



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**LETECKÝ ÚSTAV**

INSTITUTE OF AEROSPACE ENGINEERING

**ANALÝZA SENDVIČOVÝCH PANELŮ ZATÍŽENÝCH  
TLAKEM METODOU KONEČNÝCH PRVKŮ**

SANDWICH PANELS ANALYSIS UNDER COMPRESSIVE LOAD USING FINITE ELEMENTS METHODS

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Matúš Seman**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Ing. Michal Mališ, Ph.D.**

**BRNO 2016**



# Zadání bakalářské práce

Ústav:	Letecký ústav
Student:	<b>Matúš Seman</b>
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	<b>Ing. Michal Mališ, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## **Analýza sendvičových panelů zatížených tlakem metodou konečných prvků**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Proveďte porovnání možností simulace sendvičových struktur z kompozitních materiálů metodou konečných prvků. Zaměřte se na modelování porušení sendvičového panelu z kompozitních materiálů při zatížení v tlaku, pomocí standardní nabídky komerčně dostupného balíku MSC. Patran/Nastran. Teorie aplikujte na jednoduchých vzorcích využívaných při laboratorních zkouškách materiálu dle ASTM standardu.

### **Cíle bakalářské práce:**

1. Rozbor požadavků kladených na jednotlivé komponenty sendvičových struktur
2. Rozbor vhodných přístupů modelování
3. Aplikace na laboratorní vzorky

### **Seznam literatury:**

ASM Handbook (2001): Composites, ASM International, The Material Information Company, Volume 21, 2001.

Niu, C. Y. M. (2005): Composite Airframe Structure, Hong Kong Conmilit Press Ltd., Brno, 664 stran.

ASTM C364 – 07 (2012): Standard Test Method for Edgewise Compressive Strength of Sandwich Constructions, ASTM International.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne

L. S.

---

doc. Ing. Jaroslav Juračka, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty



## **ABSTRAKT**

Bakalárska práca sa venuje možnostiam výpočtového modelovania porúch vznikajúcich v sendvičových paneloch pod tlakovým zaťažením s využitím metódy konečných prvkov. Úvodná, teoretická, časť je zameraná na požiadavky kladené na sendvičové konštrukcie, ako aj matematickú formuláciu konštitutívnych vzťahov. Cieľom praktickej časti bolo stanoviť vhodné spôsoby formulácie problému straty stability s aplikáciou na konkrétne laboratórne vzorky. Analýza bola vykonaná v nelineárnych riešičoch programov MSC Patran/Nastran a výsledky boli patrične vyhodnotené s vykonaným experimentom a analytickým prístupom.

### **Kľúčové slová:**

sendvičový panel, metóda konečných prvkov, crimping

## **ABSTRACT**

Bachelor thesis deals with possibilities of numerical modeling failure mechanism in sandwich panels using final element methods. The first part of the thesis presents theoretical introduction to requirements of sandwich structures and either mathematic formulation of constitutive relations. The purpose of the thesis was to set suitable approaches of formulation instability problems with applying on laboratory samples. The analysis was done using nonlinear solvers in programmes Patran/Nastran and the results have been properly evaluated with experimental work and analytical approach.

### **Key words:**

sandwich panel, final element method, crimping

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA**

SEMAN, M. *Analýza sendvičových panelů zatížených tlakem metodou konečných prvků*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 49 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Michal Mališ, Ph.D.

## **PREHLÁSENIE**

Prehlasujem, že som bakalársku prácu na tému, Analýza sendvičových panelů zatížených tlakem metódou konečných prvků, vypracoval samostatne s použitím odbornej literatúry a prameňov uvedených v zozname použitých zdrojov.

.....

Dátum

.....

Matúš Seman

## **POĎAKOVANIE**

Chcel by som poďakovať, Ing. Michalovi Mališovi Ph.D, za možnosť spracovávať túto prácu pod jeho vedením, za cenné rady, ochotu a poskytnutý čas.

Takisto by som rád poďakoval rodine za podporu počas celého, nie len bakalárskeho, ale aj stredoškolského štúdia.

# OBSAH

Úvod .....	11
1 Úvod do sendvičových panelov.....	12
1.1 Stavba sendvičového panelu .....	12
1.1.1 Poťahy .....	12
1.1.2 Jadro .....	13
1.2 Poruchy sendvičových panelov .....	14
2 Lamináty .....	15
2.1 Materiálové modely .....	15
2.2 Hookov zákonon pre ortotropný materiál .....	17
2.3 Klasická laminátová teória .....	19
3 Mechanická laboratórna skúška .....	22
3.1 Popis experimentálnej časti .....	22
3.2 Vyhodnotenie výsledkov .....	22
3.3 Crimping – popis poruchy .....	25
3.4 Analytický výpočet crimpingu .....	25
4 Numerický výpočet – podstata a možnosti modelovania .....	27
4.1 Úvod .....	27
4.2 Patran/Nastran.....	27
4.3 Model s použitím 2D elementov .....	28
4.4 Model s použitím 3D elementov .....	28
4.5 Okrajové podmienky.....	29
4.6 Materiálové charakteristiky .....	30
4.7 Spôsob vyhodnocovania modelov .....	30
4.8 Sekvencia výpočtových simulácií.....	31
5 Numerický výpočet .....	32
5.1 Model s použitím 2D elementov .....	32
5.2 Model s 2D elementmi a použitím imperfekcií .....	34
5.3 Model s použitím 3D elementov.....	36
5.4 Model s 3D elementmi a použitím imperfekcií .....	37

	5.5 Zmena materiálových a rozmerových parametrov .....	41
6	Záver.....	45

## ÚVOD

Predmetom výskumu materiálových vied je v posledných desaťročiach, bezpochyby, vývoj kompozitných materiálov. Vďaka kombináciám rôznych, navzájom odlišných komponentov je možné vytvoriť štruktúru, ktorá zodpovedá potrebným fyzikálnym a mechanickým požiadavkám.[1]

Pomerne širokou a stále sa rozvíjajúcou skupinou kompozitov sú sendvičové panely. Začiatok ich vývoja sa datuje do polovice 19. storočia, no rapidný rozvoj zaznamenali až v priebehu druhej svetovej vojny. Rozvoj úzko súvisel s požiadavkami kladenými na pevnosť leteckých konštrukcií, a to znižovaním hmotnosti pri dodržaní vysokej pevnosti. Hlavnou výhodou sendvičov je možnosť kombinácie konvenčných a nekonvenčných materiálov a dosiahnutie tak potrebných mechanických vlastností. Ich použitie sa postupne rozšírilo do mnohých oblastí priemyslu a rozvoj týchto druhov materiálov sa v súčasnosti zameriava na zníženie výrobných nákladov. Ako konštrukčné prvky sa v súčasnosti používajú v leteckom, stavebnom, automobilovom, energetickom či športovom priemysle. [2] Sendvičové panely dosahujú vysoké tuhosti v porovnaní s hustotou a hmotnosťou. Majú dobré tepelné a zvukové izolačné vlastnosti [2], vďaka čomu nachádzajú širokú oblasť uplatnenia.

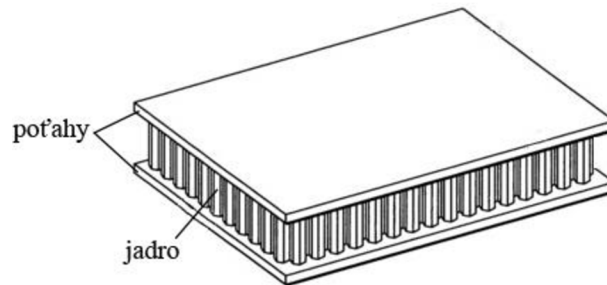
Kompozitné materiály sa od klasických homogénnych materiálov odlišujú aj charakteristickými módmi porúch. Charakter porušenia súvisí so spôsobom zaťažovania a materiálovými charakteristikami použitých komponentov. Jedným z nebezpečných medzných stavov je strata stability pri tlakovom zaťažení. Aj keď je analytický prístup stále dobrým nástrojom pre vyšetrenie medzných stavov, je v súčasnosti doplnený o numerické simulácie. Týmto spôsobom je možné analyzovať hlbšiu podstatu problémov a prenikať tak k podstate veci.

Práca je rozdelená na dve časti. Úvodná, teoretická časť je venovaná všeobecnej charakteristike sendvičových panelov, charakteru ich porušovania a formulácii základných teórií pre matematický popis problému. Druhá časť je zameraná na vhodné spôsoby výpočtového modelovania straty stability pri tlakovom zaťažení. Problém je primárne riešený s použitím dvojrozmerných, neskôr trojrozmerných prvkov. Numerický výpočet je následne porovnaný s analytickými výpočtami a laboratórnou skúškou.

# 1 Úvod do sendvičových panelov

## 1.1 Stavba sendvičového panelu

Sendvičovým panelom rozumieme materiál zložený spravidla z dvoch tenkých obalov (poťahov) oddelených od seba jadrom. [6] Koncept panelu vychádza z, tzv. I nosníka, zloženého z dvoch pásovín a spojite rozloženej stojiny. [7]

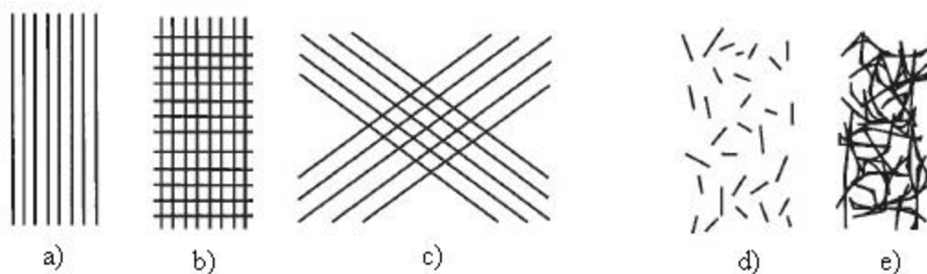


Obr. 1.1 Sendvičový panel [26 – upravené]

### 1.1.1 Poťahy

Poťahy predstavujú vonkajšiu vrstvu panelu, ktorých hrúbka je oproti jadru podstatne menšia. Materiály poťahov majú v porovnaní s jadrom výrazne vyšší modul pružnosti, pretože nesú podstatnú časť zaťaženia od ohybového momentu, čo je dané ich polohou vzhľadom na neutrálnu os. Sú tak vystavované namáhaniu tlakovými a ťahovými silami. [6]

V leteckom priemysle sa primárne používajú poťahy zložené z vláknových kompozitných materiálov. Tie je možné z hľadiska geometrického usporiadania rozdeliť na jednovrstvové alebo viacvrstvové. Príkladom jednovrstvových vlákien sú vlákna kontinuálne – jednorozmerné, dvojrozmerné (tkaniny, rohože) a viacrozmerné (pleteniny). Druhou skupinou sú vlákna diskontinuálne s náhodnou alebo preferovanou orientáciou. [9]



Obr. 1.2 Typy vláknových kompozitov: a, jednorozmerné spojité vlákno b, tkanina c, pletenina d, krátke vlákna s náhodnou orientáciou e, dlhé vlákna s náhodnou orientáciou [8]

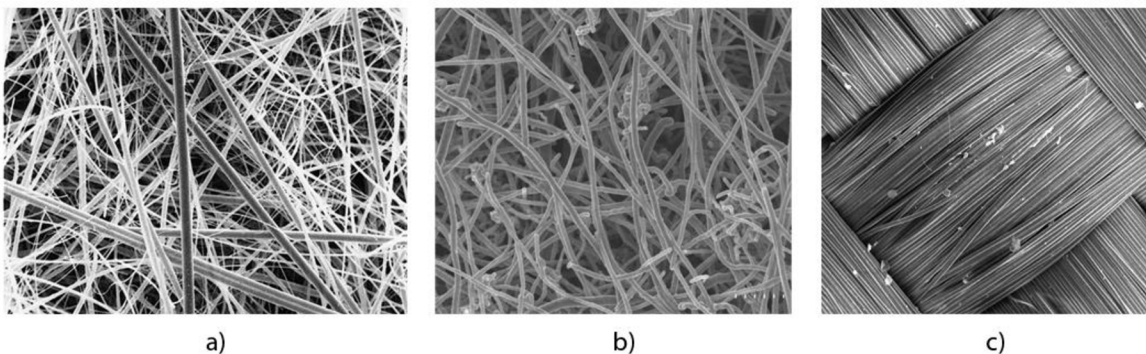


Medzi najpoužívanejšie patria:

*Sklené vlákna* majú kremičitanový základ  $\text{SiO}_2$  s priemerom najčastejšie 3,5-20  $\mu\text{m}$ . [10,11] Vyznačujú sa dobrou tepelnou odolnosťou (bod topenia viac ako  $1000^\circ\text{C}$ ), vysokou pevnosťou a nízkym modulom pružnosti. [9] V porovnaní s uhlíkovými vláknami dosahujú sklené vlákna lepšiu húževnatosť. [10]

*Uhlíkové vlákna* sú mikroskopické kryštálové štruktúry s priemerom 5-8  $\mu\text{m}$ . Používajú sa k vystužovaniu kompozitných materiálov – uhlíkový laminát. Vyznačujú sa vysokou pevnosťou, modulom pružnosti, tepelnou odolnosťou, vysokou únavovou pevnosťou a nízkou mernou hmotnosťou. Väčšina vlákien sa vyrába z polyakrylonitrilových vlákien (PAN), v menšom množstve sa vyrába z viskózových vlákien alebo anizotropnej smoly. [9,10]

*Aramidové vlákna* tvoria organické makromolekuly s karbonylovými skupinami. [9] V obchodných reťazcoch sa predávajú pod značkou Kevlar. Typickou vlastnosťou je vysoká pevnosť a dobrá húževnatosť. [10]



Obr. 1.3 Mikroštruktúra: a) sklené vlákno, b) uhlíkové vlákno, c) aramidové vlákno [24,25,26]

### 1.1.2 Jadro

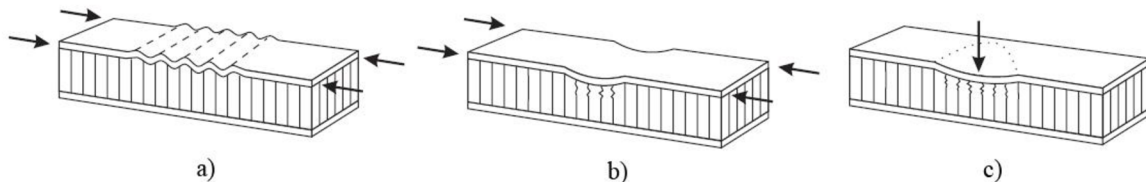
Jadro tvorí strednú časť sendviča a udržuje rovnobežnosť poťahových vrstiev. Zaisťuje prenos šmykového napätia medzi vrstvami poťahov (šmyková tuhosť). Jedným z parametrov pri voľbe materiálu jadra je nízka merná hmotnosť, hustota a kompatibilita s poťahmi, čo zaručuje dobré mechanické vlastnosti. [6] Jadrá sendvičov sú zvyčajne bunkového charakteru. Charakteristikou uzavretých buniek sú ľahké jadrá s nízkou hustotou. Do tejto skupiny patria peny vyrábané zo syntetických polymérov – PVC, PU, PEI. Otvorené bunkové jadrá sa nazývajú voštiny. Mechanické vlastnosti závisia od veľkosti, tvaru buniek a zvoleného materiálu. Voštiny majú podstatne vyššiu hustotu ako peny, no ich charakter umožňuje malú kontaktnú oblasť vzhľadom na poťahové vrstvy, čo môže viesť k lokálnym poruchám. [2] Vyrábajú sa z hliníka (vysoká pevnosť k nízkej hmotnosti), nomexového papiera – kevlarové vlákna, termoplastov, titanu alebo polymérov. [2,12]

## 1.2 Poruchy sendvičových panelov

Z doposiaľ vykonaných experimentov je zrejme, že v sendvičoch sa objavuje široká škála porúch, ktorých charakter závisí od materiálových a rozmerových parametrov panelu. V súčasnosti existuje množstvo štúdií popisujúcich ako analytický, tak aj výpočtový prístup riešenia medzných stavov sendvičových konštrukcií, neexistuje však ucelená teória, podľa ktorej by bolo možné predpovedať nastávajúcu poruchu. Na základe [6] je možné rozdeliť porušenia sendvičov nasledovne:

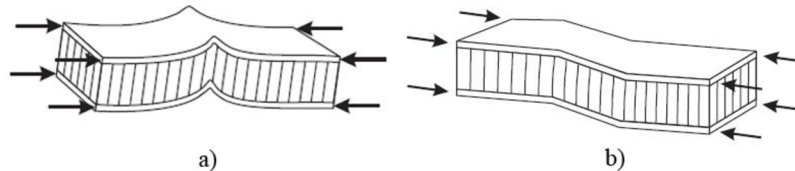
- Poruchy vyvolané v dôsledku straty lokálnej stability
- Poruchy spôsobené stratou stability ako celku
- Poruchy spôsobené nedostatočnou pevnosťou

### Poruchy vyvolané v dôsledku straty lokálnej stability



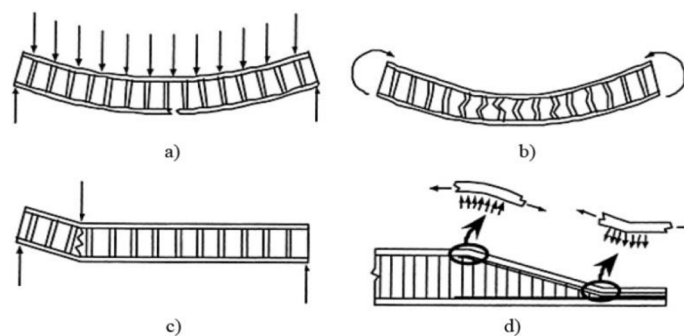
Obr. 1.4 a) intracellular buckling, b) face wrinkling (vráskanie), c) lokálne stlačenie [7]

### Poruchy spôsobené stratou stability ako celku (globálna nestabilita)



Obr. 1.5 a) global buckling, b) shear crimping [7]

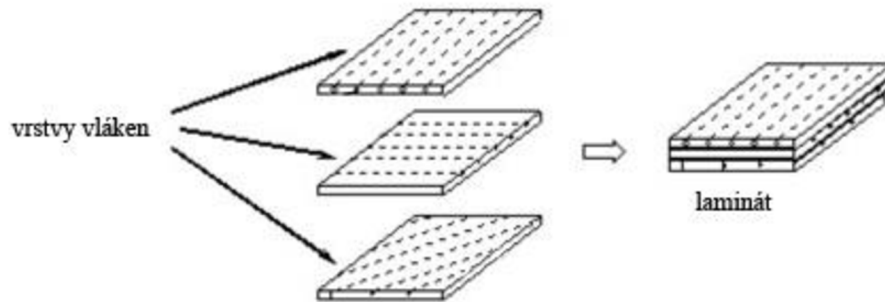
### Poruchy spôsobené nedostatočnou pevnosťou



Obr. 1.6 a) praskanie potáhov, b) porucha jadra, c) priečna šmyková porucha, d) plošné napätie [6]

## 2 Lamináty

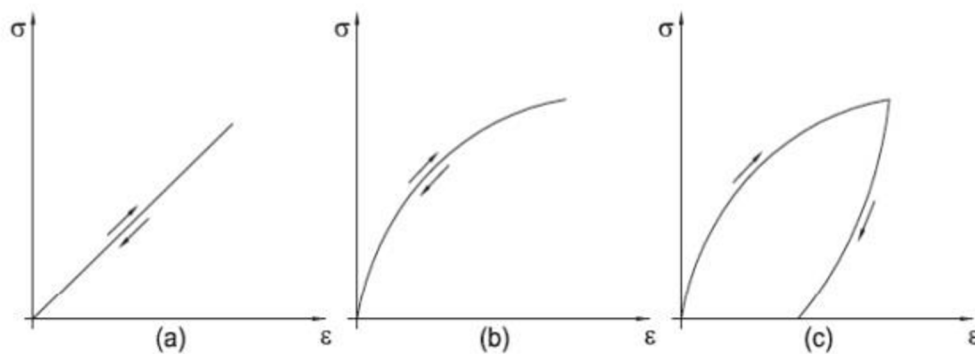
Lamináty tvoria jednu z bežných tried kompozitných materiálov. Skladajú sa z niekoľkých tenkých vrstiev vlákien (lamin), navzájom spojených epoxidovou živicom. Vlastnosti laminátu sú závislé na použitých vláknach v jednotlivých vrstvách, počte a hrúbke vrstiev a vzájomnej polohe. [2,17]



Obr. 2.1 Vrstvený laminátový kompozit [17]

### 2.1 Materiálové modely

Cieľom je popísať závislosti medzi napätosťou a deformáciou pomocou, tzv. konštitutívnych vzťahov. Tie je možné stanoviť na základe vhodných mechanických skúšok. Najjednoduchším príkladom je ťahová skúška. [1] Pre popis konštitutívneho modelu vychádzame z deformačno-napätvej závislosti, pričom správanie sa materiálu pre jednoduchosť výpočtu idealizujeme. Najjednoduchším príkladom materiálového modelu je lineárne pružný materiál. [4]



Obr. 2.2 Ideálne chovanie materiálu [4]

a, lineárne pružné chovanie b, nelineárne pružné chovanie c, plastické chovanie

#### Lineárne pružný materiál

Pri zaťažení prostým ťahom vzniká normálové napätie  $\sigma$ , materiál sa predlžuje v smere

zaťaženia a zužuje sa v smere kolmom na smer tohto zaťaženia. Deformáciu popisuje bezrozmerná veličina  $\varepsilon$ , nazývaná pretvorenie. Zaťaženie prostým šmykom spôsobuje šmykové napätie  $\tau$ , deformácia je daná uhlovým pretvorením  $\gamma$ .

Lineárne pružné správanie sa materiálu pri ťahovej skúške je popísané Hookovým zákonom

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2.1)$$

Pri namáhaní prostým šmykom je veľkosť šmykového napätia vyjadrená vzťahom

$$\tau = G\gamma. \quad (2.2)$$

Hodnota modulu pružnosti v šmyku  $G$  nie je nezávislou veličinou, ale závisí od modulu pružnosti  $E$  nasledovne

$$G = \frac{E}{2(1-\mu)}, \quad (2.3)$$

kde  $\mu$  je Poissonovo číslo, udávajúce pomer pozdĺžnej a priečnej kontrakcie, stanoviteľné na základe ťahovej skúšky. [3]

Lineárne pružný model je teda charakterizovaný dvomi nezávislými konštantami  $E$  a  $\mu$ . [3] Aplikovaním Hookovho zákona a rozpísaním do zložiek súradného systému získavame pretvorenia v jednotlivých osiach. [4]

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)) \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)) \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)) \quad (2.6)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \quad (2.7)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{1}{G}\tau_{xz} \quad (2.8)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz} \quad (2.9[4])$$

Lineárne pružný materiál je možné definovať ako izotropný, anizotropný a ortotropný. [4]

**Izotropný materiál [3]**

Za izotropný materiál považujeme taký, ktorého vlastnosti sú rovnaké vo všetkých smeroch. Pri zaťažení normálovou silou sa materiál predĺži v smere tejto sily, nezmení sa však jeho tvar a teda platí, že  $\varepsilon \neq 0$ ,  $\gamma = 0$ .

Základné vzťahy:

$$\begin{aligned} E_x &= E_y = E_z = E \\ G_{xy} &= G_{xz} = G_{yz} = G \\ \mu_{xy} &= \mu_{xz} = \mu_{yz} = \mu \end{aligned} \quad (2.10)[5]$$

**Anizotropný materiál [3]**

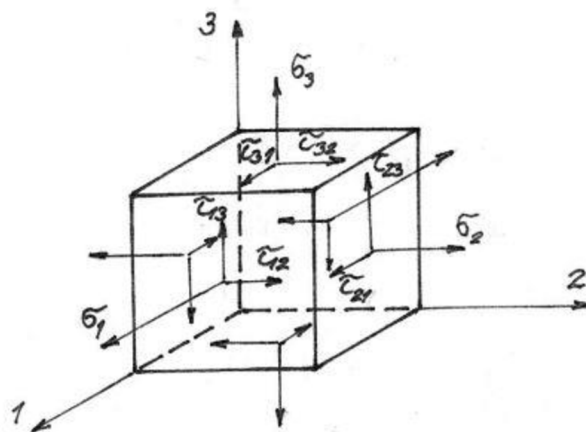
Anizotropný materiál je materiál, ktorého vlastnosti nie sú vo všetkých smeroch odlišné. Ide o inverzný prípad izotropie, kde platí v prípade normálového a šmykového zaťaženia, že  $\varepsilon \neq 0$ ,  $\gamma \neq 0$ . Ide o najvšeobecnejší materiálový model.

Základné vzťahy:

$$\begin{aligned} E_x &\neq E_y \neq E_z \neq E \\ G_{xy} &\neq G_{xz} \neq G_{yz} \neq G \\ \mu_{xy} &\neq \mu_{xz} \neq \mu_{yz} \neq \mu \end{aligned} \quad (2.11) [5]$$

**Ortotropný materiál [3]**

Normálovou silou zaťažený ortotropný materiál spôsobuje pretvorenie v smere zaťažovania ( $\varepsilon \neq 0$ ,  $\gamma = 0$ ). Šmykové napätie spôsobuje skos ( $\varepsilon = 0$ ,  $\gamma \neq 0$ ).

**2.2 Hookov zákon pre ortotropný materiál [18]**

Obr. 2.3 Zaťaženie elementu ortotropného materiálu v hlavných ortotropných smeroch [1]

Hookov zákon je možné zapísať v maticovom tvare

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

kde  $C_{ij}$  predstavuje maticu tuhosti.

S uvažovaním rovinnej napätosti platí,

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

pričom hodnoty matice  $C$  predstavujú 4 navzájom nezávislé materiálové konštanty :

$$C_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \quad (2.14)$$

$$C_{12} = \frac{\mu_{12}E_{22}}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \quad (2.15)$$

$$C_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \quad (2.16)$$

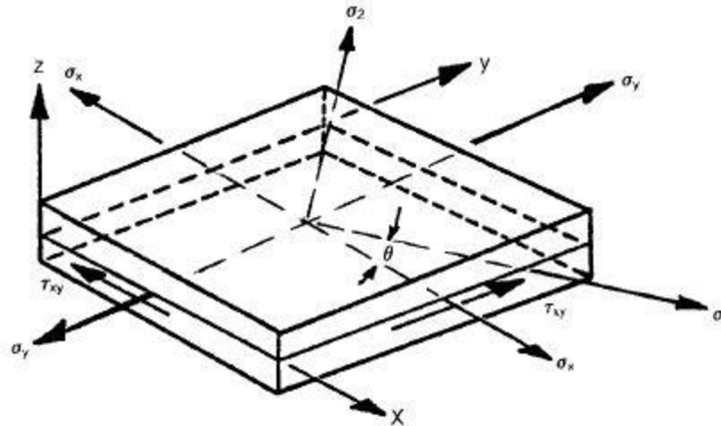
$$C_{66} = G_{12}. \quad (2.17)$$

Prevedením predchádzajúcich vzťahov do súradného systému laminátovej dosky (obr.2.4) dostaneme

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{61} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

pričom  $Q_{ij}$  predstavuje transformačnú maticu s členmi:

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= C_{11} \cos^4 \theta + 2(C_{12} + 2C_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + C_{22} \sin^4 \theta \\
 Q_{22} &= C_{11} \sin^4 \theta + 2(C_{12} + 2C_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + C_{22} \cos^4 \theta \\
 Q_{12} &= (C_{11} + C_{22} - 4C_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + C_{11} (\sin^4 \theta \cos^4 \theta) \\
 Q_{66} &= (C_{11} + C_{22} - 2C_{12} - 2C_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + C_{66} (\sin^4 \theta \cos^4 \theta) \\
 Q_{16} &= (C_{11} - C_{12} - 2C_{66}) \sin^3 \theta \cos^3 \theta + (C_{11} - C_{22} + 2C_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\
 Q_{26} &= (C_{11} - C_{12} - 2C_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (C_{11} - C_{22} + 2C_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta
 \end{aligned}
 \tag{2.19}$$



Obr. 2.4 Súradný systém laminátovej dosky [18]

Pre určenie tuhosti laminátu sa používa klasická laminátová teória (CLT). [3] Tá vychádza z predpokladov klasickej pružnosti – teória ohybového momentu a normálových síl. [6]

### 2.3 Klasická laminátová teória[6]

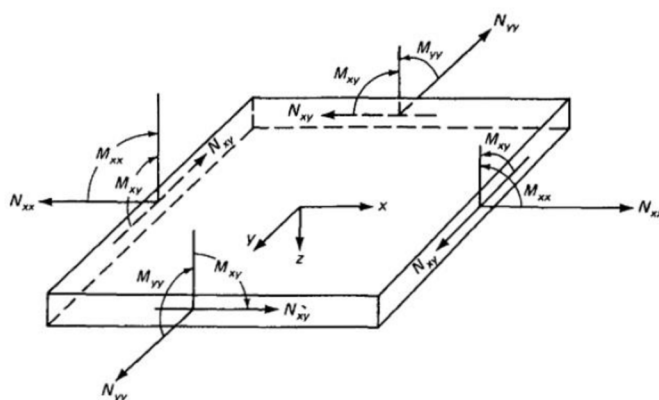
Pre použitie CLT musia byť splnené nasledujúce predpoklady:

- Hrúbka panelu je podstatne menšia ako šírka a dĺžka
- Uvažujú sa malé deformácie
- Normály sú k strednici kolmé pred, aj po zaťažení
- Zvislý ohyb neovplyvňuje hrúbku panelu
- Normálové napätie je zanedbateľné

Výsledkom je konštitutívna rovnica laminátovej dosky:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix}, \tag{2.20}$$

kde  $N$  – vektor síl,  $M$  – vektor momentov,  $A$  – matica ťahovej tuhosti,  $B$  – matica väzbovej tuhosti,  $D$  – matica ohybovej tuhosti,  $\varepsilon^0$  – vektor pretvorenia strednej roviny,  $\kappa$  – vektor krivosti v strednej rovine.



Obr. 2.5 Zat'azenie laminátového panelu s uvažovaním rovinnej napätosti [6]

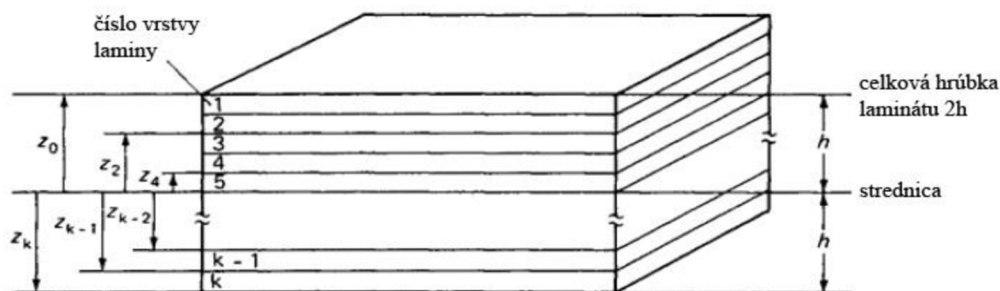
Jednotlivé submatice vypočítame podľa vzťahov:

$$[A] = \sum_{i=1}^K [\bar{Q}]^i (z_i - z_{i-1}) \quad (2.21)$$

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K [\bar{Q}]^i (z_i^2 - z_{i-1}^2) \quad (2.22)$$

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^K [\bar{Q}]^i (z_i^3 - z_{i-1}^3), \quad (2.23)$$

kde  $K$  – počet lamín,  $z$  – umiestnenie rozhrania (viď obr. 2.6).



Obr. 2.6 Geometria vrstvenia laminátu [6]

Rozpísaním rovnice (2.20) do jednotlivých zložiek dostaneme:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.24)[18]$$



kde  $N_x, N_y$  – líniové ťahové sily [N/m],  $N_{xy}$  – šmyková sila v rovine panelu [N/m],  $M_x, M_y$  – líniové ohybové momenty [Nm/m] a  $M_{xy}$  – krútiaci moment [Nm/m]. [18]

Rovnica predstavuje závislosť výslednice síl a momentov na deformácií a zakrivení. Matica ABD je matica tuhosti laminátu a v kompozitných konštrukčných analýzach predstavuje zovšeobecnený Hookov zákon. Jednotlivé matice A,B,D, je pri výpočte potrebné zostaviť zvlášť pre každú z lamín. [6] Základom softvérov umožňujúcich numerické simulácie však pracujú s rozšírenou laminátovou teóriou – FSDT (First-Order Shear Deformation Laminated Plate Theory). Jej podstata je založená na CLT a rozšírená o šmykové napätia po hrúbke elementu. [19]

Na základe CLT môžeme rozdeliť lamináty nasledovne: [18]

**1. Symetrické** – každej z vrstiev nad strednicou odpovedá rovnaká vrstva pod strednicou (rovnaký materiál a orientácia). Matica väzbovej tuhosti v prípade symetrických materiálov  $B=0$ . Pre symetrické lamináty sa konštitutívna rovnica laminátovej dosky výrazne zjednoduší:

$$\begin{aligned} [N] &= [A] [\varepsilon] \\ [M] &= -[D] [\chi] \end{aligned}$$

Symetricky vrstvený laminát sa často označuje ako homogenný anizotropný.

**2. Vyvážené** – každej vrstve odpovedá rovnako hrubá vrstva s opačnou orientáciou. Matica A sa zjednoduší na ortotropnú:

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}$$

**3. Cross - ply** – laminy sú kladené pod uhlami  $0/90^\circ$ , pričom väzbová matica tuhosti má nenulové 2 členy a platí:

$$B_{22} = -B_{11}.$$

### 3 Mechanická laboratórna skúška [20]

#### 3.1 Popis experimentálnej časti

Skúška mechanických vlastností sendvičov bola realizovaná na Leteckom ústave v súlade s normou ASTM (C364/C364M – 07 (Reapproved 2012) Standard Test Method for Edgewise Compressive Strength of Sandwich Constructions). Išlo o tlakové zaťaženie sendvičových panelov v rovine poťahov desiatich skúšobných vzoriek.

#### Údaje o použitých meracích prístrojoch

- Elektromechanický skúšobný stroj LabTest 6.500SP1-VM
- Silový snímač KAF 500kN AST, AST. v.č. 1400868
- Meradlo: Electronic Micrometer 0-25 mm, 0,001
- Video extenzometer Mercury 2.1., v. č. 02-2624A-07191

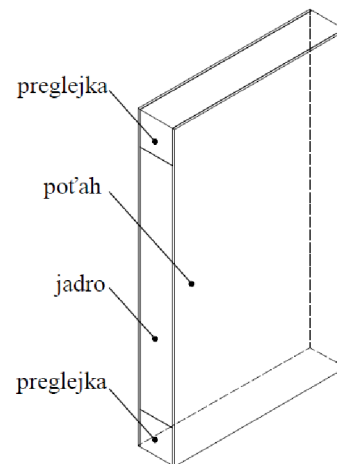
#### Vzorky

Sendviče s vrstvením:

- Každý z poťahov: 2x 0°/90° uhlíková tkanina, 200 g/m<sup>2</sup>, keper, hrúbka vrstvy 0,32 mm (predpokladaný objemový pomer 35%)
- Jadro: 10 mm Airex C70.55 (žltý), cca 7 mm od konca nahradené preglejkou

#### Vyhodnotenie skúšky

- Pre kontrolu bola vyhodnocovaná aj tuhosť vzoriek



Obr. 3.1 Stavba panelu skúšobnej vzorky

#### Priebeh merania

Jednotlivé vzorky boli voľne umiestnené medzi čeluste zaťažovacieho stroja, opreté o papierovú zarážku, aby sa nemenila vzdialenosť od kamery extenzometra. Vzorka číslo 1 bola použitá na správne odladenie skúšky, a to najmä rýchlosti zaťažovania. S použitou vzorkovacou frekvenciou 1 kHz sa zaznamenávali údaje o čase, dráhe priečnika a natiahnutie medzi terčikmi vzdialenými od seba 35 mm.

#### 3.2 Vyhodnotenie výsledkov

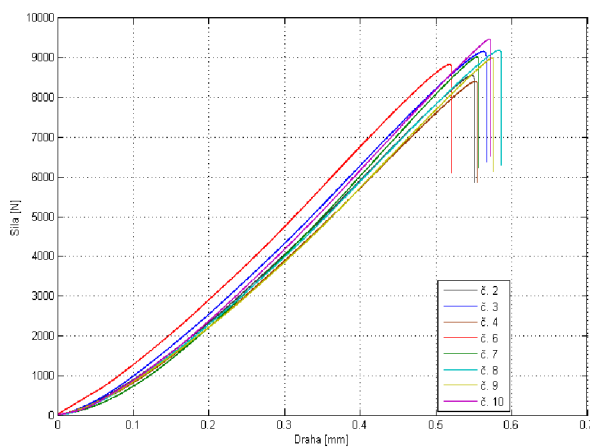
Priemerné hodnoty získaných pevností a modulov pružnosti:

$\epsilon$	$\sigma$ [MPa]	E [MPa]
0,002795	129,4	43 170

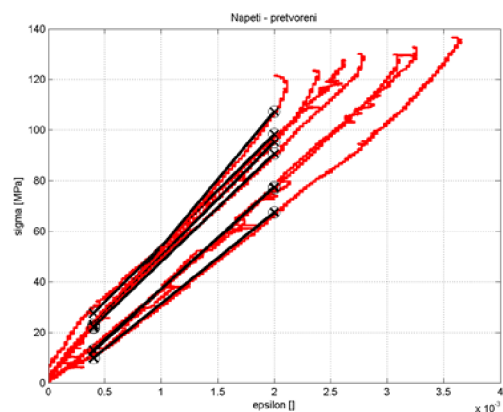
Tab. 3.1 Poruchy jednotlivých vzoriek:

1.séria s jadrom Airex c70.55 - žltý	
Číslo vzorku	Porucha
2	Crimping v dolnej tretine
3	Crimping v dolnej tretine
4	Crimping v dolnej tretine bez výraznej poruchy po odľahčení
6	Crimping v dolnej tretine
7	Crimping v dolnej tretine bez výraznej poruchy po odľahčení
8	Crimping v dolnej tretine
9	Crimping v hornej tretine bez výraznej poruchy po odľahčení
10	Crimping v hornej tretine

Z vykonanej analýzy vidíme, že použité vzorky podliehali stratám stability a vo všetkých prípadoch bol nastávajúcou poruchou crimping.



Graf 3.1 Závislosť sily na dráhe priečnika



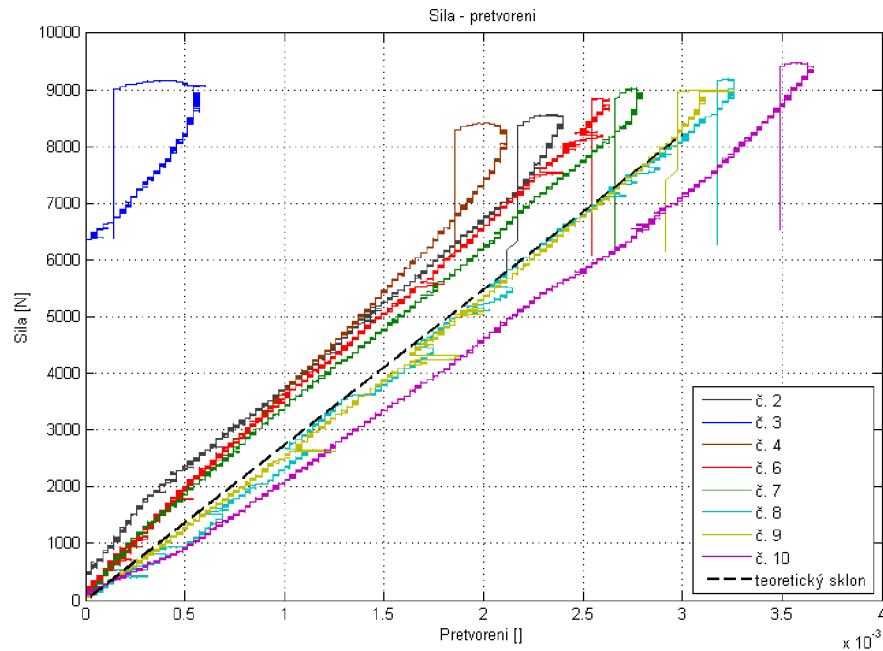
Graf 3.2 Závislosť napätia na pretvorení

Z hľadiska korektného vyhodnocovania výsledkov je potrebné uvažovať o závislosti priebehu sily na pretvorení. Priebeh sily na dráhe priečnika popísaný grafom 3.1 je zaťažený chybou až do takej miery, že ho nie je možné považovať za relevantný. Dáta z jednotlivých experimentov (graf 3.3) boli pre jednoduchšie porovnanie výsledkov aproximované lineárne jedinou krivkou. (graf 3.4) Výpočet veľkosti maximálnej sily vychádza z hodnoty priemernej pevnosti.

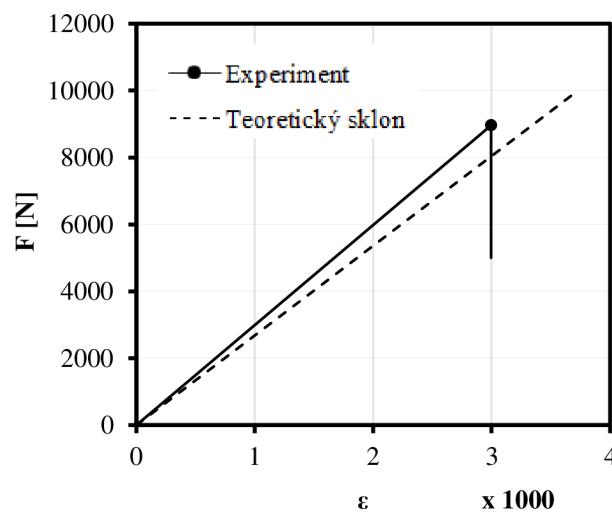
Stanovenie veľkosti sily

$$F = \sigma S = 129,4 \cdot 4,0 \cdot 32,53 = 8970 \text{ N}$$

Hodnota plochy  $S$  vychádza z rozmerového usporiadania a parametrov z tab. 3.2, pričom za plochu sendviča považujeme plochu potáhov v priečnom priereze.



Graf 3.3 Závislosť sily na pretvorení s vyznačeným sklonom pre teoretický modul pružnosti ( $E = 39\,470\text{ MPa}$ )



Graf 3.4 Experimentálny a teoretický priebeh zaťažovacej dráhy

Smernica teoretického sklonu zaťažovacej dráhy sa od priemernej, experimentálne zistenej hodnoty líši o 10,4%, pričom experiment predpokladá vyššiu tuhosť.

### 3.3 Crimping – popis poruchy

Crimping je forma krátkovlnného asymetrického zvlňenia [13], považovaná za globálnu stratu stability. [6] Pri zaťažovaní sendvičového panelu tlakovou silou je priebeh sily na pretvorení lineárny, až do dosiahnutia kritickej hodnoty, keď sa panel stáva nestabilným. Smernica zaťažovacej dráhy odpovedá tuhosti sendvičovej vzorky. Po prekročení veľkosti hodnoty kritickej sily dochádza k jej náhlemu poklesu, čo sa prejaví globálnou stratou stability. Pri crimping dochádza k lokálnej poruche jadra, vyvolanou nízkou priečnou šmykovou tuhosťou, spôsobenou nízkym modulom pružnosti jadra. [6] Celistvosť panelu ostáva aj napriek strate stability neporušená.

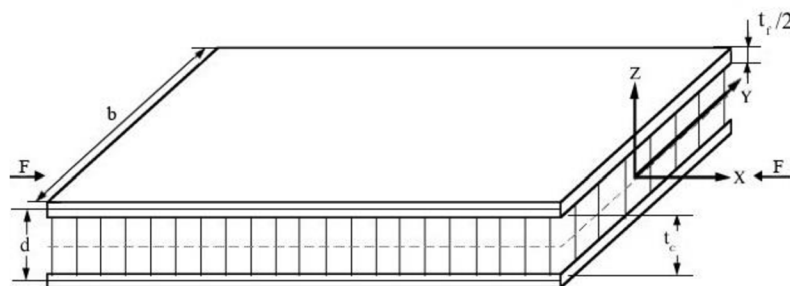


Obr. 3.2 Crimping na vzorke č. 7 [20]

### 3.4 Analytický výpočet crimpingu

#### Geometria panelu

Pre matematický popis problému je nutné definovať súradný systém a popísať rozmerové parametre vstupujúce do výpočtu.



Obr. 3.3 Sendvičová štruktúra pod jednoosým tlakovým zaťažením [21– upravené]

Hrúbka pot'ahov	Hrúbka jadra	Osová vzdialenosť pot'ahov	Šírka panelu	Modul pružnosti v šmyku jadra
$t_f$ [mm]	$t_c$ [mm]	$d$ [mm]	$b$ [mm]	$G$ [MPa]
0,64	10	10,64	53	22

Tab. 3.2 Rozmerové parametre skúšobnej vzorky

**Analytický výpočet**

Ide o axiálne zaťaženie, preto budeme uvažovať  $F_x = F_{cr1}$ .

$$F_{cr1} = 0,75 \cdot \frac{d^2}{t_c} \cdot G \cdot b \quad (3.1)[6]$$

Dosadením do rovnice 3.1 dostaneme:

$$F_{cr1} = 9900N.$$

Na základe [7] je možné veľkosť zaťažujúcej sily určiť podľa vzťahu:

$$F_{cr2} = t_c \cdot G \cdot b. \quad (3.2)[7]$$

Dosadením do rovnice 3.2 dostaneme:

$$F_{cr2} = 11600N.$$

---

Vo výpočtovej časti (kapitola 5) sú výsledky z MKP porovnané s analytickými riešeniami, pričom vzťah 3.1 predstavuje „Analytický výpočet 1“ a vzťah 3.2 „Analytický výpočet 2“.

## 4 Numerický výpočet - podstata a možnosti modelovania

### 4.1 Úvod

Výpočet je založený na metóde konečných prvkov (MKP). Ide o numerický výpočet širokej škály problémov, používaný od 50. rokov minulého storočia. Pôvodne sa metóda formovala pre použitie v leteckom, kozmickom, jadrovom a vojenskom priemysle. S vývojom matematickej formulácie metódy a rozvojom výpočtovej techniky sa použitie MKP rozšírilo z akademického prostredia na mnoho problémov v inžinierskej praxi. Rozdiel oproti klasickým diferenciálnym metódam spočíva v rozdelení modelu na konečný počet prvkov, vymedzenými uzlovými bodmi. V týchto bodoch prebieha vyšetovanie hľadaných veličín (napr. posuv, natočenie). Pri klasických analytických úlohách dostávame výsledok riešenia ako závislosť medzi vstupnými a výslednými veličinami vo všetkých bodoch. V numerickom výpočte dostávame jedinečné riešenie vo vyšetovanom uzlovom bode. Pri akejkolvek zmene okrajových podmienok je nutné celý výpočet zopakovať. Algoritmus výpočtu je založený na variačných princípoch mechaniky, ktoré vedú k riešeniu sústavy lineárnych rovníc. [14]

Prostredníctvom MKP je možné v súčasnosti riešiť lineárne a nelineárne úlohy z mechaniky telies, pružnosti a pevnosti, dynamiky, termodynamiky, elektromagnetizmu a mnoho ďalších. V súčasnosti existuje mnoho komerčne dostupných softvérov umožňujúcich MKP analýzu. Medzi najpoužívanejšie patrí ANSYS, ABAQUS, MSC Software – Adams, Patran, Marc...[14]

### Meshing

Sieťou rozumieme rozdelenie solid modelu na jednotlivé podoblasti tvorené 1D, 2D alebo 3D prvkami, v závislosti od rozmernosti úlohy. Jednotlivé prvky sa od seba líšia geometriou alebo polohou uzlových bodov, ktorým predpisujeme okrajové podmienky. Hustota siete môže zásadným spôsobom ovplyvňovať presnosť numerického výpočtu. [14]

### 4.2 Patran/Nastran

Pre analýzu bol použitý produkt firmy MSC Software – Nastran. Ten predstavuje externý riešič, založený na sofistikovaných numerických metódach. Umožňuje analýzu pre lineárne a nelineárne úlohy, a to implicitnými alebo explicitnými výpočtami. Nastran pracuje na základe vstupných údajov z pre/post procesorového programu, v tomto prípade Patranu, ktorý poskytuje nástroje pre modelovanie geometrie, sieťovanie, zadávanie okrajových podmienok. [15] Pre výpočet boli použité riešiče SOL106 (statický nelineárny) a SOL600 (implicitný nelineárny). Výpočet nezahŕňa použitie riešiča SOL400. Dôvodom je, pravdepodobne, softvérová chyba, vďaka ktorej nie je Patran schopný načítať výsledky z už vykonanej analýzy. Tento problém nebol vyriešený ani po konzultácii s MSC dodávateľom, preto boli výpočty vykonané s použitím riešiča SOL 106/600.

### 4.3 Model s použitím 2D elementov

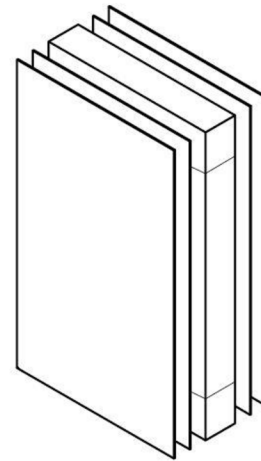
Problém straty stability bol v prvom prípade riešený s použitím 3D modelu a dvojrozmerných elementov. Model je vytvorený ako vrstvený kompozitný materiál. Jednotlivé vrstvy predstavujú ako poťahy, tak aj jadro s príslušnými hrúbkami. Výhodou tohto modelu je jednoduché meshovanie a podstatne nižšia časová výpočtová náročnosť (jeden druh použitých elementov).

#### Poťahy

- 2 vrstvy uhlíkovej tkaniny, vzájomná orientácia  $0/90^\circ$
- hrúbka vrstvy: 0,32 mm
- materiálový model: 2D lineárny ortotropný materiál (MAT 8)

#### Drevo a pena

- materiálový model: 2D lineárny izotropný (MAT 1)
- hrúbka vrstvy: 10 mm



Obr. 4.1 Vrstvenie modelu

- pravidelná sieť tvorená elementmi QUAD4
- vrstvenie zadané pomocou karty PCOMP

Parametre siete:

Počet uzlov	Počet elementov
3691	1215

### 4.4 Model s použitím 3D elementov

#### Poťahy

- 2 vrstvy uhlíkovej tkaniny,  $0/90^\circ$ , hrúbka vrstvy 0,32 mm
- materiálový model: 2D lineárny ortotropný materiál (MAT 8)
- vrstvenie laminátu zadané pomocou karty PCOMP
- použité elementy QUAD4

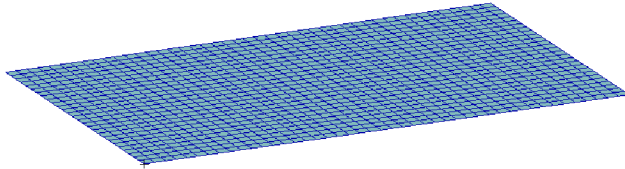
#### Drevo a pena

- materiálový model: 3D lineárny izotropný (MAT 1)
- použité elementy HEXA8

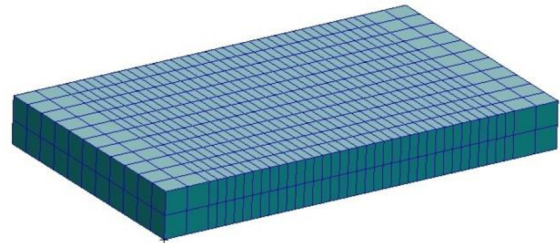


Parametre siete:

Počet uzlov	Počet elementov
1486	1716



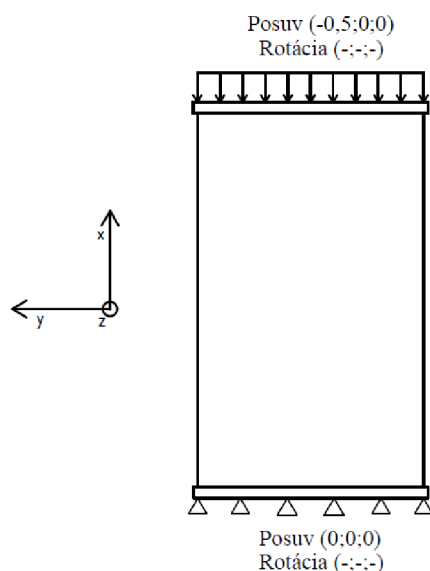
Obr. 4.2 Východiskový model s 2D elementmi



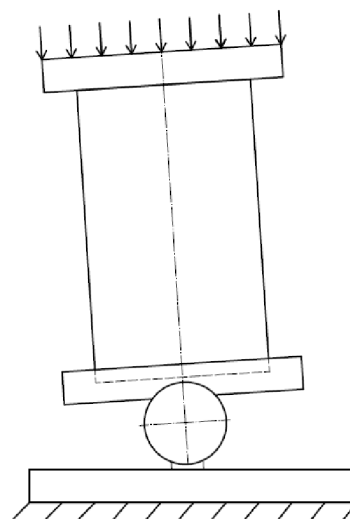
Obr. 4.3 Východiskový model s 3D elementmi

## 4.5 Okrajové podmienky

Okrajovými podmienkami rozumieme uloženie telesa v priestore tak, aby nedošlo k pohybu telesa ako celku. Ide teda o kinematické väzby. Okrajové podmienky v prípade simulácie tlakovej skúšky nesúvisia s charakterom zvolených elementov, a tak boli rovnaké. V prvom kroku je potrebné zamedziť posunutiu dolnej časti panelu vo všetkých smeroch. Rotácie okolo súradnicových osí ostávajú povolené. Táto podmienka bola v programe Patran realizovaná použitím prvku MPC (multipoint constraints) – RBE2, ktorý umožňuje predpísať okrajové podmienky jedinému bodu závislému od skupiny uzlových bodov. Týmto docielime efektívne vyhodnocovanie výsledkov. Druhou okrajovou podmienkou bolo nastavenie hodnoty posuvu priečnika, zadaný proti osi x a jeho veľkosť bola nastavená na hodnotu 0,5 mm.



Obr. 4.4 Okrajové podmienky



Obr. 4.5 Uloženie panelu do čelustí

Okrajové podmienky sa oproti experimentálnej skúške odlišujú v možnosti natočenia sendviča v priestore. To však zaručuje rovnobežnosť čiel sendviča s priečnikom po celú dobu zaťažovania. Týmto spôsobom je možné dosiahnuť dokonalé centrické zaťaženie.

#### 4.6 Materiálové charakteristiky

Uhlíkový laminát		
$E_{11}$	39 470	MPa
$E_{22}$	39 470	MPa
$G_{12}$	1 620	MPa
$G_{13}$	1 620	MPa
$G_{23}$	1 620	MPa
$\mu$	0,037	-
$X_t$	146	MPa
$X_c$	146	MPa
$Y_t$	146	MPa
$Y_c$	146	MPa
S	35	MPa
ILLS	50	MPa

Tab. 4.1 Materiálové charakteristiky laminátu

Preglejka		
E	10 000	MPa
$\mu$	0,3	-
$\sigma_{max}$	50	MPa

Tab. 4.2 Materiálové vlastnosti

preglejky

Pena <sup>1</sup>		
E	45	MPa
G	22	MPa
$\mu$	0,02	-
$\sigma_K$	1,4	MPa
$\tau_k$	0,8	MPa

Tab. 4.3 Materiálové vlastnosti peny

#### 4.7 Spôsob vyhodnocovania modelov

Sledované veličiny:

1. Reakčná sila v osi zaťaženia v prvku MPC v závislosti na časovom kroku
2. Pretvorenie v osi zaťaženia v závislosti od časového kroku

Pre určenie priebehu pretvorenia bol použitý analogický princíp ako pri laboratórnej skúške.

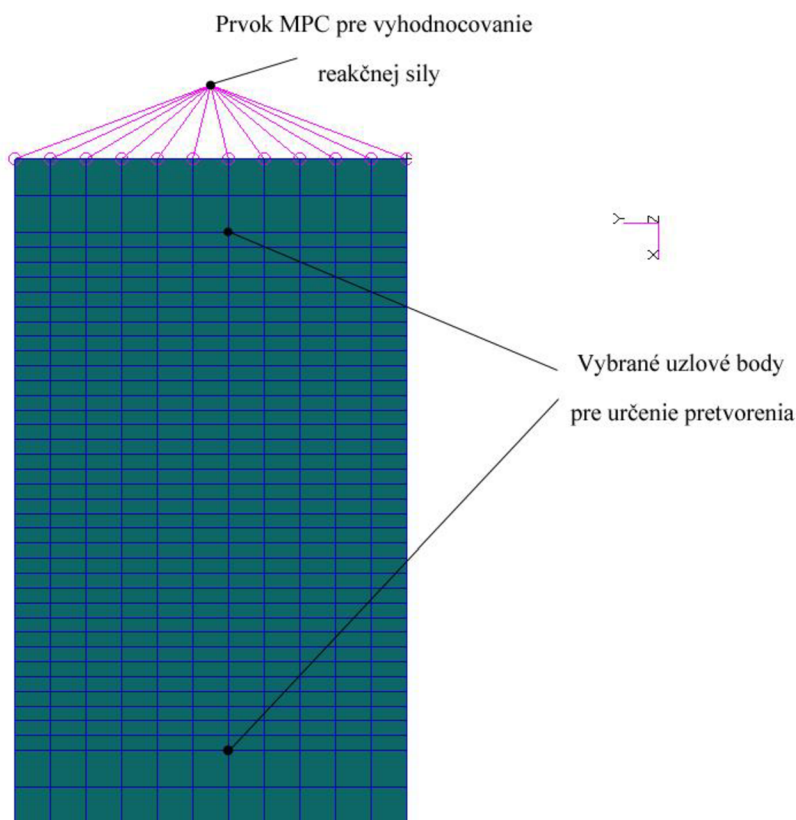
V prvom kroku sa vykreslí pretvorenie (v osi x) v závislosti od časového kroku dvoch nezávislých uzlových bodov, následne sa určí celkové pretvorenie dané vzťahom 4.1.

---

<sup>1</sup> Peny patria v skutočnosti lineárne perfektne-plastickým materiálom a pre vzťah medzi modulom pružnosti v ťahu a modulom pružnosti v šmyku neplatia vzťahy pre izotropný materiál. V prípade výpočtového modelovania crimpingu však ide o šmykovú poruchu, ktorá predovšetkým závisí od hodnoty modulu pružnosti v šmyku, preto je možné úlohu zjednodušiť použitím lineárneho izotropného modelu.

$$\varepsilon = \frac{l_0 - l}{l_0} \quad 4.1[3]$$

Výraz  $l_0 - l$  predstavuje rozdiel pretvorenia vo vybraných uzlových bodoch. Pre minimalizovanie chyby boli pre vykreslenie všetkých priebehov pretvorenia používané vždy rovnaké uzly. Hodnota  $l_0$  predstavuje počiatočnú vzdialenosť vybraných bodov v nedeformovanom stave, v našom prípade  $l_0 = 70$  mm.



Obr. 4.6 Vyhodnocovanie výsledkov na modeli s 3D elementmi

## 4.8 Sekvencia výpočtových simulácií

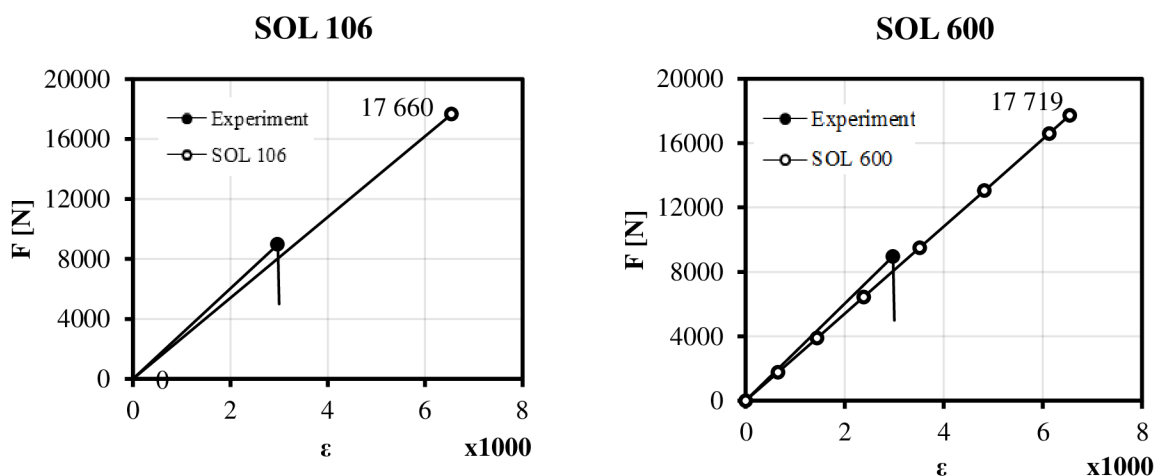
Prvá časť výpočtovej časti je zameraná na analýzu modelu s použitím dvojrozmerných elementov. Táto možnosť predstavuje najjednoduchší spôsob modelovania. V prípade nespohľadných, či nekorektných výsledkov bude výpočet prevedený s použitím trojrozmerných prvkov. Vychádzajúc z hypotézy, že sa ani týmto spôsobom nepodarí uspokojivo simulovať crimping, budú do výpočtu zahrnuté imperfekcie. Pri takejto možnosti nejde o prosté zaťažovanie, ale musíme operovať s viacerými prípadmi zaťaženia (Load Cases). Voľba modelu a prípadov zaťaženia je len jedným z faktorov, ktoré výpočet ovplyvňujú. Jedným z dôležitých parametrov je voľba správneho riešiča, pretože problém straty stability môže odpovedať vyšším stupňom nelinearity akou disponuje vybraný riešič.

## 5 Numerický výpočet

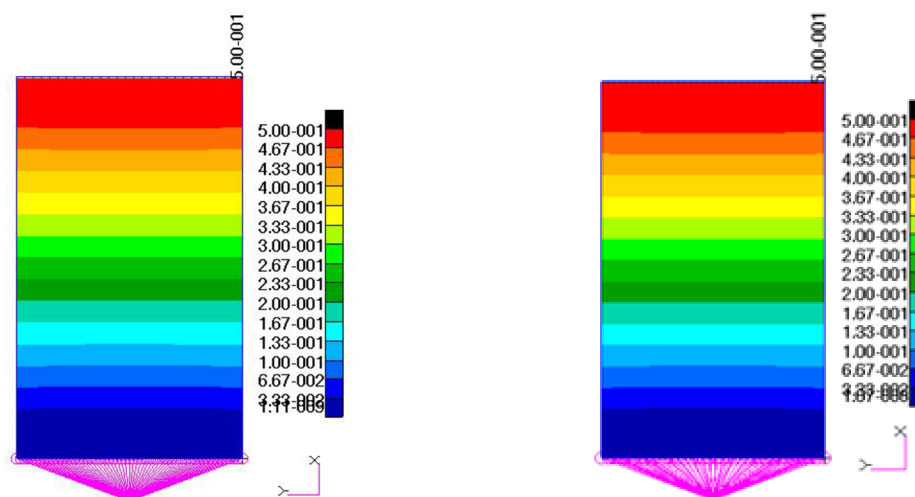
Na základe numerického výpočtu sa budeme snažiť simulovať správanie sendvičového panelu pod tlakovým zaťažením. Analýza je prevedená v niekoľkých riešeniach programu Nastran a získané dáta sú porovnané vzhľadom na vykonanú mechanickú skúšku.

### 5.1 Model s použitím dvojrozmerných elementov

Pre výpočet sú použité nelineárne riešiče SOL106/600. Výsledkom s použitím SOL106 je posledná hodnota, ktorej odpovedá nastavená veľkosť posuvu prierečníka. Výpočet s použitím SOL600 umožňuje vykresliť podrobnejší priebeh zaťažovacej dráhy.



Graf 5.1 a, b) Závislosť sily na pretvorení



Obr. 5.1 a, b) Vykreslenie deformácie (100% zaťaženia)

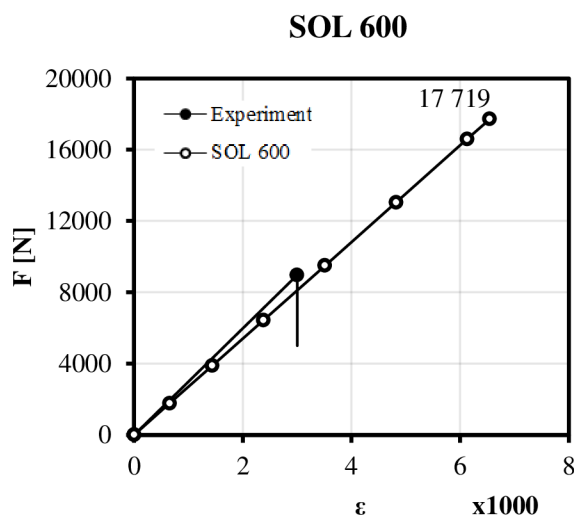
Z vykreslených priebehov (graf 5.1 a, b) je možné konštatovať lineárnu závislosť medzi pretvorením a reakčnou silou, čo spĺňa predpoklad použitého lineárneho modelu. Hodnota maximálnej sily je závislá len od veľkosti zadaného posuvu, pričom jej maximálne dosiahnuté hodnoty boli v oboch výpočtoch takmer totožné. Panel sa v priebehu zaťažovania deformuje len v smere posuvu, pričom ani po presiahnutí veľkosti síl, ktoré odpovedajú teoretickým hodnotám pre dosiahnutie crimpingu panel stabilitu nestráca. Smernice zaťažovacích dráh (graf 5.1 a, b) sú totožné s teoreticky stanovenou hodnotou.

### Hustota siete

Vychádzame z predpokladu, že stratu stability je možné dosiahnuť až pri dosiahnutí k tomu potrebnej veľkosti elementov. Analýza bola preto vykonaná s použitím modelu s parametrami siete:

Počet uzlov	Počet elementov
12224	4806

Priebeh zaťažovania je aj v tomto prípade lineárnou charakteristikou, bez straty stability. Veľkosť dosiahnutej sily bola napriek dvojnásobnému počtu elementov totožná s východiskovým modelom. Na základe doposiaľ vykonaných výpočtov je zreteľné, že cieľ simulovať crimping nie je dosiahnuteľný použitím prostého zaťažovania. Deformácia je závislou veličinou iba od veľkosti nastaveného posuvu priečnika, neovplyvňuje ju hustota siete, ani typ použitého nelineárneho riešiča. Vychádzajúc z týchto záverov sme nútení zahrnúť imperfekcie do výpočtu a snažiť sa tak umelo narušiť stabilitu panelu. Charakter deformácie je rovnaký ako je zobrazené na obr. 5.1.



Graf 5.2 Závislosť sily na pretvorení

## 5.2 Model s 2D elementmi a použitím imperfekcií

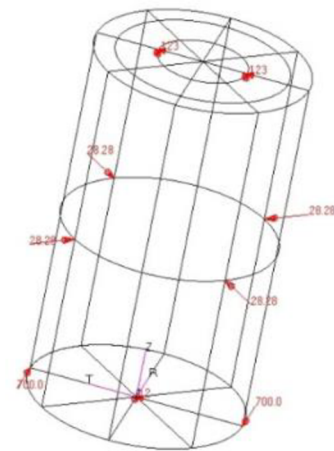
### Imperfekcie

Skutočný materiál sa oproti dokonalému a homogennému modelu vyznačuje veľkou mierou nepresností, napr. výrobných. Môže tak obsahovať množstvo defektov, mikrotrhlín, geometrických nepresností, čo má zásadný vplyv na správanie pri mechanických skúškach. Tieto nehomogenity nie sme pri geometricky presnom a dokonale homogénnom materiálovom modeli schopní simulovať, a tak sme nútení použiť imperfekcie. Tie je možné rozdeliť do nasledujúcich kategórií:

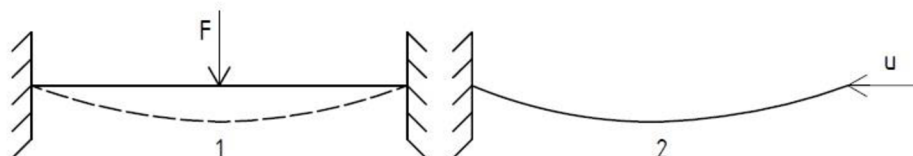
- Geometrické
- Štruktúrne (zmena okrajových podmienok)
- Zmena materiálových vlastností. [16]

V nasledujúcich výpočtoch je použitá štruktúrna imperfekcia, a to spojená rozložená sila po celej šírke panelu. Analógia riešenia vychádza z článku [22], ktorý popisuje numerickú simuláciu tlakovej skúšky tenkostenných hliníkových valcov. Bez použitia imperfekcií sa nepodarilo dosiahnuť stratu stability. Umelé narušenie geometricky presného modelu bolo realizované malým silovým účinkom, a to po obvodě rozloženej sily.

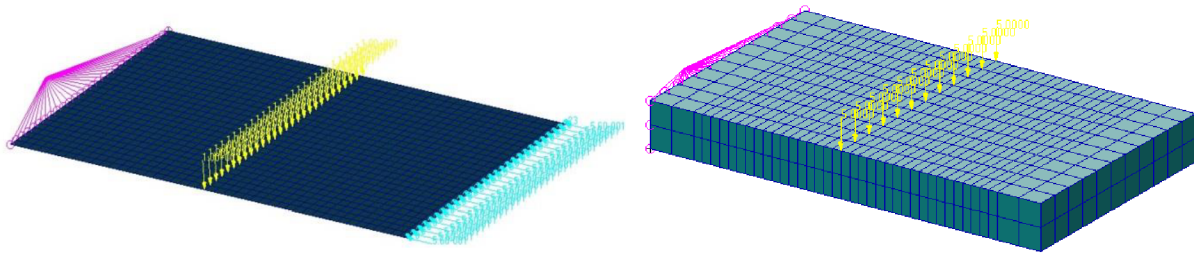
Zaťaženie nemá v tomto prípade deformačný charakter, ale silový, a to z dôvodu jednoduchšieho vyhodnocovania výsledkov, zmenou veľkosti sily. Výsledkom je posúdenie veľkosti vplyvu imperfekčnej sily na reakčnú silu v prvku MPC. Zaťaženie modelu s imperfekciou prebieha v Patrane v dvoch krokoch. V prvom sa naruší geometria panelu použitím prídavného zaťaženia, potom sa vzorka zaťaží deformačne posuvom priechníka. To sa realizuje pomocou príkazu „Load Case“, ide teda o prípady zaťaženia.



Obr. 5.2 Silové imperfekcie v modeli tenkostenného telesa [22]



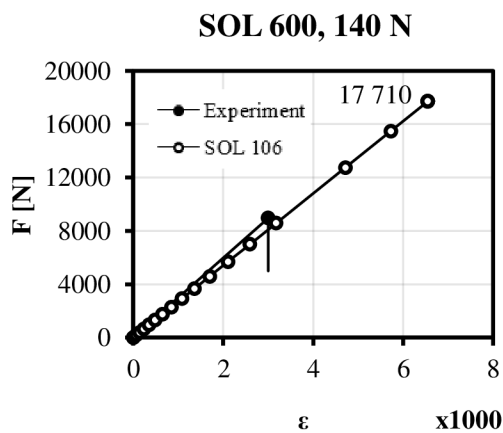
Obr. 5.3 Dve postupné prípady zaťaženia



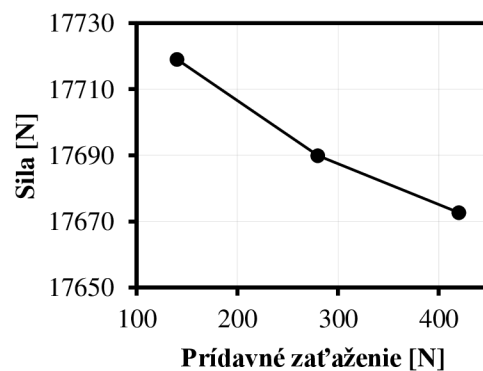
Obr. 5.4 Aplikovaná imperfekcia v použitých modeloch

## Výpočet

Analýza bola vykonaná s použitím východiskového modelu. Veľkosť spojitého prídavného zaťaženia dosahovala veľkostí 140, 180 a 420 N.

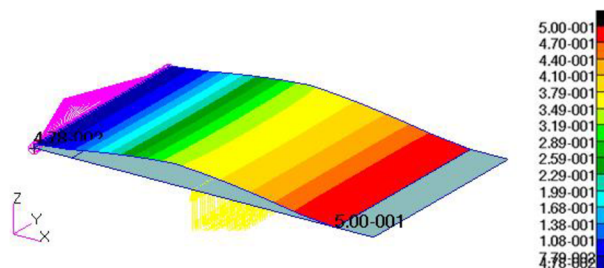


Graf 5.3 Závislosť sily na pretvorení



Graf 5.4 Vplyv prídavného zaťaženia na reakčnú silu

Priebeh zaťažovania ostáva aj pri použití imperfekcií naďalej lineárny. Použitím troch veľkostne odlišných prídavných zaťažení sa skúmaná hodnota reakčnej sily mení len minimálne, ako je naznačené v grafe 5.4. Týmto zistením je možné konštatovať, že problém straty stability nie je možné pri zvolených parametroch modelu simulovať.



Obr. 5.5 Vykreslenie deformácie (Model scale 0,1)



### 5.3 Model s použitím 3D elementov

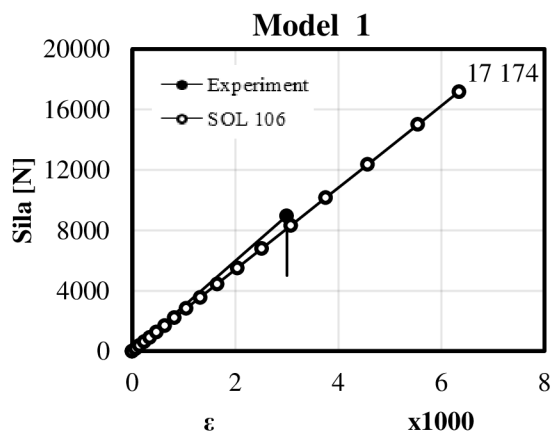
#### Hustota siete

Vychádzame z rovnakých predpokladov ako v prípade dvojrozmernej úlohy. Pre riešenie boli použité tri modely s parametrami sietí:

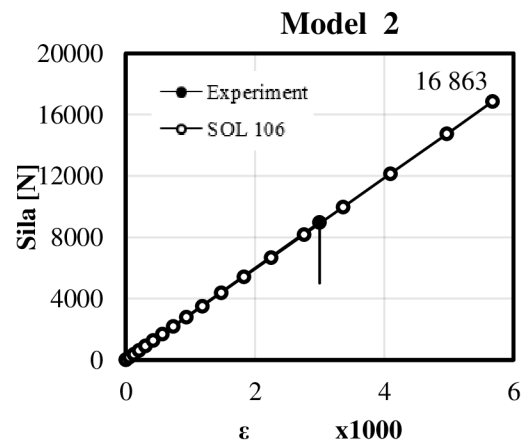
	Počet uzlov	Počet elementov
Model 1	1486	1716
Model 2	10066	4290
Model 3	17788	7722

Tab. 5.1 Hustoty sietí použitých modelov

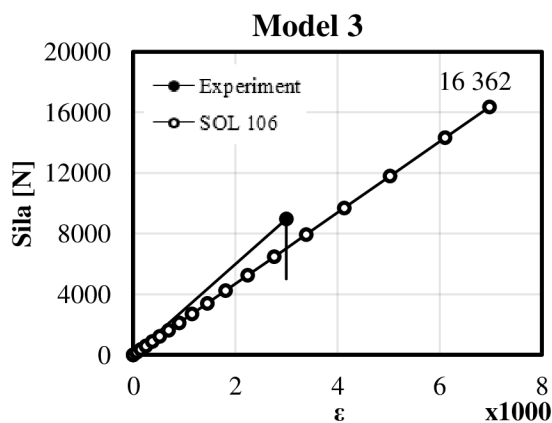
#### Priebehy zaťažovania



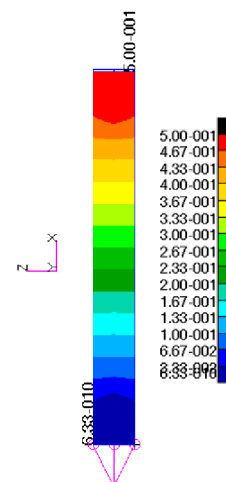
Graf 5.5 a, Závislosť sily na pretvorení



Graf 5.5 b, Závislosť sily na pretvorení



Graf 5.5 c) Závislosť sily na pretvorení



Obr. 5.6 Vykreslenie deformácie (bočný pohľad)



Z vykonaných analýz môžeme znovu konštatovať lineárny priebeh. Veľkosť maximálne dosiahnutej sily sa zvyšovaním počtu elementov mierne znižuje. Hustota siete je v tomto prípade jedným z faktorov, ovplyvňujúci aj celkovú tuhosť sendviča. Kým pri použití východiskového modelu je smernica zaťažovacej dráhy zhodná s teoretickou smernicou a tiež so smernicou dosiahnutej pri dvojrozmernej úlohe, použitím vyššieho počtu elementov je smernica približne zhodná s experimentálnou hodnotou (rozdiel 1%). Navýšením ešte väčšieho počtu uzlov a elementov, znovu vedie k odchýleniu smernice od experimentálnej hodnoty. Avšak, ani pri tomto druhu analýzy, s použitím prostého tlaku, nie sme schopní dosiahnuť globálnu stratu stability.

#### 5.4 Model s 3D elementmi a použitím imperfekcií

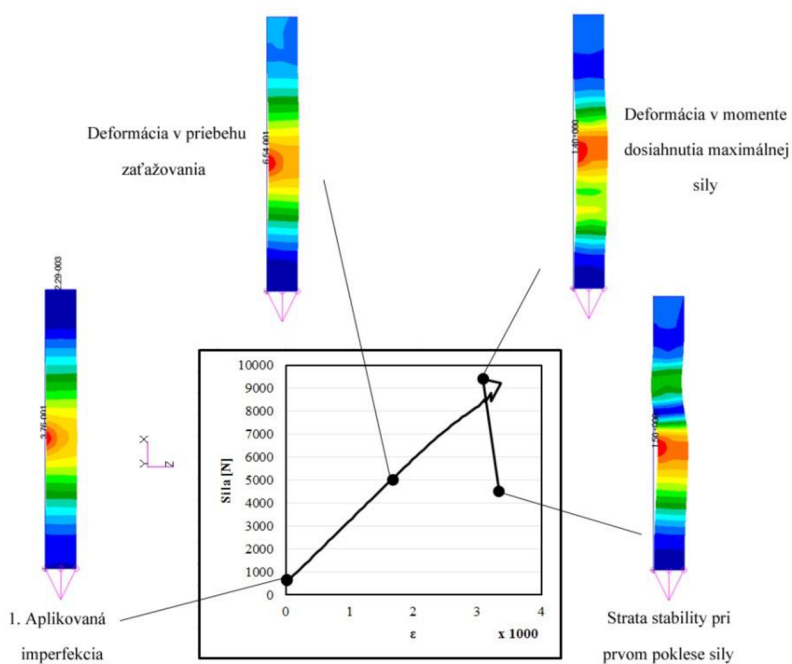
Analýza bola vykonaná s použitím implicitného riešiča SOL 600 na dvoch modeloch. Použitou imperfekciou je spojitě rozložené silové zaťaženie po celej šírke panelu, ako v prípade modelu s dvojrozmernými elementmi.

Parametre siete modelov: (Tab. 5.2)

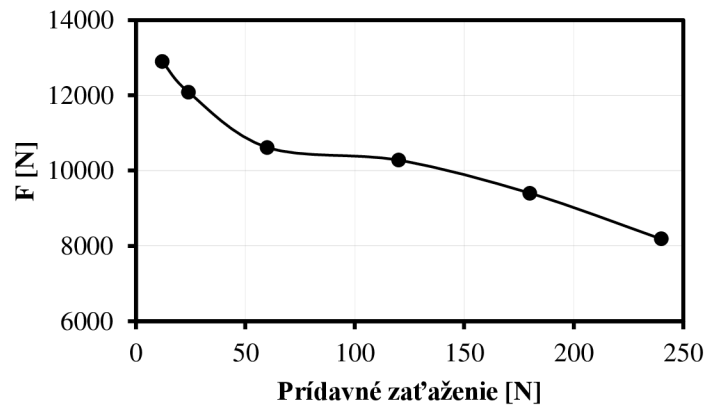
	Počet uzlov	Počet elementov
Model 1	1486	1716
Model 2	10066	4290

#### Priebeh zaťažovania modelu s použitím imperfekcie

Závislosť sily od pretvorenia a priebehu deformácie je vykreslený pre veľkosť imperfekcie 180 N.

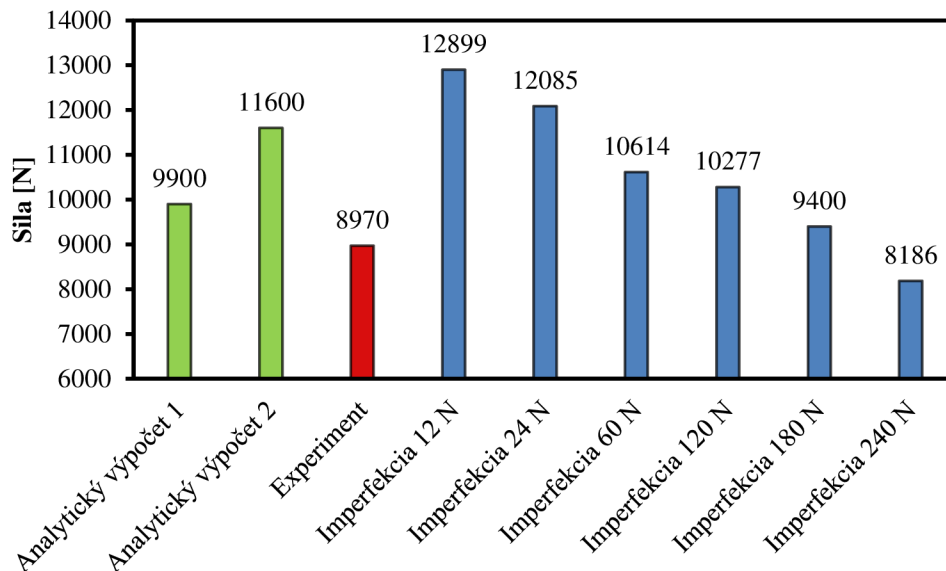


## Model 1



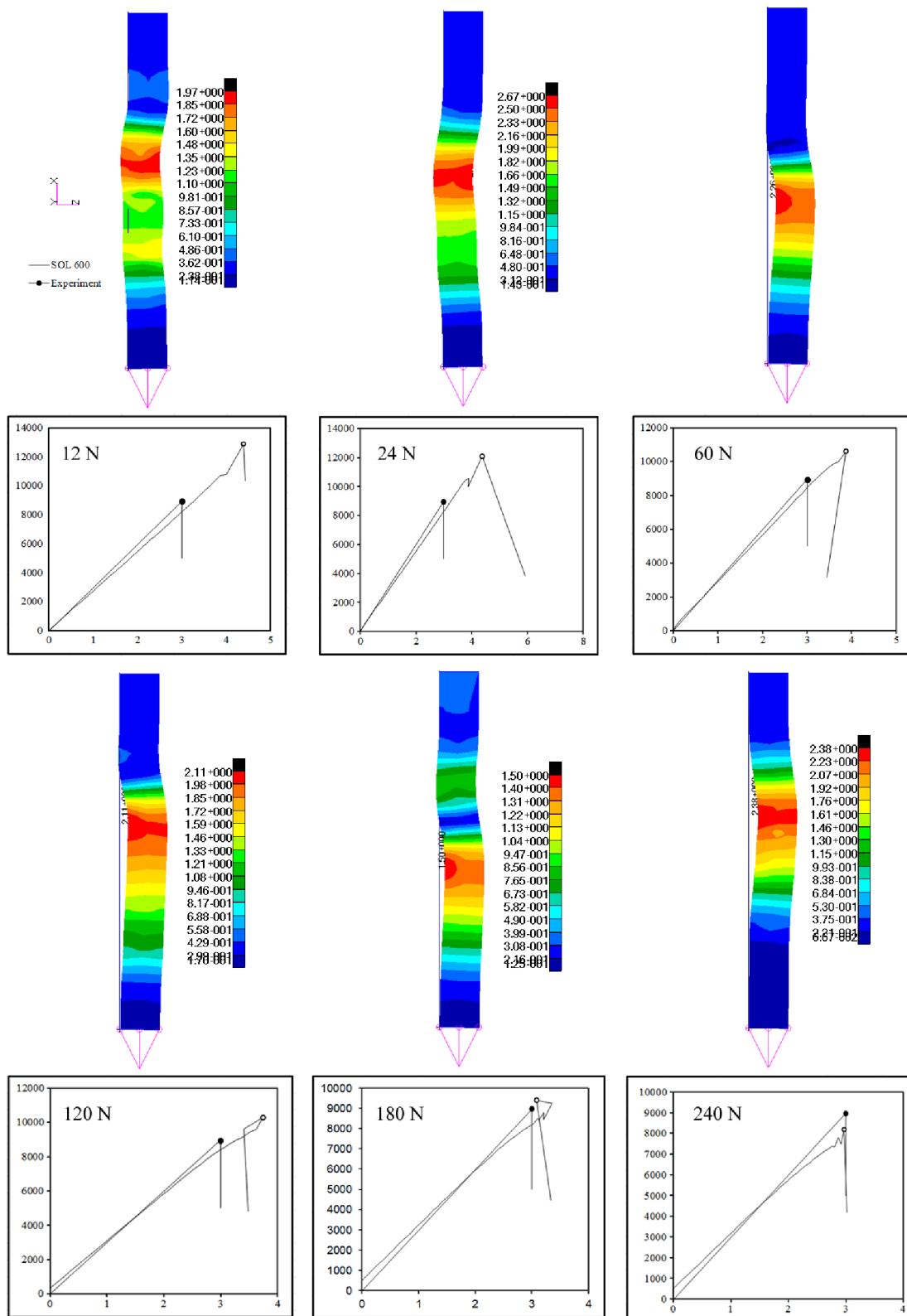
Graf 5.6 Vplyv veľkosti prídavného zaťaženia na reakčnú silu

Vyššie uvedená závislosť predstavuje významný vplyv imperfekčného zaťaženia na reakčnú silu. Doposiaľ lineárny priebeh zaťažovania narušuje aj minimálne nastavená hodnota prídavného zaťaženia, t.j. 12 N, čo sa prejaví náhlym poklesom sily a následnou stratou stability. Postupným zvyšovaním veľkosti prídavného zaťaženia sa znižuje veľkosť maximálnej sily, pričom imperfekcie v rozsahu 60 až 120 N ovplyvňujú veľkosť sily približne rovnako. Dosiahnuté veľkosti síl, analytický prístup a experimentálne dáta, sú porovnané v grafe 5.7.



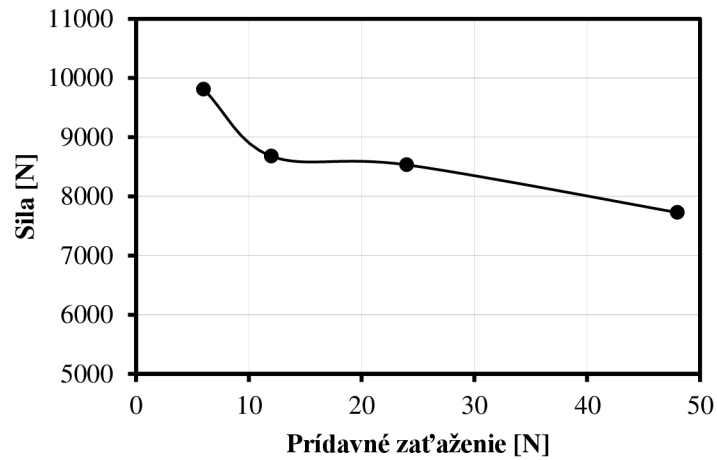
Graf 5.7 Porovnanie výpočtov s použitím imperfekcie, experimentu a analytického výpočtu

Priebehy zaťažovania jednotlivých modelov sú porovnané na obr. 5.7. Vykreslené deformácie odpovedajú prvému poklesu sily po dosiahnutí maximálnej hodnoty.



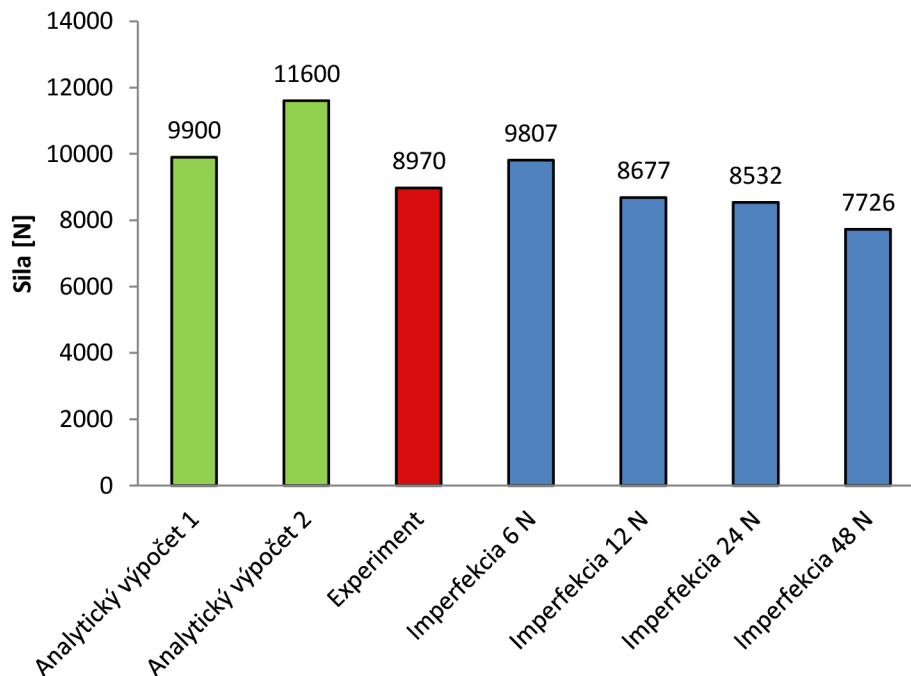
Obr. 5.7 Vykreslenie deformácie panelu pri prvom poklese sily v rovine YZ (bočný pohľad) a priebeh zaťažovacej dráhy v závislosti sily na pretvoreni

## Model 2



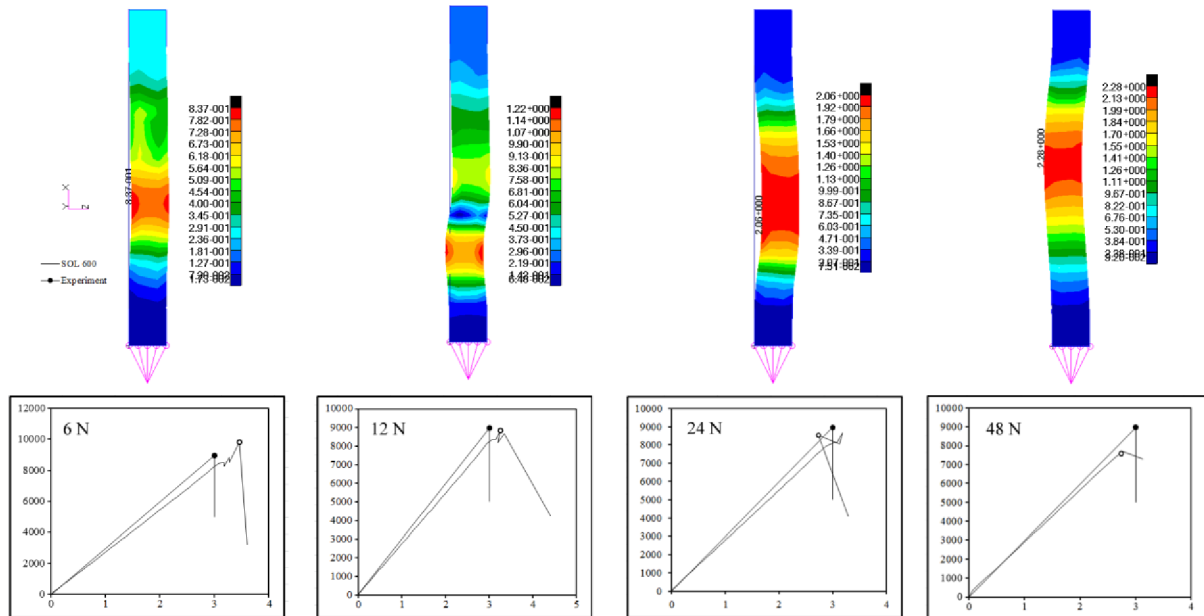
Graf 5.8 Vplyv veľkosti prídavného zaťaženia na reakčnú silu

Analýza modelu s vyšším počtom uzlových bodov a elementov potvrdila výraznejšiu senzitivitu vplyvu veľkosti prídavného zaťaženia na veľkosť reakčnej sily. S použitím zaťaženia o veľkostiach 6 až 60 N sa veľkosť sily mení len minimálne. Veľkosti síl pri týchto imperfekciách odpovedajú experimentálne nameraným hodnotám.



Graf 5.9 Porovnanie výpočtov s použitím imperfekcie, experimentu a analytického výpočtu

Porovnanie zaťažovacích dráh a vykreslenie deformácie pri prvom poklese sily sú zobrazené na obr. 5.8.



Obr. 5.8 Vykreslenie deformácie panelu v rovine YZ (bočný pohľad) a priebeh zaťažovacej dráhy v závislosti sily na pretvorení

## 5.5 Zmena materiálových a rozmerových parametrov

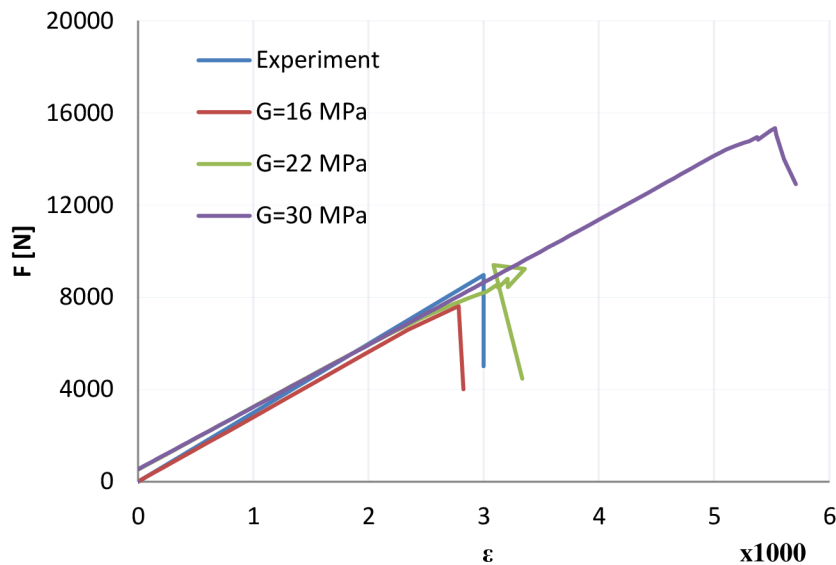
### Modul pružnosti v šmyku jadra

Ako jednou z hlavných príčin vzniku crimpingu v sendvičových paneloch uvádza literatúra [6,7] nízky modul pružnosti jadra. Tento parameter vstupuje do výpočtových vzťahov aj v analytickom prístupe, preto je potrebné porovnať tieto výsledky s numerickým modelovaním. Pre analýzu bol použitý východiskový model s veľkosťou posuvu 0,5 mm a veľkosť spojitého zaťaženia bola nastavená nominálne na hodnotu 180 N.

Materiálové charakteristiky vybraných pien: (Tab. 5.3)

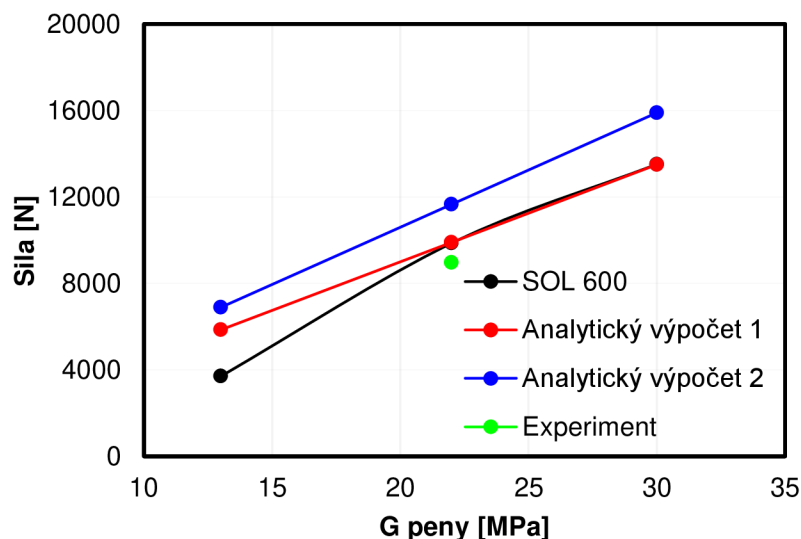
E [MPa]	G [MPa]	$\sigma_{\max}$ [MPa]
35	16	0,95
45	22	1,4
66	30	2

### Priebehy zaťažovania



Graf 5.10 Porovnanie priebehov zaťažovania

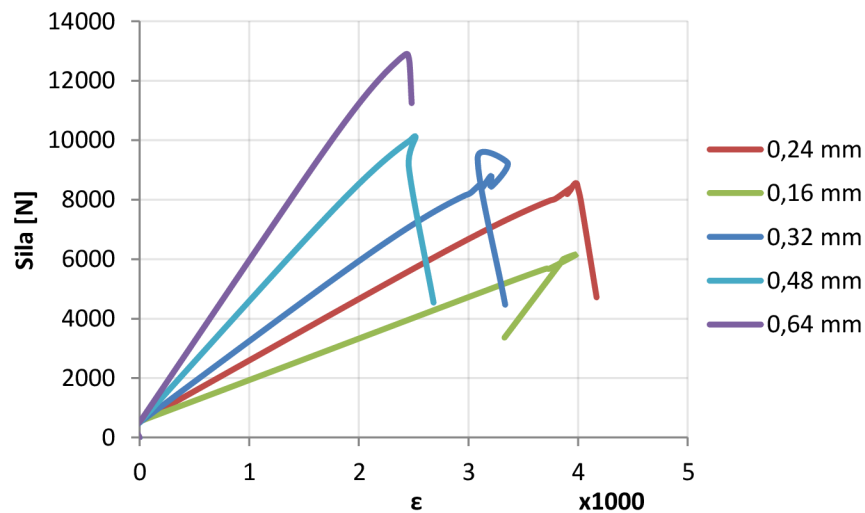
Priebeh zaťažovacích dráh pri jednotlivých modeloch sa s meniacim modulom pružnosti v šmyku jadra takmer vôbec nemení. Tento parameter má tak minimálny vplyv na celkovú tuhosť panelu. Postupné zvyšovanie modulu pružnosti zvyšuje hodnotu reakčnej sily, čo potvrdzujú oba analytické vzťahy a tiež numerický výpočet. Hodnota sily v prípade použitej vzorky sa takmer zhoduje s analytickým prístupom 2. Z týchto výpočtov je možné vyvodiť záver, že zvýšením modulu pružnosti v sendvičovom paneli môžeme predísť výskytu crimpingu.



Graf 5.11 Porovnanie výpočtov s použitím imperfekcie, experimentu a analytického výpočtu

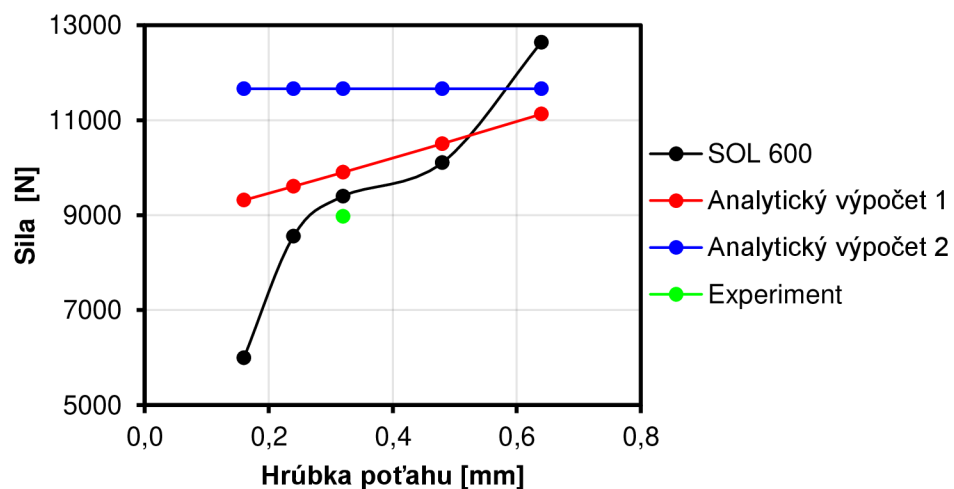
### Vplyv hrúbky poťahových vrstiev

Z analytických vzťahov, ktoré predpovedajú spôsob porušenia sendvičových panelov vyplýva značná závislosť na geometrických parametroch. Jedným zo značne ovplyvňujúcich kritérií je hrúbka poťahu. Nasledujúca analýza bola prevedená na východiskovom modeli s použitím imperfekcie o veľkosti 180 N. Priebehy zaťažovania sú zobrazené v grafe 5.12.



Graf 5.12 Porovnanie priebehov zaťažovania

Narastajúca hrúbka poťahov zvyšuje celkovú ohybovú tuhosť sendvičového panelu, pričom šmyková tuhosť jadra ostáva nezmenená. Z vykreslených priebehov plynie, že zvyšovaním týchto hodnôt rastie veľkosť kritického zaťaženia. Túto skutočnosť zohľadňuje aj analytický výpočet podľa vzťahu 3.1. Naopak, výpočet daný vzťahom 3.2 závisí len od geometrie a vlastnostiach jadra, takže hrúbka poťahu je nezávislým parametrom.



Graf 5.13 Porovnanie hrúbky poťahu na silu v analytickom a numerickom výpočte

Numerický výpočet tiež ukazuje výraznú závislosť na hrúbke potaahu, preto je nutné o tejto skutočnosti uvažovať pri výpočte crimpingu.

Experimentálna hodnota kritickej sily je v skutočnosti menšia, ako predpokladajú analytické vzťahy, a je najbližšia výpočtu MKP.



## 6 Záver

Cieľom tejto práce bolo posúdiť možnosti výpočtového modelovania straty globálnej stability konkrétnej vzorky sendvičového panelu. Koncept vychádzal z laboratórnej skúšky, ktorá ukázala charakter porušenia jednotlivých vzoriek, ktorým bol vo všetkých prípadoch crimping. Vykonaná analýza, s cieľom modelovať túto poruchu, potvrdila skutočnosť, že spoľahlivé výsledky sa dosiahnu s použitím trojrozmerných elementov a nelineárnych riešičov, s nutnosťou použitia imperfekčného zaťaženia. Použitím prostého zaťažovania bol priebeh reakčnej sily na pretvorenie lineárny, pričom maximálna hodnota sily bola úmerná veľkosti posuvu priechníka a smernica odpovedala teoretickej stanovenej hodnote. Citlivosť modelu na veľkosť imperfekčnej sily sa ukázala ako rastúca so zvyšovaním hustoty siete. Na základe výpočtov bolo možné stanoviť, že hodnota imperfekčnej sily pre dosiahnutie zaťaženia, ktoré odpovedalo laboratórnej skúške, nadobúdala hodnoty približne 180 (model 1) a 60 N (model 2). Tieto pomerne vysoké hodnoty sú spôsobené samotným druhom použitej imperfekcie, ktorý odpovedá tenkostenným telesám, a preto je citlivosť sendvičov o čosi nižšia.

Pre správne konštatovanie záverov bolo tiež nutné porovnať výsledky z MKP s analytickými prístupmi. Tie vo vykonaných analýzach predpokladali vyššie hodnoty síl pre dosiahnutie crimpingu, aké boli určené mechanickou skúškou. Analytický prístup však v sebe nezahŕňa geometrické či výrobné nepresnosti a nehomogenitu, ktorou disponuje každý materiál, čo môže byť jedným z dôvodov menších nepresností.

Výsledky v ďalších analýzach posudzovali vplyv materiálových vlastností, a to predovšetkým hodnoty modulu pružnosti v šmyku jadra, považovanú za najčastejšiu príčinu vzniku crimpingu. S narastajúcou veľkosťou tejto veličiny sa preukázalo takmer lineárne zvyšovanie sily potrebnej pre crimping, čo potvrdzovali analytické výpočty. Naopak, ako chybný predpoklad sa pri výpočtoch súvisiacich so zmenou hrúbky poťahových vrstiev ukázal analytický výpočet 2, ktorý vplyv hrúbky poťahov na crimping nezahrňuje. Zmenou tejto hodnoty sa v skutočnosti mení ohybová tuhosť panelu, a tak aj smernica zaťažovacej dráhy, čo je naznačené v grafe 5.12.

Pri skúmaní vzniku možnosti porúch v sendvičových štruktúrach existuje celý rad teórií, nie však jasná ucelená mienka, z ktorej by bolo možné vychádzať. Pri analýze sme tak boli nútení držať sa experimentálnych výsledkov a tie patrične vyhodnocovať s výpočtovým modelovaním.

## Zoznam použitých zdrojov

- [1] VRBKA, Jan. *Mechanika kompozitů* [online]. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, 2008 [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [https://www.vutbr.cz/www\\_base/priloha.php?dpid=83340](https://www.vutbr.cz/www_base/priloha.php?dpid=83340)
- [2] GUPTA, Nikhil. *Characterization of syntactic foams and their sandwich composites: modeling and experimental approaches*. [online]. Faculty of the Louisiana State University, 2003 [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [http://etd.lsu.edu/docs/available/etd-0627103-093457/unrestricted/Gupta\\_dis.pdf](http://etd.lsu.edu/docs/available/etd-0627103-093457/unrestricted/Gupta_dis.pdf)
- [3] VRBKA, Jan. *Pružnost a pevnost I*. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně. Brno, 2011.
- [4] HRUBEŠOVÁ, Eva. *Modelování v geotechnice – Konstitutivní modelování* [online]. Katedra geotechniky a podzemního stavitelství [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: <http://www.geotechnici.cz/wp-content/uploads/2012/08/03-konstitutivni-modelovani.pdf>
- [5] ZUZANA, Murčinková. *Pružnost a pevnost I*. Fakulta výrobných technologií so sídlem v Prešove, Technická univerzita v Košiciach: Prešov, 2013. ISBN 978-80-553-1567-6.
- [6] *ASM Handbook: Composites*. Volume 21. The Material Information Company, 2001.
- [7] *Honeycomb sandwich design technology* [online]. HEXCEL COMPOSITES, 2000 [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [http://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Brochure-Data-Sheets/Honeycomb\\_Sandwich\\_Design\\_Technology.pdf](http://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Brochure-Data-Sheets/Honeycomb_Sandwich_Design_Technology.pdf)
- [8] CAMPBELL, F.C. *Structural composite materials* [online]. ASM International, 2010 [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [http://www.asminternational.org/documents/10192/1849770/05287G\\_Sample\\_Chapter.pdf](http://www.asminternational.org/documents/10192/1849770/05287G_Sample_Chapter.pdf)
- [9] VNOUČEK, Milan. *Kompozitní materiály* [online]. [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [http://www.ateam.zcu.cz/download/kompozity09\\_10.pdf](http://www.ateam.zcu.cz/download/kompozity09_10.pdf)
- [10] BAUMRUK, Martin. *Kompozitové materiály v leteckém průmyslu v ČR* [online]. Ústav Automobilů, kolejivých vozidel a letadlové techniky, 2006 [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [http://www.kompozity.info/clanky/compdb/kompozitove\\_mat\\_v\\_let\\_prumyslu\\_CR.pdf](http://www.kompozity.info/clanky/compdb/kompozitove_mat_v_let_prumyslu_CR.pdf)
- [12] KŘEČEK, Vojtěch. *Výzkum crush-core technologie* [online]. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně Fakulta technologická, 2013 [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [http://digilib.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/24220/k%C5%99e%C4%8Dek\\_2013\\_dp.pdf?sequence=1](http://digilib.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/24220/k%C5%99e%C4%8Dek_2013_dp.pdf?sequence=1) . Diplomová práce.
- [13] JI, Wooseok. *Static and Dynamic Response of a Sandwich Structure Under Axial Compression*. 2008. Dizertačná práca. The University of Michigan.

- [14] MARTIN, Vrbka a Michal VAVERKA. Ústav konstruování - FSI VUT Brno. *Metoda konečných prvků* [online]. [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [http://old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/MKP/prednaska1\\_mkp.pdf](http://old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/MKP/prednaska1_mkp.pdf)
- [15] Patran. *Mscsoftware* [online]. [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: <http://www.mscsoftware.com/product/patran>
- [16] MACHACEK, Josef. Imperfections. *FSv ČVUT v Praze* [online]. [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: [http://fire.fsv.cvut.cz/equesta/lessons\\_praha/5\\_Imperfections.pdf](http://fire.fsv.cvut.cz/equesta/lessons_praha/5_Imperfections.pdf)
- [17] MATIMOTO KOIDE, Rubem, Gustavo VON ZESKA DE FRANÇA a Marco AN-TÔNIO LUERSEN. *An ant colony algorithm applied to lay-up optimization of laminated composite plates* [online]. Rio de Janeiro, 2013 [cit. 2016-05-18]. ISSN 1679-7825. Dostupné z: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1679-78252013000300003](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1679-78252013000300003)
- [18] CHUN-YUNG NIU, Michael. *Composite Airframe Structures*. Hong Kong, 1992. ISBN 962-7128-06-6.
- [19] REDDY, Junuthula Narasimha. *Mechanics of laminated composite plates and shells*. Second edition. United States of America, 2004. ISBN 0-8493-1592-1
- [20] LÖFFELMANN, František. *Zkouška mechanických vlastností sendviče*. Brno, 2015. Protokol o zkoušce. Vysoké učení technické v Brně, Letecký ústav.
- [21] LEY, Robert, Lin WEICHUAN a Uy MBANEFO. *Facesheet Wrinkling in Sandwich Structures* [online]. California, 1999 [cit. 2016-05-18]. Dostupné z: <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19990017863.pdf>
- [22] KOPECKI, Tomasz. *Numerical Simulations of Post-Critical Behaviour of Thin-Walled Load-Bearing Structures Applied in Aviation* [online]. [cit. 2016-05-18]. DOI: 10.5772/57218. Dostupné z: <http://cdn.intechopen.com/pdfs-wm/45818.pdf>
- [23] Obrázok [online]. [cit. 2016-8-4]. Dostupné z: [http://www.pall.com/images/Laboratory/982\\_P\\_GlassFiber\\_F-367x278.jpg](http://www.pall.com/images/Laboratory/982_P_GlassFiber_F-367x278.jpg)
- [24] Obrázok [online]. [cit. 2016-8-4]. Dostupné z: <http://www.techspot.com/news/61834-scientists-develop-easier-cheaper-method-creating-carbon-fibers.html>
- [25] Obrázok [online]. [cit. 2016-8-4]. Dostupné z: [https://thefashionanditworld.files.wordpress.com/2012/02/img\\_0797.jpg](https://thefashionanditworld.files.wordpress.com/2012/02/img_0797.jpg)
- [26] Obrázok [online]. [cit. 2016-8-4]. Dostupné z: <http://www.google.com/patents/US7988809>

## Zoznam použitých symbolov a skratiek

Názov veličiny	Značka	Jednotka
Matica ťahovej tuhosti	$A_{ij}$	-
Šírka panelu	$b$	mm
Matica väzbovej tuhosti	$B_{ij}$	-
Matica tuhosti	$C_{ij}$	-
Vzdialenosť osí poľahových vrstiev	$d$	mm
Matica ohybovej tuhosti	$D_{ij}$	-
Youngov modul pružnosti v ťahu	$E$	MPa
Youngov modul pružnosti v ťahu (os x)	$E_x$	MPa
Youngov modul pružnosti v ťahu (os y)	$E_y$	MPa
Youngov modul pružnosti v ťahu (os z)	$E_z$	MPa
Sila pri crimpingu	$F_{cr1}$	N
Sila pri crimpingu	$F_{cr2}$	N
Modul pružnosti v šmyku	$G$	MPa
Modul pružnosti v šmyku (smer 12)	$G_{12}$	MPa
Modul pružnosti v šmyku (smer 13)	$G_{13}$	MPa
Modul pružnosti v šmyku (smer 23)	$G_{23}$	MPa
Modul pružnosti v šmyku (rovina xy)	$G_{xy}$	MPa
Modul pružnosti v šmyku (rovina xz)	$G_{xz}$	MPa
Modul pružnosti v šmyku (rovina yz)	$G_{yz}$	MPa
Interlaminárna šmyková pevnosť	ILLS	MPa
Počet lamín	$K$	-
Dĺžka strednej časti sendviča po zaťažení	$l$	mm
Pôvodná dĺžka strednej časti sendviča	$l_0$	mm
Vektor momentov	$M$	-
Líniový ohybový moment (os x)	$M_x$	Nm/m
Krútiaci moment (rovina xy)	$M_{xy}$	Nm/m
Líniový ohybový moment (os y)	$M_y$	Nm/m
Vektor síl	$N$	-
Líniová ťahová sila (os x)	$N_x$	N/m
Šmyková sila (rovina xy)	$N_{xy}$	N/m
Líniová ťahová sila (os y)	$N_y$	N/m
Transformačná matica	$Q_{ij}$	-

Názov veličiny	Značka	Jednotka
Hrúbka jadra	$t_c$	mm
Hrúbka poľahov	$t_f$	mm
Posuv	$u$	mm
Pevnosť v tlaku (smer 1)	$X_c$	MPa
Pevnosť v ťahu (smer 1)	$X_t$	MPa
Pevnosť v tlaku (smer 2)	$Y_c$	MPa
Pevnosť v ťahu (smer 2)	$Y_t$	MPa
Uhlové pretvorenie	$\gamma$	-
Pretvorenie	$\varepsilon$	-
Vektor pretvorenia strednej roviny	$\varepsilon^0$	-
Pretvorenie (os x)	$\varepsilon_x$	-
Pretvorenie (os y)	$\varepsilon_y$	-
Pretvorenie (os z)	$\varepsilon_z$	-
Poissonovo číslo	$\mu$	-
Poissonovo číslo (rovina xy)	$\mu_{xy}$	-
Poissonovo číslo (rovina xz)	$\mu_{xz}$	-
Poissonovo číslo (rovina yz)	$\mu_{yz}$	-
Normálové napätie	$\sigma$	MPa
Normálové napätie (smer 1)	$\sigma_{11}$	MPa
Normálové napätie (smer 2)	$\sigma_{22}$	MPa
Medza klzu v ťahu	$\sigma_k$	MPa
Normálové napätie (os x)	$\sigma_x$	MPa
Normálové napätie (os y)	$\sigma_y$	MPa
Normálové napätie (os z)	$\sigma_z$	MPa
Šmykové napätie	$\tau$	MPa
Šmykové napätie (rovina 12)	$\tau_{12}$	MPa
Medza klzu v šmyku	$\tau_k$	MPa
Šmykové napätie (rovina xy)	$\tau_{xy}$	MPa
Šmykové napätie (rovina xz)	$\tau_{xz}$	MPa
Šmykové napätie (rovina yz)	$\tau_{yz}$	MPa