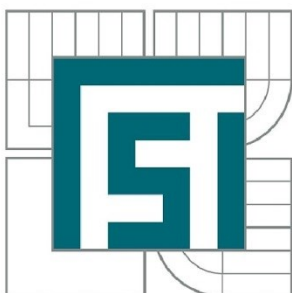


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

ČTYŘVÁLCOVÝ ŘADOVÝ VZNĚTOVÝ MOTOR S EXCENTRICKÝM KLIKOVÝM MECHANISMEM PRO UŽITKOVÁ VOZIDLA

FOUR-CYLINDER IN-LINE DIESEL ENGINE WITH AN ECCENTRIC CRANK FOR COMMERCIAL
VEHICLES

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. MARTIN DUCHEČEK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. VÁCLAV PÍŠTĚK, DrSc.

BRNO 2015

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automobilního a dopravního inženýrství

Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Martin Ducheček

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Automobilní a dopravní inženýrství (2301T038)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Čtyřválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem pro užitková vozidla

v anglickém jazyce:

Four-cylinder in-line diesel engine with an eccentric crank for commercial vehicles

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Navrhnout čtyřválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem s hlavním cílem snížit třecí ztráty v pístní skupině.

Cíle diplomové práce:

Pro zadané základní parametry klikového mechanismu a válcové jednotky

- vyšetřit vliv excentricity na průběhy síly mezi pístem a vložkou válce
- vyšetřit vliv excentricity na vyvážení klikového mechanismu
- pro vybranou hodnotu excentricity navrhnout vyvážení klikového mechanismu
- provést pevnostní kontrolu klikového hřídele s uvážením torzních kmitů

Seznam odborné literatury:

STONE , Richard. Introduction to Internal Combustion Engines. 3rd edition. Hampshire : Palgrave, 1999. 641 s. ISBN 0-333-74013-0.

Kraftfahrzeug - Kurbelwellen : Konstruktion, Berechnung, Herstellung. 2001. Auflage. Landsberg/Lech Verlag Moderne Industrie 2001. 70 s. ISBN 3-478-93243-2.

Hafner, K.E., Maass, H.: Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine, Springer-Verlag Wien-New York 1995

HEISLER, Heinz. Advanced Engine Technology. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2002. 794 s. ISBN 1-56091-734-2.

Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015.

V Brně, dne 20.10.2014

L.S.

prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.
Ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
Děkan fakulty



ABSTRAKT

Cílem diplomové práce je vyhodnocení vlivu excentricity klikového mechanismu na síly působící mezi pístem a vložkou válce pro zadaný klikový mechanismu. Následně je vyšetřen vliv excentricity na vyvážení klikového mechanismu a pro zvolenou hodnotu excentricity provedeno vyvážení. Pro ověření konstrukce byla provedena pevnostní kontrola klikového hřídele se zahrnutím torzních kmitů.

KLÍČOVÁ SLOVA

excentrický klikový mechanismus, vyvažování klikového mechanismu, torzní kmitání, vznětový čtyřválcový motor

ABSTRACT

The purpose of this thesis is to evaluate the influence of eccentricity of crank mechanism to the force between the piston and the cylinder liner for appointed crank mechanism. Furthermore the influence of eccentricity to balancing crankshaft is verified and for selected value of eccentricity is realized balance. For the construction check was realized stress analysis of crank mechanism included torsion vibration.

KEYWORDS

eccentricity crank mechanism, balancing crankshaft ,torsion vibration, four-cylinder diesel engine



BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

DUCHEČEK, M. *Čtyřválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem pro užitková vozidla*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 63 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.



ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením prof. Ing. Václava Pištěka, DrSc. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 29. května 2015

.....

Bc. Martin Ducheček



PODĚKOVÁNÍ

Za přínosné konzultace při řešení problematiky a ochotu děkuji vedoucímu práce prof. Ing. Václavu Pištěkovi, DrSc.



OBSAH

Úvod	10
1 Klikový mechanismus	11
1.1 Zadané hodnoty motoru	12
1.2 Kinematika excentrického klikového mechanismu	12
1.2.1 Dráha pístu	13
1.2.2 Rychlost pístu	14
1.2.3 Zrychlení pístu	16
1.3 Materiál a výroba klikového hřídele	17
2 Síly působící v klikovém mechanismu	18
2.1 Síly od tlaku plynů	18
2.2 Síly setrvačné	19
2.2.1 Setrvačné síly posuvných částí	20
2.2.2 Síly působící na píst	21
Ztrátový výkon	22
2.2.3 Síly působící na ojnicí čep	23
2.2.4 Setrvačné síly rotujících částí	25
3 Vyvažování klikového mechanismu	26
3.1 Setrvačné síly rotujících částí	27
3.2 Momenty setrvačných sil rotujících částí	28
3.3 Setrvačné síly posuvných částí	28
3.3.1 Setrvačné síly posuvných částí prvního řádu	29
3.3.2 Setrvačné síly posuvných částí druhého řádu	29
3.4 Momenty setrvačných sil posuvných částí	31
3.4.1 Momenty setrvačných sil prvního řádu	31
3.4.2 Momenty setrvačných sil druhého řádu	31
4 Návrh a vyvážení klikového hřídele	33
4.1 Vyvážení momentů odstředivých sil	33
5 Torzní kmitání	34
5.1 Náhradní soustava klikového ústrojí	34
5.1.1 Redukce hmot	35
5.1.2 Redukce délek	36
5.2 Vlastní torzní kmitání	37
5.2.1 Výpočet torzní tuhosti	38
5.2.2 Výpočet vlastního torzního kmitání	38
5.3 Vynucené torzní kmitání	42



5.3.1	Kritické otáčky	43
5.3.2	Výpočet vynuceného torzního kmitání.....	45
6	Pevnostní kontrola klikového hřídele	48
6.1	Přístupy řešení únavové životnosti	48
6.2	Import modelu klikového hřídele do prostředí Ansys	48
6.3	Napěťová analýza v programu Ansys.....	49
6.4	Výpočet bezpečnosti vůči únavovému poškození	54
	Závěr.....	57
	Seznam použitých zkratk a symbolů	59



ÚVOD

Náplní této diplomové práce je vyšetření vlivu excentricity klikového mechanismu čtyřválcového vznětového traktorového motoru a volba vhodné hodnoty excentricity. Byly mi zadány základní parametry motoru potřebné pro výpočty a také výkresy hlavních komponent klikového mechanismu. Excentrický klikový mechanismus se objevoval již ve 40. letech 20. století u pomaloběžných motorů. Dnes se s výhodou využívá u rychloběžných motocyklových či automobilových motorů převážně japonských konstrukcí.

Důvodem této konstrukce je snížení sil působících mezi pláštěm pístu a vnitřní stěnou válce motoru, a tudíž i snížení ztrátového výkonu. Díky tomu dosahuje motor vyššího efektivního výkonu společně s menším množstvím vyprodukovaných emisí, což je vzhledem k dnešním přísným emisním normám přínosné.

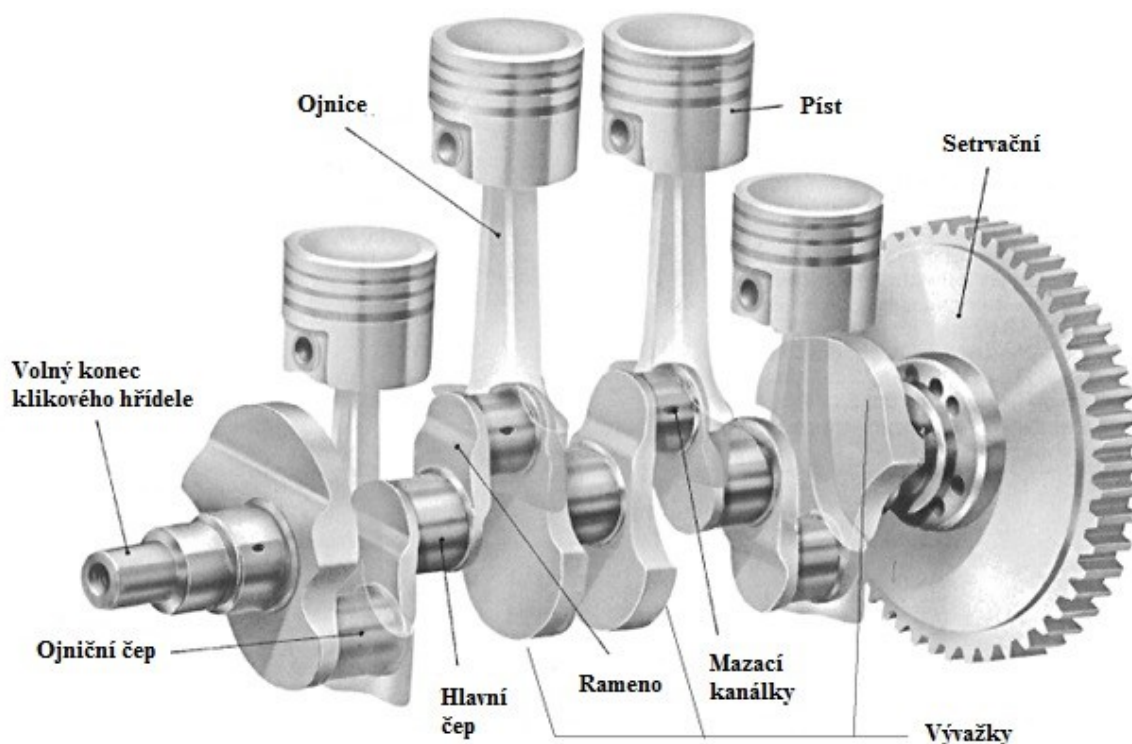
Vyvažování klikového hřídele je při konstrukci spalovacího motoru s vratným pohybem pístu nezbytné. Pokud by nebylo klikové ústrojí dostatečně vyváжено, mohlo by způsobovat vibrace, snížení jízdního komfortu až mechanické poškození jednotlivých částí. Touto problematikou se zabývá diplomová práce v následující části.

Nakonec je počítána pevnostní kontrola klikového hřídele s ohledem na torzní kmity. U víceválcového spalovacího motoru je klikový hřídel zatěžován podélným, ohybovým a torzním kmitáním. Torzní kmitání je nejvíce nebezpečné. Dochází k rychlému proměnlivému zkručení klikového hřídele. Pokud vlastní frekvence hmotnostní soustavy odpovídá frekvenci sil budících kmitání, pak dochází k rezonancím. K potlačení torzního kmitání se u vozidlových motorů využívá převážně tlumičů torzních kmitů, které se nejčastěji připojují na volný konec klikového hřídele.



1 KLIKOVÝ MECHANISMUS

Úkolem klikového mechanismu spalovacích motorů je převod přímočarého vratného pohybu pístu na rotační pohyb klikového hřídele. Klikové ústrojí zahrnuje klikový hřídel a ojnici včetně ložisek, pístní skupinu tvořenou pístem s kroužky a pístním čepem včetně pojistných kroužků. Při spalování paliva ve válci motoru působí teploty a tlaky plynů na píst spojený pístním čepem s horním okem ojnice, přičemž dolní oko ojnice je pomocí ojnicního čepu spojeno s klikovým hřídelem. Klikový hřídel je tvořen hlavními a ojnicními čepy, rameny, volným a náhonovým koncem. Uložen je otočně v rámu na hlavních ložiskách, která zajišťují rozvod oleje mazacími kanálky dále do ojnicních čepů, případně ojnicí až k pístnímu čepu. Pro převod posuvného pohybu na rotační musí být zabezpečeno otáčení ojnice v obou ojnicních čepech. Ojnicní čepy musí být dobře mazány, aby nedocházelo k jejich nadměrnému opotřebení a následnému poškození, proto se s výhodou využívá hydrodynamických ložisek.



Obr. 1 Klikový mechanismus čtyřdobého motoru [12]



1.1 ZADANÉ HODNOTY MOTORU

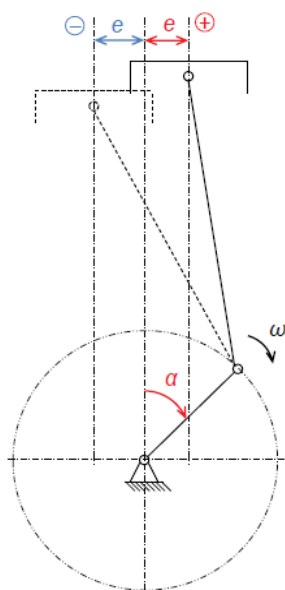
Základní parametry motoru byly převzaty ze čtyřdobého čtyřválcového vznětového přeplňovaného traktorového motoru Zetor a jsou vypsány v *tabulce 1*. Dále byly zadány spalovací tlaky motoru pro rozmezí otáček 1000 min^{-1} až 2200 min^{-1} , výkresy hlavních částí klikového mechanismu a doplňující hodnoty nutné k výpočtu.

Tabulka 1 Základní parametry motoru

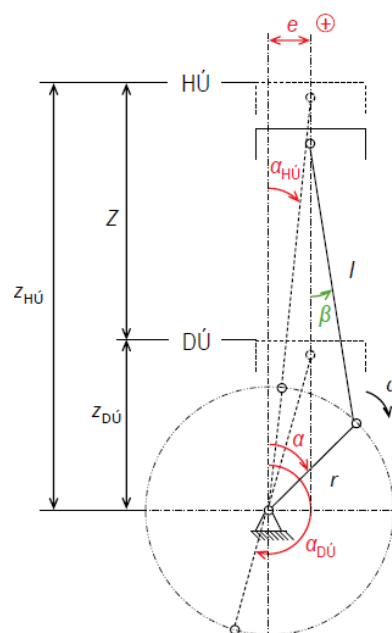
Parametr	Hodnota	Jednotka
vrtání válce	105	[mm]
zdvih válce	120	[mm]
počet válců	4	[-]
délka ojnice	215	[mm]
maximální otáčky	2200	$[\text{min}^{-1}]$
kompresní poměr	17,8	[-]
objem válců	4156	$[\text{cm}^3]$
typ rozvodu	OHV	[-]

1.2 KINEMATIKA EXCENTRICKÉHO KLIKOVÉHO MECHANISMU

Excentrický klikový mechanismu nemá osu válce totožnou s osou pístního čepu, na rozdíl od mechanismu centrického. Excentricita e je vzdálenost mezi těmito osami v rovině kolmé na osu válce. Rozlišujeme excentricitu kladnou, jdoucí ve směru otáčení klikového hřídele, a zápornou, jdoucí proti směru klikového hřídele viz *obr. 2*. Pro výpočty je nutné zavést zjednodušení v podobě konstantních otáček, tedy i konstantní úhlové rychlosti ω klikového hřídele. V následujících výpočtech jsou uvažovány jmenovité otáčky motoru 2000 min^{-1} a hodnota excentricity 20 mm. Průběhy dráhy, rychlosti a zrychlení pístu jsou vykreslovány v závislosti na otáčení klikového hřídele α .



Obr. 3 Kinematika excentrického mechanismu [5]



Obr. 2 Excentrický zdvih pístu [5]



Zdvih pístu excentrického klikového mechanismu není roven dvojnásobku poloměru ramene klikového hřídele, jak je tomu u centrického ústrojí, ale jeho hodnota s excentricitou roste. Pro excentrický zdvih pístu znázorněný na *obr. 3* platí vztah:

$$Z = Z_{HÚ} - Z_{DÚ} \text{ [m]}, \quad (1)$$

kde $Z_{HÚ}$ je zdvih pístu v horní úvrati [m], $Z_{DÚ}$ je zdvih pístu dolní úvrati [m].

Po dosazení dostáváme:

$$Z = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - \sqrt{(l-r)^2 - e^2} \text{ [m]}, \quad (2)$$

kde l je délka ojnice [m], r je poloměr ramene klikového hřídele [m], e je excentricita [m].

Zdvih pístu při zvolené excentricitě 20 mm dosahuje hodnoty 120,6 mm, což je o 0,6 mm více oproti centrickému zdvihu 120 mm.

Horní úvrati není dosaženo při natočení kliky $\alpha=0^\circ$, ale úhel $\alpha_{HÚ}$ lze vypočítat ze vztahu [5]:

$$\alpha_{HÚ} = \arcsin\left(\frac{e}{l+r}\right) [^\circ]. \quad (3)$$

Po dosazení hodnot do vzorce nastává horní úvrat' $\alpha_{HÚ}$ při natočení klikového hřídele $4,17^\circ$.

Obdobně platí pro výpočet úhlu natočení klikového hřídele v dolní úvrati $\alpha_{DÚ}$ vztah [5]:

$$\alpha_{DÚ} = \arcsin\left(\frac{e}{l-r}\right) + \pi [^\circ]. \quad (4)$$

Dolní úvrat' nastává při $187,41^\circ$ natočení klikového hřídele.

1.2.1 DRÁHA PÍSTU

Dráha pístu se určuje v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele. Z dráhy se následně vypočítá pomocí derivace rychlost a poté zrychlení pístu. Pro výpočet dráhy pístu je nutné zavést pojem excentrický poměr, jenž se vypočítá z následujícího vztahu [1]:

$$\lambda_e = \frac{e}{l} [-]. \quad (5)$$

Dále zavádíme ojnicní poměr, který vypočítáme vztahem [1]:

$$\lambda = \frac{r}{l} [-]. \quad (6)$$

Dráhu pístu vyoseného klikové ústrojí lze vypočítat ze vztahu [1]:

$$s = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - r \left[\frac{1}{\lambda} + \cos(\alpha) + \lambda_e \sin(\alpha) - \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right] \text{ [m]}. \quad (7)$$



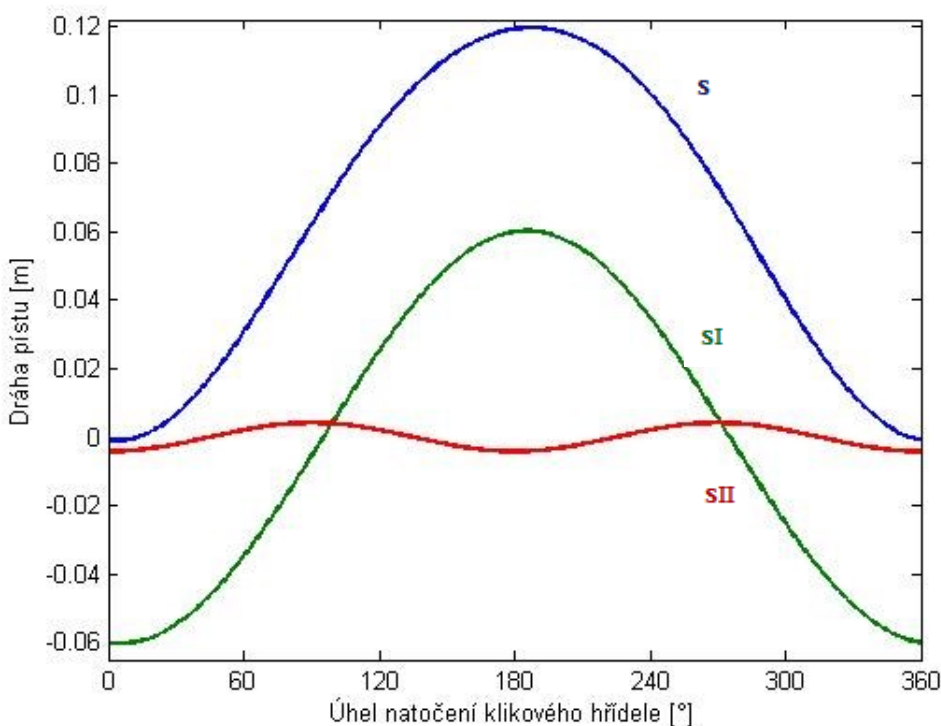
Dráha pístu je nulová při natočení klikového hřídele o úhel $\alpha_{HÚ}$. Maximální hodnoty rovné zdvihu Z dosahuje dráha pístu při úhlu $\alpha_{DÚ}$.

Pro výpočty uvažujeme pouze první dvě harmonické složky dráhy pístu. Vyšší řády harmonických složek se pro velmi malé ovlivnění výsledku zanedbávají. První harmonická složka dráhy pístu je dána vztahem [5]:

$$s_I = -r \cos(\alpha) - r \cdot \lambda_e \sin(\alpha) \text{ [m]}. \quad (8)$$

Druhá harmonická složka dráhy pístu se vypočte [5]:

$$s_{II} = -r \frac{\lambda}{4} \cos 2\alpha \text{ [m]}. \quad (9)$$



Obr. 4 Průběh dráhy pístu a jednotlivých harmonických složek

1.2.2 RYCHLOST PÍSTU

Rychlost pístu je dána derivací rovnice dráhy (7) podle času. Dosahuje maximálních kladných a záporných hodnot za jednu otáčku klikového hřídele, přičemž v obou úvratích je rychlost nulová. Při jedné otáčce klikového hřídele vykoná píst oba zdvihy rozdílnou střední pístovou rychlostí, protože rozdíl úhlu horní a dolní úvratí není roven 180° . Příslušná pístová rychlost je větší než u ústrojí centrického.

Vztah pro rychlost pístu [1]:

$$v = r\omega(\sin\alpha - \lambda_e \cos\alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha) \text{ [ms}^{-1}\text{]}, \quad (10)$$



kde ω je úhlová rychlost klikového hřídele [s^{-1}].

První harmonická složka rychlosti pístu [5]:

$$v_I = r\omega(\sin\alpha - \lambda_e \cos(\alpha)) \text{ [ms}^{-1}\text{]}. \quad (11)$$

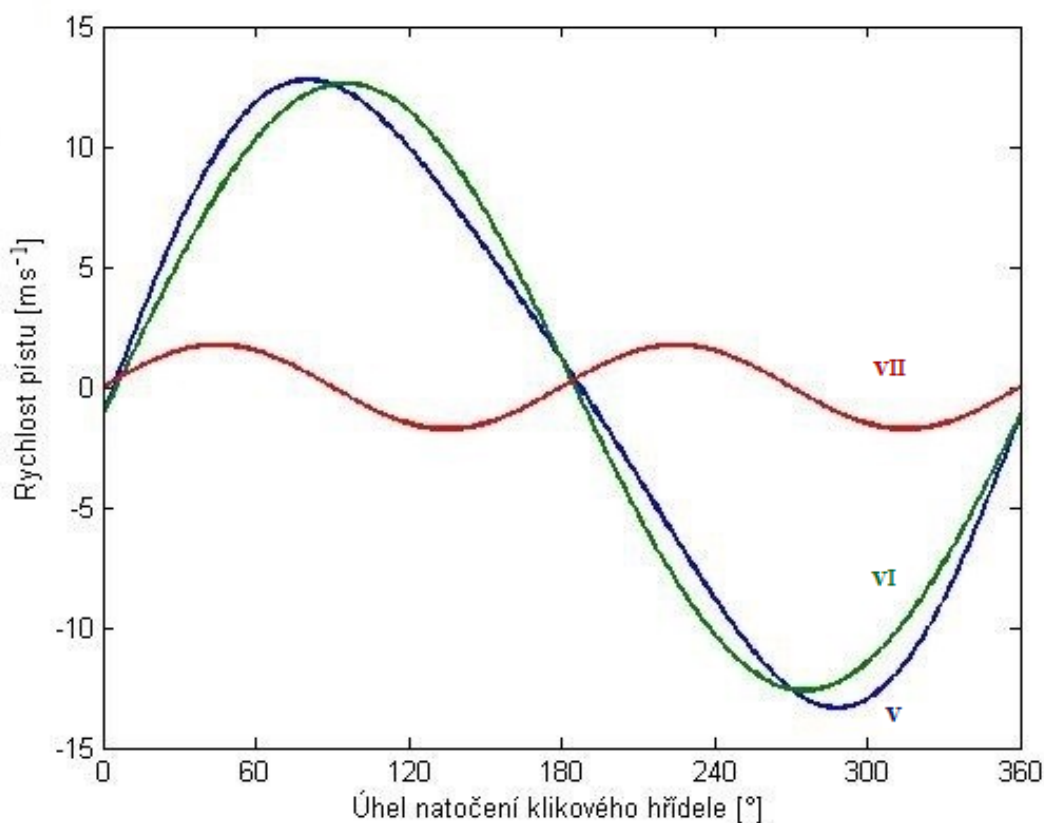
Druhá harmonická složka rychlosti pístu [5]:

$$v_{II} = r\omega \frac{\lambda}{2} \sin(2\alpha) \text{ [ms}^{-1}\text{]}. \quad (12)$$

Maximální rychlost pístu je přibližně rovna [3]:

$$v_{max} = r\omega\sqrt{1 + \lambda^2} \text{ [ms}^{-1}\text{]}. \quad (13)$$

Maximální rychlost pístu při jmenovitých otáčkách dosahuje $13,05 \text{ ms}^{-1}$.



Obr. 5 Průběh rychlosti pístu a jednotlivých harmonických složek

Pro porovnávání rychloběžnosti motorů se zavádí pojem střední pístová rychlost. Závisí na otáčkách motoru a zdvihu pístu. Jelikož je zdvih pístu excentrického ústrojí větší než centrického, nabývá také střední pístová rychlost vyšších hodnot.



Střední pístová rychlost se vypočítá vztahem [1]:

$$c_s = 2Zn = \frac{Zn}{30} \text{ [ms}^{-1}\text{]}. \quad (14)$$

Po dosazení do rovnice vychází střední pístová rychlost $8,04 \text{ ms}^{-1}$. Pro nákladní vozidla se střední pístová rychlost c_s pohybuje v rozmezí 8 až 13 ms^{-1} . U motorů současných osobních vozidel leží hodnota mezi 10 ms^{-1} až 17 ms^{-1} , ve výjimečných případech až 20 ms^{-1} [8][1]:

1.2.3 ZRYCHLENÍ PÍSTU

Zrychlení pístu jedné otáčky klikového hřídele dostáváme derivací rovnice (10) vyjadřující rychlost pístu podle času. Protože je střední pístová rychlost v obou zdvizích jedné otáčky klikového hřídele rozdílná, také zrychlení je v obou zdvizích různé.

Vztah pro zrychlení pístu [1]:

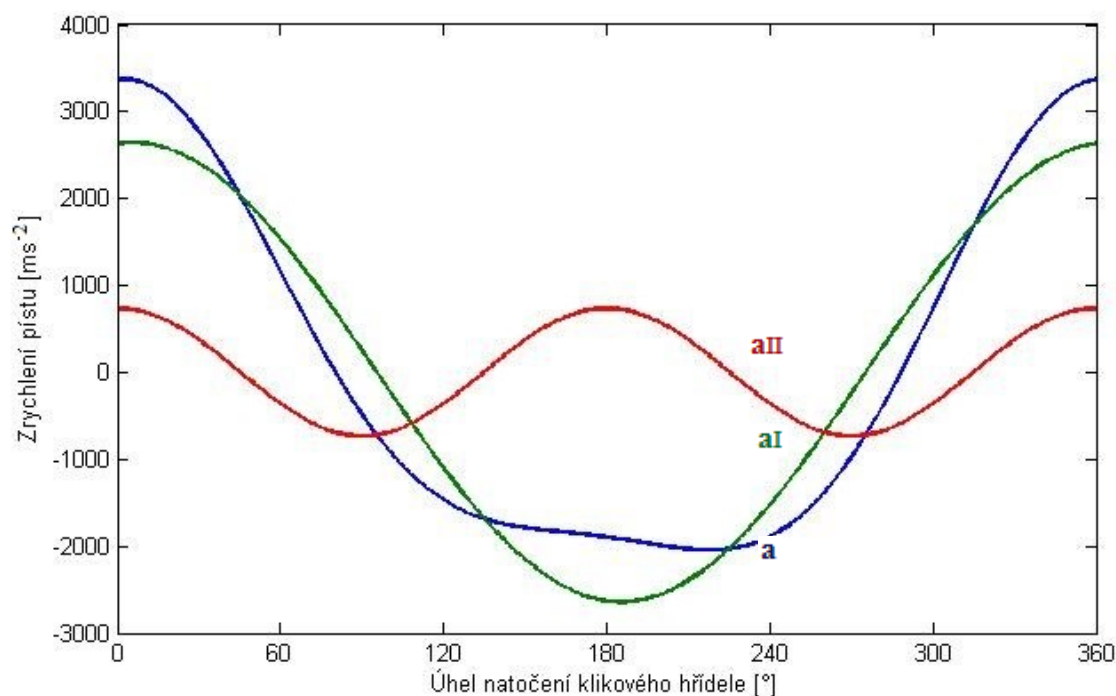
$$a = r\omega^2(\cos\alpha + \lambda_e \sin\alpha + \lambda \cos 2\alpha) \text{ [ms}^{-2}\text{]}. \quad (15)$$

První harmonická složka zrychlení [5]:

$$a_I = r\omega^2(\cos\alpha + \lambda_e \sin\alpha + \lambda \cos 2\alpha) \text{ [ms}^{-2}\text{]}. \quad (16)$$

Druhá harmonická složka zrychlení [5]:

$$a_{II} = r\omega^2(\cos\alpha + \lambda_e \sin\alpha + \lambda \cos 2\alpha) \text{ [ms}^{-2}\text{]}. \quad (17)$$



Obr. 6 Průběh celkového zrychlení pístu včetně harmonických složek



1.3 MATERIÁL A VÝROBA KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Na klikový hřídel působí síly od tlaku plynů přenášené pístem a setrvačné síly. Jejich velikosti i směry působení se časově mění a vyvolávají v klikovém hřídeli pružné kmity. Hřídel je tedy namáhán na ohyb, krut, tah a tlak. Důležitá je tuhost hřídele vůči ohybovému a kroučicímu zatěžování a pevnost vůči působícím silovým účinkům. Dále odolnost proti opotřebení čepů ložisek a dostatečná životnost při cyklickém zatěžování. Materiálem klikového hřídele byla zvolena ušlechtilá konstrukční ocel 42CrMo4 (ČSN 15 142). Vlastnosti materiálu jsou zapsané v *tabulce 9*.

Výroba klikových hřídelů probíhá v zásadě třemi způsoby. Rozlišujeme klikové hřídele lité, ocelové kované a skládané (dělené). Lité hřídele jsou obvykle používány u méně zatěžovaných čtyřdobých motorů. Materiálem je tvárná litina či ocelolitina. Výhodou jsou malé přídatky na opracování, větší ohybová tuhost, dobré přenášení vibrací a oproti ocelovým kovaným nižší měrná hmotnost. Ocelové kované klikové hřídele se zpravidla kovají zápusťkovou metodou. Při výrobě se materiály zušlechťují pro více zatížené motory a dosahují pevnosti až 950 MPa. Čepy mohou být kaleny až na tvrdost kolem 60 HRC. Tato metoda je oproti odlévání mnohonásobně dražší. Skládané klikové hřídele mohou být skládané lisováním ramen a čepů (motocykly, malá mechanizace), kde hlavní i ojnicní ložiska bývají valivá, nebo šroubované (Tatra), které se ukládají do takzvané tunelové skříně. [8]



2 SÍLY PŮSOBÍCÍ V KLIKOVÉM MECHANISMU

Na klikový mechanismus pístového spalovacího motoru působí především síly od tlaku plynů a setrvačné síly. Mají zásadní vliv na klidný chod motoru a konstrukci jeho částí. Síly od tlaku plynů neboli primární síly působí na dno pístu, dále přes ojnici až na samotný klikový hřídel. Setrvačné síly neboli sekundární síly vznikají při otáčivém pohybu klikového mechanismu a přenášejí se na pevné části motoru. Jelikož se tlak plynů ve válci a zrychlení pohyblivých částí motoru mění periodicky v závislosti na otočení klikového hřídele, jsou tyto dvě síly periodickými funkcemi úhlu natočení klikového hřídele. Dále zde působí síly třecí, vznikající při tření pohyblivých částí, a síly, které vznikají torzním, ohybovým a prostorovým kmitáním. [1] [3]

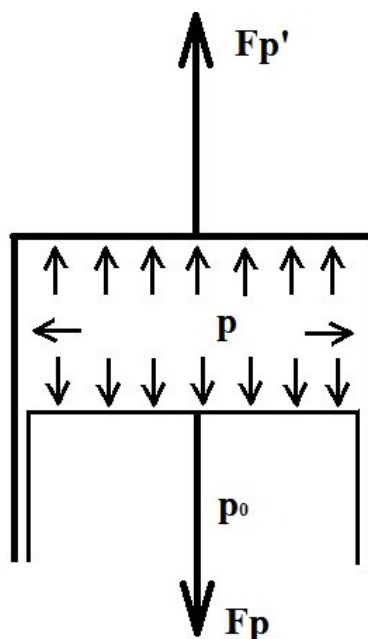
2.1 SÍLY OD TLAKU PLYNŮ

Ve válci působí při spalování směsi tlak plynů na dno pístu, kde vyvolává výslednou sílu F_p , a na hlavu válce, kde vyvolává výslednou sílu $F_{p'}$. Obě síly leží v ose válce, mají stejnou velikost i směr, ale opačný smysl. Síly od tlaku plynů jsou zachyceny rámem stroje, navenek se neprojeví. Pro výpočet sil od tlaku plynů předpokládáme, že při daném tlaku p nad pístem a atmosférickém tlaku p_0 je tlak pod pístem atmosférický. Potom platí rovnice [3]:

$$F_p = -F_{p'} = Sp(p - p_0) = \frac{\pi \cdot D^2}{4} * (p - p_0) \text{ [N]}, \quad (18)$$

kde Sp je čelní plocha pístu [m^2] a D [m] představuje vrtání válce.

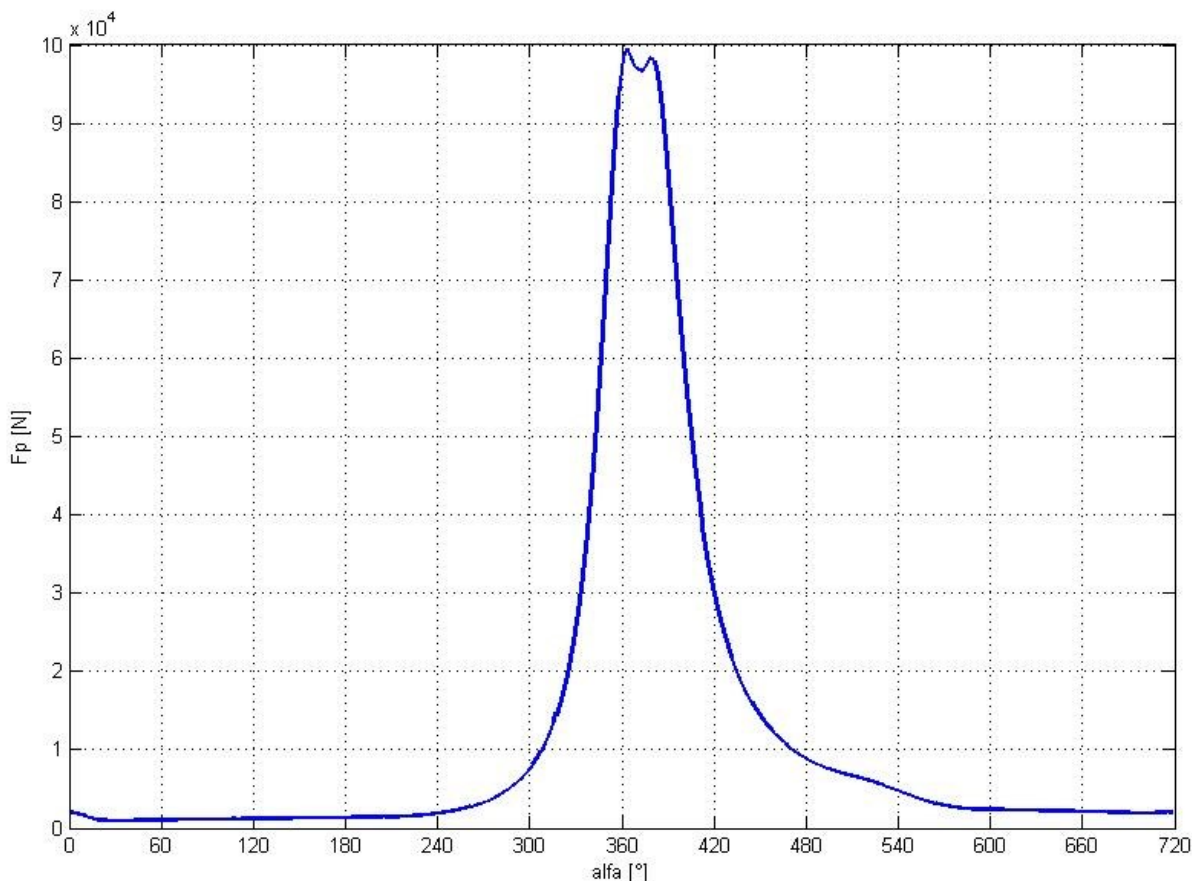
Indikované tlaky pro centrický čtyřválcový vznětový motor, ze kterého vycházím, mi byly poskytnuty vedoucím diplomové práce včetně výpočetního programu. Pomocí programu jsem přepočel tlaky odpovídající zvolené excentricitě.



Obr. 7 Síly od tlaků plynů působící na píst a stěny válce



Z rovnice (18) vyplývá, že při konstantním vrtání válce D a zachování atmosférického tlaku p_0 je síla od tlaku plynů F_p funkcí pouze tlaků plynů ve válci p . Tlak plynů je závislý na úhlu natočení klikové hřídele α , což vyjadřuje indikátorový diagram $p=f(\alpha)$. Proto je i síla od tlaku plynů funkcí úhlu pootočení klikového hřídele $F_p=f(\alpha)$. [3]



Obr. 8 Průběh síly od tlaku plynů na píst vzhledem k natočení klikového hřídele

2.2 SÍLY SETRVAČNÉ

Setrvačné neboli sekundární síly jsou vyvolány pohybem jednotlivých částí klikového ústrojí. Působí proti silám od tlaku plynů, což je zohledněno znaménkem v uvedeném vztahu (19). Přenáší se na pevné části motoru a způsobují jeho chvění, které je nežádoucí. K výpočtu setrvačných sil je nutné znát jednotlivé hmotnosti a zrychlení částí mechanismu. Klikový hřídel koná rotační pohyb, přičemž se střídavě zrychluje a zpomaluje. Při výpočtu se pro zjednodušení uvažuje konstantní úhlová rychlost ω . Píst, včetně pístního čepu s pojistkami a kroužky, koná přímočarý vratný pohyb v ose válce. Pohyb ojnice lze uvažovat jako složený z unášivého posuvného a kývavého. Jelikož by byl výpočet setrvačných sil ojnice příliš složitý, zavádí se redukovaná soustava hmotností. Redukce ojnice do dvou hmotných bodů zajišťuje stejné statické a dynamické účinky jako má původní ojnice. Hmotnost posuvné části ojnice nahrazuje hmotný bod m_1 ležící ve středu oka pístního čepu, hmotnost její rotační části představuje hmotný bod m_2 nacházející se ve středu hlavy ojnice. Redukované hmotnosti mi byly poskytnuty se zadáním diplomové práce.



2.2.1 SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ

Pro setrvačné síly pohybujících se součástí platí vztah:

$$F_{sp} = -m_p a \text{ [N]}, \quad (19)$$

kde m_p je hmotnost pohybujících se částí [kg], a je její zrychlení [ms^{-2}].

Celkovou sekundární sílu posuvných částí lze vyjádřit součtem první a druhé harmonické složky při zanedbání vyšších řádů majících zanedbatelný vliv na výsledek z důvodu zmenšujících se amplitud. V první harmonické složce setrvačných sil posuvných částí vystupuje na rozdíl od mechanismu centrického sinová složka, avšak její vliv není velký.

První harmonická složka setrvačné síly posuvných částí [1][3]:

$$F_{spI} = -(m_{psk} + m_1)r\omega^2(\cos(\alpha) + \lambda_e \sin(\alpha)) \text{ [N]}, \quad (20)$$

kde m_{psk} je hmotnost pístní skupiny [kg] a m_1 je hmotnost posuvné části ojnice [kg].

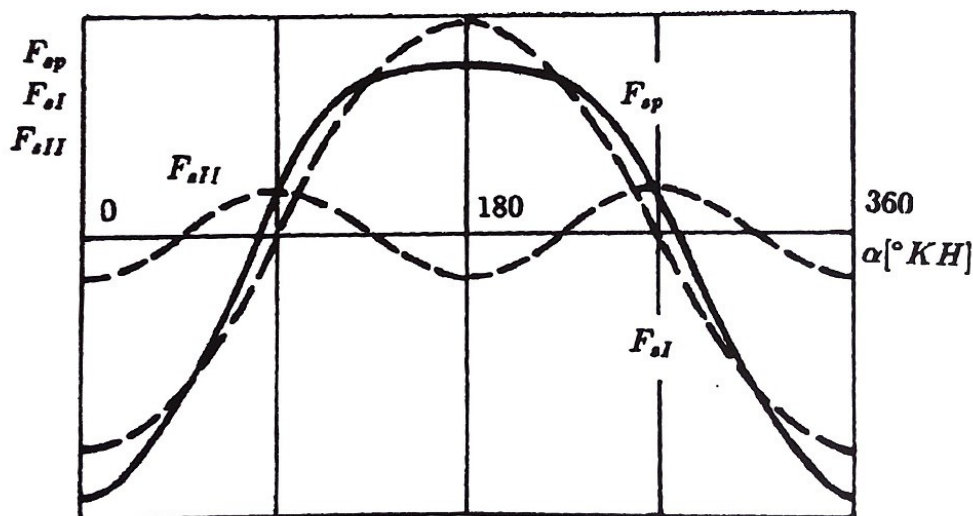
Druhá harmonická složka setrvačné síly posuvných částí [1]:

$$F_{sp2} = -(m_{psk} + m_1)r\omega^2 \lambda \cos(2\alpha) \text{ [N]}. \quad (21)$$

Celková setrvačná síla posuvných částí:

$$F_{spc} = F_{spI} + F_{spII} \text{ [N]}. \quad (22)$$

Záporné znaménko u pravých stran první a druhé harmonické složky setrvačných sil posuvných částí vyjadřuje, že síla působí proti zrychlení.



Obr. 9 Setrvačná síla posuvných hmotností a její harmonické složky [4]

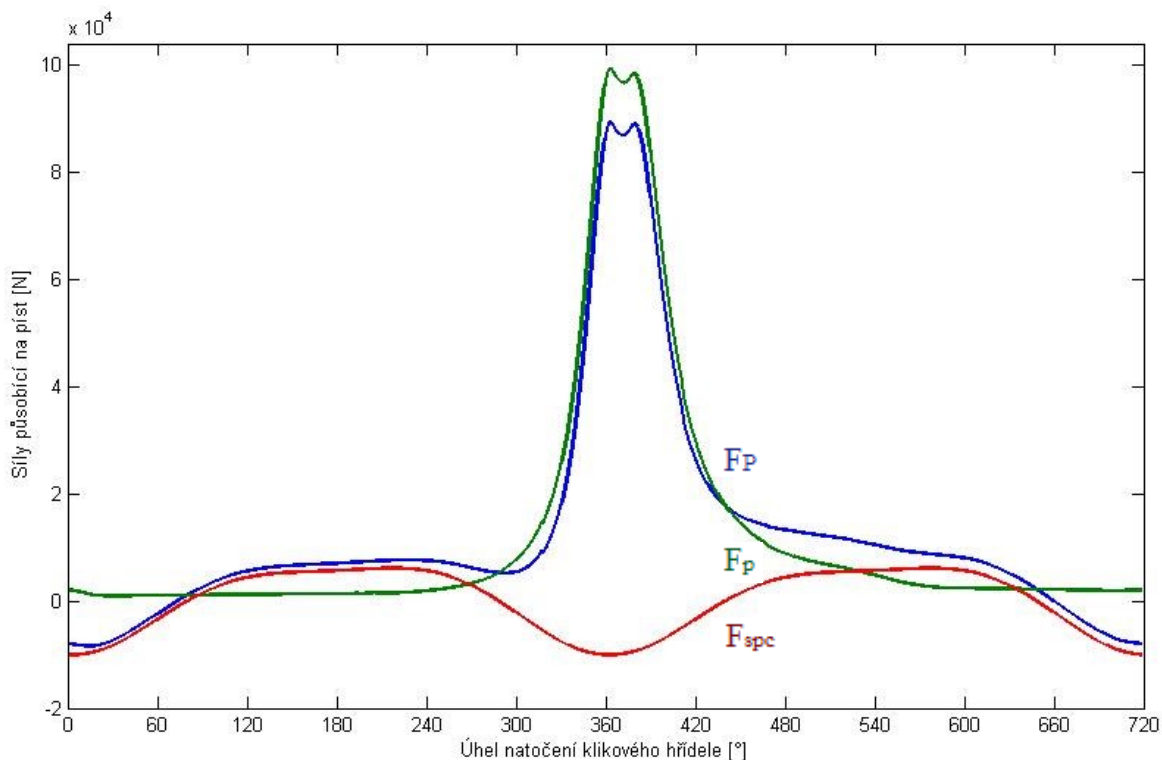


2.2.2 SÍLY PŮSOBÍCÍ NA PÍST

Celková síla působící na píst je dána součtem již zmíněné síly od tlaku plynů uvedené v rovnici (18) a setrvačné síly posuvných částí v rovnici (22).

Celková síla působící na píst je dána vztahem:

$$F_P = F_p + F_{spc} \text{ [N]}. \quad (23)$$



Obr. 10 Průběh výsledné síly působící na píst a jejích složek

Uvedená celková síla F_P se v pístním čepu rozděluje na dvě složky. První je síla normálová F_n , která je kolmá na osu válce, druhá složka je síla F_o ležící v ose ojnice.

Síla F_o je dána vztahem [3]:

$$F_o = \frac{F_P}{\cos\beta} \text{ [N]}. \quad (24)$$

Normálová síla působící na ojnicí čep je dána vztahem [3]:

$$F_N = F_P \tan\beta \text{ [N]}. \quad (25)$$

kde β je úhel odklonu ojnice od osy válce [°], který lze vypočíst rovnicí [1]:

$$\beta = \arcsin(\lambda \sin\alpha - \lambda_e) \text{ [°]}. \quad (26)$$



ZTRÁTOVÝ VÝKON

Po určení boční síly na píst byl vypočten ztrátový výkon mezi pístem a vložkou válce. V rovnici (5) je uveden vztah pro excentrický poměr, jeho hodnota by měla ležet v rozmezí hodnot 0,01 a 0,1. S ohledem na tuto skutečnost byla volena excentricita od 2 mm do 20 mm s krokem 2 mm.

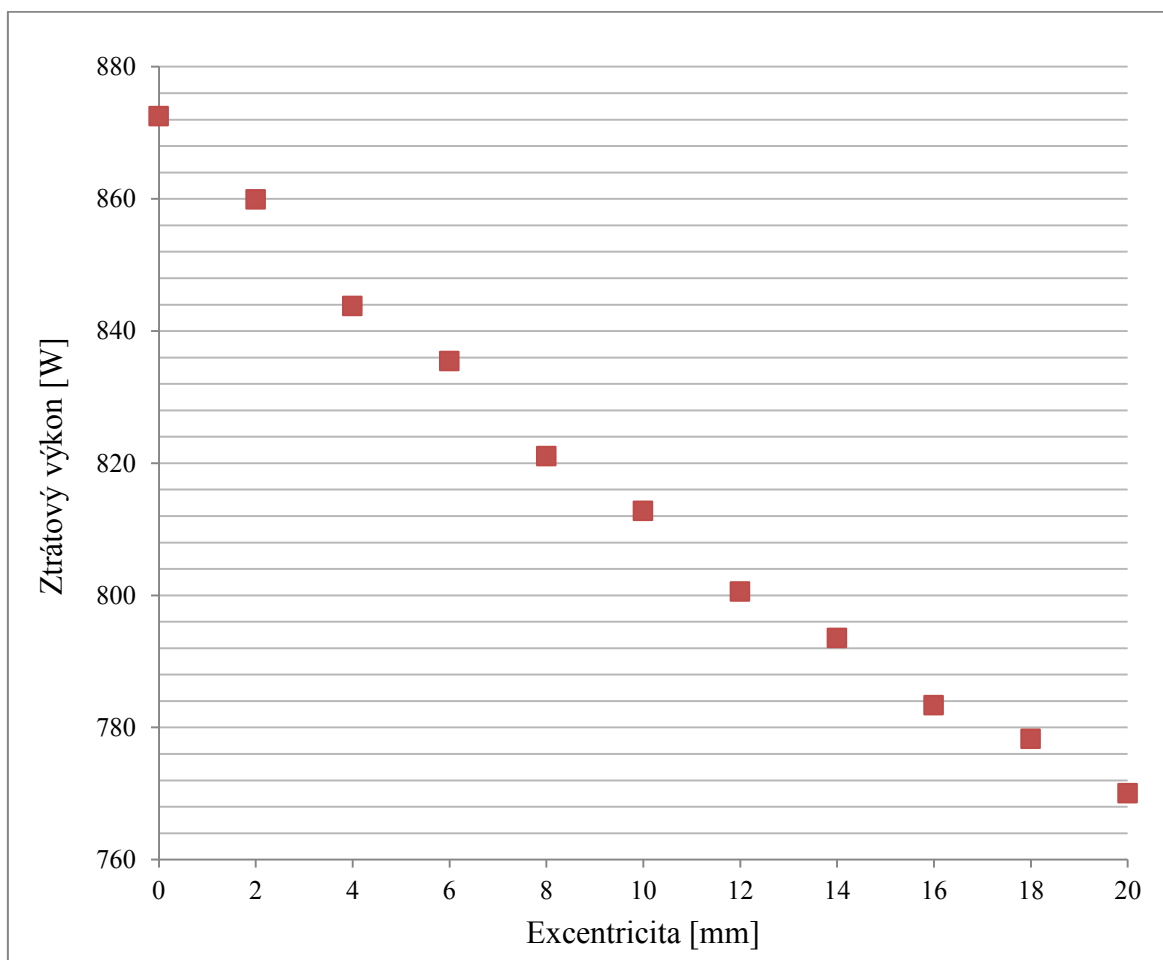
Vztah pro ztrátový výkon [4]:

$$P_z = F_N v f_t \quad [\text{N}], \quad (27)$$

kde f_t je koeficient tření vyskytující se mezi pístem a vložkou válce [-].

Hodnota koeficientu tření byla volena 0,05 s ohledem na zadanou válcovou jednotku.

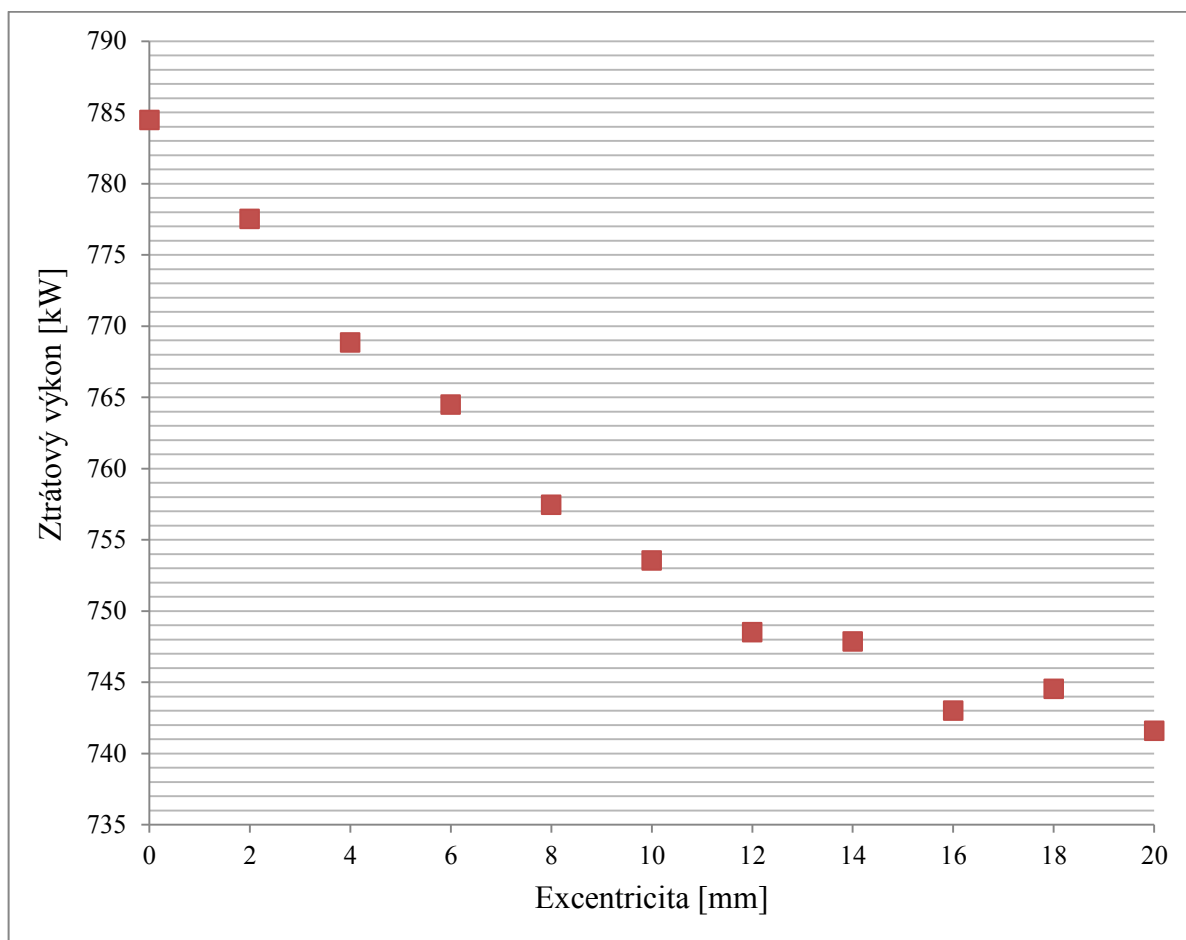
Na *obr. 11* a *obr. 12* jsou vykresleny hodnoty ztrátového výkonu P_z , v závislosti na excentricitě e mechanismu, pro jeden válec motoru při jmenovitých otáčkách 2000 min^{-1} , respektive maximálních otáčkách 2200 min^{-1} . Pro jmenovité otáčky platí, že se zvětšující se excentricitou klesá ztrátový výkon. Úspora výkonu celého motoru (pro čtyři válce) při excentricitě 20 mm oproti centrickému mechanismu činí 0,41 kW, tedy 13,3 %.



Obr. 11 Ztrátový výkon v závislosti na excentricitě



V maximálních otáčkách je vidět na *obr. 12*, že větší hodnota excentricity může být kontraproduktivní. Konkrétně při vyosení 18 mm je ztrátový výkon menší než u předešlé hodnoty 16 mm. Jelikož v otáčkách maximálního výkonu a nižších dosahuje motor nejnižšího ztrátového výkonu při excentricitě 20 mm, je zvolena pro další výpočty. Při maximálních otáčkách 2200 min^{-1} činí úspora ztrátového výkonu celého motoru (pro čtyři válce) při excentricitě 20 mm oproti centrickému mechanismu 0,172 kW, tedy 5,8 %.



Obr. 12 Ztrátový výkon v závislosti na excentricitě

2.2.3 SÍLY PŮSOBÍCÍ NA OJNIČNÍ ČEP

Síla F_o uvedena v rovnici (24) se přenáší ojnicí na klikový čep. Zde se rozděluje na tangenciální sílu F_t a radiální sílu F_r .

Vztah pro radiální sílu na ojnicím čepu [2]:

$$F_r = F_o \cos(\alpha + \beta) = F_p \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos\beta} \quad [\text{N}]. \quad (28)$$

Vztah pro tangenciální sílu na ojnicím čepu je dán rovnicí [2]:

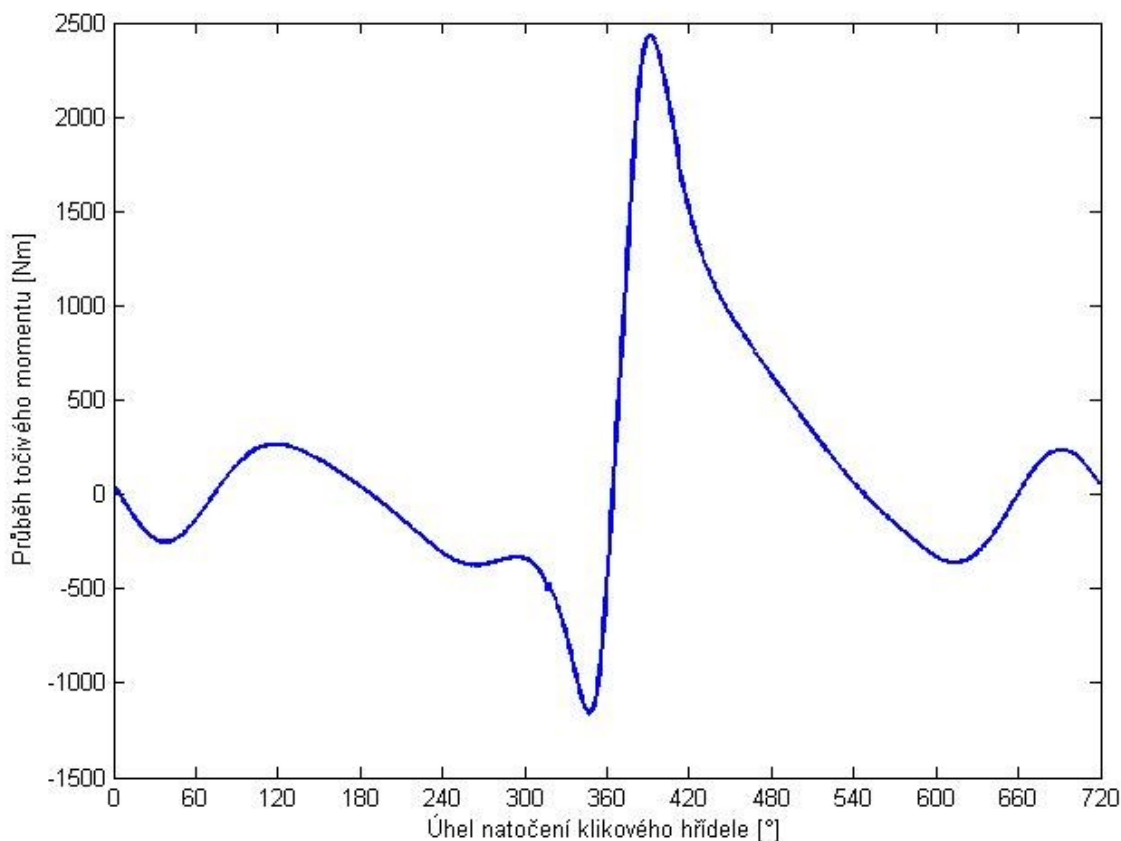
$$F_t = F_o \sin(\alpha + \beta) = F_p \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos\beta} \quad [\text{N}]. \quad (29)$$



V ose hlavního čepu působí síla F_t jako reakce v ložisku na sílu F_t . Tato silová dvojice zapříčiňuje točivý moment M_t na rameni klikového hřídele r , který určíme [2]:

$$M_t = F_t r = F_p r \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \text{ [Nm]}. \quad (30)$$

Na *obr. 11* je vykreslen průběh točivého momentu jednoho zalomení v závislosti na otáčení klikového hřídele α .



Obr. 13 Průběh točivého momentu v závislosti na pootočení klikového hřídele

Na hlavním čepu působí síla F_r , přenesená z ramene klikového hřídele, a síla F_t'' . Vektorovým součtem těchto dvou sil dostáváme sílu F_o'' . Jednotlivé síly jsou názorně zakresleny v *obr. 14*. Při rozkladu síly F_o'' do osy válce dostáváme sílu F_p'' , jež má stejnou velikost a směr jako síla F_p . Při rozkladu síly F_o'' do kolmého směru na osu válce dostáváme sílu F_n'' , která má stejnou velikost, ale opačný smysl nežli normálová síla F_n . Klopný moment vzniká působením sil F_n a F_n'' , jeho velikost spočteme vztahem [3]:

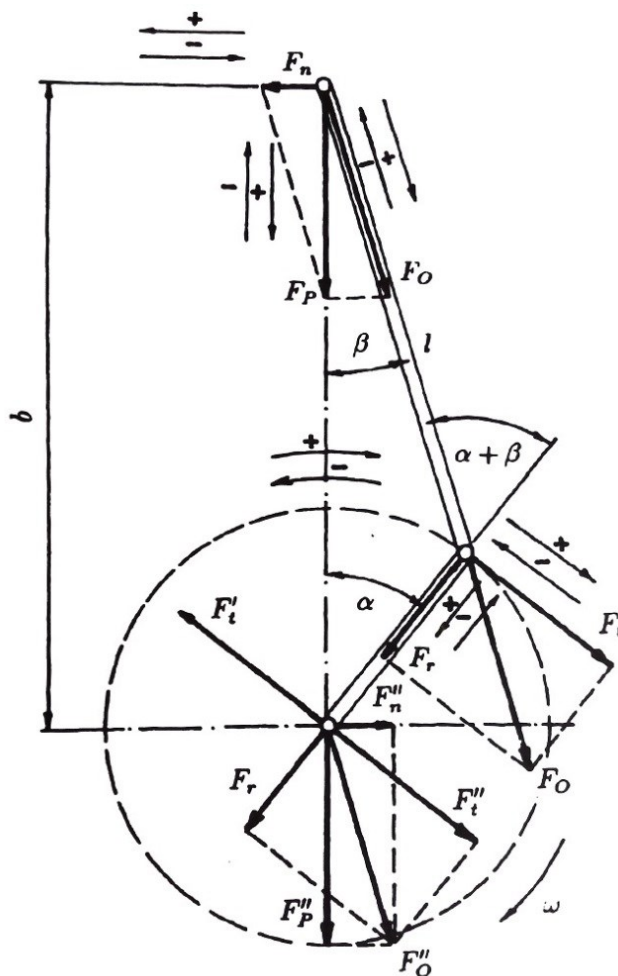
$$M_k = F_n b \text{ [Nm]}, \quad (31)$$

kde b je rameno kliky [m], jehož velikost závisí na úhlu natočení klikového hřídele dle vztahu [2]:

$$b = l \cos \beta + r \cos \alpha \text{ [m]}. \quad (32)$$



Velikost klopného momentu M_k je stejná jako velikost točivého momentu na klikovém hřídeli M_t , avšak působí proti smyslu točivého momentu. Klopný moment označujeme jako reakční moment k momentu točivému [3].



Obr. 14 Rozklad sil působících v klikovém mechanismu [1]

2.2.4 SETRVAČNÉ SÍLY ROTUJÍCÍCH ČÁSTÍ

Setrvačná síla rotujících částí je odstředivá síla, která působí ve směru ramene klikového hřídele ze středu otáčení. Její velikost vypočteme ze vztahu [3]:

$$F_{Sr} = (m_2 + m_k)r\omega^2 \text{ [N]}, \quad (33)$$

kde m_k je celková rotující hmotnost klikového hřídele bez vývažku [kg].



3 VYVAŽOVÁNÍ KLIKOVÉHO MECHANISMU

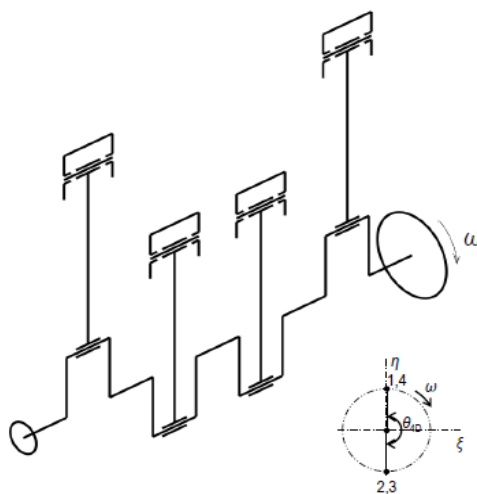
Pohybující se části klikového mechanismu zapříčiňují vznik setrvačných sil a momentů, které nejsou vnitřně vyvážené (jsou volné). Vliv na nevyváženost ústrojí mohou mít také výrobní nepřesnosti, nestejnosemnost materiálu či nesouměrná deformace součástí způsobená provozem. Již při výrobě je třeba s těmito silami a momenty počítat a uzpůsobit konstrukci motoru, případně je po vyrobění součástí vyvážit na vyvažovacích strojích. Setrvačné síly a jejich momenty je třeba odstranit nebo alespoň výrazně potlačit. Vyvážením klikového mechanismu dostáváme klidný chod motoru bez vibrací, které se přenáší na rám a způsobují hluk, a tím zvýšení životnosti součástí. Vhodným uspořádáním klikového mechanismu (vzájemné polohy jednotlivých klik) lze dosáhnout přirozeného vyvážení, které navzájem vyruší hlavní setrvačné síly. Ve většině případů toto vyvážení nedostačuje, a přidává se protizávaží, což je vyvažující hmota působící proti účinku setrvačných sil či momentů, přičemž jejich účinky ruší nebo alespoň potlačuje. Protizávaží snižuje tření v hlavních ložiskách, takže zvyšuje mechanickou účinnost motoru. Nevýhodou je zvýšení celkové hmotnosti mechanismu a u víceválcových motorů snížení kritických otáček způsobených torzními kmity klikového hřídele. Další možnost vyvážení představují vyvažovací hřídele. [4]

Pravidelné rozestupy zážehů mají také vliv na vyváženost mechanismu. Pro klidný chod motoru je vyžadováno, aby zážehy v jednotlivých válcích probíhaly za sebou v pravidelných intervalech. Zážeh u každého válce čtyřdobého motoru nastává po dvou otáčkách klikového hřídele, tedy po otočení o úhel 720° . V této době proběhnou zážehy u všech válců motoru. Pro splnění podmínky pravidelných intervalů mezi zážehy ve válcích platí pro úhel mezi klikami hřídele vztah:

$$\varphi_v = \frac{720}{i} [^\circ], \quad (34)$$

kde i je počet válců motoru $[^\circ]$.

Pro potlačení setrvačných sil a jejich momentů je potřeba, aby zážehy probíhaly po sobě v navzájem nejvzdálenějších válcích. To odporuje podmínce rovnoměrnosti chodu. Pro daný čtyřdobý čtyřválcový řadový motor jsem volil pořadí zážehů 1-3-4-2 znázorněné na *obr. 15*, které je pro danou válcovou jednotku typické (případně lze 1-2-4-3). [3] [4]



Obr. 15 Zalomení klikového hřídele a pořadí zážehů [6]



Pro následující výpočet vyvažování se vychází ze zjednodušených předpokladů:

- rozměry a tvar jednotlivých částí klikového ústrojí jsou u všech válců přesně dodrženy,
- stejnojmenné hmotnosti klikového ústrojí všech válců jsou si rovny,
- klikový hřídel je absolutně tuhý, nedeformuje se silami ani momenty a úhly mezi klikami jsou stálé,
- není uvažován vliv tření a působení tíhového zrychlení,
- těžištní rovina motoru je stejná s těžištní rovinou klikového hřídele mezi hlavními krajními ložisky. [1]

3.1 SETRVAČNÉ SÍLY ROTUJÍCÍCH ČÁSTÍ

Jak vyplývá z rovnice (34), úhel natočení mezi klikovými hřídeli je 180° . Protože kliková ústrojí všech válců jsou stejná, jsou velikosti setrvačných sil rotujících částí F_{sr} stejně velké. Výslednici sil rotujících částí lze určit jako výslednici vektorů těchto sil. Působí ve směru jednotlivých ramen klikového hřídele od středu otáčení klikového hřídele. Při pohledu ve směru osy klikového hřídele leží všechna zalomení v jedné rovině (tvoří pravidelnou hvězdičici). Z tohoto důvodu a z již zmíněné stejné velikosti setrvačných sil, je výslednice sil nulová. Síly jsou přirozeně vyvážené.

Pro setrvačnou sílu rotujících částí obecně platí:

$$F_{sr} = m_r r \omega^2 \text{ [N]}, \quad (35)$$

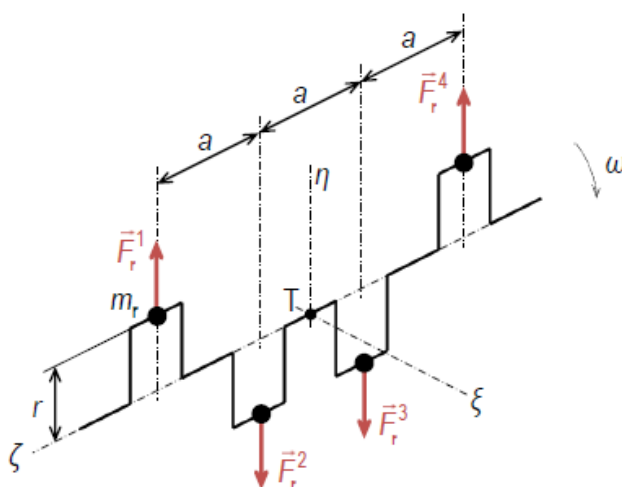
kde m_r je hmotnost rotačních částí [kg], pro kterou platí:

$$m_r = (m_z + m_2) \text{ [kg]}, \quad (36)$$

kde m_z je hmotnost jednoho zalomení klikového hřídele [kg].

Celková setrvačná síla pro danou válcovou jednotku je dána vztahem:

$$\sum F_{src} = m_r \omega^2 - m_r \omega^2 - m_r \omega^2 + m_r \omega^2 = 0 \text{ [N]}. \quad (37)$$



Obr. 16 Setrvačné síly rotujících částí na jednotlivých zalomeních [6]

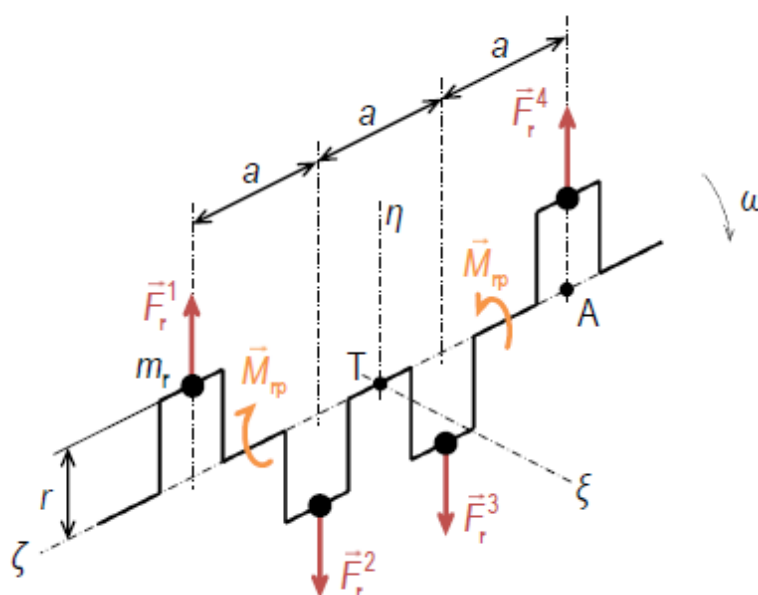


3.2 MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL ROTUJÍCÍCH ČÁSTÍ

Setrvačné síly rotujících částí vyvolávají momenty rotujících částí. Při stálých otáčkách motoru nemění svoji velikost. Lze je úplně odstranit protizávažím na klikovém hřídeli ležícím ve stejné rovině jako vyvažovaný moment s opačným smyslem působení. Pokud jsou setrvačné síly rotačních částí všech zalomení stejné, potom je u zrcadlově symetrického klikového hřídele vzhledem k jeho těžištní rovině výsledný moment těchto sil roven nule. Tato podmínka platí u daného motoru.

Určení výsledného momentu setrvačných sil rotujících částí vztaheno k bodu A viz obr. 17:

$$\Sigma M_r = -m_r \omega^2 3a + m_r \omega^2 2a + m_r \omega^2 a = 0 \text{ [Nm]}. \quad (38)$$



Obr. 17 Momenty setrvačných sil rotujících částí [6]

3.3 SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ

Jednotlivé řády setrvačných sil posuvných částí neexistují samostatně nezávisle na sobě, jsou složkami jedné setrvačné síly posuvných částí. Různé řády se od sebe liší frekvencí a amplitudou. V praxi se uvažuje vyvážení pouze prvních dvou řádů (výjimečně čtvrtý řád), vyšší řády mají velice nízkou amplitudu.



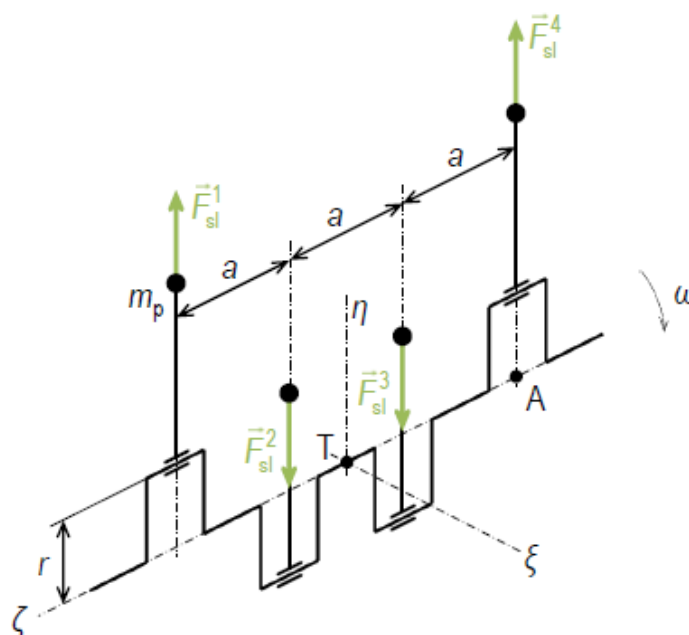
3.3.1 SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ PRVNÍHO ŘÁDU

Všechna zalomení klikového hřídele tvoří z čelního pohledu pravidelnou hvězdicí. Jsou přirozeně vyvážené, protože působí proti sobě a v každém okamžiku mají stejnou velikost:

$$\sum F_{sI} = m_p r \omega^2 \cos(\alpha) - m_p r \omega^2 \cos(\alpha) + m_p r \omega^2 \cos(\alpha + 180^\circ) + m_p r \omega^2 \cos(\alpha) \quad (39)$$

[Nm],

$$\sum F_{sI} = 0 \text{ [Nm]}. \quad (40)$$



Obr. 18 Setrvačné síly posuvných částí prvního řádu [6]

3.3.2 SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ DRUHÉHO ŘÁDU

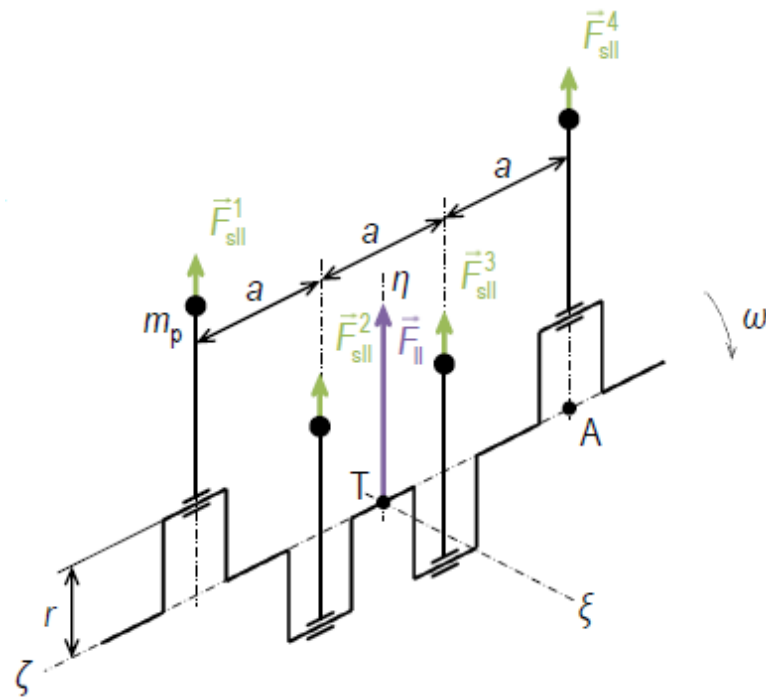
Oproti setrvačným posuvným silám prvního řádu mají menší amplitudu a frekvenci 2α (vektor síly F_{sII} rotuje dvojnásobnou rychlostí oproti klikovému hřídeli). Vektory setrvačných sil F_{sII} všech čtyř válců mají stejný smysl a sčítají se, proto nejsou přirozeně vyvážené. Není symetrická kliková hvězdice. Lze je odstranit posuvnými hmotami působícími v opačném směru. Vyvážení se provádí pomocí protiběžně výškově přesazených silových vektorů nebo vodorovnými složkami vzbuzujícími točivý moment. Pro daný motor není třeba vyvažovat druhou harmonickou složku posuvných sil, jelikož její velikost lze zanedbat.

Výsledná setrvačná síla posuvných částí:

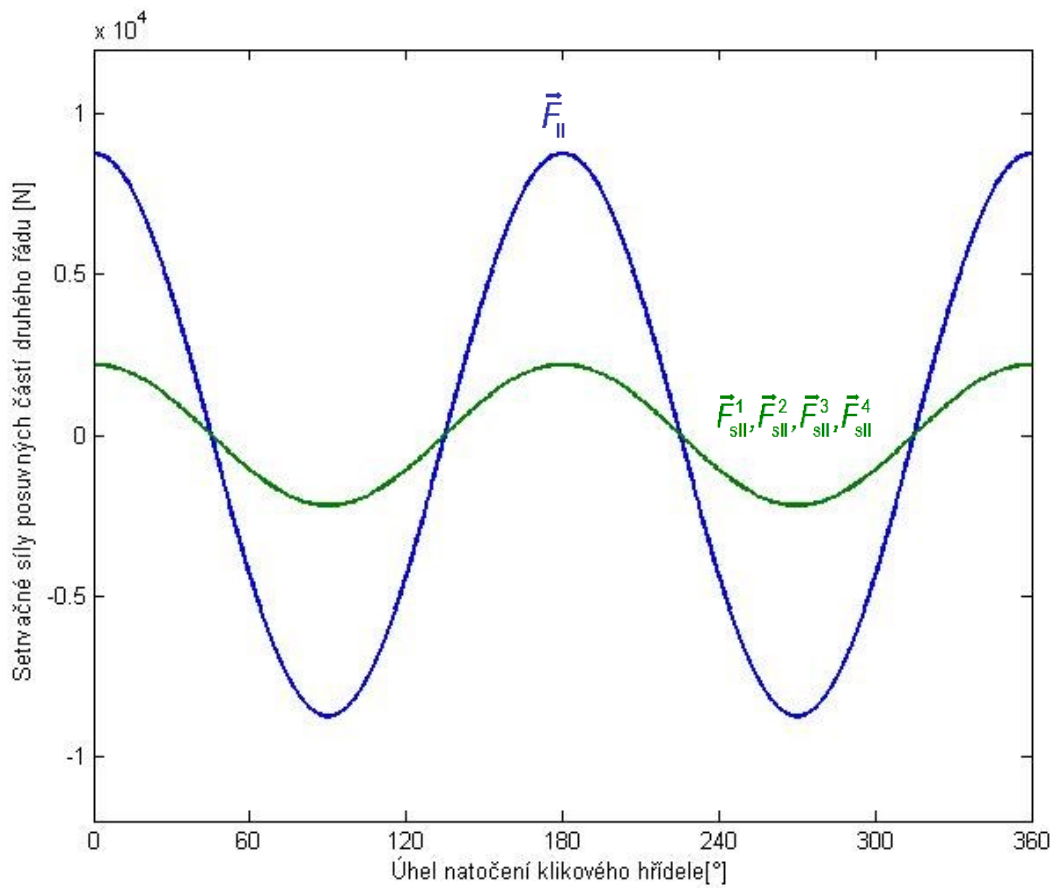
$$\sum F_{sII} = \lambda m_p r \omega^2 \cos(2\alpha) + \lambda m_p r \omega^2 \cos(2\alpha) + \lambda m_p r \omega^2 \cos(2(\alpha + 180^\circ)) + \lambda m_p r \omega^2 \cos(2\alpha) \text{ [Nm]}. \quad (41)$$

Po dosazení dostáváme výslednou sílu:

$$F_{sII} = 4\lambda m_p r \omega^2 \cos(2\alpha) \text{ [Nm]}. \quad (42)$$



Obr. 19 Setrvačné síly posuvných částí druhého řádu [6]



Obr. 20 Průběh setrvačné síly posuvných částí a harmonických složek



3.4 MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ

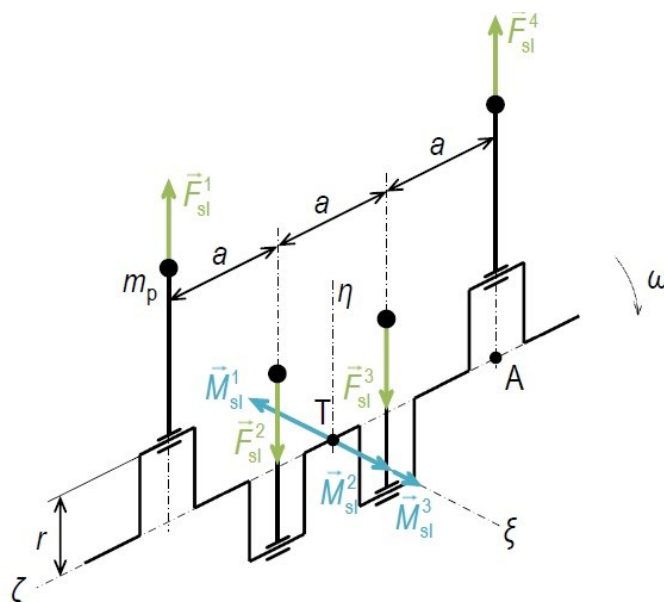
Momenty setrvačných sil posuvných částí působí v rovině os válců a mají snahu naklápět střídavě motor kolem přímky kolmé k rovině os válců procházející těžištěm motoru. Jestliže všechny setrvačné síly klikového mechanismu vytvářejí silovou dvojici na klikovém hřídeli víceválcového motoru, pak zde nevznikají nevyvážené setrvačné momenty. [3]

3.4.1 MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL PRVNÍHO ŘÁDU

Momenty jsou vyváženy, pokud je klikový hřídel zrcadlově symetrický vůči těžištní rovině. Vyvážit momenty lze vývažky na dvou pomocných vyvažovacích hřídelích, které se otáčejí proti sobě a jejichž úhlová rychlost ω je shodná s úhlovou rychlostí klikového hřídele.

Momenty setrvačných sil prvního řádu [6]:

$$\sum M_{SI} = -m_p r \omega^2 \cos(\alpha) 3a - m_p r \omega^2 \cos(\alpha) 2a - m_p r \omega^2 \cos(\alpha + 180^\circ) a = 0 \text{ [Nm]}. \quad (43)$$



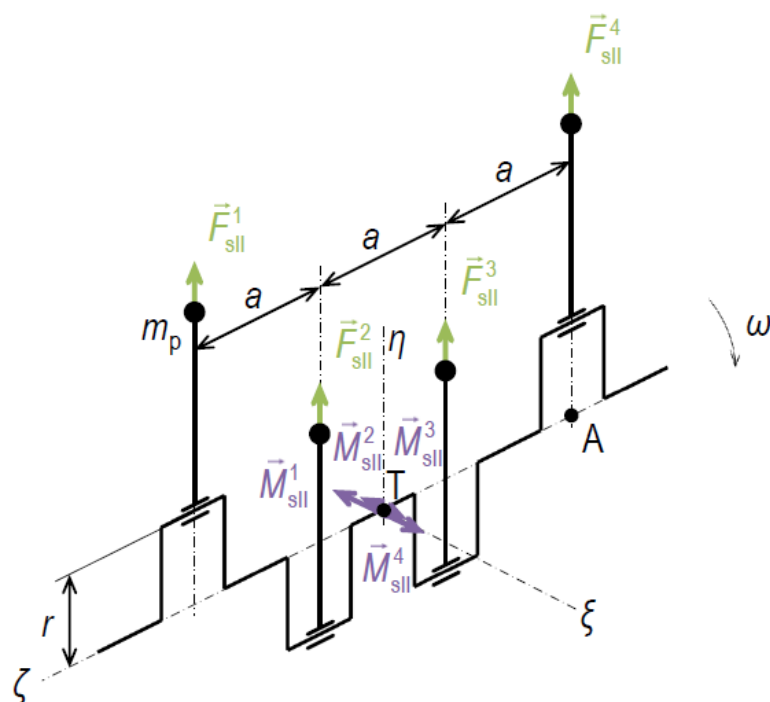
Obr. 21 Momenty setrvačných sil posuvných částí prvního řádu [6]

3.4.2 MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL DRUHÉHO ŘÁDU

Zde platí, obdobně jako u momentů prvního řádu, že zrcadlově symetrický klikový hřídel je vůči těžištní rovině vyvážen. Momenty je možné vyvážit dvěma vyvažovacími hřídeli, jejichž úhlová rychlost ω je dvojnásobná oproti úhlové rychlosti klikového hřídele.

Momenty setrvačných sil druhého řádu k bodu T viz obr. 22 [6]:

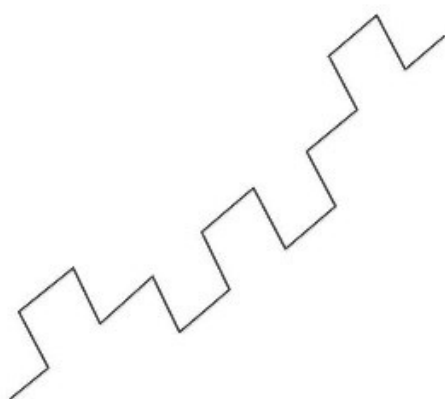
$$\sum M_{SII} = -\lambda m_p r \omega^2 \cos(2\alpha) \frac{3}{2} a - \lambda m_p r \omega^2 \cos 2(\alpha + 180^\circ) \frac{1}{2} a + \lambda m_p r \omega^2 \cos 2(\alpha + 180^\circ) \frac{1}{2} a + \lambda m_p r \omega^2 \cos(2\alpha) \frac{3}{2} a = 0 \text{ [Nm]}. \quad (44)$$



Obr. 22 Momenty setrvačných sil posuvných částí druhého řádu [6]

Při pohledu zepředu na klikový hřídel tvoří jednotlivá jeho zalomení hvězdici. Na obr. 23 je patrné, že hvězdice II. řádu není symetrická, proto jsou setrvačné síly posuvných částí II. řádu přirozeně nevyváženy. Kliková hvězdice I. řádu tvoří pravidelnou hvězdici, proto jsou setrvačné síly posuvných částí I. řádu vyváženy.

schéma klikového hřídele čtyřválcového motoru



kliková hvězdice I. řádu

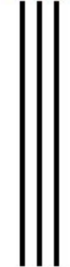
1, 4



2, 3

kliková hvězdice II. řádu

1, 2, 3, 4



Obr. 23 Klikové hvězdice I. a II. řádu pro čtyřválcový motor



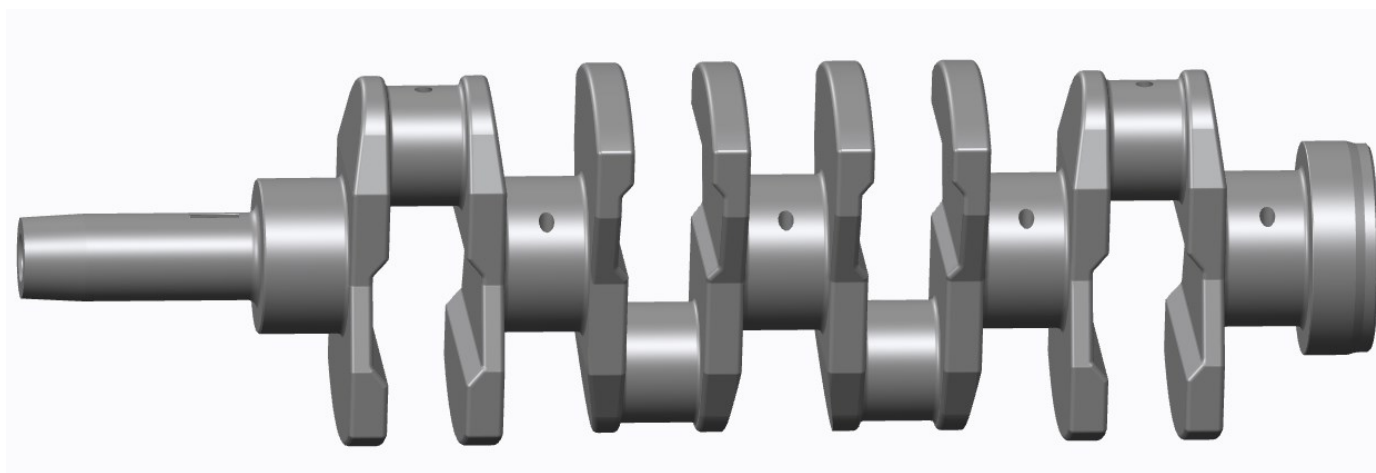
4 NÁVRH A VYVÁŽENÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Pro návrh klikového hřídele jsem zvolil software Creo Parametric 2. Zalomení jednotlivých klik s rozestupem zážehů 180° schematicky odpovídá *obr. 15*. Základní rozměry vychází z dodaného výkresu klikové hřídele motoru Zetor. Klikový hřídel je uložen na pěti hlavních ložiskách.

U čtyřdobého čtyřválcového motoru jsou nevyvážené pouze síly druhého řádu posuvných částí. Vyvážení se provádí pomocí protiběžně výškově přesazených silových vektorů nebo vodorovnými složkami vzbuzujícími točivý moment, tedy vyvažovacími hřídeli. Pro daný motor není nutné vyvažovat síly posuvných částí druhého řádu, jelikož jejich velikost lze zanedbat.

4.1 VYVÁŽENÍ MOMENTŮ ODSTŘEDIVÝCH SIL

Pro čtyřválcový vznětový traktorový motor bylo zvoleno silové vyvážení, takže všechna zalomení s vývažky jsou shodná. Tato varianta je na rozdíl od momentového vyvážení jednodušší na výrobu, méně zatěžuje ložiska, avšak celková hmotnost je vyšší. Nejprve jsem vymodeloval jedno zalomení, kde jsem zachoval průměr hlavního a ojničního čepu stejný jako v dodaném výkresu a také jejich osovou vzdálenost. Následně bylo nutné toto zalomení staticky vyvážit. Jedno zalomení jsem na ojničním čepu zatížil rotační hmotou ojnice. Pomocí funkce optimalizace jsem upravil vymodelované vývažky ramen tak, aby zatížené zalomení leželo v ose rotace, tím pádem byla odstředivá síla nulová. Pro ověření nulové osy rotace jsem využil v záložce Analysis funkci Mass Properties. Tento výsledný tvar mají všechna zalomení. Volný konec hřídele a příruba setrvačnicku leží v ose hřídele, tudíž nevyvolávají moment odstředivých sil. Navržený klikový hřídel je na *obr. 24*.



Obr. 24 Vymodelovaný klikový hřídel s vývažky

Hmotnost klikového hřídele, která činí 34,92 kg, jsem zjistil pomocí funkce Mass Properties.



5 TORZNÍ KMITÁNÍ

Klikové ústrojí lze chápat jako soustavu hmotností (píst, ojnice, setrvačnick) s pružnou vazbou (klikový hřídel), tedy soustavu schopnou kmitat. Kmitání soustavy je vyvoláno a udržováno působením periodicky proměnných sil. Torzní kmitání může způsobit poškození klikového hřídele, proto je důležité ho co nejvíce potlačit. S narůstající rychloběžností a počtem válců motoru je nebezpečnější. Za provozu víceválcového spalovacího motoru dochází u klikového hřídele ke třem druhům kmitání:

- kmitání podélné neboli osově, u kterého se hřídel periodicky osově prodlužuje a zkracuje,
- kmitání ohybové působící v kolmém směru na osu hřídele,
- kmitání torzní neboli kroutivé kolem osy hřídele.

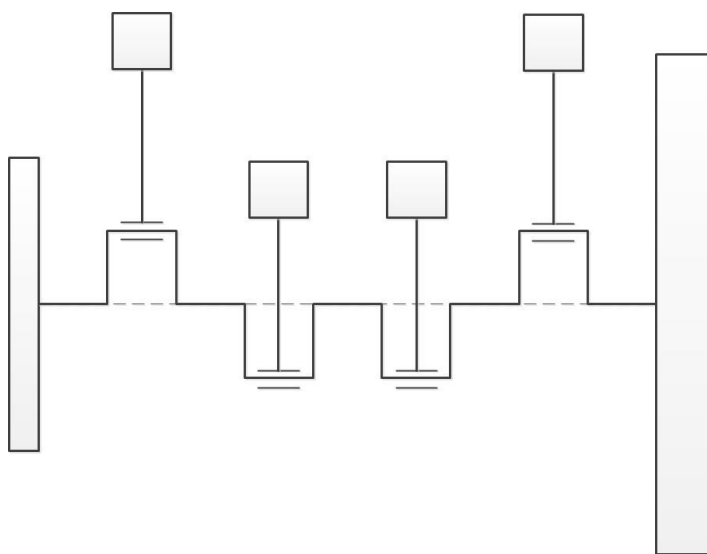
Jako nejvíce nebezpečné se ukazuje kmitání torzní. Dochází k rychlému proměnlivému zkrucování hřídele, které se superponuje vlivem tangenciálních sil na klikách na nakroucení a na rotační kývání klikového hřídele jako celku vyvolanému nerovnoměrností chodu. K rezonancím dochází, jestliže frekvence budících sil kmitání je shodná s vlastní frekvencí hmotnostní soustavy. Torzní kmitání se dále přenáší na připojená hnaná zařízení a na další části motoru (rozvody, regulátor) [3].

5.1 NÁHRADNÍ SOUSTAVA KLIKOVÉHO ÚSTROJÍ

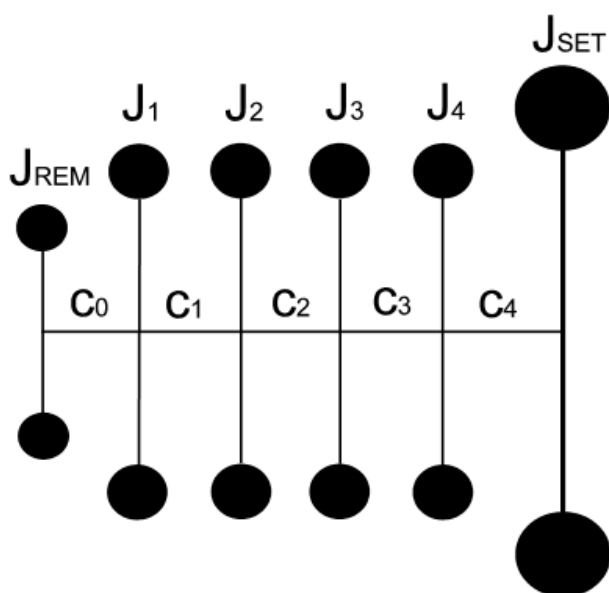
Pro výpočet zavádíme náhradní soustavu klikového ústrojí znázorněného na *obr. 26*, která zastupuje skutečnou kmitající soustavu, a vycházíme ze zjednodušujících předpokladů:

- hmotnosti jsou konstantní, nezávislé na čase,
- délky jsou konstantní, nezávislé na čase,
- hmotnosti mechanismů jsou redukovány do rovin v osách válců kolmých na osu hřídele, redukováný hřídel je nehmotný.

Redukovaný hřídel zastupující skutečný klikový hřídel je válcový hladký stálého průřezu o průměru hlavního čepu klikového hřídele [1].



Obr. 25 Schéma skutečné torzní soustavy motoru



Obr. 26 Schéma náhradní soustavy torzního kmitání

5.1.1 REDUKCE HMOT

Pro redukci hmot je třeba znát momenty setrvačnosti jednotlivých částí ústrojí (zalomení, řemenice, setrvačníku) vztažené k ose otáčení klikového hřídele. Pokud je k ústrojí připojena pohybující se hmota (rotující, posuvná), vztahuje se na poloměr klikového hřídele a její moment setrvačnosti se přičte. Momenty setrvačnosti zalomení kliky byly získány z modelu klikového ústrojí v programu Creo Parametric 2. Moment setrvačnosti řemenice a setrvačníku mi byl dodán vedoucím práce.

Moment setrvačnosti rotační části ojnice je součinem rotační hmotnosti ojnice a poloměru kliky, pro který platí vztah [1][1]:

$$J_{rot} = m_2 r^2 \text{ [kgm}^2\text{]}. \quad (45)$$

Redukovaná hmota posuvných částí zahrnuje hmotnost pístní skupiny a posuvnou hmotnost ojnice. Moment setrvačnosti posuvných částí je dán vztahem [1]:

$$J_{pos} = (m_{psk} + m_1) \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) r^2 \text{ [kgm}^2\text{]}. \quad (46)$$

Celkový moment setrvačnosti jednoho zalomení klikového hřídele je určen součtem momentů setrvačností dle vztahu [1]:

$$J_{ZAL} = J_{zal} + J_{rot} + J_{pos} \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad (47)$$

kde J_{zal} je moment setrvačnosti jednoho zalomení [kgm²].



Celkový moment setrvačnosti pro jedno zalomení J_{zal} byl zjištěn z modelu klikového hřídele v softwaru Creo Parametric 2. Všechna zalomení jsou totožná, proto jsou shodné i jejich momenty setrvačnosti.

Moment setrvačnosti setrvačnicku je dán součtem:

$$J_{SET} = J_{set} + J_{setKH} \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad (48)$$

kde J_{set} je moment setrvačnosti setrvačnicku $[\text{kgm}^2]$ a J_{setKH} je moment setrvačnosti klikového hřídele pod setrvačnickem $[\text{kgm}^2]$.

Moment setrvačnosti setrvačnicku J_{set} mi byl poskytnut vedoucím práce, moment J_{setKH} jsem určit opět z modelu.

Pro redukci hmot na straně řemenice určíme celkový moment setrvačnosti řemenice J_{REM} podle vztahu:

$$J_{REM} = J_{rem} + J_{remKH} \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad (49)$$

kde J_{rem} je moment setrvačnosti řemenice $[\text{kgm}^2]$ a J_{remKH} je moment setrvačnosti klikového hřídele pod řemenicí.

Tabulka 2 Momenty setrvačnosti náhradní soustavy

Moment setrvačnosti	Označení	Hodnota	Jednotka
prvního zalomení	J_1	0,0342	$[\text{kgm}^2]$
druhého zalomení	J_2	0,0342	$[\text{kgm}^2]$
třetího zalomení	J_3	0,0342	$[\text{kgm}^2]$
čtvrtého zalomení	J_4	0,0342	$[\text{kgm}^2]$
posuvné hmoty	J_{rot}	0,0055	$[\text{kgm}^2]$
rotační hmoty	J_{pos}	0,0059	$[\text{kgm}^2]$
setrvačnicku	J_{SET}	1.0236	$[\text{kgm}^2]$
řemenice	J_{REM}	0.0154	$[\text{kgm}^2]$

5.1.2 REDUKCE DÉLEK

Při redukci délek musí mít náhradní redukovaný hřídel stejnou tuhost jako skutečný hřídel. Klikový hřídel je nahrazen válcovým hřídelem o redukovaném průměru D_{red} a redukované délce l_{red} . Působením krouticího momentu M_{kr} se musí náhradní hřídel zkroutit o stejný úhel φ jako původní hřídel. Redukované délky hřídele lze určit podle různých vzorců, ale jen přibližně. Přesné hodnoty redukovaných délek se měří na již vyrobeném klikovém hřídeli staticky, dynamicky nebo je lze určit redukovanou délkou výpočtem z torziogramu motoru. [2]



Redukce délek jednoho zalomení klikového hřídele podle vztahu Ker-Wilsona [7]:

$$l_{zal} = D_{red}^4 \left[\frac{b_{hc} + 0,4D_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{b_{oc} + 0,4D_{oc}}{D_{oc}^4} + \frac{r - 0,2(D_{hc} + D_{oc})}{bh^3} \right] \text{ [m]}, \quad (50)$$

kde D_{red} je redukovaný průměr hlavního čepu [m], D_{hc} je průměr hlavního čepu [m], D_{oc} je průměr ojnicního čepu [m], b_{hc} je šířka hlavního čepu [m], b_{oc} je šířka ojnicního čepu [m], b je tloušťka ramene zalomení [m], h je šířka zalomení klikového hřídele [m].

Redukovaný průměr hlavního čepu D_{red} se volí stejný jako průměr hlavního čepu D_{hc} . Působením krouticího momentu se zkrucují hlavní a ojnicní čepy klikového hřídele a zároveň se částečně zkrucují a ohýbají jeho ramena. Jednotlivé vztahy pro výpočet redukovaných délek nemohou přesně postihnout rozdílně konstruované klikové hřídele všech spalovacích motorů.

Redukce délky na straně řemenice vyjadřuje rovnice [4]:

$$l_{rem} = (l_{hc_rem} - k_1 D_{rem}) \frac{D_{red}^4}{D_{hc}^4} + (l_{rem_nab} + k_1 D_{rem}) \frac{D_{red}^4}{D_{rem}^4} \text{ [m]}, \quad (51)$$

kde D_{rem} je průměr náboje uchycení řemenice [m], k_1 je empirický součinitel redukce délek [-], l_{hc_rem} je délka předního konce kliky do osy symetrie hlavního čepu [m], l_{rem_nab} je délka náboje uchycení řemenice [m].

Redukovaná délka na straně setrvačnicku je spočtena vztahem [4]:

$$l_{set} = (l_{hc_set} + k_2 D_{hc}) \frac{D_{red}^4}{D_{hc}^4} + (l_{set_nab} + k_2 D_{hc}) \frac{D_{red}^4}{D_{set}^4} \text{ [m]}, \quad (52)$$

kde D_{set} je průměr náboje uchycení setrvačnicku [m], l_{set_nab} je délka náboje uchycení setrvačnicku [m], k_2 je empirický součinitel redukce délek [-], l_{hc_set} je délka zadního konce kliky do osy symetrie hlavního čepu [m].

Tabulka 3 Redukovaných délek

Redukovaná délka	Označení	Hodnota	Jednotka
pro jedno zalomení	l_{zal}	0,1447	[m]
na straně řemenice	l_{rem}	1,2612	[m]
na straně setrvačnicku	l_{set}	0,1063	[m]

5.2 VLASTNÍ TORZNÍ KMITÁNÍ

Vlastní neboli volné torzní kmitání je druh harmonického pohybu vyvolaného vnějším silovým impulsem bez jeho dalšího působení. Pokud by neexistovaly pasivní odpory, které potlačují kmitání (pohlcují jeho energii), nedošlo by k jeho zaniknutí. Ke ztrátám dochází vždy, kmitání po čase zaniká a není samo o sobě nebezpečné. Každá mechanická soustava má obecně jiné vlastní tvary kmitání a jiné tvary vlastních frekvencí. Vlastní kmitání soustavy



určují velikosti hmotností dané redukovanými momenty setrvačnosti a pružné vazby mezi nimi, tedy redukované délky. Mechanická soustava o n počtu hmot má $n-1$ možných stupňů kmitání.

Největší nebezpečí vzniká, pokud je při některých provozních otáčkách motoru shodná frekvence periodicky působících sil motoru s frekvencí vlastního kmitání klikového mechanismu. V tomto případě dochází k zesílení vlastního kmitání, vzniku rezonance a k rychlému opotřebení či poškození motoru. V praxi je důležité znát první dvě frekvence volného kmitání, vyšší frekvence leží zpravidla mimo provozní otáčky motoru [4].

5.2.1 VÝPOČET TORZNÍ TUHOSTI

Náhradní torzní soustava je tvořena hmotnými kotouči s hmotnostmi v ose válců. Kotouče jsou mezi sebou spojeny nehmotným válcovým hřídelem o tuhosti c . Pro výpočet torzní tuhosti využijeme vypočítané redukované délky a určíme polární kvadratický moment uvedený vztahem (54). Dále je nutné znát modul pružnosti materiálu ve smyku G .

Torzní tuhost jednotlivých úseků náhradního hřídele vyjadřuje vztah:

$$c = \frac{GJ_p}{l_{red,i}} [\text{Nmrad}^{-1}], \quad (53)$$

kde G je modul pružnosti materiálu ve smyku [MPa], J_p je polární kvadratický moment [m^4],

$l_{red,i}$ jsou jednotlivé redukované délky [m].

Polární kvadratický moment [2]:

$$J_p = \frac{\pi D_{red}^4}{32} [\text{m}^4]. \quad (54)$$

Tabulka 4 Torzní tuhosti jednotlivých částí klikového hřídele

Torzní tuhost	Označení	Hodnota	Jednotka
jednotlivá zalomení	c_{zal}	2,2969	$[\text{Nm}10^6\text{rad}^{-1}]$
před prvním zalomením	c_{rem}	0,2636	$[\text{Nm}10^6\text{rad}^{-1}]$
za posledním zalomením	c_{set}	3,1271	$[\text{Nm}10^6\text{rad}^{-1}]$

5.2.2 VÝPOČET VLASTNÍHO TORZNÍHO KMITÁNÍ

Při výpočtu uvažujeme pouze první dva stupně kmitání. Spalovací motory představují rotující soustavu, ve které se vlastní torzní kmitání superponuje na rovnoměrný otáčivý pohyb a je na něm nezávislé. Předpokladem při určování frekvencí kmitání je, že soustava je v klidu (nerotuje). Pohybová rovnice v maticovém tvaru vycházející z Lagrangeovy rovnice je vyjádřena ve tvaru [10]:



$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{Q}, \quad (55)$$

kde M je matice momentů setrvačnosti, K je volné netlumené kmitání a Q vyjadřuje vnitřní síly, q je vektor zobecněných souřadnic.

V soustavě nepůsobí vnitřní síly, tedy $\mathbf{Q}=0$, a jelikož se jedná o volné netlumené kmitání, je $\mathbf{K}=0$.

Po úpravě pohybové rovnice dostáváme tvar [10]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = 0. \quad (56)$$

Matice momentů setrvačnosti má diagonální tvar [10]:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} I_{rem} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{zal1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{zal2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{zal3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zal4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{set} \end{pmatrix}. \quad (57)$$

Matice tuhosti je zapsána ve tvaru [10]:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{pmatrix}. \quad (58)$$

Předpokládaný tvar řešení vektoru zobecněných souřadnic q je:

$$\mathbf{q} = \mathbf{a}e^{j\omega t}, \quad (59)$$

kde a je vektor vlastních tvarů [-].

Po derivaci a následném dosazení do pohybové rovnice (56) dostáváme:

$$(\mathbf{C} - \Omega^2\mathbf{M})\mathbf{a} = 0, \quad (60)$$

kde Ω je úhlová frekvence vlastního kmitání [rads^{-1}].

Pro zjednodušení se výpočet převádí na problém vlastních čísel a dostáváme vztah:



$$(\mathbf{A} - \lambda_{\zeta} \mathbf{I})\mathbf{a} = 0, \quad (61)$$

kde λ_{ζ} je vlastní číslo [$\text{rad}^2\text{s}^{-2}$], \mathbf{I} je jednotková matice [-], \mathbf{A} je modální matice [-] pro kterou platí:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}. \quad (62)$$

Vlastní číslo λ_{ζ} lze zapsat:

$$\lambda_{\zeta} = \boldsymbol{\Omega}^2. \quad (63)$$

Frekvence vlastního kmitání závisí na úhlové rychlosti ω a je vyjádřena vztahem [3]:

$$N = \frac{\Omega}{2\pi} [\text{Hz}]. \quad (64)$$

Vlastní tvary jsou poměrnými veličinami. Nejprve se volí první člen vektoru vlastních kmitů, který odpovídá výkmitu volného konce, jako jednotkový. Ostatní složky jsou jeho násobky, čemuž odpovídá vztah:

$$a_i = \frac{x_i}{x_0} [-], \quad (65)$$

kde x_0 je velikost amplitudy řemenice [-], x_i je velikost amplitudy počítané hmoty [-].

Pro výpočet vlastních frekvencí mi byl vedoucím práce poskytnut výpočtový program. Vstupními daty byly: počet vlastních frekvencí, počet náhradních kotoučů a jejich momenty setrvačnosti, torzní tuhosti pro jednotlivé úseky náhradní soustavy. Po zadání dat a spuštění programu proběhl výpočet znázorněný na *obr. 27*. Výsledné hodnoty první a druhé vlastní frekvence kmitání jsou zapsané v *tabulce 5*. Na *obr. 28* jsou vykresleny tvary prvního a druhého vlastního kmitání.



```
>> NATURAL FREQUENCY CALCULATION + Jef<<
*****
```

CTYRVALEC Test

MOMENTS of INERTIA [kg*m**2]

```
J1: 0.015400   J2: 0.034200   J3: 0.034200   J4: 0.034200
J5: 0.034200   J6: 1.023600   J
```

TORSIONAL STIFFNESSES [N*m/rad]

```
C1: 257497.0   C2: 2296863.0   C3: 2296863.0   C4: 2296863.0
C5: 3127062.0   C
```

1. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 2735.86 (=> N1 = 26125.5 1/min)

RELATIVE AMPLITUDES:

```
A1: 1.00000
A2: 0.55235
A3: 0.44061
A4: 0.27976
A5: 0.08773
A6: -0.06050
```

Jef = 0.039

2. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 4668.49 (=> N2 = 44580.9 1/min)

RELATIVE AMPLITUDES:

```
A1: 1.00000
A2: -0.30347
A3: -0.35112
A4: -0.28482
A5: -0.12609
A6: 0.02056
```

Jef = 0.066

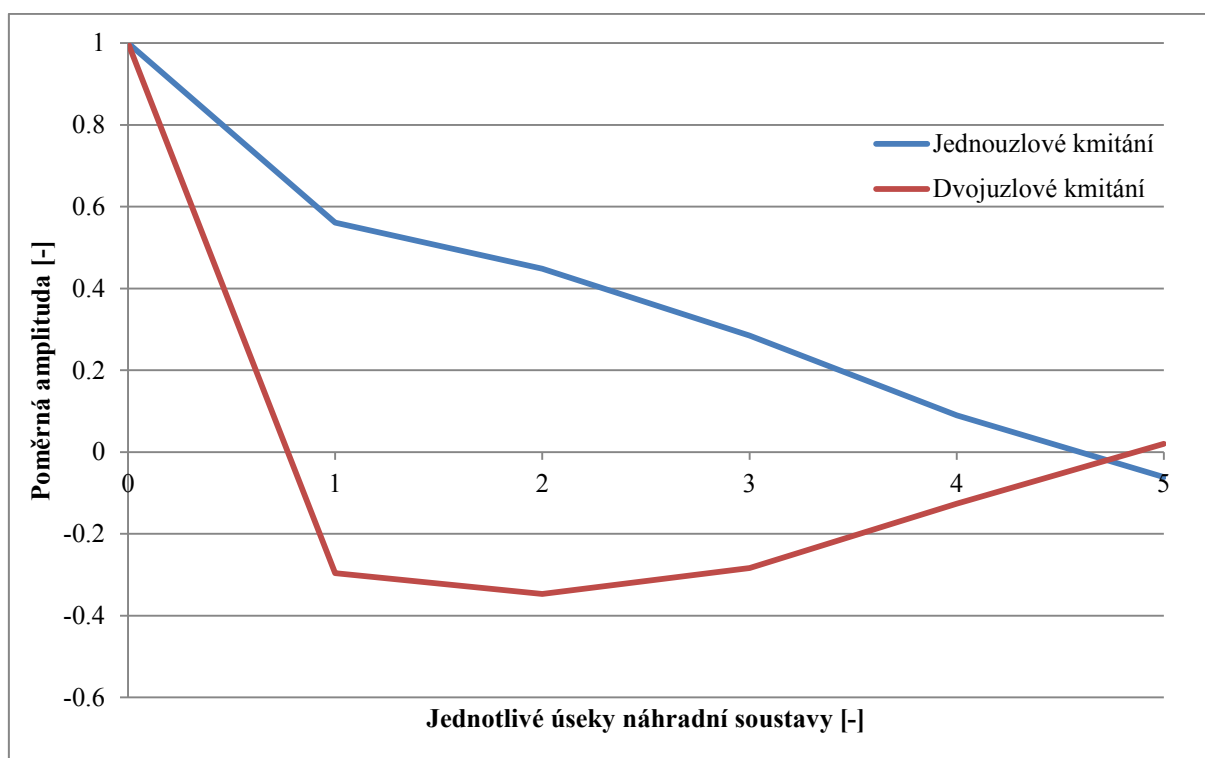
Obr. 27 Vypočítané hodnoty vlastní frekvencí pomocí programu



Tabulka 5 Vypočítané vlastní frekvence otáček pro jednouzlové a dvojnouzlové kmitání

Vlastní frekvence	Označení	Hodnota	Jednotka
první	N_1	2741,41/26178,6	[Hz]/[min ⁻¹]
druhá	N_2	4710,26/44980,0	[Hz]/[min ⁻¹]

U jednouzlového kmitání leží uzel v blízkosti setrvačnicku (5. úseku) díky jeho značné hmotnosti. U dvojnouzlového kmitání je patrné, že druhý uzel leží mnohem blíže k volnému konci klikového hřídele. Dvojnouzlové kmitání má zpravidla tak vysokou frekvenci, že nemůže být buzeno periodickými silami z tlakových změn ve válcích.



Obr. 28 Tvary prvních dvou vlastních frekvencí kmitání

5.3 VYNUCENÉ TORZNÍ KMITÁNÍ

Vlivem vnitřních odporů a tlumení zaniká po určitém čase vlastní torzní kmitání, proto není samo o sobě tolik nebezpečné. Nebezpečnější je z hlediska životnosti klikového hřídele vynucené torzní kmitání způsobené periodicky proměnným kroutícím momentem působícím na jednotlivých klikách.



U čtyřdobých motorů je harmonická složka točivého momentu násobkem jeho periody. Harmonická složka odpovídá dvěma otáčkám klikového hřídele. Řád harmonické složky κ se určuje na jednu otáčku klikového hřídele, vztah pro jeho výpočet je [1]:

$$\kappa = \frac{k}{2} [-], \quad (66)$$

kde k je 1, 2, 3, ..., n .

Hlavní řády harmonických složek pro motory s pravidelnými rozestupy zážehů jsou celočíselné. Jejich hodnota je rovna násobku polovičního počtu válců motoru. Pro čtyřválcový motor s rozestupy zážehů 180° jsou významné hlavní řády harmonických složek κ_h 2, 4, 6, 8, 10 ... vyjádřené vztahem:

$$\kappa_h = \frac{z}{2} k [-], \quad (67)$$

kde z je počet válců motoru [-].

5.3.1 KRITICKÉ OTÁČKY

Pokud je rezonance tak výrazná, že amplitudy torzních výchylek zasahují do hodnot vyšších, než-li je pevnost materiálu, hovoříme o kritických otáčkách. Je nepřijatelné, aby tyto otáčky ležely v rozsahu provozních otáček motoru. Pro odstranění nebezpečných rezonancí je možno zvýšit nebo snížit vlastní frekvence kmitání. Vyšších frekvencí dosáhneme zvětšením tuhosti klikového hřídele zesílením čepů. Odlehčením kmitajících součástí, tedy pístu, ojnice a setrvačnicku, nedosáhneme takové změny.

K potlačení torzního kmitání se často využívá tlumič torzních kmitů. Jedná se o vhodně navržený přídavný torzní systém skládající se z pružného členu a hmotnosti. Zpravidla se umísťuje do místa s největší torzní výchylkou (na volný konec klikového hřídele). [3]

Rezonanční otáčky jednouzlového kmitání se vypočítají [3]:

$$n_{rez1} = \frac{N_1}{\kappa} [\text{Hz}], \quad (68)$$

hodnoty rezonančních otáček dvojuzlového kmitání jsou dány obdobně dle vztahu:

$$n_{rez2} = \frac{N_2}{\kappa} [\text{Hz}]. \quad (69)$$

V *tabulce 6* jsou tučně vyznačeny hlavní řády harmonické složky dané rovnicí (67). Kritické otáčky vyznačené červeně v téže tabulce ležící ve spektru provozních otáček jsou pouze u prvního tvaru kmitání, a to až ve 12. řádu. Resonanční otáčky druhého tvaru kmitání, a tím pádem i vyšších tvarů, do provozních otáček motoru již nezasahují.



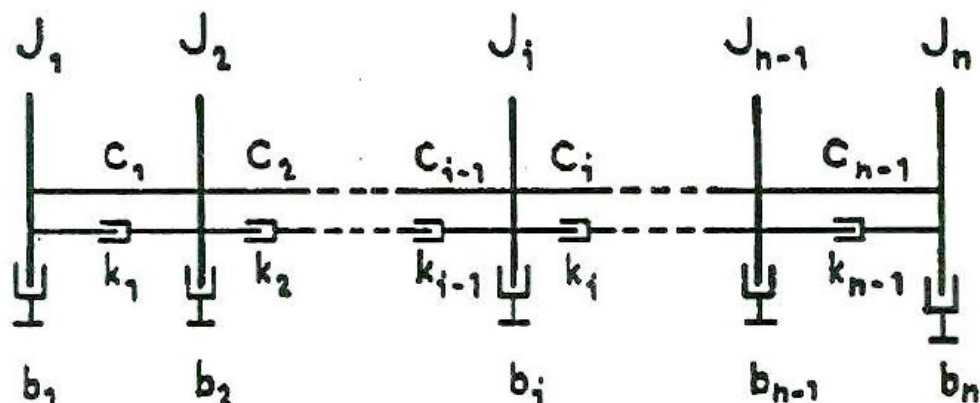
Tabulka 6 Resonanční otáčky

Řád harmonické složky	Resonanční otáčky	
	1. tvar kmitání	2. tvar kmitání
κ [-]	n_{1rez} [min^{-1}]	n_{2rez} [min^{-1}]
0.5	52251,0	89161,8
1	26125,5	44580,9
1.5	17417,0	29720,6
2	13062,8	22290,5
2.5	10450,2	17832,4
3	8708,5	14860,3
3.5	7464,4	12737,4
4	6531,4	11145,2
4.5	5805,7	9906,9
5	5225,1	8916,2
5.5	4750,1	8105,6
6	4354,3	7430,2
6.5	4019,3	6858,6
7	3732,2	6368,7
7.5	3483,4	5944,1
8	3265,7	5572,6
8.5	3073,6	5244,8
9	2902,8	4953,4
9.5	2750,1	4692,7
10	2612,6	4458,1
10.5	2488,1	4245,8
11	2375,0	4052,8
11.5	2271,8	3876,6
12	2177,1	3715,1



5.3.2 VÝPOČET VYNUCENÉHO TORZNÍHO KMITÁNÍ

Pro výpočet vynuceného kmitání, které způsobuje periodicky proměnný krouticí moment působící na jednotlivé kliky, byl použit výpočtový software. Software je založen na obecné Lagrangeově pohybové rovnici a pracuje s nevětveným torzním systémem. Vstupními daty byly matice tuhosti, hmotnosti a tlumení. Výstupem byly krouticí momenty v jednotlivých úsecích a torzní výchylky v závislosti na otáčkách motoru.



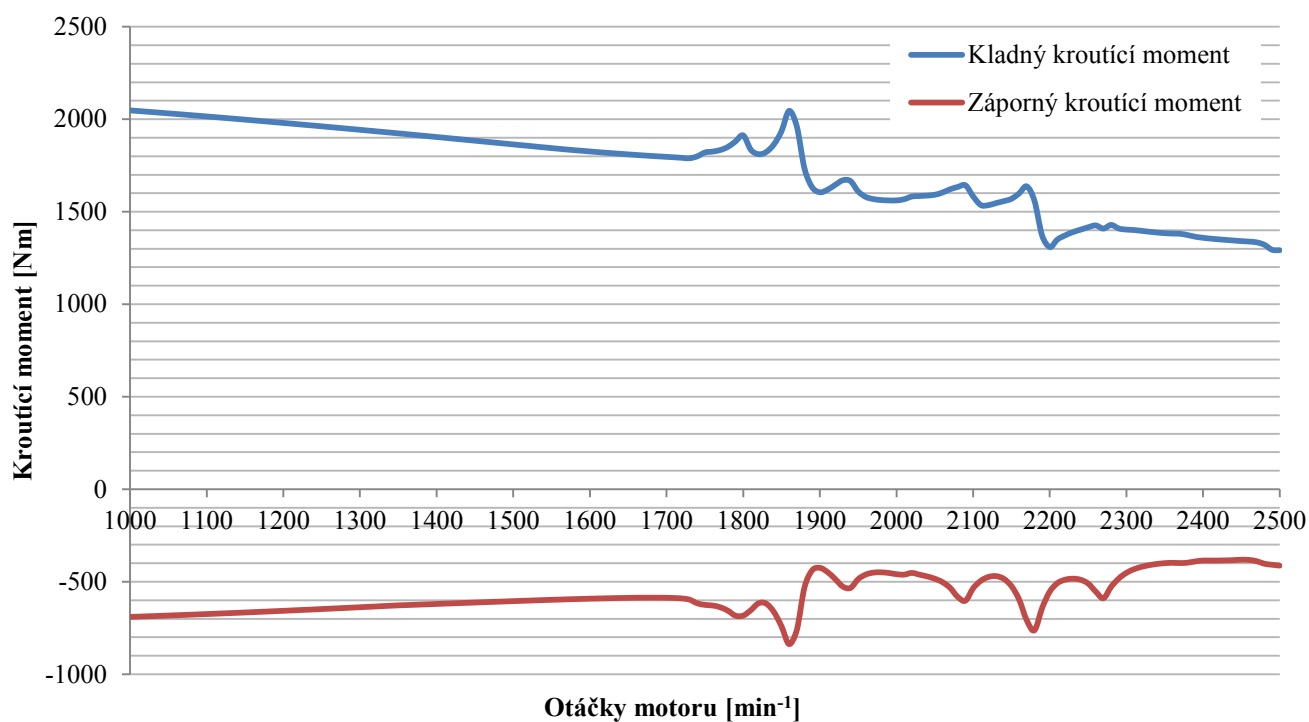
Obr. 29 Schéma nerozvětveného torzního systému a jeho veličiny [10]

Komplexní matice tuhosti není úplná, ale tridiagonální, proto lze sestavit soustavu rovnic s tridiagonální maticí znázorněnou na obr. 30. Pro její řešení lze s výhodou využít modifikovanou Gaussovu eliminační metodu, tzv. kompaktní schéma, které snižuje náročnost výpočtu.

$$\begin{bmatrix}
 d_1 & e_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 f_2 & d_2 & e_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_i & d_i & e_i & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & f_n & d_n
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \bar{\Phi}_1 \\
 \bar{\Phi}_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{\Phi}_i \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{\Phi}_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \bar{M}_{k1} \\
 \bar{M}_{k2} \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{M}_{kd} \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{M}_{kn}
 \end{bmatrix}$$

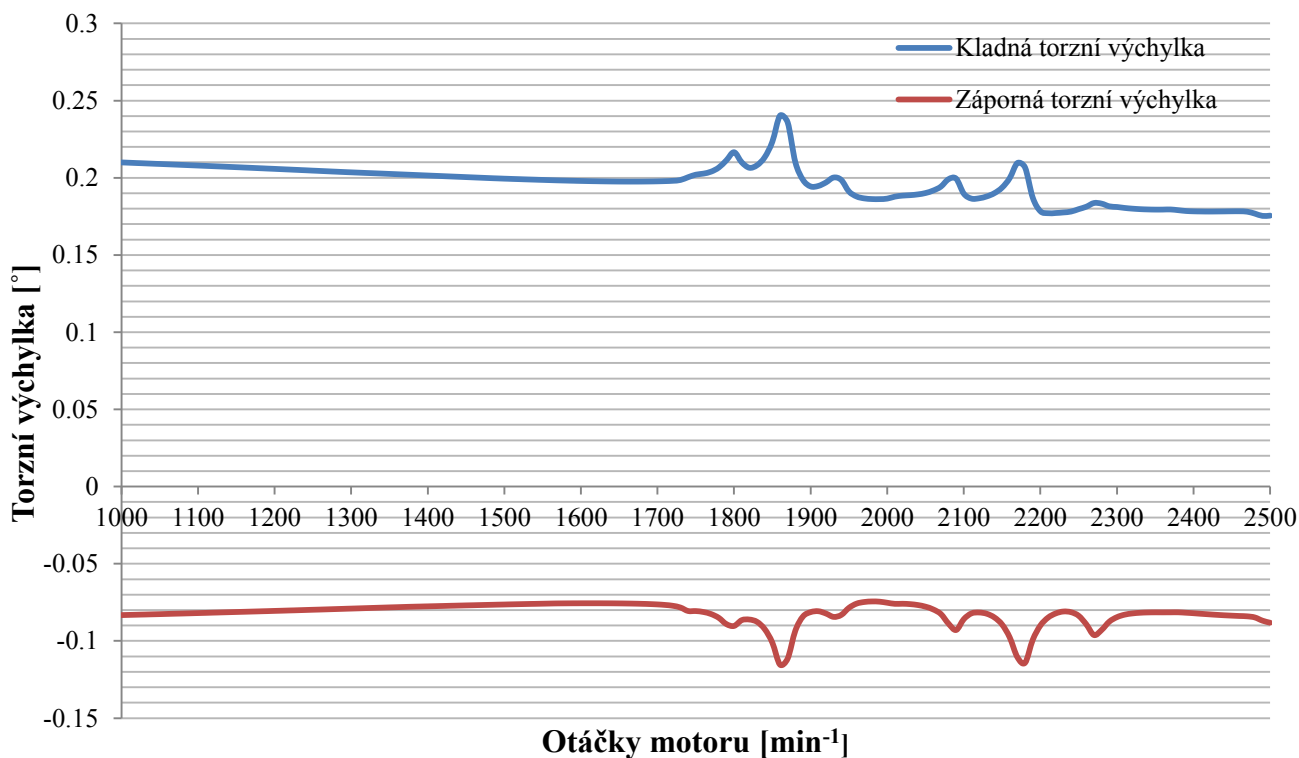
Obr. 30 Soustava s tridiagonální maticí [10]

Průběh periodického krouticího momentu na posledním zalomení je vykreslen na obr. 31.



Obr. 31 Průběh kroučícího momentu na posledním zalomení

Torzní výchylky jsou vykresleny ve stupních na obr. 32. Jejich hodnoty jsem vypočítal z kroučících momentů podělených torzní tuhostí příslušného úseku. Výslednou výchylku tvoří součet jednotlivých hodnot výchylek pro dané otáčky všech úseků.



Obr. 32 Průběh torzních výchylek na řemenici



Maximální a minimální hodnoty momentu vstupují do pevnostního výpočtu únavového poškození.

Nejvyšší hodnota točivého momentu nastává při otáčkách 1000 min^{-1} , přičemž při 1860 min^{-1} je hodnota točivého momentu jen nepatrně nižší. Maximální výchylka u řemenice $0,24^\circ$ nastává při otáčkách 1860 min^{-1} .



6 PEVNOSTNÍ KONTROLA KLIKOVÉHO HŘÍDELE

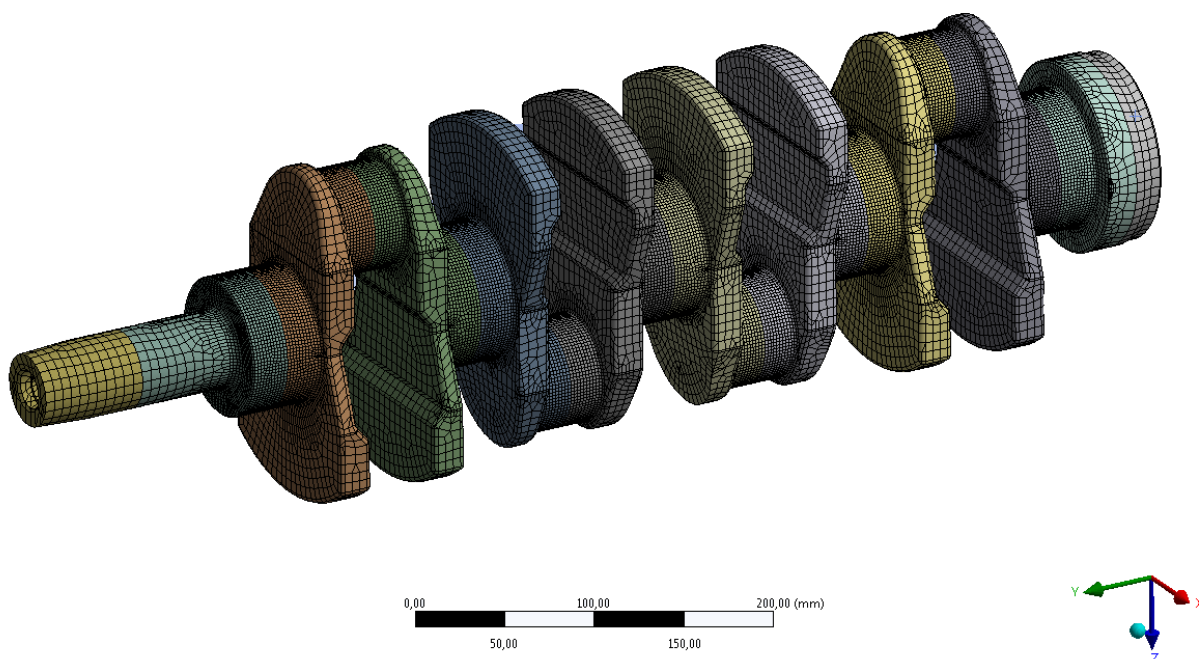
Cílem je určení nejvýhodnějších tvarů a rozměrů klikového hřídele pro požadovanou funkční spolehlivost a životnost při co nejmenších nákladech na výrobu a spotřebě materiálu s ohledem na jeho bezpečnost.

6.1 PŘÍSTUPY ŘEŠENÍ ÚNAVOVÉ ŽIVOTNOSTI

Pro řešení únavové životnosti je možno využít tří základních přístupů. Nejméně přesný, avšak rychlý a jednoduchý, je výpočet s využitím analytických metod na základě nominálních napětí NSA (Nominal Stress Analysis). Nejvíce přesným řešením je využití metod na bázi MKP/MBS. Třetím přístupem, který jsem v této diplomové práci volil, je přibližný výpočet s využitím MKP (metoda konečných prvků) na základě skutečných elastických MKP napětí, tedy LSA přístup. Pro výpočet jsem použil program Ansys pracující s metodou konečných prvků (MKP). [11]

6.2 IMPORT MODELU KLIKOVÉHO HŘÍDELE DO PROSTŘEDÍ ANSYS

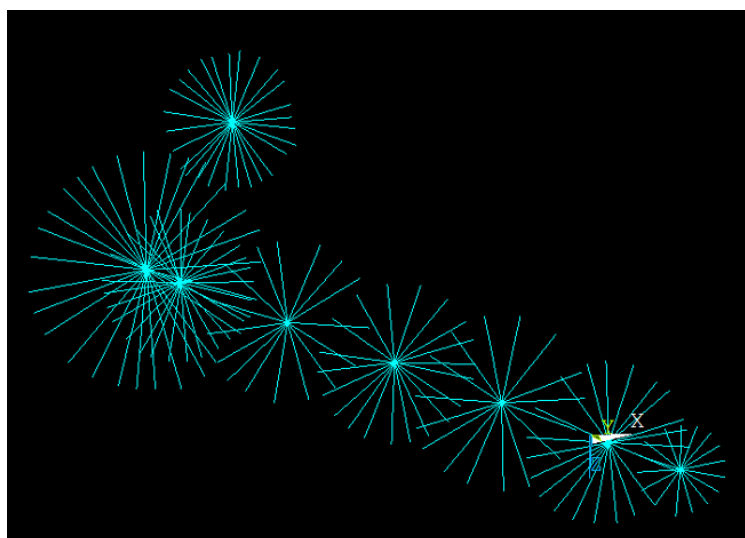
Vytvořený CAD model jako sestavu (assembly) jsem exportoval z programu Creo Parametric 2 do formátu step (.stp). Tento soubor jsem poté importoval do softwaru Ansys Workbench, ve kterém proběhlo síťování kvadratickými prvky o velikosti 6 mm. Jemnější síť (mesh) byla volena na rádie mezi rameny kliky a čepy (zde bylo očekávané nejvyšší napětí), dále na samotné čepy. Pro přesnější výpočty slouží jemnější síť, avšak byl jsem limitován výpočetní kapacitou hardwaru. Po vysítování byl soubor exportován do formátu s koncovkou dat. Následně byl spuštěn v softwaru Ansys Mechanical. Vysítovaný klikový hřídel v softwaru Ansys Workbench je na *obr. 33*.



Obr. 33 Síť klikového hřídele

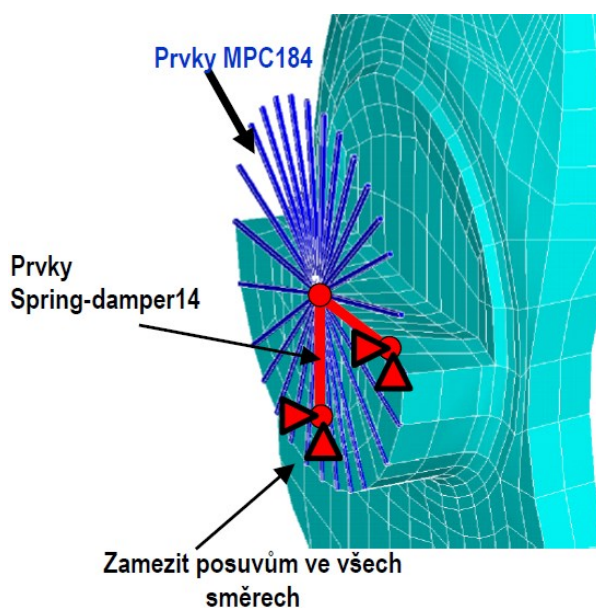
6.3 NAPĚŤOVÁ ANALÝZA V PROGRAMU ANSYS MECHANICAL

Po importu klikového hřídele s vytvořenou sítí do softwaru Ansys Mechanical bylo potřeba vytvořit vhodné okrajové podmínky. Na volném konci hřídele byl vybrán bod (node), kterému jsem zamezil všem posuvům i rotacím. Od středů hlavních ložisek, středu posledního ojničního ložiska, uprostřed hřídele volného konce a setrvačnicku po jejich okrajové uzly jsem vytvořil prutové náhrady, takzvané ježky *obr. 34*. Pro spojení okrajových uzlů se středovým posloužil prvek MPC 184, který zajistil tuhost součásti. Pro jejich snadnější vytvoření jsem původní vymodelovaný hřídel jako součást (part) v CAD softwaru rozdělil rovinami (v místech kde jsem ježky později vytvořil) a následně složil klikový hřídel v sestavě (assembly).



Obr. 34 Vytvořené prutové náhrady (ježky)

V rovině kolmé na klikový hřídel ležící ve středu hlavního čepu byly vytvořeny dva uzly spojené s jeho středem pomocí prvku Spring-damper14 (prut-pružina) viz *obr. 35*.



Obr. 35 Vytvořené elementy na hlavním ložisku [11]



Tyto uzly byly vytvořeny na všech hlavních čepch a byly jim zamezeny posuvy ve všech třech osách.

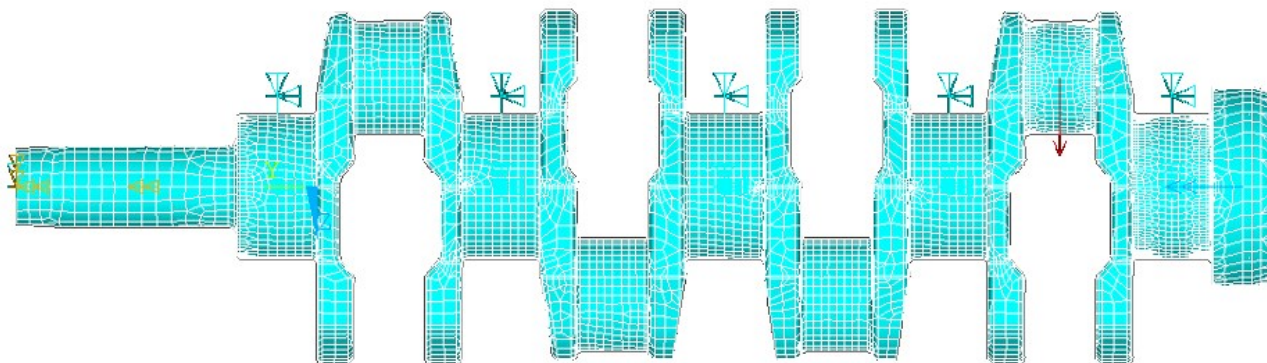
Prvku Spring-damper14 byla zadána hodnota tuhosti k_c vypočítaná podle vztahu:

$$k_c = \frac{0,5F_{pmax}}{0,8c_l} [\text{Nm}^{-1}], \quad (70)$$

kde F_{pmax} je maximální síla od tlaku plynů ve válci [N], c_l je ložisková vůle [mm].

Hodnota ložiskové vůle byla zvolena 0,08 mm.

Další vazbu jsem vytvořil ve středu ježka uprostřed volného konce hřídele, a to zamezením rotace kolem osy klikového hřídele. Veškeré okrajové podmínky a zatížení jsou zobrazeny na obr. 36.



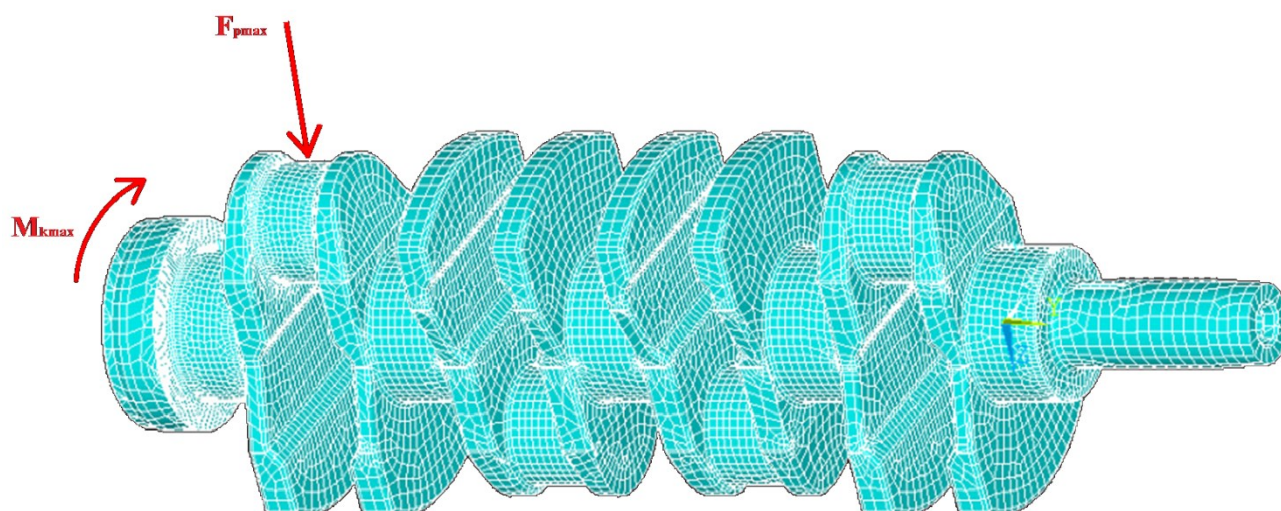
Obr. 36 Okrajové podmínky pro první zátěžný stav klikového hřídele

Výpočet proběhl ve dvou zátěžových stavech. Okrajové podmínky zůstaly pro oba stavy stejné, měnila se pouze velikost momentu a síly. Maximální síla od tlaku plynů byla vypočtena z rovnice (18) v kapitole 2.1. Točivé momenty byly zjištěny z kapitoly 5.3.2.

Pro první zátěžový stav je na střed ježka setrvačnicku zadán maximální kladný periodicky působící moment v tomto úseku. Poslední ojnicí čep je zatížen maximální silou od tlaku plynů působících v ose válce.

Tabulka 7 Parametry zatížení prvního stavu

První zátěžný stav	Označení	Hodnota	Jednotka
síla od tlaku plynů	F_{pmax}	99 418	[N]
točivý moment kladné části	M_{kmax}	2 047,77	[Nm]

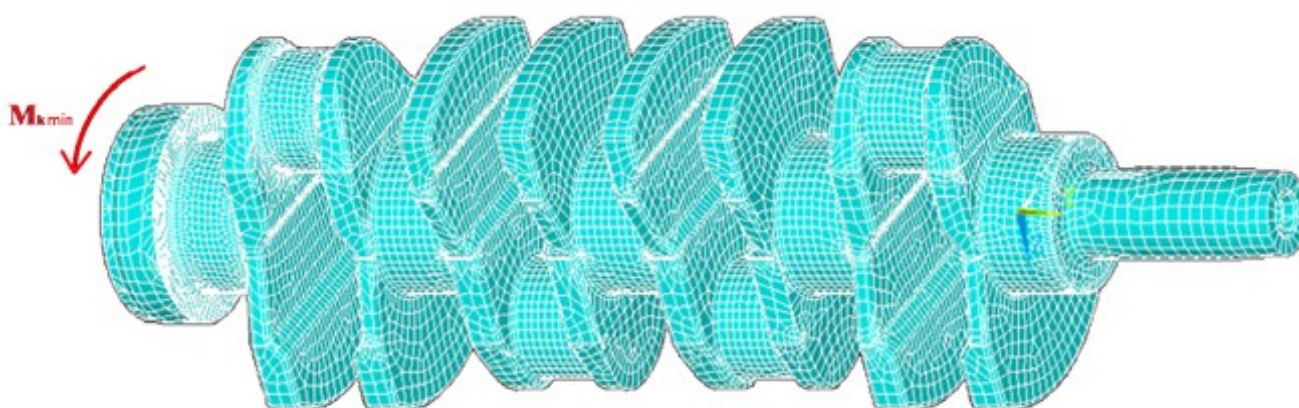


Obr. 37 První zátěžový stav

Pro druhý zátěžový stav je síla nulová. Zatížen je maximálním krouticím momentem páteho úseku ležícím v záporné oblasti, který má opačný směr než v prvním zátěžném stavu.

Tabulka 8 Parametry zatížení druhého stav

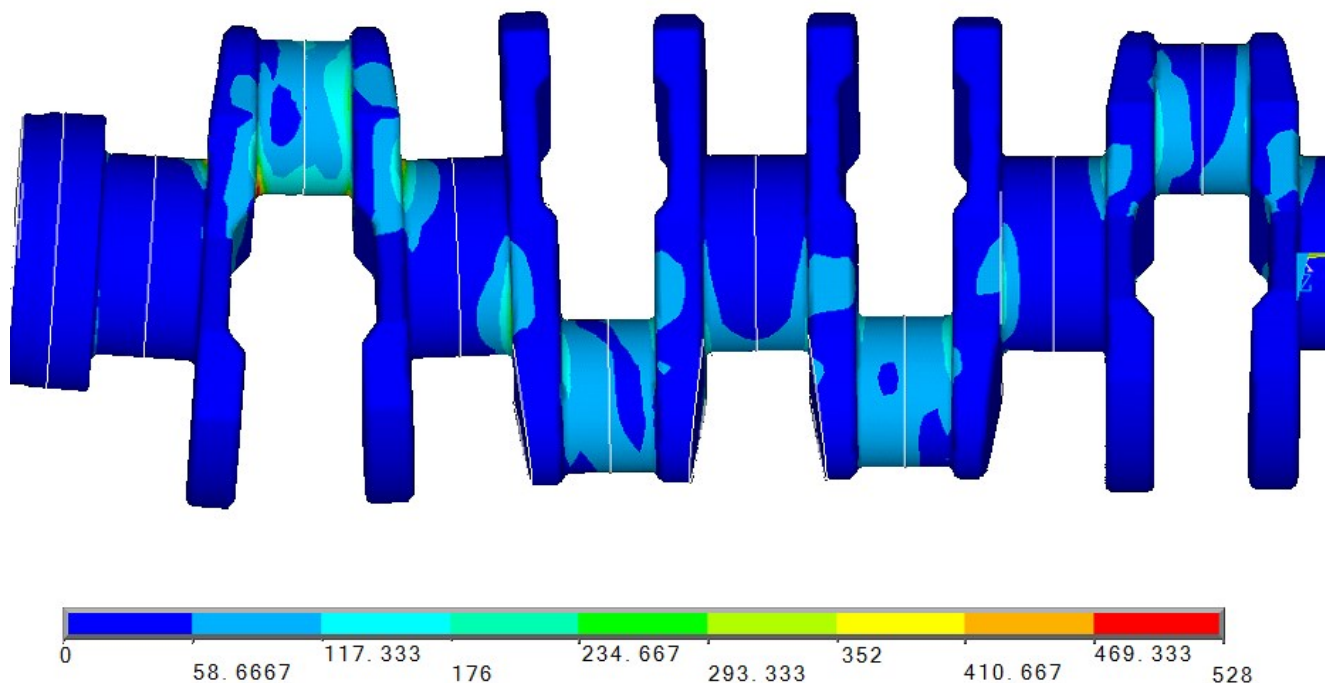
Druhý zátěžný stav	Označení	Hodnota	Jednotka
síla od tlaku plynů	F_{pmax}	0	[N]
točivý moment záporné části	M_{kmin}	-951,73	[Nm]



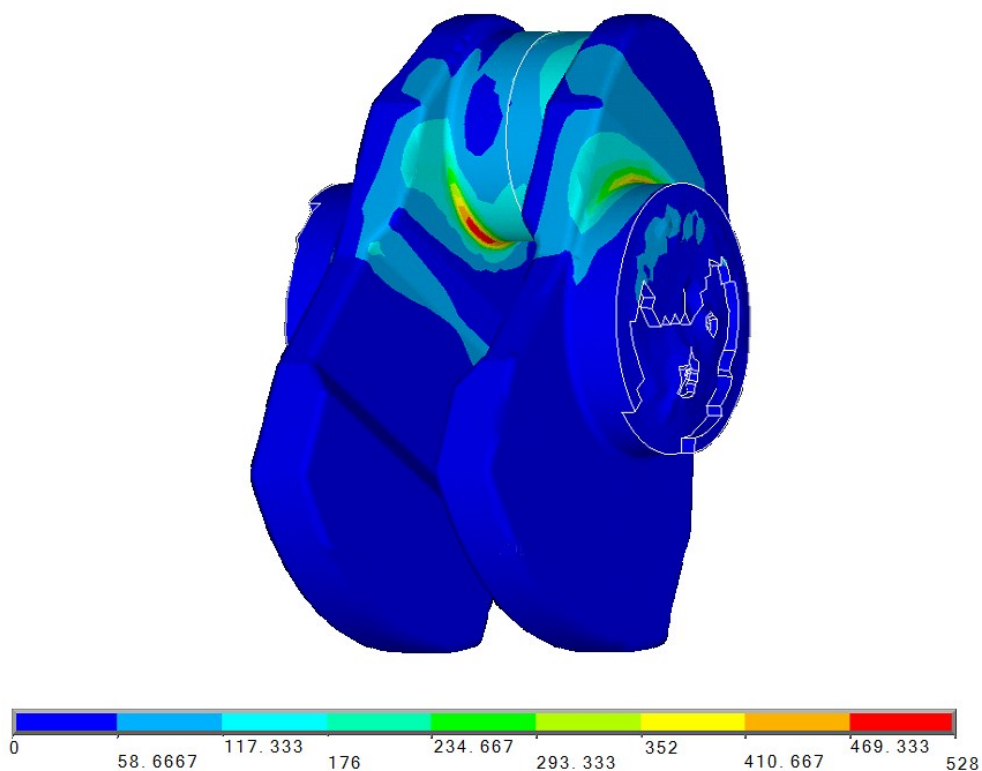
Obr. 38 Druhý zátěžový stav



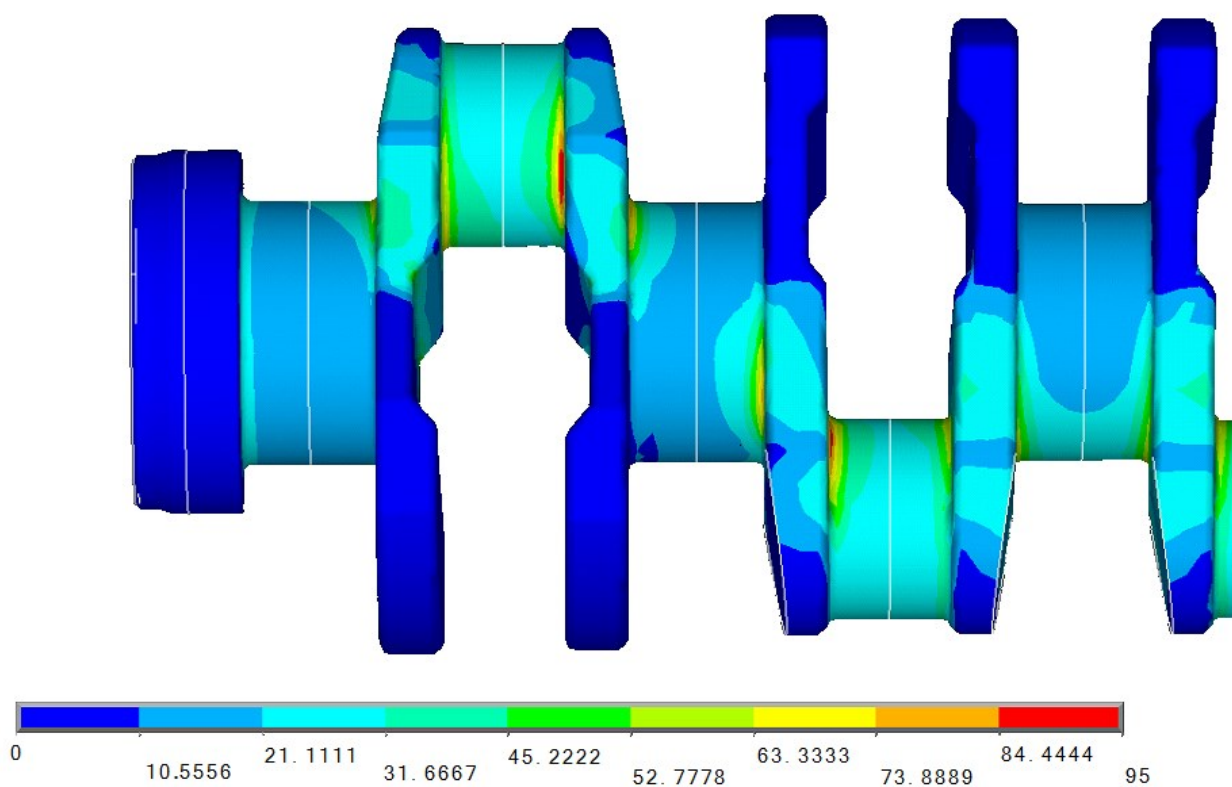
Na obr. 39 až obr. 42 je vykresleno redukované napětí podle hypotézy von Mises pro oba zátěžné stavy. V prvním zátěžném stavu je dle předpokladů napětí mnohem vyšší než ve druhém. Pro oba stavy vyšlo nejvyšší napětí v přechodu posledního ojničního ložiska a ramene klikového hřídele.



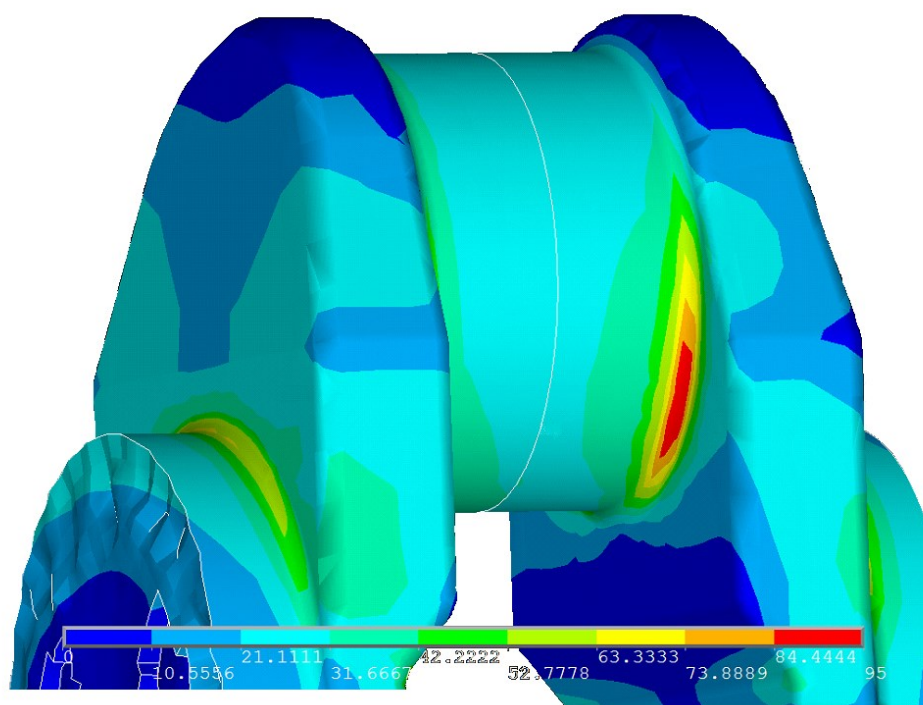
Obr. 39 Napětí klikového hřídele v prvním zátěžovém stavu



Obr. 40 Detail posledního ojničního čepu s maximálním napětím prvního zátěžného stavu



Obr. 41 Napětí klikového hřídele v druhém zátěžovém stavu



Obr. 42 Detail posledního ojnicního čepu s maximálním napětím druhého zátěžného stavu



6.4 VÝPOČET BEZPEČNOSTI VŮČI ÚNAVOVÉMU POŠKOZENÍ

Pro výpočet bezpečnosti musíme znát materiálové charakteristiky. Materiálem zvoleným pro klikový hřídel je ušlechtilá konstrukční ocel 42CrMo4 (dle ČSN 15 142). Tento materiál byl použit i pro klikový hřídel, který je předlohou této práce.

Tabulka 9 Základní vlastnosti materiálu 42CrMo4

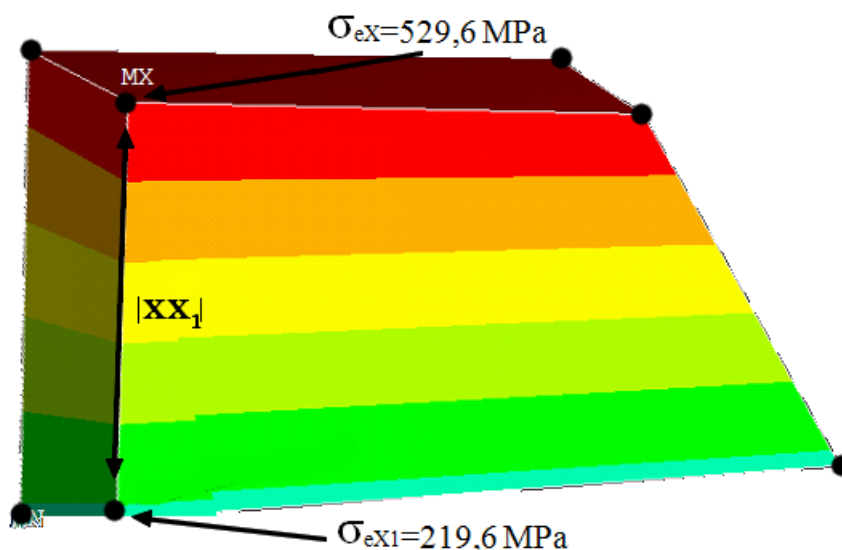
Parametry	Označení	Hodnota	Jednotka
mez pevnosti v tahu	R_m	1283	[MPa]
mez pevnosti v kluzu	R_e	900	[MPa]
mez únavy v tahu/tlaku	$\sigma_{CTAH/TLAK}$	495	[MPa]
mez únavy v ohybu	σ_{COHYB}	525	[MPa]
mez únavy ve smyku	σ_{CSMYK}	285	[MPa]

Pomocí záložky Select v softwaru Ansys Mechanical jsem zobrazil elementy včetně jejich uzlů, jak ukazuje *obr. 43*. Od uzlu s maximálním napětím ležícím na povrchu jsem si odměřil vzdálenost k uzlu ležícímu ve stejné rovině, ale pod povrchem čepu.

Poměrný gradient napětí udává vztah:

$$\chi_R = \frac{1}{\sigma_{eX}} \left(\frac{\sigma_{eX} - \sigma_{eX1}}{|xx_1|} \right) [\text{mm}^{-1}], \quad (71)$$

kde σ_{eX} je maximální napětí elementu ležícího na povrchu [MPa], σ_{eX1} je napětí uzlu pod povrchem vybraného elementu [MPa], $|xx_1|$ je vzdálenost obou uzlů elementu [mm].



Obr. 43 Výběr elementů bodem maximálního napětí k určení poměrného gradientu



Výsledné hodnoty prvního a druhého zátěžného stavu jsou uvedeny v *tabulce 10*.

Tabulka 10 Hodnoty maximálních napětí a vzdálenosti uzlů

Parametry	Označení	Hodnota	Jednotka
maximální napětí 1. stavu	σ_{eX}	529,60	[MPa]
napětí vybraného uzlu 1. stavu	σ_{eXI}	219,57	[MPa]
vzdálenost uzlů 1. stavu	$ xx_I $	1,24	[MPa]
maximální napětí 2. stavu	σ_{COHYB}	94,93	[MPa]

Dále je potřeba vypočítat korekční součinitel f_G , pro který platí vztah [11]:

$$f_G = 1 + \frac{\frac{\sigma_{COHYB}}{\frac{\sigma_{CTAH/TLAK}}{2}}}{d_{vz}} \chi_R [-], \quad (72)$$

kde d_{vz} je průměr zkušební vzorku [mm], jeho hodnota byla volena 7,5 mm.

Poměr součinitele vrubu napětí a koncentrace napětí se vypočte vztahem [11]:

$$\frac{\beta}{\alpha} = 1 + \sqrt{\chi_R} 10^{-\left(0,35 + a \frac{R_e}{810}\right)} [-]. \quad (73)$$

Maximální ekvivalentní napětí určuje vztah [11]:

$$\sigma_{emax} = \text{sign}(\sigma_{1A}) \sigma_{VMA} [\text{MPa}], \quad (74)$$

kde σ_{1A} je první hlavní napětí 1. zátěžového stavu [MPa], σ_{VMA} je napětí dle hypotézy von Mises 1. zátěžového stavu [MPa].

Minimální ekvivalentní napětí je dáno vztahem [11]:

$$\sigma_{emin} = \text{sign}(\sigma_{1B}) \sigma_{VMB} [\text{MPa}], \quad (75)$$

kde σ_{1B} je první hlavní napětí 2. zátěžového stavu [MPa], σ_{VMB} je napětí dle hypotézy von Mises 2. zátěžového stavu [MPa]

Amplitudu ekvivalentního napětí spočítáme z ekvivalentních maximální a minimálních napětí [11]:

$$\sigma_{ea} = \frac{\sigma_{emax} - \sigma_{emin}}{2} [\text{MPa}]. \quad (76)$$



Střední hodnotu ekvivalentního napětí udává vztah [11]:

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_{emax} + \sigma_{emin}}{2} \text{ [MPa]}. \quad (77)$$

Výpočet bezpečnosti prostého zatěžování udává vztah [11]:

$$k_z = \frac{1}{\frac{\beta}{\alpha \sigma_{COHYB}} \frac{\sigma_{ea}}{\eta_{\sigma} \nu_{\sigma} f_G} + \frac{\sigma_{em}}{R_m}} [-]. \quad (78)$$

kde ν_{σ} je vliv pravděpodobnosti přežití [-], kde byla zvolena hodnota 0,75, η_{σ} je součinitel vlivu velikosti [-], který lze spočítat vztahem [4]:

$$\eta_{\sigma} = 1,189 D_c^{-0,097} [-], \quad (79)$$

kde D_c je hodnota odpovídající průměru ojnicního čepu.

Po zakalení rádiů mezi rameny klikového hřídele a čepy dostáváme bezpečnost:

$$k_{kaleno} = 1,3k [-]. \quad (80)$$

Vypočítané hodnoty jsou zapsány v *tabulce 11*.

Tabulka 11 Vypočítané parametry bezpečnosti vůči únavovému poškození

Parametr	Označení	Hodnota	Jednotka
poměrný gradient	χ_R	0,51	[-]
korekční součinitel	f_g	1,12	[-]
poměr součinitele vrubu a koncentrace napětí	$\frac{\beta}{\alpha}$	1,02	[-]
maximální ekvivalentní napětí	σ_{emax}	529,60	[MPa]
minimální ekvivalentní napětí	σ_{emin}	94,93	[MPa]
amplituda ekvivalentního napětí	σ_{ea}	217,34	[MPa]
střední ekvivalentní napětí	σ_{em}	312,27	[MPa]
bezpečnost vůči únavovému poškození	k	1,13	[-]
bezpečnost vůči únavovému poškození po zakalení	k_{kaleno}	1,47	[-]



ZÁVĚR

Nejprve jsem vyšetřoval vliv velikosti excentricity klikového mechanismu zadaného čtyřválcového vznětového motoru na průběh bočních sil mezi vložkou válce a pístem. Z výpočtů vyplývá, že nejvhodnější hodnota excentricity pro danou válcovou jednotku je 20 mm. Díky tomu se snížil ztrátový výkon. Pro všechny čtyři válce jsem dosáhl při jmenovitých otáčkách 2000 min^{-1} snížení ztrátového výkonu o 0,41 kW. Tato hodnota není zanedbatelná, především v dnešní době, kdy je snaha snižovat třecí ztráty motoru z důvodu přísných emisních norem.

Dále byl proveden rozbor sil působících na klikový mechanismus s ohledem na jeho vyvážení. Jedinou nevyváženou složkou setrvačných sil čtyřválcového čtyřdobého motoru je druhá harmonická složka setrvačné síly posuvných částí. Tuto síly lze vyvážit přidavnou vyvažovací jednotkou. V softwaru Creo Parametric 2 jsem vymodeloval klikový hřídel se silovými vývažky. Základní rozměry jsem volil z výkresu dodaného vedoucím práce, přičemž jsem upravil vývažky ramen klikového hřídele tak, aby jejich odstředivé momenty byly nulové.

Model klikového hřídele jsem exportoval do softwaru Ansys, kde proběhl po vytvoření sítě, zavazbení a zatížení výpočet s vykreslením napětí podle hypotézy von Mises. Největší napětí bylo dle předpokladů na rádiu mezi ramenem kliky a posledním ojničným čepem. Zjištěné hodnoty napětí posloužily k pevnostnímu výpočtu. Bezpečnost vůči únavovému poškození po zakalení dosáhla hodnoty 1,47. Jelikož simulovaný zátěžový stav představuje maximální zatížení motoru, je tato hodnota bezpečnosti dostačující.



POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] KOVAŘÍK, L., FERENCEY, V., SKALSKÝ, R., ČÁSTEK, L. *Konstrukce vozidlových spalovacích motorů*. Naše vojsko, První vydání, Praha, 1992. ISBN 80-206-0131-7.
- [2] HOŠEK, František. *Spalovací motory - konstrukce: síly a momenty, vyvažování a torzní kmitání pístových spalovacích motorů*. Vyd. 1. Brno: Univerzita obrany, 2008, 102 s. ISBN 978-80-7231-586-4.
- [3] VLK, František. *Vozidlové spalovací motory*. 1. vyd. Brno: František Vlk, 2003, 580 s. ISBN 80-238-8756-4.
- [4] *Kolektiv VÚNM a ČKD Praha*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964. ISBN 04-253-64.
- [5] PÍŠTĚK, Václav. Hnací ústrojí. *Kinematika excentrického klikového mechanismu*. (Přednáška). Brno: VUT, Fakulta strojního inženýrství, 2012.
- [6] PÍŠTĚK, Václav. Hnací ústrojí. *Vyvažování řadových motorů - čtyřválec*. (Přednáška). Brno: VUT, Fakulta strojního inženýrství, 2012.
- [7] NESTORIDES, Compiled by E. J. *A handbook on torsional vibration*. Paperback ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011, 694 s., ISBN 05-212-0352-X.
- [8] RAUSCHER, Jaroslav. *Spalovací motory*. Studijní opory. Brno: VUT, Fakulta strojního inženýrství, 2005.
- [9] KOŽOUŠEK, Josef. *Výpočet a konstrukce spalovacích motorů II*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1983, 483 s. ISBN 04-222-83.
- [10] PÍŠTĚK, Václav a Josef ŠTĚTINA. *Pevnost a životnost*. 1. vyd. Brno: VUT Brno, 1993, 205 s. ISBN 80-214-0474-4.
- [11] NOVOTNÝ, Pavel. Počítačové simulace v automobilovém průmyslu II. *Aplikované metody řešení únavového poškození - část 1*. (Přednáška). Brno: VUT, Fakulta strojního inženýrství.
- [12] ALCIATORE, DAVID. Colorado state university [online]. 2007 [cit. 2015-01-13]. Dynamic of Machines. Dostupné z <http://www.engr.colostate.edu/~dga/mech324/figures/F14-03.jpg>



SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

a	$[\text{ms}^{-2}]$	zrychlení pístní skupiny
$ xx_l $	$[\text{MPa}]$	vzdálenost uzlů 1. stavu
A	$[-]$	modální matice
a_I	$[\text{ms}^{-2}]$	první harmonická složka zrychlení pístu
a_{II}	$[\text{ms}^{-2}]$	druhá harmonická složka zrychlení pístu
b	$[\text{m}]$	rameno klikového hřídele
b	$[\text{m}]$	tloušťka ramene zalomení
b_{hc}	$[\text{m}]$	šířka hlavního čepu
b_{oc}	$[\text{m}]$	šířka ojničního čepu
c	$[\text{Nmrad}^{-1}]$	torzní tuhost
c_l	$[\text{mm}]$	ložisková vůle
c_{rem}	$[\text{Nmrad}^{-1}]$	torzní tuhost prvního zalomení
c_s	$[\text{ms}^{-1}]$	střední pístová rychlost
c_{set}	$[\text{Nmrad}^{-1}]$	torzní tuhost posledního zalomení
c_{zal}	$[\text{Nmrad}^{-1}]$	torzní tuhost zalomení
D	$[\text{mm}]$	vrtání válce
D_{oc}	$[\text{m}]$	průměr ojničního čepu
D_{red}	$[\text{m}]$	redukovaný průměr hlavního čepu
e	$[\text{mm}]$	excentricita klikového mechanismu
f_G	$[-]$	korekční součinitel
F_N	$[\text{N}]$	normálová síla působící na ojniční čep
F_n''	$[\text{N}]$	složka síly F_o''
F_o	$[\text{N}]$	síla ležící v ose ojnice
F_o''	$[\text{N}]$	ojniční síla působící ve středu hlavního čepu
F_p	$[\text{N}]$	síly od talku plynů působící na píst
F_P	$[\text{N}]$	celková síla působící na píst
F_p'	$[\text{N}]$	síly od talku plynů působící na hlavu válce
F_{pmax}	$[\text{N}]$	maximální síla od tlaku plynů ve válci
F_r	$[\text{N}]$	radiální síla působící na ojniční čep
F_{sI}	$[\text{N}]$	setrvačné síly posuvných částí prvního řádu
F_{sII}	$[\text{N}]$	setrvačné síly posuvných částí druhého řádu
F_{sp}	$[\text{N}]$	setrvačné síly pohybujících se částí



F_{spc}	[N]	celková setrvačná síla posuvných částí
F_{spI}	[N]	první harmonická složka setrvačných sil posuvných částí
F_{spII}	[N]	druhá harmonická složka setrvačných sil posuvných částí
F_{sr}	[N]	setrvačná síla rotujících částí
F_{sr}	[N]	setrvačné síly rotujících částí
F_{sr}	[N]	setrvačná síla rotujících částí
f_t	[-]	koeficient tření
F_t	[N]	tangenciální síla působící na ojnicní čep
G	[MPa]	modul pružnosti ve smyku
h	[m]	šířka ramene zalomení klikového hřídele
i	[-]	počet válců motoru
J_1	[kgm ²]	moment setrvačnosti prvního zalomení
J_2	[kgm ²]	moment setrvačnosti druhého zalomení
J_3	[kgm ²]	moment setrvačnosti třetího zalomení
J_4	[kgm ²]	moment setrvačnosti čtvrtého zalomení
J_p	[m ⁴]	polární kvadratický moment
J_{pos}	[kgm ²]	moment setrvačnosti posuvných částí ojnice
J_{REM}	[kgm ²]	celkový moment setrvačnosti řemenice
J_{rem}	[kgm ²]	moment setrvačnosti řemenice
J_{rem}	[kgm ²]	moment setrvačnosti řemenice
J_{remKH}	[kgm ²]	moment setrvačnosti klikového hřídele pod řemenicí
J_{rot}	[kgm ²]	moment setrvačnosti rotační části ojnice
J_{SET}	[kgm ²]	celkový moment setrvačnosti setrvačnicku
J_{set}	[kgm ²]	moment setrvačnosti setrvačnicku
J_{setKH}	[kgm ²]	moment setrvačnosti klikového hřídele pod setrvačnickem
J_{ZAL}	[kgm ²]	celkový moment setrvačnosti jednoho zalomení
J_{zal}	[kgm ²]	moment setrvačnosti jednoho zalomení
K	[-]	volné netlumené kmitání
k_c	[Nm ⁻¹]	hodnota tuhosti
k_z	[-]	bezpečnost prostého zatěžování
l	[mm]	délka ojnice
l_{rem}	[m]	redukovaná délka na straně řemenice
l_{set}	[m]	redukovaná délka na straně setrvačnicku



l_{zal}	[m]	redukovaná délka zalomení
M	[-]	matice momentů setrvačnosti
m_1	[kg]	hmotnost posuvné části ojnice
m_2	[kg]	hmotnost rotační části ojnice
M_k	[Nm]	klopný moment
m_k	[kg]	celková rotující hmotnost klikového hřídele
M_{kmax}	[Nm]	točivý moment kladné části
M_{kmin}	[Nm]	točivý moment záporné části
m_p	[kg]	hmotnost pohybujících se částí
m_{psk}	[kg]	hmotnost pístní skupiny
M_{st}	[Nm]	moment setrvačných sil prvního řádu
M_t	[Nm]	točivý moment
m_z	[kg]	hmotnost zalomení klikového hřídele
n	[min ⁻¹]	otáčky motoru
N	[Hz]	frekvence vlastního kmitání
N_1	[Hz]	první frekvence vlastního kmitání
n_{1rez}	[min ⁻¹]	rezonanční otáčky 1. tvaru kmitání
N_2	[Hz]	druhá frekvence vlastního kmitání
n_{2rez}	[min ⁻¹]	rezonanční otáčky 2. tvaru kmitání
n_{rez1}	[Hz]	rezonanční otáčky jednouzlového kmitání
n_{rez2}	[Hz]	rezonanční otáčky dvojnouzlového kmitání
p	[MPa]	tlak plynů nad pístem
p_0	[MPa]	atmosférický tlak
P_z	[kW]	ztrátový výkon
Q	[-]	vnitřní síly soustavy
q	[-]	vektor zobecněných souřadnic
r	[mm]	poloměr kliky
R_e	[MPa]	mez pevnosti v kluzu
R_m	[MPa]	mez pevnosti v tahu
s	[m]	dráha pístu
s_I	[m]	první harmonická složka dráhy pístu
s_{II}	[m]	druhá harmonická složka dráhy pístu
S_p	[m ²]	čelní plocha pístu



v	$[\text{ms}^{-1}]$	rychlost pístu
v_I	$[\text{ms}^{-1}]$	první harmonická složka rychlosti pístu
v_{II}	$[\text{ms}^{-1}]$	druhá harmonická složka rychlosti pístu
v_{\max}	$[\text{ms}^{-1}]$	maximální rychlost pístu
x_0	$[-]$	amplituda počítané náhradní hmoty
x_i	$[-]$	amplituda řemenice
Z	$[\text{mm}]$	zdvih pístu
$Z_{DÚ}$	$[\text{mm}]$	zdvih pístu v dolní úvrati
$Z_{HÚ}$	$[\text{mm}]$	zdvih pístu v horní úvrati
α	$[\text{°}]$	úhel natočení klikového hřídele
$\alpha_{DÚ}$	$[\text{°}]$	natočení klikového hřídele v dolní úvrati
$\alpha_{HÚ}$	$[\text{°}]$	natočení klikového hřídele v horní úvrati
α_i	$[-]$	vektor vlastních kmitů
β	$[\text{°}]$	úhel odklonu ojnice od osy válce
β/α	$[-]$	poměr součinitele vrubu napětí a koncentrace napětí
η_σ	$[-]$	součinitel vlivu velikosti
κ	$[-]$	řád harmonické složky
λ	$[-]$	klikový poměr
$\lambda_{\check{c}}$	$[\text{rad}^2\text{s}^{-2}]$	vlastní číslo
λ_e	$[-]$	excentrický poměr
σ_{IA}	$[\text{MPa}]$	první hlavní napětí 1. zátěžového
σ_{IB}	$[\text{MPa}]$	první hlavní napětí 2. zátěžového stavu
σ_{COHYB}	$[\text{MPa}]$	mez únavy v ohybu
σ_{CSMYK}	$[\text{MPa}]$	mez únavy ve smyku
$\sigma_{CTAH/TLAK}$	$[\text{MPa}]$	mez únavy v tahu/tlaku
σ_{ea}	$[\text{MPa}]$	amplituda ekvivalentního napětí
σ_{em}	$[\text{MPa}]$	střední ekvivalentního napětí
σ_{emax}	$[\text{MPa}]$	maximální ekvivalentní napětí
σ_{emin}	$[\text{MPa}]$	minimální ekvivalentní napětí
σ_{eX}	$[\text{MPa}]$	maximální napětí 1. stavu
σ_{eX1}	$[\text{MPa}]$	napětí vybraného uzlu 1. stavu
σ_{VMA}	$[\text{MPa}]$	napětí dle hypotézy von Mises 1. zátěžového stavu
σ_{VMB}	$[\text{MPa}]$	napětí dle hypotézy von Mises 2. zátěžového stavu



φ_v	[°]	úhel mezi klikami hřídele
χ_R	[mm ⁻¹]	poměrný gradient
ω	[s ⁻¹]	úhlová rychlost otáčení klikového hřídele
Ω	[rads ⁻¹]	úhlová frekvence vlastního kmitání
κ	[-]	řád harmonické složky
κ_h	[-]	hlavní řád harmonické složky
ν_σ	[-]	vliv pravděpodobnosti přežití