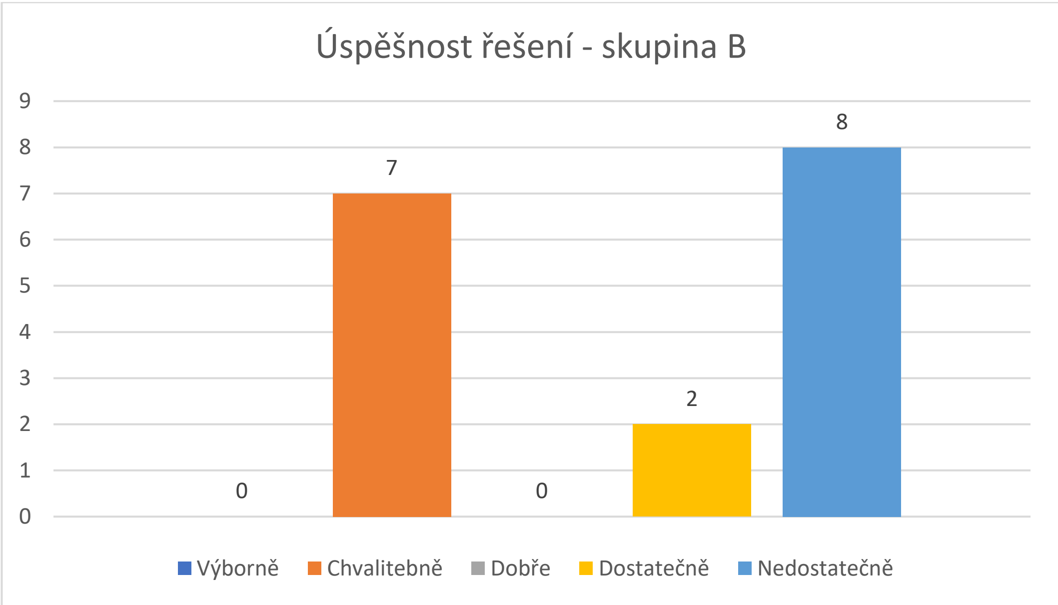
Slovní úlohu s racionálními čísly řešilo všech 23 žáků skupiny označené jako A. Příklad o sjezdových lyžích zcela správně (hodnoceno výborně) vyřešilo sedm žáků (obr. 15). Tito žáci uvedli všechny potřebné náležitosti, tedy zápis, výpočet, výsledek i odpověď. Z celkového počtu 23 žáků, uvedlo šest správný zápis a pokusili se o výpočet, shodný problém nastal u všech šesti žáků, sice se jednalo o nesprávné porozumění textu (hodnoceno dobře). Při řešení slovní úlohy vycházeli z toho, že počítali $\frac{2}{3}$ z 5700 Kč, nikoliv s tím, že $\frac{2}{3}$ = 5700 Kč, což však bylo v zadání úlohy jasně patrné. Zbylých deset žáků uvedlo pouze správný zápis slovní úlohy, dál se slovní úloze nevěnovali, nebyli schopni sestavit výpočet (hodnoceno dostatečně).

Pokud ze zadání víme, že $\frac{2}{3}$ původní ceny odpovídají 5 700 Kč. Poté $\frac{1}{3}$ odpovídá částka 2 850 Kč $(5700 : 2 = 2850)$. Původní cenou jsou $\frac{3}{3}$, sice 8 550 Kč $(3 \cdot 2850 = 8\,550)$. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 2,82.



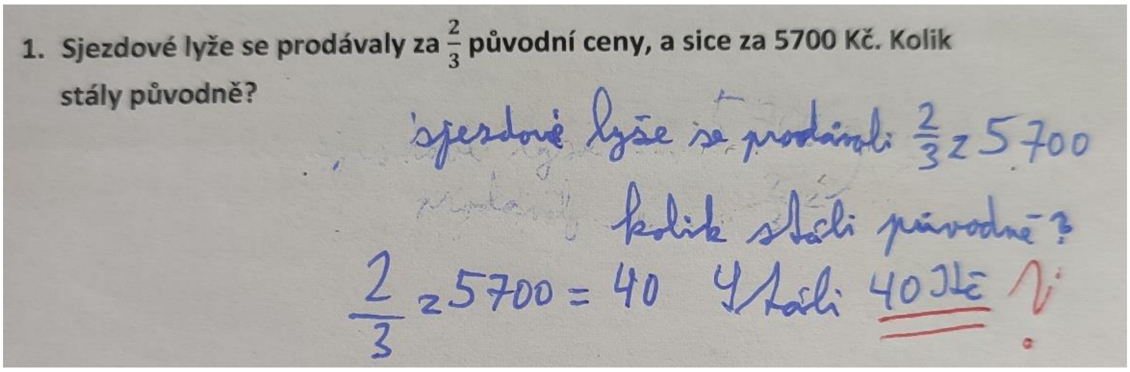
Obrázek 15: Ukázka řešení (výborně)

<u>Úspěšnost řešení – skupina B:</u>



Graf 8: Úspěšnost řešení 2. slovní úlohy (skupina B)

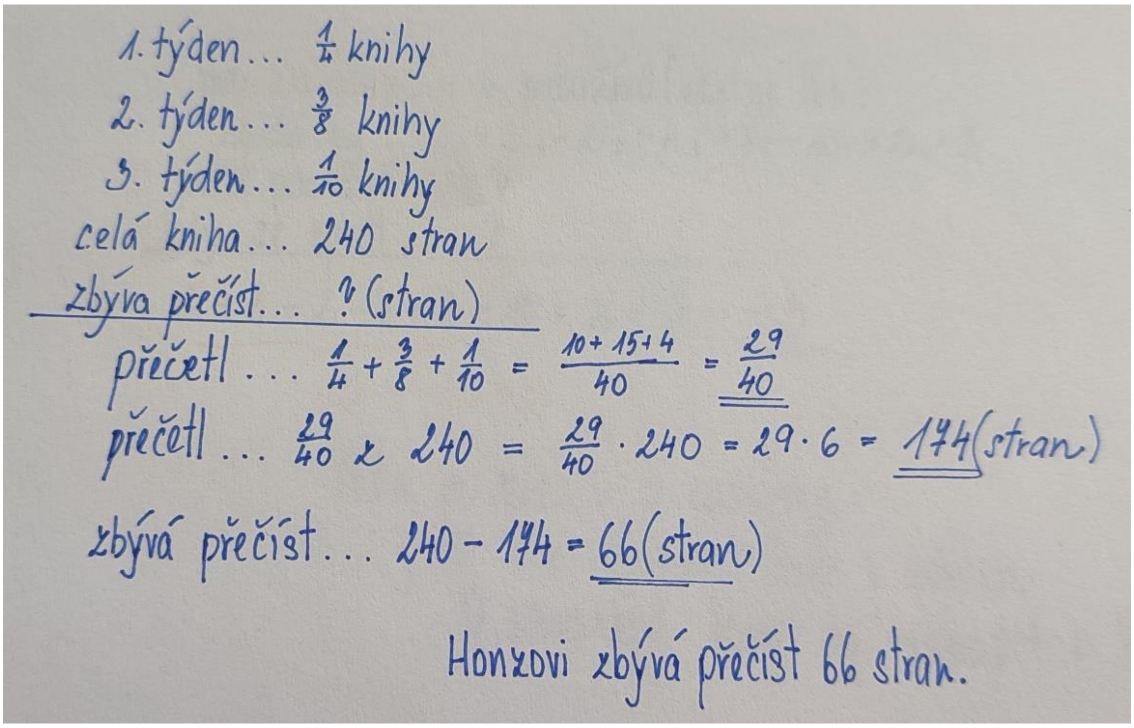
Slovní úlohy s racionálními čísly ze skupiny B, řešilo 17 žáků z celkového počtu 21. Zcela správné řešení nepředvedl ani jeden ze žáků, důvodem je opomenutí zápisu slovní úlohy. Z celkového počtu 17 řešitelů, mělo sedm žáků správně vyřešenou slovní úlohu, co se výpočtu, řešení a odpovědi týče, neuvedli však zápis slovní úlohy (hodnoceno chvalitebně). Spíše chybně (hodnoceno dostatečně) vypracovali úlohu dva žáci, tito uvedli pouze zápis slovní úlohy, výpočet byl však chybný, tím pádem i odpověď na slovní úlohu. Zcela chybně (hodnoceno nedostatečně) mělo úlohu vypracováno osm žáků (obr. 16), tito žáci neuvedli zápis slovní úlohy a patrně neporozuměli textu, tak jako žáci ze vzorku A počítali $\frac{2}{3}$ z 5700 Kč, nikoliv s tím, že $\frac{2}{3}$ = 5700 Kč. Nebylo tedy možné se dopočítat ke správnému výsledku. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 3,53.



Obrázek 16: Ukázka řešení (nedostatečně)

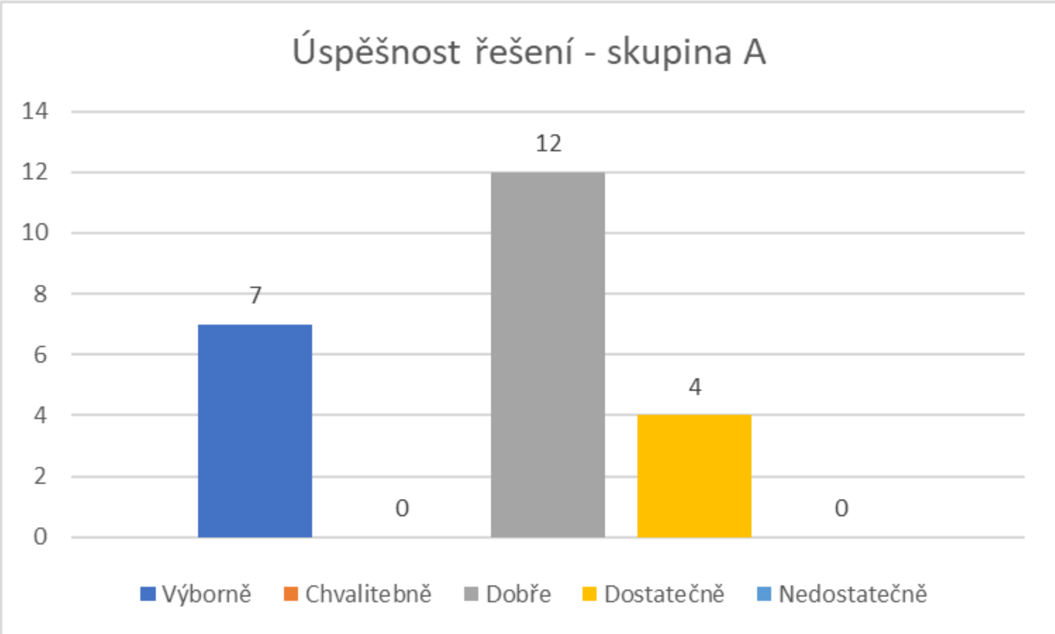
3. ÚLOHA – Honza přečetl první týden $\frac{1}{4}$ knihy, druhý týden $\frac{3}{8}$ a třetí týden $\frac{1}{10}$ knihy. Kniha má celkem 240 stran. Kolik stran musí ještě Honza přečíst?

Možné řešení:



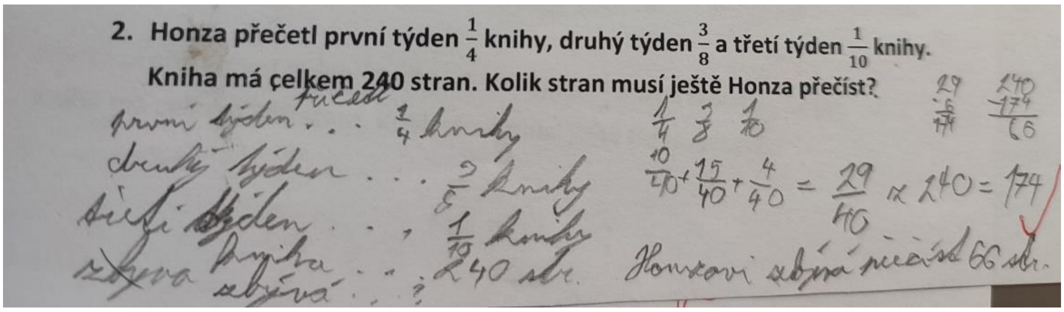
Obrázek 17: Možné správné řešení 3. slovní úlohy

Úspěšnost řešení – Skupina A:



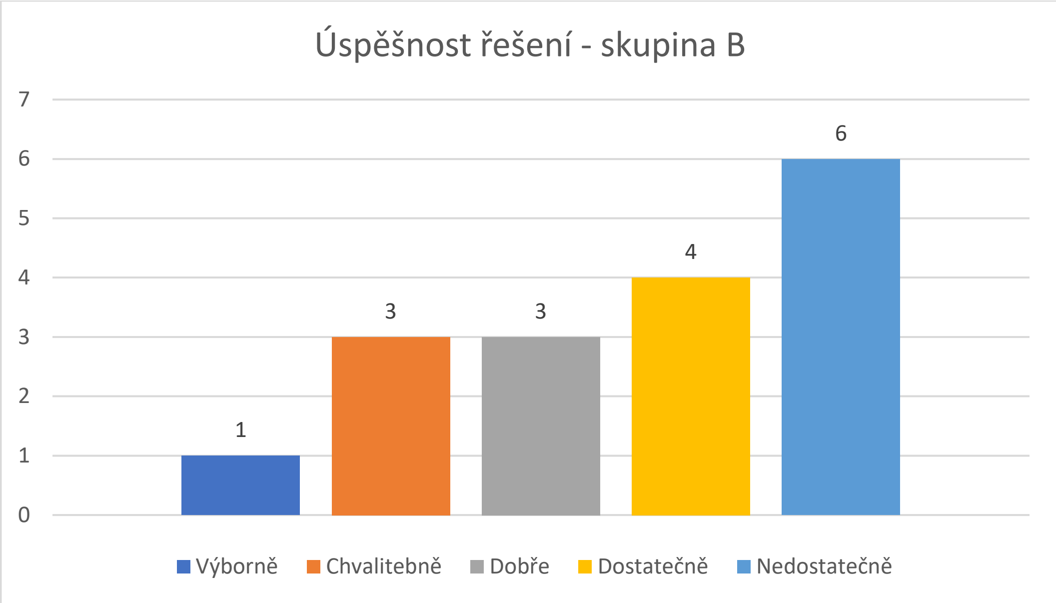
Graf 9: Úspěšnost řešení 3. slovní úlohy (skupina A)

Třetí slovní úlohu zaměřující se na racionální čísla řešila celá skupina A, tedy 23 žáků. Sedm žáků slovní úlohy řešilo výborně (obr. 18), tedy bez jakéhokoliv většího problému. Jsou to téměř stejní žáci jako u předchozí slovní úlohy, jedná se o žáky, kteří mají k matematice velmi kladný vztah. Něco přes polovinu, konkrétně 12 žáků získali hodnocení dobře, správně zaznamenali zápis slovní úlohy a částečně i výpočet. Tito žáci uvedli, kolik stran knihy Honza již přečetl, opomněli však dopočítat zbytek slovní úlohy, sice kolik stran ještě zbývá Honzovi přečíst. Zbývající žáci, konkrétně čtyři zvládli vytvořit pouze zápis slovní úlohy (hodnoceno dostatečně). Co se aritmetického průměru výsledku týče, dostali bychom se na číslo 2,56.



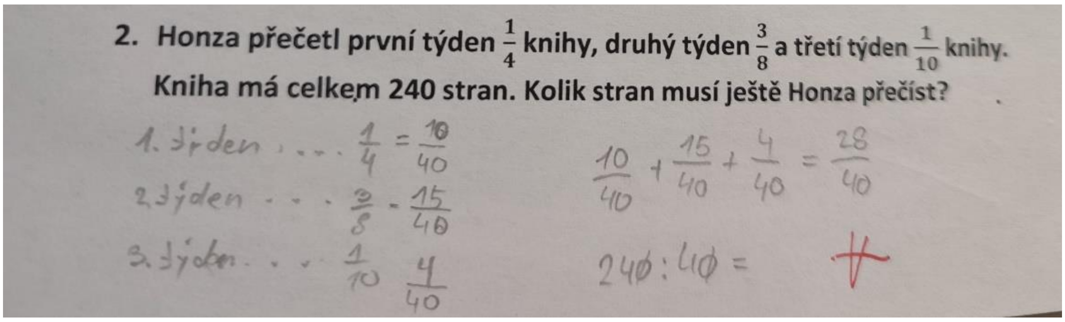
Obrázek 18: Ukázka řešení (výborně)

Úspěšnost řešení – Skupina B:



Graf 10: Úspěšnost řešení 3. slovní úlohy (skupina B)

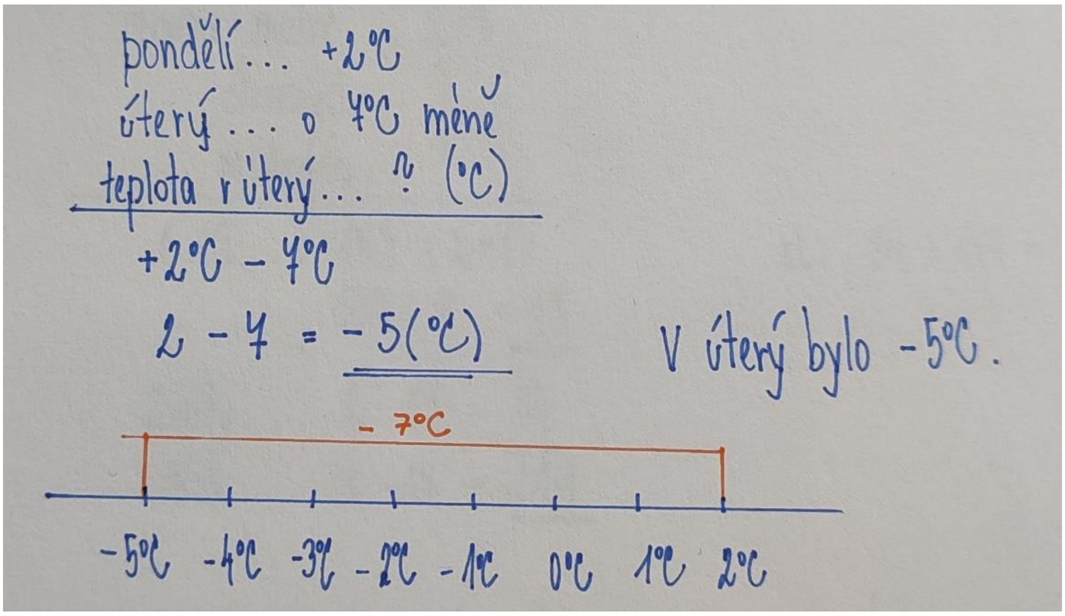
Třetí úlohu zaměřující se na racionální čísla řešilo 17 žáků, pouze jeden vyřešil úlohu zcela správně se všemi potřebnými náležitostmi (hodnoceno výborně). Z celkového počtu 17 řešitelů, tři žáci uvedli správně celý výpočet slovní úlohy, zapomněli však na zápis slovní úlohy (hodnoceno chvalitebně). Další tři žáci správně vypočítali, kolik stran knihy již Honza přečetl, zapomněli však, stejně jako někteří ze skupiny A, na zbytek úlohy a nedopočítali, kolik stran musí Honza ještě přečíst (hodnoceno dobře). Dostatečně byli hodnoceni čtyři žáci (obr. 19), jedinou část slovní úlohy, kterou vyřešili byl součet zlomků, dál se ve svém počítaní nedostali, neuvedli ani zápis úlohy. Zbylých šest žáků se úlohu ani nepokusilo řešit, proto byli hodnoceni nedostatečně. Aritmetický průměr hodnocení této slovní úlohy je 3,65.



Obrázek 19: Ukázka řešení (dostatečně)

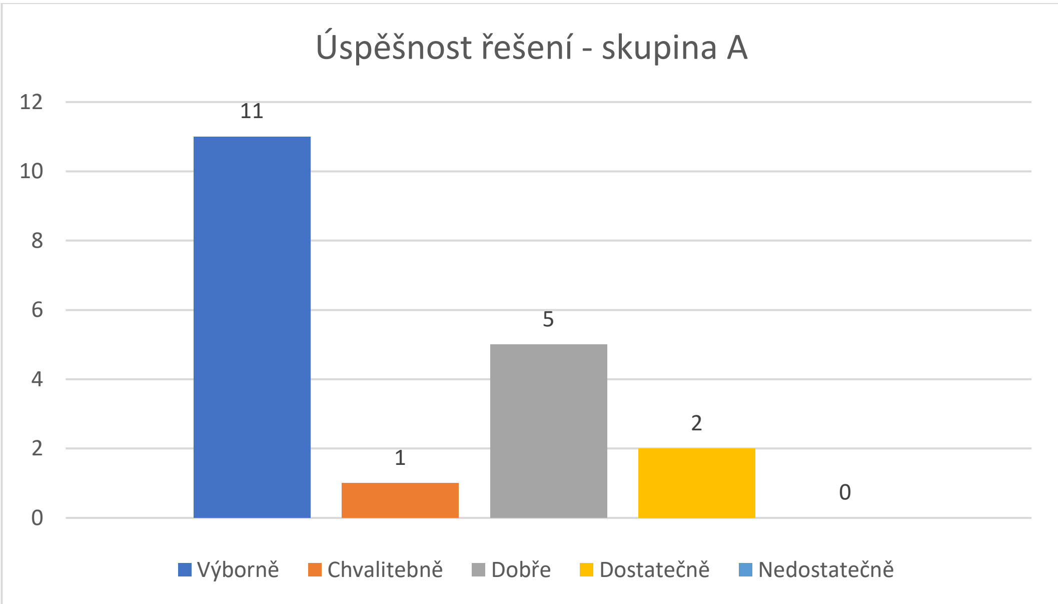
4. **ÚLOHA – V pondělí byla teplota vzduchu +2 °C, v úterý byla teplota o 7 °C nižší. Jaký byla teplota vzduchu v úterý? Uveďte grafické znázornění.**

<u>Možné řešení:</u>



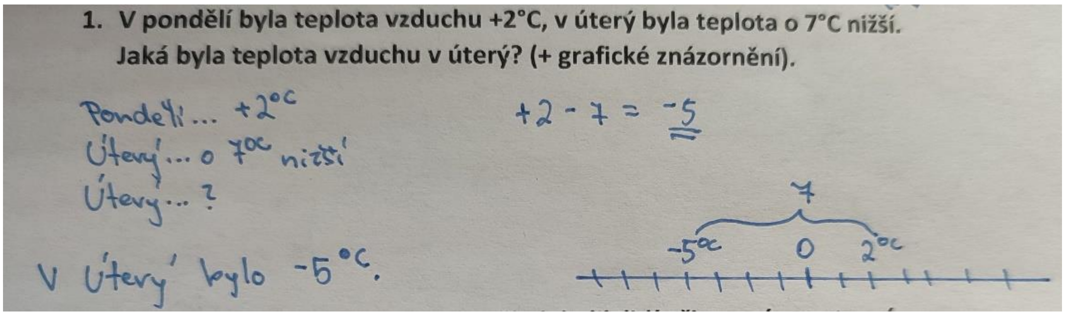
Obrázek 20: Možné správné řešení 4. slovní úlohy

<u>Úspěšnost řešení – skupina A:</u>



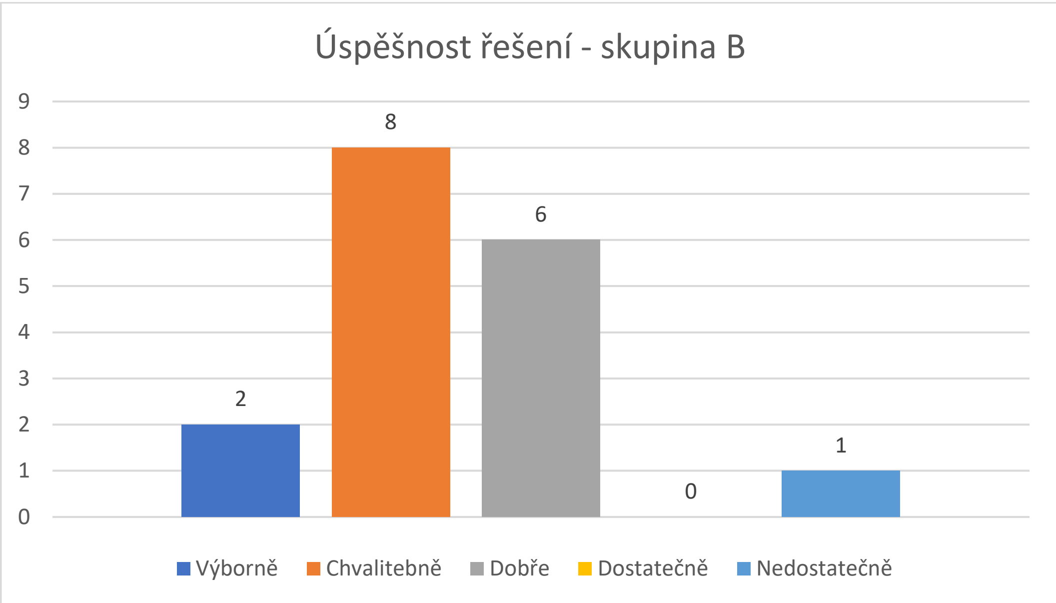
Graf 11: Úspěšnost řešení 4. slovní úlohy (skupina A)

První slovní úloha s celými čísly byla poměrně jednoduchá, pokud si žáci dobře přečetli, co je otázkou slovní úlohy. Danou slovní úlohu v tomto případě řešilo 19 žáků z celkového počtu 23. Úspěšně vyřešilo tuto úlohu 11 žáků (hodnoceno výborně (obr. 21)), jeden ze žáků správně vyřešil slovní úlohu, opomněl však na zápis (hodnoceno chvalitebně). Pět žáků uvedlo zápis slovní úlohy, zvládli vyřešit slovní úlohu početně, neuvedli grafické znázornění, ani odpověď na otázku slovní úlohy (hodnoceno dobře). Zbylí dva žáci uvedli pouze zápis slovní úlohy, proto bylo jejich hodnocení dostatečné. Aritmetický průměr úspěšnosti řešení této slovní úlohy odpovídá hodnotě 1,89.



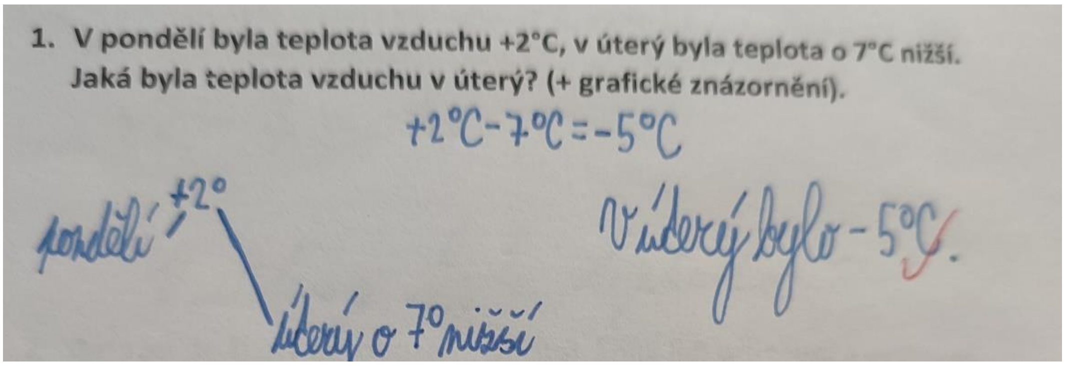
Obrázek 21: Ukázka řešení (výborně)

<u>Úspěšnost řešení – skupina B:</u>



Graf 12: Úspěšnost řešení 4. slovní úlohy (skupina B)

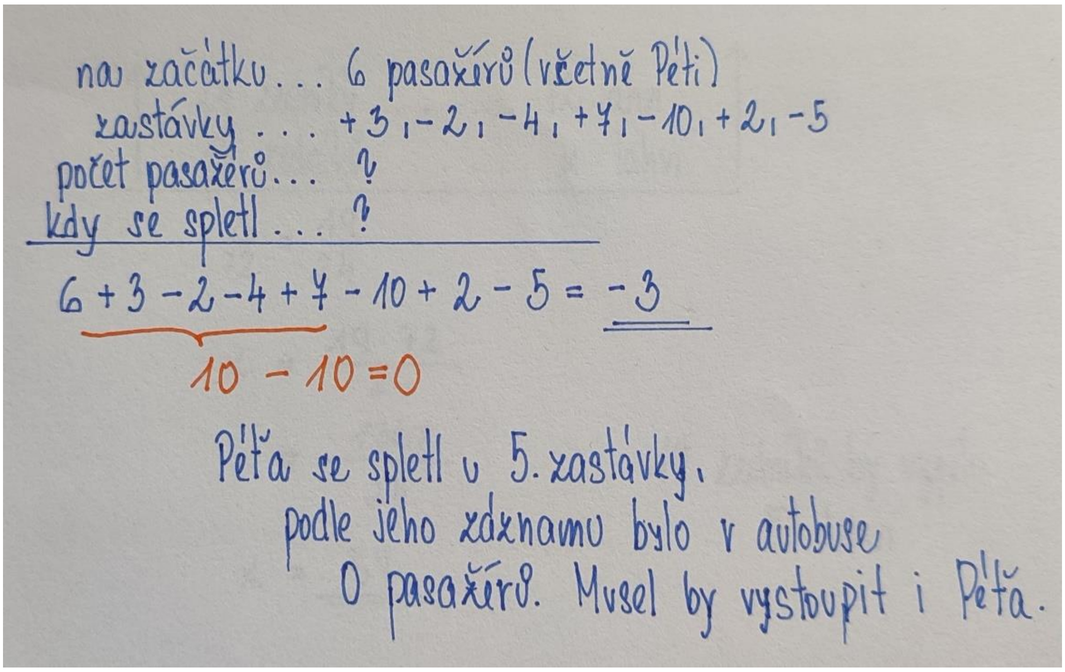
Jednodušší slovní úlohy na celá čísla řešilo ze skupiny B 17 žáků z celkového počtu 21 žáků. Bezchybní řešitelé (hodnoceno výborně) byli pouze dva, dalších osm žáků však úlohu vyřešilo správně, ale zapomněli na zápis slovní úlohy (hodnoceno chvalitebně (obr. 22)), což se v této skupině stává poměrně často. Dalších šest žáků uvedlo správně zápis slovní úlohy a graficky úlohu znázornili, nic víc však ve svém řešení neuvedli (hodnoceno dobře). Zbývající žák neřešil úlohu vůbec, proto byl ohodnocen nedostatečně. Aritmetickým průměrem je v tomto případě hodnota 2,41.



Obrázek 22: Ukázka řešení (chvalitebně)

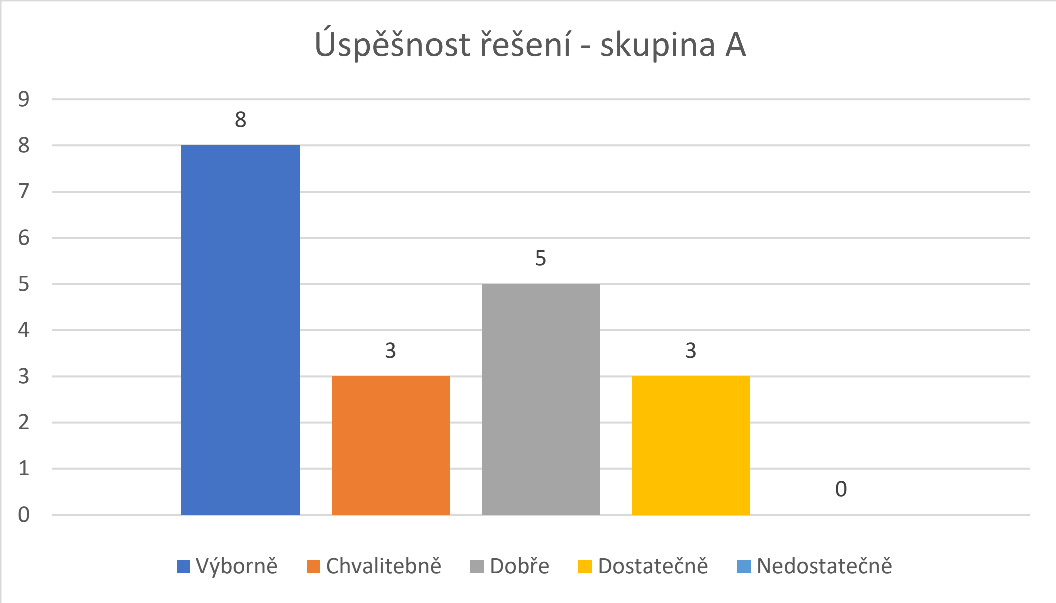
5. **ÚLOHA – Péťa jel do školy autobusem, počítal, kolik lidí přistoupí a vystoupí. Říkal si: +3, -2, -4, +7, -10, +2, -5.**
   a. **Kolik lidí bylo v autobuse po sedmi zastávkách, když jich na začátku bylo šest (včetně Péti).**
   b. **Kdy se asi Péťa s počítáním spletl?**

<u>Možné řešení:</u>



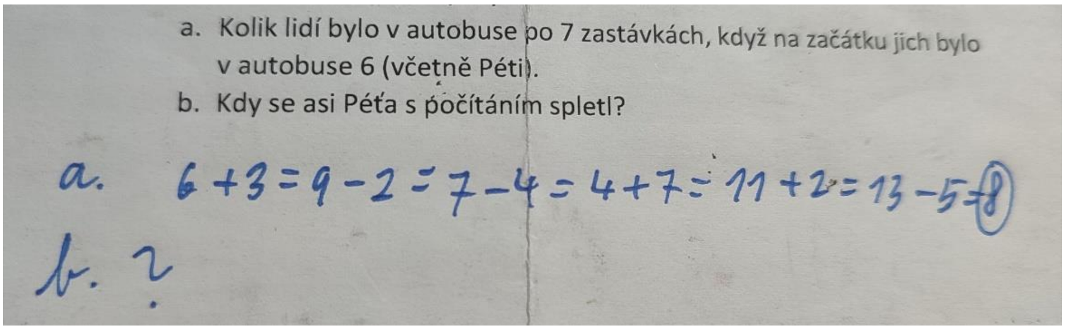
Obrázek 23: Možné správné řešení 5. slovní úlohy

Úspěšnost řešení – skupina A:



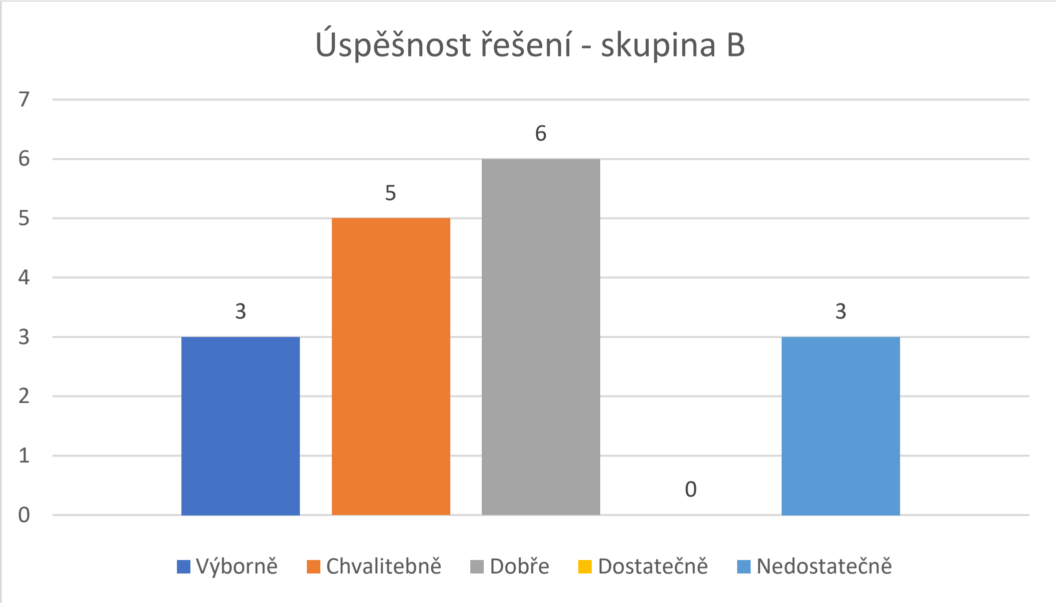
Graf 13:Úspěšnost řešení 5. slovní úlohy (skupina A)

Druhá slovní úloha zaměřující se na celá čísla má dvě části, v první část jde převážně o sčítání a odčítání celých čísel, s čímž žáci až takový problém neměli. Druhá část slovní úlohy vychází z první části s tím, že je důležité se logicky zamyslet nad chybou, kterou mají žáci odhalit. Kompletně správně mělo slovní úlohu vyřešenou osm žáků z 19 (hodnoceno výborně). Tři žáci měli slovní úlohu správně řešenou, zapomněli uvést zápisy slovní úlohy (hodnoceno chvalitebně). Dalších pět žáků uvedlo zápis slovní úlohy a první část, druhou část měli buďto špatně nebo se jí nevěnovali vůbec (hodnoceno dobře). Poslední tři řešitelé uvedli pouze zápis slovní úlohy a pokusili se o výpočet první části slovní úlohy, udělali však početní chybu při sčítání a odčítání celých čísel (hodnoceno dostatečně (obr. 24)). Aritmetický průměr úspěšnosti řešení je v tomto případě hodnota 2,15.



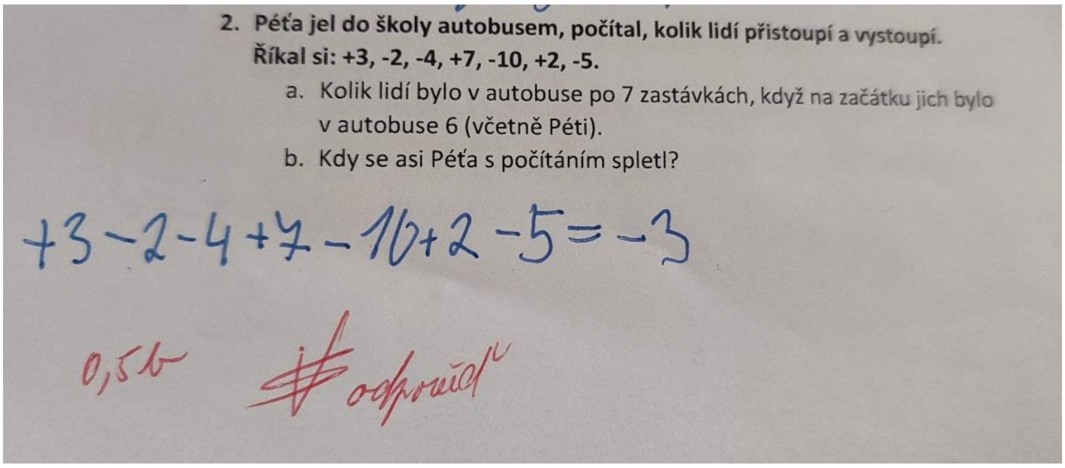
Obrázek 24: Ukázka řešení (dostatečně)

Úspěšnost řešení – skupina B:



Graf 14: Úspěšnost řešení 5. slovní úlohy (skupina B)

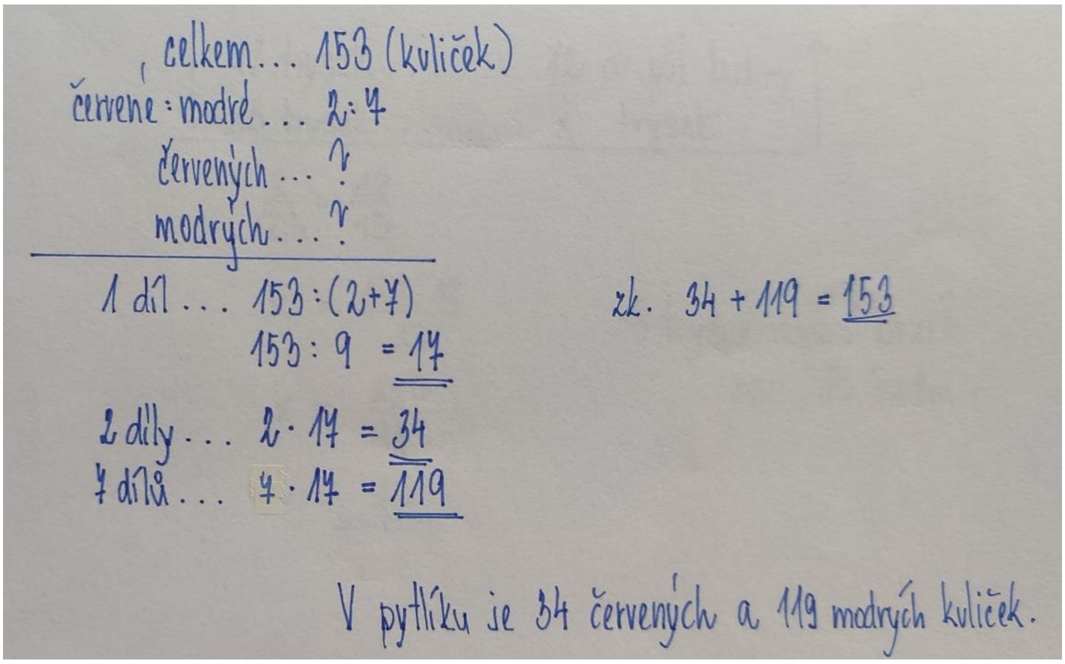
Druhou slovní úlohu zaměřenou na celá čísla ve skupině B řešilo opět 17 žáků. Z celkového počtu řešitelů, tři byli úspěšně a uvedli všechny kroky a dostali se ke správnému cíli (hodnoceno výborně). Pět žáků správně řešilo slovní úlohu, zapomněli uvést zápis slovní úlohy a někteří i odpověď na druhou otázku (hodnoceno chvalitebně). Dalších šest žáků uvedlo zápis a správně vyřešilo první část slovní úlohu, druhou stejně jako žáci skupiny A buďto neřešili vůbec, nebo se pokusili, ale řešení bylo chybné (hodnoceno dobře (obr. 25)). Zbývající tři řešitelé nepracovali na slovní úloze vůbec, proto byli hodnoceni nedostatečně. Aritmetický průměr u této slovní úlohy okázal hodnotu 2,71.



Obrázek 25: Ukázka řešení (dobře)

6. **ÚLOHA – V pytlíku je 153 červených a modrých kuliček. Kuličky jsou v poměru 2 : 7. Kolik je červených a kolik modrých kuliček?**

Možné řešení:


celkem... 153 (kuliček)
červené : modré ... 2 : 7
červených ... ?
modrých ... ?

1 díl ... 153 : (2+7)
153 : 9 = 17

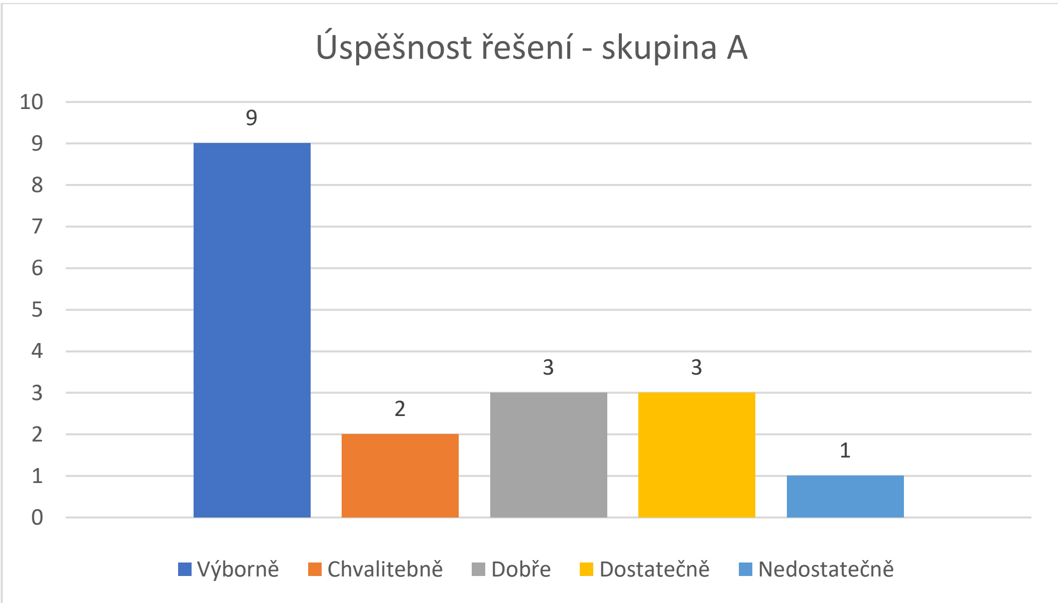
2 díly ... 2 · 17 = 34
7 dílů ... 7 · 17 = 119

zk. 34 + 119 = 153

V pytlíku je 34 červených a 119 modrých kuliček.

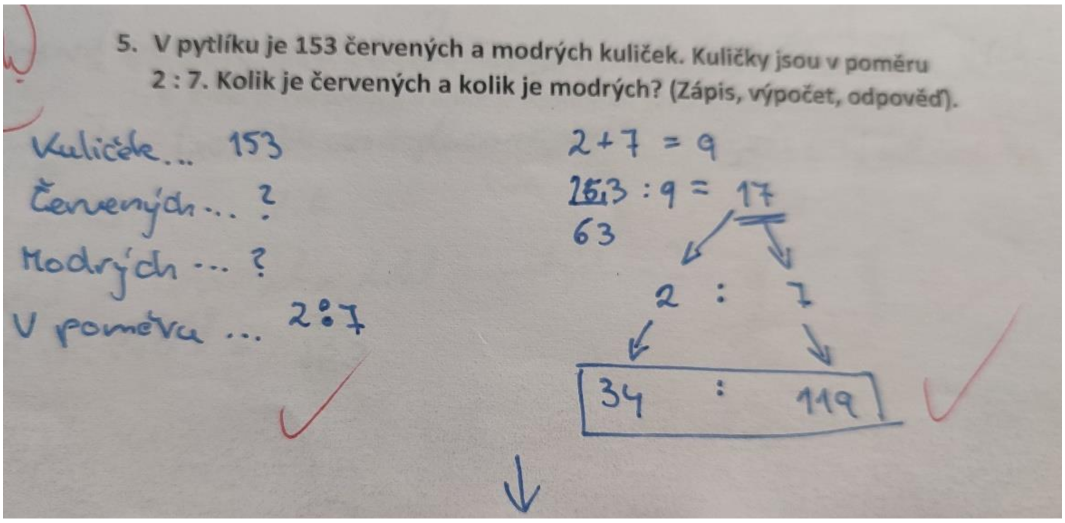
Obrázek 26: Možné správné řešení 6. slovní úlohy

Úspěšnost řešení – skupina A:

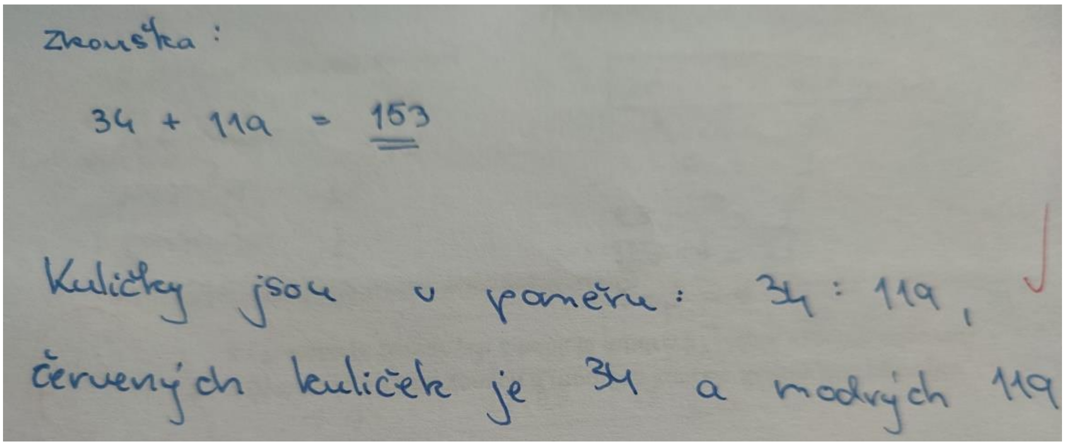


Graf 15: Úspěšnost řešení 6. slovní úlohy (skupina A)

Slovní úlohu zaměřující se na poměr řešilo 19 žáků z celkového počtu 23. Z tohoto počtu devět žáků bylo zcela úspěšných (hodnoceno výborně (obr. 27, obr. 28)), dva další opomněli však uvést zápis slovní úlohy, proto byli ohodnoceni chvalitebně. Dostatečně byli hodnoceni tři žáci, ti uvedli zápis slovní úlohy, začali s řešením, vypočítali, čemu odpovídá jedna část celku, dál se však ve svém počítaní nedostali. Další tři žáci uvedli zápis slovní úlohy, snažili se počítat dál, bohužel chybně (hodnoceno dostatečně). Poslední žák z 19 řešitelů slovní úlohu neřešil vůbec, z toho důvodu bylo jeho řešení vyhodnoceno jako nedostatečné. Aritmetický průměr u této slovní úlohy odpovídá hodnotě 2,05.

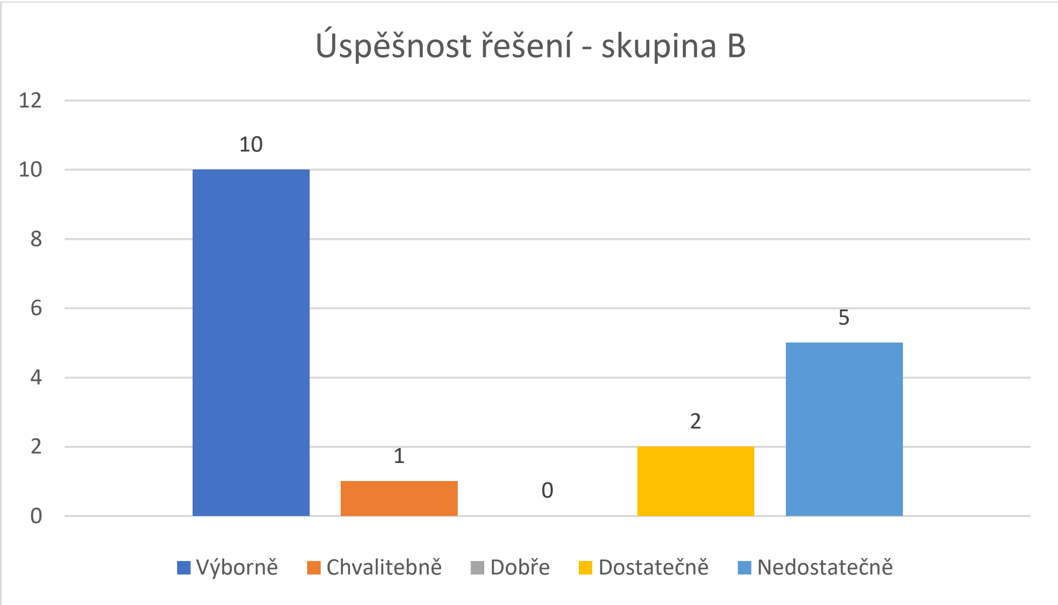


Obrázek 27: Ukázka řešení – výpočet (výborně)



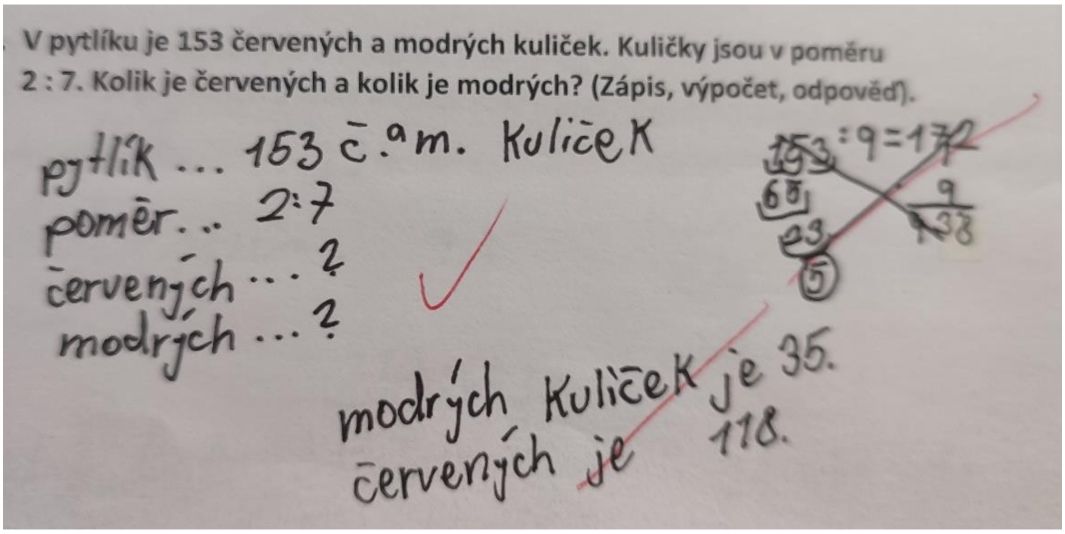
Obrázek 28: Ukázka řešení – zkouška (výborně)

Úspěšnost řešení – skupina B:



Graf 16: Úspěšnost řešení 6. slovní úlohy (skupina B)

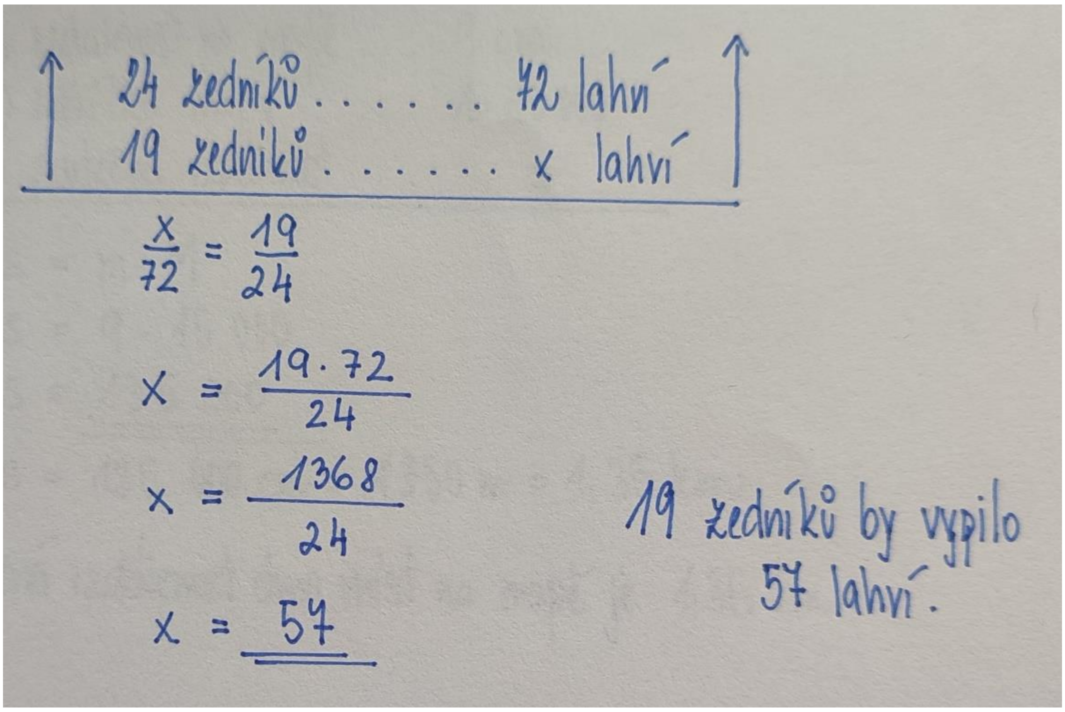
Slovní úloha zaměřená na poměr byla ve skupině B hodnocena lépe, než tomu bylo doposud. Slovní úlohu řešilo 18 žáků z celkového počtu 21 žáků. Z tohoto počtu deset žáků bylo zcela úspěšných (hodnoceno výborně), jeden ze žáků správně řešil slovní úlohu, zapomněl však uvést její zápis (hodnoceno chvalitebně). Další dva žáci uvedli pouze zápis slovní úlohy, někteří se pokusili i o řešení, to se jim však nevydařil, tito žáci byli ohodnoceni dostatečně (obr. 29). Zbylých pět žáků slovní úlohu buďto vůbec neřešilo nebo se pokusili, ale řešení bylo chybné (hodnoceno nedostatečně). Aritmetický průměr u této slovní úlohy odpovídá hodnotě 2,5.



Obrázek 29: Ukázka řešení (dostatečně)

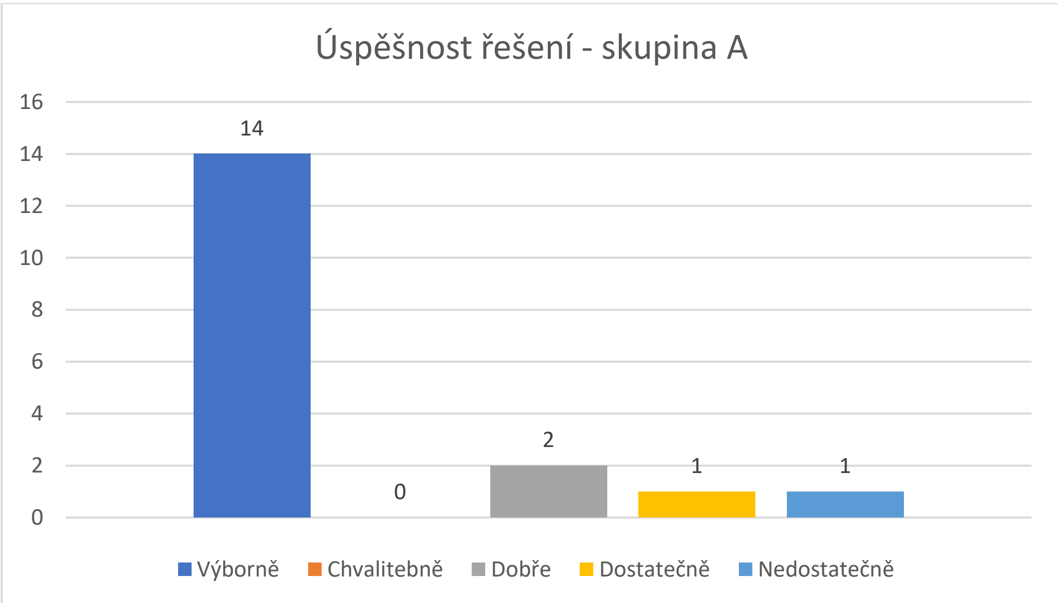
7. **ÚLOHA – 24 zedníků vypije na stavbě za den 72 lahví nápoje. Kolik lahví by vypilo 19 zedníků, pokud všichni pijí stejně?**

<u>Možné řešení:</u>



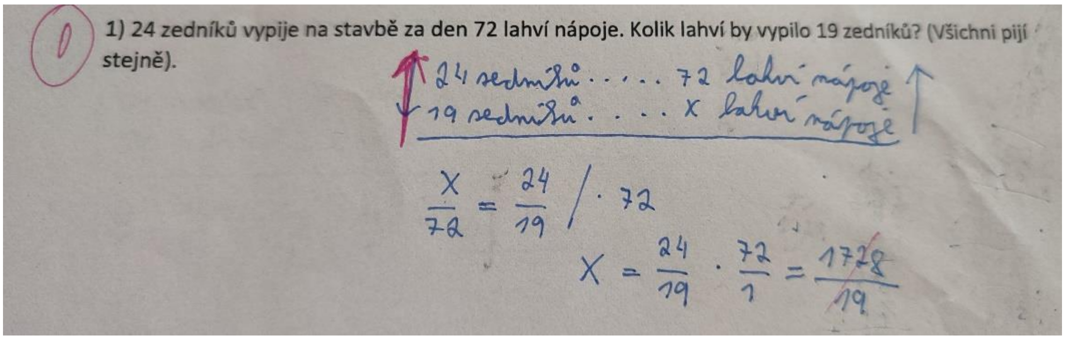
Obrázek 30: Možné správné řešení 7. slovní úlohy

<u>Úspěšnost řešení – skupina A:</u>



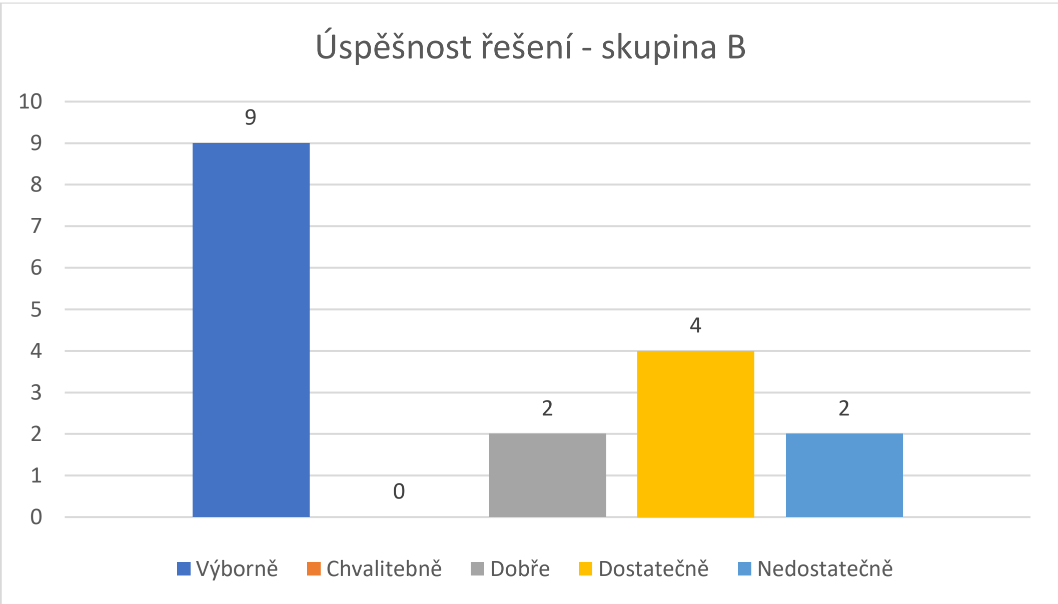
Graf 17: Úspěšnost řešení 7. slovní úlohy (skupina A)

Graf 17 ukazuje úspěšnost řešení žáků skupiny A, slovní úloha je zaměřena na úměrnost, konkrétně na přímou úměrnost. Slovní úlohu řešilo 18 žáků, z nichž 14 vyřešilo úlohu bezchybně (hodnoceno výborně). Další dva žáci uvedli zápis slovní úlohy, správně určili, o jakou úměrnost se jedná a zapsali rovnici, dál úlohu neřešili (hodnoceno dobře). Hodnocen dostatečně byl jeden žák, ten zapsal úlohu a určil správně o jakou úměrnost se jedná, dál se o řešení nepokoušel. Poslední žák se o řešení slovní úlohy pokusil, určil však špatně o jakou úměrnost se jedná, proto byl ohodnocen nedostatečně (obr. 31). Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 1,61.



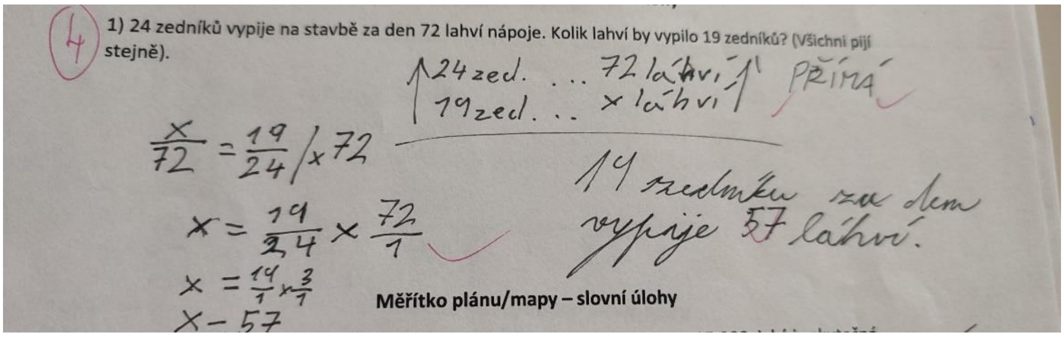
Obrázek 31: Ukázka řešení (nedostatečně)

Úspěšnost řešení – skupina B:



Graf 18: Úspěšnost řešení 7. slovní úlohy (skupina B)

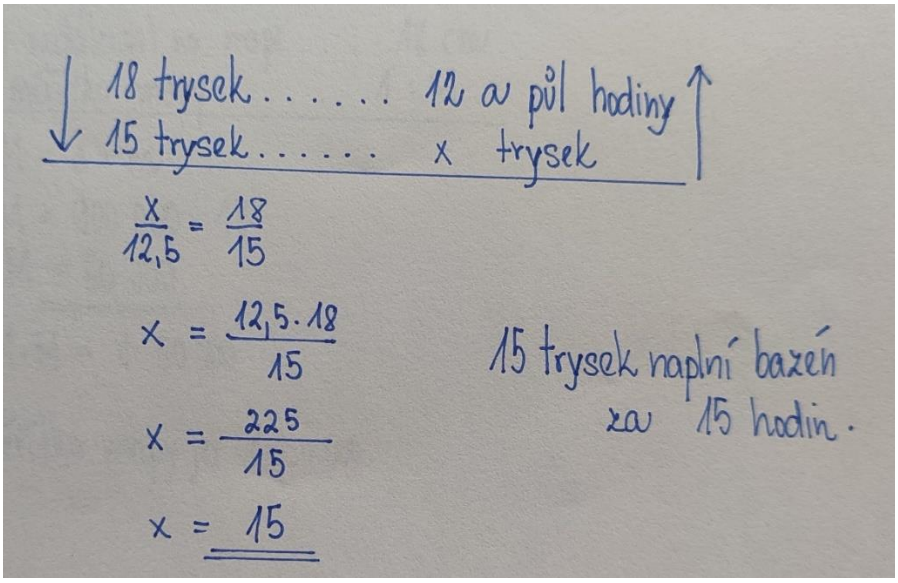
Slovní úlohu zaměřenou na přímou úměrnost řešilo ve druhé skupině 17 žáků, z nichž devět bylo zcela úspěšných (hodnoceno výborně (obr. 32)). Dále dva žáci uvedli zápis úlohy, určili správně, že se jedná o přímou úměrnost, uvedli zápis rovnice, další řešení však bylo chybné (hodnoceno dobře). Dostatečně byli hodnoceni čtyři žáci, uvedli zápis slovní úlohy, určili, o jaký typ úměrnost se jedná a úlohu dál neřešili. Dva žáci neřešili úlohu vůbec, proto byla jejich práce ohodnocena jako nedostatečná. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 2,41.



Obrázek 32: Ukázka řešení (výborně)

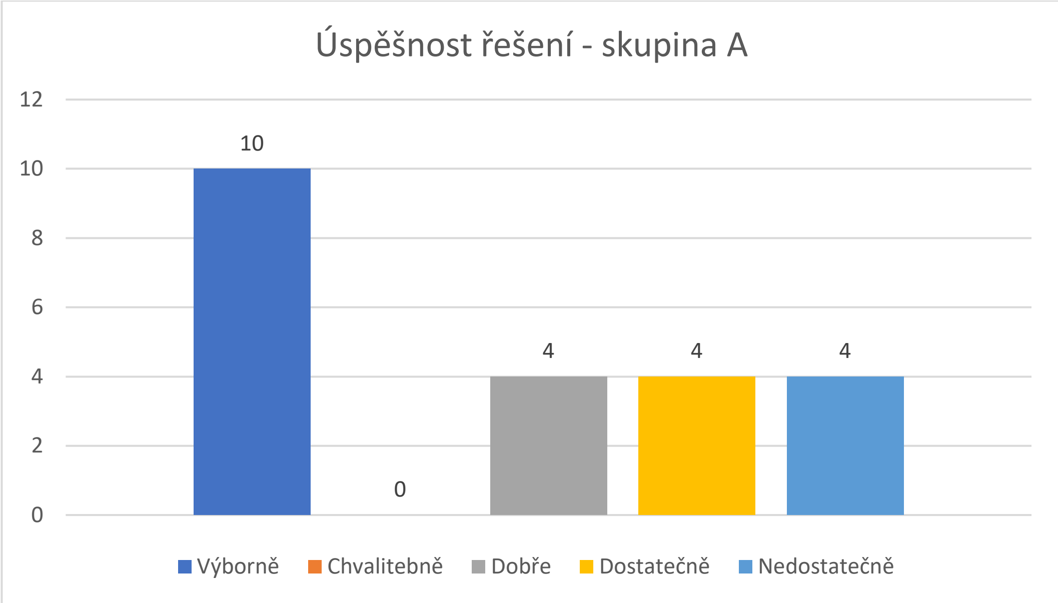
8. ÚLOHA – 18 trysek naplní bazén za 12 a půl hodiny. Za jak dlouho naplní bazén 15 trysek?

<u>Možné řešení:</u>



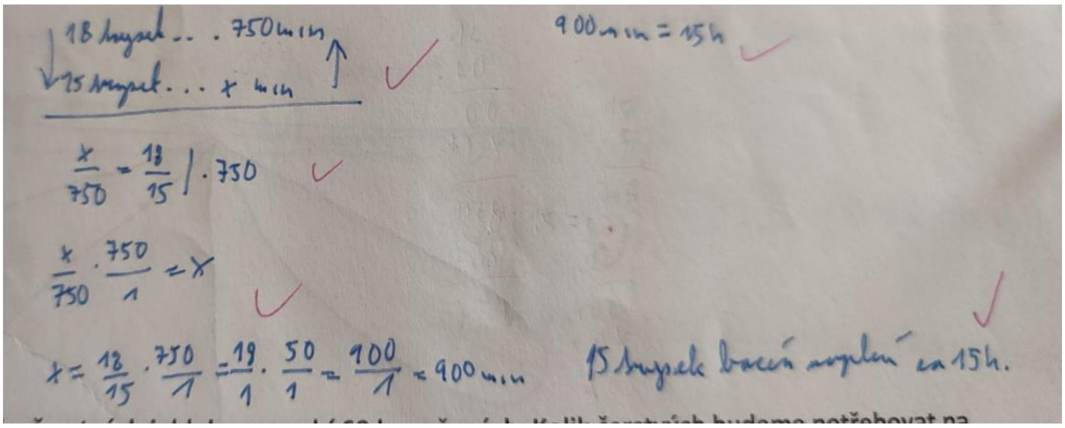
Obrázek 33: Možné správné řešení 8. slovní úlohy

Úspěšnost řešení – skupina A:



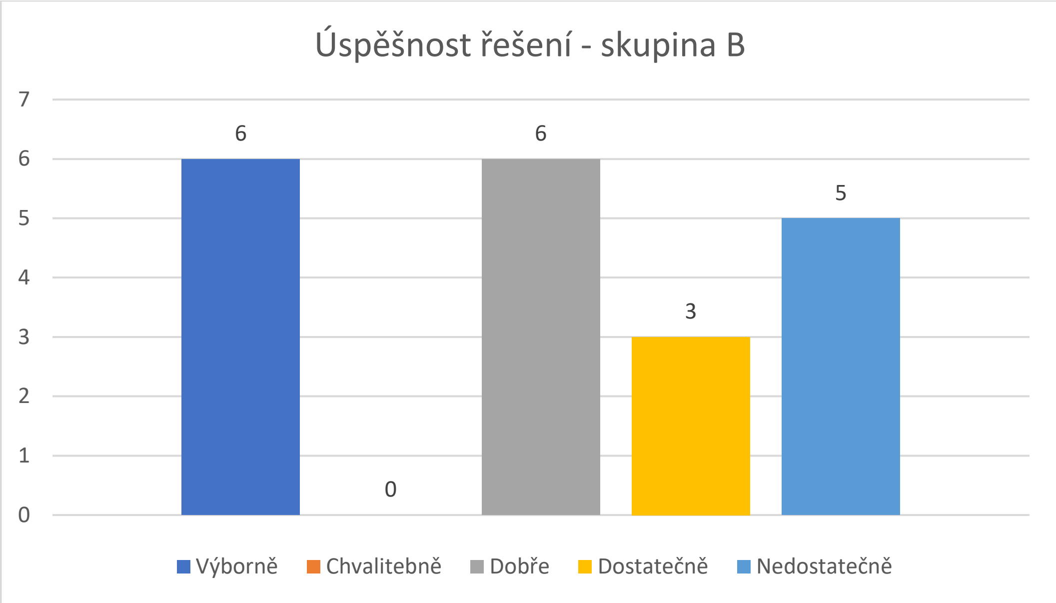
Graf 19: Úspěšnost řešení 8. slovní úlohy (skupina A)

Další slovní úloha je opět zaměřena na úměrnost, v tomto případě na úměrnost nepřímou. Slovní úlohu ze žáků skupiny A řešilo 22 žáků z celkového počtu 23 žáků. Výborně bylo hodnoceno deset z nich (obr. 34), jejich řešení bylo bezchybné a splnili všechny náležitosti. Správně vytvořený zápis, zvolenou nepřímou úměrnost a sestavenou rovnici měli čtyři žáci, zde však jejich práce skončila, proto byli ohodnoceni dobře. Další čtyři žáci uvedli zápis slovní úlohy, dál ji bohužel neřešili (hodnoceno dostatečně). Poslední čtyři žáci buďto chybně zvolili úměrnost, tedy snažili se úlohu řešit jako úměrnost přímou nebo se do řešení úlohy vůbec nepustili (hodnoceno nedostatečně). Aritmetický průměr u této úlohy odpovídá hodnotě 2,64.



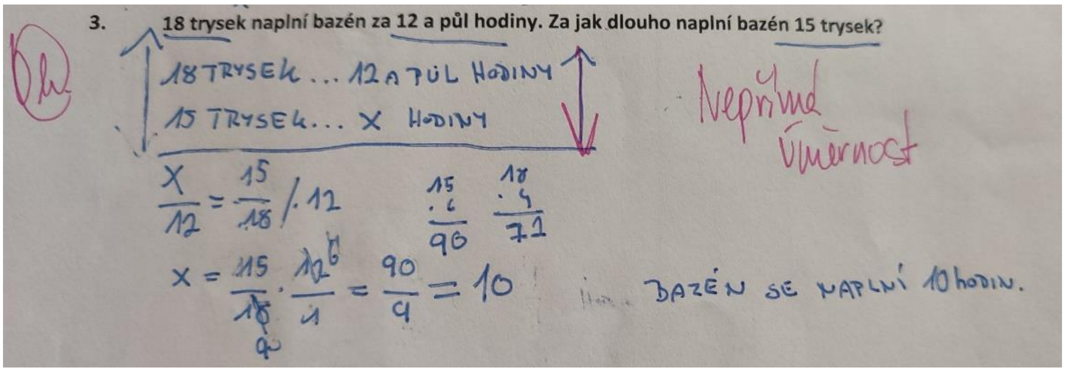
Obrázek 34: Ukázka řešení (výborně)

Úspěšnost řešení – skupina B:



Graf 20: Úspěšnost řešení 8. slovní úlohy (skupina B)

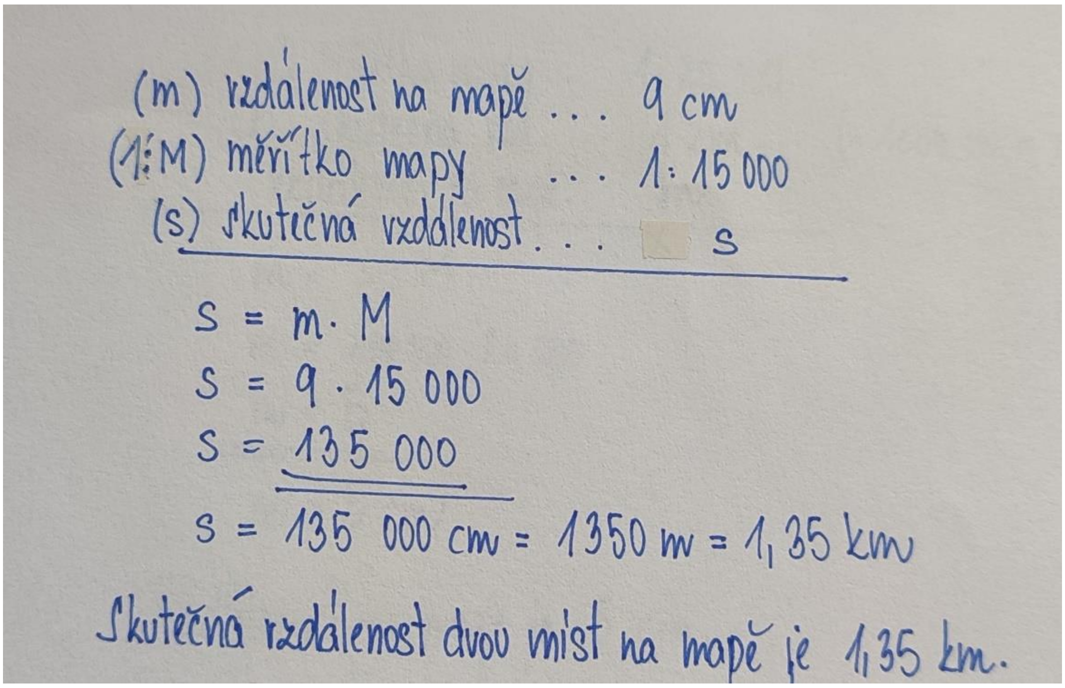
Druhou slovní úlohy na úměrnost, konkrétně na nepřímou řešilo 20 žáků z celkového počtu 21. Správně úlohu vyřešilo šest žáků, tito žáci splnili veškeré náležitosti a byli tak hodnoceni výborně. Dalších šest žáků bylo ohodnoceno dobře, což odpovídá polovičnímu řešení, tito žáci vypracovali zápis úlohy, správně zvolili typ úměrnost a sestavili rovnici, dál buďto počítali chybně nebo nepočítali vůbec. Dostatečně byli hodnoceni tři žáci, ti uvedli zápis úlohy, rozeznali nepřímou úměrnost, úlohu však dál neřešili. Zbylých pět žáků nezvládlo slovní úlohu vůbec, buďto zvolili chybně typ úměrnosti nebo ji neřešili vůbec (hodnoceno nedostatečně (obr. 35). Aritmetickým průměrem této úlohy je hodnota 3,05.



Obrázek 35: Ukázka řešení (nedostatečně)

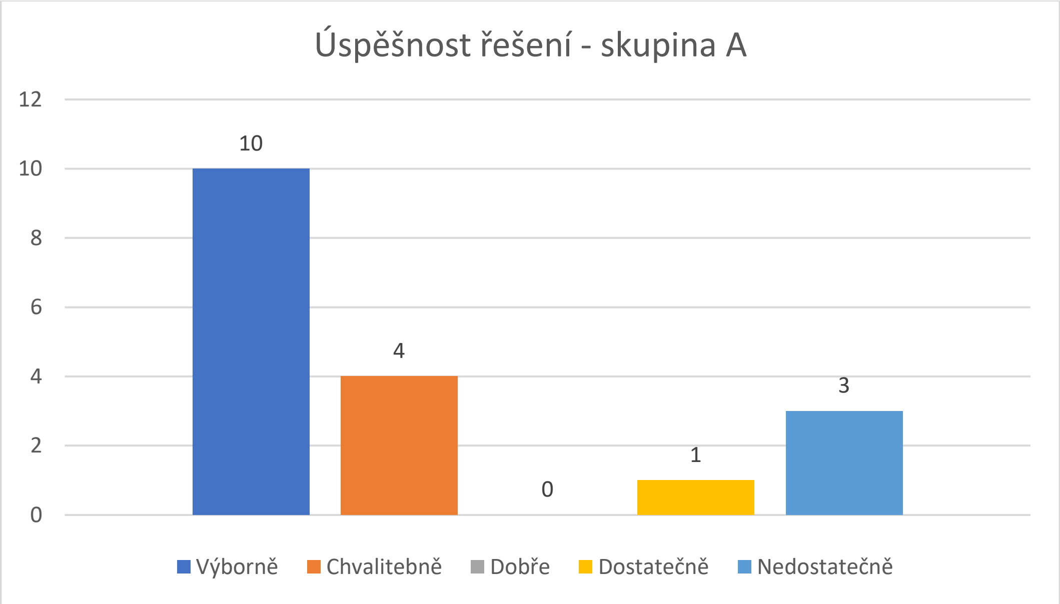
9. **ÚLOHA – Dvě místa jsou od sebe na mapě vzdáleny 9 cm. Měřítko mapy je 1:15000. Jaká je skutečná vzdálenost těchto dvou míst?**

<u>Možné řešení:</u>



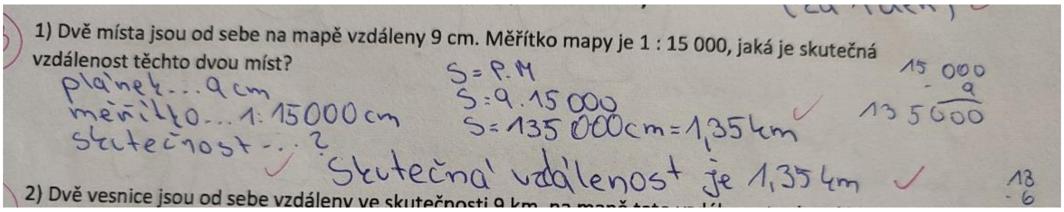
Obrázek 36: Možné správné řešení 9. slovní úlohy

<u>Úspěšnost řešení – skupina A:</u>



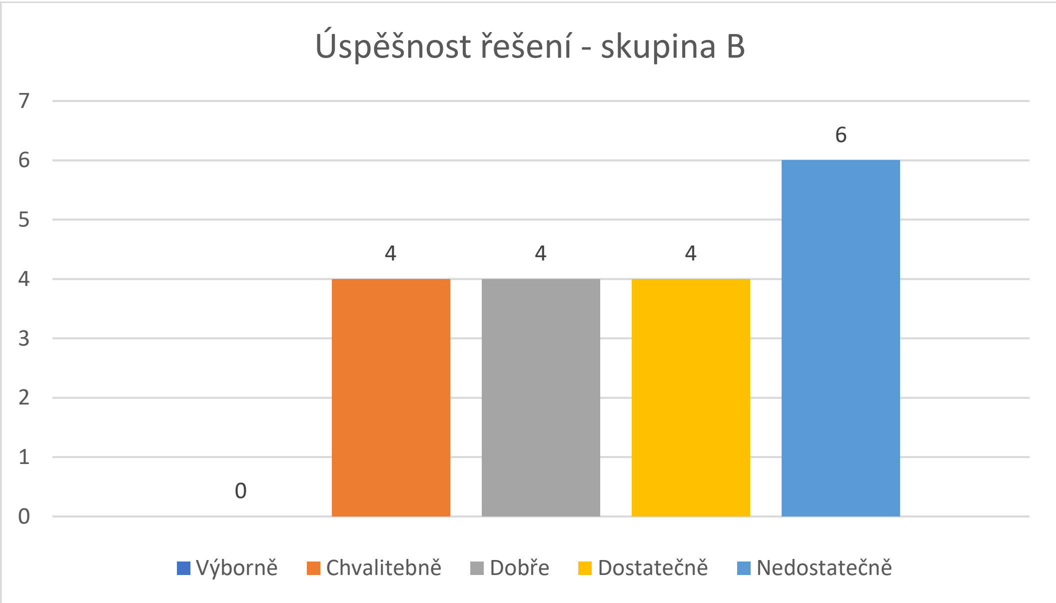
Graf 21: Úspěšnost řešení 9. slovní úlohy (skupina A)

Ze slovních úloh zaměřených na měřítko a plán mapy je jako první uvedena úloha, jejíž cílem je zjistit skutečnou vzdálenost dvou míst. Úlohu řešilo 18 žáků z nichž deset vyřešilo slovní úlohu zcela správně (hodnoceno výborně (obr. 37)). Chvalitebně byli hodnoceni čtyři žáci, ti neuvedli zápis slovní úlohy, případně špatně převedli jednotky, jinak byl jejich postup i řešení v pořádku. Dostatečně byl hodnocen pouze jeden žák, ten uvedl pouze zápis slovní úlohy. Zbylí tři žáci neřešili slovní úlohu vůbec, hodnoceni proto byli nedostatečně. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 2,06.



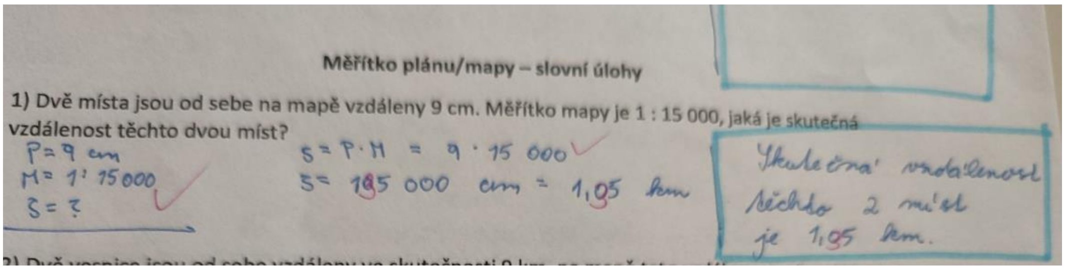
Obrázek 37: Ukázka řešení (výborně)

<u>Úspěšnost řešení – skupina B:</u>



Graf 22: Úspěšnost řešení 9. slovní úlohy (skupina B)

Následující slovní úlohu řešilo z celkového počtu 21 žáků 18. Z grafu 22 je patrné, že při řešení slovní úlohy zaměřené na zjištění skutečné vzdálenosti dvou míst, nebyli žáci příliš úspěšní. Pouze čtyři z 18 řešitelů si poradili s úlohou chvalitebně (obr. 38), jejich řešení bylo v pořádku, zapomněli však uvést zápis slovní úlohy. Další čtyři žáci se o řešení pokusili, neuvedli však ani zápis slovní úlohy. Tito žáci navíc špatně buďto vynásobili nebo převedli konečný výsledek, proto byla jejich úloha hodnocena dobře. Ze zbylých deseti žáků, čtyři uvedli pouze zápis slovní úlohy (hodnoceno dostatečně), ostatní žáci neřešili slovní úlohu vůbec a byli hodnoceni nedostatečně. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 3,67.


Měřítko plánu/mapy – slovní úlohy

1) Dvě místa jsou od sebe na mapě vzdáleny 9 cm. Měřítko mapy je 1 : 15 000, jaká je skutečná vzdálenost těchto dvou míst?

P = 9 cm
M = 1 : 15 000
S = ?

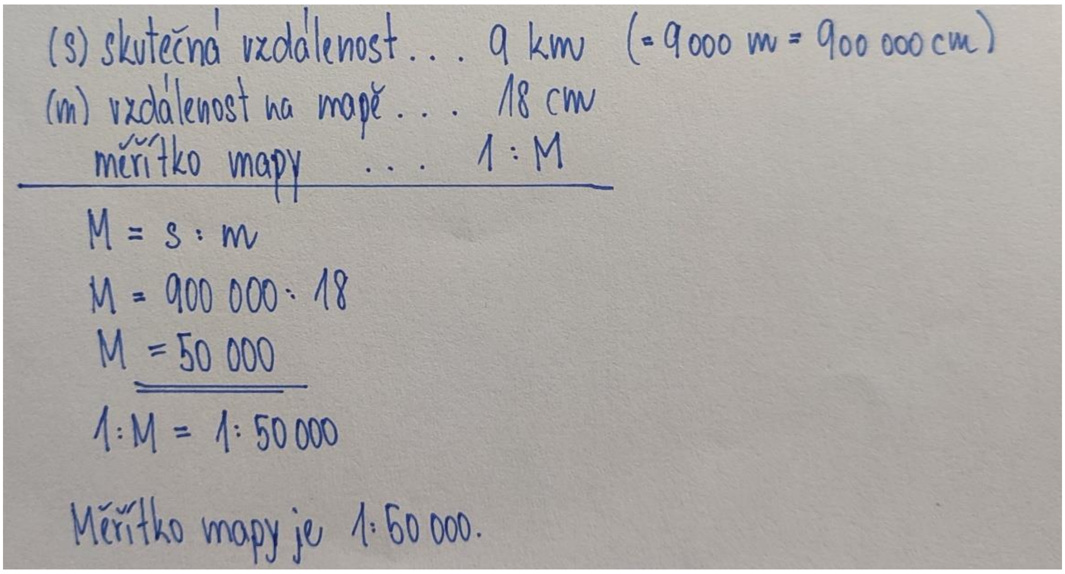
S = P · M = 9 · 15 000
S = 135 000 cm = 1,35 km

Skutečná vzdálenost těchto 2 míst je 1,35 km.

Obrázek 38: Ukázka řešení (chvalitebně)

10. ÚLOHA – Dvě vesnice jsou od sebe vzdáleny ve skutečnosti 9 km, na mapě tato vzdálenost odpovídá 18 cm. Určete měřítko mapy.

<u>Možné řešení:</u>

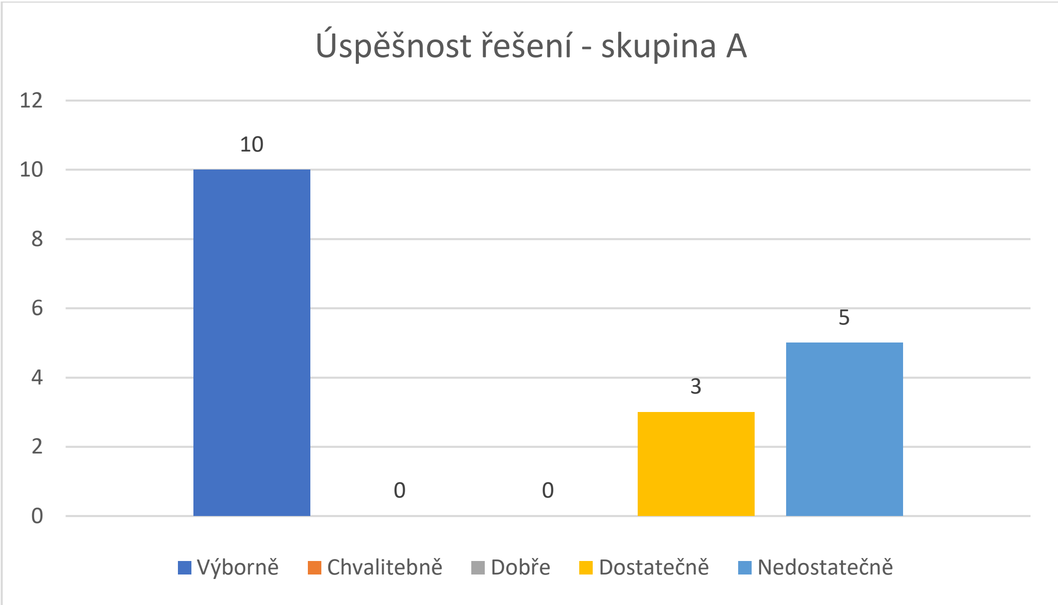

(s) skutečná vzdálenost . . . 9 km (= 9 000 m = 900 000 cm)
(m) vzdálenost na mapě . . . 18 cm
měřítko mapy . . . 1 : M

M = s : m
M = 900 000 : 18
M = 50 000
1 : M = 1 : 50 000

Měřítko mapy je 1 : 50 000.

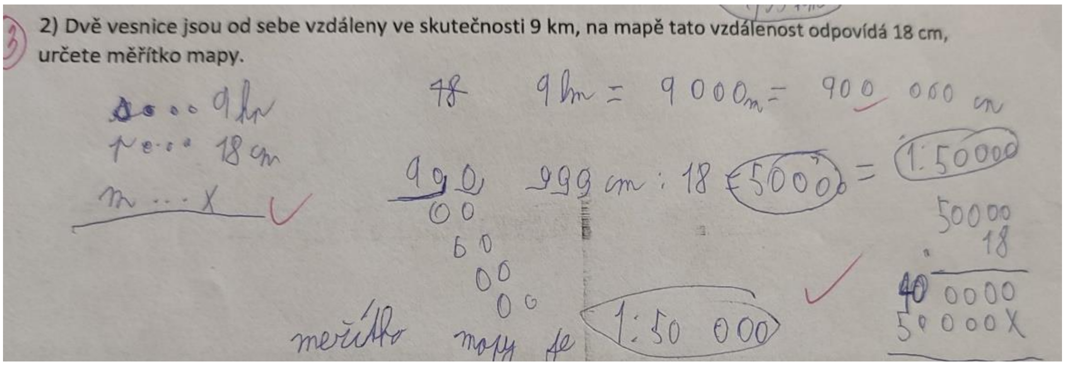
Obrázek 39: Možné správné řešení 10. slovní úlohy

Úspěšnost řešení – skupina A:



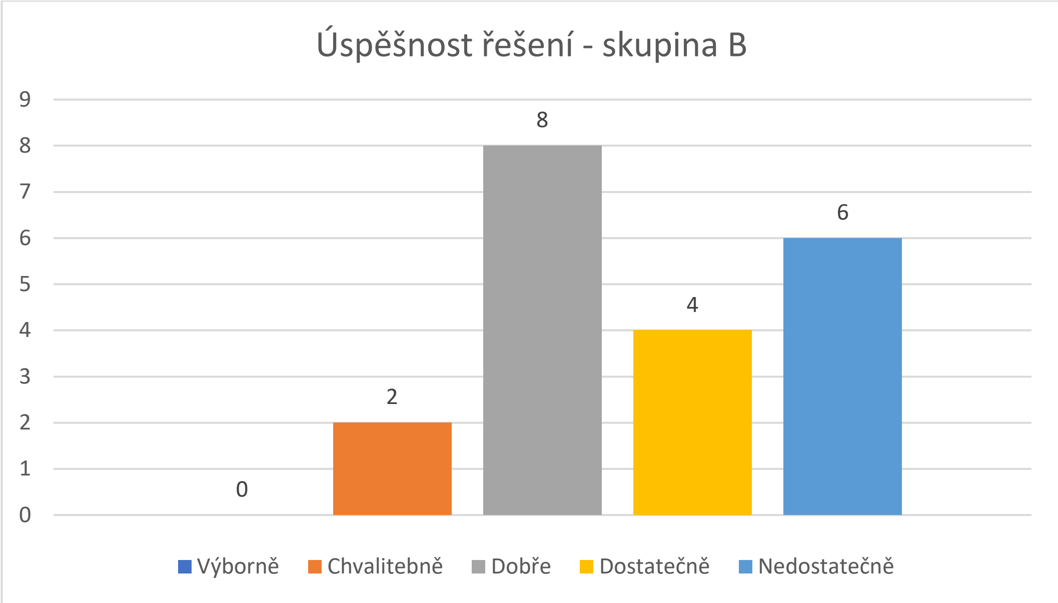
Graf 23: Úspěšnost řešení 10. slovní úlohy (skupina A)

Slovní úlohu zaměřenou na výpočet měřítka mapy řešilo celkem 18 žáků z 23. Deset žáků bylo hodnoceno výborně (obr. 40), bezchybně zvládli vyřešit zadanou úlohu. Tři žáci dokázali ve svém řešení provést pouze zápis slovní úlohy, dále bylo jejich řešení chybné nebo se o něj ani nepokusili. Nedostatečně bylo hodnoceno zbylých pět žáků, ti buďto úlohu vůbec neřešili, nebo zvolili špatný postup, a tak se nedostali k tíženému cíli. Aritmetický průměr zde odpovídá hodnotě 2,61.



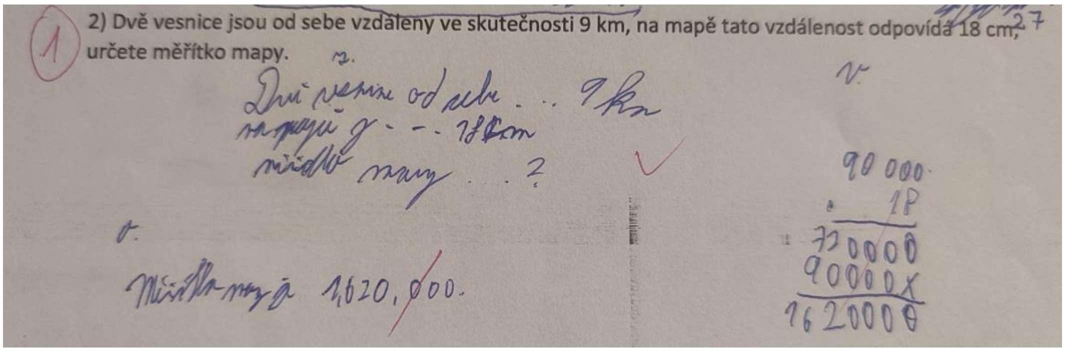
Obrázek 40: Ukázka řešení (výborně)

Úspěšnost řešení – skupina B:



Graf 24: Úspěšnost řešení 10. slovní úlohy (skupina B)

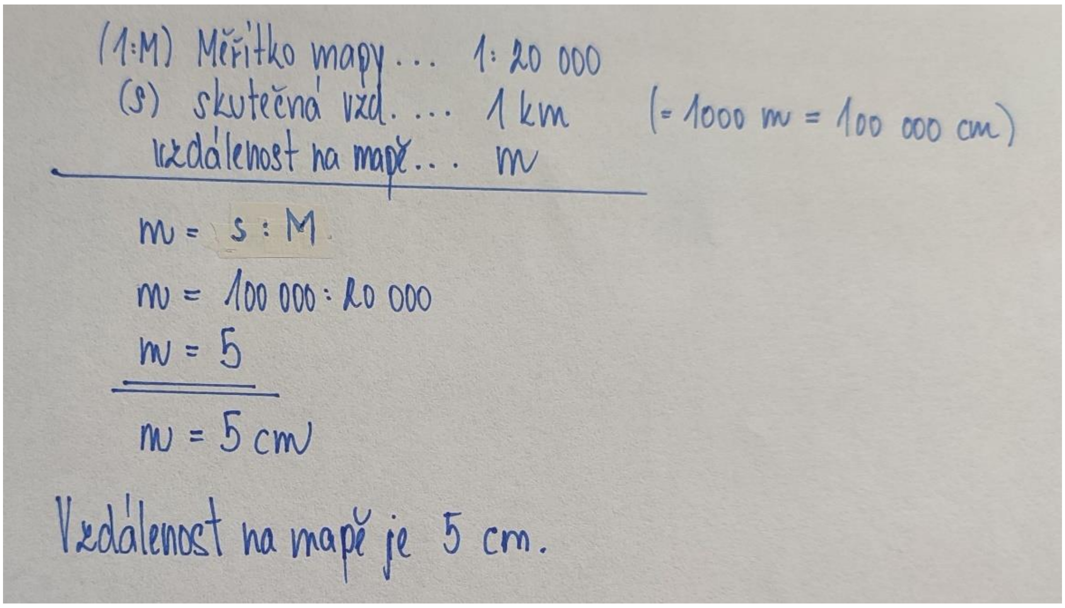
Skupina B měla méně úspěšných řešitelů, z celkového počtu 21 žáků řešilo slovní úlohu 20 žáků. Z těchto žáků pouze dva zvládli vyřešit úlohu zaměřenou na měřítko mapy, zapomněli však uvést zápis úlohy, proto byli hodnoceni chvalitebně. Hodnoceno dobře bylo osm žáků, tito zvládli zapsat slovní úlohu a převedli jednotky, poté už měli s úlohou problém. Někteří zvolili správný postup, ale nesprávně převedli jednotky, nedostali se tedy ke správnému výsledku. Dostatečně (obr. 41) byli hodnoceni čtyři žáci, ti zvládli pouze zápis slovní úlohy. Zbývajících šest žáků řešilo úlohu zcela chybně, nebo se o její řešení ani nepokusili, proto byli hodnoceni nedostatečně. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 3,7.



Obrázek 41: Ukázka řešení (dostatečně)

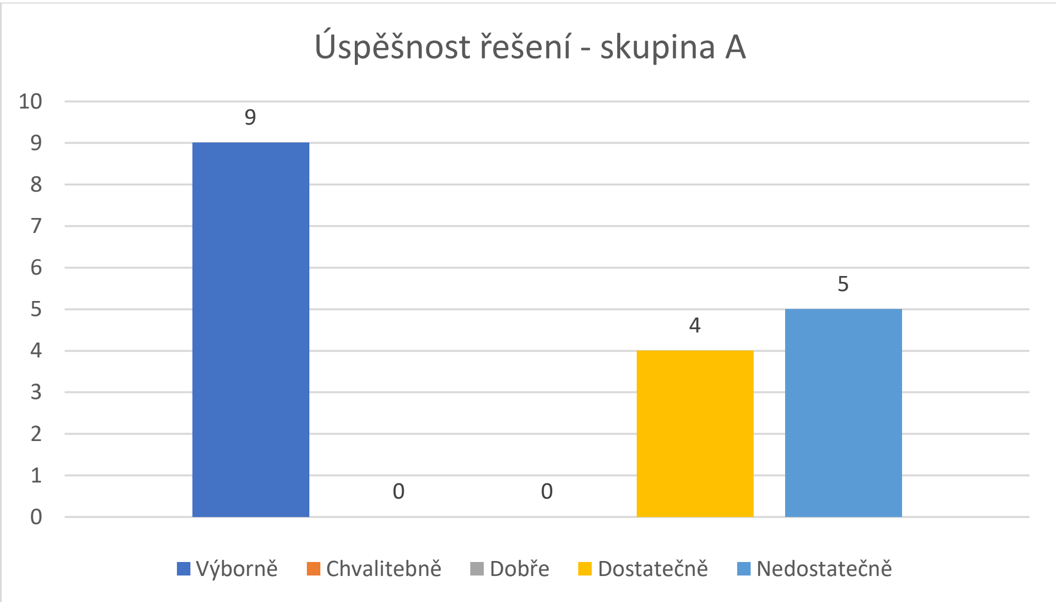
11. ÚLOHA – Jakou vzdálenost na mapě s měřítkem 1:20 000 je znázorněna skutečná vzdálenost 1 km?

<u>Možné řešení:</u>



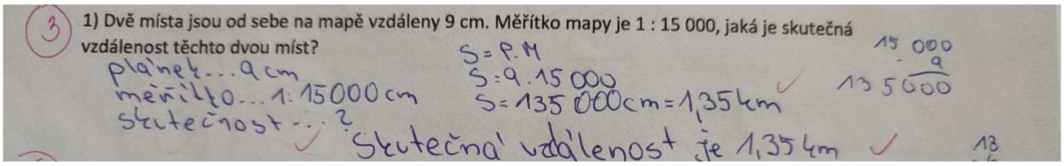
Obrázek 42: Možné správné řešení 11. slovní úlohy

<u>Úspěšnost řešení – skupina A:</u>



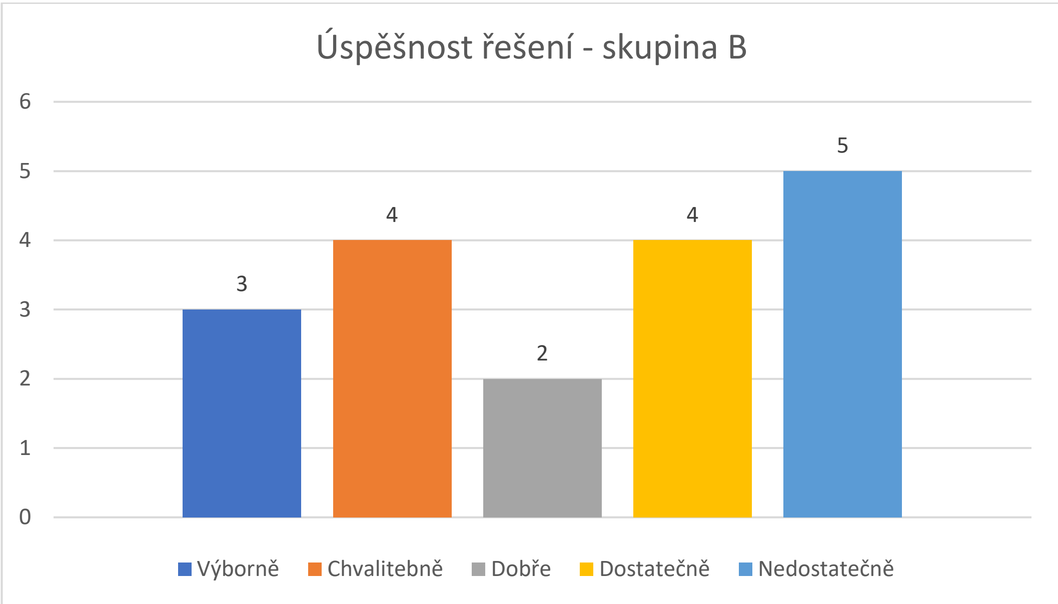
Graf 25: Úspěšnost řešení 11. slovní úlohy (skupina A)

Poslední slovní úlohu zaměřenou na měřítko plánu a mapy, řešilo ve slupině A opět 18 žáků z celkového počtu 23. Z těchto žáků bylo devět zcela úspěšných a byli ohodnoceni výborně (obr. 43). Dostatečně byli hodnoceni čtyři žáci, kteří uvedli pouze zápis slovní úlohy, dál se o řešení nepokoušeli nebo zvolili špatný postup a nebyli tak schopni se dostat ke správnému cíli. Zbylých pět žáků se o řešení slovní úlohy ani nepokusilo, proto bylo jejich hodnocení nedostatečné. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 2,78.



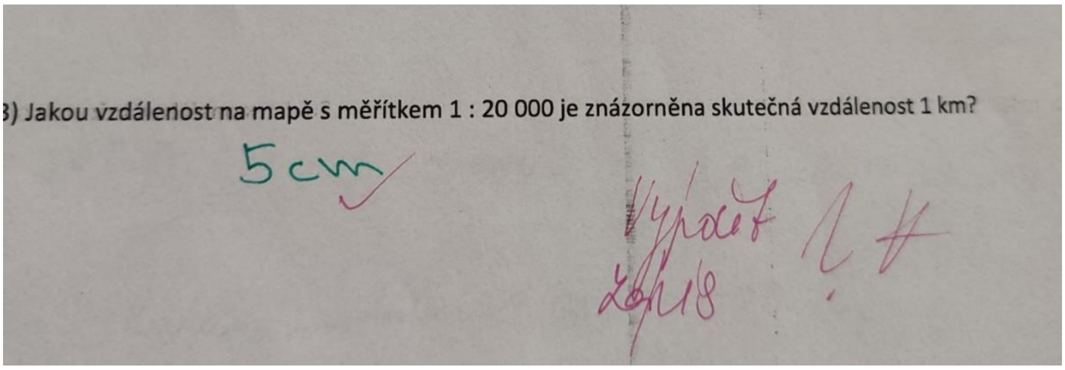
Obrázek 43: Ukázka řešení (výborně)

<u>Úspěšnost řešení – skupina B:</u>



Graf 26: Úspěšnost řešení 11. slovní úlohy (skupina B)

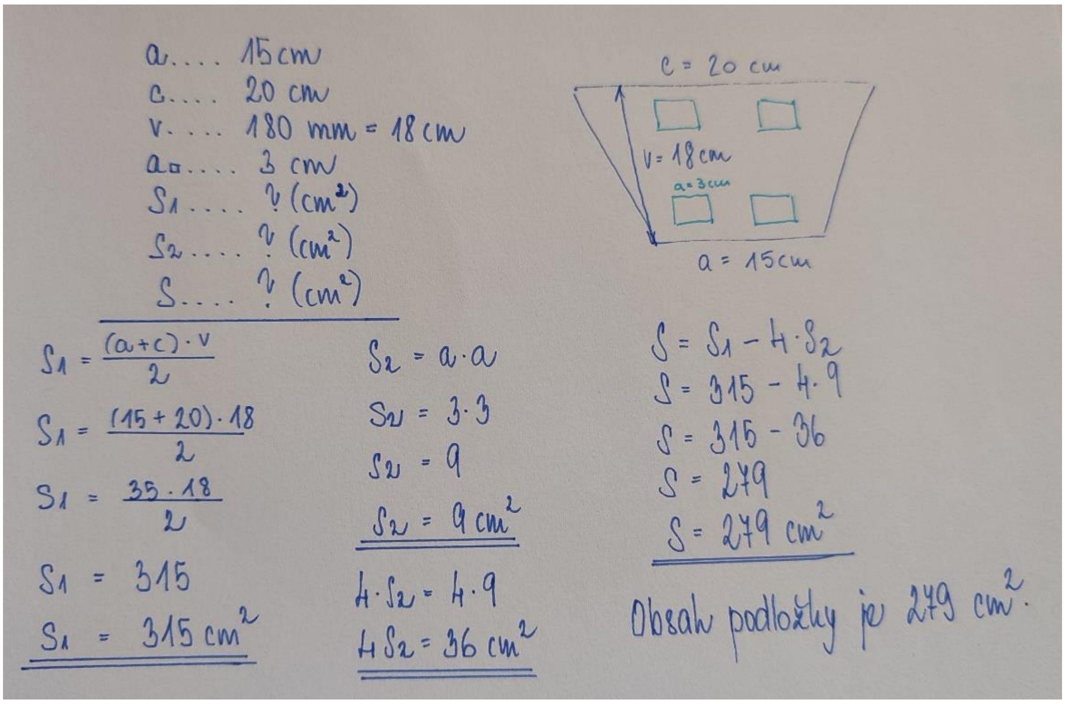
Slovní úlohu zaměřenou na výpočet vzdálenosti na mapě řešilo stejně jako ve skupině A 18 žáků, v tomto případě z celkového počtu 21. Zcela úspěšní ve svém řešení byli tři žáci, ti byli ohodnoceni výborně. Další čtyři žáci měli ve svém řešení pouze drobné chyby, některým chyběl zápis úlohy, jiným zase odpověď. Tito žáci byli ohodnoceni chvalitebně. Dva další žáci byli hodnoceni dobře, ve své slovní úloze zvládli zapsat řešení, v dalším kroku pak zvolili správně postup, udělali však chybu v převodu jednotek a řešení slovní úlohy bylo chybné. Dostatečně byli hodnoceni čtyři žáci, tito žáci zapsali pouze zadání slovní úlohy, dále svoji úlohu neřešili nebo bylo jejich řešení chybné. Zbylých pět žáků pak bylo hodnoceno nedostatečně (obr. 44), tito žáci úlohu buďto vůbec neřešili nebo byla volba jejich postupu chybná. Aritmetický průměr v tomto případě odpovídá hodnotě 3,44.



Obrázek 44: Ukázka řešení (nedostatečně)

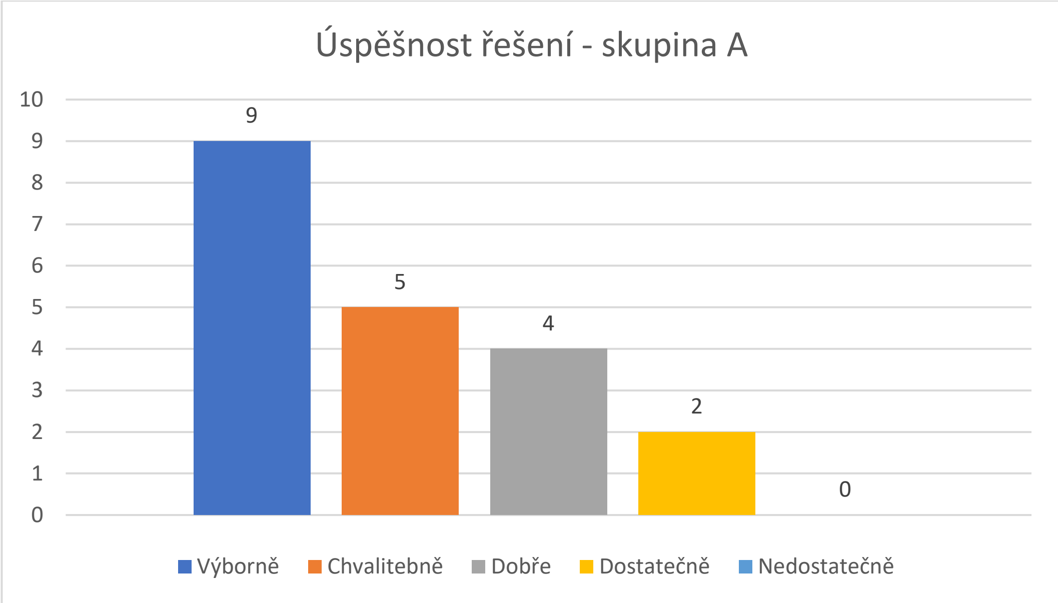
12. ÚLOHA – V podložce tvaru lichoběžníku se základnami 15 cm a 20 cm a výškou 180 mm jsou čtyři otvory tvaru čtverce se stranou 3 cm. Vypočítejte obsah podložky.

<u>Možné řešení:</u>



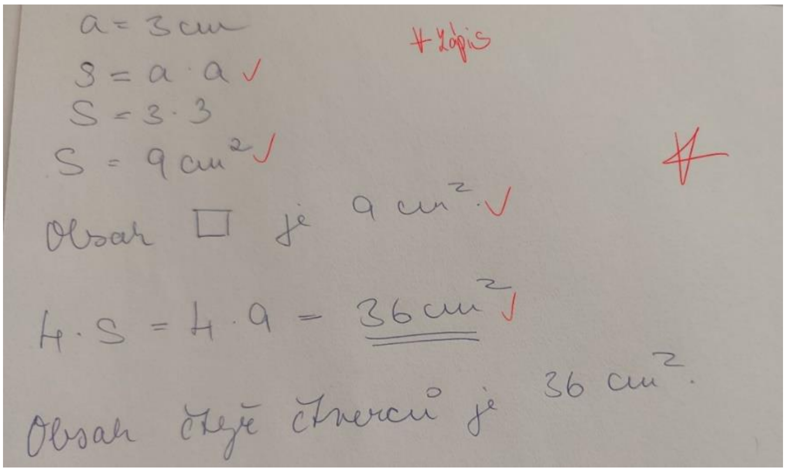
Obrázek 45: Možné správné řešení 12. slovní úlohy

<u>Úspěšnost řešení – skupina A:</u>



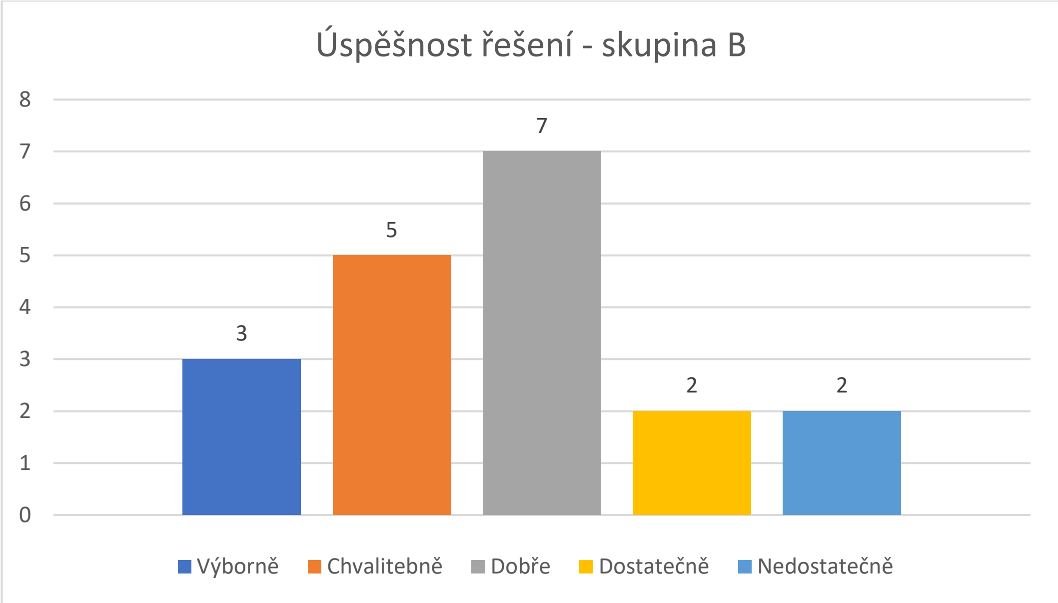
Graf 27: Úspěšnost řešení 12. slovní úlohy (skupina A)

Slovní úlohu číslo 12, zaměřující se na rovnoběžníky, konkrétně na obsah lichoběžníku a čtverce řešilo 20 žáků. Výborně bylo ohodnoceno devět žáků, tito vyřešilo úlohu bez jakéhokoliv problému. Dalších pět žáků udělalo při řešení úlohy drobnou chybu, buďto zapomněli uvést zápis či odpověď slovní úlohy nebo se na konci spletli v jednotkách (hodnoceno chvalitebně). Další čtyři žáci uvedli správně zápis i vzorce pro výpočet obsahu jak čtverce, tak lichoběžníku, zapomněli však nakonec tyto dva obsahy od sebe odečíst. Tito žáci byli ohodnoceni dobře (obr. 46). Poslední dva žáci vypočítali správně obsah čtverce (nebo všech čtyř čtverců), nic víc však ve svém řešení neuvedli, proto bylo jejich řešení vyhodnoceno jako dostatečné. Aritmetický průměr ukazuje hodnotu 1,95.



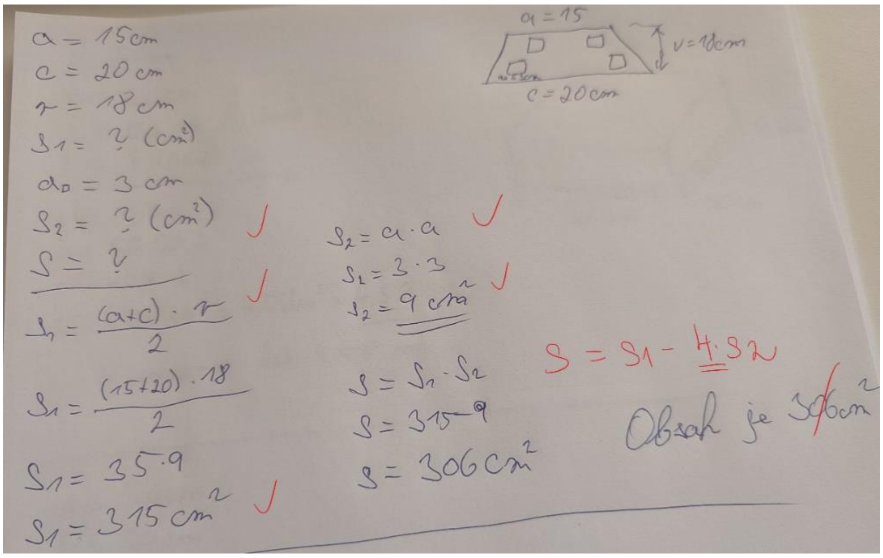
Obrázek 46: Ukázka řešení (dobře)

Úspěšnost řešení – skupina B:



Graf 28: Úspěšnost řešení 12. slovní úlohy (skupina B)

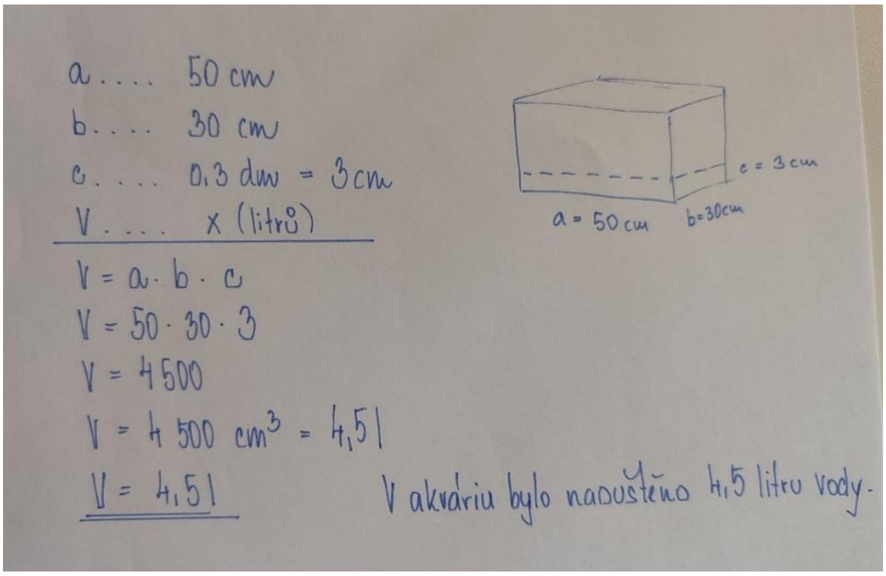
Ze skupiny B řešilo slovní úlohu 19 žáků z celkového počtu 21. Z těchto byli tři naprosto bezchybní a hodnoceni proto byli výborně. Dalších pět žáků obdobně jako ve skupině A udělali drobné chyby, proto byli hodnoceni chvalitebně (obr. 47). Poloviční řešení uvedlo sedm žáků, zvládli zápis slovní úlohy, uvedli vzorce pro výpočet obsahu lichoběžníku a čtverce. Chybovali buďto při výpočtu rozdílu obsahů, nebo na rozdíl zcela zapomněli, proto byli hodnoceni dobře. Dva žáci vypočetli obsah čtverce, dál se však ve svém řešení nedostali (hodnoceno dostatečně). Zbylí dva žáci byli hodnoceni nedostatečně, tito se o řešení úlohy ani nepokusili. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 2,7.



Obrázek 47: Ukázka řešení (chvalitebně)

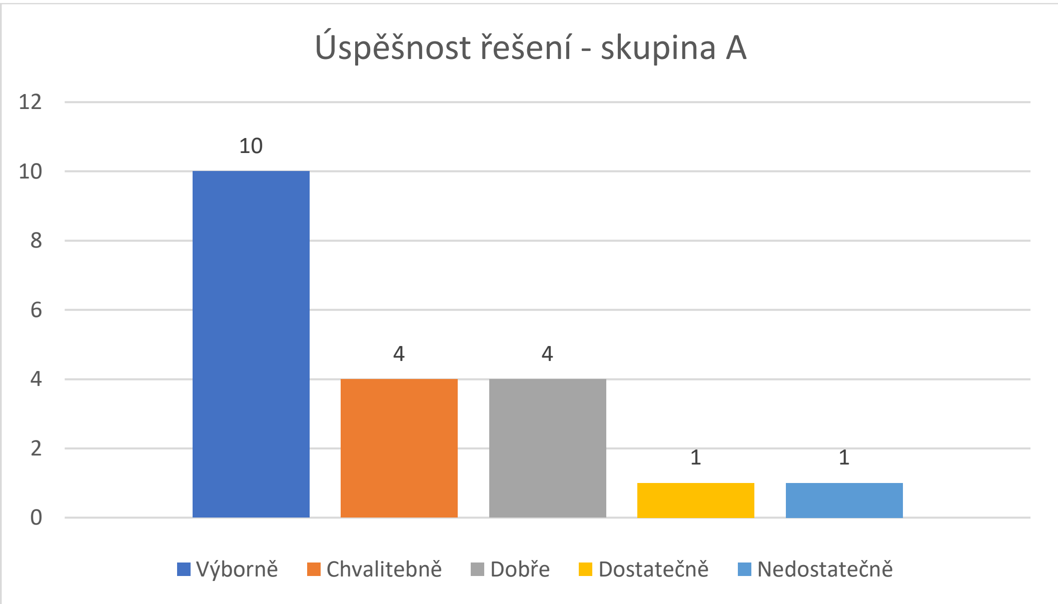
13. ÚLOHA – Honza si koupil nové akvárium – délka akvária je 50 cm, šířka 30 cm, výška 40 cm a voda je napuštěna nejprve do výšky 0,3 dm. Kolik litrů vody je nyní napuštěno v akváriu?

<u>Možné řešení:</u>



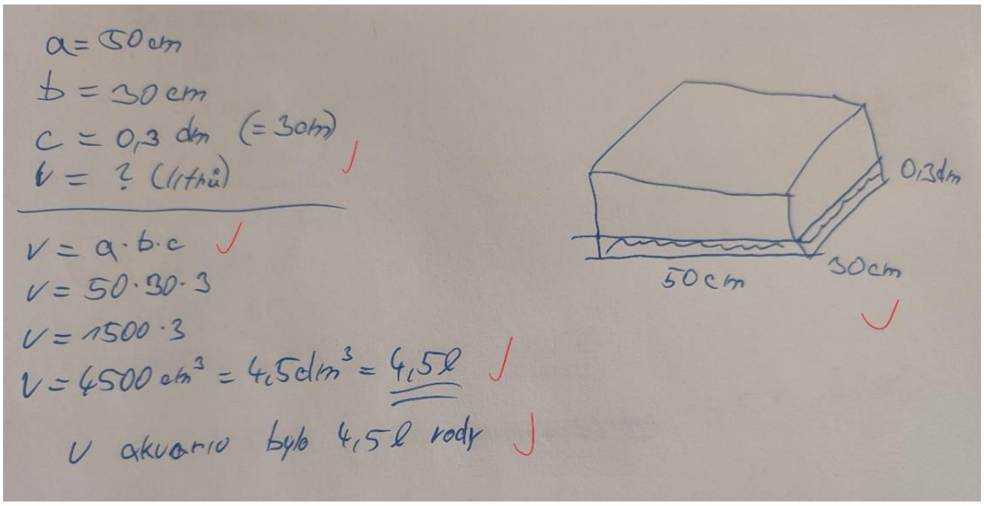
Obrázek 48: Možné správné řešení 13. slovní úlohy

<u>Úspěšnost řešení – skupina A:</u>



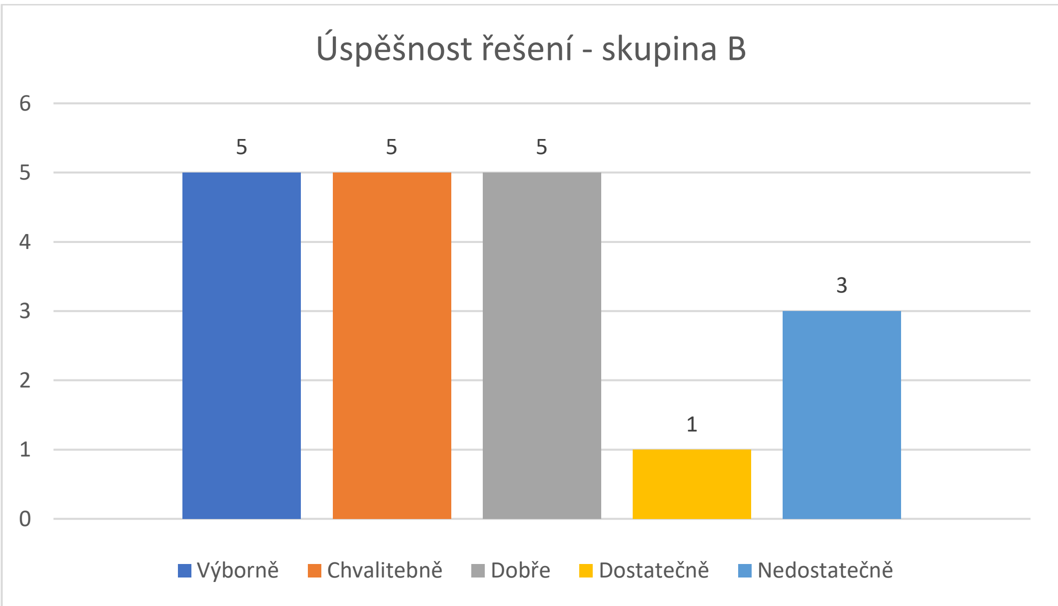
Graf 29: Úspěšnost řešení 13. slovní úlohy (skupina A)

Slovní úloha číslo 13 je zaměřena na výpočet objemu kvádru, konkrétně se jedná o výpočet objemu vody v akváriu. Slovní úlohu řešilo opět 20 žáků z celkového počtu 23. Přesně polovina řešitelů, tedy deset žáků bylo zcela úspěšných, ve svém řešení neudělali sebemenší chybu. Tito žáci byli hodnoceni výborně (obr. 49). Chvalitebně byli hodnoceni další čtyři žáci, zvládli úlohu s drobnými chybami, buďto neuvedli zápis nebo náčrt slovní úlohy, nebo na konci špatně převedli jednotky objemu. Další čtyři žáci ve svém řešení uvedli zápis úlohy, vzorec pro výpočet objemu kvádru, špatně se však zorientovala v zadání slovní úlohy, a vypočítali objem akvária, nikoliv objem vody, který je v akváriu napuštěn. Tito čtyři žáci byli hodnoceni dobře. Jeden ze žáků uvedl zápis slovní úlohy a vzorec pro výpočet objemu kvádru, dál však ve svém řešení nepostupoval (hodnoceno dostatečně). Poslední ze žáků se pokusil o výpočet objemu, užil však špatný vzorec pro výpočet, a tak byl hodnocen nedostatečně. Aritmetický průměr odpovídá totožně jako u předchozí úlohy hodnotě 1,95.



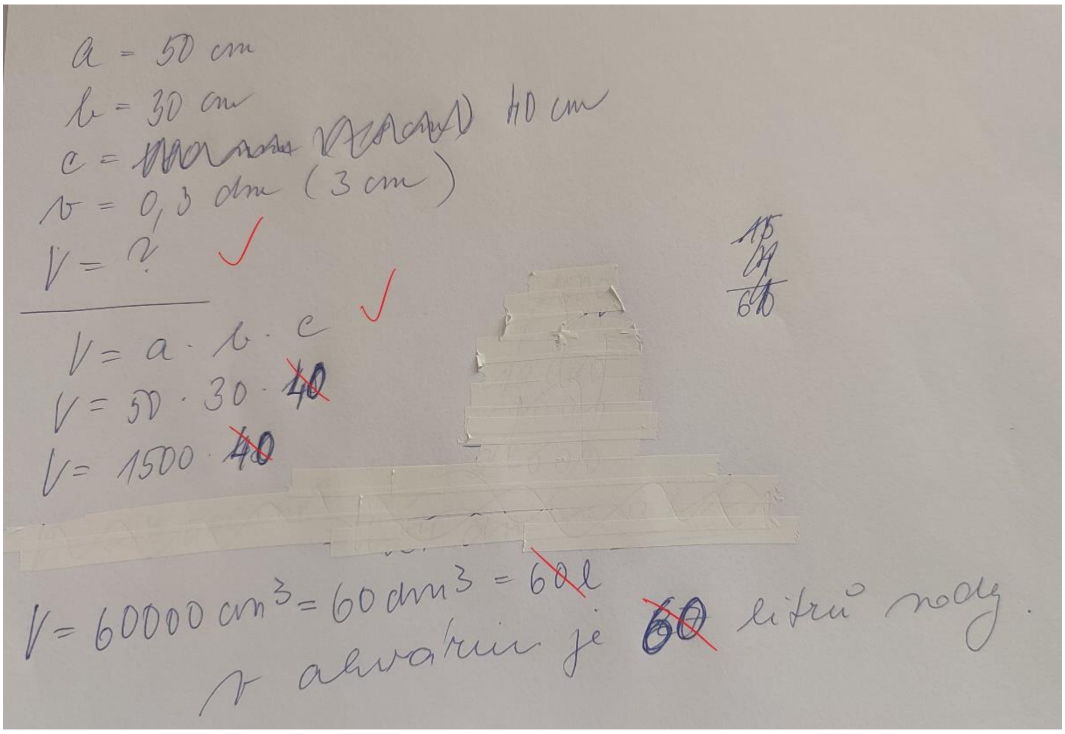
Obrázek 49: Ukázka řešení (výborně)

<u>Úspěšnost řešení – skupina B:</u>



Graf 30: Úspěšnost řešení 13. slovní úlohy (skupina B)

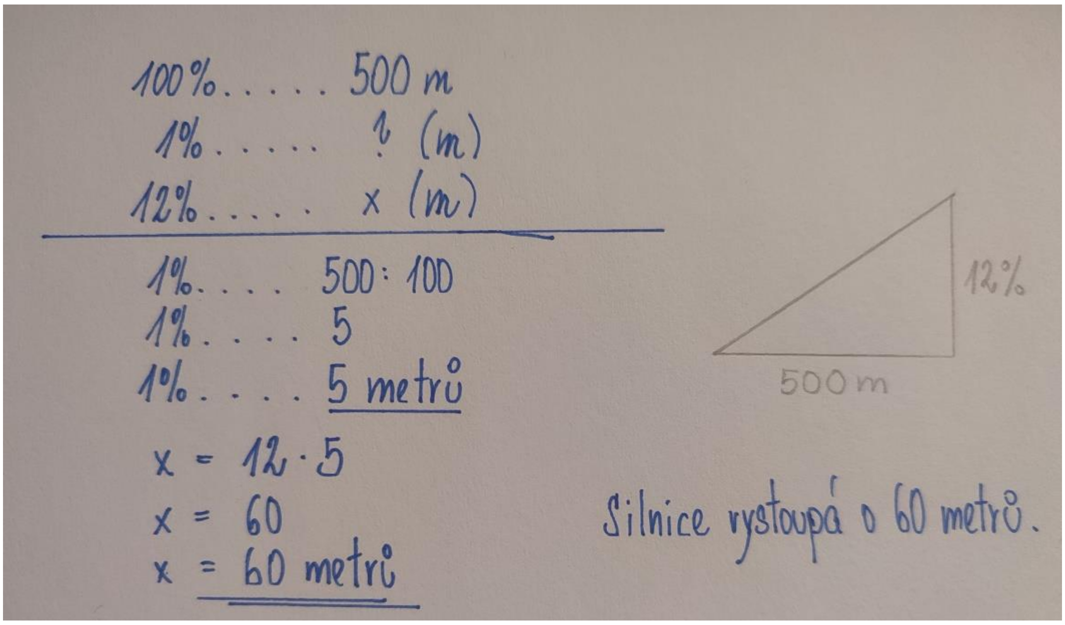
Slovní úlohu zaměřující se na výpočet objemu kvádru řešilo 19 žáků z celkového počtu 21 žáků. Z nich pět bylo ve svém řešení zcela úspěšných, proto byli hodnoceni výborně. Dalších pět žáků udělalo drobné chyby – zapomněli na zápis slovní úlohy nebo špatně převedli jednotky objemu. Tito žáci byli ohodnoceni chvalitebně. Dobře bylo ohodnoceno pět žáků, tedy jejich řešení bylo poloviční, uvedli zápis slovní úlohy a vzorec pro výpočet objemu kvádru. Tito žáci se však nezorientovali ve slovní úloze a stejně jako někteří žáci ze skupiny A, vypočítali objem celého akvária, nikoliv objem napuštěné vody. Pouze jeden žák byl hodnocen dostatečně (obr. 50), uvedl zápis slovní úlohy a vzorec pro výpočet objemu kvádru. Poslední tři žáci o řešení úlohy buďto vůbec nepokusili nebo bylo jejich řešení zcela chybné, proto bylo jejich řešení hodnoceno jako nedostatečné. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 2,4.



Obrázek 50: Ukázka řešení (dostatečně)

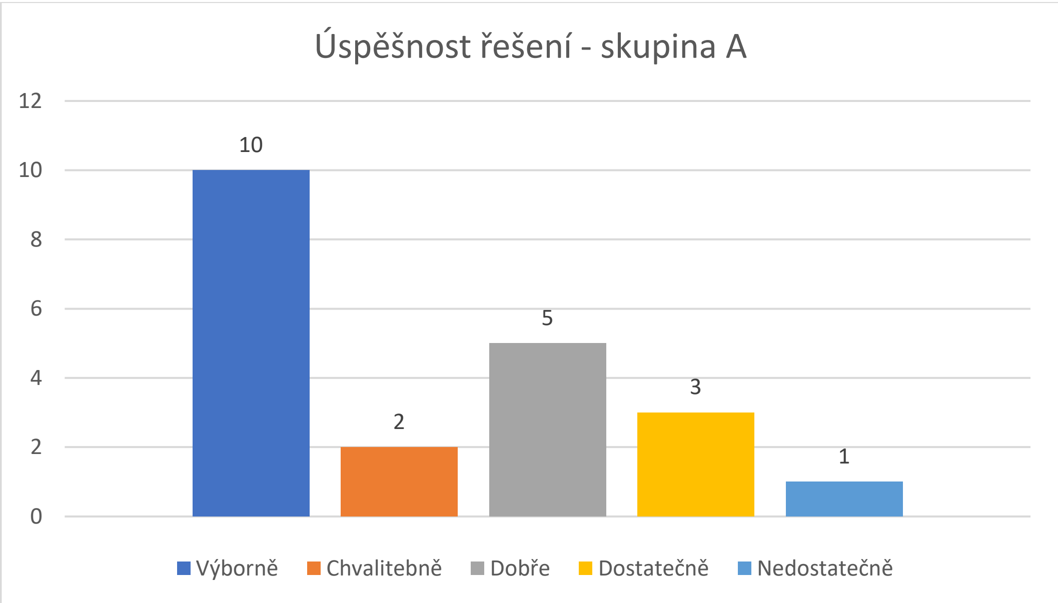
14. ÚLOHA – Na dopravní značce je patrné, že silnice má stoupání 12 %. O kolik metrů vystoupá silnice na vodorovné vzdálenosti 500 metrů?

<u>Možné řešení:</u>



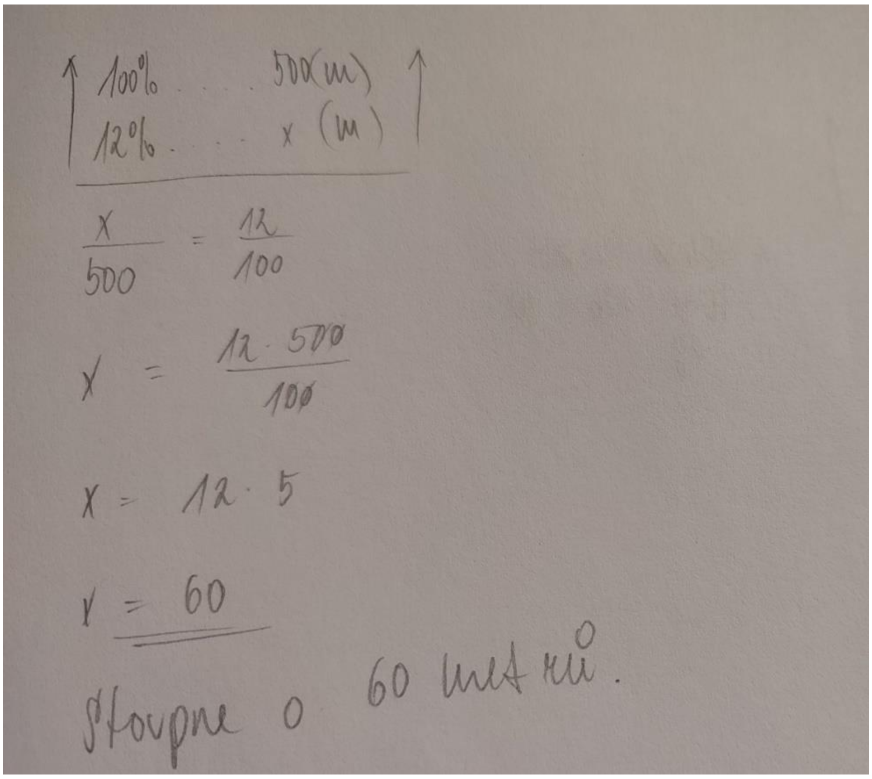
Obrázek 51: Možné správné řešení 14. slovní úlohy

<u>Úspěšnost řešení – skupina A:</u>



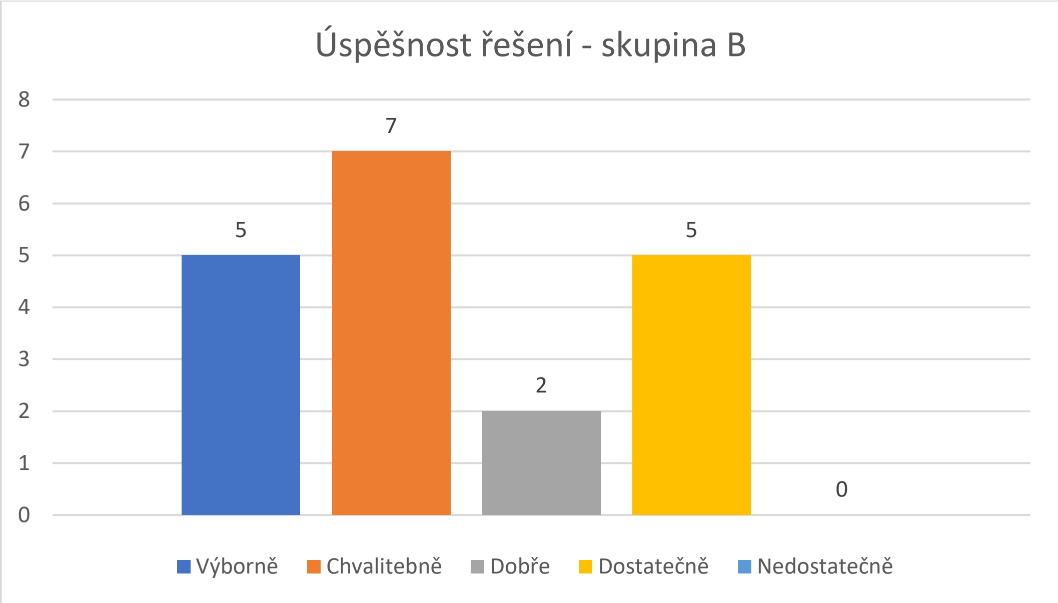
Graf 31: Úspěšnost řešení 14. slovní úlohy (skupina A)

Slovní úloha o dopravní značce je první ze skupiny úloh zaměřující se na práci s procenty. Tuto slovní úlohu řešilo 21 žáků z celkového počtu 23. Téměř polovina žáků, konkrétně deset žáků řešilo slovní úlohu zcela bezchybně a uvedli veškeré náležitosti (hodnoceno výborně (obr. 52)). Chvalitebně byli hodnoceni dva žáci, tito udělali pouze drobnou chybu, sice neuvedli odpověď na slovní úlohu nebo náčrt. Dalších pět žáků správně uvedlo zápis slovní úlohy a vypočetli jaké hodnotě odpovídá 1 %. Chyba spočívala v tom, že buďto dále nepočítali nebo chybně vypočetli jaké hodnotě odpovídá 12 %. Z toho důvodu pětice žáků byla hodnocena dobře. Ze zbývajících čtyř žáků, tři uvedli pouze zápis slovní úlohy, dále ji vůbec neřešili nebo bylo jejich řešení chybné. Tato trojice žáků byla hodnocena dostatečně. Poslední ze žáků se o řešení slovní úlohy ani nepokusil, jeho řešení tak bylo ohodnoceno jako nedostatečné. Aritmetický průměr odpovídající hodnocení této slovní úlohy je 2,2.



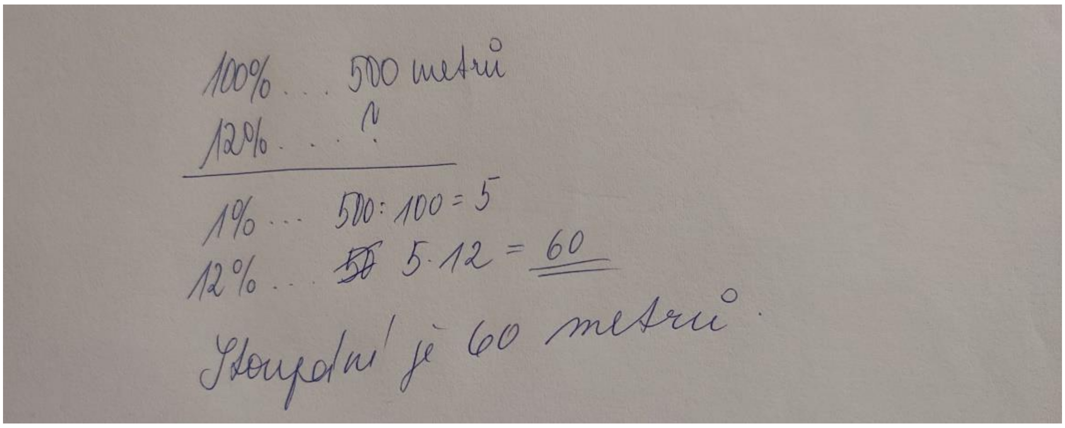
Obrázek 52: Ukázka řešení (výborně)

Úspěšnost řešení – skupina B:



Graf 32: Úspěšnost řešení 14. slovní úlohy (skupina B)

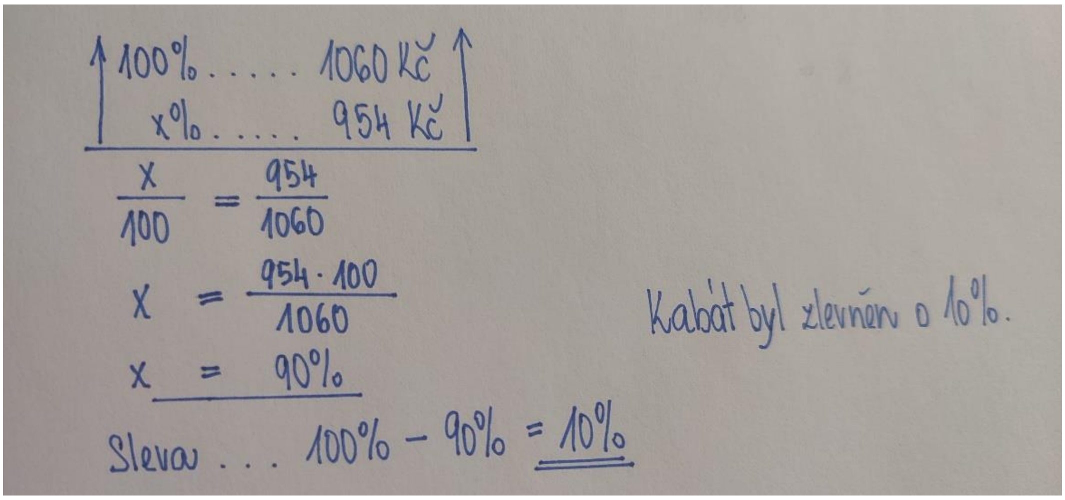
Ze skupiny B řešilo první slovní úlohu zaměřující se na procenta 19 žáků z celkového počtu 21. Z těchto žáků bylo pět zcela úspěšných, proto byli hodnoceni výborně (obr. 53). Dalších sedm žáků úspěšně řešilo slovní úlohu, ale neuvedli její zápis, odpověď či náčrt, proto byli hodnoceni chvalitebně. Dva žáci správně zapsali slovní úlohu a vypočetli jaké hodnotě odpovídá 1 %, slovní úlohu však nedokončili. Tato dvojice žáků byla hodnocena dobře. Zbylých pět žáků uvedlo pouze zápis slovní úlohy a tu poté dál neřešili nebo bylo jejich následné řešení chybné. Tito žáci byli ohodnoceni dostatečně. Aritmetický průměr v tomto případě odpovídá hodnotě 2,4.



Obrázek 53: Ukázka řešení (výborně)

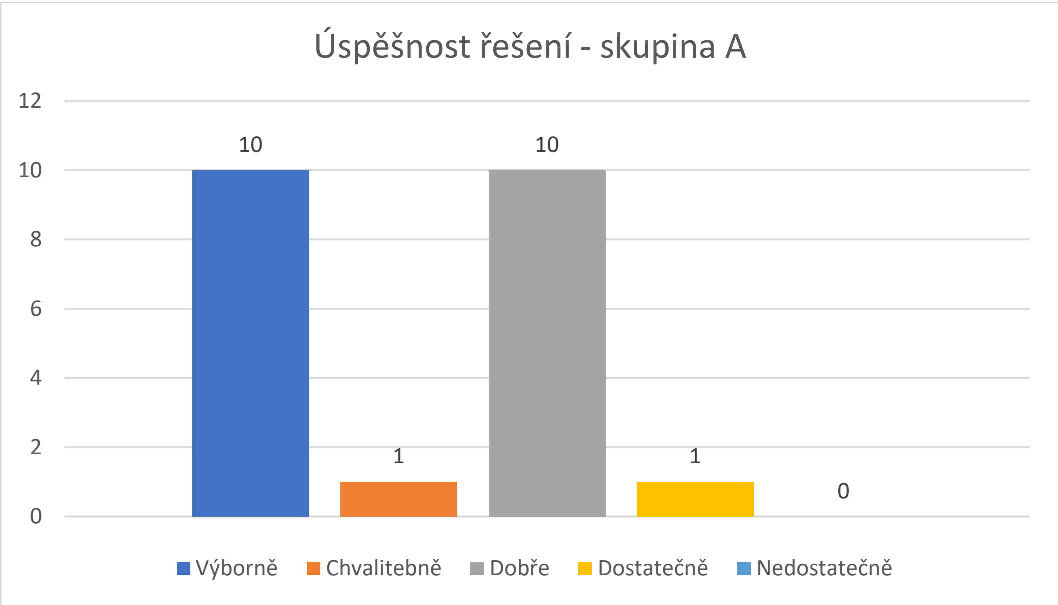
15. ÚLOHA – Kabát byl zlevněn z 1060 Kč na 954 Kč. O kolik % byl kabát zlevněn?

Možné řešení:



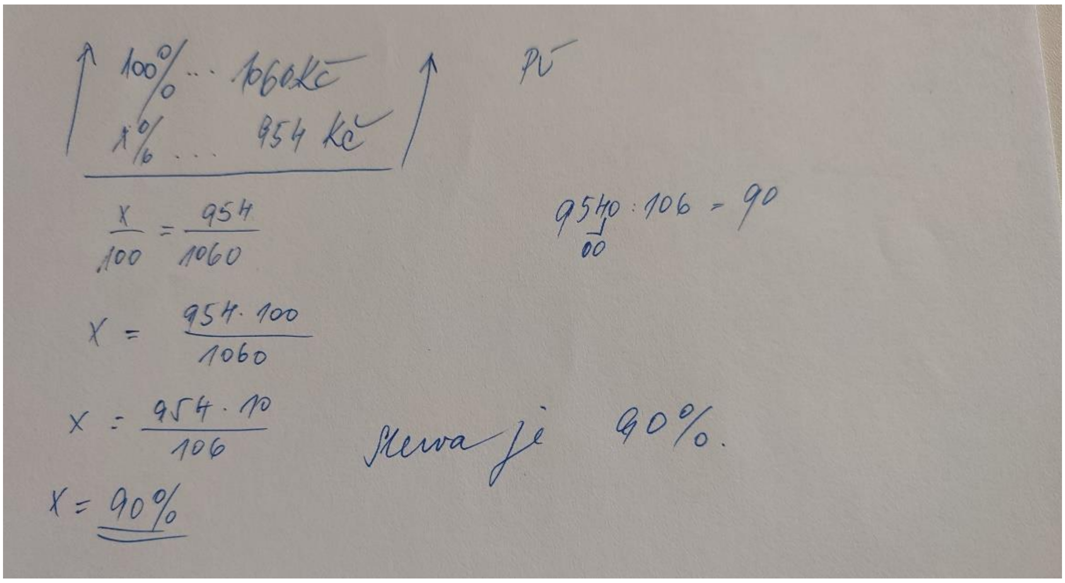
Obrázek 54: Možné správné řešení 15. slovní úlohy

Úspěšnost řešení – skupina A:



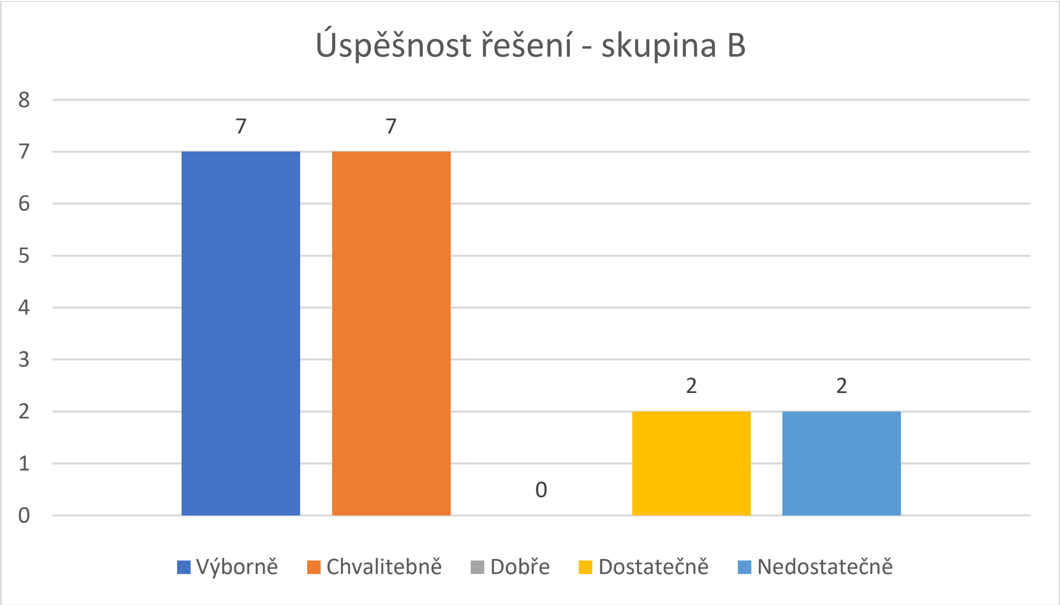
Graf 33: Úspěšnost řešení 15. slovní úlohy (skupina A)

Druhou slovní úlohu zaměřující se na procenta, konkrétně na výpočet slevy, ze skupiny A řešilo 22 žáků z celkového počtu 23. Téměř polovina, konkrétně deset z nich bylo v řešení slovní úlohy bezchybných a hodnoceno výborně (obr. 55). Chvalitebně byl ohodnocen pouze jeden žák, ten řešil úlohu správně, opomněl však na její zápis. Dalších deset žáků uvedlo správně zápis slovní úlohy, a dokázali vyčíslit kolika procentům odpovídala cena po slevě. Ve slovní úloze jsme se však ptali na to, kolik činila sleva, což těchto deset žáků opomnělo dopočítat. Proto žáci s tímto nekompletním řešením byli hodnoceni dobře. Zbylý žák uvedl pouze zápis slovní úlohy, další řešení bylo chybné. Tento žák byl hodnocen dostatečně. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 2,2.



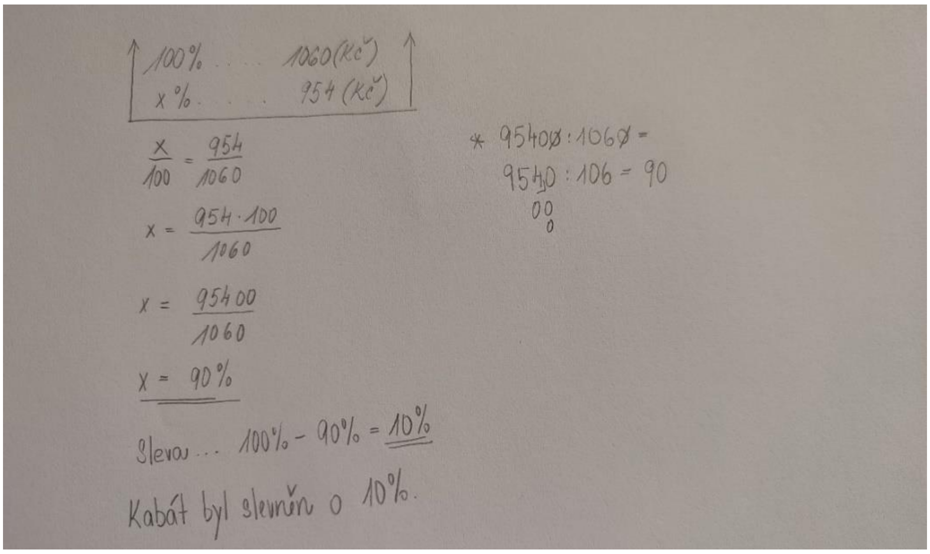
Obrázek 55: Ukázka řešení (dobře)

<u>Úspěšnost řešení – skupina B:</u>



Graf 34: Úspěšnost řešení 15. slovní úlohy (skupina B)

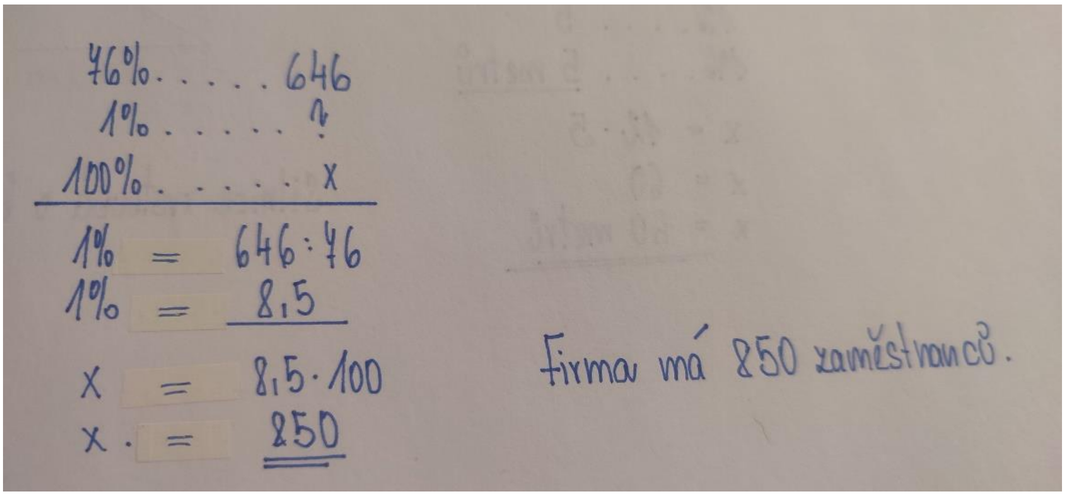
Druhou slovní úlohu zaměřující se na procenta řešilo ze skupiny B 18 žáků z celkového počtu 21. Bezchybných řešitelů bylo v tomto případě sedm (obr. 56), tito žáci byli hodnoceni výborně. Dalších sedm žáků neuvedlo zápis či odpověď slovní úlohy, proto byli hodnoceni chvalitebně. Dostatečné hodnocení získali dva žáci, ti uvedli pouze zápis slovní úlohy a jejich další řešení bylo zcela chybné nebo nebylo vůbec uvedeno. Zbylí dva žáci se o řešení úlohy nepokusili, proto hodnocení jejich úlohy bylo nedostatečné. Aritmetický průměr je zde téměř totožný jako u skupiny A, odpovídá hodnotě 2,1.



Obrázek 56: Ukázka řešení (výborně)

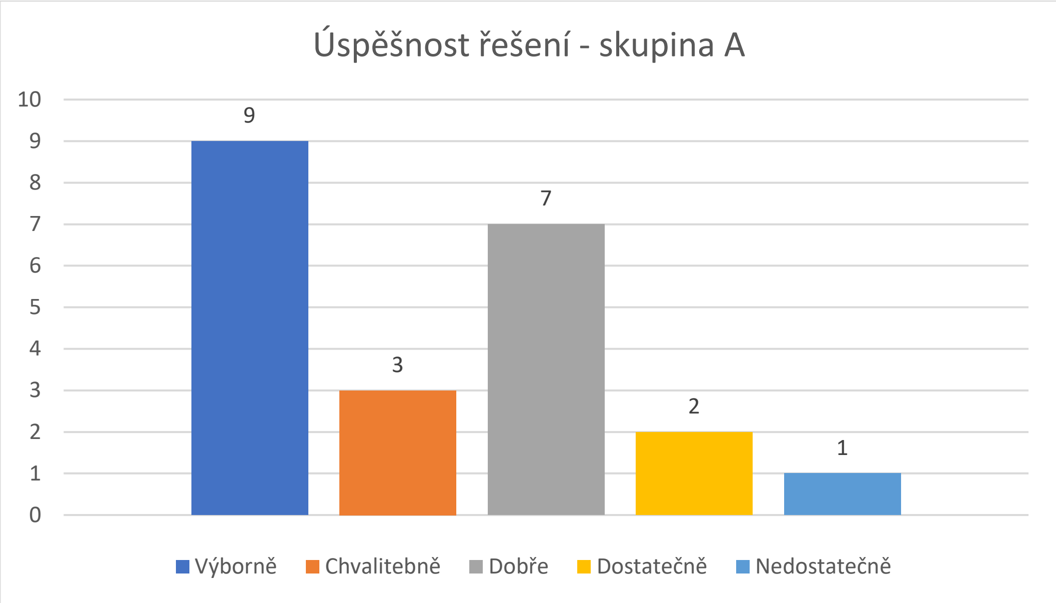
16. ÚLOHA – Cyklistické soutěže se zúčastnilo 646 zaměstnanců firmy, což je 76 % z celkového počtu. Kolik zaměstnanců má firma?

<u>Možné řešení:</u>



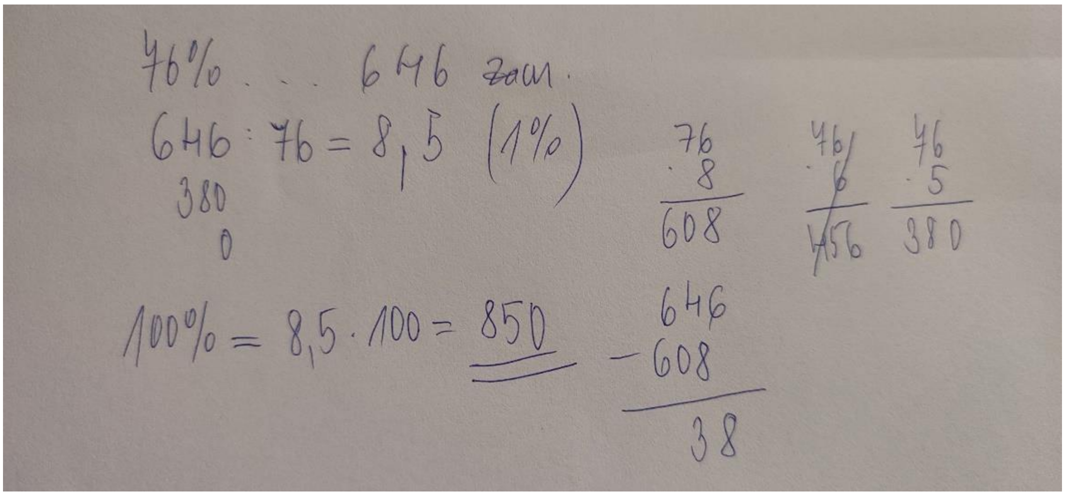
Obrázek 57: Možné správné řešení 16. slovní úlohy

Úspěšnost řešení – skupina A:



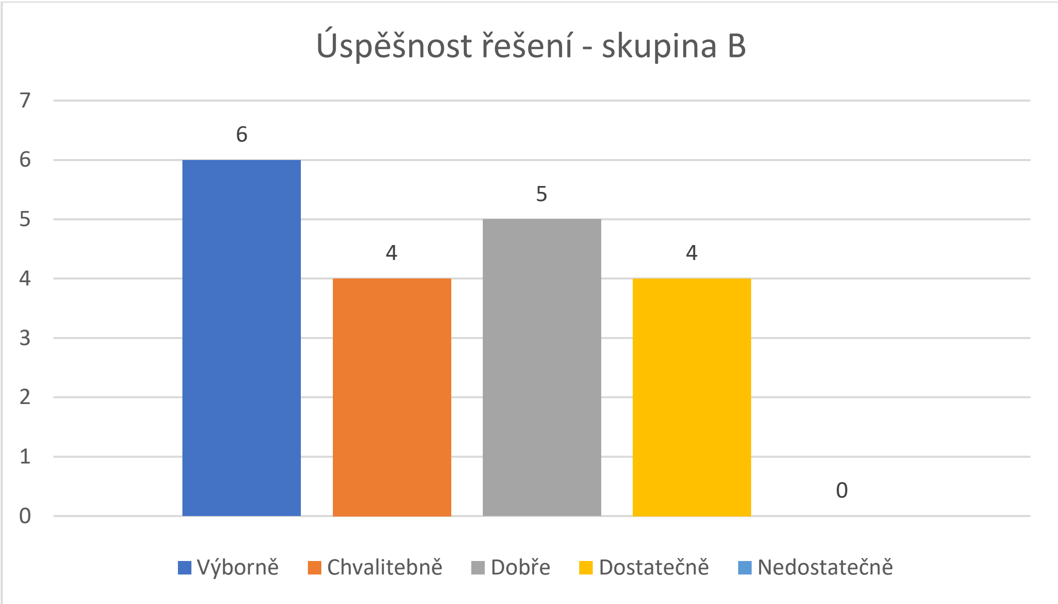
Graf 35: Úspěšnost řešení 16. slovní úlohy (skupina A)

Poslední slovní úlohu řešilo ze skupiny A opět 22 žáků z celkového počtu 23. Zcela bezchybných bylo devět z nich. Tito žáci byli bezchybní, ve svém řešení neomylní, proto byli hodnoceni výborně. Chvalitebně (obr. 58) byli ohodnoceni tři žáci. Tito došli ke správnému řešení, neuvedli však zápis nebo odpověď slovní úlohy. Hodnoceno dobře bylo sedm žáků, uvedli zápis slovní úlohy a pokusili se o výpočet hodnoty odpovídající 1 %, zde však začali chybovat. Pouze zápis uvedli dva žáci, bez dalšího postupu a výpočtů však byli hodnoceni pouze dostatečně. Poslední žák úlohu řešil zcela chybně, zápis úlohy neuvedl a hodnocen byl proto nedostatečně. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 2,2.



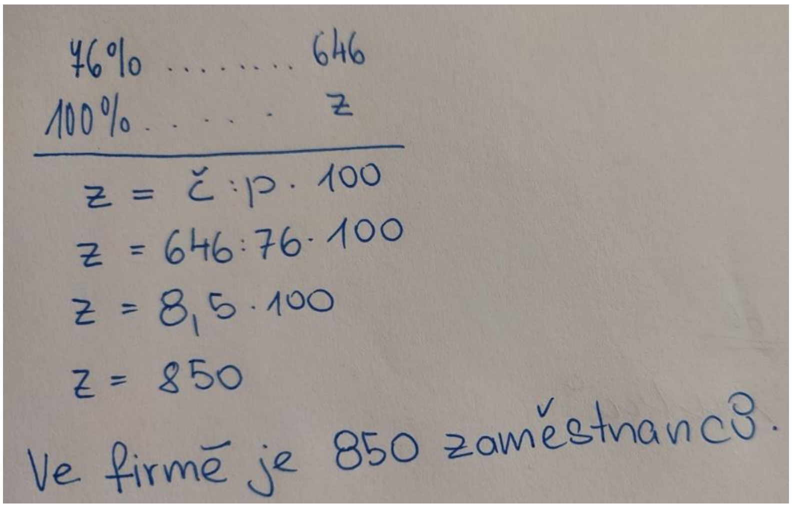
Obrázek 58: Ukázka řešení (chvalitebně)

Úspěšnost řešení – skupina B:



Graf 36: Úspěšnost řešení 16. slovní úlohy (skupina B)

Poslední slovní úlohu zaměřující se na procenta řešilo ze skupiny B 19 žáků z celkového počtu 21. Výborně (obr. 59) bylo hodnoceno šest žáků, tito byli ve svém řešení úspěšní. Další čtyři žáci došli ke správnému výsledku, neuvedli však zápis nebo odpověď slovní úlohy. Tato čtveřice žáků byla hodnocena chvalitebně. Dobře bylo hodnoceno pět žáků, ti uvedli správně zápis slovní úlohy i postup výpočtu hodnoty odpovídající 1 %, zde však stejně jako žáci skupiny A chybovali. Zbylí čtyři žáci uvedli zápis slovní úlohy a další řešení buďto neuvedli nebo bylo chybné. Z toho důvodu poslední čtveřice žáků byla hodnocena dostatečně. Aritmetický průměr odpovídá hodnotě 2,4.



Obrázek 59: Ukázka řešení (výborně)

5. Shrnutí

Empirický výzkum diplomové práce byl zaměřen na vyhodnocení a porovnání řešení slovních úloh v 7. ročnících vybrané ZŠ. Cílem empirické části bylo ověřit, zda žáci, kterým byly slovní úlohy zadávány ihned po probrání matematického celku (skupina A), byli ve svých řešeních úspěšnější než žáci, kteří řešili slovní úlohy s časovým odstupem 2-3 týdnů (skupina B).

Po vyhodnocení řešení všech slovních úloh jsme si potvrdili, že žáci skupiny A byli lepšími řešiteli všech 16 zadaných slovních úloh. Výjimka nastala pouze u poslední sady slovních úloh, zaměřující se na procenta. Tato sada úloh byla žákům skupiny B, kvůli blížícímu se konci školního roku, zadávána s časovým odstupem pouze jednoho týdne. I u poslední sady úloh byli lepšími řešiteli žáci skupiny A, rozdíl byl však oproti předchozím úlohám minimální. Dle vyhodnocení aritmetického průměru byla úspěšnost řešení posledních tří slovních úloh u obou skupin téměř totožná.

VO1 – Jaké postupy nejčastěji žáci při řešení úloh volí?

Po vyhodnocení řešení slovních úloh obou skupin žáků je patrné, že především žáci, označeni jako skupina A, se snaží při řešení slovních úloh postupovat systematicky. Tedy nejprve provést zápis slovní úlohy, případně grafický rozbor, až poté se přesunout k samotnému výpočtu slovní úlohy a následné formulaci odpovědi na otázku slovní úlohy. Správný zápis úlohy může velmi často pomoci i ke správné volbě postupu řešení. Žáci si takto lépe uvědomí, které z informací jsou pro ně potřebné, které nikoliv. Naopak žáci, označeni jako skupina B, podcenili systematičnost řešení slovních úloh. Opakovaně neuváděli zápisy slovních úloh, či na ně vůbec neodpověděli, tedy v případě, kdy se k výsledku dostali. Neuvedení zápisu slovní úlohy jistě není takový prohřešek jako nesprávný výpočet či grafické znázornění. Každopádně správný zápis slovní úlohy může být nejdůležitějším krokem k následnému správnému řešení dané slovní úlohy. Tedy v kritériích pro hodnocení má správný zápis slovní úlohy stejnou váhu jako grafické znázornění nebo samotný výpočet. Což má žáky vést k tomu, aby uváděli všechny náležitosti, které jsou u řešení slovních úloh požadovány.

Dále je z vyhodnocení řešení slovních úloh patrné, že jsou žáci zvyklí na určitý algoritmus řešení a některé postupy mají zkrátka naučeny. Například u slovních úloh, zaměřujících se na měřítko plánu a mapy, je opakovaně voleno řešení pomocí vzorce – žáci se naučili tři vzorce, pro tři možnosti výpočtů a tyto aplikují. V případě, že si žáci správně označí měřítko, skutečnou vzdálenost a vzdálenost na mapě, správně vyhodnotí, kterou neznámou potřebují vypočítat, tak jednoduše použijí vzorec, známé údaje dosadí, chybějící údaj vypočítají. Totéž platí i u slovních úloh zaměřujících se na procenta, kde je možné využít opět vzorců. U většího počtu žáků se také opakovalo využití trojčlenky. V případě, že žáci správně pochopili trojčlenku a práci s ní, bez většího problému mohli tento postup aplikovat na úlohy zaměřující se na procenta, měřítko plánu a mapy či přímou a nepřímou úměrnost, což se i dělo.

Řešení pomocí vzorců má však svá úskalí. Chybovost se opakovala především u žáků, kteří se vzorce naučili nazpaměť, aniž by se snažil chápat souvislosti. Užili první vzorec, na který si vzpomněli a snažili se ho na danou slovní úlohu aplikovat, což vedlo často k nesprávnému řešení úloh. V případě, že žáci chtějí při řešení jakýchkoliv příkladů užívat řešení pomocí vzorců, měli by těmto vzorcům také rozumět.

Na postupech, které žáci volili pro výpočet jednotlivých slovních úloh je také vidět, že skupiny A a B vyučují jiní učitelé. Skupina A, kterou jsem vyučovala já, volila u úloh zaměřujících se na procenta řešení pomocí trojčlenky, nebo počítali přes 1 %. Skupina B, kterou vyučoval kolega, volila u procent spíše řešení pomocí vzorce. Takže i zde mohlo docházet ke značným rozdílům. Vzhledem k tomu, že si žáci navykli využívat k výpočtu naučené vzorce, mohli je rychleji zapomenout, protože si často nechali uniknout souvislosti.

VO2 – Jaké chyby dělají žáci nejčastěji (opakovaně)?

Jednou z chyb, která se opakovala nejčastěji u žáků skupiny B, byl chybějící zápis slovní úlohy. Tito žáci se v mnoha případech pustili rovnou do řešení slovní úlohy a její zápis či odpověď opomněli uvést. Vzhledem k tomu, že jsem tyto žáky v letošním školním roce nevyučovala, nemohu říct, zda chybu připisovat koncentraci žáků a opožděnému zadávání slovních úloh, nebo postupu, který jsou zvyklí volit se současným vyučujícím. Problém však shledávám v tom, že správný zápis slovní úlohy může ve většině případů vést i ke správnému řešení. V zápisu slovní úlohy žáci přehledně stanoví, které informace jsou pro ně známé či které chtějí vypočítat. Na základě správného zápisu slovní úlohy a označení si jednotlivých ať už známých či neznámých údajů, může snáze dojít k systematickému a správnému řešení celé slovní úlohy.

Další chyba, která se opakovala u obou skupin žáků, byla způsobena nepozorností při čtení znění slovní úlohy. Taková chyba se opakovala především u slovních úloh, které obsahovali nadbytečné údaje. Žáci se snažili tyto slovní úlohy řešit se zapojením všech údajů v zadání, i když v několika případech, nebyly vůbec potřebné. Jedním z příkladu byla slovní úloha zaměřující se na výpočet objemu kvádru. Konkrétně se jednalo o výpočet objemu vody v akváriu – ve slovní úloze byly zadány všechny tři rozměry akvária a výška hladiny vody – k výpočtu však stačila pouze šířka a hloubka akvária, namísto výšky akvária, měla být při výpočtu užita výška hladiny vody napuštěné v akváriu. Zde se chybovalo velmi často, protože žáci automaticky zapsali vzorec pro výpočet objemu kvádru $V = a \cdot b \cdot c$, za c dosadili výšku akvária. Vzhledem k tomu, že se k zadání úlohy znovu nevraceli, považovali výsledek za konečný a správný. Žáci tedy vypočítali objem celého akvária, nikoliv objem napuštěné vody v něm.

Někteří ze žáků měli také problém s porozuměním textu. Chyba opakující se u obou skupin žáků se objevila u slovní úlohy zaměřující se na procenta. Konkrétně na výpočet slevy kabátu. Ze zadání byly známé údaje o původní a současné ceně kabátu. Otázkou bylo o kolik procent byl kabát zlevněn. Žáci vypočítali, kolika procentům odpovídá cena po slevě a tento výpočet považovali za konečný. Což byl chybný úsudek. U odpovědi těmto žákům nebylo divné, že sleva by podle jejich výpočtu činila 90 %. Tedy jejich řešení nebylo kompletní. Toto opět poukazuje na to, že žáci často vynechávají provedení odhadu výsledku, což může často vést k odhalení chybného řešení slovní úlohy.

Další z chyb, která se také objevovala bylo určení přímé či nepřímé úměrnosti. Tato chyba nebyla viditelná tak často, jako chyby zmíněné výše, přesto se opakovala u několik žáků obou skupin. Chybovalo se spíše u úměrnosti nepřímé. V případě, že žáci špatně porozuměli textu, následně provedli chybný zápis slovní úlohy. Znázornili, že se jedná o úměrnost přímou, a tedy i jejich následný postup řešení byl chybný. Tito žáci byli hodnoceni převětšinou dostatečně nebo nedostatečně, záleželo na dalších okolnostech. Připisuji to hlavně tomu, že tito žáci se naučili algoritmus výpočtu přímé úměrnosti a bezhlavě ho aplikovali na všechny úlohy, které se úměrnosti týkají, aniž by se nad zněním zadání slovní úlohy více zamysleli.

VO3 – Která ze skupin žáků byla v řešení slovních úloh úspěšnější?

Slovní úlohy byly zadávány dvěma skupinám žáků, sice skupině A, a skupině B. Jak již bylo výše zmíněno, žáci, označeni jako skupina A, řešili slovní úlohy i hned po probrání daného matematického celku. Tedy předpokladem bylo, že tito žáci by měli dosahovat lepších výsledku, díky uchování tématu v krátkodobé paměti. Druhá skupina žáků, označena jako skupina B, řešila slovní úlohy zhruba 2-3 týdny po probrání daného tematického celku. Zde bylo možné předpokládat, že mohou žáci více chybovat. Vzhledem k tomu, že v době řešení první sady slovních úloh již probírali následující tematický celek.

Z vyhodnocení je patrné, že žáci skupiny A, byli opravdu ve svých řešeních úspěšnější, a to bez výjimky u všech 16 zadaných slovních úloh. V případě slovních úloh 1-13 byl rozdíl mezi skupinami žáků mnohem patrnější. U posledních tří slovních úloh, zaměřujících se na procenta, byli úlohy žákům skupiny B zadávány pouze týden po probrání tématu (z důvodu blížícího se konce školního roku). U těchto výsledků je ihned patrné, že jsou výsledky žáků obou skupin mnohem vyrovnanější a dle aritmetických průměrů jsou dokonce tyto výsledky téměř totožné. Kdy u první a třetí slovní úlohy zaměřující se na procenta byl aritmetický průměr skupiny A 2,2 a skupiny B 2,4. U druhé slovní úlohy zaměřující se na procenta byl rozdíl mezi oběma skupinami ještě menší, kdy aritmetický průměr pro skupina A ukázal hodnotu 2,1 a pro skupinu B 2,2. Tedy úspěšnost řešení u 15. slovní úlohy byla téměř totožná.

Vyhodnocení všech slovních úloh je doplněno i aritmetickými průměry, které jsou přehledně shrnuty v Příloze 1.

Konečné vyhodnocení úspěšnosti řešení slovních úloh potvrdilo původní domněnku, že žáci, kterým byli slovní úlohy zadávány, v rámci opakování, ihned po probrání tématu, si vedli lépe než žáci, kterým byly slovní úlohy zadávány s časovou odmlkou. Výsledky dále ukazují, že řešení slovních úloh žákům činí značné problémy a jejich větší časová dotace ve výuce na ZŠ by byla jistě přínosem.

6. Závěr

Výběr tématu diplomové práce byl zvolen zajímavě a umožňuje další zkoumání i využití. Slovní úlohy jsou velice zajímavou součástí školské matematiky a neuškodilo by s nimi trávit více času. Diplomová práce by mohla sloužit i jako inspirace pro další zpracování, nejen pro mne, ale i pro další učitele matematiky.

Jediný problém, který nastal při kompletaci empirické části diplomové práce, a tedy diplomové práce jako celku, přišel v momentě, kdy jsem nebyla schopna se dlouhodobě účastnit výuky prezenčně. Na tuto situace jsme však již zvyklí z předchozích let v pandemii. Tedy nejednalo se o nepřekonatelný problém. Naštěstí je v dnešní době jednoduché komunikovat on-line, především díky tomu nebyl výzkum negativně poznamenán.

Tvrzení vyplývající z empirického výzkumu i diplomové práce jako celku lze využít i v praxi. Učitelé matematiky, lektoři či doučující mohou použít uvedené slovní úlohy a zadávat je svým žákům během výuky či v rámci procvičování (doučování). Diplomová práce tak může být využita jako jakýsi soubor slovních úloh pro 7. ročník ZŠ či nižší gymnázia. Dále se nabízí porovnaní úspěšnosti žáků se skupinami zkoumanými v diplomové práci. Mimo jiné je možné zaměřit se na chyby a problémy objevující se u vybraných skupin žáků v diplomové práci. Nutné je však konstatování, že kvůli velikosti výzkumného vzorku není možné závěrečná tvrzení aplikovat globálně.

Téma diplomové práce pro mě bylo zajímavé a přínosné i pro další praxi. Mohla jsem se více zamyslet nad problematikou slovních úloh. Ponořit se do větší hloubky při rozboru řešení slovních úloh konkrétních žáků, díky čemuž jsem odhalila opakující problémy, kterým během běžné praxe nevěnujeme takovou pozornost. Podrobnější rozbor a poukázání na konkrétní chyby bylo přínosné jak pro mě, tak i pro žáky samotné.

Jistě se budu problematikou slovních úloh zabývat i nadále, a to nejen v 7. ročníku ZŠ. Doufám, že diplomová práce bude sloužit jako podpůrný materiál i pro další učitele matematiky.

Citovaná literatura

Blažková, Růžena. 2011. *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty).* Brno : Masarykova univerzita, 2011. ISBN 978-80-210-5419-6.

—. 2007. Slovní úlohy a problematika jejich řešení. 2007.

Divíšek, Jiří. 1989. Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ. Praha : Státní pedagogocické nakladatelství, 1989.

Eisler, Jaroslav. 1999. *Matematika 6-9.* Praha : Fragment, 1999. ISBN 80-7200-374-7.

Kočí, Slavomír. 2014. *Matematika 7. ročník.* Nový Malín : TV Graphics, 2014.

Kubínová, Marie. 2005. *Klíč k matematice.* Praha : Albatros, 2005. ISBN 80-00-01591-9.

Lukšová , Hana a Tomicová, Jelena. 1999. *MATEMATIKA - Přehled učiva základní školy s řešenými příklady.* Praha : Fortuna, 1999. ISBN 80-7168-616-6.

Mierva, Tomáš, Nádvorníková, Petra a Vojta , Jiří. 2020. *MATEMATIKA V POHODĚ 7.* Praha : Taktik International, 2020. 978-80-7563-236-4.

MŠMT. 2017. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Praha : autor neznámý, 2017.

Novák , Bohumil a Eberová, Jindřiška. 1988. *Kapitoly z didaktiky matematiky I.* Olomouc : rektorát Univerzity Palackého v Olomouci, 1988.

Novák, Bohumil. 1999. *MATEMATIKA III. Několik kapitol z didaktiky matematky.* Olomouc : Univerzita Palackého v Olomouci , 1999. ISBN 80-7067-979-4.

Půlpán, Zdeněk. 2010. *Matematika 7 pro základní školy - Geometrie.* místo neznámé : SPN, 2010. 978-80-7235-399-6.

Rendl, Miroslav a Vondrová, Naďa. 2013. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů .* Praha : Univerzita Karlova v Praze, 2013.

Rosecká, Zdena. 2003. *Jak počítat s procenty.* Nový Malín : Nová škola, 2003. ISBN 80 - 85607 - 73 - 5.

Šíma, František. 2013. *Matematizace reálných situací a slovní úlohy.* Olomouc : autor neznámý, 2013.

Trejbal , Josef, a další. 2004. *Sbírka úloh z MATEMATIKY I.* Praha : SPN - pedagogické nakladatelství, 2004. ISBN 80-7235-090-0.

Trch, Milan a Dvořáková , Šárka. 2005. *Matematika v pojmech a příkladech.* Praha : Česká zemědělská univerzita v Praze , 2005. 80-213-1394-3.

Vondrová, Naďa, a další. 2020. Slovní úlohy ve výuce matematiky a českého jazyka. Praha : Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, 2020.

Voráčová, Šárka. 2022. *Atlas geometrie.* Praha : Nakladatelství Academia, 2022. ISBN 978-80-200-3336-9.

Seznam obrázků

Seznam grafů

Seznam tabulek

Přílohy

Příloha 1

Slovní úloha	Skupina A Aritmetický průměr	Skupina B Aritmetický průměr
1. SÚ – Racionální čísla 1	2,08	2,24
2. SÚ – Racionální čísla 2	2,82	3,53
3. SÚ – Racionální čísla 3	2,56	3,65
4. SÚ – Celá čísla 1	1,89	2,41
5. SÚ – Celá čísla 2	2,15	2,71
6. SÚ – Poměr	2,05	2,5
7. SÚ – Přímá úměrnost	1,61	2,41
8. SÚ – Nepřímá úměrnost	2,64	3,05
9. SÚ – Měřítko mapy – skutečná vzdálenost	2,06	3,67
10. SÚ – Měřítko mapy – měřítko mapy	2,61	3,7
11. SÚ – Měřítko mapy – vzdálenost na mapě	2,78	3,44
12. SÚ – Rovnoběžníky	1,95	2,7
13. SÚ – Hranoly	1,95	2,4
14. SÚ – Procenta – procentová část	2,2	2,4
15. SÚ – Procenta – počet procent	2,1	2,2
16. SÚ – Procenta – základ	2,2	2,4

Tabulka 11: Příloha 1 - porovnání aritmetických průměrů

Anotace

Jméno a příjmení	Bc. Kristýna Vránová, DiS.
Název katedry a fakulty	Univerzita Palackého v Olomouci Katedra matematiky
Název diplomové práce	Slovní úlohy v 7. třídě ZŠ
Title of diploma thesis	Verbal tasks in 7th grade primary school curriculum
Vedoucí diplomové práce	doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.
Počet znaků	108 462
Počet příloh	1
Počet titulů použité literatury	19
Klíčová slova	Slovní úlohy, základní škola, 7. ročník, řešení slovních úloh, matematika
Key words	Verbal tasks, primary school, 7th grade, solving verbal tasks, math
Charakteristika	Hlavním cílem diplomové práce je ověřit, zda časový rozestup po probrání tematického celku má vliv na úspěšnost řešení zadaných slovních úloh. Pro účely výzkumu byly osloveny dvě skupiny žáků 7. ročníku ZŠ. Pedagogický výzkum může směřovat k odhalení toho, jaké typy témat nebo konkrétních úloh činí žákům problémy a srovnat úspešnost řešení obou skupin žáků.
Characteristics	The main goal of diploma thesis is to verify whether the time interval after the discussion of the thematic block has an effect on the success of solving the assigned verbal tasks. For the research purposes, two groups of pupils were aproached from 7th grade of primary school. Pedagogical research can aim to

	reveal what types of the topics or some specific verbal tasks might be difficult for students and compare the success of both group’s solutions with each other.