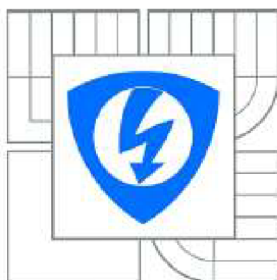




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

## TVAROVÁNÍ VYZAŘOVACÍ CHARAKTERISTIKY OPTICKÉHO VYSÍLAČE

RADIATION PATTERN SHAPING OF THE OPTICAL TRANSMITTER

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. GÁBOR CSONKA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

prof. Ing. OTAKAR WILFERT, CSc.

BRNO 2010



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

# Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
Elektronika a sdělovací technika

**Student:** Bc. Gábor Csonka  
**Ročník:** 2

**ID:** 83862  
**Akademický rok:** 2009/2010

## NÁZEV TÉMATU:

**Tvarování vyzářovací charakteristiky optického vysílače**

## POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s prostorovým rozložením optické intenzity v laserovém svazku. Podrobněji se zaměřte na problematiku prostorového skládání více optických svazků. Vytvořte model pro intenzitní skládání dvou a více svazků a definujte podmínky vylučující interferenci skládajících se vln. V experimentální části práce navrhnete uspořádání optických svazků tvarujících vyzářovací charakteristiku s vysokou odolností vůči poruchám vyvolaných atmosférou.

## DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] SALEH, B. E. A. Základy fotoniky. Praha: Matfyzpress, 1995. ISBN 80-85863-00-6

[2] KASAP, S. O. Optoelectronics and Photonics: Principles and Practices. New Jersey: Prentice Hall, 2001. ISBN 0-201-61087-6

**Termín zadání:** 8.2.2010

**Termín odevzdání:** 21.5.2010

**Vedoucí práce:** prof. Ing. Otakar Wilfert, CSc.

**prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida**  
*Předseda oborové rady*

## UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

**LICENČNÍ SMLOUVA  
POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO**

uzavřená mezi smluvními stranami:

**1. Pan/paní**

Jméno a příjmení: Bc. Gábor Csonka  
Bytem: Vodná 24/12, Komárno, 945 01  
Narozen/a (datum a místo): 19. ledna 1986 v Želiezovcích

(dále jen „autor“)

a

**2. Vysoké učení technické v Brně**

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií  
se sídlem Údolní 53, Brno, 602 00  
jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:  
prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida, předseda rady oboru Elektronika a sdělovací technika  
(dále jen „nabyvatel“)

**Čl. 1  
Specifikace školního díla**

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- disertační práce
  - diplomová práce
  - bakalářská práce
  - jiná práce, jejíž druh je specifikován jako .....
- (dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: Tvarování vyzařovací charakteristiky optického vysílače  
Vedoucí/ školitel VŠKP: prof. Ing. Otakar Wilfert, CSc.  
Ústav: Ústav radioelektroniky  
Datum obhajoby VŠKP: \_\_\_\_\_

VŠKP odevzdal autor nabyvateli\*:

- v tištěné formě – počet exemplářů: 2
  - v elektronické formě – počet exemplářů: 2
2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

---

\* hodící se zaškrtněte

## **Článek 2**

### **Udělení licenčního oprávnění**

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
  - ihned po uzavření této smlouvy
  - 1 rok po uzavření této smlouvy
  - 3 roky po uzavření této smlouvy
  - 5 let po uzavření této smlouvy
  - 10 let po uzavření této smlouvy(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

## **Článek 3**

### **Závěrečná ustanovení**

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne: 21. května 2010

.....  
Nabyvatel

.....  
Autor



## **ABSTRAKT**

Diplomová práce se zabývá problematikou prostorové skládání více optických svazků. Popisuje základné poznatky a veličiny o prostorovém rozložení optické intenzity v laserovém svazku. Pomocí svazkové optiky popisuje formy šíření prostorově lokalizovaného světla. Seznámí nás vlastností Gaussovského svazku, a popisuje difrakce více svazků. Dál se projekt zabývá simulováním skládání dvou a více svazků pomocí programu MATLAB. Obsahuje model skládání nekoherentních svazků. V práci je navržené výsledné uspořádání laserových svazků, které tvoří optický vysílač s vyzářovací charakteristikou, která je odolná vůči poruchám vyvolaných atmosférou.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Vlnoná rovnice, optická intenzita, svazková optika, Gaussovský svazek, interference, Youngův experiment, koherentní model skládání, optická komunikace

## **ABSTRACT**

This work deals with questions of space assembling of several optics beams. There are mentioned the base features and values of space distribution of beam intensity in laser beam. The forms of diffusion of space localized light that is described by beam optics. There is a characterization of Gaussian beam, and diffraction of several beams. There is mentioned a simulation an assembling of two and more beams. It contains model of assembling incoherent beams. The work also includes suggestion of final layout of laser beams, which form optical transmitter with radiating characteristics, resistant to defects evoked by atmosphere.

## **KEYWORDS**

Wave equation, optical intensity, beam optics, Gaussian beam, interference, Young experiment, coherent model, optical communication

CSONKA, G. *Tvarování vyzařovací charakteristiky optického vysílače*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav radioelektroniky, 2010. 68 s., Diplomová práce. Vedoucí práce: prof. Ing. Otakar Wilfert, CSc.

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Tvarování vyzářovací charakteristiky optického vysílače jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne .....

.....

(podpis autora)

## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Otakarovi Wilfertovi, CSc. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne .....

.....

(podpis autora)

# Obsah

<b>Seznam obrázků</b> .....	10
<b>ÚVOD</b> .....	13
<b>1 Vlnová optika</b> .....	14
1.1 Postuláty vlnové optiky .....	14
1.2 Monochromatické vlny a její vyjádření .....	16
1.3 Elementární vlny .....	18
1.4 Svazková optika .....	19
1.5 Gaussovský svazek .....	20
<b>2 Vlastnosti gaussovského svazku</b> .....	23
2.1 Rozložení optické intenzity .....	23
2.2 Výkon .....	24
2.3 Poloměr svazku .....	25
2.4 Divergence svazku .....	26
2.5 Ohnisková hloubka .....	26
<b>3 Vznik interference vlnění</b> .....	28
3.1 Interference sférických vln .....	28
3.2 Vznik interference v případě Youngova pokusu .....	29
3.3 Koherence světelných vln .....	32
3.4 Interferenční pole gaussovských svazků .....	32
<b>4 Simulace intenzitního skládání dvou svazků</b> .....	36
4.1 Model skládání nekoherentních svazků .....	36
4.2 Model skládání koherentních svazků .....	37
4.3 Modelování rozložení relativní optické intenzity jednoho a více svazků .....	38

<b>5</b>	<b>Optická komunikace</b> .....	50
5.1	Základní charakteristika optické komunikace .....	50
5.2	Vysílač a přijímač pro AOS .....	51
5.3	Polovodičové laserové diody LD .....	51
5.4	Vlastnosti přenosového prostředí AOS .....	51
5.5	Metody snižující negativní jevy atmosféry na spoj .....	52
5.6	Tvar vyzařovací charakteristiky jednoho svazku .....	54
5.7	Tvarování vyzařovací charakteristiky více svazků .....	56
5.8	Rozložení optické intenzity při poruše některého svazku .....	65
5.9	Energeticky ekvivalentní svazek .....	68
5.10	Energetická bilance AOS .....	70
	<b>Závěr</b> .....	72
	<b>Seznam symbolů, veličin a zkratk</b> .....	74
	<b>Literatura</b> .....	75

## Seznam obrázků

<b>Obr. 1.</b> Reprezentace monochromatické vlny – vlnová funkce $u(r,t)$ .....	16
<b>Obr. 2.</b> Komplexní vlnová funkce $U(r,t)$ .....	17
<b>Obr. 3.</b> Příklad rovinné vlny.....	18
<b>Obr. 4.</b> Příklad sférické vlny .....	19
<b>Obr. 5.</b> Souřadnicová soustava $Oxyz$ a směr šíření gausovského svazku .....	23
<b>Obr. 6.</b> Závislost normované intenzity $I/I_0$ v ose svazku ( $\rho = 0$ ) na podélné.....	24
<b>Obr. 7.</b> V místě maximálního zúžení ( $z = 0$ ) má poloměr svazku $W(z)$ .....	26
<b>Obr. 8.</b> Ohnisková hloubka gausovského svazku .....	27
<b>Obr. 9.</b> Základní uspořádání Youngova pokusu.....	28
<b>Obr. 10.</b> Znázornění rozdílu vzdálenosti vlnových drah.....	29
<b>Obr. 11.</b> Dráhový rozdíl dopadajících vln.....	30
<b>Obr. 12.</b> Schematické znázornění interference Gaussovských svazků .....	33
<b>Obr. 13.</b> Rozložení intenzity na ose interferenčního pole pro symetrické uspořádání .....	35
<b>Obr. 14.</b> Příklad nekoherentního skládání dvou laserových svazků $I_1+I_2$ .....	36
<b>Obr. 15.</b> Rozložení zdroje vlnění a stínítka pro první situace .....	38
<b>Obr. 16.</b> Definice štěrby Youngova pokusu na stínítku $S1$ – první situace .....	39
<b>Obr. 17.</b> Výsledný difrakční obrazec na stínítku $F$ - první situace .....	39
<b>Obr. 18.</b> Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích $x$ a $y$ .....	40
<b>Obr. 19.</b> Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici $y$ – první situace .....	40
<b>Obr. 20.</b> Rozložení zdrojů vlnění a stínítka pro druhou situaci .....	41
<b>Obr. 21.</b> Definice štěrby Youngova pokusu na stínítku $S2$ – druhá situace – $d = 1$ mm .....	41
<b>Obr. 22.</b> Výsledný interferenční obrazec na stínítku $F$ – při $d = 1$ mm.....	42
<b>Obr. 23.</b> Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici $y$ : $d = 1$ mm .....	43
<b>Obr. 24.</b> Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích $x$ a $y$ .....	43

<b>Obr. 25.</b> Definice štěrbiny Youngova pokusu na stínítku S2 – druhá situace – $d = 3$ mm .....	44
<b>Obr. 26.</b> Výsledný interferenční obrazec na stínítku $F$ – při $d = 3$ mm.....	44
<b>Obr. 27.</b> Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici $y$ : $d = 3$ mm .....	45
<b>Obr. 28.</b> Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích $x$ a $y$ .....	45
<b>Obr. 29.</b> Definice štěrbiny Youngova pokusu na stínítku S2 – druhá situace – $d = 5$ mm .....	46
<b>Obr. 30.</b> Výsledný interferenční obrazec na stínítku $F$ – při $d = 5$ mm.....	46
<b>Obr. 31.</b> Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici $y$ : $d = 5$ mm .....	47
<b>Obr. 32.</b> Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích $x$ a $y$ .....	47
<b>Obr. 33.</b> Definice štěrbiny Youngova pokusu na stínítku S2 – druhá situace .....	48
<b>Obr. 34.</b> Výsledný interferenční obrazec na stínítku $F$ – při $d = 10$ mm.....	48
<b>Obr. 35.</b> Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici $y$ : $d = 10$ mm .....	49
<b>Obr. 36.</b> Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích $x$ a $y$ .....	49
<b>Obr. 37.</b> Laserová dioda a fotodioda.....	51
<b>Obr. 38.</b> Použitá aproximace $z = 0$ na $z' = 0$ ( $z_2 = L_0 + z_1$ ).....	53
<b>Obr. 39.</b> Optická intenzita při první vzdálenosti $z_1 = 115$ m, $W(z_1) = 15$ cm .....	54
<b>Obr. 40.</b> Optická intenzita při různých vzdálenostech $z$ .....	55
<b>Obr. 41.</b> Rozmístění diod a čoček – první situace ( $z = z_1$ , $\Delta x = \delta$ ).....	56
<b>Obr. 42.</b> Výsledná relativní optická intenzita ( $z_1 = 115$ m), $\delta = 30$ cm).....	57
<b>Obr. 43.</b> Výsledná relativní optická intenzita ( $z_2 = 248$ m), $\delta = 30$ cm .....	58
<b>Obr. 44.</b> Výsledná relativní optická intenzita ( $z_{opt} = 298$ m), $\delta = 30$ cm).....	59
<b>Obr. 45.</b> Výsledná relativní optická intenzita – dynamika přijímače od $z_{min}$ do $z_{opt}$ .....	59
<b>Obr. 46.</b> Rozmístění laserových diod .....	60
<b>Obr. 47.</b> Optická intenzita ve vzdálenosti $z_1 = 115$ m.....	60
<b>Obr. 48.</b> Rozložení optické intenzity při čtyřech svazcích $z_1 = 115$ m .....	61
<b>Obr. 49.</b> Optická intenzita ve vzdálenosti $z_2 = 175$ m.....	61
<b>Obr. 50.</b> Rozložení optické intenzity při čtyřech svazcích $z_1 = 175$ m .....	62



<b>Obr. 51.</b> Rozložení výsledné relativní optické intenzity ( $z_{opt} = 298$ m), $\delta = 30$ cm .....	63
<b>Obr. 52.</b> Rozložení optické intenzity při čtyřech svazcích $z_{opt} = 298$ m .....	63
<b>Obr. 53.</b> Rozložení výsledné relativní optické intenzity ( $z_{min} = 248$ m), $\delta = 30$ cm .....	64
<b>Obr. 54.</b> Rozložení optické intenzity při čtyřech svazcích $z_{min} = 248$ m .....	64
<b>Obr. 55.</b> Rozložení optické intenzity při poruše jednoho svazku $z_{opt} = 298$ m .....	65
<b>Obr. 56.</b> Rozložení optické intenzity při poruše jednoho svazku $z_{opt} = 298$ m .....	65
<b>Obr. 57.</b> Rozložení optické intenzity při poruše dvou svazků $z_{opt} = 298$ m .....	66
<b>Obr. 58.</b> Rozložení optické intenzity při poruše dvou svazků $z_{opt} = 298$ m .....	66
<b>Obr. 59.</b> Rozložení optické intenzity při poruše třech svazků $z_{opt} = 298$ m .....	67
<b>Obr. 60.</b> Rozložení optické intenzity při poruše dvou svazků $z_{opt} = 298$ m .....	67
<b>Obr. 61.</b> Rozložení optické intenzity pro $z_{opt} = 298$ m .....	68
<b>Obr. 62.</b> Rozložení optické intenzity EES svazku pro $z_{opt} = 298$ m .....	69
<b>Obr. 63.</b> Rozložení optické intenzity EES svazku $z_{opt} = 298$ m – z pohledu přijímače .....	69
<b>Obr. 64.</b> Místa útlumu a zesílení v energetické bilanci AOS .....	70
<b>Obr. 65.</b> Útlumový diagram spoje .....	71

# ÚVOD

Diplomová práce se zabývá problematikou prostorového skládání optických svazků. Podrobněji popisuje prostorové rozložení optické intenzity v laserovém svazku. Vymezuje základní pojmy, které uvedená problematika obsahuje.

Úkolem je vytvořit model pro intenzitní skládání dvou a více svazků a definovat podmínky vylučující interferenci skládajících se vln. Práce dále zkoumá uvedenou problematiku, pomocí aproximace, ve které vlny vystupující z laserů, jsou nahrazeny sférickými vlnami a využívá diskrétní Fourierovu transformaci. To dovoluje prozkoumání negativních resp. nežádoucích jevů při skládání.

V další části práce je pozornost soustředěna na skládání více optických svazků, které mají rozložení intenzity ve tvaru Gaussovy křivky. Je zde uveden model skládání dvou až čtyř svazků a výsledné uspořádání, pro optimální tvar vyzařovací charakteristiky, která je co nejvíce odolná vůči poruchám vyvolaných atmosférou.

# 1 Vlnová optika

Optika je část fyziky, která se zabývá světlem, jeho šířením v různých prostředích a na jejich rozhraních. Zabývá se vzájemným působením světla a látky. Zkoumá podstatu světla a další jevy, které se světlem souvisejí. Světlo je však pouze částí spektra elektromagnetického záření. Také ostatní druhy záření mají velké množství vlastností, které je vhodné popisovat prostřednictvím optiky. Optiku je tedy možné chápat jako **náuku o záření**.

Světlo je elektromagnetické vlnění popsané stejnými teoretickými principy, kterými se řídí všechny druhy elektromagnetického záření. Elektromagnetické záření se šíří ve tvaru dvou navzájem spojitých *vektorových* vln, vlny **elektrického** pole a vlny pole **magnetického**. Mnohé optické jevy je možné popsat *skalární* teorií, ve kterém je světlo popsáno pomocí jediné skalární funkce. Tento přibližný popis světla se nazývá skalární vlnová optika nebo jednoduše **vlnová optika**. [1] Respektuje vlnový charakter světla, v němž je světlo popsáno pomocí skalární funkce. Při popisu lze použít Huygensův princip. Vlnová optika studuje jevy, které souvisí s vlnovým charakterem záření, jako např. interference, disperze a polarizace.

## 1.1 Postuláty vlnové optiky

a.) *Vlnová rovnice*: světlo se šíří ve formě vln. Ve vakuu postupují světelné vlny rychlostí  $c_0$ . Homogenní transparentní prostředí, jako je sklo, je charakterizováno jedinou konstantou, indexem lomu  $n$  ( $\geq 1$ ). V prostředí s indexem lomu  $n$  postupují světelné vlny menší rychlostí [1]

Rychlost světla v prostředí 
$$c = \frac{c_0}{n}. \quad (1.1)$$

Matematicky se optická vlna popsána reálnou funkcí polohy  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  a času  $t$ . Tato reálná funkce se označuje  $u(\mathbf{r}, t)$  a nazývá **vlnová funkce**. Vyhovuje vlnové rovnici:

Vlnová rovnice 
$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u = 0 \quad (1.2)$$

kde  $\nabla^2$  je Laplaceův operátor,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ . Každá funkce vyhovující (1.2) popisuje možnou optickou vlnu. Protože vlnová rovnice je lineární, platí **princip superpozice**,

tj. představují-li  $u_1(\mathbf{r},t)$  a  $u_2(\mathbf{r},t)$  optické vlny, pak možnou optickou vlnu představuje také  $u(\mathbf{r},t) = u_1(\mathbf{r},t) + u_2(\mathbf{r},t)$ .

b.) Intenzita, výkon a energie: optická intenzita  $I(\mathbf{r},t)$  definovaná jako optický výkon na jednotku plochy je úměrná střední hodnotě druhé mocniny vlnové funkce [1].

$$\text{Optická intenzita} \quad I(r,t) = 2 \cdot \langle u^2(r,t) \rangle \quad (1.3)$$

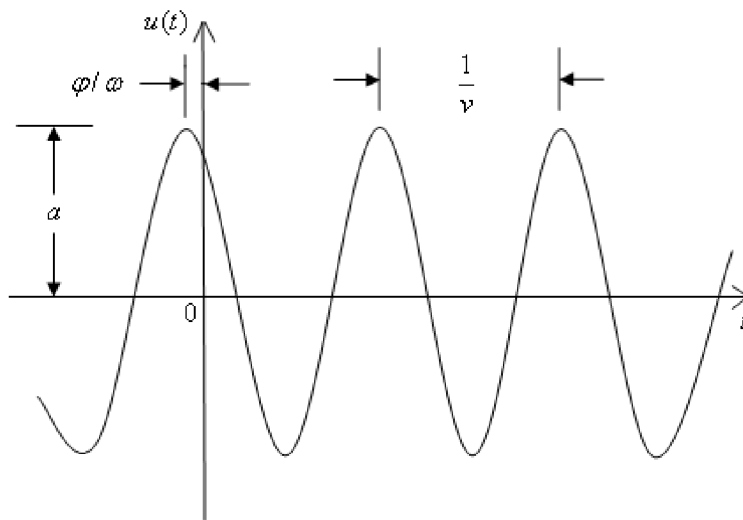
Operace  $\langle \cdot \rangle$  označuje středování přes časový interval, který je mnohem delší, než je doba periody optické vlny, ale mnohem kratší, než všechny další uvažované časy.

Optický **výkon**  $P(t)$  (ve wattech) dopadající na plochu  $A$  kolmou ke směru šíření světla je roven intenzitě integrované přes plochu  $A$ :

$$\text{Optický výkon} \quad P(t) = \int_A I(r,t) dA. \quad (1.4)$$

Optická **energie** (v joulech), která dopadne za daný časový interval, je časový integrál optického výkonu přes uvažovaný časový interval.[1]

## 1.2 Monochromatické vlny a její vyjádření



**Obr. 1.** Reprezentace monochromatické vlny – vlnová funkce  $u(r,t)$

Monochromatická vlna je vyjádřena vlnovou funkcí s časovou harmonickou závislostí:

$$u(r,t) = a(r) \cos[2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t + \varphi(r)] \quad (1.5)$$

kde  $a(r)$  je amplituda,  $\varphi(r)$  je fáze a  $\nu$  je frekvence (Hz). Jak amplituda, tak i fáze jsou obecně závislé na poloze, ale vlnová funkce je harmonickou funkcí času s frekvencí  $\nu$  v každém místě.[1]

a.) Komplexní vlnová funkce: reálnou vlnovou funkcí  $u(r,t)$  je výhodné vyjádřit pomocí komplexní funkce:

$$U(r,t) = a(r) \exp[j \cdot \varphi(r)] \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t) \quad (1.6)$$

tak, že

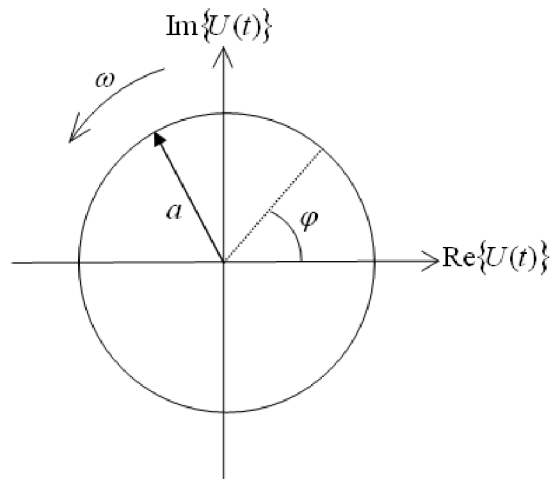
$$u(r,t) = \operatorname{Re}\{U(r,t)\} = \frac{1}{2} [U(r,t) + U^*(r,t)] \quad (1.7)$$

b.) Komplexní amplituda: rovnice (1.6) může být zapsána ve formě:

$$U(r,t) = U(r) \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t), \quad (1.8)$$

kde časově nezávislou část  $a(r)\exp[j\cdot\varphi(r)]$  chápeme jako komplexní amplitudu. Vlnová funkce  $u(r,t)$  pak souvisí s **komplexní amplitudou** vztahem:

$$\begin{aligned} u(r,t) &= \operatorname{Re}\{U(r)\exp(j\cdot 2\cdot\pi\cdot v\cdot t)\} = \\ &= \frac{1}{2}\left[U(r)\exp(j\cdot 2\cdot\pi\cdot v\cdot t) + U^*(r)\exp(-j\cdot 2\cdot\pi\cdot v\cdot t)\right] \end{aligned} \quad (1.9)$$



**Obr. 2.** Komplexní vlnová funkce  $U(r,t)$

V dané poloze  $\mathbf{r}$  je komplexní amplituda  $U(\mathbf{r})$  komplexní proměnnou, jejíž velikost  $|U(\mathbf{r})| = a(r)$  je amplitudou vlny a jejíž argument  $\arg\{U(\mathbf{r})\} = \varphi(r)$  je fází vlny. Komplexní vlnová funkce  $U(r,t)$  je graficky vyjádřena fázorem rotujícím úhlovou rychlostí  $\omega = 2\cdot\pi\cdot v$  rad/s. Jeho počáteční hodnota v čase  $t = 0$  je komplexní amplituda  $U(r)$ . [1]

c.) Helmholtzova rovnice: dosazením  $U(r,t) = U(r)\exp(j\cdot 2\cdot\pi\cdot v\cdot t)$  do vlnové rovnice (1.2) dostaneme diferenciální rovnici

$$\text{Helmholtzova rovnice} \quad (\nabla^2 + k^2)\cdot U(r) = 0 \quad (1.10)$$

která se nazývá **Helmholtzova rovnice**, kde

$$\text{Vlnové číslo} \quad k = \frac{2\cdot\pi\cdot v}{c} = \frac{\omega}{c} \quad (1.11)$$

a nazývá se **vlnové číslo**.

### 1.3 Elementární vlny

a.) Rovinná vlna: má komplexní amplitudu

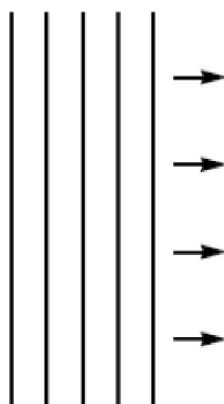
$$U(r) = A \cdot \exp(-jk \cdot r) = A \cdot \exp[-j(k_x x + k_y y + k_z z)] \quad (1.12)$$

kde  $A$  je komplexní konstanta zvaná **komplexní obálka** a vektor  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$  se nazývá **vlnový vektor**. Aby funkce (1.12) splňovala Helmholtzovu rovnici (1.10), musí být  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2$ , takže velikost vlnového vektoru  $\mathbf{k}$  je vlnové číslo  $k$ .

Protože pro fázi platí  $\arg\{U(r)\} = \arg\{A\} - k \cdot r$ , splňují vlnoplochy vztah  $k \cdot r = k_x x + k_y y + k_z z = 2\pi q + \arg\{A\}$  ( $q = \text{celé číslo}$ ). Je to rovnice popisující rovnoběžné roviny kolmé k vlnovému vektoru  $\mathbf{k}$ . Tyto roviny jsou od sebe vzdáleny o  $\lambda = 2 \cdot \pi / k$ , takže

$$\text{Vlnová délka} \quad \lambda = \frac{c}{\nu}, \quad (1.13)$$

kde  $\lambda$  je **vlnová délka**. [1]



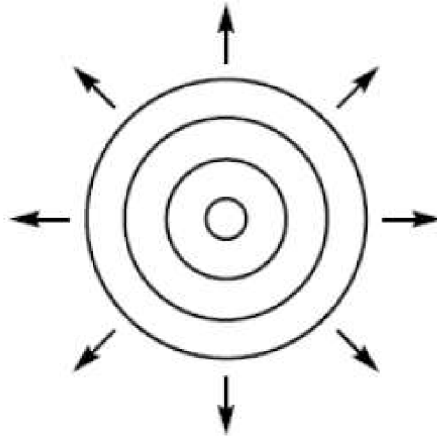
**Obr. 3.** Příklad rovinné vlny

b.) Sférická vlna: jiným jednoduchým řešením Helmholtzovy rovnice je sférická vlna

$$U(r) = \frac{A}{r} \exp(-jkr) \quad (1.14)$$

kde  $r$  je vzdálenost od počátku a  $k = \frac{2 \cdot \pi \cdot \nu}{c} = \frac{\omega}{c}$  je vlnové číslo. Jestliže  $\arg\{A\} = 0$  jsou vlnoplochy  $k \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot q$ , neboli  $r = q \cdot \lambda$ , kde  $q$  je celé číslo. Jsou to kulové plochy vzdálené o  $\lambda = 2\pi / k$ , které postupují radiálně fázovou rychlostí  $c$ .





**Obr. 4.** Příklad sférické vlny

c.) Paraxiální vlny: vlna se nazývá parciální, jestliže parciální paprsky jsou normály k její vlnoploše. Jedním způsobem konstrukce parciální vlny je, že vyjdeme z rovinné vlny  $A \exp(-jkz)$ , kterou uvažujeme jako „nosnou“ vlnu a modifikujeme nebo „modulujeme“ její komplexní obálku tak, že z ní vytvoříme pomalu se měnící funkci polohy  $A(\mathbf{r})$ , takže komplexní amplituda modulované vlny je

$$U(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \exp(-jkz) \quad (1.15)$$

V závislosti na poloze se musí  $A(\mathbf{r})$  měnit na vzdálenosti vlnové délky  $\lambda = 2\pi/k$  pomalu, takže vlna zachovává svůj základní charakter rovinné vlny. [1]

## 1.4 Svazková optika

Svazková optika popisuje formu šíření prostorově lokalizovaného světla, jež se zároveň šíří prostorem bez úhlové divergence. Typickými představiteli těchto vln jsou **hermitovské-gaussovské** svazky, **laguerreovské-gaussovské** svazky a **besselovské** svazky.

**Rovinná** a **sférická** vlna představují dva opačné extrémy úhlové a prostorového omezení. Normály vlnoplochy (paprsky) **rovinné vlny** jsou rovnoběžné se směrem šíření, nedochází k žádné úhlové divergenci, přenášená energie vyplňuje celý prostor. Naopak **sférická vlna** se šíří z jediného bodu a její normály k vlnoploše se rozbíhají do všech směrů.

Vlny, jejichž normály vlnoploch svírají malý úhel s osou  $z$ , se nazývají **paraxiálními** vlnami. Musí splňovat parciální Helmholtzovou rovnici. Důležitým řešením této rovnice s vlastnostmi optického svazku je vlna nazývaná **gaussovský svazek**. Její výkon je v podstatě soustředěn uvnitř úzkého kužele. Rozložení intenzity v libovolné příčné rovině je dáno kruhově symetrickou gaussovskou funkcí s osou v ose svazku. Šířka této funkce je minimální v místě maximálního zúžení svazku – v jeho středu a postupně se zvětšuje na obě strany. Blízko středu jsou vlnoplochy téměř rovinné, dále se postupně zakřívují, až se ve velké vzdálenosti stanou přibližně sférickými. Pro danou šířku svazku poskytuje řešení vlnové rovnice minimální úhlovou divergenci normál k vlnoploše. Tyto normály vytvářejí v prostoru úzký svazek. Záření vystupující z laseru má za jistých ideálních podmínek tvar gaussovského svazku. [1]

## 1.5 Gaussovský svazek

Pojem paraxiálních vln byl zaveden v odstavci 1.3 c.). Paraxiální vlna je rovinná vlna  $\exp(-jkz)$  (s vlnovým číslem  $k=2\pi/\lambda$  a vlnovou délkou  $\lambda$ ) modulovaná komplexní obálkou  $A(\mathbf{r})$ , která je pomalu proměnnou funkcí polohy. Tedy pro komplexní amplitudu platí (1.15). O obálce předpokládáme, že je při změně vzdálenosti o  $\lambda$  přibližně konstantní, takže se jedná o lokálně rovinnou vlnu, jejíž normály k vlnoploše tvoří paraxiální paprsky.[1]

Aby byla pro komplexní amplitudu  $U(r)$  splněna Helmholtzova rovnice (1.10), musí být komplexní obálka  $A(r)$  řešením *paraxiální Helmholtzovy rovnice*

$$\nabla_T^2 A - j2k \frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad (1.24)$$

kde  $\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  je příčná část Laplaceova operátoru. Jednoduchým řešením paraxiální

Helmholtzovy rovnice vyhovuje např. *paraboloidní vlna*

$$A(r) = \frac{A_1}{z} \exp\left(-jk \frac{\rho^2}{2z}\right) \quad (1.25)$$

$$\rho^2 = x^2 + y^2 \quad (1.26)$$

kde  $A_1$  je konstanta. Přitom pro  $x$  a  $y$  mnohem menší než  $z$  je paraboloidní vlna parciální aproximací sférické vlny (1.14) .

*Gaussovský svazek* je dalším řešením paraxiální Helmholtzovy rovnice. Z paraboloidní vlny ho lze získat jednoduchou aproximací. Vzhledem k tomu, že komplexní obálka paraboloidní vlny (1.25) je řešením paraxiální Helmholtzovy rovnice (1.24) je jejím řešením také obálka posunutá o hodnotu  $\xi$  ( $z$  nahradíme výrazem  $z - \xi$ ) [1]

$$A(r) = \frac{A_1}{q(z)} \exp \left[ -jk \frac{\rho^2}{2q(z)} \right] \quad (1.27)$$

$$q(z) = z - \xi \quad (1.28)$$

kde  $\xi$  je konstanta. Jedná se vlastně o paraboloidní vlnu v bodě  $z = \xi$  namísto v  $z = 0$ . Pokud je  $\xi$  komplexní, (1.27) je stále řešením (1.24), ale získává výrazně jiné vlastnosti. Zejména, když  $\xi$  je ryze imaginární, např.  $\xi = -jz_0$ , kde  $z_0$  je reálné (1.27) definuje komplexní obálku gaussovského svazku

*Komplexní obálka* 
$$A(r) = \frac{A_1}{q(z)} \exp \left[ -jk \frac{\rho^2}{2q(z)} \right] \text{ při } q(z) = z + jz_0 \quad (1.29)$$

Parametr  $z_0$  je znám jako **Rayleighova vzdálenost**. Abychom oddělili amplitudu a fázi této komplexní obálky, zapišme komplexní funkci  $\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{z + jz_0}$  pomocí její reálné a imaginární části, přičemž definujeme dvě nové reálné funkce  $R(z)$  a  $W(z)$

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - j \frac{\lambda}{\pi W^2(z)} \quad (1.30)$$

Dále bude ukázáno, že  $W(z)$  a  $R(z)$  popisují pološířku svazku a poloměr křivosti jeho vlnoplochy. Komplexní amplitudu  $U(r)$  gaussovského svazku lze získat dosazením (1.22) do (1.29) a využitím (1.15)

*Komplexní amplituda gausovského svazku*

$$U(r) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right] \times \exp\left[-jkz - jk \frac{\rho^2}{2R(z)} + j\zeta(z)\right] \quad (1.31)$$

*Parametry svazku*

$$W(z) = W_0 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1.32)$$

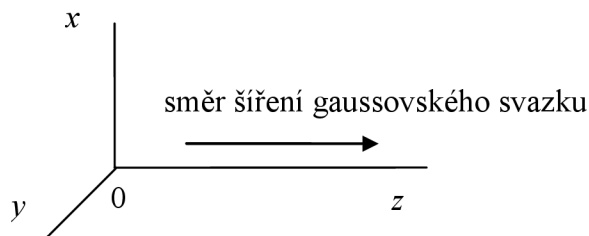
$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right] \quad (1.33)$$

$$\zeta(z) = \arctan \frac{z}{z_0} \quad (1.34)$$

$$W_0 = \left( \frac{\lambda z_0}{\pi} \right)^{1/2} \quad (1.35)$$

## 2 Vlastnosti gaussovského svazku

### 2.1 Rozložení optické intenzity



**Obr. 5.** Souřadnicová soustava  $Oxyz$  a směr šíření gaussovského svazku

Intenzita optického záření  $I(r) = |U(r)|^2$  je funkcí axiální vzdálenosti  $z$  a radiální vzdálenosti

$$\rho = (x^2 + y^2)^{1/2},$$

$$I(\rho, z) = I_0 \left[ \frac{W_0}{W(z)} \right]^2 \cdot \exp \left[ -\frac{2\rho^2}{W^2(z)} \right], \quad (2.1)$$

kde  $I_0 = |A_0|^2$ . Pro každou hodnotu  $z$  je intenzita gaussovskou funkcí radiální vzdálenosti  $\rho$ . Proto je vlna nazývána gaussovským svazkem. Gaussova funkce dosahuje největší hodnoty pro  $\rho = 0$  (na ose  $z$ ) a monotónně klesá se vzrůstajícím  $\rho$ . Pološířka gaussovského rozložení  $W(z)$  přitom vzrůstá s axiální vzdáleností  $z$  [1].

Na ose svazku ( $\rho = 0$ ) má intenzita

$$I(0, z) = I_0 \left[ \frac{W_0}{W(z)} \right]^2 = \frac{I_0}{1 + (z/z_0)^2} \quad (2.2)$$

pro  $z = 0$  svou maximální hodnotu  $I_0$  a s rostoucím  $z$  spojitě klesá, přičemž pro  $z = \pm z_0$ , dosahuje poloviny maximální hodnoty  $I_0$ . Pro  $|z| \gg z_0$  máme  $I(0, z) \approx I_0 z_0^2 / z^2$  a intenzita klesá s kvadrátem vzdálenosti  $z$ . Absolutně nejvyšší hodnota intenzity  $I(0, 0) = I_0$  je ve středu svazku ( $z = 0, \rho = 0$ ).

## 2.2 Výkon

Celkový výkon přenášený svazkem je dán integrálem ze součinu intenzity záření a plochy příčného průřezu svazku (např. ve vzdálenosti  $z$ )[1]

$$P = \int_0^{\infty} I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho, \quad (2.3)$$

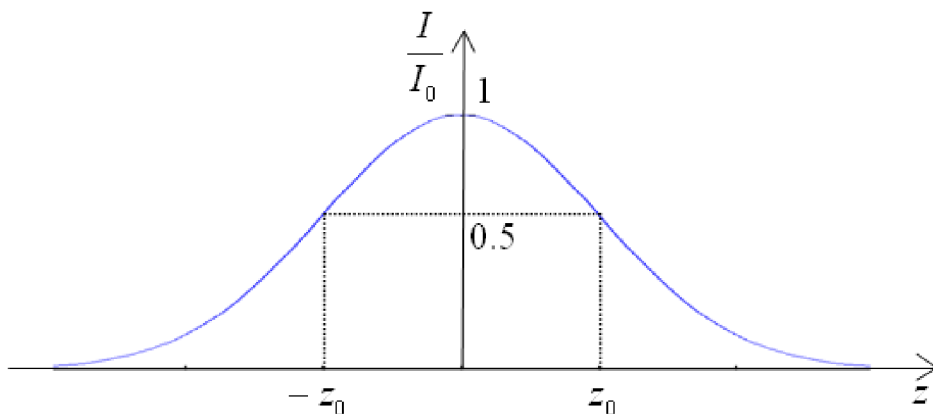
odkud

$$P = \frac{1}{2} I_0 (\pi \cdot W_0^2). \quad (2.4)$$

Jak se vidět, výsledek nezávisí na  $z$ , tedy výkon svazku je dán poloviční hodnotou součinu maximální intenzity s plochou kruhu o poloměru rovnajícím se středové pološířce svazku. Vzhledem k tomu, že gaučovské svazky jsou často charakterizovány přenášeným výkonem  $P$ , je proto užitečné vyjádřit  $I_0$  prostřednictvím (2.4) vyjádřit  $I_0$  jako funkci  $P$  a vztah (2.1) přepsat do tvaru

*Intenzita svazku*

$$I(\rho, z) = \frac{2P}{\pi \cdot W^2(z)} \exp\left[-\frac{2 \cdot \rho^2}{W^2(z)}\right]. \quad (2.5)$$



**Obr. 6.** Závislost normované intenzity  $I/I_0$  v ose svazku ( $\rho = 0$ ) na podélné souřadnici  $z$

Poměr výkonu přenášeného v příčné rovině vnitřkem kružnice o poloměru  $\rho_0$  k celkovému výkonu je dán vztahem

$$\frac{1}{P} \int_0^{\rho_0} I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho = 1 - \exp\left[-\frac{2\rho_0}{W^2(z)}\right]. \quad (2.6)$$

Uvnitř kružnice o poloměru  $\rho_0 = W(z)$  je přenášeno přibližně 86% celkového výkonu. Kruhem o poloměru  $1,5 W(z)$  se šíří asi 99% výkonu.

## 2.3 Poloměr svazku

V každém příčném průřezu svazku dosahuje intenzita největší hodnoty na ose  $z$  a v radiální vzdálenosti  $\rho = W(z)$  poklesne na  $1/e^2 \approx 0,135$  největší hodnoty. Protože 86% výkonu se šíří oblastí o poloměru  $W(z)$ , bereme  $W(z)$  jako poloměr svazku. Střední kvadratická odchylka rozložení intenzity je  $\sigma = \frac{1}{2}W(z)$  [1].

*Poloměr svazku*

$$W(z) = W_0 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (2.7)$$

V rovině  $z = 0$  nabývá minimální hodnoty  $W_0$ . Toto místo se nazývá místem **maximálního zúžení-středem svazku** a  $W_0$  je tedy jeho poloměr. Průměr  $2W_0$  je označován jako **velikost stopy**. Poloměr svazku s rostoucím  $z$  postupně vrůstá, pro  $z = z_0$  dosahuje hodnoty  $\sqrt{2}W_0$  a dále pro zvětšující se  $z$  monotónně roste.

Pro  $z \gg z_0$  můžeme první člen pravé strany (2.7) zanedbat. Dostaneme lineární vztah

$$W(z) \approx \frac{W_0}{z_0} z = \theta_0 z, \quad (2.8)$$

kde  $\theta_0 = W_0 / z_0$ . Pomocí (1.35) můžeme také psát

$$\theta_0 = \frac{\lambda}{\pi \cdot W_0}. \quad (2.9)$$



## 2.4 Divergence svazku

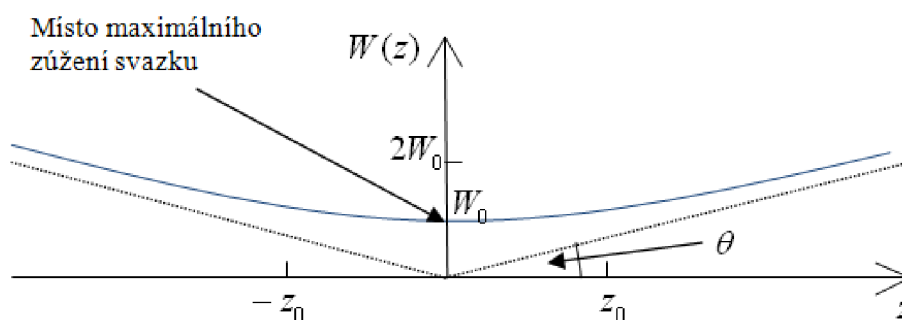
Daleko od středu svazku ( $z \gg z_0$ ) vzrůstá jeho poloměr přibližně lineárně s rostoucím  $z$  a vytváří kužel s vrcholovým úhlem  $2\theta$ . Tímto kuželem se šíří asi 86% celkového výkonu. Divergence svazku je tedy dána úhlem

Divergenční úhel 
$$\theta_0 = \frac{\lambda}{\pi W_0} . \quad (2.10)$$

Divergence svazku je tedy přímo úměrná podílu vlnové délky  $\lambda$  a středového průměru  $2W_0$ . Menší středový poloměr vyžaduje větší divergenci. Když chceme získat dobře kolimovaný svazek, musíme pracovat s kratší vlnovou délkou a větším středovým poloměrem.

## 2.5 Ohnisková hloubka

Jak můžeme vidět na (obr. 8.), svazek je nejužší v  $z = 0$ . Od něj na obě strany se svazek postupně rozšiřuje. Axiální vzdálenost, podél které je poloměr svazku roven nebo menší než  $\sqrt{2}W_0$ . (tj. tam, kde je plocha průřezu svazku rovna nebo menší než dvojnásobek plochy minimálního průřezu), je označována jako **ohnisková hloubka** nebo také **konfokální parametr** (obr.7)

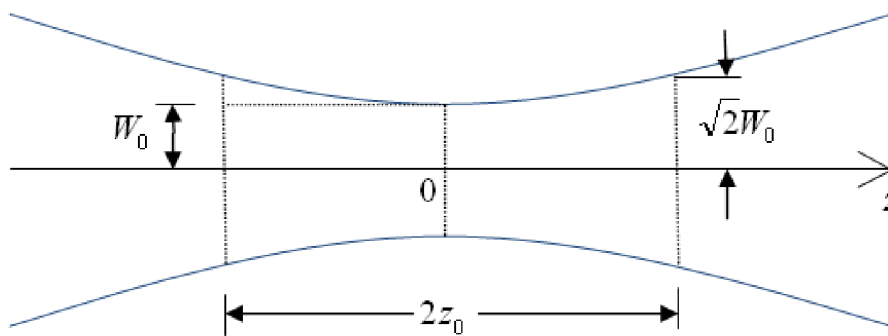


**Obr. 7.** V místě maximálního zúžení ( $z = 0$ ) má poloměr svazku  $W(z)$  minimální hodnotu  $W_0$

Z (2.7) můžeme vidět, že ohnisková hloubka je rovna dvojnásobku Rayleighovy vzdálenosti,

Ohnisková hloubka 
$$2z_0 = \frac{2\pi W_0^2}{\lambda} . \quad (2.11)$$

Ohnisková hloubka je přímo úměrná ploše průřezu svazku v místě maximálního zúžení a nepřímo úměrná vlnové délce. Fokusuje-li svazek do menší stopy, získáme kratší ohniskovou hloubku. To má za následek větší požadavky na přesnost nastavení ohniskové roviny. Pro větší vlnové délky nemůžeme současně dosáhnout malé stopy a velké ohniskové hloubky. Např. pro  $\lambda=633$  nm (vlnová délka laseru He-Ne) a stopu o velikosti  $2W_0 = 2$  cm dostaneme ohniskovou hloubku  $2z_0 \approx 1$  km. Mnohem menší stopa o velikosti  $20$   $\mu$ m odpovídá mnohem kratší ohniskové hloubce  $1$  mm.

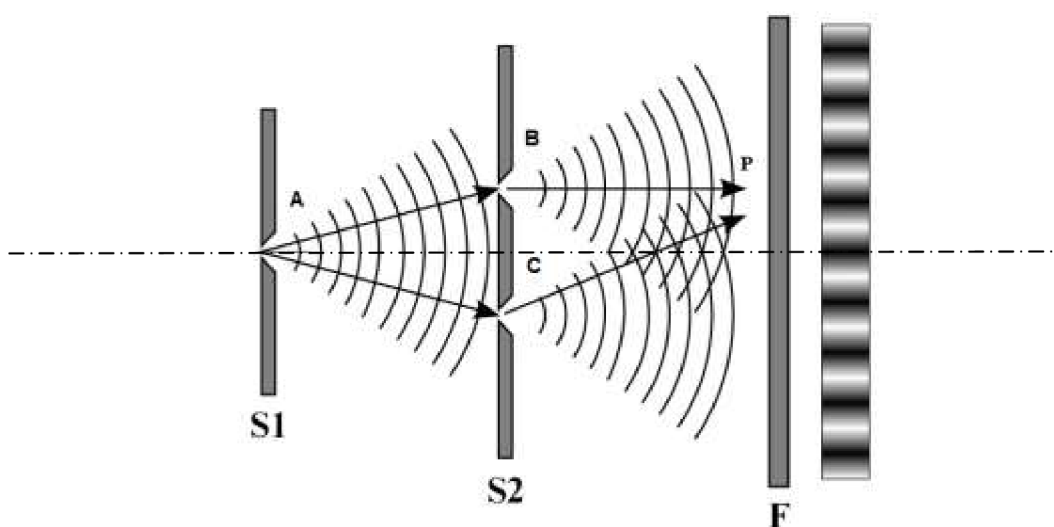


**Obr. 8.** Ohnisková hloubka gaussovského svazku

## 3 Vznik interference vlnění

### 3.1 Interference sférických vln

V roce 1801 Thomas Young experimentálně prokázal, že světlo je vlna, zatímco většina fyziků v té době pokládali světlo za proud částic. Demonstroval, že světlo vykazuje interferenci, jako třeba vlny na hladině, nebo zvukové vlny. Popis tohoto pokusu poslouží jako vhodný příklad interference světelných vln. [3]



Obr. 9. Základní uspořádání Youngova pokusu

Světlo z intenzivního zdroje necháme nejdříve projít malým kruhovým otvorem (viz. obr. 9. – S1A) a svazek z něj vycházející pustíme na stínítko s dvěma obdobnými malými otvory (viz. obr. 9. – S2BC) v malé vzdálenosti od sebe (místo kruhových otvorů jsou praktičtější rovnoběžné úzké štěrby, které způsobí jev mnohem světlejší).

Na vzdáleném stínítku pak pozorujeme výsledný jev (popsat jev je nejvýhodnější v rovině kolmé ke štěrbinám). Na stínítku se objeví ekvidistantní tmavé a světlé proužky, kterých je možno, v případě monochromatického osvětlení, pozorovat značné množství. V případě bílého světla jsou už dva nebo tři proužky kolem středního bílého maxima zbarveny a rychle se ztrácejí, jak se barvy přes sebe překládají. Vzniklý obraz na stínítku se nazývá **interferenční obraz**.

Světlé proužky na stínítku jsou důsledkem konstruktivní interference světelných vln a jde vlastně o dílčí lokální interferenční maxima. Zatímco tmavé proužky („interferenční minima“) vznikají

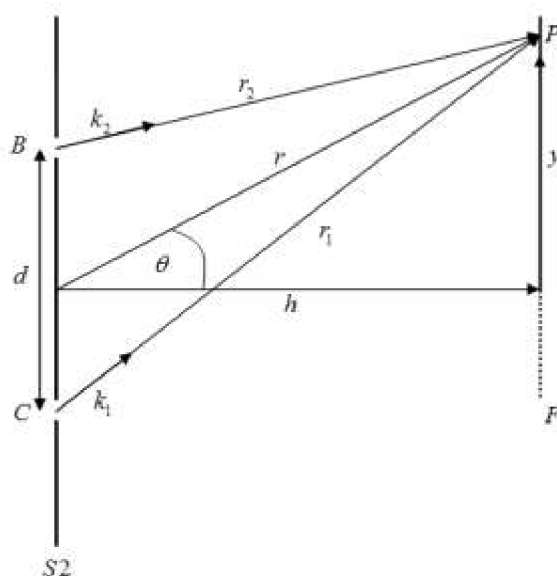
destruktivní interferenci těchto vln. Na obrázku výše (obr. 10.) dochází ke vzniku interferenčního maxima na středové ose v místech průsečíků vlnoploch. Dílčí „maxima“ pak vznikají v dalších průsečících těchto vlnoploch mimo tuto středovou osu.

### 3.2 Vznik interference v případě Youngova pokusu

Dvě vlny, které vychází ze štěrbin, mají z počátku stejnou fázi (jsou částmi jedné vlnoplochy). Mají-li se ale sejít v jednom libovolném bodě  $P$  (viz. obr. 11) na stínítku  $F$ , musí každá urazit dráhu o jiné délce. Jestliže se ovšem dvě vlny šíří různě dlouhými dráhami, jejich fázový rozdíl se může změnit.

Změna fázového rozdílu je tedy způsobena **dráhovým rozdílem**  $\Delta L = |r_2 - r_1|$  cest, kterými se vlny šíří. Jestliže je  $\Delta L$  rovno nule nebo celočíselnému násobku vlnové délky, vlny dorazí do bodu  $P$  (obr. 11.) ve fázi a interferují konstruktivně – bod leží ve světlém proužku. Pokud je  $\Delta L$  lichý násobek poloviny vlnové délky, dopadají vlny do bodu  $P$  přesně s opačnou fází a interferují destruktivně – bod  $P$  leží v tmavém proužku. Samozřejmě existuje i přechodným stav interference s osvětlením ve společném bodě  $P$ , které odpovídá hodnotám mezi světlým a tmavým proužkem.

[6]



Obr. 10. Znázornění rozdílu vzdálenosti vlnových drah

Pro interferenční maxima platí:

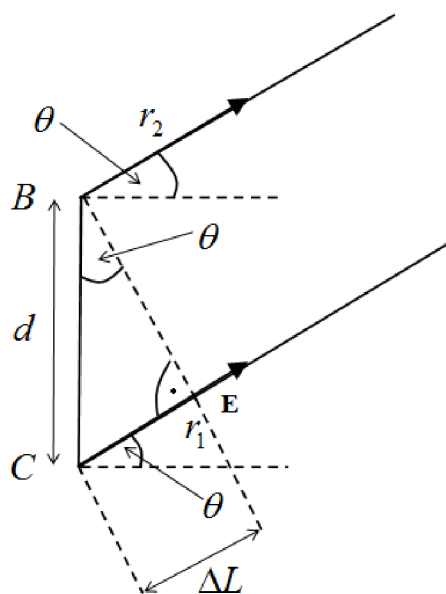
$$d \cdot \sin \theta = n \cdot \lambda \quad (3.1)$$

Pro interferenční minima platí:

$$d \cdot \sin \theta = \left( n + \frac{1}{2} \right) \cdot \lambda \quad (3.2)$$

kde  $\theta$  je úhel, který svírá spojnice bodu  $P$  se středem mezi štěrbinami a středovou osou,  $d$  je osová vzdálenost štěrbin a  $n$  může být celé kladné číslo včetně nuly. V bodě  $P$  končí paprsek  $r_1$  vlny šířící se ze spodní štěrbinu a paprsek  $r_2$  šířící se z horní štěrbinu.

Tyto vlny mají při výstupu ze štěrbin stejnou fázi, protože jsou částmi téže vlnoplochy dopadající vlny. Aby obě vlny dospěly od štěrbin do téhož bodu  $P$ , musí projít různé vzdálenosti.



**Obr. 11.** Dráhový rozdíl dopadajících vln

Polohu každého světlého nebo tmavého proužku můžeme určit z úhlu  $\theta$  od středové osy k proužku. Abychom našli  $\theta$ , musíme vyjádřit pomocí  $\Delta L$ . Podle obr. 12. Začneme nalezením takového bodu  $E$  na paprsku  $r_1$ , ve kterém je délka dráhy z  $E$  do  $P$  rovna délce dráhy z  $B$  do  $P$ . Pak dráhový rozdíl  $\Delta L$  mezi oběma paprsky je právě vzdálenost  $|CE|$ . [6]

Vztah mezi úhlem  $\theta$  a vzdáleností  $|CE|$  je složitý, ale můžeme jej značně zjednodušit, jestliže uspořádáme experiment tak, aby **vzdálenost  $h$**  od štěrbin ke stínítku byla **mnohem větší**, než je **vzdálenost  $d$**  mezi štěrbinami. V takovém případě můžeme považovat paprsky  $r_1, r_2$  za

vzájemně rovnoběžné a šířící se pod úhlem  $\theta$  k ose. Potom také můžeme považovat trojúhelník  $BCE$  (obr. 12.) za pravouhlý s vnitřním úhlem  $\theta$  u vrcholu  $B$ . Pro tento trojúhelník je  $\sin \theta = \Delta L/d$  a tedy

$$\Delta L = d \sin \theta \quad (3.3)$$

Pomocí rovnic (3.1) a (3.2) můžeme nalézt úhel  $\theta$  libovolném proužku a tedy i jeho polohu, kromě toho můžeme hodnotu  $n$  užít k označení proužku. Pro  $n = 0$  udává rovnice (3.1), že světlý proužek leží ve směru  $\theta = 0$ , tzn. na středové ose. Toto **středové (centrální) maximum** je místem ve kterém vlny, šířící se ze dvou štěrbin, mají dráhový rozdíl  $\Delta L = 0$ , proto mají i nulový fázový rozdíl.

Například pro  $n = 2$  rovnice (3.1) udává, že světlé proužky jsou ve směru

$$\theta = \arcsin\left(\frac{2\lambda}{d}\right), \quad (3.4)$$

nahoru nebo dolů vzhledem k ose. Vlny ze dvou štěrbin dospějí do místa těchto proužků při  $\Delta L = 2\lambda$  a tedy s rozdílem fází odpovídajícím dvěma vlnovým délkám. Tyto proužky se nazývají proužky **druhého řádu** (ve smyslu  $n = 2$ ) neboli **druhá vedlejší maxima**.

Pro  $n = 1$  z rovnice (3.2) vyplývá, že tmavé proužky jsou ve směru

$$\theta = \arcsin\left(\frac{1,5\lambda}{d}\right), \quad (3.5)$$

nad nebo pod osou. Vlny ze dvou štěrbin dorazí do míst těchto proužků s  $\Delta L = 1,5\lambda$  a s fázovým rozdílem odpovídajícím 1,5 vlnové délky.

Rovnice (3.1) a (3.2) byly odvozeny pro případ, že  $h \gg d$ .

### 3.3 Koherence světelných vln

Nutnou podmínkou, aby se interferenční obrazec objevil na stínítku  $F$  je, aby se fázový rozdíl světelných vln, dopadajících do společného bodu neměnil s časem, tj. aby byly **koherentní**.

Světelné vlny jsou **koherentní**, pokud je jejich fázový rozdíl konstantní. Přímé sluneční záření je však pouze částečně koherentní, to znamená, že vlny slunečního světla dopadajícího do dvou bodů mají konstantní fázový rozdíl pouze tehdy, jestliže jsou tyto body blízko u sebe.

Od běžných světelných zdrojů se liší laser. Jeho atomy vyzařují světlo koordinovaně, takže poskytují koherentní světlo. Toto světlo je navíc téměř monochromatické (jednobarevné) a je využíváno v úzkém svazku s malou rozbíhavostí.

### 3.4 Interferenční pole gaussovských svazků

Pro vyšetřování interference vlnění je nutné splnit **podmínky interference**:

- mít k dispozici minimálně dvě vlnění
- všechna uvažovaná vlnění mají stejnou vlnovou délku
- mezi vlněními vznikl dráhový nebo fázový posuv (rozdíl)

Při popisu interference dvou gaussovských svazků, budeme jev zkoumat v souřadnicové soustavě  $0xyz$  (obr. 5), ale zavedeme ještě dvě pomocné soustavy pro oba svazky. Pomocné soustavy  $x_i z_i$  (kde  $i=1,2$ ) mají počátky v místech, kde jsou krčky svazků. Pro zjištění výsledné intenzity svazků se tyto souřadnicové soustavy přetransformují podle (3.7) [2].

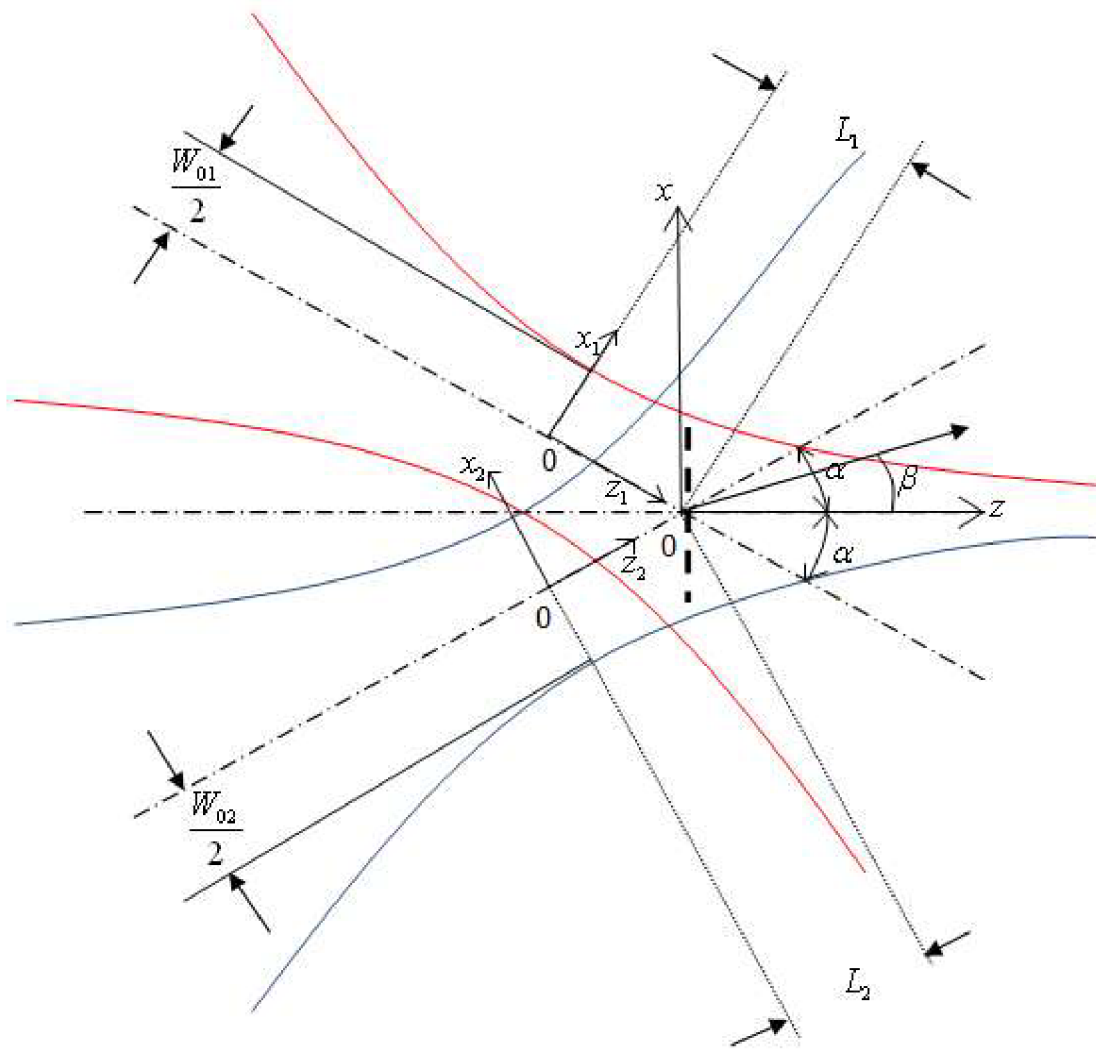
mohli uvažovat o interferenci dvou gaussovských svazků, zvolíme úhel  $\alpha$  ( $2\alpha$  – je úhel mezi svazky) tak, aby byl co nejmenší (obr. 13.).

Počátek souřadnicové soustavy zvolíme v místě, kde svazky interferují – černá přerušovaná čára na obr. 13. Interferenční rovina je totožná s rovinou  $xy$ .

Z principu superpozice vlnění plyne pro intenzitu pole vzniklého interferencí dvou gaussovských svazků v libovolném místě prostoru daném polohovým vektorem  $\mathbf{r}$  vztah:

$$\begin{aligned}
 I(\rho, z) = I(\mathbf{r}) = & \left[ A_{01}^2 \frac{W_{01}}{W_1} \right]^2 \cdot \exp \left[ -2 \frac{x_1^2 + y_1^2}{W_1} \right] + \left[ A_{02}^2 \frac{W_{02}}{W_2} \right]^2 \cdot \exp \left[ -2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{W_2} \right] \\
 & + 2 A_{01} A_{02} \frac{W_{01} W_{02}}{W_1 W_2} \times \exp \left[ -\frac{x_1^2 + y_1^2}{W_1} - \frac{x_2^2 + y_2^2}{W_2} \right] \\
 & \times \cos \left\{ k \left[ (z_2 - z_1) - \frac{1}{2} \left( \frac{x_1^2 + y_1^2}{R_1} - \frac{x_2^2 + y_2^2}{R_2} \right) + \frac{1}{k} (\zeta_1 - \zeta_2) \right] \right\}
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$





**Obr. 12.** Schematické znázornění interference Gaussovských svazků (převzato [2])

kde  $2\alpha$  je úhel mezi osami svazků,  $\beta$  je úhel, mezi normálou interferenční roviny a osy  $z$ , dále platí  $x = z \cot \beta$ .  $A_{0i}$  jsou amplitudy ve středech krčků svazků,  $W_{0i}$  jsou šířky svazků v krčku a  $W_i$ ,  $R_i$  a  $\zeta_i$  jsou dány vztahem (1.32), (1.33) resp. (1.34).

Je vhodné pomocné souřadnice přetransformovat a uvažovat ve souřadnicové soustavě  $0x_1y_1z_1$ . Transformační vztahy pak jsou

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x \cos \alpha + z \sin \alpha \\
 y_1 &= y \\
 z_1 &= -x \sin \alpha + z \cos \alpha + L_i
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

kde  $L_i$  jsou vzdálenosti počátků pomocných souřadnicových systémů od počátku souřadnic  $0xyz$  [2].

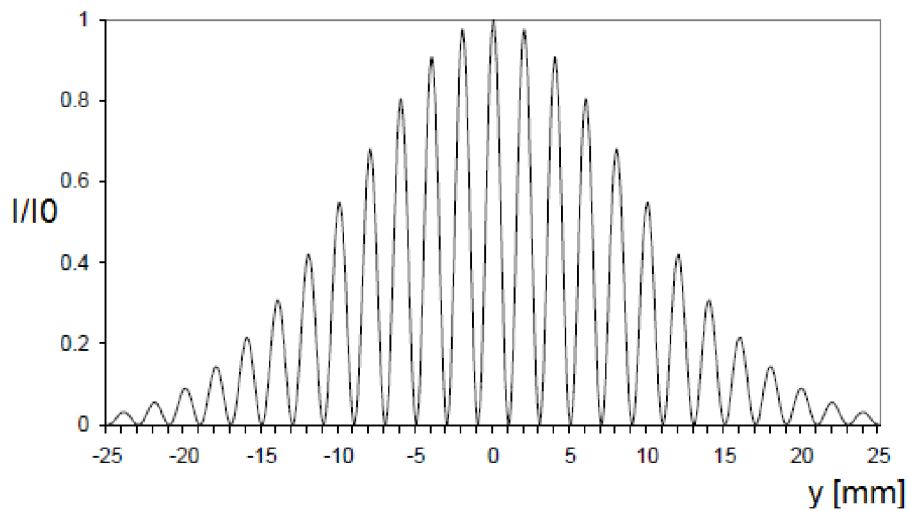
Dosažením obdržíme

$$\begin{aligned}
 I(r) = & \left[ A_{01}^2 \frac{W_{01}}{W_1} \right]^2 \exp \left\{ -2 \frac{x^2 \cos^2 \alpha + y^2 + z^2 \sin^2 \alpha + xz \sin \{2\alpha\}}{W_1^2} \right\} \\
 & + \left[ A_{02}^2 \frac{W_{02}}{W_2} \right]^2 \exp \left\{ -2 \frac{x^2 \cos^2 \alpha + y^2 + z^2 \sin^2 \alpha + xz \sin \{2\alpha\}}{W_2^2} \right\} \\
 & + 2A_{01}A_{02} \frac{W_{01}W_{02}}{W_1W_2} \exp \left\{ -(x^2 \cos^2 \alpha + y^2 + z^2 \sin^2 \alpha) \left( \frac{1}{W_1^2} + \frac{1}{W_2^2} \right) \right\} \\
 & \times \exp \left\{ -xz \sin \{2\alpha\} \left( \frac{1}{W_1^2} + \frac{1}{W_2^2} \right) \right\} \cos \zeta
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

kde

$$\begin{aligned}
 \zeta = & 2kx \sin \alpha \left[ 1 - \frac{1}{2 \tan \alpha} \left( \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) x \cos \alpha + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) z \sin \alpha \right) \right] \\
 & - \frac{k}{2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (y^2 + z^2 \sin^2 \alpha) \\
 & + \left( \arctan \left\{ \frac{L_1 - x \sin \alpha + z \cos \alpha}{z_{01}} \right\} - \arctan \left\{ \frac{L_2 + x \sin \alpha + z \cos \alpha}{z_{02}} \right\} \right) - k(L_1 - L_2).
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Parametr  $z_{0i}$  – **Rayleighova vzdálenost** – vyjadřuje vzdálenost, do které je možno považovat gaussovský svazek za kolimovaný. Členy s *arctan* lze téměř vždy zanedbat, protože nejen že se odečítají, ale především jsou řádu srovnatelného s vlnovou délkou. Projevily by se pouze při velmi malých hodnotách  $x$ , a to ještě pokud by  $L_i$  bylo srovnatelné s  $x$  či  $z$ . V praxi však spíše častější případ, kdy  $L_i \gg x, z$ . Také člen s kvadratickými souřadnicemi lze často zanedbat. [2]



**Obr. 13.** Rozložení intenzity na ose interferenčního pole pro symetrické uspořádání ( $\beta=0$ ) a pro případ, že se osy svazků protínají ve středech jejich pasů ( $R_1=R_2=\infty$ ) (převzato z [2])

## 4 Simulace intenzitního skládání dvou svazků

### 4.1 Model skládání nekoherentních svazků

Ke situaci skládání dvou nebo více svazků je možné přistoupit dvěma způsoby. První, jednodušší situace, když skládání se považuje jako **nekoherentní**:

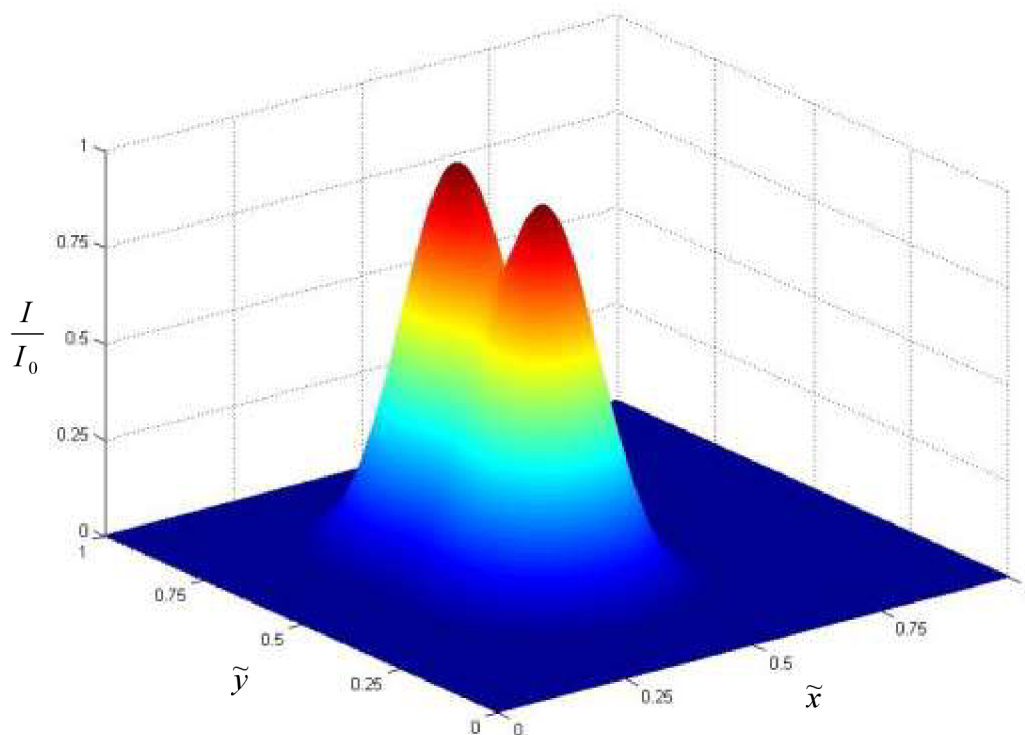
$$I = I_1 + I_2 \quad (4.1)$$

$$\text{kde } I_1 = \left[ A_{01}^2 \frac{W_{01}}{W_1} \right]^2 \cdot \exp \left[ -2 \frac{x_1^2 + y_1^2}{W_1} \right] \text{ a } I_2 = \left[ A_{02}^2 \frac{W_{02}}{W_2} \right]^2 \cdot \exp \left[ -2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{W_2} \right].$$

Dosazením získáme:

$$I = \left[ A_{01}^2 \frac{W_{01}}{W_1} \right]^2 \cdot \exp \left[ -2 \frac{x_1^2 + y_1^2}{W_1} \right] + \left[ A_{02}^2 \frac{W_{02}}{W_2} \right]^2 \cdot \exp \left[ -2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{W_2} \right]. \quad (4.2)$$

$I_1, I_2$  jsou optické intenzity jednotlivých svazků a  $I$  je výsledná optická intenzita (viz. obr. 15.)



**Obr. 14.** Příklad nekoherentního skládání dvou laserových svazků  $I_1 + I_2$

Na obr. 15. je znázorněno rozložení relativné optické intenzity závislosti na relativných souřadnicích  $\tilde{x}$  a  $\tilde{y}$ , kde  $\tilde{x} = \frac{x}{W_{0x}}$  a  $\tilde{y} = \frac{y}{W_{0y}}$  ve vzdálenosti  $\tilde{z} = \frac{z}{z_0}$ . Souřadnice  $x$  a  $y$  jsem získal pomocí příkazu *linspace*, dále  $W_{0x}$  a  $W_{0y}$  jsou šířky svazků. Šířka svazku v krčku bylo 6 mm, a výkon obou laserů 5 mW.

Jevu interference nedochází, totiž oba svazky mají stejnou vlnovou délku, a mají stejnou fázi – laserové paprsky urazí stejnou vzdálenost.

## 4.2 Model skládání koherentních svazků

V reálném případě situace skládání se více svazků není tak jednoduché jak to bylo zmíněno v kapitole 5.1 - viz. vzorec č. (5.2). Když skládání se považuje za **koherentní**, pak výslednou intenzitu je možné získat pomocí komplexní amplitudy (1.31):

$$I \approx (U)^2 = (U_1 + U_2)^2. \quad (4.3)$$

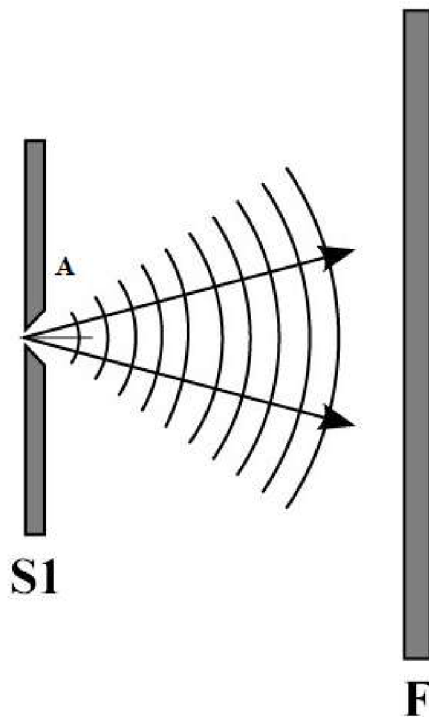
V následující části práce budeme zkoumat situaci koherentního skládání svazků. Celou situaci je jednoduše možné modelovat v programu MATLAB. Bude se jednat o **obecný model**, pro šíření koherentního vlnění.

Metoda vychází ze znalosti Youngového experimentu, a je realizována pomocí *Fourierovy řady*, resp. *2-D Fourierovy transformaci*. Vygenerujeme obecnou plochu o rozměru matice 128 x 128, které naplníme nulami. Jednotlivé štěrby zmíněného experimentu lze simulovat tak, že v libovolném místě matice místo nul, definuje jedničky (viz. obr. 17). Výslednou intenzitu pak získáme, když provedeme *2-D diskrétní Fourierovou transformaci* na získané matici. Abychom dostali rozložení  $I/I_0$ , musíme spočítat kvadrát matice.

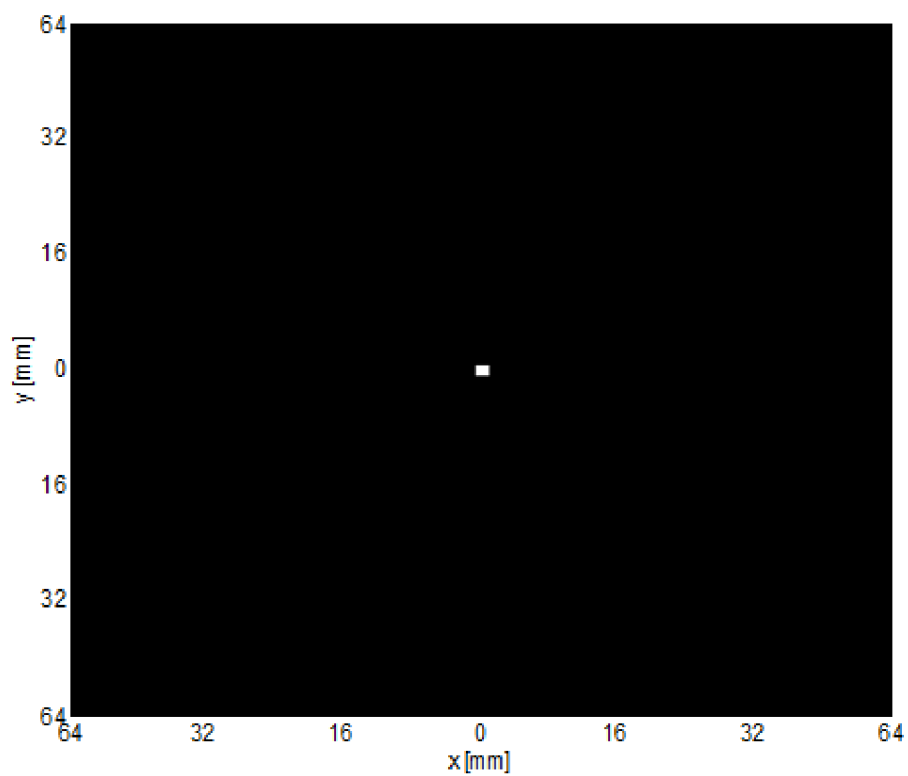
### 4.3 Modelování rozložení relativní optické intenzity jednoho a více svazků

Situace rozložení zdrojů svazků a stínítka je znázorněn na obr. 16. Koherentní vlnění přechází přes stínítko S1, na kterém vlna vychází z bodu A, a na stínítku F vytváří difrakční obraz (obr. 18.).

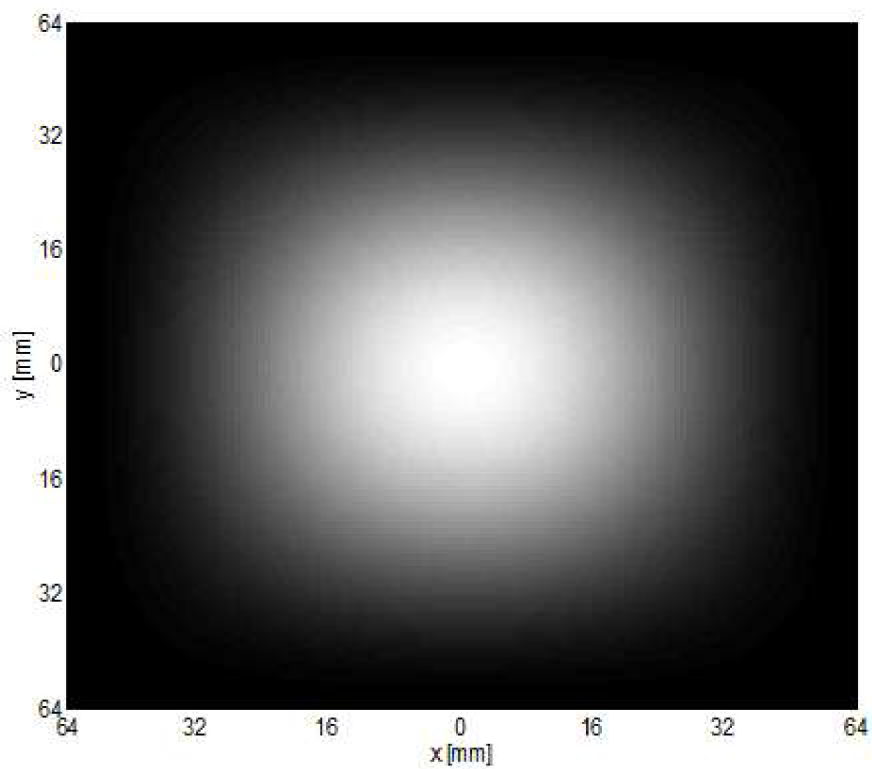
Aby model bylo možné použít i v praxi, je vhodné nadefinovat rozměry plochy. Měřítka plochy jsem zvolil tak, že rozměru matice 128 ve skutečnosti přiřazuji 64 mm a velikost jedné šterbiny je 1 mm x 1 mm. Model, který jsem vytvořil, umožňuje měnit vzdálenost šterbin  $d$  (viz. obr. 11.) na ploše od 0,5 mm do 62 mm, nikoliv vzdálenost „ $h$ “ (viz. obr. 11.).



Obr. 15. Rozložení zdroje vlnění a stínítka pro první situace

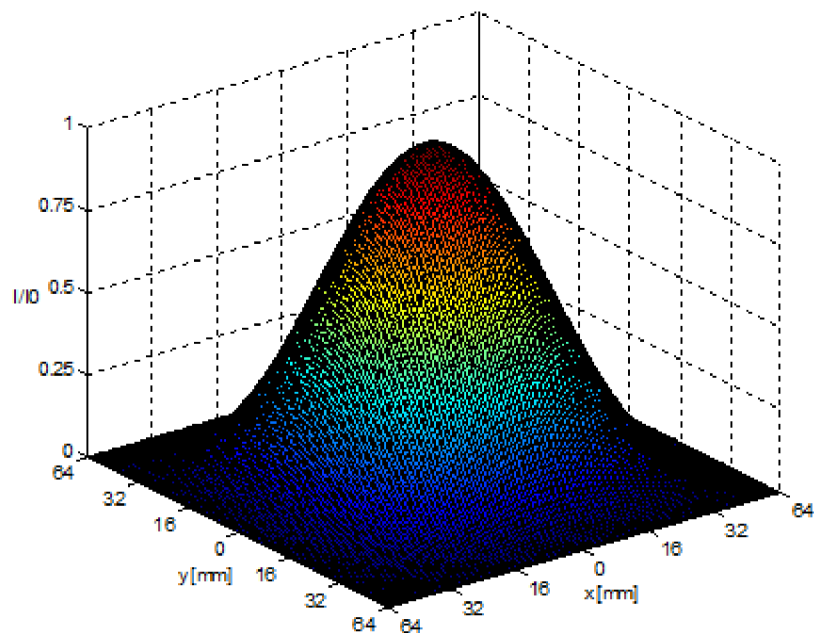


**Obr. 16.** Definice štěrby Youngova pokusu na stínítku S1 – první situace

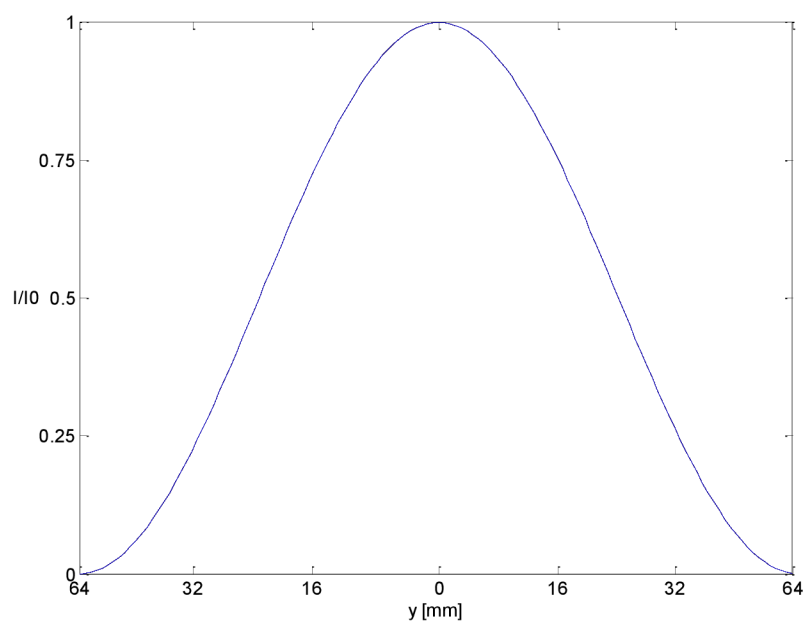


**Obr. 17.** Výsledný difrakční obrazec na stínítku  $F$  - první situace

Na obr. 18. je možné vidět difrakční obrazec jednoho svazku, které má jedno velké maximum ve střede plochy. Rozložení relativní optické intenzity (obr. 18.) má tvar  $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ .



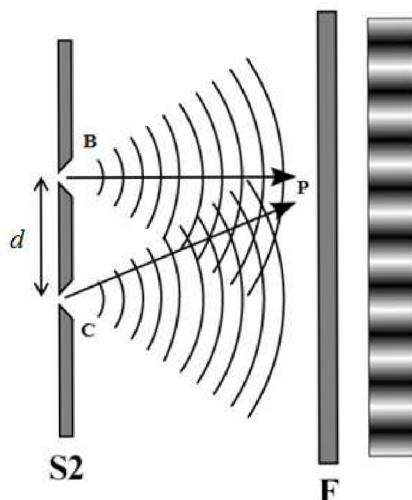
**Obr. 18.** Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích  $x$  a  $y$  – první situace



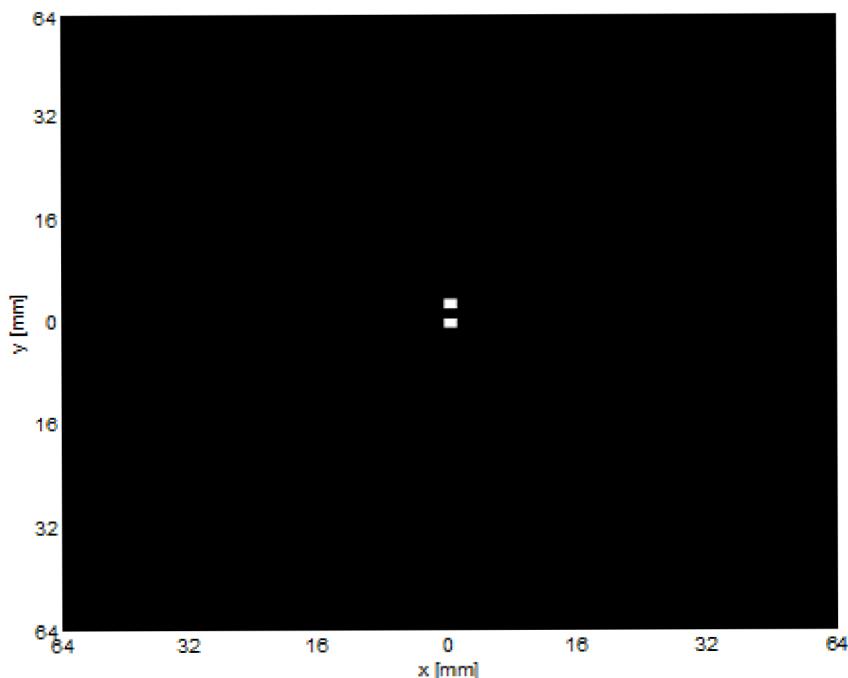
**Obr. 19.** Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici  $y$  – první situace



V druhé situaci rozložení zdrojů vlnění je znázorněno na (obr. 20.). Aby bylo možné definovat fázový, resp. dráhový rozdíl dvou svazků, a celou situaci modelovat v Matlabu je dobré definovat dva štěrbin na stínítku S2. Pak dostaneme dva svazky, které přecházejí přes štěrbinu na stínítku S2 (obr. 21.), a vytvářejí interferenční obrazec (obr. 22.).



**Obr. 20.** Rozložení zdrojů vlnění a stínítka pro druhou situaci

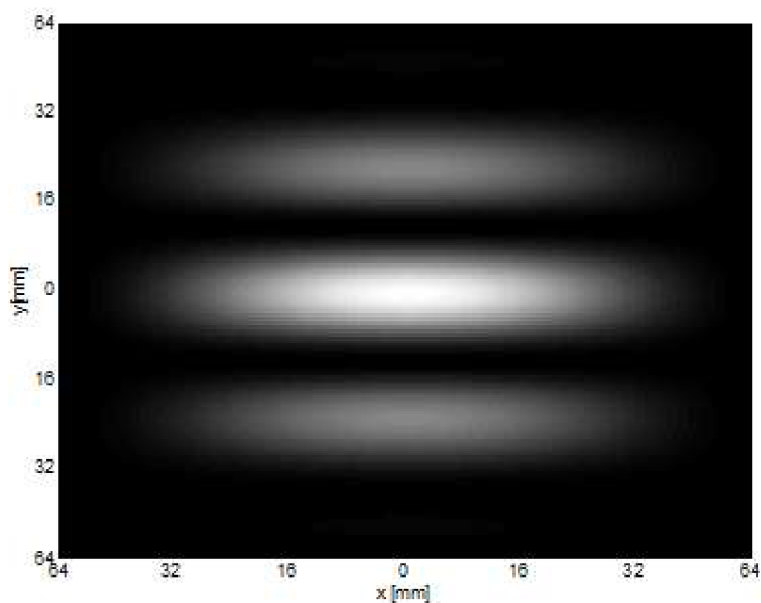


**Obr. 21.** Definice štěrbin Youngova pokusu na stínítku S2 – druhá situace –  $d = 1$  mm

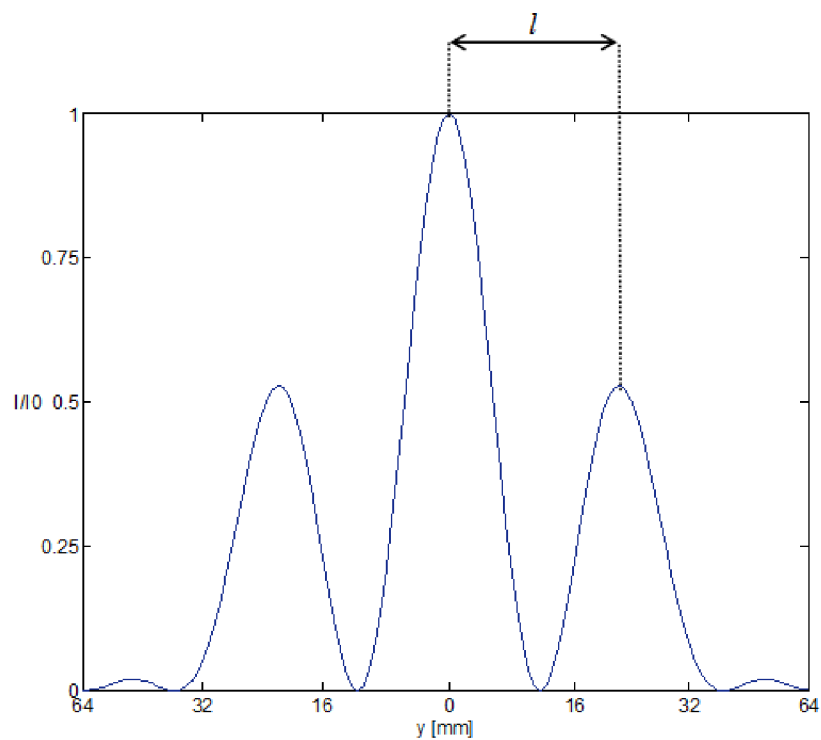
Na (obr. 21.) jsou definovány dva štěrbin ve vzdálenosti od sebe  $d = 1$  mm. Velikost štěrbin je 1 mm x 1 mm.

Na štěrbinu přicházejí vlny, které při výstupu ze štěrbin mají stejnou fázi. Aby ale obě vlny dospěly od štěrbin do téhož bodu  $P$ , musí projít různé vzdálenosti. Změna dráhového rozdílu  $\Delta L$ , způsobuje fázový rozdíl vln.

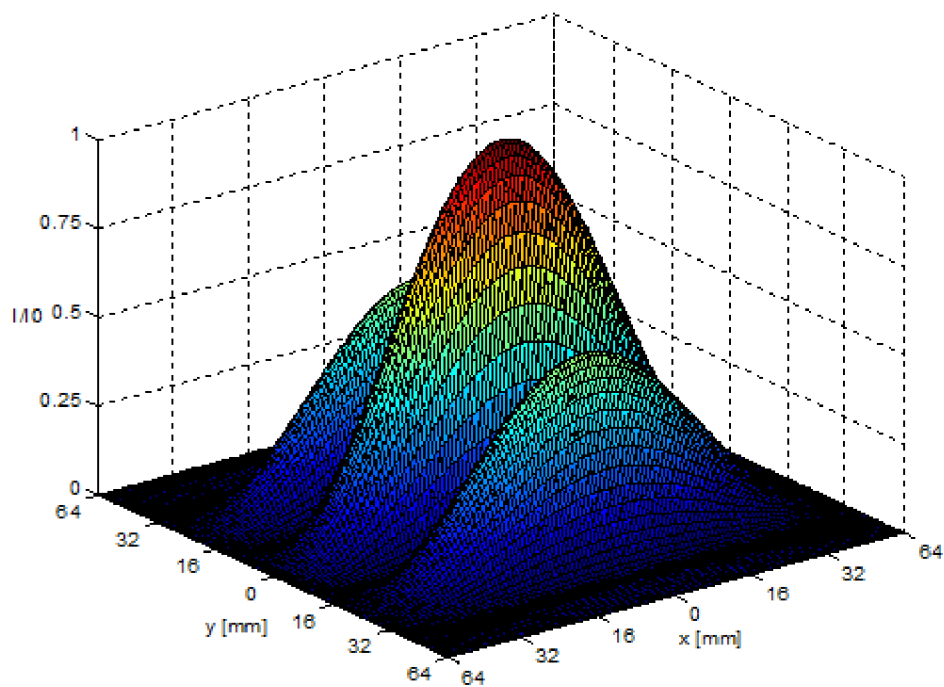
Na stínítku  $F$  se vytvoří interferenční obrazec (obr. 22.). Je možné pozorovat jedno velké maximum (světlý proužek), a dvě vedlejší maxima. Vzdálenost dvou sousedních maxim je podle modelu v Matlabu je  $l = 23$  mm (viz. obr. 23.).



**Obr. 22.** Výsledný interferenční obrazec na stínítku  $F$  – při  $d = 1$  mm

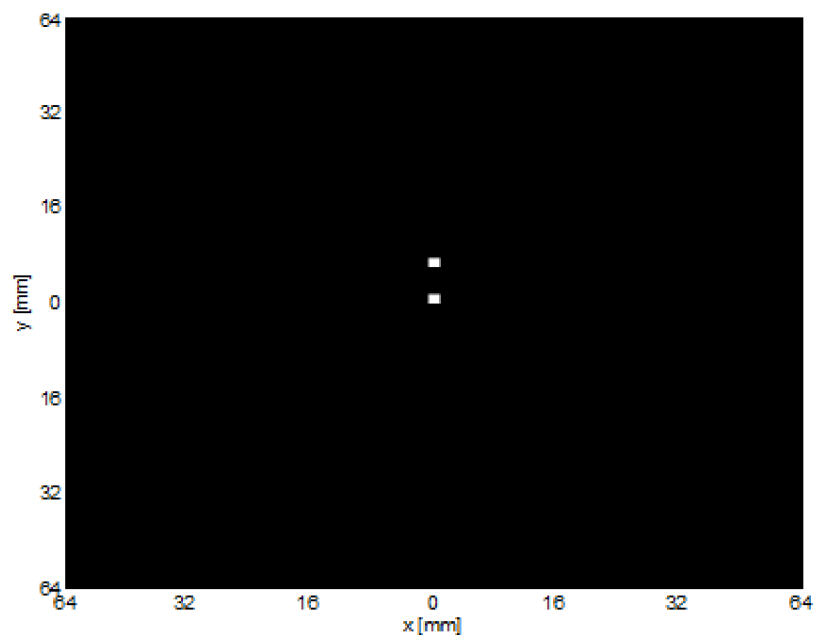


**Obr. 23.** Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici  $y$  :  $d = 1$  mm

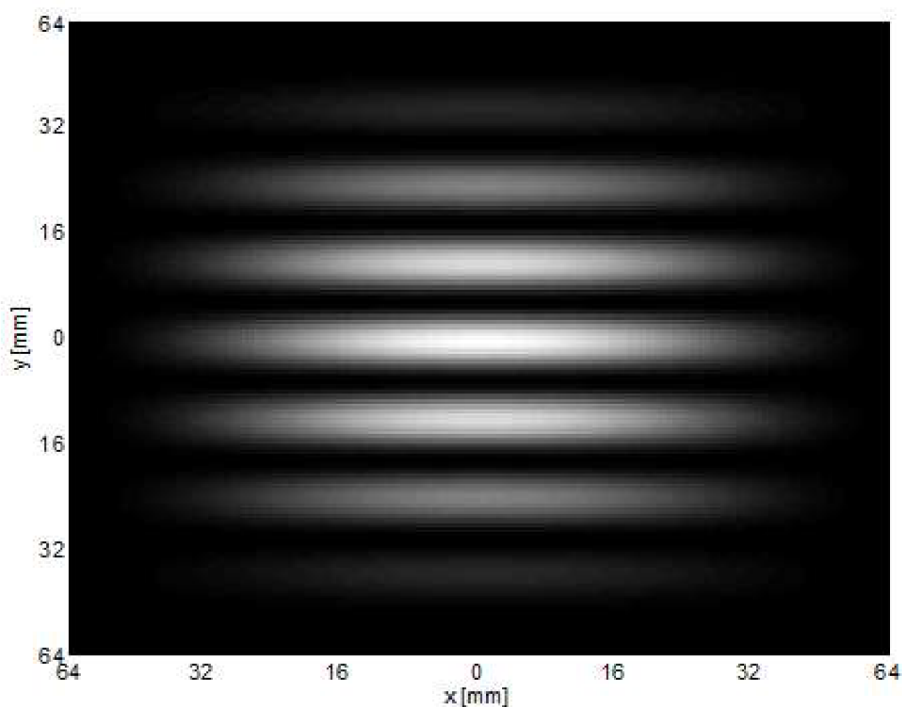


**Obr. 24.** Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích  $x$  a  $y$   
při  $d = 1$  mm

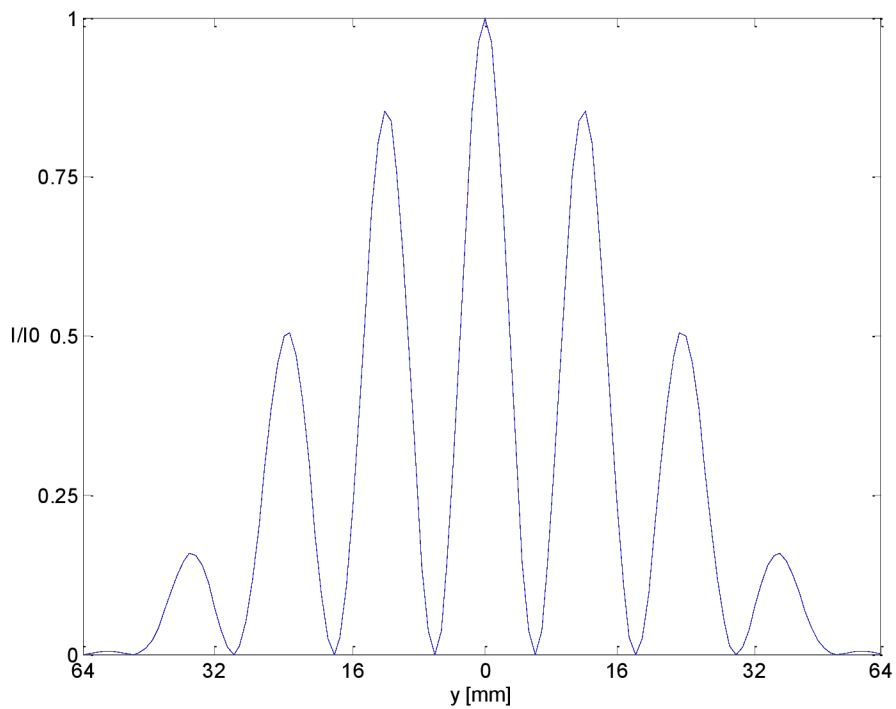
V další části se budeme měnit vzdálenost šěrbin  $d$ , ale rozměr šěrbin zůstane zachovaný.



**Obr. 25.** Definice štěrbin Youngova pokusu na stínítku  $S_2$  – druhá situace –  $d = 3$  mm  
 Při vzdálenosti  $d = 3$  mm interferenční obrazec (obr. 26.) se skládá ze sedm maxim, ze kterých je nejsvětější uprostřed, a ostatní ze vzdáleností  $y$  vymizí.

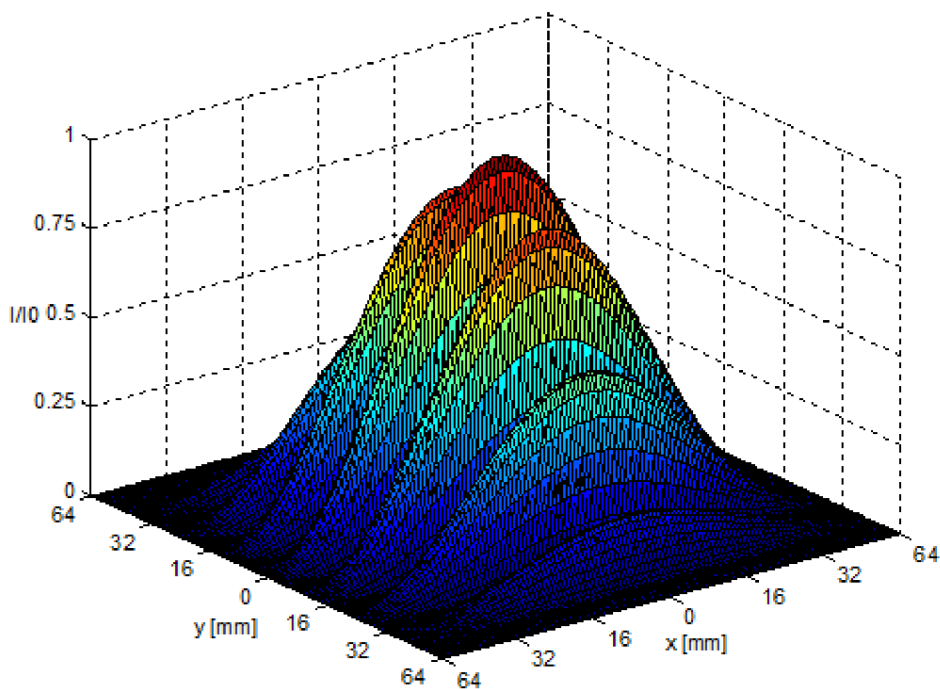


**Obr. 26.** Výsledný interferenční obrazec na stínítku  $F$  – při  $d = 3$  mm

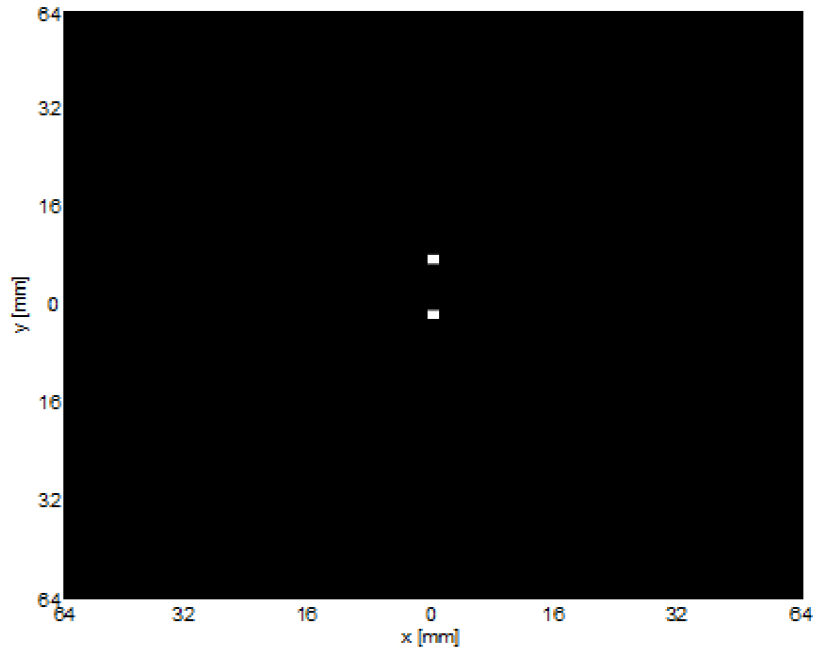


**Obr. 27.** Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici  $y$  :  $d = 3$  mm

Vzdálenost mezi sousedním maxim je  $l = 11$  mm (obr. 27.), míň než to bylo u vzdálenosti štěrbin  $d = 1$  mm.

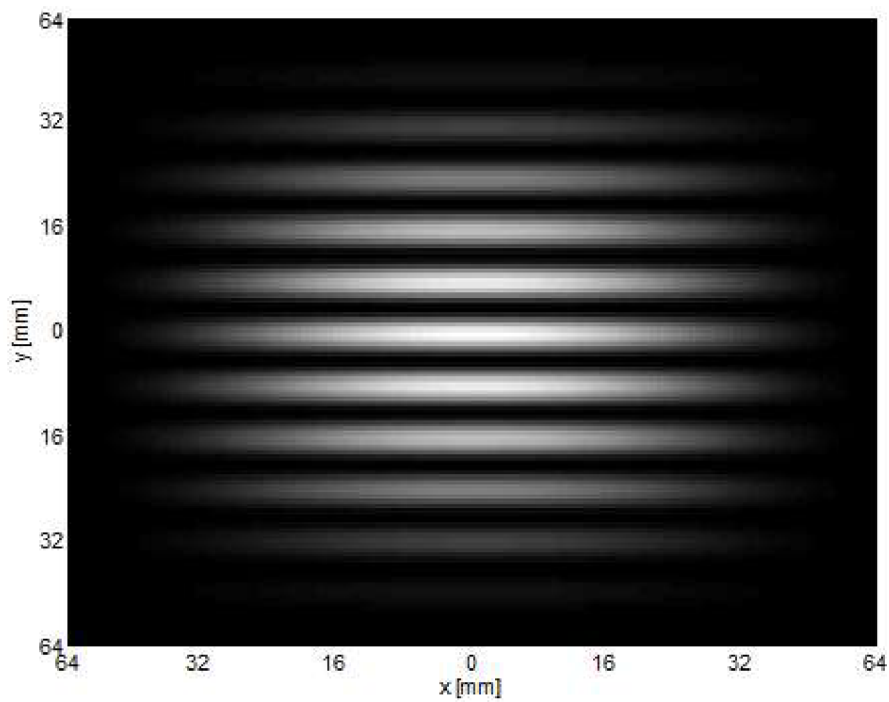


**Obr. 28.** Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích  $x$  a  $y$  při  $d = 3$  mm

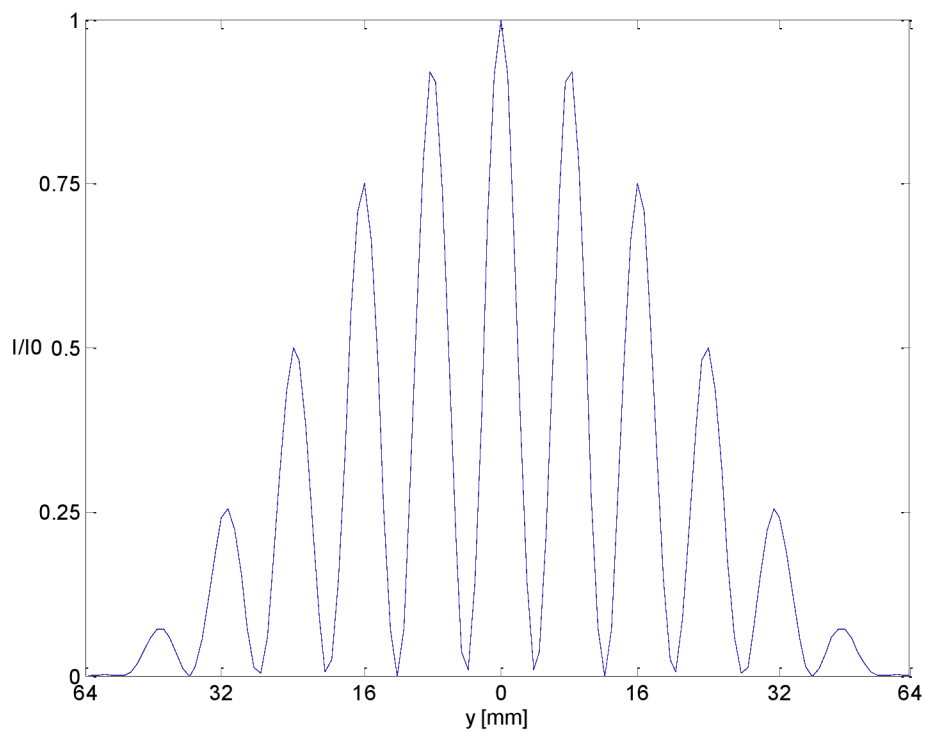


**Obr. 29.** Definice štěrby Youngova pokusu na stínítku S2 – druhá situace –  $d = 5$  mm

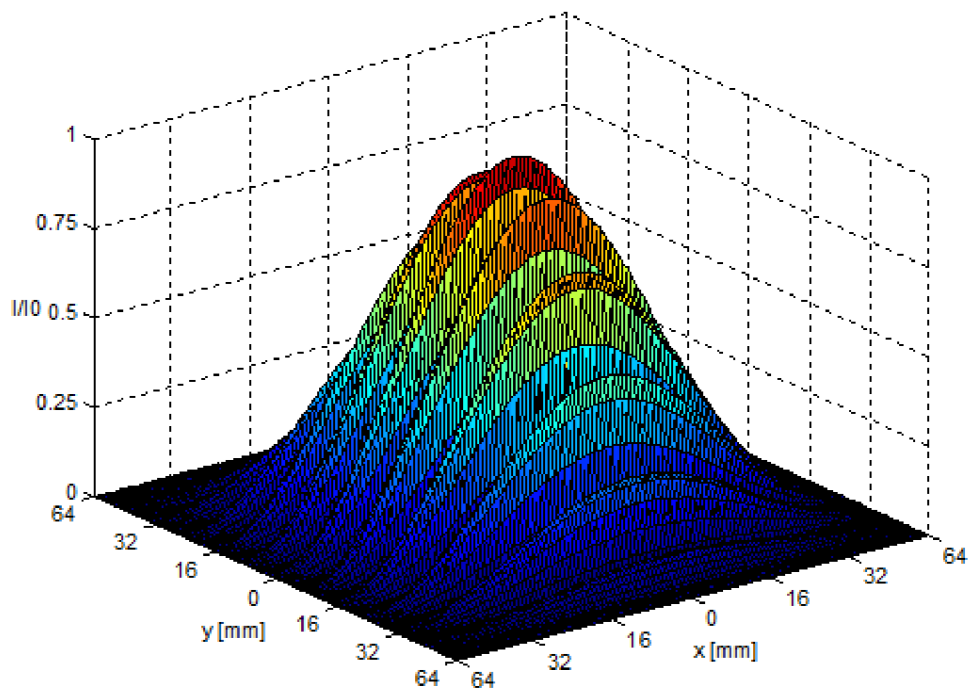
Při vzdálenosti  $d = 5$  mm na interferenčním obrazu je vidět, že rozdíl světlých a proužků (rozdíl sousedních maxim) není tak výrazný (obr. 30.) jak to bylo při menších vzdálenostech  $d$ .



**Obr. 30.** Výsledný interferenční obrazec na stínítku  $F$  – při  $d = 5$  mm

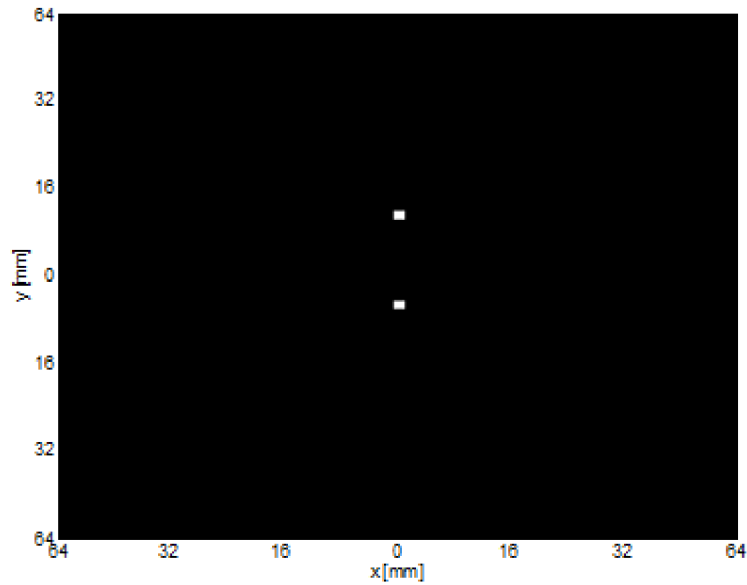


**Obr. 31.** Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici  $y$  :  $d = 5$  mm - vzdálenost sousedních maxim  $l = 8$  mm



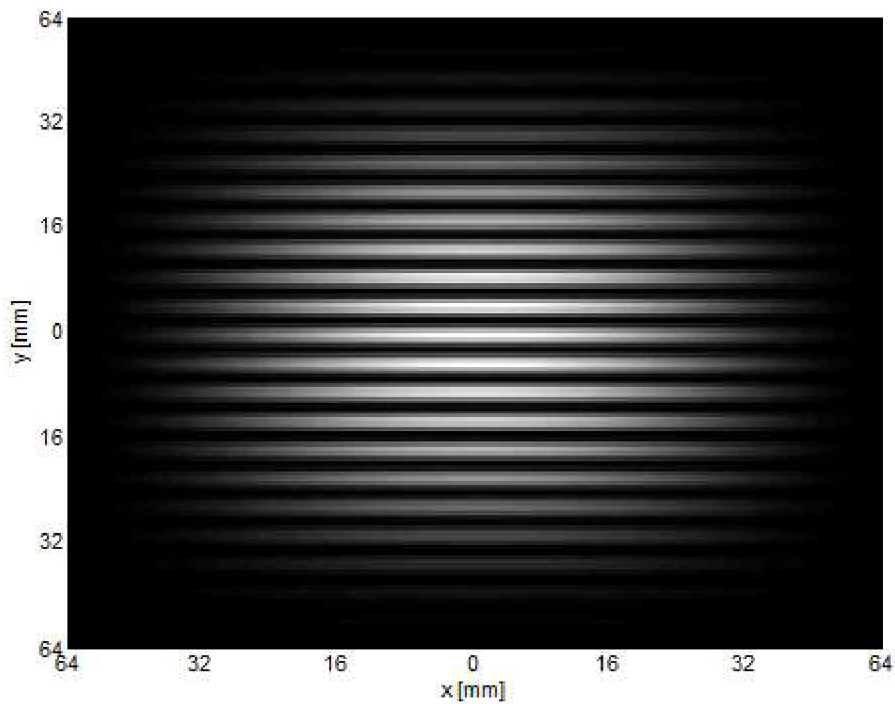
**Obr. 32.** Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích  $x$  a  $y$  při  $d = 5$  mm

Rozložení relativní optické intenzity začíná mít tvar „velkého kopce“ (obr. 32.). Při menších vzdálenostech, zejména při  $d = 1$  mm, tvar relativní intenzity měl tvar více kopců (obr. 25.).



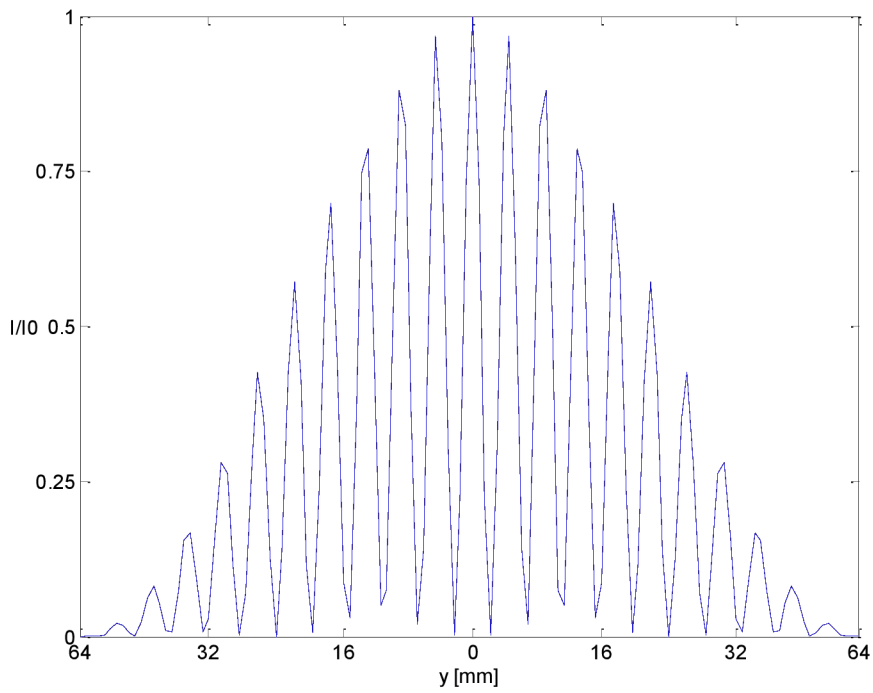
**Obr. 33.** Definice štěrbin Youngova pokusu na stínítku S2 – druhá situace –  $d = 10$  mm

Nejviditelnější rozdíl dochází při vzdálenosti štěrbin  $d = 10$  mm. V interferenčním obrazu světlé proužky vymizí ve mnohem větším vzdálenosti od středu plochy (obr. 34).

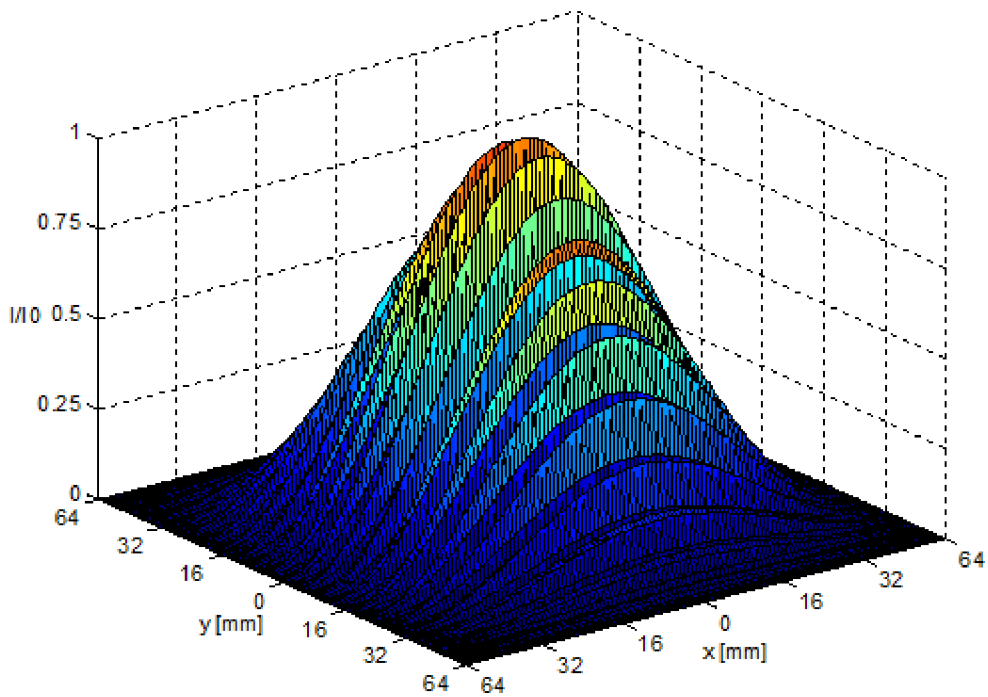


**Obr. 34.** Výsledný interferenční obrazec na stínítku  $F$  – při  $d = 10$  mm





**Obr. 35.** Relativní optická intenzita závislosti na souřadnici  $y$  :  $d = 10$  mm



**Obr. 36.** Rozložení relativní optické intenzity závislosti na souřadnicích  $x$  a  $y$  při  $d = 5$  mm

Vzdálenost sousedních maxim  $l = 3$  mm (obr. 35.). Tvar rozložení relativní optické intenzity připomíná „jeden velký kopec“ (obr. 36.).

## 5 Optická komunikace

Datová komunikace zprostředkovaná optickými zařízeními má v dnešní době stále větší význam. Vedle spojů, využívající optická vlákna se na menší přenosové vzdálenosti začíná dostávat zatím málo využívaný typ přenosu, a to otevřený optický spoj. Nespornou výhodou je skutečnost, že není potřeba pokládat žádné kabely. Navíc pro optické komunikace neexistují poplatky za využívání provozních frekvencí.

Optická komunikace je forma komunikace, která používá světlo jako přenosové médium. Optický komunikační systém se skládá z vysílače (kóduje zprávy do optických signálu resp. kanálů), který pomocí světelných paprsků přenáší signál na místo určení. [7]

### 5.1 Základní charakteristika optické komunikace

Nejběžnějším způsobem optické komunikace je přenos signálu pomocí média, kterým je **optické vlákno**. Vysílače v optickém vláknu jsou obecně světlo-emitující diody (LED) a laserové diody.

Další typ komunikace, s kterým se bude práce dál zabývat, využívá jako přenosové médium atmosféru, tzv. **atmosférický optický spoj (AOS)**. AOS je spoj, který pro přenos informace používá optickou nosnou vlnu šířící se v atmosféře. Optický výkon je soustředěn do jednoho nebo více **optických svazků**, které můžou dále obsahovat několik **optických kanálů**.

Spoje fungují až na vzdálenost několika kilometrů, pokud existuje jasná **přímá viditelnost** mezi zdrojem (vysílač) a místem určení (přijímač). AOS se používají v situacích, v nichž použití optického kabelu je nemožné, a požaduje se přenosová rychlost vyšší, než jaká je dosažitelná pomocí např. mikrovlnného spoje.

## 5.2 Vysílač a přijímač pro AOS

AOS se skládá ze **dvou hlavic** obvykle pracujících mezi sebou plně duplexním způsobem. Každá hlavička je pak připojena k osobnímu počítači, serveru nebo ústředně. Hlavičky jsou vybaveny **vysílacím a přijímacím systémem** (VS a PS) pro komunikaci mezi sebou.

**Vysílací systém** AOS je část hlavičky, která tvaruje vyzařovaný svazek a zabezpečuje jeho modulaci. Hlavními bloky vysílacího systému (VS) jsou: **budič optického zdroje, laserová dioda (LD)**, zaměřovací systém, elektronický blok zaměřovacího systému a **vysílací optická soustava (VOS)**.

**Přijímací systém** je část hlavičky, která prostřednictvím přijímací optické soustavy soustřeďuje přijatý optický svazek na aktivní plochu fotodiody (FD). Hlavními bloky přijímacího systému (PS) jsou: **přijímací optická soustava (POS), fotodioda (FD), předzesilovač** a demodulátor. Předpokládá se, že v přijímacím systému je použita fotodioda PIN.

## 5.3 Polovodičové laserové diody LD

Zdrojem světelných paprsků může být např. laserová dioda (viz. obr. 37.). Dioda je realizovaná na polovodiči. Elektronky se do vyšší hladiny dostávají napětím na přechodu PN oproti použití světelného záření běžného u klasických laserů. Oproti klasickým laserům mají menší rozměry a snadné napájení. Na druhou stranu mají méně koherentní světlo, horší chromatičnost, menší výkon a mají velmi krátkou životnost, ale oproti LED mají podstatně větší světelný výkon a vyšší spektrální čistotu o několik řádů. Záření je koherentní, proto se projevuje jen velmi nízká chromatická disperze. Může být proto dosaženo větších rychlostí, řádově stovky Gb/s. [8]



**Obr. 37.** Laserová dioda a fotodioda

## 5.4 Vlastnosti přenosového prostředí AOS

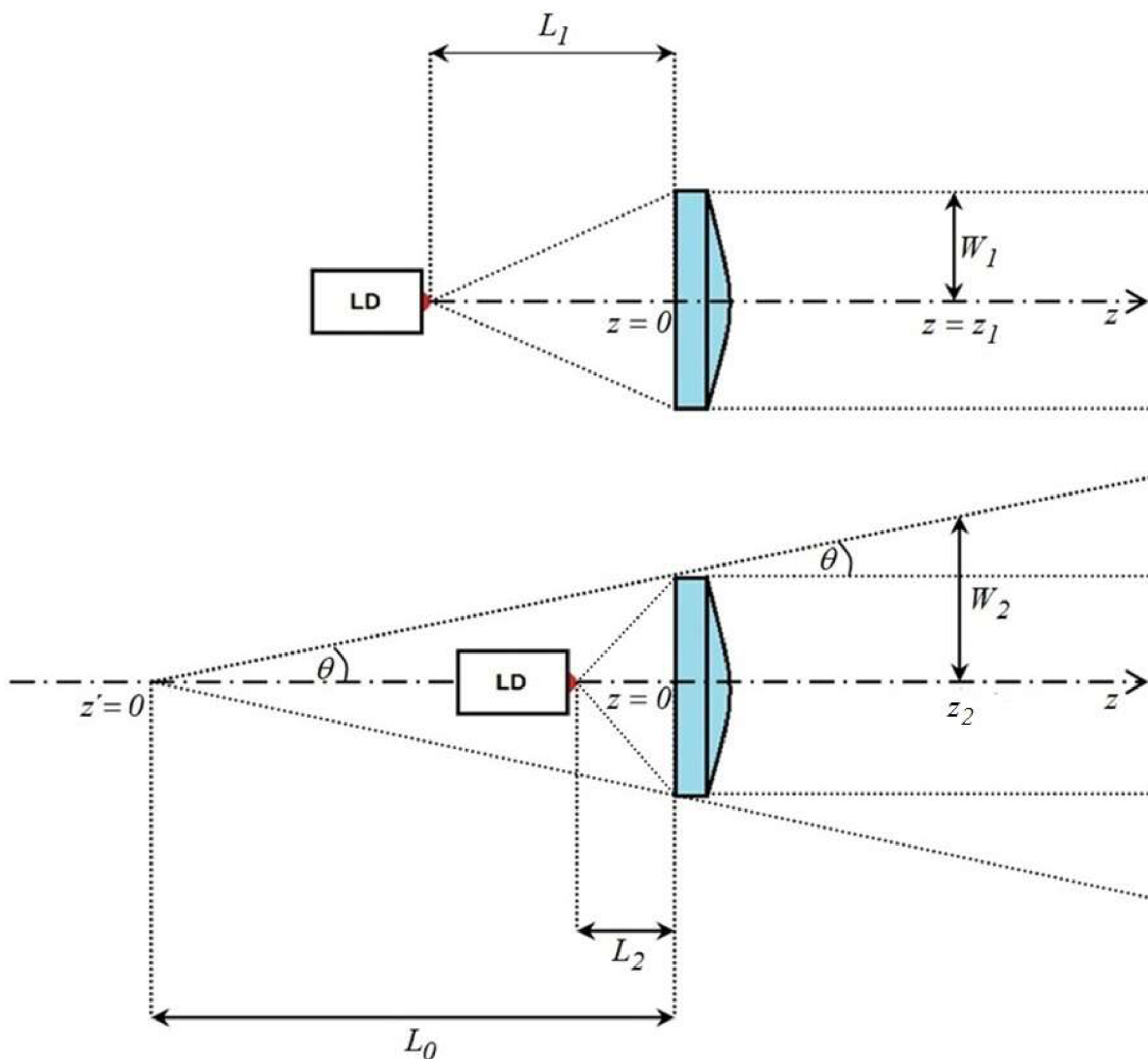
Přenosovým prostředím atmosférického optického spoje je atmosféra. Ta je obecně nestacionární a nehomogenní. Vlastnosti atmosféry podstatně ovlivňují kvalitu přenosu. Index lomu se mění s polohou a časem. Při šíření světelného paprsku atmosférou dochází k jeho útlumu, který vyjadřuje koeficient útlumu [dB/km]. Koeficient útlumu je závislý na vlnové délce procházejícího záření. Další vliv na útlum světelné vlny má mlha a déšť. Mlha utlumuje podstatně více než déšť. Vliv na šíření optické vlny mají i tzv. turbulence. Jde o atmosférický jev, který má za následek náhodné vznikání a zanikání nehomogenit indexu lomu. Ty mají tvar koule o velikosti od několika *mm* do několika *km*. Pozorujeme je jako známé třepotání vzduchu nad zahřátými plochami. Důsledkem může být krátkodobé odchylení směru paprsku od osy šíření. Další působení na spoj sebou nese změna teploty. Vlivem tepelné roztažnosti stativu hlavice dochází odchylení optického svazku. [8]

## 5.5 Metody snižující negativní jevy atmosféry na spoj

Předešlé kapitoly práce (zejména kap. 3) se zabývaly negativními jevy, které vznikají při skládání více optických svazků, potřebných pro bezproblémový přenos informace pomocí optické komunikace. Negativní jevy, zejména interference, jsou způsobeny vzájemnou koherencí světelných zdrojů. Jako světelný zdroj jsem zvolil jeden laser, ze kterého vystupující paprsek byl pomocí sestavy čoček resp. štěrbin rozdělen do několika optických svazků. Vznikající svazky byly navzájem koherentní a došlo k negativním jevům při jejich skládání.

Aby tomu tak nebylo, použijeme více světelných zdrojů – laserů, ze kterých vycházejí od sebe nezávislé koherentní svazky, a tím **omezíme** jejich **interference**. Z laserové diody vychází vlna, která prochází čočkou. Abychom v reálních podmínkách byly schopny tvarovat svazky, použijeme aproximaci. Původní vzdálenost  $L_1$  (viz. obr. 39.) mezi čočkou a diodou změníme na  $L_2$ , kde  $L_2 < L_1$ , a tím dosáhneme toho, že se svazek při výstupu z čočky rozšíří o divergenční úhel

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi W_0}, \text{ kde } W_0 \text{ je šířka svazku v počátku.}$$



**Obr. 38.** Použitá aproximace  $z = 0$  na  $z' = 0$  ( $z_2 = L_0 + z_1$ )

Aproximace nám způsobí, že svazek vystupující z čočky má šířku, jakoby již urazil vzdálenost  $L_0$  (pomocná délka), kde  $D$  je průměr čočky:

$$L_0 = \frac{D}{2 \cdot \theta} \quad (5.1)$$

Použitá aproximace má pozitivní dopad při experimentálních měřeních (lépe realizovatelné) a má nižší výpočetní náročnost.

Pro určení pološířky svazku dostaneme vztah (viz. obr. 39.):

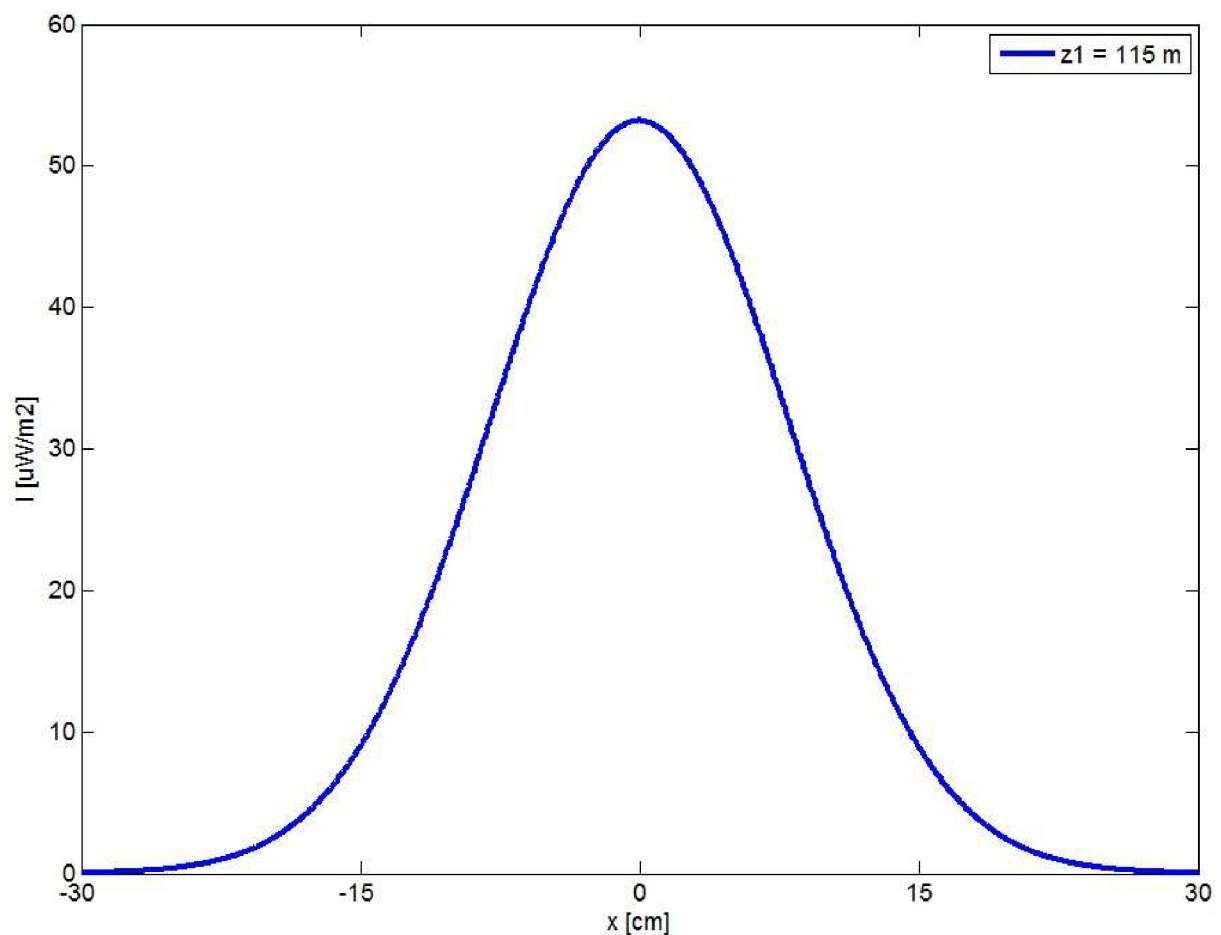
$$W_2 = W(z) = \frac{D}{2} + \Delta \quad \text{kde} \quad \Delta = \theta \cdot z \quad (5.2)$$

## 5.6 Tvar vyzařovací charakteristiky jednoho svazku

V první části této kapitoly se zaměříme na laserový svazek, který vystupuje z laserové diody spolu s čočkou (obr. 38. – dolní část). Použijeme následující parametry soustavy:

- výkon laserové diody:  $P = 5 \text{ mW}$
- šířka svazku v počátku:  $W_0 = 3 \text{ }\mu\text{m}$
- průměr vysílací čočky:  $D = 30 \text{ mm}$

Rozložení relativní optické intenzity vystupující z laserové diody má Gaussovský charakter. Na následujících obrázcích je možné vidět rozložení intenzity pole pro jednu diodu při vzdálenosti  $z_l = 115 \text{ m}$ :

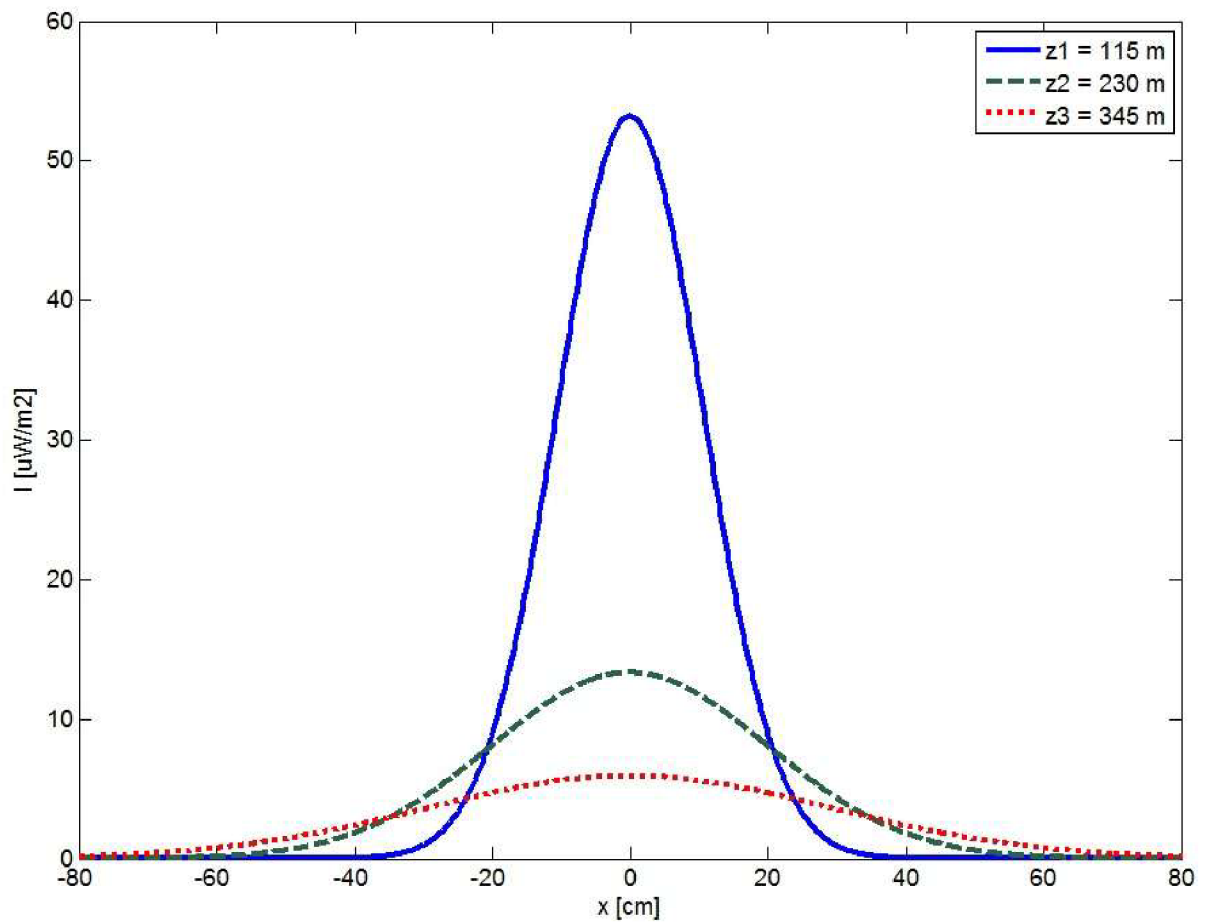


**Obr. 39.** Optická intenzita při první vzdálenosti  $z_l = 115 \text{ m}$ ,  $W(z_l) = 15 \text{ cm}$

Intenzita  $I$  na ose svazku se vypočítá podle vztahu:

$$I(0, z) = I_0 \left[ \frac{W_0}{W(z)} \right]^2 = \frac{I_0}{1 + (z/z_0)^2} \quad (5.3)$$

Z vztahu (5.3) je možné vidět, že intenzita na ose svazku klesá s kvadrátem vzdálenosti  $z$ . Na dalším obrázku (obr. 40.) je tvrzení znázorněno. Při vzdálenosti  $z_1 = 115$  m je intenzita přibližně  $I(z_1) = 52 \mu\text{W}/\text{m}^2$ . Stejný svazek vyvolá ve vzdálenosti  $z_2 = 2 \cdot z_1$  intenzitu čtyři krát menší, tj. asi  $I(z_2) = 13 \mu\text{W}/\text{m}^2$ .

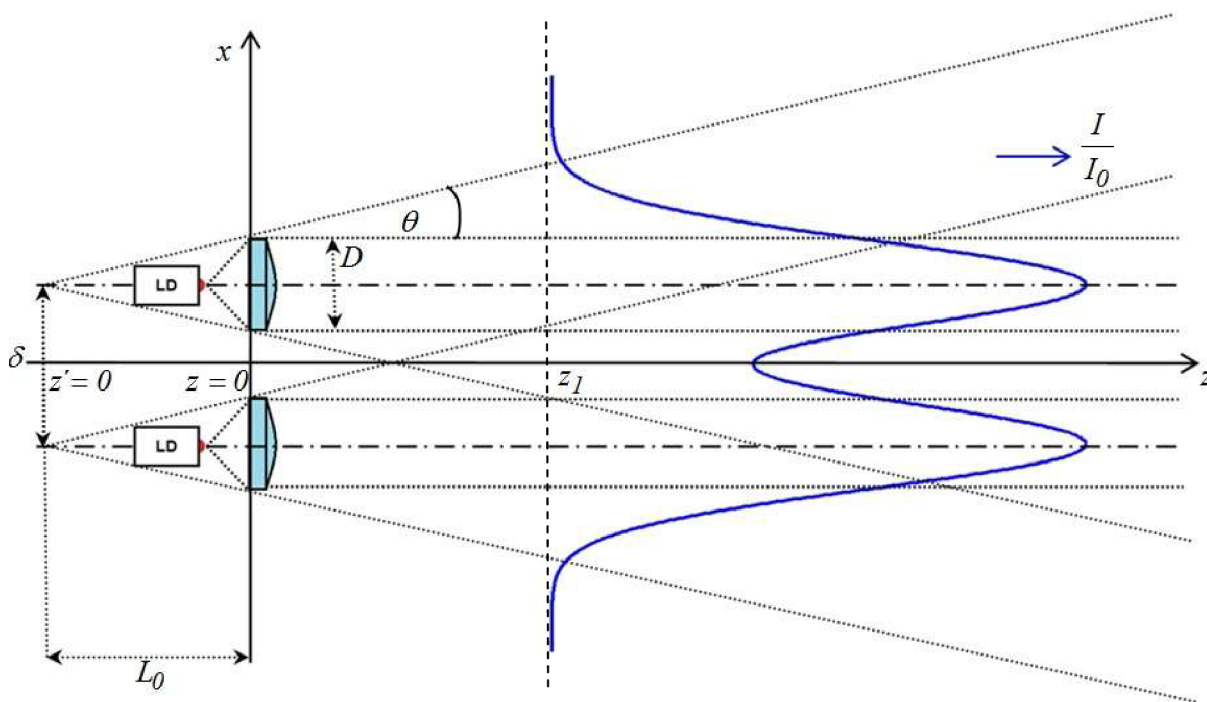


Obr. 40. Optická intenzita při různých vzdálenostech  $z$

## 5.7 Tvarování vyzařovací charakteristiky více svazků

Cílem práce je návrh vhodného uspořádání laserových svazků, aby měly co největší odolnost proti poruchám vyvolaných atmosférou. Proto je vhodné použít více diod resp. více svazků.

Laserové diody je možné uspořádat několika způsoby. Nejjednodušší způsob je, kdy jsou diody uspořádány vedle sebe (obr. 42.) ve vzdálenosti  $\Delta x = \delta = 30$  cm. Aby se svazky protínaly, musí oba projít vzdálenost  $z_1$ , kde  $z_1 > \delta$ .

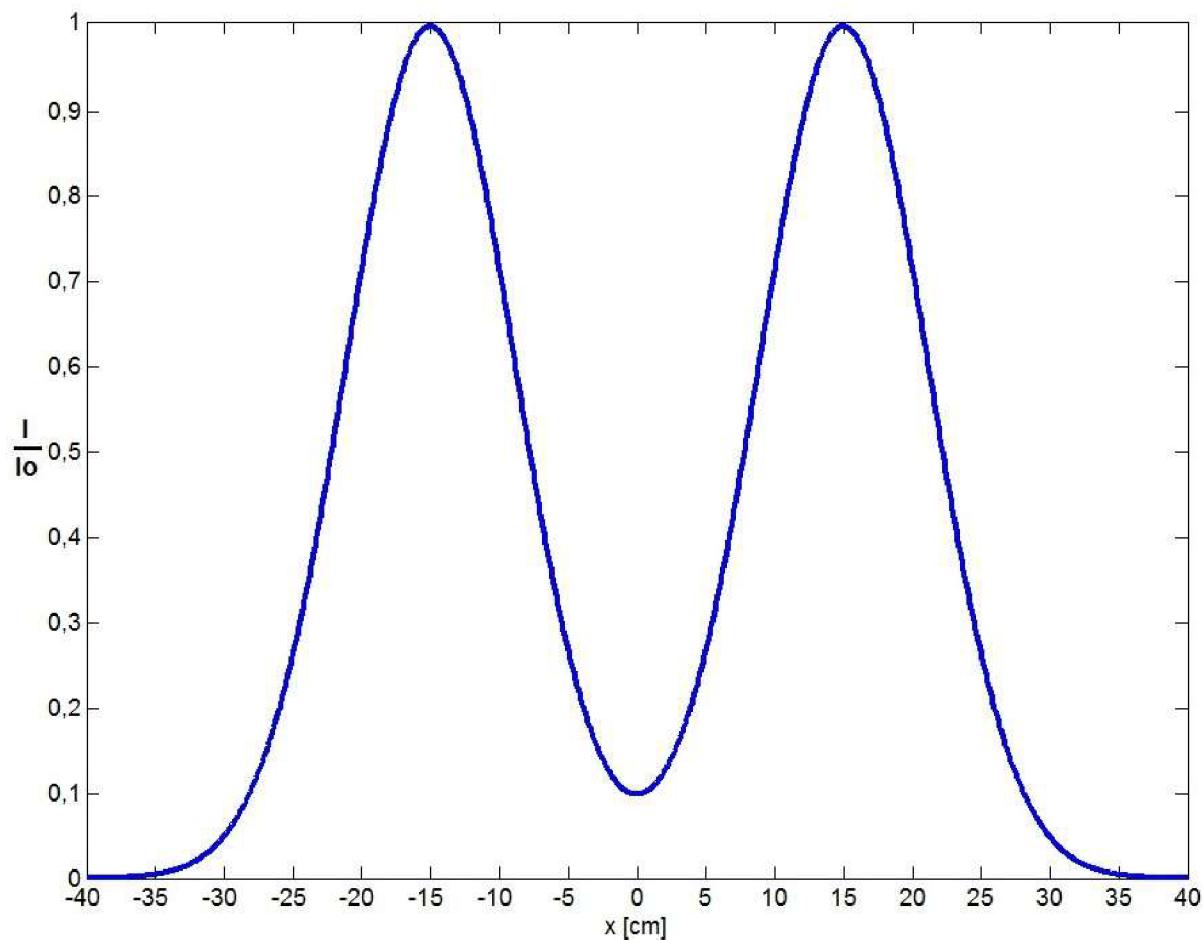


**Obr. 41.** Rozmístění diod a čoček – první situace ( $z = z_1$ ,  $\Delta x = \delta$ )

Další část práce obsahuje simulaci svazků resp. tvarování svazků pro konkrétní hodnoty, tj.  $\delta = 30$  cm a šířka svazku v počátku je  $W_0 = 3$   $\mu$ m resp.  $\theta = 1,17$  mrad.

Ve vzdálenosti  $z_1 = 115$  m a při  $\delta$  (obr. 42.) je relativní optická intenzita rovna  $I_1 \approx 0,1 \cdot I_0$ , kde  $I_1$  je relativní optická intenzita v místě, kde se svazky skládají. Totiž podle vztahu (5.2) právě při  $z_1$  pološířka svazku nabývá hodnotu  $W(z_1) = 15$  cm.





**Obr. 42.** Výsledná relativní optická intenzita ( $z_l = 115$  m),  $\delta = 30$  cm)

Pokud zkoumáme charakteristiku ve větší vzdálenosti  $z$ , dostaneme se k situaci, kdy relativní optická intenzita bude rovna  $I_2 \approx 0,9 \cdot I_0$ , kde  $I_2$  je relativní optická intenzita v místě, kde se svazky skládají.

Pro výslednou intenzitu platí:

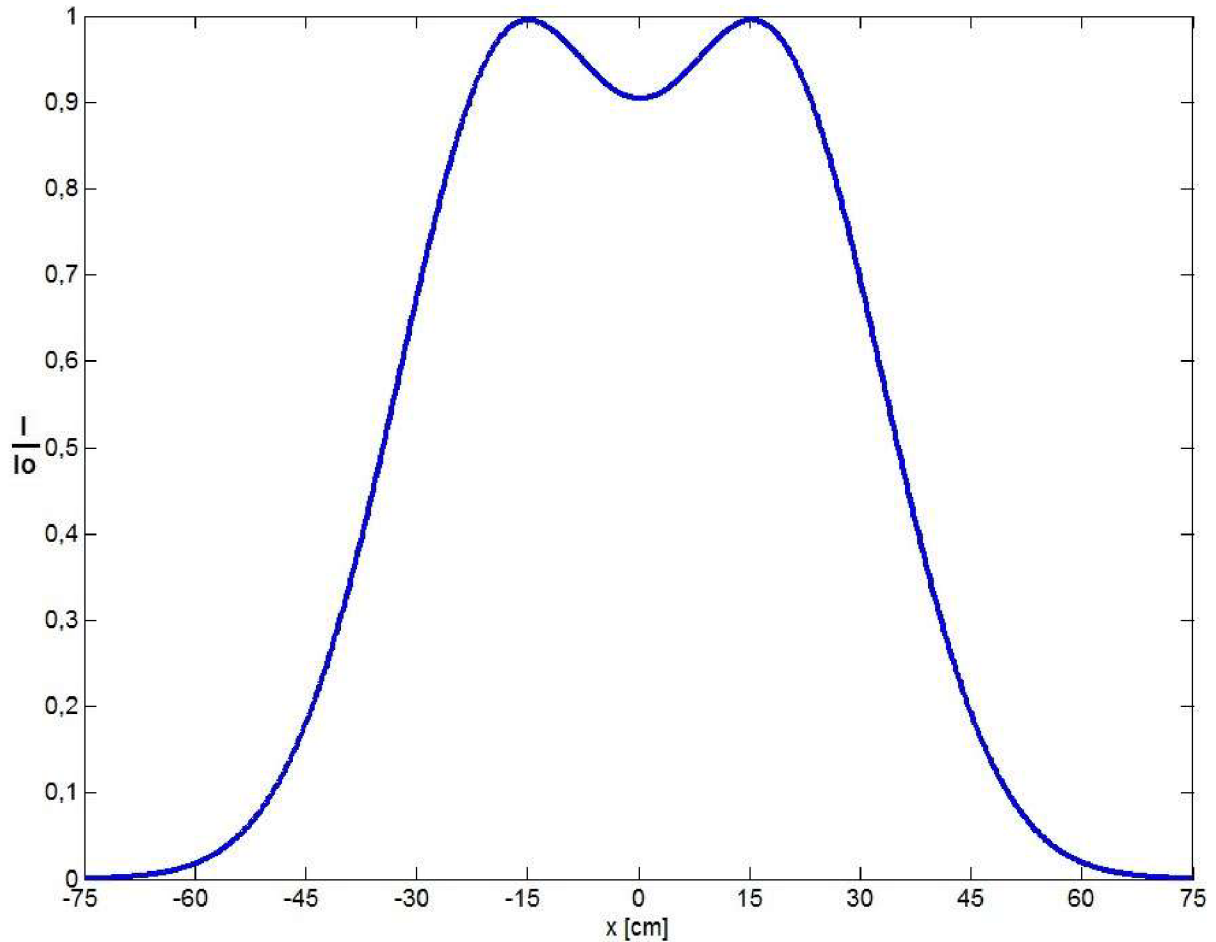
$$I = I_1 + I_2 \quad (5.4)$$

$$\text{kde } I_1 = \left[ A_{01}^2 \frac{W_{01}}{W_1} \right]^2 \cdot \exp \left[ -2 \frac{x_1^2 + y_1^2}{W_1} \right] \text{ a } I_2 = \left[ A_{02}^2 \frac{W_{02}}{W_2} \right]^2 \cdot \exp \left[ -2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{W_2} \right].$$

$A_{01}, A_{02}$  – amplitudy svazků

$W_{01}, W_{02}$  – šířky svazků v počátku

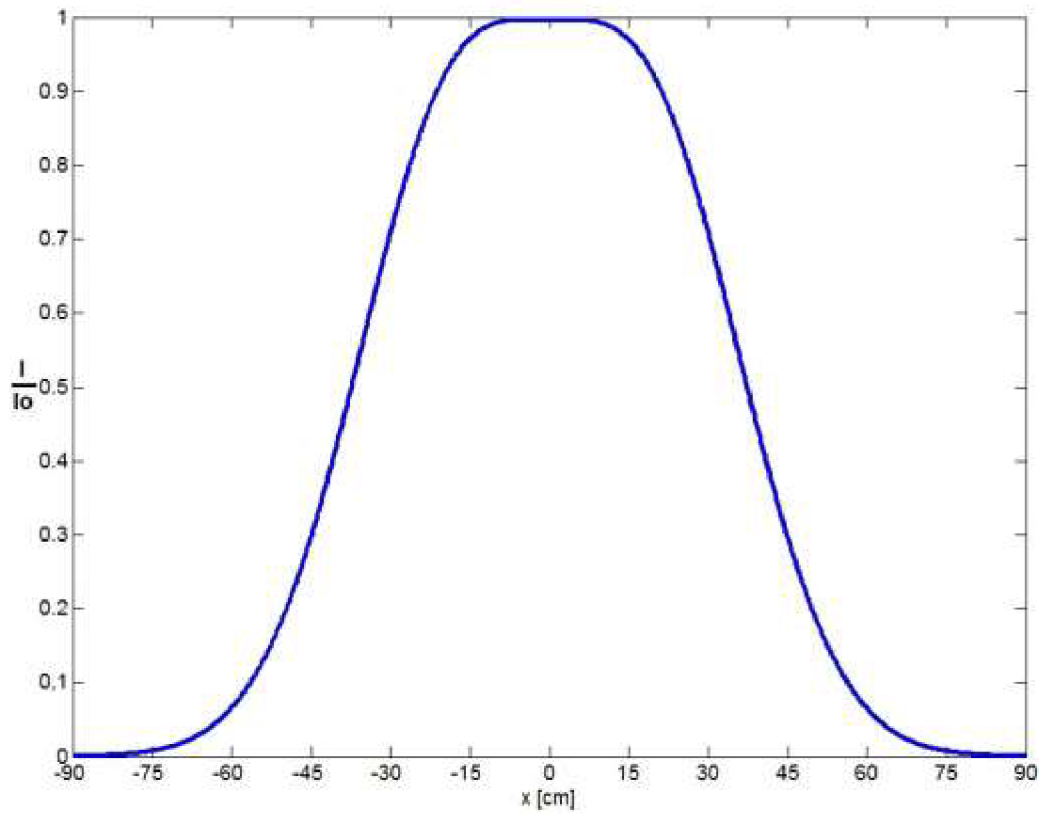
$W_1, W_2$  – pološířky svazků



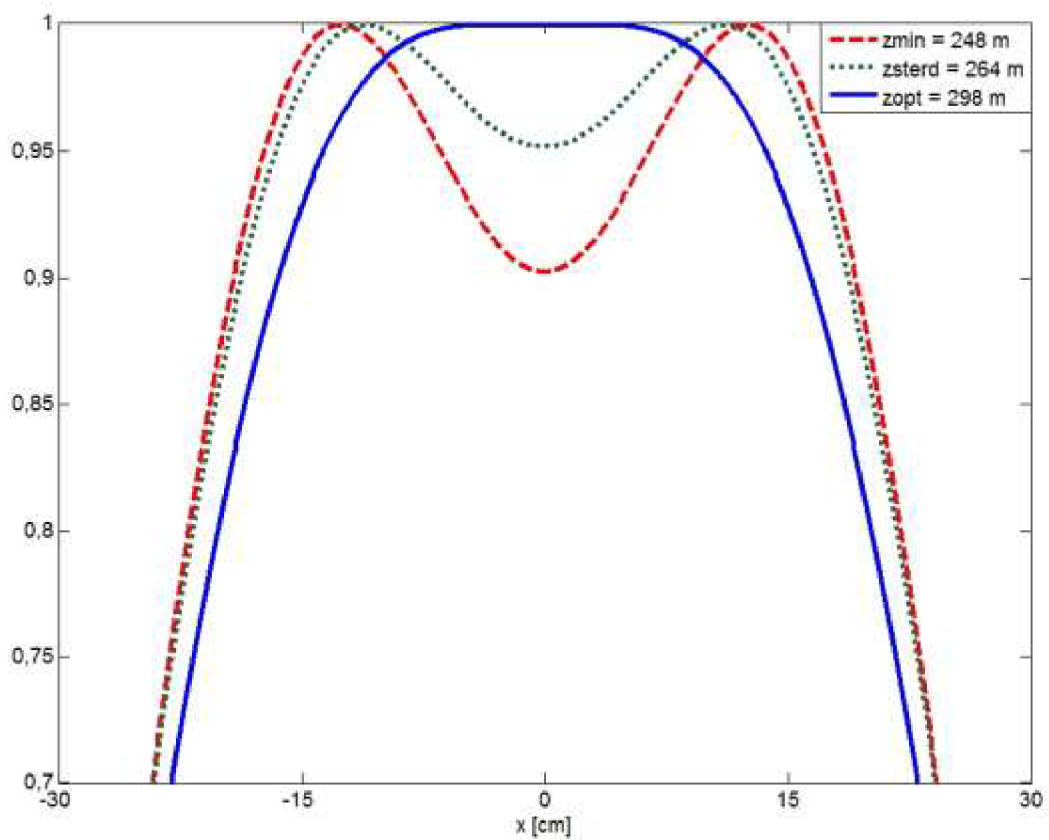
**Obr. 43.** Výsledná relativní optická intenzita ( $z_2 = 248$  m),  $\delta = 30$  cm

Další zvyšování vzdálenosti  $z$  způsobí, že se dostaneme k situaci, kdy výsledné rozložení relativní optické intenzity v místě skládání bude mít víc bodů rovné jedné. Vzdálenost, ve které k tomu dojde, považuji za **optimální** -  $z_{opt}$ , totiž další zvyšování  $z$  způsobí zúžení vyzařovací charakteristiky a s tím spojený možný výskyt atmosférického rušení.

Otázka, která se vyskytne, je: *kdy považovat výslednou charakteristiku za přijatelnou?* Pro naše uspořádání jsem stanovil  $z_{opt} = 298$  m (viz. obr. 44.), kterou považuji zrovna i jako  $z_{max}$ , tj. optický spoj bude nejvíce odolný proti atmosférickým rušením do této vzdálenosti. Dynamiku spoje, tj. tolerance vzdálenosti optické hlavice pro příjem,  $z_{min} = 248$  m, jsem stanovil, podle poklesu relativní optické intenzity na hodnotu  $I_2 \approx 0,9 \cdot I_0$ . Znamená to, že máme spoj, který funguje pro nás „nejvíce“ odolně proti rušení v atmosféře v rozmezí **50 metrech** (viz. obr. 45.).

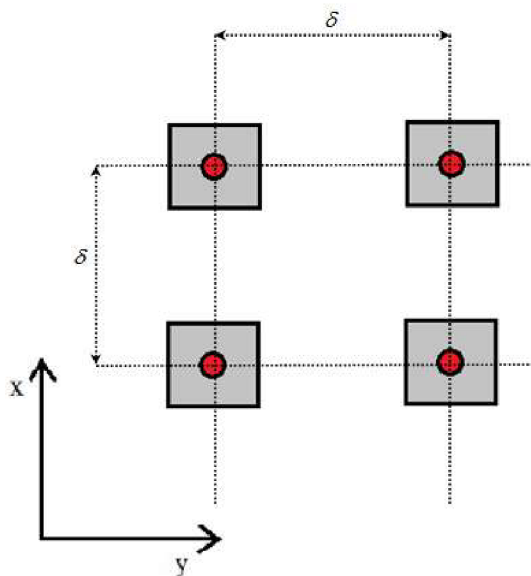


**Obr. 44.** Výsledná relativní optická intenzita ( $z_{opt} = 298$  m),  $\delta = 30$  cm)

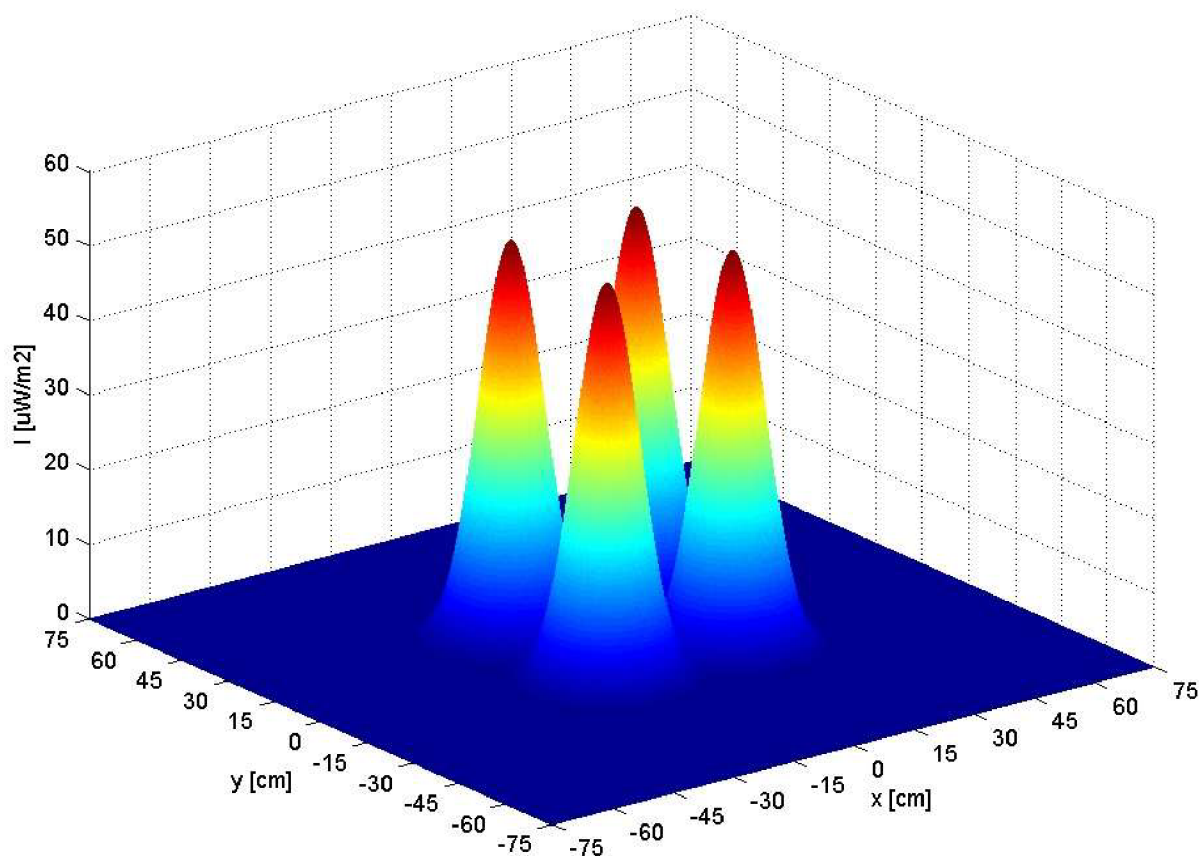


**Obr. 45** Výsledná relativní optická intenzita – dynamika přijímače od  $z_{min}$  do  $z_{opt}$ ,  $\delta = 30$  cm

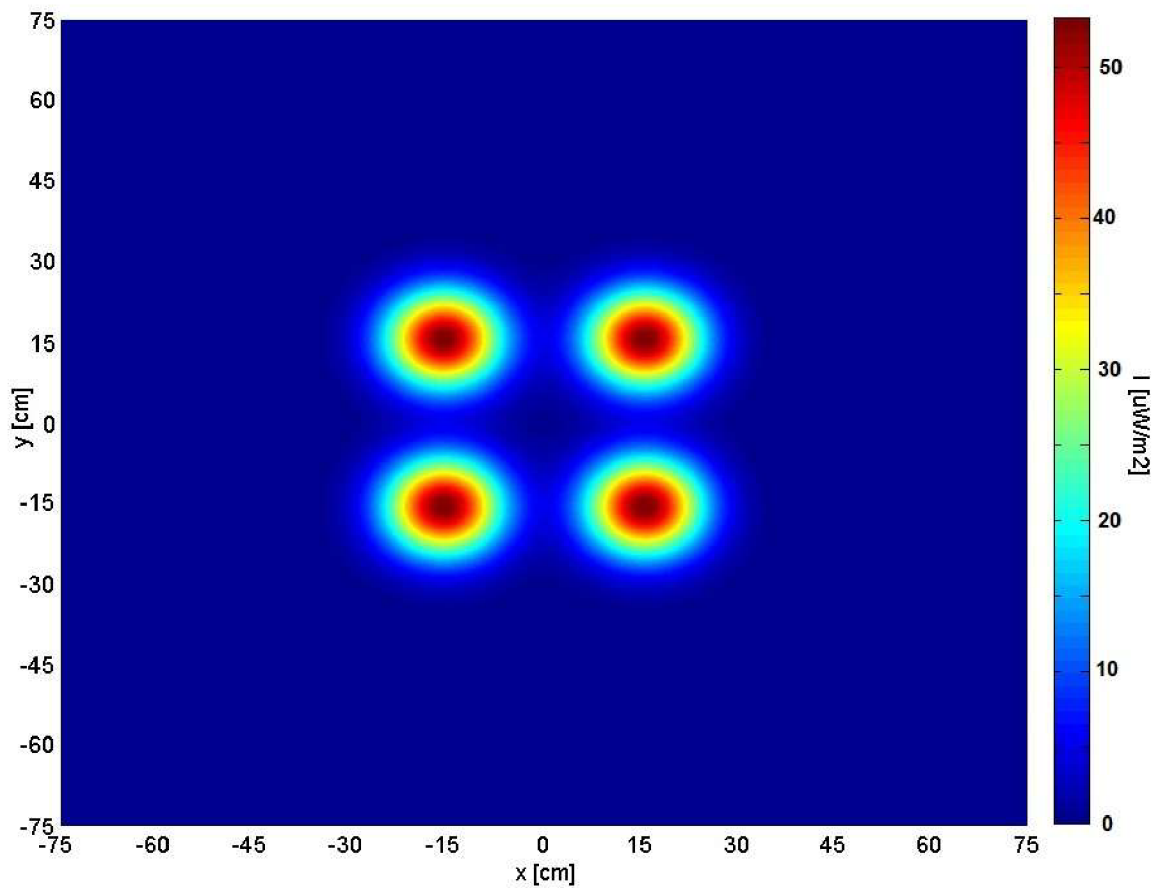
Dalším možným zabezpečením odolnosti rušení je použití více svazků. Vhodné je použít alespoň čtyři svazky. Uspořádání světelných zdrojů jsem zvolil tak, jak je znázorněno na (obr. 46.).



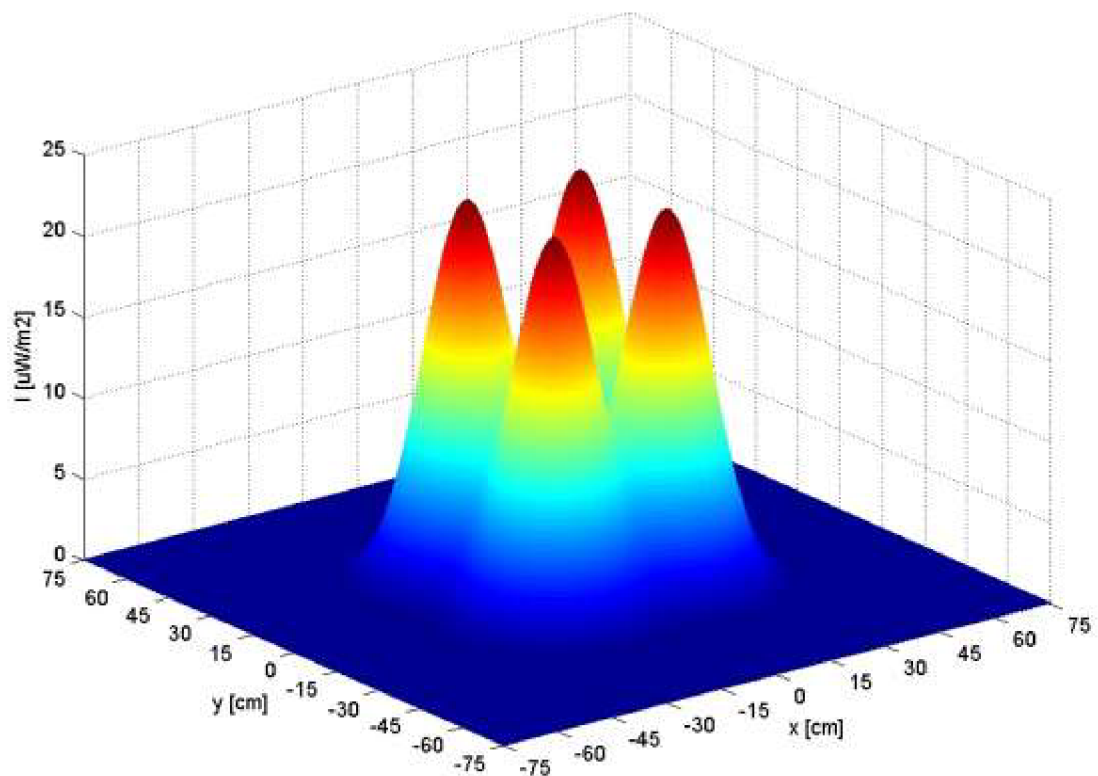
**Obr. 46.** Rozmístění laserových diod



**Obr. 47.** Optická intenzita ve vzdálenosti  $z_l = 115$  m

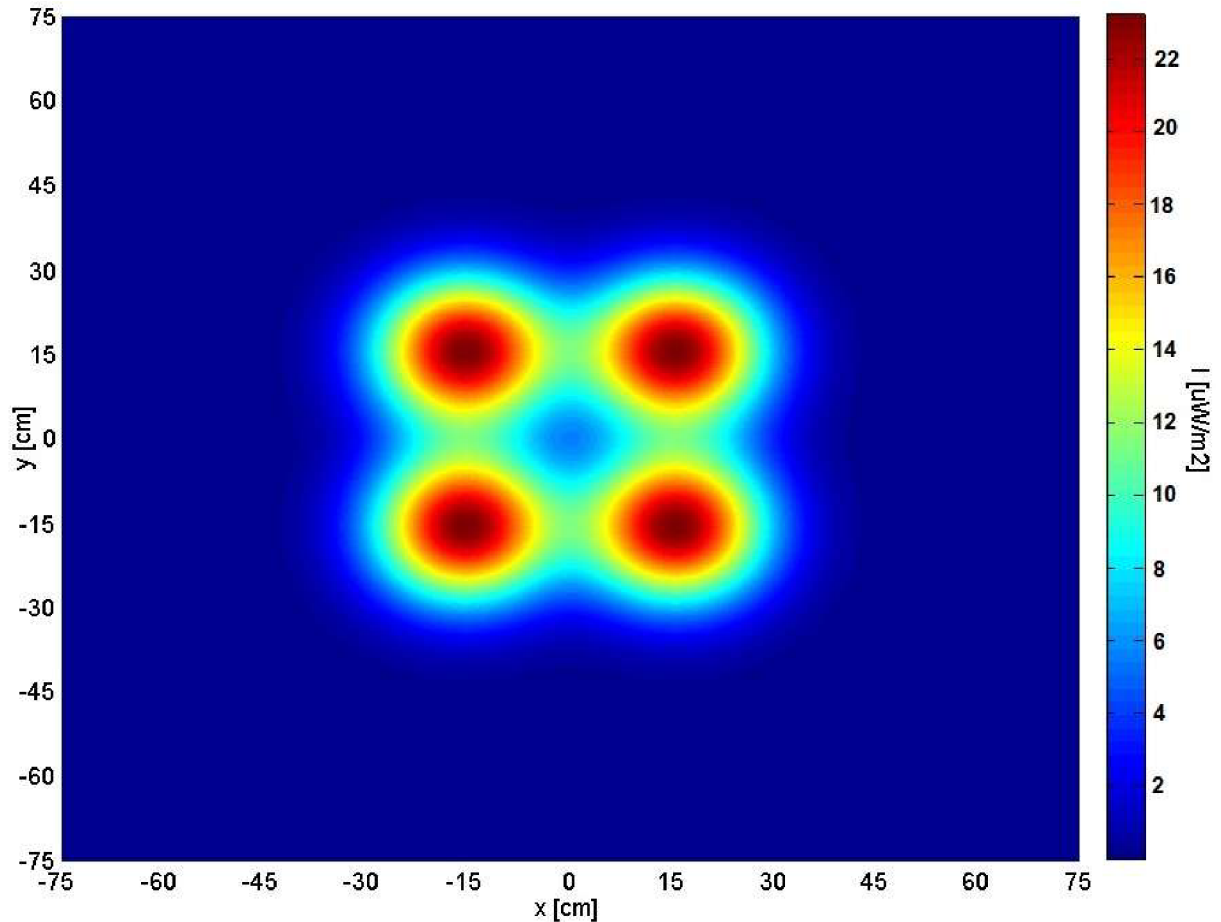


**Obr. 48.** Rozložení optické intenzity při čtyřech svazcích  $z_1 = 115$  m – z pohledu přijímače



**Obr. 49.** Optická intenzita ve vzdálenosti  $z_2 = 175$  m

Při vzdálenosti  $z_2 = 175$  m relativní optická intenzita v místě skládání bude rovna  $I_3 \approx 0,5 \cdot I_0$ .

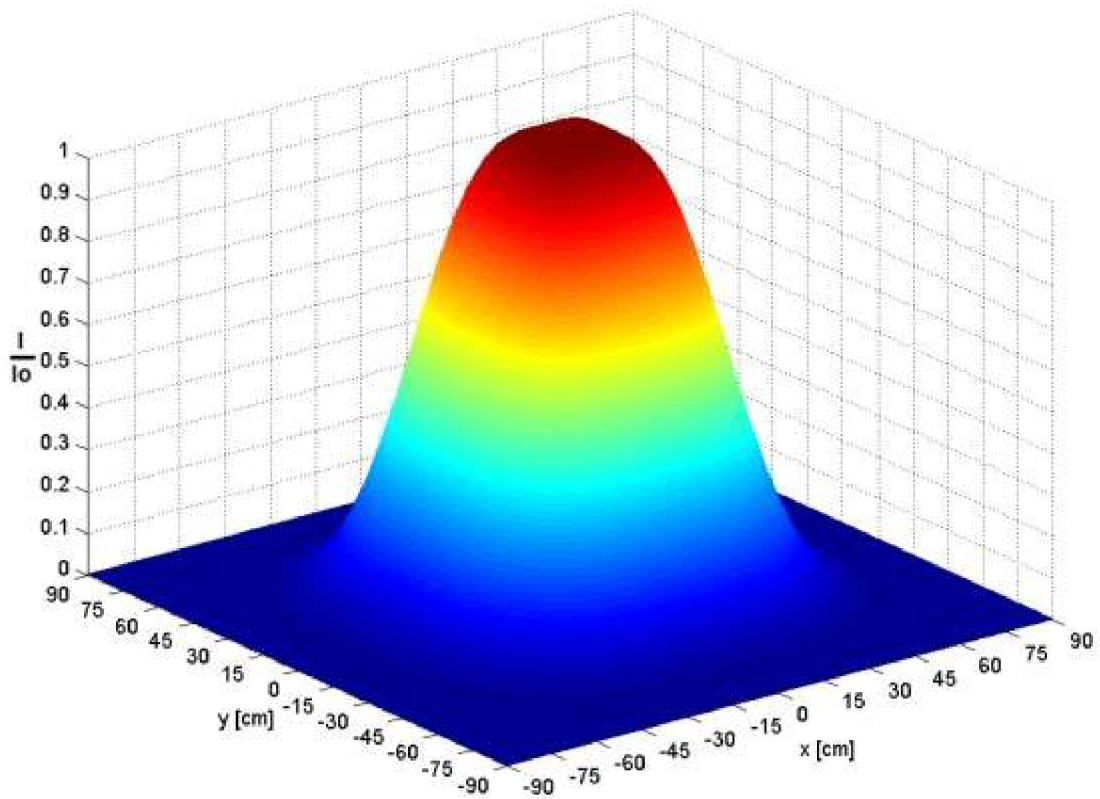


**Obr. 50.** Rozložení optické intenzity při čtyřech svazcích  $z_l = 175$  m – z pohledu přijímače

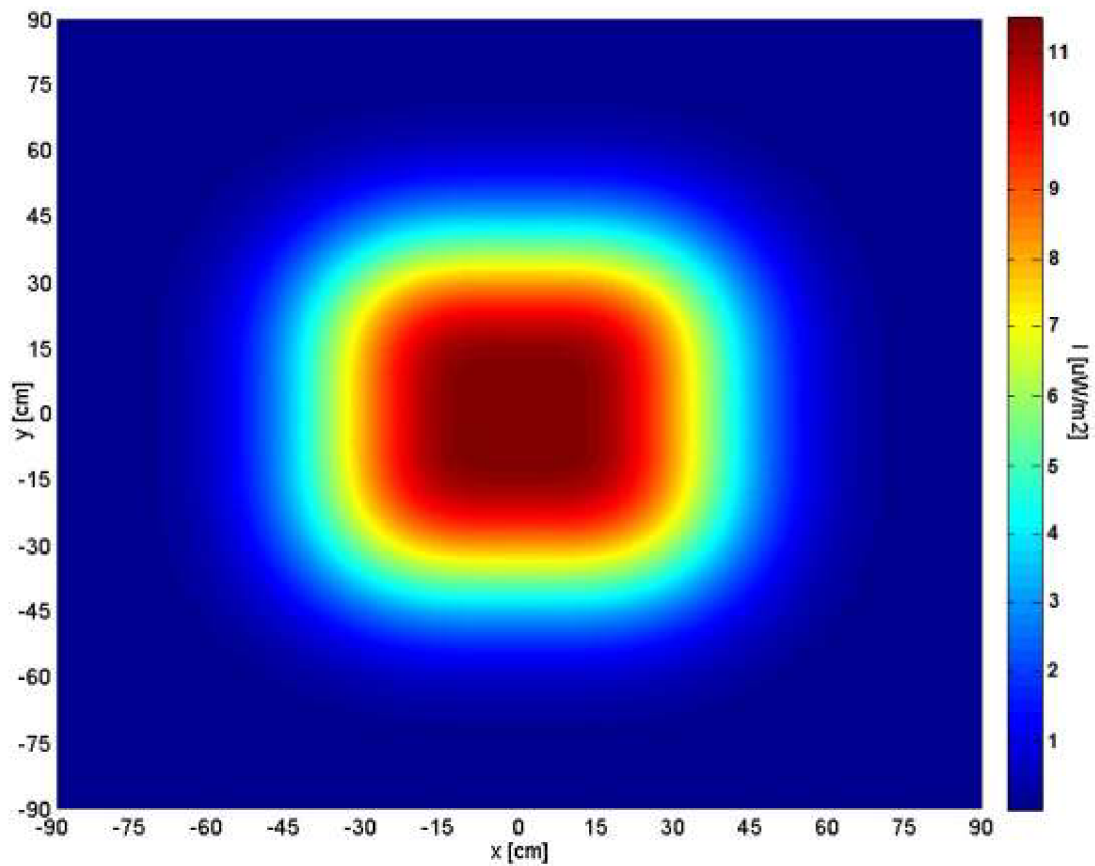
Při zvoleném optimálním vzdálenosti  $z_{opt} = 298$  m výsledná relativní intenzita, kterou svazky vyvolají, má plochou charakteristiku, vznikne tzv. „top-head beam“. Charakteristiku považují pro nás „optimální“ (viz. obr. 51). Pro překročení vzdálenosti  $z_{opt}$ , charakteristika ztrácí „plochost“, a začne se chovat jako jeden svazek Gaussovského charakteru.

Při minimální vzdálenosti, při kterém je charakteristika „přijatelná“  $z_{min} = 248$  m, relativní intenzita v bodě skládání dosáhne hodnoty asi  $I_3 \approx 0,9 \cdot I_0$  (viz. obr. 53).

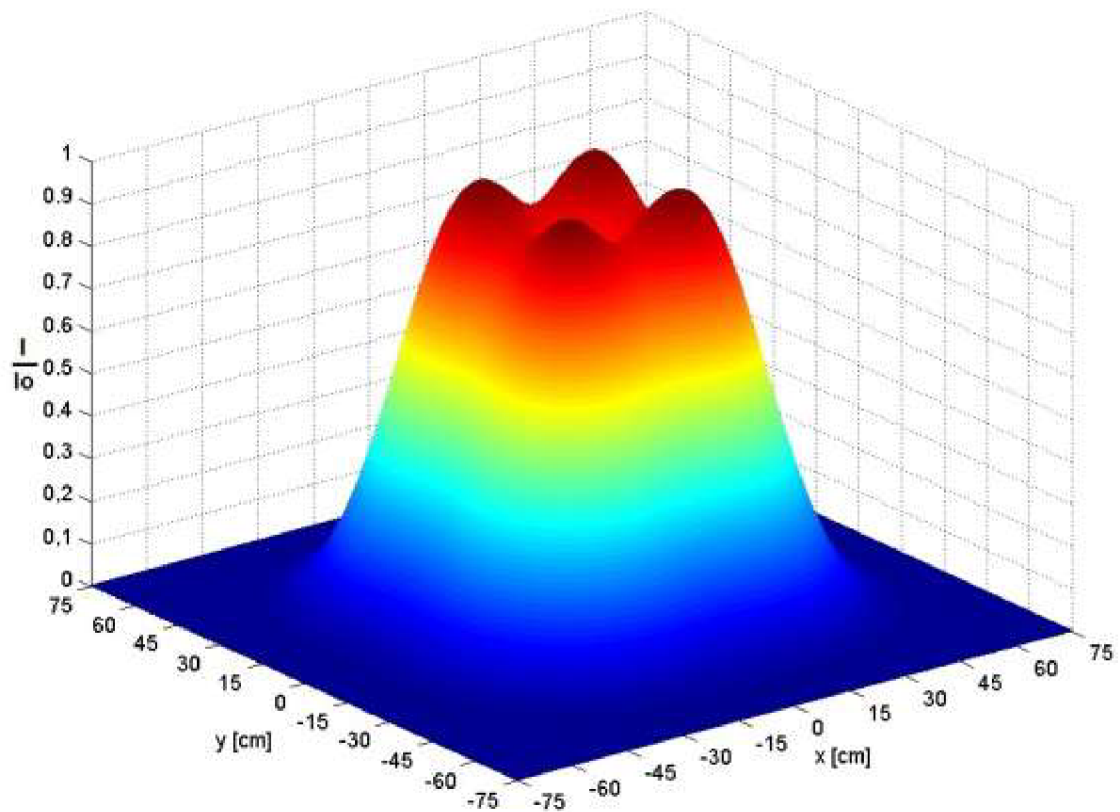




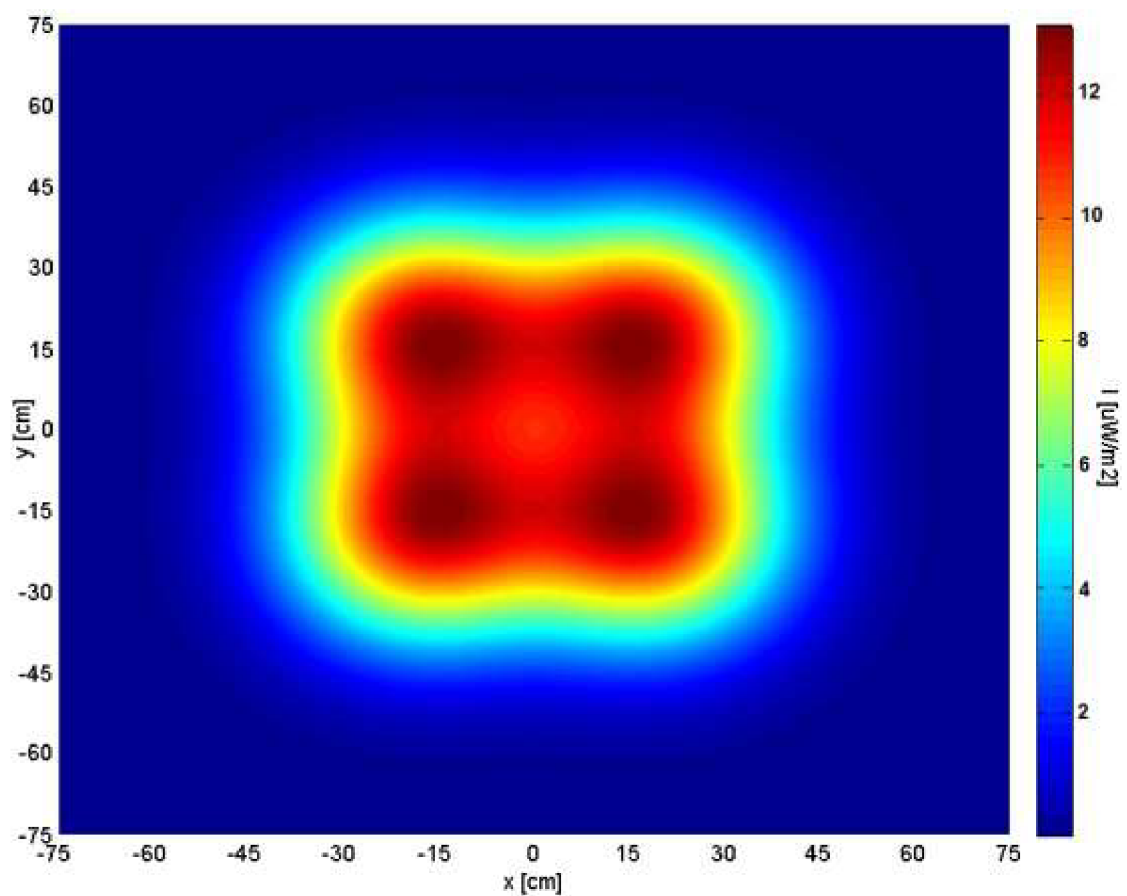
**Obr. 51.** Rozložení výsledné relativní optické intenzity ( $z_{opt} = 298$  m),  $\delta = 30$  cm



**Obr. 52.** Rozložení optické intenzity při čtyřech svazcích  $z_{opt} = 298$  m – z pohledu přijímače



**Obr. 53.** Rozložení výsledné relativní optické intenzity ( $z_{min} = 248$  m),  $\delta = 30$  cm

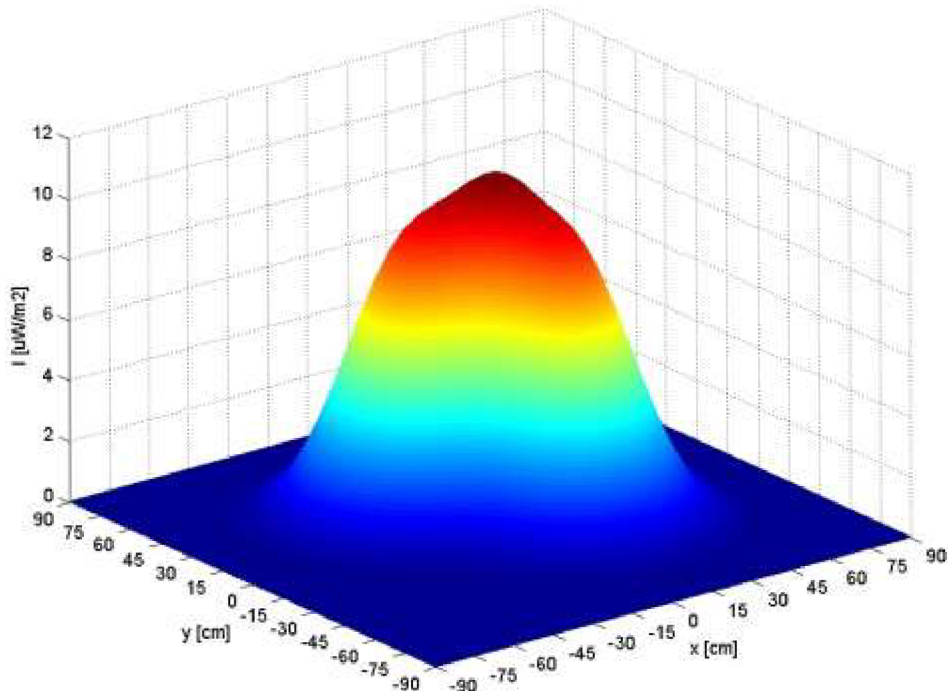


**Obr. 54.** Rozložení optické intenzity při čtyřech svazcích  $z_{min} = 248$  m – z pohledu přijímače

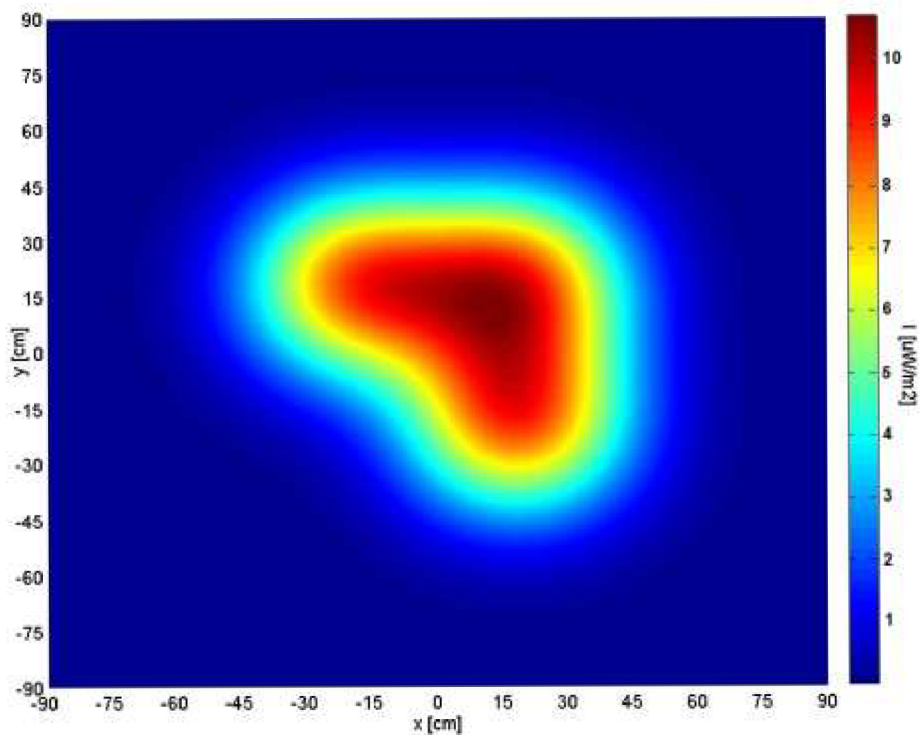


## 5.8 Rozložení optické intenzity při poruše některého svazku

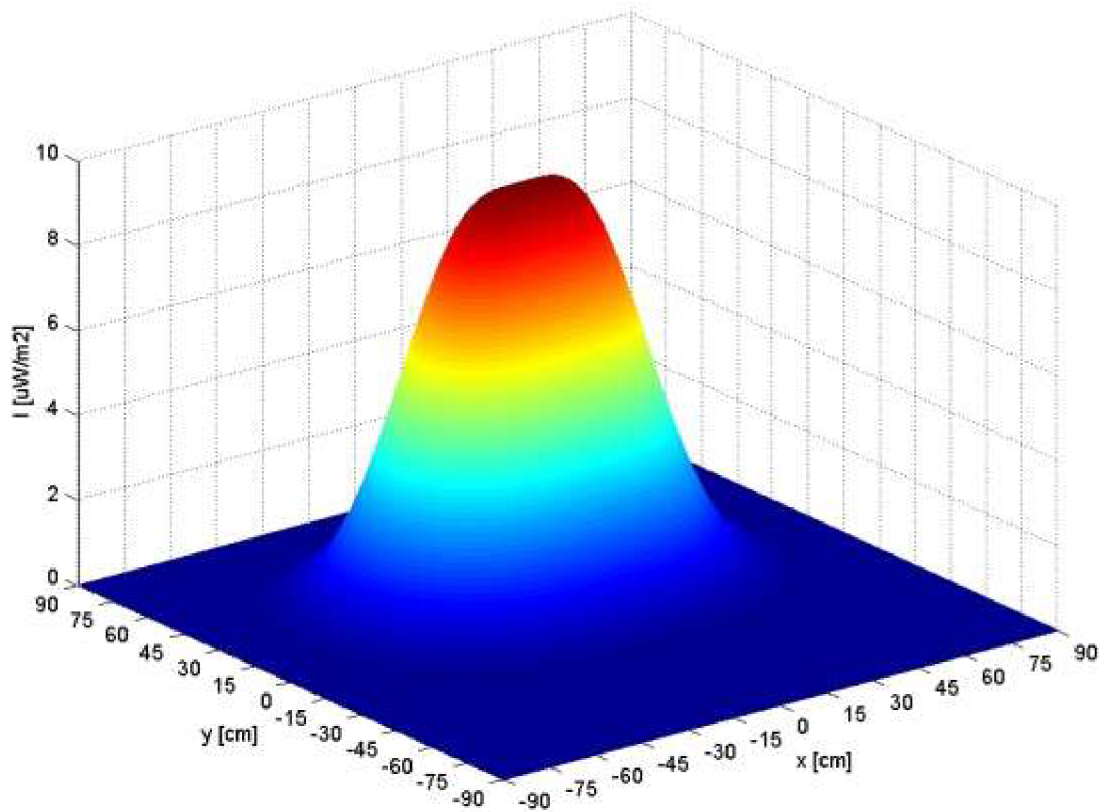
Může nastat situace, kdy u jednoho nebo více světelných zdrojů dojde k poruše. V následující části prozkoumáme, jak se změní intenzita v místě příjmu.



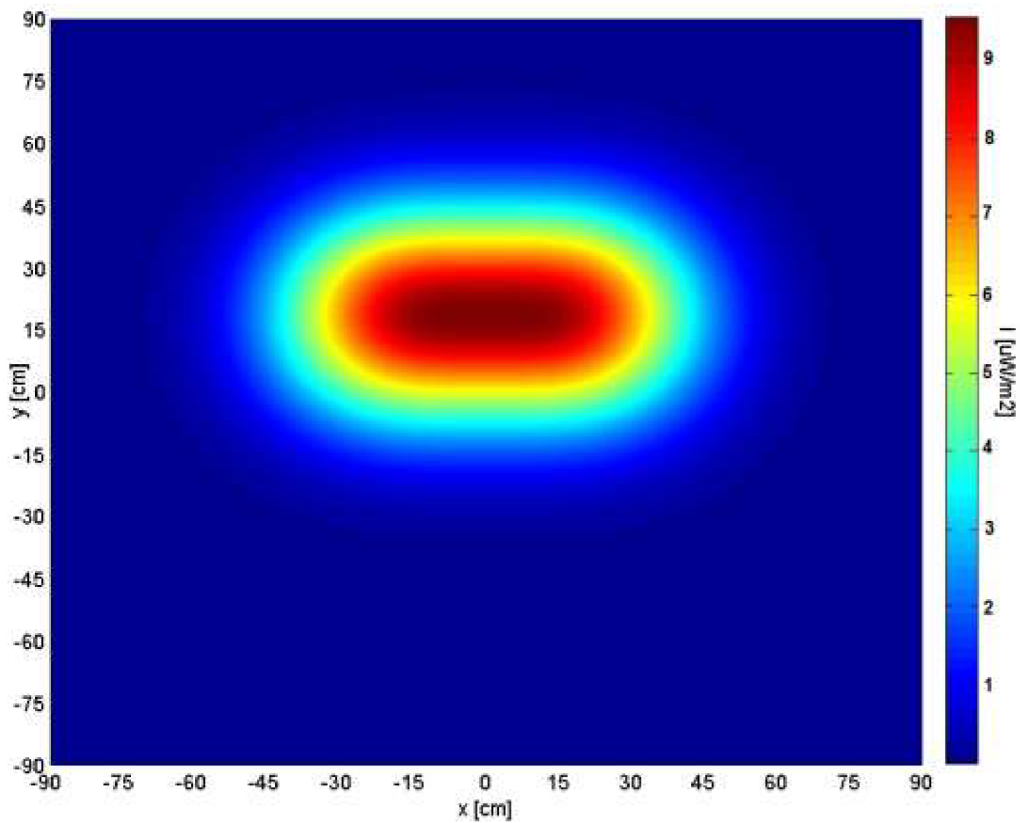
**Obr. 55.** Rozložení optické intenzity při poruše jednoho svazku  $z_{opt} = 298$  m



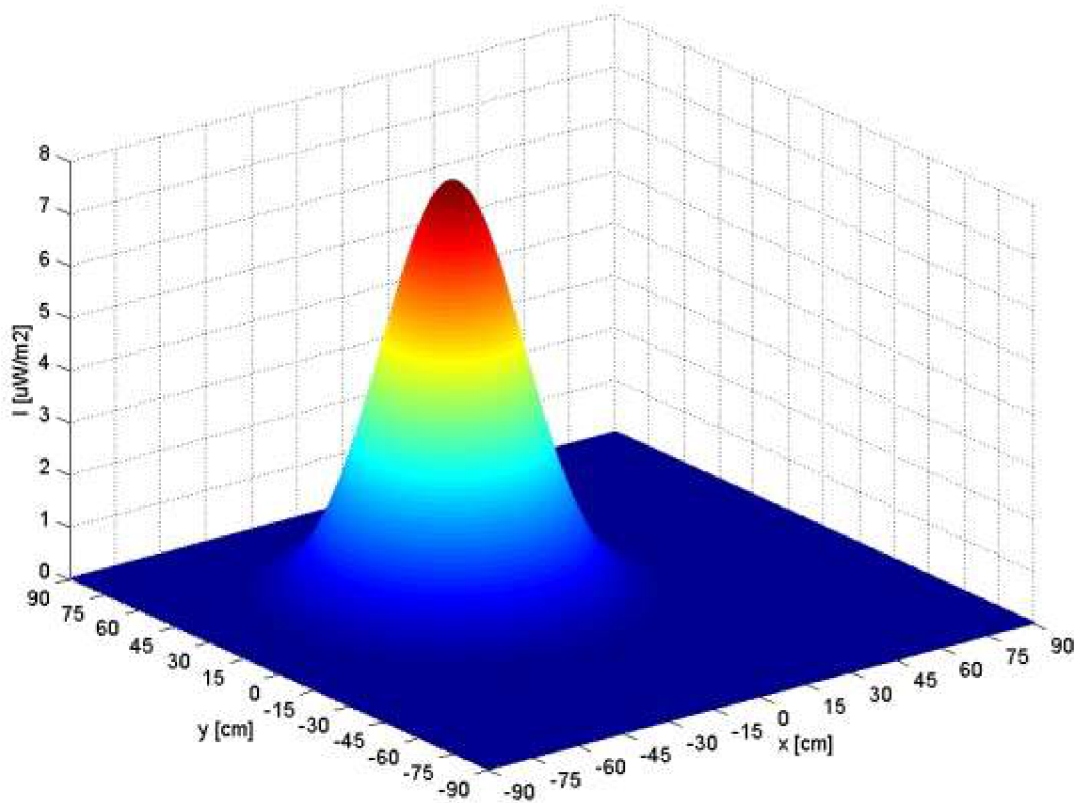
**Obr. 56.** Rozložení optické intenzity při poruše jednoho svazku  $z_{opt} = 298$  m – z pohledu přijímače



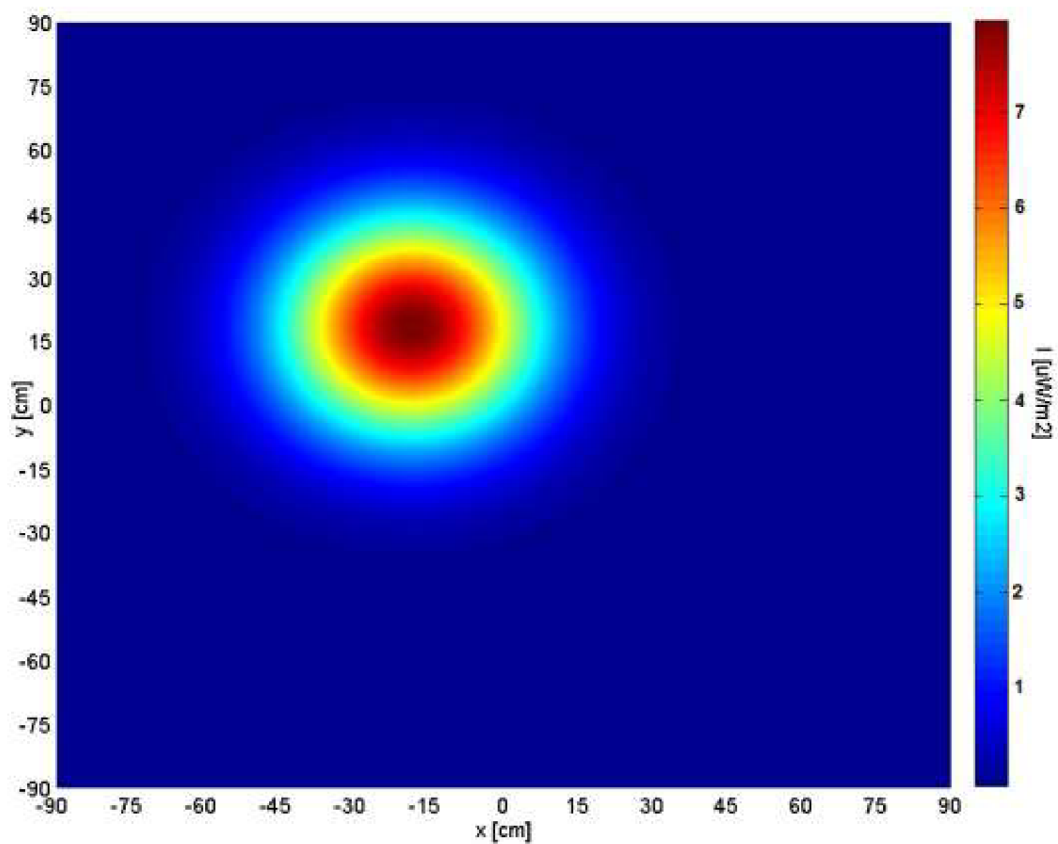
**Obr. 57.** Rozložení optické intenzity při poruše dvou svazků  $z_{opt} = 298$  m



**Obr. 58.** Rozložení optické intenzity při poruše dvou svazků  $z_{opt} = 298$  m - z pohledu přijímače



**Obr. 59.** Rozložení optické intenzity při poruše třech svazků  $z_{opt} = 298$  m



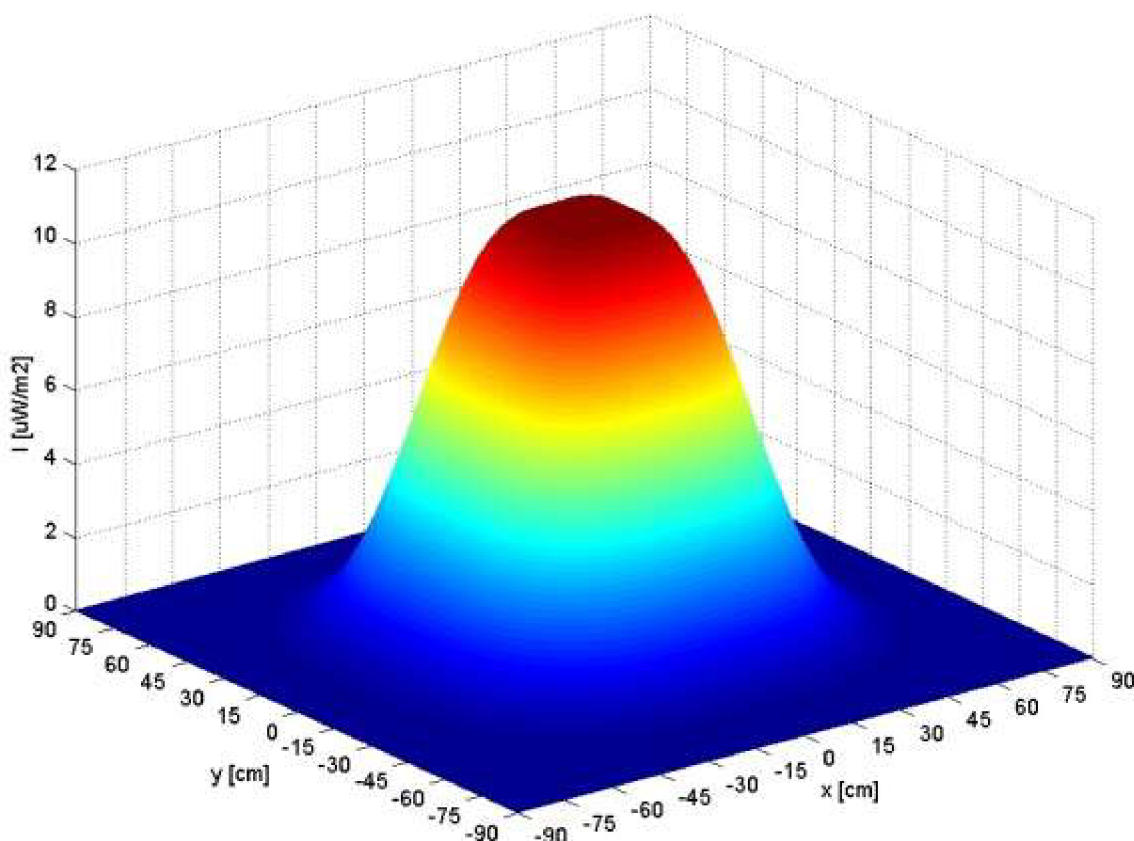
**Obr. 60.** Rozložení optické intenzity při poruše třech svazků  $z_{opt} = 298$  m - z pohledu přijímače

## 5.9 Energeticky ekvivalentní svazek

Aby bylo možné vytvořené rozložení svazků dále zkoumat, je výhodné najít jeden „reálný“ svazek, se kterým se dají nahradit čtyři svazky soustavy, kterému se říká EES - **energeticky ekvivalentní svazek**.

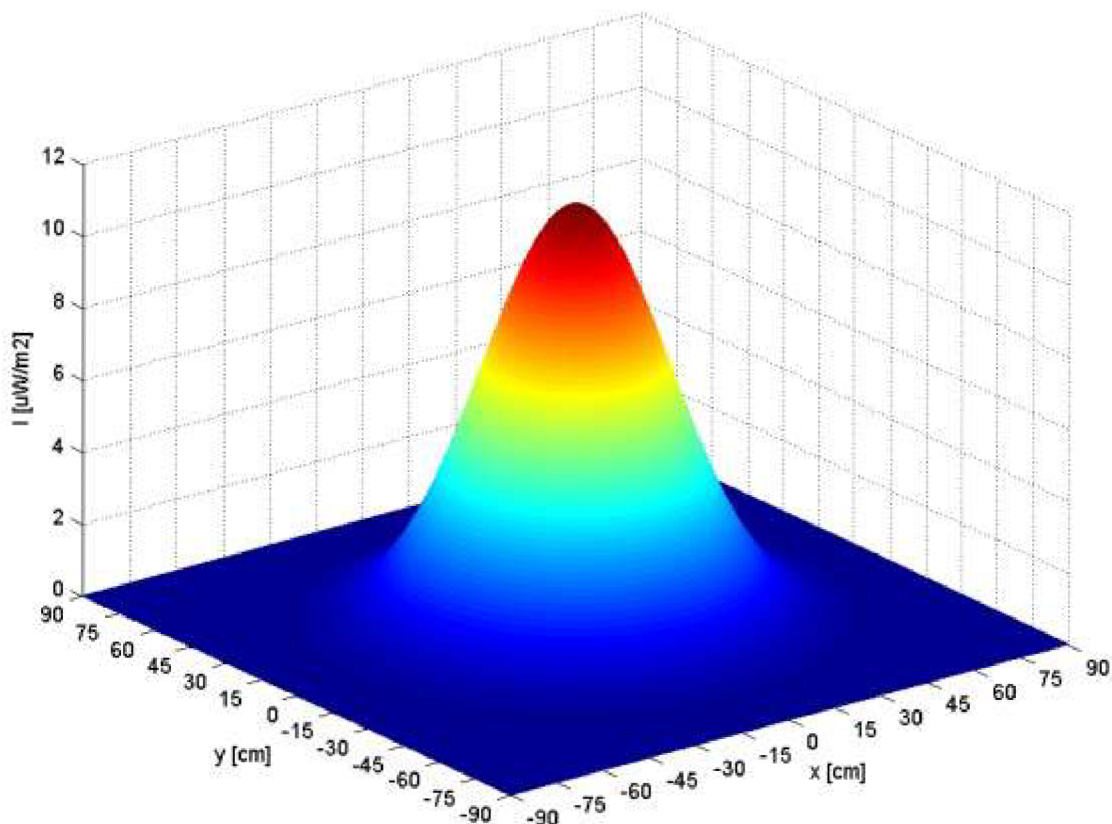
Parametry svazku, s kterým chceme nahradit svazky dostaneme po vypočítání pološířky svazku  $W(z)$ , kde  $z = z_{opt} = 298$  m (podle vztahu 5.2). Získanou hodnotu  $W(z)$  podělíme vzdáleností  $z$ , a pak dostaneme divergenční úhel  $\Phi$ , které je konstantní pro každý bod svazku. Pološířku energeticky ekvivalentního svazku dostaneme dosazením:

$$w_{EES} = \frac{\lambda}{\pi\Phi}. \quad (5.5)$$

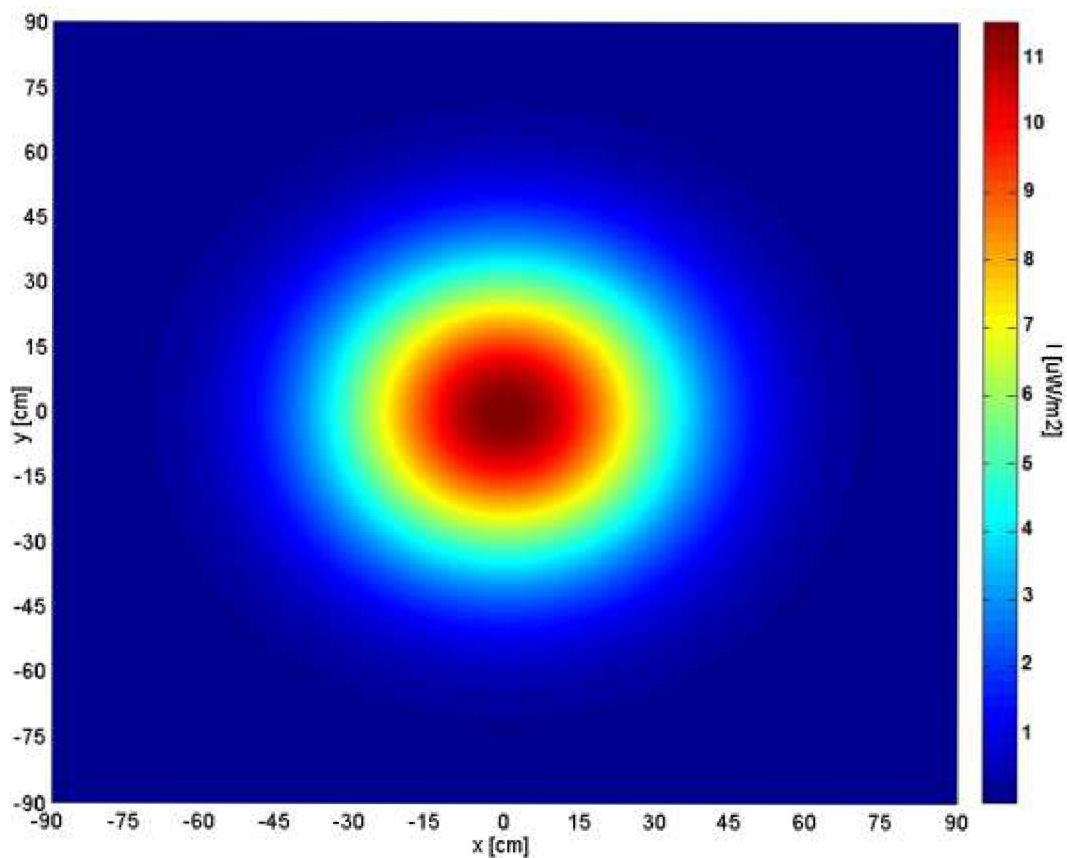


**Obr. 61.** Rozložení optické intenzity pro  $z_{opt} = 298$  m

Optická intenzita EES svazku musí být stejná jako optická intenzita, kterou vytvoří svazky (obr. 61.). Na obr. 62. je možné vidět optickou intenzitu EES svazku při vzdálenosti  $z_{opt}$ .



Obr. 62. Rozložení optické intenzity EES svazku pro  $z_{opt} = 298$  m

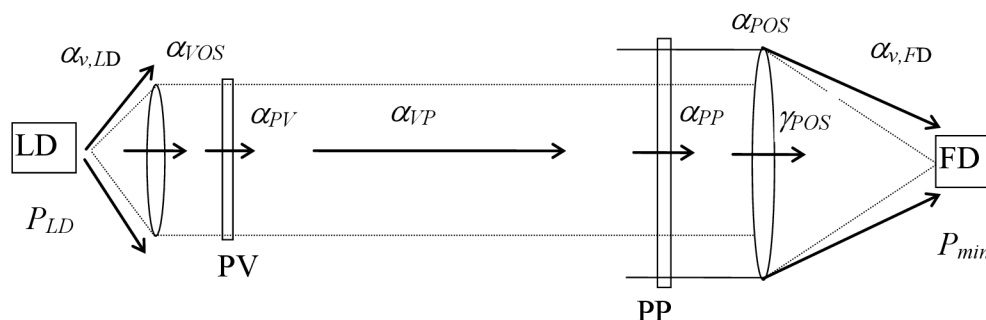


Obr. 63. Rozložení optické intenzity EES svazku  $z_{opt} = 298$  m – z pohledu přijímače

Můžeme zkonstatovat, že navržené uspořádání vytvoří tzv. „top head beam“, kde rozměr plochy, na kterém je optická intenzita maximální resp. konstantní, se rovná přibližně 30 cm x 30 cm (obr. 52.), co umožňuje odklonění hlavice vysílače nebo přijímače přibližně o 1 mrad (pro  $z_{opt} = 298$  m), což má značný vliv na odolnost proti případnému působení prostředí, nebo rušení atmosféry. Plocha u EES svazku, na kterém je optická intenzita konstantní je viditelně o řády menší (obr. 63.).

## 5.10 Energetická bilance AOS

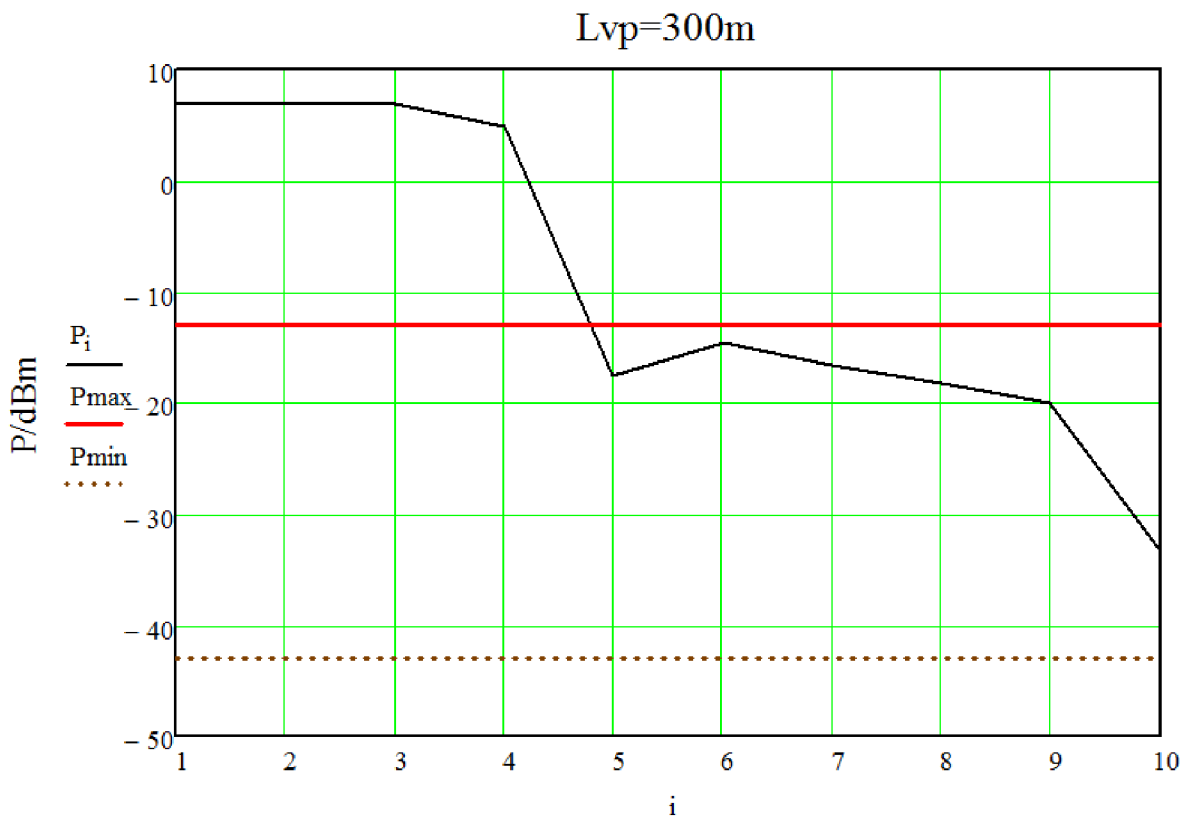
**Energetická bilance** zahrnuje (viz. obr. 64.): výkon laserové diody  $P_{LD}$ , účinnost vazby „laserová dioda - vysílací optická soustava“  $\alpha_{v,LD}$ , propustnosti vysílací a přijímací optické soustavy  $\alpha_{VOS}$  a  $\alpha_{POS}$ , propustnost optických průzorů  $\alpha_{PV}$  a  $\alpha_{PP}$ , útlum šířením  $\alpha_{VP}$ , zesílení přijímací optické soustavy  $\gamma_{POS}$ , účinnost vazby „přijímací optická soustava - fotodiody“  $\alpha_{v,FD}$ , útlum vyvolaný nedokonalostí vzájemného zamíření hlavic spoje  $\alpha_z$ , rezervu spoje na atmosférické přenosové prostředí  $\rho_{atm}$ , minimální hodnotu poměru signálu k šumu  $SNR$ , minimální detekovatelný výkon fotodiody  $NEP$ , citlivost přijímacího systému  $P_0$  a úroveň přijímaného výkonu, při které dochází k saturaci přijímače  $P_{max}$ .



**Obr. 64.** Místa útlumu a zesílení v energetické bilanci AOS

Asi nejdůležitějším parametrem energetické bilance AOS je úroveň přijímaného výkonu, při které dochází k saturaci přijímače  $P_{max}$ . **Oblast dynamiky** přijímacího systému  $\Delta_p$  je pak definovaná výrazem  $\Delta_p = P_{max} - P_0$ . Oblast dynamiky přijímacího systému je vzhledem k vysoké míře fluktuací přijímaného výkonu (vliv šumu APP) významnou veličinou. Její hodnota v decibelové míře bývá  $\Delta_p \cong 30$  dB.





**Obr. 65.** Útlumový diagram spoje

Útlumový diagram spoje (obr. 65.) jsem počítal pomocí programu Mathcad. V bodě  $i = 1$  je výkon vysílací diody, po kterém následuje bod  $i = 2$ , který zahrnuje útlum vazby vysílací dioda – vysílací čočka. V bodě  $i = 3$  a  $i = 4$  je přičten útlum na vysílací čočce resp. útlum na krycích sklech. V bodě  $i = 5$  je přičten útlum šířením. Pak následuje bod  $i = 6$  – zisk přijímací čočky a zisk rozložení. V bodech  $i = 7, 8, 9$  jsou přičteny: útlum na přijímací čočce, útlum mířením, rezerva na atmosféru a rezerva na chybovost. Výkon přijímaný je v bodě  $i = 10$ .

Největší vliv na spoj má útlum šířením, který je dán geometrií spoje nikoliv vysílacím výkonem, případně útlumem atmosféry.

# Závěr

V diplomové práci jsme se seznámili s prostorovým rozložením optické intenzity v laserovém svazku. V kapitole 1 a 2 byly podrobněji popsány základní parametry a vlastnosti Gaussovského svazku.

V kapitole 3 jsme se seznámili se vznikem interference vlnění. Pomocí Youngova experimentu, bylo možné popsat jev vzniku interference pomocí dvou vln, které vychází ze štěrbin a na stínítku se sejdou v jednom libovolném bodě. Změna dráhového rozdílu způsobuje vznik tzv. interferenčního obrazu resp. difrakčního obrazu. Na stínítku se objeví ekvidistantní tmavé a světlé proužky. Dále kapitola 3 obsahuje popis interferenčního pole gaussovských svazků.

Kapitola 4 se zabývá simulací skládání se dvou svazků. Je popsán model skládání nekoherentních a koherentních svazků. Když se toto skládání považuje za nekoherentní, výsledná optická intenzita je dána součtem dílčích dvou (4.3). Při koherentním modelu jsem použil aproximaci, ve které bylo koherentní záření nahrazeno sférickými vlnami. Zkoumaný jev má negativní následek pro naše zadání, ve kterém je cílem interferenci minimalizovat, případně úplně potlačit. Vytvořil jsem obecný model skládání dvou svazků pro nekoherentní a koherentní záření. Výslednou optickou intenzitu je možné získat pomocí komplexní amplitudy (4.3). Při dodržení jistých podmínek (viz. kapitola 3.1) dochází k jevu interference a difrakce. Simulace jevu proběhla v programu MATLAB, a využívá znalosti Youngova experimentu a vlastnosti Fourierove řady. Simulace proběhla pro různé vzdálenosti štěrbin  $d$ . Čím větší je vzdálenost štěrbin, tím jsou maxima resp. minima blíže k sobě.

V kapitole 5 jsme se seznámili se základy atmosférické optické komunikace. Vznik negativních jevů, zejména interference, je způsoben vzájemnou koherencí světelných zdrojů. Svazky jsou navzájem koherentní a dojde k negativním jevům při jejich skládání. Aby tomu tak nebylo, použil jsem více světelných zdrojů – laserů, ze kterých vycházejí od sebe nezávislé koherentní svazky, a tím **omezíme** jejich **interference**. Pomocí provedení simulací v programu MATLAB jsem prozkoumal tvar vyzařovací charakteristiky optického vysílače. Aby byl spoj co nejvíce odolný proti rušením vyvolaných atmosférou (viz. kap. 5.4) zvolil jsem čtyři zdroje, resp. čtyři svazky uspořádané ve tvaru čtverce. Zvolené uspořádání dovoluje přemístování přijímací hlavice v rozmezí 50 metrů resp. 1 mrad odklonění vysílací hlavice (kap. 5.9). Je to oblast, ve které tvar vyzařovací charakteristiky považuji za „přijatelnou“.



Kapitola 5.10 obsahuje energetickou bilanci a útlumový diagram spoje. Pro stanovení diagramu, jsem používal program Matchad a parametry svazku, které jsem stanovil v kapitole 5.9. Z útlumového diagramu je patrné, že největší vliv na přijímaný výkon má útlum šířením, který je dán geometrií spoje nikoliv vysílacím výkonem, případně útlumem atmosféry.

## Seznam symbolů, veličin a zkratek

$c$	rychlost světla	[m.s <sup>-1</sup> ]
$\nabla$	Laplaceův operátor	[-]
$r$	polohový vektor	[m]
$t$	časový vektor	[s]
$I(r,t)$	optická intenzita	[W.m <sup>-2</sup> ]
$P(t)$	optický výkon	[W]
$a(r)$	amplituda	[-]
$A(r)$	komplexní obálka	[-]
$\varphi(r)$	fáze	[°]
$\omega$	úhlová rychlost	[rad.s <sup>-1</sup> ]
$k$	vlnové číslo	[m <sup>-1</sup> ]
$\lambda$	vlnová délka	[m]
$x,y,z$	souřadnice	[-]
$\rho$	radiální vzdálenost	[m]
$W(z)$	pološířka svazku	[m]
$R(z)$	poloměr křivosti	[m]
$z_0$	Rayleighova vzdálenost	[m]
$U(r)$	komplexní amplituda	[-]
$W_0$	šířka svazku	[m]
$\theta_0$	divergenční úhel	[°]
$D$	průměr čočky	[m]
$w_{EES}$	pološířka svazku v počátku	[m]
$L_0$	pomocná délka	[m]
$L_{VP}$	vzdálenost hlavic	[m]
$\delta$	vzdálenost laserových diod	[m]
$\alpha_{v,LD}$	účinnost vazby	[dB]
$\alpha_{VOS}$	propustnost vysílací optické soustavy	[dB]
$\alpha_{VP}$	útlum šířením	[dB]
$\rho_{atm}$	rezerva spoje na atmosféru	[dB]

# Literatura

- [1] SALEH, B. E. A. *Základy fotoniky*. Praha: Matfyzpress, 1995. ISBN 80-85863-00-6
- [2] MILER, M., *Holografické difrakční struktury*. Praha: Univerzita Palackého Olomouc, Přírodovědecká fakulta, 2003. 129 s.
- [3] Stránky Physics of the Universe [Online]  
Dostupné na: [http://www.physicsoftheuniverse.com/images/quantum\\_double\\_slit.jpg](http://www.physicsoftheuniverse.com/images/quantum_double_slit.jpg)
- [4] KNYBLOVÁ, L., *Model analyzátoru částic*. Ostrava: Technická univerzita Ostrava, Hornicko - geologická fakulta – institut fyziky, 2003. 76 s. Vedoucí diplomové práce Doc. Jan Kopečný
- [5] KASAP, S.O. *Optoelectronics and Photonics: Principles and Practices*. New Jersey: Prentice Hall, 2001. ISBN 0-201-61087-6
- [6] HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J.: *Fyzika – Část 4*. Nakladatelství Vutium, Nakladatelství Prometheus, 2000. ISBN 0-471-32000-5
- [7] Stránky Wikipedia.org [Online]  
Dostupné na: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Optické\\_vlákno](http://cs.wikipedia.org/wiki/Optické_vlákno)
- [8] PROCHÁZKA, M., *Transimpedanční zesilovač pro otevřené optické spoje*, Zlín Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta technologická, 2005. 49 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Vojtěch Křesálek, CSc.
- [9] GOLDSMITH, P.F., *Quasioptical Systems – Gaussian Beam Quasioptical Propagation and Applications*, IEEE Press, 1998. ISBN 0-7803-3439-6
- [10] CHEN, K., GIBLIN, P., IRVING, A., *Mathematical Exploration with MATLAB*, Cambridge University Press, 1999. ISBN 0-521-63078-9