

Univerzita Palackého v Olomouci  
Přírodovědecká Fakulta  
Katedra Optiky



**Fyzikální vlastnosti,  
experimentální realizace a využití  
optických vírových polí**

Disertační práce

**Autor:** Mgr. Michal Baránek  
**Školitel:** Prof. RNDr. Zdeněk Bouchal, Dr.  
**Studijní obor:** Optika a optoelektronika

Olomouc 2016

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem disertační práci vypracoval samostatně pod odborným vedením pana Prof. RNDr. Zdeňka Bouchala, Dr., uvedl všechny zdroje použité literatury a dodržoval zásady vědecké etiky.

V Olomouci dne 5. dubna 2016

.....

## Poděkování

Děkuji Prof. RNDr. Zdeňkovi Bouchalovi, Dr. za odborné vedení této práce, užitečné rady, věnovaný čas a trpělivost.

# Abstract

Singular optics is one of the important and increasingly evolving areas of modern physics with a number of unique effects and wide range of applications in both science and technology. Optical singularities are associated with places, where the parameters of optical waves are not uniquely determined. The optical singularities emerge in polarization states, wavefronts of light waves or ray caustics. In the doctoral thesis, the main attention is focused on phase singularities, which can be classified as edge, screw and mixed wavefront dislocations. The screw phase dislocations, called optical vortices, are summarized in a comprehensive study including physical properties and basic experiments for generation and detection of the vortex beams. Applications of light vortices in optical micromanipulation and free-space communications are reviewed with particular emphasis on utilization of vortex interference effects in optical imaging. The imaging vortex applications, which represent the main research topic of the doctoral thesis, are investigated in two different approaches leading to experiments for aberration correction in optical microscopy and localization and tracking of microobjects in biophotonics. The main research activities are supported by auxiliary experiments devoted to the optimization of light shaping techniques in vortex generation and implementation of a compact microscope with the built-in spatial light modulator.

As the main outcomes of the doctoral thesis, novel experimental techniques of vortex imaging were developed operating with defocusing induced rotation of the image. By these methods, the three-dimensional localization and tracking of microscopic particles was realized based on a precise evaluation of the angular rotation of the asymmetric image spot, called double-helix point spread function (DH PSF). The theoretically predicted optical performance of the methods was verified experimentally and the achieved results were compared to the outcomes of other research groups.



# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Současný stav problematiky</b>	<b>7</b>
2.1	Základní vlastnosti optického záření . . . . .	7
2.2	Singulární optika . . . . .	9
2.3	Fázové singularity a optické svazky . . . . .	11
2.4	Šíření složených vírových polí . . . . .	14
2.5	Orbitální moment hybnosti . . . . .	16
2.6	Generace optických vírů . . . . .	18
2.7	Detekce optických vírů . . . . .	21
2.8	Využití vírových polí . . . . .	22
2.8.1	Kódovaný přenos informace . . . . .	22
2.8.2	Korekce optických aberací . . . . .	24
2.8.3	Optické zobrazovací metody . . . . .	26
2.8.4	Lokalizace bodových předmětů . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Cíle práce</b>	<b>33</b>
<b>4</b>	<b>Vedlejší výsledky</b>	<b>34</b>
4.1	Praktická realizace spirální fázové modulace . . . . .	34
4.2	Adaptivní korekce vlnových aberací . . . . .	37
4.3	Zobrazování metodou spirálního fázového kontrastu . . . . .	41
4.4	Kompaktní mikroskop s kompenzací aberací plošného předmětu . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Hlavní výsledky</b>	<b>45</b>
5.1	Zobrazovací systém s prostorovou modulací . . . . .	45
5.1.1	Modulace komplexní amplitudy . . . . .	45
5.1.2	Modulace prostorového spektra předmětu . . . . .	46
5.1.3	Sjednocený model systému s prostorovou modulací . . . . .	48
5.2	Analýza rotace bodového obrazu při spirální fázové modulaci . . . . .	49
5.2.1	Spojité maska . . . . .	49
5.2.2	Azimutálně vzorkovaná maska . . . . .	51
5.2.3	Radiálně vzorkovaná maska . . . . .	52
5.2.4	Radiálně a azimutálně vzorkovaná maska . . . . .	56
5.2.5	Prstencová maska . . . . .	57
5.3	Vírové samozobrazování . . . . .	61
5.4	Experimentální realizace systému s rotujícím bodovým obrazem . . . . .	62
5.4.1	Schéma experimentu . . . . .	62
5.4.2	Výsledky experimentu . . . . .	63
5.4.3	Diskuze výsledků . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>67</b>
<b>7</b>	<b>Seznam vlastních publikací</b>	<b>68</b>

# 1 Úvod

Optické singularity představují místa, kde nejsou jednoznačně určeny některé základní parametry světla. Na různých úrovních popisu optického záření lze pozorovat odlišné druhy singularit. V rámci elektromagnetické optiky se vyskytují polarizační singularity, vlnová optika se setkává s fázovými singularitami a v geometrické optice se objevují paprskové singularity [1]. Fázové singularity souvisejí s nespojitostí vlnoplochy a dělí se na zlomové, spirální a kombinované [2]. Spirální fázové singularity jsou často označovány jako optické víry [3].

Optická vírová pole se vyznačují několika netradičními vlastnostmi. V místě spirální fázové singularity je hodnota intenzity nulová a fáze světelné vlny není v tomto bodě definována. Optické pole v blízkosti bodu nespojitosti je charakterizováno šroubovitým tvarem vlnoplochy a s tím souvisejícím spirálním tokem elektromagnetické energie. Nenulová hodnota azimutální složky Poyntigova vektoru navíc způsobuje, že optický svazek se šroubovitou vlnoplochou přenáší orbitální moment hybnosti [4].

Je zřejmé, že pro maximální využití potenciálu optických vírů v praxi, je nutná jejich kvalitní experimentální realizace. Původně byly spirální fázové singularity vytvářeny pomocí speciálních difraktivních prvků [5] nebo transformací optických svazků astigmatickým konvertorem složeným ze dvou cylindrických čoček [6]. Významný technologický pokrok posledních desetiletí přinesl nové možnosti generace v podobě počítačem řízených displejů z kapalných krystalů [7].

Spirální fázové singularity nachází uplatnění v mnoha praktických aplikacích. V optických mikromanipulacích lze pomocí vírového svazku zachytit v prostoru kovové mikročástice [8, 9]. Světelné víry zabudované ve struktuře nosného optického svazku je možno využít pro kódovaný přenos informace [10, 11]. Citlivost optických vírů na drobné odchylky vlnoplochy může posloužit při nalezení vlnových aberací a umožnit tak jejich zpětnou kompenzaci [12]. Spirální fázovou modulaci lze využít v digitální holografii, kde může být použita k numerické separaci signální vlny [13] nebo ke zvýšení kontrastu obrazu ve Fresnelově nekoherentní korelační holografii [14]. Aplikaci fázových singularit představuje také vírový skenující mikroskop [15, 16]. Velká pozornost je v současné vědě věnována rozvoji světelné mikroskopie. Také v této oblasti se optické víry ukazují jako užitečný nástroj. Příkladem je zobrazování tenkých průhledných předmětů metodou spirálního fázového kontrastu [17] nebo trojrozměrné určování pozice mikročástic pomocí rotujícího bodového obrazu [18, 19]. O významu světelné mikroskopie a optických vírů svědčí také Nobelova cena za chemii v roce 2014. Ta byla udělena za posunutí rozlišovacích limitů ve světelné mikroskopii a součástí oceněných aktivit je také vírová lokalizace [20].

Úvodní kapitoly této práce poskytují přehled základních poznatků z oblasti studia optických vírů. Dále jsou představeny vlastní realizace experimentů, které využívají již dříve publikovaných postupů, ale byly upraveny pro potřeby laboratoře digitální optiky na katedře optiky v Olomouci, kde mají potenciál být využity v rámci budoucích experimentů. Hlavní přínos práce představuje návrh a experimentální ověření nové metody pro trojrozměrnou lokalizaci mikročástic. Daná technika využívá rotujícího bodového obrazu získaného vhodně provedenou spirální fázovou modulací. Mezi výhody prezentovaného způsobu určování pozice patří možnost jednoduchého nastavení citlivosti rotace a podoby difrakční stopy, která vykazuje velkou stabilitu tvaru v širokém podélném rozsahu překračujícím standardní hloubku ostrosti.

## 2 Současný stav problematiky

### 2.1 Základní vlastnosti optického záření

Na úvod práce budou stručně připomenuty základní pojmy a vlastnosti optického záření. V rámci klasické fyziky představuje nejkompexnější popis světla elektromagnetická optika. Elektromagnetické pole charakterizují čtyři základní veličiny, elektrická intenzita  $\vec{E}$ , elektrická indukce  $\vec{D}$ , magnetická intenzita  $\vec{H}$  a magnetická indukce  $\vec{B}$ . Tyto veličiny jsou navzájem svázány Maxwellovými rovnicemi [21].

Vhodnými úpravami lze z Maxwellových rovnic získat vlnovou rovnici, která pro homogenní izotropní prostředí bez volných nábojů a proudů nabývá tvaru

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

kde  $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$  představuje Laplaceův operátor,  $\vec{r}$  značí polohový vektor,  $t$  čas a  $v$  fázovou rychlost světla v daném prostředí. Obdobným způsobem lze vlnovou rovnici zapsat také pro vektor magnetické intenzity  $\vec{H}(\vec{r}, t)$ .

Popis světla založený na elektromagnetické teorii je nezbytný například k analýze polarizačních efektů. Polarizační stav elektromagnetické vlny je dán prostorovou a časovou závislostí vektoru elektrické intenzity. Obíhá-li koncový bod vektoru  $\vec{E}$  po definované křivce, je světlo polarizované. V opačném případě se jedná o světlo nepolarizované. Základní polarizační vlastnosti optického záření je vhodné ukázat na příkladu monochromatické rovinné vlny šířící se ve směru souřadné osy  $z$ . Pro složky vektoru elektrické intenzity  $E_x$ ,  $E_y$  a  $E_z$  v tomto případě platí

$$E_x = A_x \cos[\omega t - kz + \phi_x], \quad (2)$$

$$E_y = A_y \cos[\omega t - kz + \phi_y], \quad (3)$$

$$E_z = 0, \quad (4)$$

kde  $k$  značí vlnové číslo,  $\omega$  úhlovou frekvenci,  $A_x$ ,  $A_y$  amplitudy a  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  počáteční fáze příslušných složek.

Polarizační stav světla je možno studovat ve dvou základních přiblíženích. V prvním je sledováno chování vektoru elektrické intenzity v čase v jediném bodě prostoru. V druhém případě je zkoumán vývoj vektoru  $\vec{E}$  v daném okamžiku v různých místech. Je-li vlna polarizovaná, tak v rovině kolmé na směr šíření opisuje koncový bod vektoru  $\vec{E}$  elipsu. Rovnici polarizační elipsy lze získat vhodnou úpravou (2) a (3)

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos(\phi_y - \phi_x) = \sin^2(\phi_y - \phi_x). \quad (5)$$

Z uvedeného vztahu je patrné, že tvar polarizační elipsy závisí na poměru velikostí amplitud a rozdílu počátečních fází kmitů složek  $E_x$  a  $E_y$ .

K určení energetických vlastností optické vlny je třeba definovat Poyntingův vektor

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t), \quad (6)$$

který má význam hustoty toku elektromagnetické energie. Z pohledu detekce světelného záření hraje významnou roli optická intenzita  $I(\vec{r})$  představující časově stredo-

vanou velikost Poyntingova vektoru

$$I(\vec{r}) = \frac{1}{T} \int_0^T |\vec{S}(\vec{r}, t)| dt, \quad (7)$$

kde  $T$  značí časový interval, který je dlouhý ve srovnání s periodou optické vlny.

Pro složitější výpočty je výhodné vyjádřit vektory elektrické a magnetické intenzity pomocí komplexních funkcí  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  a  $\vec{H}(\vec{r}, t)$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}(\vec{r}, t) \right\} = \frac{1}{2} \left[ \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{E}^*(\vec{r}, t) \right], \quad (8)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \vec{H}(\vec{r}, t) \right\} = \frac{1}{2} \left[ \vec{H}(\vec{r}, t) + \vec{H}^*(\vec{r}, t) \right]. \quad (9)$$

Při řešení mnoha optických problémů ovšem není nutné používat kompletní elektromagnetickou teorii. Řadu jevů, například interferenci nebo difrakci, je možné vysvětlit pomocí přiblížení skalární vlnové optiky. V jejím rámci je světlo plně popsáno komplexní skalární vlnovou funkcí  $U(\vec{r}, t)$ , pod kterou si lze představit některou ze složek vektorů  $\vec{E}$  nebo  $\vec{H}$ . Stejně jako jednotlivé složky vektorů elektrické a magnetické intenzity, musí také komplexní skalární vlnová funkce splňovat vlnovou rovnici

$$\nabla^2 U(\vec{r}, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (10)$$

Řešení v podobě monochromatické vlny lze napsat ve tvaru

$$U(\vec{r}, t) = u(\vec{r}) \exp(i\omega t), \quad (11)$$

kde prostorové rozložení pole  $u(\vec{r})$  bývá označováno jako komplexní amplituda. Tu lze běžně vyjádřit pomocí amplitudy  $a(\vec{r})$  a fáze  $\phi(\vec{r})$

$$u(\vec{r}) = a(\vec{r}) \exp[i\phi(\vec{r})]. \quad (12)$$

V souvislosti s fází světelné vlny se zavádí pojem vlnoplocha. Jedná se o plochu určenou body, ve kterých má fáze v daný okamžik konstantní hodnotu. Optickou intenzitu lze ve skalárním přiblížení vyjádřit vztahem

$$I(\vec{r}) = |u(\vec{r})|^2 = |a(\vec{r})|^2. \quad (13)$$

Právě prostorové rozložení intenzity je zaznamenáváno běžnými detektory světla. Z výše uvedeného plyne, že standardním záznamem světelné vlny lze získat informaci o amplitudě, ale nikoli o fázi.

Základní optické jevy jako odraz nebo lom světla lze objasnit pomocí geometrické optiky, kde je světlo reprezentováno paprsky a optické vlastnosti prostředí jsou určeny hodnotou indexu lomu  $n(\vec{r})$ . Chování světla v rámci popisu geometrické optiky vysvětluje Fermatův princip. Ten říká, že paprsky šířící se mezi dvěma body prostoru sledují takovou dráhu, aby doba chodu paprsků mezi oběma body dosahovala extrémní hodnoty vzhledem k sousedním drahám. Ve většině případů odpovídá extrému minimum a světelné paprsky se šíří podél dráhy s nejkratší dobou šíření [21]. Z Fermatova principu vychází paprsková rovnice

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \nabla n, \quad (14)$$

kde  $ds$  je diferenciální délka podél trajektorie paprsku a  $\nabla n$  představuje gradient indexu lomu. Pomocí paprskové rovnice lze popsat chování paprsků v nehomogenním prostředí.

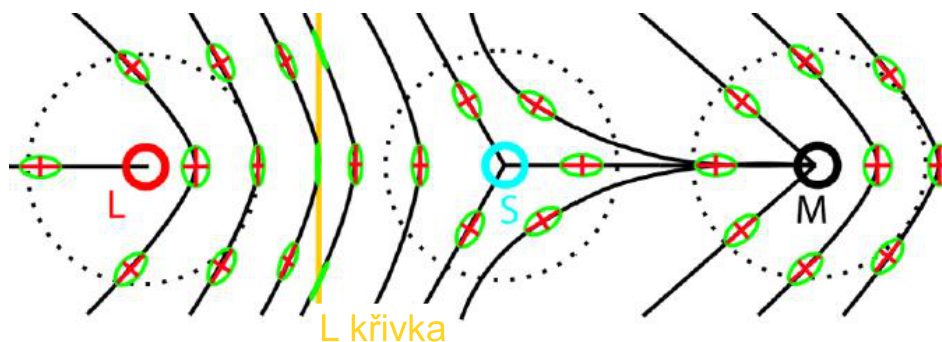
Jednotlivé úrovně popisu světla jsou vzájemně propojeny. Vazbu mezi elektromagnetickou a vlnovou optikou představuje fakt, že vlnovou rovnicí tvořící základ vlnové optiky, je možné odvodit z Maxwellových rovnic, ze kterých vychází elektromagnetická teorie. Přechod od vlnové optiky ke geometrické pak tvoří limita nekonečně malé vlnové délky  $\lambda \rightarrow 0$ . Vazbu mezi vlnovou a geometrickou optikou poskytuje eikonálová rovnice

$$\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi = n^2, \quad (15)$$

kde  $\Phi(\vec{r})$  je eikonál. Rozdíl hodnot skalární funkce  $\Phi(\vec{r})$  ve dvou různých bodech prostoru určuje délku optické dráhy mezi oběma body. Paprsek je poté definován jako kolmice k plochám konstantních hodnot  $\Phi(\vec{r})$ . Eikonálovou rovnicí lze získat z Maxwellových rovnic při splnění předpokladu nekonečně malé vlnové délky.

## 2.2 Singulární optika

Jak bylo ukázáno, popis optického záření lze provádět na několika úrovních. Na všech může nastat situace, kdy některý ze základních parametrů světla není jednoznačně určen. V místě neurčitosti pak vzniká optická singularita. Optické singularity mohou být polarizační, fázové nebo paprskové.

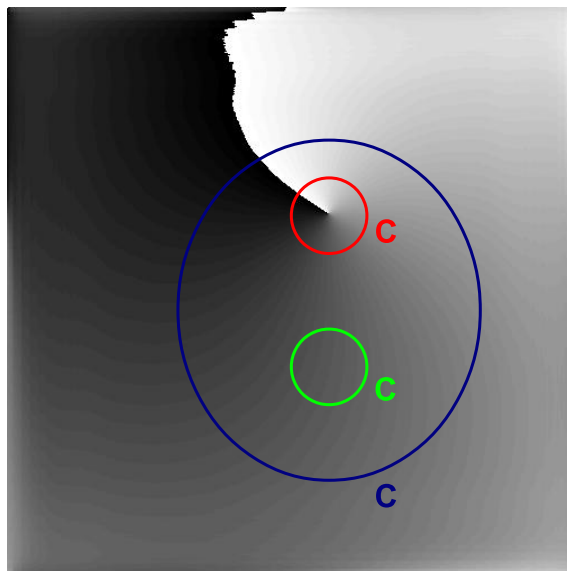


Obrázek 1: Příklad optického pole s polarizačními singularitami. Černé čáry znázorňují orientace delších poloos polarizačních elips. Žlutá L křivka od sebe odděluje oblasti s pravotočivou a levotočivou polarizací. Barevné kružnice značí C singularity s různou strukturou, červená - lemon, modrá - star, černá - monstar [24].

V rámci elektromagnetického popisu světla jsou studovány polarizační singularity související s degenerací polarizační elipsy charakterizované orientací delší poloosy a směrem otáčení vektoru  $\vec{E}$ . K degeneraci polarizační elipsy dochází dvojím způsobem. Jedním z nich je situace, kdy vektor  $\vec{E}$  opisuje úsečku, pak není určena pravotočivost či levotočivost a vzniká L singularita. V druhém případě polarizační elipsa přechází v kružnici, tím pádem není definován směr delší poloosy elipsy a vzniká C singularita. V situacích s prostorově závislou polarizací představují L singularity křivky ve dvourozměrném prostoru a plochy v trojrozměrném prostoru. V obou případech L singularity od sebe oddělují oblasti s pravotočivou a levotočivou polarizací. Oproti

tomu C singularity jsou body ve dvourozměrném prostoru a křivky v trojrozměrném prostoru. V sousvislosti s tvarem polarizačních elips v blízkosti C singularity jsou definovány tři základní struktury "lemon", "star" a "monstar" (Obr. 1) [22, 23, 24].

Na úrovni skalární vlnové optiky je pozornost soustředěna na fázové singularity, označované také jako dislokace vlnoplochy. V běžných případech je vlnoplocha spojitá funkce prostorových souřadnic. Také však mohou vznikat optická pole, která obsahují místa, kde je spojitost fáze narušena. Právě tyto oblasti nespojitosti vlnoplochy jsou považovány za fázové singularity. Fázové singularity mohou být zlomové, spirální nebo kombinované.



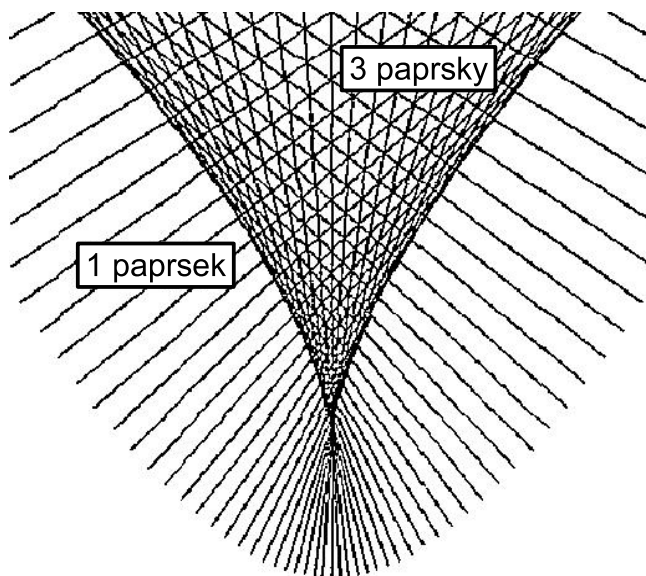
Obrázek 2: Fáze optického pole obsahujícího spirální fázovou singularitu s hodnotou topologického náboje  $l = 1$ . Červená a modrá křivka C uzavírají optický vír, výsledek integrace (16) podél těchto křivek je tedy  $2\pi$ . Naopak zelená křivka C singularitu neuzavírá a hodnota integrálu (16) podél této křivky je 0.

V případě zlomové singularity je část vlnoplochy od zbytku oddělena fázovým skokem a podél fázového zlomu je nulová hodnota intenzity [25]. Spirální singularity, často označované jako optické víry, představují bod v rovině nebo křivku v prostoru s nedefinovanou fází a nulovou intenzitou. Zda se v daném místě optický vír nachází či nikoliv lze určit pomocí křivkového integrálu

$$\oint_C \nabla\phi \cdot d\vec{c} = 2\pi l, \quad (16)$$

kde  $d\vec{c}$  je element křivky  $C$ . Pokud je fáze spojitou funkcí, je hodnota integrálu nula. Jestliže však křivka  $C$  uzavírá spirální fázovou singularitu, ve které je fáze nespojitá, je výsledek integrálu roven celočíselnému násobku  $2\pi$  (Obr. 2). Číslo  $l$  je základní parametr optického víru označovaný jako topologický náboj [26]. Světelné pole obsahující optický vír je charakterizováno temnou oblastí v místě fázové singularity a šroubovým fázovým profilem v jejím okolí. Hodnota topologického náboje určuje velikost tmavého centra a počet listů šroubovice. Vlastnosti fázových singularit budou podrobněji rozebrány v následujících kapitolách.

Optické singularity se objevují také v přiblížení geometrické optiky, kde je chování světla popisováno pomocí paprsků. Paprskové singularity jsou spojovány s kaustikami. Typickým příkladem vzniku kaustiky je situace, kdy jsou paprsky světla po průchodu spojnou čočkou soustředěny do jistého místa. Kaustika poté představuje obálku oblastí s hustším výskytem paprsků (Obr. 3). Kaustiky jsou za singularity považované ze dvou důvodů. Jednak je na kaustice nekonečně velká hodnota intenzity. Za druhé, kaustika je křivka oddělující dvě oblasti, ve kterých se počet paprsků mění nespojitě [27].



Obrázek 3: Paprsková singularita v podobě kaustiky, která od sebe odděluje dvě oblasti s různou hustotou paprsků [27].

Za zmínku stojí zajímavá souvislost mezi kaustikami a dislokacemi vlnoplochy. Paprskové a vlnové singularity se vzájemně doplňují. Zatímco na kaustice je hodnota intenzity nekonečně velká, tak v místech dislokace vlnoplochy je intenzita nulová. Paprskové singularity se objevují v rámci geometrické optiky, použitím vlnového popisu však intenzita na kaustice již není nekonečná a kaustika přestává být singularitou. Vlnová optika má ale vlastní singularity, místa nespojitosti vlnoplochy, ty se naopak nevyskytují v rámci paprskové optiky, jelikož v tomto přiblížení není pojem vlnoplocha definován [28].

### 2.3 Fázové singularity a optické svazky

Významnou roli hrají fázové singularity vznikající v optických svazcích. Komplexní amplituda  $u(\vec{r})$  popisující prostorovou strukturu monochromatického svazku musí splňovat Helmholtzovu rovnici, kterou lze odvodit dosazením monochromatické vlny (11) do vlnové rovnice (10)

$$\nabla^2 u(\vec{r}) + k^2 u(\vec{r}) = 0. \quad (17)$$

Jedním ze způsobů řešení Helmholtzovy rovnice je metoda separace proměnných. Pro popis vírových polí je vhodné provádět separaci v cylindrických souřadnicích

$x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ,  $z = z$  a hledat komplexní amplitudu ve tvaru  $u(r, \varphi, z) = u_r(r) u_\varphi(\varphi) u_z(z)$ .

Řešení Helmholtzovy rovnice (17) lze nalézt v podobě besselovských svazků

$$u_B^l(r, \varphi, z) = J_l(\alpha r) \exp(i l \varphi) \exp(-i \beta z), \quad (18)$$

kde platí  $\alpha^2 + \beta^2 = k^2$  a Besselova funkce prvního druhu,  $l$ -tého řádu  $J_l$  vyhovuje diferenciální rovnici

$$r^2 \frac{d^2 J_l}{dr^2} + r \frac{d J_l}{dr} + (\alpha^2 r^2 - l^2) J_l = 0. \quad (19)$$

Besselovský svazek nenulového řádu je pak příkladem vírového svazku [29]. Besselovské svazky navíc patří mezi nedifrakční svazky, které jsou zajímavé tím, že jejich příčný profil zůstává při šíření neměnný [30].

Nedifrakční besselovský svazek je však pouze teoretickou idealizací, protože přenáší nekonečnou energii. V reálných situacích je ovšem možné generovat besselovský-gaussovský (BG) svazek. Jedná se o besselovský svazek ohraničený gaussovskou amplitudovou obálkou, který je řešením Helmholtzovy rovnice v paraxiálním přiblížení [31, 32].

Paraxiální vlny představují významnou skupinu optických polí. Pokud se paraxiální svazek šíří ve směru osy  $z$ , je možné psát

$$u(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp(-ikz), \quad (20)$$

kde platí, že změny komplexní obálky  $A(\vec{r})$  jsou zanedbatelné na vzdálenostech srovnatelných s vlnovou délkou světla  $\lambda = 2\pi/k$ . Tuto podmínku lze napsat následujícím způsobem

$$\left| \frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial z} \right|. \quad (21)$$

Obálka  $A(\vec{r})$  pak musí splňovat paraxiální Helmholtzovu rovnici, kterou lze získat dosazením komplexní amplitudy (20) do Helmholtzovy rovnice (17) a zanedbáním druhé derivace v souladu s (21). Paraxiální Helmholtzova rovnice nabývá tvaru

$$\frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial y^2} - i2k \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial z} = 0 \quad (22)$$

pro kartézský souřadný systém a

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial \varphi^2} - i2k \frac{\partial A(\vec{r})}{\partial z} = 0 \quad (23)$$

při použití válcových souřadnic.

Jedním ze základních řešení paraxiální Helmholtzovy rovnice je gaussovský svazek

$$u_G(r, \varphi, z) = A_0 \frac{w_0}{w} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \times \exp\left(-ik \frac{r^2}{2R}\right) \exp\left(i \arctan \frac{z}{z_R}\right) \exp(-ikz), \quad (24)$$

kde  $A_0$  je konstantní amplituda,  $w$  pološířka svazku,  $w_0$  pološířka svazku v pase,  $R$  poloměr křivosti vlnoplochy a  $z_R$  Rayleighova vzdálenost. Parametry gaussovského



svazku jsou svázány následujícími vztahy [21]

$$z_R = k \frac{w_0^2}{2}, \quad (25)$$

$$w = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}, \quad (26)$$

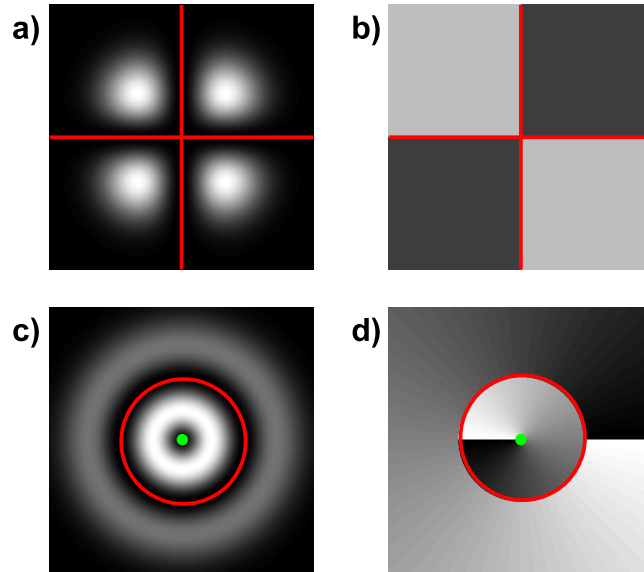
$$R = z \left( 1 + \frac{z_R^2}{z^2} \right). \quad (27)$$

Gaussovský svazek není jediným příkladem paraxiální vlny. Úplný systém řešení paraxiální Helmholtzovy rovnice v kartézských souřadnicích (22) představují hermiteovské-gaussovské (HG) svazky

$$u_{HG}^{p,q}(x, y, z) = u_G H_p \left( \sqrt{2} \frac{x}{w} \right) H_q \left( \sqrt{2} \frac{y}{w} \right) \exp \left[ i(p+q) \arctan \frac{z}{z_R} \right], \quad (28)$$

kde funkce  $H$  značí Hermiteovy polynomy, které splňují diferenciální rovnici

$$\frac{d^2 H_p}{dx^2} - 2x \frac{dH_p}{dx} + 2p H_p = 0. \quad (29)$$



Obrázek 4: Intenzitní stopa v pase HG svazku řádu 1,1 a), příslušné rozložení fáze b), intenzita c) a fáze d) v pase LG svazku řádu 1,1. Barevně jsou vyznačeny fázové singularity projevující se nulovou hodnotou intenzity a nespojitostí fáze, červená - zlomové singularity, zelená - spirální singularity.

Ve válcových souřadnicích je pak úplný systém řešení paraxiální Helmholtzovy rovnice (23) popsán laguerreovskými-gaussovskými (LG) svazky

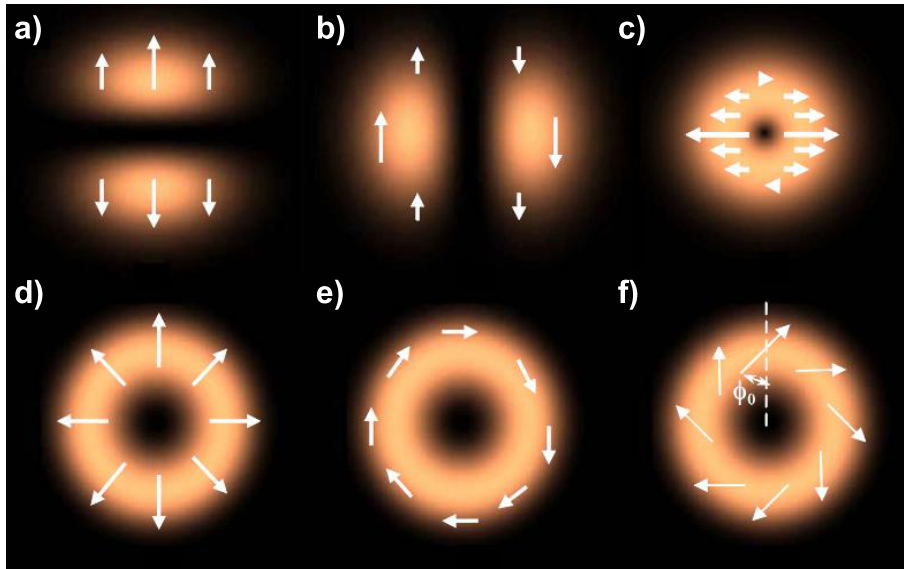
$$u_{LG}^{m,l}(r, \varphi, z) = u_G \left( \sqrt{2} \frac{r}{w} \right)^l L_{m,l} \left( 2 \frac{r^2}{w^2} \right) \exp(i l \varphi) \exp \left[ i(2m+l) \arctan \frac{z}{z_R} \right], \quad (30)$$

kde funkce  $L$  značí přidružené Laguerreovy polynomy, které vyhovují diferenciální rovnici

$$r \frac{d^2 L_{m,l}}{dr^2} - (l+1-r) \frac{dL_{m,l}}{dr} + mL_{m,l} = 0. \quad (31)$$

Oba typy zmíněných svazků jsou zajímavé z pohledu singulární optiky. HG i LG svazky nenulového řádu představují optické pole se zlomovou fázovou singularitou (Obr. 4). LG svazek s nenulovým indexem  $l$  je navíc typickým příkladem vírového svazku se šroubovitou vlnoplochou, jehož temné jádro se nachází na ose svazku (Obr. 4) [25].

Výše uvedená řešení vlnové rovnice v podobě optických svazků byla nalezena v přiblížení skalární vlnové optiky, která nezahrnuje polarizační vlastnosti světla. Pro vyjádření vektorových svazků s prostorově závislou polarizací je třeba hledat přesné řešení Maxwellových rovnic pro monochromatické elektromagnetické pole komplexních vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ . Zajímavé řešení představují svazky s azimutální nebo radiální polarizací (Obr. 5). Svazek s azimutální polarizací reprezentuje lineárně polarizované transverzální elektrické pole. Radiálně polarizovaný svazek odpovídá azimutální transverzální polarizaci magnetické intenzity [33, 34, 35].



Obrázek 5: Prostorové rozložení intenzity a vektoru elektrické intenzity (bílé šipky) pro typické příklady vektorových svazků. Vertikálně polarizovaný HG svazek řádu 0,1 a), řádu 1,0 b), horizontálně polarizovaný LG svazek řádu 0,1 c), radiálně polarizovaný svazek d), azimutálně polarizovaný svazek e), obecný vektorový svazek f) [35].

## 2.4 Šíření složených vírových polí

Ve struktuře jednoho optického svazku se může vyskytovat více spirálních fázových singularit. Vírová centra pak při šíření svazku vykazují různé chování. V nejjednodušším případě se vzájemné rozložení vírů v rámci svazku během jeho šíření nemění. Někdy ovšem mohou nastat zajímavější situace. Optické víry se stejným znaménkem

topologického náboje se odpuzují, zatímco spirální singularity s opačným znaménkem se vzájemně přitahují. Tento efekt způsobuje, že optické víry během šíření svazku mění svou pozici a někdy může přitahování optických vírů s opačným znaménkem skončit i jejich vzájemným vyrušením [26].

Z pohledu této práce má však největší význam rotace vírové struktury při šíření nosného svazku. Příkladem takové situace je gaussovský svazek obsahující  $N$  optických vírů s topologickým nábojem  $l = 1$ . Komplexní amplitudu v pase svazku lze psát ve tvaru

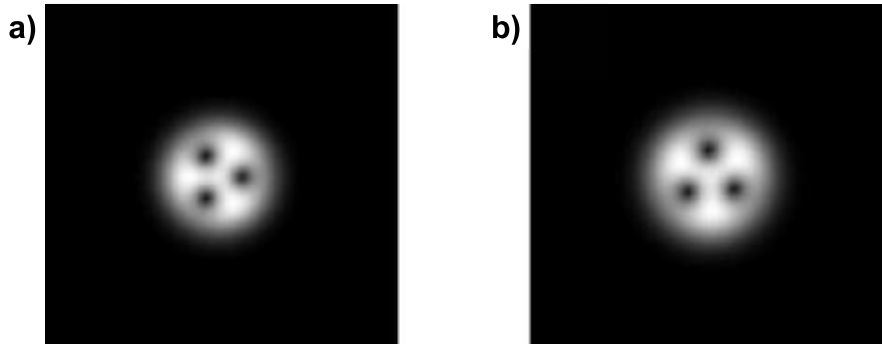
$$u(r, \varphi, 0) = u_G(r, \varphi, 0) \prod_{n=1, N} [r \exp(i\varphi) - r_n(0) \exp(i\varphi_n(0))], \quad (32)$$

kde  $r_n(0)$  a  $\varphi_n(0)$  určují pozice  $n$ -tého víru v rovině pasu. Dá se ukázat, že při šíření svazku do vzdálenosti  $z$  se pozice jednotlivých fázových singularit v dané rovině změní podle vztahů

$$r_n(z) = r_n(0) \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \quad (33)$$

$$\varphi_n(z) = \varphi_n(0) - \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right). \quad (34)$$

Z uvedených relací je patrné, že polohy jednotlivých vírů se při šíření mění dvojnásobně. Jednak se v souvislosti s divergencí svazku vírová centra s rostoucí vzdáleností  $z$  posouvají dále od osy šíření. Za druhé, bodové fázové singularity při šíření rotují kolem osy svazku (Obr. 6) [26].



Obrázek 6: Intenzitní stopa gaussovského svazku obsahujícího 3 víry s hodnotou topologického náboje  $l = 1$  v rovině pasu  $z = 0$  a). Na obrázku stejného svazku v rovině  $z = z_R/2$  b) je patrná rotace vírové struktury při šíření [26].

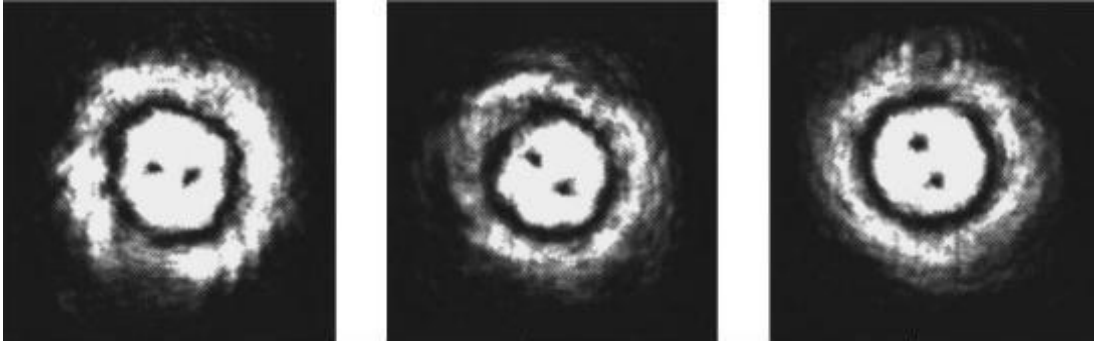
Jiným příkladem optického pole s rotujícím intenzitním profilem je svazek vzniklý vhodnou kombinací LG módů. Je-li předpokládáno pole složené z  $N$  svazků popsaných vztahem (30), lze intenzitu výsledného pole vyjádřit pomocí výrazu

$$I = \left| \sum_{n=1}^N c_n u_{LG}^{m_n, l_n} \right|^2, \quad (35)$$

kde  $c_n$  jsou váhové koeficienty. Je dokázáno, že v případě splnění podmínky

$$\frac{m_{n+1} - m_n}{l_{n+1} - l_n} = \frac{\Delta m_n}{\Delta l_n} = \text{konst.}, \quad (36)$$

dojde k rotaci intenzitního profilu při šíření svazku. Příkladem je optické pole vzniklé kombinací LG svazků řádu 0,0 a 1,2 (Obr. 7) [36, 37].



Obrázek 7: Intenzitní stopa optického pole vzniklého kombinací LG svazků řádu 0,0 a 1,2. Na snímcích pořízených v různých rovinách je viditelná rotace struktury při šíření svazku [36].

## 2.5 Orbitální moment hybnosti

Další ze zajímavých vlastností vírových svazků je skutečnost, že přenášejí orbitální moment hybnosti [38, 39]. Pro jeho popis je nutno uvést základní veličiny popisující světelné pole z pohledu energetických vlastností. Jedná se o Poyntingův vektor  $\vec{S}$  (6) a objemovou hustotu elektromagnetické energie

$$w = \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}). \quad (37)$$

Obě veličiny jsou vázány zákonem zachování energie. Ten má v bezztrátovém prostředí tvar

$$\nabla \cdot \vec{S} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0. \quad (38)$$

Hustota momentu hybnosti  $\vec{J}$  je definována vztahem

$$\vec{J} = \frac{1}{c^2} (\vec{r} \times \vec{S}), \quad (39)$$

kde  $c$  značí rychlost světla ve vakuu. Často se pracuje také s velikostí momentu hybnosti odpovídající jednotkové hustotě energie

$$\vec{j} = \frac{\vec{J}}{w}. \quad (40)$$

Úpravami Helmholtzovi rovnice lze získat zápis formálně shodný se zákonem zachování energie v diferenciálním tvaru, ve kterém se objevují veličiny  $w'$  a  $\vec{S}'$  definované vztahy

$$w' = \nabla u \cdot \nabla u^* + k^2 |u|^2, \quad (41)$$

$$\vec{S}' = i\omega (u^* \nabla u - u \nabla u^*). \quad (42)$$

Veličiny  $w'$  a  $\vec{S}'$  lze chápat jako vyjádření objemové hustoty elektromagnetické energie a Poyntingova vektoru ve skalární aproximaci. Jednotlivé složky vektoru  $\vec{S}'$  mají ve válcových souřadnicích následující tvar [32]

$$S'_r = i\omega \left( u^* \frac{\partial u}{\partial r} - u \frac{\partial u^*}{\partial r} \right), \quad (43)$$

$$S'_\varphi = i \frac{\omega}{r} \left( u^* \frac{\partial u}{\partial \varphi} - u \frac{\partial u^*}{\partial \varphi} \right), \quad (44)$$

$$S'_z = 2\omega k_z |u|^2. \quad (45)$$

Moment hybnosti zahrnuje dvě složky, orbitální moment hybnosti a spin. Orbitální moment hybnosti je vázán na  $z$ -ovou složku vektoru  $\vec{J}$ , pro kterou platí

$$J_z = \frac{r S'_\varphi}{c^2}. \quad (46)$$

Z uvedeného vztahu je zřejmé, že přenos orbitálního momentu hybnosti souvisí s nenulovou hodnotou azimutální složky Poyntingova vektoru (44). Lze ukázat, že v případě obecného vírového svazku je velikost  $z$ -ové složky momentu hybnosti odpovídající jednotkové hustotě energie dána vztahem

$$j_z = \frac{l}{\omega} + \frac{\sigma}{2\omega |a|^2} \frac{\partial r |a|^2}{\partial r}, \quad (47)$$

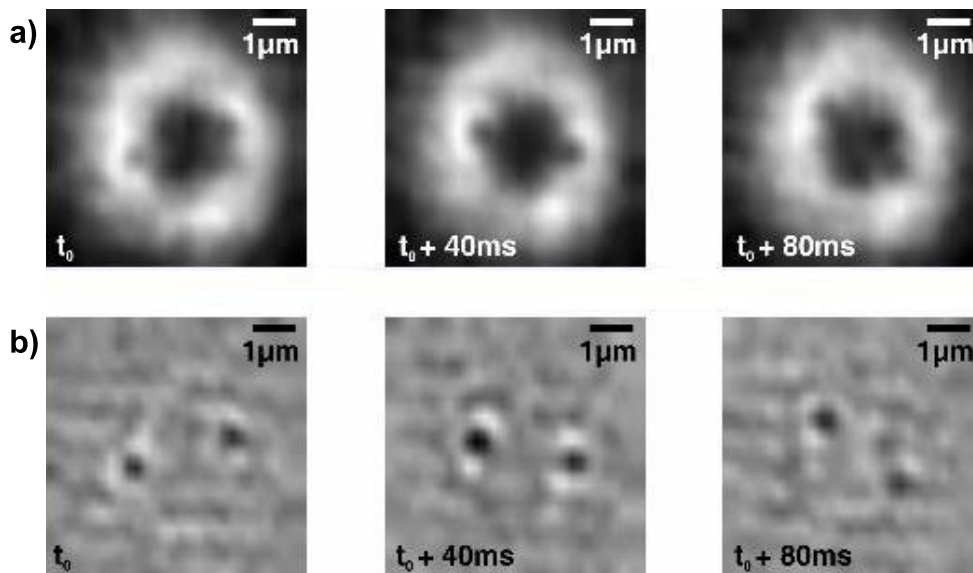
kde první člen představuje orbitální moment hybnosti a druhý vyjadřuje spin [38]. Koeficient  $\sigma$  popisuje polarizační stav, pro kruhovou polarizaci nabývá hodnot  $\pm 1$  a pro lineární polarizaci je 0. Z výrazu (47) lze vyčíst, že orbitální moment hybnosti je dán šroubovitým tvarem vlnoplochy a jeho velikost je úměrná hodnotě topologického náboje. Spin je určen polarizačním stavem světla, je maximální při kruhové polarizaci a nulový při lineární polarizaci [38].

Obě složky momentu hybnosti se mohou projevovat interakcí s prostředím. Přenos spinu byl poprvé pozorován ve třicátých letech 20. století [40]. V rámci demonstrovaného experimentu byl optický svazek s pravotočivou kruhovou polarizací transformován půlvlnnou fázovou destičkou na svazek s levotočivou kruhovou polarizací. Změna polarizačního stavu světelného svazku znamenala rovněž změnu spinu. Ta se projevila točivým momentem, kterým svazek destičku namáhal.

Možnosti studia přenosu momentu hybnosti značně rozšířil vynález optické pinzety. Optický svazek přenáší kromě energie a momentu hybnosti také hybnost. Pokud foton dopadá na předmět, může dojít k jeho odrazu nebo absorpci, čímž nastane změna hybnosti fotonu. Z druhého Newtonova pohybového zákona se poté dá vyčíslit síla, jakou působí předmět na foton. Ze zákona akce a reakce následně plyne skutečnost, že stejně velkou silou působí foton na předmět. Světelný svazek tak může radiačním tlakem ovlivnit chování mikroskopických částic [41]. Významný byl objev gradientních sil, které tlačí průhlednou částici do místa svazku s největší intenzitou. Pokud se podaří dosáhnout rovnovážného silového působení světla na částici, může dojít k jejímu zachycení v prostoru. Cíleným pohybem svazku lze poté pohybovat také chycenou částicí [42].

Díky optické pinzetě bylo brzy dokázáno, že přenos momentu hybnosti na mikročástice nemusí souviset pouze se spinem, který je projevem polarizačních vlastností

světla, ale může mít spojitost s orbitální složkou momentu hybnosti, která je dána šroubovitou vlnoplochou [43]. Projev přenosu obou složek momentu hybnosti na mikročástice je rozdílný. Přenos spinu způsobuje rotaci částic kolem vlastní osy, zatímco orbitální složka momentu hybnosti způsobuje rotaci částic kolem tmavého vírového centra [44].



Obrázek 8: Ukázka přenosu orbitálního momentu hybnosti na nanočástice zlata. Po odečtení pozadí tvořeného intenzitní stopou LG svazku a) je na snímcích viditelná dvojice částic, které rotují kolem tmavého vírového centra b) [9].

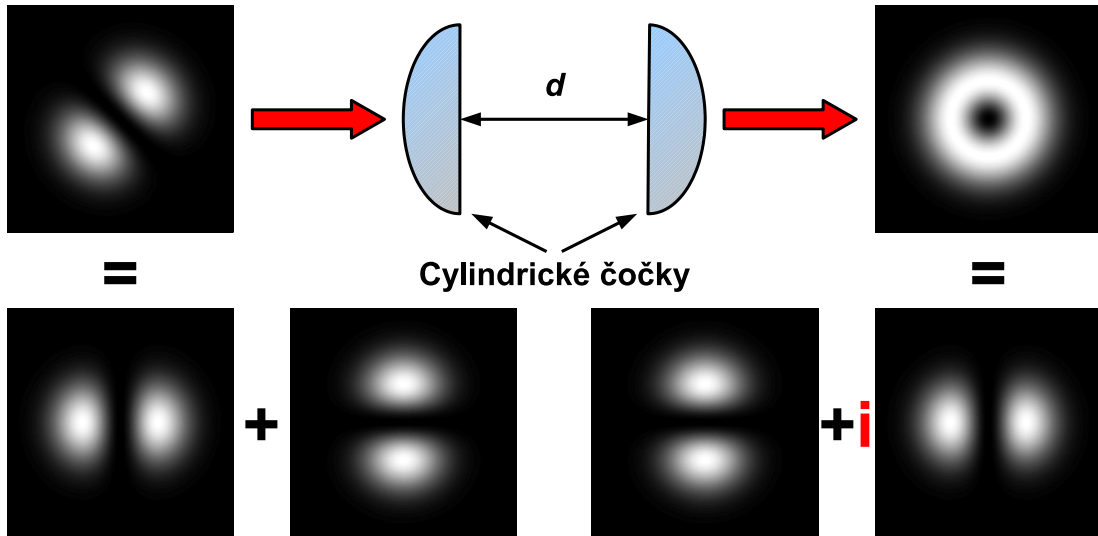
U kovových mikročástic je, oproti průhledným objektům, nastavení rovnováhy působících sil značně obtížné, což komplikuje jejich zachycení v prostoru. Kovové mikročástice je však možné udržet v blízkosti centra LG svazku [8, 9]. Vírové svazky tady umožňují zachycení kovových mikročástic v prostoru. Díky přenosu orbitálního momentu hybnosti částice také rotují kolem tmavého vírového centra. Zmíněnou interakci lze pozorovat v rámci experimentu, kde byl LG svazek o vlnové délce 514 nm a výkonu 110 mW mikroobjektivem soustředěn do oblasti vzorku s nanočásticemi zlata o velikosti 100 nm (Obr. 8) [9].

Studovány byly také možnosti přenosu momentu hybnosti na mikročástice v polychromatickém svazku. Přenos spinu v širokém rozsahu vlnových délek se ukázal jako problematický, jelikož spektrální závislost polarizačních prvků nedovoluje vhodné nastavení polarizace pro všechny vlnové délky. Naopak přenos orbitálního momentu hybnosti v polychromatickém svazku byl úspěšně realizován. Požadovanou šroubovitou vlnoplochu lze generovat pomocí difraktivních prvků. Z pohledu spektrální závislosti zde představuje největší problém disperze. Nežádoucí disperzi lze ovšem úspěšně kompenzovat pomocí difrakční mřížky nebo hranolu [45].

## 2.6 Generace optických vírů

Fázové singularities vznikají jak přirozenou cestou tak cílenou generací. Příkladem samovolného vzniku je mnohosvazková interference, kde se fázové singularities objevují

v místech odpovídajících destruktivní interferenci. Danou situaci lze ukázat na známém Youngově pokusu. Při standardním uspořádání experimentu se dvěma dírkami vznikají na stínítku interferenční minima ve tvaru přímek a v prostoru tvoří místa s nulovou hodnotou intenzity roviny. Pokud by byl Youngův experiment rozšířen o další otvory, měla by interferenční minima na stínítku podobu oddělených bodů a v prostoru by vytvářela křivky. V blízkém okolí bodů s nulovou intezitou by pak fáze měla šroubovitý tvar [46]. Jiným případem přirozeného vzniku světelných vírů je odraz optické vlny od hrubé plochy, kdy dochází k rozptylu světla a k vzájemné interferenci mnoha vln [22].



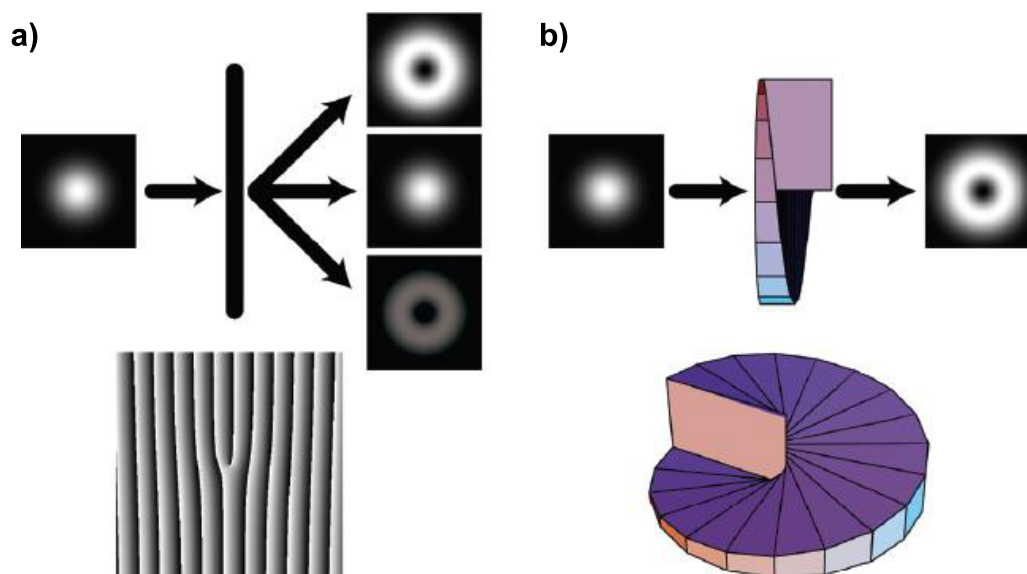
Obrázek 9: Transformace HG svazku na vírový svazek pomocí astigmatického konvertoru složeného ze dvou cylindrických čoček o ohniskových vzdálenostech  $f$ . Vstupní svazek je složen z HG módů 1,0 a 0,1. Pokud je vzájemná vzdálenost čoček rovna  $d = \sqrt{2}f$ , zavede astigmatický konvertor mezi HG módy vzájemné fázové zpoždění  $\pi/2$ , což způsobí zformování LG svazku řádu 0,1 na výstupu.

Fázové singularity se objevují také ve struktuře HG a LG svazků vznikajících v laserových rezonátorech. V HG svazcích se vyskytují zlomové fázové dislokace, zatímco světelné víry se nachází v LG svazcích [25]. V reálných situacích je ovšem mnohem pravděpodobnější generace HG svazků. Proto nabývá na významu metoda transformace HG svazku na vírový LG svazek. Je dokázáno, že HG i LG svazek je možné vyjádřit jako váženou superpozici HG módů [6, 47]. Příkladem může být LG svazek řádu 0,1 vyjádřený pomocí HG módů řádu 1,0 a 0,1 se vzájemným fázovým posunem  $\pi/2$

$$u_{LG}^{0,1} = \frac{1}{\sqrt{2}}u_{HG}^{1,0} + \frac{i}{\sqrt{2}}u_{HG}^{0,1}. \quad (48)$$

Složením stejné dvojice HG módů bez vzájemného fázového posunu vznikne HG svazek řádu 1,0, který je otočený vůči ose  $x$  o  $45^\circ$  (Obr. 9). Uvažovaný HG svazek lze tedy transformovat na vírový svazek zavedením fázového posunu  $\pi/2$  mezi dvojicí HG módů. K tomuto účelu slouží astigmatický konvertor složený ze dvou cylindrických čoček o stejné ohniskové vzdálenosti  $f$ . Je-li vzájemná vzdálenost cylindrických čoček

rovna  $d = 2f$ , je zavedený fázový rozdíl mezi HG módy  $\pi$ , v případě, že  $d = \sqrt{2}f$  je fázový rozdíl  $\pi/2$  [6]. Vhodným nastavením vzájemné vzdálenosti cylindrických čoček tak lze zavést požadovaný fázový rozdíl mezi základní HG módy a vstupní HG svazek transformovat na vírový svazek (Obr. 9).



Obrázek 10: Schéma generace světelného víru pomocí speciálních optických prvků. Vidličkový hologram a), spirální fázová maska b) [22].

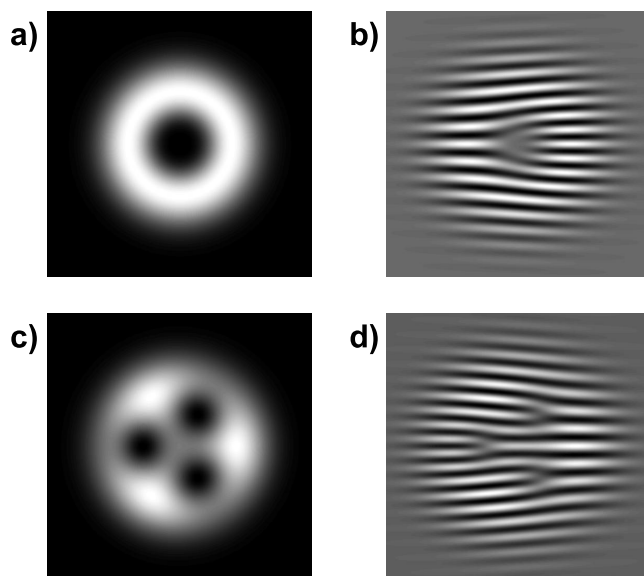
Světelné víry je možné generovat také pomocí speciálního difraktivního prvku schopného transformovat optický svazek s rovinnou vlnoplochou na vírový svazek. Příkladem takového prvku je vidličkový hologram [5]. Struktura hologramu odpovídá interferenčnímu obrazci, který vznikne interferencí rovinné vlny a svazku se spirálním fázovým profilem. Hologramy generující vírové svazky mohou být amplitudové i fázové. Při osvětlení hologramu dochází k difrakci světla na periodické struktuře a dopadající svazek je rozdělen do difrakčních řádů. Ve vyšších difrakčních řádech pak vznikají spirální fázové singularity (Obr. 10). Nový způsob generace optických vírů přinesl návrh spirální fázové masky (SFM) [48]. Jedná se o optický prvek, jehož tloušťka roste s azimutálním úhlem (Obr. 10). V porovnání s vidličkovými hologramy nedochází při použití SFM ke vzniku vyšších difrakčních řádů a optický vír vzniká v přímém světle.

V posledních letech dostaly možnosti generace vírových polí zcela nový rozměr díky dostupnosti prostorových modulátorů světla (PMS). Jedná se o přístroj schopný pomocí elektrooptického jevu měnit amplitudovou propustnost nebo fázové zpoždění vlny procházející jednotlivými pixely displeje z kapalných krystalů, který tvoří aktivní plochu PMS. Běžné elektronicky adresované PMS jsou řízeny pomocí počítače, což dovoluje dynamickou tvorbu širokého spektra počítačem generovaných hologramů schopných produkovat světelné víry.



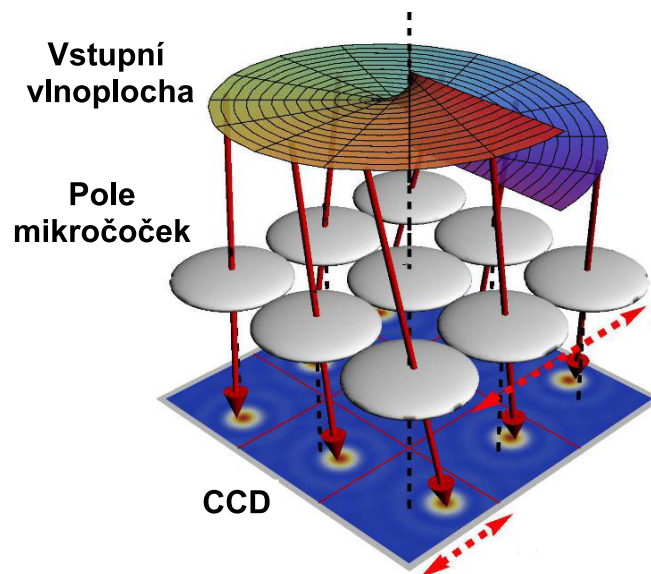
## 2.7 Detekce optických vírů

Pro maximální využití potenciálu světelných vírů je nutné mít k dispozici spolehlivou metodu jejich identifikace. Jelikož jsou světelné víry charakterizovány šroubovitým tvarem vlnoplochy, nabízí se jako základní způsob jejich lokalizace interferometrické měření [32]. Optimální je interference vírového svazku s rovinnou vlnou. Obecně má interferenční obrazec vzniklý složením dvou rovinných vln podobu rovnoběžných proužků. V případě výskytu fázové singularity v jednom z interferujících svazků dojde v odpovídajícím místě záznamu k rozštěpení proužků a vznikne typický vidličkový obrazec. Směr vidličkového rozštěpení určuje znaménko topologického náboje a násobnost rozštěpení udává velikost topologického náboje (Obr. 11). Často se používá také interference vírového svazku se sférickou referenční vlnou, při ní je příslušná fázová singularita detekována spirálovitým rozštěpením soustředných kroužků.



Obrázek 11: Detekce světelných vírů pomocí interference s referenční rovinnou vlnou. Intenzitní stopa pole, které obsahuje optický vír s topologickým nábojem  $l = -2$  a), interference daného pole s rovinnou vlnou b), intenzita gaussovského svazku modulovaného trojicí vírů s hodnotou topologického náboje  $l = 1$  c) a jeho interference s rovinnou vlnou d). Přítomnost víru se projeví typickým vidličkovým rozštěpením interferenčních proužků.

Nový způsob detekce optických vírů nabízí Shackův-Hartmannův senzor (SHS). Jedná se o moderní přístroj schopný měřit tvar vlnoplochy. Jeho hlavní předností je skutečnost, že k detekci fáze není potřeba referenční vlna. Základ struktury SHS tvoří pole mikročoček a CCD (Obr. 12). Pole mikročoček rozdělí vstupní vlnoplochu na dílčí svazky, které jsou soustředěny na CCD. Z pozic difrakčních stop na CCD je následně určen lokální náklon vlnoplochy. S ohledem na singularitu fáze je pro přesné určení šroubovitě vlnoplochy nutné použít speciální algoritmy [49, 50].



Obrázek 12: Princip detekce vlnoplochy Shackovým-Hartmannovým senzorem. Červené šipky znázorňují kolmice k vlnoploše [50].

## 2.8 Využití vírových polí

Během posledních let vznikla řada prací ukazujících možnosti praktického využití fázových singularit v různých oblastech moderní optiky. V následující části budou postupně popsány aplikace vírových polí při kódovaném přenosu informace, korekci optických aberací, optickém zobrazování a prostorové lokalizaci bodových předmětů.

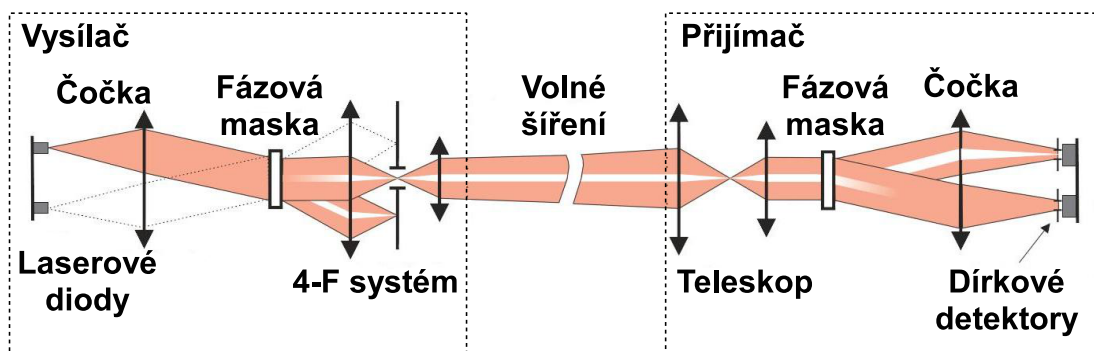
### 2.8.1 Kódovaný přenos informace

Jednou z oblastí, kde lze prakticky využít vlastností vírových polí, je kódovaný přenos informace. Optický vír může být chápán jako přidaný stupeň volnosti, který navyšuje obsah informace přenášené světelným svazkem. Daná informace je obsažena ve vážené superpozici optických vírů s různými topologickými náboji. Informační kód je pak tvořen hodnotami váhových koeficientů. Výhodou je, že odeslaný kód nelze přesně určit pouhým záznamem intenzitní stopy svazku. Přenášená informace je tak jistým způsobem skryta a lze ji získat pouze předepsaným detekčním zařízením. Celý informační kanál umožňující kódovaný přenos informace pomocí smíšených vírových polí se tak skládá ze tří základních částí, kódování, šíření optického pole a dekódování.

Optický svazek složený z požadovaného počtu vírových polí s definovanými hodnotami topologických nábojů lze vytvořit například pomocí PMS. Svazek při šíření volným prostorem přenáší zadanou informaci, kterou je možné získat pomocí dekódovacího zařízení. To obvykle tvoří speciální hologram promítnutý na aktivním displeji jiného PMS. Po zpracování detekovaného signálu lze určit, kolik světelných vírů bylo v nosném svazku obsaženo a jaké byly hodnoty topologických nábojů. Tím je dešifrována informace zadaná původním PMS [10, 11].

Jiná metoda kódovaného přenosu informace využívá místo PMS dvou speciálně navržených fázových masek. Na začátku řetězce jsou čtyři LED, které generují 4-

bitový signál tím, zda svítí nebo nesvítí. Přenášený informační kód je tedy tvořen sledem jedniček a nul odpovídajících sepnutým a vypnutým LED. Pomocí první fázové masky jsou svazky vycházející ze svítících LED transformovány na pseudone-difrakční BG svazek, který se šíří volným prostorem a následně dopadá na druhou fázovou masku představující dekodovací zařízení. Po průchodu svazku dekodovací maskou lze určit, které z LED svítily a tím přečíst informační kód (Obr. 13) [51, 52].



Obrázek 13: Princip kódovaného přenosu informace pomocí smíšeného vírového pole vytvořeného speciálně navrženou fázovou maskou [52].

Hodnotu topologického náboje vírového svazku lze určit také pomocí vícebodového interferometru [53]. Jedná se o nepropustnou masku, ve které se v pravidelných intervalech podél kružnice s definovaným poloměrem nachází malé dírkové otvory. Pro konkrétní počet dírek a hodnotu topologického náboje dopadajícího vírového svazku, vzniká za vícebodovým interferometrem charakteristický difrakční obrazec, který slouží k vyhodnocení velikosti topologického náboje. Podrobnější analýzou difrakčního obrazce lze také dekodovat hodnoty topologických nábojů smíšeného vírového pole [54].

Z předchozího textu je zřejmé, že pro správné vyhodnocení přenášené informace je třeba, aby příčný profil svazku dopadajícího na dekodovací zařízení co nejvíce odpovídal podobě svazku za kódovací jednotkou. V reálných situacích je však struktura svazku narušována, především pak atmosférickými turbulencemi. V posledních letech je tak pozornost soustředěna na studium vlivu turbulencí a možností jejich eliminace [55]. Vliv turbulencí může být omezen například adaptivním systémem korigujícím optické aberace [56].

Pokrokem ve vírových komunikacích je LDPC (z angl. low-density parity-check) kódování. Vírový svazek generovaný touto metodou vykazuje vysokou odolnost proti atmosférickým turbulencím a umožňuje komunikaci s přenosovou rychlostí 100 Gbit/s [57, 58].

V současnosti jsou zkoumány také možnosti navýšení kapacity informačního kanálu. Jedna z nových metod kombinuje prostorové multiplexování vírových svazků s různou hodnotou topologického náboje a polarizační multiplexování. Tímto způsobem byl experimentálně realizován přenos dat s přenosovou rychlostí 1,37 Tbit/s [59].

### 2.8.2 Korekce optických aberací

Velká část této práce je věnována praktickým aplikacím spirálních fázových singularit v oblasti optického zobrazování. Jednou z cest je využití světelných vírů pro adaptivní korekci optických aberací. Ty jsou nedílnou součástí všech zobrazovacích soustav a zásadním způsobem ovlivňují jejich kvalitu. Z pohledu vlnové optiky představují aberace odchylky mezi reálnou a referenční vlnoplochou odpovídající fyzikálně dokonalému zobrazení. K aberacím mohou přispívat také nedokonalosti použitých optických prvků, které jsou způsobené chybami ve výrobě nebo vadami materiálů.

Vlnové aberace lze kvantifikovat pomocí Zernikeových polynomů. Komplexní amplituda popisující vlnové aberace může být vyjádřena následujícím vztahem

$$u_A(r, \varphi) = \exp[ikW(r, \varphi)]. \quad (49)$$

Jedno z vhodných vyjádření aberační funkce  $W(r, \varphi)$  představuje rozklad

$$W(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n c_{n,m} Z_n^m(r, \varphi), \quad (50)$$

kde  $Z_n^m$  značí Zernikeovy polynomy a  $c_{n,m}$  příslušné váhové koeficienty [60]. Ortonormální Zernikeovy polynomy mají následující podobu

$$Z_n^m(r, \varphi) = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1+\delta_{m,0}}} R_n^m(r) \cos(m\varphi), \quad (51)$$

kde  $\delta$  je Kroneckerovo delta a pro funkci  $R_n^m(r)$  platí [60]

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \binom{n+m}{2-s}! \binom{n-m}{2-s}!} \rho^{n-2s}. \quad (52)$$

Proměnná  $\rho = r/R$  představuje relativní radiální souřadnici vztaženou k absolutní velikosti apertury  $R$ . Použití ortonormálních Zernikeových polynomů je výhodné z několika důvodů. Zernikeovy polynomy jsou ortogonální na jednotkovém kruhu, jsou invariantní vůči rotaci souřadného systému a hodnota koeficientu  $c_{n,m}$  není závislá na počtu použitých polynomů.

V případě přítomnosti vlnových aberací, které mají původ v chybách výroby nebo náhodných změnách indexu lomu, se ve vyjádření aberační funkce  $W$  kromě členů  $\cos(m\varphi)$  vyskytují také členy  $\sin(m\varphi)$ . Příslušný rozklad aberační funkce pak lze psát v upravené formě [60]

$$W(r, \varphi) = \sum_{j=1} z k_j Z_j(r, \varphi), \quad (53)$$

kde pro Zernikeovy polynomy  $Z_j$  platí

$$Z_j(r, \varphi) = \sqrt{2(n+1)} R_n^m(r) \cos(m\varphi), \quad m \neq 0, \quad j - \text{sudé}, \quad (54)$$

$$Z_j(r, \varphi) = \sqrt{2(n+1)} R_n^m(r) \sin(m\varphi), \quad m \neq 0, \quad j - \text{liché}, \quad (55)$$

$$Z_j(r, \varphi) = \sqrt{n+1} R_n^0(r), \quad m = 0. \quad (56)$$

Daným hodnotám  $n$  a  $m$  při  $m \neq 0$  odpovídají dvě hodnoty  $j$

$$j = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - n + m - 1, \quad (57)$$

$$j = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - n + m, \quad (58)$$

kde sudá  $j$  reprezentují polynomy se členem  $\cos(m\varphi)$  a lichá  $j$  se členem  $\sin(m\varphi)$ . V případě  $m = 0$  platí

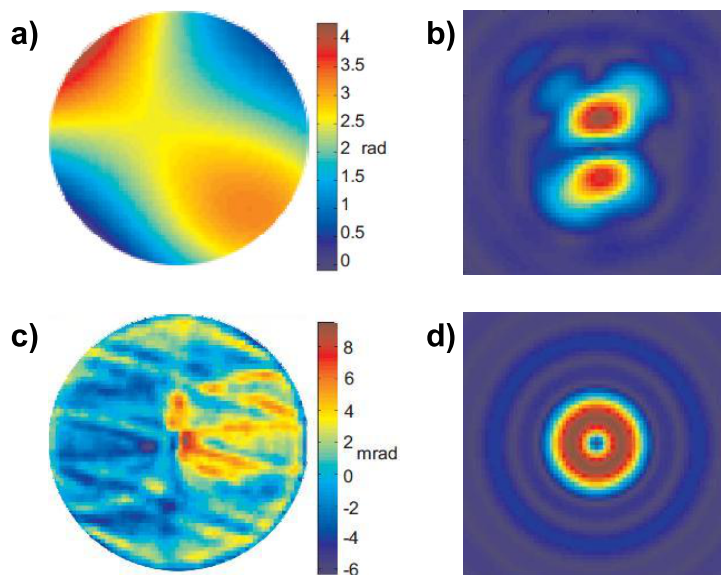
$$j = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - n. \quad (59)$$

Je zřejmé, že snaha o co největší eliminaci optických aberací, je jedním z hlavních úkolů optických konstruktérů při návrhu zobrazovacích systémů. Základní možností jak tohoto cíle dosáhnout je optimalizace parametrů všech použitých optických prvků. Alternativní cestou k zobrazovacímu systému s minimálními optickými aberacemi je využití adaptivního prvku, který by dokázal aberace systému zpětně kompenzovat. Jako adaptivní prvek lze použít deformovatelné zrcadlo nebo fázový PMS. Před samotnou kompenzací je však nutno deformace vlnoplochy v místě korekce zjistit. Jelikož vlnové aberace představují odchylky fáze a tu nelze přímo zaznamenat běžnými detektory, je tento první krok mnohem komplikovanější než finální korekce. Jedním ze způsobů jak určit vlnové aberace je využití SHS. V tomto případě by však byly v zobrazovacím systému použity dva finančně nákladné přístroje, adaptivní prvek a SHS, což by jistě nebylo ekonomické.

Výhodnější je navrhnout celý systém tak, aby ke zjištění aberací i samotné kompenzaci posloužil jediný přístroj. Příkladem může být sestava obsahující vhodně zabudovaný fázový PMS [61]. Ten je v prezentované metodě umístěn tak, že značná část jeho aktivní plochy je osvětlena svazkem vycházejícím z jistého bodu v předmětové rovině. Pokud není na PMS odeslán žádný signál, objeví se na CCD obraz bodu odpovídající 0. řádu difrakce na pixelové mřížce PMS. V případě promítnutí periodické fázové mřížky na vybranou oblast displeje PMS je část svazku dopadajícího na tuto plochu odkloněna do 1. difrakčního řádu. Na CCD jsou pak detekovány dva obrazy sledovaného bodu v předmětové rovině. Při znalosti parametrů použitého optického systému lze přesně určit polohu obou obrazů na CCD v případě nepřítomnosti aberací. Z případného posunu obrazu odpovídajícímu 1. difrakčnímu řádu lze spočítat lokální odchylku vlnoplochy v místě, kde je na PMS promítnuta periodická mřížka. Po postupném zobrazení fázové mřížky na celé aktivní ploše PMS a určení lokálních odchylek pro všechny oblasti je získána kompletní aberační vlnoplocha.

Jiná metoda využívá k určení deformací vlnoplochy velké citlivosti vírových polí na optické aberace [12]. Princip spočívá v promítnutí SFM na aktivní displej PMS, který je součástí zobrazovací sestavy. Díky spirální fázové modulaci má ideální obraz bodu z předmětového prostoru podobu rotačně symetrického prstence. Citlivost světelných vírů na optické aberace však vede k tomu, že již v případě malých odchylek vlnoplochy od optimálního tvaru dojde k narušení pravidelné struktury prstence. Právě deformovaný obraz prstence je pak vstupním parametrem Gerchbergova-Saxtonova algoritmu [62]. Cílem tohoto iteračního procesu je nalezení takové fáze v rovině umístění PMS, která vede k prostorovému rozložení intenzity v místě detekce obrazu. Algoritmem nalezená fáze obsahuje spirální fázi a také vlnové aberace. Odečtením příspěvku SFM od určené fáze je pak získána aberační vlnoplocha v rovině umístění

PMS. Pro korekci aberací pak stačí promítnout na PMS kompenzační fázi opačnou k aberační vlnoploše (Obr. 14). Je však třeba mít na paměti, že daná korekce se týká pouze jednoho bodu v předmětovém prostoru. Popsaná metoda je příkladem využití vlastností spirálních fázových singularit v optickém zobrazování. Zároveň však představuje možný způsob generace optimálního světelného víru.



Obrázek 14: Numerická simulace ukazující výsledky algoritmu pro výpočet aberační vlnoplochy na základě detekce deformovaného prstence. Uměle zadané vlnové aberace a) mají za následek zhoršenou kvalitu prstence v rovině obrazu b). Po kompenzaci aberací zjištěných pomocí iteračního Gerchbergova-Saxtonova algoritmu zůstávají v rovině PMS minimální zbytkové aberace c), ty však již nemají výrazný vliv na kvalitu zobrazeného prstence d) [12].

### 2.8.3 Optické zobrazovací metody

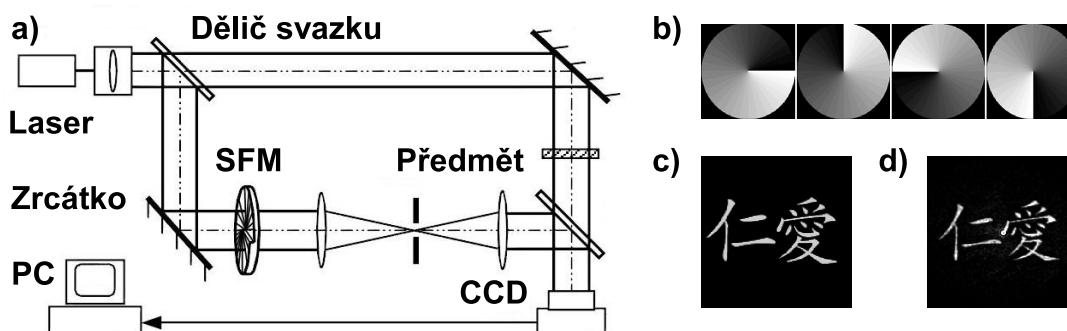
Optické zobrazování je jednou z oblastí optiky, která v současné době zaznamenává velký rozvoj. V posledních letech vznikla řada nových metod, které posouvají limity zobrazovacích systémů. Spousta aplikací míří do světelné mikroskopie a své místo zde zaujímají také světelné víry.

Díky možnostem současných procesorů se na sestavování výsledného obrazu stále více podílí numerické zpracování zaznamenaných dat a mnoho zobrazovacích metod se prolíná s digitální holografíí. Základní principy digitální holografie vychází z klasické optické holografie [63]. Místo intenzity samotné signální vlny, která nese informaci o sledovaném předmětu, je zaznamenán obrazec vzniklý interferencí signální a referenční vlny, kde parametry referenční vlny jsou dobře známy. Referenční vlna má ve většině případů podobu rovinné či sférické vlny. Výsledný interferenční obrazec je zaznamenán na fotocitlivý materiál a vzniká hologram. Pokud je hologram zpětně osvětlen referenční vlnou, dojde díky difrakci světla ke kompletní rekonstrukci původní signální vlny. Hologram tedy uchovává informaci nejen o amplitudě zaznamenané vlny, ale také o fázi. Digitální holografie se od klasické liší především tím, že interferenční obrazec není zaznamenán na fotografickou desku, ale na CCD. Vzniklé

snímky jsou poté uloženy do paměti počítače a rekonstrukce signální vlny se provádí pomocí numerických algoritmů.

Holografický záznam vzniklý interferencí signální a referenční vlny se skládá ze čtyř členů. Jedná se o intenzitu signální vlny, intenzitu referenční vlny, člen úměrný signální vlně a člen úměrný komplexně sdružené signální vlně. Je zřejmé, že klíčová informace o sledovaném předmětu je obsažena ve členu, který je úměrný signální vlně. Ten se však překrývá s ostatními. Odfiltrování parazitních členů je tak důležitým krokem vedoucím ke kvalitní rekonstrukci. Základním způsobem jak dosáhnout separace rekonstruovaného obrazu je použití mimoosové konfigurace, kdy signální a referenční vlna dopadají na detektor pod různým úhlem [64]. Mimoosové uspořádání se osvědčilo v klasické holografii. U digitální holografie však představuje komplikaci velikost pixelů CCD, kvůli které dochází k problémům se vzorkováním. Proto je u digitální holografie preferována osová konfigurace a k separaci rekonstruovaného obrazu dochází čistě numerickou cestou.

Jednou z možností separace signální vlny v digitální holografii je záznam více hologramů, kdy jednotlivé snímky vznikají při rozdílném fázovém posunutí referenční vlny [65]. Série záznamů pořízených při různých konstantních posunech fáze může být použita jako vstup do algoritmu schopného vytvořit separovaný rekonstruovaný obraz. Pro správné provedení rekonstrukce je nutné, aby jednotlivé posuny fáze byly dostatečně přesné. Toho lze dosáhnout například použitím fázového PMS.



Obrázek 15: Sestava pro záznam osových hologramů, kde jsou jednotlivé snímky pořízeny při různé orientaci SFM a). Úhlové pozice spirální masky použité při záznamu hologramů b). Porovnání předmětu c) s rekonstruovaným obrazem d) [13].

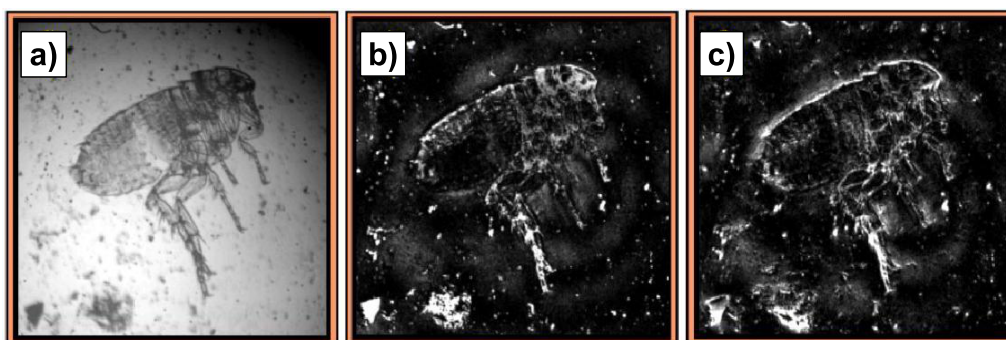
Alternativní metodou, jak vytvořit sérii hologramů umožňujících rekonstrukci obrazu bez parazitních členů, je použití SFM místo PMS [13]. Experimentální sestava vychází z klasického Machova-Zehnderova interferometru. V signální větvi se nachází zkoumaný předmět a v referenčním rameni je umístěna SFM. Bylo ukázáno, že rotace SFM má stejný efekt jako konstantní posun fáze referenční vlny. Sérii hologramů potřebnou pro numerickou rekonstrukci je tedy možno získat záznamem interferenčních obrazců při různém úhlu natočení SFM (Obr. 15).

Jednou z nových zobrazovacích metod, která nachází uplatnění při záznamu trojrozměrných předmětů, je Fresnelova nekoherentní korelační holografie [66]. Princip této techniky spočívá v současném promítnutí konstantní a kvadratické fáze na aktivním displeji PMS, kam dopadá nekoherentní optická vlna po průchodu či odrazu

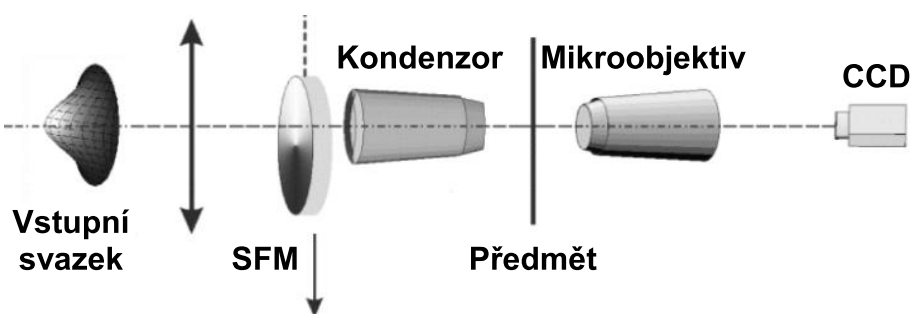


od sledovaného předmětu. Ty dopadající kolimovanou vlnu rozdělí na dvě, rovinnou a sférickou. Rovinná a sférická vlna vycházející z jistého bodu v předmětové rovině spolu interferují a vytváří holografický záznam. Jelikož je sledovaný předmět osvětlen nekoherentním zdrojem světla, skládají se interferenční záznamy jednotlivých bodů nekoherentně. Pro numerickou rekonstrukci pozorovaného předmětu je pak třeba mít k dispozici tři záznamy pořízené při různém fázovém posunutí mezi rovinnou a sférickou vlnou.

Kontrast obrazu pořízeného Fresnelovou nekoherentní korelační holografií lze zvýšit spirální fázovou modulací. Tu lze provést buď změnou fázové mapy promítnuté na aktivní ploše PMS nebo úpravou rekonstrukčního algoritmu [14]. V prvním případě je spirálně modulována jedna z interferujících vln. Druhou možností je pořízení záznamu standardní cestou a provedení spirální modulace během numerické rekonstrukce. Prezentovaný návrh je příkladem hybridní rekonstrukce, kdy korelační záznam je pořízen nekoherentně, zatímco rekonstrukce již probíhá v plně koherentním režimu [67]. Ukázka zobrazení prezentovanou metodou je na Obr. 16.



Obrázek 16: Srovnání různých režimů zobrazení blechy metodou Fresnelovy nekoherentní korelační holografie: přímý optický obraz a), standardní rekonstrukce korelačních záznamů b), rekonstrukce s digitální spirální filtrací c) [14].



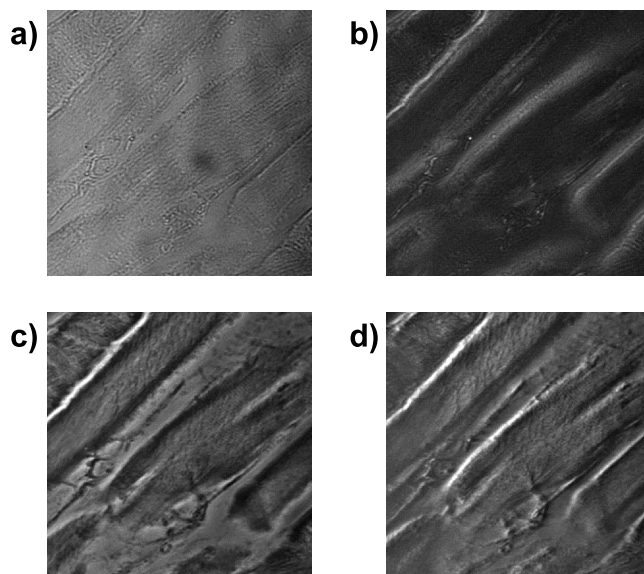
Obrázek 17: Experimentální sestava vírového skenujícího mikroskopu. Sken je prováděn pohybem spirální fázové masky [16].

Vírová pole mohou být využita také ve skenujícím mikroskopu [15, 16]. Oproti běžným systémům je sken prováděn pohybem temného jádra svazku, které odpovídá



centru optického víru, nikoliv pohybem samotného svazku. Pohybu vírového centra je dosaženo posunem SFM (Obr. 17). Na základě analýzy vírového pole ovlivněného vzorkem je možno vyhodnotit vlastnosti sledovaného povrchu.

Někdy může při pozorování světelným mikroskopem nastat situace, kdy je zkoumaný předmět zobrazen s nízkým kontrastem a stává se téměř neviditelný. Typickým příkladem je sledování některých biologických vzorků. V jejich případě je slabý kontrast obrazu způsoben minimálním vlivem sledovaného předmětu na amplitudu procházející světelné vlny. Při průchodu svazku biologickým vzorkem může docházet také k modulaci jeho fáze, tu ale nelze přímo zaznamenat standardními detektory intenzity. Informaci o fázové propustnosti předmětu je však možné získat díky pokročilým mikroskopickým technikám jako jsou například temné pole, fázový kontrast nebo diferenciální interferenční kontrast (Obr. 18) [68, 69].



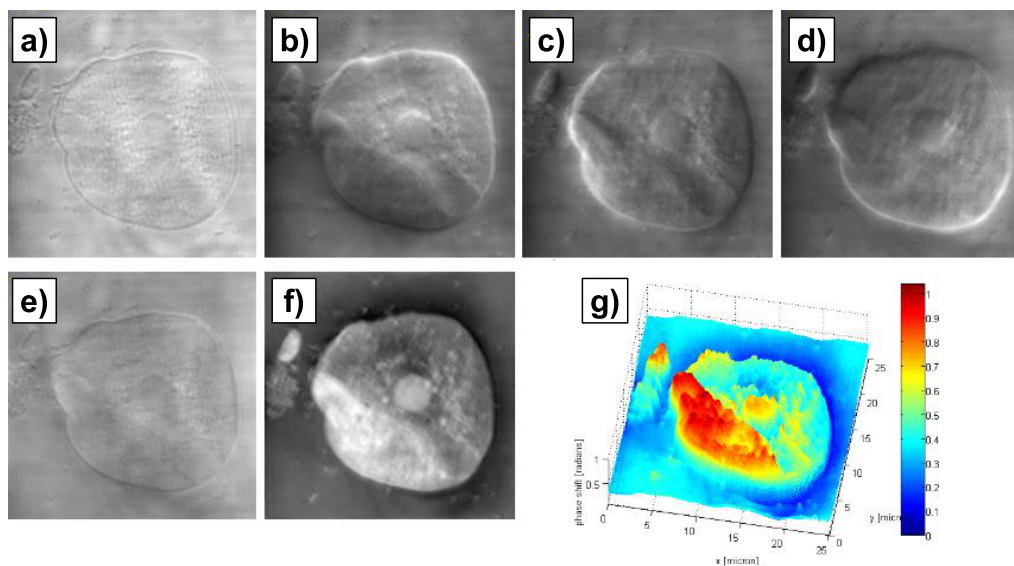
Obrázek 18: Obraz buněk králičího jazyka pořízený standardním mikroskopickým zobrazením a), metodou temného pole b), fázovým kontrastem c) a diferenciálním interferenčním kontrastem d) [69].

K vysvětlení principu těchto technik je třeba naznačit, jakým způsobem je formován výsledný obraz z pohledu Fourierovské optiky [70]. Na sledovaný předmět lze nahlížet jako na kombinaci mnoha periodických mřížek s různou frekvencí a orientací. Je-li předmět osvětlen rovinnou vlnou, dojde na každé z mřížek k difrakci světla. Část vstupního svazku projde předmětem v původním směru, zatímco zbytek vlny je odkloněn. Informace o struktuře sledovaného předmětu, o míře zastoupení jednotlivých periodických mřížek, je pak obsažena v odkloněném světle. Spojnou čočkou lze docílit toho, aby se difrakční řády soustředily do jednotlivých bodů v rovině, která bývá označována jako Fourierova. Pomocí vhodné masky umístěné ve Fourierově rovině je pak možno efektivně blokovat nebo vzájemně fázově posouvat jednotlivé prostorové frekvence a tím zvýšit kvalitu výsledného obrazu.

Princip metody temného pole spočívá v tom, že maska umístěná ve Fourierově rovině má podobu kruhového filtru, který zablokuje nultý difrakční řád a nízké prosto-

rové frekvence. Propuštěné vyšší prostorové frekvence souvisí s podrobnějšími detaily obsaženými ve struktuře sledovaného předmětu. Odfiltrování nízkých prostorových frekvencí se tedy ve výsledném obraze projeví zvýrazněním drobných detailů předmětu. Nevýhodou metody temného pole je velká ztráta světelného výkonu, jelikož po průchodu vlny předmětem je většina její energie obsažena v odcloněném nultém difrakčním řádu. Tento nedostatek je eliminován v metodě fázového kontrastu, kde na rozdíl od temného pole není centrální prostorová frekvence úplně zablokována, ale je oproti vyšším frekvencím fázově posunuta [71]. Diferenciální interferenční kontrast je založen na vytvoření dvou mírně posunutých koherentních obrazů, které se v obrazové rovině překrývají. Potřebný stříh obrazu se obvykle provádí dvojicí Wollastonových hranolů [72]. V současné době lze popsané metody světelné mikroskopie implementovat do zobrazovacích systémů pomocí PMS. Použitím PMS je také možné jednotlivé metody efektivně střídat v rámci jedné soustavy [69, 73].

Do této chvíle byly zmíněny možnosti, jak fázové změny ve struktuře předmětu zviditelnit v přímém pozorování. Ne vždy je však možno dosáhnout lineární závislosti mezi velikostí fázového skoku a hodnotou detekované intenzity. To znamená, že fázové změny je možno pozorovat, ale nelze přesně určit jejich velikost. Také v této oblasti se projevila technologický pokrok a v posledních letech vznikla řada metod, které umožňují kvantitativní fázové zobrazování [74, 75, 76, 77].



Obrázek 19: Obraz biologického vzorku pořízený běžným světelným mikroskopem a) a metodou spirálního fázového kontrastu b), c), d). Výsledky numerické rekonstrukce pro amplitudu e) a pro fázi f), g) [81].

Jednou z nových technik světelné mikroskopie, která využívá vlastností optických vírových polí, je metoda spirálního fázového kontrastu (SFK) [17]. V tomto případě je ve Fourierově rovině umístěna SFM. Spirální fázová filtrace prostorového spektra předmětu způsobí, že hodnota intenzity ve výsledném obraze je úměrná gradientu amplitudy a fáze v předmětové rovině [78]. Jinými slovy, v obraze je největší hodnota intenzity detekována v místech, kde dochází k nejprudším změnám amplitudové a fá-

zové propustnosti předmětu. Při vhodné úpravě SFM je v obraze pozorován stínový efekt [79]. Hrana ukazující amplitudové a fázové změny je v určitých místech světlejší a v jiných tmavší než pozadí. Jaká část hrany bude zvýrazněna vyšší hodnotou intenzity a jaká nižší je dáno přesnou modifikací SFM. Ta spočívá ve volbě fázové propustnosti v centru SFM nebo v mírném posunutí centra SFM od optické osy [80].

SFK umožňuje také kvantitativní fázové zobrazování [81]. K tomu jsou potřeba nejméně tři obrázky zaznamenané při různé hodnotě fázové propustnosti v centru SFM, přičemž tyto hodnoty musí být zvoleny tak, aby rovnoměrně pokryly interval od 0 do  $2\pi$ . Tři zaznamenané snímky mohou sloužit jako vstup do rekonstrukčního algoritmu, jehož výstupem je úplný popis komplexní amplitudy v předmětové rovině (Obr. 19). Tím pádem je známa také fázová propustnost předmětu a ve finále je možno vytvořit trojrozměrný model sledovaného vzorku.

#### 2.8.4 Lokalizace bodových předmětů

Mezi aplikace světelné mikroskopie patří také určování pozice a sledování pohybu mikroobjektů. Principiální problém při lokalizaci částic v prostoru spočívá ve faktu, že předmět se nachází v trojrozměrné oblasti, zatímco zobrazovacím systémem lze pořídit pouze dvourozměrný obraz. Hlavním úkolem je tedy získání třetí souřadnice pozice objektu, která v běžných případech odpovídá směru podélné osy systému. Jednu z možností, jak získat informaci o podélné pozici mikroobjektu, představuje metoda kombinující mimoosovou digitální holografii s temným polem [82].

Z hlediska optického zobrazování lze na sledované částice pohlížet jako na bodové předměty. V přiblížení skalární vlnové optiky je obrazem bodu difrakční obrazec, který má v případě fyzikálně dokonalého a ideálně zaostřeného systému podobu Airyho disku. Změna podélné pozice předmětu způsobuje rozostření, které se projevuje změnou tvaru difrakčního obrazce. V běžných zobrazovacích aplikacích má rozostření nežádoucí vliv na kvalitu výsledného obrazu. Při lokalizaci částic však může hrát užitečnou roli, jelikož změna tvaru difrakčního obrazce poskytuje informaci o podélné pozici předmětu. Tu lze poté získat vhodnou analýzou zaznamenaného obrazu [83].

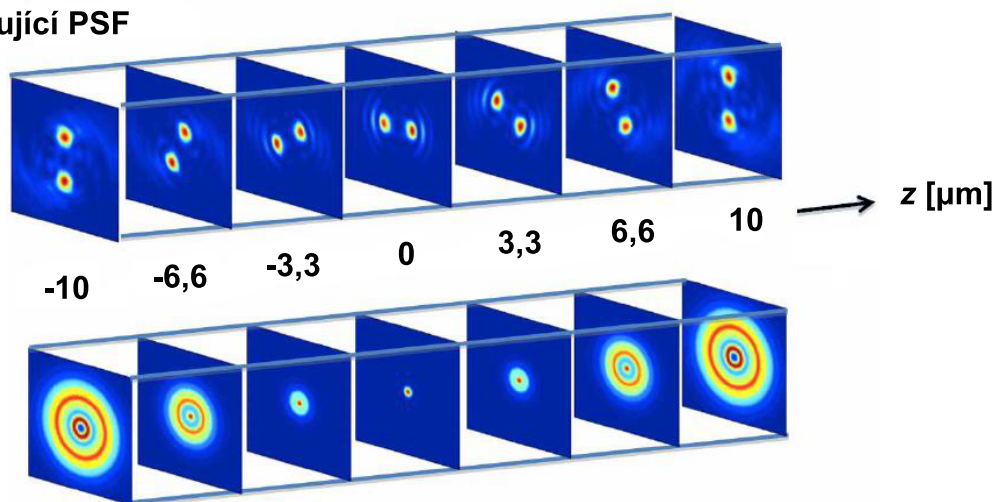
Ke kvalitnějšímu určení podélné pozice předmětu může posloužit také cílená změna tvaru difrakčního obrazce způsobená vložením přidaného prvku do optického systému. Například vhodná implementace cylindrických čoček do zobrazovací soustavy zavede do výsledného obrazu astigmatismus. Obraz bodového předmětu pak má kruhový tvar pouze v případě dokonalého zaostření. Podélný posuv pozorované částice způsobí vznik difrakčního obrazce, který bude mít podobu elipsy. Přesnou pozici předmětu pak lze určit na základě elipticity a orientace hlavní osy elipsy [84].

Další možnou úpravou je prostorová modulace světla procházejícího soustavou, která způsobí zobrazení s rotujícím bodovým obrazem [18, 85]. Princip rotující bodové rozptylové funkce (PSF - z angl. point spread function) spočívá v azimutálně nesymetrickém tvaru intenzitní stopy představující obraz bodového předmětu, která rotuje v závislosti na jeho podélné pozici. Podélnou pozici tak lze určit na základě orientace difrakčního obrazce (Obr. 20).

Původní návrh systému s rotující PSF počítal s modulací prostorového spektra předmětu a využíval vlastností optických vírů. Propustnost modulační masky odpovídá vhodné kombinaci LG módů, vycházející z teoretických předpokladů pro vznik intenzitní stopy rotující při šíření svazku [36]. Vytvořený obraz bodového předmětu má dvoulaločnou strukturu, která rotuje v závislosti na rozostření. Hlavní nevýhodou

původně navržené rotující PSF byla nízká energetická účinnost způsobená amplitudovou propustností filtrační masky. Pro eliminaci tohoto nedostatku byla vytvořena upravená čistě fázová maska neabsorbující světlo, která vycházela z původního návrhu a fázový profil byl určen numerickým iteračním algoritmem [86]. Jinou volbou LG módů při vytváření filtrační masky lze generovat rotující PSF obsahující pouze jeden lalok [87]. V závislosti na podélné pozici bodového předmětu se lalok otáčí kolem jisté osy. Při jednolaločném tvaru PSF je však obtížné přesně určit osu otáčení. Tuto překážku lze odstranit tím, že na PMS se střídají dvě masky, obě obsahují stejnou kombinaci LG módů, ale na jedné z nich je přidána fáze odpovídající posunu předmětového bodu o vzdálenost způsobující rotaci o  $\pi$ . Výsledný obraz jednoho bodu má pak opět dvoulaločnou strukturu.

### a) Rotující PSF



### b) Standardní PSF

Obrázek 20: Obraz bodového předmětu umístěného v různých pozicích vůči rovině odpovídající dokonalému zaostření. Numerická apertura systému byla 0,45 a vlnová délka 633 nm. Rotující PSF a), Standardní PSF b) [85].

Jiný návrh jednolaločné rotující PSF vychází ze SFM, která je rozdělena do několika radiálních segmentů odpovídajících Fresnelovým zónám [88]. Topologický náboj v každé radiální zóně je roven pořadovému číslu dané zóny. Narozdíl od předchozích návrhů nedochází k modulaci prostorového spektra, ale upravená SFM se nachází ve výstupní pupile zobrazovacího systému. Mezi hlavní výhody tohoto návrhu patří jednoduché matematické vyjádření závislosti úhlu rotace na podélné pozici předmětu. Ta je dána převrácenou hodnotou počtu radiálních zón. Popsanou jednolaločnou rotující PSF lze vhodně využít pro trojrozměrnou lokalizaci částic pomocí systému se dvěma polarizačními kanály [89].

### 3 Cíle práce

Z předchozího přehledu je patrné, že singulární optice je v současné vědě věnována značná pozornost. Díky moderním technologiím se navíc objevují nové možnosti praktického využití světelných vírů. V souvislosti s posouváním limitů světelné mikroskopie a rozvojem digitální holografie nabývá na stále větším významu výzkum nových zobrazovacích metod využívajících vlastností optických vírů.

Hlavním cílem práce byl návrh nové metody umožňující třírozměrnou lokalizaci mikročástic. Pozice sledovaného mikroobjektu v prostoru je určena díky rotaci bodového obrazu, která je způsobena rozostřením systému. Požadovaných vlastností zobrazení je docíleno vhodně provedenou spirální fázovou modulací. Principy metody jsou teoreticky i experimentálně ověřeny a získané výsledky jsou porovnány se závěry jiných prací zabývajících se danou problematikou.

Mezi vedlejší cíle práce patřilo úspěšné zvládnutí dílčích úkolů nutných k realizaci hlavního experimentu. Nejdříve byly zkoumány různé postupy realizace spirální fázové modulace a byla otestována metoda pro adaptivní kompenzaci vlnových aberací. Následovala stavba zobrazovacího systému, kde bylo možno provádět modulaci prostorového spektra předmětu.

Jedním z projevů současného technologického rozvoje je snaha o rozšiřování standardních zobrazovacích systémů o moderní přístroje. Příkladem je implementace PMS do světelného mikroskopu. V rámci této práce byl řešen vedlejší úkol, který se týkal stavby a ověření činnosti mikroskopu se zabudovaným PMS. Důvod umístění PMS do mikroskopu spočíval v možnosti adaptivní korekce vlnových aberací a zavedení moderních technik světelné mikroskopie. Oproti jiným mikroskopům s PMS se prezentovaný návrh lišil snahou postavit celý systém tak, aby fyzické rozměry mikroskopu byly co nejmenší.

## 4 Vedlejší výsledky

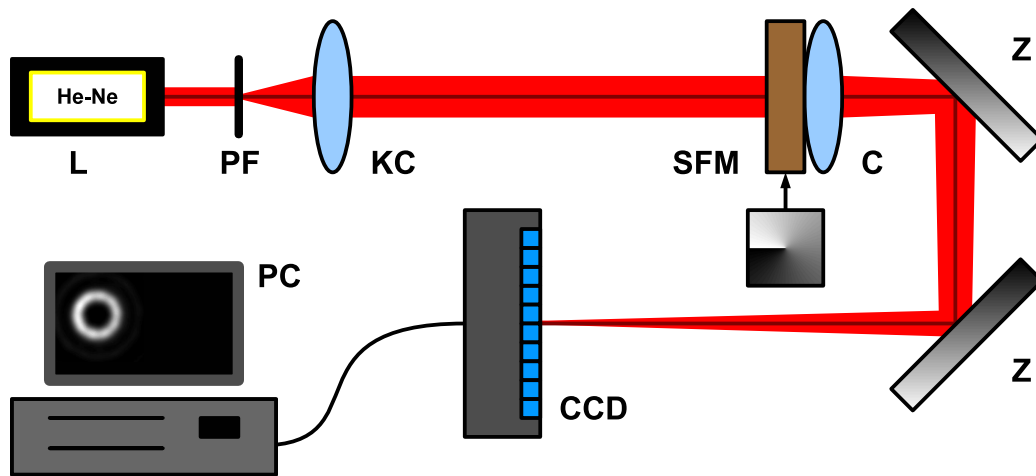
Jako vedlejší výsledky jsou prezentovány dílčí úlohy, jejichž zvládnutí bylo nutné k realizaci hlavního experimentu. Prvním cílem bylo nalezení optimálního způsobu provedení spirální fázové modulace. Pro tento účel byly vyzkoušeny různé postupy vytvoření optického víru a také byly zkoumány možnosti zlepšení kvality generovaného pole pomocí adaptivní kompenzace vlnových aberací. Následovala stavba experimentálního uspořádání, které umožní spirální fázovou modulaci v rámci zobrazovacího systému. Činnost této sestavy byla otestována zobrazením fázových předmětů metodou SFK. Na závěr je popsán jeden z vedlejších úkolů, jehož motivace spočívala ve stavbě malého kompaktního mikroskopu schopného adaptivní korekce aberací plošného obrazu a zavedení moderních technik světelné mikroskopie pomocí zabudovaného PMS.

### 4.1 Praktická realizace spirální fázové modulace

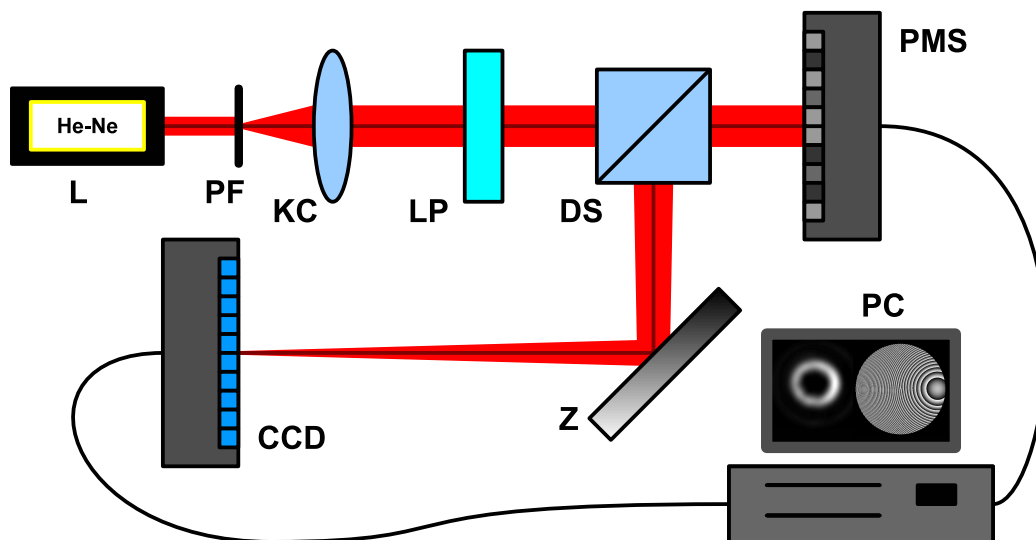
Součástí experimentů prezentovaných v následujících částech práce je realizace spirální fázové modulace (viz. kap. 2.6). V této kapitole bude podrobněji popsána praktická generace vírového pole pomocí SFM a PMS. Konkrétně se jedná o transparentní SFM s komerčním označením VPP-m633 od firmy RPC photonics a PMS Hamamatsu X10468. SFM VPP-m633 je navržena pro vlnovou délku 633 nm, která odpovídá záření He-Ne laseru. Celková plocha masky je rozdělena na 25 oblastí, které obsahují dílčí SFM s hodnotami topologických nábojů v rozmezí od 1 do 9. K dosažení vybrané fázové modulace pomocí masky VPP-m633 je nutné, aby vstupní svazek osvětloval pouze příslušnou oblast. Aktivní plochu PMS Hamamatsu X10468 tvoří displej z kapalných krystalů složený z 600x800 pixelů o velikosti 20x20  $\mu\text{m}$ . Činnost přístroje je zefektivněna dvojným průchodem svazku, který umožňuje zadní reflexní plocha. Provedená modulace se tedy projeví ve světle odraženém od PMS. Čistě fázové modulace lze v případě PMS Hamamatsu X10468 docílit osvětlením aktivního displeje svazkem s horizontální lineární polarizací.

Vzájemné porovnání činnosti SFM VPP-m633 a PMS Hamamatsu X10468 je ukázáno na příkladu generace optického víru s topologickým nábojem  $l = 4$ . V obou případech byl prvek provádějící modulaci osvětlen kolimovaným svazkem He-Ne laseru (633 nm, 20 mW). Pro názornější zformování prstence představujícího intenzitní rozložení vírového pole byla do sestavy přidána spojná čočka s ohniskovou vzdáleností  $f = 1000$  mm. Ta v případě uspořádání se SFM představovala reálný optický prvek, který byl umístěn v blízkosti SFM (Obr. 21). Intenzitní stopa modulovaného optického svazku byla zaznamenána na CCD kameru (Olympus F-view II). Vzdálenost mezi čočkou a CCD prvkem odpovídala ohniskové vzdálenosti čočky.

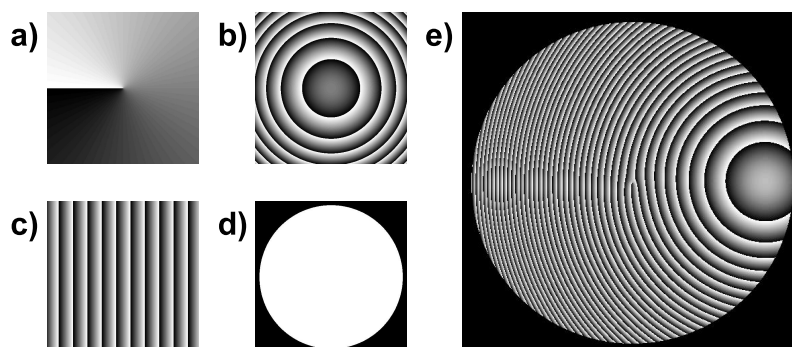
Experimentální sestava s PMS se od uspořádání se SFM mírně lišila (Obr. 22). Jelikož PMS Hamamatsu X10468 pracuje v odrazném režimu, bylo nutno do sestavy umístit dělič svazku. Pro správnou činnost PMS je potřeba nastavit optimální polarizační stav vstupního záření. Za tímto účelem byl použit lineární polarizátor. Další rozdíl spočívá v pixelové struktuře aktivního displeje PMS. Ta tvoří mřížku, která způsobuje vznik vyšších difrakčních řádů. Pro dosažení kvalitní modulace se k mapě promítnuté na aktivním displeji PMS obvykle přidává periodická mřížka, která vede ke vzniku pracovního difrakčního řádu nacházejícího se mezi původními řády difrakce



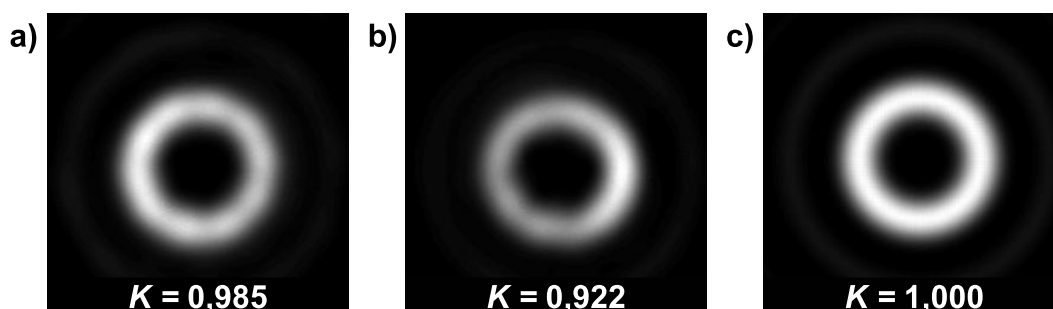
Obrázek 21: Sestava umožňující experimentální realizaci optického víru pomocí spirální fázové masky: L - laser, PF - prostorový filtr, KC - kolimační čočka, SFM - spirální fázová maska, C - čočka, Z - zrcátka.



Obrázek 22: Schéma experimentu generujícího vírové pole prostorovým modulátorem světla: L - laser, PF - prostorový filtr, KC - kolimační čočka, LP - lineární polarizátor, DS - dělič svazku, PMS - prostorový modulátor světla, Z - zrcátko. Svazek odražený od PMS odpovídá pracovnímu difrakčnímu řádu.



Obrázek 23: Složení počítačem generovaného hologramu použitého v rámci experimentu demonstrujícího realizaci spirální fázové modulace. Spirální fáze a), čočka b), periodická mřížka c), kruhová apertura d), kompletní hologram vytvořený kombinací jednotlivých prvků e). Pro lepší názornost jsou parametry jednotlivých prvků jiné než byla jejich skutečná hodnota během experimentu.



Obrázek 24: Intenzitní stopa vírového pole s topologickým nábojem  $l = 4$  v ohnisku čočky o ohniskové vzdálenosti 1000 mm. Experimentální realizace čočkou a spirální fázovou maskou VPP-m633 a), prostorovým modulátorem světla Hamamatsu X10468 b) a numerická simulace c). Hodnoty korelačního koeficientu  $K$  udávají podobnost záznamu s výsledkem numerické simulace c).



na pixelové mřížce. Optické pole v pracovním řádu pak odpovídá požadované modulaci.

Velkou výhodou PMS je jeho schopnost promítat na aktivní displej počítačem generované hologramy, které mohou plnit funkci několika optických prvků zároveň. V rámci popisovaného experimentu se výsledná fázová mapa odeslaná na aktivní displej modulátoru skládala hned ze čtyř dílčích prvků (Obr. 23). Jednalo se o spirální fázi, kvadratickou fázi plnící funkci čočky, periodickou mřížku umožňující vznik pracovního difrakčního řádu a kruhovou aperturu, která dovoľovala kontrolovat příčné omezení svazku. V posledním případě se jedná o amplitudovou modulaci prováděnou čistě fázovým prvkem. Tento trik lze provést díky mimoosové konfiguraci PMS, kdy se záření odráží od celé plochy aktivního displeje, ale pouze z oblasti, kde je promítnuta periodická mřížka, je světlo odkloněno do pracovního řádu.

Snímky intenzitních stop vytvořených vírových polí byly porovnány s výsledky numerické simulace provedené v programu Matlab (Obr. 24). Kvantifikace míry podobnosti byla provedena pomocí korelačního koeficientu  $K$ , kde hodnota  $K = 1$  odpovídá úplné shodě. Pro SFM byla vypočtena hodnota korelačního koeficientu  $K = 0,985$  a pro PMS  $K = 0,922$ . Horší výsledky získané v případě použití PMS pravděpodobně souvisejí s pixelovou strukturou aktivní plochy. Na snížení kvality pořízeného záznamu se může podílet také případné prohnutí displeje. Přestože intenzitní stopa optického víru vytvořeného SFM více odpovídala teoretickým předpokladům, byl v následujících experimentech používán výhradně PMS. Důvodem byla možnost rychlé změny zobrazované fázové masky bez mechanického zásahu do sestavy a vytvoření kombinace více optických prvků v rámci jedné struktury promítnuté na aktivním displeji PMS. Nižší kvalitu optického pole generovaného PMS je navíc možno korigovat pomocí adaptivní opravy tvaru vlnoplochy, o které referuje následující kapitola.

## 4.2 Adaptivní korekce vlnových aberací

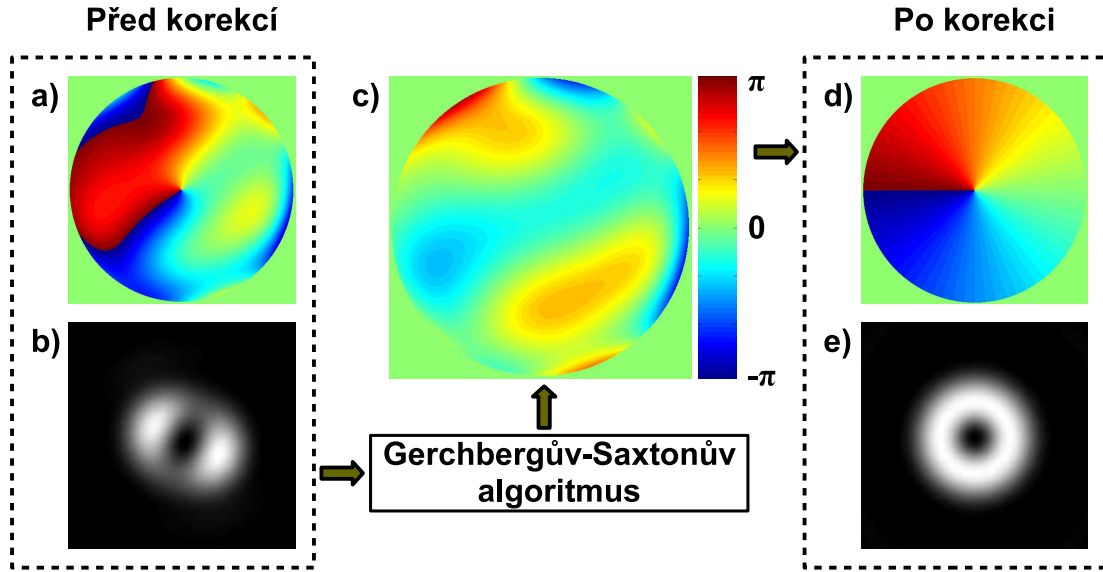
V teoretické části byla popsána metoda (viz. kap. 2.8.2), která umožňuje nalezení deformací vlnoplochy pomocí iteračního algoritmu, jehož vstupem je intenzitní záznam bodového obrazu po spirální fázové modulaci [12]. Zmíněný postup lze použít k optimalizaci generace optického víru a zároveň ke korekci vlnových aberací v zobrazovacích systémech. Tato kapitola se věnuje základnímu ověření činnosti algoritmu.

Účinnost algoritmu byla nejprve vyzkoušena pomocí numerických simulací provedených v programu Matlab. Ve výchozí rovině byla definována komplexní amplituda tvořená SFM s topologickým nábojem  $l = 1$  a kvadratickou fází reprezentující čočku s ohniskovou vzdáleností  $f = 1000$  mm. Dále bylo předpokládáno, že vstupní optické pole má podobu rovinné vlny šířící ve směru osy systému a v místě SFM je ostře omezeno kruhovou aperturou. Nakonec byla k vytvořené komplexní amplitudě uměle přidána aberační vlnoplocha, určená vztahem

$$u_A(r, \varphi) = \exp \left[ ik \sum_{j=1}^{28} zk_j Z_j(r, \varphi) \right], \quad (60)$$

kde  $Z_j$  reprezentuje prvních 28 ortonormálních Zernikeových polynomů určených vztahy (54), (55), (56) a  $zk_j$  jsou příslušné váhové koeficienty. Následně bylo pomocí programu pro numerické volné šíření získáno intenzitní rozložení v cílové rovině ve

vzdálenosti  $z = 1000$  mm. Tím byly obdrženy všechny vstupní parametry potřebné pro test studovaného algoritmu.



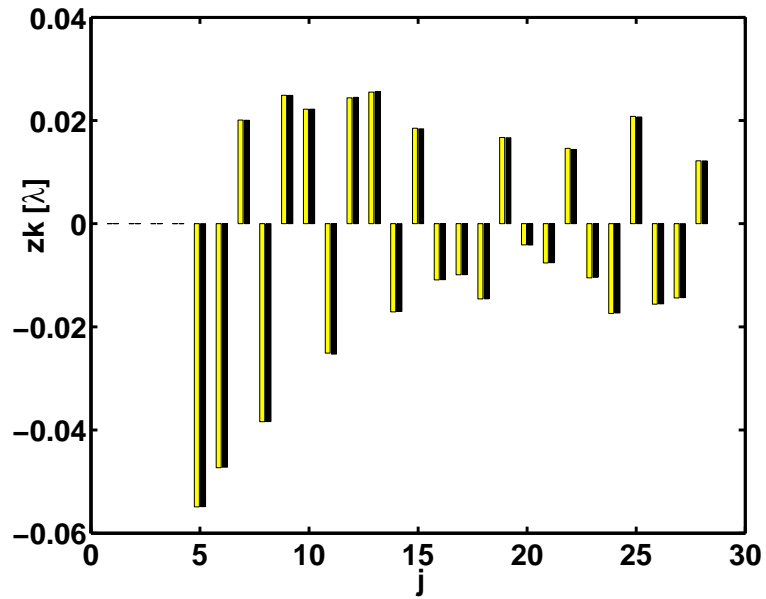
Obrázek 25: Spirální fáze ovlivněná vlnovými aberacemi a), které způsobí deformaci detekovaného prstence b). Ten následně slouží jako vstup Gerchbergova-Saxtonova algoritmu, jehož výstupem jsou deformace vlnoplochy c). Opravená spirální fáze d) a detekovaný prstenec e).

Po spuštění algoritmu byly po každé iteraci určeny hodnoty koeficientů Zernikeových polynomů popisujících nalezenou aberační vlnoplochu. Jejich podobnost se zadanými koeficienty byla následně určena pomocí korelačního koeficientu  $K$ . Výsledky numerických simulací provedených pro různé hodnoty vstupních Zernikeových koeficientů ukazují, že algoritmus konverguje ke správnému řešení v případě, kdy deformace aberační vlnoplochy nepřesáhnou velikost odpovídající jedné vlnové délce (Obr. 25). Na vybraném příkladě je také dobře vidět shoda mezi zadanými a získanými hodnotami Zernikeových koeficientů (Obr. 26). Závislost korelačního koeficientu na počtu iterací  $N$  ukazuje vliv velikosti aberací na účinnost algoritmu (Obr. 27). Příkladem uvedenému v předchozích dvou obrázcích odpovídají modrá "o". Červená "x" znázorňují situaci, kdy všechny koeficienty zadaných Zernikeových polynomů byly rovny nule, pouze pro koeficient pátého Zernikeova polynomu

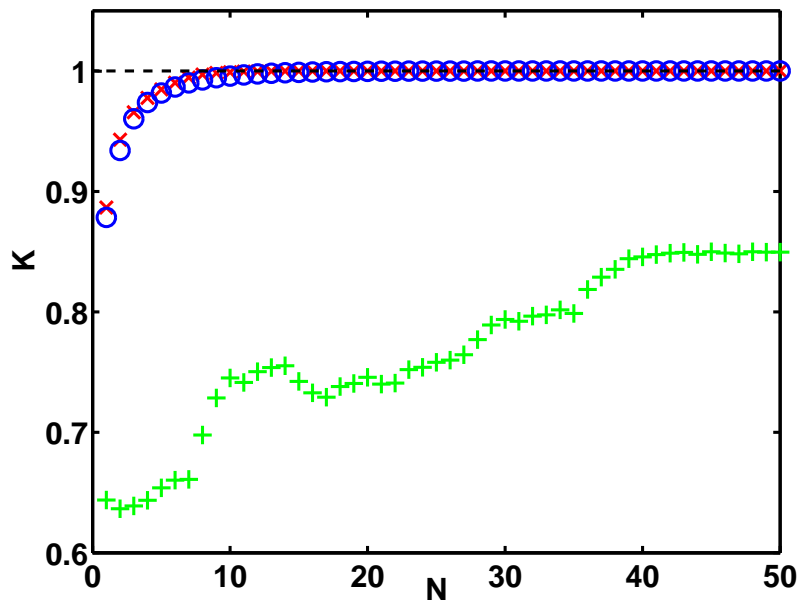
$$Z_5 = \sqrt{6}\rho^2 \sin(2\varphi) \quad (61)$$

platilo  $zk_5 = 0,15\lambda$ . V obou zmíněných případech nepřesáhly deformace vlnoplochy velikost odpovídající jedné vlnové délce a korelační koeficient již po několika iteracích konvergoval k hodnotě  $K = 1$ . Pokud se velikost pátého Zernikeova koeficientu zdvojnásobila  $zk_5 = 0,30\lambda$ , tak podmínka pro maximální přípustnou velikost aberací již nebyla splněna a korelační koeficient konvergoval k nižší hodnotě, zelená "+". Tyto poznatky souhlasí se závěry původní práce, kde je limita účinnosti algoritmu vysvětlena rozsahem hodnot spirální fáze s topologickým nábojem  $l = 1$  [12].

Sestava pro experimentální ověření účinnosti studovaného algoritmu prakticky odpovídala uspořádání pro demonstraci generace optického víru pomocí PMS (Obr.

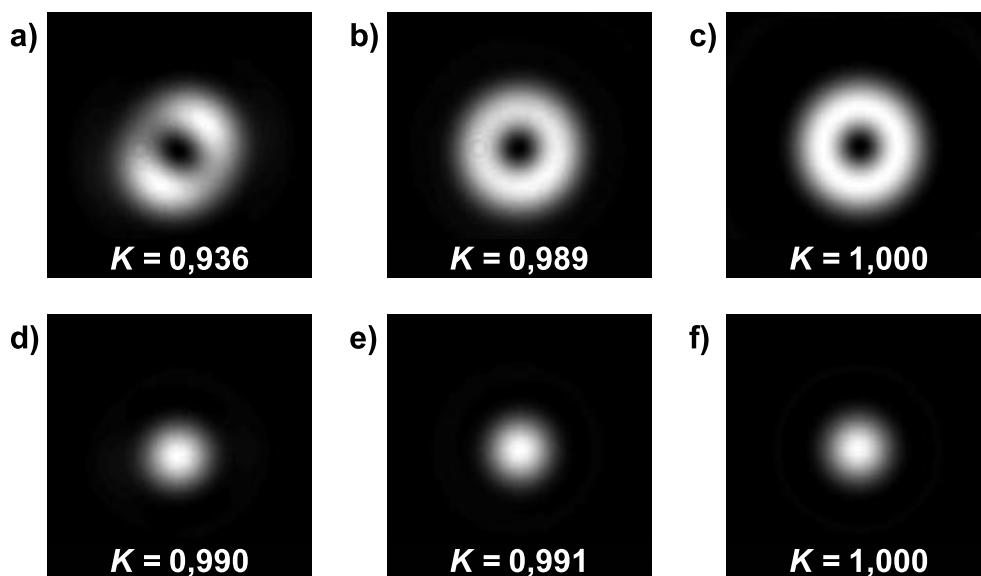


Obrázek 26: Hodnoty koeficientů Zernikeových polynomů zadaných při deformaci vlnplochy (žluté sloupce) a hodnoty koeficientů vypočítaných po 50. iteračním cyklu (černé sloupce).



Obrázek 27: Hodnota korelačního koeficientu  $K$  určujícího míru shody mezi zadanými a nalezenými koeficienty Zernikeových polynomů v závislosti na počtu iterací  $N$  pro různé vstupní deformace vlnplochy. Modrá "o" - zadané hodnoty Zernikeových koeficientů odpovídaly příkladu znázorněnému v Obr. 26. Červená "x" -  $z_{k_5} = 0, 15\lambda$ , ostatní Zernikeovy koeficienty byly rovny nule. Zelená "+" - stejná situace jako v předchozím případě, pouze  $z_{k_5} = 0, 30\lambda$ .

22)[90]. Kolimovaný svazek He-Ne laseru dopadal na aktivní displej PMS (Hamamatsu X10468), kde byla promítnuta spirální fáze s topologickým nábojem  $l = 1$  a čočka s ohniskovou vzdáleností  $f = 1000$  mm. Výsledný obraz byl detekován CCD kamerou (Olympus F-view II) ve vzdálenosti  $z = 1000$  mm od PMS. V prezentovaném experimentu byly korigovány aberace kolimační optiky a nerovnosti povrchu aktivního displeje PMS. Původní nekorigovaný optický vír sloužil jako vstup Gerchbergova-Saxtonova algoritmu, jehož výstupem byla aberační vlnoplocha. Po přidání kompenzační fáze k hologramu promítnutému na aktivní ploše PMS došlo k viditelnému zlepšení kvality prstence (Obr. 28). Hodnoty korelačního koeficientu  $K$  opět znázorňují míru shody mezi experimentálními záznamy a výsledky simulací. Porovnání prstence a Airyho disku, který byl zaznamenán po odebrání spirální fáze ze struktury hologramu promítnutého na aktivním displeji PMS, ukazuje citlivost optického víru na vlnové aberace. V přítomnosti shodných vlnových aberací dojde k výraznému narušení tvaru prstence  $K = 0,936$ , zatímco podoba Airyho disku zůstává prakticky nenarušená  $K = 0,990$ .

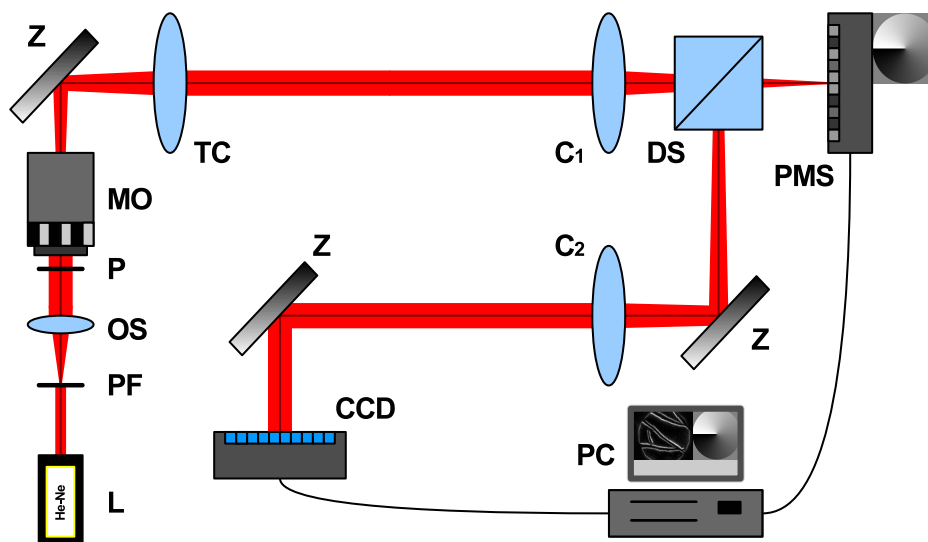


Obrázek 28: Experimentální ověření algoritmu pro nalezení deformací vlnoplochy. Nekorigovaný optický vír s topologickým nábojem  $l = 1$  a), optický vír po adaptivní kompenzaci aberací b), simulace c). Původní Airyho disk bez korekce d), po korekci e) a simulace f). Drobné odchylky od ideálního tvaru vlnoplochy viditelně ovlivní tvar prstence generovaného spirální fázovou modulací, zatímco na podobu Airyho disku, který je zformován v ohniskové rovině čočky po vyjmutí spirální fáze, mají přítomné deformace pouze minimální vliv. Hodnoty korelačního koeficientu  $K$  znázorňují míru shody mezi experimentálními záznamy a výsledky simulací.

Popsaný experiment sloužil k základnímu ověření funkčnosti algoritmu pro nalezení deformací vlnoplochy. Algoritmus byl úspěšně použit v experimentech prezentovaných v následujících částech této práce.

### 4.3 Zobrazování metodou spirálního fázového kontrastu

Optické víry nacházejí uplatnění také v rámci moderních technik světelné mikroskopie. Příkladem je metoda SFK (viz. kap. 2.8.3), která spočívá ve spirální fázové modulaci prostorového spektra předmětu ve Fourierově rovině zobrazovací soustavy. Jedním z vedlejších cílů práce byla stavba optického systému, který umožní zobrazení metodou SFK.

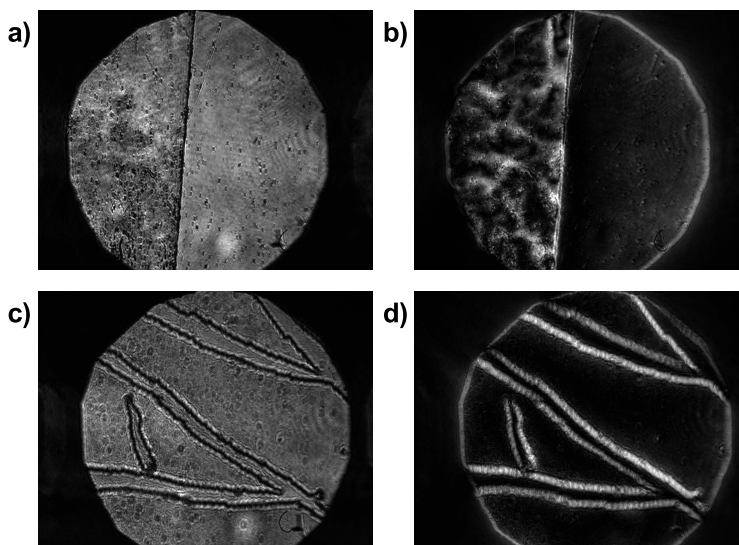


Obrázek 29: Schéma experimentu umožňujícího zobrazení metodou spirálního fázového kontrastu: L - laser, PF - prostorový filtr, OS - osvětlovací soustava, P - předmět, MO - mikroobjektiv, Z - zrcátka, TC - tubusová čočka,  $C_1$ ,  $C_2$  - čočky, DS - dělič svazku, PMS - prostorový modulátor světla.

Schéma výsledného experimentálního uspořádání je ukázáno na Obr. 29. Svazek He-Ne laseru (20 mW, 632,8 nm) po průchodu prostorovým filtrem a osvětlovací soustavou dopadal na předmět, který se nacházel v předmětové ohniskové rovině mikroskopového objektivu (Newport 20x). Numerická apertura objektivu byla  $A = 0,4$  a ohnisková vzdálenost  $f_0 = 9$  mm. K zavedení SFK je nutné vytvořit SFM ve Fourierově rovině zobrazovacího systému. Pokud je sledovaný objekt umístěn v předmětové ohniskové rovině mikroobjektivu, je Fourierova rovina totožná s jeho obrazovou ohniskovou rovinou. Ta se však běžně nachází v těle objektivu, kde nelze SFM umístit. Proto byla Fourierova rovina pomocí tubusové čočky TC ( $f_t = 200$  mm) a čočky  $C_1$  ( $f_1 = 200$  mm) zobrazena do obrazové ohniskové roviny čočky  $C_1$ , kde byl umístěn odrazný PMS (Hamamatsu X10468, 600x800 px), na jehož aktivním displeji byla promítnuta SFM. Čočka  $C_2$  ( $f_2 = 400$  mm) poté prováděla zpětnou Fourierovu transformaci a výsledný obraz byl detekován CCD kamerou (Olympus F-view II).

Výsledky popsaného experimentu představovaly obrazy nerovností na podložním sklíčku (Obr. 30). Vzhledem k omezené velikosti apertur použitých optických prvků hrála významnou roli při vzniku výsledných obrazů difrakce světla. Díky ní jsou sledované struktury na povrchu skla viditelné i při standardním zobrazení, kdy PMS fungoval jako běžné rovinné zrcadlo. Promítnutím SFM na aktivní plochu PMS ovšem dojde ke znatelnému zvýraznění pozorovaných nerovností. Kostra prezentované se-

stavy byla dále použita při stavbě finálního experimentu, který sloužil k ověření hlavních výsledků práce.



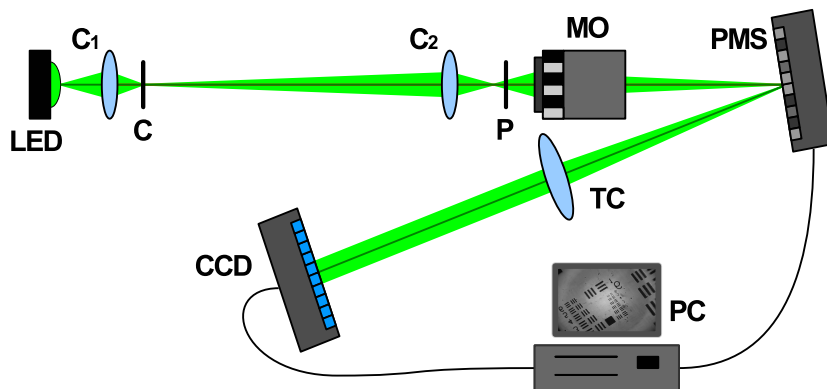
Obrázek 30: Obrazy nerovností na podložním sklíčku při standardním zobrazení a), c) a při použití metody spirálního fázového kontrastu b), d).

#### 4.4 Kompaktní mikroskop s kompenzací aberací plošného předmětu

V předchozích kapitolách bylo zmíněno několik důvodů zabudování PMS do zobrazovacího systému. Jedním z vedlejších cílů této práce byla stavba kompaktního mikroskopu obsahujícího PMS, který bude plnit dvojí funkci. Jednak bude kompenzovat vlnové aberace v celém zorném poli a zároveň umožní zavedení základních zobrazovacích technik světelné mikroskopie. Pro daný úkol byly definovány ještě další dva požadavky. Postavit celý systém tak, aby jeho fyzické rozměry byly co nejmenší a s výjimkou PMS použít pouze levné optické komponenty se základní korekcí.

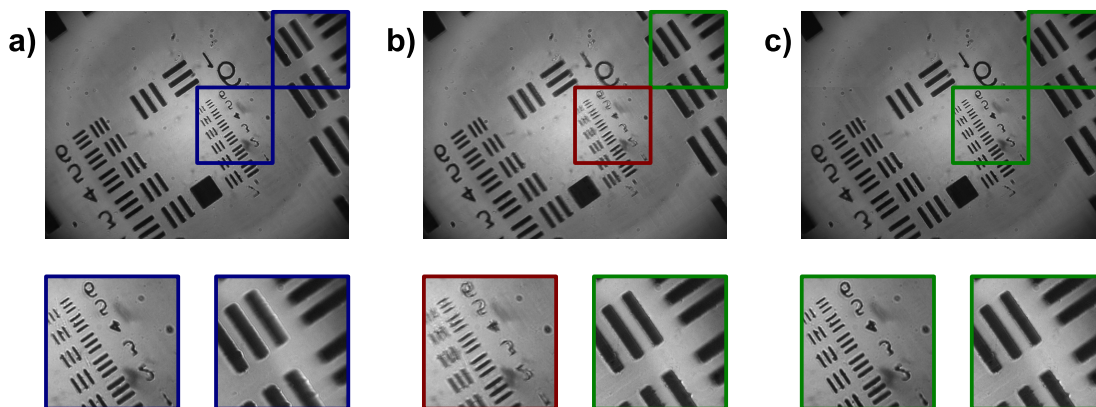
Nákres sestaveného kompaktního mikroskopu je na Obr. 31. Divergentní svazek světla generovaný LED (350 mW, 530 nm,  $\Delta\lambda = 30$  nm) byl soustředěn čočkou  $C_1$  ( $f_1 = 7,5$  mm), která vytvářela obraz zdroje v místě clony C. Zdroj byl následně čočkou  $C_2$  ( $f_2 = 10$  mm) zobrazen do blízkosti předmětu P nacházejícího se v předmětovém ohnisku mikroobjektivu (Newport 20x,  $A = 0,4$ ,  $f_0 = 9$  mm). Ten vytvářel třetí obraz zdroje na aktivní ploše PMS (Holoeye Pluto 1920x1080 px). Výsledný obraz sledovaného předmětu byl zformován tubusovou čočkou TC s ohniskovou vzdáleností  $f_t = 75$  mm a zaznamenan CCD kamerou (SVS-Vistek eco204).

Samotná zobrazovací část systému tvořená mikroobjektivem a tubusovou čočkou nepředstavovala z pohledu realizace výrazný problém. Daleko více zajímavých fyzikálních a technických detailů v sobě skrývala osvětlovací část mikroskopu. Pro zavedení mikroskopických technik založených na modulaci prostorového spektra předmětu je nutné vytvoření obrazu zdroje na aktivní ploše PMS [70]. Pro efektivní filtraci prostorového spektra je také vhodné, aby zmíněný obraz zdroje byl co nejmenší. U sestavy prezentované v předchozí kapitole, lze tuto podmínku jednoduše splnit pomocí



Obrázek 31: Schéma realizovaného kompaktního mikroskopu:  $C_1$  - čočka, C - clona,  $C_2$  - čočka, P - předmět, MO - mikroobjektiv, PMS - prostorový modulátor světla, TC - tubusová čočka.

čoček TC a  $C_1$  (Obr. 29). Ovšem kvůli požadavku na minimální rozměry systému a počet použitých prvků, byl kompaktní mikroskop navržen tak, aby se mezi mikroobjektivem a PMS již další prvek nenacházel. Obraz zdroje vytvořený čočkou  $C_1$  v místě clony C, tak byl na aktivní plochu PMS přenesen soustavou tvořenou čočkou  $C_2$  a mikroobjektivem. Popsané technické řešení splňovalo základní požadavky a navíc bylo možné vhodným nastavením velikosti clony C zajistit optimální rovnováhu mezi množstvím světelné energie a kvalitou prostorové modulace prováděné PMS. Splněny byly také nároky na velikost celého systému, když nejdelší rozměr postaveného mikroskopu nepřesáhnul 30 cm [91].



Obrázek 32: Obrazy USAF testu a vybraných oblastí zorného pole pořízené kompaktním mikroskopem. Původní nekorigovaný obraz a), pracovní obraz s korekcí aberací v daném místě zorného pole b), výsledný obraz složený z jednotlivých korigovaných částí zorného pole c).

Zhotovený kompaktní mikroskop umožňoval zobrazení pomocí moderních technik světelné mikroskopie založených na modulaci prostorového spektra předmětu. Hlavní předností mikroskopu ovšem byla schopnost adaptivní kompenzace vlnových

aberrací v celém zorném poli. Princip plošné korekce byl jednoduchý. Pro různé oblasti zorného pole byly nalezeny koeficienty Zernikeových polynomů popisující příslušnou deformaci vlnoplochy. Při vytváření obrazu byly na aktivní plochu PMS postupně promítány fázové mapy představující opravu vlnoplochy jisté části zorného pole a pro každou z nich byl zaznamenán obraz. Oprava jedné oblasti zorného pole ovšem vedla ke zhoršení kvality v jiné oblasti. Proto byla při finálním zpracování z každého získaného snímku vyříznuta příslušná opravená část a výsledný obraz s korekcí kompletního zorného pole vznikl zpětným složením všech opravených částí (Obr. 32).



## 5 Hlavní výsledky

Hlavní pozornost této práce se soustředí na návrh nové metody umožňující trojrozměrnou lokalizaci mikročástic, která nachází uplatnění v moderní světelné mikroskopii a biologickém výzkumu. V následujících kapitolách je popsán způsob generace rotujícího bodového obrazu pomocí modifikované SFM. Přínos navržené metody spočívá v možnosti jednoduchého nastavení citlivosti rotace a ve stabilním tvaru difrakční stopy v širokém podélném rozsahu. Schopnost určování podélné pozice navíc není negativně ovlivňována sférickou aberací. Teoretický návrh je experimentálně ověřen pomocí zobrazovacího systému se zabudovaným PMS.

### 5.1 Zobrazovací systém s prostorovou modulací

Matematický výpočet je proveden pro dva teoretické modely. V prvním případě je modulována komplexní amplituda a modifikovaná SFM se nachází ve výstupní pupile zobrazovací soustavy. V druhém modelu dochází k modulaci prostorového spektra předmětu a upravená spirální maska je umístěna ve Fourierově rovině optického 4-f systému.

#### 5.1.1 Modulace komplexní amplitudy

V případě modulace komplexní amplitudy je modelová zobrazovací soustava tvořena čočkou C s ohniskovou vzdáleností  $f$  a modifikovanou SFM určenou funkcí propustnosti  $S(x, y)$ , která se nachází ve výstupní pupile (Obr. 33). Bodový předmět je umístěn ve vzdálenosti  $z = z_0 + \Delta z$  před čočkou a výsledný obraz je detekován ve vzdálenosti  $z' = z'_0 + \Delta z'$  za čočkou. Pro  $z_0$  a  $z'_0$  platí zobrazovací rovnice

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{z_0} + \frac{1}{z'_0}, \quad (62)$$

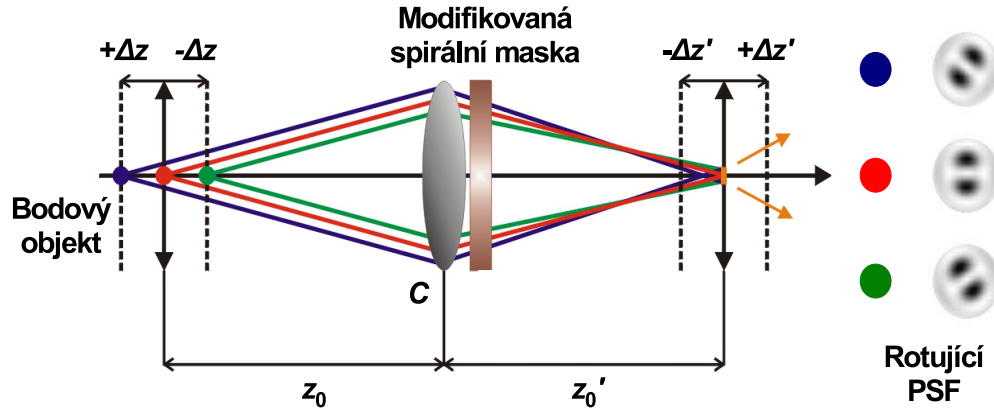
zatímco  $\Delta z$  a  $\Delta z'$  představují mírná podélná posunutí způsobující rozostření. Za předpokladu  $|\Delta z| \ll |z_0|$  a  $|\Delta z'| \ll |z'_0|$  platí přibližný vztah

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{z} - \frac{1}{z'} \approx \frac{\Delta z}{z_0^2} + \frac{\Delta z'}{z_0'^2}. \quad (63)$$

Optické pole v místě detekce je dáno komplexní amplitudou  $u'(x', y')$ , kterou lze vyjádřit pomocí Fresnelova difrakčního integrálu popisujícího volné šíření světla mezi čočkou a rovinou obrazu [70]

$$\begin{aligned} u'(x', y') &= -\frac{i}{\lambda z'} \exp(-ikz') \exp\left(-i\pi \frac{x'^2 + y'^2}{\lambda z'}\right) \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y) \cdot t(x, y) \cdot u(x, y) \\ &\times \exp\left(-i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda z'}\right) \exp\left(i2\pi \frac{xx' + yy'}{\lambda z'}\right) dx dy, \end{aligned} \quad (64)$$

kde  $t(x, y) = \exp[i\pi(x^2 + y^2)/\lambda f]$  vyjadřuje funkci propustnosti zobrazovací čočky. Pokud je předpokládána Fresnelova aproximace a uvažovaný předmětový bod se



Obrázek 33: Princip vzniku obrazu rotujícího se změnou podélné pozice bodového objektu v zobrazovací soustavě s modifikovanou spirální maskou ve výstupní pupile systému.

nachází na optické ose systému, má optické pole v rovině čočky  $u(x, y)$  následující podobu divergentní vlny

$$u(x, y) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(-ikz) \exp\left(-i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda z}\right). \quad (65)$$

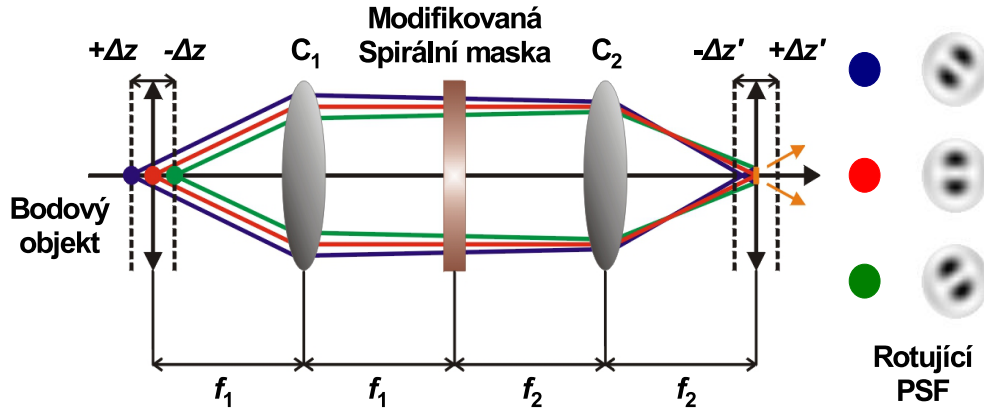
Po dosazení (65) do (64) a po využití (63) je pro komplexní amplitudu v rovině detekce získán výraz

$$\begin{aligned} u'(x', y') &= -\frac{1}{\lambda^2 z z'} \exp[-ik(z + z')] \exp\left(-i\pi \frac{x'^2 + y'^2}{\lambda z'}\right) \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y) \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{\Delta z}{z_0^2} + \frac{\Delta z'}{z_0'^2}\right) (x^2 + y^2)\right] \\ &\times \exp\left(i2\pi \frac{xx' + yy'}{\lambda z'}\right) dx dy. \end{aligned} \quad (66)$$

Získaný výsledek ukazuje, že prostorové rozložení optického pole v místě detekce lze získat jako Fourierovu transformaci výrazu, který se skládá z funkce propustnosti modulační masky  $S(x, y)$  a členu s kvadratickou fází vyjadřující rozostření.

### 5.1.2 Modulace prostorového spektra předmětu

Ve druhém uvažovaném modelu dochází k modulaci frekvenčního spektra sledovaného bodového předmětu a modifikovaná spirální maska  $S$  je umístěna ve Fourierově rovině 4-f systému složeného ze dvou čoček  $C_1$  a  $C_2$  s ohniskovými vzdálenostmi  $f_1$  a  $f_2$  (Obr. 34). Bodový předmět se nachází ve vzdálenosti  $z = f_1 + \Delta z$  před první čočkou  $C_1$  a výsledný obraz je detekován ve vzdálenosti  $z' = f_2 + \Delta z'$  za druhou čočkou  $C_2$ .



Obrázek 34: Princip vzniku rotace bodového obrazu způsobené modulací prostorového spektra předmětu v optickém 4-f systému.

Komplexní amplitudu popisující obraz bodového předmětu  $u'(x', y')$  lze opět vyjádřit pomocí Fresnelova difrakčního integrálu, tentokrát představujícího volné šíření mezi čočkou  $C_2$  a rovinou detekce

$$\begin{aligned}
 u'(x', y') &= -\frac{i}{\lambda z'} \exp(-ikz') \exp\left(-i\pi \frac{x'^2 + y'^2}{\lambda z'}\right) \\
 &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{t}(\bar{x}, \bar{y}) \cdot \bar{u}(\bar{x}, \bar{y}) \\
 &\times \exp\left(-i\pi \frac{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}{\lambda z'}\right) \exp\left(i2\pi \frac{\bar{x}x' + \bar{y}y'}{\lambda z'}\right) d\bar{x}d\bar{y},
 \end{aligned} \tag{67}$$

kde  $\bar{t}(\bar{x}, \bar{y}) = \exp[i\pi(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)/\lambda f_2]$  je funkce propustnosti čočky  $C_2$ . Komplexní amplituda v rovině druhé čočky  $\bar{u}(\bar{x}, \bar{y})$  je dána volným šířením optického pole mezi Fourierovou rovinou a čočkou  $C_2$

$$\begin{aligned}
 \bar{u}(\bar{x}, \bar{y}) &= -\frac{i}{\lambda f_2} \exp(-ikf_2) \exp\left(-i\pi \frac{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}{\lambda f_2}\right) \\
 &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y) \cdot u(x, y) \\
 &\times \exp\left(-i\pi \frac{x^2 + y^2}{\lambda f_2}\right) \exp\left(i2\pi \frac{x\bar{x} + y\bar{y}}{\lambda f_2}\right) dx dy,
 \end{aligned} \tag{68}$$

kde  $u(x, y)$  je komplexní amplituda ve Fourierově rovině.

Úprava vztahu pro optické pole v obrazové rovině je provedena dosazením (68) do (67) a následnou integrací přes souřadnice v rovině druhé čočky 4-f systému  $\bar{x}, \bar{y}$ . Po úpravě má komplexní amplituda  $u'(x', y')$  tvar

$$u'(x', y') = -\frac{i}{\lambda f_2} \exp[-ik(f_2 + z')]$$

$$\begin{aligned}
& \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y) \cdot u(x, y) \\
& \times \exp \left[ i\pi \frac{\Delta z' (x^2 + y^2)}{\lambda f_2^2} \right] \exp \left( i2\pi \frac{xx' + yy'}{\lambda f_2} \right) dx dy.
\end{aligned} \tag{69}$$

Pokud se sledovaný bodový předmět nachází na optické ose systému lze funkci  $u(x, y)$  psát ve tvaru [70]

$$u(x, y) = -\frac{i}{\lambda f_1} \exp[-ik(f_1 + z)] \exp \left[ i\pi \frac{\Delta z (x^2 + y^2)}{\lambda f_1^2} \right]. \tag{70}$$

Po dosazení (70) do (69) je pro komplexní amplitudu  $u'(x', y')$  získán vztah

$$\begin{aligned}
u'(x', y') &= -\frac{1}{\lambda^2 f_1 f_2} \exp[-ik(f_1 + f_2 + z + z')] \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y) \exp \left[ i\frac{\pi}{\lambda} \left( \frac{\Delta z}{f_1^2} + \frac{\Delta z'}{f_2^2} \right) (x^2 + y^2) \right] \\
&\times \exp \left( i2\pi \frac{xx' + yy'}{\lambda f_2} \right) dx dy.
\end{aligned} \tag{71}$$

Z obdrženého výrazu je zřejmé, že stejně jako v předchozím případě modulace ve výstupní pupile systému, je výsledná komplexní amplituda získána Fourierovou transformací výrazu, který se skládá z funkce propustnosti modifikované spirální masky  $S(x, y)$  a členu s kvadratickou fází vyjadřující rozostření.

### 5.1.3 Sjedený model systému s prostorovou modulací

Důležitým závěrem předchozích výpočtů je fakt, že v obou sledovaných případech lze obraz bodového předmětu vyjádřit formálně shodnou rovnicí

$$\begin{aligned}
u'(x', y') &= A_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y) \exp \left[ i\frac{\pi}{\lambda} \Delta \Phi_R (x^2 + y^2) \right] \\
&\times \exp \left( i2\pi \frac{xx' + yy'}{\lambda d} \right) dx dy.
\end{aligned} \tag{72}$$

Pro případ modulace komplexní amplitudy a frekvenčního spektra nabývají rozdílných hodnot pouze tři parametry. Amplituda  $A_0$  není závislá na příčných prostorových souřadnicích v rovině modifikované SFM a z pohledu určení rotačních vlastností PSF není podstatná, proto bude v následujících vztazích vynechána a pro vyjádření hledané komplexní amplitudy bude použit znak úměrnosti  $\propto$ . V obou studovaných modelech se dále liší význam vzdálenosti  $d$  ve členu představujícím Fourierovu transformaci, kde  $d = z_0$  platí v případě modulace komplexní amplitudy a  $d = f_2$  v případě modulace frekvenčního spektra. Hlavní rozdíl je především ve vyjádření parametru rozostření  $\Delta \Phi_R$ . Ten lze psát ve tvaru

$$\Delta \Phi_R = \frac{\Delta z}{z_0^2} + \frac{\Delta z'}{z_0'^2} \tag{73}$$

pro zobrazovací systém a ve tvaru

$$\Delta\Phi_R = \frac{\Delta z}{f_1^2} + \frac{\Delta z'}{f_2^2} \quad (74)$$

pro 4-f systém.

Popis spirální modulace je vhodné provádět ve válcových souřadnicích, (72) má po přepsání tvar

$$\begin{aligned} u'(r', \varphi') &\propto \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r S(r, \varphi) \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda}\Delta\Phi_R r^2\right) \\ &\times \exp\left[i2\pi\frac{rr'}{\lambda d}\cos(\varphi' - \varphi)\right] dr d\varphi \end{aligned} \quad (75)$$

a pomocí následujícího vztahu [92]

$$\exp(i\rho \cos \vartheta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(\rho) \exp(im\vartheta) \quad (76)$$

lze (75) převést do podoby

$$\begin{aligned} u'(r', \varphi') &\propto \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r S(r, \varphi) \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda}\Delta\Phi_R r^2\right) \\ &\times \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m\left(2\pi\frac{rr'}{\lambda d}\right) \exp[im(\varphi' - \varphi)] dr d\varphi. \end{aligned} \quad (77)$$

Tento vztah je výchozí pro nadcházející výpočty, platí pro oba studované modely, ve kterých se liší pouze význam vzdálenosti  $d$  a parametru rozostření  $\Delta\Phi_R$ .

## 5.2 Analýza rotace bodového obrazu při spirální fázové modulaci

V původních metodách umožňujících prostorovou lokalizaci mikročástic pomocí rotace bodového obrazu byla funkce propustnosti modulační masky určena vhodnou kombinací LG módů [18, 19]. Nové výzkumy však ukazují, že rotující PSF lze generovat také pomocí modifikované SFM [88]. V následující části práce bude studován vliv různých různých úprav masky  $S(r, \varphi)$  na strukturu bodového obrazu, především pak na efekty související s rotací PSF způsobenou rozostřením.

### 5.2.1 Spojitá maska

Nejprve budou ukázány vlastnosti systému, kde modulační maska představuje klasickou SFM se spojitou azimutální změnou fázové propustnosti určenou hodnotou topologického náboje  $l$ . Z důvodu snadnějšího provedení potřebných matematických úprav je propustnost SFM navíc modulována amplitudovou gaussovskou obálkou definovanou pološířkou  $w$ . Zavedení gaussovské apodizace výrazně zjednoduší výpočet a neovlivní zkoumané rotační vlastnosti PSF. Celková funkce propustnosti SFM má tedy následující tvar

$$S(r, \varphi) = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \exp(il\varphi). \quad (78)$$

Po dosazení (78) do (77) a použití následujícího vztahu [80]

$$\int_0^{2\pi} \exp [i(l-m)\varphi] d\varphi = 2\pi\delta_{l,m}, \quad (79)$$

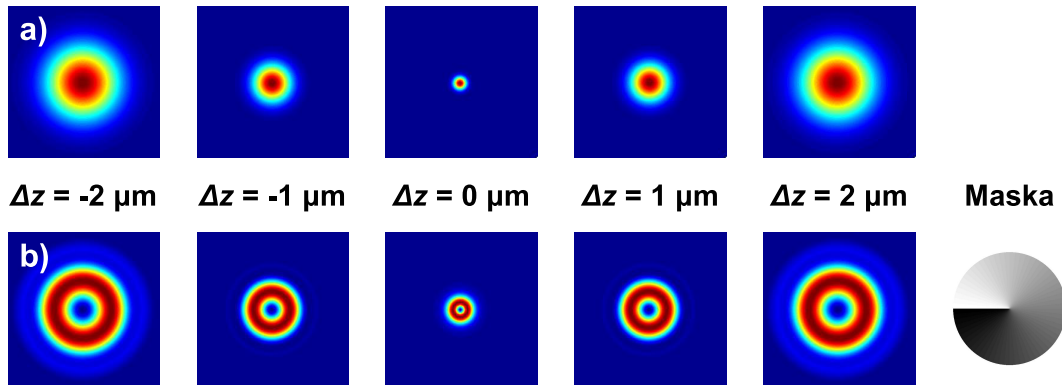
kde  $\delta$  značí Kroneckerovo delta, je pro komplexní amplitudu v obrazové rovině získán výraz

$$u'(r', \varphi') \propto i^l \exp(il\varphi') \int_0^\infty r J_l \left( 2\pi \frac{rr'}{\lambda d} \right) \times \exp \left[ - \left( \frac{1}{w^2} - i\frac{\pi}{\lambda} \Delta\Phi_R \right) r^2 \right] dr. \quad (80)$$

Řešení (80) je možno nalézt v podobě [93]

$$u'(r', \varphi') \propto i^l \frac{\beta}{\alpha^{3/2}} \exp \left( -\frac{\beta^2}{8\alpha} \right) \exp(il\varphi') \times \left[ I_{\frac{1}{2}(l-1)} \left( \frac{\beta^2}{8\alpha} \right) - I_{\frac{1}{2}(l+1)} \left( \frac{\beta^2}{8\alpha} \right) \right], \quad (81)$$

kde  $\alpha = 1/w^2 - i\pi\Delta\Phi_R/\lambda$ ,  $\beta = 2\pi r'/\lambda d$  a  $I_n$  značí modifikovanou Besselovu funkci  $n$ -tého řádu. Obraz bodového předmětu je pak dán intenzitním rozložením  $I'(r', \varphi') = |u'(r', \varphi')|^2$  v rovině detekce.



Obrázek 35: PSF získaná pro různé podélné pozice bodového předmětu  $\Delta z$  v případě systému bez prostorové modulace a), v případě modulace SFM s topologickým nábojem  $l = 1$  b).

Ve všech simulacích, jejichž výsledky budou v následujících částech práce prezentovány, je předpokládáno přesné umístění detektoru v obrazovém prostoru  $\Delta z' = 0$  a rozostření způsobené osovým posunutím sledovaného bodového předmětu  $\Delta z \neq 0$ . Tvar PSF pro různá posunutí  $\Delta z$  je závislý také na hodnotě numerické apertury předmětového prostoru  $A$ , která je definována vztahem

$$A = \frac{w}{\sqrt{z_0^2 + w^2}} \quad (82)$$

pro zobrazovací systém se SFM ve výstupní pupile a

$$A = \frac{w}{\sqrt{f_1^2 + w^2}} \quad (83)$$

pro 4-f systém se SFM ve Fourierově rovině. Všechny simulace byly provedeny pro hodnotu numerické apertury  $A = 0,6$  a vlnové délky  $\lambda = 632,8$  nm.

V případě použití SFM má obraz bodového předmětu tvar prstence. Posunutí předmětového bodu z pozice odpovídající dokonalému zaostření vede k rozšíření detekovaného prstence (Obr. 35). Vzhledem k dokonalé rotační symetrii PSF ovšem nemohou být v případě použití spojitě SFM sledovány žádné rotační efekty související s rozostřením.

### 5.2.2 Azimutálně vzorkovaná maska

K získání PSF se strukturou rotující v závislosti na rozostření je nutné, aby výsledný obraz v rovině detekce byl výsledkem kombinace vírových módů s různou hodnotou topologického náboje. Jedním ze způsobů jak tohoto cíle dosáhnout je použití azimutálně vzorkované SFM, u které je spojitý azimutální profil nahrazen skokovou změnou fáze. Modulační maska se tak skládá z několika stejně velkých segmentů, ve tvaru kruhové výseče, v rámci kterých má fázová funkce konstantní hodnotu. Azimutálně vzorkovaná SFM je definována hodnotou topologického náboje  $l$  a počtem konstantních úrovní  $M$ . Matematicky lze propustnost azimutálně vzorkované SFM popsat pomocí rozkladu [94]

$$S(r, \varphi) = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \sum_{p=-\infty}^{\infty} c_p \exp(ip\varphi), \quad (84)$$

kde je pro zjednodušení výpočtu opět předpokládána gaussovská amplitudová obálka a pro váhové koeficienty  $c_p$  platí

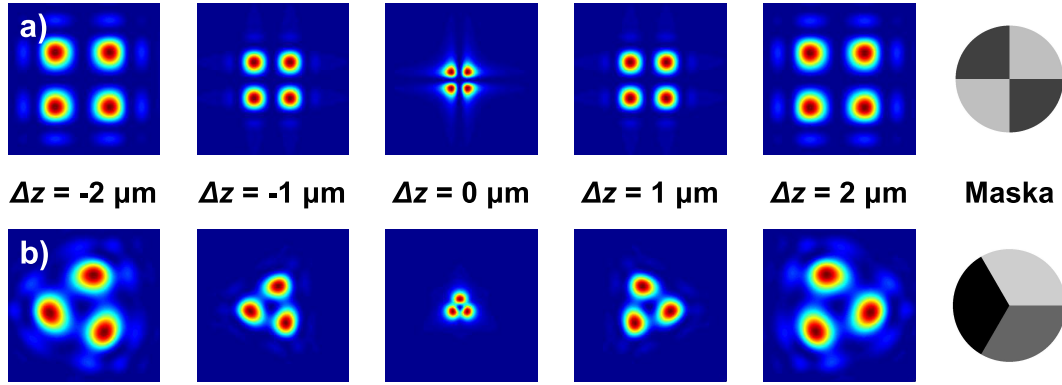
$$c_p = \begin{cases} \operatorname{sinc}\left(\frac{p}{M}\right) \exp\left(i\pi\frac{p}{M}\right), & p = l - sM, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 0, & \text{ostatní případy.} \end{cases} \quad (85)$$

Po dosazení (84) do (77) a použití (79) je pro optické pole v rovině detekce v případě modulace azimutálně vzorkovanou SFM získán vztah

$$\begin{aligned} u'(r', \varphi') &\propto \frac{\beta}{\alpha^{3/2}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \\ &\times \sum_{p=1}^{\infty} i^p [c_{-p} \exp(-ip\varphi') + c_p \exp(ip\varphi')] \\ &\times \left[ I_{\frac{1}{2}(p-1)}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) - I_{\frac{1}{2}(p+1)}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \right]. \end{aligned} \quad (86)$$

Hledanou komplexní amplitudu lze opět vyjádřit v podobě modifikovaných Besselových funkcí. Oproti případu se spojitou SFM však získaný vztah obsahuje jejich kombinaci určenou hodnotami váhových koeficientů  $c_p$ . Podrobnější analýza výsledného intenzitního rozložení  $I'(r', \varphi')$  ukazuje, že k rotaci PSF v závislosti na rozostření dojde v případě splnění podmínky  $M \neq 2l$  [95, 96]. Typickým příkladem této situace

je maska s parametry  $l = 2$  a  $M = 4$ . V tomto případě nedochází v souvislosti se změnou posunutí  $\Delta z$  k rotaci PSF a sledovat lze pouze rozšiřování difrakční stopy (Obr. 36). Opačným příkladem může být azimutálně vzorkovaná SFM s topologickým nábojem  $l = 1$  a počtem segmentů  $M = 3$ . Zde je zmíněná podmínka splněna a pro různé podélné pozice bodového předmětu je viditelná rotace detekovaného obrazu (Obr. 36).



Obrázek 36: Příklad PSF získané při modulaci azimutálně vzorkovanou SFM. Pro masku s parametry  $l = 2$  a  $M = 4$  není splněna podmínka pro rotaci  $M \neq 2l$  a obraz bodového předmětu se změnou podélné pozice pouze expanduje a). V případě masky s parametry  $l = 1$  a  $M = 3$  je daná podmínka splněna a je možno sledovat rotaci PSF v závislosti na rozostření b).

Mezi výhody prezentovaného způsobu generace rotující PFS lze zařadit čistě fázovou propustnost azimutálně vzorkované SFM a tedy vysokou energetickou účinnost celé metody. Pozitivem je také značná jednoduchost modulační masky a její snadná implementace do optického systému. Mezi nevýhody patří složitost výrazu (86), která brání podrobnější analýze rotačních efektů. Ta je poměrně obtížná a poskytuje jen přibližné vyjádření závislosti úhlu otočení PSF na hodnotě parametru rozostření [96]. Ukazuje se, že závislost rotace na rozostření je lineární jen pro malá posunutí. Úhel rotace je navíc limitován maximální hodnotou závislou na numerické apertuře systému. Kromě rotace je patrná také expanze intenzitní stopy, která v případě výraznějšího rozostření zcela dominuje.

### 5.2.3 Radiálně vzorkovaná maska

Bodový obraz rotující v závislosti na rozostření lze získat také v případě použití radiálně vzorkované SFM. V původním návrhu ukazujícím tuto možnost je SFM rozdělena na  $N$  soustředných radiálních zón, jejichž vnější poloměry odpovídají Fresnelovým zónám [88]. V  $n$ -té radiální zóně je fázová propustnost dána spirální modulací určenou hodnotou topologického náboje  $l = n$ . Výsledný difrakční obrazec má jednolaločnou strukturu rotující s rostoucím rozostřením. Nedostatek tohoto návrhu spočívá v nejasné pozici rotační osy, což značně komplikuje určení příčné polohy bodového předmětu i aktuální orientace PSF. Možnosti modulace provedené radiálně vzorkovanou SFM lze značně rozšířit libovolnou volbou hodnoty topologického náboje  $l_n$  v  $n$ -té radiální zóně. Funkci propustnosti lze poté vyjádřit následujícím



způsobem

$$S(r, \varphi) = \begin{cases} \exp(i l_n \varphi), & R\sqrt{\frac{n-1}{N}} < r < R\sqrt{\frac{n}{N}}, \quad n = 1, \dots, N \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (87)$$

kde  $R$  je poloměr kruhové apertury masky.

Po dosazení (87) do (77) a použití (79) je získán vztah pro komplexní amplitudu v obrazové rovině

$$u'(r', \varphi') \propto \sum_{n=1}^N i^{l_n} \exp(i l_n \varphi') \times \int_{R\sqrt{\frac{n-1}{N}}}^{R\sqrt{\frac{n}{N}}} r J_{l_n} \left( 2\pi \frac{r r'}{\lambda d} \right) \exp \left( i \frac{\pi}{\lambda} \Delta \Phi_R r^2 \right) dr. \quad (88)$$

Obdržení integrál lze řešit pomocí aproximace [88]

$$\int_{R\sqrt{\frac{n-1}{N}}}^{R\sqrt{\frac{n}{N}}} r J_{l_n} \left( 2\pi \frac{r r'}{\lambda d} \right) \exp \left( i \frac{\pi}{\lambda} \Delta \Phi_R r^2 \right) dr \approx J_{l_n} \left( 2\pi \sqrt{\frac{n}{N}} R \frac{r'}{\lambda d} \right) \int_{R\sqrt{\frac{n-1}{N}}}^{R\sqrt{\frac{n}{N}}} r \exp \left( i \frac{\pi}{\lambda} \Delta \Phi_R r^2 \right) dr \quad (89)$$

a vztahu

$$\int_{R\sqrt{\frac{n-1}{N}}}^{R\sqrt{\frac{n}{N}}} r \exp \left( i \frac{\pi}{\lambda} \Delta \Phi_R r^2 \right) dr = \frac{\sin \left( \frac{\gamma}{2} \right)}{N \gamma} \exp \left( -i \frac{\gamma}{2} \right) \exp(i n \gamma), \quad (90)$$

kde

$$\gamma = \frac{\pi}{\lambda} \Delta \Phi_R \frac{R^2}{N}. \quad (91)$$

Po úpravách je získáno vyjádření pro komplexní amplitudu

$$u'(r', \varphi') \propto \sum_{n=1}^N J_{l_n} \left( 2\pi \sqrt{\frac{n}{N}} R \frac{r'}{\lambda d} \right) \times \exp \left[ i \left( l_n \varphi' + \frac{\pi}{2} l_n + n \gamma \right) \right] \quad (92)$$

a intenzitní rozdělení v rovině detekce

$$I'(r', \varphi') = |u'(r', \varphi')|^2 \propto \sum_{n=1}^N J_{l_n}^2 + 2 \sum_{n=1, n < n'}^N \sum_{n'=1}^N J_{l_n} J_{l_{n'}} \times \cos \left[ (l_{n'} - l_n) \left( \varphi' + \frac{\pi}{2} \right) + (n' - n) \gamma \right]. \quad (93)$$

Pro lepší přehlednost jsou ve vztahu pro intenzitu vynechány argumenty Besselových funkcí.

Obdržený vztah pro bodový obraz získaný v případě radiálního vzorkování SFM poskytuje, na rozdíl od situace s azimutálním vzorkováním, možnost jednoduché analýzy rotačních vlastností souvisejících s rozostřením. Sumy ve vztahu (93) odpovídají sčítání přes všechny dvojice radiálních zón, výsledný obraz je tak složen z dílčích příspěvků, které rotují v závislosti na hodnotě parametru rozostření obsaženém v  $\gamma$ . Úhel otočení příspěvku jisté dvojice zón s pořadovými čísly  $n, n'$  a příslušnými hodnotami topologických nábojů  $l_n, l_{n'}$  je možno vyčíst z argumentu funkce kosinus ve vztahu (93) a lze jej vyjádřit změnou úhlové pozice

$$\frac{d\varphi'}{d\gamma} = -\frac{n' - n}{l_{n'} - l_n}. \quad (94)$$

Je logické, že pro získání stabilního intenzitního rozložení, které bude rotovat se změnou podélné pozice bodového předmětu, je nutné zajistit, aby pro jistou hodnotu rozostření bylo otočení všech dílčích příspěvků stejné. Toho lze docílit splněním jednoduché podmínky, která říká, že rozdíl topologických nábojů všech sousedních radiálních zón musí být stejný. Radiálně vzorkovaná SFM, která svou modulací zajistí PSF rotující se změnou rozostření, je pak určena třemi nezávislými parametry. Počtem radiálních zón  $N$ , hodnotou topologického náboje v první zóně  $l_1$  a rozdílem topologických nábojů sousedních zón  $\Delta l$ . Topologický náboj v  $n$ -té zóně je dán vztahem

$$l_n = l_1 + (n - 1)\Delta l. \quad (95)$$

Provedný rozbor ukazuje, že v případě radiálního vzorkování SFM lze rotační vlastnosti PSF nejen dobře analyzovat, ale volbou tří nezávislých parametrů také vhodně ovlivňovat. Při prezentaci následujících výsledků je opět předpokládáno podélné posunutí v předmětovém prostoru  $\Delta z \neq 0$  a přesná pozice detektoru  $\Delta z' = 0$ . Numerická apertura v předmětovém prostoru je definována vztahem

$$A = \frac{R}{\sqrt{z_0^2 + R^2}} \quad (96)$$

pro zobrazovací systém s modulační maskou ve výstupní pupile a

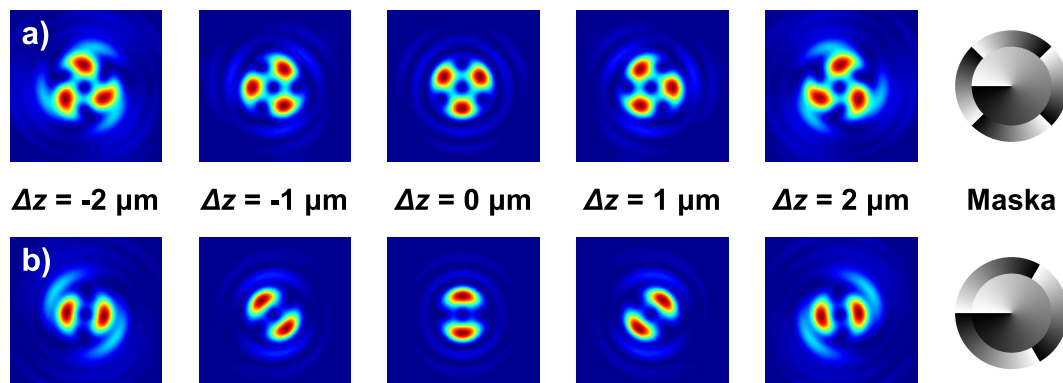
$$A = \frac{R}{\sqrt{f_1^2 + R^2}} \quad (97)$$

pro 4-f systém s modulační maskou ve Fourierově rovině. Její hodnota je opět nastavena na  $A = 0,6$  a pro vlnovou délku platí  $\lambda = 632,8$  nm. Z argumentu funkce kosinus ve vztahu (93) je možno vyčíst také to, že tvar intenzitní stopy, přesněji řečeno počet laloků PSF, je přímo určen rozdílem topologických nábojů sousedních zón  $\Delta l$  (Obr. 37). Klíčovou charakteristikou studované PSF je rychlost rotace, vyjadřující úhel otočení intenzitní struktury v závislosti na podélném posunutí předmětového bodu. Úpravou (94) za pomoci (91), (74), (73) a vyjádřením numerické apertury (96) a (97) lze získat výraz

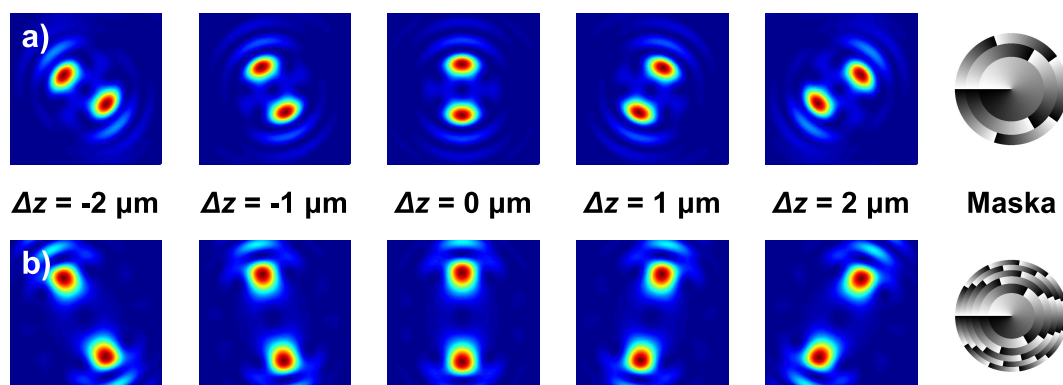
$$\frac{d\varphi'}{d\Delta z} = -\pi \frac{A^2}{\lambda N \Delta l (1 - A^2)}. \quad (98)$$

Zde je patrné, že vedle numerické apertury a vlnové délky, které charakterizují studovaný systém, je úhel otočení PSF určen počtem radiálních zón a rozdílem topologických nábojů sousedních zón. Volbou dvou nezávislých parametrů masky  $N$  a  $\Delta l$

lze tedy ovlivnit nejen počet laloků ve struktuře PSF, ale především úhel rotace v závislosti na osovém posunutí sledovaného bodového předmětu (Obr. 38).



Obrázek 37: Vliv rozdílu hodnot topologických nábojů sousedních zón  $\Delta l$  na tvar PSF získané při použití radiálně vzorkované SFM. Pro masku s parametry  $N = 2$ ,  $l_1 = 1$  a  $\Delta l = 3$  má obraz bodového předmětu 3 laloky a), v případě masky s  $N = 2$ ,  $l_1 = 1$  a  $\Delta l = 2$  má PSF 2 laloky b).



Obrázek 38: Vliv počtu radiálních zón  $N$  na rotační vlastnosti PSF v případě modulace radiálně vzorkovanou SFM. Pro obě masky platí  $l_1 = 1$  a  $\Delta l = 2$ . Při  $N = 3$  a) je patrná dvojnásobná rotace PSF než při  $N = 6$  b).

Modulace provedená radiálně vzorkovanou SFM poskytuje v porovnání s modulací azimutálně vzorkovanou SFM řadu výhod. Propustnost modulační masky zůstává čistě fázová, metoda tedy vykazuje vysokou energetickou účinnost, pro určení rotačních vlastností PSF je nalezen jednoduchý analytický výraz obsahující parametry systému i modifikované SFM, závislost mezi úhlem rotace PSF a podélným posunutím předmětu je lineární a především, klíčové vlastnosti rotující PSF lze efektivně ovlivnit vhodnou volbou dvou nezávislých parametrů modulační masky [97].

### 5.2.4 Radiálně a azimutálně vzorkovaná maska

Menší nevýhodou radiálního vzorkování SFM oproti azimutálnímu je komplikovanější struktura modulační masky, která zvyšuje potenciální náklady na její výrobu. V následující kapitole budou sledovány možnosti spojení výhod obou metod prostřednictvím radiálně a zároveň azimutálně vzorkované SFM. Modulační maska je charakterizována počtem radiálních zón  $N$ , hodnotami topologických nábojů  $l_n$  a počtem úrovní fáze  $M_n$  v  $n$ -té zóně. Matematicky lze propustnost masky vyjádřit vztahem

$$S(r, \varphi) = \begin{cases} \sum_{p=-\infty}^{\infty} c_{pn} \exp(ip\varphi), & R\sqrt{\frac{n-1}{N}} < r < R\sqrt{\frac{n}{N}}, \quad n = 1, \dots, N \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (99)$$

kde pro váhové koeficienty  $c_{pn}$  v  $n$ -té zóně platí

$$c_{pn} = \begin{cases} \operatorname{sinc}\left(\frac{p}{M_n}\right) \exp\left(i\pi\frac{p}{M_n}\right), & p = l_n - sM_n, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 0, & \text{ostatní případy.} \end{cases} \quad (100)$$

Obdobným způsobem jako v předcházející kapitole, lze dosazením (99) a (100) do (77) a postupným využitím (79), (89), (90) a (91) získat vztah pro komplexní amplitudu v rovině detekce

$$\begin{aligned} u'(r', \varphi') &\propto \sum_{n=1}^N |c_{ln}| J_{l_n} \left( 2\pi R \sqrt{\frac{n}{N}} \frac{r'}{\lambda d} \right) \\ &\times \exp \left\{ i \left[ l_n \varphi' + l_n \frac{\pi}{2} + n\gamma + \pi \frac{l_n}{M_n} \right] \right\} \\ &+ |c_{l_n - M_n}| J_{l_n - M_n} \left( 2\pi R \sqrt{\frac{n}{N}} \frac{r'}{\lambda d} \right) \\ &\times \exp \left\{ i \left[ (l_n - M_n) \varphi' + (l_n - M_n) \frac{\pi}{2} + n\gamma + \pi \frac{l_n - M_n}{M_n} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (101)$$

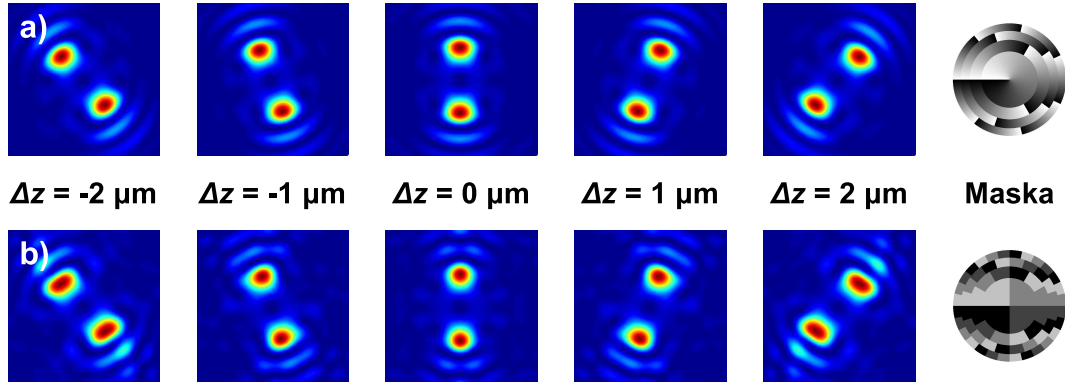
V uvedeném vztahu je využito přiblížení, kdy při diskretní spirální fázové modulaci v  $n$ -té zóně určené hodnotami  $l_n$  a  $M_n$  nabývají koeficienty  $c_p$  významných hodnot pouze pro  $p = l_n$  a  $p = l_n - M_n$ . Koeficienty pro zbývající hodnoty  $p$  jsou zanedbány. Ve vztahu pro intenzitu  $I'(r', \varphi') = |u'(r', \varphi')|^2$  se poté objevuje několik kombinací dílčích členů, jejichž význam je určen velikostí váhových koeficientů  $|c_{ln}| = \operatorname{sinc}\left(\frac{l_n}{M_n}\right)$  a  $|c_{l_n - M_n}| = \operatorname{sinc}\left(\frac{l_n - M_n}{M_n}\right)$ . Pro diskretní spirální fázovou modulaci platí  $\operatorname{sinc}\left(\frac{l_n}{M_n}\right) \gg \operatorname{sinc}\left(\frac{l_n - M_n}{M_n}\right)$ , proto jsou ve výsledném vztahu pro intenzitu uvažovány pouze členy obsahující kombinaci koeficientů  $|c_{ln}|$

$$\begin{aligned} I' &\propto \sum_{n=1}^N |c_{ln}|^2 J_{l_n}^2 + 2 \sum_{n=1, n < n'}^N \sum_{n'=1}^N |c_{ln}| |c_{l_{n'}}| J_{l_n} J_{l_{n'}} \\ &\times \cos \left[ (l_{n'} - l_n) \left( \varphi' + \frac{\pi}{2} \right) + (n' - n) \gamma + \pi \left( \frac{l_{n'}}{M_{n'}} - \frac{l_n}{M_n} \right) \right]. \end{aligned} \quad (102)$$

Pro lepší přehlednost jsou opět vynechány argumenty Besselových funkcí. Porovnání získaného výrazu pro radiálně vzorkovanou SFM s diskretním azimutálním profilem

se vztahem (93) obdrženým pro masku se spojitým fázovým profilem ukazuje, že v argumentu funkce kosinus se v případě azimutálního vzorkování objevuje navíc člen  $\pi \left( \frac{l_{n'}}{M_{n'}} - \frac{l_n}{M_n} \right)$ . Tento člen sice neovlivňuje rychlost rotace jednotlivých příspěvků tvořících celkovou intenzitní stopu, ale znamená přidanou počáteční rotaci daného příspěvku. Je zřejmé, že aby nedošlo k narušení stabilního tvaru výsledného pole je nejvýhodnější, aby tento člen u všech dílčích výsledků vymizel. Tohoto cíle lze dosáhnout splněním jednoduché podmínky, která říká, že poměr  $M_n/l_n$  musí být pro všechny radiální zóny konstantní. Radiálně a azimutálně vzorkovaná SFM je tedy definována parametry  $N$ ,  $l_1$ ,  $\Delta l$  a počtem konstantních úrovní fáze  $M$ . Počet úrovní určujících azimutální vzorkování v  $n$ -té zóně je dán výrazem

$$M_n = M [l_1 + (n - 1)\Delta l]. \quad (103)$$



Obrázek 39: Demonstrace vlivu diskretizace fáze v azimutálním směru radiálně vzorkované SFM na podobu PSF získané prostorovou modulací maskou s parametry  $N = 4$ ,  $l_1 = 1$  a  $\Delta l = 2$ . Maska se spojitým azimutálním profilem a), maska s diskrétním azimutálním profilem s  $M = 4$  b).

Z porovnání PSF pro radiálně vzorkovanou SFM se spojitým a diskrétním azimutálním profilem je patrné, že azimutální vzorkování zásadním způsobem neovlivní rotační vlastnosti PSF ani tvar hlavních laloků (Obr. 39). Projeví se pouhým zvýrazněním vedlejších difrakčních maxim, ta ovšem pro vyhodnocení posunutí bodového předmětu nejsou podstatná. Přidané azimutální vzorkování tedy nepřináší žádné výhody z pohledu vlastností rotující PSF, ale může výrazně zefektivnit potenciální výrobu masky [97].

### 5.2.5 Prstencová maska

Další možnosti zdokonalení vlastností rotující PSF představuje návrh prstencové SFM. Nendifrakční vírové svazky generované prstencovou SFM byly úspěšně využity pro 3D lokalizaci mikroobjektů v rámci metod digitální holografie [98].

Nový model v sobě zahrnuje také efekty způsobené sférickou aberací. Výchozí vztah (77) lze psát v mírně upravené formě

$$u'(r', \varphi') \propto \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} r S(r, \varphi) \exp(ik\Delta\theta_R r^2) \exp(ik\Delta\theta_{SA} r^4)$$

$$\times \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m \left( \frac{kr r'}{d} \right) \exp [im (\varphi' - \varphi)] dr d\varphi, \quad (104)$$

kde pro nově zavedený parametr rozostření platí

$$\Delta\theta_R = \frac{A_{020}}{R^2} \quad (105)$$

a parametr sférické aberace má tvar

$$\Delta\theta_{SA} = \frac{A_{040}}{R^4}. \quad (106)$$

Hodnoty  $A_{020}$  a  $A_{040}$  představují koeficienty rozostření a sférické aberace definované pro radiální pupilovou souřadnici normovanou na maximální velikost 1. Koeficient rozostření lze vyjádřit také ve tvaru

$$A_{020} = \frac{R^2}{2} \Delta\Phi_R. \quad (107)$$

Prstencovou SFM tvoří  $N$  soustředných prstenců a fázová propusnost v  $n$ -tém prstenci je určena hodnotou topologického náboje  $l_n$ . V porovnání s radiálně vzorkovanou SFM jsou prstence uvažovány jako nekonečně tenké a jejich poloměr je určen obecnou hodnotou  $r_n$ . Funkce propustnosti má následující tvar

$$S(r, \varphi) = \sum_{n=1}^N \frac{\delta(r - r_n)}{r_n} \exp(i l_n \varphi + i \psi_n), \quad (108)$$

kde  $\psi_n$  značí konstantní fázový posun v  $n$ -tém prstenci.

Následující postup je stejný jako v předchozích případech. Propustnost modulační masky (108) je dosazena do (104) a po využití (79) je získán výraz

$$\begin{aligned} u'(r', \varphi') &\propto \sum_{n=1}^N i^{l_n} \exp(i l_n \varphi') \exp(i \psi_n) \int_0^{\infty} r \frac{\delta(r - r_n)}{r_n} J_{l_n} \left( \frac{kr r'}{d} \right) \\ &\times \exp(i k \Delta\theta_R r^2) \exp(i k \Delta\theta_{SA} r^4) dr. \end{aligned} \quad (109)$$

Po jednoduchých úpravách je získáno vyjádření pro komplexní amplitudu

$$\begin{aligned} u'(r', \varphi') &\propto \sum_{n=1}^N J_{l_n} \left( \frac{kr' r_n}{d} \right) \\ &\times \exp \left[ i \left( l_n \varphi' + \frac{\pi}{2} l_n + \psi_n + k \Delta\theta_R r_n^2 + k \Delta\theta_{SA} r_n^4 \right) \right] \end{aligned} \quad (110)$$

a intenzitu

$$\begin{aligned} I'(r', \varphi') &\propto \sum_{n=1}^N J_{l_n}^2 + 2 \sum_{n=1}^N \sum_{n'=n+1}^N J_{|l_n|} J_{|l_{n'}|} \\ &\times \cos \left[ (l_{n'} - l_n) \varphi' + (\psi_{n'} - \psi_n) + \frac{\pi}{2} (|l_{n'}| - |l_n|) \right. \\ &\left. + k \Delta\theta_R (r_{n'}^2 - r_n^2) + k \Delta\theta_{SA} (r_{n'}^4 - r_n^4) \right], \end{aligned} \quad (111)$$

kde jsou opět vynechány argumenty Besselových funkcí.

Vyhodnocení rotačních efektů je v prvním přiblížení stejné jako v případě radiálně vzorkované SFM. Výsledný intenzitní profil je složen z dílčích příspěvků odpovídajících sčítání přes všechny dvojice prstenců. Pro získání stálé intenzitní stopy rotující v závislosti na hodnotě parametru rozostření  $\Delta\theta_R$  je nutné, aby příspěvky jednotlivých členů byly stejné. Tento požadavek lze vyjádřit podmínkou

$$\frac{d\varphi'}{d\Delta\theta_R} = -k \frac{r_{n'}^2 - r_n^2}{l_{n'} - l_n} = \text{konst.}, \quad (112)$$

která platí v případě

$$r_n = R\sqrt{\frac{n}{N}} \quad (113)$$

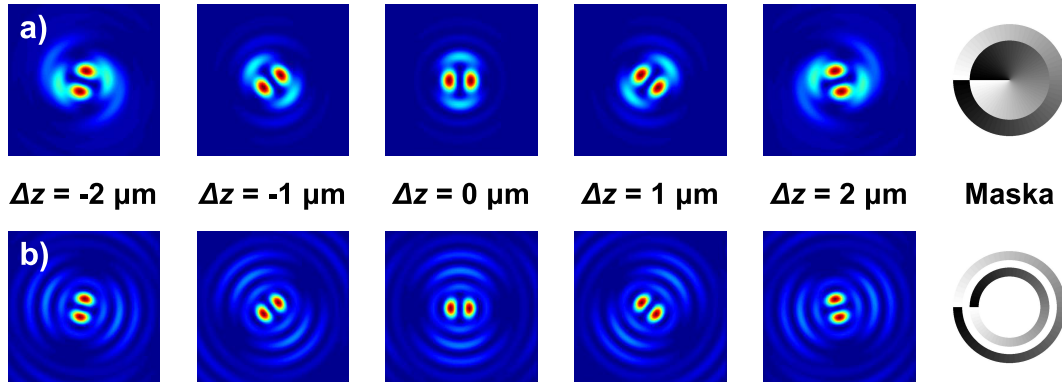
a

$$l_n = l_1 + (n - 1) \Delta l. \quad (114)$$

Z porovnání s výsledky dosaženými v předchozích kapitolách pro radiálně vzorkovanou SFM je zřejmé, že pro získání stálého tvaru difrakčního obrazce rotujícího se změnou rozostření platí pro hodnoty topologických nábojů  $l_n$  v obou případech stejná podmínka a požadové poloměry prstenců odpovídají Fresnelovým zónám. Pokud jsou podmínky splněny lze vyjádřit rychlost rotace

$$\frac{d\varphi'}{d\Delta z} = -\pi \frac{A^2}{\lambda N \Delta l (1 - A^2)}. \quad (115)$$

Získané závěry jsou na první pohled stejné jako v případě radiálně vzorkované SFM. Prstencová SFM má ovšem výhodu v delším intervalu, ve kterém je zachován stabilní tvar intenzitní stopy (Obr. 40). Při simulacích byla opět předpokládána pevná pozice detektoru  $\Delta z' = 0$  a posunutí předmětu  $\Delta z \neq 0$  při numerické apertuře  $A = 0,6$  a vlnové délce  $\lambda = 632,8$  nm.



Obrázek 40: PSF získaná modulací radiálně vzorkovanou SFM a) v porovnání s prstencovou SFM b). Pro parametry obou masek platí  $N = 2$ ,  $l_1 = -1$  a  $\Delta l = 2$ .

Rozdíl mezi prstencovou SFM a radiálně vzorkovanou SFM spočívá také ve vlivu sférické aberace. Z výrazu pro intenzitu (111) lze vyčíst, že v případě použití prsten-

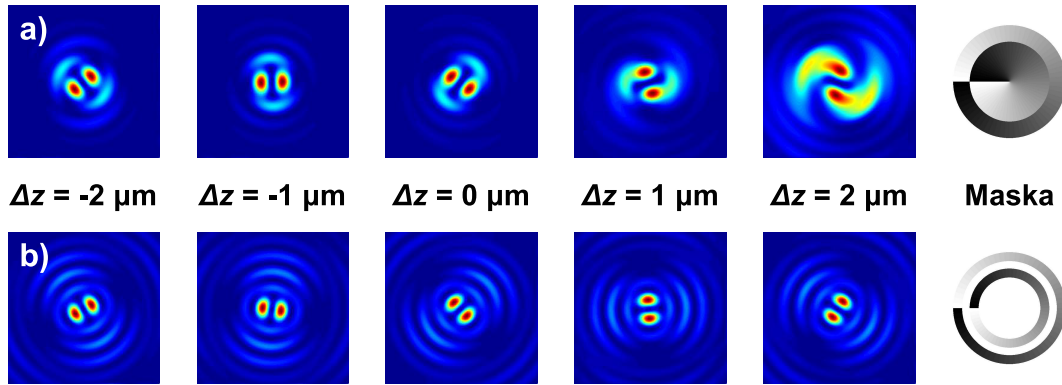
cové SFM zavádí sférická aberace pouze přidanou rotací vyjádřenou vztahem

$$\varphi'_{SA_{n,n'}} = -k \frac{n' + n}{\Delta l N^2} A_{040}. \quad (116)$$

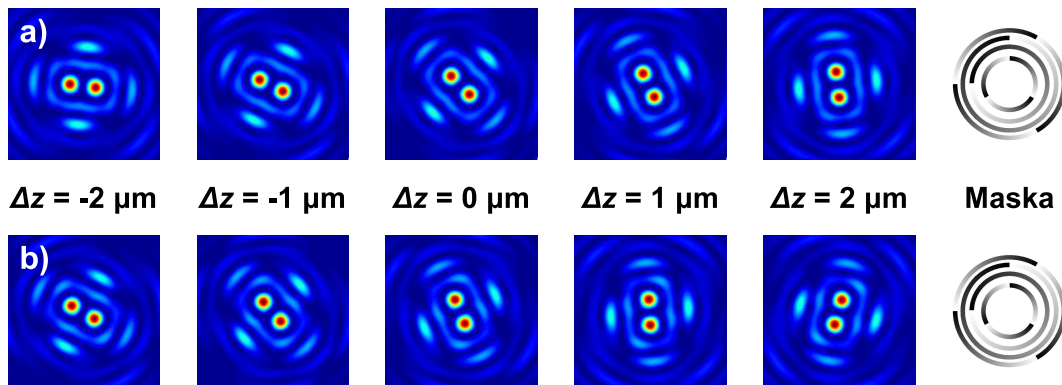
Pro prstencovou SFM s parametry  $N = 2$ ,  $l_1 = -1$  a  $\Delta l = 2$  je rotace způsobená sférickou aberací dána výrazem

$$\varphi'_{SA} = -\frac{3\pi}{4\lambda} A_{040}. \quad (117)$$

Naopak při použití radiálně vzorkované SFM způsobí sférická aberace rozpad stabilního tvaru PSF (Obr. 41).



Obrázek 41: Obdobná situace jako v (Obr. 40). V rovině modulační masky je navíc přidána sférická aberace určená hodnotou koeficientu  $A_{040} = 0,4\lambda$ .



Obrázek 42: PSF získaná při použití prstencové SFM s parametry  $N = 4$ ,  $l_1 = -3$ ,  $\Delta l = 2$  a s posunem fáze v jednotlivých prstencích  $\psi_1 = \pi/2$ ,  $\psi_2 = 0$ ,  $\psi_3 = \pi/2$ ,  $\psi_4 = 0$  bez přidání sférické aberace a), s přidáním sférickou aberací s  $A_{040} = 0,4\lambda$  b).

Při větším počtu prstenců  $N$  je možno tvar intenzitní stopy optimalizovat vhodnou volbou posunutí fáze  $\psi_n$  v jednotlivých prstencích. Jako příklad je uvedena PSF



vytvořená modulací prstencovou SFM s parametry  $N = 4$ ,  $l_1 = -3$ ,  $\Delta l = 2$  a hodnotami fázového posunutí  $\psi_1 = \pi/2$ ,  $\psi_2 = 0$ ,  $\psi_3 = \pi/2$  a  $\psi_4 = 0$  (Obr. 42). Znázorněn je také vliv sférické aberace, ta se opět projeví pouhým pootočením PSF.

Propustnost prstencové SFM již ale není čistě fázová, což může vést ke snížení energetické účinnosti. Pro udržení odvozených rotačních vlastností PSF pro prstencovou SFM je nutná správná volba poloměrů prstenců  $r_n$  a topologických nábojů  $l_n$ . Volným parametrem zůstává počet prstenců  $N$  a jejich šířka  $\Delta R$ . Větší počet prstenců  $N$  zvyšuje energetickou účinnost metody, ale vede k příčnému zvětšení intenzitní stopy a pomalejší rotaci PSF. Lepší energetické vlastnosti modulace poskytuje rovněž větší šířka prstenců  $\Delta R$ , zatímco užší  $\Delta R$  vede k většímu intervalu, ve kterém lze registrovat rotující PSF a především k výraznější odolnosti vůči sférické aberaci. Vhodnou volbou počtu prstenců a jejich šířky tak lze nastavit optimální podmínky pro konkrétní optický systém [99, 100].

### 5.3 Vírové samozobrazování

Odolnost proti sférické aberaci a prodloužení intervalu se stabilním tvarem intenzitní stopy při použití prstencové SFM jsou projevem vírového samozobrazování [99]. To je zajištěno, pokud jsou prstence nekonečně tenké a zároveň platí podmínky (113) a (114).

Parametr rozostření  $\Delta\Phi_R$  obecně zahrnuje mírné posunutí předmětu i detekční roviny (73), (74). Studovány však mohou být dva specifické případy. Dosud bylo při vyhodnocování rotačních vlastností PSF uvažováno pevné umístění detektoru  $\Delta z' = 0$  a posunutí bodového předmětu  $\Delta z \neq 0$ . V druhém specifickém případě je předpokládána přesná pozice předmětu  $\Delta z = 0$  a změna polohy detektoru  $\Delta z' \neq 0$ . V obou zmíněných situacích dochází v souvislosti s rozostřením k rotaci PSF a v obou ji lze vysvětlit pomocí vírového samozobrazování. Přesný původ rotace se však v jednotlivých případech liší.

Při pevné pozici předmětu a pohybu detektoru v optickém 4-f systému je rotace obrazu výsledkem šířivého samozobrazování. V tomto případě samozobrazování vzniká skládáním nedifrakčních svazků generovaných prstencovou maskou. Divergentní sférické vlny vycházející z příslušného prstence filtrační masky jsou kolimovány čočkou  $C_2$ , což vede ke vzniku rovinných vln šířících se pod daným úhlem. Díky interferenci rovinných vln vznikne nedifrakční svazek, jehož konstanta šíření je dána projekcí vlnového vektoru do osy svazku. Pokud pro poloměry prstenců a příslušné hodnoty topologických nábojů platí (113) a (114), může být splněna podmínka vírového samozobrazování. Tento efekt se projevuje rotací intenzitní stopy během vlnového šíření, která je způsobena interferencí nedifrakčních svazků s různými konstantami šíření.

V případě neměnné pozice detektoru a změny polohy předmětu je rotace PSF opět výsledkem interference nedifrakčních módů, ale oproti rotaci při šíření dochází k rotaci intenzitní stopy v jedné rovině. Rotace není způsobena různými hodnotami konstant šíření, ale vzniká díky rozdílným počátečním fázím nedifrakčních svazků v rovině modulační masky, které jsou určeny tvarem vstupní vlnoplochy.

Při zobrazení jednou čočkou s prostorovou modulací ve výstupní pupile je situace obdobná jako v případě 4-f systému, ale komponenty výsledného obrazu představují divergentní Besselovy svazky vznikající interferencí sférických vln vycházejících z jednotlivých bodů prstenců navržené masky [101].

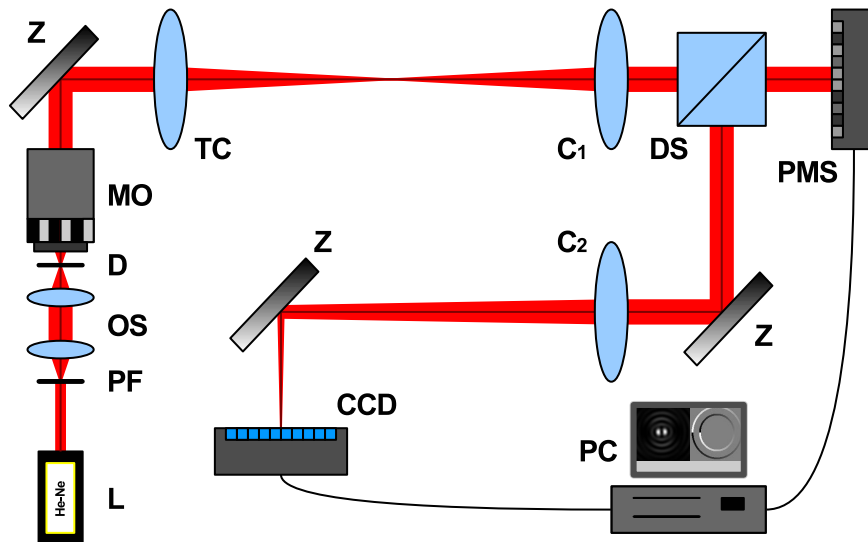
Pokud prstence přestávají být nekonečně tenké a jejich šířka se zvětšuje, tak přestávají platit podmínky pro vírové samozobrazování, což se projeví zkrácením intervalu se stabilní intenzitní stopou a zvýšeným vlivem sférické aberace.

## 5.4 Experimentální realizace systému s rotujícím bodovým obrazem

V předchozích kapitolách byl studován vliv různých úprav SFM na rotační vlastnosti bodového obrazu. Následující část práce se věnuje experimentálnímu ověření získaných poznatků.

### 5.4.1 Schéma experimentu

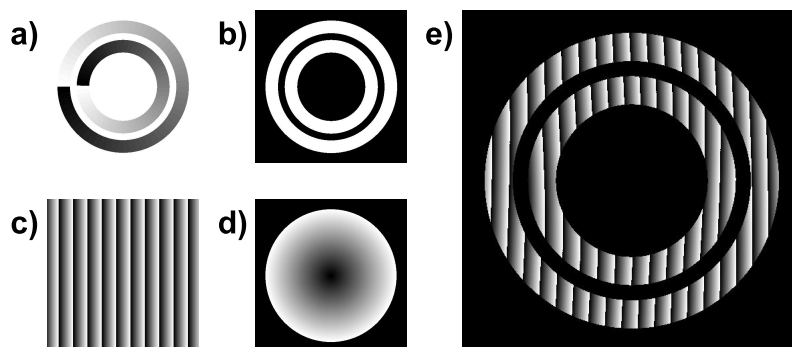
Ze dvou modelů použitých při matematickém výpočtu byl pro experimentální demonstraci vybrán 4-f systém (Obr. 43). Sestava vycházela z experimentálního uspořádání použitého pro zobrazení metodou SFK (viz. kap. 4.3). Prostorově filtrovaný svazek He-Ne laseru (20 mW, 632,8 nm) procházel dvoučočkovým osvětlovacím systémem, který umožnil efektivní prosvícení dírky o průměru  $d = 2 \mu\text{m}$ . Ta simulovala bodový předmět a mikroposuvem byl umožněn její přesný pohyb ve třech osách. Pro vytvoření obrazu byl použit mikroobjektiv (Newport 20x,  $A = 0,4$ ,  $f_0 = 9 \text{ mm}$ ) a tubusová čočka TC ( $f_t = 200 \text{ mm}$ ). Požadované modulace bylo docíleno PMS (Hamamatsu X10468, 600x800 px) nacházejícím se ve společném ohnisku čoček  $C_1$  a  $C_2$  ( $f_1 = 200 \text{ mm}$ ,  $f_2 = 400 \text{ mm}$ ) tvořících optický 4-f systém. Výsledný obraz byl detekován CCD kamerou (Olympus F-view II).



Obrázek 43: Schéma experimentu pro osovou lokalizaci bodového předmětu: L - laser, PF - prostorový filtr, OS - osvětlovací systém, D - dírka, MO - mikroobjektiv, Z - zrcátka, TC - tubusová čočka,  $C_1$ ,  $C_2$  - čočky, DS - dělič svazku, PMS - prostorový modulátor světla.

Modulační maska promítnutá na aktivní ploše PMS měla podobu prstencové SFM s parametry  $N = 2$ ,  $l_1 = -1$  a  $l_2 = 1$ . Drobnou komplikací představuje skutečnost, že prstencová SFM provádí zároveň fázovou i amplitudovou modulaci, zatímco použitý

PMS (Hamamatsu X10468, 600x800 px) pracuje v čistě fázovém režimu. Potřebné amplitudové modulace však lze dosáhnout postupem popsaném v kap. 4.1. Daný způsob využívá možnosti mimoosové konfigurace, kdy je do pracovního difrakčního řádu odkloněno pouze světlo, které dopadá do oblasti aktivní plochy PMS se zobrazenou periodickou mřížkou (Obr. 44). Pro studium vlivu sférické aberace byla na aktivní displej PMS přidána aberační vlnoplocha, která odpovídala sférické aberaci definované hodnotou koeficientu  $A_{040}$  (Obr. 44). Poslední příspěvek hologramu tvořila korekční vlnoplocha, která kompenzovala nežádoucí aberace prvků použitých v experimentální sestavě (viz. kap. 4.2).



Obrázek 44: Složení počítačem generovaného hologramu plnění funkce prstencové SFM. Fázová propustnost prstencové SFM a), amplitudová propustnost prstencové SFM b), periodická mřížka c), sférická aberace d), kompletní hologram vytvořený kombinací jednotlivých prvků e). Pro lepší názornost jsou parametry jednotlivých prvků jiné než byla jejich skutečná hodnota během experimentu.

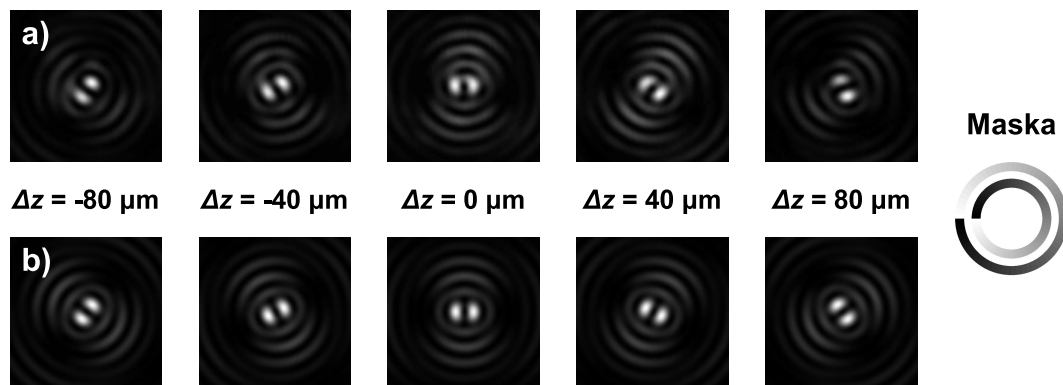
#### 5.4.2 Výsledky experimentu

Cílem první části experimentu bylo porovnání reálných záznamů s výsledky simulací. K získání správných experimentálních výsledků bylo nutné mít pod kontrolou velikost numerické apertury systému. Ta není závislá pouze na numerické apertuře použitého mikroobjektivu ( $A = 0,4$ ), ale lze ji ovlivnit také velikostí modulační masky na aktivní ploše PMS. Pro snímání experimentálních dat byla nastavena hodnota  $A = 0,1$ , která dobře korespondovala s citlivostí mikroposuvu. Poté byla dírka představující bodový předmět postupně umístěna do různých vzdáleností  $\Delta z$  od ohniskové roviny mikroobjektivu  $\Delta z = 0$ . Tvar získaných obrazů předmětového bodu odpovídal výsledkům numerických simulací (Obr. 45).

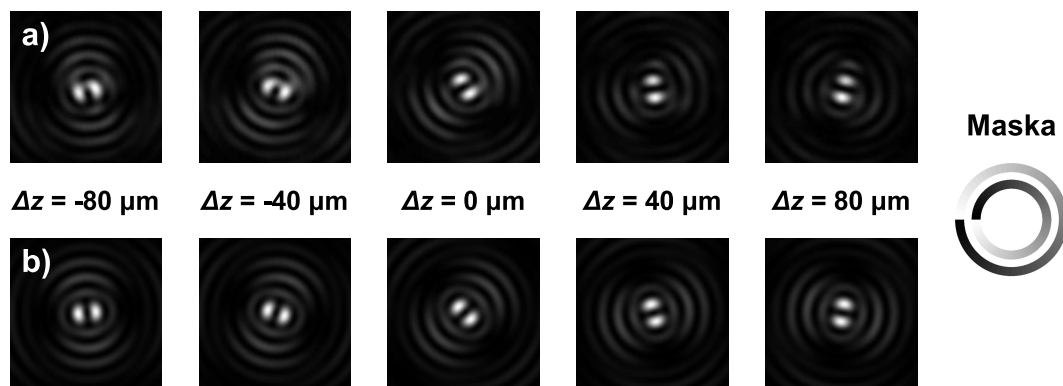
Následně byl ověřen vliv sférické aberace, která byla do systému uměle zavedena promítnutím příslušné vlnoplochy na PMS. Také v tomto případě odpovídaly záznamované obrazy bodového předmětu výsledkům numerických simulací (Obr. 46). Podle teoretického předpokladu vedla přítomnost sférické aberace k dodatečné rotaci PSF ve všech podélných rovinách. Sférická aberace tedy změnila aktuální orientaci PSF v dané pozici, ale neovlivnila velikost vzájemného otočení mezi dvěma PSF ve dvou rovinách.

Druhá část experimentu se věnovala určení podélné pozice dírky vůči referenční poloze. Pro určení podélné pozice objektu je nutné správně odečíst úhel natočení

zaznamenané PSF. K tomuto účelu byla použita následující procedura. Zaznamenaná PSF byla nahrána do pracovní paměti programu Matlab. Dále byla vytvořena kopie záznamu, která byla vůči původní PSF osově překlopena. Oba snímky byly následně v malých krocích numericky otáčeny ve vzájemně opačném směru a pro každý úhel otočení byl spočítán korelační koeficient určující míru shody mezi oběma snímky. Otočení, pro které byl získaný korelační koeficient největší, bylo vyhodnoceno jako úhel rotace.



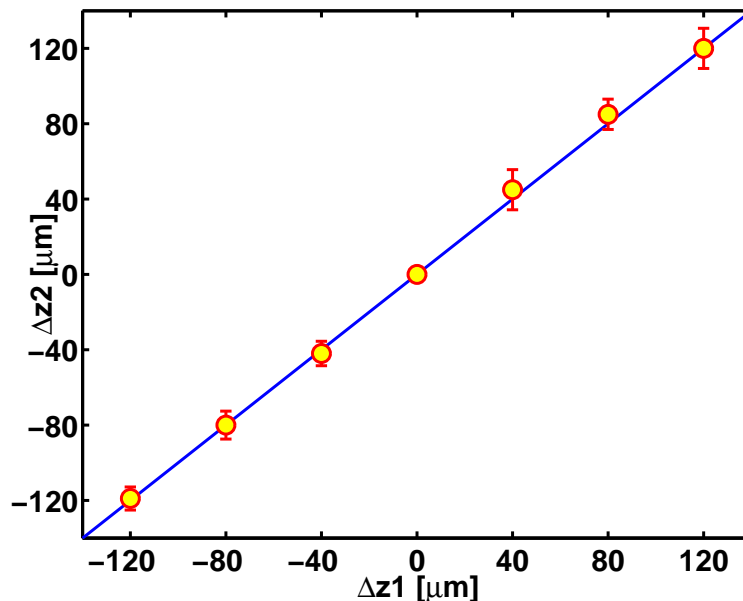
Obrázek 45: Obrazy bodového předmětu v různých podélných pozicích při použití prstencové SFM s parametry  $N = 2$ ,  $l_1 = -1$  a  $l_2 = 1$ . Experimentální data a), výsledky numerických simulací b).



Obrázek 46: Obdobná situace jako v (Obr. 45), ale v místě modulace je uměle přidána sférická aberace s koeficientem  $A_{040} = 0,4\lambda$ . Experimentální data a), výsledky numerických simulací b).

Při realizaci experimentu byla pomocí mikroposuvu s přesností  $1 \mu\text{m}$  nastavena pozice dírký  $\Delta z_1$  vůči referenční poloze  $\Delta z_1 = 0$ . V každé ze 6 měřených pozic a v referenční poloze byly na CCD prvek zaznamenány PSF pro různé hodnoty koeficientu sférické aberace, která byla uměle vytvořena na PMS. Koeficient sférické aberace nabýval postupně 5 hodnot v intervalu  $A_{040} = \langle -0,4\lambda; 0,4\lambda \rangle$ . S využitím výše popsané procedury byla určena orientace dvouřádkové struktury PSF a následně

vyhodnocena pozice  $\Delta z_2$  (Obr. 47). Průměrná chyba měření (rozdíl mezi nastavenou pozicí  $\Delta z_1$  a polohou určenou vyhodnocením orientace PSF  $\Delta z_2$ ) v podélném rozsahu  $240 \mu\text{m}$  činila  $2,2 \mu\text{m}$  s odchylkou  $\pm 8,2 \mu\text{m}$ .



Obrázek 47: Vyhodnocení podélné pozice pomocí rotujícího bodového obrazu. Mikroposuvem byla nastavena pozice dírký  $\Delta z_1$  vůči referenční pozici  $\Delta z_1 = 0$ . Ze zaznamenaných rotujících obrazů byla následně určena pozice  $\Delta z_2$ .

### 5.4.3 Diskuze výsledků

Průměrnou odchylku měření  $\pm 8,2 \mu\text{m}$  lze považovat za reálnou rozlišovací schopnost metody v podélném směru. Tu lze teoreticky zvýšit větší hodnotou numerické apertury. Přepočítat rozlišovací schopnost pro systém s vyšší numerickou aperturou je možné podle vztahu (115). Například pro numerickou aperturu  $A = 0,9$  vychází rozlišovací schopnost  $\pm 19,4 \text{ nm}$ , což je hodnota srovnatelná s výsledky jiných prací zabývajících se třírozměrnou lokalizací mikročástic [82, 85, 87, 89].

Hlavní výhody rotující PSF generované prstencovou SFM představuje především odolnost proti sférické aberaci a prodloužení podélného rozsahu, ve kterém je bodový předmět možné přesně lokalizovat.

Podélný rozsah metody je možné charakterizovat jako velikost posunutí sledovaného bodu, které způsobí rotaci dvoulaločné difrakční stopy o  $\pi$ . Podle vztahu (115) je pro systém s prstencovou SFM s parametry  $N = 2$ ,  $\Delta l = 2$ ,  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  a numerickou aperturou  $A = 0,1$  možné vyčíslit hodnotu  $\Delta d = 250 \mu\text{m}$ . Získanou vzdálenost lze porovnat s hloubkou ostrosti, jakou by daný systém měl bez provedené spirální modulace. Hloubku ostrosti standardního optického systému je možné určit pomocí Strehlova kritéria, které vyjadřuje poměr osové intezity v centru difrakčního obrazce s intenzitou v centru Airyho disku vytvořeného fyzikálně dokonalým zaostřeným systémem. Maximální přípustné posunutí předmětového bodu je dané hodnotou Strehlova kritéria  $0,8$  a je rovno  $\Delta s = \pm \lambda / (2A^2)$ . Celý podélný rozsah je pak dán dvojnásobkem této vzdálenosti  $\Delta d = 2\Delta s = \lambda / (A^2)$ . Pro uvažovaný systém

vychází  $\Delta d = 63 \mu\text{m}$ . Z uvedeného plyne, že osovou pozici mikroobjektu je možné jednoznačně určit v podélném rozsahu, který 4x překračuje hloubku ostrosti určenou Strehlovým kritériem.

Výsledky experimentu rovněž dokazují, že přesnost určení podélné pozice v celém podélném intervalu není ovlivněna přítomností sférické aberace. Pro všechny použité hodnoty koeficientu sférické aberace spadající do intervalu  $A_{040} = \langle -0,4\lambda; 0,4\lambda \rangle$  je zachována lineární závislost mezi úhlem otočení PSF a délkou podélného posunutí bodového předmětu. Toto tvrzení neplatí pro původní metodu, kde je rotující PSF vytvářena maskou vzniklou vhodnou superpozicí LG módů [102]. Zde přítomnost sférické aberace ovlivňuje tvar křivky určující závislost mezi orientací PSF a podélnou pozicí sledovaného předmětu.

## 6 Závěr

Disertační práce poskytuje přehled základních poznatků z oblasti studia světelných vírů. Postupně jsou popsány vlastnosti optických vírových polí, současné možnosti jejich generace a způsoby detekce. Zvláštní pozornost je soustředěna na praktické využití světelných vírů v optických mikromanipulacích, při kódovaném přenosu informace a v optických zobrazovacích systémech.

V práci jsou řešeny dílčí úkoly, jejichž zvládnutí bylo nutné k úspěšné realizaci hlavního experimentu. Jednalo se o nalezení optimálního způsobu provedení spirální fázové modulace, ověření možnosti adaptivní kompenzace vlnových aberací pomocí PMS a stavbu experimentální sestavy, která umožní spirální fázovou modulaci v rámci zobrazovacího systému. Všechny zmíněné postupy mají potenciál být využity během budoucích experimentů v laboratoři digitální optiky na katedře optiky v Olomouci.

Jeden z vedlejších cílů práce představovala stavba kompaktního mikroskopu, jehož součástí je PMS, který umožní adaptivní korekci vlnových aberací plošného předmětu a zavedení moderních technik světelné mikroskopie. Oproti jiným mikroskopům s PMS se prezentovaný návrh lišil snahou postavit celý systém tak, aby jeho fyzické rozměry byly co nejmenší. Nejdelší rozměr postaveného mikroskopu nepřesáhl délku 30 cm a v rámci ověření jeho činnosti byla úspěšně realizována korekce aberací plošného předmětu.

Hlavní přínos práce spočívá v návrhu nové metody pro třírozměrou lokalizaci mikročástic, která nachází uplatnění ve fluorescenční mikroskopii a biologickém výzkumu. Podélná pozice pozorovaného mikroobjektu je určena na základě orientace rotačně nesymetrického bodového obrazu rotujícího v závislosti na rozostření systému. Požadovaných vlastností zobrazení je dosaženo vhodně provedenou spirální fázovou modulací. Teoreticky i experimentálně bylo ověřeno, že v porovnání s výsledky jiných prací má prezentovaná metoda následující výhody:

- Metoda je odolná vůči sférické aberaci, která neovlivní přesnost určení podélné vzdálenosti vzhledem k referenční pozici.
- Struktura modulační masky vychází z přímých úprav SFM a vhodnou volbou parametrů lze nastavit optimální vlastnosti rotující PSF pro daný systém.
- Lokalizaci mikroobjektů lze provádět v širokém podélném rozsahu, který několikanásobně překračuje hloubku ostrosti, jakou by měl daný systém při standardním zobrazení.
- Rotující bodový obraz vykazuje během rotace vysokou stabilitu tvaru a velikosti.

Dosažené výsledky mohou být využity pro přesnější 3D lokalizaci fluorescenčních částic nebo slabě rozptylujících transparentních mikroobjektů. Provedené úpravy modulační masky rovněž usnadňují případnou implementaci navržené metody do konvenčního světelného mikroskopu.

## 7 Seznam vlastních publikací

- M. Baranek, P. Bouchal, M. Siler, Z. Bouchal, Aberration resistant axial localization using a self-imaging of vortices, *Opt. Express* 23, 15316-15331 (2015).
- M. Baranek, Z. Bouchal, Rotating vortex imaging implemented by a quantized spiral phase modulation, *J. Europ. Opt. Soc. Rap. Public.* 8, 13017 (2013).
- T. Haist, M. Hasler, W. Osten, M. Baranek, Programmable microscopy, *Multi-dimensional imaging*, Wiley, 153-174 (2014).
- M. Baranek, P. Bouchal, Z. Bouchal, Self-imaging of optical vortices for 3d localization and wavefront assessment, *Digital Holography and Three-Dimensional Imaging*, Conference Paper DW2A.12 (2015).
- M. Baranek, Z. Bouchal, Optimizing the rotating point spread function by SLM aided spiral phase modulation, *Proc. SPIE* 9441, 94410N (2014).
- M. Baranek, Z. Bouchal, Rotating point spread function in spiral phase contrast imaging with discrete phase modulation, *Proc. SPIE* 8697, 86970Q (2012).
- M. Baranek, Z. Bouchal, Využití spirální fázové modulace v optických zobrazovacích systémech, *JMO* 59, 214-217 (2014).



## Reference

- [1] M. Berry, Making waves in physics, *Nature* 403, 21 (2000).
- [2] J.F. Nye, M.V. Berry, Dislocations in wave trains, *Proc. R. Soc. Lond. A* 336, 165-190 (1974).
- [3] P. Couillet, L. Gil, F. Rocca, Optical vortices, *Opt. Comm.* 73, 403-408 (1989).
- [4] L. Allen, M.J. Padgett, M. Babiker, The orbital angular momentum of light, *Prog. Opt.* 39, 291-372 (1999).
- [5] V.Y. Bazhenov, M.V. Vasnetsov, M.S. Soskin, Laser beams with screw dislocations in their wavefronts, *JETP Lett.* 52, 429-431 (1990).
- [6] M.W. Beijersbergen, L. Allen, H.E.L.O. van der Veen, J.P. Woerdman, Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum, *Opt. Comm.* 96, 123-132 (1993).
- [7] A.S. Ostrovsky, C. Rickenstorff-Parrao, V. Arrizon, Generation of the "perfect" optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator, *Opt. Lett.* 38, 534-536 (2013).
- [8] A.T. O'Neil, M.J. Padgett, Three-dimensional optical confinement of micron-sized metal particles and the decoupling of the spin and orbital angular momentum within an optical spanner, *Opt. Comm.* 185, 139-143 (2000).
- [9] M. Dienerowitz, M. Mazilu, P.J. Reece, T.F. Krauss, K. Dholakia, Optical vortex trap for resonant confinement of metal nanoparticles, *Opt. Express* 16, 4991-4999 (2008).
- [10] Z. Bouchal, R. Celechovsky, Mixed vortex states of light as information carriers, *New J. Phys.* 6, 131 (2004).
- [11] G. Gibson, J. Courtial, M.J. Padgett, M. Vasnetsov, V. Pasko, S.M. Barnett, S. Franke-Arnold, Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum, *Opt. Express* 12, 5448-5456 (2004).
- [12] A. Jesacher, A. Schwaighofer, S. Furhapter, C. Maurer, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Wavefront correction of spatial light modulators using an optical vortex image, *Opt. Express* 15, 5801-5808 (2007).
- [13] Ch.S. Guo, X. Cheng, X.Y. Ren, J.P. Ding, H.T. Wang, Optical vortex phase-shifting digital holography, *Opt. Express* 12, 5166-5171 (2004).
- [14] P. Bouchal, Z. Bouchal, Selective edge enhancement in three-dimensional vortex imaging with incoherent light, *Opt. Lett.* 37, 2949-2951 (2012).
- [15] J. Masajada, M. Leniec, I. Augustyniak, Optical vortex scanning inside the Gaussian beam, *J. Opt.* 13, 035714 (2011).
- [16] J. Masajada, I. Augustyniak, A. Popiolek-Masajada, Optical vortex dynamics induced by vortex lens shift-optical system error analysis, *J. Opt.* 15, 044031 (2013).

- [17] S. Furhapter, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Spiral phase contrast imaging in microscopy, *Opt. Express* 13, 689-694 (2005).
- [18] A. Greengard, Y.Y. Schechner, R. Piestun, Depth from diffracted rotation, *Opt. Lett.* 31, 181-183 (2006).
- [19] S.R.P. Pavani, M.A. Thompson, J.S. Biteen, S.J. Lord, N. Liu, R.J. Twieg, R. Piestun, W.E. Moerner, Three-dimensional, single-molecule fluorescence imaging beyond the diffraction limit by using a double-helix point spread function, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* 106, 2995-2999 (2009).
- [20] R. van Noorden, Insider view of cells scoops Nobel, *Nature* 514, 286 (2014).
- [21] B.E.A. Saleh, M.C. Teich, *Fundamentals of photonics*, Wiley (1991).
- [22] M.R. Dennis, K. O'Holleran, M.J. Padgett, Singular optics: optical vortices and polarization singularities, *Prog. Opt.* 53, 293-363 (2009).
- [23] O. Angelsky, A. Mokhun, I. Mokhun, M. Soskin, The relationship between topological characteristics of component vortices and polarization singularities, *Opt. Comm.* 207, 57-65 (2002).
- [24] F. Flossmann, K. O'Holleran, M.R. Dennis, M.J. Padgett, Polarization singularities in 2D and 3D speckle fields, *Phys. Rev. Lett.* 100, 203902 (2008).
- [25] I.V. Basistiy, M.S. Soskin, M.V. Vasnetsov, Optical wavefront dislocations and their properties, *Opt. Comm.* 119, 604-612 (1995).
- [26] Z. Bouchal, Optické víry - nový směr rozvoje singulární optiky, *Čs. čas. fyz.* 53, 11-19 (2003).
- [27] M. Berry, *Rays, wavefronts and phase: a picture book of cusps, Huygens' principle 1690-1990: theory and applications*, Elsevier, 97-111 (1992).
- [28] M. Berry, *Singularities in waves and rays*, Les Houches, Session XXXV, North-Holland, 453-543 (1981).
- [29] D. McGloin, K. Dholakia, Bessel beams: diffraction in a new light, *Contemporary Phys.* 46, 15-28 (2005).
- [30] J. Durnin, J.J. Miceli, J.H. Eberly, Diffraction-free beams, *Phys. Rev. Lett.* 58, 1499-1501 (1987).
- [31] Z. Bouchal, Nondiffracting optical beams: physical properties, experiments and applications, *Czech. J. Phys.* 53, 537-578 (2003).
- [32] Z. Bouchal, R. Celechovsky, G.A. Swartzlander, Spatially localized vortex structures, *Localized waves*, Wiley, 339-365 (2008).
- [33] Z. Bouchal, M. Olivik, Non-diffractive vector Bessel beams, *J. Mod. Opt.* 42, 1555-1566 (1995).
- [34] D.G. Hall, Vector-beam solutions of Maxwell's wave equation, *Opt. Lett.* 21, 9-11 (1996).

- [35] Q. Zhan, Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications, *Advances in Optics and Photonics* 1, 1-57 (2009).
- [36] Y.Y. Schechner, R. Piestun, J. Shamir, Wave propagation with rotating intensity distributions, *Phys. Rev. E* 54, 50-53 (1996).
- [37] R. Piestun, Y.Y. Schechner, J. Shamir, Propagation-invariant wave fields with finite energy, *J. Opt. Soc. Am. A* 17, 294-303 (2000).
- [38] L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, J.P. Woerdman, Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes, *Phys. Rev. A* 45, 8185-8189 (1992).
- [39] Z. Bouchal, V. Kollarova, P. Zemanek, T. Cizmar, Orbital angular momentum of mixed vortex beams, *Proc. SPIE* 6609, 660907 (2007).
- [40] R.A. Beth, Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light, *Phys. Rev.* 50, 115-125 (1936).
- [41] A. Ashkin, Acceleration and trapping of particles by radiation pressure, *Phys. Rev. Lett.* 24, 156-159 (1970).
- [42] A. Ashkin, J.M. Dziedzic, J.E. Bjorkholm, S. Chu, Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles, *Opt. Lett.* 11, 288-300 (1986).
- [43] H. He, M.E.J. Friese, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity, *Phys. Rev. Lett.* 75, 826-829 (1995).
- [44] A.T. O'Neil, I. MacVicar, L. Allen, M.J. Padgett, Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam, *Phys. Rev. Lett.* 88, 053601 (2002).
- [45] A.J. Wright, J.M. Girkin, G.M. Gibson, J. Leach, M.J. Padgett, Transfer of orbital angular momentum from a super-continuum, white-light beam, *Opt. Express* 16, 9495-9500 (2008).
- [46] Z. Bouchal, P. Bouchal, Optické víry aneb jak roztočit světlo, *Čs. čas. fyz.* 65, 351-354 (2015).
- [47] J. Courtial, M.J. Padgett, Performance of a cylindrical lens mode converter for producing Laguerre-Gaussian laser modes, *Opt. Comm.* 159, 13-18 (1999).
- [48] M.W. Beijersbergen, R.P.C. Coerwinkel, M. Kristensen, J.P. Woerdman, Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate, *Opt. Comm.* 112, 321-327 (1994).
- [49] K. Murphy, D. Burke, N. Devaney, Ch. Dainty, Experimental detection of optical vortices with a Shack-Hartmann wavefront sensor, *Opt. Express* 18, 15448-15460 (2010).
- [50] B. Stoklasa, L. Motka, J. Rehacek, Z. Hradil, L.L. Sanchez-Soto, Wavefront sensing reveals optical coherence, *Nature Comm.* 5, 3275 (2014).

- [51] R. Celechovsky, Z. Bouchal, Generation of variable mixed vortex fields by a single static hologram, *J. Mod. Opt.* 53, 473-480 (2006).
- [52] R. Celechovsky, Z. Bouchal, Optical implementation of the vortex information channel, *New J. Phys.* 9, 328 (2007).
- [53] G.C.G. Berkhout, M.W. Beijersbergen, Method for probing the orbital angular momentum of optical vortices in electromagnetic waves from astronomical objects, *Phys. Rev. Lett.* 101, 100801 (2008).
- [54] G.C.G. Berkhout, M.W. Beijersbergen, Using a multipoint interferometer to measure the orbital angular momentum of light in astrophysics, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 11, 094021 (2009).
- [55] G. Gbur, R.K. Tyson, Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation, *J. Opt. Soc. Am. A* 25, 225-230 (2008).
- [56] S.M. Zhao, J. Leach, L.Y. Gong, J. Ding, B.Y. Zheng, Aberration correction for free-space optical communications in atmosphere turbulence using orbital angular momentum states, *Opt. Express* 20, 452-461 (2011).
- [57] I.B. Djordjevic, M. Arabaci, LDPC-coded orbital angular momentum modulation for free-space optical communication, *Opt. Express* 18, 24722-24728 (2010).
- [58] I.B. Djordjevic, Deep-space and near-Earth optical communications by coded orbital angular momentum modulation, *Opt. Express* 19, 14277-14289 (2011).
- [59] J. Wang, J.Y. Yang, I.M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, A.E. Willner, Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing, *Nature Photon.* 6, 488-496 (2012).
- [60] D. Malacara, *Optical shop testing*, Wiley (2007).
- [61] T. Haist, J. Hafner, M. Warber, W. Osten, Scene-based wavefront correction with spatial light modulators, *Proc. SPIE* 7064, 70640M (2008).
- [62] R.W. Gerchberg, W.O. Saxton, A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures, *Optik* 35, 237-246 (1972).
- [63] D. Gabor, A new microscopic principle, *Nature* 161, 777-778 (1948).
- [64] E.N. Leith, J. Upatnieks, Reconstructed wavefronts and communication theory, *J. Opt. Soc. Am.* 52, 1123-1130 (1962).
- [65] I. Yamaguchi, T. Zhang, Phase-shifting digital holography, *Opt. Lett.* 22, 1268-1270 (1997).
- [66] J. Rosen, G. Brooker, Digital spatially incoherent Fresnel holography, *Opt. Lett.* 32, 912-914 (2007).

- [67] P. Bouchal, J. Kapitan, R. Chmelik, Z. Bouchal, Point spread function and two-point resolution in Fresnel incoherent correlation holography, *Opt. Express* 19, 15603-15620 (2011).
- [68] M.W. Davidson, M. Abramowitz, Optical microscopy, *Encycl. Imaging Sci. Technol.* 2, 1106-1140 (2002).
- [69] M. Warber, S. Zwick, M. Hasler, T. Haist, W. Osten, SLM-based phase-contrast filtering for single and multiple image acquisition, *Proc. SPIE* 7442, 74420E (2009).
- [70] J.W. Goodman, *Introduction to Fourier optics*, Mc Graw-Hill (1996).
- [71] F. Zernike, How I discovered phase contrast, *Science* 121, 345-349 (1955).
- [72] Ch. Preza, D.L. Snyder, J.A. Conchello, Theoretical development and experimental evaluation of imaging models for differential-interference-contrast microscopy, *J. Opt. Soc. Am. A* 16, 2185-2199 (1999).
- [73] C. Maurer, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, What spatial light modulators can do for optical microscopy, *Laser Photon. Rev.* 5, 81-101 (2011).
- [74] Ch.J. Mann, L. Yu, Ch.M. Lo, M.K. Kim, High-resolution quantitative phase-contrast microscopy by digital holography, *Opt. Express* 13, 8693-8698 (2005).
- [75] L. Lovicar, J. Komrska, R. Chmelik, Quantitative-phase-contrast imaging of a two-level surface described as a 2D linear filtering process, *Opt. Express* 18, 20585-20594 (2010).
- [76] L. Camacho, V. Mico, Z. Zalevsky, J. Garcia, Quantitative phase microscopy using defocusing by means of a spatial light modulator, *Opt. Express* 18, 6755-6766 (2010).
- [77] Z. Wang, L. Millet, M. Mir, H. Ding, S. Unarunotai, J. Rogers, M.U. Gillette, G. Popescu, Spatial light interference microscopy, *Opt. Express* 19, 1016-1026 (2011).
- [78] A. Jesacher, S. Furhapter, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Spiral interferogram analysis, *J. Opt. Soc. Am. A* 23, 1400-1409 (2006).
- [79] A. Jesacher, S. Furhapter, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Shadow effects in spiral phase contrast microscopy, *Phys. Rev. Lett.* 94, 233902 (2005).
- [80] G. Situ, G. Pedrini, W. Osten, Spiral phase filtering and orientation-selective edge detection/enhancement, *J. Opt. Soc. Am. A* 26, 1788-1797 (2009).
- [81] S. Bernet, A. Jesacher, S. Furhapter, C. Maurer, M. Ritsch-Marte, Quantitative imaging of complex samples by spiral phase contrast microscopy, *Opt. Express* 14, 3792-3805 (2006).
- [82] F. Verpillat, F. Joud, P. Desbiolles, M. Gross, Dark-field digital holographic microscopy for 3D-tracking of gold nanoparticles, *Opt. Express* 19, 26044-26055 (2011).

- [83] M. Speidel, A. Jonas, E. Florin, Three-dimensional tracking of fluorescent nanoparticles with subnanometer precision by use of off-focus imaging, *Opt. Lett.* 28, 69-71 (2003).
- [84] H.P. Kao, A.S. Verkman, Tracking of single fluorescent particles in three dimensions: use of cylindrical optics to encode particle position, *Biophys. J.* 67, 1291-1300 (1994).
- [85] S.R.P. Pavani, R. Piestun, Three dimensional tracking of fluorescent microparticles using a photon-limited double-helix response system, *Opt. Express* 16, 22048-22057 (2008).
- [86] S.R.P. Pavani, R. Piestun, High-efficiency rotating point spread functions, *Opt. Express* 16, 3484-3489 (2008).
- [87] M.D. Lew, S.F. Lee, M. Badieirostami, W.E. Moerner, Corkscrew point spread function for far-field three-dimensional nanoscale localization of pointlike objects, *Opt. Lett.* 36, 202-204 (2011).
- [88] S. Prasad, Rotating point spread function via pupil-phase engineering, *Opt. Lett.* 38, 585-587 (2013).
- [89] C. Roider, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Axial super-localisation using rotating point spread functions shaped by polarisation-dependent phase modulation, *Opt. Express* 22, 4029-4037 (2014).
- [90] M. Baranek, Z. Bouchal, Využití spirální fázové modulace v optických zobrazovacích systémech, *JMO* 59, 214-217 (2014).
- [91] T. Haist, M. Hasler, W. Osten, M. Baranek, Programmable microscopy, *Multidimensional imaging*, Wiley, 153-174 (2014).
- [92] G.B. Arfken, H.J. Weber, *Mathematical methods for physicists*, Academic Press (2005).
- [93] I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik, *Tables of Integrals, Sums, Series and Products*, Academic Press (1965).
- [94] Ch.S. Guo, D.M. Xue, Y.J. Han, J. Ding, Optimal phase steps of multi-level spiral phase plates, *Opt. Comm.* 268, 235-239 (2006).
- [95] M. Baranek, Z. Bouchal, Rotating point spread function in spiral phase contrast imaging with discrete phase modulation, *Proc. SPIE* 8697, 86970Q (2012).
- [96] M. Baranek, Z. Bouchal, Rotating vortex imaging implemented by a quantized spiral phase modulation, *J. Europ. Opt. Soc. Rap. Public.* 8, 13017 (2013).
- [97] M. Baranek, Z. Bouchal, Optimizing the rotating point spread function by SLM aided spiral phase modulation, *Proc. SPIE* 9441, 94410N (2014).
- [98] P. Bouchal, Z. Bouchal, Non-iterative holographic axial localization using complex amplitude of diffraction-free vortices, *Opt. Express* 22, 30200-30216 (2014).
- [99] M. Baranek, P. Bouchal, M. Siler, Z. Bouchal, Aberration resistant axial localization using a self-imaging of vortices, *Opt. Express* 23, 15316-15331 (2015).

- [100] M. Baranek, P. Bouchal, Z. Bouchal, Self-imaging of optical vortices for 3d localization and wavefront assessment, Digital Holography and Three-Dimensional Imaging, Conference Paper DW2A.12 (2015).
- [101] Z. Bouchal, Physical principle of experiments with pseudo-nondiffracting beams, Czech. J. Phys. 55, 1223-1236 (2005).
- [102] S. Ghosh, Ch. Preza, Characterization of a three-dimensional double-helix point-spread function for fluorescence microscopy in the presence of spherical aberration, J. Biomed. Opt. 18, 036010 (2013).

Univerzita Palackého v Olomouci  
Přírodovědecká Fakulta  
Katedra Optiky



**Fyzikální vlastnosti,  
experimentální realizace a využití  
optických vírových polí**

Autoreferát k disertační práci

**Michal Baránek**

Olomouc 2016



Výsledky tvořící disertační práci byly získány během doktorského studia na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci.

Uchazeč: **Mgr. Michal Baránek**

Školitel: **Prof. RNDr. Zdeněk Bouchal, Dr.**  
Katedra optiky,  
Přírodovědecká fakulta,  
Univerzita Palackého v Olomouci

Oponenti: **Prof. RNDr. Radim Chmelík, Ph.D.**  
Ústav fyzikálního inženýrství,  
Fakulta strojního inženýrství,  
Vysoké učení technické v Brně

**RNDr. Pavel Pavlíček, Ph.D.**  
Společná laboratoř optiky Univerzity Palackého  
a Fyzikálního ústavu AV ČR v Olomouci

Autoreferát byl rozeslán dne .....

Obhajoba se koná dne ..... 2016 v ..... hodin před komisí pro obhajobu disertační práce vědního oboru fyzika, studijního oboru Optika a optoelektronika na Katedře optiky PřF UP, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc. S disertační prací je možné se seznámit na studijním oddělení PřF UP Olomouc.

# Abstract

Singular optics is one of the important and increasingly evolving areas of modern physics with a number of unique effects and wide range of applications in both science and technology. Optical singularities are associated with places, where the parameters of optical waves are not uniquely determined. The optical singularities emerge in polarization states, wavefronts of light waves or ray caustics. In the doctoral thesis, the main attention is focused on phase singularities, which can be classified as edge, screw and mixed wavefront dislocations. The screw phase dislocations, called optical vortices, are summarized in a comprehensive study including physical properties and basic experiments for generation and detection of the vortex beams. Applications of light vortices in optical micromanipulation and free-space communications are reviewed with particular emphasis on utilization of vortex interference effects in optical imaging. The imaging vortex applications, which represent the main research topic of the doctoral thesis, are investigated in two different approaches leading to experiments for aberration correction in optical microscopy and localization and tracking of microobjects in biophotonics. The main research activities are supported by auxiliary experiments devoted to the optimization of light shaping techniques in vortex generation and implementation of a compact microscope with the built-in spatial light modulator.

As the main outcomes of the doctoral thesis, novel experimental techniques of vortex imaging were developed operating with defocusing induced rotation of the image. By these methods, the three-dimensional localization and tracking of microscopic particles was realized based on a precise evaluation of the angular rotation of the asymmetric image spot, called double-helix point spread function (DH PSF). The theoretically predicted optical performance of the methods was verified experimentally and the achieved results were compared to the outcomes of other research groups.

## Obsah

<b>1</b>	<b>Současný stav problematiky</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Cíle práce</b>	<b>14</b>
<b>3</b>	<b>Hlavní výsledky</b>	<b>15</b>
3.1	Princip vírové lokalizace mikroobjektů . . . . .	15
3.2	Analýza rotačních vlastností bodového obrazu . . . . .	18
3.2.1	Azimutálně vzorkovaná spirální maska . . . . .	18
3.2.2	Radiálně vzorkovaná spirální maska . . . . .	21
3.2.3	Prstencová maska . . . . .	24
3.3	Vírové samozobrazování . . . . .	27
3.4	Experiment . . . . .	28
3.4.1	Schéma experimentu . . . . .	28
3.4.2	Výsledky experimentu . . . . .	29
3.4.3	Diskuze výsledků . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Závěr</b>	<b>33</b>
<b>5</b>	<b>Seznam vlastních publikací</b>	<b>35</b>

## 1 Současný stav problematiky

Optické singularities představují místa, kde nejsou jednoznačně určeny některé základní parametry světla. Na různých úrovních popisu optického záření lze pozorovat odlišné druhy singularit. V rámci elektromagnetické optiky se vyskytují polarizační singularity, vlnová optika se setkává s fázovými singularitami a v geometrické optice se objevují paprskové singularity [1]. Polarizační singularity souvisejí s degenerací polarizační elipsy charakterizované orientací delší poloosy a směrem otáčení vektoru elektrické intenzity  $\vec{E}$  [2, 3, 4]. Fázové singularity představují místa nespojitosti vlnoplochy a dělí se na zlomové, spirální a kombinované [5]. V případě zlomové singularity je část vlnoplochy od zbytku oddělena fázovým skokem a podél fázového zlomu je nulová hodnota intenzity. Spirální singularity představují bod v rovině nebo křivku v prostoru s nedefinovanou fází a nulovou intenzitou [6]. Spirální fázové singularity jsou často označovány jako optické víry [7]. Paprskové singularity jsou spojovány s kaustikami. Kaustiky jsou za singularity považované ze dvou důvodů. Jednak je na kaustice nekonečně velká hodnota intenzity. Za druhé, kaustika je křivka oddělující dvě oblasti, ve kterých se počet paprsků mění nespojitě [8, 9].

Světelné pole obsahující optický vír je charakterizováno temnou oblastí v místě singularity a šroubovým fázovým profilem v jejím okolí. Základním parametrem optického víru je topologický náboj  $l$ , jehož hodnota určuje velikost tmavého centra a počet listů šroubovice [6]. Šroubovitý tvar vlnoplochy vede ke spirálnímu toku elektromagnetické energie a má za následek, že optický vírový svazek přenáší orbitální moment hybnosti [10, 11, 12].

Fázové singularities vznikají jak přirozenou cestou tak cílenou generací. Příkladem samovolného vzniku je mnohosvazková interference, kde se fázové singularities objevují v místech odpovídajících destruktivní interferenci [13]. Fázové singularities se objevují také ve struktuře hermiteovských-gaussovských (HG) a laguerrovských-gaussovských (LG) svazků vznikajících v laserových rezonátorech. V HG svazcích se vyskytují zlomové fázové singularities, zatímco světelné víry se nacházejí v LG svazcích [6]. Jelikož je v reálných situacích mnohem pravděpodobnější generace HG svazků, nabývá na významu možnost transformace HG svazku na vírový LG svazek, kterou lze pro-

vést pomocí astigmatického konvertoru složeného ze dvou cylindrických čoček [14, 15]. Světelné víry je možné generovat také pomocí speciálního difraktivního prvku schopného transformovat optický svazek s rovinnou vlnoplochou na vírový svazek. Příkladem takového prvku je vidličkový hologram [16]. Nový způsob generace optických vírů přinesl návrh spirální fázové masky (SFM) [17]. Jedná se o optický prvek, jehož tloušťka roste s azimutálním úhlem. V posledních letech dostaly možnosti generace vírových polí zcela nový rozměr díky dostupnosti prostorových modulátorů světla (PMS). Jedná se o přístroj schopný pomocí elektrooptického jevu měnit amplitudovou propustnost nebo fázové zpoždění vlny procházející jednotlivými pixely displeje z kapalných krystalů, který tvoří aktivní plochu PMS. Běžné elektronicky adresované PMS jsou řízeny pomocí počítače, což dovoluje dynamickou tvorbu širokého spektra počítačem generovaných hologramů schopných produkovat světelné víry [18].

Pro maximální využití potenciálu světelných vírů je nutné mít k dispozici spolehlivou metodu jejich identifikace. Jelikož jsou světelné víry charakterizovány šroubovitým tvarem vlnoplochy, nabízí se jako základní způsob jejich diagnostiky interferometrické měření. V případě výskytu fázové singularity v jednom z interferujících svazků dojde v odpovídajícím místě záznamu k rozštěpení interferenčního obrazce. Směr rozštěpení určuje znaménko topologického náboje a násobnost rozštěpení udává jeho velikost [19]. Nový způsob detekce optických vírů nabízí Shackův-Hartmannův senzor (SHS). Jedná se o moderní přístroj schopný měřit tvar vlnoplochy. Základ struktury SHS tvoří pole mikročoček a CCD. Pole mikročoček rozdělí vstupní vlnoplochu na dílčí svazky, které jsou soustředěny na CCD. Z pozic difrakčních stop na CCD je následně určen lokální náklon vlnoplochy. S ohledem na singularitu fáze je pro přesné určení šroubovitě vlnoplochy nutné použít speciální algoritmy [20, 21].

Optické vírové svazky jsou zajímavé tím, že přenášejí orbitální moment hybnosti. Moment hybnosti zahrnuje dvě složky, orbitální moment hybnosti a spin. Orbitální moment hybnosti je dán šroubovitým tvarem vlnoplochy a jeho velikost je úměrná hodnotě topologického náboje. Spin je určen polarizačním stavem světla, je maximální při kruhové polarizaci a nulový při lineární polarizaci [11]. Obě složky momentu hybnosti se mohou projevovat interakcí s prostředím. Poprvé

byl pozorován přenos spinu ve třicátých letech 20. století [22]. Možnosti studia přenosu momentu hybnosti značně rozšířil vynález optické pinzety. Nejdříve bylo dokázáno, že světelný svazek může ovlivnit chování mikroskopických částic pomocí radiačního tlaku [23]. Dalším významným krokem byl objev gradientních sil, které tlačí průhlednou částici do místa svazku s největší intenzitou. Pokud se podaří dosáhnout rovnovážného silového působení světla na částici, může dojít k jejímu zachycení v prostoru. Cíleným pohybem svazku lze poté pohybovat také chycenou částicí [24]. Díky optické pinzetě bylo brzy dokázáno, že přenos momentu hybnosti na mikročástice nemusí souviset pouze se spinem, který je projevem polarizačních vlastností světla, ale může mít spojitost s orbitální složkou momentu hybnosti, která je dána šroubovitou vlnoplochou [25]. Projev přenosu obou složek momentu hybnosti na mikročástice je rozdílný. Přenos spinu způsobuje rotaci částic kolem vlastní osy, zatímco orbitální složka momentu hybnosti způsobuje rotaci částic kolem tmavého vírového centra [26]. U kovových mikročástic je, oproti průhledným objektům, nastavení rovnováhy působících sil značně obtížné, což komplikuje jejich zachycení v prostoru. Kovové mikročástice je však možné udržet v blízkosti vírového centra LG svazku [27, 28]. Vírové svazky tady umožňují zachycení kovových mikročástic v prostoru.

Další z oblastí, kde lze prakticky využít vlastností vírových polí, je kódovaný přenos informace. Optický vír může být chápán jako přidáný stupeň volnosti, který navyšuje obsah informace přenášené světelným svazkem. Daná informace je obsažena ve vážené superpozici optických vírů s různými topologickými náboji. Informační kód je pak tvořen hodnotami váhových koeficientů. Výhodou je, že odeslaný kód nelze přesně určit pouhým záznamem intenzitní stopy svazku. Přenášená informace je tak jistým způsobem skryta a lze ji získat pouze předepsaným detekčním zařízením. Celý informační kanál umožňující kódovaný přenos informace pomocí smíšených vírových polí se tak skládá ze tří základních částí, kódování, šíření optického pole a dekodování. Optický svazek složený z požadovaného počtu vírových polí s definovanými hodnotami topologických nábojů lze vytvořit například pomocí PMS [29, 30]. Jiná metoda kódovaného přenosu informace využívá místo PMS dvou speciálně navržených fázových masek [31, 32]. Pro správné vyhodnocení přenášené informace je třeba, aby příčný profil svazku dopadajícího na

dekódovací zařízení co nejvíce odpovídal podobě svazku za kódovací jednotkou. V reálných situacích je však struktura svazku narušována, především pak atmosférickými turbulencemi. V posledních letech je tak pozornost soustředěna na studium vlivu turbulencí a možností jejich eliminace [33]. Pokrokem ve vírových komunikacích je LDPC (z angl. low-density parity-check) kódování. Vírový svazek generovaný touto metodou vykazuje vysokou odolnost proti atmosférickým turbulencím a umožňuje komunikaci s přenosovou rychlostí 100 Gbit/s [34, 35]. V současnosti jsou zkoumány také možnosti navýšení kapacity informačního kanálu. Jedna z nových metod kombinuje prostorové multiplexování vírových svazků s různou hodnotou topologického náboje a polarizační multiplexování. Tímto způsobem byl experimentálně realizován přenos dat s přenosovou rychlostí 1,37 Tbit/s [36].

Jednou z oblastí optiky, která v současné době zaznamenává velký rozvoj, je optické zobrazování. V posledních letech vznikla řada nových metod, které posouvají limity zobrazovacích systémů. Spousta aplikací míří do světelné mikroskopie a své místo zde zaujímají také světelné víry. Příkladem je využití světelných vírů pro adaptivní korekci optických aberací. Jeden ze způsobů určení deformací vlnoplochy využívá velké citlivosti vírových polí na optické aberace [37]. Princip metody spočívá v promítnutí SFM na aktivní displej PMS, který je součástí zobrazovací sestavy. Díky spirální fázové modulaci má ideální obraz bodu z předmětového prostoru podobu rotačně symetrického prstence. Citlivost světelných vírů na optické aberace vede k tomu, že již v případě malých odchylek vlnoplochy od optimálního tvaru dojde k narušení pravidelné struktury prstence. Deformovaný obraz prstence je pak vstupním parametrem Gerchbergova-Saxtonova algoritmu [38]. Cílem tohoto iteračního procesu je nalezení takové fáze v rovině umístění PMS, která vede k prostorovému rozložení intenzity v místě detekce obrazu. Algoritmem nalezená fáze obsahuje spirální fázi a také vlnové aberace. Odečtením příspěvku SFM od určené fáze je pak získána aberační vlnoplocha v rovině umístění PMS. Pro korekci aberací pak stačí promítnout na PMS kompenzační fázi opačnou k aberační vlnoploše. Je však třeba mít na paměti, že daná korekce se týká pouze jednoho bodu v předmětovém prostoru. Popsaná metoda je příkladem využití vlastností spirálních fázových singularit v optickém zobrazování, zároveň však představuje způsob generace optimálního světelného víru.

Díky možnostem současných procesorů se na sestavování výsledného obrazu stále více podílí numerické zpracování zaznamenaných dat a mnoho zobrazovacích metod se prolíná s digitální holografií. Holografický záznam vzniklý interferencí signální a referenční vlny se skládá ze čtyř členů. Jedná se o intenzitu signální vlny, intenzitu referenční vlny, člen úměrný signální vlně a člen úměrný komplexně sdružené signální vlně. Je zřejmé, že klíčová informace o sledovaném předmětu je obsažena ve členu, který odpovídá signální vlně. Ten se však překrývá s ostatními. Odfiltrování parazitních členů je tak důležitým krokem vedoucím ke kvalitní rekonstrukci. Jednou z možností separace signální vlny v digitální holografií je záznam více hologramů, kdy jednotlivé snímky vznikají při rozdílném fázovém posunutí referenční vlny [39]. Série záznamů pořízených při různých konstantních posunech fáze může být použita jako vstup do algoritmu schopného vytvořit separovaný rekonstruovaný obraz. Alternativní metodou, jak vytvořit sérii hologramů umožňujících rekonstrukci obrazu bez parazitních členů, je použití SFM [40]. Bylo ukázáno, že rotace SFM umístěné v referenční větvi má stejný efekt jako konstantní posun fáze referenční vlny. Sérii hologramů potřebnou pro numerickou rekonstrukci je tedy možno získat záznamem interferenčních obrazců při různém úhlu natočení SFM.

Jednou z nových zobrazovacích metod, která nachází uplatnění při záznamu trojrozměrných předmětů, je Fresnelova nekoherentní korelační holografie [41]. Princip této techniky spočívá v současném promítnutí konstantní a kvadratické fáze na aktivním displeji PMS, kam dopadá optická vlna po průchodu či odrazu od sledovaného předmětu. Ty dopadající kolimovanou vlnu rozdělí na dvě, rovinnou a sférickou. Rovinná a sférická vlna vycházející z jistého bodu v předmětové rovině spolu interferují a vytváří holografický záznam. Jelikož je sledovaný předmět osvětlen nekoherentním zdrojem světla, skládají se interferenční záznamy jednotlivých bodů nekoherentně. Pro numerickou rekonstrukci pozorovaného předmětu je pak třeba mít k dispozici tři záznamy pořízené při různém fázovém posunutí mezi rovinnou a sférickou vlnou. Kontrast obrazu pořízeného Fresnelovou nekoherentní korelační holografií lze zvýšit spirální fázovou modulací. Tu lze provést buď změnou fázové mapy promítnuté na aktivní ploše PMS nebo úpravou rekonstrukčního algoritmu. V prvním případě je spirálně modulována jedna z interferujících vln. Druhou možností je pořízení záznamu



standardní cestou a provedení spirální modulace během numerické rekonstrukce [42].

Vírová pole mohou být využita také ve skenujícím mikroskopu [43, 44]. Oproti běžným systémům je sken prováděn pohybem temného jádra svazku, které odpovídá centru optického víru, nikoliv pohybem samotného svazku. Pohybu vírového centra je dosaženo posunem SFM, která je součástí experimentální sestavy. Na základě analýzy vírového pole ovlivněného vzorkem je možno vyhodnotit vlastnosti sledovaného povrchu.

Velká pozornost je v současné vědě věnována rozvoji světelné mikroskopie. Její význam spočívá především v možnosti sledování živých biologických vzorků. Někdy ovšem může nastat situace, kdy je zkoumaný předmět zobrazen s nízkým kontrastem a stává se téměř neviditelný. Slabý kontrast obrazu je způsoben minimálním vlivem sledovaného předmětu na amplitudu procházející světelné vlny. Při průchodu svazku biologickým vzorkem může docházet také k modulaci jeho fáze, tu ale nelze přímo zaznamenat standardními detektory intenzity. Informaci o fázové propustnosti předmětu je však možné získat díky pokročilým mikroskopickým technikám jako jsou například temné pole, fázový kontrast nebo diferenciální interferenční kontrast [45, 46, 47]. V současné době lze popsané metody světelné mikroskopie implementovat do zobrazovacích systémů pomocí PMS. Použitím PMS je také možné jednotlivé metody efektivně střídat v rámci jedné sestavy [48, 49]. Ne vždy je však možno dosáhnout lineární závislosti mezi velikostí fázového skoku a hodnotou detekované intenzity. To znamená, že fázové změny je možno pozorovat, ale nelze přesně určit jejich velikost. Také v této oblasti se ovšem projevil technologický pokrok a v posledních letech vznikla řada metod, které umožňují kvantitativní fázové zobrazování [50, 51, 52, 53].

Jednou z nových technik světelné mikroskopie, která využívá vlastností optických vírových polí, je metoda spirálního fázového kontrastu (SFK) [54]. Princip SFK spočívá ve spirální fázové modulaci prostorového spektra předmětu. Důsledkem je, že hodnota intenzity ve výsledném obrazu je úměrná gradientu amplitudy a fáze v předmětové rovině [55]. Jinými slovy, v obraze je největší hodnota intenzity detekována v místech, kde dochází k nejprudším změnám amplitudové a fázové propustnosti předmětu. Při vhodné úpravě SFM je v obraze pozoro-

ván stínový efekt [56]. Hrana ukazující amplitudové a fázové změny je v určitých místech světlejší a v jiných tmavší než pozadí. Jaká část hrany bude zvýrazněna vyšší hodnotou intenzity a jaká nižší je dáno přesnou modifikací SFM. Ta spočívá ve volbě fázové propustnosti v centru SFM nebo v mírném posunutí centra SFM od optické osy [57]. SFK umožňuje také kvantitativní fázové zobrazování [58]. K tomu jsou potřeba nejméně tři obrázky zaznamenané při různé hodnotě fázové propustnosti v centru SFM, přičemž tyto hodnoty musí být zvoleny tak, aby rovnoměrně pokryly interval od 0 do  $2\pi$ . Tři zaznamenané snímky mohou sloužit jako vstup do rekonstrukčního algoritmu, jehož výstupem je úplný popis komplexní amplitudy v předmětové rovině. Tím pádem je známa také fázová propustnost předmětu a ve finále je možno vytvořit trojrozměrný model sledovaného vzorku.

Mezi aplikace světelné mikroskopie patří také určování pozice a sledování pohybu mikroobjektů. Principiální problém lokalizace částic spočívá ve faktu, že předmět se nachází v trojrozměrné oblasti, zatímco zobrazovacím systémem lze pořídit pouze dvourozměrný obraz. Hlavním úkolem je tedy získání třetí souřadnice pozice objektu, která v běžných případech odpovídá směru podélné osy systému. Jednu z možností, jak získat informaci o podélné pozici mikroobjektu, představuje metoda kombinující mimoosovou digitální holografii s temným polem [59]. Z hlediska optického zobrazování lze na sledované částice pohlížet jako na bodové předměty. V přiblížení skalární vlnové optiky je obrazem bodu difrakční obrazec, který má v případě fyzikálně dokonalého a ideálně zaostřeného systému podobu Airyho disku. Změna podélné pozice předmětu způsobuje rozostření, které se projevuje změnou tvaru difrakčního obrazce. V běžných zobrazovacích aplikacích má rozostření nežádoucí vliv na kvalitu výsledného obrazu. Při lokalizaci částic však může hrát užitečnou roli, jelikož změna tvaru difrakčního obrazce poskytuje informaci o podélné pozici předmětu. Tu lze poté získat vhodnou analýzou zaznamenaného obrazu [60]. Ke kvalitnějšímu určení podélné pozice předmětu může posloužit také cílená změna tvaru difrakčního obrazce způsobená vložením přidaného prvku do optického systému. Například vhodná implementace cylindrických čoček do zobrazovací soustavy zavede do výsledného obrazu astigmatismus. Obraz bodového předmětu pak má podobu elipsy. Přesnou pozici předmětu v podélném směru pak lze určit na základě elipticity a orientace

hlavní osy elipsy [61].

Další možnou úpravou je prostorová modulace světla procházejícího soustavou, která způsobí zobrazení s rotujícím bodovým obrazem [62]. Princip rotující bodové rozptylové funkce (PSF - z angl. point spread function) spočívá v azimutálně nesymetrickém tvaru intenzitní stopy představující obraz bodového předmětu, která rotuje v závislosti na jeho podélné pozici. Podélnou pozici tak lze určit na základě orientace difrakčního obrazce. Původní návrh systému s rotující PSF počítal s modulací prostorového spektra předmětu a využíval vlastností optických vírů. Propustnost modulační masky odpovídá vhodné kombinaci LG módů, vycházející z teoretických předpokladů pro vznik intenzitní stopy rotující při šíření svazku [63]. Vytvořený obraz bodového předmětu má dvoulaločnou strukturu, která rotuje v závislosti na rozostření. Hlavní nevýhodou původně navržené rotující PSF byla nízká energetická účinnost způsobená amplitudovou propustností filtrační masky. Pro eliminaci tohoto nedostatku byla vytvořena upravená čistě fázová maska neabsorbující světlo, která vycházela z původního návrhu a fázový profil byl určen numerickým iteračním algoritmem [64]. Jinou volbou LG módů při vytváření modulační masky, lze generovat rotující PSF obsahující pouze jeden lalok [65]. V závislosti na podélné pozici bodového předmětu se lalok otáčí kolem jisté osy. Při jednolaločném tvaru PSF je však obtížné přesně určit osu otáčení. Tuto překážku lze odstranit tím, že na PMS se střídají dvě masky, obě obsahují stejnou kombinaci LG módů, ale na jedné z nich je přidána fáze odpovídající posunu předmětového bodu o vzdálenost způsobující rotaci o  $\pi$ . Výsledný obraz jednoho bodu má pak opět dvoulaločnou strukturu. Jiný návrh jednolaločné rotující PSF vychází ze SFM, která je rozdělena do několika radiálních segmentů odpovídajících Fresnelovým zónám [66]. Topologický náboj v každé radiální zóně je roven pořadovému číslu dané zóny. Narozdíl od předchozích návrhů nedochází k modulaci prostorového spektra, ale upravená SFM se nachází ve výstupní pupile zobrazovacího systému. Mezi hlavní výhody tohoto návrhu patří jednoduché matematické vyjádření závislosti úhlu rotace na podélné poloze předmětu. Ta je dána převrácenou hodnotou počtu radiálních zón. Popsanou jednolaločnou rotující PSF lze vhodně využít pro trojrozměrnou lokalizaci částic pomocí systému se dvěma polarizačními kanály [67]. O významu světelné mikroskopie a optických vírů

svědčí také Nobelova cena za chemii v roce 2014. Ta byla udělena za posunutí rozlišovacích limitů ve světelné mikroskopii a součástí oceněných aktivit je také vírová lokalizace [68].

## 2 Cíle práce

Z předchozího přehledu je patrné, že singulární optice je v současné vědě věnována značná pozornost. Díky moderním technologiím se navíc objevují nové možnosti praktického využití světelných vřív. V souvislosti s posouváním limitů světelné mikroskopie a rozvojem digitální holografie nabývá na stále větším významu výzkum nových zobrazovacích metod využívajících vlastností optických vřív.

Hlavním cílem disertační práce byl návrh nové metody umožňující třírozměrnou lokalizaci mikročastic. Pozice sledovaného mikroobjektu v prostoru je určena díky rotaci bodového obrazu, která je způsobena rozostřením systému. Požadovaných vlastností zobrazení je docíleno vhodně provedenou spirální fázovou modulací. Principy metody jsou teoreticky i experimentálně ověřeny a získané výsledky jsou porovnány se závěry jiných prací zabývajících se danou problematikou.

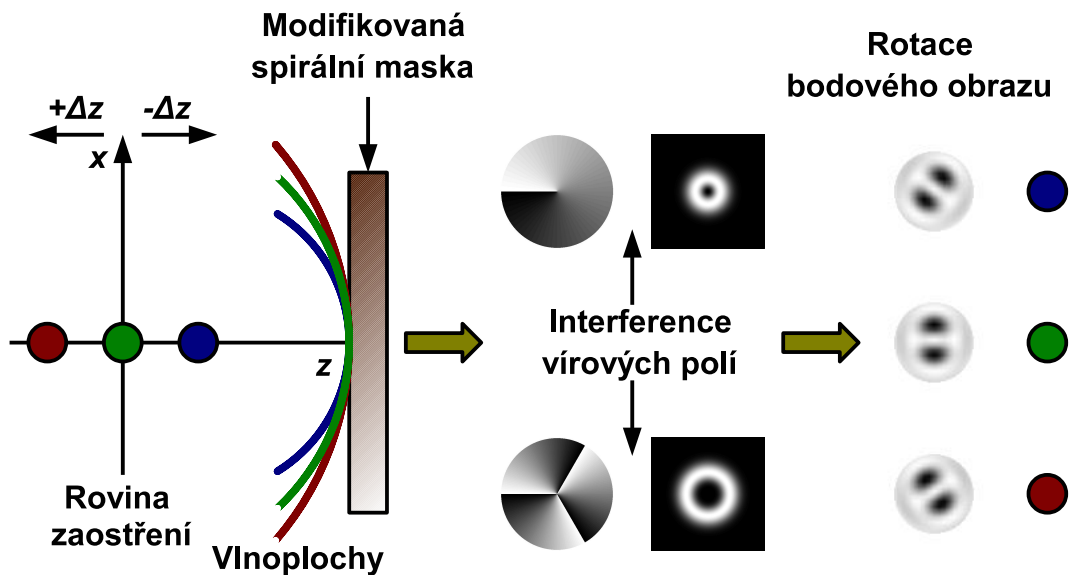
Mezi vedlejší cíle práce patřilo úspěšné zvládnutí dílčích úkolů nutných k realizaci hlavního experimentu. Nejdříve byly zkoumány různé postupy realizace spirální fázové modulace a byla otestována metoda pro adaptivní kompenzaci vlnových aberací. Následovala stavba zobrazovacího systému, kde bylo možno provádět prostorovou modulaci spektra předmětu [69].

Jedním z projevů současného technologického rozvoje je snaha o rozšiřování standardních zobrazovacích systémů o moderní přístroje. Příkladem je implementace PMS do světelného mikroskopu. V rámci disertační práce byl řešen vedlejší úkol, který se týkal stavby a ověření činnosti mikroskopu se zabudovaným PMS. Důvod umístění PMS do mikroskopu spočíval v možnosti adaptivní korekce vlnových aberací a zavedení moderních technik světelné mikroskopie. Oproti jiným mikroskopům s PMS se prezentovaný návrh lišil snahou postavit celý systém tak, aby fyzické rozměry mikroskopu byly co nejmenší [70].

### 3 Hlavní výsledky

Hlavní přínos disertační práce spočívá v návrhu nové metody umožňující třírozměrnou lokalizaci mikročástic pomocí rotující PSF. V původních systémech bylo rotace bodového obrazu docíleno použitím modulační masky, jejíž funkce propustnosti byla určena vhodnou kombinací LG módů [62, 64, 65]. Nové výzkumy však ukazují, že rotující PSF lze generovat také pomocí masky, jejíž podoba vychází z přímých úprav SFM [66, 67]. V rámci disertační práce byly navrženy nové způsoby modifikace SFM vedoucí ke vzniku obrazu rotujícího se změnou rozostření. V následujících částech budou postupně popsány rotační vlastnosti bodového obrazu při použití azimutálně vzorkované SFM, radiálně vzorkované SFM a prstencové SFM. Každý ze zmíněných postupů má své výhody, které budou diskutovány. Na závěr bude ukázáno experimentální ověření získaných výsledků.

#### 3.1 Princip vírové lokalizace mikroobjektů

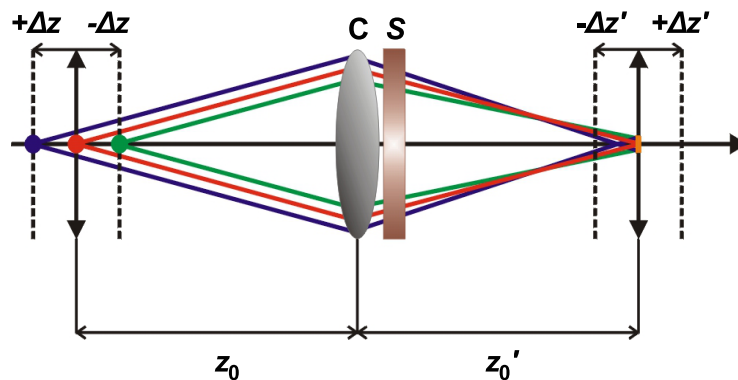


Obrázek 1: Princip vzniku obrazu rotujícího se změnou podélné pozice bodového předmětu. Prostorová modulace provedená modifikovanou SFM vede k interferenci vírových polí s různou hodnotou topologického náboje  $l$ . Podoba výsledného obrazu je ovlivněna také počátečními fázemi interferujících polí. Ty jsou dány tvarem vlnoplochy, který je závislý na podélné pozici bodového předmětu. Při vhodné volbě topologických nábojů způsobí změna osové pozice rotaci detekované intenzitní stopy.

K získání PSF se strukturou rotující v závislosti na rozostření je

nutné, aby výsledný obraz v rovině detekce byl výsledkem kombinace vírových módů s různou hodnotou topologického náboje  $l$  (Obr. 1). Tohoto cíle lze dosáhnout pomocí modifikované SFM definované funkcí propustnosti  $S(x, y)$ . Výsledkem prostorové modulace je interference vírových polí, která je ovlivněna jejich počátečními fázemi závislými na podélné pozici předmětu. Optimální volbou topologických nábojů lze zajistit, že se změnou rozostření bude výsledný obraz pouze rotovat a z jeho úhlové orientace bude možno odečíst osovou pozici bodového předmětu.

Matematický výpočet je proveden pro dva teoretické modely. V prvním případě je modulována komplexní amplituda a modifikovaná spirální maska  $S$  se nachází ve výstupní pupile zobrazovací soustavy. V druhém modelu dochází k modulaci prostorového spektra předmětu a maska  $S$  je umístěna ve Fourierově rovině optického 4-f systému.

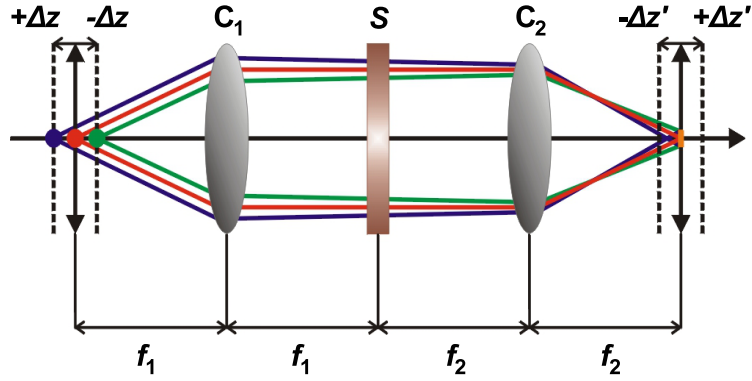


Obrázek 2: Schématický náčrt zobrazovací soustavy s modifikovanou spirální maskou  $S$  ve výstupní pupile.

V případě modulace komplexní amplitudy je modelová zobrazovací soustava tvořena čočkou  $C$  s ohniskovou vzdáleností  $f$  a maskou  $S$  nacházející se v její výstupní pupile (Obr. 2). Bodový předmět je umístěn ve vzdálenosti  $z = z_0 + \Delta z$  před čočkou a výsledný obraz je detekován ve vzdálenosti  $z' = z'_0 + \Delta z'$  za čočkou. Pro  $z_0$  a  $z'_0$  platí zobrazovací rovnice, zatímco  $\Delta z$  a  $\Delta z'$  představují mírná podélná posunutí způsobující rozostření.

Ve druhém uvažovaném modelu dochází k modulaci frekvenčního

spektra sledovaného bodového předmětu a modifikovaná spirální maska  $S$  je umístěna ve Fourierově rovině 4-f systému složeného ze dvou čoček  $C_1$  a  $C_2$  s ohniskovými vzdálenostmi  $f_1$  a  $f_2$  (Obr. 3). Bodový předmět se nachází ve vzdálenosti  $z = f_1 + \Delta z$  před první čočkou  $C_1$  a výsledný obraz je detekován ve vzdálenosti  $z' = f_2 + \Delta z'$  za druhou čočkou  $C_2$ .



Obrázek 3: Optický 4-f systém se spirální maskou  $S$ , která provádí modulaci prostorového spektra.

Komplexní amplituda  $u'(x', y')$  charakterizující optické pole v místě detekce je získána řešením Fresnelových difrakčních integrálů popisujících volné šíření světla mezi jednotlivými rovinami [71]. Důležitým závěrem výpočtů provedených v rámci disertační práce je fakt, že v obou sledovaných případech lze obraz bodového předmětu vyjádřit formálně shodnou rovnicí [72]

$$u'(x', y') \propto \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, y) \exp \left[ i \frac{\pi}{\lambda} \Delta \Phi_R (x^2 + y^2) \right] \times \exp \left( i 2\pi \frac{xx' + yy'}{\lambda d} \right) dx dy, \quad (1)$$

kde  $\lambda$  značí vlnovou délku. Získaný výsledek ukazuje, že prostorové rozložení optického pole v místě detekce lze získat jako Fourierovu transformaci výrazu, který se skládá z funkce propustnosti modifikované spirální masky  $S(x, y)$  a členu s kvadratickou fází závislou na parametru rozostření  $\Delta \Phi_R$ . Význam vzdálenosti  $d$  ve členu představujícím Fourierovu transformaci je v obou studovaných modelech jiný. V případě modulace komplexní amplitudy platí  $d = z_0$ , zatímco v pří-



padě modulace frekvenčního spektra platí  $d = f_2$ . Hlavní rozdíl mezi oběma modely spočívá především ve vyjádření parametru rozostření  $\Delta\Phi_R$ , ten lze psát ve tvaru

$$\Delta\Phi_R = \frac{\Delta z}{z_0^2} + \frac{\Delta z'}{z_0'^2} \quad (2)$$

pro zobrazovací systém a ve tvaru

$$\Delta\Phi_R = \frac{\Delta z}{f_1^2} + \frac{\Delta z'}{f_2^2} \quad (3)$$

pro 4-f systém. Popis spirální modulace je výhodné provádět ve válcových souřadnicích,  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ,  $x' = r' \cos \varphi'$  a  $y' = r' \sin \varphi'$ . Získaný vztah je tedy vhodné psát v následující podobě

$$\begin{aligned} u'(r', \varphi') &\propto \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r S(r, \varphi) \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda} \Delta\Phi_R r^2\right) \\ &\times \exp\left[i2\pi \frac{rr'}{\lambda d} \cos(\varphi' - \varphi)\right] dr d\varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

### 3.2 Analýza rotačních vlastností bodového obrazu

V následující části bude ukázán vliv různých úprav spirální masky  $S(r, \varphi)$  na strukturu bodového obrazu, především pak na efekty související s rotací PSF způsobenou rozostřením. Prezentované způsoby modifikace SFM a analýzy rotačních efektů jsou jedním z výsledků disertační práce.

#### 3.2.1 Azimutálně vzorkovaná spirální maska

K získání PSF se strukturou rotující v závislosti na rozostření je nutné, aby výsledný obraz v rovině detekce byl výsledkem kombinace vírových módů s různou hodnotou topologického náboje  $l$ . Jedním ze způsobů jak tohoto cíle dosáhnout je použití azimutálně vzorkované SFM charakterizované skokovou změnou fáze v azimutálním směru. Modulační maska  $S$  se tak skládá z několika stejně velkých segmentů, ve tvaru kruhové výseče, v rámci kterých má fázová funkce konstantní hodnotu. Azimutálně vzorkovaná SFM je definována hodnotou topologického náboje  $l$  a počtem konstantních úrovní  $M$ . Z důvodu snadnějšího provedení potřebných matematických úprav je propustnost masky

navíc modulována amplitudovou gaussovskou obálkou definovanou pološířkou  $w$ . Zavedení gaussovské apodizace výrazně zjednoduší výpočet a neovlivní zkoumané rotační vlastnosti PSF [72]. Matematicky lze propustnost azimutálně vzorkované SFM popsat pomocí rozkladu [73]

$$S(r, \varphi) = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \sum_{p=-\infty}^{\infty} c_p \exp(ip\varphi), \quad (5)$$

kde pro váhové koeficienty  $c_p$  platí

$$c_p = \begin{cases} \text{sinc}\left(\frac{p}{M}\right) \exp\left(i\pi\frac{p}{M}\right), & p = l - sM, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 0, & \text{ostatní případy.} \end{cases} \quad (6)$$

Po dosazení (5) do (4) lze získat vyjádření pro komplexní amplitudu v rovině detekce ve tvaru [74]

$$\begin{aligned} u'(r', \varphi') &\propto \frac{\beta}{\alpha^{3/2}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \\ &\times \sum_{p=1}^{\infty} i^p [c_{-p} \exp(-ip\varphi') + c_p \exp(ip\varphi')] \\ &\times \left[ I_{\frac{1}{2}(p-1)}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) - I_{\frac{1}{2}(p+1)}\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

kde  $\alpha = 1/w^2 - i\pi\Delta\Phi_R/\lambda$ ,  $\beta = 2\pi r'/\lambda d$  a  $I_n$  značí modifikovanou Besselovu funkci  $n$ -tého řádu. Obraz bodového předmětu je pak dán intezitním rozložením  $I'(r', \varphi') = |u'(r', \varphi')|^2$  v rovině detekce.

Ve všech simulacích, jejichž výsledky budou v následujících částech prezentovány, je předpokládáno přesné umístění detektoru v obrazovém prostoru  $\Delta z' = 0$  a rozostření způsobené osovým posunutím sledovaného bodového předmětu  $\Delta z \neq 0$ . Tvar PSF pro různá posunutí  $\Delta z$  je závislý také na hodnotě numerické apertury předmětového prostoru  $A$ , která je definována vztahem

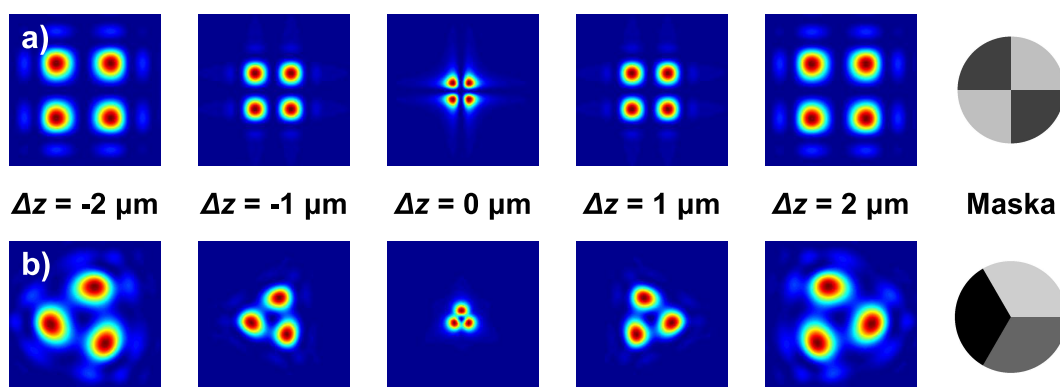
$$A = \frac{w}{\sqrt{z_0^2 + w^2}} \quad (8)$$

pro zobrazovací systém s modulační maskou ve výstupní pupile a

$$A = \frac{w}{\sqrt{f_1^2 + w^2}} \quad (9)$$

pro 4-f systém se spirální maskou ve Fourierově rovině. Všechny simulace byly provedeny pro hodnotu numerické apertury  $A = 0,6$  a vlnové délky  $\lambda = 632,8$  nm.

Podrobnější analýza výsledného intenzitního rozložení  $I'(r', \varphi')$  ukazuje, že k rotaci PSF v závislosti na rozostření dojde v případě splnění podmínky  $M \neq 2l$  [72, 75]. Typickým příkladem této situace je azimutálně vzorkovaná SFM s parametry  $l = 2$  a  $M = 4$ , v tomto případě nedochází v souvislosti se změnou posunutí  $\Delta z$  k rotaci PSF a sledovat lze pouze rozšiřování difrakční stopy (Obr. 4). Opačným příkladem může být azimutálně vzorkovaná SFM s topologickým nábojem  $l = 1$  a počtem segmentů  $M = 3$ , zde je zmíněná podmínka splněna a pro různé podélné pozice bodového předmětu je viditelná rotace detekovaného obrazu (Obr. 4).



Obrázek 4: Příklad PSF získané při modulaci azimutálně vzorkovanou SFM. Pro masku s parametry  $l = 2$  a  $M = 4$  není splněna podmínka pro rotaci  $M \neq 2l$  a obraz bodového předmětu se změnou podélné pozice pouze expanduje a). V případě masky s parametry  $l = 1$  a  $M = 3$  je daná podmínka splněna a je možno sledovat rotaci PSF v závislosti na rozostření b).

Mezi výhody prezentovaného způsobu generace rotující PFS lze zařadit čistě fázovou propustnost azimutálně vzorkované SFM a tedy vysokou energetickou účinnost celé metody. Pozitivem je také značná jednoduchost navržené masky a její snadná implementace do optického systému. Mezi nevýhody patří složitost výrazu (7), která brání podrobnější analýze rotačních efektů. Ta je poměrně obtížná a poskytuje jen přibližné vyjádření závislosti úhlu otočení PSF na hodnotě parametru rozostření [72]. Ukazuje se, že závislost rotace na rozostření je lineární jen pro malá posunutí. Úhel rotace je navíc limitován maximální hodnotou závislou na numerické apertuře. Kromě rotace je patrná také expanze intenzitní stopy, která v případě výraznějšího rozostření zcela dominuje.

### 3.2.2 Radiálně vzorkovaná spirální maska

Bodový obraz rotující v závislosti na rozostření lze získat také v případě použití radiálně vzorkované SFM. V původním návrhu ukazujícím tuto možnost je SFM rozdělena na  $N$  soustředných prstenců, jejichž vnější poloměry odpovídají Fresnelovým zónám [66]. V  $n$ -té radiální zóně je fázová propustnost dána spirální modulací určenou hodnotou topologického náboje  $l = n$ . Výsledný difrakční obrazec má jednodušnou strukturu rotující s rostoucím rozostřením. Nedostatek tohoto návrhu spočívá v nejasné pozici rotační osy, což značně komplikuje určení příčné polohy bodového předmětu i aktuální orientace PSF. Možnosti modulace provedené radiálně vzorkovanou SFM lze značně rozšířit libovolnou volbou hodnoty topologického náboje  $l_n$  v  $n$ -té radiální zóně. Funkci propustnosti modifikované SFM lze poté vyjádřit následujícím způsobem

$$S(r, \varphi) = \begin{cases} \exp(il_n\varphi), & R\sqrt{\frac{n-1}{N}} < r < R\sqrt{\frac{n}{N}}, \quad n = 1, \dots, N \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (10)$$

kde  $R$  je poloměr kruhové apertury masky.

Dosazením (10) do (4) a provedením potřebných matematických úprav lze získat intenzitní rozložení v rovině detekce v následujícím tvaru [76]

$$\begin{aligned} I'(r', \varphi') &\propto \sum_{n=1}^N J_{l_n}^2 \left( 2\pi\sqrt{\frac{n}{N}}R\frac{r'}{\lambda d} \right) \\ &+ 2 \sum_{n=1, n < n'}^N \sum_{n'=1}^N J_{l_n} \left( 2\pi\sqrt{\frac{n}{N}}R\frac{r'}{\lambda d} \right) J_{l_{n'}} \left( 2\pi\sqrt{\frac{n'}{N}}R\frac{r'}{\lambda d} \right) \\ &\times \cos \left[ (l_{n'} - l_n) \left( \varphi' + \frac{\pi}{2} \right) + (n' - n) \gamma \right], \end{aligned} \quad (11)$$

kde  $J_l$  značí Besselovy funkce prvního druhu,  $l$ -tého řádu a platí

$$\gamma = \frac{\pi}{\lambda} \Delta\Phi_R \frac{R^2}{N}. \quad (12)$$

Obdržený vztah pro bodový obraz získaný v případě radiálního vzorkování SFM poskytuje, na rozdíl od situace s azimutálním vzorkováním, možnost jednoduché analýzy rotačních vlastností souvisejících s rozostřením. Sumy ve vztahu (11) odpovídají sčítání přes všechny dvojice radiálních zón. Výsledný obraz je tak složen z dílčích příspěvků,

kteře rotují v závislosti na hodnotě parametru rozostření obsaženém v  $\gamma$ . Úhel otočení příspěvku jisté dvojice zón s pořadovými čísly  $n, n'$  a příslušnými hodnotami topologických nábojů  $l_n, l_{n'}$  je možno vyčíst z argumentu funkce kosinus ve vztahu (11) a lze jej vyjádřit změnou úhlové pozice

$$\frac{d\varphi'}{d\gamma} = -\frac{n' - n}{l_{n'} - l_n}. \quad (13)$$

Je logické, že pro získání stabilního intenzitního rozložení, které bude rotovat se změnou podélné pozice bodového předmětu, je nutné zajistit, aby pro jistou hodnotu rozostření bylo otočení všech dílčích příspěvků stejné. Toho lze docílit splněním jednoduché podmínky, která říká, že rozdíl topologických nábojů všech sousedních radiálních zón musí být stejný. Radiálně vzorkovaná SFM, která svou modulací zajistí PSF rotující se změnou rozostření, je tedy určena třemi nezávislými parametry. Počtem radiálních zón  $N$ , hodnotou topologického náboje v první zóně  $l_1$  a rozdílem topologických nábojů sousedních zón  $\Delta l$ . Topologický náboj v  $n$ -té zóně je pak dán vztahem

$$l_n = l_1 + (n - 1)\Delta l. \quad (14)$$

Provedný rozbor ukazuje, že v případě radiálního vzorkování SFM lze rotační vlastnosti PSF nejen dobře analyzovat, ale volbou tří nezávislých parametrů také vhodně ovlivňovat. Při prezentaci následujících výsledků je opět předpokládáno podélné posunutí v předmětovém prostoru  $\Delta z \neq 0$  a přesná pozice detektoru  $\Delta z' = 0$ . Numerická apertura v předmětovém prostoru je definována vztahem

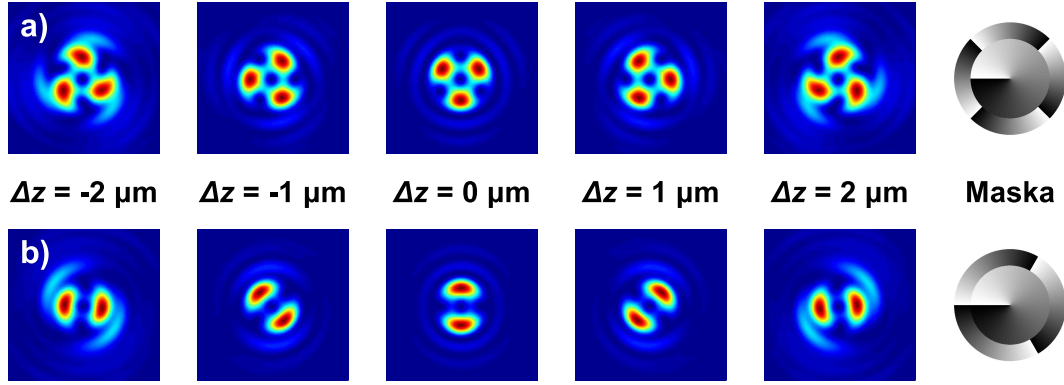
$$A = \frac{R}{\sqrt{z_0^2 + R^2}} \quad (15)$$

pro zobrazovací systém se spirální maskou ve výstupní pupile a

$$A = \frac{R}{\sqrt{f_1^2 + R^2}} \quad (16)$$

pro 4-f systém s prostorovou modulací ve Fourierově rovině. Její hodnota je opět nastavena na  $A = 0,6$  a pro vlnovou délku platí  $\lambda = 632,8$  nm.

Z argumentu funkce kosinus ve vztahu (11) je možno také vyčíst, že tvar intenzitní stopy, přesněji řečeno počet laloků PSF, je přímo



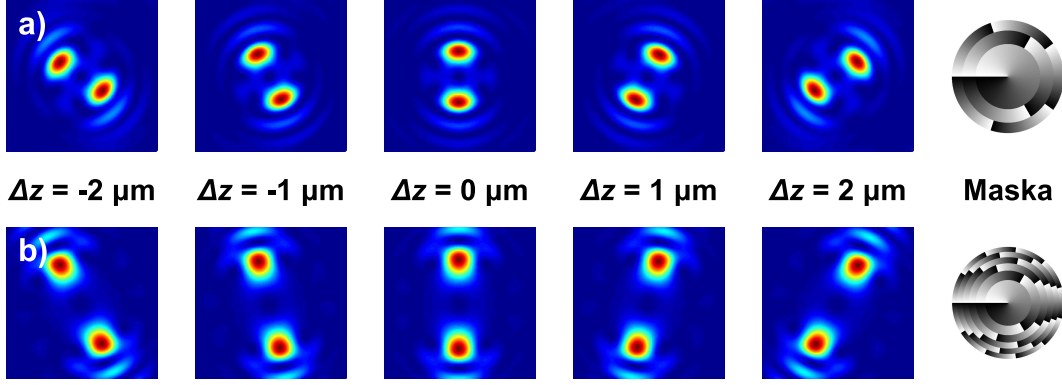
Obrázek 5: Vliv rozdílu hodnot topologických nábojů sousedních zón  $\Delta l$  na tvar PSF získané při použití radiálně vzorkované SFM. Pro masku s parametry  $N = 2$ ,  $l_1 = 1$  a  $\Delta l = 3$  má obraz bodového předmětu 3 laloky a), v případě masky s  $N = 2$ ,  $l_1 = 1$  a  $\Delta l = 2$  má PSF 2 laloky b).

určen rozdílem topologických nábojů sousedních zón  $\Delta l$  (Obr. 5). Klíčovou charakteristikou studované PSF je rychlost rotace, vyjadřující úhel otočení intenzitní struktury v závislosti na podélném posunutí předmětového bodu. Úpravou (13) za pomoci (12), (3), (2) a vyjádřením numerické apertury (15) a (16) lze získat výraz

$$\frac{d\varphi'}{d\Delta z} = -\pi \frac{A^2}{\lambda N \Delta l (1 - A^2)}. \quad (17)$$

Zde je patrné, že vedle numerické apertury a vlnové délky, které charakterizují studovaný systém, je úhel otočení PSF určen počtem radiálních zón a rozdílem topologických nábojů sousedních zón. Volbou dvou nezávislých parametrů modulační masky  $N$  a  $\Delta l$  lze tedy ovlivnit nejen počet laloků ve struktuře PSF, ale především úhel rotace v závislosti na osovém posunutí sledovaného bodového předmětu (Obr. 6).

Modulace provedená radiálně vzorkovanou SFM poskytuje v porovnání s modulací azimutálně vzorkovanou SFM řadu výhod. Propustnost modulační masky stále zůstává čistě fázová, metoda tedy vykazuje vysokou energetickou účinnost, pro určení rotačních vlastností PSF je nalezen jednoduchý analytický výraz obsahující parametry systému i modulační masky, závislost mezi úhlem rotace PSF a podélným posunutím předmětu je lineární a především, klíčové vlastnosti rotující PSF lze efektivně ovlivnit vhodnou volbou dvou nezávislých parametrů modulační masky [76].



Obrázek 6: Vliv počtu radiálních zón  $N$  na rotační vlastnosti PSF v případě modulace radiálně vzorkovanou SFM. Pro obě masky platí  $l_1 = 1$  a  $\Delta l = 2$ . Při  $N = 3$  a) je patrná dvojnásobná rotace PSF než při  $N = 6$  b).

### 3.2.3 Prstencová maska

Další možnosti zdokonalení vlastností rotující PSF představuje návrh prstencové SFM. Nedifrakční vírové svazky generované prstencovou SFM byly úspěšně využity pro 3D lokalizaci mikroobjektů v rámci metod digitální holografie [77].

Nový model v sobě zahrnuje také efekty způsobené sférickou aberací. Výchozí vztah (4) lze psát v mírně upravené formě

$$u'(r', \varphi') \propto \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} r S(r, \varphi) \exp(ik\Delta\theta_R r^2) \exp(ik\Delta\theta_{SA} r^4) \times \exp\left[i2\pi \frac{rr'}{\lambda d} \cos(\varphi' - \varphi)\right] dr d\varphi, \quad (18)$$

kde  $k$  značí vlnové číslo. Pro nově zavedený parametr rozostření platí

$$\Delta\theta_R = \frac{A_{020}}{R^2} \quad (19)$$

a parametr sférické aberace má tvar

$$\Delta\theta_{SA} = \frac{A_{040}}{R^4}. \quad (20)$$

Hodnoty  $A_{020}$  a  $A_{040}$  představují koeficienty rozostření a sférické aberace definované pro radiální pupilovou souřadnici normovanou na maximální velikost 1. Koeficient rozostření lze vyjádřit také ve tvaru

$$A_{020} = \frac{R^2}{2} \Delta\Phi_R. \quad (21)$$

Prstencovou SFM tvoří  $N$  soustředných prstenců a fázová propustnost v  $n$ -tém prstenci je určena hodnotou topologického náboje  $l_n$ . V porovnání s radiálně vzorkovanou SFM jsou prstence uvažovány jako nekonečně tenké a jejich poloměr je určen obecnou hodnotou  $r_n$ . Funkce propustnosti prstencové SFM má následující tvar

$$S(r, \varphi) = \sum_{n=1}^N \frac{\delta(r - r_n)}{r_n} \exp(i l_n \varphi + i \psi_n), \quad (22)$$

kde  $\psi_n$  značí konstantní fázový posun v  $n$ -tém prstenci.

Po dosazení (22) do (18) a provedení potřebných matematických úprav lze získat vyjádření pro intenzitu v rovině detekce [78]

$$\begin{aligned} I'(r', \varphi') &\propto \sum_{n=1}^N J_{l_n}^2\left(\frac{kr'r_n}{d}\right) \\ &+ 2 \sum_{n=1}^N \sum_{n'=n+1}^N J_{|l_n|}\left(\frac{kr'r_n}{d}\right) J_{|l_{n'}|}\left(\frac{kr'r_{n'}}{d}\right) \\ &\times \cos\left[(l_{n'} - l_n)\varphi' + (\psi_{n'} - \psi_n) + \frac{\pi}{2}(|l_{n'}| - |l_n|)\right] \\ &+ k\Delta\theta_R(r_{n'}^2 - r_n^2) + k\Delta\theta_{SA}(r_{n'}^4 - r_n^4). \end{aligned} \quad (23)$$

Vyhodnocení rotačních efektů je v prvním přiblížení stejné jako v případě radiálně vzorkované SFM. Výsledný intenzitní profil je složen z dílčích příspěvků odpovídajících sčítání přes všechny dvojice prstenců. Pro získání stálé intenzitní stopy rotující v závislosti na hodnotě parametru rozostření  $\Delta\theta_R$  je nutné, aby příspěvky jednotlivých členů byly stejné. Tento požadavek lze vyjádřit podmínkou

$$\frac{d\varphi'}{d\Delta\theta_R} = -k \frac{r_{n'}^2 - r_n^2}{l_{n'} - l_n} = \text{konst.}, \quad (24)$$

která platí v případě

$$r_n = R\sqrt{\frac{n}{N}} \quad (25)$$

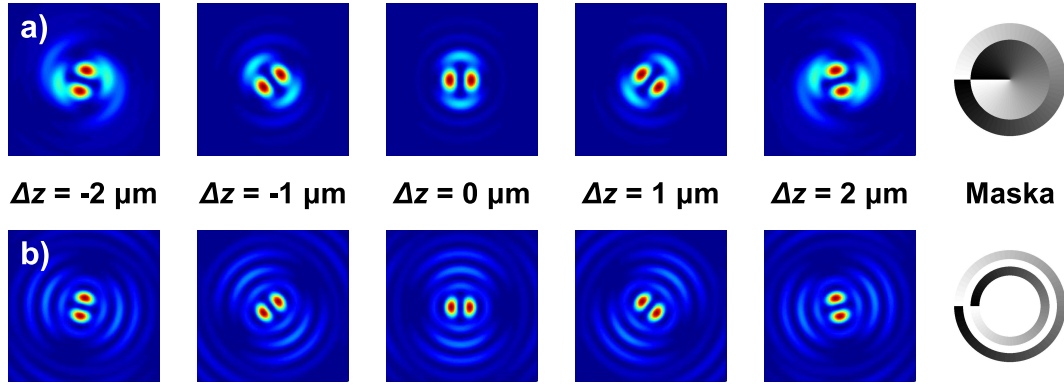
a

$$l_n = l_1 + (n - 1) \Delta l. \quad (26)$$

Z porovnání s výsledky dosaženými v předchozí kapitole pro radiálně vzorkovanou SFM je zřejmé, že pro získání stálého tvaru difrakčního obrazce rotujícího se změnou rozostření platí pro hodnoty topologických nábojů  $l_n$  v obou případech stejná podmínka a požadové poloměry prstenců odpovídají Fresnelovým zónám. Pokud jsou podmínky splněny lze rychlost rotace vyjádřit ve tvaru (17).



Získané závěry jsou na první pohled stejné jako v případě radiálně vzorkované SFM. Prstencová SFM má ovšem výhodu v delším intervalu, ve kterém je zachován stabilní tvar intenzitní stopy (Obr. 7). Při simulacích byla opět předpokládána pevná pozice detektoru  $\Delta z' = 0$  a posunutí předmětu  $\Delta z \neq 0$  při numerické apertuře  $A = 0,6$  a vlnové délce  $\lambda = 632,8$  nm.



Obrázek 7: PSF získaná modulací radiálně vzorkovanou SFM a) v porovnání s prstencovou SFM b). Pro parametry obou masek platí  $N = 2$ ,  $l_1 = -1$  a  $\Delta l = 2$ .

Rozdíl mezi prstencovou SFM a radiálně vzorkovanou SFM spočívá také ve vlivu sférické aberace. Z výrazu pro intenzitu (23) lze vyčíst, že v případě použití prstencové SFM zavádí sférická aberace pouze přidanou rotaci vyjádřenou vztahem

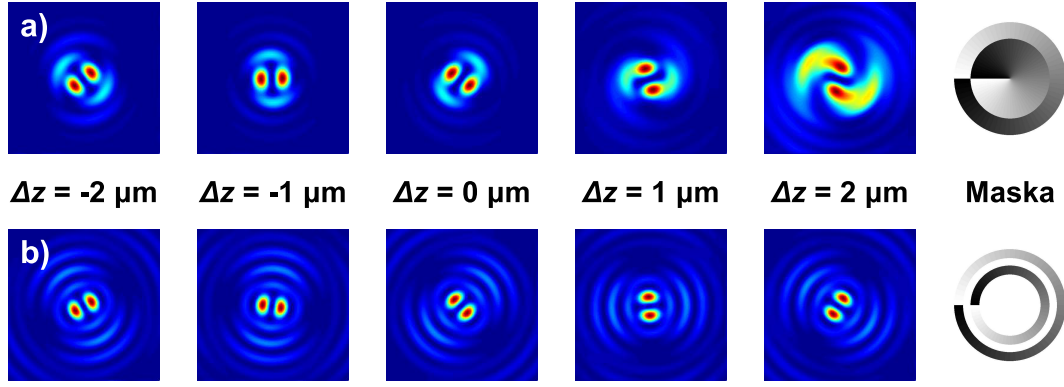
$$\varphi'_{SA_{n,n'}} = -k \frac{n' + n}{\Delta l N^2} A_{040}. \quad (27)$$

Pro prstencovou SFM s parametry  $N = 2$ ,  $l_1 = -1$  a  $\Delta l = 2$  je rotace způsobená sférickou aberací dána výrazem

$$\varphi'_{SA} = -\frac{3\pi}{4\lambda} A_{040}. \quad (28)$$

Naopak při použití radiálně vzorkované SFM způsobí sférická aberace rozpad stabilního tvaru PSF (Obr. 8).

Propustnost prstencové SFM již ale není čistě fázová, což může vést ke snížení energetické účinnosti. Pro udržení odvozených rotačních vlastností PSF pro prstencovou SFM je nutná správná volba poloměrů prstenců  $r_n$  a topologických nábojů  $l_n$ . Volným parametrem zůstává počet prstenců  $N$  a jejich šířka  $\Delta R$ . Větší počet prstenců  $N$  zvyšuje



Obrázek 8: Obdobná situace jako v (Obr. 7). V rovině modifikované SFM je navíc přidána sférická aberace určená hodnotou koeficientu  $A_{040} = 0,4\lambda$ .

energetickou účinností metody, ale vede k příčnému zvětšení intenzitní stopy a pomalejší rotaci PSF. Lepší energetické vlastnosti modulace poskytuje rovněž větší šířka prstenců  $\Delta R$ , zatímco užší  $\Delta R$  vede k většímu intervalu, ve kterém lze registrovat rotující PSF a především k výraznější odolnosti vůči sférické aberaci. Vhodnou volbou počtu prstenců a jejich šířky tak lze nastavit optimální podmínky pro konkrétní optický systém [78, 79].

### 3.3 Vírové samozobrazování

Odolnost proti sférické aberaci a prodloužení intervalu se stabilním tvarem intenzitní stopy při použití prstencové SFM jsou projevem vírového samozobrazování [78]. To je zajištěno, pokud jsou prstence nekonečně tenké a zároveň platí podmínky (25) a (26).

Parametr rozostření  $\Delta\Phi_R$  obecně zahrnuje mírné posunutí předmětu i detekční roviny (2), (3). Studovány však mohou být dva specifické případy. Dosud bylo při vyhodnocování rotačních vlastností PSF uvažováno pevné umístění detektoru  $\Delta z' = 0$  a posunutí bodového předmětu  $\Delta z \neq 0$ . V druhém specifickém případě je předpokládána přesná pozice předmětu  $\Delta z = 0$  a změna polohy detektoru  $\Delta z' \neq 0$ . V obou zmíněných situacích dochází v souvislosti s rozostřením k rotaci PSF a v obou ji lze vysvětlit pomocí vírového samozobrazování. Přesný původ rotace se však v jednotlivých případech liší.

Při pevné pozici předmětu a pohybu detektoru v optickém 4-f sys-

tému je rotace obrazu výsledkem širivého samozobrazování. V tomto případě samozobrazování vzniká skládáním nedifrakčních svazků generovaných prstencovou maskou. Divergentní sférické vlny vycházející z příslušného prstence filtrační masky jsou kolimovány čočkou  $C_2$ , což vede ke vzniku rovinných vln šířících se pod daným úhlem. Díky interferenci rovinných vln vznikne nedifrakční svazek, jehož konstanta šíření je dána projekcí vlnového vektoru do osy svazku. Pokud pro poloměry prstenců a příslušné hodnoty topologických nábojů platí (25) a (26), může být splněna podmínka vírového samozobrazení. Tento efekt se projevuje rotací intenzitní stopy během volného šíření, která je způsobena interferencí nedifrakčních svazků s různými konstantami šíření.

V případě neměnné pozice detektoru a změny polohy předmětu je rotace PSF opět výsledkem interference nedifrakčních módů, ale oproti rotaci při šíření dochází k rotaci intenzitní stopy v jedné rovině. Rotace není způsobena různými hodnotami konstant šíření, ale vzniká díky rozdílným počátečním fázím nedifrakčních svazků v rovině prostorového filtru, které jsou určeny tvarem vstupní vlnoplochy.

Při zobrazení jednou čočkou s prostorovou modulací ve výstupní pupile je situace obdobná jako v případě 4-f systému, ale komponenty výsledného obrazu představují divergentní Besselovy svazky vznikající interferencí sférických vln vycházejících z jednotlivých bodů prstenců navržené masky [80].

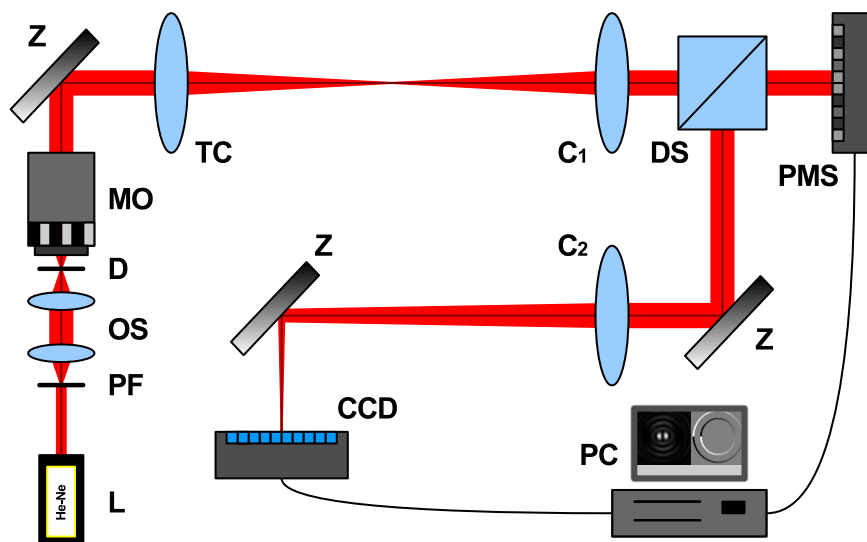
Pokud prstence přestávají být nekonečně tenké a jejich šířka se zvětšuje, tak přestávají platit podmínky pro vírové samozobrazování, což se projeví zkrácením intervalu se stabilní intenzitní stopou a zvýšeným vlivem sférické aberace.

### 3.4 Experiment

V předchozí části byl ukázán vliv různých úprav SFM na rotační vlastnosti bodového obrazu. Součástí disertační práce je také experimentální ověření získaných poznatků.

#### 3.4.1 Schéma experimentu

Ze dvou modelů použitých při matematickém výpočtu byl pro experimentální demonstraci vybrán 4-f systém (Obr. 9). Prostorově filtro-



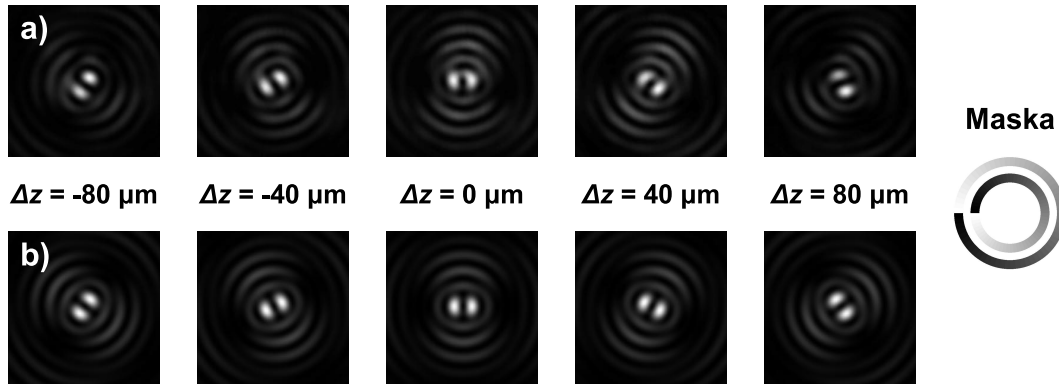
Obrázek 9: Schéma experimentu pro osovou lokalizaci bodového předmětu: L - laser, PF - prostorový filtr, OS - osvětlovací systém, D - dírka, MO - mikroobjektiv, Z - zrcátka, TC - tubusová čočka,  $C_1$ ,  $C_2$  - čočky, DS - dělič svazku, PMS - prostorový modulátor světla.

vaný svazek He-Ne laseru (20 mW, 632,8 nm) procházel dvoučočkovým osvětlovacím systémem, který umožnil efektivní prosvícení dírky o průměru  $d = 2 \mu\text{m}$ . Ta simulovala bodový předmět a mikroposuvem byl umožněn její přesný pohyb ve třech osách. Pro vytvoření obrazu byl použit mikroobjektiv (Newport 20x,  $A = 0,4$ ,  $f_0 = 9 \text{ mm}$ ) a tubusová čočka TC ( $f_t = 200 \text{ mm}$ ). Požadované modulace bylo docíleno PMS (Hamamatsu X10468, 600x800 px) nacházejícím se ve společném ohnisku čoček  $C_1$  a  $C_2$  ( $f_1 = 200 \text{ mm}$ ,  $f_2 = 400 \text{ mm}$ ) tvořících 4-f systém. Výsledný obraz byl detekován CCD kamerou (Olympus F-view II).

### 3.4.2 Výsledky experimentu

Cílem první části experimentu bylo porovnání reálných záznamů s výsledky simulací. Prostorový filtr promítnutý na aktivní ploše PMS měl podobu prstencové SFM s parametry  $N = 2$ ,  $l_1 = -1$  a  $l_2 = 1$ . Pro studium vlivu sférické aberace byla na aktivní displej PMS přidána aberační vlnoplocha, která odpovídala sférické aberaci definované hodnotou koeficientu  $A_{040}$ . K získání správných experimentálních výsledků bylo nutné mít pod kontrolou velikost numerické apertury systému. Ta není závislá pouze na numerické apertuře použitého mikroobjektivu ( $A = 0,4$ ), ale lze ji ovlivnit také velikostí masky promítnuté na aktivní

ploše PMS. Pro snímání experimentálních dat byla nastavena hodnota  $A = 0,1$ , která dobře korespondovala s citlivostí mikroposuvu. Poté byla dírka představující bodový předmět postupně umístěna do různých vzdáleností  $\Delta z$  od ohniskové roviny mikroobjektivu  $\Delta z = 0$ . Tvar získaných obrazů předmětového bodu odpovídal výsledkům numerických simulací (Obr. 10).

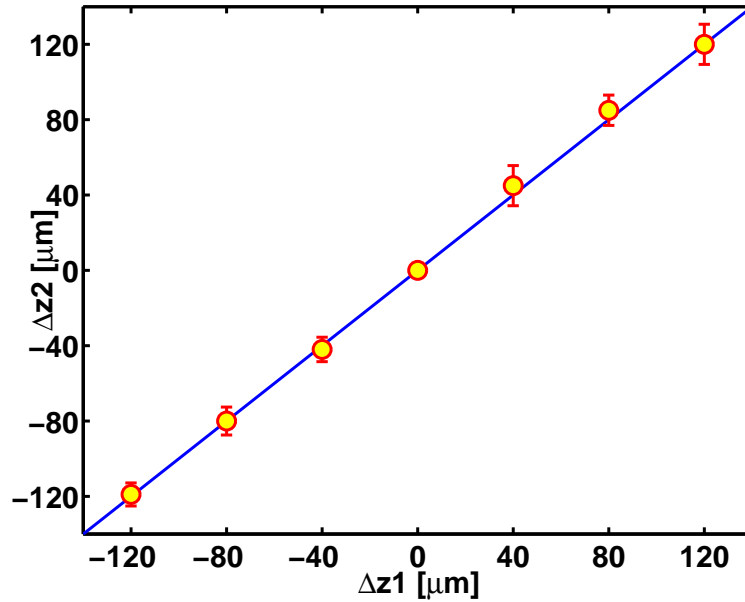


Obrázek 10: Obrazy bodového předmětu v různých podélných pozicích při použití prstencové SFM s parametry  $N = 2$ ,  $l_1 = -1$  a  $l_2 = 1$ . Experimentální data a), výsledky numerických simulací b).

Druhá část experimentu se věnovala určení podélné pozice dírky vůči referenční poloze. Pro určení podélné pozice objektu je nutné správně odečíst úhel natočení zaznamenané PSF. K tomuto účelu byla použita následující procedura. Zaznamenaná PSF byla nahrána do pracovní paměti programu Matlab. Dále byla vytvořena kopie záznamu, která byla vůči původní PSF osově překlopena. Oba snímky byly následně v malých krocích numericky otáčeny ve vzájemně opačném směru a pro každý úhel otočení byl spočítán korelační koeficient určující míru shody mezi oběma snímky. Otočení, pro které byl získaný korelační koeficient největší, bylo vyhodnoceno jako úhel rotace.

Při realizaci experimentu byla pomocí mikroposuvu s přesností  $1\mu\text{m}$  nastavena pozice dírky  $\Delta z_1$  vůči referenční poloze  $\Delta z_1 = 0$ . V každé ze 6 měřených pozic a v referenční poloze byly na CCD prvek zaznamenány PSF pro různé hodnoty koeficientu sférické aberace, která byla uměle vytvořená na PMS. Koeficient sférické aberace nabýval postupně 5 hodnot v intervalu  $A_{040} = \langle -0,4\lambda; 0,4\lambda \rangle$ . S využitím výše popsané procedury byla určena orientace dvoulaločné struktury PSF a následně vyhodnocena pozice  $\Delta z_2$  (Obr. 11). Průměrná chyba měření

(rozdíl mezi nastavenou pozicí  $\Delta z_1$  a polohou určenou vyhodnocením orientace PSF  $\Delta z_2$ ) v podélném rozsahu  $240 \mu\text{m}$  činila  $2,2 \mu\text{m}$  s odchylkou  $\pm 8,2 \mu\text{m}$ .



Obrázek 11: Vyhodnocení podélné pozice pomocí rotujícího bodového obrazu. Mikroposuvem byla nastavena pozice díry  $\Delta z_1$  vůči referenční pozici  $\Delta z_1 = 0$ . Ze zaznamenaných rotujících obrazů byla následně určena pozice  $\Delta z_2$ .

### 3.4.3 Diskuze výsledků

Průměrnou odchylku měření  $\pm 8,2 \mu\text{m}$  lze považovat za reálnou rozlišovací schopnost metody v podélném směru. Tu lze teoreticky zvýšit větší hodnotou numerické apertury. Přepočítat rozlišovací schopnost pro systém s vyšší numerickou aperturou je možné podle vztahu (17). Například pro numerickou aperturu  $A = 0,9$  vychází rozlišovací schopnost  $\pm 19,4 \text{ nm}$ , což je hodnota srovnatelná s výsledky jiných prací zabývajících se třírozměrnou lokalizací mikročástic [59, 65, 67, 81].

Hlavní výhody rotující PSF generované prstencovou SFM představuje především odolnost proti sférické aberaci a prodloužení podélného rozsahu, ve kterém je bodový předmět možné přesně lokalizovat.

Podélný rozsah metody je možné charakterizovat jako velikost posunutí sledovaného bodu, které způsobí rotaci dvoulaločné difrakční stopy o  $\pi$ . Podle vztahu (17) je pro systém s prstencovou SFM s parametry  $N = 2$ ,  $\Delta l = 2$ ,  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  a numerickou aperturou  $A = 0,1$

možné vyčíslit hodnotu  $\Delta d = 250 \mu\text{m}$ . Získanou vzdálenost lze porovnat s hloubkou ostrosti, jakou by daný systém měl bez provedené spirální modulace. Hloubku ostrosti standardního optického systému je možné určit pomocí Strehlova kritéria, které vyjadřuje poměr osové intenzity v centru difrakčního obrazce s intenzitou v centru Airyho disku vytvořeného fyzikálně dokonalým zaostřeným systémem. Maximální přípustné posunutí předmětového bodu je dané hodnotou Strehlova kritéria 0,8 a je rovno  $\Delta s = \pm\lambda / (2A^2)$ . Celý podélný rozsah je pak dán dvojnásobkem této vzdálenosti  $\Delta d = 2\Delta s = \lambda / (A^2)$ . Pro uvažovaný systém vychází  $\Delta d = 63 \mu\text{m}$ . Z uvedeného plyne, že osovou pozici mikroobjektu je možné jednoznačně určit v podélném rozsahu, který 4x překračuje hloubku ostrosti určenou Strehlovým kritériem.

Výsledky experimentu rovněž dokazují, že přesnost určení podélné pozice v celém podélném intervalu není ovlivněna přítomností sférické aberace. Pro všechny použité hodnoty koeficientu sférické aberace spadající do intervalu  $A_{040} = \langle -0,4\lambda; 0,4\lambda \rangle$  je zachována lineární závislost mezi úhlem otočení PSF a délkou podélného posunutí bodového předmětu. Toto tvrzení neplatí pro původní metodu, kde je rotující PSF vytvářena maskou vzniklou vhodnou superpozicí LG módů [82]. Zde přítomnost sférické aberace ovlivňuje tvar křivky určující závislost mezi orientací PSF a podélnou pozicí sledovaného předmětu.

## 4 Závěr

Disertační práce poskytuje přehled základních poznatků z oblasti studia světelných vírů. Postupně jsou popsány vlastnosti optických vírových polí, současné možnosti jejich generace a způsoby detekce. Zvláštní pozornost je soustředěna na praktické využití světelných vírů v optických mikromanipulacích, při kódovaném přenosu informace a v optických zobrazovacích systémech.

V práci jsou řešeny dílčí úkoly, jejichž zvládnutí bylo nutné k úspěšné realizaci hlavního experimentu. Jednalo se o nalezení optimálního způsobu provedení spirální fázové modulace, ověření možnosti adaptivní kompenzace vlnových aberací pomocí PMS a stavbu experimentální sestavy, která umožní spirální fázovou modulaci v rámci zobrazovacího systému. Všechny zmíněné postupy mají potenciál být využity během budoucích experimentů v laboratoři digitální optiky na katedře optiky v Olomouci.

Jeden z vedlejších cílů práce představovala stavba kompaktního mikroskopu, jehož součástí je PMS, který umožní adaptivní korekci vlnových aberací plošného předmětu a zavedení moderních technik světelné mikroskopie. Oproti jiným mikroskopům s PMS se prezentovaný návrh lišil snahou postavit celý systém tak, aby jeho fyzické rozměry byly co nejmenší. Nejdelší rozměr postaveného mikroskopu nepřesáhl délku 30 cm a v rámci ověření jeho činnosti byla úspěšně realizována korekce aberací plošného předmětu.

Hlavní přínos práce spočívá v návrhu nové metody pro třírozměrou lokalizaci mikročastic, která nachází uplatnění ve fluorescenční mikroskopii a biologickém výzkumu. Podélná pozice pozorovaného mikroobjektu je určena na základě orientace rotačně nesymetrického bodového obrazu rotujícího v závislosti na rozostření systému. Požadovaných vlastností zobrazení je dosaženo vhodně provedenou spirální fázovou modulací. Teoreticky i experimentálně bylo ověřeno, že v porovnání s výsledky jiných prací má prezentovaná metoda následující výhody:

- Metoda je odolná vůči sférické aberaci, která neovlivní přesnost určení podélné vzdálenosti vzhledem k referenční pozici.
- Struktura modulační masky vychází z přímých úprav SFM a vhod-



nou volbou parametrů lze nastavit optimální vlastnosti rotující PSF pro daný systém.

- Lokalizaci mikroobjektů lze provádět v širokém podélném rozsahu, který několikanásobně překračuje hloubku ostrosti, jakou by měl daný systém při standardním zobrazení.
- Rotující bodový obraz vykazuje během rotace vysokou stabilitu tvaru a velikosti.

Dosažené výsledky mohou být využity pro přesnější 3D lokalizaci fluorescenčních částic nebo slabě rozptylujících transparentních mikroobjektů. Provedené úpravy modulační masky rovněž usnadňují případnou implementaci navržené metody do konvenčního světelného mikroskopu.

## 5 Seznam vlastních publikací

- M. Baranek, P. Bouchal, M. Siler, Z. Bouchal, Aberration resistant axial localization using a self-imaging of vortices, *Opt. Express* 23, 15316-15331 (2015).
- M. Baranek, Z. Bouchal, Rotating vortex imaging implemented by a quantized spiral phase modulation, *J. Europ. Opt. Soc. Rap. Public.* 8, 13017 (2013).
- T. Haist, M. Hasler, W. Osten, M. Baranek, Programmable microscopy, *Multidimensional imaging*, Wiley, 153-174 (2014).
- M. Baranek, P. Bouchal, Z. Bouchal, Self-imaging of optical vortices for 3d localization and wavefront assessment, *Digital Holography and Three-Dimensional Imaging*, Conference Paper DW2A.12 (2015).
- M. Baranek, Z. Bouchal, Optimizing the rotating point spread function by SLM aided spiral phase modulation, *Proc. SPIE* 9441, 94410N (2014).
- M. Baranek, Z. Bouchal, Rotating point spread function in spiral phase contrast imaging with discrete phase modulation, *Proc. SPIE* 8697, 86970Q (2012).
- M. Baranek, Z. Bouchal, Využití spirální fázové modulace v optických zobrazovacích systémech, *JMO* 59, 214-217 (2014).

## Reference

- [1] M. Berry, Making waves in physics, *Nature* 403, 21 (2000).
- [2] M.R. Dennis, K. O'Holleran, M.J. Padgett, Singular optics: optical vortices and polarization singularities, *Prog. Opt.* 53, 293-363 (2009).
- [3] O. Angelsky, A. Mokhun, I. Mokhun, M. Soskin, The relationship between topological characteristics of component vortices and polarization singularities, *Opt. Comm.* 207, 57-65 (2002).
- [4] F. Flossmann, K. O'Holleran, M.R. Dennis, M.J. Padgett, Polarization singularities in 2D and 3D speckle fields, *Phys. Rev. Lett.* 100, 203902 (2008).
- [5] J.F. Nye, M.V. Berry, Dislocations in wave trains, *Proc. R. Soc. Lond. A* 336, 165-190 (1974).
- [6] I.V. Basistiy, M.S. Soskin, M.V. Vasnetsov, Optical wavefront dislocations and their properties, *Opt. Comm.* 119, 604-612 (1995).
- [7] P. Couillet, L. Gil, F. Rocca, Optical vortices, *Opt. Comm.* 73, 403-408 (1989).
- [8] M. Berry, Singularities in waves and rays, *Les Houches, Session XXXV*, North-Holland, 453-543 (1981).
- [9] M. Berry, *Rays, wavefronts and phase: a picture book of cusps, Huygens' principle 1690-1990: theory and applications*, Elsevier, 97-111 (1992).
- [10] L. Allen, M.J. Padgett, M. Babiker, The orbital angular momentum of light, *Prog. Opt.* 39, 291-372 (1999).
- [11] L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, J.P. Woerdman, Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes, *Phys. Rev. A* 45, 8185-8189 (1992).
- [12] Z. Bouchal, V. Kollarova, P. Zemanek, T. Cizmar, Orbital angular momentum of mixed vortex beams, *Proc. SPIE* 6609, 660907 (2007).

- [13] Z. Bouchal, P. Bouchal, Optické víry aneb jak roztočit světlo, Čs. čas. fyz. 65, 351-354 (2015).
- [14] M.W. Beijersbergen, L. Allen, H.E.L.O. van der Veen, J.P. Woerdman, Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum, Opt. Comm. 96, 123-132 (1993).
- [15] J. Courtial, M.J. Padgett, Performance of a cylindrical lens mode converter for producing Laguerre-Gaussian laser modes, Opt. Comm. 159, 13-18 (1999).
- [16] V.Y. Bazhenov, M.V. Vasnetsov, M.S. Soskin, Laser beams with screw dislocations in their wavefronts, JETP Lett. 52, 429-431 (1990).
- [17] M.W. Beijersbergen, R.P.C. Coerwinkel, M. Kristensen, J.P. Woerdman, Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate, Opt. Comm. 112, 321-327 (1994).
- [18] A.S. Ostrovsky, C. Rickenstorff-Parrao, V. Arrizon, Generation of the "perfect" optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator, Opt. Lett. 38, 534-536 (2013).
- [19] Z. Bouchal, R. Celechovsky, G.A. Swartzlander, Spatially localized vortex structures, Localized waves, Wiley, 339-365 (2008).
- [20] K. Murphy, D. Burke, N. Devaney, Ch. Dainty, Experimental detection of optical vortices with a Shack-Hartmann wavefront sensor, Opt. Express 18, 15448-15460 (2010).
- [21] B. Stoklasa, L. Motka, J. Rehacek, Z. Hradil, L.L. Sanchez-Soto, Wavefront sensing reveals optical coherence, Nature Comm. 5, 3275 (2014).
- [22] R.A. Beth, Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light, Phys. Rev. 50, 115-125 (1936).
- [23] A. Ashkin, Acceleration and trapping of particles by radiation pressure, Phys. Rev. Lett. 24, 156-159 (1970).
- [24] A. Ashkin, J.M. Dziedzic, J.E. Bjorkholm, S. Chu, Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles, Opt. Lett. 11, 288-300 (1986).

- [25] H. He, M.E.J. Friese, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity, *Phys. Rev. Lett.* 75, 826-829 (1995).
- [26] A.T. O’Neil, I. MacVicar, L. Allen, M.J. Padgett, Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam, *Phys. Rev. Lett.* 88, 053601 (2002).
- [27] A.T. O’Neil, M.J. Padgett, Three-dimensional optical confinement of micron-sized metal particles and the decoupling of the spin and orbital angular momentum within an optical spanner, *Opt. Comm.* 185, 139-143 (2000).
- [28] M. Dienerowitz, M. Mazilu, P.J. Reece, T.F. Krauss, K. Dholakia, Optical vortex trap for resonant confinement of metal nanoparticles, *Opt. Express* 16, 4991-4999 (2008).
- [29] Z. Bouchal, R. Celechovsky, Mixed vortex states of light as information carriers, *New J. Phys.* 6, 131 (2004).
- [30] G. Gibson, J. Courtial, M.J. Padgett, M. Vasnetsov, V. Pasko, S.M. Barnett, S. Franke-Arnold, Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum, *Opt. Express* 12, 5448-5456 (2004).
- [31] R. Celechovsky, Z. Bouchal, Generation of variable mixed vortex fields by a single static hologram, *J. Mod. Opt.* 53, 473-480 (2006).
- [32] R. Celechovsky, Z. Bouchal, Optical implementation of the vortex information channel, *New J. Phys.* 9, 328 (2007).
- [33] G. Gbur, R.K. Tyson, Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation, *J. Opt. Soc. Am. A* 25, 225-230 (2008).
- [34] I.B. Djordjevic, M. Arabaci, LDPC-coded orbital angular momentum modulation for free-space optical communication, *Opt. Express* 18, 24722-24728 (2010).
- [35] I.B. Djordjevic, Deep-space and near-Earth optical communications by coded orbital angular momentum modulation, *Opt. Express* 19, 14277-14289 (2011).

- [36] J. Wang, J.Y. Yang, I.M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, A.E. Willner, Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing, *Nature Photon.* 6, 488-496 (2012).
- [37] A. Jesacher, A. Schwaighofer, S. Furhapter, C. Maurer, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Wavefront correction of spatial light modulators using an optical vortex image, *Opt. Express* 15, 5801-5808 (2007).
- [38] R.W. Gerchberg, W.O. Saxton, A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures, *Optik* 35, 237246 (1972).
- [39] I. Yamaguchi, T. Zhang, Phase-shifting digital holography, *Opt. Lett.* 22, 1268-1270 (1997).
- [40] Ch.S. Guo, X. Cheng, X.Y. Ren, J.P. Ding, H.T. Wang, Optical vortex phase-shifting digital holography, *Opt. Express* 12, 5166-5171 (2004).
- [41] J. Rosen, G. Brooker, Digital spatially incoherent Fresnel holography, *Opt. Lett.* 32, 912-914 (2007).
- [42] P. Bouchal, Z. Bouchal, Selective edge enhancement in three-dimensional vortex imaging with incoherent light, *Opt. Lett.* 37, 2949-2951 (2012).
- [43] J. Masajada, M. Leniec, I. Augustyniak, Optical vortex scanning inside the Gaussian beam, *J. Opt.* 13, 035714 (2011).
- [44] J. Masajada, I. Augustyniak, A. Popiolek-Masajada, Optical vortex dynamics induced by vortex lens shift-optical system error analysis, *J. Opt.* 15, 044031 (2013).
- [45] M.W. Davidson, M. Abramowitz, Optical microscopy, *Encycl. Imaging Sci. Technol.* 2, 1106-1140 (2002).
- [46] F. Zernike, How I discovered phase contrast, *Science* 121, 345-349 (1955).
- [47] Ch. Preza, D.L. Snyder, J.A. Conchello, Theoretical development and experimental evaluation of imaging models for differential-interference-contrast microscopy, *J. Opt. Soc. Am. A* 16, 2185-2199 (1999).

- [48] M. Warber, S. Zwick, M. Hasler, T. Haist, W. Osten, SLM-based phase-contrast filtering for single and multiple image acquisition, Proc. SPIE 7442, 74420E (2009).
- [49] C. Maurer, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, What spatial light modulators can do for optical microscopy, Laser Photon. Rev. 5, 81-101 (2011).
- [50] Ch.J. Mann, L. Yu, Ch.M. Lo, M.K. Kim, High-resolution quantitative phase-contrast microscopy by digital holography, Opt. Express 13, 8693-8698 (2005).
- [51] L. Lovicar, J. Komrska, R. Chmelik, Quantitative-phase-contrast imaging of a two-level surface described as a 2D linear filtering process, Opt. Express 18, 20585-20594 (2010).
- [52] L. Camacho, V. Mico, Z. Zalevsky, J. Garcia, Quantitative phase microscopy using defocusing by means of a spatial light modulator, Opt. Express 18, 6755-6766 (2010).
- [53] Z. Wang, L. Millet, M. Mir, H. Ding, S. Unarunotai, J. Rogers, M.U. Gillette, G. Popescu, Spatial light interference microscopy, Opt. Express 19, 1016-1026 (2011).
- [54] S. Furhapter, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Spiral phase contrast imaging in microscopy, Opt. Express 13, 689-694 (2005).
- [55] A. Jesacher, S. Furhapter, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Spiral interferogram analysis, J. Opt. Soc. Am. A 23, 1400-1409 (2006).
- [56] A. Jesacher, S. Furhapter, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Shadow effects in spiral phase contrast microscopy, Phys. Rev. Lett. 94, 233902 (2005).
- [57] G. Situ, G. Pedrini, W. Osten, Spiral phase filtering and orientation-selective edge detection/enhancement, J. Opt. Soc. Am. A 26, 1788-1797 (2009).
- [58] S. Bernet, A. Jesacher, S. Furhapter, C. Maurer, M. Ritsch-Marte, Quantitative imaging of complex samples by spiral phase contrast microscopy, Opt. Express 14, 3792-3805 (2006).

- [59] F. Verpillat, F. Joud, P. Desbiolles, M. Gross, Dark-field digital holographic microscopy for 3D-tracking of gold nanoparticles, *Opt. Express* 19, 26044-26055 (2011).
- [60] M. Speidel, A. Jonas, E. Florin, Three-dimensional tracking of fluorescent nanoparticles with subnanometer precision by use of off-focus imaging, *Opt. Lett.* 28, 69-71 (2003).
- [61] H.P. Kao, A.S. Verkman, Tracking of single fluorescent particles in three dimensions: use of cylindrical optics to encode particle position, *Biophys. J.* 67, 1291-1300 (1994).
- [62] A. Greengard, Y.Y. Schechner, R. Piestun, Depth from diffracted rotation, *Opt. Lett.* 31, 181-183 (2006).
- [63] Y.Y. Schechner, R. Piestun, J. Shamir, Wave propagation with rotating intensity distributions, *Phys. Rev. E* 54, 50-53 (1996).
- [64] S.R.P. Pavani, R. Piestun, High-efficiency rotating point spread functions, *Opt. Express* 16, 3484-3489 (2008).
- [65] M.D. Lew, S.F. Lee, M. Badieirostami, W.E. Moerner, Corkscrew point spread function for far-field three-dimensional nanoscale localization of pointlike objects, *Opt. Lett.* 36, 202-204 (2011).
- [66] S. Prasad, Rotating point spread function via pupil-phase engineering, *Opt. Lett.* 38, 585-587 (2013).
- [67] C. Roider, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, Axial superlocalisation using rotating point spread functions shaped by polarisation-dependent phase modulation, *Opt. Express* 22, 4029-4037 (2014).
- [68] R. van Noorden, Insider view of cells scoops Nobel, *Nature* 514, 286 (2014).
- [69] M. Baranek, Z. Bouchal, Využití spirální fázové modulace v optických zobrazovacích systémech, *JMO* 59, 214-217 (2014).
- [70] T. Haist, M. Hasler, W. Osten, M. Baranek, Programmable microscopy, *Multidimensional imaging*, Wiley, 153-174 (2014).
- [71] J.W. Goodman, *Introduction to Fourier optics*, Mc Graw-Hill (1996).



- [72] M. Baranek, Z. Bouchal, Rotating vortex imaging implemented by a quantized spiral phase modulation, *J. Europ. Opt. Soc. Rap. Public.* 8, 13017 (2013).
- [73] Ch.S. Guo, D.M. Xue, Y.J. Han, J. Ding, Optimal phase steps of multi-level spiral phase plates, *Opt. Comm.* 268, 235-239 (2006).
- [74] I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik, *Tables of Integrals, Sums, Series and Products*, Academic Press (1965).
- [75] M. Baranek, Z. Bouchal, Rotating point spread function in spiral phase contrast imaging with discrete phase modulation, *Proc. SPIE* 8697, 86970Q (2012).
- [76] M. Baranek, Z. Bouchal, Optimizing the rotating point spread function by SLM aided spiral phase modulation, *Proc. SPIE* 9441, 94410N (2014).
- [77] P. Bouchal, Z. Bouchal, Non-iterative holographic axial localization using complex amplitude of diffraction-free vortices, *Opt. Express* 22, 30200-30216 (2014).
- [78] M. Baranek, P. Bouchal, M. Siler, Z. Bouchal, Aberration resistant axial localization using a self-imaging of vortices, *Opt. Express* 23, 15316-15331 (2015).
- [79] M. Baranek, P. Bouchal, Z. Bouchal, Self-imaging of optical vortices for 3d localization and wavefront assessment, *Digital Holography and Three-Dimensional Imaging*, Conference Paper DW2A.12 (2015).
- [80] Z. Bouchal, Physical principle of experiments with pseudo-nondiffracting beams, *Czech. J. Phys.* 55, 1223-1236 (2005).
- [81] S.R.P. Pavani, R. Piestun, Three dimensional tracking of fluorescent microparticles using a photon-limited double-helix response system, *Opt. Express* 16, 22048-22057 (2008).
- [82] S. Ghosh, Ch. Preza, Characterization of a three-dimensional double-helix point-spread function for fluorescence microscopy in the presence of spherical aberration, *J. Biomed. Opt.* 18, 036010 (2013).