



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## MODEL KMITÁNÍ SOUSTAVY S KINEMATICKÝM BUZENÍM

MODEL OF THE OSCILLATING SYSTEM WITH KINEMATIC EXCITATION

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Vojtěch Vrzal

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Martin Formánek

BRNO 2024

# Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Vojtěch Vrzal</b>
Studijní program:	Mechatronika
Studijní obor:	bez specializace
Vedoucí práce:	<b>Ing. Martin Formánek</b>
Akademický rok:	2023/24

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## Model kmitání soustavy s kinematickým buzením

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce se zabývá realizací laboratorního modelu skládající se z aktuátoru a dvou (nebo více) pojezdů na lineárním vedení, které budou sériově propojeny pružnými elementy. Tento výukový model bude sloužit pro simulaci typického mechatronického systému, který se v teoretické rovině rozebírá hned v několika předmětech zaměřených na modelování a simulaci dynamických systémů.

### Cíle bakalářské práce:

1. Proved'te základní rešerši: nalezněte a popište existující konstrukce výukového modelu obdobného typu a popište jeho vlastnosti (parametry, sensorika, pohon, cena)
2. Vytvořte simulační model dynamiky systému včetně stavového zápisu a ověřte požadované parametry potřebné pro fyzickou realizaci modelu.
3. Na základě bodů 1, a 2, navrhňte mechanickou konstrukci, pohon, řídicí elektroniku a potřebnou sensoriku.
4. Po schválení návrhu vedoucím BP zajistěte výrobu fyzického modelu.
5. Proved'te identifikaci parametrů soustavy
6. Zvolte vhodné budící signály a srovnajte odezvu fyzického modelu se simulačním modelem soustavy.

### Seznam doporučené literatury:

VALÁŠEK, M.: Mechatronika, Vydavatelství ČVUT 1995.

NOSKIEVIČ, Petr. Modelování a identifikace systémů. Ostrava: Montanex, 1999. ISBN 80-722-50-0-2.

Kratochvíl: Mechanika těles – dynamika, skriptum FSU VUT v Brně

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2023/24

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem a realizací modelu kmitání soustavy s kinematickým buzením. Cílem práce bylo vytvořit prototyp, který by co nejdříve simuloval chování dynamického systému a umožnil by analýzu jeho chování a následně mohl být využíván jako výukový model. V rešeršní části jsou odvozeny rovnice systému a stavový model. Následně je navržena a vyrobena konstrukce včetně pohonu a senzorky. Nakonec se odhadují parametry systému pro matematický model a ten je poté porovnán s naměřenými daty.

### **Klíčová slova**

dynamický model, kinematické buzení, stavový model, odhad parametrů

## **ABSTRACT**

This bachelor thesis deals with the design and implementation of an oscillation model of a system with kinematic excitation. The aim of the thesis was to create a prototype that would simulate the behaviour of the dynamic system as closely as possible and would allow its behaviour to be analysed and subsequently used as a teaching model. In the research part, the system equations and the state-space model are derived. Subsequently, the structure including actuator and sensors is designed and fabricated. Finally, the system parameters for the mathematical model are estimated and then compared with the measured data.

### **Key words**

dynamic model, kinematic excitation, state-space model, parameter estimation

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

VRZAL, Vojtěch. *Model kmitání soustavy s kinematickým buzením*. Brno, 2024. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/157389>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Martin Formánek.

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Model kmitání soustavy s kinematickým buzením vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

---

Datum

---

Vojtěch Vrzal

## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji tímto Ing. Martinu Formánkovi za cenné připomínky a rady, které mi poskytl jako vedoucí při vypracování závěrečné práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině za podporu během studia a vypracování bakalářské práce, a to zejména svému bratru Janovi za pomoc s úpravou obrázků.

## Obsah

1.	Úvod .....	9
2.	Rešerše .....	10
2.1.	Matematický model .....	10
2.1.1.	Odvození rovnic .....	10
2.1.2.	Stavový model .....	11
2.1.3.	Složitější systémy tření .....	13
2.2.	Fyzický model konstrukce .....	13
2.2.1.	Porovnání s existující modelem .....	13
2.2.2.	Možnosti výroby .....	14
2.2.3.	3D tisk .....	14
3.	Návrh konstrukce .....	15
3.1.	Výběr pohonu .....	15
3.2.	Výběr senzorů .....	16
3.3.	Komunikace s PC pomocí karty MF 624 .....	18
3.4.	Konstrukce .....	18
3.5.	Návrh desky plošných spojů .....	21
4.	Identifikace systému .....	23
4.1.	Odhad parametrů .....	23
4.2.	Porovnání simulace a měření .....	24
4.3.	Simulace se suchým třením .....	28
4.4.	Měření na dvou tělesech .....	30
5.	Závěr .....	32
	Citovaná literatura .....	33



## **1. Úvod**

Hmotnost-pružina-tlumič je jedním z nejzákladnějších dynamických systémů. Jeho pochopení je klíčové k porozumění nejen jednoduchých, ale i složitých mechanických systémů a uplatnění tohoto modelu se nachází v různých oborech od strojírenství až po biomechaniku. Během studia na technické vysoké škole se tak studenti s tímto modelem setkávají v několika předmětech od fyziky, přes dynamiku až po automatizaci a řízení. Jedním z předmětů, kde se s tímto modelem můžou opět setkat je Simulace a řízení v reálném čase. V tomto předmětu se vyučuje jednak praktické stavové řízení a jednak identifikace systému a odhad parametrů. Cílem této práce je navrhnout a vyrobit prototyp, který co možná nejvíce odpovídá zmíněnému systému.

Přestože se jedná o velice jednoduchý model existuje velká škála různých systémů, které mu se svým chováním velmi podobají. Asi nejzákladnějším příkladem je zavěšení automobilů, dalším případem jsou seismické tlumiče budov, chránící před zemětřesením. Tímto modelem je však možné popsat spousty dalších systémů, které nemají na první pohled s pružinami a tlumiči nic společného, například se využívá v metodě konečných prvků pro analýzu úloh mechaniky těles. Je také možné využít tohoto modelu k popsání chování některých biomechanických funkcí těla jako je například funkce svalů nebo kloubů.

Při výrobě konstrukce je velmi důležité, aby výsledná stavba, co nejvíce odpovídala odvozeným fyzikálním rovnicím a mohla se tak měřená data porovnávat se simulacemi. Kromě toho musí být celý systém lineární časově invariantní, aby jeho diferenciální rovnice mohly být přepsány do stavového modelu a mohly se využívat studenty získané znalosti stavové regulace.

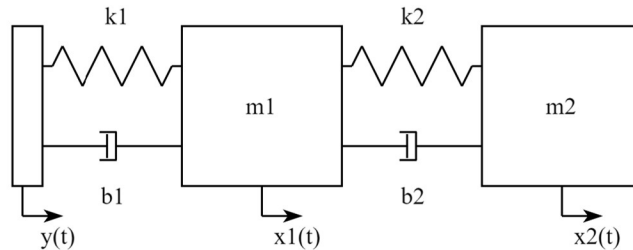
Cílem práce je tedy rozbor dynamického systému s kinematickým buzením, následná analýza a výběr komponentů pro výrobu, návrh konstrukce a její zhotovení. Nakonec je důležité pomocí experimentů ověřit použitelnost modelu ve výuce a porovnání různých simulovaných systémů s reálně naměřenými daty.

## 2. Rešerše

### 2.1. Matematický model

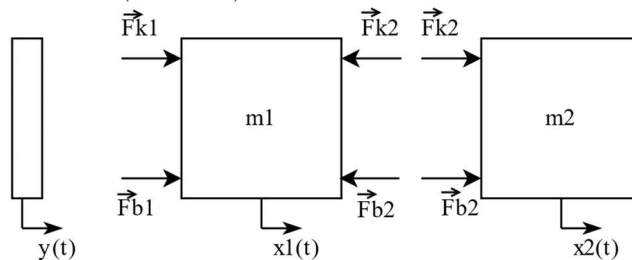
#### 2.1.1. Odvození rovnic

Model hmotnost-pružina-tlumič je tím úplně nezákladnějším modelem dynamiky. V této bakalářské práci se uvažuje model s kinematickým buzením a dvěma tělesy spojenými pružinou viz Obr. 2.1.



Obr. 2.1: Základní model hmotnost-pružina-tlumič

Existuje hned několik metod pro odvození rovnic popisujících chování tohoto systému například metoda úplného uvolnění [1], nebo pomocí Lagrangeovy rovnice druhého druhu [2]. Vzhledem k tomu, že model obsahuje dva stupně volnosti, vyústí odvození v získání dvou základních rovnic. Jelikož se jedná o jednoduchý systém k účelu získání rovnic byla využita metoda úplného uvolnění (Obr. 2.2).



Obr. 2.2: Úplné uvolnění základního modelu

V takovém případě je potřeba odvodit velikosti jednotlivých sil.

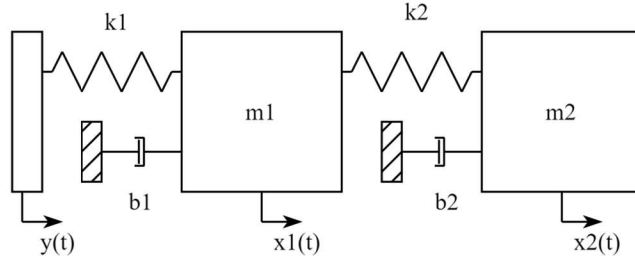
$$\begin{aligned}
 F_{k1} &= -k_1(x_1(t) - y(t)) \\
 F_{b1} &= -b_1(\dot{x}_1(t) - \dot{y}(t)) \\
 F_{k2} &= -k_2(x_2(t) - x_1(t)) \\
 F_{b2} &= -b_2(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t))
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Pomocí 2. Newtonova zákona jsou poté odvozeny rovnice pro první a druhou hmotnost.

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1(x_1 - y) - b_1(\dot{x}_1 - \dot{y}) + k_2(x_2 - x_1) + b_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \tag{2.2}$$

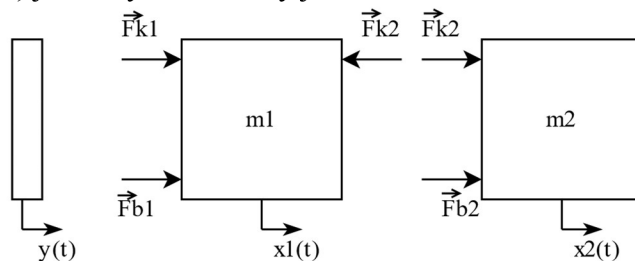
$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1) - b_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \tag{2.3}$$

Ovšem pokud by se uvažoval tento model neodpovídal by úplně realitě. Tlumení totiž vzniká v ložiscích. Tření ložisek se obecně uvažuje lineárně závislé na rychlosti, tedy viskózní. Pohyb ložisek je však nutno vztáhnout vůči nepohyblivému základu, po kterém se tělesa pohybují. Poté se model lehce změní, jak je vidět na Obr. 2.3.



Obr. 2.3: Model lépe odpovídající zkoumanému systému

Postupem podobným předchozímu případu jsou odvozeny rovnice pro upravený model, kde při uvolnění (Obr. 2.4) jsou síly definovány jako:



Obr. 2.4: Uvolnění druhého modelu

$$\begin{aligned}
 F_{k1} &= -k_1(x_1(t) - y(t)) \\
 F_{b1} &= -b_1\dot{x}_1(t) \\
 F_{k2} &= -k_2(x_2(t) - x_1(t)) \\
 F_{b2} &= -b_2\dot{x}_2(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

$$m_1\ddot{x}_1 = -k_1(x_1 - y) - b_1\dot{x}_1 + k_2(x_2 - x_1)
 \tag{2.5}$$

$$m_2\ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1) - b_2\dot{x}_2
 \tag{2.6}$$

### 2.1.2. Stavový model

Kromě toho, že druhý model více odpovídá realitě je také patrně vidět, že je jednodušší. Hlavním zjednodušením je absence první derivace vstupu, protože se pak stavový systém musí odvozovat složitěji za pomoci substituce eliminující tento problém [3]. Pro druhou možnost se jedná pouze o jednoduché převedení dvou diferenciálních rovnic druhého řádu na čtyři rovnice

prvního řádu. K tomu se samozřejmě také používá substituce, ale výrazně jednodušší, než v předchozím případě [4]:

$$\begin{aligned} a_1 &= x_1 \\ a_2 &= \dot{x}_1 \\ a_3 &= x_2 \\ a_4 &= \dot{x}_2 \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\dot{a}_1 = a_2 \tag{2.8}$$

$$\dot{a}_2 = -\frac{(k_1 + k_2)}{m_1} a_1 - \frac{b_1}{m_1} a_2 + \frac{k_2}{m_1} a_3 + \frac{k_1}{m_1} y \tag{2.9}$$

$$\dot{a}_3 = a_4 \tag{2.10}$$

$$\dot{a}_4 = \frac{k_2}{m_2} a_1 - \frac{k_2}{m_2} a_3 - \frac{b_2}{m_2} a_4 \tag{2.11}$$

Obecná maticová rovnice stavového systému je definována jako:

$$\dot{\mathbf{a}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{B} \cdot y \tag{2.12}$$

Kde pro systém této bakalářské práce:

$$\dot{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_2 \\ \dot{a}_3 \\ \dot{a}_4 \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(k_1 + k_2)/m_1 & -b_1/m_1 & k_2/m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_2/m_2 & 0 & -k_2/m_2 & -b_2/m_2 \end{pmatrix} \tag{2.15}$$

$$B = \begin{matrix} 0 \\ k_1/m_1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \quad (2.16)$$

### 2.1.3. Složitější systémy tření

Je důležité zmínit, že tření není pouze závislé na první mocnině rychlosti, pro přesnější model by se mělo uvažovat minimálně ještě suché tření, které je závislé pouze na znaménku rychlosti. Další možností je ještě přidat k suchému tření ještě tření v klidu. Problémem tohoto modelu je jeho nelinearita a tím pádem, není možné vytvořit stavový model takového systému. Při simulování modelu se suchým třením vniká problém s funkcí signum. Jelikož se jedná o skokovou funkci je při používání „zero crossing detection“ vyžadováno extrémní zjemnění kroku a simulace se tím stává nevypočitatelnou. Proto se nahrazuje funkce signum saturací a tím se obchází zmíněný problém.

Ani v případě uvažování suchého tření není model zcela přesný. Tření je totiž vysoce nelineární chování a nezávisí pouze na rychlosti, ale například i na teplotě, poloze nebo předchozím směru pohybu. Existují tak ještě přesnější a lepší možnosti matematického zápisu [5], v této práci se s nimi však npracuje a k porovnání postačuje zmíněné suché tření.

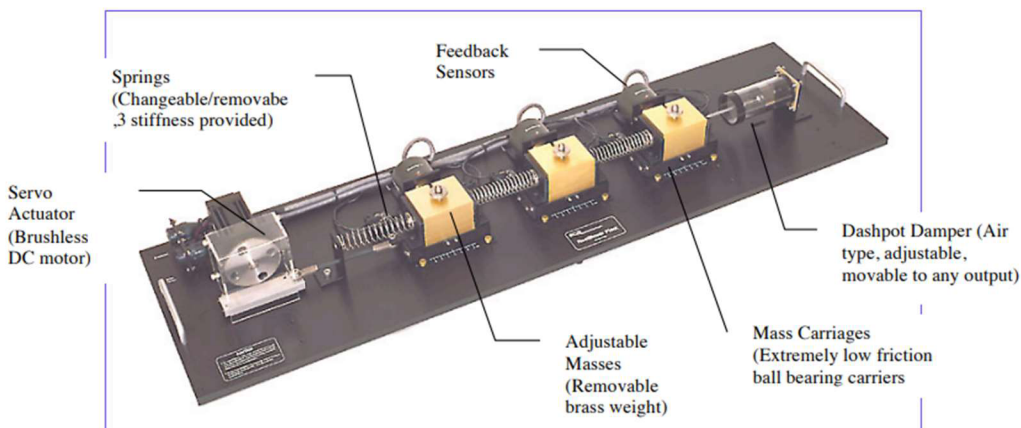
## 2.2. Fyzický model konstrukce

### 2.2.1. Porovnání s existujícím modelem

Tím, že je mass-spring-damper nejjednodušším a nejrozšířenějším modelem dynamiky, je spousta podob jeho fyzického zkonstruování. Pro úlohu, kterou se zabývá tato bakalářská práce však není vhodný model svislý, který je zatížen gravitací. A to z důvodu, co nejjednodušší regulace a také by tření mělo záviset na první mocnině rychlosti, aby se mohl vytvořit stavový model systému.

Jednou z konstrukcí, která by vyhovovala požadavkům je na Obr. 2.5 [6]. Tato konstrukce je jednoduchou regulovatelnou implementací systému. Pomocí servomotoru je pohybováno se základnou, na které je umístěna pružina prvního tělesa. To je spojeno další pružinou se druhým tělesem a stejně tak druhé se třetím. K poslednímu je poté ještě připojen tlumič. Pozice jednotlivých těles jsou měřeny pomocí enkodérů.

Výhodou tohoto modelu je možnost měnění odporu a hmotnosti. Celkově je však určený k demonstraci kmitání spíše než ke stavové regulaci. Další nevýhodou je vysoká tuhost pružin a tím jsou kmity na vysoké frekvenci, a protože je cílem bakalářské práce vytvoření co nejjednoduššího modelu k regulaci, používaného ve výuce, byla zvolena jiná možnost stavby s měkčími pružinami a bez možnosti změny parametrů.



Obr. 2.5: Konstrukce vybraná k porovnání [6]

### **2.2.2. Možnosti výroby**

Pro samotnou výrobu fyzického modelu je několik možností. Do úvahy však spadali pouze frézování, smontování z polotovarů a 3D tisk, protože jsou cenově výhodné a technologie dostupné v mechatronické laboratoři (MechLab). Výhodou 3D tisku a frézování je jednoduchá implementace návrhů do reálného světa, to znamená, že při návrhu není konstruktér omezen na sériově vyráběné díly, ale stačí se pouze držet omezením technologie výroby, která hlavně pro 3D tisk je velmi nenáročná. 3D tisk je levnější, a hlavně časově méně náročný než frézování, není totiž potřeba, aby někdo hlídal výrobu. Pokud se něco při výrobě pokazí je velice malá pravděpodobnost, že by to poškodilo tiskárnu. Jeho nevýhodou je však menší tuhost. Co se týká výroby z polotovarů cenově je výhodná a robustní, ovšem návrhář je omezen pouze na díly sériově vyráběné a po objednání dílů je velice těžká modifikovatelnost během dalšího vývoje.

### **2.2.3. 3D tisk**

V prostorách MechLabu je možné využívat 3D tisk s několika možnostmi filamentů, každý s vlastními specifickými vlastnostmi a použitelností. Jedním z nejběžnějších materiálů je polylaktidová kyselina (PLA), která je oblíbená pro svou biodegradabilitu, snadnou tisknutelnost a minimální zkreslení při tisku. PLA je ideální pro modely, dekorativní předměty a výukové nástroje, ale pro funkční díly je méně vhodná kvůli nižší teplotní odolnosti a mechanické pevnosti.

Na druhé straně, acrylonitril butadien styren (ABS) je preferován pro aplikace vyžadující vyšší odolnost a teplotní stabilitu. ABS je běžně používán v automobilovém průmyslu a pro výrobu robustních a odolných předmětů, i když tisk z tohoto materiálu vyžaduje vyšší teploty a může produkovat toxické výpary, což si žádá adekvátní ventilaci.

PETG (polyethylentereftalát glykol-modifikovaný) je oblíbený materiál pro 3D tisk díky své všestrannosti a výborným vlastnostem. PETG kombinuje snadnou tisknutelnost PLA s vyšší odolností a mechanickou pevností. Je také odolný proti některým chemikáliím a má dobré tepelné vlastnosti, což z něj činí ideální volbu pro výrobu funkčních dílů a komponent, které musí odolávat zatížení a vyšším teplotám [7].

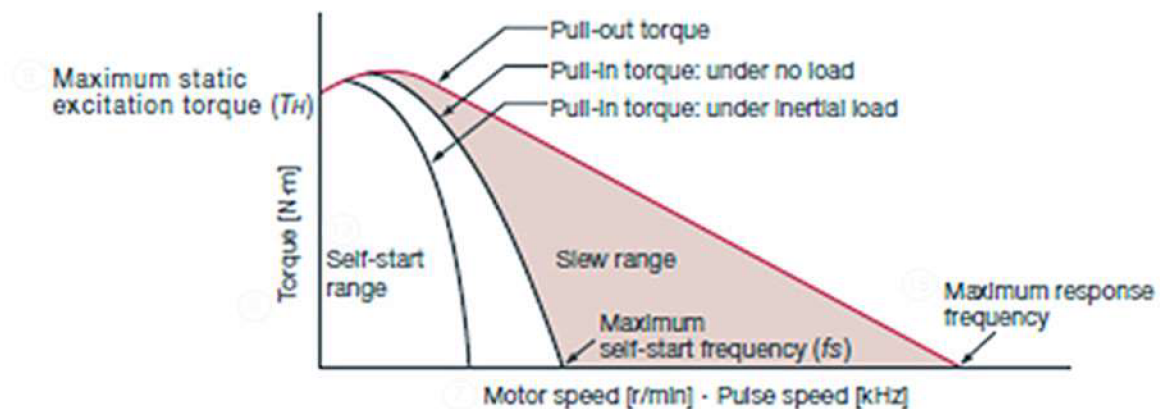
### 3. Návrh konstrukce

#### 3.1. Výběr pohonu

Pro tento dynamický model do úvahy připadá stejnosměrný motor, krokový motor a servomotor. DC motor je levný, ale při používání se musí regulovat, to znamená že se zesložituje celková regulace modelu. Protože kromě ovládání samotného systému se musí ještě regulovat rychlost a poloha motoru. A jelikož se jedná o výukový model je žádoucí, co možná nejjednodušší systém, aby byli studenti schopni v omezeném čase splnit úlohu zadanou vyučujícím.

Při použití servomotoru problém s regulací samozřejmě odpadá, ale na stranu druhou closed-loop servomotory se dokážou otáčet pouze o  $180^\circ$ . Z toho by plynul velký převod, aby se mohla tělesa pohybovat po dostatečně dlouhé vzdálenosti a tím pádem by vznikala velký moment na motoru, který by tak musel být velmi silný.

Poslední vhodnou možností je krokový motor. Jeho výhodou je, že pokud se nepřetíží jeho regulace je velice jednoduchá a nevyžaduje zpětnou vazbu, stačí pouze měnit frekvenci signálu do driveru a počítat kroky. Ovšem z jeho momentové charakteristiky Obr. 3.1 vychází, že při vyšších otáčkách moment rychle padá a to hlavně „Pull-in torque: under inertial load“, který reprezentuje maximální moment, při kterém je motor schopný se rozjet bez ohledu na moment setrvačnosti.



Obr. 3.1: Momentová charakteristika krokového motoru [8]

Nakonec bylo rozhodnuto ve prospěch krokového motoru. Problém s malým zátěžným momentem při vyšších otáčkách se obešel využitím dvou stejných motorů.

Pro návrh motoru je nutné vypočítat moment na motoru. Proto je potřeba zjistit sílu, kterou bude muset motor pohánět základnu [9]. Vnitřní moment setrvačnosti motoru, který je u krokových pohonů zprvce dost malý a zadruhé je cílem se pohybovat v části motorové charakteristiky, kde nezáleží na momentu setrvačnosti. Dalším původcem síly jsou momenty setrvačnosti základny a řemenu, obě součásti jsou však velmi lehké, a proto ze stejného důvodu jako v předchozím případě se zanedbávají. Zbývá tedy pouze síla generovaná pružinou a třením v lineárním ložisku, na kterém je základna umístěna. Maximální síla, již dokáže pružina generovat je dle výrobce 5,5 N. Tření bude v tomto případě oproti síle v pružině dostatečně malé, aby bylo možné jeho složku v celkovém součtu zanedbat.

Pro přepočítání síly na moment je potřeba znát rameno, na kterém tato síla působí. Pro získání této hodnoty je potřeba nejprve navrhnout převod, se kterým budou motory operovat. Uvažovaná maximální rychlost motoru byla kolem 3000 kroků za sekundu, přičemž motor operuje s 200 kroky na otáčku. To znamená že po dosazení do vzorce pro výpočet úhlové rychlosti:

$$\omega = \frac{3000}{200} \cdot 2\pi = 94,25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad (3.1)$$

Pro dosažení rychlosti 0,5 m/s je tedy potřeba převod:

$$r = \frac{v}{\omega} = \frac{0,5}{94,25} = 5 \text{ mm} \quad (3.2)$$

Při výběru řemenice byla zvolena s poloměrem 6 mm, protože 5 mm nebyly jednoduše dostupné. Pro takovou hodnotu převodu tedy vychází moment na motoru:

$$M = F \cdot r = 5,5 \cdot 0,006 = 0,033 \text{ Nm} \quad (3.3)$$

To je velmi malá hodnota pro pohon tedy stačí motory NEMA17HS4401, které byly dostupné v MechLabu.

### 3.2. Výběr senzorů

Při výběru senzorů polohy byl brán zřetel na několik parametrů: rozsah, přesnost a cena. Jednou ze základních možností je ultrazvukový senzor. Je levný, jednoduše implementovatelný, ale není dostatečně přesný pro regulaci tělesa v rámci jednotek milimetrů. Další možností je laserový snímač vzdálenosti. Ten je sice dražší, jeho výhodou je však vysoká rychlost měření, a hlavně vysoká přesnost, která je pro regulaci potřeba. Pro měření pozice motoru a tím základny buzení je také možné zvolit enkodér. V návrhu pohonu však bylo využito krokových motorů se záměrem vynechání potřeby měřit polohu základny. Po dohodě s vedoucím bylo využito dvou laserových senzorů, které byly již zakoupeny v MechLabu.

Jedná se o senzory optoNDCT 1220-500 (Obr. 3.2). Rozsah měření je 500 mm (od 100 mm do 600 mm). Výstup tohoto senzoru je buď digitální nebo analogový, pro tuto práci byla zvolena jednodušší možnost, tj. analogový. Ten dává mezi výstupním drátem a zemí proud (4-20) mA, tento proud je lineárně závislý na měřené vzdálenosti, tedy při nejnižší možné měřené hodnotě 100 mm je proud 4 mA a pro nejvyšších 600 mm je 20 mA. Z toho vychází výpočtová formule pro výpočet vzdálenosti v mm:



$$d = \frac{I_{out} - I_0}{I_{range}} \cdot d_{range} \quad (3.4)$$

$$d = \frac{I_{out} - 0,004}{0,016} \cdot 500$$



Obr. 3.2: Laserový senzor optoNCDT [10]

Proud musí být samozřejmě nějakým způsobem měřen a převezen na napětí. Jednou možností je využití speciálního převodníku, který má možnost nastavení výstupního napětí na vstupním proudu, a to hlavně nastavení nulové a maximální hodnoty. Nakonec bylo však zvoleno levnější a jednodušší řešení a to pomocí 500 Ω bočnicku. V takovém případě je potom přepočten měřeného napětí na vzdálenost:

$$d = \frac{U_{out} - U_0}{U_{range}} \cdot d_{range} \quad (3.5)$$

Napětí  $U_0$  a  $U_{range}$  se získá z Ohmova zákona z proudu  $I_0$  respektive  $I_{range}$  a velikosti odporu bočnicku.

$$U = I \cdot R \quad (3.6)$$

Po dosazení tak vychází vztah:

$$d = \frac{U_{out} - I_0 \cdot R}{I_{range} \cdot R} \cdot d_{range} \quad (3.7)$$

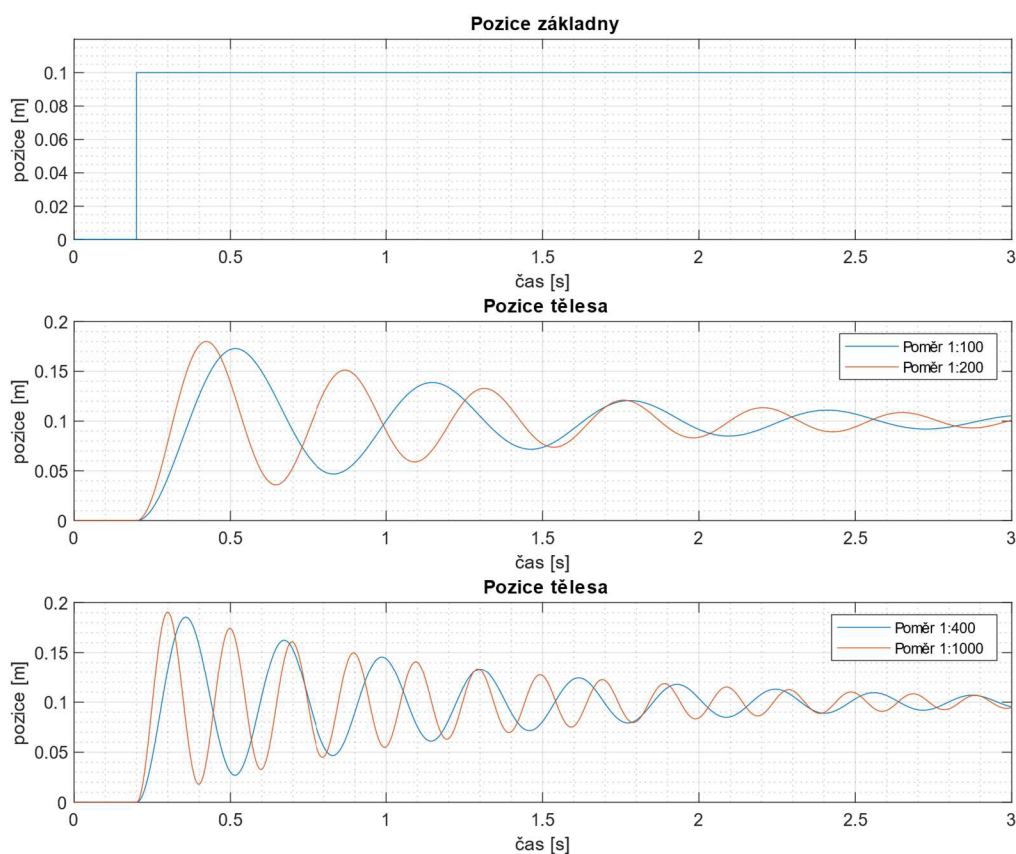
$$d = \frac{U_{out} - 0,004 \cdot 500}{0,016 \cdot 500} \cdot 500 = \frac{U_{out} - 2}{8} \cdot 500$$

### 3.3. Komunikace s PC pomocí karty MF 624

Pro komunikaci mezi počítačem a systémem je využito karty MF 624. Karta MF 624 je součástí vybavy počítačové učebny v MechLabu. Jedná se multifunkční zařízení navržené k řízení a sběr dat v real-time aplikacích. Součástí této karty jsou různé typy vstupů a výstupů od analogových přes digitální až po možnost PWM výstupu. To umožňuje širokou škálu využití především při průmyslovém vývoji a experimentech. Využívá se hlavně při potřebě propojení PC pro účel automatizace a řízení. Důležitý je rychlý přenos dat mezi kartou a hostitelským systémem k tomu slouží připojení pomocí PCI. Hlavní výhodou je možnost real-time řízení pomocí simulinku, protože při vývoji je kladen důraz na možnost rychlé modifikace a implementace myšlenek do experimentu [11].

### 3.4. Konstrukce

Pro vytvoření konstrukce jsou nejdůležitější součástí samozřejmě tělesa a pružiny. Poměr hmotnosti a tuhosti se musí vhodně zvolit, aby při zpuštění šlo dobře pozorovat kmitání, tj. výchylka byla dostatečně velká a s uvažováním tření se oscilace utlumila až po několika zákmitech. Pro odhad vhodného poměru je využito simulování modelu pro několik různých možností poměrů těchto veličin (Obr. 3.3).



Obr. 3.3: Porovnání simulací pro několik poměrů hmotnosti a tuhosti

Ze simulace je patrné, že poměry 1:400 a 1:1000 jsou moc vysoké a těleso by v takovém případě oscillovalo s příliš vysokou frekvencí, přičemž by nebyly tyto kmity v reálném čase dobře pozorovatelné. Ideální poměr je tedy někde mezi 1:100 a 1:200. Kromě poměru hmotnosti a tuhosti také samozřejmě záleží na velikosti odporu. Pro zvolenou hmotnost 0,5 kg je v simulaci využito koeficientu o hodnotě 1 kg·s.

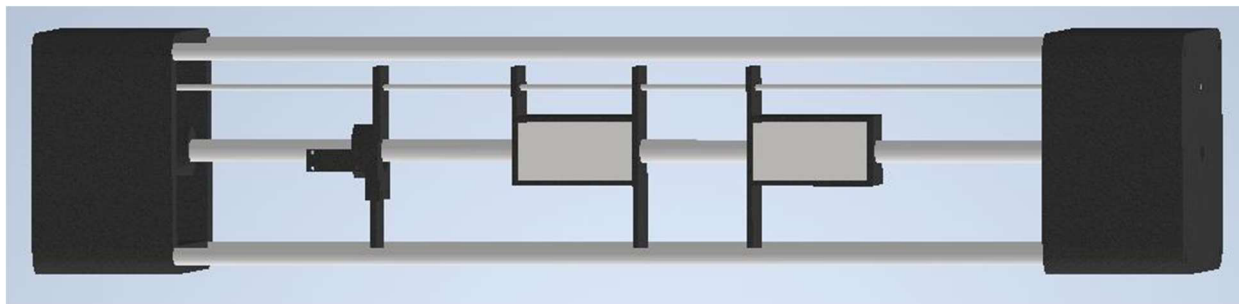
Velikost hmotnosti se samozřejmě omezena cenou, mobilitou modelu a robustností konstrukce, nakonec bylo vybráno lineární ložisko s domečkem o vnitřním průměru 16 mm a hmotností kolem 500 g.

Pro tuto hmotnost je vhodná tuhost pružiny, aby splňovala parametry zmíněné výše, (50 až 100) N/m. Ovšem pro sériově vyráběné pružiny se jedná o příliš nízkou hodnotu, a tak výběr není dostatečně velký. Hlavní problém je v tom, že průměry takto „jemných“ pružin jsou velmi malé a není tak možné je umístit na hlavní osu pohybu. Při umístění pružin nad osu se při stlačování prohýbají a kroutí, což je samozřejmě nežádoucí. To se podařilo vyřešit pomocí další tyče umístěné nad ložiska, která drží pružiny na stále stejném místě, bohužel se tímto řešením přidává suché tření do systému, které se účelově zanedbává a mělo by tak nabývat, co nejnižších hodnot. Nakonec byla zvolena pružina o tuhosti 80 N/m.

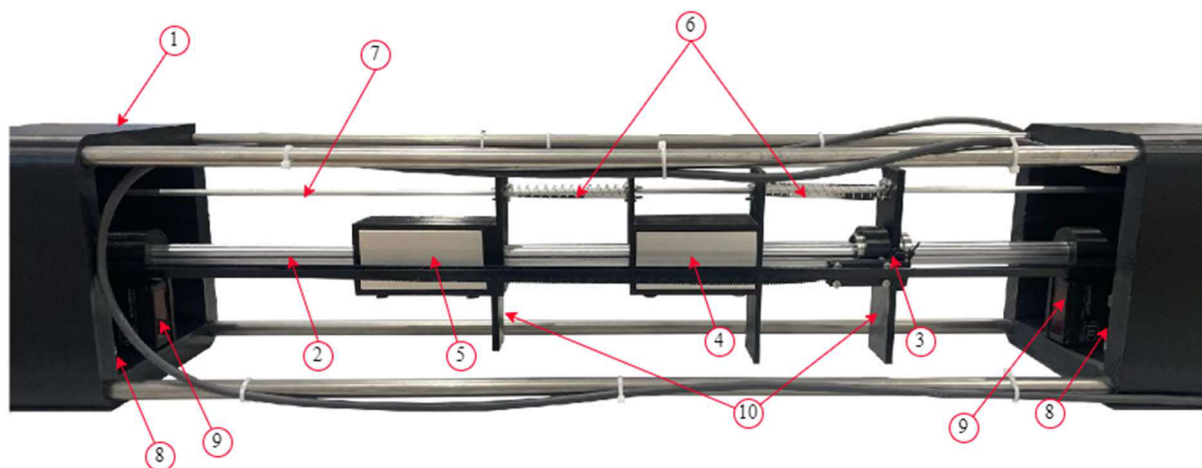
Po vyhodnocení nejlepšího způsobu stavby byla zvolena kombinace 3D tisku a několika málo koupených kruhových tyčí (Obr. 3.4). Konstrukce se skládá ze dvou hlavních bloků vyrobených pomocí 3D tisku, mezi kterými je umístěna vodící hřídel, tyč k podpoře pružin a další 4 tyče, které slouží k podpoře pevnosti. Bloky jsou navrženy tak, aby se do nich mohly schovat všechny zbylé části, tj. motory, senzory a veškerá elektronika.

Pružiny jsou uchyceny na lineárních ložiscích s domečky pomocí vytisknutých součástí připevněných na domečky. Funkce těchto částí je kromě upevnění pružin také odrážení laserového signálu senzoru vzdálenosti. Tyto části jsou odnímatelné, aby bylo možné měnit měřené části hlavně z důvodu užívání pouze jednoho tělesa. V takovém případě stačí pouze oddělat stínící část a odmontovat pružinu, není tak nutné rozdělovat celou konstrukci.

Jak již bylo zmíněno motory jsou uloženy uvnitř bloků. Jsou spojeny plastovým řemenem a s první pružinou je spojuje vytištěný kus umístěn na lineárním ložisku pro zvýšení pevnosti. Senzory se nachází pod vodící tyčí v každé ze základových kostek. Na Obr. 3.5 je vidět již sestavená konstrukce a v Tab. 3.1 je přehledně popsána.



Obr. 3.4: Model vytvořený v Inventoru



Obr. 3.5: Sestavený model

Číslo dílu v obrázku	Popis
1.	Základová kostka
2.	Lineární vedení
3.	Budící základna
4.	Těleso č. 1
5.	Těleso č. 2
6.	Pružiny
7.	Pomocná tyč bránící prohýbání pružin
8.	Krokové motory
9.	Laserové senzory
10.	Odnímatelná stínítka

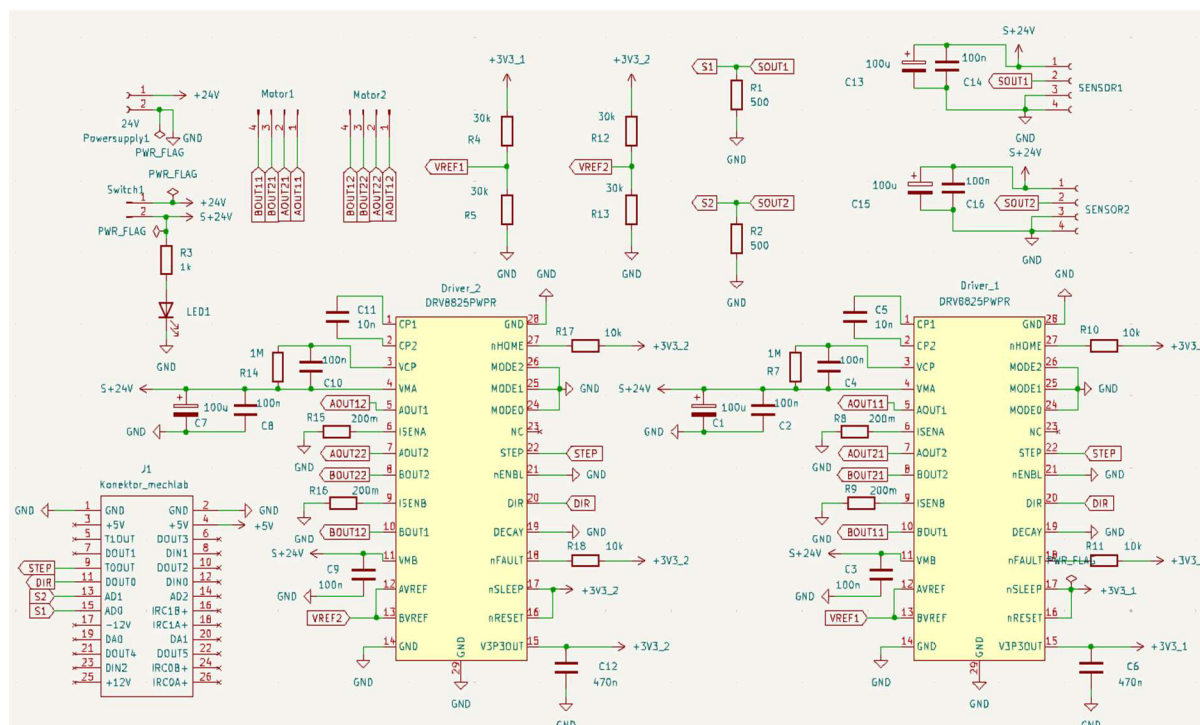
Tab. 3.1: Popis konstrukce

### 3.5. Návrh desky plošných spojů

Další důležitou částí je návrh, výběr a zapojení elektroniky (Obr. 3.6). Ten není nikterak složitý, protože je potřeba pouze ovládání motorů vyčítání vzdálenosti ze senzorů, napájení a komunikace s počítačem.

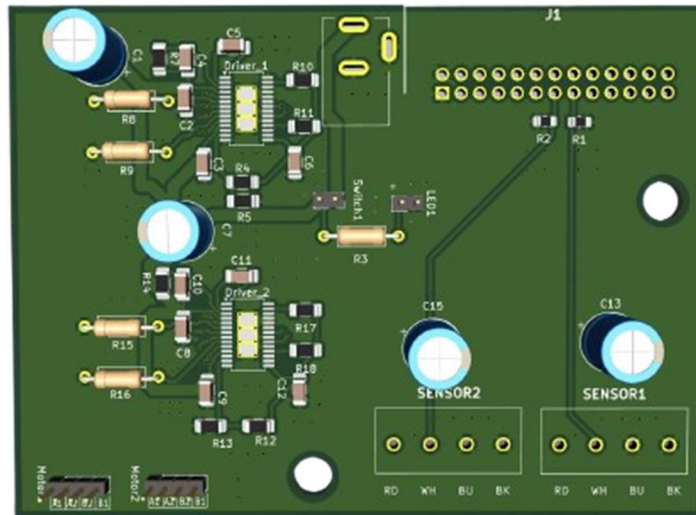
K ovládání motorů je potřeba vybrat driver. Pro krokové motory se vyrábí mnoho různých typů se spoustou vlastností. Pro použití v této bakalářské práci však není potřeba využívat moc vlastností, které tyto drivery nabízí. Hlavním parametrem byla tak cena. Proto bylo zvoleno DRV8825PWPR od výrobce Texas Instrument, není totiž příliš drahý a zároveň je dostatečně kvalitní a hojně se využívá.

Jediným problémem u tohoto driveru při návrhu desky plošných spojů (DPS) bylo, že jeho nožičky mají rozměr 0,3 mm a rozteč 0,25 mm a pro řízení motorů je dle datasheetu potřeba 1,7 A. Pro takto vysoký proud je však nutné využít velkou šířku cesty. Při použití standardní tloušťky mědi je doporučená šířka mezi 1,5 a 2 mm, což není možné přímo napojit na driver. Proto bylo potřeba cesty navrhnout z druhé strany a několika prokovy je spojit s nožičkami driverů.



Obr. 3.6: Schéma zapojení DPS

Součástí DPS je tedy dvojice driverů a k nim kondenzátory a rezistory zapojené dle datasheetu. Dále konektory pro zapojení motorů, senzorů, napájení a propojení s počítačem. Dva rezistory využívané jako bočník k měření výstupního signálu senzorů. A nakonec spínač pro možnost vypnutí celého systému a také LED diodu k signalizaci připojení desky k napájení. Finální podoba návrhu je ukázaná na Obr. 3.7.

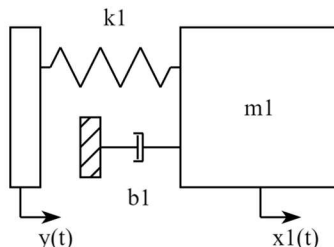


*Obr. 3.7: Návrh vlastní DPS*

## 4. Identifikace systému

### 4.1. Odhad parametrů

Odhad parametrů byl pro co možná nejpřesnější výsledky prováděn pouze na jednom tělese (Obr. 4.1) a měřena byla pozice tělesa i základny.



Obr. 4.1: Model uvažovaný při odhadu parametrů

Pomocí stejného postupu jako je uveden v kapitole 2.1 je odvozena rovnice, a hlavně stavový model pro pouze jedno těleso.

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1(x_1 - y) - b_1 \dot{x}_1 \quad (4.1)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -k_1/m_1 & -b_1/m_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ k_1/m_1 \end{pmatrix} \cdot y \quad (4.2)$$

Kde podobně jako v předchozí případě  $a_1$  značí pozici tělesa a  $a_2$  rychlost tělesa.

Po odvození stavového modelu je potřeba naměřit data, ze kterých se následně budou odhadovat parametry pomocí aplikace simulinku *Parameter estimation*, který je součástí *System Identification Toolboxu* [12]. Měření bylo provedeno pro více vstupních signálů, aby bylo možné nejen odhadnout parametr, ale také je validovat standardní poměr mezi daty využívanými k odhadu a následnému ověření je 60:40, k tomuto poměru se byla snaha přiblížit. Při odhadování parametrů je samozřejmě cílem odhadovat pouze ty proměnné, které buď nejsou měřitelné, nebo těžko měřitelné. Pro tento model se tedy jedná pouze o koeficient viskózního tření, protože hmotnost je možné zvážit za pomoci obyčejné váhy a tuhost pružiny uvádí výrobce. Odhad parametrů se prováděl na stavovém modelu, přičemž vstupem byla naměřená pozice základny a cílem bylo, aby výstup, tedy pozice tělesa, se co možná nejvíce shodoval s naměřenými daty.

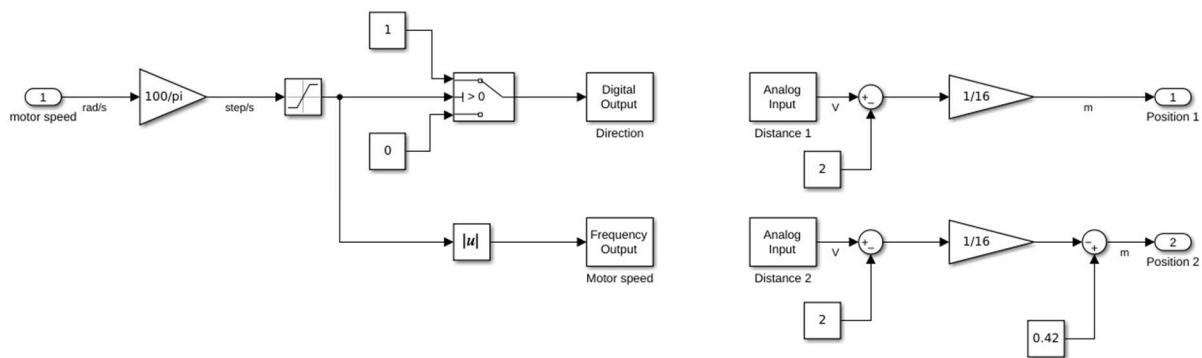
Hmotnost první kostky byla zvážena na 431 g a druhé 423 g, tato hmotnost není pouze lineární ložisko s domečkem, ale celková hmotnost posouvaného tělesa. Tedy včetně tisknuté části a všech šroubů, matek a podložek použitých k připevnění pružin i samotného lineárního ložiska. Jak je uvedeno výše tuhost pružiny je dle výrobce 80 N/m a jelikož není zásadní důvod tuto hodnotu nějak upravovat uvažuje se velikost z katalogu.

Pro začátek odhadu pomocí zmíněné aplikace je také důležité vybrat počáteční hodnotu estimovaného parametru. Je také možné omezit oblast velikosti určované proměnné. Oba zmíněné faktory ovlivňují počet iterací k dosažení přesnosti modelu a tím i celkový čas výpočtu. Dalším aspektem, který je nutné zvolit je požadovaná přesnost, která je standardně nastavena na jednu tisícinu a před spuštěním nebyla změněna. Počáteční hodnota odporu byla určena jako 1 kg·s, protože při simulaci použité pro návrh hmotnosti a tuhosti se jevila jako

možně odpovídající realitě. Omezení intervalu bylo využito pouze zdola od 0 do nekonečna, záporné hodnoty totiž nedávají fyzikálně smysl. Jelikož byl prvotní odhad docela přesný, estimace proběhla velmi rychle a na několik málo iterací pro obě tělesa. Výsledná velikost pro první těleso vyšla 1,12 kg·s a pro druhé 1,18 kg·s.

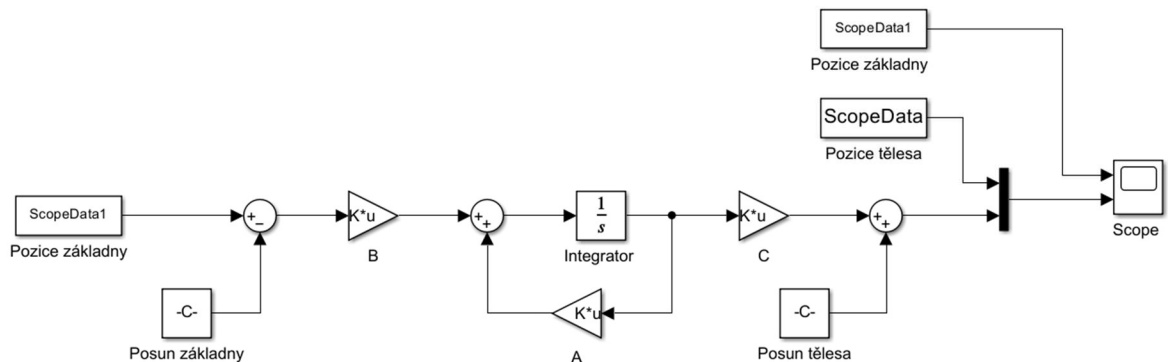
#### 4.2. Porovnání simulace a měření

Pro real-time simulace je použit následující simulinkový model (Obr. 4.2). Vstupem je požadovaná rychlost krokových motorů v rad/s. Ta je následně převedena na kroky za sekundu, aby bylo možné určit frekvenci výstupu posílanou do driverů. Po převodu je saturace, která omezuje rychlost na maximálně  $\pm 3000$  kroků za sekundu, jež motory bez problému zvládají. Dále se zde nachází dva analogové vstupy reprezentující napětí na bočnicích. Pomocí rovnice (3.7) je toto napětí následně převedeno na vzdálenost. Pro pozici 2 je navíc nutné přepočítat pozici do stejného souřadného systému jako je pozice 1, k tomu slouží sumace a konstanta 0,42, reprezentující posun dvou snímačů vzdálenosti.



Obr. 4.2: Real-time model v simulinku

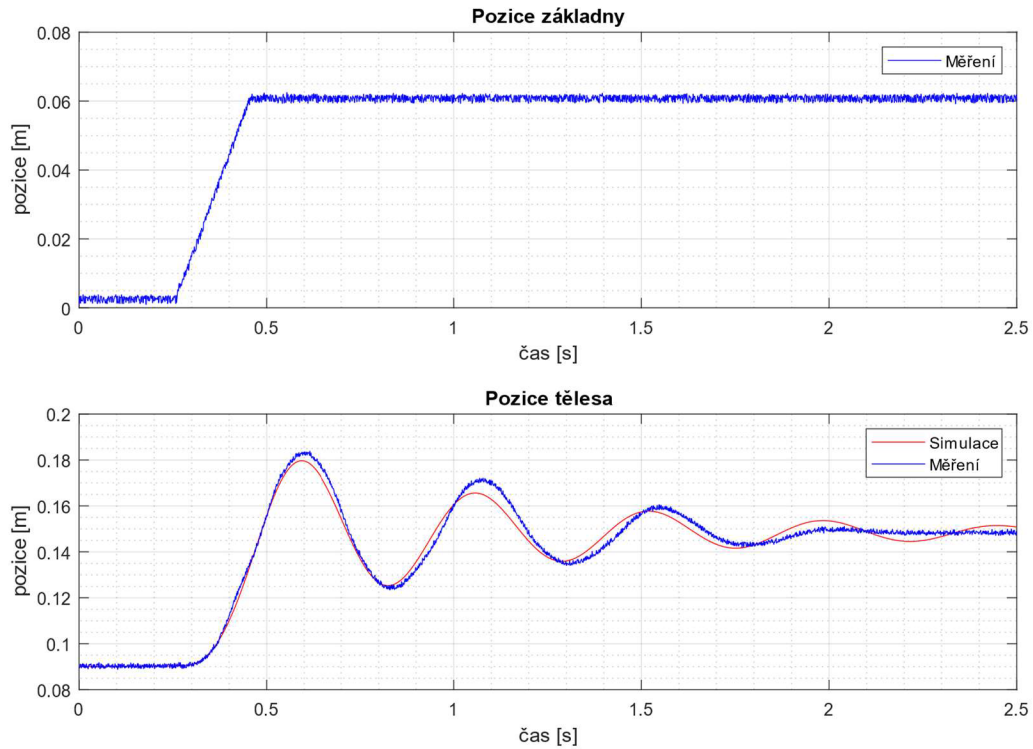
Na Obr. 4.3 je možné vidět simulinkový model využívaný pro porovnání s naměřenými daty. Jde o standardní zapojení stavového modelu pouze na vstupu a výstupu je nutné hodnoty posunout, aby byl počátek v nule a výstup odpovídal experimentu.



Obr. 4.3: Stavový model v simulinku

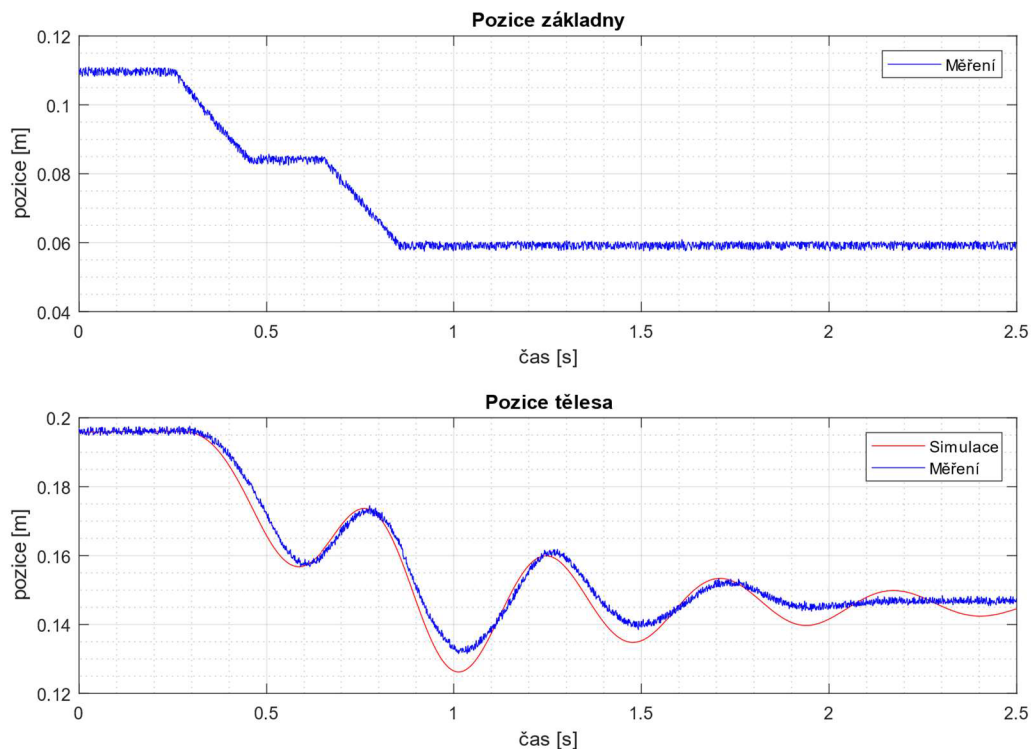


Prvním vstupním signálem je něco jako skok (Obr. 4.4), ovšem nejedná se o skokový nárůst pozice, nýbrž rychlosti. V první části grafu, tedy pozice základny, je možné vidět, že se motory opravdu okamžitě dostávají na požadovanou rychlost. V druhé části grafu je možné pozorovat jednak měřenou pozici tělesa a jednak také simulovaný model v simulinku. Je vidět, že simulovaný model relativně odpovídá výstupním datům měření. Ovšem je možné pozorovat předbíhání simulovaného signálu před měřeným. To může být dáno zanedbáváním statické složky tření. Těleso je totiž reálně „přidrženo“ třením a po rozjetí se odpor sníží.



Obr. 4.4: První měření jednoho tělesa za účelem odhadu parametrů

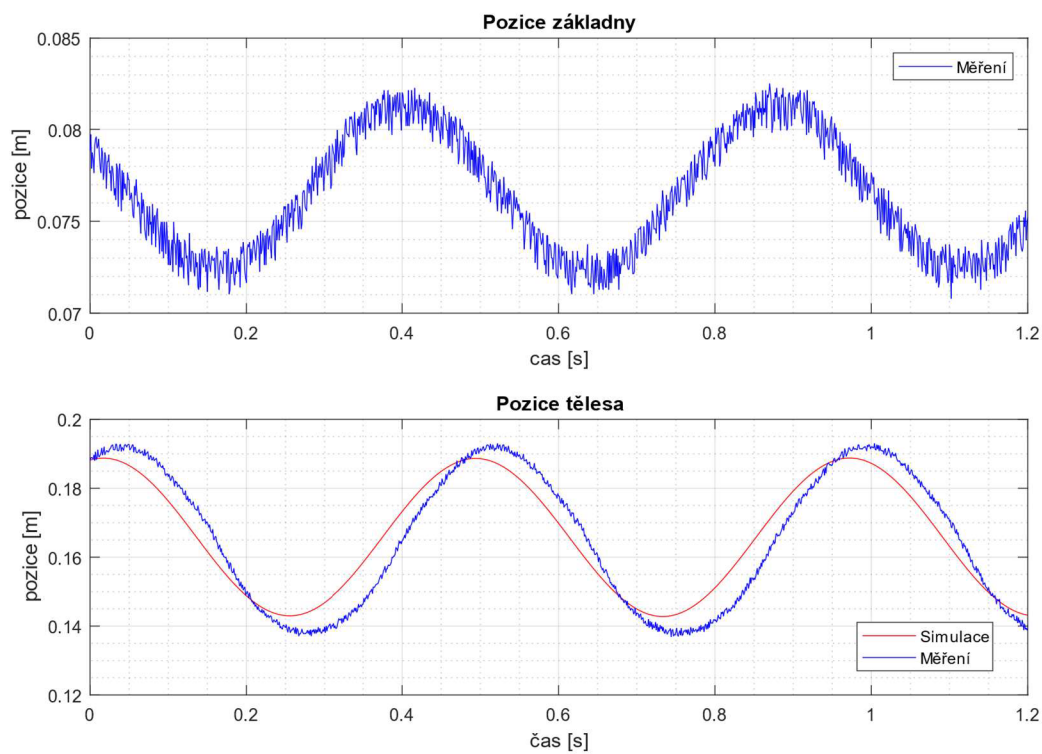
Pro následující pokus (Obr. 4.5) vyšly podobné výsledky jako u obr. To znamená, že je model dostatečně přesný, ale mírně předbíhá měřená data a simulace dále dokmitává, zatímco reálné těleso je již v klidu.



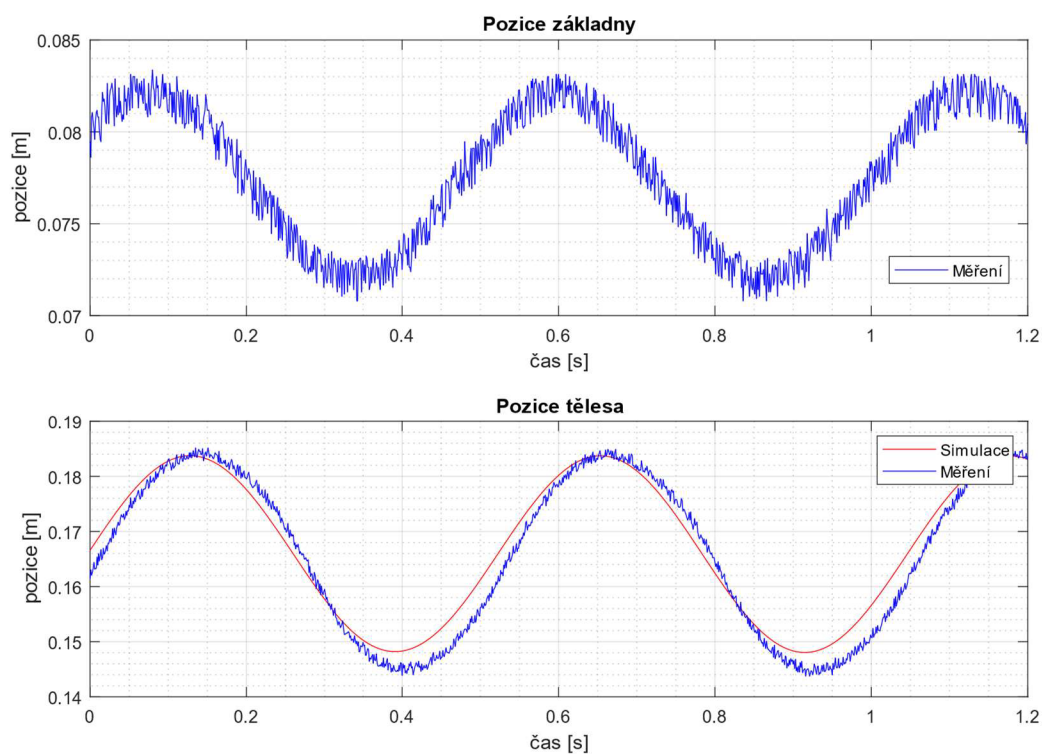
Obr. 4.5: Druhé měření jednoho tělesa za účelem odhadu parametrů

Po odhadu parametrů je možné vypočítat vlastní čísla systému. Ty se získají pomocí matice  $A$ , která se vloží do příkazu `eig` v MATLABu [13]. Vlastní čísla jsou důležitá, protože definují chování systému, v tomto případě vyšla  $-1.2993 \pm 13.5620i$ . Jak bylo již zmíněno vlastní čísla definují systém, v tomto případě vlastní frekvenci modelu. Tedy pokud je základna rozkmitána pomocí sinusového signálu  $y = y_{\max} \sin(\omega t)$  a za  $\omega$  je dosazena imaginární část vlastního čísla, měla by výchylka být maximální. To je vidět na následujícím pokusu, kde na Obr. 4.6 je vlastní frekvence a na Obr. 4.7 resp., Obr. 4.8 vyšší, resp. nižší.

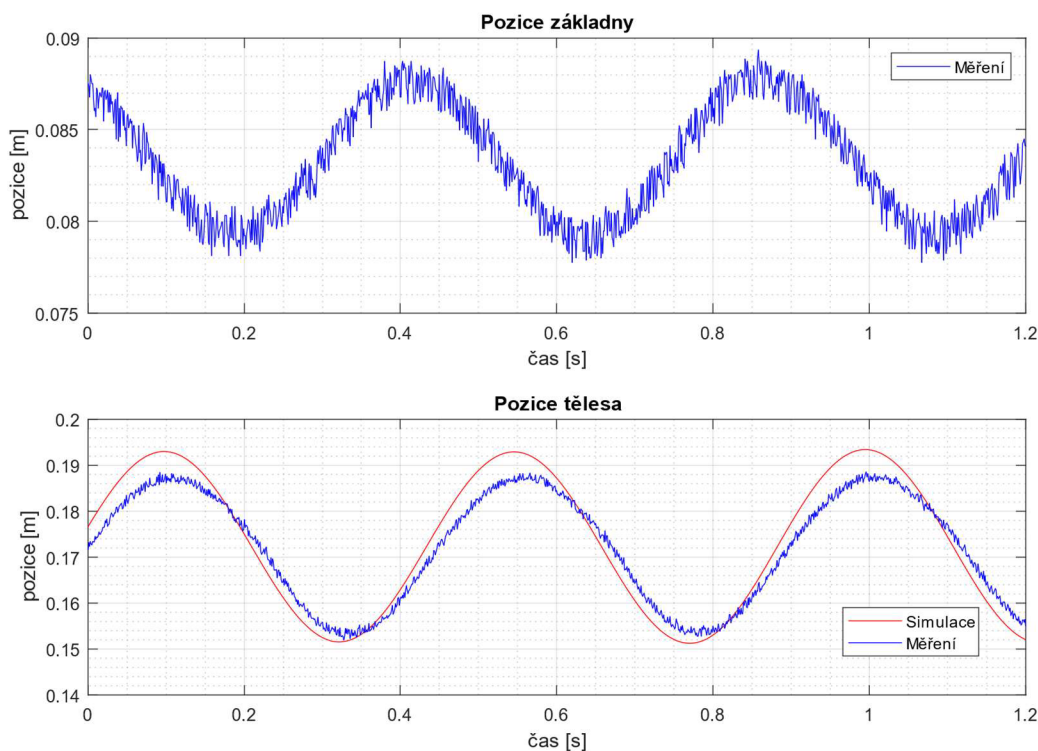
Je však důležité zmínit, že nebylo užito regulátoru polohy, a tak je systém zatěžován nikoli polohou základny, ale její rychlostí. V tomto případě nelze brát absolutní hodnoty vzdálenosti a porovnávat je mezi sebou, ale je potřeba je nějakým způsobem přepočítat. Existují dva možné způsoby přepočtu, první je pomocí derivace a získání rychlosti tělesa a druhý je vztáhnout maximální polohu tělesa k maximální výchylce základny. Při použití první možnosti je maximální hodnota rychlosti pro vlastní frekvenci 0,4 m/s a pro nižší, respektive vyšší vychází tato rychlost v obou případech mezi 0,25 a 0,3 m/s. Je tedy patrné, že identifikace systému proběhla úspěšně. Obdobný postup se zopakoval i pro druhé těleso s podobnými výsledky.



Obr. 4.6: Měření se sinusovým buzením pro vlastní frekvenci



Obr. 4.7: Měření se sinusovým buzením pro nižší frekvenci

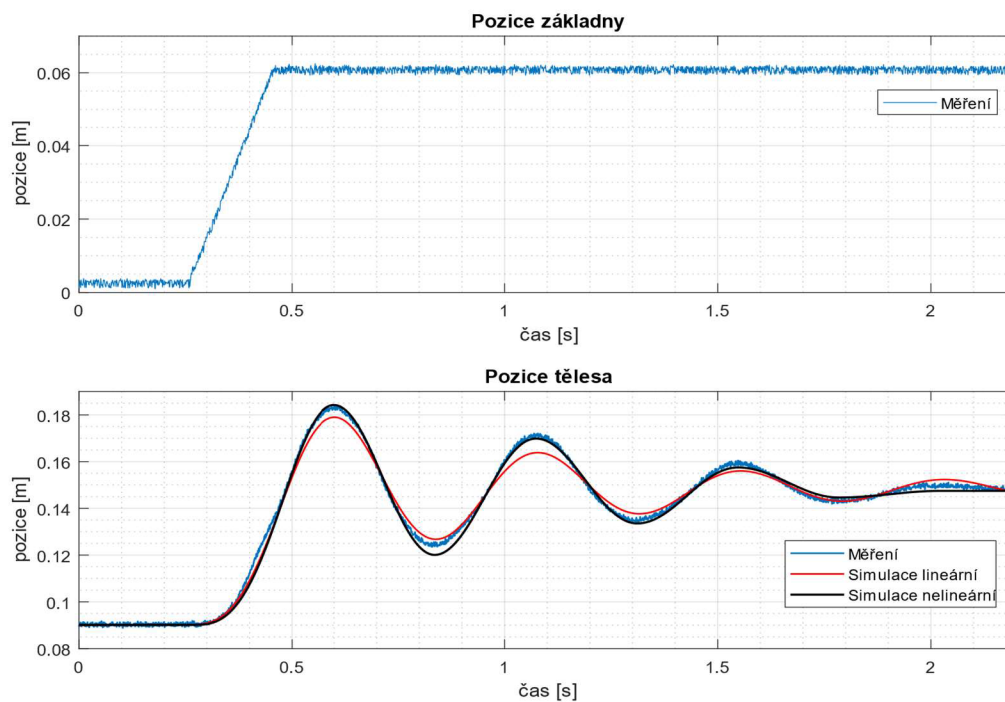


Obr. 4.8: Měření se sinusovým buzením pro vyšší frekvenci

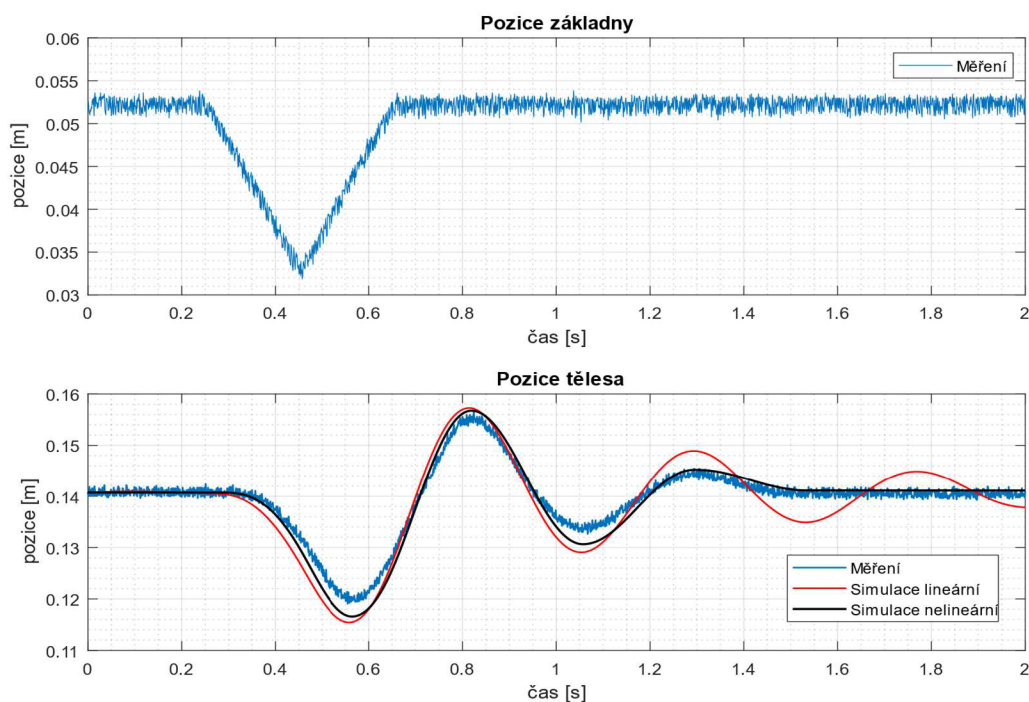
#### 4.3. Simulace se suchým třením

Jak bylo zmíněno výše, kromě viskózního tření je nezanedbatelná také složka suchého tření. Pro porovnání byl tedy proveden odhad parametrů i pro tento typ systému obdobně jako v případě s odporem závislým pouze na první mocnině rychlosti. Tentokrát se museli odhadovat parametry dva, koeficienty pro oba typy odporu. Koeficient viskózního tření vyšel  $0,34 \text{ kg} \cdot \text{s}$  a suchého  $0,18$

Po odhadnutí těchto veličin se vykreslili výsledky do grafů. Je v nich možné pozorovat lepší přesnost, a to hlavně z pohledu utlumení kmitání. Přestože oba matematické modely mají dobu úplného útlumu v čase nekonečno, pro suché tření je již po několika zákmitech toto další oscilování nepozorovatelné a celkově je tak přesnější. Kromě toho je také menší předbíhání simulace před reálným měřením (Obr. 4.9 a Obr. 4.10).

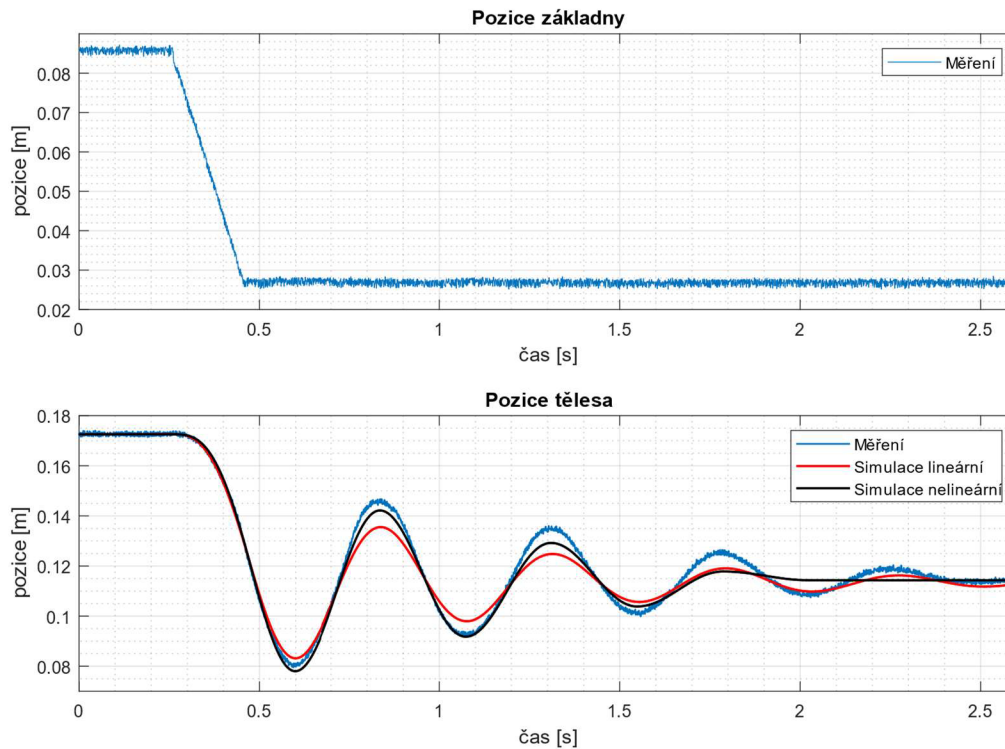


Obr. 4.9: Porovnání lineárního a nelineárního systému s experimentem pro první měření



Obr. 4.10: Porovnání lineárního a nelineárního systému s experimentem pro další měření

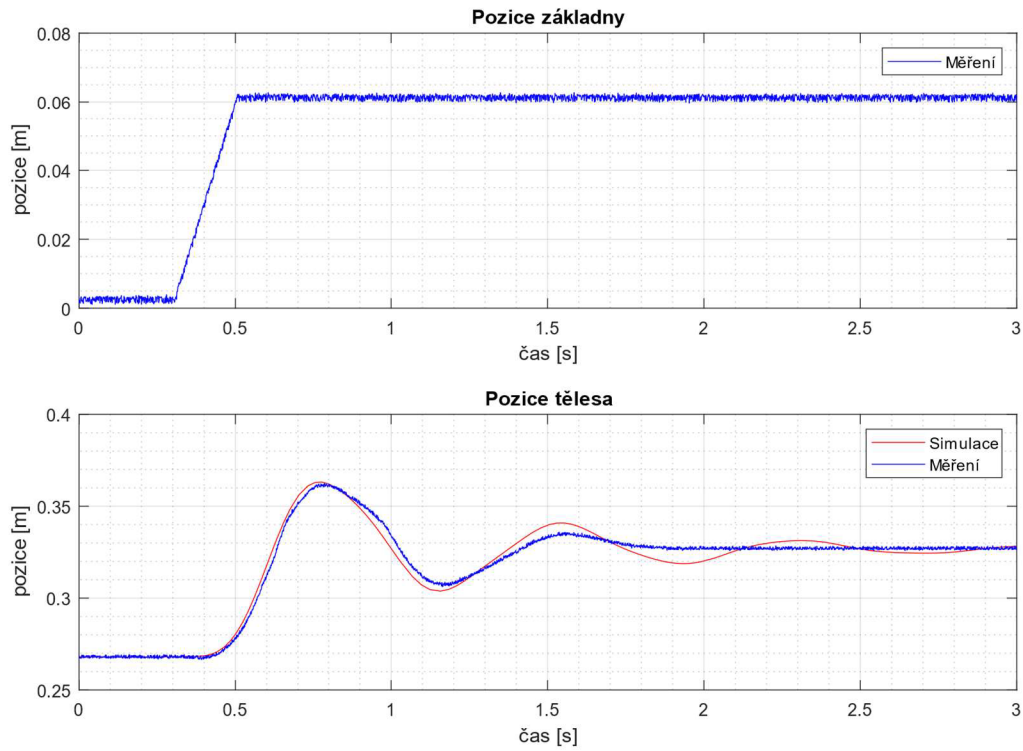
Na následujícím měření je vidět (Obr. 4.11), že jak simulace bez, tak i se suchým třením se utlumují výrazně dříve než skutečný experiment. To vypovídá buď o špatném návrhu simulačního modelu nebo jemnou změnou velikosti tření pro různá měření. Nakonec byla tato nepřesnost odůvodněna především proměňujícím koeficientem tření, protože přes snahu o co největší pevnost a robustnost je model stále vyroben pomocí ne zcela přesného 3D tisku. Na vině je však především tyč bránicí v nechtěném pohybu pružin v jiném směru, než je směr oscilování těles. Není totiž vyrobena z oceli jako ostatní neplastové části, ale z důvodu nutnosti rychlého řešení zmíněného problému byla dostupná pouze tyč hliníková. Ta se kvůli menší pevnosti hliníku a malému průměru může prohýbat a ovlivňovat tak velikost tření.



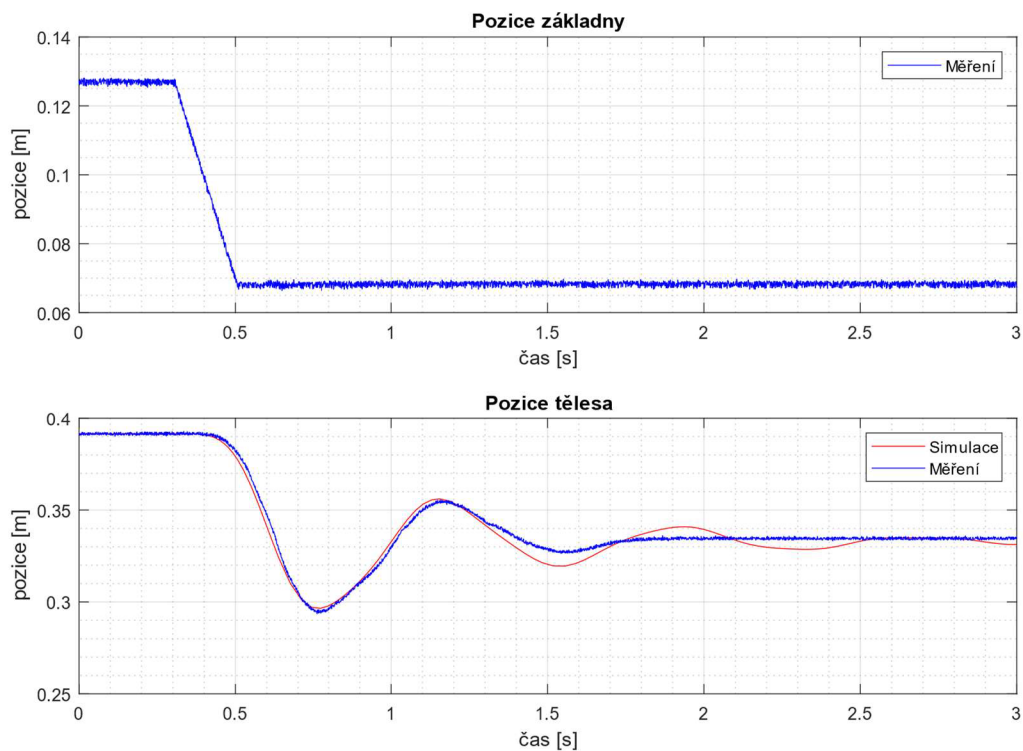
Obr. 4.11: Porovnání lineárního a nelineárního systému s experimentem s nepřesností

#### 4.4. Měření na dvou tělesech

Poslední částí této práce je porovnání modelu uvedeného v kapitole 2.1 pro dvě tělesa s daty naměřenými na fyzické konstrukci. Pro buzení byla podobně jako v případě s jedním tělesem zvolena skoková změna rychlosti jedním a druhým směrem (Obr. 4.12 a Obr. 4.13). Měřena byla poloha základny a druhého tělesa. Na grafech je vidět, že i při připojení druhé hmotnosti simulovaná data dostatečně odpovídají těm reálně naměřeným a stejně jako v předchozím případě se zanedbáním nelineární složky tření je odchylka oproti experimentu znatelná nejvíce na konci, kdy těleso již stojí, ale matematický model osciluje dál.



Obr. 4.12: Porovnání simulace a měření pro obě tělesa č. 1



Obr. 4.13: Porovnání simulace a měření pro obě tělesa č. 2

## 5. Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo navrhnout a vyrobit vlastní model, který dobře reflektuje soustavu kmitání s kinematickým buzením a následně provedení analýzy na experimentech. Při odvozování rovnic byly zmíněny dvě možnosti zapojení tlumičů, z nichž jedna je standardním popisem zmíněného systému, ale druhý více odpovídá reálným podmínkám, hlavně co se týče modelování tření v ložiskách. Protože se jedná o jednoduchý model byly rovnice odvozeny metodou úplného uvolnění a z nich následně formulován stavový model.

Při výběru motorů bylo do úvahy vzato několik různých typů pohonů. Nakonec byla zvolena možnost krokového motoru, kvůli jeho přesnosti a možnosti regulace bez nutnosti zpětné vazby v případě, že se motor nepřetíží a nebude tedy přeskakovat kroky.

Pro návrh senzorů se zvolila sice drahá, ale na stranu druhou velmi přesná možnost dvojice laserových snímačů. Přestože byly motory navrženy tak, aby byla možná absence měření polohy pohybující se základny, po dohodě s vedoucím práce se kvůli edukačním účelům měří i pozice, aby byl výstupe signál se šumem.

Z toho plynula nutnost vymyslet modifikovatelnost systému, aby bylo možné měnit měřené objekty. To bylo řešeno za pomoci zacvakávacího mechanismu vytisknutého na 3D tiskárně. Celkově k výrobě konstrukce bylo využito především technologie 3D tisku s doplněním o několik zakoupených ocelových součástí ke zvýšení pevnosti.

Po výrobě modelu přišla na řadu experimentální část práce. Kromě testování fyzického modelu se práce zaměřila také na identifikaci systému a odhad parametrů, aby bylo možné porovnání odvozeného matematického modelu s reálně naměřenými daty. Pro měření dat bylo zvoleno několik jednoduchých vstupních signálů. Při odhadování parametrů bylo užito aplikace simulinku *Parameter estimator*, která dokáže efektivně měnit hodnoty vstupních veličin, aby bylo dosaženo, co nejvíce odpovídající simulaci v porovnání s reálným experimentem.

Srovnáním naměřených dat se simulovaným modelem je pozorovatelná jistá nepřesnost zmíněného matematického modelu. K lepším výsledkům se dospělo přidáním další složky odporu (suché tření), která je však vysoce nelineární a není možné ji uvažovat při požadovaném stavovém přepisu. U jednoho z experimentů je patrná relativně velká nepřesnost. Tato chyba byla odůvodněna nízkou pevností jedné z pomocných tyčí. Pro odstranění zmíněného nedostatku je v budoucnu možné využít buď pevnějšího materiálu prutu a preciznější výroby, nebo přidáním dalších lineárních ložisek mezi tyč a část držící pružinu. Řešení s ložisky by bylo ovšem finančně i výrobně náročnější, protože by musela být konstrukce částečně předělána. Na stranu druhou při využití ložisek by se ze systému odstranila další část suchého tření výměnou za tření viskózní, které je v matematickém modelu uvažováno.

Měření a následné porovnání se simulací pro obě tělesa vycházelo podobně jako v případě jedné hmotnosti.

Přes uvedenou chybu lze konstatovat, že vyrobený model je dostatečně přesný a k výuce předmětu *Simulace a řízení v reálném čase* dostatečný. Tím tedy byly všechny cíle bakalářské práce splněny.



## Citovaná literatura

- [1] HIBBELER, R. C. *Engineering mechanics: dynamics*. 12th ed. New Jersey: Prentice Hall, 2010. ISBN ISBN 978-0-13-607791-6.
- [2] ZATZKIS, Henry. *Fundamental formulas of physics*. Vol. 1 (2nd ed.). Courier Dover: DH Menzel, 1960. ISBN ISBN 0-486-60595-7.
- [3] *Transformation: Transfer Function ↔ State Space* [online]. 2005 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: [https://ipsa.swarthmore.edu/Representations/SysRepTransformations/TF2SS.html#Transfer\\_Function](https://ipsa.swarthmore.edu/Representations/SysRepTransformations/TF2SS.html#Transfer_Function)
- [4] BŘEŽINA, Tomáš. *State Control*. Brno, 2020. Notes to the lectures. VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHNIKY.
- [5] OLSSON, H., K.J. ÅSTRÖM, C. CANUDAS DE WIT a P. LISCHINSKY. *Friction Models and Friction Compensation* [online]. 1997 [cit. 2024-05-24].
- [6] *Driven Mass-Spring System with Damping* [online]. 2010 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://user.engineering.uiowa.edu/~expeng/laboratories/lab2/Lab%20c.pdf>
- [7] 3D printing filament. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2024, 2001-2024, 2024-04-28 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/3D\\_printing\\_filament](https://en.wikipedia.org/wiki/3D_printing_filament)
- [8] *Speed - Torque Curves for Stepper Motors* [online]. 2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.orientalmotor.com/stepper-motors/technology/speed-torque-curves-for-stepper-motors.html>
- [9] Caha Z, Černý, M.:Elektrické pohony, SNTL Praha 1990
- [10] Operating Instructions optoNCDT 1220. *Micro epsilon* [online]. 2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.micro-epsilon.com/fileadmin/download/manuals/man--optoNCDT-1220--en.pdf>
- [11] MF 624 MULTIFUNCTION I/O CARD USER'S MANUAL. *Humusoft* [online]. 2014 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www2.humusoft.cz/www/datacq/manuals/mf624um.pdf>
- [12] Parameter Estimation. *MathWorks* [online]. 2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/sldo/parameter-estimation.html>
- [13] Eig. *MathWorks* [online]. 2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/eig.html>