

Katedra informatiky
Přírodovědecká fakulta
Univerzita Palackého v Olomouci

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Software pro podporu výuky matematiky

Interaktivní výuka goniometrie



2020

Vedoucí práce: Mgr. Tomáš Kühn,
Ph.D.

Mgr. Pavlína Novotná

Studijní obor: Aplikovaná informatika,
kombinovaná forma

Bibliografické údaje

Autor: Mgr. Pavlína Novotná
Název práce: Software pro podporu výuky matematiky (Interaktivní výuka goniometrie)
Typ práce: bakalářská práce
Pracoviště: Katedra informatiky, Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci
Rok obhajoby: 2020
Studijní obor: Aplikovaná informatika, kombinovaná forma
Vedoucí práce: Mgr. Tomáš Kühn, Ph.D.
Počet stran: 37
Přílohy: 1 CD/DVD se zdrojovými kódy aplikace
Jazyk práce: český

Bibliographic info

Author: Mgr. Pavlína Novotná
Title: Software for Teaching of Mathematics (Interactive learning of goniometric functions)
Thesis type: bachelor thesis
Department: Department of Computer Science, Faculty of Science, Palacký University Olomouc
Year of defense: 2020
Study field: Applied Computer Science, combined form
Supervisor: Mgr. Tomáš Kühn, Ph.D.
Page count: 37
Supplements: 1 CD/DVD with application source codes
Thesis language: Czech

Anotace

Tato práce se zabývá vytvořením webové aplikace pro podporu výuky goniometrie. Chce nabídnout interaktivní prostředí, kde si mohou studenti vyzkoušet některé hůře uchopitelné části a učitelé mohou danou problematiku lépe ilustrovat. Součástí práce je jak popis implementace vytvořené aplikace, tak uživatelská příručka.

Synopsis

This thesis deals with implementation of a web application for learning and teaching Goniometry. The aim is to offer an interactive environment for experimenting and visualizing some difficult topics. It contains description of the application and its implementation and an user guide.

Klíčová slova: webová aplikace; goniometrie; GeoGebra; HTML; CSS; JavaScript; Java

Keywords: web application; goniometry; GeoGebra; HTML; CSS; JavaScript; Java

Touto cestou bych chtěla poděkovat vedoucímu práce za připomínky a ochotu při vedení práce. Také doktoru Trnečkovi za rady ohledně webových technologií. V neposlední řadě bych chtěla poděkovat svému manželovi, který mi napsání práce umožnil a vždy byl ochoten mi poradit a zhodnotit aktuální stav aplikace.

Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou práci včetně příloh vypracoval/a samostatně a za použití pouze zdrojů citovaných v textu práce a uvedených v seznamu literatury.

datum odevzdání práce

podpis autora

Obsah

1	Úvod	7
2	Odborná část	7
2.1	Použité technologie	7
2.1.1	GeoGebra	8
2.1.2	Webové technologie	8
2.1.3	JavaScript	8
2.1.4	Java	9
2.1.5	MySQL	9
2.2	O aplikaci	9
2.2.1	Členění aplikace	9
2.2.2	Příklady a jejich řešení	10
2.2.3	Obrázky	10
2.3	Popis tříd	11
2.3.1	Třída Priklad	11
2.3.2	Třída PrikladSFunkci	13
2.3.3	Třída Kruznice	14
2.3.4	Třída Graf	14
2.3.5	Třída ZakladniRovnice	16
2.3.6	Třída SlozitejsiRovnice	17
2.4	Popis JavaScriptových funkcí	18
2.5	Práce s databází	20
3	Uživatelská část	21
3.1	Vysvětlení	24
3.2	Procvičování	24
3.2.1	Jednotková kružnice	24
3.2.2	Graf a Základní rovnice	27
3.2.3	Složitější rovnice	28
3.3	Test	31
	Závěr	34
	Conclusions	35
	Literatura	36

Seznam obrázků

1	Diagram tříd	12
2	Úvodní strana	22
3	Rozbalené menu	23
4	Jednotková kružnice	25
5	Kreslící aplikace	26
6	Kreslící aplikace – příklad	27
7	Procvičování základních rovnic	28
8	Procvičování základních rovnic – hledání hodnoty	29
9	Formulář pro přidání rovnice	30
10	Formulář pro generování testu	32
11	Zadání testu	33

1 Úvod

Na internetu nalezneme řadu programů pro podporu výuky matematiky. Matematika je předmět, který je širší veřejností často považován za problematický a těžko uchopitelný. Spousta internetových stránek a aplikací se snaží pomoci studentům s jejich pochopením. Podobný cíl sleduje i tato webová aplikace. Má sloužit jako podpora při výuce (domácí přípravě) jak pro studenty, tak pro učitele. Většina webových aplikací zabývajících se matematikou jsou spíše online učebnice případně cvičebnice, kde si mohou studenti dané informace přečíst (například [1]). Oproti klasickým učebnicím sice nabízejí většinou více řešených příkladů a obrázků, ale nepomohou například s vlastním příkladem. Ty, které nabízejí více interaktivní prostředí, jsou pak často určeny pro základní školy (například [2]). Samozřejmě existují kvalitní aplikace, jsou však většinou v angličtině a vyžadují (placenou) registraci. Světlou výjimkou je například [3], která velmi pěkně zpracovává téma derivací a integrálů. Uživatel s ní může řešit například integrály tak, že si vždy zvolí z nabídky další krok řešení, aplikace jej provede a nabídne možná pokračování. Nutí tedy studenty opravdu přemýšlet o dalším postupu řešení a ukazuje jim, kam může „špatný postup“ vést. Tato aplikace byla velkou inspirací pro tuto práci.

V aplikaci zde popsané se zabýváme tématem Goniometrie. Bylo zvoleno jako téma pro studenty často problematické a těžko uchopitelné. Dalším důvodem je, že například grafy funkcí se dají pomocí geometrických programů ilustrovat lépe než v při standardní výuce. Těžko učitel nakreslí na tabuli například 20 funkcí sinus, aby studenti viděli, co způsobuje změna jednotlivých parametrů. V aplikaci si mohou sami měnit jednotlivé parametry a změnu přímo vidí. Aplikace se tedy snaží nebýt jen další internetovou učebnicí, ale nabídnout interaktivní prostředí, kde mohou studenti danou problematiku lépe pochopit a různé věci si sami vyzkoušet. Má sloužit učitelům i studentům jako podpora výuky. Celá aplikace je omezena pouze na práci s funkcemi sinus a kosinus. Je to proto, že ostatní goniometrické funkce jsou z těchto snadno odvoditelné a není tedy nutné jim věnovat přehnanou pozornost.

Práce samotná se skládá ze tří kapitol. V druhé kapitole popisujeme, jak je aplikace vytvořena a jaké prostředky jsou k tomu použity. Třetí kapitola potom představuje uživatelskou příručku.

2 Odborná část

2.1 Použité technologie

Aplikace si klade za cíl nabídnout interaktivní prostředí, kde si mohou studenti vyzkoušet některé hůře uchopitelné části. Z toho důvodu propojuje různé technologie.

2.1.1 GeoGebra

Pro vytvoření grafů a obrázků jsme v práci zvolili program GeoGebra (dostupný na [4]), který z velké části zajišťuje interaktivitu aplikace. GeoGebra je dynamický matematický software, který spojuje geometrii, algebru, diferenciální počet a statistiku. Její první verze vyšla jako diplomová práce Markuse Hohenwartera [5] jako pomůcka pro výuku matematiky. Jedná se o volně šiřitelnou multiplatformní aplikaci určenou převážně pro učitele matematiky. Vývoj GeoGebry začal v roce 2001. Od té doby získala řadu ocenění jako vzdělávací software. Dnes se na jejím vývoji podílí několik nadšenců z celého světa.

Velkou výhodou GeoGebry je také množství výstupů, které nabízí. V aplikaci je hojně využívána JavaScriptová knihovna `deploygb` [6], která umožňuje nejen vkládání, ale i úpravu předem připravených materiálů. Jelikož všechny „obrázky“ v práci jsou vytvořeny v programu GeoGebra6 Klasik, je veškerá jejich obsluha prováděna prostřednictvím této knihovny. Knihovna je velmi dobře propracovaná a nabízí řadu možností, jak s materiály pracovat. Lze například z dynamického materiálu udělat obrázek, což je využíváno v části Test (podrobněji viz 2.2.1).

2.1.2 Webové technologie

Práce jakožto webová aplikace je psána v HTML [7], což je základní značkovací jazyk pro tvorbu webových stránek. Slouží zejména k popisu toho, co a jak má být na stránce umístěno. Nejnovější standard je HTML5.2 z roku 2017, v práci je použit standard HTML5.

Vzhled aplikace je upraven pomocí CSS [8]. Tedy kaskádových stylů, které umožňují formátovat dokumenty a vytvořit vzhled stránky (vytvořené v HTML), aniž by zasahovaly do její struktury.

2.1.3 JavaScript

Pro „oživení“ stránky je použit jazyk JavaScript [9], zejména z důvodu existence JavaScriptové knihovny pro práci s materiály vytvořenými v GeoGebře. JavaScript je objektově orientovaný jazyk, jehož hlavní výhodou je, že se program vykonává přímo v prohlížeči a ne na serveru. Jeho kód se většinou píše přímo do HTML stránek. Uživatel si jej tedy může zobrazit přímo na webu a bohužel i zakázat.

Pro sazbu matematiky je zvolena knihovna `jqMath` [10]. Jedná se o open source knihovnu, která je kompatibilní s většinou webových prohlížečů. Její velkou výhodou je, že svojí syntaxí a výstupy nejlépe připomíná sazbu matematiky v \LaTeX [11]. Což je výhodné zejména pro přidávání rovnic do databáze, jelikož většina učitelů matematiky (tedy těch, kdo by potenciálně mohli rovnice přidávat) umí s \LaTeX em pracovat. Tato knihovna vyžaduje současně použití knihovny `jQuery` [12], která je jinak v práci využívána jen okrajově.

2.1.4 Java

Veškeré matematické výpočty, generování příkladů a řešení je naprogramováno v jazyce Java verze EE 8 [13]. Jedná se o objektově orientovaný jazyk, který je v současné době jeden z nejpoužívanějších programovacích jazyků. Jeho velkou výhodou je zejména skutečnost, že vytvořené programy jsou nezávislé na operačním systému a tedy snadno přenositelné. Veškeré vývojové nástroje lze navíc získat zdarma.

2.1.5 MySQL

Pro uchování příkladů je použita jednoduchá databáze MySQL [14]. Databázový systém švédské firmy MySQL AB umožňuje správu databáze pomocí jazyka SQL. Jedná se opět o systém pracující na různých operačních systémech a podporující různé způsoby kódování češtiny včetně UTF-8.

2.2 O aplikaci

Jak již bylo zmíněno výše, cílem aplikace je nabídnout interaktivní prostředí. Chce umožnit studentům vidět „co se děje když...“ (například co se děje s grafem, když se mění parametry). Navíc k jejímu používání není nutná registrace, nemá placenou verzi. Je však oproti „klasickým webům“ zabývajícím se matematikou velmi úzce zaměřena pouze na problematiku goniometrie. Kromě části „Složitější rovnice“ umožňuje také vložení vlastního zadání a krokované řešení, takže studenti mohou vidět i postup řešení, ne jen výsledek.

2.2.1 Členění aplikace

Aplikace je rozdělena na tři části: Vysvětlení, Procvičování a Test. Část Vysvětlení a Procvičování shodně obsahují okruhy Jednotková kružnice, Graf, Základní rovnice a Složitější rovnice (podrobněji níže). První část je spíše popisná, obsahuje vysvětlení dané problematiky. Část Procvičování obsahuje zadání vygenerovaná aplikací, k nimž lze zobrazit výsledek. Pokud to u daného typu příkladu dává smysl, obsahuje také možnost zobrazení jednotlivých kroků řešení. V neposlední řadě je možné (kromě části Složitější rovnice) zadat do aplikace vlastní zadání (v zadaném rozmezí) a nechat si vygenerovat výsledek, respektive postup řešení. Poslední část Test je určena spíše učitelům, případně studentům, kteří si chtějí problematiku více procvičit. Umožňuje vygenerovat více příkladů jednotlivých typů současně a poté k nim zobrazit výsledky. Aplikace umožňuje také volbu jednotek (stupně nebo radiány).

Řešená problematika je rozdělena do čtyř tématických okruhů. První dva, Jednotková kružnice a Graf, řeší v podstatě stejnou úlohu – hledání hodnot (například hledání sinu k zadanému úhlu). V okruhu Graf je navíc rozebrána problematika hledání grafu funkce (případně předpisu funkce k danému grafu). Zde si mohou studenti vyzkoušet, co se děje při změně jednotlivých parametrů

(respektive hodnot), a získat tak lepší představu o dané problematice. Zvládnutí hledání hodnot je klíčové pro pochopení řešení goniometrických rovnic. Další dva okruhy se zabývají právě jejich řešením. Do Základních rovnic jsou zařazeny rovnice pouze s jednou goniometrickou funkcí, jež lze řešit bez užití vzorců, tj. rovnice tvaru $a \sin (bx + c) = d$, respektive $a \cos (bx + c) = d$. Okruh Složitější rovnice pak obsahuje rovnice s více goniometrickými funkcemi, či rovnice k jejichž řešení je třeba užít vzorce.

2.2.2 Příklady a jejich řešení

V následujícím odstavci popíšeme generování příkladů a jejich řešení pro okruhy Jednotková kružnice, Graf a Základní rovnice. Poslední okruh Složitější rovnice je řešen jiným způsobem a bude popsán samostatně. Jak již bylo zmíněno výše, všechny okruhy obsahují aplikací generované příklady. Tyto jsou generovány pomocí pseudonáhodných čísel tak, aby byly matematicky korektní (například v případě úhlů v rozmezí $0 - 359$), také je zohledněno, aby se nepočítalo s příliš velkými čísly. U příkladů Základních rovnic je třeba ošetřit několik podmínek pro smysluplnost zadání. Jelikož generování jednotlivých parametrů pomocí pseudonáhodných čísel není vůbec časově náročné, je jejich splnění ošetřeno generováním zadání tak dlouho, dokud všechny podmínky nesplňují. V případě hledání hodnot na jednotkové kružnici nebo na grafu je zobrazován pouze výsledek (resp. výsledný obrázek). V případě „kreslení grafu“ a základních rovnic je k dispozici také řešení po jednotlivých krocích. Příklady jsou příslušnými metodami (viz 2.3) řešeny obdobným algoritmem, jako by je měli řešit studenti. Všechny mezivýsledky i s krátkým komentářem jsou pak ukládány do seznamu, jehož jednotlivé prvky si mohou studenti postupně zobrazit.

Specifickou část tvoří Složitější rovnice. Problematika řešení (nejen hledání výsledků) obecných goniometrických rovnic by byla velmi obtížně algoritmizovatelná. Při řešení se totiž používá například řada vzorců, jejichž použití „v nesprávnou chvíli“ může vést spíše k zesložnění příkladu. Také se používají různé „triky“ jako přičtení a zpětné odečtení nějaké konstanty (aby v následujícím kroku bylo možné použít vzorec). Algoritmus pokrývající všechny tyto možnosti by byl velmi složitý a je otázka, zda by nabízel vždy nejjednodušší řešení. Jelikož nám záleží na didaktické stránce, bylo by toto klíčové. V aplikaci jsme tento problém vyřešili pomocí databáze příkladů. Tato část tedy jako jediná neumožňuje vložení vlastního zadání. Generování příkladů je tak zredukováno na výběr pseudonáhodného příkladu z databáze. I zde je k dispozici kromě výsledku možnost krokování řešení. Podrobněji je databáze popsána v části 2.5.

2.2.3 Obrázky

Jak již bylo uvedeno v části 2.1, všechny obrázky použité v aplikaci jsou vytvořeny v programu GeoGebra. Jsou vytvořeny čtyři hlavní materiály:

1. Jednotková kružnice: ilustruje hledání hodnot na jednotkové kružnici. Umožňuje zobrazení goniometrických hodnot v pravoúhlém trojúhelníku, funkce

příslušící k danému úhlu a úhel k dané funkční hodnotě.

2. Graf hodnoty: ilustruje hledání hodnot na grafu. Umožňuje zobrazení malé jednotkové kružnice pro srovnání, funkce příslušící k danému úhlu a úhel k dané funkční hodnotě.
3. Graf posuny: ilustruje změny grafu funkce v závislosti na jednotlivých parametrech. Umožňuje zobrazení grafu sinu nebo kosinu.
4. Jednotková kružnice – procvičování: jedná se o speciální materiál, který simuluje rýsování na papíře. Studenti si tak mohou vyzkoušet zanášení hodnot do jednotkové kružnice přímo v aplikaci.

Téměř všechny obrázky v aplikaci vznikly úpravou materiálů 1 – 3. Původní podobu materiálů lze vidět v části Vysvětlení. Jednotlivé úpravy, zejména například schovávání některých prvků, jsou realizovány přímo v aplikaci pomocí příslušných JavaScriptových funkcí (viz 2.4).

2.3 Popis tříd

V této části si popíšeme jednotlivé třídy té části aplikace, která je implementována pomocí jazyka Java. Hierarchie tříd je vidět na diagramu 1. Jednotlivé třídy jsou pak podrobněji popsány níže.

2.3.1 Třída Příklad

Abstraktní třída obsahující základní abstraktní metody a metody pro počítání s radiány.

Atributy:

boolean pocitameVRadianech

Nabývá hodnotu `true`, pokud jsou jako jednotky úhlů používány radiány, `false` jsou-li použity stupně.

Metody:

Příklad(boolean pocitameVRadianech)

Konstruktor.

abstract List<String> vytvoritReseni()

Abstraktní metoda pro vytvoření seznamu jednotlivých bodů řešení.

abstract Příklad generovatZadani(int typ)

Abstraktní metoda pro vytvoření zadání typu `Příklad`.

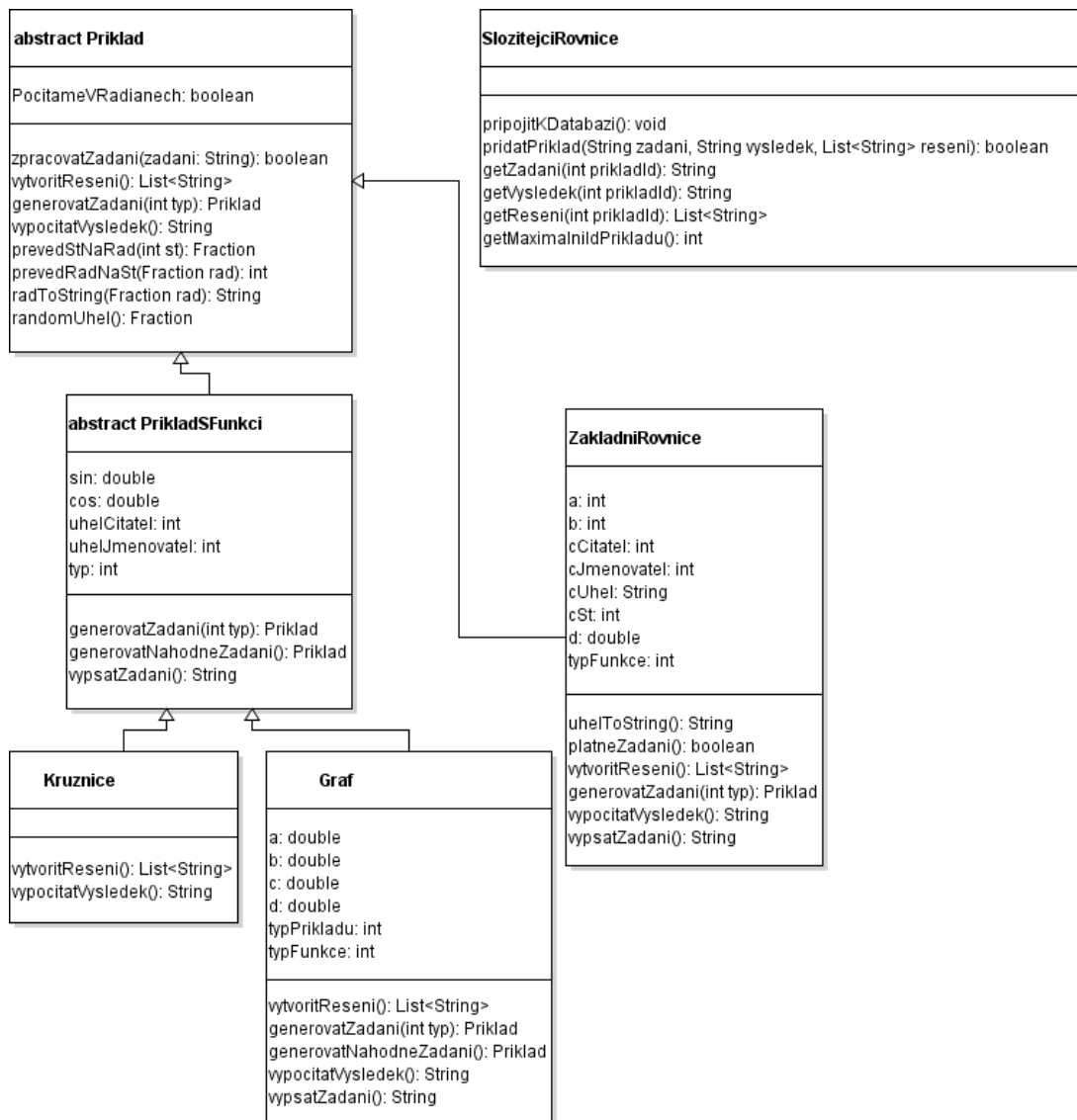


Diagram 1: Diagram tříd

String vypocitatVysledek()

Abstraktní metoda pro vytvoření výsledku.

double zaokrouhlit(Double hodnota)

Provádí zaokrouhlování požadovaným způsobem (na dvě desetinná místa, podle „českých pravidel“).

Fraction prevedStNaRad(int st)

Převádí stupně na radiány, které vrací ve tvaru zlomku.

int prevedRadNaSt(Fraction rad)

Převádí radiány (zadané pomocí zlomku) na stupně.

String radToString(Fraction rad)

Převede zlomek reprezentující radiány na řetězec, který jej umožní vypsát na obrazovku podle matematických zvyklostí.

Fraction randomUhel()

Vygeneruje náhodný úhel v radiánech a vrátí jeho reprezentaci pomocí zlomku.

2.3.2 Třída PříkladSFunkci

Abstraktní třída je potomkem abstraktní třídy Příklad.

Atributy:

double sin

Hodnota sinu.

double cos

Hodnota kosinu.

int uhelCitatel

Při zadávání úhlu v radiánech tj. ve tvaru $\frac{c\pi}{j}$, reprezentuje číselník (číslo c), při zadávání úhlu ve stupních reprezentuje celou hodnotu. V základu je nastaven na hodnotu -1 .

int uhelJmenovatel

Při zadávání úhlu v radiánech reprezentuje jmenovatel (číslo j), při zadávání ve stupních není používán. V základu je jeho hodnota nastavena na 0.

int typ

Reprezentuje typ příkladu. Je nastaven podle následujících konstant:

1. SINUS_K_UHLU: příklad typu „Najděte sinus k úhlu. . .“
2. KOSINUS_K_UHLU: příklad typu „Najděte kosinus k úhlu. . .“
3. UHEL_K_SINU: příklad typu „Pro jaké hodnoty je hodnota sinu rovna. . .“
4. UHEL_KE_KOSINU: příklad typu „Pro jaké hodnoty je hodnota kosinu rovna. . .“

Metody:

PříkladSFunkci (boolean pocitameVRadianech)

Konstruktor.

Příklad generovatZadani (int typ)

Vygeneruje náhodný příklad zadaného typu a nastaví příslušné atributy.

Příklad generovatNahodneZadani ()

S využitím předchozí metody vygeneruje náhodný příklad (náhodného typu).

String vypsatZadani ()

Vytvoří a vrátí řetězec obsahující textovou podobu zadání.

2.3.3 Třída Kružnice

Potomek třídy PříkladSFunkci. Obsahuje metody pro práci s jednotkovou kružnicí.

Metody:

Kružnice (boolean pocitameVRadianech)

Konstruktor.

List<String> vytvoritReseni ()

Vrací null, jelikož tento typ příkladů nemá vícezkrokové řešení.

String vypocitatVysledek ()

Vrací jednoduchý řetězec popisující výsledek.

2.3.4 Třída Graf

Potomek třídy PříkladSFunkci. Obsahuje atributy a metody pro práci s grafy.

Atributy:

double a

V zápisu funkce tvaru $a \sin (bx + c) + d$ reprezentuje hodnotu a .

double b

V zápisu funkce tvaru $a \sin (bx + c) + d$ reprezentuje hodnotu b .

double c

V zápisu funkce tvaru $a \sin (bx + c) + d$ reprezentuje hodnotu c .

double d

V zápisu funkce tvaru $a \sin (bx + c) + d$ reprezentuje hodnotu d .

int typPříkladu

Reprezentuje typ příkladu. Je nastaven podle následujících konstant:

1. NAKRESLIT_GRAF: příklad typu „Nakreslete graf funkce. . . “
2. NAPSAT_FUNKCI: příklad typu „Napište rovnici funkce pro graf na obrázku.“
3. HLEDAT_HODNOTU: příklad hledání hodnoty podle rodičovské třídy.

int typFunkce

Reprezentuje typ funkce. Je nastaven podle následujících konstant:

0. SINUS: v příkladu se vyskytuje funkce sinus.
1. KOSINUS: v příkladu se vyskytuje funkce kosinus.

Metody:

Graf(boolean pocitameVRadianech)

Konstruktor.

List<String> vytvoritReseni()

Vytvoří komentář k řešení po jednotlivých krocích. Vrací seznam řetězců obsahujících jednotlivé komentáře.

Příklad generovatZadani(int typ)

Vytvoří náhodný příklad zadaného typu a nastaví příslušné atributy (hodnotu atributu `typFunkce` generuje náhodně). Pro typ odpovídající konstantě `HLEDAT_HODNOTU` využívá rodičovskou metodu `generovatNahodneZadani()`

Příklad generovatNahodneZadani()

S využitím předchozí metody vygeneruje náhodný příklad (náhodného typu).

String vypocitatVysledek()

Podle nastavení atributů vytvoří a vrátí řetězec popisující výsledek příkladu.

String vypsatZadani()

Podle nastavení atributů vytvoří a vrátí řetězec obsahující textovou podobu zadání.

2.3.5 Třída ZakladniRovnice

Potomek abstraktní třídy `Příklad`. Definuje atributy a metody pro práci se základními rovnicemi, tj. rovnicemi s pouze jednou goniometrickou funkcí, jež lze řešit bez užití vzorců.

Atributy:

int a

V zápisu rovnice tvaru $a \sin (bx + c) = d$ reprezentuje hodnotu a .

int b

V zápisu rovnice tvaru $a \sin (bx + c) = d$ reprezentuje hodnotu b .

int cCitatel

V zápisu rovnice tvaru $a \sin (bx + \frac{c\pi}{j}) = d$ reprezentuje hodnotu c .

int cJmenovatel

V zápisu rovnice tvaru $a \sin (bx + \frac{c\pi}{j}) = d$ reprezentuje hodnotu j .

int cSt

V zápisu rovnice tvaru $a \sin (bx + c^\circ) = d$ reprezentuje hodnotu c .

String cUhel

Reprezentuje řetězec obsahující správný zápis hodnoty úhlu (ve stupních i v radiánech)

double d

V zápisu rovnice tvaru $a \sin (bx + c) = d$ reprezentuje hodnotu d .

int typFunkce

Reprezentuje typ použité funkce. Je nastaven podle následujících konstant:

0. SINUS: v příkladu se vyskytuje funkce sinus.
1. KOSINUS: v příkladu se vyskytuje funkce kosinus.

Metody:

ZakladniRovnice (boolean pocitameVRadianech)

Konstruktor.

String uhelToString ()

Nastaví atributy `cUhel` a `cSt` v závislosti na použitých jednotkách.

boolean platneZadani ()

Kontroluje, zda je zadání z matematického hlediska smysluplné. V kladném případě vrací `true`, jinak `false`.

List<String> vytvoritReseni ()

Vytvoří komentář k řešení po jednotlivých krocích. Vrací seznam řetězců obsahujících jednotlivé komentáře.

Priklad generovatZadani (int typ)

Vytvoří náhodný příklad zadaného typu a nastaví příslušné atributy.

String vypocitatVysledek ()

Podle nastavení atributů vytvoří a vrací řetězec popisující výsledek příkladu.

String vypsatiZadani ()

Podle nastavení atributů vytvoří a vrací řetězec obsahující textovou podobu zadání.

2.3.6 Třída SlozitejsiRovnice

Obsahuje atributy a metody pro práci s databází příkladů složitějších rovnic, tj. rovnic s více goniometrickými funkcemi, či rovnic, k jejichž řešení je třeba užít vzorce.

Metody:

SlozitejsiRovnice()

Konstruktor zajišťuje připojení k databázi pomocí metody `pripojitKDatabazi()`.

void pripojitKDatabazi()

Pokusí se připojit k databázi, případně nahlásí chybu.

boolean pridatPriklad(String zadani, String vysledek, List<String> reseni)

Pokusí se přidat do databáze nový příklad, v případě úspěchu vrací `true`, jinak `false`.

String getZadani(int prikladId)

Pokusí se z databáze vybrat zadání daného příkladu. Vrací řetězec obsahující zadání, v případě neúspěchu vrací `null`.

String getVysledek(int prikladId)

Pokusí se z databáze vybrat výsledek daného příkladu. Vrací řetězec obsahující výsledek, v případě neúspěchu vrací `null`.

List<String> getReseni(int prikladId)

Pokusí se z databáze vybrat popis řešení daného příkladu. Vrací seznam řetězců obsahující jednotlivé kroky řešení, v případě neúspěchu vrací prázdný seznam.

int getMaximalniIdPrikladu()

Pokusí se zjistit maximální id příkladu a vrátí jej, v případě neúspěchu vrací `0`.

2.4 Popis JavaScriptových funkcí

Jak již bylo zmíněno v sekci 2.1, většina JavaScriptových funkcí slouží k ovládní materiálů z GeoGebry. Jednotlivé funkce umožňují veškerou práci s objekty. Například lze nastavovat jejich viditelnost, polohu nebo hodnotu parametrů. Veškeré příkazy jsou přehledně popsány v [15]. Zde popíšeme vybrané JavaScriptové funkce použité v práci.

zobrazHodnotyProUhel (uhelCitatel, uhelJmenovatel)

Nastaví na jednotkové kružnici daný úhel (v příslušných jednotkách) a k němu odpovídající hodnoty sinu a kosinu.

zobrazUhelProSin (sinus)

Nastaví na jednotkové kružnici danou hodnotu sinu a k ní příslušné úhly.

zobrazUhelProCos (kosinus)

Nastaví na jednotkové kružnici danou hodnotu kosinu a k ní příslušné úhly.

zobrazReseniKruznice (typ, sin, cos, uhelCitatel, uhelJmenovatel)

Pomocí tří předchozích funkcí zobrazí řešení příkladu zadaného buď uživatelem nebo vygenerovaného pseudonáhodně.

zobrazHodnotyProUhelGraf (uhelCitatel, uhleJmenovatel, typ)

Nastaví na grafu daný úhel a k němu odpovídající hodnoty sinu a kosinu.

zobrazUhelProSinGraf (sinus)

Nastaví na grafu danou hodnotu sinu a k ní příslušné úhly.

zobrazUhelProCosGraf (kosinus)

Nastaví na grafu danou hodnotu kosinu a k ní příslušné úhly.

nastavParametrySinu (a, b, c, d)

Nastaví parametry grafu funkce $f(x) = a \sin (bx + c) + d$.

nastavParametryKosinu (a, b, c, d)

Nastaví parametry grafu funkce $f(x) = a \cos (bx + c) + d$.

zobrazReseniGraf (typPrikladu, typFunkce, typ, a, b, c, d, sin, cos, uhelCitatel, uhelJmenovatel)

Pomocí čtyř předchozích funkcí zobrazí řešení příkladu zadaného buď uživatelem nebo vygenerovaného pseudonáhodně.

zobrazKrokGraf (typPrikladu, typFunkce, pocetKomentaru)

Zajišťuje postupné zobrazování jednotlivých kroků řešení (jak textových komentářů, tak odpovídajících „obrázků“).

platneZadani (a, b, c)

Ověří zda, rovnice zadaná uživatelem je matematicky korektní, případně zobrazí odpovídající chybovou hlášku.

zobrazVysledekRovnice ()

Pro zadanou (vygenerovanou) rovnici zobrazí výsledek (bez postupu řešení).

zobrazKrokRovnice (velikost)

Zobrazí postupně jednotlivé kroky řešení u příkladů základních rovnic (zadaných uživatelem nebo vygenerovaných).

pridatPole (pocetRadku)

Ve formuláři pro přidávání složitějších rovnic do databáze, přidává další pole pro vložení kroku řešení (standardně jsou k dispozici 3 pole).

zobrazKrokSlozitejsiRovnice (velikost)

Zobrazí postupně jednotlivé kroky řešení složitějších rovnic vybraných z databáze příkladů.

zobrazObrazekReseni (pocitadlo, typVysledku, typPrikladu, typFunkce, typ, a, b, c, d, sin, cos, uhel)

V části Test připojí k výsledku obrázek, pokud je potřeba.

zobrazObrazekZadani (pocitadlo, typFunkce, a, b, c, d)

V části Test připojí obrázky k zadání příkladů, které jej obsahují.

schovejInput (pocitameVRadianech)

Zajišťuje zobrazení správných inputů pro zadávání vlastních hodnot podle zvolených jednotek.

2.5 Práce s databází

Jak již bylo zmíněno v částech 2.1.5 a 2.2.2, je v aplikaci použita MySQL databáze pro ukládání příkladů složitějších rovnic (tj. rovnic, které obsahují v zadání více goniometrických funkcí nebo je k jejich řešení třeba užití vzorce). Databáze je velmi jednoduchá, obsahuje pouze dvě tabulky. První tabulka `priklad` má tři sloupce: `id`, `zadani` a `vysledek`. K uchování postupu řešení slouží druhá tabulka `reseni` s atributy `id`, `priklad`, `poradi` a `text`. Atribut `priklad` slouží k propojení obou tabulek, jelikož číslo zde uložené vždy odpovídá `id` v tabulce

příklad. Vlastní popis řešení nalezneme v atributu `text`. Jeden řádek vždy odpovídá jednomu kroku řešení, který zobrazujeme v aplikaci. Jednotlivé kroky jsou očíslovány v rámci jednoho příkladu pomocí atributu `poradi`.

V ideálním případě doufáme, že příklady budou přidávat i jiní uživatelé (učitelé disponující heslem) a databáze by pak mohla být dostatečně obsáhlá. Pro tento účel je v aplikaci vytvořen formulář, který umožňuje přidávání rovnic do databáze. V zájmu zachování kvality obsahu je chráněn heslem.

Toto heslo je jediným „zabezpečením“, kterým aplikace disponuje. Jelikož nevyžaduje přihlašování ani jinak nepracuje s žádnými osobními údaji uživatelů, není jiné zabezpečení třeba.

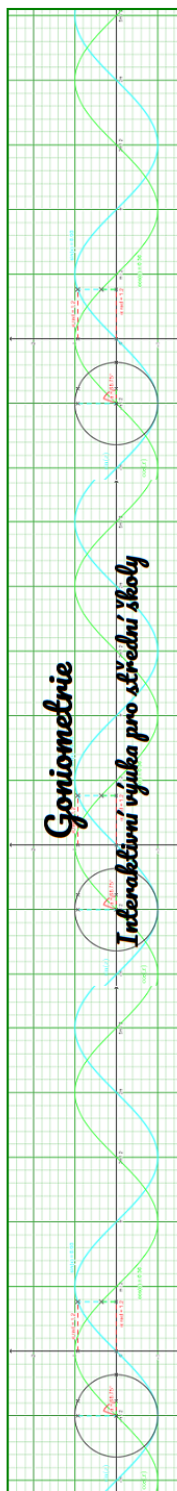
3 Uživatelská část

Aplikaci nalezneme na adrese <http://www.matematikainteraktivne.cz/>. Vzhledem k použitým technologiím by měla fungovat ve většině prohlížečů. Protože obsahuje řadu interaktivních obrázků, je primárně určena pro práci na počítači (na větší obrazovce).


Úvodní stránka aplikace (viz obrázek 2) slouží jako rozcestník. Na levé straně vidíme tlačítko pro rozbalení menu, které je dostupné i na všech dalších stránkách. Zobrazené menu vidíme na obrázku 3. První dvě položky „Vysvětlení“ a „Procvičování“ jsou rozbalovací po kliknutí na „šipečku“. Po rozbalení se zobrazí jednotlivé okruhy, po kliknutí na ně se načte odpovídající stránka. Následuje položka „Test“, která přesměruje uživatele rovnou na příslušnou stránku (popis ovládání jednotlivých stránek je uveden v následujících kapitolách). Poslední v menu nalezneme přepínač „Jednotka úhlů“, který umožňuje zvolit si požadované jednotky, ve kterých probíhají výpočty. Rozdělení menu odpovídá rozdělení celé aplikace. Jednotlivé části jsou také pro větší přehlednost barevně odlišeny. Podrobněji si je a jejich ovládání popíšeme v následujících sekcích. Celé menu lze opět schovat pomocí „křížku“ v levém horním rohu (a poté znovu zobrazit pomocí ikony menu).

Kromě menu nalezneme na všech stránkách také nadpis, patičku a odkaz „O aplikaci“, který nás přesměruje na stránku se základními informacemi o aplikaci.

Při zobrazování jednotlivých stránek se tedy mění pouze obsah zeleného obdélníku (viz obrázek 2). Na úvodní stránce v něm nalezneme karty. Tyto odpovídají odkazům v menu, jen navíc obsahují stručný popis jednotlivých stránek. Kliknutí na libovolnou kartu nás tedy přesměruje na stránku s požadovaným obsahem. Toho lze využívat zejména při práci na menších obrazovkách či zařízeních s ovládáním dotekem. Na úvodní stránku se můžeme snadno odkudkoli vrátit kliknutím na nadpis „Goniometrie“.



O aplikaci

Výsvětlení			
 <p>Jednotková kružnice Rozšíření znalostí z pravouhlého trojúhelníku Změny grafu v závislosti na parametrech</p>	 <p>Grafy Hlední hodnot na grafu Změny grafu v závislosti na parametrech</p>	 <p>Základní rovnice Řešení základních rovnic Využití substituce</p>	 <p>Složitější rovnice Rovnice s více funkcemi Řešení s využitím vzorců</p>
Procvičování			
 <p>Jednotková kružnice Možnost vložení vlastního zadání Procvičování s náhodně vygenerovaným zadáním</p>	 <p>Grafy Možnost vložení vlastního zadání Procvičování s náhodně vygenerovaným zadáním</p>	 <p>Základní rovnice Možnost vložení vlastního zadání Procvičování s náhodně vygenerovaným zadáním</p>	 <p>Složitější rovnice Procvičování s náhodně vybraným zadáním Možnost vkládání nových rovnic</p>

Univerzita Palackého v Olomouci 2020, Pavlína Novotná

Obrázek 2: Úvodní strana



Obrázek 3: Rozbalené menu

3.1 Vysvětlení

V části Vysvětlení se zaměřujeme na pochopení dané problematiky. Pro oddíl Základní rovnice a Složitější rovnice si vystačíme pouze z textovým popisem. Části Jednotková kružnice a Graf obsahují i některé interaktivní prvky, jejichž ovládání si popíšeme zde. Jako příklad si zvolíme stránku Jednotková kružnice, stránka Graf se ovládá analogicky.

Na stránce vidíme kromě textu také „obrázek“ jednotkové kružnice s vyznačeným úhlem (viz obrázek 4). Nejedná se však o klasický obrázek, ale o interaktivní materiál vytvořený pomocí programu GeoGebra. V jeho levém horním rohu vidíme zaškrtačací políčka (na obrázku je označena položka „Hledej sinus a kosinus k úhlu“), která umožňují změnu „obrázku“. V aktuálně vybraném pohledu vidíme napravo červený posuvník úhlu α , který odpovídá úhlu vyznačeném v kružnici. Budeme-li jeho posouváním měnit hodnotu α , uvidíme na kružnici také změnu hodnot $\sin \alpha$ a $\cos \alpha$. Analogicky pokud pomocí zaškrtačacího políčka změníme pohled například na „Hledání úhlu ke kosinu“, můžeme měnit hodnotu kosinu a v kružnici uvidíme vyznačené úhly příslušící k této hodnotě. Je dobré si uvědomit, že zaškrtačací políčka umožňují více vybraných možností (pohledů) současně, pro změnu pohledu je tedy třeba napřed zvolit pohled nový a poté „vypnout“ pohled původní.

Na obrázku 4 dole dále vidíme políčka umožňující vepsání vlastních hodnot. Po vepsání vlastní hodnoty (například sinu) a jejím potvrzením (klávesou *Enter* nebo pomocí tlačítka „Hotovo“), se odpovídajícím způsobem změní obrázek jednotkové kružnice (v našem příkladu to znamená zobrazení zadané hodnoty sinu a k ní příslušným úhlem). V tomto zobrazení již nejsou dostupná zaškrtačací políčka po změnu pohledu, pokud je chceme znovu zobrazit, poslouží nám k tomu tlačítko „Základní zobrazení“.

3.2 Procvičování

3.2.1 Jednotková kružnice

V části Procvičování již předpokládáme, že jsme se s danou problematikou seznámili a chceme si ji procvičit. Na obrázku 5 vidíme několik způsobů, kterými tak lze učinit. Aplikace sama generuje zadání příkladů k procvičení (pro nová zadání slouží tlačítko „Vygeneruj další zadání“). Po vyřešení příkladu ať už přímo v aplikaci (podrobněji níže) nebo na papíře, si můžeme pomocí tlačítka „Zobrazit řešení“ zobrazit obrázek jednotkové kružnice se správným grafickým řešením. Nahoře potom vidíme opět vstupní políčka (stejná jako byla popsána v části 3.1) pro zobrazení řešení k vlastnímu zadání.

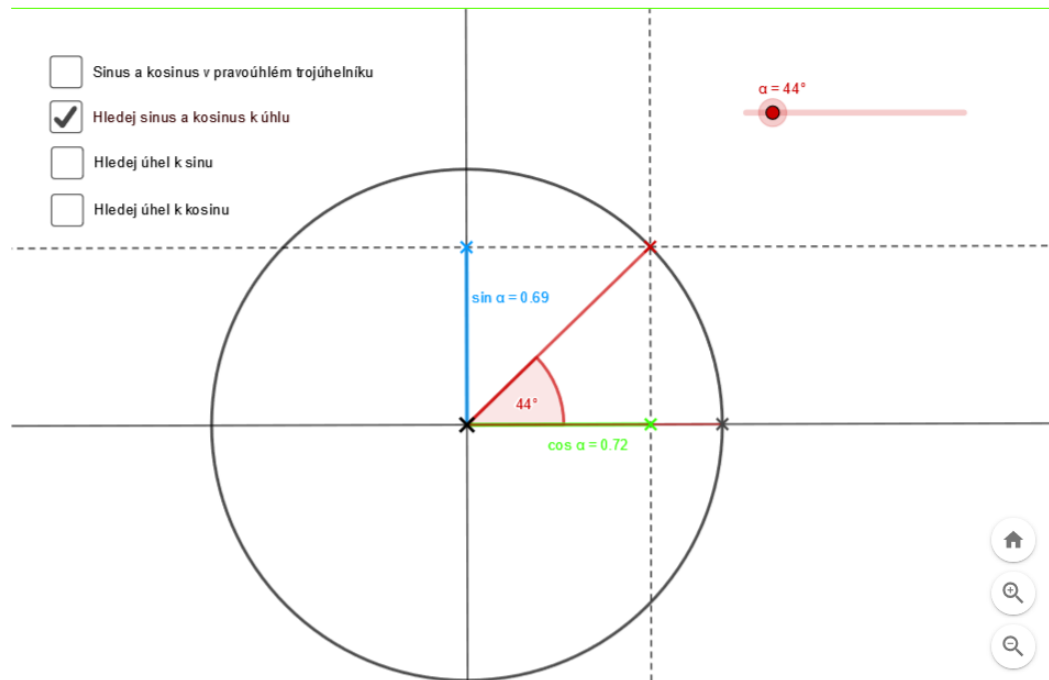
Jednotková kružnice

Funkce sinus a kosinus již známe z pravouhlého trojúhelníku. Pokud tento trojúhelník šikovně posuneme do kružnice o poloměru 1 (viz níže), dostaneme $\sin \alpha = \frac{\text{protilehlá}}{\text{přepona}} = \frac{\text{protilehlá}}{1}$. Představme si ještě, že "kříž" v naší jednotkové kružnici představuje souřadné osy x a y (s počátkem ve středu kružnice). Nyní vidíme, že sinus α je přímo roven y -ové souřadnici bodu C . Stejným způsobem zjistíme, že kosinus α je roven x -ové souřadnici bodu C . Vyzkoušejte si pro různé úhly v jednotkové kružnici níže.

Výhoda jednotkové kružnice oproti pravouhlému trojúhelníku je v tom, že stejně můžeme sinus i kosinus zjišťovat i pro úhly větší než 90° . Vyzkoušejte si pro úhly větší než 90° v jednotkové kružnici níže, všimněte si x -ové a y -ové souřadnice a jaký úhel by jí odpovídal pro pravouhlý trojúhelník.

V jednotkové kružnici můžeme také hledat úhel k zadanému sinu nebo kosinu, jak je vidět na obrázku níže. Pouze jej nanese na příslušnou osu (modrá úsečka), uděláme rovnoběžku (čárkovaná přímka) a z průsečíků s kružnicí již můžeme kreslit hledané úhly. Nezapomeňme, že pro každou zadanou hodnotu dostaneme vždy dva úhly. Vyzkoušejte si pro různé hodnoty sinu a kosinu v jednotkové kružnici níže.

Hledání úhlů k různým hodnotám budeme potřebovat při řešení goniometrických rovnic. Dobře si jej tedy [procvičte](#).



Vykresli jednotkovou kružnici

Základní zobrazení

Zadejte

úhel ve

stupních:

Zadejte

sinus:

Zadejte

kosinus:

Obrázek 4: Jednotková kružnice

Procvičování jednotkové kružnice

Procvičte si využívání jednotkové kružnice. Můžete si nechat vygenerovat zadání, nebo si nechat zobrazit výsledek k vašemu zadání. Můžete si také vyzkoušet "rýsování" přímo v aplikaci níže.

Zadejte úhel

ve stupních:

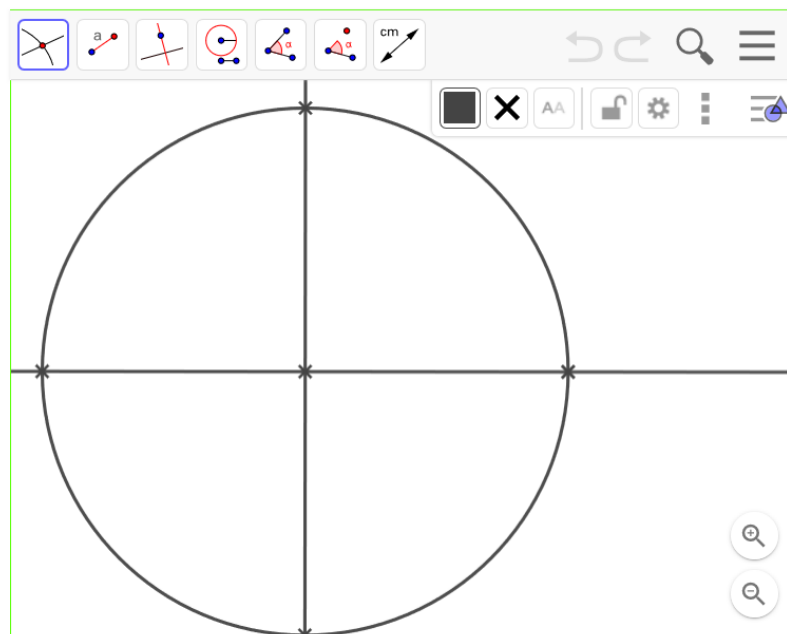
Zadejte

sinus:

Zadejte

kosinus:

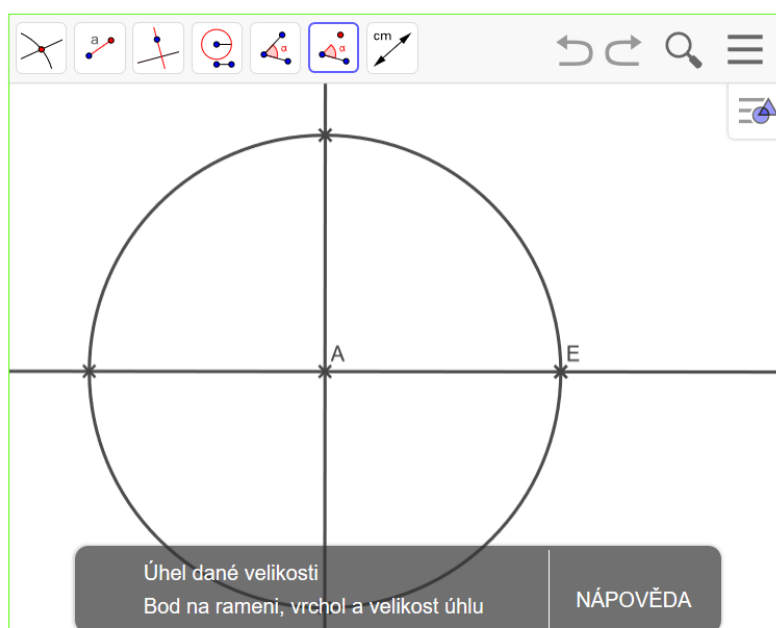
Zadání: Pomocí jednotkové kružnice zjistěte pro jaké úhly je hodnota kosinus rovna 0.85.



Obrázek 5: Kreslící aplikace

Jak již bylo uvedeno výše, řešení můžeme rýsovat buď na papír, nebo přímo pomocí materiálu GeoGebry (který je také vidět na obrázku 5 přímo pod tlačítkem „Vygeneruj další zadání“). V jeho horní části vidíme panel nástrojů, které můžeme při konstrukci využít. Po kliknutí na některý z nich se nám zobrazí krátká nápověda, jak z daným nástrojem pracovat (viz obrázek 6). Pokud chceme daný nástroj použít, je vždy potřeba na něj nejprve kliknout. Aktuálně používaný nástroj je vždy zvýrazněn modrým rámečkem (na obrázku 5 je to první nástroj

„Průsečík“). Pokud chceme například na jednotkovou kružnici nanést úhel dané velikosti, využijeme k tomu nástroj s obrázkem úhlu (druhý zprava, viz obrázek 6). Klikneme nejprve na bod E a poté na bod A (pořadí bodů je důležité, jinak se nám úhel nevykreslí na správné místo v jednotkové kružnici) a do vyskakovacího okna zadáme požadovanou velikost. S využitím nástrojů „Kolnice“, „Průsečík“ a „Vzdálenost“ pak můžeme najít například hodnotu sinu k danému úhlu. Materiál přímo umožňuje také měnit vzhled a další nastavení jednotlivých objektů, to však pro nás není podstatné (podrobnou příručku ovládání viz [16]). Na závěr pouze zmíníme možnost zvětšení či zmenšení obrázku pomocí kolečka myši nebo pomocí lupy v pravém dolním rohu (toto lze využít u všech materiálů v aplikaci).



Obrázek 6: Kreslicí aplikace – příklad

3.2.2 Graf a Základní rovnice

Při procvičování oddílu Graf a Základní rovnice máme opět možnost nechat si vygenerovat zadání (jak jsme popsali v předchozí sekci), nebo pomocí vstupních políček vložit vlastní zadání (viz obrázek 7). Nové je zde výběrové políčko, které nám umožní vybrat si, s jakou goniometrickou funkcí chceme počítat. K zadání si můžeme nejen zobrazit výsledek (pomocí tlačítka „Zobraz výsledek“), ale můžeme využít i možnost zobrazení řešení postupně po jednotlivých krocích (pomocí tlačítka „Zobraz další krok řešení“). Toho můžeme při procvičování s výhodou využít, pokud si při počítání nevíme rady a potřebujeme poradit, jak pokračovat dál.

Procvičování základních rovnic

Procvičte si jednoduché goniometrické rovnice. Zkuste si nezobrazovat výsledek, ale postupně jednotlivé kroky řešení. Můžete tak počítat postupně a jen si kontrolovat mezivýsledky.

Hodnoty si můžete nechat zobrazit na grafu nebo na jednotkové kružnici, podle toho jakému způsobu dáváte přednost.

Zadejte rovnici: =

Zadání: Řešte v \mathbb{R} rovnici: $-4 \cos\left(4x + \frac{47\pi}{36}\right) = 2$.

Komentář k řešení:

Celou rovnici vydělíme -4 .

Obrázek 7: Procvičování základních rovnic

Při řešení základních rovnic se po několika krocích dostaneme k tvaru $\sin x = k$ (resp. $\cos x = k$), kde $k \in \langle -1, 1 \rangle$). Tedy vlastně potřebujeme najít úhel k zadanému sinu (resp. kosinu). K tomu jsme se v předchozích oddílech naučili využívat jednotkovou kružnici či graf. I zde nám proto aplikace nabídne možnost hledat hodnotu na jednotkové kružnici, či grafu (respektive nám zobrazí výslednou hodnotu viz obrázek 8).

3.2.3 Složitější rovnice

V části Složitější rovnice se zabýváme rovnicemi, pro jejichž řešení je potřeba užití vzorců, či takovými, které obsahují v zadání více goniometrických funkcí současně. Chceme-li si je procvičit, postupujeme analogicky jako v případě základních rovnic. I pro tento typ rovnic můžeme v aplikaci využít možnost zobrazení postupu řešení díky databázi příkladů. Do té jsou přidávány příklady i s jednotlivými kroky řešení. Chceme-li databázi rozšířit, použijeme tlačítko „Přidej rovnici“. Pro přidávání rovnic potřebujeme znát přístupové heslo. Přidávání rovnic je takto ošetřeno z důvodu snahy o zachování kvality obsahu. Rozšiřovat databázi příkladů tak mohou jen učitelé, kteří získali povolení správce.

Po správném zadání hesla můžeme pomocí formuláře (viz obrázek 9) přidávat rovnice do databáze příkladů. Aby byla na webu správně zobrazována matematika, je třeba použít syntaxi jgMath, která je velmi podobná psaní matematiky v \LaTeX u (podrobný popis syntaxe viz [10]). Aby bylo možné rovnici nahrát, je nutné vyplnit pole „Zadání“ a „Řešení“. Nicméně je velmi žádoucí vyplnit i jednotlivé kroky řešení, jinak nebude možné použít funkci krokování. Jak vidíme na obrázku 9, standardně můžeme přidat tři kroky řešení. Pokud je řešení složitější

Procvičování základních rovnic

Procvičte si jednoduché goniometrické rovnice. Zkuste si nezobrazovat výsledek, ale postupně jednotlivé kroky řešení. Můžete tak počítat postupně a jen si kontrolovat mezivýsledky. Hodnoty si můžete nechat zobrazit na grafu nebo na jednotkové kružnici, podle toho jakému způsobu dáváte přednost.

Zadejte rovnici:

Zadání: Řešte v \mathbb{R} rovnici: $-4 \cos\left(4x + \frac{47\pi}{36}\right) = 2$.

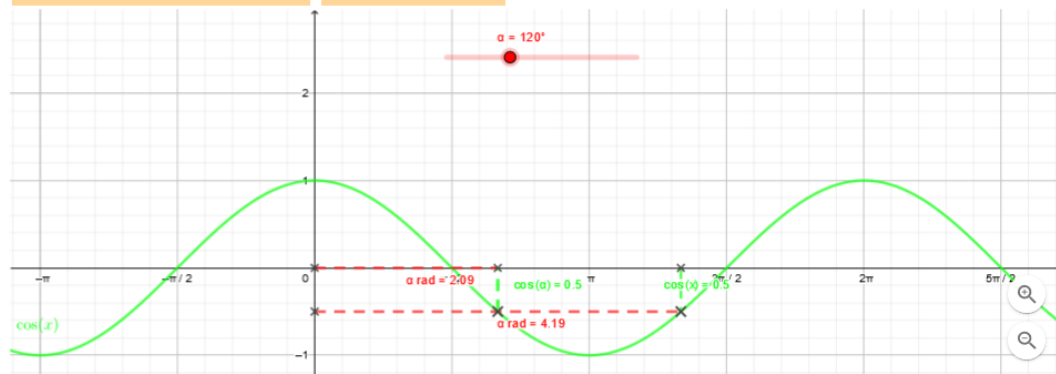
Komentář k řešení:

Celou rovnici vydělíme -4 .

Dostaneme rovnici: $\cos\left(4x + \frac{47\pi}{36}\right) = -0.5$.

Zavedeme substituci $s = 4x + \frac{47\pi}{36}$.

Dostaneme rovnici: $\cos s = -0.5$.



Obrázek 8: Procvičování základních rovnic – hledání hodnoty

Nová rovnice

Aby byla správně zobrazena matematika použijte prosím syntaxi jgMath podle [návodu](#).

Zadání

Zadejte goniometrickou rovnici:

Postup řešení

Zadejte jednotlivé kroky řešení (jeden řádek = jeden krok):

Přidej řádek

Výsledek

Zadejte konečný výsledek:

Nahrát rovnici

Zpět na procvičování složitějších rovnic

Obrázek 9: Formulář pro přidání rovnice

a vyžaduje více kroků, použijeme opakovaně tlačítko „Přidej řádek“. Aplikace bohužel neumožňuje rovnice zadané do databáze upravovat ani mazat. Před nahráním rovnice je tedy zapotřebí si vyplněný formulář pečlivě zkontrolovat.

3.3 Test

Tato stránka slouží pro důkladnější procvičení dané problematiky (respektive ověření nabytých znalostí). Proto umožňuje generovat několik příkladů najednou. Kolik příkladů jakého typu chceme, si zvolíme v jednoduchém formuláři (viz obrázek 10). Od každého typu si můžeme zvolit 0–10 příkladů. Jako všude jinde i zde se příklady generují ve zvolených jednotkách.

Po potvrzení svého výběru tlačítkem „Generovat test“ se objeví stránka s již vygenerovaným zadáním. Pokud zadání obsahuje obrázek, je třeba jej zobrazit pomocí tlačítka „Zobraz zadání“ (viz obrázek 11, kde vidíme jedno obrázkové zadání již zobrazené a jedno nezobrazené). K vytvořenému testu jsou samozřejmě k dispozici i výsledky (tlačítko „Zobrazit výsledky“). Výsledky se zobrazují přímo pod jednotlivé body zadání. V této části již není k dispozici krokování řešení, ani obrázky zde vygenerované nejsou interaktivní. Na této stránce také není k dispozici přepínač jednotek úhlu, protože měnit jednotky v již vytvořeném testu nedává smysl. Pokud chceme využít některou z těchto funkcí, musíme přejít na odpovídající stránku aplikace.

Test

Zvolte si jaké typy příkladů chcete mít v testu a vyzkoušejte si své znalosti.
Maximální počet příkladů u každého typu je 10.

Jednotková kružnice

Počet příkladů hledání sinu k úhlu:

Počet příkladů hledání kosinu k úhlu:

Počet příkladů hledání úhlů k sinu:

Počet příkladů hledání úhlů ke kosinu:

Grafy

Počet příkladů hledání grafu k zadané funkci:

Počet příkladů hledání funkce k danému grafu:

Počet příkladů čtení hodnot z grafu:

Základní rovnice

Počet příkladů jednoduchých rovnic:

Složitější rovnice

Počet příkladů složitějších rovnic:

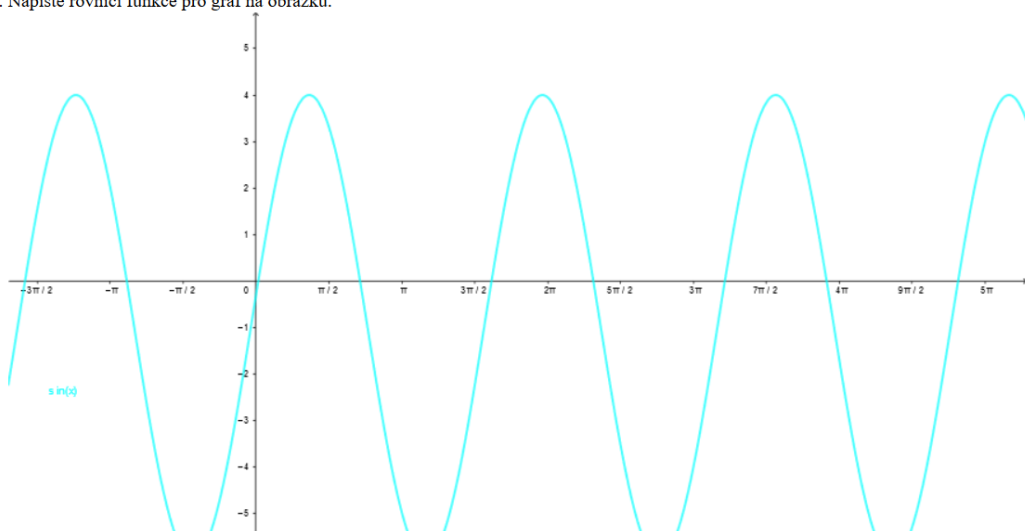
Generovat test

Obrázek 10: Formulář pro generování testu

Test

Zadání:

1. Pomocí jednotkové kružnice najděte sinus k úhlu $\frac{61\pi}{90}$.
2. Pomocí jednotkové kružnice zjistěte pro jaké úhly je hodnota sinus rovna 0.48.
3. Napište rovnici funkce pro graf na obrázku.



4. Napište rovnici funkce pro graf na obrázku.

Zobrazit obrázek

5. Řešte v \mathbb{R} rovnici: $4 \sin\left(4x + \frac{1\pi}{180}\right) = -4$.

Zobrazit výsledky

Obrázek 11: Zadání testu

Závěr

Aplikace vytvořená v rámci této bakalářské práce seznamuje uživatele s problematikou středoškolské goniometrie. Jejím cílem bylo nabídnout interaktivní prostředí a demonstrovat postupy řešení. To splňuje dvěma způsoby. V graficky řešitelných úlohách (hledání hodnot na jednotkové kružnici a grafy) pomocí vložených interaktivních materiálů programu GeoGebra a v algoritmických úlohách (rovnice) pomocí možnosti zobrazovat řešení po jednotlivých krocích i s komentářem. Aplikace dále obsahuje možnost zvolit si jednotky, ve kterých chceme počítat (stupně nebo radiány), a testovou část, kde je možné vygenerovat větší počet příkladů najednou.

Pro ilustraci všech těchto oblastí se v aplikaci podařilo spojit více různých technologií. Aby bylo možné krokovat řešení, jsou algoritmy použité v aplikaci velice podobné postupům, které se učí používat studenti. Bohužel se nepodařilo takto algoritmizovat problematiku všech goniometrických rovnic. Část příkladů je tedy i s jednotlivými kroky uložena v databázi.

Pokud bude aplikace opravdu sloužit studentům a učitelům středních škol, lze uvažovat o celé řadě rozšíření. První se nabízí doplnit jedinou chybějící část goniometrie – vzorce a hodnoty. Dále je samozřejmě možné zabývat se jakoukoli jinou oblastí středoškolské matematiky (hezké by například bylo rozšířit aplikaci pro použití i s jinými než goniometrickými funkcemi). I přes poměrně úzké zaměření však doufáme, že aplikace pomůže některým učitelům s výukou a studentům k pochopení dané problematiky.

Conclusions

The Application in this thesis presents secondary school Goniometry. The main goal is to offer an interactive environment and show how to solve such problems. This is realized by interactive GeoGebra activities and possibility to show individual commented steps of the solution. We can also choose units (degrees or radians) and use a test part to generate more examples.

There are many different technologies which cooperate together. Algorithms implemented in the application are very similar to ones used in a class. Unfortunately, I can not find a satisfactory algorithm for all types of goniometric equations. So one part is only saved in a database.

If this application will be truly helpful for students and teachers, it could be extended in many ways. Firstly we can add algebraic values and basic identities. Then we can add other mathematics topics such as function. Although the application is focused only on one part of mathematics, we hope that it can help students and teachers with this problematic topic.

Literatura

- [1] *Vzorce pro goniometrické funkce* — *Matematika.cz*. [online]. 2020 [cit. 20. 2. 2020]. Dostupné z: <https://matematika.cz/goniometricke-vzorce>
- [2] *Goniometrické funkce; Procvičování online -- Umíme matiku*. [online]. 2020 [cit. 20. 2. 2020]. Dostupné z: <https://www.umimematiku.cz/cviceni-goniometricke-funkce>
- [3] *Matematické výpočty online (MAW)*. [online]. 2020 [cit. 4. 2020]. Dostupné z: <http://um.mendelu.cz/maw-html/menu.php?lang=cs>
- [4] *GeoGebra – Free Math Apps*. [online]. 2020 [cit. 20. 2. 2020]. Dostupné z: <https://wiki.geogebra.org>
- [5] HOHENWARTER, Markus. *GeoGebra – didaktische Materialien und Anwendungen für den Mathematikunterricht*. Salzburg, 2006. Diplomová práce. Univerzita Salzburg. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/qe9dzbsm>
- [6] *deployggb.js*. [online]. 2020 [cit. 20. 2. 2020]. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/apps/deployggb.js>
- [7] PÍSEK, Slavoj. *HTML: tvorba jednoduchých internetových stránek*. 2., aktualiz. a dopl. vyd. Praha: Grada, 2006. Snadno a rychle (Grada). ISBN 978-80-247-1767-8.
- [8] DRUSKA, Peter. *CSS a XHTML: tvorba dokonalých webových stránek krok za krokem*. Praha: Grada, 2006. Průvodce (Grada). ISBN 80-247-1382-9.
- [9] JANOVSKEJ Dušan. *Javascript – úvod*. [online]. 2020 [cit. 4. 2020]. Dostupné z: <https://www.jakpsatweb.cz/javascript/javascript-uvod.html>
- [10] *jqMath – Put Math on the Web*. [online]. 2020 [cit. 4. 2019]. Dostupné z: <https://mathscribe.com/author/jqmath.html>
- [11] RYBIČKA, Jiří. *LATEX pro začátečníky*. 3. vyd. Brno: Konvoj, 2003. ISBN 80-7302-049-1.
- [12] The jQuery Foundation *jQuery*. [online]. 2020 [cit. 4. 2019]. Dostupné z: <https://jquery.com/>.
- [13] PECINOVSKÝ, Rudolf. *Myslíme objektově v jazyku Java: kompletní učebnice pro začátečníky*. 2., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Grada, 2009. ISBN 978-80-247-2653-3.
- [14] LAURENČÍK, Marek. *Tvorba www stránek v HTML a CSS*. Praha: Grada Publishing, 2019. Průvodce (Grada). ISBN 978-80-271-2241-7.

- [15] *Reference:GeoGebra Apps API. GeoGebraWiki* [online]. 2020 [cit. 20. 2. 2020]. Dostupné z: <https://wiki.geogebra.org/en/Reference:GeoGebraAppsAPI>
- [16] *GeoGebra Příručka.* [online]. 2020 [cit. 2. 4. 2020]. Dostupné z: <https://wiki.geogebra.org/cs/Příručka>
- [17] *W3Schools: Online Web Tutorials*[online]. 2020 [cit. 2019 – 2020]. Dostupné z: <https://www.w3schools.com/>
- [18] *Reference:GeoGebra Apps Embedding. GeoGebraWiki* [online]. 2020 [cit. 20. 2. 2020]. Dostupné z: <https://wiki.geogebra.org/en/Reference:GeoGebraAppsEmbedding>
- [19] *Session Implicit Object in JSP with examples* [online]. 2020 [cit. 6. 2019]. Dostupné z: <https://beginnersbook.com/2013/11/jsp-implicit-object-session-with-examples/>
- [20] ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Goniometrie* 4. vyd. Praha: Prometheus, 2008. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-359-2.
- [21] KUBÁT Josef, HRUBÝ Dag, PILGR Josef. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy – Maturitní minimum* 1. vyd. Praha: Prometheus, 2009. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-030-0.
- [22] *Math Practice – Math Problem for Kids.* [online]. 2020 [cit. 20. 2. 2020]. Dostupné z: <https://www.ipracticemath.com/math-practice>
- [23] *Math Tutor - Functions - Theory - Elementary Functions.* [online]. 2020 [cit. 20. 2. 2020]. Dostupné z: <http://math.feld.cvut.cz/mt/txtb/4/txc3ba4e.htm>