



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

## PROUDĚNÍ S VOLNOU HLADINOU

FLOW IN CHANNELS WITH OPEN WATER LEVEL

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Miroslav Palička

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.

BRNO 2018



## Zadání bakalářské práce

Ústav: Energetický ústav  
Student: **Miroslav Palička**  
Studijní program: Strojírenství  
Studijní obor: Základy strojního inženýrství  
Vedoucí práce: **doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.**  
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### Proudění s volnou hladinou

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Výpočty proudění kapaliny v kanálech s volnou hladinou, kde bude analyzován profil rychlosti, proudění podkritické (říční), kritické a nadkritické (bystřinné).

Problematika proudění s volnou hladinou bude zahrnovat určení rozměru energeticky nejvýhodnějšího průřezu, výpočet průtoku (konzumční křivky).

Student se seznámí s bezrozměrnými čísly, Coriolisovým a Boussinesqueovým pro jejich použití v hlavních výpočtech pro beztlakové proudění kapaliny v korytech (s volnou hladinou).

#### **Cíle bakalářské práce:**

Výpočty proudění s volnou hladinou v přivaděčích k vodním elektrárnám.

#### **Seznam doporučené literatury:**

MĀSIAR, Ernest. Hydraulika II. Bratislava: Slovenská vysoká škola technická, 1986. Učební texty vysokých škol.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18

V Brně, dne

L. S.

---

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Táto práca sa zaoberá ustáleným prúdením vody s voľnou hladinou v korytách rôznych prierezov. Hlavný dôraz bol kladený na matematické odvodenie závislostí pre najvýhodnejší stav hladiny s ohľadom na rýchlosť a prietok, grafické znázornenie týchto závislostí a numerické potvrdenie výsledkov. V závere sú tieto výsledky zhodnotené a interpretované pre reálne prípady použitia.

## **Kľúčové slová**

Voľná hladina, beztlakové prúdenie, Chézyho rovnica, Newtonova metóda, hydraulický polomer.

## **Abstract**

This bachelor thesis deals with steady water flow, in open channels with different cross-sections. The main aim was mathematical derivation of relations for the most favorable water level, graphic representation of those relations and numerical confirmation of results. Practical use and evaluation of results are summarized in conclusion.

## **Key Words**

Open water level, pressureless flow, Chézy formula, Newton's method, hydraulic radius.

## **Bibliografická citácia**

PALIČKA, M. *Proudění s volnou hladinou*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 44 s. Vedoucí bakalářské práce Doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc..

## **Prehlásenie**

Prehlasujem, že som bakalársku prácu na tému Prúdenie s voľnou hladinou vypracoval samostatne s použitím odbornej literatúry a prameňov, uvedených v zozname použitej literatúry.

19. mája 2018

.....  
Palička Miroslav

## **Pod'akovanie**

Týmto spôsobom by som chcel poďakovať Doc. Ing. Miloslavovi Haluzovi, CSc. za rady a pripomienky pri písaní bakalárskej práce.



## Obsah

Úvod.....	12
1. Podmienky prúdenia s voľnou hladinou .....	13
1.1. Ustálený, rovnomerný pohyb v otvorenom koryte .....	13
1.2. Prizmatické koryto.....	13
1.3. Sklon koryta .....	13
2. Odvodenie Chézyho rovnice .....	14
3. Chézyho rýchlostný súčiniteľ.....	16
3.1. Exponenciálne vzťahy .....	16
3.1.1. Manningova rovnica .....	17
3.1.2. Forchheimerova rovnica.....	17
3.1.3. Pavlovského rovnica .....	17
3.2. Logaritmické vzťahy .....	17
3.2.1. Colebrook-Whitova rovnica .....	17
3.2.2. Agroskinova rovnica.....	18
3.3. Ostatné súčinitele .....	18
3.3.1. Ganguillet-Kutterova rovnica.....	18
4. Aplikácia Chézyho rovnice na rôzne tvary kanálov .....	19
4.1. Kruhový profil .....	19
4.1.1. Prietoková plocha $S$ .....	19
4.1.2. Omočený obvod $O$ .....	20
4.1.3. Hydraulický polomer $R$ .....	20
4.1.4. Maximum hydraulického polomeru pre kruhový profil .....	21
4.1.5. Rýchlosť prietoku $v$ podľa Chézyho .....	22
4.1.6. Maximum prierezovej rýchlosti $v$ a hydraulického polomeru $R$ pre kruhový profil .....	22
4.1.7. Prietok $Q$ .....	24
4.1.8. Maximum prietoku $Q$ .....	25
4.2. Obdĺžnikový profil.....	26
4.2.1. Prietoková plocha $S$ .....	26
4.2.2. Omočený obvod $O$ .....	27
4.2.3. Hydraulický polomer $R$ .....	27
4.2.4. Prierezová rýchlosť $v$ podľa Chézyho rovnice .....	28
4.2.5. Prietok $Q$ .....	29
4.3. Klenbový profil .....	30

4.3.1.	Prietočná plocha $S$ .....	31
4.3.1.1.	Interval 1 .....	31
4.3.1.2.	Interval 2 .....	31
4.3.1.3.	Prechod medzi intervalmi .....	32
4.3.1.4.	Celková prietočná plocha .....	33
4.3.2.	Omočený obvod $O$ .....	33
4.3.2.1.	Interval 2 .....	33
4.3.2.2.	Interval 2 .....	33
4.3.2.3.	Prechod medzi intervalmi .....	33
4.3.2.4.	Celkový omočený obvod.....	34
4.3.3.	Hydraulický polomer klenbového profilu .....	34
4.3.3.1.	Interval 2 .....	34
4.3.3.2.	Interval 2 .....	34
4.3.3.3.	Celkový hydraulický polomer .....	35
4.3.4.	Prietočná rýchlosť $v$ podľa Chézyho rovnice .....	35
4.3.4.1.	Interval 1 .....	35
4.3.4.2.	Interval 2 .....	35
4.3.4.3.	Celková prietočná rýchlosť .....	36
4.3.5.	Prietok $Q$ .....	36
4.3.5.1.	Interval 1 .....	36
4.3.5.2.	Interval 2 .....	36
4.3.5.3.	Celkový prietok .....	37
5.	Hydraulicky najvýhodnejší prierez .....	38
5.1.	Definícia hydraulicky najvýhodnejšieho prierezu .....	38
5.2.	Obdĺžnikový profil .....	38
5.3.	Kruhový profil.....	39
	Záver .....	41
	Zoznam použitých zdrojov .....	42
	Zoznam obrázkov .....	43
	Zoznam grafov.....	44

## Úvod

Prúdenie kvapalín je vo všeobecnosti veľmi zložitý a obširny problém. Aby bolo možno rozprávať o ustálenom prúdení s voľnou hladinou, musí byť splnených niekoľko podmienok:

- pohyb je ustálený – Prietok „ $Q$ “ je konštantný,
- pohyb je rovnomerný – Stredná rýchlosť prúdu „ $v$ “ je konštantná,
- koryto je prizmatické – nemení svoj prierez po dĺžke,
- sklon koryta je vo všetkých bodoch kanálu nemenný.

Pokiaľ sú splnené tieto podmienky, obyčajne trojrozmerné, turbulentné prúdenie je zjednodušené na jednorozmerný problém. Vďaka tomuto zjednodušeniu je použiteľná Chézyho rovnica, ktorá popisuje rýchlosť beztlakového prúdenia kvapaliny v koryte. Táto práca je rozdelená na tri hlavné časti.

V prvej časti sú zhrnuté teoretické poznatky a závislosti v oblasti prúdenia s voľnou hladinou, Chézyho rovnice a jej rýchlostného súčiniteľa „ $C$ “.

Tento teoretický základ je ďalej rozvinutý v druhej časti práce pre tri rôzne profily kanálu.

V poslednej časti je definovaný hydraulicky najvýhodnejší prierez s praktickou aplikáciou týchto poznatkov na kruhový a obdĺžnikový prierez.

# 1. Podmienky prúdenia s voľnou hladinou

## 1.1. Ustálený, rovnomerný pohyb v otvorenom koryte

Ak je zvažovaný pohyb tekutiny v koryte s voľnou hladinou, prietok  $Q$  a stredná prietoková rýchlosť  $v$  sú všeobecne funkciami času a dráhy. Pre túto prácu bude podstatný ustálený, rovnomerný pohyb. Pre tento pohyb platí, že aj prietok  $Q$  aj stredná rýchlosť prúdu  $v$  sú konštantné. Rovnomerný pohyb však môže vzniknúť len v prizmatických korytách. [1]

## 1.2. Prizmatické koryto

Pre vytvorenie rovnomerného, ustáleného prúdenia je veľmi podstatný tvar koryta. Prúdenie s týmito vlastnosťami je možné dosiahnuť len v hranolových alebo valcových korytách, ktoré po celej dráhe nemenia svoj priečny prierez a ich drsnosť je v každej časti profilu rovnaká. [1]

## 1.3. Sklon koryta

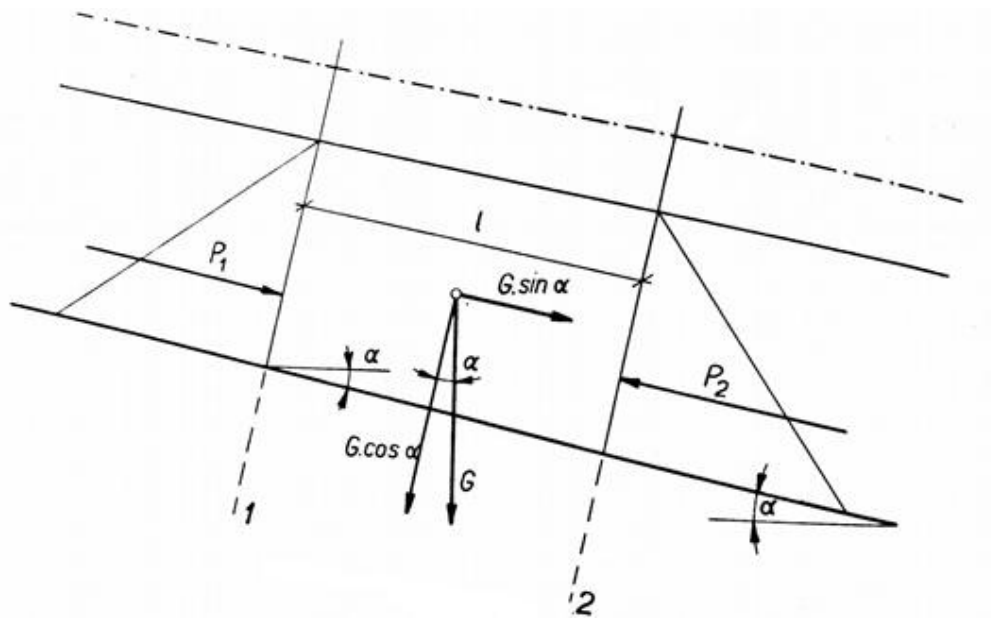
Pozdĺžny sklon prizmatického koryta  $i_o$  je uhol odchýlenia vytvárajúcej priamky od vodorovnej roviny. Tento uhol by mal byť vo všetkých častiach koryta rovnaký a zároveň každý priečny prierez by mal mať vodorovnú hladinu, a teda priečny sklon koryta musí byť nulový. Inak nemôže byť zaručený rovnomerný pohyb. Pozdĺžny sklon koryta je často veľmi malý a preto sa pri výpočtoch pre zjednodušenie uvažuje  $\tan \alpha = \alpha = i_o$ , aj napriek malej numerickej chybe. [1]

## 2. Odvodenie Chézyho rovnice

Rovnováha zotrvačných a externých síl v kvapaline:  
Keďže pri akomkoľvek pohybe musia platiť základné dynamické zákony, aj pri prúdení tekutín možno uplatniť druhý Newtonov zákon. [1]

$$\sum F = m * a \quad (1.2)$$

Keďže sa jedná o ustálené prúdenie, zrýchlenie  $a = 0$ , teda suma síl sa musí rovnať nule.



Obrázok č. 1 Silová rovnováha v koryte

Na obrázku č. 1 je znázornená silová rovnováha jedného úseku koryty. Vzhľadom na to, že koryto je otvorené, na prierez 1 aj 2 pôsobí rovný tlak  $P_1 = P_2$  a tlakové zložky síl sa navzájom vykrátia. Zložka tiažovej sily kolmá na dno  $G * \cos \alpha$  a normálová sila od podložky sú rovné, opačne orientované a taktiež sa vykrátia. [1]

Druhá zložka tiažovej sily,  $G * \sin \alpha$  pôsobí v smere pohybu. Aby bola rovnováha síl platná, oproti tejto zložke musí pôsobiť rovnako veľká sila trenia  $F_t$ , spôsobená viskozitou kvapaliny. Možno teda napísať:

$$G * \sin \alpha = S * l * \rho * g * i_o = F_t, \quad (2.2)$$

kde

$$F_t = \tau_0 * O * l, \quad (3.2)$$

pričom stredná sila trenia pre jednotku plochy

$$\tau_0 = C_t * \rho * \frac{v^2}{2}. \quad (4.2)$$

$C_t$  je súčiniteľ trenia. Po úprave tejto rovnosti je zrejmé, že rýchlosť

$$v = \sqrt{\frac{2 * g}{C_t}} * \sqrt{\frac{S}{O} * i_0}. \quad (5.2)$$

Podiel prietochnej plochy a omočeného obvodu

$$\frac{S}{O} = R, \quad (6.2)$$

bude hydraulickým polomerom, a

$$\sqrt{\frac{2 * g}{C_t}} = C, \quad (7.2)$$

je Chézyho rýchlostný súčiniteľ. Z toho teda vyplýva, že vzťah pre rýchlosť prúdenia s voľnou hladinou bude

$$v = C * \sqrt{R * i_0}, \quad (8.2)$$

ktorý je nazývaný Chézyho rovnica. Túto rovnici odvodil Francúz Antoine de Chézy v roku 1775. [1]

### 3. Chézyho rýchlostný súčiniteľ

Chézyho rýchlostný súčiniteľ v podstate vyjadruje celkový hydraulický odpor koryta, ktorý je daný radou zložiek. Jednou zo základných zložiek tohto súčiniteľa je povrchová drsnosť koryta  $n$ , ktorá predstavuje celkovú výslednicu odporov jednotlivých zrn materiálu koryta. [2]

Približné hodnoty povrchovej drsnosti niektorých materiálov korýt sú zobrazené v *tabuľke č. 1*. [1]

Jakost omočeného obvodu	$n$
1. Hoblovaná dřevo, dobře hlazená omítka, cihly „zvónivky“ .....	0,010
2. Dobře spojovaná prkna .....	—
3. Dlouhá železná a železobetonová potrubí (nová).....	—
4. Drsná prkna .....	0,012
5. Kvádrové, neb dobře spárované cihelné zdivo.....	0,013
6. Čisté kameninové kanály .....	—
7. Kanály z cementových trub s jemnou usazeninou ...	—
8. Podélně nýtované železné trouby, menších průměrů ..	—
9. Obyčejné cihelné zdivo, stěny z fošen .....	—
10. Zdivo na maltu se špičatými kameny, hrubá betonová omítka .....	—
11. Zdivo z lomového kamene .....	0,017
12. Zdivo z lomového kamene s bahnitým dnem .....	—
13. Starší zdivo s bahnitým dnem, hladší skála .....	—
14. Dlažba, pravidelné koryto v zemi .....	—
15. Starý beton .....	0,020
16. Starší zemní kanály .....	0,025
17. Starší zemní kanály s kamením a porostem .....	0,030
18. Drenážní příkopy, koryto ve skále hrubě vystřílené...	0,030
19. Horské bystřiny .....	0,080

*tabuľka č. 1 Povrchová drsnosť rôznych materiálov [1]*

Rýchlostný súčiniteľ „ $C$ “, bol v minulosti interpretovaný viacerými spôsobmi. Na základe mnohých experimentov, vykonaných rôznymi autormi, vzniklo veľké množstvo empirických vzťahov, ktoré tento súčiniteľ ponímajú rozdielne. Táto práca sa venuje len tým najzákladnejším a najrozšírenejším.

#### 3.1. Exponenciálne vzťahy

Všeobecne majú tieto vzťahy tvar

$$\frac{1}{n} * R^y, \quad (1.3)$$

kde súčiniteľ  $y$  môže byť konštantný alebo premenný. [2]

### 3.1.1. Manningova rovnica

Jeden z prvých vzorcov tohto typu predložil v roku 1899 Róbert Manning. V jeho interpretácií, exponent rýchlostného súčiniteľu naberá hodnotu  $y = 1/6$ . Táto rovnica je veľmi rozšírená, často používaná a to aj v tejto bakalárskej práci, kde je základným stavebným kameňom. [2]

### 3.1.2. Forchheimerova rovnica

Veľmi podobná je Forchheimerov rovnica, ktorá sa líši len hodnotou exponentu  $y = 1/5$ . [2]

### 3.1.3. Pavlovského rovnica

Sovietsky akademik Pavlovskij v roku 1925 uverejnil vzťah s premenným exponentom v tvare

$$y = 2,5 * \sqrt{n} - 0,13 - 0,75 * \sqrt{R} * (\sqrt{n} - 0,1). \quad (2.3)$$

Tento vzťah je možné zjednodušiť dvoma spôsobmi a to z hľadiska uvažovaného hydraulického polomeru alebo uvažovaného súčiniteľu drsnosti.

Zjednodušenie z hľadiska hydraulického polomeru:

$$y = 1,5 * \sqrt{n} \text{ ak } R < 1 \text{ m}, \quad (3.3)$$

$$y = 1,3 * \sqrt{n} \text{ ak } R > 1 \text{ m}, \quad (4.3)$$

Zjednodušenie z hľadiska veľkosti súčiniteľu drsnosti:

$$y = 1/6 \text{ pre } 0,010 \leq n \leq 0,015, \quad (5.3)$$

$$y = 1/5 \text{ pre } 0,015 \leq n \leq 0,025, \quad (6.3)$$

$$y = 1/4 \text{ pre } 0,025 \leq n. \quad [2] \quad (7.3)$$

## 3.2. Logaritmické vzťahy

Logaritmické vzťahy vychádzajú z teórie turbulentného prúdenia a sú v súčasnej dobe považované za najlepšie podložené. [2]

### 3.2.1. Colebrook-Whitova rovnica

Z Pradtl-Karmánovho zákona sa dá odvodiť výraz pre súčiniteľ straty trením

$$\frac{1}{\sqrt{4 * C_t}} = 2 * \log \frac{a * R}{k_s}, \quad (8.3)$$



kde  $C_t$  je súčiniteľ trenia,  $k_s$  je absolútna drsnosť a  $a$  je konštanta závislá na tvare koryta. Keďže platí rovnica (7.2), dá sa predchádzajúci vzťah previesť na Colebrook-Whitovu rovnicu

$$C = 4 * \sqrt{2g} * \left( \log \frac{R}{k_s} + \log a \right). \quad [2] \quad (9.3)$$

### 3.2.2. Agroskinova rovnica

Jedným z najznámejších vzťahov pre výpočet rýchlostného súčiniteľa je Agroskinova rovnica

$$C = 4 * \sqrt{2g} * (\log R + k_A), \quad (10.3)$$

kde súčiniteľ hladkosti

$$k_A = \frac{0,05643}{n}. \quad (11.3)$$

Pôvodne tento vzťah odvodil v tvare

$$k_A = \log \frac{2 * A}{\Delta}, \quad (12.3)$$

kde  $A$  je konštanta a  $\Delta$ , je veľkosť výstupkov dna. Aby sa vyhol problémom s určením parametru  $\Delta$ , vyšiel z exponenciálnych vzťahov pre  $C$  a odvodil tak rovnicu (11.3). [2]

## 3.3. Ostatné súčinitele

### 3.3.1. Ganguillet-Kutterova rovnica

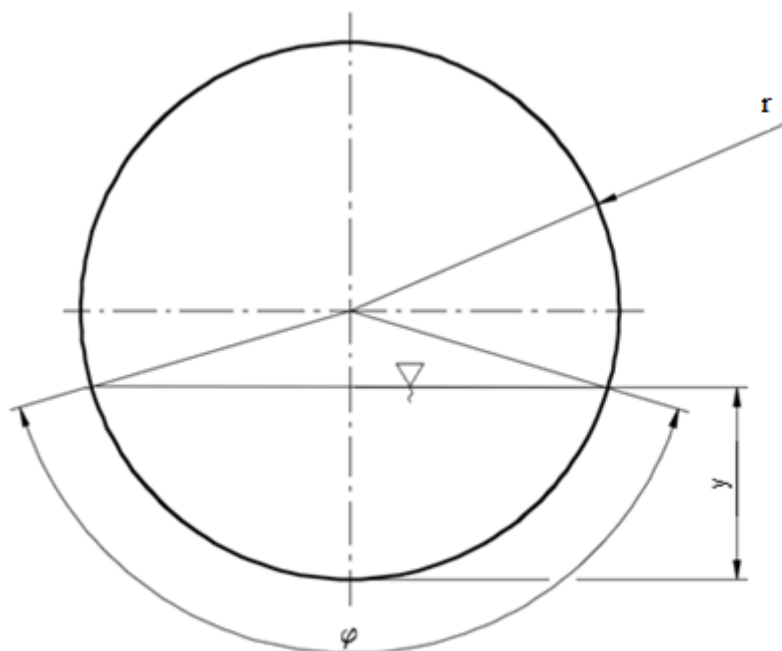
Jeden z prvých vzťahov vôbec na výpočet Chézyho rýchlostného súčiniteľa odvodili švajčiarski inžinieri Ganguillet a Kutter. Na základe mnohých empirických údajov z riek a potokov, uviedli vzorec

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0,00155}{i_o}}{1 + \left( 23 + \frac{0,00155}{i_o} \right) * \frac{n}{\sqrt{R}}} \cdot [1] \quad (13.3)$$

## 4. Aplikácia Chézyho rovnice na rôzne tvary kanálov

Nasledujúca časť tejto práce sa podrobnejšie venuje niektorým základným profilom kanálov, používaných pre odvod vody s voľnou hladinou. Táto problematika je riešená s využitím Chézyho rovnice a Manningovho rýchlostného súčiniteľu.

### 4.1. Kruhový profil



Obrázok č. 2 Geometria kruhového profilu

#### 4.1.1. Prietokná plocha $S$

Pre tento typ profilu sa plocha, ktorú zaberá kvapalina v kanáli, najlepšie vyjadruje pomocou uhlu plnenia  $\varphi$  v radiánoch. Voda zvierá uhol  $\varphi$  medzi stredom kruhu a spoločnými bodmi omočeného obvodu a hladiny, tak ako je zobrazené na obrázku. č. 2. Takto definovaná plocha kvapaliny teda bude

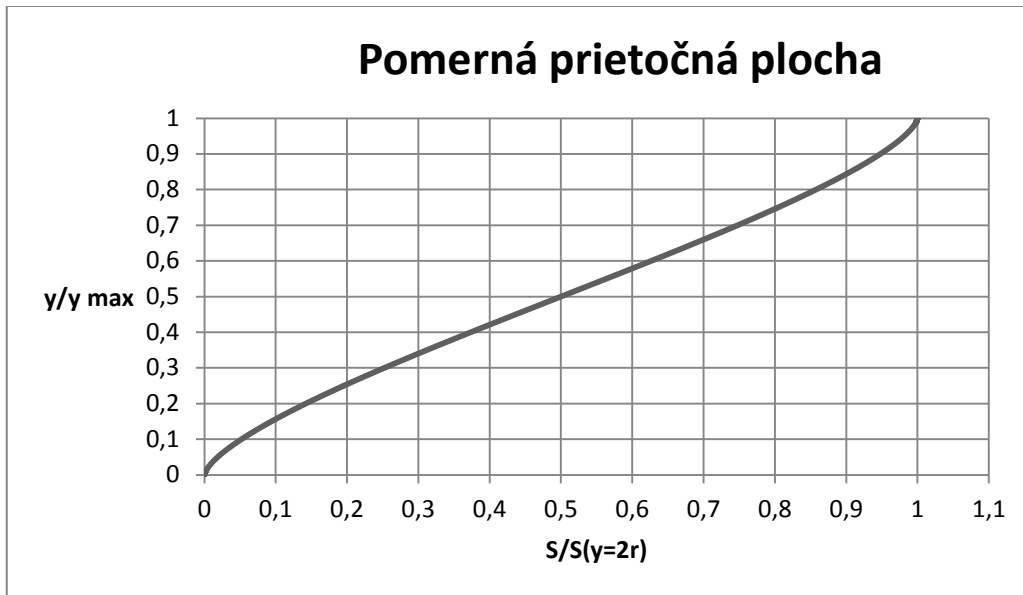
$$S = \frac{\pi * r^2}{2} * \frac{\varphi}{\pi} - 2 * \frac{1}{2} * r * \sin \frac{\varphi}{2} * r * \cos \frac{\varphi}{2}. \quad (1.4.1)$$

Z goniometrie možno použiť zjednodušenie, pretože

$$2 * \sin \frac{\varphi}{2} * \cos \frac{\varphi}{2} = \sin \varphi. \quad (2.4.1)$$

Ak je toto zjednodušenie použité v rovnici (1.4.1), výsledná prietokná plocha kruhového profilu je

$$S = \frac{r^2}{2} * \varphi - r^2 * \frac{\sin \varphi}{2} = \frac{r^2}{2} * (\varphi - \sin \varphi). \quad (3.4.1)$$



Graf č. 1 Pomerná prietočná plocha kruhového profilu

Priebeh pomerného obsahu prietocnej plochy v kruhovom kanáli, (uvažovaného vzhľadom k maximálne zatopenému prierezu) v závislosti na pomernej výške plnenia od dna, je zobrazený v grafe č. 1, kde výška plnenia

$$y = r * \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right). \quad (4.4.1)$$

#### 4.1.2. Omočený obvod $O$

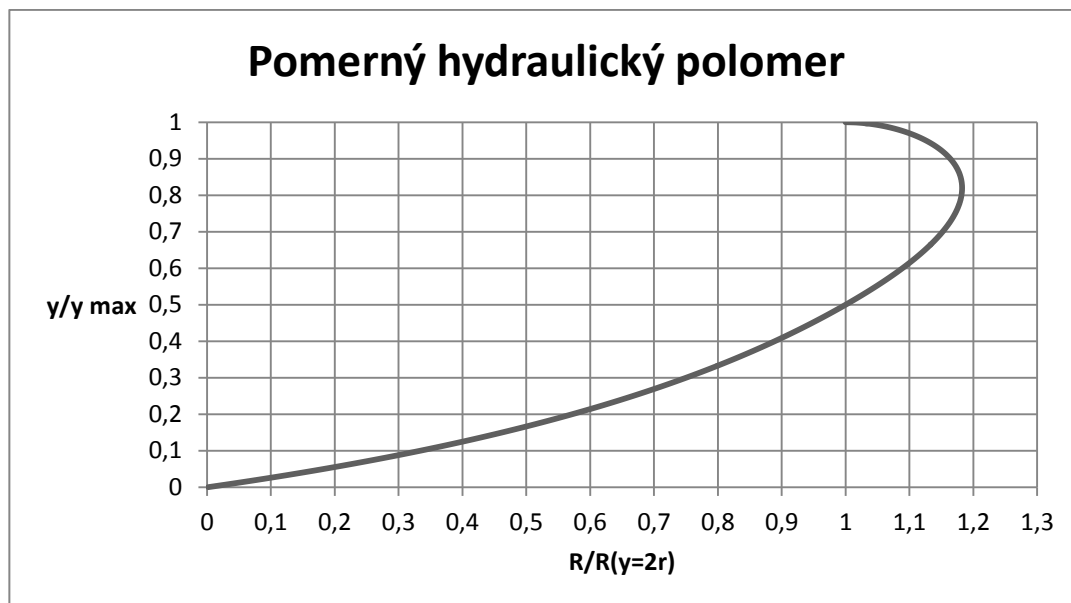
V prípade omočeného obvodu pre kanál kruhového prierezu, je vzťah medzi uhlom  $\varphi$  a omočeným obvodom  $O$  veľmi jednoduchý.

$$O = \varphi * r. \quad (5.4.1)$$

#### 4.1.3. Hydraulický polomer $R$

Z rovnice (6.2) je jednoznačné, že hydraulický polomer je  $R = \frac{S}{O}$ . Ak je do tejto rovnice dosadená prietočná plocha a omočený obvod pre kruhový profil kanálu, ktoré sú odvodené v predchádzajúcich kapitolách, výsledná rovnica pre hydraulický polomer kruhového profilu je

$$R = \frac{r}{2} * \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi}\right). \quad (6.4.1)$$



Graf č. 2 Pomerný hydraulický polomer kruhového profilu

Tak ako v prípade prietochnej plochy  $S$ , možno priebeh pomerného hydraulického polomeru k pomernej výške plnenia zobrazit' tak, ako je možné vidieť v *grafe č. 2*. Z tohto grafu je zrejmé, že maximum hydraulického polomeru nenastáva pri maximálnom plnení. Tento jav je spôsobený veľkým prírastkom omočeného obvodu v posledných fázach plnenia a teda neúmerneho zvýšenia trenia pri malom zvýšení prietochnej plochy.

#### 4.1.4. Maximum hydraulického polomeru pre kruhový profil

Pre nájdenie presnej hodnoty výšky hladiny, pri ktorej nastáva maximum hydraulického polomeru, je potrebné použiť deriváciu funkcie hydraulického polomeru a položiť ju rovno 0. Touto funkciou bude rovnica (6.4.1).

$$\frac{dR}{d\varphi} = 0 = \frac{r}{2} * \frac{(1 - \cos \varphi) * \varphi - (\varphi - \sin \varphi) * 1}{\varphi^2}. \quad (7.4.1)$$

Pre splnenie podmienky  $\frac{dR}{d\varphi} = 0$  sa musí čitateľ rovnať nule. Ak má polomer zostať nenulový, čitateľ rovný nule bude

$$\varphi - \varphi * \cos \varphi - \varphi + \sin \varphi = 0. \quad (8.4.1)$$

Po úprave tejto rovnice zostane výraz

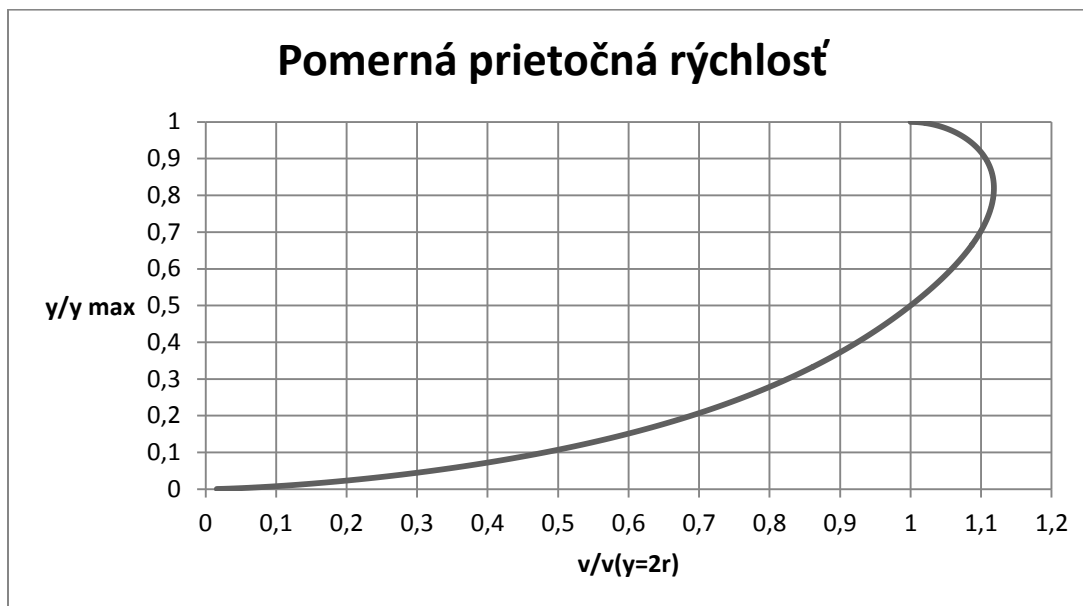
$$\varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \tan \varphi. \quad (9.4.1)$$

Z toho vyplýva, že uhol  $\varphi$ , pre ktorý sa hodnota funkcie  $\tan \varphi$  rovná pôvodnému uhlu, je bodom maxima hydraulického polomeru.

#### 4.1.5. Rýchlosť prietoku $v$ podľa Chézyho

Ak je hľadaná rýchlosť prietoku  $v$ , pre kruhový profil kanálu, možno využiť Chézyho rovnicu (8.2) s využitím Manningovho rýchlostného súčiniteľa  $v = \frac{1}{n} * R^{\frac{1}{6}} * \sqrt{R * i_o}$ . V prípade kruhového profilu je vzťah pre rýchlosť prietoku

$$v = \frac{1}{n} * R^{\frac{1}{6}} * \sqrt{R * i_o} = \frac{1}{n} * \left( \frac{r}{2} * \left( 1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right) \right)^{\frac{2}{3}} * \sqrt{i_o}. \quad (10.4.1)$$



Graf č. 3 Pomerná prietočná rýchlosť kruhového profilu

Ak je kanál vyrobený z materiálu, ktorého povrchová drsnosť  $n = 0,013$  (kanál z cementového profilu) a sklon dna  $i_o = 0,005$ , je možno graficky znázorniť závislosť pomernej prierezovej rýchlosti, voči pomernej výške plnenia profilu vodou (graf č. 3). Tak ako pri hydraulickom polomere je zreteľné, že maximum rýchlosti nenastáva pri maxime plnenia.

#### 4.1.6. Maximum prierezovej rýchlosti $v$ a hydraulického polomeru $R$ pre kruhový profil

Pre nájdenie presnej hodnoty výšky hladiny, pri ktorej nastáva maximum prietokovej rýchlosti je potrebné použiť, ako pri hydraulickom polomere, deriváciu funkcie položenú rovno 0. Touto funkciou bude rovnica (10.4.1),

$$\frac{dv}{d\varphi} = 0 = \left[ \frac{1}{n} * \left( \frac{r}{2} * \left( 1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right) \right)^{\frac{2}{3}} * \sqrt{i_o} \right]' \quad (11.4.1)$$

Deriváciou tejto funkcie bude vzťah:

$$\frac{dv}{d\varphi} = 0 = \frac{1}{n} * \left(\frac{r}{2}\right)^{\frac{2}{3}} * \frac{2}{3} * \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi}\right)^{-\frac{1}{3}} * \frac{-(\cos \varphi) * \varphi + (\sin \varphi)}{\varphi^2}. \quad (12.4.1)$$

Pokiaľ sa má táto rovnica rovnať nule a polomer musí zostať nenulový, čitateľ rovný nule bude

$$0 = \varphi^{\frac{1}{3}} * (-(\cos \varphi) * \varphi + (\sin \varphi)) = -\varphi^{\frac{4}{3}} * (\cos \varphi) + \varphi^{\frac{1}{3}}(\sin \varphi). \quad (13.4.1)$$

Po úprave

$$\varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \tan \varphi. \quad (14.4.1)$$

Zhodne, ako v prípade hydraulického polomeru, maximum je v bode plnenia, kde uhol  $\varphi$ , je rovný funkčnej hodnote tangensu tohto uhlu. Veľkosť tohto uhlu je možné zistiť numericky. Pre tento účel možno použiť Newtonovu metódu dotyčníc.

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k - \frac{f(\varphi_k)}{f'(\varphi_k)}. \quad (15.4.1)$$

Ako počiatočný bod prvej iterácie bude uhol plnenia 4,429 radiánu.

$$f(\varphi_k) = \varphi_k - \tan \varphi_k \quad (16.4.1)$$

$$f'(\varphi_k) = \frac{d(f(\varphi_k))}{d\varphi_k} = 1 - \frac{1}{(\cos \varphi_k)^2} \quad (17.4.1)$$

$$\varphi_0 = 4,429 \text{ rad}$$

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \frac{\varphi_0 - \tan \varphi_0}{1 - \frac{1}{(\cos \varphi_0)^2}} = 4,429 - \frac{4,429 - \tan 4,429}{1 - \frac{1}{(\cos 4,429)^2}} = 4,513411 \text{ rad}$$

$$\varphi_2 = 4,495285$$

$$\varphi_3 = 4,493426$$

$$\varphi_4 = 4,493409$$

$$\varphi_5 = 4,493409$$

Po piatich iteráciách možno povedať, že maximum prierezovej rýchlosti prietoku a hydraulického polomeru nastáva pri uhle plnenia  $\varphi = 4,493409$  radiánu. Táto hodnota uhlu plnenia odpovedá pomernej výške plnenia  $y/y_{max} = 0,8128$ .

#### 4.1.7. Prietok $Q$

Z rovnice kontinuity je zrejmé, že prietok korytom je

$$Q = v * S, \quad (18.4.1)$$

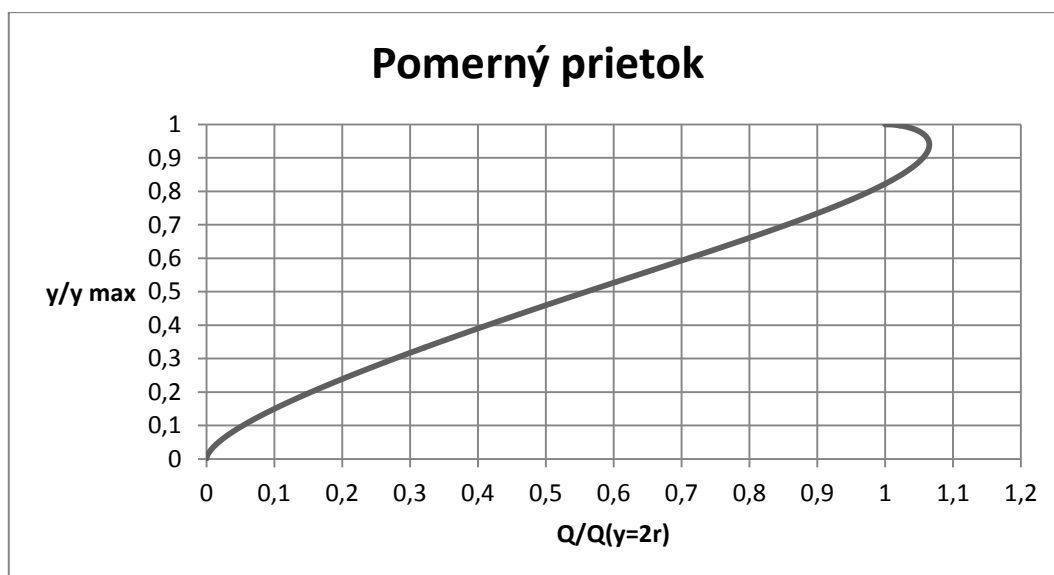
kde  $Q$  je prietok koryta v  $m^3/s$ ,  $S$  je prietúčna plocha v  $m^2$  a  $v$  je rýchlosť prietoku v  $m/s$ . Pokiaľ je riešený kanál kruhového profilu, do rovnice (18.4.1) možno za rýchlosť prietoku  $v$  dosadiť rovnicu (10.4.1) a za prietúčnu plochu rovnicu (3.4.1). Týmto spôsobom je odvodený vzťah, pre prietok korytom kruhového profilu, s využitím Chézyho rovnice a Manningovho súčiniteľa

$$Q = \frac{1}{n} * R^{\frac{2}{3}} * \sqrt{i_0} * \frac{r^2}{2} * (\varphi - \sin \varphi) =$$

$$\frac{1}{n} * \left( \frac{r}{2} * \left( 1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right) \right)^{\frac{2}{3}} * \sqrt{i_0} * \frac{r^2}{2} * (\varphi - \sin \varphi).$$

Po zjednodušení bude výsledný výraz

$$Q = \frac{1}{n} * \sqrt{i_0} * \frac{r^{\frac{8}{3}}}{2^{\frac{5}{3}}} * \frac{(\varphi - \sin \varphi)^{\frac{5}{3}}}{\varphi^{\frac{2}{3}}}. \quad (19.4.1)$$



Graf č. 4 Pomerný prietok kruhového profilu

Priebeh pomerného prietoku v závislosti na pomernej výške plnenia, je zobrazený v *grafe č. 4*. Podobne ako pri hydraulickom polomere a prietúčnej rýchlosti je z grafu možné vidieť, že maximum prietoku nie je pri maximálnej výške plnenia. Oblasť maxima hydraulického polomeru a rýchlosti je v totožnom bode. Oblasť maxima prietoku je v bode inom.

#### 4.1.8. Maximum prietoku $Q$

Pri zisťovaní maxima prietoku je potrebné zderivovať rovnicu (19.4.1) a položiť ju rovno nule.

$$\frac{dQ}{d\varphi} = 0 =$$

$$\frac{1}{n} * \sqrt{i_0} * \frac{r^{\frac{8}{3}}}{2^{\frac{5}{3}}} * \frac{\frac{5}{3} * (\varphi - \sin \varphi)^{\frac{2}{3}} * (1 - \cos \varphi) * \varphi^{\frac{2}{3}} - (\varphi - \sin \varphi)^{\frac{5}{3}} * \frac{2}{3} * \varphi^{-\frac{1}{3}}}{\varphi^{\frac{4}{3}}}. \quad (20.4.1)$$

Ak sa má derivácia rovnať 0 a polomer má byť nenulový, čitateľ rovný nule bude

$$\frac{5}{3} * (\varphi - \sin \varphi)^{\frac{2}{3}} * (1 - \cos \varphi) * \varphi^{\frac{2}{3}} - (\varphi - \sin \varphi)^{\frac{5}{3}} * \frac{2}{3} * \varphi^{-\frac{1}{3}}. \quad (21.4.1)$$

Po úprave bude výsledný vzťah

$$0 = -\varphi + \frac{2}{5} * \frac{(\varphi - \sin \varphi)}{1 - \cos \varphi}. \quad (22.4.1)$$

Vyriešením rovnice (22.4.1), bude získaná presná hodnota uhlu plnenia, pri ktorom je prietok maximálny. Opäť je vhodné použiť Newtonovu metódu dotyčníc (15.4.1).

$$f(\varphi_k) = -\varphi_k + \frac{2}{5} * \frac{\varphi_k - \sin \varphi_k}{1 - \cos \varphi_k} \quad (23.4.1)$$

$$f'(\varphi_k) = \frac{d(f(\varphi_k))}{d\varphi_k} =$$

$$-1 + \frac{\frac{5}{2} * (1 - \cos \varphi_k)^2 - \frac{5}{2} * (\varphi_k - \sin \varphi_k) * \sin \varphi_k}{\left(\frac{5}{2} * (1 - \cos \varphi_k)\right)^2}. \quad (24.4.1)$$

Ako počiatočný bod prvej iterácie bude uhol plnenia 5,27 rad

$$\varphi_0 = 5,27 \text{ rad}$$



$$\varphi_1 = 5,27 - \left( \frac{-5,27 + \frac{2}{5} * \frac{5,27 - \sin 5,27}{1 - \cos 5,27}}{-1 + \frac{\frac{5}{2} * (1 - \cos 5,27)^2 - \frac{5}{2} * (5,27 - \sin 5,27) * \sin 5,27}{\left(\frac{5}{2} * (1 - \cos 5,27)\right)^2}} \right)$$

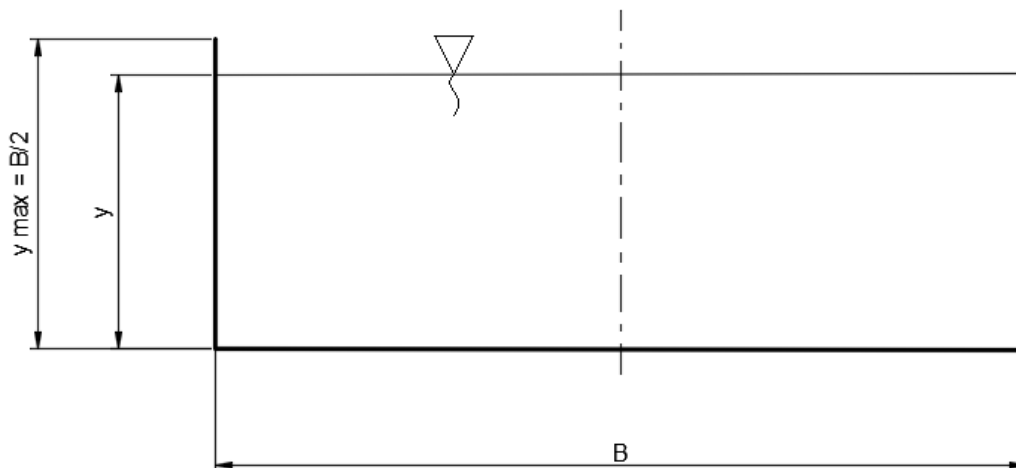
$$\varphi_1 = 5,278215$$

$$\varphi_2 = 5,278107$$

$$\varphi_3 = 5,278107$$

Po troch iteráciách možno povedať, že maximum prietoku v kruhovom kanáli nastáva pri uhle plnenia  $\varphi = 5,278107$  radiánu. Táto hodnota odpovedá pomernej výške plnenia  $y/y_{max} = 0,9382$ .

## 4.2. Obdĺžnikový profil

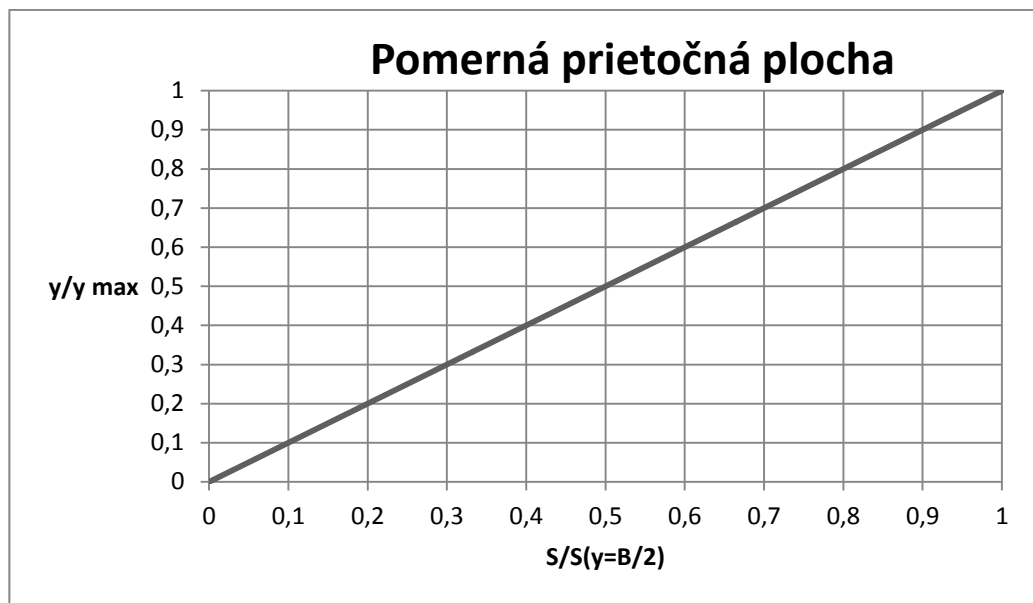


Obrázok č. 3 Geometria obdĺžnikového profilu

### 4.2.1. Prietčná plocha S

Na rozdiel od kruhového profilu určujúci parameter pre prizmatický obdĺžnikový profil kanálu šírky  $B$  je výška plnenia  $y$ . Takto zvolená geometria je zobrazená na obrázku č. 3. Prietčná plocha  $S$  pre tento profil teda bude

$$S = y * B. \quad (1.4.2)$$



Graf č. 5 Pomerná prietoková plocha obdĺžnikového profilu

Priebeh pomernej prietokovej plochy (uvažovanej vzhľadom k maximálne zatopenému prierezu) k pomernej výške plnenia je zobrazený na grafe č. 5. Na prvý pohľad sa dá s určitosťou povedať, že táto funkcia je priamka a maximum prietokovej plochy je v maximálnom bode plnenia.

#### 4.2.2. Omočený obvod $O$

Omočený obvod pre obdĺžnikový profil kanálu je

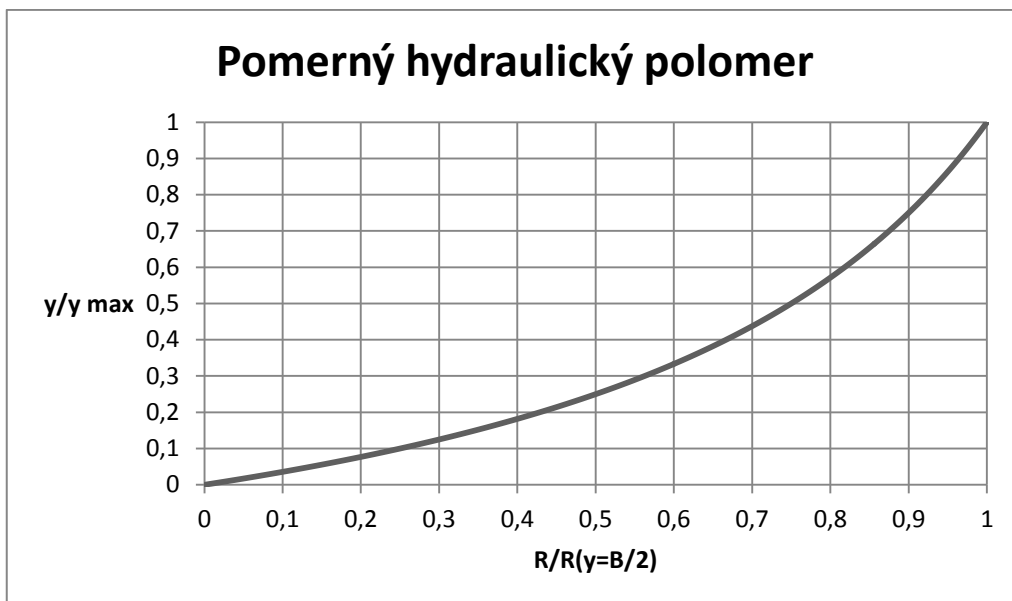
$$O = B + 2 * y. \quad (2.4.2)$$

Predpis tejto závislosti je rovnicou priamky, podobne ako v prípade prietokovej plochy, akokoľvek táto priamka nezačína v 0, ale je posunutá o hodnotu  $B$ .

#### 4.2.3. Hydraulický polomer $R$

Hydraulický polomer tohto profilu bude opäť ako pri kruhových kanáloch určený vzťahom (6.2). Akokoľvek, v tomto prípade za prietoknú plochu bude dosadená rovnica (1.4.2) a za omočený obvod rovnica (2.4.2). Teda hydraulický polomer obdĺžnikového kanálu bude

$$R = \frac{y * B}{B + 2 * y}. \quad (3.4.2)$$



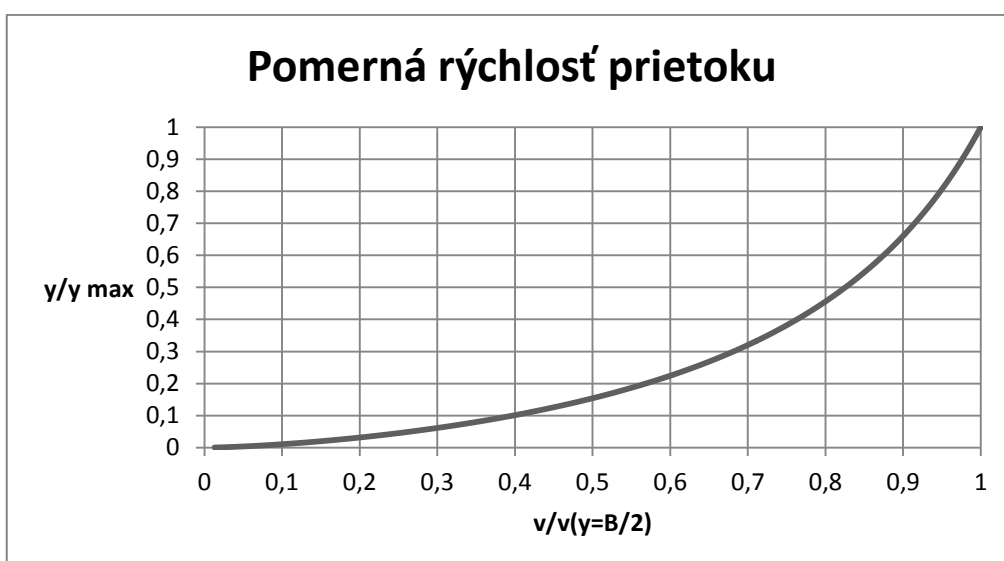
Graf č. 6 Pomerný hydraulický polomer obdĺžnikového profilu

Ako je možné vidieť na grafe č.6, závislosť pomerného hydraulického polomeru na pomernej výške plnenia už priamkou nie je. Jeho maximum nastáva pri maximálnom plnení.

#### 4.2.4. Prierezová rýchlosť $v$ podľa Chézyho rovnice

Z Chézyho rovnice (8.2) s použitím Manningovho súčiniteľa je možno rovnakým spôsobom ako pri kruhovom profile získať vzťah pre rýchlosť prietoku v obdĺžnikovom profile.

$$v = \frac{1}{n} * R^{\frac{1}{6}} * \sqrt{R * i_o} = \frac{1}{n} * \left( \frac{y * B}{B + 2 * y} \right)^{\frac{2}{3}} * \sqrt{i_o}. \quad (4.4.2)$$



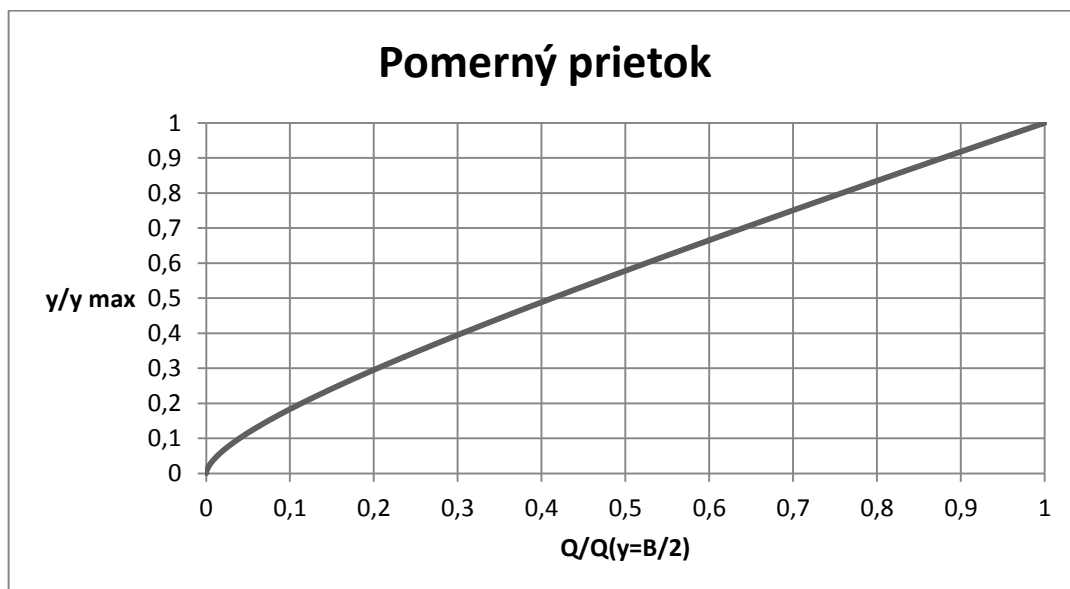
Graf č. 7 Pomerná rýchlosť prietoku obdĺžnikového profilu

Priebeh pomernej rýchlosti prietoku v závislosti na pomernej výške plnenia pre povrchovú drsnosť  $n = 0,013$  a sklon dna  $i_o = 0,005$ , je zobrazený na *grafe č.7*. Maximum rýchlosti nastáva pri maximálnom plnení profilu ako pri hydraulickom polomere.

#### 4.2.5. Prietok $Q$

Pre odvodenie vzťahu pre prietok korytom tohto typu opäť možno využiť rovnicu kontinuity (18.4.1)  $Q = v * S$ . Ak bude dosadená za rýchlosť prietoku rovnica (4.4.2) a za prietočnú plochu rovnica (1.4.2), výsledný vzťah bude

$$Q = \frac{1}{n} * \left( \frac{y * B}{B + 2 * y} \right)^{\frac{2}{3}} * \sqrt{i_o} * y * B = \frac{1}{n} * \frac{(y * B)^{\frac{5}{3}}}{(B + 2 * y)^{\frac{2}{3}}} * \sqrt{i_o}. \quad (5.4.2)$$

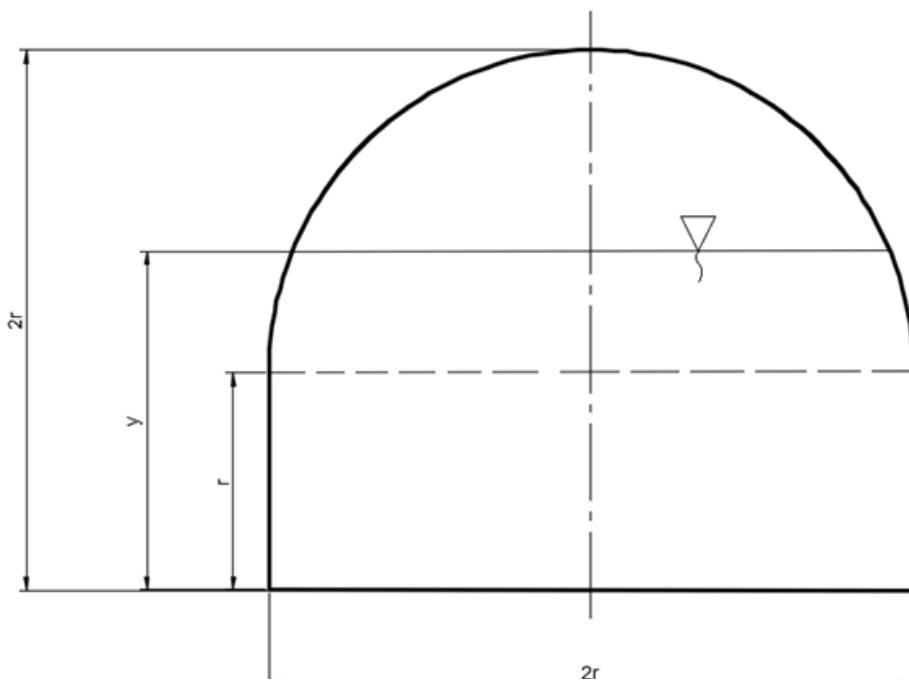


Graf č. 8 Pomerný prietok obdĺžnikového profilu

Priebeh pomerného prietoku v závislosti na pomernej výške plnenia pre tento profil, je na *grafe č. 8*. Pri pohľade na predchádzajúce dva grafy je jednoznačné, že priebeh prietoku je odlišný od priebehu rýchlosti a hydraulického polomeru. Akokoľvek, maximum prietoku taktiež nastáva pri maximálnom plnení profilu.

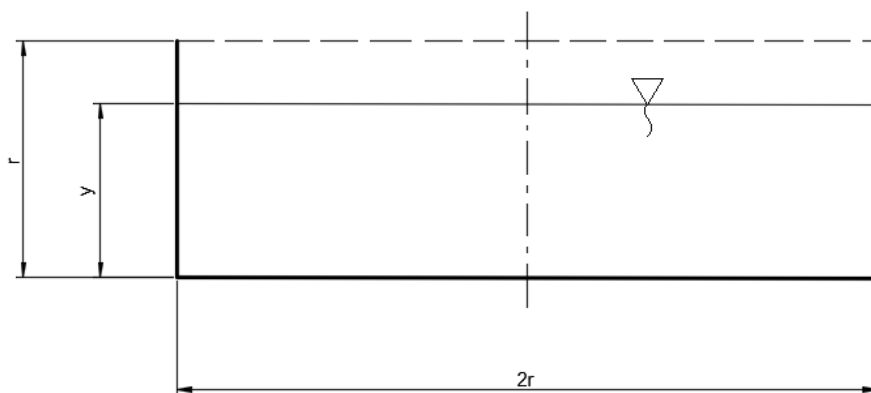
### 4.3. Klenbový profil

Tento profil je spojením kruhového a obdĺžnikového kanálu (*obrázok č.4*). Pri určovaní všetkých charakteristík v kruhovom profile bol použitý uhol plnenia

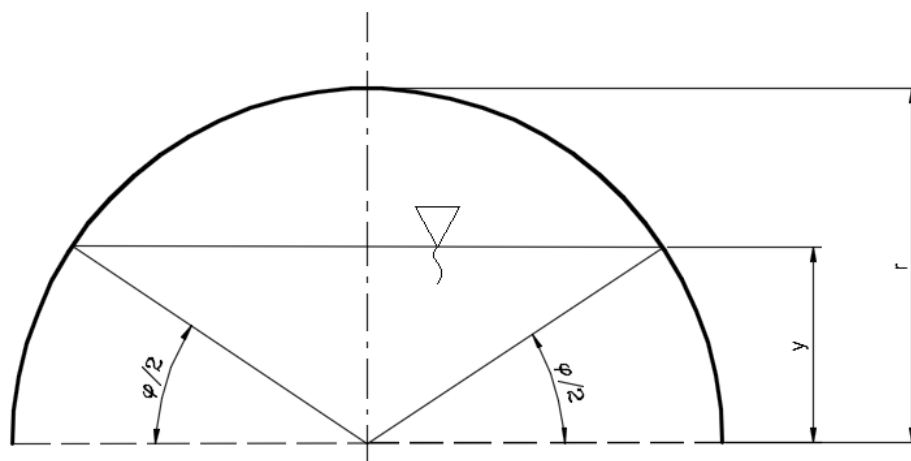


Obrázok č. 4 Geometria klenbového profilu

$\varphi$  ako parameter. V obdĺžnikovom profile to bola výška plnenia  $y$ . Pre výpočty v klenbovom profile je potrebné zachovať jeden druh parametrizácie. Týmto parametrom musí byť výška plnenia  $y$ .



Obrázok č. 5 Geometria prvého intervalu



Obrázok č. 6 Geometria druhého intervalu

Celé riešenie tohto profilu bude rozdelené na dva intervaly. Prvý interval bude obdĺžniková časť klenbového profilu (obrázok č. 5) a druhý interval bude polkruhová časť (obrázok č. 6).

#### 4.3.1. Prietočná plocha $S$

##### 4.3.1.1. Interval 1

Pre prvý interval bude obsah prietočnej plochy  $S$  zhodný s prietočnou plochou obdĺžnikového profilu, pričom šírka kanálu bude  $B = 2r$ .

$$S_1 = 2r * y \quad (1.4.3)$$

##### 4.3.1.2. Interval 2

Obsah prietočnej plochy pre druhý interval s takto zvoleným typom geometrie bude s použitím uhlu plnenia

$$S_2 = 2 * \left( \frac{\pi * r^2}{4} * \frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} * \sin \frac{\varphi}{2} * \cos \frac{\varphi}{2} * r^2 \right) = \frac{r^2}{2} * (\varphi + \sin \varphi). \quad (2.4.3)$$

Vzťah pre prietočnú plochu vyjadrený pomocou uhlu plnenia však nie je použiteľný pre celkovú plochu klenbového profilu. Namiesto uhlu  $\varphi$  musí byť vyjadrený pomocou výšky plnenia  $y$ . K tomuto účelu možno využiť jednoduchý goniometrický vzťah vyplývajúci z geometrie obrázku č. 6

$$y = \sin \frac{\varphi}{2} * r \rightarrow \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{y}{r}, \quad (3.4.3)$$

a Pytagorovu vetu

$$r^2 = (\cos \frac{\varphi}{2} * r)^2 + y^2 \rightarrow \cos \frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{r}. \quad (4.4.3)$$

Vzťah medzi uhlom plnenia a výškou plnenia bude

$$\varphi = 2 * \arcsin \frac{y}{r}. \quad (5.4.3)$$

Ak sa predchádzajúce geometrické vzťahy dosadia do rovnice pre prietochnú plochu vyjadrenú pomocou uhlu plnenia, výsledný vzťah bude

$$S_2 = r^2 * \arcsin \frac{y}{r} + y * \sqrt{r^2 - y^2}. \quad (6.4.3)$$

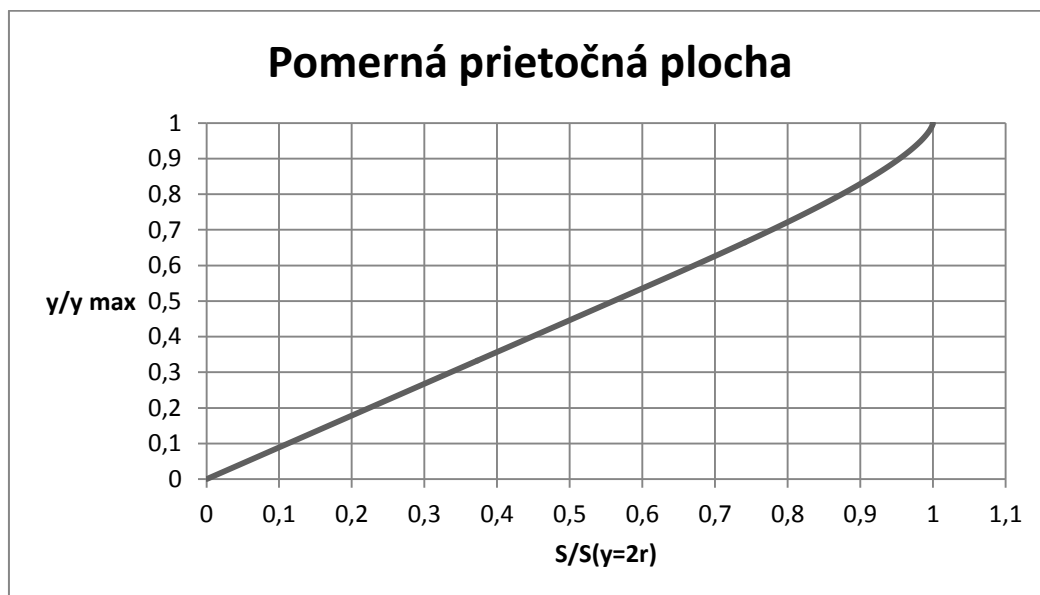
#### 4.3.1.3. Prechod medzi intervalmi

Pri prietochnej ploche klenbového profilu branej ako celok je potrebné zvážiť prechod z prvého intervalu do druhého. Obdĺžniková časť tohto profilu nebude týmto prechodom ovplyvnená a teda predpis pre prietochnú plochu v prvom intervale bude rovnica (1.4.3). Polkruhová časť však ovplyvnená bude. Ako náhle voda prekročí hranicu obdĺžnikovej časti je potrebné zvážiť, že výška nie je nulová, je rovná polomeru  $r$ . Kvôli tomu je nutné upraviť rovnicu (6.4.3) a to tak, že výška v druhom intervale bude

$$y_2 = y - r. \quad (7.4.3)$$

Okrem toho sa k tejto ploche musí pričítať plocha plne zatopeného, prvého intervalu. Výsledná prietochná plocha druhého intervalu teda bude

$$S_2 = 2 * r^2 + r^2 * \arcsin \frac{(y - r)}{r} + (y - r) * \sqrt{r^2 - (y - r)^2}. \quad (8.4.3)$$



Graf č. 9 Pomerná prietochná plocha klenbového profilu

#### 4.3.1.4. Celková prietočná plocha

Priebeh celkovej pomernej prierezovej plochy (uvažovanej vzhľadom k maximálne zatopenému prierezu) k pomernej výške plnenia je zobrazený na grafe č. 9. V tejto závislosti nie je možné pozorovať výrazný prechod z jedného intervalu do druhého. To potvrdzuje geometrický predpoklad tohto profilu. Ak je prechod medzi dvomi časťami kanálu spojitý, grafy ich závislostí musia byť spojité taktiež.

#### 4.3.2. Omočený obvod $O$

##### 4.3.2.1. Interval 1

Prvý interval omočeného obvodu klenbového profilu bude podobný ako pri obdĺžnikovom profile

$$O_1 = 2 * r + 2 * y \quad (9.4.3)$$

##### 4.3.2.2. Interval 2

Vzťah pre omočený obvod kruhového profilu, parametrizovaný uhlom  $\varphi$ , je vyjadrený pomocou rovnice (5.4.1). Pre polkruhovou časť klenbového profilu s geometriou zvolenou podľa obrázku č. 6, je možno použiť rovnaký vzťah. Pri parametrizácii pomocou výšky plnenia  $y$  je potrebné nahradiť uhol  $\varphi$  rovnicou (5.4.3). Výsledný vzťah bude mať tvar

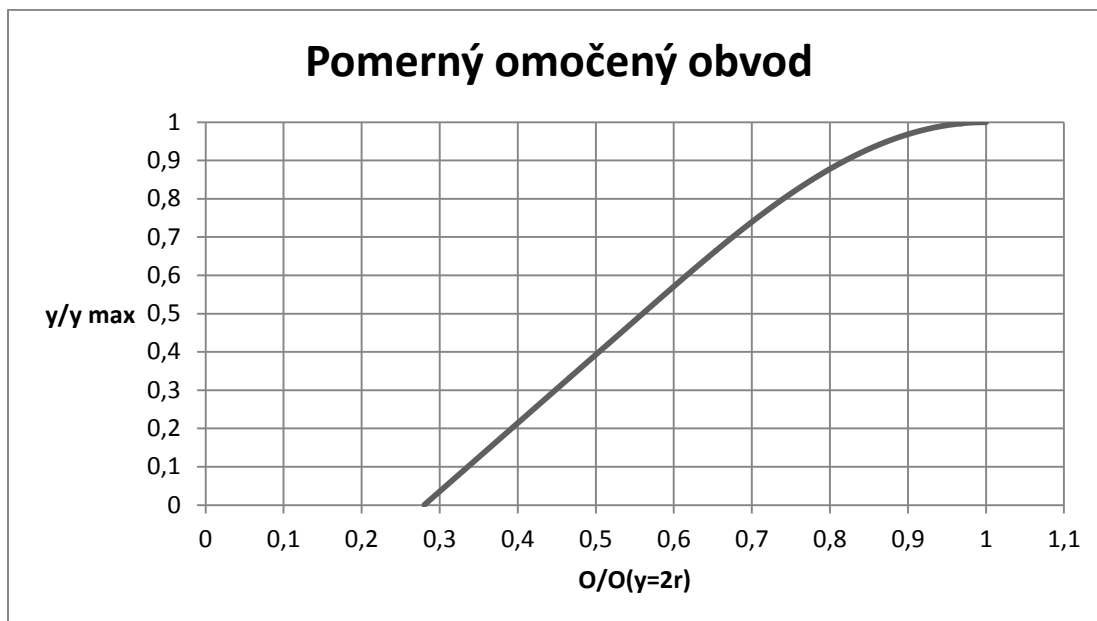
$$O_2 = 2 * r * \arcsin \frac{y}{r}. \quad (10.4.3)$$

##### 4.3.2.3. Prechod medzi intervalmi

Podobne ako pri prietočnej ploche, prechodom medzi intervalmi bude ovplyvnený len 2. interval. S opätovným dosadením rovnice (7.4.3) a pričítaním maximálneho omočeného obvodu z obdĺžnikovej časti bude výsledný vzťah pre omočený obvod v druhom intervale

$$O_2 = 2 * r * \left( \arcsin \frac{y - r}{r} + 2 \right). \quad (11.4.3)$$





Graf č. 10 Pomerný omočený obvod klenbového profilu

#### 4.3.2.4. Celkový omočený obvod

Priebeh celkového pomerného omočeného obvodu k pomernej výške plnenia možno vidieť na grafe č. 10. Prechod medzi intervalmi je opäť viditeľne spojitý.

#### 4.3.3. Hydraulický polomer klenbového profilu

##### 4.3.3.1. Interval 1

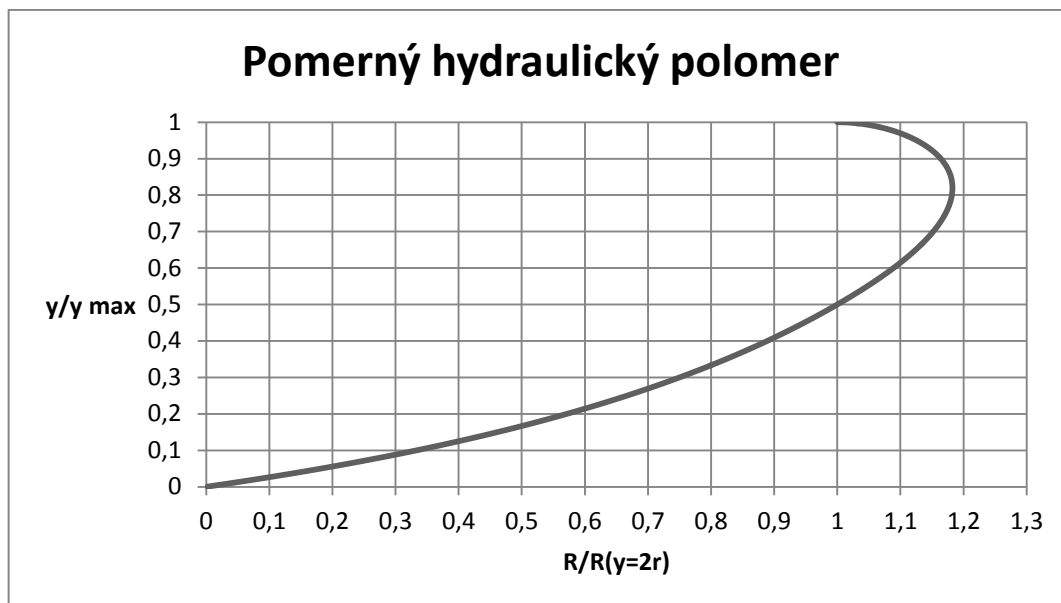
V 1. intervale je hydraulický polomer takmer zhodný s hydraulickým polomerom pre obdĺžnikový profil

$$R_1 = \frac{r * y}{r + y}. \quad (12.4.3)$$

##### 4.3.3.2. Interval 2

Hydraulický polomer polkruhovej časti klenbového profilu je možno vyjadriť jednoduchým dosadením rovníc (8.4.3) a (11.4.3) do všeobecného vzťahu pre hydraulický polomer (6.2). Takto určený hydraulický polomer bude

$$R_2 = \frac{S_2}{O_2} = \frac{2 * r^2 + r^2 * \arcsin \frac{(y-r)}{r} + (y-r) * \sqrt{r^2 - (y-r)^2}}{2 * r * \left( \arcsin \frac{y-r}{r} + 2 \right)}. \quad (13.4.3)$$



Graf č. 11 Pomerný hydraulický polomer klenbového profilu

#### 4.3.3.3. Celkový hydraulický polomer

Priebeh celkového hydraulického polomeru klenbového profilu je možno vidieť na *grafe č. 11*. Z grafu je vidieť, že táto charakteristika má jednoznačné maximum, ktoré nie je v plne zatopenom priereze. Je približne v bode pomerného plnenia  $y/y_{max} = 0,82$ . Prechod medzi intervalmi je spojitý.

#### 4.3.4. Prietokná rýchlosť $v$ podľa Chézyho rovnice

##### 4.3.4.1. Interval 1

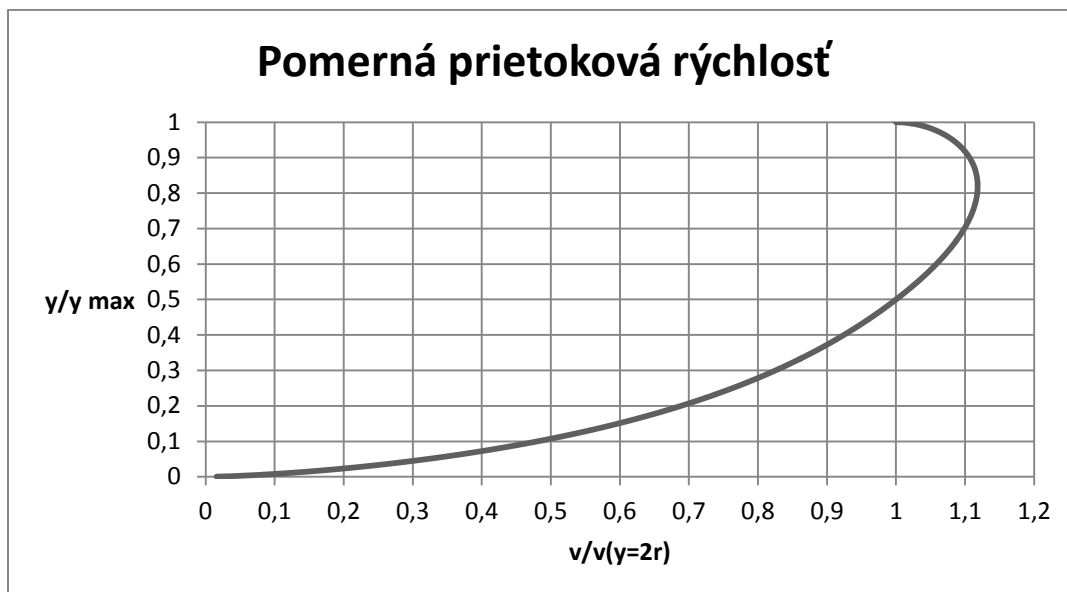
Rýchlosť prietoku v klenbovom profile, vyjadrená pomocou Chézyho rovnice (8.2), s použitím Manningovho súčiniteľa pre 1. interval je

$$v_1 = \frac{1}{n} * (R_1)^{\frac{2}{3}} * \sqrt{i_0}. \quad (14.4.3)$$

##### 4.3.4.2. Interval 2

Druhý interval, riešený rovnakým prístupom, s použitím hydraulického polomeru  $R_2$  bude

$$v_2 = \frac{1}{n} * (R_2)^{\frac{2}{3}} * \sqrt{i_0}. \quad (15.4.3)$$



Graf č. 12 Pomerná prietoková rýchlosť klenbového profilu

#### 4.3.4.3. Celková prietoková rýchlosť

Celková pomerná prietoková rýchlosť k pomernému plneniu je zobrazená na grafe č. 12. Ako pri hydraulickom polomere má táto charakteristika maximum v rozdielnom bode, ako je plne zatopený prierez. Tento bod plnenia je zhodný s maximum hydraulického polomeru  $y/y_{max} = 0,82$ .

#### 4.3.5. Prietok $Q$

##### 4.3.5.1. Interval 1

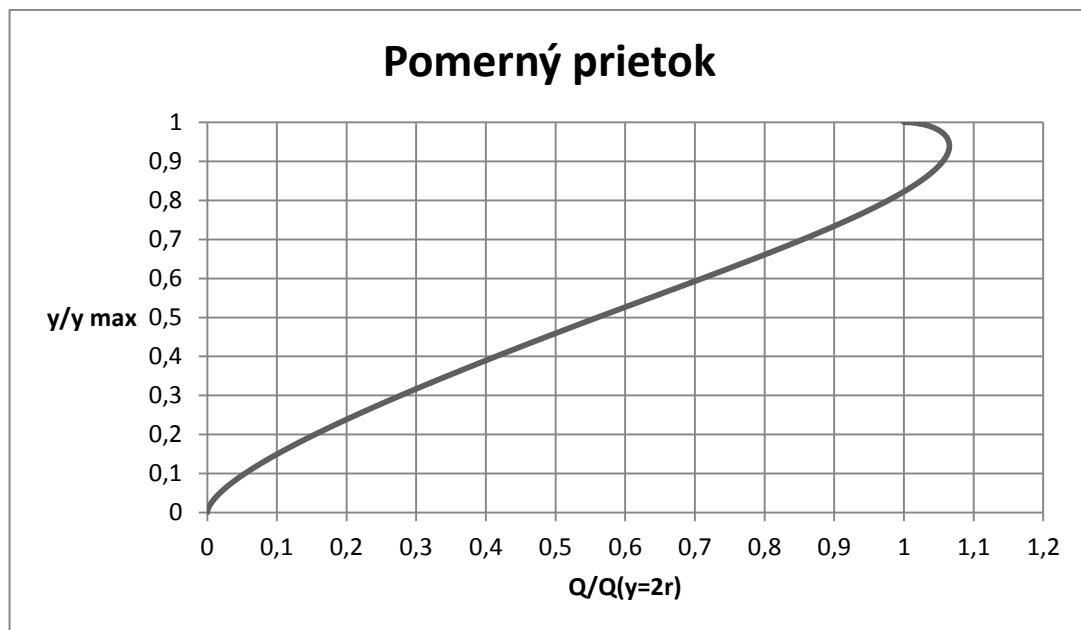
Prietok v klenbovom profile je opäť nutné rozdeliť na 2 intervaly. Túto charakteristiku možno odvodiť z rovnice kontinuity (18.4.1). Pre prvý interval bude vzťah s parametrizáciou pomocou  $y$

$$Q_1 = S_1 * v_1. \quad (16.4.3)$$

##### 4.3.5.2. Interval 2

V druhej časti profilu bude vzťah pre prietok

$$Q_2 = S_2 * v_2. \quad (17.4.3)$$



*Graf č. 13 Pomerný prietok klenbového profilu*

#### 4.3.5.3. Celkový prietok

Celkový pomerný prietok, v závislosti na pomernom plnení, je zobrazený na *grafe č.13*. Táto charakteristika tiež dosahuje maximum, mimo plne zatopeného prierezu. Nachádza sa v bode pomerného plnenia  $y/y_{max} = 0,9395$ .

## 5. Hydraulicky najvýhodnejší prierez

### 5.1. Definícia hydraulicky najvýhodnejšieho prierezu

Z rovnice continuity (18.4.1), s použitím Chézyho rovnice (8.2) a Manningovho rýchlostného súčiniteľa, možno jednoznačne napísať že prietok je

$$Q = S * \frac{1}{n} * R^{\frac{1}{6}} * \sqrt{R * i_o}. \quad (1.5.1)$$

Rovnicu (1.5) možno upraviť, čím sa vzťah zjednoduší na

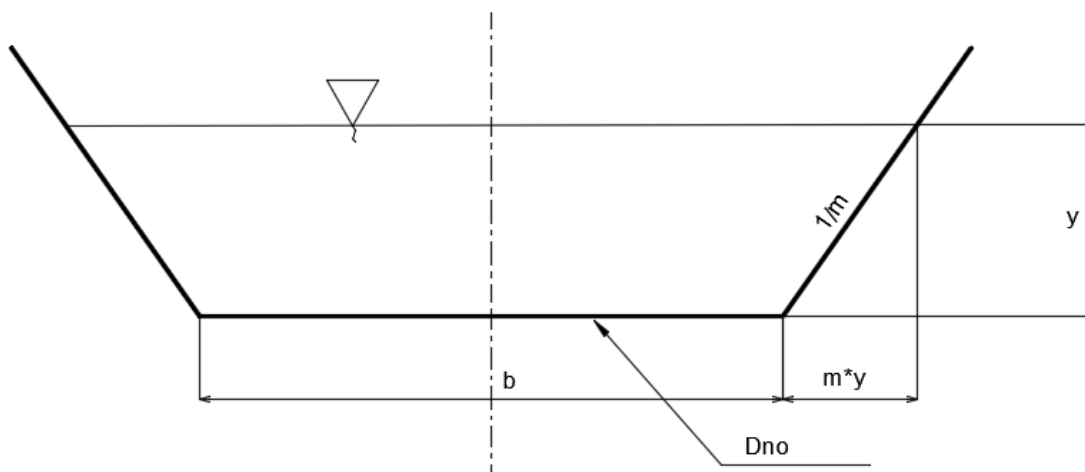
$$Q = S * \frac{1}{n} * R^{\frac{2}{3}} * \sqrt{i_o}, \quad (2.5.1)$$

a ak platí rovnica (6.2), možno ďalej zjednodušiť tento vzťah na

$$Q = \frac{1}{n} * \frac{S^{\frac{5}{3}}}{O^{\frac{2}{3}}} * \sqrt{i_o}. \quad (3.5.1)$$

Prierez kanálu bude energeticky najefektívnejší, pokiaľ pri stálom priereze, povrchovej drsnosti a pozdĺžnom sklone koryta bude jeho prietok maximálny. Ak je uvažovaná rovnica (3.5) a predošlé predpoklady, najvýhodnejší musí byť prierez, ktorý pri konštantnej prierezovej ploche má minimum omočeného obvodu. Takýto prierez je hydraulicky najvýhodnejší prierez. [3]

### 5.2. Obdĺžnikový profil



Obrázok č. 7 Geometria lichobežníkového profilu

Pre koryto lichobežníkového prierezu s geometriou zvolenou podľa obrázku č.7 bude omočený obvod

$$O = 2 * \sqrt{m^2 * y^2 + y^2} + b = 2 * y * \sqrt{1 + m^2} + b. \quad (1.5.2)$$

Prietočná plocha tohto profilu bude

$$S = y * (b + m * y) \rightarrow b = \frac{S}{y} - m * y, \quad (2.5.2)$$

a teda

$$O = \frac{S}{y} - m * y + 2 * y * \sqrt{1 + m^2}, \quad (3.5.2)$$

kde S je konštantná prierezová plocha. Ak je hľadané minimum funkcie, možno použiť deriváciu prvého rádu podľa výšky hladiny a položiť ju rovno 0.

$$\min(O): \frac{dO}{dy} = -\frac{S}{y^2} - m + 2 * \sqrt{1 + m^2} = 0. \quad (4.5.2)$$

Za „S“ spätne možno dosadiť rovnicu (2.5.2). Po úprave výsledný výraz bude

$$\frac{b}{y} + 2 * (m - \sqrt{1 + m^2}) = 0. \quad (5.5.2)$$

Ak je hľadaný hydraulicky najvýhodnejší prierez, pre obdĺžnikový profil kanálu bude  $m = 0$ , a teda,

$$\frac{b}{y} + 2 * (0 + 1) = 0 \rightarrow b = 2y. [3] \quad (6.5.2)$$

Ak by bol hľadaný hydraulicky najvýhodnejší prierez lichobežníkového profilu kanálu, výsledný vzťah by pomocou ďalších úprav bol

$$b = \frac{2}{\sqrt{3}} * y. [4] \quad (7.5.2)$$

### 5.3. Kruhový profil

Pre tento profil je možno využiť geometriu z obrázku č. 2, použitom v kapitole 4.1. Vzťah pre omočený obvod bude rovnica (5.4.1) a pre prietoknú plochu (3.4.1). Po dosadení prietoknej plochy cez polomer kruhu, bude výsledný omočený obvod

$$O = \left( \frac{2 * S * \varphi^2}{\varphi - \sin \varphi} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.5.3)$$

Hydraulicky najvýhodnejší prierez tohto profilu je možno nájsť deriváciou prvého rádu podľa uhlu  $\varphi$ , položenú rovno 0. Keďže podľa definície hydraulicky najvýhodnejšieho prierezu je prietokná plocha konštantná,

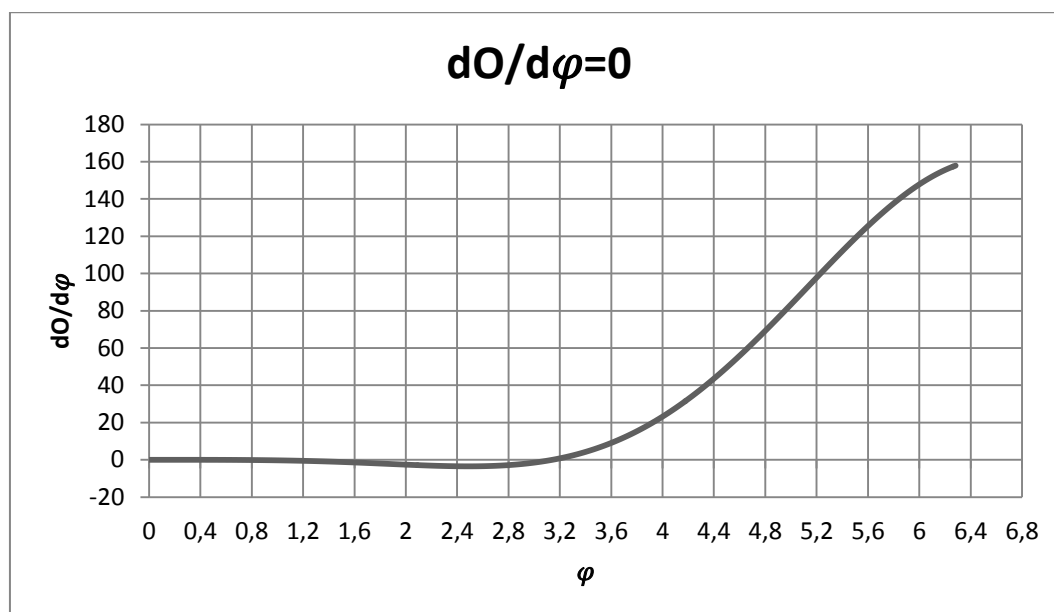
$$\min(O) : \frac{dO}{d\varphi} = \frac{1}{2} * \left( \frac{2 * S * \varphi^2}{\varphi - \sin \varphi} \right)^{-\frac{1}{2}} * \frac{4 * S * \varphi * (\varphi - \sin \varphi) - 2 * S * \varphi^2 * (1 - \cos \varphi)}{(\varphi - \sin \varphi)^2}. \quad (2.5.3)$$

Pokiaľ sa má táto funkcia rovnať 0, čitateľ musí byť nulový.

$$4 * S * \varphi * (\varphi - \sin \varphi) - 2 * S * \varphi^2 * (1 - \cos \varphi) = 0 \quad (3.5.3)$$

Po zjednodušení dostaneme rovnicu

$$2 * \varphi^2 - 4 * \varphi * \sin \varphi + 2 * \varphi^2 * \cos \varphi = 0. \quad (4.5.3)$$



*Graf č. 14* Priebeh derivácie omočeného obvodu kruhového profilu

Pre nájdenie hydraulicky najvýhodnejšieho prierezu je nutné vyriešiť túto rovnicu. V *grafe č. 14* je možné vidieť túto závislosť v intervale od 0 po  $2\pi$ . Tento graf na prvý pohľad pretína nulu v okolí bodu  $\pi$ . Táto hodnota môže byť dosadená do rovnice (4.5.3).

$$2 * \pi^2 - 4 * \pi * \sin \pi + 2 * \pi^2 * \cos \pi = 0. \quad (5.5.3)$$

Keďže rovnosť platí, možno prehlásiť, že  $\pi$  je riešením tejto rovnice a hydraulicky najvýhodnejší prierez je v pomernej výške plnenia  $\frac{y}{y_{max}} = 0,5$ .

## Záver

Táto bakalárska práca sa zaoberá prúdením s voľnou hladinou v korytách rôznych typov. Táto problematika bola interpretovaná pomocou Chézyho rovnice  $v = C * \sqrt{i_o * R}$ , s použitím konštantného Manningovho rýchlostného súčiniteľa  $C = \frac{1}{n} * R^{\frac{1}{6}}$ .

Z hľadiska prietočnosti a prietokovej rýchlosti boli skúmané 3 rôzne profily a to obdĺžnikový, kruhový a klenbový. Vo všetkých troch prípadoch bol z geometrie jednotlivých profilov určený hydraulický polomer kanálu, ktorý bol neskôr využitý pre určenie rýchlosti a prietoku. Tieto matematické závislosti boli graficky znázornené v pomerných, bezrozmerných súradniciach, vzhľadom k plne zatopenému prierezu (konzumčné krivky). Tento typ grafu názorne ukazuje, že nie v každom koryte, nastáva maximum rýchlosti a maximum prietoku v plne zatopenom priereze. Boli určené miesta maxima týchto charakteristík. Z dôvodu nutnosti vyriešenia nelineárnych rovníc v prípade kruhového profilu bola využitá Newtonova metóda dotyčníc na numerické potvrdenie výsledku. Jedným z dôležitých pozorovaní je skutočnosť, že maximum hydraulického polomeru je v zhode s maximom rýchlostí u všetkých troch profilov.

Ďalším zo záujmov tejto práce bolo hľadanie hydraulicky najvýhodnejšieho prierezu. Teoretické poznatky z tejto problematiky boli aplikované na kruhový a obdĺžnikový profil.

Z praktického hľadiska sú tieto poznatky využiteľné pre vodné elektrárne a odpadové kanály. Obdĺžnikový prierez je využívaný pre prívodné a odvodné kanály malých vodných elektrární. Kruhový profil je často využívaný pre odpadné štály kanalizácií.



## Zoznam použitých zdrojov

[1] SMETANA, Jan. *Hydraulika I: Fyzikální vlastnosti, statika, kinematika a dynamika kapalin. Ustálený pohyb vody v potrubí a v korytech*. Praha: ČAV, 1957, 544 s.

[2] MATTAS, Daniel. *Výpočet průtoku v otevřených korytech*. Praha: Výzkumný ústav vodohospodářský T.G. Masaryka, 2014, 110 s. : il. ISBN 978-80-87402-27-6.

[3] MÄSIAR, Ernest a Jozef KAMENSKÝ. *Hydraulika I*. 2. vyd. Bratislava: SVŠT, 1983, 364 s.

## Internetové zdroje

[4] [http://www.nptel.ac.in/courses/105106114/pdfs/Unit22/22\\_4.pdf](http://www.nptel.ac.in/courses/105106114/pdfs/Unit22/22_4.pdf)

## Zoznam obrázkov

Obrázok č. 1 Silová rovnováha v koryte .....	14
Obrázok č. 2 Geometria kruhového profilu .....	19
Obrázok č. 3 Geometria obdĺžnikového profilu .....	26
Obrázok č. 4 Geometria klenbového profilu.....	30
Obrázok č. 5 Geometria prvého intervalu .....	30
Obrázok č. 6 Geometria druhého intervalu .....	31
Obrázok č. 7 Geometria lichobežníkového profilu .....	38

## Zoznam grafov

Graf č. 1 Pomerná prietočná plocha kruhového profilu .....	20
Graf č. 2 Pomerný hydraulický polomer kruhového profilu .....	21
Graf č. 3 Pomerná prietočná rýchlosť kruhového profilu .....	22
Graf č. 4 Pomerný prietok kruhového profilu .....	24
Graf č. 5 Pomerná prietočná plocha obdĺžnikového profilu .....	27
Graf č. 6 Pomerný hydraulický polomer obdĺžnikového profilu .....	28
Graf č. 7 Pomerná rýchlosť prietoku obdĺžnikového profilu .....	28
Graf č. 8 Pomerný prietok obdĺžnikového profilu .....	29
Graf č. 9 Pomerná prietočná plocha klenbového profilu .....	32
Graf č. 10 Pomerný omočený obvod klenbového profilu .....	34
Graf č. 11 Pomerný hydraulický polomer klenbového profilu .....	35
Graf č. 12 Pomerná prietoková rýchlosť klenbového profilu .....	36
Graf č. 13 Pomerný prietok klenbového profilu .....	37
Graf č. 14 Priebeh derivácie omočeného obvodu kruhového profilu .....	40