UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Šárka Bílková

Metody vyučování v matematice na základních školách

Olomouc 2023

Vedoucí práce: Mgr. Jan Wossala, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně pouze s použitím literatury a zdrojů uvedených v seznamu citované literatury.

V Olomouci dne ……………………………….

Bc. Šárka Bílková

Poděkování

Na tomto místě bych ráda poděkovala především Mgr. Jitce Hodaňové, Ph.D. a Mgr. Janu Wossalovi, Ph.D. za odborné vedení a věcné připomínky k mé diplomové práci. Dále bych ráda poděkovala svým kolegům v práci, mému příteli a rodině za podporu.

Obsah

Úvod

Velmi často se setkáváme s nejrůznějšími názory na Hejného metodu, jelikož pracuji na škole, kde se právě touto metodou vyučuje, tak pro mě byla výzva se v diplomové práci zaměřit zrovna na toto téma. V mém okolí slyším, že se nejde učit objevovací formou, že žáci potřebují již hotové poznatky. Jenže nikdo nepřemýšlí tolik nad tím, že stejně nejvíce záleží na učiteli a na tom, jak on svoje metody přizpůsobí žákům. Já osobně jsem byla na dvou čtyřdenních letních školách Hejného metody v Brně, kde jsem se setkala s různými učiteli a každý si dané poznatky převzal po svém. I to je jeden z důvodů, proč se moje práce zabývá v praktické části analýzou žákovských úloh dvou skupin žáků. Jedna skupina se učí Hejného metodou a druhá skupina se učí běžnými metodami využívaných na základních školách. Tento výzkum byl zrealizován za účelem přiblížení přemýšlení žáků nad nestandardními úlohami nejen pro další učitele, ale i pro rodiče.

V teoretické části je představen rozdíl mezi transmisivním a konstruktivistickém pojetí v matematice a základní informace o učiteli národa tedy Janu Ámosovi Komenskému. V druhé kapitole jsem podrobně popsala metody vyučování, které jsou rozděleni na metody tradičního vyučování, jako jsou metody slovní, názorně demonstrační, dovednostně praktické a na metody inovativního vyučování, kam patří aktivizující a komplexní úlohy. Jelikož se moje diplomová práce zabývá metodami vyučujících na základních školách, tak jsem tu detailně popsala zmíněné metody i s jejich příklady.

V další kapitole jsem také popsala Hejného metodu, jelikož je moje praktická část zaměřená na obě skupiny. Zde jsem se zaměřila především na představení této metody pro čtenáře, kteří tuto metodu neznají. Popsala jsem zde jejích hlavních dvanáct principů, které jsou takovými základními pilíři, jimiž se tato metoda řídí. Zkusila jsem zde popsat nejen její výhody, ale zaměřila jsem se také na určitá úskalí a limity této metody, protože každá metoda má svoje výhody i nevýhody, proto jsem zde chtěla zmínit oba úhly pohledu. Na konci této kapitoly jsem popsala výzkumy zrealizované k Hejného metodě, které jsem byla schopna najít. Teoretická část je zakončena kapitolou o didaktických prostředích v Hejného metodě a tématech v učebnicích základních škol. Vybrala sem prostředí a témata, která souvisí s mojí praktickou částí této práce.

Praktická část se skládá z dvou hlavních částí. Ta první popisuje metodologii, jakým způsobem jsem pracovala, které metody jsem použila, jaké základní školy jsem vybrala a jejich krátký popis. Zmínila jsem zde také, podle čeho jsem vybírala nestandardní gradované úlohy do výzkumu. Ty jsem převzala z matematické soutěže klokan.

Druhá část se již týká zmíněných úloh, které jsou celkem tři. Všechny tři úlohy dostali žáci v podobě testu ve škole v hodinách matematiky. Tyto úlohy byly cílené na žáky ze šestých ročníků základních škol. Důležitou podmínkou testu bylo, aby veškeré výpočty psali přímo do něj, abych je pak následně mohla zanalyzovat. V diplomové práci se snažím odpovědět na následující otázky:

Jakým způsobem řešily dané skupiny žáků zadané úlohy?

Která skupina žáků je při řešení úloh úspěšnější?

Jakých chyb se žáci při řešení zadaných úloh dopouštěli?

Která z úloh dělala oběma skupinám žáků největší problémy?

Teoretická část

1 Transmisivní a konstruktivistické pojetí matematického vyučování

Kapitola se zabývá charakteristikou transmisivního pojetí výuky a zahrnuje spoustu hledisek, které odpovídají středověkému učení pomocí memorování již hotových poznatků. Konstruktivistické pojetí v sobě skrývá také spoustu hledisek a principů, ze kterých vychází i didaktický konstruktivismus, který si také představíme. Dále výukovou koncepci slovně názorovou a osobnost Jana Ámose Komenského.

Začít bychom měli od začátku a připomeneme si proto pojem výuky. Výuka, která se odehrává ve škole, je forma organizovaného, cílevědomého vzdělávání dětí, mládeže, ale i dospělých. Výukou rozumíme systém, do kterého patří proces vyučování, cíle a obsah výuky, podmínky, prostředí, typy a výsledky výuky (Průcha, Walterová, Mareš, 2003).

1.1 Transmisivní pojetí

Transmisivní pojetí výuky stojí na principu sdělování a předávání konečného vzdělávacího obsahu žákům, kteří v tomto procesu zastupují roli pasivního adresáta (Kalhous a Obst, 2002).

Dle Šafránkové (2019) vychází transmisivní pojetí ze dvou primárních historických vzorů. Tím prvním je dogmatické vyučování, které se nejvíce využívalo zhruba od 9. století do 16. století. Opírá se o paměťové studium bez pochopení souvislostí a používá tresty jako zevní stimul. Druhým vzorem je herbartismus, který se snažil vzdělávat žáky pomocí předávání již předem připravených vědomostí bez jakéhokoli aktivního konání žáka. Zde měli převahu především příkazy a zákazy jako primární nástroj výchovy.

Při klasickém či tradičním (transmisivním) vyučování se učitel soustředí na zvládnutí školní osnovy a na celkový obsah výuky, kdežto žák, jeho potřeby, motivy a nesnáze jsou upozaďovány. Při klasickém pojetí výuky je charakteristická především metoda výkladu, často tuto metodu učitelé využívají společně s popisem nebo s názorně-demonstračními metodami. Učitel je při tomto pojetí výuky v roli nadřízeného, jehož příkazy plní žáci. Nastavuje jednotné tempo pro vyučování, které nastavuje podle průměrných nebo slabších žáků. Dalším rysem této výuky jsou nesnáze při kontrolování vědomostí. Pokud učitel využívá tradičních metod, tak je pro něj těžké určit stupeň dosažených vědomostí všech dětí, tedy do jaké hloubky jednotliví žáci porozuměli probíranému učivu (Zormanová, 2012).

Dle Hejného (2014) proces výuky začíná nejdříve výkladem, kde se žákům předává obecný poznatek a rovnou i jeho jednoduchá aplikace pro řešení typických úloh. Potom vede žáky k tomu, aby si pomocí nácviku předávaný poznatek osvojili. Tento způsob výuky vede děti především k tomu, aby si poznatky uložily do paměti, tam ale většinou nezůstanou navždy, ale dochází k jejich rychlému zapomínání.

V tomto pojetí se žáci hodnotí především pomocí známek, které mají spíše informativní účel. Hodnocení je výhradně v rukou učitele, který porovnává celkovou úspěšnost s ostatními žáky. Obecně zde není kladen důraz na dovednostní komunikaci, spolupráci, kritické myšlení či řešení problémů (Molnár, Schubertová a Vaněk, 2008).

Všechny tyto informace nás asi vedou k otázce, zda má tato forma výuky v dnešní době nějaké opodstatnění. Na tyto otázky nám odpovídá Zormanová (2012), která tvrdí, že transmisivní výuku je dobré využít při výuce náročného nebo pro někoho i těžko pochopitelného (abstraktního) učiva nebo při výuce jazyků.

1.2 Konstruktivistické pojetí

Dle Hejného a Kuřiny (2015) je kontruktivistické pojetí vyučování opakem pro transmisivní vyučování. Tento styl výuky vede žáky k tvoření individuálních poznatků, jejich pochopení a vhodném použití. Žáci sami přichází na významy a pochopení poznatků, aktivně pracují s podloženými informacemi i zkušenostmi. Poznání žáků je silně ovlivněno jejich dosaženými znalostmi, dovednostmi a zkušenostmi. Činnosti žáků jsou v první fázi fyzické, potom už má žák určitou představu a mohou probíhat v mysli žáka (Kalhous a Obst, 2002).

Žák by si měl při vyučování najít svůj princip, díky kterému daná věc funguje, jelikož potom pochopí logiku jejího fungování a je schopen určit předpis či pravidlo pro nalezení řešení. Při tomto pojetí se učitel snaží spíše tázat na otázky a motivovat a zdržuje se rad a napovídání. Žák díky učiteli postupně získává více a více zkušeností, které postupem dokáže sám aplikovat k dalším postupům.

Jedním z předpokladů je vytvoření dostatku možností fyzických činností (např. různé manipulace s předměty), díky tomu získá dítě představy, které může porovnat s nově nabytými zkušenostmi, vědomostmi a informacemi. Ty potom zařadí podle toho, zda se shodují s předcházejícími představami do již existujícího poznatkového světa nebo musí dítě přehodnotit svoje předešlé představy v souvislosti s novými zkušenostmi (Žilková, 2013).

Konstruktivistický přístup klade důraz na smysluplnost učení a motivaci žáků prostřednictvím problémových situací. Upřednostňuje se role žáka na rozdíl od úlohy učitele. Učení probíhá ideálně díky aktivní manipulaci a je to proces kognitivního konstruování. Sociální a kulturní prostředí tvoří významnou roli pro konstrukci porozumění žáků (Molnár, Schubertová a Vaněk, 2008).

Hejný s Kuřinou (2001) přebudovali obecné konstruktivistické pojetí k výuce v didaktický konstruktivismus. Matematické konstruktivistické přístupy vycházejí z těchto následujících zásad:

- Aktivita – matematika je brána jako specifická lidská činnost, ne pouze jako její výsledek, který se většinou vyjadřuje do souhrnu definic, vět či důkazů.
- Řešení úloh – důležitou součástí matematické činnosti je nalézání souvislostí, řešení problémů, konstrukce pojmů, zobecňování tvrzení a jejich důkazy.
- Tvoření poznatků – vlastní poznatky nejsme schopni nikomu přenést, vznikají v mysli každého člověka, který poznává. Jako přenosné můžeme nazvat pouze informace, které získáváme z knih, časopisů internetu a dalších zdrojů).
- Zkušenosti – konstrukce poznatků se zakládají na informacích, jsou však ovlivněny zkušenostmi poznávajícího. Zkušenosti si dítě získává díky kontaktu s realitou, ve škole by ale mělo mít dítě také dostatek příležitostí k získání zkušeností.
- Podnětné prostředí – základním kamenem pro matematickou výuku tohoto typu je vytvoření prostředí, které dokáže podněcovat tvořivost u dětí. K tomu je nutný tvořivý učitel a dostatek žádoucích podnětů, tím myslíme například podnětné otázky, úkoly či problémy. Stejně tak nutné je i sociální klima, kde jsou příznivé podmínky pro tvořivost.
- Interakce – k rozvoji tvoření poznatků může pomoci i sociální interakce ve třídě, například diskuse, argumentace, nalézání důkazů k tvrzením a podobně.
- Reprezentace a strukturování – pro tento přístup je charakteristické udržování různých typů reprezentace a budování struktury v matematickém světě. Jednotlivé zkušenosti jsou zařazovány, hierarchizovány a tvoří se obecné a abstraktnější pojmy.

- Komunikace – důležitý smysl ve třídě tvoří právě komunikace a tvorba matematické lingvistiky (verbální i neverbální komunikace, matematická symbolika). Děti zde pracují na vyjadřování vlastních matematických myšlenek.
- Vzdělávací proces – na ten se musíme dívat ze tří stran. Tou první je porozumění matematice, druhé je ovládání matematického oboru a posledním je aplikace.
- Formální poznání – výuka, která se zaměřuje na předávání informací nebo žákům ukazuje pouze postupy, vede děti především k ukládání poznatků do paměti. Ty jsou ale většinou rychle zapomínány.

1.2.1 Jan Ámos Komenský

Jan Ámos Komenský se narodil 28. března 1592 v Nivnici u Uherského Brodu. V roce 1611 odchází na vysoké školy do Německa, nejdříve na akademii Herbornu a dále na univerzitu v Heidelberku. Na jaře roku 1614 se Komenský vrací do své vlasti, kde nejdříve pracuje jako učitel v Přerově a později jako kazatel a správce bratrského sboru ve Fulneku. Jedním z jeho nejvýznamnějších pedagogických děl byla *Velká didaktika (Didactica magna),* která byla napsána v letech 1627 – 1638. V latině vyšlo toto dílo až roku 1657 jako součást „Veškerých spisů didaktických“ v Holandsku.

Velké změny ve vzdělávání přicházejí právě až s osobou Janem Ámose Komenským, který kladl důraz na přirozenou metodu. To znamená, že tato metoda odvozuje z poznávání přírody a jejího napodobování. *„Jan Ámos Komenský, který přišel se slovně názornou koncepcí výuky, prosazoval důsledně vycházet z poznání bezprostřední skutečnosti, na jehož základě si žák za pomoci učitele odvozuje obecný závěr a důsledky vyplývající pro praxi, a za hlavní didaktický princip považoval zásadu názornosti“* (Zormanová, 2012, str. 24).

Komenský považoval za cíl výchovy shodu s jeho náboženským přesvědčením tedy připravovat jednotlivce k věčnému životu. Tato příprava obsahuje tři stupně: poznat sebe a svět, ovládnout sebe a povznést se k bohu. Z čehož plynou tři oblasti výchovy: vzdělávání ve vědách, umění a řemeslech, mravní výchova a výchova náboženská. Výchova je důležitá nejen z pohledu jedince, ale především z pohledu společnosti. *„Aby ovšem výchova mohla plnit svou nejvyšší funkci, musí se škola stát skutečnou dílnou lidskosti, která nahradí středověké člověka nedůstojné mučírny ducha* (Jůva, 2013, str. 50).

Zormanová (2012) doporučuje více se zaměřit na slova ve spojení s věcmi, ukázat vše co chceme dětem pomocí smyslů. Čím více smyslů zapojíme, tím více si toho děti zapamatují.

Mezi hlavní didaktické zákony považuje Komenský učit vše příkladem, pravidlem a praxí, právě proto je pro něho důležité vycházet z přímé skutečnosti, díky čemu si žák dokáže za pomoci učitele odvodit obecný závěr a důsledky, které vyplývají pro praxi. Ke všemu co učitel říká, by měl připojit také kresby, které by měly být vyobrazeny na zdi. Vysoce také zdůrazňoval princip systematičnosti, tedy navazování učiva nejen v rámci dílčích předmětů, ale také mezioborově. Aby každý další poznatek připravoval cestu pro ty další. Komenský klade důraz při výuce na osvojování vědomostí a dovedností tak, aby se postupovalo postupně od jednoduchého ke složitějšímu, od něčeho konkrétního k abstraktnímu, od lehkého k těžšímu a od faktu k závěrům. Dalším jeho modernějším přístupem je i princip přiměřenosti, to je požadavek pro respektování při výuce věkové a individuální zvláštnosti žáků. Komenského také považujeme za zakladatele principu stupňování, tj. výukové metody a výuka by měla být přiměřená věku žáků. Nesmíme ani zapomenout na to, že v jeho metodách zaujímá důležité místo dramatizace.

Pedagogický odkaz Jana Ámose Komenského dochází světovému uznání, jeho díla se překládají do spousty jazyků a jeho pedagogické myšlenky dodnes inspirují školské reformy a nové koncepce vzdělávání.

2 Vyučovací metody

V této kapitole budeme především popisovat metody, jak tradičního, tak více moderního vyučování. Pojem metody obecně chápeme jako určitý prostředek, postup či návod, díky kterému můžeme dosáhnout cíle v jakékoli činnosti. Dle Maňáka a Švece (2003) se s výukovou metodou označuje cesta, po které se dítě ve škole ubírá, další činitelé mu tuto cestu ulehčují.

Při vyučování se klade důraz na kooperaci mezi učitelem a žáky, učitel se snaží pomocí vyučovací metody vést žáka k většímu osamostatnění a nalezení jeho osobního učebního stylu, což ocení při dalším studiu. Proto by měli učitelé na začátku každé vyučovací hodiny sdělovat dětem, co se mají v určité hodině naučit a k čemu budou danou látku v budoucnu potřebovat. Tyto informace by měly patřit k seznámení s výchovně-vzdělávacím cílem vyučovací hodiny (Zormanová, 2012).

2.1 Metody tradičního vyučování

Pro tradiční výuku je typická dominantní role učitele, který zde vykonává nejvyšší míru činnosti. Důležitá je vnější motivace, tím myslíme především klasifikaci či různé tresty. Dnešní tradiční výukou rozumíme výuku, která je praktikována frontálně a z větší části je tvořena výkladem učitele. Přitom hromadná výuka, která je nyní považována za tradiční, nebyla praktikována vždy. V době kdy se zrodila, byla považována za efektivní a výhodnou metodu proti individuální výuce. I přes reformní pedagogické směry, které se začaly vyskytovat od konce 19. století a přinesly sebou nové organizační formy výuky a inovace, přetrvává hromadná výuka v našich školách dodnes (Zormanová 2012).

2.1.1. Slovní

Dle Maňáka a Švece (2003) jsou řeč, pojmenovávání a slova symbolem, díky kterému jsme schopni přenášet informace a komunikovat. Díky řeči také dokážeme přemýšlet a zobecňovat. I proto patří vypravování, sdělování, poučování a vysvětlování odjakživa k důležitým pedagogickým postupům, které svojí historií potvrzují význam slovních metod i v dnešním výukovém procesu. Z hlásek se přešlo k vytvoření hláskového písma, díky kterému byli lidé schopni věrně uchovat sdělované informace a poznatky. V dnešní době, kdy se v lidské komunikaci více soustředíme na vizuální stránku, tak zjišťujeme, že zde písmo má své osobité postavení. Proto má práce s textem a písemný projev žáka i v moderní škole svou nezastupitelnou pozici.

K výukovým slovním metodám dle Zormanové (2012) patří:

- Monologické metody (vyprávění, vysvětlování, výklad, popis, přednáška, práce s textem)
- Dialogické metody (rozhovor, dialog, diskuse)
- Metody písemných prací (písemná cvičení, kompozice, …)
- Metody práce s učebnicí, knihou textovým materiálem

2.1.1.1. Monologické metody

Vyprávění

Ze všech monologických metod nejvíce plní motivační funkci metoda vyprávění, která poukazuje na jevy konající se jako linka událostí a konkrétních situací, čímž vytváří jasné představy o jednotlivých situacích či jevech. Aby vyprávění splňovalo motivační funkci a bylo zacíleno na udržování kázně a soustředění, tak je důležité, aby dokázalo vzbudit u dětí různorodé představy, aby bylo živé a zapůsobilo na žákovi emoce. *„Po stránce obsahové je vyprávění založeno na konkrétních faktech, které jsou spojeny v souvislé dějové pásmo, v němž jsou barvitě vylíčeny obrazy postav, krajin, …“* (Zormanová, 2012, str. 41).

Dle Maňáka a Švece (2003) patří vyprávění k metodám, které nachází své uplatnění po celou dobu existence. Jedním z důvodů může být fakt, že člověk potřebuje vyjadřovat své prožitky, zkušenosti a vědomosti epickou formou, díky které může vypravěč dát najevo své emoce, fantazii, nápady a postoje dohotovující předávané informace, které tím dosahují autentičnosti a dramatického napětí. Podobně to bylo pravděpodobně i s potřebou naslouchat zdvořilému vyprávění, které posluchačům přináší určitý estetický zážitek a pocit spoluúčasti ze sdělených informací. K hlavním znakům této metody řadíme poutavost obsahu, dynamičnost podání a dramatičnost děje.

Vysvětlování

Právě tato metoda patří k častým výukovým metodám, využívá se v případech, kdy se učitel nemůže opřít o žákovy předchozí poznatky a vědomosti. Od učitele vyžaduje členěný, postupný a přesný výklad, který je orientovaný především na objasnění vnitřních vztahů a zákonitostí. Předpokládá se, že žák bude vnitřně aktivní a je potřeba vyšší úroveň myšlení, především analýzu a zobecňování, toto vše při významné pomoci učitele. (Kalhous, Obst, 2002)

Dle Pettyho (2013) by mělo dobré vysvětlování učitelem obsahovat pouze informace, které jsou podstatné pro zřetelný a logicky uspořádaný popis vysvětlované události. Další důležitou věcí je stavění jen na vědomostech, které již žáci mají. Učitel by měl také vysvětlování přizpůsobit žákům i přesto, že vynechá určitá fakta, která odborník v daném oboru pokládá za důležité detaily. Zkušený učitel využívá nejen abstraktní vysvětlení, ale také konkrétní. Konkrétní příklady se žákům dobře memorují, ale někteří nezkušení učitelé je při vysvětlování vůbec nevyužívají, protože mohou mít pocit, že jejich řeč pak nebude tolik odborná.

Výklad

Výklad patří k těm nejpoužívanějším monologickým metodám na základních i středních školách, má důležité místo při získávání nových znalostí, vědomostí, pojmů a vztahů mezi nimi. Aby byl výklad efektivní, měl by se učitel držet následujících zásad: mluvit plynule, přiměřeným tempem, srozumitelně, zjednodušovat a zaměřit se na hlavní fakta, navazovat na již získané znalosti, přinášet konkrétní příklady, ptát se žáků na zpětnou vazbu a tím si také získávat zpětnou vazbu. Učitel může nejlépe zajistit účinnost metody tím, že bude postupovat od konkrétního po abstraktní, od známých informací k neznámým, od toho jednoduššího ke složitějšímu. Důležitá je také analogie, zobecňování, a propojování poznatků s dalšími předměty či obory (Zormanová, 2012).

Metodu výkladu můžeme formulovat jako určitý *„způsob prezentace didaktické informace"* (Průcha, Walterová a kol., 2003, str. 280). V případě, že budeme hledat spojení mezi výkladem a vysvětlováním, pak právě hlavním cílem výkladu je vysvětlování didaktické informace žákům. U spousty autorů (např. Maňák, Petty) není metoda výkladu vůbec pojmenovaná v jejich dílech.

Popis

Popis patří k oblíbeným a názorným metodám, které se specifikují na určité vlastnosti daného jevu, avšak již ne na odhalování vnitřních spojitostí pozorovaného jevu. Tato metoda je podobná metodě výkladu a vysvětlování. Pokud popis využíváme jako metodu, měli bychom při tom dbát na jistou posloupnost. Využíváme ji především při sdělení informací týkající se vzhledu rostlin, živočichů, geografických údajů apod. Při využití této metody je nezbytné, aby učitel využíval přesné odborné termíny, rozděloval důležité věci od těch vedlejších a popisoval učivo takovým stylem, aby předání informací odpovídalo věku žáků. Předané informace jsou základem pro úplné pochopení jevu (Zormanová, 2012).

Přednáška

Dle Červenkové (2013) má tato monologická metoda hlubokou historickou tradici, která sahá až do antického Řecka. Rétorika byla tehdy považovaná za velmi cennou dovednost, až byla povýšena na umění.

Již v antickém Řecku a později i v Římě vznikly tři hlavní typy řečnictví a tím je politické, soudní a slavnostní. K vysoce důležitým řečníkům, kteří jsou známí i dnes patří např. Démosthenés, Seneca, Cicero aj. Z tohoto období také pochází přesné členění přednášky, dodnes se zachovalo zahajování přednášky prostřednictvím vyvolání pozornosti posluchačů. *Ve středověku často vynikali uměním živého slova profesoři na univerzitách, kazatelé (např. Koniáš), ale vynálezem knihtisku přestala být přednáška nejdůležitějším zdrojem informací, proto ustoupila ze své dřívější slávy* (Maňák a Švec, 2003, str. 60).

Přednáškou rozumíme delší souvislý projev na určité odborné téma. Proti vysvětlování je přednáška více časově náročnější, jde více do hloubky, seznamuje se s problematikou detailněji. Hodí se především pro objasnění teorie určitého oboru, kde jednotlivé učební kapitoly mohou být přehledně začleněny, organizovány a ke konci shrnuty. Je vhodné při práci s přednášeným textem využít i vsuvky v podobě ilustrujících příkladů, historek z vlastního života, podnětů z praxe nebo úmyslně přicházet se spornými diskutabilními závěry. Nejdůležitější je ovšem technika řečového projevu. Přednášející by měl být schopný ovládat verbální i neverbální komunikaci. Hlavní je využít řeč těla k tomu, aby přednáška nepůsobila příliš monotónně. Mezi hlavní pozitiva přednášky patří učení studentů, naslouchat mluvenému slovu, přemýšlení a vytváření si vlastního názoru o dané věci. Naopak mezi negativa můžeme zařadit to, že se učitel nestřetává s posluchači a často chybí zpětná vazba (Červenková, 2013).

Práce s textem

Při této metodě je typická samostatná práce žáků. Žák pracuje s textovými informacemi, které vedou k získání nových vědomostí, k jejich upevnění nebo rozšíření a prohloubení již osvojených poznatků. Práce s textem cílí na postupné vytváření a zlepšování dovedností samostatné práce s textovými údaji. Tato metoda se také zaměřuje na pomoc žákovi vytvořit si kladný postoj ke knize (Zormanová, 2012).

Dle Maňáka a Švece (2003) patří práce s textem k nejstarším metodám. Typické varianty této metody, které se opírají o práci s učebnicí a učebními texty, popř. s různými příručkami, encyklopediemi, odbornou literaturou, ale i krásnou literaturou, jsou rozšířeny o učení z textu, který je zprostředkován pomocí moderních médií, především televizí a internetem.

2.1.1.2. Dialogické metody

Rozhovor

Charakteristickým znakem pro rozhovor je střídání otázek a odpovědí všech účastníků, nutná je aktivita nejen ze strany učitele, ale především i od žáků. Může se konat ve vztahu učitel-žák, učitel-žáci, nebo jen mezi žáky. Učitel musí být schopný formulovat otázky, tím je myšleno především respektovat slušnost, jazykovou korektnost, jasnost, variabilnost. Důraz se klade na otevřené otázky, aby nepřevládaly jen otázky, které vedou k jednoslovné odpovědi či určité mechanické reprodukci. Z didaktického úhlu pohledu je důležité, aby otázky směřovaly k plnění stanoveného výukového cíle. Od žáků je žádoucí, aby odpovídali jazykově a obsahově správně, učitel by přitom měl dbát na respektování dostatku času na přípravu odpovědi u žáků, speciálně u pomalejších jedinců. Smysluplný rozhovor by měl obsahovat společně přijatelné téma, vhodnou atmosféru, připravenost, vyrovnanost pozic atd. od všech účastníků (Kalhous a Obst, 2002)

Dle Červenkové (2013) je pro výukový rozhovor typická dvousměrná komunikace. Ve většině případů probíhá mezi žáky a učitelem, který zde vystupuje v řídící roli, občas mezi žáky navzájem. Charakteristickým prvkem pro tuto metodu je střídání otázek a odpovědí, díky tomu se aktivně zapojí všichni zúčastnění. Při vyučování může rozhovor sloužit k fázi motivace (motivační rozhovor), expozice nového výkladu jako určité doplnění, k fázi fixace (opakovací rozhovor) nebo ke zkoušení (diagnostický rozhovor).

Dialog

„Další z dialogických metod hojně využívaných v prostředí dnešní školy je dialog, jenž představuje rozvinutější formu komunikace než rozhovor, neboť při něm dochází nejen ke komunikaci mezi učitelem a žákem, ale také mezi žáky navzájem“ (Zormanová, 2012, str. 48). K tomu aby dialog vedl k předem určeným pedagogickým cílům, musí být zadaný problém pro žáky zajímavý, v učebně je nezbytná důvěrná atmosféra a pedagog musí být schopen dialog vést a nenechat žáky sklouznout k jinému tématu nebo se překřikovat či hrubě napadat další žáky, kteří mají jiný názor. Dialog se snaží přivést žáky k hlubšímu zamyšlení nad probíranými tématy a učí žáky nejen klást otázky, argumentovat a naslouchat, ale také tolerovat názory ostatních a směrovat vlastní názory. Při kladení otázek je důležité dát žákům čas na to, aby si promysleli odpovědi na otázky. Je nezbytné, aby učitel byl schopen pracovat s chybnými odpověďmi, či s odpovědí nevím. V těchto chvílích je dobré rozvést dialog takovým způsobem, aby se žáci vzájemně opravovali nebo si přišli na odpovědi návodným sokratovským dialogem (Zormanová, 2012).

2.1.2. Názorně demonstrační

Dle Červenkové (2013) tyto metody potvrzují důležitost smyslového poznávání jevů a soustřeďuje se na praktické vnímání reality. Při vstřebávání informací zdůrazňuje jednu z důležitých didaktických zásad a tou je názornost.

Máme několik stupňů názornosti, které jsme schopni postihnout smyslovým vnímáním (Maňák, 2003, str. 77)

- Předvádění opravdových předmětů a jevů.
- Reálné zobrazení skutečných předmětů a jevů.
- Úmyslně změněné zobrazení předmětů a jevů.
- Postihování skutečnosti skrz schémata, grafy, symbol, znaky, abstraktní modely apod.

Předvádění a pozorování

Dle Kořínka (1984) je pozorování metoda, při které žáci většinou dle návodu učitele poznávají předměty, jevy, obrazy či modely předmětů. Tato metoda je náročná na soustředění, pozornost a dovednost vnímat předváděnou nebo pozorovanou věc. Metoda předvádění se zaměřuje na prezentaci názorných pomůcek, pokusů, zařízení apod.

„Metoda předvádění zprostředkovává žákům prostřednictvím smyslových receptorů vjemy a prožitky, které se stávají stavebním materiálem pro následné psychické úkony a procesy“ (Maňák a Švec, 2003, str. 78). Tato metoda se zaměřuje na detaily a vztahuje se na jevy vcelku. Zásadní je výběr objektů a metodika jejich předvádění.

Práce s obrazem

Touto metodou rozumíme didaktický obraz, který je definovaný jako konkrétně organizovaný informační systém sloužící jako zdroj poznání skrz vizuální sdělení. Máme na mysli například kresby na tabuli, nástěnné obrazy, projekce, učebnicové ilustrace či počítačovou grafiku (Macek, 1984).

Dle Maňáka a Švece (2003) je vyčleňování informací z obrazu potřeba cvičit, jelikož vnímáme obraz globálně a nejsme schopni vytěžit z jeho poselství všechno, co by mohl přinést. Kvůli tomu je potřeba demonstraci vnímání obrazu doprovodit slovem, výkladem, návodnými instrukcemi, komentářem, protože jsme zvyklí na konzum masových médií. Je dobré myslet také na nejednoznačnost obrazových informací, jelikož se stává, že někteří žáci vidí na obraze něco odlišného, než ve skutečnosti obraz znázorňuje.

Instruktáž

Dle Mojžíška (1988) je instruktáž komplexní metoda, ve které je využito několik klasických výukových metod jako vysvětlování, demonstrace, popis a kvůli tomu je nepovažuje za samostatnou vyučovací metodu.

Podle Maňáka a Švece (2003) naopak patří instruktáž k vyzkoušeným a velmi používaným názorně-demonstračním metodám. *Instruktáž je výuková metoda, která zprostředkovává žákům vizuální, auditivní, audiovizuální, hmatové a podobné podněty k jejich praktické činnosti“* (Maňák a Švec, 2003, str. 87). K tradičním typům instruktáže patří slovní instruktáž, kde jsou žákům prezentováni auditivní instrukce či textové instrukce. K dalším typům patří písemná instruktáž nebo instruktáž založená na hmatových či pohybových instrukcích.

2.1.3 Dovednostně praktické

Dle Červenkové (2013) spoustu autorů zmiňuje nutnost dlouhodobého procvičování různých typových úloh nebo vzorových řešení. *„Kolikrát jste se v životě zabývali otázkou*

„jak je možné, že věci rozumím, ale nedokážu ji už dobře použít?" Jak často s vámi seděli doma rodiče nad domácím úkolem z matematiky, donekonečna vám opakovali princip převodu jednotek, a přitom byl výsledek stejně špatně?" (Červenková, 2013, str. 65). Autoři rozumí pojmu dovednosti jako určitou připravenost žáka k činnosti a k tomuto jde dojít pouze řadou opakování. Čím častější a intenzivnější, tím lepší.

Ve školství se stupňují nároky na míru poznatků, které zatlačují do ústraní jejich praktické využití, to se odsouvá až na reálný život. Někdy si škola i společnost uvědomují důležitost praktického ukončení školního vzdělávání a v tom se objevují reformní proudy, které toto hledisko dávají na první místo, ale většinou je jejich vliv prozatímní. V reformní pedagogice jde především o G. Kerschensteiner, J. Dewey, H. Gaudig a W. A. Lay.

V návaznosti na reformní pedagogiku se v dnešní době zaměření výchovy na život vytváří v koncepci tzv. činnostně orientované výuky. To znamená takové pojetí výuky, které žákům dovoluje činnostní přístup k výukovým předmětům a učivu. Z úhlu výukových metod se problém dovednostně-praktických kompetencí žáků týká především těch postupů, které zdokonalují žákovi činnosti. Tyto metody mají i přes bohatou historii nenahraditelné místo ve výukových metodách, jelikož tvoří základnu pro praktické, pracovní technické a manipulační aktivity žáků (Maňák a Švec, 2003).

2. 2. Inovativní výukové metody

Pojem inovace patří pod nové pedagogické koncepce. V literatuře se můžeme potkat s označením alternativní metody, což také znamená pojem inovativní metody. Pojem alternativní se využívá především z toho důvodu, že se tyto výukové metody uplatní hlavně v alternativních vzdělávacích pojetích (Maňák, Švec, 2003).

Pro inovativní výukové metody je typická náročnější příprava, než je tomu u klasických metod, jelikož většinou potřebují materiální zajištění a také postupnou přípravu žáka na tento druh školství. Ve výuce, kde se využívají inovativní výukové metody je žák aktivním činitelem celého procesu, učí se z větší části samostatným objevováním a prozkoumáváním informací, učí se hledat a zpracovávat informace, aktivně kooperuje s ostatními žáky, učí se týmově pracovat, organizaci, spolupráci a komunikovat s ostatními v týmu (Zormanová, 2012).

2. 2. 1 Aktivizující výukové metody

Mezi tradičními a inovativními výukovými metodami trvá svár starého s novým, přičemž tzv. tradiční metody již neukazují jen něco zastaralého a poraženého, ale spíše se stávají fondem osvědčených postupů, do kterých se krok za krokem přidávají i progresivní řešení a inovace. Rozhodující změna v pedagogických idejích je spojena s novým pohledem na pozici žáka ve výchovném procesu, který se již dlouhodobě připravoval do chvíle, než vyústil do představy aktivizujících metod. „*Kromě kritiky tradičních metod, kterým se vytýkala monostruktura výuky, direktivní řízení, podceňování nebo dokonce potlačování aktivity a samostatnosti žáků, se objevovaly pokusy o nové přístupy a o alternativní řešení odpovídající perspektivním tendencím*“ (Maňák a Švec, 2003, str. 105).

Aktivizující metody pomáhají k překonávání ustálených stereotypů ve vyučování a podporují kreativní tvoření učitelů. Tyto metody se využívají především v alternativním školství. Další předností těchto metod je přínos k rozvoji osobnosti žáka se zacílením na jejich myšlenkovou a charakterovou nezávislost, zodpovědnost a činorodost. Jestliže se ve výuce používají aktivizující metody, tak umožňují žákům ve větší míře poskytnout něco více než jenom odborné informace, počítají se zájmem žáků, spolupracují s dalšími individuálními učebními styly jednotlivých žáků, respektují úroveň jejich kognitivního rozvoje, dávají žákům příležitosti ovlivňovat jednotlivé cíle výuky, vytváří příznivé školní klima a zapojují se do spolupráce a kooperativního učení. Některé výzkumy upozorňují na fakt, že tyto metody mají své limity, se kterými je důležité počítat (Maňák a Švec, 2003).

Diskusní metody

Diskuse patří k nejstarším dialogickým metodám. Pomocí ní jde komunikovat v kterékoli sociální skupině, to znamená i ve třídě. Diskuse se liší od rozhovoru jistou provázaností společných interakčních a komunikačních vazeb. Tato metoda se hodí pro úvod nového učiva, při memorování znalostí i při opakování. Může být použita během výkladu, kde je jejím cílem motivace a posílení pozornosti žáků. Jestliže je použita naopak po výkladu, tak spíše slouží jako zpětná vazba. V případě, že se učitel rozhodne uskutečnit s žáky diskusi, je nutné, aby měl předem vytyčený cíl a znal problematiku, které se bude diskuse týkat (Červenková, 2013).

Dle Peciny (2008) je diskuse metoda, která stojí na komunikaci mezi učitelem a žáky i žáky navzájem. Při diskusi dojde k oboustranné výměně názorů, idejí, argumentů, zkušeností a díky tomu jsou schopni žáci najít řešení určitého problému. Základním cílem této metody je vzájemné kladení otázek a odpovídání mezi ostatními členy dané skupiny. Jedná se tedy o určitou rozpravu, ve které dojde k výměně názorů, zkušeností a informací.

Diskuse může mít několik variant (Zormanová 2012)

- Diskuse ve spojení s přednáškou
- Diskuse na základě tezí
- Panelová diskuse
- Phillips 66
- Hobo metoda

Metody situační

Dle Peciny (2008) vznikly situační metody spojením s harvardskou vysokou obchodní školou, kde již byla tato metoda používána od 20. let 20. století v právních ohledech a ekonomických oborech.

Situační metody řeší různě vyhraněné a popsatelné problémy a rozšiřují je o novou dimenzi, protože patří k většímu zázemí problému, na skutečné příklady ze života, které představují konkrétní, obtížný jev, který má potřebu se s nimi vypořádat a vyžaduje angažované úsilí i rozhodování. Tato metoda se s úspěchem využívá především při vzdělávání dospělých, například při analýze událostí z hospodářské a společenské praxe, při získávání dovedností rozhodovat ve složitých případech nebo v netypických situacích apod. Postupně se situační metody začaly využívat na středních a základních školách, muselo však dojít k menším změnám jako přizpůsobení potřebám žáků daného věku, pomocí výběrem vhodných problémových situací a respektováním osnov. Podstatou situačních metod je řešení problémových událostí, které určitým způsobem odráží nějakou reálnou situaci, zobrazuje komplexnost vztahů a okolností a je výrazem pro střet různých zájmů (Maňák a Švec, 2003).

Fáze řešení situace (Maňák a Švec, 2003):

- Volba tématu
- Seznámení s materiály
- Vlastní studium případu
- Návrhy řešení, diskuse

Metody inscenační

V současné době vzrůstá v českém školství zájem o dramatickou výchovu. Předmět, který nabízí netypický přístup k vývoji určitých žákových dovedností a znalostí, je v některých školách součástí kurikula. V případě, že ve vzdělávacím programu institucí není dramatická výchova jako samostatný předmět, můžeme určité prvky uplatnit jako součást tzv. tradičního vyučování. Inscenační metody čerpají především z divadelních výstupů. Jejich podstatou je navození vzdělávacích inscenačních modelů a následné aktivní zapojení žáků pomocí vlastní prezentace. Zacílení této metody spočívá kromě učení se dovednosti řešit praktické situace ze života také v důrazu na sociální učení (Červenková, 2013).

Dle Skalkové (2007) je podstatou inscenačních metod hraní rolí žáků zúčastněných v nějaké simulované sociální situaci. Role mohou být buď žáky zvolené, nebo přidělené. Simulované situace se řeší nejen teoreticky, ale také přímou realizací za účasti aktérů. Jde vlastně o problémovou metodu, která se blíží lidskému jednání ve skutečné situaci. Výchovný a pedagogický smysl těchto metod spočívají v tom, že se žáci vžívají do role, kterou ukazují. Dále získávají nové zkušenosti s emocemi, postoji a poznávají vhodné způsoby reakcí v určitých situacích. Cílem těchto metod je rozvíjení emocionální nebo komunikativní stránky osobnosti žáka.

Didaktická hra

Tuto metodu můžeme definovat jako dobrovolně volenou aktivitu, jejímž produktem je získání nebo upevnění výukové látky, která aktivizuje žáky a pomáhá rozvíjet jejich myšlení a kognitivní funkce. Mezi nejznámější a nejvíce používané didaktické hry patří křížovky, piškvorky, doplňovačky, kartičky nebo obrázková hra, kde učitel nachystá 20 – 30 kartiček s otázkami pro opakování učiva. Inspiraci mohou učitelé hledat na internetu, kde najdeme řadu simulačních programů a didaktických her, kterými mohou učitelé zpestřit výuku, opakovat či si procvičit učivo a podobně (Zormanová, 2012).

Mezi přednosti této metody patří její stimulační náboj, protože tento náboj vzbuzuje u žáků zájem, zvyšuje motivaci žáků a jejich zapojenost na prováděných činnostech, podněcuje kreativitu, spolupráci i soutěživost, motivuje je k využívání různých poznatků, dovedností a zapojování životní zkušenosti. Některé didaktické hry připomínají modelové situace ze skutečného života (Průcha, Walterová, Mareš, 2003).

Dle Maňáka a Švece (2003) je hra jedna ze základních forem činnosti kromě práce a učení, pro niž je typické, že je to svobodně zvolená činnost, která nemá žádný speciální účel, ale má cíl a hodnotu sama v sobě. Nyní je těžké napsat úplný přehled didaktických her, protože pod pojmem hry někteří autoři řadí všechny kreativní simulace reality s edukačním smyslem, vlastně všechno, co žákům poskytuje uspokojení a možnost částečné seberealizace a svobodnější alternativní činnosti, které jsou atraktivnější a citově bohatší než klasické postupy. Neměli bychom zapomínat na fakt, že hry v životě žáků plní také určité funkce, jako kompenzace chudost sociálních podnětů a citových vztahů. Kromě toho je hra také poznamenána komerčními zájmy, protože svět her je manipulován výrobci hraček a internetových her.

Didaktické hry můžeme třídit dle různých hledisek. Meyer (2000) je třídí z aspektu jejich obsahu a cílů:

- Interakční hry – svobodné, sportovní, skupinové, společenské, myšlenkové, strategické a učební hry
- Simulační hry – hraní rolí, řešení případů, loutky, konfliktní hry
- Scénické hry – rozdíl mezi hráči a diváky, jeviště, rekvizity a speciální oblečení

Metody heuristické, řešení problémů

Dle Červenkové (2013) je smyslem heuristické metody objevování, který se jmenuje dle zvolání slavného matematika, filozofa a astronoma Archiméda ze Syrakus: „Heuréka!“. Pojem problémové metody je založen na postupném objevování nových skutečností, cest a konečných řešení, za pomocí podpory učitele. Učitel tyto problémové situace uměle navozuje a žáci konkrétní úlohy řeší dle svých možností.

Heuristika je věda, která zkoumá kreativní myšlení a heuristickou činnost, což je určitý způsob řešení problémů. Tento termín označuje významný rys lidských bytostí poznávat a objevovat vše, co je důležité pro život. Učení pomocí samostatného poznávání ukazuje neobyčejně významný způsob objevování a osvojování poznatků, ale pro úspěch ve školství je důležité, aby žáci měli určité výchozí vědomosti a dovednosti a aby cíl, kterého chtějí dosáhnout, jim byl jasný a přiměřený jejich schopnostem. V praxi se ukazuje, že metoda objevování má kromě velkého množství pozitiv, také některé méně žádoucí jevy, jako například časovou náročnost nebo fakt, že někdy nejsou schopni k očekávanému výsledku dojít nebo že nelze tuto metodu použít za všech okolností (Maňák a Švece, 2003).

2. 2. 2. Komplexní výukové metody

Tyto metody poskytují na didaktickou kategorii metod praxeologický pohled, který je přiřazuje k jednotlivým situacím výchovně vzdělávací praxe. *„Dále rozšiřují prostor výukových metod o prvky organizačních forem, didaktických prostředků a mnohem víc než předchozí skupiny metod reflektující též celkové cíl výchovy a vzdělávání“* (Maňák a Švec, 2003). Komplexní metody se liší od tradičních a aktivizujících metod především tím, že jde o komplikované metodické útvary, které předpokládají různou, ale vždy sjednocenou kombinaci a propojení pár základních prvků didaktického systému, jako například metody, didaktické prostředky, organizační formy výuky či životní události, jejichž životaschopnost prověřila praxe. Mezi výhody těchto metod patří možnost postihnout větší celek didaktické reality ve výuce, tak jak ho vidí pozorovatel z venku a praktický uživatel. Ovšem hlubší pochopení do struktury a teoretické proniknutí tohoto globálního jevu se neuskuteční bez jeho analýzy a rozdělení na konkrétní díly.

Dle Červenkové (2013) je komplexnost výukového procesu vyzdvihována mnoha autory. V zahraničních výukových zdrojích vidíme tendence nerozlišovat stroze pojem metody a formy výuky, ale spíše je díky společné provázanosti spojovat. Tím je dokázána spojitost výchovně vzdělávacího procesu, při kterém jsou obě kategorie tolik podmíněné, že mohou být posuzovány společně.

Frontální výuka

Dle Průchy (2003) pojem frontální výuky představuje tradiční způsob výuky, kde učitel pracuje hromadně se všemi žáky naráz ve třídě jednou společnou formou a stejným obsahem.

Podle Maňáka a Švece (2003) se tento pojem vyznačuje jednotnou prací žáků ve třídě s hlavním postavením učitele, který řídí, kočíruje a kontroluje všechny činnosti žáků. Výuka je zaměřená především na kognitivní procesy a jejím cílem je osvojení maximálního rozsahu poznatků. Nejpoužívanějším argumentem pro tuto metodu je, že jsme schopni s pomocí této metody nejefektivněji zprostředkovat učivo, protože má možnost předat žákům v určitém čase logicky uspořádané, přehledné poznatky ve velkém množství. Učitel by měl počítat i s možností toho, že žák nepochopí dané učivo a že u něj tedy vlastně vůbec neprobíhá proces učení. Přesto mnozí volí právě tuto metodu do své výuky, protože je to nejpohodlnější cesta, jelikož zbavuje učitele odpovědnosti za výběr informací i metod, které vedou k jejich osvojení.

Hlavní znaky frontální výuky jsou (Červenková, 2013):

- vyšší počet žáků stejného věku, odpovídajících znalostí a dovedností,
- žáci studující v rámci jedné třídy (učebny, místnosti),
- umístění žáků ve třídě je rozhodnuto učitelem,
- frontální postavení učitele vůči všem žákům,
- všichni žáci řeší stejné téma, úkol, cvičení,
- žáci spolu nespolupracují,
- doba určená ke konkrétním aktivitám je pro všechny žáky stejná,
- kontrola učebních činností je vykonávána společně,
- učitel se většinou řídí tempem průměrných žáků.

Skupinová a kooperativní výuka

Skupinová výuka je určité seskupení do menších celků, ve kterých žáci společně pracují na těžkých úlohách. Učitel zde vystupuje v roli pomocníka, který dohlíží na aktivity skupin a pomáhá jim při organizaci. O nejužitečnější velikosti skupin se vedou diskuse. Nejmenší možná skupina je tvořena dvěma žáky, což můžeme najít v literatuře označeno jako párová výuka. Spoustu odborníku souhlasí s tím, že nejlepší jsou menší skupiny, což znamená 3-5 žáků ve skupině. Dle výkonnosti žáků můžeme tvořit homogenní nebo heterogenní skupiny. Homogenní skupinou rozumíme takovou skupinu, která je tvořena žáky na přibližně stejné úrovni výkonů. Naopak heterogenní skupina je tvořena žáky s různými úrovněmi výkonů. Pokud skupina funguje správně, tak v tomto případě je výhodou, že si žáci mohou vzájemně pomáhat, vysvětlovat si učivo a tím naplnit cíl, který dostali zadaný. Skupinovou výuku je vhodné kombinovat s dalšími aktivizačními metodami i s klasickými metodami výuky. Mezi výhody skupinové práce se řadí rozvoj spolupráce mezi žáky ve třídě nebo skupině a učení se organizaci, například rozdělení úkolů ve skupině apod. (Zormanová, 2012).

Vysvětlení proč dělit větší skupiny na menší nám vtipně podává Petty (2013). Dle něj si máme představit činnost, která nás opravdu baví, a uvědomit si že buď tato činnost potřebuje další lidi, anebo je vykonávání této činnosti s dalšími účastníky zábavnější. Naopak pokud budeme vykonávat činnost, kterou nemáme rádi s dalšími lidmi, tak je velice pravděpodobné, že nám bude alespoň méně nepříjemná.

Dle Červenkové (2013) spočívá kooperativní výuka ve spolupráci žáků, kteří pracují na určitém problému. Její podstata se zakládá na práci ve skupinách, jen je více klade důraz na zodpovědnost jednotlivých členů skupiny a hodnocení jejich individuálního přínosu, stejně jako přínosu celé skupiny. Výsledky jednotlivců podporují pospolitost celé skupiny a ovlivňují její ocenění. Příznivci kooperativního učení se snaží o vytlačení vzájemné soutěživosti žáků a naopak se více zaměřovat na spolupráci. Pro žáky je důležité uvědomění, že zadání je jejich společným úkolem. Problém, na kterém žáci kooperativně pracují, bývá nejdříve diskutován ve dvojicích a až následně se na řešení dohodne celá skupina.

Partnerská výuka

Maňák a Švec (2003) partnerskou výuku chápou jako spolupráci žáků při učení v dvoučlenných jednotkách. Při frontální výuce partnerská výuka představuje krátkodobou práci dvou žáků, které koriguje učitel svými instrukcemi. Práce ve dvojici umožňuje žákům si vzájemně pomáhat při řešení problémů, čímž se roztrouší ráz frontální výuky a nenaruší se tím chod a organizace hodiny. Podstatou této metody je vzájemná spolupráce dvou žáků, což bývají nejčastěji sousedi lavici, při níž si žáci vyměňují vzájemné názory na řešení úloh, srovnávají své ideje, pomáhají si v náročných situacích, komunikují v cizím jazyce, vzájemně si hledají chyby, vyvažují své nedostatky apod.

Petty (2013) přidává k pojmům partnerské výuky v edukačním procesu také vztah učitele a žáka, a to především při řešení nebo prevenci kázeňských problémů. V těchto případech se vyplatí využít partnerský dialog, který by měl ideálně probíhat po výuce mezi čtyřma očima. Partner, který neřídí dialog mezi učitelem a žákem je veden pomocí rozhovoru na úrovni dvou dospělých. Hlavní je, aby byl pedagog ochotný žákům naslouchat, přistupovat k nim pozitivně a dojít ke vzájemné spolupráci. Díky tomu může učitel zlepšit ve třídě kázeň, ve vyučování pomůže otevřít vzájemnou důvěru a připraví ji pro složitější sociální formy výuky.

Individuální a individualizovaná výuka, samostatná práce žáků

Historicky nejstarší výukovou metodou je individuální výuka, se kterou se setkáváme již od starověku. Tato metoda je založena na ideje jedinečné podpory žáka a rozvoji jeho osobnostní stránky. Buď může být uskutečněn přímým kontaktem učitele s jedním žákem, anebo může pedagog působit ve více početné třídě. V tom případě však žáci nemají stejný edukační cíl, nejsou stejně staří ani nemají podobnou úroveň vědomostí. Ve vyučování spolu žáci nespolupracují a ani jejich pracovní místo a vyměřený čas nemusí být vždy stejné. Využívají se k práci různé textové zdroje, ovšem pro jednotlivé žáky s jiným výukovým obsahem. Jedním z hlavních výhod této metody je respekt k individualitě každého žáka. Naopak mezi nevýhody můžeme zahrnout osamocení žáka při osvojování učiva a nerozvíjení jejich komunikačních dovedností (Červenková, 2013).

Soustavy individualizované výuky vznikly jako součást reformní pedagogiky nebo paralelně s ní. Tyto metody se profilují především jako tzv. alternativní školy, proto se tyto formy výuky spíše vyhraňují jako specifické organizační útvary. Individuální samostatná práce žáků má v těchto koncepcích velké uplatnění, a proto si určitě zaslouží naši pozornost. Největší zřetel se jim výrazně dostává především ve škole waldorfské, montessoriovské, daltonské, freinetovské, jenské a v jiných, které se již dnes považují za klasické (Maňák a Švec, 2003).

Samostatnou práci žáků můžeme definovat podle Maňáka (1998) jako učební aktivitu, při které si děti osvojují vědomosti a dovednosti díky vlastnímu úsilí, spíše nezávisle na pomoci ostatních, především při řešení problémových situací. Velkým přínosem je fakt, že žáci mají individuální volbu při zapojení do výukových činností, možnost realizace svých myšlenek a plánů. Také se žák do jisté míry učí zodpovědnosti a určení si vlastního tempa práce. Naopak nevýhodou je malá nebo dokonce žádná komunikace a spolupráce s tím souvisí i to, že nejsou podporovány sociální vztahy ve třídě a zároveň se nevyvíjí formy sociálního učení (Zormanová, 2012).

Kritické myšlení

Kritické myšlení spočívá v netypickém posouzení událostí a jevů, jejich hodnocení a v objevování alternativních řešení. Jeho účelem je řešení problémů kvůli porozumění a posuzování stanovisek. Zaměřuje se na zjišťování informací, překonání překážek, potřebu argumentovat, dokazovat pravdu a mít dostatek ověřených důkazů. Autorky vnímají toto myšlení jako aktivní, interaktivní a komplexní proces, který reflektuje práci s informacemi, zkoumá fakty v souvislostech a využívá všechny úrovně myšlenkových postupů (Grecmanová, Urbanovská, 2007).

Tato metoda je nový název pro již dřívější snahy o kvalitnější výuku, sám tento pojem ještě není pevný, protože se tím myslí charakteristika myšlení z psychologického úhlu. Pokud někdo kriticky myslí, tak to znamená, že uchopí myšlenku, pochopí její podstatu, prozkoumá ji, podrobí ji skeptickému úhlu pohledu, porovná ji s ostatními názory a s tím, co o daném tématu ví, a potom si udělá vlastní názor. Mezi znaky kritického myšlení patří důsledné respektování určitého světa dětské mysli, která se postupně vyvíjí díky aktivitám, které jedinec koná (Maňák, Švec, 2003).

Projektová výuka

Projektové vyučování závisí na řešení komplexních teoretických či praktických situací, které vznikají na základě aktivní činnosti žáků. Má tendence překonávat nedokonalosti běžné výuky, jeho izolovanost, rozdělené vedení, jeho odloučení od skutečného života, odcizení od zájmů žáků a malou motivaci. Nechce však zcela nahradit běžnou výuku. Ve své koncepci se zaměřuje hlavně na pojem zkušenosti žáka. Zkušenost stojí na aktivním vztahu člověka k přírodnímu a společenskému okolí. Ve svých zkušenostech ze života vznikají otázky a probouzí jejich přirozený zájem o objevování. Nejde pouze o získávání zkušeností, ale především o jejich promýšlení, zpracování a hodnocení. Dále kritické myšlení vychází z určitého předpokladu, že není možné od sebe oddělovat poznání a činnost, práci rukou a hlavy (Skalková, 2007).

Projektová metoda je taková výuková metoda, ve které jsou žáci vedení k samostatné práci na jednotlivých projektech, což jsou komplexní úlohy nebo problémy, které souvisí s životními zkušenostmi. Typickým znakem pro tuto výuku je cíl, který je ukazován konkrétním výstupem, to znamená nějakým výrobkem, řešení problému v praxi apod. Často se zde využívají mezipředmětové vazby (Zormanová, 2012).

3 Hejného metoda

Hejného metoda je netypický způsob výuky. Touto metodou učí dle webové stránky H-mat v Česku již přes 750 základních škol. A najdeme ji i v alternativních školách nebo při domácí přípravě. Tato metoda má svoje učebnice, pracovní sešity a spoustu dalších učebních pomůcek, které mohou učitelé využívat. Seznamují se s ní i učitelé programu Učitelství pro 1. stupeň na pedagogických fakultách Univerzity Karlovy a na Ostravské univerzitě.

3. 1. Vývoj Hejného metody

Vít Hejný se snažil odkrýt příčiny, proč se jeho žáci nesnaží porozumět problémům a raději si jen memorují vzorečky, které mohou použít pouze při řešení standardních úloh. Začal tedy hledat netypické úlohy, které dával experimentálně svým žákům i svému synovi. Kvůli politické situaci se ovšem jeho poznatky nerozšířili.

Roku 1974 se syn Víta Hejného matematik Milan Hejný rozhodl po rozkolu s učitelkou svého syna učit ve škole sám. Společně s dalšími učiteli začal v Bratislavě dále rozvíjet poznatky svého otce. V jednom celku byly jeho myšlenky vydány roku 1987. Největší změna proti tradiční výuce nastává v tom, že tato metoda je zacílená na budování sítě mentálních matematických schémat, které si každý žák vytváří řešením vhodných úloh a diskusí o problematice se spolužáky

V devadesátých letech se začal krok za krokem budovat tým lidí kolem prof. Hejného na Pedagogické fakultě UK a metoda začíná pronikat i do vysokoškolské přípravy učitelů na PedF UK pomocí seminářů do školní praxe. Společně s nakladatelstvím Fraus napsal tým M. Hejného učebnice pro první stupeň. Roku 2013 založil prof. Hejný společnost H-mat, o. p. s., díky které mohl metodu dál organizovaně šířit. Již v roce 2015 využívá jeho učebnice 20 % tříd 1. stupně v ČR. Od stejného roku vydává postupně H-mat, o. p. s. postupně materiály pro mateřské školy a učebnice pro 2. stupeň ZŠ. V plánu jsou učebnice pro střední školy a další podpora pro učitele, kteří učí touto metodou.

3. 2. Klíčové principy

Hejného metoda má celkem 12 hlavních principů. Prvním principem je budování schémat. Hlavní myšlenka je taková, že dětí ví i to, co jsme je nenaučili. Demonstruje se to na příkladu oken v bytě. Jelikož nikdo pravděpodobně neví z paměti, kolik má doma přesně oken, ale když zapřemýšlíme, tak za chvíli dokážeme odpovědět právě z toho důvodu, že v hlavě máme schéma našeho bytu či domu. Na stejném principu mají i děti v hlavě různá schémata a Hejného metoda je posiluje, napojuje na sebe a vyvozuje z nich konkrétní poznatky.

Druhým principem je práce v prostředích, ty stojí na základě učení se opakovanou návštěvou. V případě, že děti znají prostředí, ve kterém se cítí dobře, tak se mohou soustředit na daný úkol a nemusí se zaobírat neznámými věcmi. Každé z 25 prostředí se zaměřuje na něco trochu jiného. Celkový systém prostředí je motivačně vytvořen tak, aby zahrnul veškeré styly učení a fungování dětské mysli, díky tomu jsou pak děti motivovány k další práci.

Třetím principem je prolínání témat. Zde je důležitou myšlenkou to, že matematické zákonitosti neizolujeme, ale předáváme jim informace uloženy již ve známém schématu. To znamená, že od sebe oddělujeme matematické jevy a pojmy, ale naopak zapojujeme při nich různé strategie řešení. Dítě má pak možnost vybrat si samo, co mu nejvíce vyhovuje.

Čtvrtý princip nazýváme rozvoj osobnosti a zde hraje hlavní roli podpora samostatného uvažování dětí. Ty by neměly nechat ostatními manipulovat, i to byla jedna z motivací profesora Hejného k vytvoření nové metody. Proto učitel ve výuce nepředává již hotové poznatky, ale spíše motivuje děti k argumentaci, diskusi a vyhodnocování. Ti pak o sobě vědí, co je pro ně důležité a správné, respektují názory ostatních a umí se rozhodovat.

Pátým principem je skutečná motivace. Všechny prostředí a úlohy jsou v Hejného matematice vymyšleny tak, aby děti bavilo je řešit. Metoda se zaměřuje na vnitřní motivaci, ne na nucení zvenčí. K vyřešení příkladů potřebují vlastní snahu a učitelé neokrádají děti o radost z vlastního úspěchu.

Šestý princip nazýváme reálné zkušenosti, které staví na vlastních zážitcích dětí. Tyto vlastní zkušenosti si dítě buduje od narození – doma, s rodiči, obecně při objevování světa, na pískovišti s ostatními dětmi a podobně. Hejného metoda staví právě na těchto přirozených konkrétních zkušenostech, ze kterých si posléze dokáže vytvořit obecný úsudek.

Sedmým principem je radost z matematiky, která velmi pomáhá při další výuce. Ze zkušeností je jasné, že nejúčinnější motivace přichází z dětského pocitu úspěchu a radosti nebo z pocitu, že správně vyřešilo přiměřeně náročný úkol. Tato radost plyne nejen z vlastních pokroků, ale také z ocenění spolužáků i učitele.

Osmý princip je známý pod názvem vlastní poznatek. Ten má větší váhu než ten převzatý. Pokud má dítě složit z dřívek čtverec, nejprve si vezme jedno dřívko, pak druhé, třetí, což mu stále nestačí a tak musí vzít čtvrté dřívko a už je schopen poskládat čtverec. V případě, že se rozhodne poskládat větší čtverec, tak musí vzít další dřívka a už začíná tušit, že jestli bude chtít postavit ještě větší čtverec, musí vzít další čtyři dřívka a už je na cestě k objevení vzorce pro výpočet obvodu čtverce.

Devátým principem je role učitele. Učitel působí při výuce Hejného metodou jako průvodce a moderátor diskusí. Učitel zde není autoritou, která vše ví a vykládá. I když učitel ví a umí, tak to nedává před dětmi najevo, ale spíše děti organizuje, motivuje k práci, zadává vhodné příklady, řídí diskusi a raduje se s dětmi z jejich objevů. Důležité je také umění citlivě reagovat na aktuální situaci mezi žáky, to znamená snížit či zvýšit úroveň obtížnosti podle potřeb, umožnit pracovat ve skupinách či samostatně dle volby žáků.

Desátým neméně důležitým principem je práce s chybou, díky čemuž se snažíme předcházet u dětí zbytečnému strachu. Analýza chyb vede k větší zkušenosti, pomocí níž si děti poznatky daleko lépe pamatují. Metoda využívá chyby jako pomocníky k učení. Důležité je podporovat děti, aby si chyby našly samy, a učíme je vysvětlovat, proč k chybě došlo.

Jedenáctým principem jsou přiměřené výzvy, kde platí heslo pro každé dítě zvlášť podle jeho úrovně. Hejného učebnice obsahují úlohy všech úrovní. Díky tomu, že slabší žáci jsou schopni vždy nějaké příklady vyřešit, tak se předchází pocitům úzkosti a hrůzy z hodin matematiky. Naopak těm zdatnějším žákům jsou předkládány vždy nějaké výzvy.

Posledním dvanáctým principem je podpora spolupráce. Děti jen nečekají, až se řešení objeví na tabuli, ale pracují ve skupinách, dvojicích či samostatně. Každý žák je díky tomu schopen říct, jakým způsobem k výsledku došel a je schopen to vysvětlit ostatním. Výsledek se tedy rodí na základě spolupráce.

3. 3. Limity a nevýhody

Hejného metoda se stala jako spoustu nových věcí kontroverzním tématem a rozděluje společnost. Jelikož tato kapitola obsahuje popsané klíčové kompetence, ze kterých plynou samé výhody, tak jsem se rozhodla přidat i podkapitolu s opačnými názory na Hejného metodu.

Na webové stránce skolauceni.cz jsem našla negativní hodnocení od Jany Mazáčové (2018). Ta učí na škole, kde se na 1. stupni v jedné třídě učí Hejného metodou a v druhé běžnými metodami. Tvrdí, že žáci při přestupu na 2. stupeň mají hluboké nedostatky v základních počtech, nezvládají vypočítat součet dvojciferných čísel z hlavy, neumí násobilku, tím pádem mají problémy s písemným počítáním, někdy mají dokonce zapamatované chybné symboly i postupy apod. Další problémy vznikají při rýsování, protože se v Hejného metodě rýsuje velmi málo. Autorce se nelíbí ani příručky pro učitele, jelikož se v nich nachází velké množství chyb. Další nedostatek této metody shledává v učebnicích, které jsou dle ní spíše sbírkou úloh a žák, který chybí v hodině, má velký problém si probrané téma doučit.

Velkým kritikem Hejného metody je také ředitel Matematického ústavu Akademie věd ČR Jiří Rákosník. V rozhovoru pro časopis Týden (2018) řekl, že podle jeho názoru neexistuje nic jako Hejného metoda. Protože neexistuje metoda pro výuku matematiky, prostě jen existují různé postupy. A ve chvíli, kdy proti sobě postavíme něco, čemu se říká Hejného metoda a něco dalšího, čemu se začalo říkat tradiční metoda výuky, tak je to nesmysl. Každý učitel učí podle toho, jak umí a používá metody, které zná. Dále má pocit, že se profesor Hejný se svými postupy soustředí pouze na ty nejlepší žáky tzv. tahouny třídy, ti ostatní jsou zoufalí a nic se nenaučí.

3. 4. Výzkum

Dle nejnovějšího výzkumu TIMSS z let 2015 a 2019 se zjistilo, že děti čtvrtých a osmých tříd, kteří se učí Hejného metodou, dosahují v průměru lepších výsledků než ostatní děti. Děti jsou podle studie schopné vyřešit i úlohy, které nevyžadují jen znalosti, ale hlavně schopnost kriticky myslet. Dalším potvrzeným jevem je fakt, že proti roku 2015 se v roce 2019 hlásilo k této metodě přibližně dvakrát více učitelů. Z toho pouze polovina používá učebnice autorského kolektivu profesora Hejného, tam kde se učebnice používají, žáci dosahují lepších výsledků než tam, kde se tyto učebnice nepoužívají.

Předpoklad výzkumu byl takový, že děti vyučované Hejného metodou budou mít k matematice lepší vztah než ostatní děti, toto však analýza nepotvrdila. Neshledali se žádné velké rozdíly ani v sebedůvěře těchto žáků v matematice, ani v oblíbenosti.

4 Témata a prostředí

V této kapitole se chci soustředit na témata a prostředí, která jsem využila do svého výzkumu pomocí konkrétních příkladů z těchto oblastí. Vybrala jsem záměrně jen tři příklady z různých oblastí, v případě že bych jich zde chtěla popsat více, tak už je to námět na další diplomovou práci, jelikož nejen témat v učebnicích, ale i didaktických prostředí v Hejného metodě je velké množství.

4. 1 Didaktická prostředí v učebnicích Hejného metody

Prof. Hejný a kol. vytváří učebnice a další didaktické materiály a pomůcky pro mateřské i základní školy. Ty mohou pořídit svým dětem i rodiče, jejichž děti mají rádi typy úloh Hejného metody, i když se podle nich ve škole neučí. U nás ve škole se z jeho materiálů na druhém stupni využívá nejen učebnice, ale také pracovní sešit. V následujících čtyřech kapitolách se zaměřím na čtyři didaktická prostředí, která souvisí s praktickou částí.

4.1.1 Posloupnosti, které se lámou

Toto prostředí se snaží ukázat žákům důležitý jev periodicity, tím je myšlena určitá pravidelnost při opakování. Obecně je v matematice velmi důležité porozumět zmíněnému jevu, jelikož se s ním potkáme v mnoha oblastech (např. periodický rozvoj číslic za desetinnou čárkou, periodické funkce sinus a kosinus, geometrické objekty apod.). V tomto prostředí se žáci naučí lépe pochopit číselné soustavy o jiném základu než deset, anebo také k modulární aritmetice.

S jevem periodicity se žáci v Hejného matematice setkávají již v první třídě, kdy řeší úlohy na určení času pomocí dvanáctihodinového ciferníku. Jestliže řeknu, že odejdu z domu ve dvanáct hodin a vrátím se domů za hodinu, ručička na ciferníku bude ukazovat na číslo jedna. K tomu dochází, protože struktura na ciferníku je zacyklená a opakuje se. Na klasické ose, tedy na přímce bylo za číslem dvanáct číslo třináct, jelikož je tato struktura lineární. Tento rozdíl je v obou strukturách velmi zásadní a vede k velmi zajímavým vlastnostem.

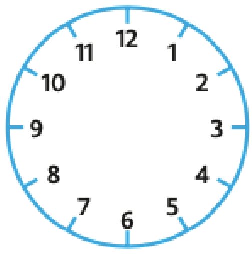
V každém dalším ročníku se náročnost úloh stupňuje a prohlubuje. Pokusím se je zde nastínit pomocí konkrétních příkladů do čtvrtého ročníku.

Pokračuj v posloupnosti čísel, které se lámou v čísle 12.

a) 2, 4, 6, 8, 10, 12, ~~14~~, 2, …

b) 3, 7, 11, ~~15~~, 3, …

c) 1, 6, 11, …



Obrázek č. 1 – ukázka posloupností, které se lámou ve třetím ročníku (Zdroj: H-mat)

Tato úloha se řeší ve třetím ročníku a vede žáky k zajímavému zamyšlení. Když přičtu číslo dva, projdu polovinu všech čísel ciferníku. Když přičtu číslo čtyři, projdu jen tři čísla na ciferníku. Které číslo se má tedy přičíst, abych mohla projít co nejvíce nebo nejméně čísel ciferníku? Na čem je to závislé? Tyto úvahy úzce souvisí s dělitelností čísel. Žáci mají v budoucnu ještě dost příležitostí na jejich zodpovězení.

Pokračuj v posloupnosti čísel, které se lámou v čísle 8.

a) 1, 3, …

b) 1, 4, …

c) 1, 5, …

d) 1, 6, …

e) 1, 7, …

Ve kterých úlohách se postupně objevila všechna čísla od 1 do 8?

Obrázek č. 2 – ukázka posloupností, které se lámou ve čtvrtém ročníku (Zdroj: H-mat)

Další úloha se řeší ve čtvrtém ročníku a pracuje se zde s posloupností, kterou lze znázornit na osmihodinovém ciferníku. Jestliže žáci potřebují obrázek, mohou si ho sami nakreslit nebo jim tuto možnost nabídne učitel. Žáci jsou vyzváni k tomu, aby si všímali, ve kterých posloupnostech se objeví všechna čísla od jedné do osmi. Mohou pak dle toho vymýšlet svoje předpoklady o tom, proč tomu tak je. Informaci o tom, že můžeme posloupnosti zapisovat i římskými číslicemi mají žáci také ve čtvrtém ročníku. V další ukázce je znázorněno, jak se dá v příkladech o posloupnosti využít směrová růžice.

Pokračuj v posloupnosti, která se láme číslem XIII.

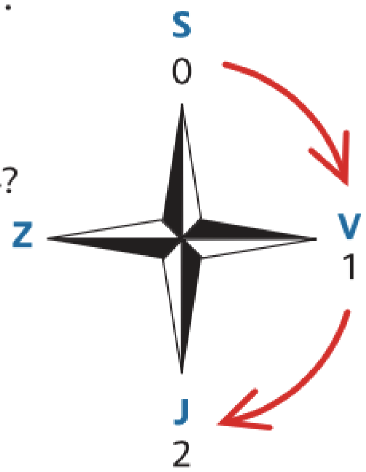
I, IV, VII, X, ______________________________

____

Obrázek č. 3 – ukázka posloupností, které se lámou ve čtvrtém ročníku (Zdroj: H-mat)

Kira si začala „namotávat“ řadu čísel 0, 1, 2, 3, 4, 5, …
k špičkám směrové růžice.
Číslo 0 je napsáno u **S** severu, 2 u **J** jihu.
Pokračuj.

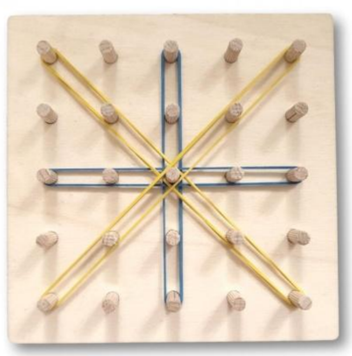
a) Kam padne číslo 9, 11, 17, 28, 38, 48, 31, 41, 83, 124? Zdůvodni.
b) Napiš několik prvních čísel napsaných u **S**.
c) Napiš několik prvních čísel napsaných u **Z**.
d) Co mají společného čísla napsaná u **J**?



Obrázek č. 4 – ukázka posloupností, které se lámou ve čtvrtém ročníku (Zdroj: H-mat)

4.1.2 Geoboard a mříž

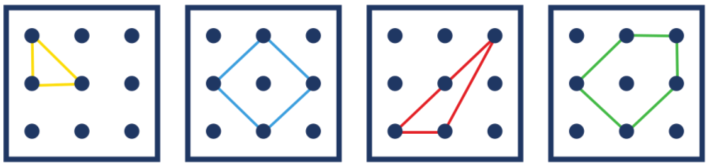
Geoboard a mříž je prostředí, ve kterém se děti učí poznávat geometrické útvary, zkušenosti s nimi, vlastnosti a vztahy mezi nimi. Zde mají možnost snadno argumentovat a vytvářet pravidla. Prof. Hejný zastává následující filosofii v matematice: zkušenosti, které procházejí rukama, jsou cenné. Proto se v tomto prostředí velmi manipuluje s geoboardem, což je deska s devítí nebo i více kolíky rozmístěnými do čtverce 3 x 3 (4 x 4, 5 x 5, …). Na kolík natahujeme barevné gumičky a vytváříme různé obrazce.



Obr. č. 5 – Geoboard (zdroj: samostatne-dite.cz)

V prvním a druhém ročníku je důležité, že dítě poznává a „myslí rukama“, poznává tím pojmy, které později dostanou i název jako vrchol, strana, úhlopříčka, mnohoúhelník apod. Začíná se spíše volnou tvorbou, tím je myšleno, že si žáci hodně s geoboardem hrají a tvoří různé obrazce, o kterých si povídají. Děti používají slova, která znají, např. domeček, zobák apod. Učitel děti neopravuje, ale sám používá matematické termíny, ty si po čase děti od něj převezmou.

Úloha 1: Vytvoř na svůj geoboard postupně obrazce podle obrázku.



Obr. č. 6 – ukázka příkladu v prostředí Geoboardu a mříže pro první a druhý ročník (zdroj: H-mat)

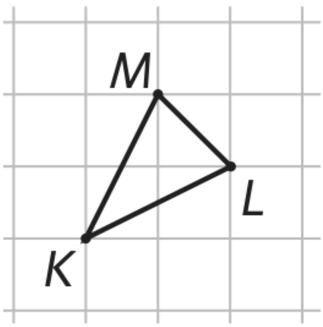
Úloha 2: Modrý tvar rozděl na dvě stejné části. Totéž udělej se žlutým i zeleným tvarem.

Úloha 3: Ke žlutému trojúhelníku přidej hnědý trojúhelník tak, aby oba trojúhelníky dohromady tvořily čtverec.

Ve třetím a čtvrtém ročníku již přecházíme z geoboardu na čtvercovou mříž. Kolíky se mění na čtvercovou mříž a obrazcům říkáme mřížové např. mřížový trojúhelník apod. Děti se postupně učí psát obrazce pomocí znaků. Po několika zkušenostech a diskusích se objeví šipkový zápis mřížového obrazce, neboť jazyk šipek znají děti z prostředí Krokování. Vše si ukážeme na následujícím příkladu.

Úloha 1: Na obrázku je trojúhelník KLM, který je zapsán pomocí šipek takto:

K →→↑ L ↑← M ←↓↓ K.



Obr. č. 7 – ukázka příkladu mřížového trojúhelníkuv prostředí Geoboardu a mříže (zdroj: H-mat)

„Zápis čteme: Začínám v bodě K, udělám dva kroky vpravo, jeden nahoru a zde označím bod L. Z bodu L pokračuji krok nahoru, krok doleva a zde je bod M. Pro kontrolu z M udělám jeden krok doleva a dva dolů, jsem opět v K. Narýsuji úsečku KL, LM a také MK“ (H-mat, 2018).

V pátém a šestém ročníku se již žáci pomocí šipkového zápisu dopídí k obsahu čtverce. Opět si to ukážeme na následujícím příkladu, který slouží také jako příprava na Pythagorovu větu.

Úloha 1: Je dána úsečka AB šipkovým zápisem:

a) A →↑ B
b) A →→↑ B
c) A →→→↑ B
d) A →…→↑ B (tři tečky znamenají, že šipek doprava bude libovolně)

Úloha 2: Nakresli ji v mříži a dorýsuj čtverec ABCD.
Úloha 3: Dopiš šipkový zápis čtverce a spočítej jeho obsah.

4.1.3 Kombinatorika a pravděpodobnost

Již v mateřské škole děti mají rádi stavebnice a rádi staví různé vzory a mozaiky. Staví věže různých barev z kostek nebo kombinují různorodá oblečení pro panenky. Chlapci i holky tak, přirozeně objevují, že ze stejného počtu stavebních dílů mohou postavit velké množství staveb, že ze stejné sady oblečků a doplňků pro panenky ji mohou nachystat na různé oslavy třeba jen pomocí změny bot a náušnic.

Nejde jen o to, aby děti počítaly, kolik možností mají, ale také o to, aby si užily hru, rozvíjeli svoji kreativitu a objevovaly nové možnosti. Proto je nejlepší začátek stavět s dětmi, motivovat je k záměnám všelijakých dílů ve stavebnici, ke kombinaci oblečení na panenky. Ukážeme si konkrétní příklad, který najdeme na blogu H-matu pro děti ve školce.

Úloha 1: Vystřihněte tři trička (např. bílé, žluté a červené) a dvoje kalhoty (hnědé a modré). Dítě vyzvěte, aby zjistilo, jak může kombinovat jednotlivé kousky oblečení. V pondělí si vezme do školky modré kalhoty a bílé tričko. Co si obleče další den, aby bylo jinak ustrojené. Kolik dnů může být pokaždé jinak oblečené?

V prvním a druhém ročníku se hledají různé možnosti přenášení do reálného života. Děti chodí s rodiči rádi nakupovat a rády za nákup zaplatí, což se v této metodě využívá k výzvě. Opět si ukážeme na příkladu.

Úloha 1: Čokoláda stojí 24 Kč. V peněžence máš pouze pětikoruny a dvoukoruny. Kolika způsoby můžeš čokoládu zaplatit? Svá řešení zapiš do tabulky (počet mincí můžeš zaznamenat pomocí čísel nebo čárek):

částka	mince	způsob platby					celkem způsobů
		1	2	3	4	5	
24 Kč	2 Kč	//					
	5 Kč	////					

Obr. č. 8 – tabulka k příkladu pro první a druhý ročník z prostředí kombinatoriky a pravděpodobnosti (zdroj: H-mat)

Ve třetím a čtvrtém ročníku začínají žáci toto téma pomocí házení mincí, kde hrají hru „panna nebo orel“ a tipují, co padne častěji. Výsledky si mohou poznamenávat a objevovat, zda některá z mincí padá častěji. Podobně mohou hrát hru i s házení kostkami místo mincemi. Házení mincemi či kostkou funguje jako příprava na téma pravděpodobnosti a statistiky. Až tyto témata budou žáci brát ve škole, jsou už příliš vělcí na manipulativní činnost a už si nechtějí zkoušet skutečné pokusy s mincí či kostkou. Bez těchto zkušeností si žák zpravidla pravděpodobnost nezažije. Opět si ukážeme příklad k tomuto ročníku.

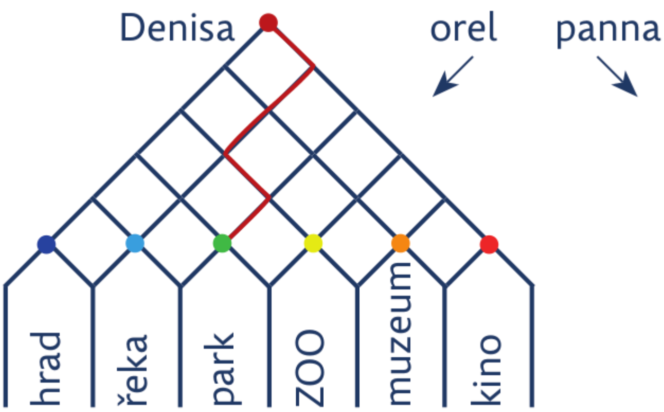
Úloha 1: Házej hrací kostkou. Hoď desetkrát a zaznamenej hozená čísla. Kolikrát padlo sudé a kolikrát liché číslo? Pokračuj v házení a udělej 50, 100, 200 pokusů. Bude častěji padat sudé, nebo liché číslo? Je to jen náhoda?

V pátém i šestém ročníku žáci opět propojují již získané zkušenosti a prohlubují je na další úroveň. Ukázka příkladu z pátého a šestého ročníku.

Úloha 1: Když jsem přijela na návštěvu ke kamarádce Denise, nemohly jsme se rozhodnout, kam se půjdeme projít. Plánek čtvrti, ve které Denisa bydlí, je na obrázku. Dohodly jsme se, že na každé křižovatce hodíme mincí. Když padne panna (*p*), odbočíme na křižovatce vpravo, a pokud padne orel (*o*), vydáme se vlevo.

První den nám padla *p, o, o, p, o* a došly jsme do parku.

a) Kam dojdeme, pokud nám padne: *o, p, p, p, o*?
b) Co musíme hodit, abychom došly k řece?
c) Takto jsme chodily dva týdny, každý den jednou.

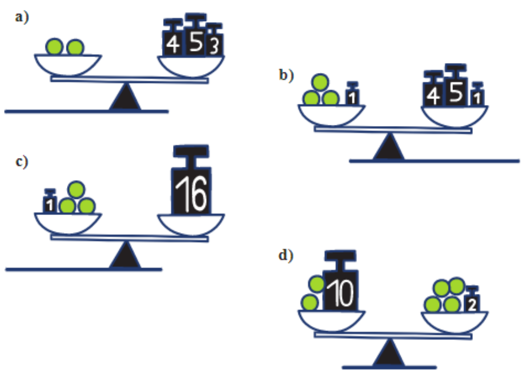


Obr. č. 9 – schéma k příkladu pro pátou a šestou třídu z prostředí kombinatoriky a pravděpodobnosti (zdroj: H-mat)

4. 1. 4 Váhy

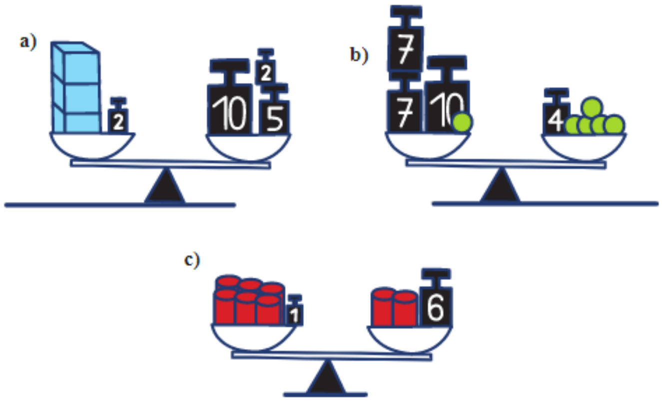
Prostředí vah je jedním z hlavních nástrojů pro modelování lineárních rovnic. Žáci při řešení těchto úloh rozvíjí svoje zkušenosti s jednoduchými úpravami rovnic a jejich soustav. Dále získávají zkušenosti s roznásobováním závorek nebo myšlenkovou substitucí. Doporučuje se začít s praktickým vážením. K tomu mohou učitelé využít třeba klasické ramínko, na jehož konce můžeme zavěsit igelitové pytlíky, do nich si žáci dají různě těžká závaží a pozorují, co se s ramínkem děje. Váhy se zavádí postupně od čtvrtého ročníku s výhledem do druhého stupně. Ukážeme si opět ukázky s příklady pro představu.

Úloha 1: Kolik váží jedna kulička?



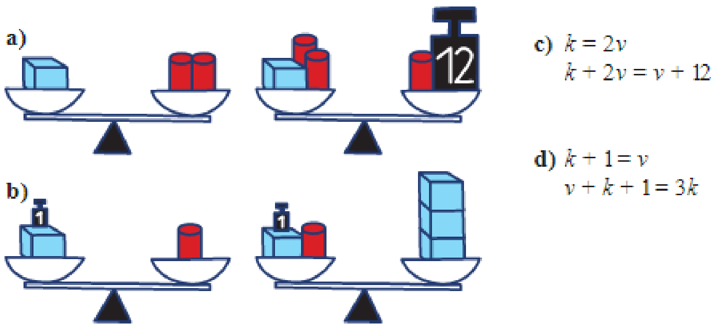
Obr. č. 10 – ukázka příkladu pro čtvrtou třídu z prostředí vah (zdroj: H-mat)

Úloha 2: Zjistěte, jakou váhu (hmotnost) má krychle, koule a váleček?



Obr. č. 11 – ukázka příkladu pro šestou a sedmou třídu z prostředí vah (zdroj: H-mat)

Úloha 3: Vyřešte rovnice:



Obr. č. 12 – ukázka příkladu pro osmou a devátou třídu z prostředí vah (zdroj: H-mat)

4. 2 Témata využívaná v učebnicích pro základní školy

Tyto tři stejná témata, která jsem popsala i v učebnicích Hejného metody je trochu těžší popsat v učebnicích matematiky, protože každá škola používá trochu jiné učebnice, ale snažila jsem se vybrat informace z učebnic, které se používají na základních školách, které jsem navštívila v rámci své praktické části.

4. 2. 1 Posloupnosti

Posloupnosti a řady se vyučují na ZŠ intuitivní formou, tedy intuitivní doplňování číselných řad. Ale přímo v učebnicích pro základní školy jsem k tomuto tématu žádné informace nenašla. Ty se soustřeďují až v učebnicích pro gymnázia a střední školy, kde se tyto pojmy definují a prohlubují. Jako ukázku k intuitivnímu doplňování jsem vybrala následující tabulku z pracovního listu pro sedmou třídu.

Úloha č. 1:

Doplň na místo otazníků chybějící čísla:

Řady čísel	**Doplněná čísla řady**
1, 3, 5, 7, 9, ?, ?	
34, 29, 24, 19, 14, ?, ?	
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ?, ?	
89, 82, 79, 72, 69, 62, ?, ?	

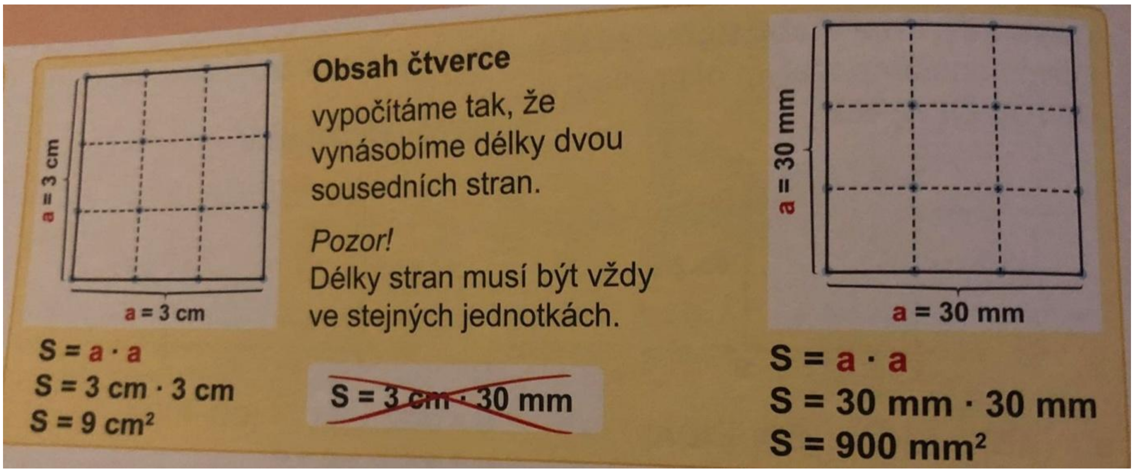
Tabulka č. 1 – Doplnění číselných řad (zdroj: zspeska.cz)

Velmi záleží, jestli učitelé dávají žákům více nestandardních úloh, kam lze zařadit i posloupnosti a číselné řady. Každá škola má svůj školní vzdělávací program a v něm si tyto věci nastavuje dle svých preferencí.

4. 2. 2 Obsah čtverce

Obsahy a obvody rovinných obrazců jsou zakotvené v Rámcovém vzdělávacím programu v okruhu Geometrie v rovině a v prostoru. Toto téma najdeme ve všech učebnicích pro základní školy již na prvním stupni. Některé učebnice toto téma uvádí již ve čtvrtém ročníku a některé až v pátém ročníku.

Při výzkumu jsem zjistila, že se v navštívených školách pracuje s Hravou matematikou od Taktiku, Matýskovou matematikou od Nové školy a s učebnicí matematiky od vydavatelství Fraus. Ve všech těchto učebnicích máme návod a vzoreček pro počítání obsahu čtverce. Žáci se učí dle těchto učebnic organizovanému zápisu. Na začátku příkladu musí žáci psát vzorec, následně dosazení do vzorce a výsledek se správnou jednotkou.



Obr. č. 13 – Ukázka počítání obsahu čtverce v učebnici (zdroj: Matýskova Matematika)

4. 2. 3 Kombinatorika

Pojem kombinatorika a učivo s ní spojené se na prvním ani druhém stupni cíleně nezavádí, ale s prvky kombinatorického myšlení se dá pracovat již od mateřské školy a na prvním stupni se s tímto tématem mohou žáci setkat ve čtyřech tematických okruzích, především v okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

Tento okruh najdeme v kurikulárním dokumentu Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání v oblasti Matematika a její aplikace. Cílem tohoto okruhu i celé vzdělávací oblasti je především pomoct žákům s vědomostmi a dovednostmi pro praktický život pomocí aktivních činností, které dále vedou ke zlepšení matematické gramotnosti.

Praktická část

Praktická část mojí diplomové práce obsahuje analýzu řešení třech nestandardních úloh ze soutěže klokan. Úlohy jsem vybrala pro šestý ročník základních škol. Já pracuji jako učitelka matematiky v jedné menší alternativní škole a sama učím Hejného metodou. Často slyším názory, že žáci, kteří se učí Hejného metodou, jsou pozadu proti ostatním a právě proto jsem chtěla tento výzkum zrealizovat. Snažila jsem se vybrat obecné logické úlohy, u kterých děti nemohou mít naučený algoritmus, aby nebyla upřednostněna ani jedna skupina. To je hlavní důvod, proč jsem převzala úlohy právě z matematické soutěže Klokan. Analýza řešení se zaměřuje na postup dětí, jaký zvolily postup k řešení úloh.

Dále praktická část obsahuje vyhodnocení výsledků obou skupin na vybraném vzorku základních škol. Zahrnuje zhodnocení a porovnání řešení nestandardních úloh žáky šestých tříd základních škol. Výzkum byl uskutečněn v průběhu května a června roku 2022.

5 Metodologie

V této kapitole je popsáno, jakým způsobem byly vybrány nestandardní úlohy pro účely naší analýzy a vyhodnocení. Další informace se týkají především postupu při výběru našeho vzorku a jeho popis. Důležitou součástí mé práce je stanovení výzkumných otázek a na konci této kapitoly zjistíme, jak probíhalo testování žáků.

5. 1 Výběr nestandardních úloh

Mým hlavním záměrem bylo vybrat takové úlohy, aby nebyla zvýhodněna ani jedna skupina dětí, proto jsem nevybírala příklady ani z učebnic od kolektivu prof. Hejného ani z učebnic, které se běžně používají v matematice na základních školách. Proto jsem vzala úlohy, z obecné matematické soutěže klokan, která neinklinuje k žádné konkrétné metodě, ale obecně obsahuje logické a nestandardní úlohy. Úlohy jsem vybírala z kategorie Benjamín, protože jsem se chtěla zaměřit na šestý ročník základních škol a právě tato kategorie je určena pro šestou třídu.

Soutěž klokan obsahuje úlohy za tři, čtyři a pět bodů podle obtížnosti. Každá úloha má uzavřené odpovědi, ty jsem při výzkumu odstranila, abych mohla analyzovat různé druhy postupů. Já jsem vybrala celkem tři úlohy. První úlohu jsem vzala z kategorie za čtyři body, snažila jsem se najít úlohu, která dle mě nebude až tak obtížná, ale má více druhů postupů k řešení. Druhou úlohu jsem vzala z kategorie také za čtyři body, soustředila jsem se na geometrické úlohy a vybrala jsem jednu z nich. Poslední úlohu jsem vzala z kategorie za pět bodů, tady jsem se snažila vybrat vhodnou kombinatorickou úlohu, která má velký potenciál k různorodým postupům.

5. 2 Výběr základních škol

Žáci měli za úkol vyřešit test s třemi úlohami. Testy byly zadány na náhodných školách po celé ČR. Celkově absolvovali test žáci z šesti různých základních škol. Výběr byl ovlivněn především ochotou učitelů podílet se na tomto výzkumu. Celkem jsem potřebovala otestovat 120 dětí z toho polovinu, která se vyučuje matematiku Hejného metodou a polovinu, která se učí běžnými metodami. Z důvodu lepší reprezentativnosti vzorku jsem z každé školy otestovala pouze jednu šestou třídu. Ovšem každá škola měla odlišný počet žáků ve třídě, takže některé třídy byly menší a naopak některé zase větší.

Základní škola č. 1

Tato základní škola se nachází v Jihomoravském kraji. Je to menší soukromá alternativní škola, kde se matematika vyučuje Hejného metodou. Tuto školu navštěvuje celkem asi 75 žáků. Škola se vyznačuje tím, že se snaží propojovat poznatky ze zeměpisu, dějepisu, občanky, chemie, biologie, přírodopisu dohromady a neučí tyto předměty zvlášť, ale dohromady v jednom předmětu, který se jmenuje „velká otázka".

Základní škola č. 2

Základní škola č. 2 je škola, která se nachází také v Jihomoravském kraji. Je to škola, která se prezentuje jako moderní, tvořivá a nejen pro žáky otevřená škola. Kromě tradiční formy práce se zde využívá učení formou projektů a týmové práce. Matematika je zde vyučována Hejného metodou, což sebou přináší určitá specifika, a proto dochází k rozdělení žáků pro jednu hodinu týdně dle schopností pomocí rozřazovacího testu. Další čtyři hodiny týdně pracují žáci ve svých kmenových třídách.

Základní škola č. 3

Jedná se o středně velkou školu, která eviduje 230 žáků. Tato škola leží v menším městě v Libereckém kraji. Škola klade důraz na sport, také proto si vybudovala vlastní víceúčelový sportovní areál a vlastní samostatnou tělocvičnu. Matematika se zde učí také Hejného metodou.

Základní škola č. 4

Čtvrtá základní škola je považována za větší školu, kterou navštěvuje 450 žáků. Škola se nachází ve středním městě v Ústeckém kraji. Škola vyučuje dle vzdělávacího programu Do školy s chutí a bez obav. V první třídě se děti učí číst pomocí metody Sfumato. Škola se snaží maximálně podporovat rozvoj dětí s vývojovými poruchami. Hodiny matematiky jsou vedeny běžnými metodami.

Základní škola č. 5

Další v pořadí 5. základní škola se nachází ve velkém městě v Jihomoravském kraji. Škola vytváří prostor pro tvůrčí rozvíjení znalostí a dovednosti žáků. Aktivně se zapojuje do několika projektů, které pomáhají vytvářet zdravé prostředí, učení, pozitivní rozvíjení vztahů a výchovu ke zdravému životnímu stylu. Pedagogové využívají moderní metody a snaží se rozvíjet osobnosti žáků v klidném školním klimatu, založeném na spolupráci. Hodiny matematiky jsou zde také vedeny tradičními metodami.

Základní škola č. 6

Poslední základní škola se nachází ve středně velkém městě ve Středočeském kraji. Tato škola klade důraz na komunikaci, jak mezi školou a rodiči, tak mezi učiteli a žáky. Žákům nabízí širokou nabídku kroužků a povinně volitelných předmětů. Matematika se i zde vyučuje tradičními metodami.

ZÁKLADNÍ ŠKOLA	POČET ŽÁKŮ
ZŠ č. 1	21
ŽŠ č. 2	18
ZŠ č. 3	21
ZŠ č. 4	17
ZŠ č. 5	15
ZŠ č. 6	28

Tabulka č. 2. - Přehled počtu testovaných žáků na základních školách

5. 3 Výzkumné otázky a metody

Hlavní výzkumná otázka:

Jakým způsobem řešily dané skupiny žáků zadané úlohy?

Dílčí výzkumné otázky:

Která skupina žáků je při řešení úloh úspěšnější?

Jakých chyb se žáci při řešení zadaných úloh dopouštěli?

Která z úloh dělala oběma skupinám žáků největší problémy?

Šetření jsem zaměřila především na různé způsoby řešení zadaných úloh. Data jsem nasbírala celkem ze šesti základních škol, dohromady se jednalo o 120 žáků. Jak již bylo zmíněno, vybrala jsem tři školy, kde se učí matematika Hejného metodou, celkem 60 žáků a tři školy, kde se učí matematika běžnými způsoby, celkem také 60 žáků. Toto jsou ty dvě skupiny žáků, které zmiňuji ve výzkumných otázkách. Jako metodu jsem zvolila didaktický test. Ten je pro účel této práce nejvhodnější, protože můžeme sledovat, jak jsou žáci schopni si poradit s řešením obecných úloh. Díky otevřeným testovým úlohám jsme schopni lépe zjistit, jak daný žák uvažoval a že pouze netipoval správnou odpověď.

Průběh testování

Všichni žáci byli dopředu seznámeni s celým průběhem testování. Bylo jim sděleno, že jsou to úlohy vytažené z matematické soutěže klokan bez uzavřených odpovědí. Zdůraznilo se jim, že je potřeba psát k zadání své postupy řešení a všechny myšlenkové pochody. Žáci neměli omezený čas, avšak všem stačila jedna vyučovací hodina. Případné dotazy žáků jim byly v průběhu zodpovězeny.

6 Analýza jednotlivých úloh

V této kapitole se budeme věnovat jednotlivým úlohám a rozebereme nejzajímavější a nejvěrnější způsoby řešení.

6. 1 První příklad

Petr vyjel na 5 dní do Jeseníků. Na každý den od pondělí do pátku si naplánoval pěší túru tak, že délka trasy byla vždy o 2 km delší než trasa z předcházejícího dne. Celkem Petr ušel 70 km. Kolik kilometrů ušel Petr ve čtvrtek?

Výsledek:

Ve čtvrtek ušel 16 kilometrů.

Žáci učící se Hejného metodou

Nejvěrnější způsob řešení:

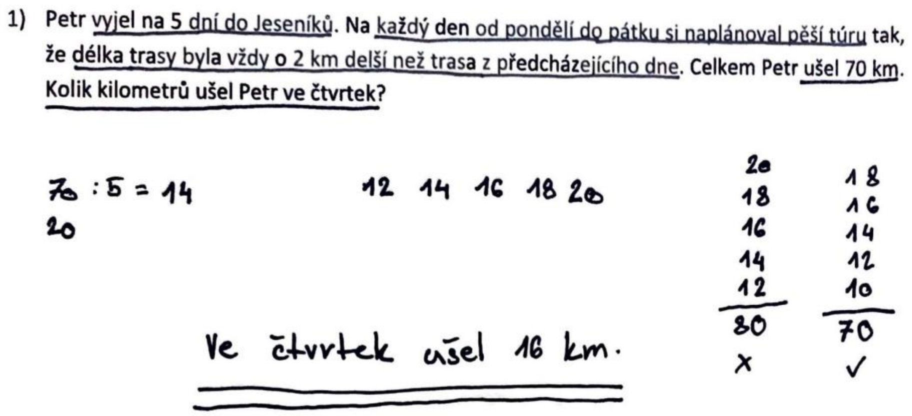
70 : 5 = 14

Pondělí	Úterý	Středa	Čtvrtek	Pátek
10	12	14	16	18

Tabulka č. 3 – řešení žákovských úloh

Nejčastěji se ve výsledcích objevovalo právě toto řešení. Jako první si žáci celkové kilometry vydělili pěti dny a tím zjistili průměrnou hodnotu. V tomto bodě někteří věděli, že těchto čtrnáct kilometrů patří k prostřednímu dni tedy středě a někteří začali zkoušet naslepo, co s tou „čtrnáctkou udělat“. Někdo třeba zkoušel tipnout nějaké menší číslo než je čtrnáct k pondělí a zkoumal, jestli mu na konci vyjde sedmdesát kilometrů, podle toho výsledky upravoval, až došel k tomu, že zmíněných čtrnáct kilometrů patří ke středě a pak už nebyl problém dopočítat čtvrtek.

Ukázka č. 1:



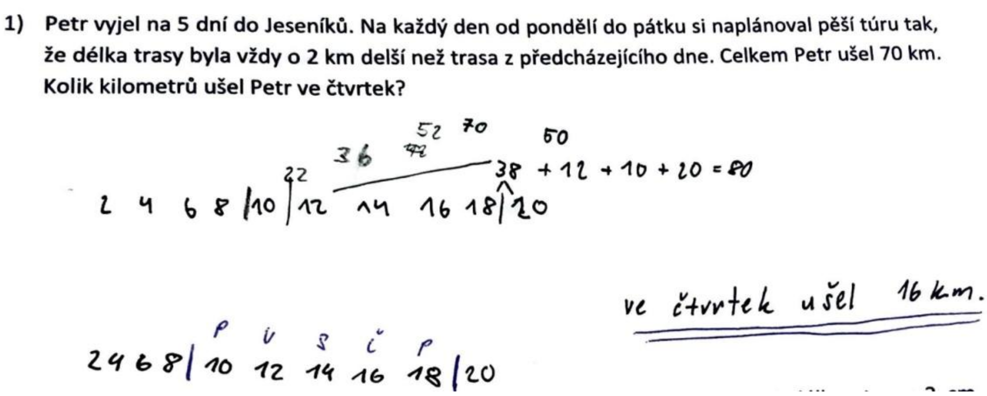
Obr. č. 14 - Ukázka žákovských prácí

2. Nejvěrnější způsob řešení

2 4 6 8 | 10 12 14 <u>16</u> 18 | 20 22 24

Druhým nejvěrnějším postupem řešení je psaní určitých číselných řad. Žáci pracovali s předpokladem, že potřebují pět čísel, které se liší o číslo dvě a jejich součet musí dát dohromady sedmdesát. Proto většina prvně zkusila sudá čísla a hledala jich pět za sebou, která dají dohromady sedmdesát, což se jim metodou pokus-omyl povedlo.

Ukázka č. 2:



Obr č. 15 – Ukázka žákovských prací

3. Nejvěrnější způsob řešení

Pondělí	Úterý	Středa	Čtvrtek	Pátek
A	B	C	D	E
A	B = A + 2	C = A + 4	D = A + 6	D = A + 8

Tabulka č. 4 – Postup řešení pomocí jednoduchých rovnic

5A + 20 = 70

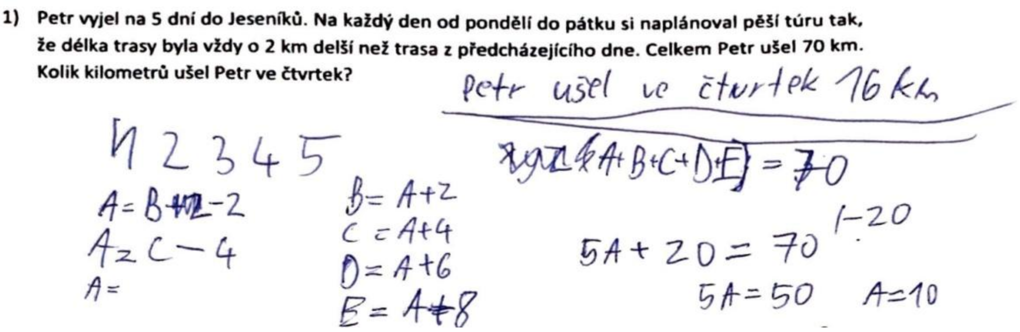
5A = 50

A = 10

C = 16

Posledním pro mě nejpřekvapivějším řešením bylo pomocí jednoduchých rovnic. Žáci si určili jednoduchou rovnici pro každý den s cílem vyjádřit si A tedy pondělí. Když si spojili všechny rovnice do jedné a vyjádřili si A, zjistili, že A (pondělí) je rovno deseti, už tedy jen stačilo „dosadit si do čtvrtku“ a zjistit, že ve čtvrtek Petr ušel 16 kilometrů. Toto řešení mě nejvíce překvapilo z toho důvodu, že jsou žáci schopni v šesté třídě využít rovnice v praktických úlohách.

Ukázka č. 3:



Obr. č. 16 – Ukázky žákovských prací

Všechny tyto tři řešení se vyskytovaly v drtivé většině žákovských prací se správnými výsledky, jen různě modifikované. Velmi mě překvapilo, že bylo tolik správných výsledků. Objevilo se i pár testů, kde byly pouze správné výsledky bez postupů, ale i to jsem započítala jako správný výsledek, jelikož znám děti, kteří počítají zpaměti a následně to nejsou schopni vysvětlit či zapsat postup. I tento fakt může mít na výzkum vliv.

Žáci učící se běžnými metodami

1. Nejvěrnější způsob řešení

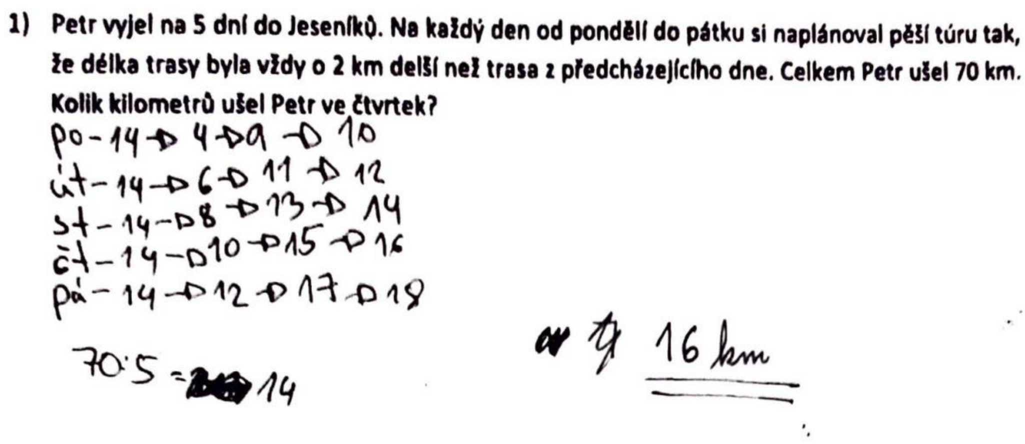
70 : 5 = 14

PO	14	4	9	10
ÚT	14	6	11	12
STŘ	14	8	13	14
ČT	14	10	15	**16**
PÁ	14	12	17	18

Tabulka č. 5 – žákovské řešení prvního příkladu

Jako první krok si všichni žáci vydělili 70 kilometrů počtem dnů tedy 5 a vyšlo jim 14. Od toho se snažili odrazit a zjistit, co tento výsledek znamená. Nejvíce žáků zkoušeli opět vymyslet různé řady, které se zvětšují o dvě, někdo začal od menších čísel někdo naopak od větších. Základem je zjistit, kterých pět po sobě jdoucích čísel stoupajících o dvě dá dohromady součet sedmdesát. Jakmile žáci zjistili, že tato řada začíná 10, pak není problém zjistit, že Petr ujde ve čtvrtek 16 kilometrů.

Ukázka č. 4:


1) Petr vyjel na 5 dní do Jeseníků. Na každý den od pondělí do pátku si naplánoval pěší túru tak, že délka trasy byla vždy o 2 km delší než trasa z předcházejícího dne. Celkem Petr ušel 70 km. Kolik kilometrů ušel Petr ve čtvrtek?

po – 14 → 4 → 9 → 10
út – 14 → 6 → 11 → 12
st – 14 → 8 → 13 → 14
čt – 14 → 10 → 15 → 16
pá – 14 → 12 → 17 → 18

70 : 5 = 14

16 km

Obr. č. 17 – Ukázka žákovských prací

2. Nejvěrnější způsob řešení

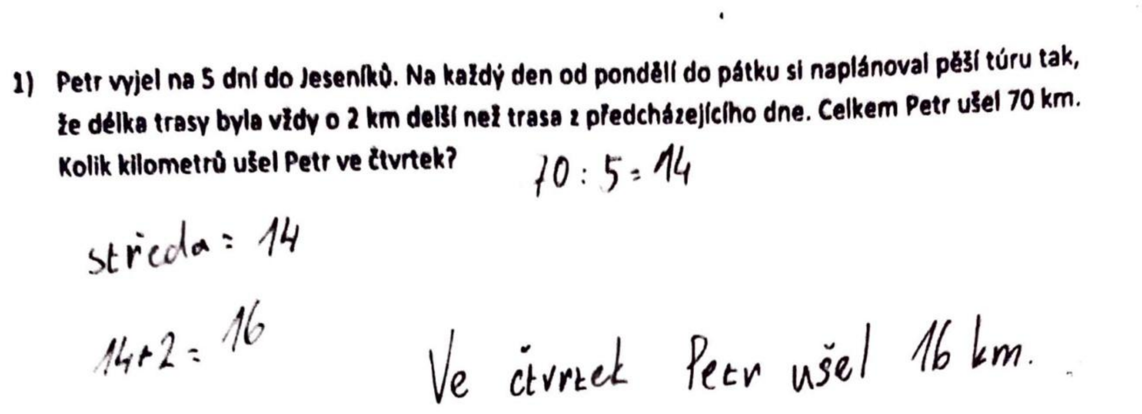
70 : 5 = 14

středa = 14 km

čtvrtek = 14 + 2 = 16 km

Druhý nejvíce vyskytovaný typ řešení vyplývá z toho prvního. Úplně stejně si žáci vydělili celkové kilometry počtem dnů, akorát v tomto případě již měli žáci ponětí o tom, co jim vyšlo, tedy průměrná hodnota, kterou ušel ve středu. Pak už jen stačilo přičíst dva kilometry a věděli, že ve čtvrtek ušel 16 kilometrů.

Ukázka č. 5:


1) Petr vyjel na 5 dní do Jeseníků. Na každý den od pondělí do pátku si naplánoval pěší túru tak, že délka trasy byla vždy o 2 km delší než trasa z předcházejícího dne. Celkem Petr ušel 70 km. Kolik kilometrů ušel Petr ve čtvrtek?

70 : 5 = 14

středa = 14

14+2 = 16

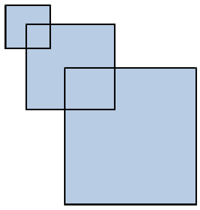
Ve čtvrtek Petr ušel 16 km.

Obr. č. 18 – Ukázka žákovských prací

Tento typ příkladu počítaly obě skupiny žáků velmi podobně. Všimla jsem si, že hodně dětí nezapisovalo všechny postupy a jelikož při psaní testu neměli žáci žádné jiné papíry, tak předpokládám, že počítali z hlavy a napsali jen to nejnutnější. Proto je analýza testů o něco složitější a výzkum tím může být ovlivněn.

6. 2 Druhý příklad

Na obrázku vidíš 3 čtverce, které se překrývají. Nejmenší čtverec má délku strany 2 cm. Střední čtverec má délku strany 4 cm a jeden z jeho vrcholů leží ve středu malého čtverce. Největší čtverec má délku strany 6 cm a jeden z jeho vrcholů leží ve středu středního čtverce. Urči obsah celého útvaru.



Výsledek:

Obsah celého útvaru je 51 m^2.

Žáci učící se Hejného metodou

1. Nejvěrnější způsob řešení

Malý čtverec = $2^2 = 4$

Prostřední čtverec = $4^2 = 16$

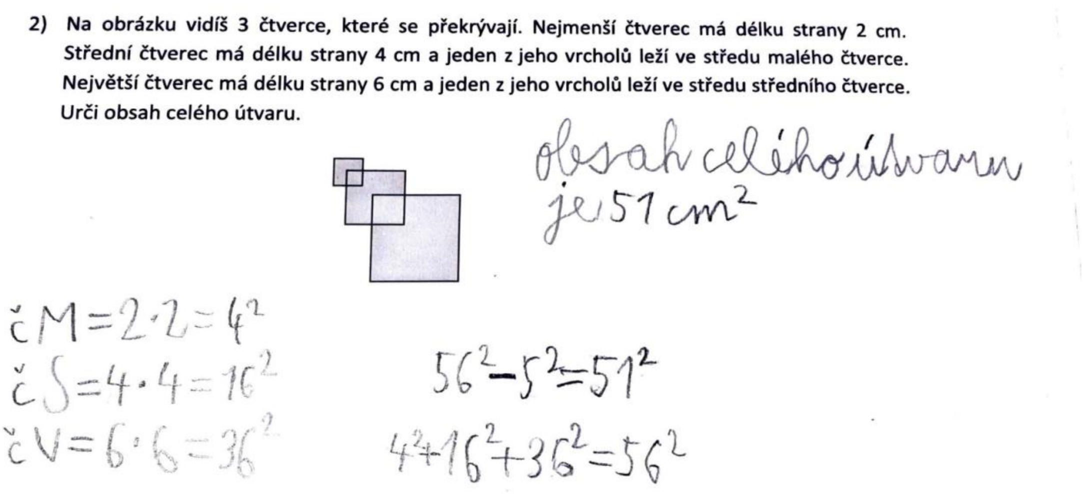
Velký čtverec = $6^2 = 36$

O = $4 + 16 + 36 – (2^2 + 1^2)$

O = $56 – 5 = 51$ cm^2

Jelikož děti znají strany všech tří čtverců, tak pro většinu z nich bylo nejjednodušší vypočítat si jejich obsahy a následně odečíst části, které jsou překryté. O těchto částech vědí, že leží v půlce daných čtverců, to znamená, že strana malého překrytého čtverce je jeden centimetr a strana druhého překrytého čtverce jsou dva centimetry. Obsah těchto překrytých částí je tedy celkem pět cm^2. Dále žáci vypočítali obsah všech tří čtverců 56 cm^2 a od něj odečetli obsah překrytých částí 5 cm^2, pak dostali výsledek.

Ukázka č. 6:

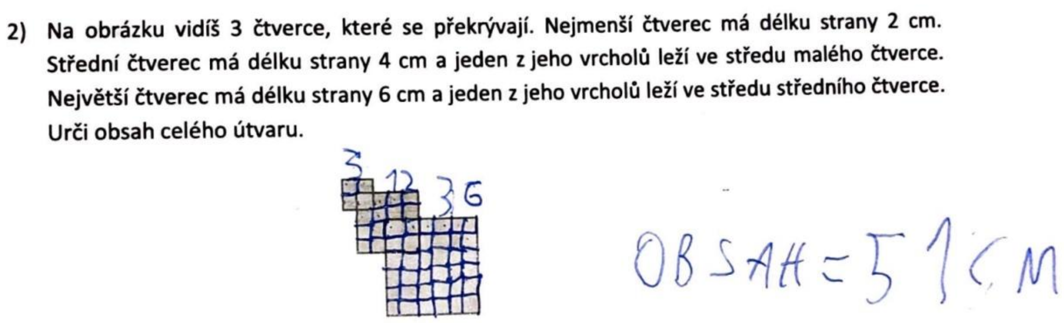


Obr. č. 19 – Ukázka žákovských prací

2. Nejvěrnější způsob řešení

Druhým nejčastějším postupem dětí bylo rozdělit si daný obrazec do mříže. Celá geometrie je v Hejného metodě postavená na mříži, v ní se žáci učí představivosti i rýsování. Není proto divu, že ji žáci hojně využívají v geometrických úlohách. Žáci si v této úloze rozdělili všechny tři čtverce na menší čtverečky o obsahu 1 cm^2 (mříž). Pak jen spočítali, kolik čtverečků tam je a vyšlo jim 51, tedy výsledek je 51 cm^2.

Ukázka č. 7:



Obr. č. 20 – Ukázka žákovských prací

Všechny ostatní postupy řešení se správnými výsledky vychází z těchto dvou postupů, jen jsou maličkostmi upraveny. Právě geometrie patří dle mého názoru v Hejného metodě ke slabším místům, proto mě tolik nepřekvapilo, že byla mnohem menší úspěšnost než v předchozím příkladu. I proto jsem zde alespoň jeden příklad zaměřený na výpočet obsahů chtěla mít.

Žáci učící se běžnými metodami

1. Nejvěrnější způsob řešení

$S_1 = a^2 = 4$ $\qquad$ $S_1 – 4:4 = 1 \text{ -> } S_1 = 3$

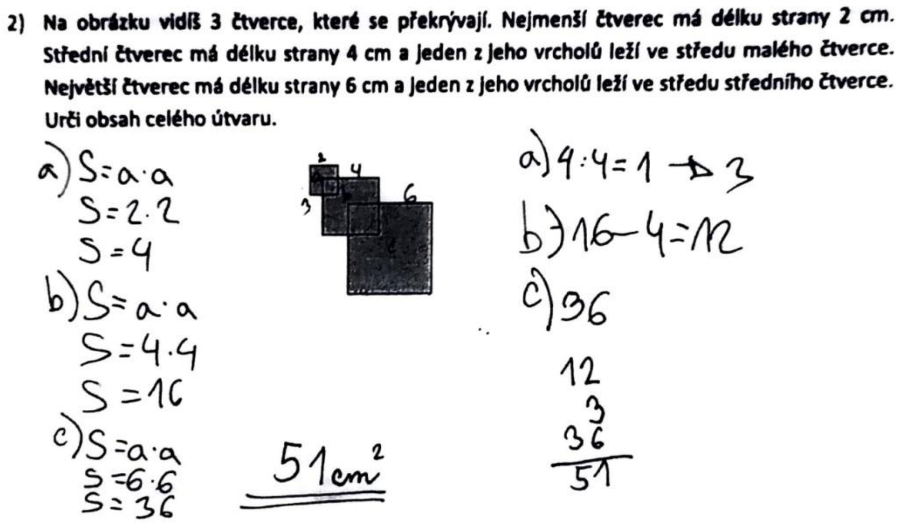
$S_2 = a^2 = 16$ $\qquad$ $S_2 – 16:4 = 4 \text{ -> } S_2 = 12$

$S_3 = a^2 = 36$

$S = 3 + 12 + 36 = 51 \text{ cm}^2$

Nejčastějším postupem žáků bylo spočítání obsahů jednotlivých čtverců, ze kterých rovnou odečetli překryté části. Jelikož žáci znají strany čtverců, tak pro ně bylo jednoduché obsahy spočítat. Žáci si všimli, že překrytý obsah je jedna čtvrtina malého a středního čtverce, tedy stačilo jejich obsahy vydělit čtyřma a výsledek odečíst od obsahu. Tím pádem zjistili tři obsahy obrazců, které stačilo jen sečíst, a vyšel jim výsledek.

Ukázka č. 8:


2) Na obrázku vidíš 3 čtverce, které se překrývají. Nejmenší čtverec má délku strany 2 cm. Střední čtverec má délku strany 4 cm a jeden z jeho vrcholů leží ve středu malého čtverce. Největší čtverec má délku strany 6 cm a jeden z jeho vrcholů leží ve středu středního čtverce. Urči obsah celého útvaru.

a) S = a · a
S = 2 · 2
S = 4
b) S = a · a
S = 4 · 4
S = 16
c) S = a · a
S = 6 · 6
S = 36

51 cm²

a) 4 : 4 = 1 → 3
b) 16 − 4 = 12
c) 36

12
3
36
51

Obr. č. 21 – Ukázka žákovských prací

2. Nejvěrnější způsob řešení

$S_1 = a^2 = 4$ $S_4 = a^2 = 1$

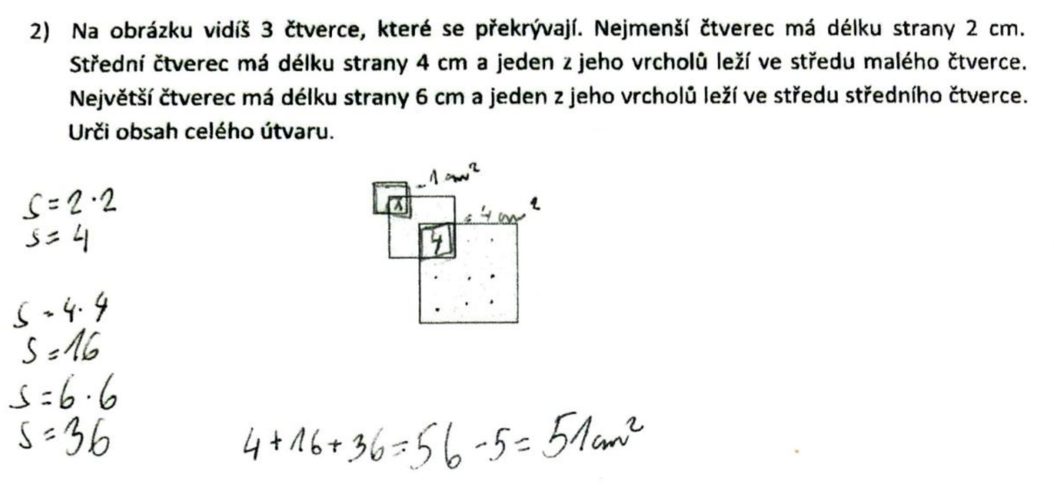
$S_2 = a^2 = 16$ $S_5 = a^2 = 4$

$S_3 = a^2 = 36$

$S = 4 + 16 + 36 – (1 + 4) = 51\ cm^2$

Druhým nejvěrnějším způsobem, jakým žáci úlohu řešili, byl podobný postup, jako je ten předchozí. Jen s tím rozdílem, že žáci nejprve spočítali všechny obsahy čtverců a obsahy překrytých částí, které od sebe nakonec odečetli a zjistili obsah celého útvaru. Obsah překrytých částí zjistili pomocí stran čtverců. Tyto strany jsou poloviny menšího a středního čtverce.

Ukázka č. 9:



2) Na obrázku vidíš 3 čtverce, které se překrývají. Nejmenší čtverec má délku strany 2 cm. Střední čtverec má délku strany 4 cm a jeden z jeho vrcholů leží ve středu malého čtverce. Největší čtverec má délku strany 6 cm a jeden z jeho vrcholů leží ve středu středního čtverce. Urči obsah celého útvaru.

Obr. č. 22 – Ukázka žákovských prací

6. 3 Třetí příklad

Ema si udělala selfíčka se svými osmi bratranci. Každý z bratranců je na dvou nebo třech fotkách. Na každé fotce má Ema právě 5 bratranců. Kolik selfíček si Ema udělala?

Správný výsledek:

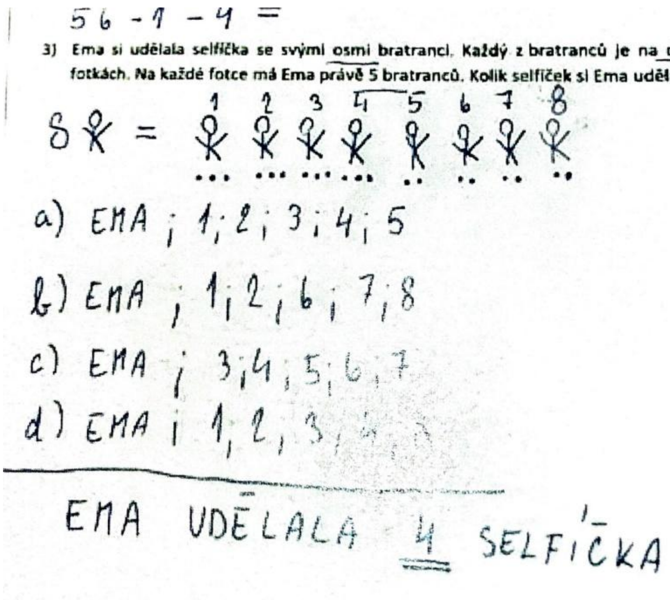
Ema si udělala čtyři selfíčka.

Žáci učící se Hejného metodou

1. **Nejvěrnější způsob řešení**

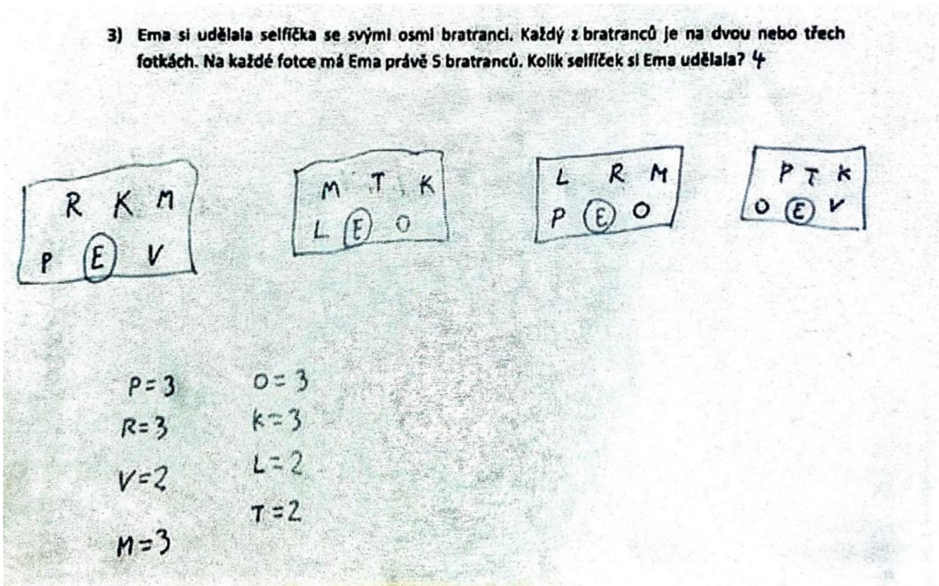
Nejčastějším řešením bylo nakreslení si všech osmi bratranců a zapsat si k nim nějaké číslo či písmeno k rozeznání. Následně si tyto bratrance rozepsali do skupin, aby tam každý byl alespoň dvakrát, ale maximálně třikrát. Tyto skupiny reprezentovali selfíčka, zde už jen stačilo spočítat, kolik skupin tedy selfíček vznikne (4).

Ukázka č. 10:



Obr. č. 23 – Ukázka žákovských prací

Ukázka č. 11:

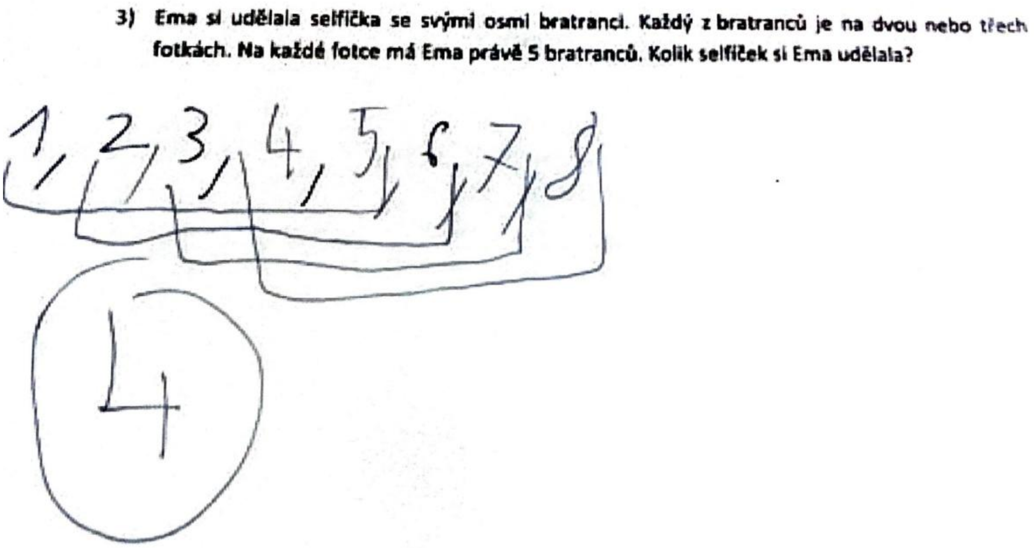


Obr. č. 24 – Ukázka žákovských prací

2. Nejvěrnější způsob řešení

Druhý nejvěrnější postup řešení vychází z toho prvního jen je zjednodušený. Děti si napsaly osm různých písmen či číslic a jen hledali pětice, tak aby tam každé číslo či písmeno bylo alespoň dvakrát, ale zároveň maximálně třikrát. Tím si zjistili, do kolika skupin je mohou rozdělit a výsledek jim vyšel opět čtyři.

Ukázka č. 12:



Obr. č. 25 – Ukázka žákovských prací

3. Nejvěrnější způsob řešení

Posledním způsobem řešení, který se vyskytoval v testech v tomto příkladu se správným výsledkem, jsou jednoduché vizualizace situace. To znamená, že žáci nepoužili žádná písmenka ani číslice, jen si nakreslili postavičky (bratrance) a zkoušeli je rozdělit do skupin, opět museli dodržet pravidlo, že se každý bratranec musel objevit nejméně dvakrát v nějaké skupině a zároveň maximálně třikrát. Opět jim vyšly čtyři skupiny tedy čtyři selfíčka.

Ukázka č. 13:

Obr. č. 26 – Ukázka žákovských prací

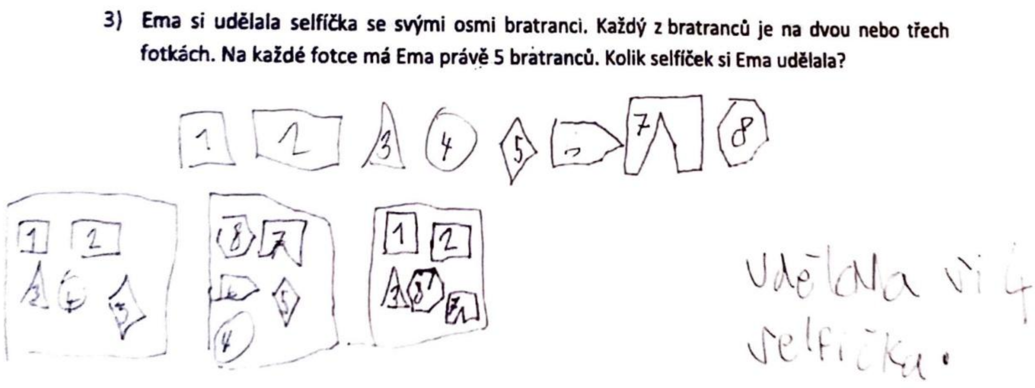
Tyto kombinatorické úlohy mě velmi mile překvapily. Obávala jsem se, že to pro děti bude velmi složité, ale spousta z nich si s tím skvěle poradila. Předpokládám, že velkou zásluhu za tyto správné úvahy má prostředí kombinatoriky, které má ve svých učebnicích prof. Hejný zakomponované. Záměrně jsem pro kombinatoriku vybrala příklad, který je dětem blízký a dokážou si ho prakticky představit.

Žáci učící se běžnými metodami

1. Nejvěrnější způsob řešení

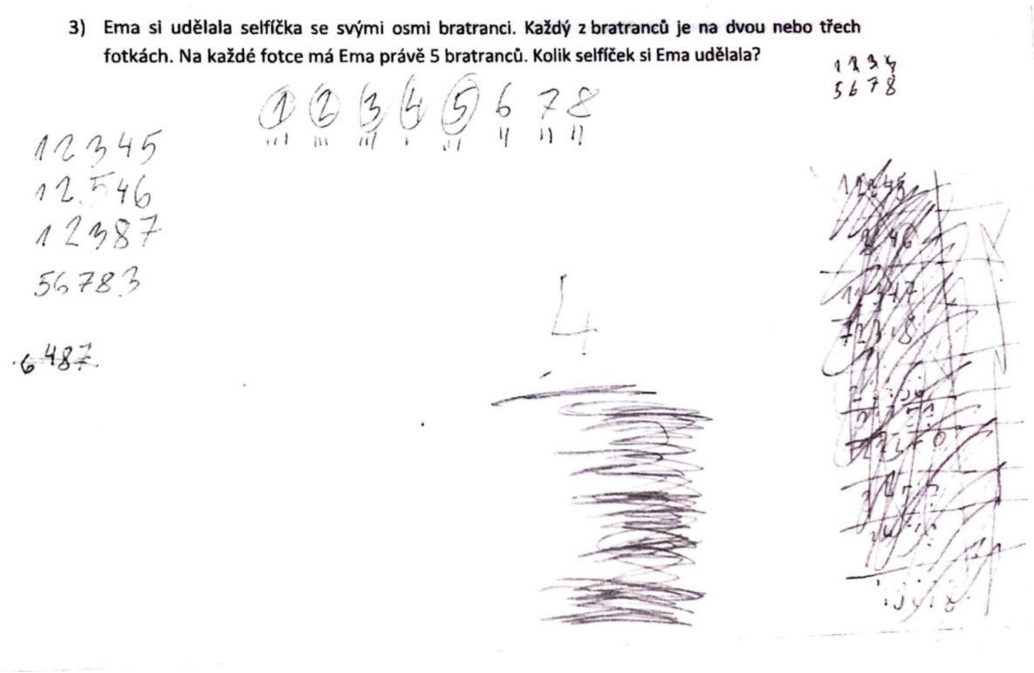
Jediné řešení, které se objevilo, bylo stejné jako u žáků učící se Hejného metodou. Žáci si nejprve různými způsoby zaznačili osm bratranců, které si následně rozdělili do skupin, kde museli dodržet podmínku, aby se každý bratranec vyskytl ve skupině alespoň dvakrát a zároveň maximálně třikrát. Tímto způsobem získali žáci čtyři skupiny tedy i výsledek.

Ukázka č. 14:



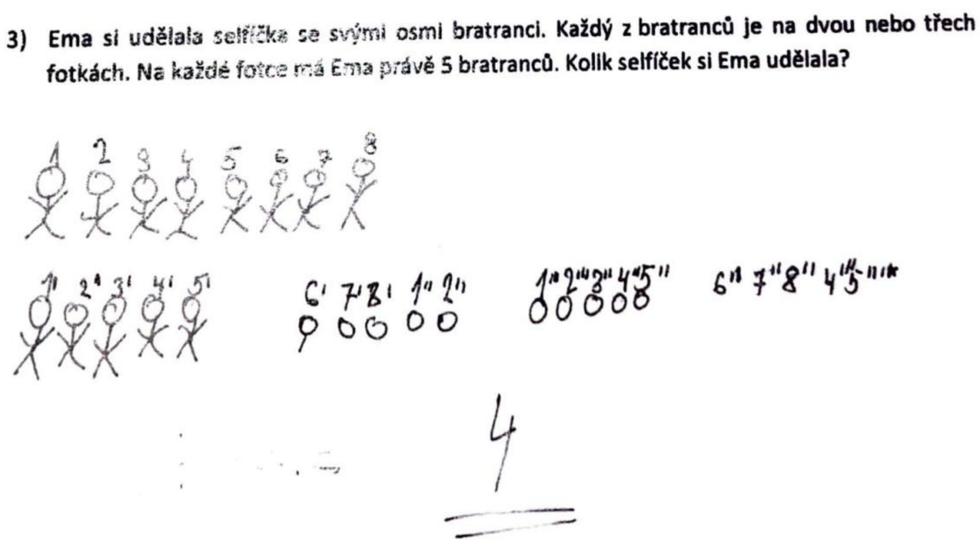
Obr. č. 27 – Ukázka žákovských prací

Ukázka č. 15:



Obr. č. 28 – Ukázka žákovských prací

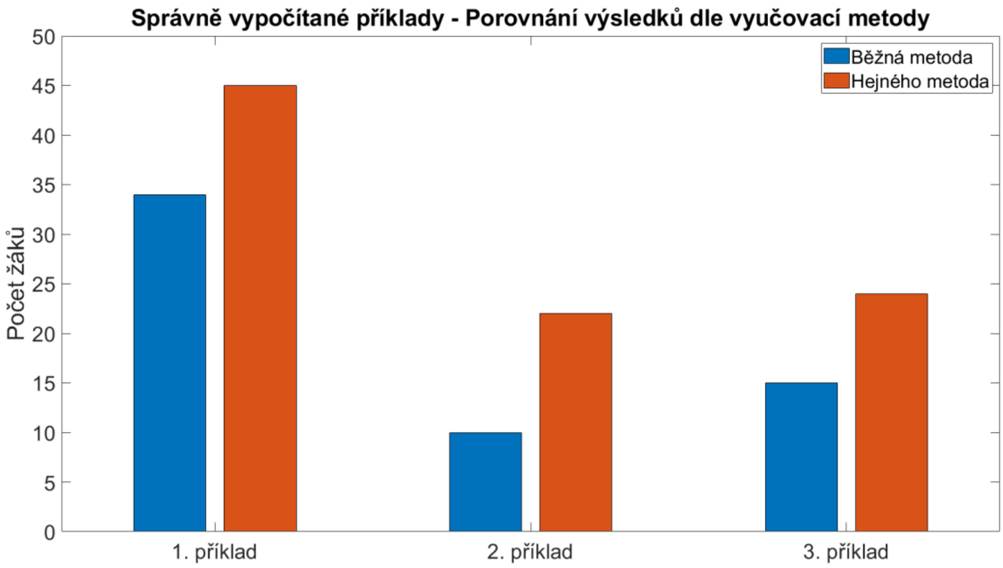
Ukázka č. 16:



Obr. č. 29 – Ukázka žákovských prací

Tyto kombinatorické úlohy mají spoustu možností řešení. Předpokládala jsem, že se vyskytne více postupů řešení. I přes to jsem s radostí sledovala, že se žáci úlohy nezalekli a snažili se ji vyřešit za každou cenu. Vyskytla se jen různá zaznačení, někdo bratrance zakreslil jako panáčky, někdo jen jako písmena, někdo jako různé obrazce. Zároveň jsem zaznamenala velkou bezmoc při řešení této úlohy. Někteří i velmi v matematice úspěšní žáci si s ní nedokázali poradit, protože to není standardní úloha, na které se v hodinách matematiky soustředí.

6. 4 Úspěšnost obou skupin



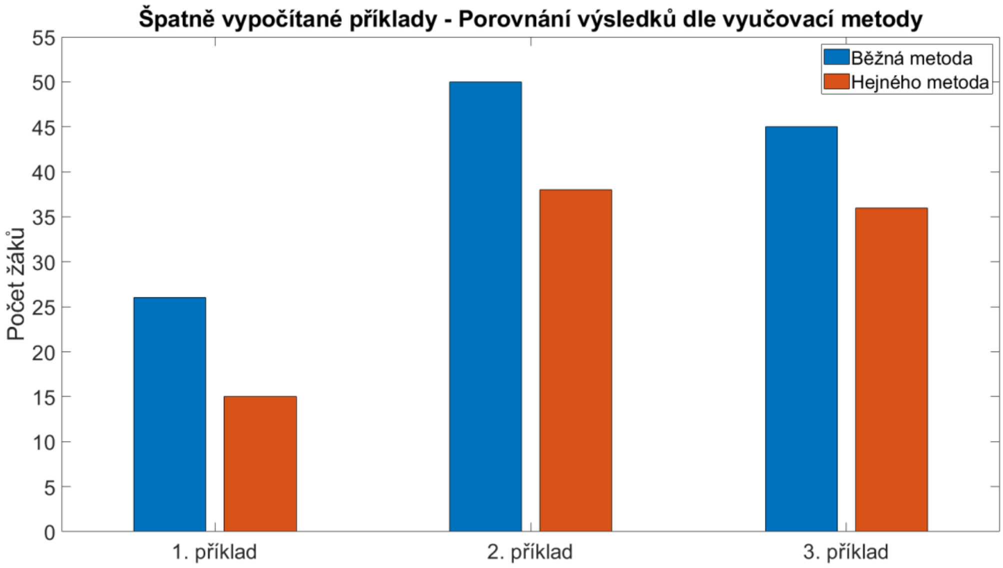
Graf č. 1 – správně vypočítané příklady

Skupina učící se Hejného metodou byla v prvním příkladu úspěšnější než druhá skupina. Celkově bylo úspěšných čtyřicet pět dětí ze šedesáti. Velmi mě překvapilo, že z šedesáti odevzdaných testů byl pouze jeden test bez řešení u prvního příkladu. Všichni ostatní se alespoň pokusili příklad vyřešit. Skupina učící se běžnými metodami dosáhla třiceti čtyř správných odpovědí ze šedesáti. Ze všech vypočítaných příkladů se zde objevily jen 3 příklady bez jakéhokoli řešení. Celkově byla první úloha nejúspěšnější, což souhlasí s tím, že je to úloha za 3 body, to znamená, že by měla být nejjednodušší.

U druhého příkladu byla opět úspěšnější skupina učící se Hejného metodou. U této skupiny jsem čekala, že nebude ani polovina správných odpovědí, protože geometrie nebývá silnou stránkou této metody. Ovšem potvrdily se tu výhody nestandardních úloh, kde si byli žáci Hejného metody lépe schopni poradit. I když zde bylo úspěšných dvacet dva žáků ze šedesáti, tak je to pořád více než u druhé skupiny. Skupina učící se běžnými metodami měla pouze deset úspěšných řešitelů u tohoto geometrického příkladu. Velmi mě překvapilo, že tato úloha měla být středně těžká, proto za ni v klokanu žáci dostávali čtyři body, ale přesto byla tato úloha nejméně úspěšná ze všech tří úloh.

Třetí příklad byl opět úspěšnější pro skupinu žáků učící se Hejného metodou. Tento příklad byl kombinatorický, proto můj předpoklad byl takový, že pro tuto skupinu bude výrazně úspěšnější než pro druhou skupinu učící se běžnými metodami, ale ve výsledku zde byl nejnižší rozdíl ze všech tří příkladů. U první skupiny bylo úspěšných dvacet čtyři žáků z šedesáti, u druhé skupiny bylo patnáct úspěšných řešitelů. Můj předpoklad vycházel ze zkušeností, že žáci učící se Hejného metodou se s kombinatorikou potkávají již na prvním stupni. V Klokanu byla tato úloha za pět bodů, to znamená, že by měla být nejtěžší ze všech tří úloh, což se v mém výzkumu nepotvrdilo.

6. 5 Nejčastější chyby v zadaných úlohách



Graf č. 2 – chybně vypočítané příklady

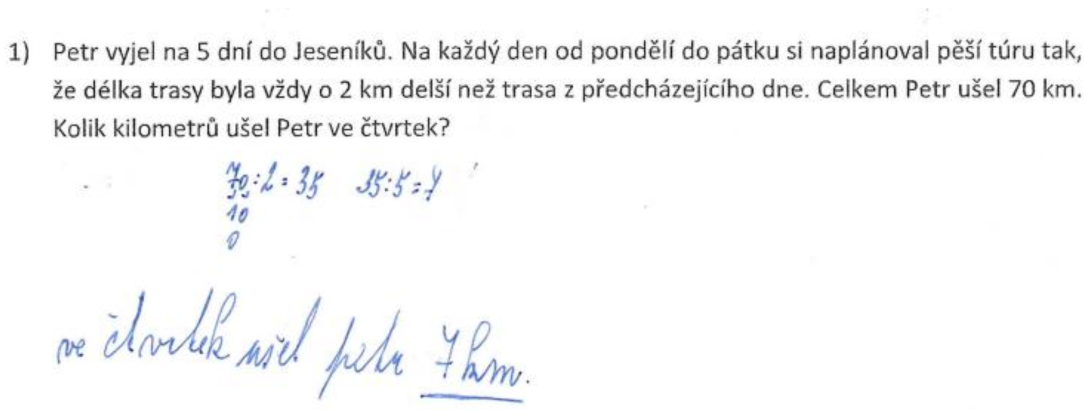
U prvního příkladu bylo u obou skupin méně špatně vypočítaných příkladů než těch správných. To je jasný indikátor stupně obtížnosti, zde to vypovídá o tom, že tento příklad nebyl pro žáky příliš obtížný. Žáci učící se Hejného metodou měli patnáct chybných řešení ze šedesáti. Druhá skupina žáků učící se běžnými metodami vyřešila dvacet šest úloh chybně.

Skupina žáků učící se Hejného metodou s chybnými výsledky v prvním příkladu šla správným směrem, na začátku si vydělili sedmdesát kilometrů pěti dny a vyšlo jim čtrnáct.

Jen už si pak špatně vyhodnotili, co jim vyšlo, anebo si nepřečetli řádně zadání. Takže nejčastější špatnou odpovědí bylo čtrnáct kilometrů. Druhou nejčastější špatnou odpovědí bylo osmnáct kilometrů, kdy si už děti nespočítaly, že jim celkových pět dní dává dohromady opravdu sedmdesát kilometrů. Asi ve dvou případech se objevil jen výsledek pět, dvanáct nebo šedesát čtyři, ale bez postupu, takže nedokážu přesně říct, kde se stala chyba a jakým způsobem k výsledku žáci došli.

U druhé skupiny se nejvíce jako chybná odpověď objevovalo číslo 68 km. A to především kvůli nepozornému čtení zadání. Žáci si přečetli informaci o sedmdesáti kilometrech a pěti dnech, kdy každý další den ujde o dva kilometry více. Toto jim stačilo k tomu, aby si od sedmdesáti kilometrů odečetli dva kilometry a tím dostali nesprávný výsledek. Druhý nejčastější chybný výsledek je 56 kilometrů. Na tento výsledek žáci přišli tak, že si celkových sedmdesát kilometrů vydělili pěti, vyšlo jim čtrnáct a toto číslo vynásobili čtyřmi dny. Třetí nejčastější špatnou odpovědí bylo buď číslo 35 km, nebo 120 km. Na toto žáci přišli tak, že 70 kilometrů buď vydělili, nebo vynásobili dvěma. V několika případech jsem nedokázala odhalit myšlenkový postup žáků, spíše jsem nabyla dojmu, že se žáci snažili nějak pracovat se zadanými čísly.

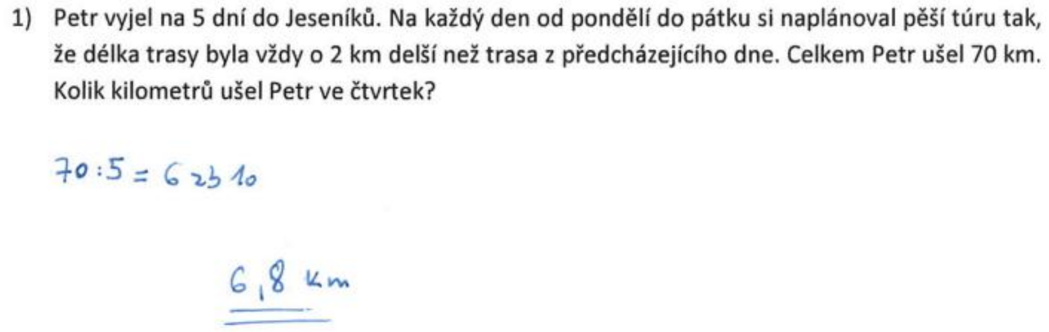
Pro představu sem dávám ukázky těchto příkladů.


1) Petr vyjel na 5 dní do Jeseníků. Na každý den od pondělí do pátku si naplánoval pěší túru tak, že délka trasy byla vždy o 2 km delší než trasa z předcházejícího dne. Celkem Petr ušel 70 km. Kolik kilometrů ušel Petr ve čtvrtek?

70 : 2 = 35   35 : 5 = 7

ve čtvrtek ušel petr 7 km.

Obr. č. 30 – Ukázka žákovských prací

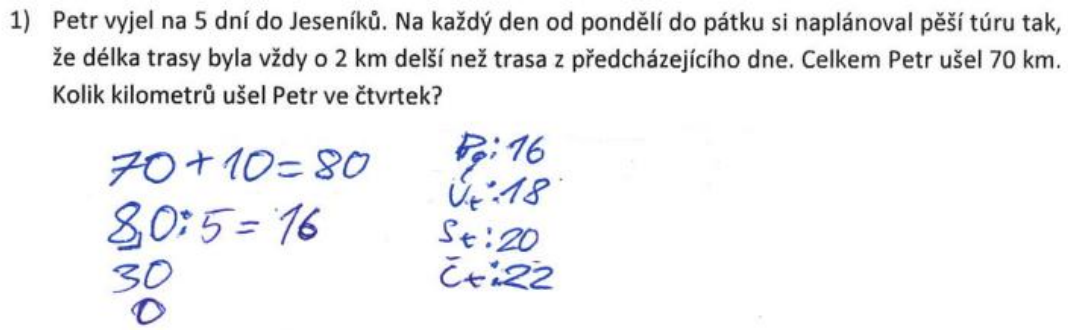


1) Petr vyjel na 5 dní do Jeseníků. Na každý den od pondělí do pátku si naplánoval pěší túru tak, že délka trasy byla vždy o 2 km delší než trasa z předcházejícího dne. Celkem Petr ušel 70 km. Kolik kilometrů ušel Petr ve čtvrtek?

70 : 5 = 6 zb 10

6,8 km

Obr. č. 31 – Ukázka žákovských prací

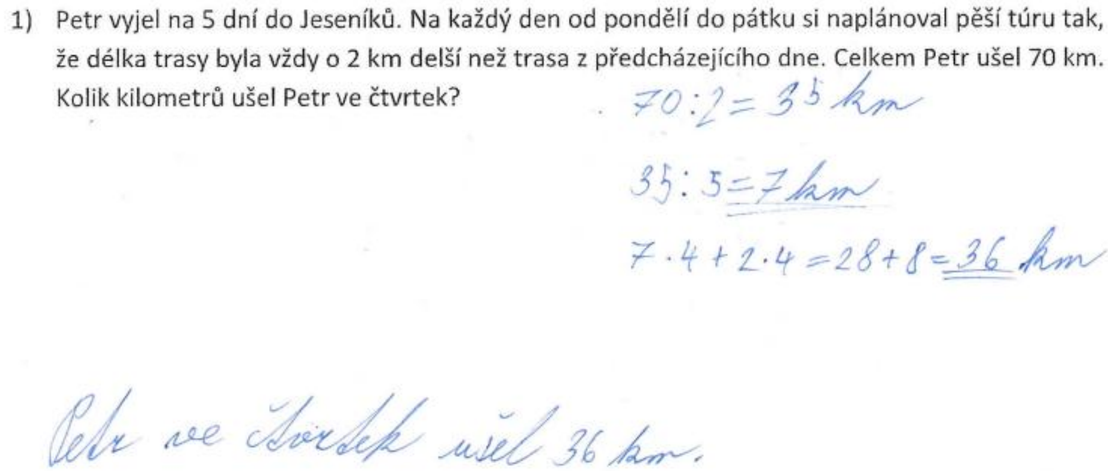


1) Petr vyjel na 5 dní do Jeseníků. Na každý den od pondělí do pátku si naplánoval pěší túru tak, že délka trasy byla vždy o 2 km delší než trasa z předcházejícího dne. Celkem Petr ušel 70 km. Kolik kilometrů ušel Petr ve čtvrtek?

70 + 10 = 80
80 : 5 = 16
30
0

Po: 16
Út: 18
St: 20
Čt: 22

Obr. č. 32 – Ukázka žákovských prací



1) Petr vyjel na 5 dní do Jeseníků. Na každý den od pondělí do pátku si naplánoval pěší túru tak, že délka trasy byla vždy o 2 km delší než trasa z předcházejícího dne. Celkem Petr ušel 70 km. Kolik kilometrů ušel Petr ve čtvrtek?

70 : 2 = 35 km
35 : 5 = 7 km
7 · 4 + 2 · 4 = 28 + 8 = 36 km

Petr ve čtvrtek ušel 36 km.

Obr. č. 33 – Ukázka žákovských prací

U druhého příkladu přesáhli žáci učící se Hejného metodou více než polovinu nesprávných řešení, přesně to bylo třicet osm. Nejčastější chyby, kterých se žáci dopouštěli, byly různé numerické chyby při výpočtech. Žáci tedy měli správný myšlenkový postup, jen při počítání se dopustili různých chyb a nedošli kvůli tomu ke správnému výsledku. Proto nejčastější nesprávné výsledky byly 53 m^2, 52 m^2 a 50 m^2. Druhou nejčastější chybou bylo vypočítání obsahu pouze u toho největšího čtverce, který je 36 cm^2 a toto číslo spousta žáků považovala za výsledek. Další častou chybou byla záměna pojmů obsahu a obvodu, takže žáci k sobě jen přičítali délky. Celkem sedm dětí nechalo tento příklad úplně prázdný.

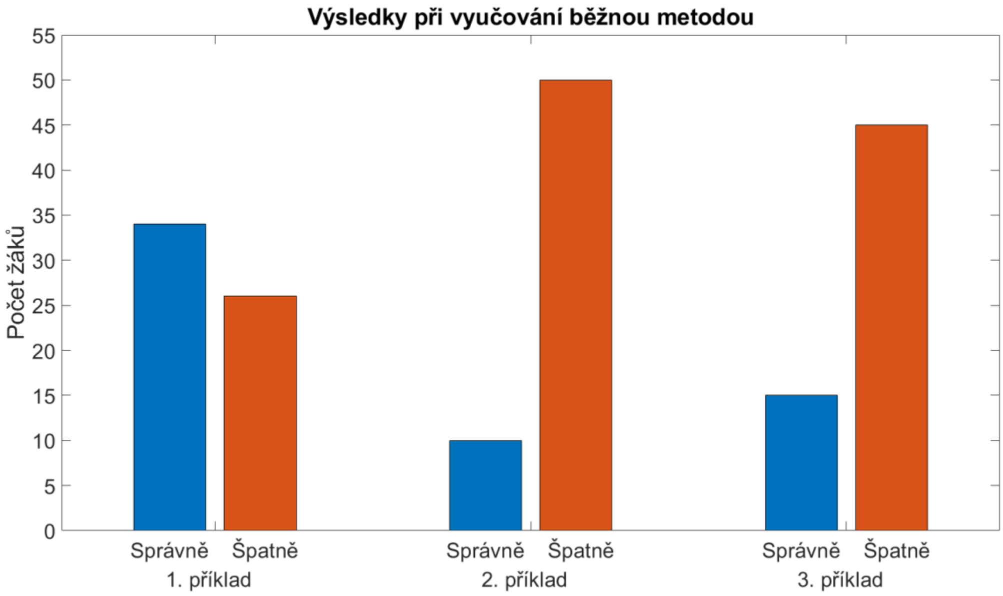
Druhá skupina žáků učící se běžnými metodami přesáhla tři čtvrtě špatných výsledků, přesně to bylo padesát chybných řešení. Nejčastější chybou, která se u druhého příkladu objevovala, bylo spočítání obsahů všech tří čtverců, ale již se od tohoto obsahu neodečetl obsah překrytých částí, výsledkem jim tedy zůstalo 56 cm^2. Druhou nejvyskytovanější chybou bylo nesprávné vypočítání obsahu překryté části čtverců. Děti správně určily, že se překrývá čtvrtina malého i prostředního čtverce a již chybně předpokládaly, že k tomu musí připočítat i čtvrtinu toho největšího čtverce. Dalším chybným postupem bylo vynásobení všech tří délek čtverců s výsledkem 48 cm^2. Další chybné postupy se týkaly opět numerických chyb při výpočtech.

Třetí příklad byl velmi obtížný, to jde vidět i na výsledcích, i když jsou úspěšnější než u druhého příkladu. Pokud se dívám do špatných odpovědí, kterých bylo třicet šest, nejdříve u první skupin dětí učící se Hejného metodou, tak na první pohled je jasné, že nejčastější chybná odpověď je osm fotek. V tomto případě žáci zvolili logický postup, takový že pravdivé řešení je to nejjednodušší. Proto si nakreslili osm bratranců a jednoduše jim z toho vyšel výsledek osm fotek. Druhou nejčastější špatnou odpovědí byl výsledek čtyřicet fotek. Tito žáci postupovali způsobem, že si řekli, že je osm bratranců a na každé fotce je Ema s pěti bratranci, takže nejjednodušší postup bylo tyto dvě čísla vynásobit a vyšel výsledek čtyřicet fotek. U dvou odpovědí jsem se dozvěděla, že výsledek nemá řešení a u jedné jsem našla vzkaz, že zadaná úloha je moc těžká. Dále má tato úloha zatím nejvíce prázdných řešení, celkem devět žáků vůbec nezvládlo úlohu vyřešit, ani se o to nepokusili nějakou metodou pokus – omyl.

Skupina učící se běžnou metodou měla čtyřicet pět chybných výsledků ze šedesáti. Nejčastějším špatným výsledkem bylo pět fotek. Někteří si do testů jen nakreslili pět různých tvarů a k tomu napsali výsledek pět, z čehož jsem nepochopila, jak na tento výsledek přišli, ale po více odpovědích jsem zjistila, že další žáci si tam již píšou zápis dva plus tři se rovná výsledku pět. Z tohoto zápisu mi došlo, že v zadání je napsáno, že každý z bratranců byl na dvou nebo třech fotkách, proto si žáci tyto dvě čísla sečetli a vyšel jim chybný výsledek.

Dalším častým výsledkem bylo deset fotek. K tomuto číslu žáci došli po úvaze, že pokud vidím nějaká čísla v zadání jako například dvě, tři a pět, tak je jednoduše sečtu. Mezi časté výsledky také patřilo číslo třicet. Zde děti opět viděly jednoduchost a proto čísla, která viděly, jako v předchozím případě nesečetli, ale vynásobili. I v této skupině bylo několik prázdných řešení celkem 11.

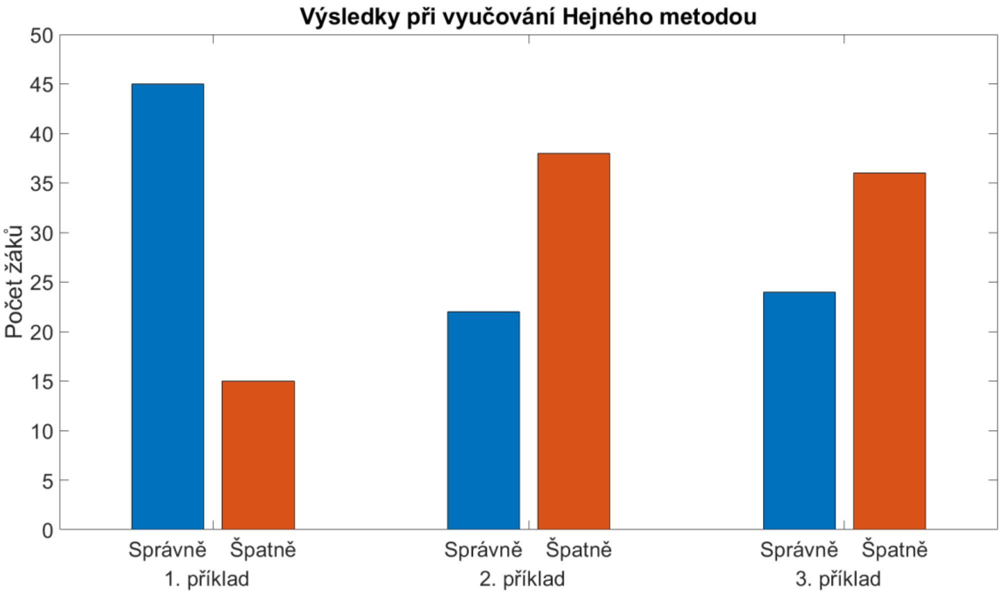
6. 6 Nejvíce problémové úlohy



Graf č. 3 – Porovnání výsledků všech tří úloh u žáků učící se běžnou metodou

Z grafu je zřetelně vidět, že nejvíce problémovou úlohou byl pro žáky druhý příklad tedy počítání obsahů s tím, že si museli všimnout, jakou část z vypočítaného obsahu museli žáci odečíst. Takže museli mít znalost nejen, jak vypočítat obsah čtverce, ale také určit, jaké části se překrývají. Toto pro žáky šestých tříd základních škol učících se běžnými metodami není jednoduchý úkol, ale nečekala jsem, že žáci v této úloze uspějí jen na necelých sedmnáct procent.

Druhou nejproblémovější úlohou byla poslední kombinatorická úloha, u které jsem si myslela, že pro žáky bude zcela nejtěžší. Tuto úlohu však žáci zvládli na dvacet pět procent. Zde máme rozdíl osmi procent od předchozí úlohy, takže zde se moje hypotézy zcela vyvrátily. Nejlehčí úlohou se stala ta první, u které se to očekávalo, zde žáci byli úspěšní na necelých padesát sedm procent.



Graf č. 4 – Porovnání výsledků všech tří úloh u žáků učící se Hejnou metodou

V dalším grafu, kde máme porovnání všech tří příkladů skupiny žáků učící se Hejného metodou, již není ten rozdíl mezi prvním a druhým příkladem tak zřejmý. Přesto i v tomto případě je opět nejvíce problémovou úlohou právě druhý geometrický příklad. Ten dosáhl úspěšnosti necelých třiceti sedmi procent, kdežto třetí příklad čtyřiceti procent, takže rozdíl jsou pouhé tři procenta.

Právě u této skupiny žáků jsem předpokládala ze zkušenosti, že by pro ně mohl být druhý příklad nejtěžší, protože geometrie dle mého názoru není silnou stránkou Hejného metody, sama v hodinách musím přidávat více geometrických příkladů z jiných učebnic. Proto mě tento výsledek nepřekvapil, spíše mě překvapil ten malý rozdíl úspěšnosti mezi druhým a třetím příkladem. Nejjednodušší úlohou je i v tomto případě první příklad, který žáci splnili ze sedmdesáti pěti procent.

Diskuze

V praktické části jsem představila výsledky analýzy didaktického testu žáků učících se Hejného metodou a žáků učících se běžnými metodami. Analyzovala jsem celkem 120 testů s třemi příklady. Cílem bylo najít odpovědi na výzkumné otázky a porozumět problematice rozdílného přístupu počítání příkladů dle učící se metody v hodinách matematiky. Výsledky jsem dokládala vybranými ukázkami, abych dokladovala skutečné postupy žáků. Proto jsem vybrala celkem 20 ukázek, kde můžeme vidět všechny důležité postupy a chyby, kterých se žáci v testu dopustili. V následující diskuzi shrnu základní zjištění.

Hlavní výzkumná otázka zní, jakým způsobem řešily dané skupiny žáků zadané úlohy. V sesbíraných datech jsem u prvního příkladu našla u skupiny učící se Hejného metodou jako nejvěrnější způsob řešení vydělení 70 kilometrů pěti dny, kde jim vyšel výsledek čtrnáct, tento výsledek začali zkoumat a přemýšlet, co jim vyšlo (ukázka č. 1). Velmi podobným způsobem tento příklad řešilo i nejvíce žáků z druhé skupiny učící se běžnými metodami (ukázka č. 4 a 5). Druhým nejčastějším řešením u první skupiny žáků byla práce s číselnou řadou (ukázka č. 2). Toto řešení se objevilo jen u této skupiny žáků, pravděpodobně proto, že s číselnými řadami pracují postupně již od první třídy (viz kapitola 4. 1. 1). Posledním nejčetnějším řešením u druhé skupiny žáků bylo vypočítání příkladu pomocí jednoduchých rovnic (ukázka č. 3). Fakt, že žáci umí počítat s rovnicemi již v šestém ročníku základních škol, je možné díky prostředí vah, se kterým jsou žáci seznámeni od čtvrtého ročníku (viz kapitola 4. 1. 4).

U druhého příkladu jsem objevila dva hlavní postupy řešení. Tím prvním nejvěrnějším způsobem bylo vypočítání si jednotlivých obsahů čtverců a od nich následné odečtení překrytých částí (ukázka č. 6, 8, 9). Největší rozdíl mezi skupinami žáků nastal v zápisu. Žáci učící se pomocí běžných metod měli velmi organizované zápisy (ukázka č. 8), kde nechyběl vzorec, dosazení, výsledek se správnou jednotkou i odpověď (viz kapitola 4. 2. 2). Proti tomu první skupina žáků učící se Hejného metodou měla své zápisy více zmatené. Druhým způsobem, jakým první skupina řešila druhý úkol, je pomocí mříže. Žáci si rozdělili čtverce do mříže a spočítali si, kolik je tam celkem mřížek (ukázka č. 7). Tyto postupy znají žáci Hejného metody z didaktického prostředí mříže (viz kapitola 4. 1. 2).

U posledního kombinatorického příkladu přišli všichni žáci se stejným řešením, jediným rozdílem byl způsob vizualizace. Někteří žáci si všechny bratrance nejen nakreslili, ale rozepsali si je i do skupin (ukázka č. 10, 11, 14 a 15), další část žáků si to více zjednodušili a napsali si jen symbolicky čísla bratranců, které si dali do skupin (ukázka č. 12). Posledním typem řešení, který využilo nejméně žáků, jsou jednoduché vizualizace pouze pomocí postaviček bez žádných číslic ani písmen (ukázka č. 13).

Celkově byli ve všech třech příkladech úspěšnější žáci učící se Hejného metodou (viz graf č. 1). U prvního příkladu bylo u žáků učících se Hejného metodou úspěšných sedmdesát pět procent a u druhé skupiny necelých padesát sedm procent. Tento rozdíl si vysvětluji tím, že žáci Hejného metodou se již v matematice setkávají více s posloupnosti a řadami (viz kapitola 4. 1. 1). U druhého příkladu je největší rozdíl u těchto dvou skupin žáků. První skupina žáků učících se Hejného metodou byla úspěšná na necelých třicet sedm procent, kdežto druhá skupina pouze na necelých sedmnáct procent. U třetího příkladu uspělo čtyřicet procent žáků z první skupiny, u druhé skupiny žáků uspělo dvacet pět procent.

U prvního příkladu se nejvíce chyb stalo v průběhu počítání. Většina žáků první skupiny si správně vydělila celkový počet kilometrů počtem dnů a vyšel jim výsledek čtrnáct, se kterým už nevěděli, co dělat. Někteří žáci si mysleli, že vyšel konečný výsledek. Kdežto v druhé skupině byl větší problém v nepozorném čtení zadání, tím pádem byl nejčastější špatný výsledek šedesát osm kilometrů. U druhého příkladu byly u první skupiny žáků nejčastější numerické chyby při výpočtech, když měli myšlenkový postup správný, tak špatně umocnili nebo odečetli čísla. U druhé skupiny žáků učící se běžnými metodami se vyskytly nejčastější chyby především v neodečtení překrytých částí od obsahu. Toto může být způsobeno tím, že běžné učebnice používané v těchto školách jsou více zaměřené na standardní úlohy a organizovaný zápis (viz kapitola 4. 2. 2). U posledního příkladu bylo u první skupiny nejvíce špatných řešení osm fotek, jelikož to byla pro žáky nejjednodušší odpověď. Naopak u žáků učící se běžnými metodami byla nejčastější špatná odpověď pět fotek, na to žáci přišli pomocí toho, že v zadání je zmíněno, že bratranci musí být na dvou nebo třech fotkách a tak tyto dvě čísla žáci sečetli. Tuto logiku si vysvětluji tím, že žáci nemají do kombinatorických úloh hlubší vhled (viz kapitola (4. 2. 3).

Nejvíce problémovou úlohou se stala druhá geometrická úloha u obou skupin (viz graf č. 3), kde žáci si žáci museli uvědomit více zákonitostí najednou. Druhou nejproblémovější úlohou byla poslední kombinatorická úloha, protože kombinatorika je sama o sobě velmi těžká disciplína natož na základní škole a někteří žáci si u ní vůbec nevěděli rady.

Závěr

Diplomová práce věnující se vyučovacím metodám na základních školách je rozdělena na teoretickou a praktickou část.

Teoretická část se v úvodu věnuje transmisivnímu a konstruktivistickému pojetí vyučování matematiky a s tím související pojmy nebo důležitou osobu jako je Jan Ámos Komenský. Hlavní část je zaměřena na metody vyučování. Jsou zde rozebrány především metody tradičního vyučování, kde jsou popsány slovní, názorně demonstrační nebo dovednostně praktické metody a inovativní metody, kde najdeme aktivizující a komplexní metody i s popsanými příklady. Předposlední kapitola se věnuje Hejného metodě, zejména popisu této metody, klíčovým principům, výhodám a nevýhodám. Dále tato kapitola prezentuje některé výzkumy zaměřené na tuto metodu. Teoretická část je zakončena kapitolou o didaktických prostředích a tématech, kde se věnuji tématům z učebnic základních škol a didaktických prostředí z Hejného metody, která souvisí s mojí praktickou částí.

Hlavním cílem praktické části bylo zjistit, jakým způsobem řešili žáci dané skupiny zadané úlohy. Proto na začátku analyzuji všechny tři příklady, které jsem převzala z matematické soutěže klokan. Úlohy jsou zacílené na žáky šestých ročníků základních škol. Záměrně jsem vybrala matematickou soutěž a ne učebnice, aby nebyla zvýhodněna ani jedna skupina, ale aby byly úloh více logické a nestandardní, protože v tom případě nejde na tyto úlohy aplikovat mechanická řešení, které často využívají v hodinách matematiky. Z příkladů jsem do testu odebrala uzavřené odpovědi, protože jsem měla obavu, aby mi děti jen nezakroužkovaly odpověď bez jakéhokoli postupu. Celou analýzu mám podloženou ukázkami žákovských řešení.

Ve druhé části se zaměřuji na úspěšnost obou skupin, vyhodnocené dle správných odpovědí v didaktickém testu. Úspěšnost jsem vyhodnocovala u každého příkladu zvlášť. Dále jsem popisovala nejčastější chyby žáků, kterých se při počítání dopouštěli. Díky počtu nesprávných odpovědí jsem byla i v poslední části schopna zjistit, která úloha byla nejvíce problémová, u obou případů dělala největší problémy geometrická úloha.

Zdroje

BARÁK, Vladimír (2018) Hejného matematika. Naděje, nebo nebezpečný experiment?, *Týden* [online], č. 19. [cit. 2022-10-21]. Dostupné z: http://hejny.unas.cz/hejneho-matematika-nadeje-nebo-nebezpecny-experiment/

ČERVENKOVÁ, Iva (2013). *Výukové metody a organizace vyučování* [online]. [cit. 2022-10-8]. Dostupné z: http://projekty. osu. cz/svp/opory/pdf-cervenkova-vyukove-metody-a-organizace-vyucovani. pdf.

GRECMANOVÁ, Helena a URBANOVSKÁ, Eva (2007). *Aktivizační metody ve výuce, prostředek ŠVP*. 1. vyd. Olomouc: Hanex. ISBN 978-80-85783-73-5.

HEJNÝ, Milan a KUŘINA, František (2015). *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 3. vyd. Praha: Portál. Pedagogická praxe (Portál). 240 s. ISBN 978-80-262-0901-0.

Hejného metoda, 2018 [online]. [cit. 2022-11-7]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/hejneho-metoda

Principy Hejného metody, 2018 [online]. [cit. 2022-11-4]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy

Posloupnosti, které se lámou, 2018 [online]. [cit. 2022-11-9]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/posloupnosti-ktere-se-lamou

Učebnice Hejného metody, 2018 [online]. [cit. 2022-11-7]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/ucebnice

Didaktická prostředí váhy, 2018 [online]. [cit. 2022-11-11]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/vahy

*Didaktická prostředí kombinatorika a pravděpodobnos,*2018 [online]. [cit. 2022-11-11]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/kombinatorika-pravdepodobnost

Didaktická prostředí geoboard a mříž, 2018 [online]. [cit. 2022-11-11]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/geoboard-mriz

Hodnocení Hejného metody, 2018 [online]. [cit. 2022-11-9]. Dostupné z: http://www.skolauceni.cz/hodnoceni-hejneho-metody-vyuky.html

JŮVA, Vladimír (1987). *Vývoj pedagogického myšlení* [online], 43-55 [cit. 2022-9-12]. Dostupné z: https://hdl.handle.net/11222.digilib/122282

KALHOUS, Zdeněk a OBST, Otto et. al. (2002), *Školní didaktika*. 1. vyd. Praha: Portál. 448 s. ISBN 80-7178-253-X

KOŘÍNEK, Miroslav (1984). *Didaktika základní školy.* 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 175 s. 14-356-84.

MAŇÁK, Josef (1998). *Rozvoj aktivity, samostatnosti a tvořivosti žáků.* 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 143 s. ISBN 80-210-1880-1

MAŇÁK, Josef a ŠVEC, Vlastimil (2003). *Výukové metody.* Brno: Paido. 223 s. ISBN 80-7315-039-5.

MATEMATICKÝ KLOKAN. *Matematický klokan 2019*: kategorie Benjamín. 2019. [online]. [cit. 2022-11-29]. Dostupné z: https://matematickyklokan.net/phocadownload/sborniky/sbornik_klokan_2019.pdf

MATEMATICKÝ KLOKAN. *Matematický klokan 2017*: kategorie Benjamín. 2017. [online]. [cit. 2022-11-30]. Dostupné z: https://matematickyklokan.net/phocadownload/sborniky/sbornik_klokan_2017.pdf

MEYER, Hannes (2000), *Unterrichts methoden, I, II.* 11. vyd. Frankurt am Main: Cornelsen Verlag Scriptor.

MOJŽÍŠEK, Lubomír (1998). *Vyučovací metody.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 337 s. ISBN 14-037-77.

MOLNÁR, Josef, SCHUBERTOVÁ, Slavomíra aVANĚK, Vladimír (2008). *Konstruktivismus ve vyučování matematice*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 80 s. ISBN 978- 80-244-1883-4.

NOVOTNÝ, Miloš a NOVÁK, František (2017). *Matýskova matematika: pro 5. ročník*. Druhé vydání. Brno: Nová škola. Duhová řada. ISBN 978-80-7289-956-2.

PECINA Pavel (2008). *Tvořivost ve vzdělávání žáků.* 1. vyd. Brno: Pedagogická fakulta Masarykovy univerzity. ISBN 978-80-210-4551-4.

PETTY, Geoffrey (2013). *Moderní vyučováni.* 6., rozš. a přeprac. vyd. Přeložil Jiří FOLTÝN. Praha: Portál. ISBN 978-80-262-0367-4.

PLUHAŘOVÁ, Veronika (2012). *Číselné řady – pracovní list* [online]. [cit. 2022-12-5]. Dostupné z:
https://www.zspeska.cz/e_download.php?file=data/editor/122cs_2.pdf&original=VY_32_INOVACE_33b.pdf

PRŮCHA, Jan, WALTEROVÁ, Eliška, MAREŠ, Jiří a kol. (2003). *Pedagogický slovník*, 4. vyd. Praha: Portál. ISBN 978-80-7178-722-8.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, upravený se zapracovanými změnami. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2013. [online]. [cit. 2022-11-17]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/file/318/

SKALKOVÁ, Jarmila (2007). *Obecná didaktika: vyučovací proces, učivo a jeho výběr, metody, organizační formy vyučování*. 2., rozš. a aktualiz. vyd. Praha: Grada Publishing. Pedagogika. ISBN 978-80-247-1821-7.

ŠAFRÁNOVÁ, Dagmar (2019). *Pedagogika*. Praha: Grada. ISBN 978-80-247-5511-3

ZORMANOVÁ, Lucie (2012). *Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod.* 1. vyd. Praha: Grada. Pedagogika (Grada). 155 s. ISBN 978-80-247-4100-0.

ŽILKOVÁ, Katarína (2013). *Teória a prax geometrických manipulácií v primárnom vzdelávaní*. 1. vyd. Praha: Powerprint. 115 s. ISBN 978-80-87415-84-9.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam grafů

Anotace

Jméno a příjmení:	Bc. Šárka Bílková
Katedra:	Katedra matematika
Vedoucí práce:	Mgr. Jan Wossala, Ph.D.
Rok obhajoby:	2023

Název práce:	Metody vyučování v matematice na základních školách
Název práce v anglickém jazyce:	Teaching methods in mathematics at elementary schools
Anotace práce:	Diplomová práce se zaměřuje na rozdíl v postupech řešení úloh žáků, které se učí Hejného metodou a žáků, které se učí běžnými metodami. Práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. Teoretická část se věnuje rozdílu mezi transmisivním pojetím a konstruktivistickém pojetím matematiky. Obsahuje popis vyučovacích metod, její klasifikaci a popis Hejného metody, její principy, výhody a nevýhody a dostupné výzkumy. Teoretická část je zakončena popisem vybraných prostředí z Hejného učebnic a témata z matematických učebnic, využívaných na základních školách. Praktická část je rozdělena na dvě části. V první části je analýza postupů řešení příkladů z matematické soutěže klokan obou skupin žáků. Druhá část se věnuje dílčím výzkumným otázkám, tedy která ze skupin žáků byla úspěšnější. V čem žáci nejvíce chybovali a která ze zadaných úloh byla pro žáky nejtěžší. Cílem práce bylo zjistit, jak žáci obou skupin postupují při řešení nestandardních úloh.
Klíčová slova:	Vyučovací metody, Hejného metoda, běžné metody v matematice, nestandardní úlohy
Anotace v anglickém jazyce:	The diploma thesis focuses on the difference in the problem-solving procedures between students who study using the Hejný method and students who study using conventional methods. The thesis is divided into a theoretical and a practical part. The theoretical part is devoted to the difference between the transmissive concept and the

	constructivist concept of mathematics. It contains a description of teaching methods, its classification and description of the Hejný method, its principles, advantages and disadvantages and available research. The theoretical part finishes with a description of selected areas from Hejný textbooks and topics from mathematics textbooks used in primary schools. The practical part is divided into two parts. In the first part, there is an analysis of the procedures for solving mathemathical problems from the klokan math competition of both groups of pupils. The second part is devoted to partial research questions, which deal with success of the groups of pupils in the research the above mentioned – the most problematic mathematical problems. The aim of the work was to find out how the pupils of both groups proceed in solving non-standard tasks.
Klíčová slova v anglickém jazyce:	Teaching methods, Hejný method, common methods in mathematics, non-standard tasks
Přílohy:	Bez příloh
Rozsah práce:	78
Jazyk práce:	Český jazyk