



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A  
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND  
BIOMECHANICS

## ROVNÁNÍ VÝVALKŮ OPAKOVANOU PLASTICKOU DEFORMACÍ

LEVELING OF ROLLED PRODUCTS BY REPEATED PLASTIC DEFORMATION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

FRANTIŠEK ŠEBEK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. JINDŘICH PETRUŠKA, CSc.

BRNO 2010



Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky  
Akademický rok: 2009/2010

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

student(ka): František Šebek

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Rovnění vývalků opakovanou plastickou deformací**

v anglickém jazyce:

#### **Leveling of rolled products by repeated plastic deformation**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Proveďte rešeršní studii shrnující princip a možnosti rovnání válcovaných produktů na rovnacích stolicích pomocí cyklické plastické deformace. Navrhněte algoritmus a vytvořte program pro stanovení základních parametrů rovnacího procesu při dané tloušťce pásu a mezi kluzu materiálu. Uvažujte ideálně pružně plastický materiál.

Cíle bakalářské práce:

1. Teoretický rozbor procesu rovnání s vysvětlením role plastické deformace materiálu a ilustrativními příklady, využitelnými pro didaktické účely.
2. Program pro stanovení základních silových a kinematických parametrů procesu rovnání na základě vstupních údajů o materiálu a geometrii rovnaného pásu.

Seznam odborné literatury:

Marciniak, Z.: Teorie tváření plechů, SNTL Praha, 1975

Servít, R. a kol.: Teorie pružnosti a plasticity I, SNTL/ALFA Praha, 1981

Pešina, E.: Základy užití teorie plasticity, SNTL/SVTL Praha, 1966

Zaplatílek, K., Doňar, B.: MATLAB, tvorba uživatelských aplikací, BEN - technická literatura, Praha, 2004

Vedoucí bakalářské práce: prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/2010.

V Brně, dne 19.11.2009

L.S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
Ředitel ústavu

---

doc. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.  
Děkan fakulty

## ANOTACE

Tato bakalářská práce shrnuje princip a možnosti rovnání válcovaných produktů na rovnacích stolicích s využitím opakované plastické deformace. Dále obsahuje návrh algoritmu pro stanovení základních silových parametrů rovnacího stroje a jeho nastavení na základě vstupních údajů o geometrii a vlastnostech rovnaného materiálu s uvažováním ideálně pružně plastického chování.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Rovnění válcovaných produktů, opakovaná plastická deformace, ideálně pružně plastický materiál

## ANNOTATION

This bachelor's thesis summarizes the principle and possibilities of leveling of rolled products by leveling benches by repeated plastic deformation. Next it contains a proposal of algorithm for determination of basic force parameters of leveling machine and its setting on the basis of input data about geometry and properties of leveled material, considering an ideal elasto-plastic material model.

## KEYWORDS

Leveling of rolled products, repeated plastic deformation, an ideal elasto-plastic material

## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ŠEBEK, F. *Rovnění vývalků opakovanou plastickou deformací*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 35 s. Vedoucí bakalářské práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.



## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Já, František Šebek, prohlašuji, že jsem bakalářskou práci *Rovnění vývalků opakovanou plastickou deformací* vypracoval samostatně pod vedením prof. Ing. Jindřicha Petrušky, CSc. a že jsem uvedl všechny použité zdroje a literaturu.

V Brně, dne 10. 05. 2010

---

vlastnoruční podpis autora





## PODĚKOVÁNÍ

Chtěl bych velice poděkovat prof. Ing. Jindřichu Petruškovi, CSc. za odborné vedení, poskytnutou literaturu, cenné rady, připomínky a náměty, díky nimž jsem mohl vypracovat tuto bakalářskou práci.



# OBSAH

Úvod .....	12
<b>1. Rovnání válců .....</b>	<b>13</b>
1.1 Popis technologie .....	13
1.2 Konstrukce rovnacích strojů .....	13
<b>2. Těleso z pružně plastického materiálu .....</b>	<b>15</b>
2.1 Charakteristika tělesa z pružně plastického materiálu .....	15
2.2 Definice ideálně pružně plastického materiálu .....	15
2.3 Podmínka plasticity pro jednoosou napjatost .....	15
<b>3. Ohýbání úzkých tyčí .....</b>	<b>16</b>
<b>4. Určení ohybového momentu pro danou tloušťku pružné vrstvy .....</b>	<b>18</b>
4.1 Integrovaný přístup .....	18
4.2 Postup výpočtu s využitím momentů ploch .....	19
<b>5. Zbytková napjatost .....</b>	<b>21</b>
<b>6. Proces rovnání pěti válců .....</b>	<b>22</b>
6.1 Princip .....	22
6.2 Výpočet sil válců .....	22
6.3 Výpočet protahovací síly .....	23
6.4 Výpočet přesazení válců .....	26
<b>7. Příklad výpočtu pomocí vytvořeného programu .....</b>	<b>29</b>
7.1 Vstupní hodnoty .....	29
7.2 Výstup z programu .....	29
<b>8. Závěr .....</b>	<b>30</b>
<b>9. Seznam použitých zdrojů .....</b>	<b>31</b>
<b>10. Seznam použitých zkratk a symbolů .....</b>	<b>32</b>
<b>11. Seznam obrázků a grafů .....</b>	<b>34</b>
<b>12. Přílohy .....</b>	<b>35</b>

# ÚVOD

Rovnění vývalků opakovanou plastickou deformací je technologie zařazovaná do komplexů výkonných válcoven plechů. Nachází ale také uplatnění jako samostatná operace k dodatečným úpravám materiálu v servisních centrech a úpravářských linkách či ve strojírenských závodech k rovnání jednotlivých kusů tabulí plechů nebo tyčí. Rovnací stroje bývají součástí rovnacích linek, které obsahují kromě samotného stroje také zásobníky, podávací válce, odsávání okují a protihlukový kryt. Velká univerzálnost rovnacích strojů zajišťuje vysokou kvalitu rovnání pro velký sortiment materiálu.

Hlavním úkolem této práce je sestavit program pro stanovení základních silových parametrů rovnacího stroje a jeho nastavení na základě vstupních údajů o materiálu a geometrii úzkého pásu s uvažováním ideálně pružně plastického chování tohoto materiálu.

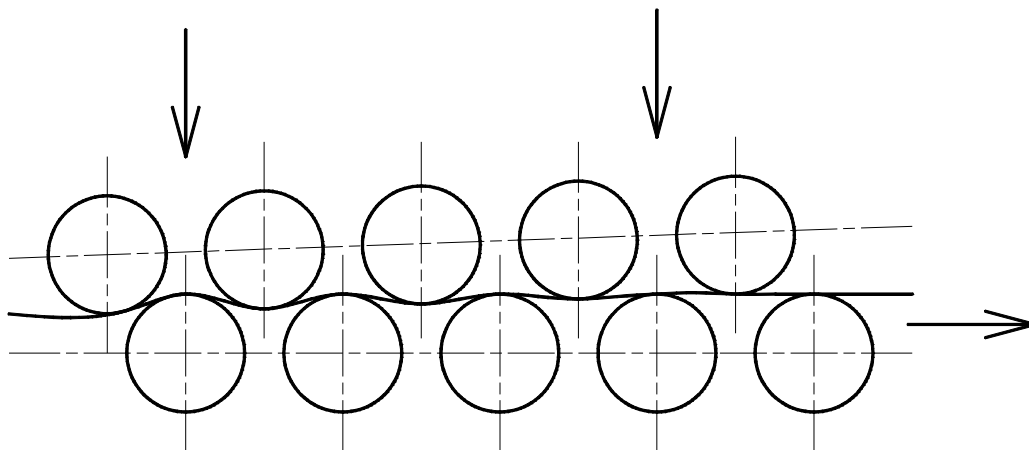
# 1. ROVNÁNÍ VÁLCI

## 1.1 Popis technologie

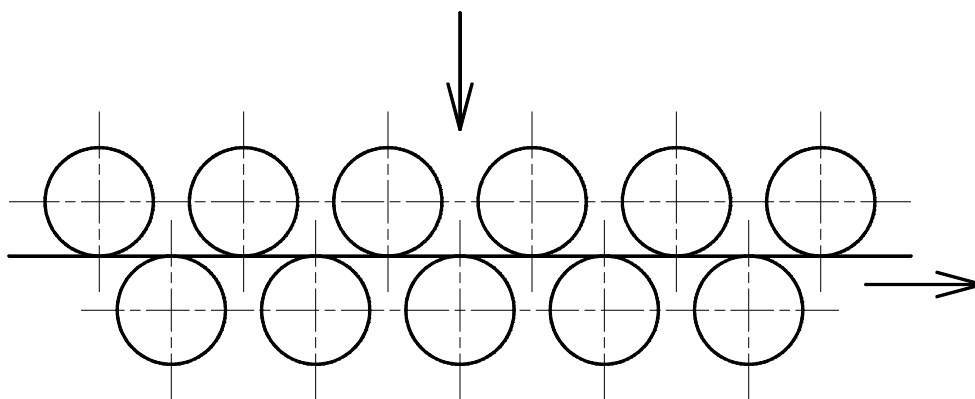
Rovnáni materiálu válcí je technologie, která je využívána k odstranění nežádoucí deformace vzniklé například technologií výroby, jako je navíjení pásů do svitků, či manipulací s materiálem. K rovnání se využívá ohýbání pomocí střídaně umístěných přesazených válců. Materiál je postupně ohýbán v opačných směrech. Válce jsou uloženy tak, aby při průchodu rovného materiálu nevznikaly plastické deformace, tedy aby velikost vyvolaného zatěžovacího momentu byla na hranici pružné deformace. Při tomto sestavení válců vychází rovný materiál beze změny, avšak zakřivený se vyrovná. Rychlost rovnání se pohybuje podle tloušťky plechu obvykle v rozsahu od 0,1 až do 6 m·s<sup>-1</sup>. Na kvalitu a přesnost rovnání má vliv kromě počtu rovnacích válců také jejich jakost povrchu a opotřebení. Opotřebení je závislé na kontaktních napětích, proto je nutné tyto snížit na minimum. Jejich velikost lze stanovit z Hertzovy teorie [1, 4, 5].

## 1.2 Konstrukce rovnacích strojů

Rovnací válce jsou buď poháněné, nebo nepoháněné. Pokud jsou válce nepoháněné, musí se stanovit protahovací síla. V praxi se využívá od pěti až do dvaceti tří válců k získání vysoké kvality vyrovnání. Rovnací stroje se podle uspořádání horní a dolní řady válců rozdělují na stroje se zešikmenými válci a stroje s rovnoběžně umístěnými válci. Rovnací stroje se zešikmenými válci (viz. Obr. 1.1.1) se používají k rovnání tenkých pásů a plechů a naopak rovnací stroje s rovnoběžně umístěnými válci (viz. Obr. 1.1.2) se využívají pro rovnání pásů a plechů o velké tloušťce a také k předrovnání v dělicích linkách. Tyto stroje se vyznačují velkou tuhostí, snadnou výměnou rovnacích válců, hospodárným a spolehlivým provozem a přesnou seřiditelností. Pro zvětšení tuhosti rovnacích strojů se využívá podepření pracovních válců válci opěrnými. Pracovní i opěrné válce se vyrábějí z legovaných ocelí a jejich povrch je zakalen na tvrdost 55 až 65 HRC. Válce mají vysokou pevnost a tvrdost a zvýšenou odolnost proti otěru. Průměry pracovních a opěrných válců se volí stejné. Délka pracovního válce určuje maximální šířku rovnaného materiálu. Délka opěrných válců odpovídá konstrukčnímu uspořádání stroje a nebývá stejná jako délka válců pracovních. Seřizování válců může být prováděno pomocí počítače [4].



Obr. 1.1.1 Uspořádání zešikmených válců [4]



Obr. 1.1.2 Uspořádání rovnoběžně umístěných válců [4]

Základními rozměrovými parametry rovnacích strojů jsou průměr, počet, rozteč a délka těla válců a maximální tloušťka rovnaného materiálu. Velikosti sil působících na válce stroje a kvalitu vyrovnání ovlivňují právě průměr, počet a rozteč válců a základní charakteristiky materiálu. Malá rozteč a průměr a velký počet válců způsobuje zvýšení sil na válce a celou konstrukci stroje. Ta je pak zbytečně komplikovaná. Naopak velká rozteč a průměr válců nezajišťuje potřebnou přesnost vyrovnání materiálu. Při výpočtu výkonu pro následný návrh stejnosměrného nebo asynchronního elektromotoru rovnacího stroje je potřeba zahrnout deformační výkon zajišťující plastickou deformaci, ztráty výkonu třením v ložiskách, ztráty valivým třením při odvalování válců po rovnaném materiálu a ztráty v převodové a rozvodové skříni stroje. Rovnací stroje mohou mít dále jako doplňující příslušenství propínání rovnacích válců, které umožňuje rovnání zvlněných krajů materiálu, příčné naklápění válců, které umožňuje rovnání jednostranně zvlněného materiálu, podélné naklápění válců, které snižuje příkon pro rovnání a zlepšuje kvalitu vyrovnání, oboustranné vybavení pomocnými válci, což umožňuje rovnání s reverzací, rychlouvelňovací zařízení, které umožňuje uvolnění uvízlých plechů a nakonec chlazení pracovních i pomocných válců, což umožňuje rovnat i teplý materiál [4, 6].

## 2. TĚLESO Z PRUŽNĚ PLASTICKÉHO MATERIÁLU

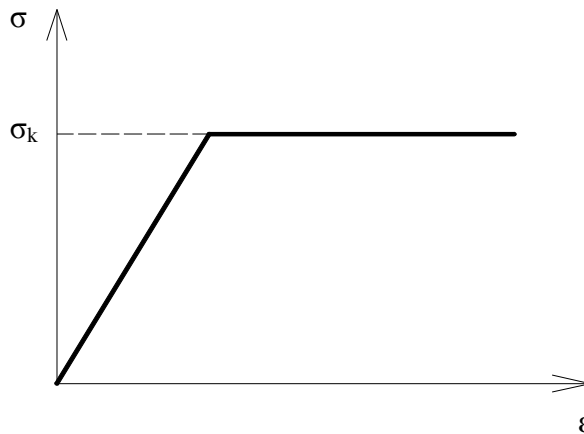
### 2.1 Charakteristika tělesa z pružně plastického materiálu

Těleso z pružně plastického materiálu je soustava s okamžitou vratnou a nevratnou odezvou. Vznikají pružné a nevratné plastické deformace způsobené vnějšími vlivy. Vliv času na vznik plastické deformace je zanedbatelný, a proto je na čase nezávislá. Ale vzhledem k významu historie je vhodné čas formálně zahrnout do základních rovnic pružně plastického tělesa. Potom je pružně plastická deformace kvazistatická, pro každý okamžik rovnovážná, při pomalu probíhající zatěžování. S ohledem na nevratnost plastické složky deformace vykazuje pružně plastický materiál nekonzervativní chování. Výsledný stav je proto závislý na posloupnosti zatěžovacích kroků. Při řešení nekonzervativních úloh mechaniky je nutné postupovat přírůstkovými kroky. Přírůstková forma fyzikálních rovnic je v přírůstcích napětí a deformací lineární [3].

Můžeme rozlišovat pružně plastický materiál s různými druhy zpevnění a ideálně pružně plastický materiál (bez zpevnění).

### 2.2 Definice ideálně pružně plastického materiálu

Chování ideálně pružně plastického materiálu má po dosažení meze kluzu konstantní průběh, rovnoběžný s osou deformace, jak ukazuje Obr. 2.2.1.



Obr. 2.2.1 Pracovní diagram ideálně pružně plastického materiálu

### 2.3 Podmínka plasticity pro jednoosou napjatost

Při jednoosé napjatosti je začátek plastických deformací určen právě mezí kluzu  $\sigma_k$ . Podmínka plasticity při jednoosé napjatosti  $\sigma$  pro vznik prvních plastických deformací je tedy [2]:

$$\sigma = \sigma_k \quad . \quad (2.3.1)$$

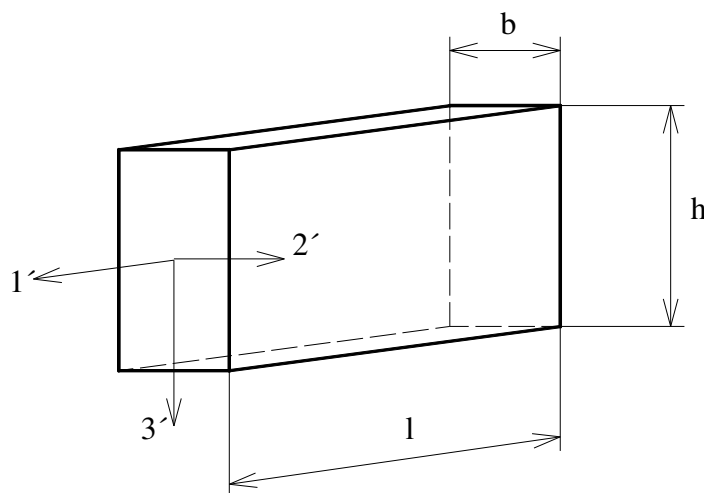
Hodnota meze kluzu se určuje z pracovního diagramu materiálu. Pracovní diagram je výsledkem tahové zkoušky normalizované zkušební tyče.

### 3. OHÝBÁNÍ ÚZKÝCH TYČÍ

Předpokládáme, že u úzkých tyčí je šířka srovnatelná s tloušťkou a tyto jsou podstatně menší než délkový rozměr. Proto lze zanedbat napětí ve směru šířky materiálu a napjatost odpovídá napjatosti jednoosé. A to tažení a stlačování vláken, umístěných na jedné a druhé straně od neutrální vrstvy [1].

Hlavní směry napjatosti a deformace označíme následovně (viz. Obr. 3.1):

- 1' – podélný (osový) směr,
- 2' – příčný směr (šířka materiálu),
- 3' – radiální směr.



Obr. 3.1 Hlavní směry napjatosti a deformace

V počáteční fázi ohýbání nastávají pružné deformace a vztah mezi prodloužením  $\varepsilon_1$  a napětím  $\sigma_1$  je v průřezu ohýbané tyče lineární. Jejich hodnoty ve vrstvě materiálu vzdálené o  $a$  od střední čáry lze určit jako:

$$\varepsilon_1 = \frac{a}{\rho} , \quad \sigma_1 = E \cdot \frac{a}{\rho} , \quad (3.1)$$

kde  $E$  je modul pružnosti v tahu a  $\rho$  je poloměr zakřivení střední vrstvy v rovině 1' – 3'. Nejvyšší hodnoty pak jsou v krajních vláknech průřezu. Pokud dosadíme do předešlých rovnic

$$a = \pm \frac{h}{2} , \quad (3.2)$$

dostaneme:

$$\varepsilon_{1h} = \pm \frac{h}{2 \cdot \rho} , \quad \sigma_{1h} = \pm E \cdot \frac{h}{2 \cdot \rho} , \quad (3.3)$$

kde  $h$  je tloušťka materiálu [1].



Toto napětí využijeme pro výpočet vnějšího ohybového momentu  $M$  [1]:

$$M = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \sigma_{1h} \quad , \quad (3.4)$$

kde  $b$  je šířka materiálu. Dosazením napětí  $\sigma_{1h}$  do uvedeného vztahu dostaneme závislost momentu  $M$  vyvolávající zakřivení  $\rho$  [1]:

$$M = E \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot \frac{1}{\rho} \quad , \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M}{J \cdot E} \quad , \quad J = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad , \quad (3.5)$$

kde  $J$  je kvadratický moment průřezu tyče vzhledem k neutrální ose. Tyto vztahy se týkají pružné fáze ohýbání. Začátek plastických deformací nastane, pokud napětí  $\sigma_{1h}$  dosáhne v okrajových vrstvách meze kluzu  $\sigma_k$ . Potom lze pro odpovídající zakřivení psát hodnotu mezního ohybového momentu  $M_p$  jako [1]:

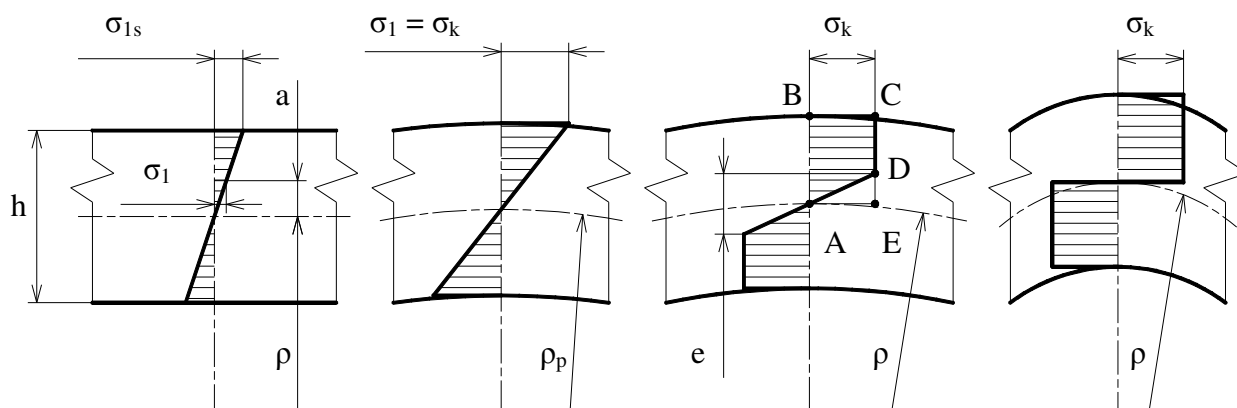
$$M_p = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \sigma_k \quad . \quad (3.6)$$

Při vzrůstajícím ohybu se zvětšuje pásmo deformace a zmenšuje pružné pásmo (viz. Obr. 3.2). Tloušťka pružné vrstvy  $e$  v materiálu se určí z požadavku, aby se  $\sigma_1$  rovnalo  $\sigma_k$  a zároveň položíme:

$$a = \frac{e}{2} \quad , \quad (3.7)$$

dostaneme [1]:

$$e = 2 \cdot \rho \cdot \frac{\sigma_k}{E} \quad . \quad (3.8)$$



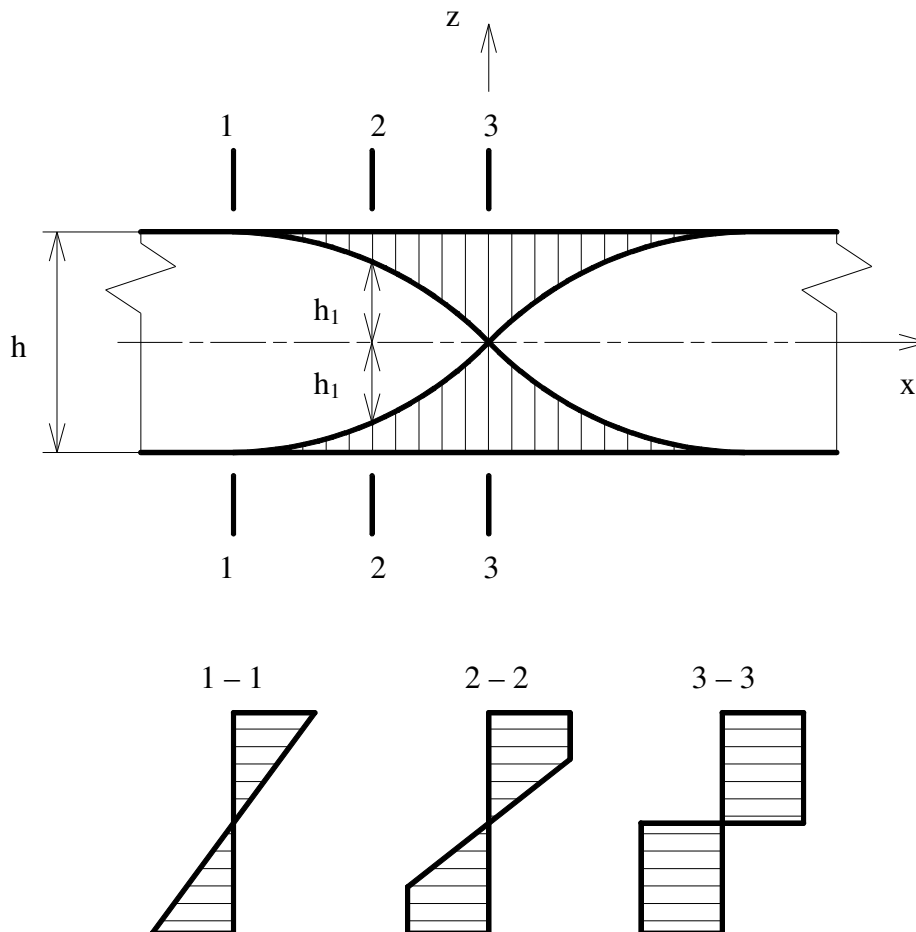
Obr. 3.2 Rozložení napětí po průřezu materiálu [1]

## 4. URČENÍ OHYBOVÉHO MOMENTU PRO DANOU TLOUŠŤKU PRUŽNÉ VRSTVY

### 4.1 Integrační přístup

Určení ohybového momentu  $M_{y0}(h_1)$  pro danou tloušťku pružné vrstvy  $e$  lze například řešit alternativním způsobem, kdy základem pro vyšetřování je vznik tzv. plastického kloubu. Plastický kloub se vytvoří při dosažení plně obdélníkového (plastického) rozdělení napětí a vymizení pružného trojúhelníkového rozložení napětí. Toto rozdělení napětí určuje mezní plastický moment  $M_{y0}$ . Pro  $M_{y0}(h_1)$  můžeme psát [3]:

$$M_{y0}(h_1) = 2 \cdot \int_0^{\frac{h}{2}} \sigma \cdot b \cdot z \cdot dz \quad . \quad (4.1.1)$$



Obr. 4.1.1 Rozložení plastické zóny [3]

Pro pružnou oblast podle Obr. 4.1.1 platí [3]:

$$-h_1 \leq z \leq h_1, \quad \sigma = \pm \sigma_k \cdot \frac{z}{h_1}, \quad (4.1.2)$$

pro plastickou:

$$h_1 \leq |z| \leq \frac{h}{2}, \quad \sigma = \pm \sigma_k. \quad (4.1.3)$$

Po dosazení tedy dostáváme [3]:

$$M_{y0}(h_1) = 2 \cdot \left[ \int_0^{h_1} \sigma \cdot b \cdot z \cdot dz + \int_{h_1}^{\frac{h}{2}} \sigma_k \cdot b \cdot z \cdot dz \right],$$

$$M_{y0}(h_1) = 2 \cdot \sigma_k \cdot \left[ \frac{1}{h_1} \int_0^{h_1} b \cdot z^2 \cdot dz + \int_{h_1}^{\frac{h}{2}} b \cdot z \cdot dz \right],$$

$$M_{y0}(h_1) = 2 \cdot \sigma_k \cdot b \cdot \left[ \frac{h_1^2}{3} + \frac{h^2}{8} - \frac{h_1^2}{2} \right],$$

$$M_{y0}(h_1) = \sigma_k \cdot \frac{b \cdot h^2}{4} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \xi^2 \right] = M_{y0} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \xi^2 \right], \quad (4.1.4)$$

kde  $\xi$  je parametr výšky pružného jádra, pro který lze psát:

$$\xi = 2 \cdot \frac{h_1}{h}. \quad (4.1.5)$$

Pokud budou v průřezu pouze plastické deformace a tloušťka pružného jádra bude nulová, bude nulové i  $\xi$ , dostáváme moment  $M_{y0}$  potřebný pro vytvoření plastického kloubu [3]:

$$M_{y0} = \sigma_k \cdot \frac{b \cdot h^2}{4}. \quad (4.1.6)$$

## 4.2 Postup výpočtu s využitím momentů ploch

Další způsob řešení ohybového momentu pro danou tloušťku pružné vrstvy je založen na výpočtu momentů ploch. Pro řez 2 – 2 z Obr. 4.1.1 a vyznačené plochy na Obr. 3.2, ohraničené body ABCE a ADE, platí [1]:

$$M_{y0}(h_1) = 2 \cdot F_{\square} \cdot \frac{h}{4} - 2 \cdot F_{\Delta} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{e}{2} = 2 \cdot \sigma_k \cdot b \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} - 2 \cdot \sigma_k \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{e}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{e}{2},$$

$$M_{y0}(h_1) = \sigma_k \cdot \frac{b \cdot h^2}{4} - \sigma_k \cdot \frac{b \cdot e^2}{12} = \sigma_k \cdot \frac{b \cdot h^2}{4} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{e^2}{h^2} \right] ,$$

$$M_{y0}(h_1) = \sigma_k \cdot \frac{b \cdot h^2}{4} \cdot \left[ 1 - \frac{4 \cdot \rho^2}{3 \cdot h^2} \cdot \left( \frac{\sigma_k}{E} \right)^2 \right] . \quad (4.2.1)$$

Z toho vyplývá, že se vzrůstajícím zakřivením klesá tloušťka pružné vrstvy  $e$ . Pokud by tato vrstva zmizela a zbylo by jen plastické obdélníkové rozložení napětí, lze psát opět vztah pro výpočet momentu potřebného k vytvoření plastického kloubu [1]:

$$M_{y0} = \sigma_k \cdot \frac{b \cdot h^2}{4} . \quad (4.2.2)$$

Rovnice (4.2.2) se tedy rovná vztahu (4.1.6) odvozenému předešlou metodou.

Hodnota maximálního momentu v plastickém pásu při vzniku plastického kloubu v porovnání s hodnotou momentu při vzniku prvních plastických deformací je o 50 % vyšší [1].

$$M_{y0} = \frac{3}{2} \cdot M_p . \quad (4.2.3)$$

Známe- li hodnotu  $M_{y0}(h_1)$  a  $M_{y0}$ , můžeme určit parametr výšky pružného jádra jako [3]:

$$\xi = \sqrt{3 \cdot \left[ 1 - \frac{M_{y0}(h_1)}{M_{y0}} \right]} . \quad (4.2.4)$$

## 5. ZBYTKOVÁ NAPJATOST

Při malém ohybu tyče je podélné rozložení deformace  $\varepsilon_1$  lineární funkce vzdálenosti vlákna od neutrální osy. Při odlehčování vzniká opačná fiktivní pružná napjatost  $\sigma_E$ , která odpovídá stejnému zatížení od vnějšího momentu, avšak při elastickém chování materiálu. Vlákna v oblasti trvalé deformace brání pružně deformovaným vláknům nabýt po odlehčení původní délky a tím vznikají zbylá pnutí, znázorněná na Obr. 5.1. Tento jev lze vyjádřit vztahem [1]:

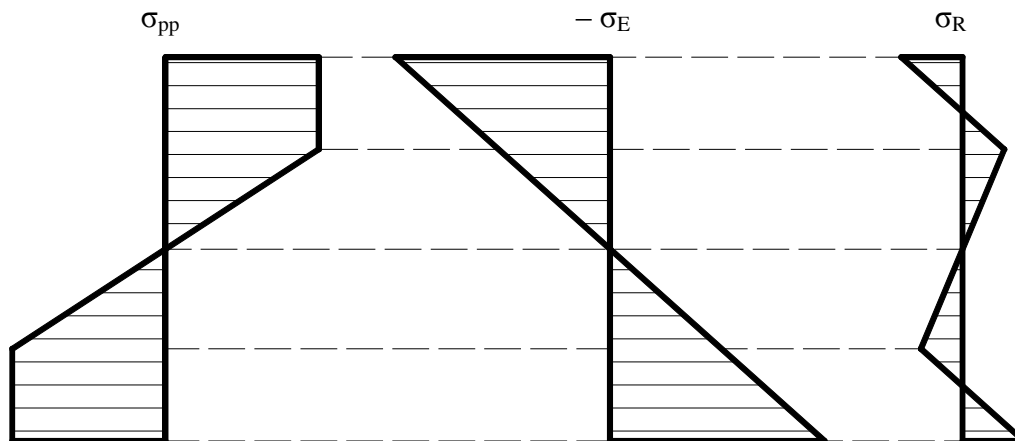
$$\sigma_R = \sigma_{pp} - \sigma_E \quad , \quad (5.1)$$

kde:

$\sigma_R$  – reziduální (zbytková) napjatost

$\sigma_{pp}$  – pružně plastická napjatost při zatížení určitým momentem

$\sigma_E$  – fiktivní elastická napjatost při zatížení stejným momentem



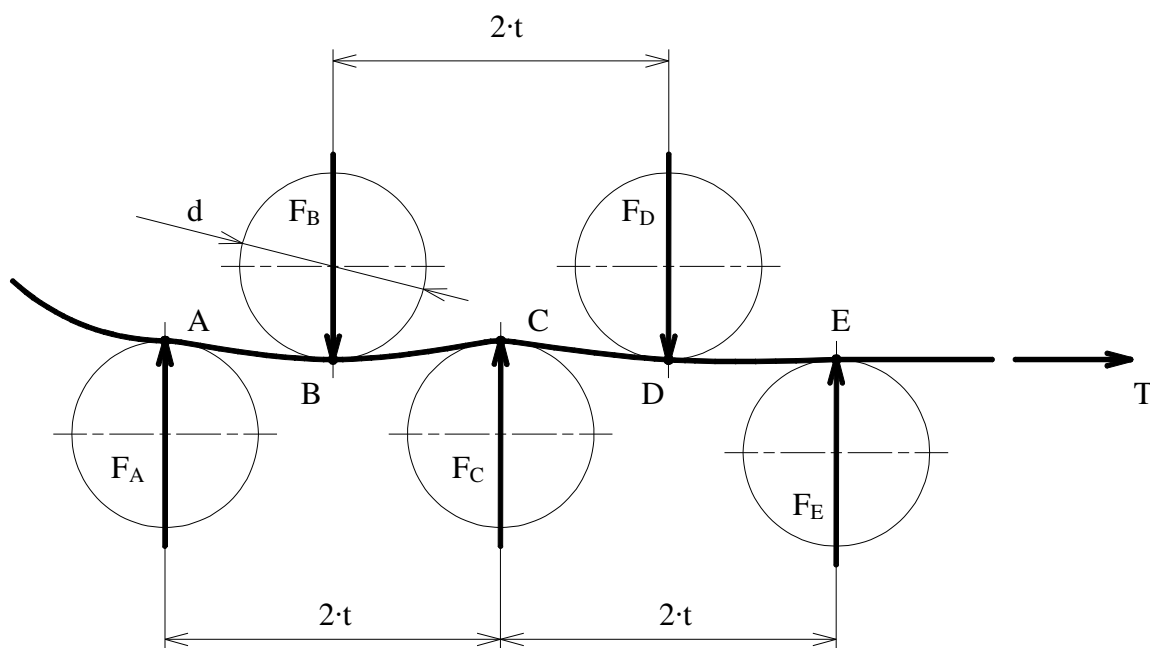
Obr. 5.1 Zbytkové napětí [3]

Na vnějším povrchu ohýbaného materiálu ve vrstvě, která byla protahována, vzniká po odlehčení zbytková tlaková napjatost. Naopak ve vrstvě, která byla stlačována, vzniká zbytková tahová napjatost, jak ukazuje Obr. 5.1. Toto má značný vliv na napjatost ohnuté tyče. Je-li tyč opětovně zatížena stejně působícím momentem jako při prvním ohybu, nastane plastická deformace při vyšší hodnotě ohybového momentu, než kdybychom ji zatížili momentem opačným. Rozdílné chování materiálu je zapříčiněno právě tímto reziduálním napětím, které by se v prvním případě odečítalo od opětovného zatížení a v druhém případě k tomuto zatížení přičítalo [1].

## 6. PROCES ROVNÁNÍ PĚTI VÁLCI

### 6.1 Princip

Výpočet obsahuje stanovení momentu, který odpovídá takovému přesazení válců, které u rovného materiálu vyvolá moment na hranici plastických deformací. To znamená, že tento materiál vystupuje z procesu opět rovný beze změny vlastností. Pokud zakřivený materiál vstupuje mezi válce tak, že pod válcem B se ohýbá v témže směru původního zakřivení, tak změna následného zakřivení je menší, než u rovného materiálu. Proto nedochází k překročení plastických deformací. Dále však pod válcem C dochází ke vzniku trvalé deformace díky velkému zakřivení při ohybu materiálu. Pod válcem D probíhá ohyb v pružné oblasti a pod válcem E klesá ohybový moment a zakřivení, jak ukazuje Obr. 6.3.1, na nulu. Pokud předpokládáme, že předběžně ohnutý materiál vstupuje mezi válce opačně, než v předchozím případě, dochází k vyvolání trvalé deformace pod válcem B. Úlohu pomocných kalibrovacích válců potom plní válce C a D. Materiál lze tedy vyrovnat bez ohledu na směr a velikost počátečního zakřivení. Při rovnání materiálu pěti nepoháněnými válci je nutný výpočet síly  $T$  potřebné k protahování [1].



Obr. 6.1.1 Uspořádání válců [1]

### 6.2 Výpočet sil válců

Výpočet začíná stanovením průměru rovnacích válců  $d$  ze zadané tloušťky ohýbaného materiálu  $h$  [4]:

$$d = 40 \cdot h \quad . \quad (6.2.1)$$

Z průměru válců vypočteme rozteč  $t$  ze vztahu [4]:

$$t = 1,1 \cdot d \quad . \quad (6.2.2)$$

Při výpočtu předpokládáme, že moment v bodech BCD na Obr. 6.1.1 je na hranici plastických deformací a tedy platí již dříve odvozený vztah (3.6) [1].

Z rovnováhy momentů vůči B dostaneme [1]:

$$F_A \cdot t - M_p = 0 \quad , \quad F_A = \frac{M_p}{t} \quad , \quad (6.2.3)$$

kde  $F_A$  je síla válce A a  $t$  je horizontální vzdálenost válců. Tato síla je stejná, jako síla válce E. Proto můžeme psát [1]:

$$F_E = F_A = \frac{M_p}{t} \quad . \quad (6.2.4)$$

Z rovnice rovnováhy momentů k bodu C můžeme dále určit síly válce B a D, které jsou také shodné [1]:

$$F_A \cdot 2 \cdot t - F_B \cdot t + M_p = 0 \quad . \quad (6.2.5)$$

Po dosazení za  $F_A$  dostáváme vztah [1]:

$$F_B = F_D = 3 \cdot \frac{M_p}{t} \quad . \quad (6.2.6)$$

Rovnováha svislých sil dává sílu válce C:

$$F_C = F_B + F_D - F_A - F_E = 4 \cdot \frac{M_p}{t} \quad . \quad (6.2.7)$$

Celková síla  $F$ , kterou na sebe působí horní a dolní řada válců je [1]:

$$F = F_B + F_D = F_A + F_C + F_E = 6 \cdot \frac{M_p}{t} \quad . \quad (6.2.8)$$

### 6.3 Výpočet protahovací síly

Síla nutná k protažení tyče se určí z energetické bilance. Ta se vyjádří z práce  $L$  plastické deformace materiálu, ohraničené čarou ACE a osou  $k$  na Obr. 6.3.1. Tato práce na délce  $l$  vyrovnávaného materiálu se určí odečtením práce, vykonané ze stavu C do stavu E od práce nutné ke změně ze stavu A do stavu C. Tedy:

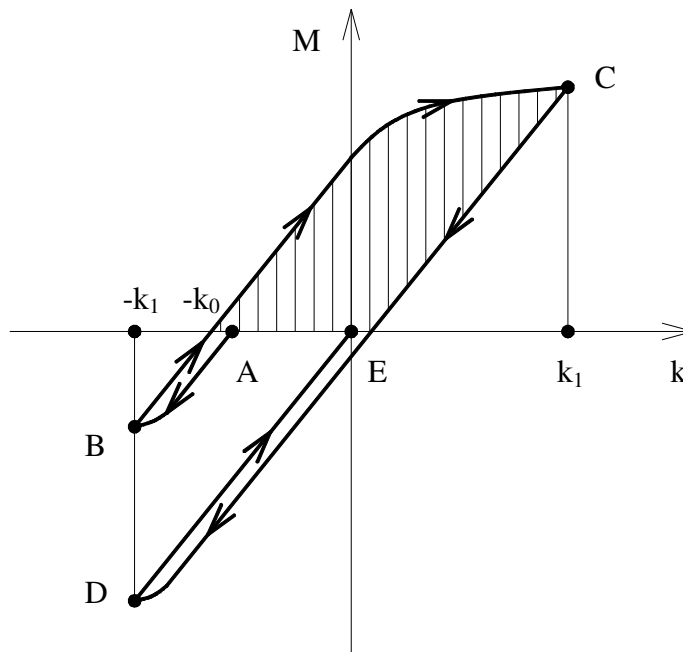
$$L = \lambda \cdot M \cdot l \cdot [k_0 + k_1] - \frac{1}{2} \cdot M \cdot l \cdot k_1 = M \cdot l \cdot \left[ \lambda \cdot k_0 + \left( \lambda - \frac{1}{2} \right) \cdot k_1 \right] \quad , \quad (6.3.1)$$

kde  $\lambda$  je hodnota součinitele plnosti diagramu,  $k_0$  počáteční zakřivení a  $k_1$  zakřivení největší [1].

Síla protahující pás T vykoná práci na dráze l. Pokud ji porovnáme s prací plastické deformace, dostaneme:

$$T = M \cdot \left[ \lambda \cdot k_0 + \left( \lambda - \frac{1}{2} \right) \cdot k_1 \right] , \quad (6.3.2)$$

kde hodnoty M a  $\lambda$  lze určit z diagramu ohýbání, který je znázorněn na Obr. 6.3.2 [1].



Obr. 6.3.1 Diagram moment zakřivení [1]

Hodnota součinitele plnosti diagramu  $\lambda$  vyjadřuje poměr plochy pod křivkou a plochy pravoúhelníku z Obr. 6.3.2. Můžeme tedy psát [1]:

$$\lambda = \left( \int_0^{k_1} M dk \right) \cdot \frac{1}{M_1 \cdot k_1} . \quad (6.3.3)$$

Z podmínky, že pro rovný plech se největší zakřivení musí rovnat meznímu  $k_p$  můžeme psát:

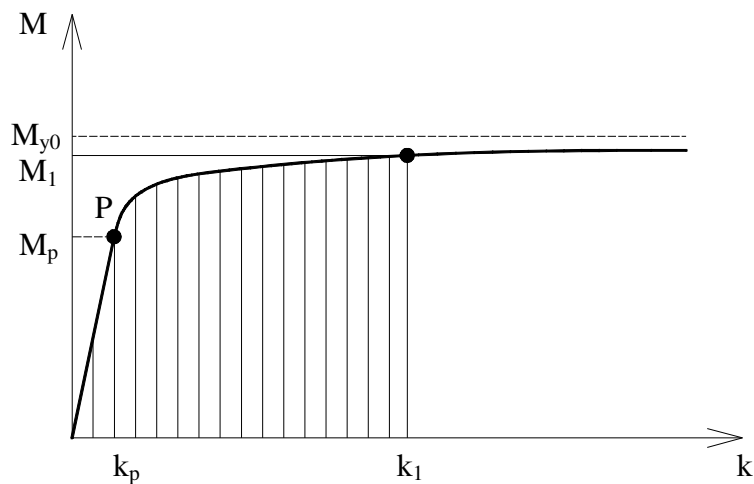
$$k_1 = k_0 + k_p . \quad (6.3.4)$$



Měli bychom zkontrolovat, zda hodnota největšího zakřivení nepřevyšuje převrácenou hodnotu poloměru rovnacích válců  $r$ . To by způsobovalo nabalování rovnaného pásu na válec. U běžných materiálů však není tato kontrola nutná. Tuto podmínku tedy můžeme napsat jako:

$$r = \frac{d}{2} , \quad (6.3.5)$$

$$k_1 < \frac{1}{r} . \quad (6.3.6)$$



Obr. 6.3.2 Diagram ohýbání [1]

Pro pružnou oblast od 0 do  $k_p$ , kde působí nějaký ohybový moment  $M_2$ , který je menší nebo roven meznímu ohybovému momentu  $M_p$  a způsobí nějaké zakřivení  $k_2$ , které je menší nebo rovno meznímu zakřivení  $k_p$ , můžeme psát:

$$\lambda = \frac{\frac{M_2 \cdot k_2}{2}}{M_2 \cdot k_2} = \frac{\frac{M_p \cdot k_p}{2}}{M_p \cdot k_p} = \frac{1}{2} . \quad (6.3.7)$$

Pro výpočet ohybového momentu v oblasti vymezené  $k_p$  a  $k_1$  můžeme využít již odvozeného vztahu (4.2.1) pro výpočet momentu v pružně plastické oblasti:

$$M_{y0}(h_1) = \sigma_k \cdot \frac{b \cdot h^2}{4} \cdot \left[ 1 - \frac{4 \cdot \rho^2}{3 \cdot h^2} \cdot \left( \frac{\sigma_k}{E} \right)^2 \right] ,$$

kam za poloměr zakřivení  $\rho$  dosadíme:

$$\rho = \frac{1}{k} . \quad (6.3.8)$$

Vztah pro součinitel plnosti pro zatížení v pružně plastické oblasti tedy bude:

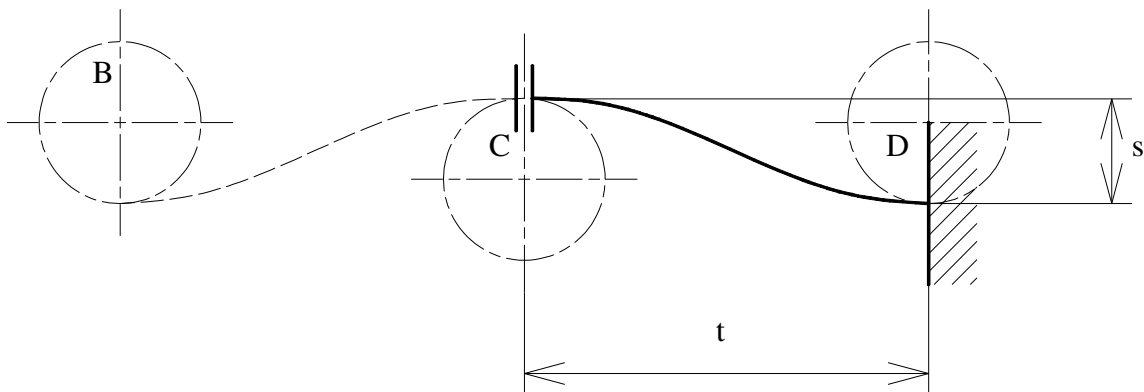
$$\lambda = \left( \frac{M_p \cdot k_p}{2} + \int_{k_p}^{k_1} M_{y0}(h_1) dk \right) \cdot \frac{1}{M_1 \cdot k_1} ,$$

$$\lambda = \left( \frac{M_p \cdot k_p}{2} + \int_{k_p}^{k_1} \sigma_k \cdot \frac{b \cdot h^2}{4} \cdot \left[ 1 - \frac{4}{3 \cdot k^2 \cdot h^2} \cdot \left( \frac{\sigma_k}{E} \right)^2 \right] dk \right) \cdot \frac{1}{M_1 \cdot k_1} . \quad (6.3.9)$$

V pružné oblasti tedy nabývá součinitel plnosti diagramu hodnoty 0,5 díky lineárnímu průběhu. Po překročení meze kluzu roste a v nekonečnu se teoreticky v limitě blíží hodnotě 1. Pro ideálně pružně plastický materiál lze hodnoty diagramu ohýbání vypočítat a vykreslit ze zadaných hodnot, avšak pro pružně plastický materiál se již stanovují experimentálně.

#### 6.4 Výpočet přesazení válců

Odvození hodnoty přesazení horní a dolní řady válců vůči sobě, označené jako  $s$  na Obr. 6.4.1, vychází z pomyslného zastavení materiálu mezi válci a jeho uchycením. V místě válce D materiál vetkneme a v místě válce C umístíme vedení. Oba způsoby uchycení zamezují natočení průřezu právě v místě uchycení. Tomu odpovídá předpoklad, že v místě styku válce s materiálem má rovnaný materiál nulovou hodnotu směrnice natočení.



Obr. 6.4.1 Pomyslné uchycení rovnaného materiálu

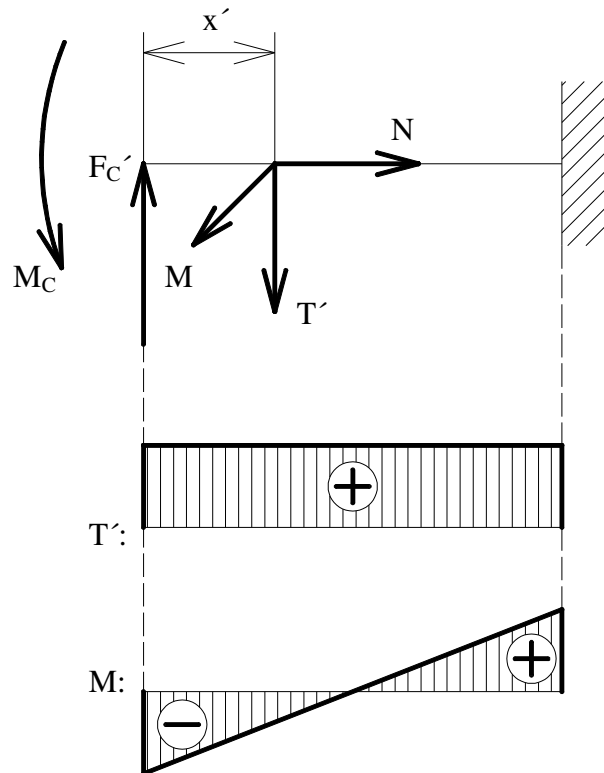
Materiál částečně uvolníme v místě válce C, jak ukazuje Obr. 6.4.2. Vedení odebrává dva stupně volnosti, a proto ho uvolníme tak, že zavedeme posuvnou sílu  $F_C'$  válce C a moment  $M_C$ , který zamezí natočení průřezu v místě C.

Pro závislost momentu na vzdálenosti  $x'$  můžeme psát:

$$M_o(x') = F_C' \cdot x' - M_C . \quad (6.4.1)$$

Rovnice ohybové čáry je dána vztahem:

$$E \cdot J \cdot w''(x') = -M_o(x') . \quad (6.4.2)$$



Obr. 6.4.2 Částečně uvolněný materiál v nedeformovaném stavu a výsledné vnitřní účinky

Po dosazení momentu do rovnice ohybové čáry dostáváme:

$$w''(x') = -\frac{M_o(x')}{E \cdot J} ,$$

$$w''(x') = \frac{1}{E \cdot J} \cdot (M_C - F_{C'} \cdot x') . \quad (6.4.3)$$

Po prvním integrování dostáváme rovnici závislosti natočení na vzdálenosti  $x'$ :

$$w'(x') = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left( M_C \cdot x' - F_{C'} \cdot \frac{x'^2}{2} \right) . \quad (6.4.4)$$

V místě C je natočení nulové a parametr  $x'$  nabývá hodnoty  $t$ . Po dosazení tedy dostáváme moment  $M_C$ :

$$w'(x' = t) = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left( M_C \cdot t - F_{C'} \cdot \frac{t^2}{2} \right) = 0 ,$$

$$M_C = F_{C'} \cdot \frac{t}{2} . \quad (6.4.5)$$

Po druhé integraci dostáváme rovnici závislosti velikosti průhybu na vzdálenosti  $x'$ :

$$w(x') = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left( M_C \cdot \frac{x'^2}{2} - F_C' \cdot \frac{x'^3}{6} \right) . \quad (6.4.6)$$

Hledaný průhyb v místě C, kde parametr  $x'$  nabývá hodnoty  $t$ , je potřebné přesazení válců  $s$ :

$$w(x' = t) = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left( M_C \cdot \frac{t^2}{2} - F_C' \cdot \frac{t^3}{6} \right) = s ,$$

$$s = \frac{F_C' \cdot t^3}{12 \cdot E \cdot J} . \quad (6.4.7)$$

Díky symetrii, která byla využita při pomyslném zastavení materiálu a jeho částečném uvolnění, můžeme psát vztah pro sílu  $F_C'$ :

$$F_C' = \frac{F_C}{2} . \quad (6.4.8)$$

Pokud do tohoto vztahu dosadíme  $F_C$  z rovnice (6.2.7), dostaneme:

$$F_C' = \frac{4 \cdot \frac{M_p}{t}}{2} = 2 \cdot \frac{M_p}{t} , \quad (6.4.9)$$

a můžeme psát vztah pro potřebné přesazení válců  $s$  v závislosti na mezním ohybovém momentu:

$$s = \frac{2 \cdot \frac{M_p}{t} \cdot t^3}{12 \cdot E \cdot J} = \frac{M_p \cdot t^2}{6 \cdot E \cdot J} . \quad (6.4.10)$$

Z porovnání vztahů (6.4.5) a (6.4.9) vyplývá, že ohybový moment  $M_C$  z částečného uvolnění na válci C se rovná, v souladu s předpokladem z kapitoly 6.2, meznímu ohybovému momentu na hranici plastických deformací.

$$M_C = F_C' \cdot \frac{t}{2} = 2 \cdot \frac{M_p}{t} \cdot \frac{t}{2} = M_p . \quad (6.4.11)$$

# 7. PŘÍKLAD VÝPOČTU POMOCÍ VYTVOŘENÉHO PROGRAMU

## 7.1 Vstupní hodnoty

Jako vstupní hodnoty se do programu, vytvořeném v softwaru Matlab verze R2007a, zadávají počáteční geometrické a materiálové charakteristiky. Budeme uvažovat tyč s rozměry příčného průřezu 5 x 5 mm z materiálu E335 (podle ČSN ocel 11 600) s mezí kluzu 335 MPa a poloměrem počátečního zakřivení 500 mm.

## 7.2 Výstup z programu

Výstupem z programu je soubor ve formátu TXT, který lze otevřít v softwaru WordPad. V tomto textovém souboru se nacházejí parametry pro nastavení rovnacího stroje, parametry zadané a všechny parametry ve výpočtu vystupující.

Výsledky z textového souboru pro uvažované vstupní hodnoty:

Mez kluzu materialu [MPa]	335
Modul pruznosti v tahu [MPa]	2.1e+005
Tloustka materialu [mm]	5
Sirka materialu [mm]	5
Polomer pocatecniho zakriveni [mm]	500
Pocatecni zakriveni [1/mm]	0.002
Prumer valcu [mm]	200
Vzdalenost valcu [mm]	220
Mezni ohybovy moment [Nmm]	6979.2
Sila valce A [N]	31.723
Sila valce B [N]	95.17
Sila valce C [N]	126.89
Sila valce D [N]	95.17
Sila valce E [N]	31.723
Sila jedne rady valcu na druhou [N]	190.34
Kvadraticky moment prurezu [mm <sup>4</sup> ]	52.083
Mezni zakriveni [1/mm]	0.0006381
Nejvetsi zakriveni [1/mm]	0.0026381
Ohybovy moment [Nmm]	10265
Soucinitel plnosti diagramu [-]	0.79309
Sila protahujici pas [N]	24.218
Presazeni valcu [mm]	5.1473

## 8. ZÁVĚR

Rovnění válcovaných produktů na válcovacích stolicích s využitím plastické deformace je nezbytná technologie pro další optimální zpracování materiálu.

V úvodu práce byl shrnut princip rovnání a hlouběji rozpracovány právě vlastnosti, role a podstata využití plastické deformace. Právě tato deformace je hlavním principem, na kterém stojí teorie rovnání válců. Při odvození ohybového momentu v oblasti s pružně plastickou napjatostí, která vzniká při rovnání zakřiveného materiálu, byly uvedeny dvě varianty přístupu, přičemž metoda výpočtu s využitím momentů ploch byla snáze odvoditelná a byla dále využita ve vlastním výpočtu parametrů rovnání.

Hlavním cílem této práce bylo odvození a sestavení algoritmu pro stanovení základních parametrů rovnacího procesu. Sestavený program v softwaru Matlab verze R2007a po zadání vstupních údajů, jimiž je geometrie a materiálové charakteristiky rovnacího materiálu, vytvoří textový soubor s výpisem všech parametrů pro nastavení rovnacího stroje, ale i parametrů ve výpočtu pouze vystupujících, včetně zadaných.

Tato rešeršní studie, shrnující princip rovnání, chování materiálu v jeho průběhu z pružnostně-pevnostního hlediska a výpočtu základních parametrů, může být využita jako základ či podklad pro další zpracování tohoto nebo podobného tématu v publikacích či odborných textech nebo závěrečných pracích. Zároveň také může být využita pro didaktické účely v technických oborech studia.

## 9. SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] Marciniak, Z.: *Teorie tváření plechů*, SNTL Praha, 1964
- [2] Pešina, E.: *Základy užité teorie plasticity*, SNTL/SVTL Praha, 1966
- [3] Servít, R. a kol.: *Teorie pružnosti a plasticity I*, SNTL/Alfa Praha, 1981
- [4] Pokorný, A.: *Tvářecí stroje: Podélná a příčná doprava a manipulátory, dělicí a rovnací stroje*, VŠB v Ostravě, 1990, ISBN 80-7078-068-1
- [5] Dvořák, M. a kol.: *Technologie II*, AKADEMICKÉ NAKLADATELSTVÍ CERM Brno, 2004, ISBN 80-214-2683-7
- [6] ŽĎAS, a.s. [online]. [cit. 2010-03-18]. Dostupné z: <<http://www.zdas.cz/>>

## 10. SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$\sigma$	[MPa]	obecné napětí
$\sigma_1$	[MPa]	napětí ve vzdálenosti a od neutrální osy
$\sigma_{1h}$	[MPa]	napětí v krajních vláknech
$\sigma_{1s}$	[MPa]	napětí v krajních vláknech při elastické napjatosti
$\sigma_k$	[MPa]	mez kluzu
$\sigma_R$	[MPa]	reziduální napětí
$\sigma_{pp}$	[MPa]	pružně plastické napětí při zatížení určitým momentem
$\sigma_E$	[MPa]	fiktivní elastické napětí při zatížení stejným momentem
$\varepsilon$	[-]	obecné délkové přetvoření
$\varepsilon_1$	[-]	délkové přetvoření ve vzdálenosti a od neutrální osy
$\varepsilon_{1h}$	[-]	délkové přetvoření v krajních vláknech
$\rho$	[mm]	poloměr zakřivení
$\xi$	[-]	parametr výšky pružného jádra
$\lambda$	[-]	součinitel plnosti diagramu
$h$	[mm]	výška materiálu
$h_1$	[mm]	vzdálenost konce pružného jádra a neutrální osy
$b$	[mm]	šířka materiálu
$l$	[mm]	délkový rozměr
$E$	[MPa]	modul pružnosti v tahu
$J$	[mm <sup>4</sup> ]	kvadratický moment průřezu vzhledem k neutrální ose
$M$	[N·mm]	obecný ohybový moment
$M_1$	[N·mm]	ohybový moment při pružně plastické napjatosti
$M_2$	[N·mm]	ohybový moment, který je menší nebo roven momentu meznímu
$M_p$	[N·mm]	ohybový moment na mezi pružné a plastické napjatosti
$M_C$	[N·mm]	ohybový moment pod válcem C
$M_o(x')$	[N·mm]	ohybový moment v závislosti na $x'$
$M_{y_0}(h_1)$	[N·mm]	ohybový moment v závislosti na velikosti pružného jádra
$M_{y_0}$	[N·mm]	moment potřebný k vytvoření plastického kloubu
$a$	[mm]	vzdálenost od neutrální osy
$d$	[mm]	průměr válců
$e$	[mm]	tloušťka pružné vrstvy
$x$	[mm]	směrová souřadnice
$x'$	[mm]	vzdálenost řezu od volného konce prutu
$r$	[mm]	poloměr válců
$s$	[mm]	přesazení válců
$t$	[mm]	rozteč válců
$z$	[mm]	směrová souřadnice
$w(x')$	[mm]	velikost průhybu v závislosti na $x'$
$k$	[mm <sup>-1</sup> ]	obecné zakřivení
$k_0$	[mm <sup>-1</sup> ]	počáteční zakřivení
$k_1$	[mm <sup>-1</sup> ]	největší zakřivení
$k_2$	[mm <sup>-1</sup> ]	zakřivení, které je menší nebo se rovná meznímu zakřivení
$k_p$	[mm <sup>-1</sup> ]	zakřivení na mezi pružné a plastické napjatosti
$T$	[N]	protahovací síla
$T'$	[N]	posouvající síla
$N$	[N]	normálová síla
$L$	[N·mm]	práce



A	[-]	označení válce
B	[-]	označení válce
C	[-]	označení válce
D	[-]	označení válce
E	[-]	označení válce
$F_A$	[N]	síla válce A
$F_B$	[N]	síla válce B
$F_C$	[N]	síla válce C
$F_D$	[N]	síla válce D
$F_E$	[N]	síla válce E
$F_{\square}$	[N]	pomyslná síla obdélníkového rozložení plně plastické napjatosti
$F_{\Delta}$	[N]	pomyslná síla trojúhelníkového rozložení elastické napjatosti
$F_C'$	[N]	síla válce C při částečném uvolnění
1	[-]	označení řezu
2	[-]	označení řezu
3	[-]	označení řezu
1'	[-]	podélný hlavní směr napjatosti a deformace
2'	[-]	příčný hlavní směr napjatosti a deformace
3'	[-]	radiální hlavní směr napjatosti a deformace

## 11. SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ

- Obr. 1.1.1 Uspořádání zešikmených válců
- Obr. 1.1.2 Uspořádání rovnoběžně umístěných válců
- Obr. 2.2.1 Pracovní diagram ideálně pružně plastického materiálu
- Obr. 3.1 Hlavní směry napjatosti a deformace
- Obr. 3.2 Rozložení napětí po průřezu materiálu
- Obr. 4.1.1 Rozložení plastické zóny
- Obr. 5.1 Zbytkové napětí
- Obr. 6.1.1 Uspořádání válců
- Obr. 6.3.1 Diagram moment zakřivení
- Obr. 6.3.2 Diagram ohýbání
- Obr. 6.4.1 Pomyslné uchycení rovného materiálu
- Obr. 6.4.2 Částečně uvolněný materiál v nedeformovaném stavu a výsledné vnitřní účinky

## 12. PŘÍLOHY

K tištěné bakalářské práci je přiložen CD-ROM s tímto obsahem:

- bakalářská práce ve formátu PDF (*Adobe Reader*),
- program pro stanovení základních parametrů procesu rovnání ve formátu M (*Matlab R2007a*) a textový soubor, jako výstup z programu, ve formátu TXT (*WordPad*).