UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA MATEMATICKÉ ANALÝZY A APLIKACÍ MATEMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Využití modelů zásob při řízení rodinných financí

Vedoucí diplomové práce:
Mgr. Eva Bohanesová, Ph.D.
Rok odevzdání: 2012

Vypracoval:
Bc. Petr Kovalčík
AME, 3. ročník

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vytvořil samostatně za vedení Mgr. Evy Bohanesové, Ph.D. a že jsem v seznamu literatury uvedl všechny zdroje použité při zpracování práce.

V Olomouci dne 6. prosince 2012

Poděkování

Rád bych na tomto místě poděkoval vedoucí diplomové práce paní Mgr. Evě Bohanesové, Ph.D. za obětavou spolupráci, inspirativní rady i za čas, který mi věnovala při konzultacích. Dále bych rád poděkoval svým rodičům, kteří mne podporovali morálně i finančně v bádání spojeném s psaním diplomové práce.

Obsah

Úvod

Autor diplomové práce je studentem pátého ročníku aplikované matematiky. Nad rámec svých studijních povinností se zajímá o nabídku produktů pro běžné občany v oblastech bankovnictví a pojišťovnictví, účastnil se konference o finanční gramotnosti dospělých, má spoustu osobních zkušeností s řešením problémů spojených s finančními produkty a vzdělává se formou samostudia v související legislativě.

Hlavním cílem práce je vytvořit návod, jak díky dodržování jistých principů, zásad, a s využitím modelů zásob zefektivnit rozhodování o nakládání s našimi peněžními prostředky. Vedlejším cílem je dovést čtenáře alespoň k zamyšlení, zda nelze zlepšit stav svých osobních a rodinných financí. Zamyslet by se měl hlavně nad smysluplností či efektivností svých výdajů. Na druhou stranu by toto zamyšlení mohlo vést i směrem k příjmům, jestli jsou dostatečné, aby se dalo zavčas předcházet zbytečnému zadlužení.

V první kapitole se budeme zabývat problematikou rodinných financí obecně, nadefinujeme základní pojmy, zmíníme se o způsobech řízení toku peněz, ukážeme si pár rad, pomocí kterých bychom měli dosáhnout vyrovnanějších rodinných rozpočtů. Jedním z důležitých poznatků, avšak velice subjektivním, bude kategorizace rodinných výdajů (neboli kam a jak odcházejí peníze z rodinné pokladny). Obecně totiž neexistuje žádná přesná hranice, jak kategorie vytvářet a jak zařadit ten který výdaj. Důležitým předpokladem pro pochopení první kapitoly je znalost středoškolské matematiky.

V druhé kapitole je potřeba od základu popsat modely zásob, jak se chovají, k čemu jsou, jaké potřebují vstupní parametry atp. Zkrátka to bude takové teoretické povídání, které je ovšem nutné pro podložení dalších úvah a s nimi souvisejícími závěry. Omezíme se pouze na modely, které posléze budeme aplikovat v oblasti rodinných financí.

Třetí kapitola je průnikem prvních dvou. Budeme se v ní zabývat konkrétními aplikacemi modelů zásob v rodinných financích. Vysvětlíme si, jak vhodně interpretovat jednotlivé proměnné a parametry modelu. V souvislosti s interpretací pojmu náklady si ukážeme jednu z možností jak zapsat nákladovou funkci, která je důležitá z hlediska optimalizace v modelech zásob. Zamyslíme se nad problémem sběru dat, o která se mají opírat naše výpočty a posléze i řízení rodinných financí. Tento problém se pokusíme vyřešit, když do modelu zahrneme simulační metodu Monte Carlo, což bude naše lehká modifikace použitých modelů. Nakonec si ukážeme řešení konkrétních příkladů, při kterém využijeme i software, a celý postup výpočtu i okomentujeme.

Součástí této diplomové práce jsou i přílohy, jejichž seznam naleznete na úplném konci. Přílohy jsou zejména funkční soubory a zdrojové kódy algoritmů použitých při aplikacích modelů a řešení příkladů.

1 Rodinné finance

První kapitola této práce bude plnit účel uvedení čtenáře do problematiky rodinných financí. Nabídne mu jednu z možných definic rodinných financí, kterou dále využijeme jako podklad pro interpretaci dalších souvisejících pojmů. Nepůjde ovšem pouze o teoretickou kapitolu. Z praktického hlediska by se měl čtenář dozvědět pár rad, jak začít lépe hospodařit, na co si dávat pozor a na co se více zaměřit v otázkách utrácení peněžních prostředků. Zeptáme-li se na myšlenku pouze této kapitoly, bez dalšího kontextu, tak vězte, že má její přečtení hlavně dovést čtenáře k zamyšlení nad stavem jejich „rodinné kasy".

Definice 1.1. *Rodinné finance chápejme jako souhrn veškerého finančního majetku ve všech jeho formách v rámci rodiny a naproti tomu i souhrn všech oprávněných závazků, které rodina má uhradit.*

V ideálním případě by manželé, partneři, resp. rodiče měli brát své výdělky jako společný majetek, se kterým budou dále hospodařit. Neříkáme, že tento stav vždy nastane, nakonec zákony hovoří jasně, že jednou ze svobod každého občana je nesvěření se s částkou své mzdy komukoliv dalšímu. Padne-li dotaz ze strany partnera či manželky, tak ani zaměstnavatel, ani finanční úřady nejsou povinni sdělit nějaké bližší podrobnosti. Chceme-li citovat legislativu, tak nám §19 zákona č. 315/2004 Sb. *o rodině* říká pouze:

> *odst.(1) O uspokojování potřeb rodiny jsou povinni oba manželé pečovat podle svých schopností, možností a majetkových poměrů.*
>
> *odst.(2) Poskytování peněžních a jiných prostředků na náklady společné domácnosti může být zcela nebo zčásti vyváženo osobní péčí o společnou domácnost a děti.*
>
> *odst.(3) Neplní-li jeden z manželů svoji povinnost hradit náklady společné domácnosti, rozhodne na návrh druhého manžela ve věci soud.*
>
> (zdroj: [6] Zákon o rodině)

Může se tedy stát, že manžel vydělávající šedesát tisíc Kč měsíčně bude dávat rodině třicet tisíc Kč na měsíční hospodaření, zbytek si nechá pro své osobní účely, přesto nemusí porušovat zákon. Rodina by se mohla mít lépe, ale musí snížit svou životní úroveň, neboť má tatínek třeba nákladného koníčka. Přesně tyto situace nebudeme uvažovat, tam se v otázkách společného hospodaření dotýkáme nejprve psychologické stránky rodiny, která není předmětem práce. My budeme uvažovat takové rodiny, které jsou ochotny hospodařit opravdu společně a úspory pro osobní účely partnera budou mít buď zanedbatelné, anebo neutajené a připravené je v případě potřeby použít i na rodinné záležitosti.

Čeho se ovšem byť okrajově, ale přeci jen dotkneme, bude hospodaření dětí s kapesným. I tuto část rodinných financí lze určitým způsobem řídit. Jednak se na takový typ řízení dá nahlížet z pohledu, kdy naučíme hospodařit rodiče a ty posléze jdou příkladem svým potomkům. V druhém případě můžeme potomkům vytvořit nástroj, který jim pomůže modelovat chování jejich kapesného v závislosti na jejich rozhodování, za co kapesné utrácí. Anebo oba případy spojíme a necháme rodiče i děti v otázkách řízení kapesného spolupracovat. Rodiče budou na straně zdroje, který chce mít přehled o svých *investicích* a děti na straně příjemce, který chce svůj zdroj uklidnit, že se s jejich *investicí* neděje nic nekalého. Nakonec je v zájmu obou stran, aby tato *investice* v podobě kapesného byla využívána efektivně.

Přes utrácení kapesného jsme se dostali na druhou stranu rodinných financí k oprávněným závazkům vůči jiným subjektům. V každé rodině se řeší nejen, kolik se peněžních prostředků vydělá, ale i za co se utratí. Schválně jsme zvolili označení *oprávněné závazky*, abychom zdůraznili, že nelze dost dobře počítat s nezákonnými operacemi typu úroky z *lichvářských* půjček apod. Další věc je, že přiznávat si například riziko, že budeme okradeni a přijdeme tak o část svého majetku, by mohla vést až k následkům tzv. *zákona schválnosti*, který sice nemá vědecký podklad, ale každý z nás alespoň jednou zažil, jak kruté následky může mít. Pracujme dál pouze s fakty a čísly podloženými daty. Přiznávejme si pouze riziko, které vyplývá z běžného občanského života a lze ho dobře kvantifikovat.

Nechť jsou extrémní případy řešeny zvláštními postupy, které budou vytvořeny speciálně pro konkrétní situace.

1.1 Rodinný rozpočet

Námětem této diplomové práce byla mimo jiné i autorova účast na konferenci týkající se finanční gramotnosti *Jak správně finančně vzdělávat dospělé.* V **Příloze B** čtenář nalezne soubor s prezentacemi k přednáškám, které na 1. ročníku konference zazněly. Hned na začátku hovořil zaměstnanec Ministerstva financí České republiky, který posluchače seznámil s dosavadními výsledky průzkumů v oblasti rodinného rozpočtu českých domácností. Výsledky je možné nalézt právě ve zmíněném souboru.

Jedním z alarmujících čísel bylo 37 % domácností, které pravidelně sestavují rozpočet a k nim 8 %, které ho sestaví nepravidelně. Z těchto domácností je pak jen 77 % těch, co dále sledují a kontrolují jeho dodržování. Přitom přehled o financích a schopnost plánovat výdaje je nutné pro nepředlužení, resp. nezadlužení. V tomto ohledu je kladen výše zmíněný vedlejší cíl – dovedení čtenáře k zamyšlení o stavu jeho rodinných financí.

Stejně jako stát, obchodní společnosti, podnikatelé, tak i běžní občané by se měli zabývat sestavováním rozpočtu. Jak už plyne ze stavby slova *rozpočet*, bude se jednat o jisté počítání, rozpočítávání. Nikoliv však rozpočítávání typu „*jednou mámě a jednou tátovi*“. V tomto případě by rodina měla fungovat jako celek, nedělat mezi sebou žádné rozdíly a měla by komplexně zhodnotit stav svých rodinných financí. Někdo třeba razí motto „žijeme jen jednou, tak si musíme za své tvrdě vydělané peníze užívat“. Avšak musí se brát ohled i na další či předchozí generace. Zkrátka v oblasti financí by se mělo neustále počítat, přepočítávat, zhodnocovat danou investici, sledovat čas. Možná by šlo vše shrnout do jedné věty a odpovědět si na další otázku „jak bychom měli chápat pojem rodinný rozpočet“. Než vyslovíme konečnou definici, je nutné si nadefinovat a podrobněji popsat dílčí pojmy.

Definice 1.2. *Aktivitou chápejme takovou ekonomickou činnost na trhu, za kterou máme právo přijímat nebo povinnost vydávat odměny vyjádřené ve finančních jednotkách.*

Nejčastějšími aktivitami jsou práce, pronájem movitého i nemovitého majetku, nákup a prodej výrobků, zboží, služeb, inkasování úroků z peněžních produktů (úroky na spořicích účtech, dividendy, výnosy z obchodování na burze) atp. Dalo by se říct, že v dnešní době jsou *aktivity* dle definice 1.2 smyslem života, neboť lidé pracují, aby získali peněžní prostředky, aby si mohli něco koupit a tím uspokojit své potřeby.

Definice 1.3. *Příjem je finanční transakce, kdy subjekt získá za svou vlastní aktivitu určitou odměnu vyjádřenou ve finančních jednotkách. Tato odměna se stává jeho majetkem.*

Definice 1.4. *Výdaj je finanční transakce, kdy subjekt odvádí odměnu vyjádřenou ve finančních jednotkách ostatním subjektům za jejich aktivity. Subjekt tak převádí část svého majetku na ostatní subjekty.*

Uvádět definice příjmu a výdaje přijde někomu jako zbytečné, avšak pro splnění teoretických předpokladů pro vyslovení definice rodinného rozpočtu nezbytné. Příjmy tedy budeme chápat jako peněžní prostředky, které nám někdo zaplatí a výdaje budou ty položky, které my jsme povinni zaplatit na základě smluvních či jiných vztahů (např. pokuty a správní poplatky).

Definice 1.5. *Rodinný rozpočet je systém všech příjmů a výdajů za sledované nebo na plánované období.*

Vhodnější by ovšem bylo používat nějakou sofistikovanější definici, která by nám zároveň sloužila jako první náznak, co musíme udělat, abychom začali lépe hospodařit. Nejde jen o sledování sumy příjmů a sumy výdajů, to by bylo hodně povrchní a nic neříkající. My bychom měli sledovat i strukturu tohoto systému. Měli bychom být schopni naše příjmy a výdaje nějak kategorizovat. Vezmeme-li si např. daňové přiznání k dani z příjmů, tak zákon vyžaduje alespoň základní rozdělení příjmů dle §6 až §10 a příslušných odstavců a písmen. Toto rozdělení je nutné nejen s ohledem na různé formy zdanění, ale například i pro potřeby zpracování analýz ČSÚ, aby byl přehled, jak si naši spoluobčané vydělávají, případně které oblasti by se mohli začít státem dotovat.

Podobné analýzy si může dělat i rodina se svými financemi. Vždy je lepší mít přehled, jak si rodina vydělává, a naopak za co a kolik utrácí. Pak stačí sledovat vývoje cen v jednotlivých kategoriích a rázem je řízení rodinných financí jednodušší.

Definice 1.6. *Rodinný rozpočet je nástroj, pomocí kterého jsme schopni sledovat časovou i účelovou strukturu systému všech peněžních toků v rámci rodinných financí.*

Uveďme si názorný příklad s cenami pohonných hmot (dále jen PHM). Zde již budeme vycházet z definice rodinného rozpočtu 1.6. Pokud volíme přístup, že máme pouze balík peněžních prostředků, ze kterého postupně odebíráme jednotky, tak si jen těžko řekneme, že bychom měli začít šetřit v oblasti dopravy. Ceny PHM stoupají a rodině se rázem nevyplácí jezdit všude automobilem. Rodiče navrhnou dětem dojíždění do školy veřejnou dopravou a sami se do práce mohou čas od času svést s kolegou nebo třeba dojet na kole. Přeci jen se na zvláštním účtu sledují dílčí výdaje lépe, než jako položka v dlouhém seznamu transakcí.

Na závěr této podkapitoly by bylo vhodné zmínit vztah mezi pojmy rodinné finance a rodinný rozpočet, aby byl čtenář schopen se dále v textu orientovat. Z uvedených definic si všimněme, že rodinné finance jsou nadřazeny rodinnému rozpočtu. Celý vztah si můžeme shrnout do následujících tvrzení.

Lemma 1.1. *Při aplikacích matematických modelů chápejme pojmy rodinné finance a rodinný rozpočet jako ekvivalentní.*

Poznámka 1.1. *Rodinný rozpočet lze chápat jako matematické vyjádření struktury rodinných financí.*

1.2 Kategorizace příjmů a výdajů rodinného rozpočtu

U společností a podnikatelů existují principy na kategorizaci aktiv a pasiv, které vychází z legislativy. Upraveny jsou ovšem pouze první úrovně kategorií a další dělení je v režii příslušného subjektu. I rodina by si měla takové kategorie zavést, aby měla ve svých financích větší přehled. Tento přehled se dá zužitkovat v problematice plánování budoucích výdajů. Někdy se z něj stává hlavní rádce při důležitých rozhodnutích zda investovat či nikoli.

Rozdělení do skupin má smysl hlavně na straně výdajů, ale ani příjmy bychom neměli házet na jednu hromadu. U příjmů se pouze budou volit jiná kritéria vytváření kategorií než u výdajů. Jelikož se v této práci budeme při aplikování modelů zásob zabývat pouze kategoriemi výdajů, dělení příjmů necháme na uvážení čtenáře. Jak by takové kategorie výdajů mohly například vypadat se můžete podívat níže v **Tabulce 1**, kde jsme se pokusili o zahrnutí všech běžných položek rodinných výdajů a jejich zařazení do vzájemně disjuktních skupin.

Rozdělení výdajů dle **Tabulky 1** samozřejmě není závazné, jedná se pouze o návrh. Hlavním smyslem je ukázat jednu z mnoha možností, jak se začít na rodinné výdaje dívat. Každá rodina má jiné potřeby, jiné možnosti a na rodinné finance se dívá z jiného úhlu pohledu. Někteří třeba nepotřebují zvláštní skupiny pro zábavu a sport, jiní zase potřebují diversifikovat investice do více pásem. Tak bychom ve vyjmenovávání rozdílů mezi potřebami rodin mohli pokračovat dál a dál. V konečném důsledku by ovšem měla každá rodina kategorizací příjmů a výdajů nalézt zlepšení ve sledování jednotlivých prvků systému rodinných financí.

1.3 Principy, zásady a rady v otázkách řízení rodinných financí

Další podkapitola bude asi nejrozsáhlejší v této první části diplomové práce. Pokusíme se vám v ní poradit a ukázat pár tzv. vychytávek, jak zlepšit správu rodinných financí a lépe sestavovat rodinný rozpočet. Nutno ještě podotknout, že všechny principy a zásady zmíněné v této podkapitole autor diplomové práce sám používá při správě svých osobních a mnohdy i rodinných financích. Nejedná

Tabulka 1: Kategorie výdajů rodinného rozpočtu včetně uvedení příkladů

#	Název skupiny	Příklady položek ve skupině
1.	potraviny, nápoje (nezbytné, běžné)	pečivo, uzeniny, sýry, minerálky, zelenina, ovoce, mouka, cukr, koření atd.
2.	potraviny, nápoje (neobvyklé, mimořádné)	alkoholické nápoje, jídlo na oslavy (grilování, dorty . . .)
3.	doprava	PHM, jízdné na veřejnou dopravu, parkovné, dalniční známky a mýtné atd.
4.	bydlení a energie	nájemné, zálohy na energie (elektřina, plyn, voda), topení
5.	komunikace (pouze služby)	internet, telefon, televize a rozhlas
6.	oblečení a obuv (pro běžný život)	oblečení pro děti do školy, pracovní oblečení, oblečení na doma atd.
7.	oblečení a obuv (pro zvláštní příležitosti)	plesové šaty a obleky vč. bot,
8.	zdravotní péče	léky běžné i mimořádné, zdravotnický materiál (obvazy, náplasti, masti . . .), brýle a kontaktní čočky atd.
9.	kosmetika	šampony, mýdla, krémy (na ruce, obličej, denní, noční, na opalování . . .), pěna na holení, deodoranty a antiperspiranty, repelenty atd.
10.	malé investice (např. do 5 000 Kč)	údržba a provoz majetku (oleje a provozní kapaliny, žárovky, baterie a akumulátory . . .)
11.	střední investice (např. od 5 000 Kč do 20 000 Kč)	opravy domácích spotřebičů, náhrada zničeného majetku, nákup nových produktů a služeb atp.
12.	velké investice (např. nad 20 000 Kč)	pořízení nových služeb a produktů, generální opravy, inovace a technické zhodnocení
13.	výdaje bez dalšího sledování	výživné, kapesné, výdaje u kterých známe jen málo údajů
14.	BANKA	splátky úvěrů, bankovní poplatky
15.	POJIŠŤOVNA	pojistné na životní a neživotní pojištění, mimořádné pojistné, poplatky plynoucí z pojištění
16.	STÁT, ÚŘADY	daně, správní poplatky, pokuty
17.	sport	speciální oblečení, stroje, vybavení, vstupné do areálů a středisek
18.	zábava	kino a DVD filmy, divadlo, knihy, koncerty, festivaly, účasti na jednorázové akci či oslavě atp.
19.	vzdělání	učebnice, skripta, pomůcky, školní potřeby, exkurze

se tedy o nevyzkoušené teoretické principy. Ke každé části bude uveden i názorný praktický příklad.

1.3.1 Časová hodnota peněz

Stejně jako ostatní měřitelné veličiny, tak i hodnota peněžních prostředků se postupem času mění. Změna to může být negativní, ale i pozitivní. Zabýváme-li se rodinnými financemi, tak nás zajímá hlavně ta pozitivní změna, neboli že naše peněžní prostředky budou postupem času získávat vyšší hodnotu. K této změně můžeme dospět i vlastními silami, např. když necháme naše peníze úročit na spořicím účtu či termínovaném vkladu. Právě na problematiku úročení se bude v této práci klást zvláštní důraz. Ostatní investice (spekulace s měnovými kurzy, cenami akcií atp.) necháme stranou. Stranou necháme i zdlouhavé vysvětlování a odvozování vzorců z finanční matematiky. Každý čtenář se může sám podívat do literatury například od prof. Tomáše Cipry, který napsal spoustu odborných publikací, ale i knížek pro laiky. Jednou z knih pro veřejnost je *Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou* (literatura [11]), která může čtenářům například pomoci pochopit, na jakých principech fungují bankovní produkty.

Musíme také rozlišovat změnu reálné hodnoty peněz a změnu hodnoty finančních toků (resp. hodnota aktivit viz definice 1.2), kterou způsobuje úročení. První zmiňovaná změna je způsobena vlivem inflace. Té druhé změny můžeme dosáhnout například umístěním peněžních prostředků na spořicí účet. *Úročení*, a jemu opačný jev – *diskontování*, nám odpoví na otázku, jakou hodnotu budou mít finanční toky v budoucnu (*budoucí hodnota FV*), anebo jakou hodnotu má budoucí výnos dnes (*současná hodnota PV*). Znalosti těchto dvou hodnot nám pomohou při rozhodování, kdy co máme zaplatit, případně jaký to pro naši peněženku bude mít efekt. Tím se dostáváme k *principu odložených plateb.*

Princip odložených plateb

Nejlépe tento princip půjde vysvětlit na motivačním příkladu. Řekněme, že máme na výběr mezi dvěma způsoby bezhotovostních plateb za služby mobilního operátora. Důležitým faktem je, že pokud fakturu nezaplatíme hned, tak necháme tyto peníze zhodnocovat. Jak jsme předeslali v předchozím odstavci, tak budeme uvažovat pouze způsob zhodnocení formou odložení na spořicím účtu. Na tomto účtu máme denní připisování úroků a roční nominální úrokovou sazbu 2 %. Peníze se nám budou úročit dle vztahu

$$K \ = V \cdot \left(1 + \frac{0{,}02}{360}\right)^t,$$

kde V je částka, kterou budeme úročit, t je počet dní, po které necháme peníze na spořicím účtu, K je výsledná částka, kterou budeme mít za t dní.

Za fakturu můžeme platit buď formou inkasa, nebo jednorázovým příkazem. Pokud zvolíme platbu přes inkaso, čili dáme svolení, aby si operátor sám strhával příslušnou částku z našeho účtu, tak nikdy pořádně nevíme, kdy si tuto platbu vyžádá. Peníze nám musí ležet na běžném účtu, kde se prakticky neúročí. Praxe je taková, že si je strhnou kolem 12. dne v měsíci. Pokud bychom však zvolili jednorázový příkaz, kde se řídíme pouze datem splatnosti faktury, tak si určíme my, kdy zaplatíme. Díky legislativě ČR máme zákonem garantovány bankovní transakce do druhého pracovního dne. Z toho vyplývá, že pokud je datum splatnosti faktury do 25. dne v měsíci, tak většinou stačí zaplatit až 23. den. Tento fakt pro nás znamená celých 10 dní rozdílu. Těchto 10 dní tedy můžeme nechat celou částku ležet na spořicím účtu. Je-li platba ve výši 1 000 Kč, pak pouhým odsunutím platby vyděláme 0,56 Kč.

Na tomto motivačním příkladu jsme chtěli ukázat, že kolikrát můžeme změny hodnoty peněžních prostředků v čase využít v náš prospěch. Pouhé pozdržení našich plateb, na což máme ze zákona právo, nám může snížit celkovou částku našich závazků o úroky, které tímto pozdržením získáme. Pokud bychom dále brali i ostatní investiční možnosti, tak se můžeme přesunout do jiných pater výnosů, které už stojí za investovaný čas a úsilí.

Ještě malá perlička na závěr, která jen potvrzuje, že naše úvahy o časové hodnotě peněz jdou správným směrem. V ČR existuje banka, která nabízí kombinaci spořicího a běžného účtu. Z běžného účtu lze platit stejně jako s účty u konkurentů, se spořicím účtem lze manipulovat pouze v závislosti na tom běžném –

peníze lze převádět pouze z a na běžný účet. Jelikož jsou spořicí účet i běžný účet produkty stejné banky a jsou řízeny výhradně přes internetové bankovnictví, tak platby mezi oběma účty probíhají v řádech vteřin. Jedná se o velice praktickou věc, neboť vám leží peníze na spořicím účtu, úročí se, a když třeba budete chtít něco zaplatit, tak si jen nejdříve převedete konkrétní částku na běžný účet, a pak vše zaplatíte. Dalším dobrým parametrem tohoto produktu je využívání již zmíněného denního úročení, které má prokazatelně větší efekt, než třeba měsíční. Úroky se vám připisují každý den, hned s nimi tedy můžete disponovat.

Nakonec je vhodné se zmínit o službě *autopilot*, která pracuje na principu určení intervalu, ve kterém by se měl pohybovat zůstatek běžného účtu. Vy si zkrátka určíte, kolik chcete mít na svém účtu minimálně peněz a pokud jste třeba ve městě, zaplatíte platební kartou v obchodě a klesnete pod toto minimum, běžný účet se vám automaticky doplní z toho spořicího. Podobné principy jsou známy například z kreditních karet, u kterých bylo možné zvolit splacení použitých prostředků okamžitě z předem určeného účtu. Poprvé se však setkáváme s touto službou u kombinace běžného a spořicího účtu, což je kombinace přívětivá pro běžné klienty – občany. Bližší informace se čtenář může dozvědět z **Přílohy K**[1], kde je služba *autopilot* i celá myšlenka kombinace běžného a spořicího účtu vysvětlena na dvou videích.

1.3.2 Arbitráž

Abychom se mohli o tomto přístupu bavit, tak si nejdříve musíme pojem *arbitráž* nadefinovat.

Definice 1.7. *Arbitráží nazýváme situaci na trhu, kdy ve stejném čase existují pro stejné, resp. minimálně se lišící produkty, různé ceny na různých místech.*

S arbitráží máme často spojeny cenové rozdíly, které jsou ovšem pouhým důsledkem její existence. Každý z nás si dokáže představit hledání levnějšího či výhodnějšího zboží u různých prodejců – konkurentů. Když kupujeme pračku,

[1]zdroj: ZUNO BANK AG, organizační složka [online], dostupné z: http://www.youtube.com/user/zunoCZ [citováno 20. 11. 2012]

tak ten samý model můžeme u prodejce A koupit za 5000 Kč, u prodejce B za 5300 Kč a u prodejce C dle parametrů totožný model, ovšem od jiného výrobce za 4900 Kč. Všimneme si, že je mezi pračkami jistý cenový rozdíl. Tak přesně tuto situaci, kdy tři prodejci nabízejí ten samý, resp. minimálně se lišící model pračky, ovšem každý za různou cenu, chápejme jako *arbitráž*. Hledání levnější varianty bychom pak mohli nazývat *arbitrážní rozhodování*. Řekněme, že se rozhodneme pro pračku od prodejce A. Potom nám nastanou následující situace:

1. ve srovnání s pračkou od prodejce B vzniká *arbitrážní zisk* 300 Kč
2. ve srovnání s pračkou od prodejce C vzniká *arbitrážní ztráta* 100 Kč

Musíme ovšem dávat pozor na vedlejší náklady, které se nám nutně promítnou do konečné ceny. U prodejce A, kterým bude e-shop, a za dodávku zboží si bude účtovat dopravu 450 Kč, by nakonec vznikala v obou případech *arbitrážní ztráta*, neboť ostatní prodejci nabízí dopravu až k nám domů v ceně.

Definice 1.8. *Arbitrážní ztrátou nazýváme záporný rozdíl konečných cen včetně daní a souvisejících nákladů spojených s pořízením stejného či obdobného produktu ve srovnatelný čas na různém místě.*

Definice 1.9. *Arbitrážním ziskem nazýváme kladný rozdíl konečných cen včetně daní a souvisejících nákladů spojených s pořízením stejného či obdobného produktu ve srovnatelný čas na různém místě.*

Do budoucna by se rodina měla zaměřit hlavně na dosažení arbitrážních zisků, ovšem nesmí zapomínat na započítávání souvisejících nákladů do konečné ceny produktů a služeb. V diplomové práci dále budeme klást důraz na promítnutí nákladů v podobě bankovních poplatků do každé finanční transakce.

Příklad 1.1. ***Žákovské jízdné vs. IN50***
Autor diplomové práce se rozhodl odejít z kolejí a raději do školy do Olomouce dojíždět z Hradce Králové. Jeho snahou bylo snížit náklady na dopravu a využít arbitráže, o jejíž existenci se dozvěděl na přednášce dr. Bohanesové z finanční matematiky. Dosavadní náklady na jednu cestu do Olomouce a zpět činily 230 Kč při využití slevy pro studenty prezenčního studia do 26 let.

`Řešení`

Sleva pro studenty do 26 let činí 45 % ze základní ceny jízdného. Tuto slevu lze uplatnit dle podmínek uvedených v **Příloze C**. Vzhledem k definici arbitráže se musí hledat obdobný produkt, resp. služba, tedy není možné argumentovat, že student může jezdit „stopem“ nebo „načerno“. V úvahu připadá volba jiného dopravce (vlakový, autobusový, letecký, lodní), jezdit vlastním automobilem, anebo získat nějakou vyšší slevu, než na kterou má nyní nárok (změna tarifu). Nakonec se student rozhodl pro třetí možnost a výsledné jízdné snížil takto:

1. Pořidil si zákaznické jízdné IN50 za 1 330 Kč na 1 rok, které mu zajistí 50% slevu z jízdného u dopravce České dráhy a.s. po celé ČR. Nemusí se tedy omezovat podmínkami použití žákovského jízdného z **Přílohy C**.
2. Součástí zákaznického jízdného IN50 je čipová In-karta, na kterou se dají nabít finanční prostředky pro úhradu jízdného. Bližší informace naleznete v **Příloze C** na str. 3.
3. V tomto konkrétním případě bylo možné využít jak slevy 3 % za bezhotovostní platbu, tak 3 % za samoobslužné odbavení, neboť v Hradci Králové se nacházel automat na jízdenky.

Nyní spočítáme, k jaké úspoře student došel. Plné zpáteční jízdné stálo 418 Kč. Po využití slevy plynoucí z IN50 jeho jízdenka stála 209 Kč. Jelikož si jízdenky kupoval v automatu, tak získal slevu 3 %, tedy platil 203 Kč. Elektronickou peněženku na čipové kartě dobíjel z účtu a měl tedy nárok na vrácení 3 % z ceny jízdního dokladu, což činilo 6 Kč. Celkové jízdné studenta přišlo při využití služeb Českých drah a.s. na 197 Kč.

Nesmíme ovšem zapomenout na fakt, že arbitráž hledáme nejen v cenách mezi produkty jednoho subjektu, ale v cenách produktů mezi konkurenty. Ve chvíli, kdy se student rozhodoval o alternativních nabídkách, tak měl možnost snížit náklady na dopravu do školy využitím kombinace vlaku Českých drah a.s. z Hradce Králové do Pardubic a poté vlaku společnosti RegioJet a.s., jenže vzhledem ke krátkému působení druhé jmenované společnosti bylo jejich jízdné levnější pouze dočasně. Neuběhl ani měsíc a celková cena jízdného při této kombinaci dopravců se vyšplhala na 232 Kč za cestu do Olomouce a zpět. S ohledem na výši jízdného, které platil student na počátku rozhodování, by tato varianta znamenala arbitrážní ztrátu 2 Kč na jedné jízdě.

Poslední věc, na kterou se nesmí zapomenout, je počáteční investice 1 330 Kč. Již dnes se ale dá prohlásit, že v součtu toto rozhodnutí vykazuje čistý arbitrážní zisk. Částečně to bylo způsobeno i jízdami mimo trasu Hradec Králové – Olomouc, ovšem i tyto výdaje spadají do kategorie doprava, musí se s nimi tedy počítat.

Závěrem nabízíme malé shrnutí. Student na počátku platil 230 Kč za cestu do školy a zpět. Věděl, že ještě dva semestry (cca 1 rok) bude do školy potřebovat jezdit alespoň dvakrát za týden. Zároveň si byl vědom, že ho čekají i cesty mimo školní trasu. Se službou IN50 včetně přidružených možností snížil cenu jedné cesty na 197 Kč. Bez počáteční investice se jednalo o arbitrážní zisk 33 Kč na jednu jízdu. Po sedmi měsících využívání služby IN50 vykazoval čistý arbitrážní zisk, tedy i po odečtení počáteční investice vydělává peníze tím, že neplatí za dopravu víc. Nemluvě o tom, že v rámci služby IN50 má nárok na slevu na paušální program od mobilního operátora, čímž snížil i výdaje v kategorii telekomunikace.

1.3.3 Potřeba vs. spotřeba

Na závěr dovolte malé zamyšlení nad pojmy *potřeba* a *spotřeba*. V dnešní době se všechny subjekty vyvíjející jakoukoliv ekonomickou činnost drží základního cíle – dosahovat maximálního zisku. Část subjektů se zabývá výrobou a prodejem nezbytně nutných produktů (základní potraviny, dopravní prostředky veřejné dopravy, komunikační služby atp.). Tyto subjekty vycházejí z potřeb, které již existují, a pro jejich uspokojení nabízí své produkty, které se spotřebovávají. Co si budeme nalhávat, jiná část ekonomických subjektů používá různé psychologické praktiky k tomu, aby naopak v lidech vyvolali pocit potřeby, který zatím nemají, a následně tak dosáhli spotřeby svých produktů.

Dalším problémem je neustálý souboj kritérií ovlivňujících velikost dosaženého zisku – *kvalita* a *kvantita*. Můžeme mít dva různé výrobce konkrétního produktu, kdy jeden z nich preferuje kvalitní výrobky za pochopitelně vyšší cenu, neboť náklady na kvalitnější materiály jsou vyšší. Druhý preferuje levné a nekvalitní materiály pro výrobu téhož, a dokáže nabídnout tento produkt za výrazně nižší cenu. Těch levnějších se samozřejmě prodá víc, neboť zákazníci v dnešní době hledí hlavně na cenu výrobku.

Jak se ovšem orientovat na trhu? Co udělat abychom nelitovali svých rozhodnutí? Obecné řešení neexistuje. Daly by se ale aplikovat manažerské praktiky. Vždyť každý rodič je v pozici manažera svých potomků a svého partnera. Musí rozhodovat, plánovat, ovlivňovat, řídit, komunikovat atd. Každá rodina si na začátku musí položit otázku, zda penězi plýtvá, anebo je smysluplně utrácí. Pokud je přesvědčena, že peníze utrácí smysluplně, neblíží se k pomyslné hranici mezi kladným a záporným zůstatkem svých financí a nemá tedy potřebu nijak upravovat jejich řízení, pak pro ni může být tato kapitola alespoň inspirací, zda jsou její závěry správné. Ve druhém případě, že si myslí, že peníze „vyhazuje z okna“, nabízíme pár rad, jak nalézt položky, kde se penězi plýtvá.

V první fázi si musí rodina určit priority, do jakých oblastí se investovat musí, pak do kterých by chtěli a nakonec v případě přebytku se mohou rozhodovat, zda si pořizovat ještě něco navíc. Vycházejme přitom z kapitoly 1.2, kdy jsme schopni přesněji určit části rodinného rozpočtu, ke kterým lze přiřadit i váhy pro lepší určení významnosti výdaje. Není například vhodné šetřit na vzdělání, zdravotní péči a nezbytných potravinách a nápojích, ale lze nacházet úspory v dopravě, když volíme alternativní možnosti (viz příklad v kapitole 1.3.2), v bance (nebojíme se přejít k levnější konkurenci), v oblasti komunikací, anebo třeba v zábavě (omezíme chození do baru či hospody).

Ve druhé fázi si rodina na základě znalosti struktury finančních toků přesně určí konkrétní položky, kde se penězi plýtvá. Nyní by následovalo další rozhodování o tom, zda je vhodnější nalézt levnější či efektivnější variantu, anebo tuto položku úplně vyškrtnout. V takovém rozhodování by mohl pomoci *princip jednotkových cen*, který nám nabízí jednoduchý nástroj pro srovnávání variant. Například kupujeme-li snídaňové cereálie, které identifikujeme jako položku, kde se plýtvá penězi, tak zvážíme, zda levnější varianta (nižší cena v Kč přepočtená na 1 g) nám nebude postačovat. Případně se můžeme omezit ve spotřebě snídaňových cereálií. Místo abychom je měli každý den, tak je posnídáme obden a ostatní dny si dáme něco jiného. Toto dobře koresponduje s otázkou potřeby a spotřeby, neboť potravinářské společnosti nám říkají „snídejte naše cereálie každý den". Přitom je ani každý den nechceme, protože se nám brzy omrzí. Obdobně toto funguje u výdajů z jiných kategorií – energie, kosmetika, banka, pojišťovna, zábava atd.

V konečné fázi nesmíme zapomínat na sledování zpětné vazby, neboť nemá smysl hledat úspory za každou cenu. Musíme se neustále ptát sami sebe, a vůbec celé rodiny, zda námi provedená změna a úspora jako její důsledek vedou k viditelnému zlepšení finanční stability, a naopak zda nevede ke zhoršení nálady našich nejbližších. Omezovat se kvůli arbitrážnímu zisku 4 Kč nemá ten správný efekt. Měli bychom si také nastavit nějakou spodní hranici, kdy se opravdu vyplatí vynakládat naše úsilí, čas a nervy. Naše doporučená hranice je úspora ve výši alespoň hodnoty základního nákupu jídla a pití na polovinu dne. V České republice by se jednalo o zhruba 70 až 100 Kč.

Příkladem na závěr bude nalezení úspor v oblasti komunikace. V dnešní době, kdy je v popředí internet, se na této položce dá šetřit pouze výší měsíčního paušálu. Kde se ovšem dá ušetřit, jsou poplatky za televizi a rozhlas, neboť v naší republice po zavedení pozemního digitálního vysílání se nabídka televizních programů výrazně rozšířila. Dnes již nemusíme zbytečně platit za satelity a kabelové televize. Většina z nás ani tak pestrou nabídku programů efektivně nevyužívá. Z několikasetkorunové položky tak můžeme udělat částku do 200 Kč, když se omezíme jen na zhruba deset základních programů. Čas strávený u televizní obrazovky pak můžeme využít k četbě, vaření, anebo jen povídání s našimi nejbližšími. Obdobně by se dalo postupovat u telekomunikačních služeb. Investujeme-li dvě až tři hodiny do zjištění struktury našich plateb za mobilní telefon a hledání vhodnějšího tarifu, můžeme se dostat na ceny řádově o stovky korun nižší. Zde by opět platilo pravidlo, kdy počáteční investice času a úsilí nám může ušetřit daleko více času i peněz v budoucnu.

2 Teorie zásob

Ve druhé kapitole má čtenář získat teoretický základ z těch částí teorie zásob, které budou použity dále v aplikacích na rodinné finance. Seznámí se s konkrétními modely zásob a dozví se, na jakých principech fungují. Bylo by vhodné zmínit, že podle klasifikace modelů, o které se dočte na konci kapitoly 2.1, se budeme zabývat aplikacemi modelů s nákladovou orientací, stochastickou poptávkou, a ukážeme si i případy, kdy do nich zakomponujeme simulační metody.

2.1 Základní pojmy teorie zásob

V první řadě se jedná o *zásobu*. Pod pojmem *zásoba* by si měl čtenář představit nějaké množství produktu, určené v předem známých jednotkách, které je vázáno místně nebo časově tak, že se aktuálně nepoužívá, avšak je v držení majitele. Pro lepší představu uvedeme příklad, na kterém postupně vysvětlíme i ostatní pojmy. Typickou zásobou je zboží ve skladě v prodejně s potravinami. Toto zboží je v majetku prodejny, přestože není aktuálně nabízeno. Je vázáno místně v prodejně a časově tak, že čeká na doplnění do regálu v prodejním prostoru.

Dalším pojmem je *poptávka*, kterou lze definovat jako požadavky na změnu vlastnictví daného produktu za sledované období. Opět na příkladu s prodejnou potravin si můžeme *poptávku* představit jako požadavky na nákup konkrétního zboží. Souvisejícím pojmem s *poptávkou* je *poptávané množství*, které si můžeme představit jako počet požadavků po konkrétním zboží. *Poptávané množství* je v podstatě kvantifikovaná poptávka.

Objednávkou rozumíme požadavek majitele na dodání určitého množství zboží, které přejde do majetku, avšak dočasně umístěného ve skladu. Po nějaké době se vyčerpá všechno zboží (včetně toho ve skladu), a jelikož poptávka po něm stále trvá, tak prodejna chce pokračovat v prodeji. Je plně v kompetenci prodejny potravin, aby kontaktovala dodavatele, že by měla zájem o další dodávku. Toto kontaktování dodavatele nazýváme *objednávka*. Jestli někdo chce namítat, že v dnešní době se dodavatelé ani nemusí kontaktovat, tak vězte, že takové smluvní vztahy jsou rovněž *objednávkou*, ač učiněnou na určitou dobu dopředu. Jedná se o předem dané množství, které se ovšem může pomocí dodatečné úpravy smlouvy měnit.

Náklady jsou specifickou třídou výdajů, které musí majitel vynaložit na činnosti spojené s vlastnictvím produktu. Můžeme je dělit na *skladovací, objednací (pořizovací), náklady spojené s neuspokojením poptávky (nedostatek zásoby).* Nic dnes není úplně zadarmo, a tak i prodejna potravin musí vynaložit finance na pořízení produktu včetně balení, dopravy a dalších důležitých činností spojených s objednávkou. Dále ji něco stojí vlastnit, či mít v pronájmu prostory, kde má svou zásobu uloženu. K tomu můžeme přičíst vedlejší náklady typu elektrická energie na osvětlení a chod mrazicích boxů atp. V neposlední řadě se může stát, že svému odběrateli musí zaplatit smluvní pokutu za nedodání dostatečného množství produktu. Tuto pokutu uvažuje jako další náklad spojený s tou konkrétní zásobou. Lépe se ovšem náklad spojený s nedostatkem zásoby demonstruje na příkladě s restaurací, kde slušná restaurace nabídne v situaci, kdy si host objedná jídlo, avšak se číšník musí vrátit se zprávou, že dané jídlo mu nemohou nabídnout, slevu na dražší jídlo, jakožto projev omluvy za marné čekání a neaktuální jídelní lístek. Tato sleva se v konečném důsledku chová jako náklad.

Lhůtu a *období* lze chápat jako časové intervaly. Nejčastěji se setkáme s použitím v případě *pořizovací lhůty*, což je doba potřebná od zadání objednávky k převzetí dodávky na sklad. Naopak *období* chápeme jako časový interval, po který sledujeme danou zásobu a chování poptávky. Někdy je toto období úzce spojeno s *počtem dodávek*. Od počtu dodávek se pak odvíjí delká dílčího období. Pokud nám budou pečivo dovážet každý den, tak lze logicky odvodit, že se máme zaměřit právě na dílčí období jednoho dne, ovšem naše výpočty se mohou vztahovat ke sledovanému období délky jednoho měsíce. Sice sledujeme poptávku po zásobě v rámci jednoho dne, ale fakturováno je celkové množství za jeden měsíc.

Klasifikace modelů zásob [2]

Modelů zásob existuje celá řada. Vzhledem k jejich počtu nám přijde vhod je nějak rozdělit. Dle jakých kritérií a na jaké modely to ovšem máme udělat? Zde nabízíme čtyři nejpoužívanější kritéria pro jejich klasifikaci.

Použité metody
Často se setkáváme s metodami matematického programování, zejména lineárního, nelineárního, stochastického a dynamického. Dále se využívají simulační postupy a techniky. Setkat se můžeme i s modely využívající Markovovy procesy.

Orientace optimalizace
Zde rozdělujeme modely zásob na tři základní typy – nákladově orientované, modely bez nákladové orientace a smíšené. Cílem *nákladově orientovaných* systémů je volba takové strategie řízení, která zaručuje obvykle minimalizaci funkce celkových skutečných, nebo očekávaných nákladů zásob za určitý časový úsek. Pro tyto potřeby je nutností znalost nákladové funkce, která je zpravidla konvexní a lze ji vyjádřit jako součet dílčích nákladových funkcí. Dílčí nákladové funkce mají přímou návaznost na klasifikaci *nákladů* z kapitoly 2.1.

Jsou situace, kdy taková nákladová funkce nelze explicitně zadat, anebo není vůbec potřeba ji formulovat, neboť chceme dosáhnout jiného cíle. V takovém případě hovoříme o modelech *bez nákladové orientace* a kritériem optimality může být například dosažení minimální výše finančních prostředků vázaných v zásobách. V případě již několikrát zmiňované prodejny potravin se může jednat o kritérium, že chce dosáhnout takového stavu, aby jogurty nekončily vůbec ve skladu, ale aby se rovnou dávaly do chladicích boxů v prodejním prostoru. Nutno zmínit, že takového stavu lze dosáhnout dobrým načasováním zásobování, tedy určením optimálního množství pro objednávku při znalostech pořizovací lhůty a poptávky po jogurtech.

Charakter poptávky
Právě znalost a charakter poptávky jsou velice důležité pro celé řízení zásob. Máme v podstatě tři možnosti, jak můžeme modelovat poptávku. *Deterministická*

[2] Tato část je z větší části převzata z [3, str. 234–236] a [7, str. 105–108]

poptávka je ta, u které známe její explicitní vyjádření. Funkcí poptávky může být lineární funkce, ale i funkce s předpisem polynomu obecně řádu n, či nějaká jiná známá funkce. Záleží pouze na reálné situaci, kterou chceme modelovat.

Další možností pro modelování poptávky je její *stochastická* varianta. Zde neznáme přesný tvar funkce. Poptávku chápeme jako náhodnou veličinu s určitým známým pravděpodobnostním rozdělením. Tato náhodná veličina může být diskrétní i spojitá, to záleží hlavně na tom, jak budeme chápat čas (sledování stavu zásoby).

Třetí variantu, která ovšem není opřena o žádnou teorii, můžeme nazvat jako *expertní*. Takový model vychází hlavně ze zkušeností analytika a z dat z minulých období. Funkci poptávky můžeme buď odhadnout, anebo aproximovat. Nejznámější a zároveň i nejpoužívanější metodou pro aproximaci funkce poptávky je metoda nejmenších čtverců (MNČ), používaná hlavně v oblasti lineárních regresních modelů a v časových řadách.

Režim doplňování zásob

Vytváří-li se zásoba najednou, jde o modely *jednorázově vytvářených zásob*. Při opakovaném vytváření zásoby jde o *modely periodicky doplňovaných zásob*. U modelů cyklicky doplňovaných zásob rozeznáváme podle pravidel, kterými se určuje okamžik objednání zdroje na sklad a výše dodávky, modely s *pevným režimem objednacích termínů* a modely s *volným režimem objednacích termínů*.

Abychom to opět převedli do oblasti rodinných financí, tak se dostáváme k případům, kdy si uživatel může jít vybrat z bankomatu hotovost v podstatě kdykoliv má tu potřebu. Na druhou stranu můžeme uvažovat případy, kdy uživatel čeká na svou mzdu, která je vyplácena k určitému termínu. Vždy bude záležet na požadavcích a poskytnutých informacích ze strany uživatele.

2.2 Deterministické modely zásob

Je-li nějaký model nazýván jako deterministický, znamená to, že předpokládáme úplné nebo částečné určení závislostí či výpočtových vztahů. U *deterministických modelů zásob* předpokládáme znalost funkce poptávky. V literatuře se nejčastěji bere jako lineární. Zásobu čerpáme rovnoměrně. Tento předpoklad je ovšem těžké dodržet při aplikacích v rodinných financích.

2.2.1 Deterministický model bez povoleného přechodného nedostatku zásoby

`(zdroj: teorie převzata z literatury [7, str. 109--112])`

Model budeme dále v textu označovat jako *deterministický model C*, nebo zkráceně *model C*. V tomto modelu předpokládáme, že *spojitá* potřeba či poptávka jsou v čase konstantní, takže čerpání zásob probíhá rovnoměrně. Dalším předpokladem bude návaznost doplnění zásoby právě v okamžiku, kdy je zcela vyčerpána. Pomocí modelu tak chceme určit výši dodávky, při které bude dosahovat funkce celkových nákladů svého minima. Nepřipustíme-li možnost neuspokojení potřeby (nedostatek zásoby), uvažují se v kriteriální funkci pouze *skladovací* a *pořizovací* náklady. Nyní si označme:

T	–	délka sledovaného období (nejčastěji $T = 1$ rok),
t	–	délka dílčího období ($t < T$),
Q	–	celková potřeba za období T,
q	–	konstantní velikost dodávky,
c_1	–	skladovací náklady jedné jednotky zásob za období T,
c_2	–	fixní pořizovací náklady jedné dodávky.

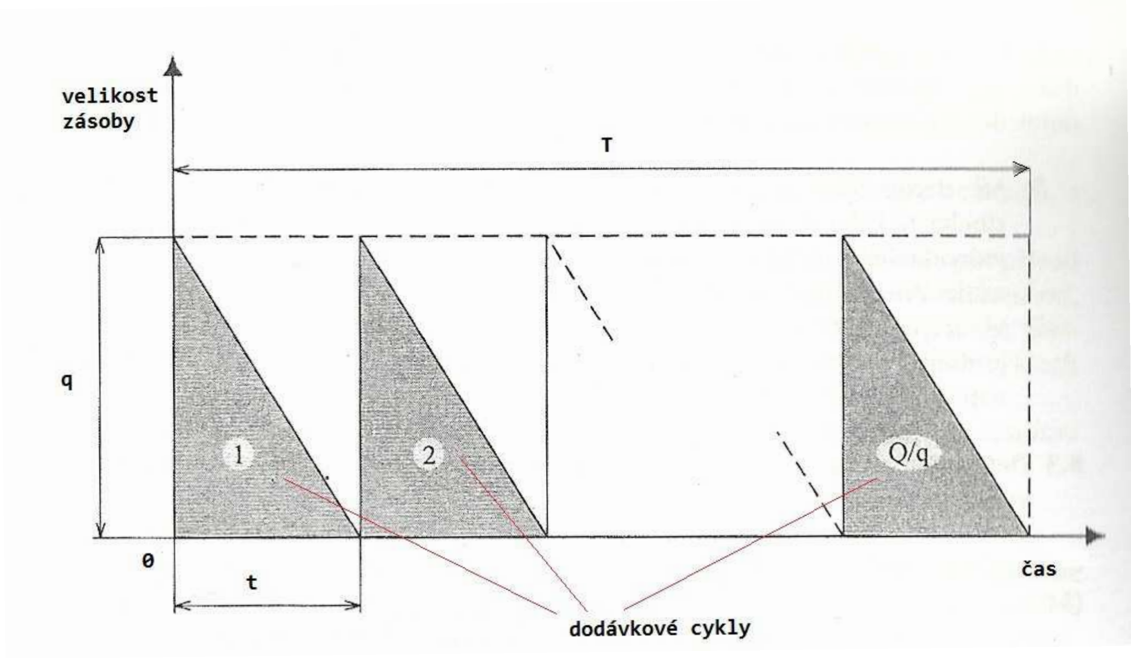
Pro názornost si ukažme na **Obrázku 1** chování tohoto modelu .

Základním vztahem, který se použije při odvození vzorce pro optimální výši dodávky, je rovnost počtu dodávek a počtu období (za každé jedno období t se objedná právě jednou dodávka o velikosti q) vyjádřená:

$$\frac{Q}{q} = \frac{T}{t}, \qquad \text{tedy platí} \quad t = \frac{q}{Q}T \ . \tag{2.1}$$

Dále je potřeba říct, že funkce poptávky je v tomto konkrétním modelu lineární a má tvar

$$D(x) = -\frac{q}{t}x + q \ .$$



Obrázek 1: Deterministický model C (zdroj: [7, str. 110])

Celkové náklady za dobu T vzhledem k opakujícím se období pak budou ve tvaru

$$N(q) = \frac{Q}{q}\left(c_1 \int_0^t D(x)dx + c_2\right) ,$$

a po úpravách, a dosazení za t

$$N(q) = c_1 \frac{q}{2} T + c_2 \frac{Q}{q} .$$

Analyticky získáme optimální velikost q_0 tak, že derivujeme nákladovou funkci podle proměnné q, a položíme první derivaci rovnu nule.

$$\frac{dN}{dq} = \frac{c_1}{2} T - \frac{c_2 Q}{q^2} = 0 \tag{2.2}$$

Řešením rovnice (2.2) stanovíme optimální velikost dodávky pro $q_0 > 0$ ze vztahu

$$q_0 = \sqrt{\frac{2c_2Q}{c_1T}}. \tag{2.3}$$

$$t_0 = \frac{q_0 T}{Q} = \sqrt{\frac{2c_2 T}{c_1 Q}}. \tag{2.4}$$

Další veličiny snadno spočítáme z již známých vztahů pomocí ekvivaletních úprav. Za zmínku stojí situace, kdy není pořizovací lhůta zásoby zanedbatelná. Typicky to může být třeba dovoz zboží z ciziny. Objednávku potom musíme řešit s určitým časovým předstihem, aby byla zajištěna návaznost doplnění zásoby. Pro tyto případy si zavedeme další parametry:

d – předstih objednávky (v jednotkách času),

r – signální úroveň zásob (okamžik objednávky dle počtu jednotek zásoby).

Předstihem objednávky rozumíme takový časový interval, který je zapotřebí k dodání zboží na sklad. Objednáme-li dodávku v čase $(t - d)$, pak nám na sklad dorazí přesně v čase t. Signální úrovní rozumíme takové množství zásoby, na které když nám klesne stav našich zásob ve skladě, tak nám říká, abychom objednali další, čímž se nám opět zaručuje plynulý přechod na vyskladňování nového zboží – na sklad nám dorazí přesně ve chvíli, kdy nám klesne stávající zásoba na nulu. Nakonec si uvedeme, jak optimální signální úroveň r_0 vypočítáme.

$$r_0 = \frac{Qd}{T} - \left\lfloor \frac{d}{t_0} \right\rfloor q_0. \tag{2.5}$$

Deterministické modely v čele s jejich silnými předpoklady se v dnešní době moc nepoužívají. Nicméně stále slouží jako základní kámen, na kterém se v teorii zásob staví. Na výše odvozené vztahy pro optimální hodnoty volně navážeme v další kapitole.

2.3 Stochastické modely zásob

Nyní si uvedeme základní dva modely, u kterých jsme uznali, že by je šlo využít v řízení rodinných financí. V literatuře [7] se zmiňuje autor ještě o třetím modelu, který pracuje s periodicky doplňovanou zásobou. Pro vyjádření chování tohoto systému se využívá Markovových procesů. Sestavování matice přechodů stavů systému je ovšem dosti složité. Podle výsledků z pokusů o aplikaci v rodinných financích se zatím jeví jako nevhodné tento model použít, proto se zde o něm dále nebudeme zmiňovat.

2.3.1 Stochastický model jednorázově vytvářené zásoby

`(zdroj: teorie převzata z literatury [7, str. 131--134])`

Model budeme dále v textu označovat jako *stochastický model A*, nebo zkráceně *model A*. Podstatou optimalizace tohoto systému řízení zásob je určení takové výše počáteční zásoby S_0 (jedná se o jedinou objednávku před čerpáním zásoby), která nám zaručí, že očekávané celkové ztráty budou minimální. Jiná interpretace může být vztažena k celkovým nákladům na provozování daného systému financování činností, což se pro aplikace v rodinných financích hodí více. Z předpokladu pouhých dvou proměnných Q (poptávka po zásobě) a S (velikost počáteční objednávky) mohou v daném systému nastat tyto tři situace:

1. $Q < S$, takže vznikají ztráty ve výši $c_1(S - Q)$,
2. $Q = S$, nevznikají žádné ztráty,
3. $Q > S$, neboli vznikají ztráty ve výši $c_3(Q - S)$.

Známe-li pravděpodobnosti $p(Q)$, ať už ze znalosti empirického, anebo nějakého známého diskrétního rozdělení pravděpodobnosti, pak pro funkci očekávaných celkových nákladů $N(S)$ můžeme psát

$$N(S) = c_1 \cdot \sum_{Q<S} (S - Q)p(Q) + \sum_{Q=S} (S - Q)p(Q) + c_3 \cdot \sum_{Q>S} (Q - S)p(Q) + c_2 \cdot S$$

Pro jednoduchost modelu a snazší odvození optimalizačních vztahů zanedbáme náklady na objednávku c_2, neboť jsou ve většině případů nezávislé na velikosti objednávky S, tudíž jsou konstantní, a lze je připočítat až na závěr.

$$N(S) = c_1 \cdot \sum_{Q \leq S} (S - Q)p(Q) + c_3 \cdot \sum_{Q>S} (Q - S)p(Q) \ . \tag{2.6}$$

Abychom výraz (2.6) nemuseli vyčíslit postupným dosazováním celých čísel za S, stanovíme optimální výši S_0 analyticky jako minimum funkce vyjádřené vztahem (2.6). Vzhledem k průběhu funkce $N(S)$ můžeme předpokládat, že má pouze jediné lokální minimum, tedy platí

$$N(S_0) < N(S_0 + j) \qquad \wedge \qquad N(S_0) < N(S_0 - j) \ , \tag{2.7}$$

kde $j \in \mathbb{R}^+$ značí nejmenší velikost jednotky, o kterou lze snížit nebo zvýšit objednávané množství. Nejčastěji se volí $j = 1$, ale v případě aplikace v rodinných financích víme, že každá měna se dá počítat na nižší jednotky vyjádřené jako desetinná čísla základních jednotek. Například Koruny české (dále jen Kč) mají jako nižší jednotky haléře, přičemž platí 1 h = 0,01 Kč.

Jelikož předpokládáme jediný bod lokálního minima, tak v našem případě můžeme označit hodnoty $S_0 + j$, resp. $S_0 - j$, jako nejbližší sousední hodnoty k optimální hodnotě S_0. Budeme-li mít například $S_0 = 3\,000$ a takové měřítko, že okolní body budou $S_0 + j = 3\,300$, resp. $S_0 - j = 2\,700$, pak $j = 300$, ale při počítání se sumou budeme chápat hodnoty S jako posloupnost $S = \{2\,400, 2\,700, 3\,000, 3\,300, 3\,600, \dots\}$. Díky tomuto předpokladu můžeme dosadit do (2.6) $S_0 + j$, resp. $S_0 - j$. Po úpravách dostáváme

$$N(S_0 + j) = N(S_0) + F(S_0) \cdot (c_1 + c_3)j - c_3 j \ , \tag{2.8}$$

resp.

$$N(S_0 - j) = N(S_0) - F(S_0 - j) \cdot (c_1 + c_3)j + c_3 j \ , \tag{2.9}$$

kde $F(S_0) = p(Q \leq S_0)$ je hodnota distribuční funkce používaného rozdělení pravděpodobnosti. Dosadíme-li (2.8) a (2.9) do nerovnic z (2.7), dostáváme nové nerovnice, ze kterých již bude možné nalézt optimální výši počáteční objednávky. Pro S_0 tedy bude platit, že

$$N(S_0) + F(S_0) \cdot (c_1 + c_3)j - c_3 j - N(S_0) > 0 \ ,$$

a zároveň platí

$$N(S_0) - F(S_0 - j) \cdot (c_1 + c_3)j + c_3 j - N(S_0) > 0 \ .$$

Všimněme si, že $N(S_0)$ se v obou nerovnicích odečtou, čímž dostáváme

$$F(S_0) \cdot (c_1 + c_3)j - c_3 j > 0 \ , \tag{2.10}$$

$$-F(S_0 - j) \cdot (c_1 + c_3)j + c_3 j > 0 \ . \tag{2.11}$$

Přenásobíme-li (2.11) číslem (-1) a přihlédneme-li k nerovnici (2.10), dostáváme podmínku pro nalezené optimální hodnoty S_0

$$F(S_0 - j) < \frac{c_3}{c_1 + c_3} < F(S_0). \tag{2.12}$$

Při aplikacích nám z podmínky dané výrazem (2.12) vyplývá, že získáme číslo, které budeme porovnávat s hodnotami distribuční funkce a zpětně určíme $S_0 \in \mathbb{X}$, kde $\mathbb{X}$ bude množina hodnot, kterých může námi vystavená objednávka nabývat.

Touto interpretací se dostáváme k otázce, zda je možné využít podmínku pro optimální objednávku S_0 i pro případy, kdy náhodná veličina Q bude mít spojité rozdělení pravděpodobnosti. Označíme-li výraz $\dfrac{c_3}{c_1 + c_3}$ jako novou konstantu m, pak dostáváme

$$m < p(Q \leq S_0). \tag{2.13}$$

Označme si výraz $p(Q \leq S_0)$ jako $H(S_0)$, kde H budeme chápat jako distribuční funkci libovolného spojitého rozdělení pravděpodobnosti. V praxi se nejčastěji setkáváme s využitím *normálního rozdělení*, lépe však s jeho normovanou verzí, pro kterou existují tabulky kvantilů a hodnot distribučních funkcí, což nám značně ušetří výpočet. Podmínka optimální objednávky pak vypadá

$$m < H\left(\frac{S_0 - \mu}{\sigma}\right) \ ,$$

spec. pro normované normální rozdělení

$$m < N_{(0,1)}(u_m) \ . \tag{2.14}$$

Poté nalezneme z tabulek hodnot distribuční funkce $N(0, 1)$ tu nejmenší, která bude splňovat podmínku (2.14) a její příslušný kvantil u_m. Abychom získali hodnotu S_0, musíme provést inverzní transformaci

$$S_0 = \mu + u_m \cdot \sigma. \tag{2.15}$$

Dále bychom čtenáře rádi odkázali na kapitolu 3.5.1, kde si ukážeme aplikaci stochastického modelu jednorázově vytvářené zásoby (*model A*) přímo na příkladech.

2.3.2 Stochastický model se spojitou poptávkou

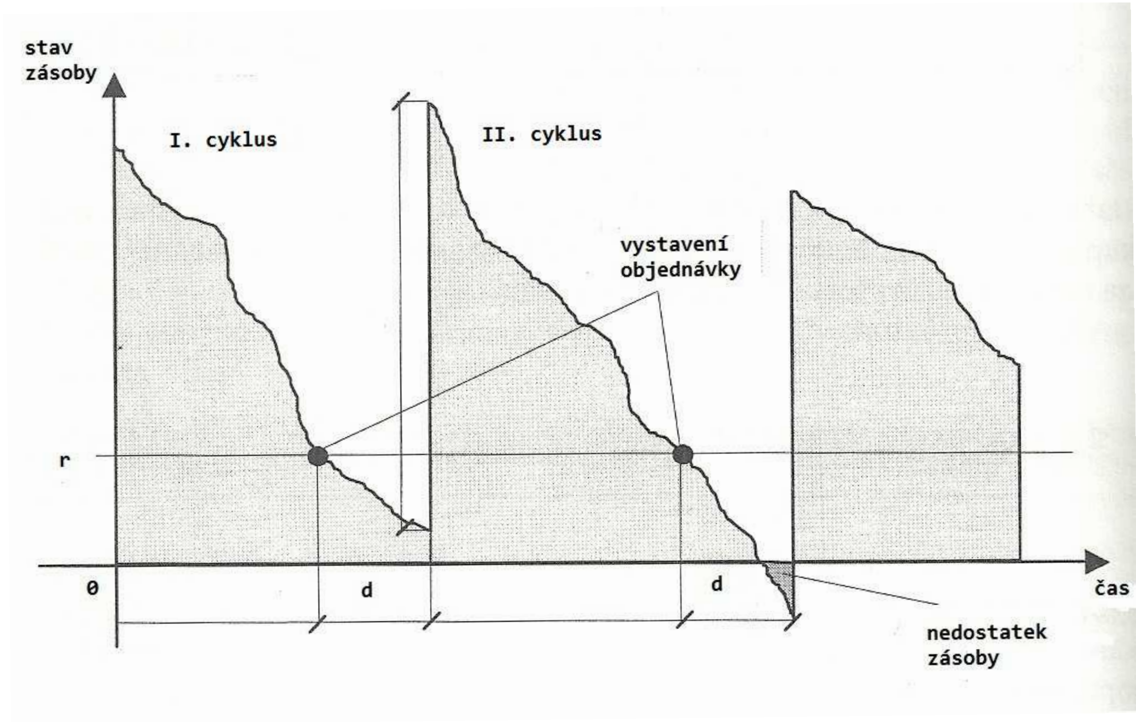
`(zdroj: teorie převzata z literatury [2, str. 228--231])`

Model budeme dále v textu označovat jako *stochastický model B*, nebo zkráceně *model B*. Vycházet budeme z kapitoly 2.2.1, kde jsme se seznámili s *deterministickým modelem C*. Uvažujme stejné předpoklady s hlavním rozdílem – funkci poptávky bereme jako spojitou náhodnou veličinu s určitým pravděpodobnostním rozdělením. Celý systém průběžně sledujeme, jsme schopni si v rozumně velkých časových intervalech říct, kolik máme aktuálně zásoby na skladu. Objednávku budeme vystavovat ve chvíli, kdy nám zásoba klesne na stanovenou mez r, kterou nazveme *bodem znovuobjednávky*. Známe pořizovací lhůtu d, která je pro nás konstantní, tedy nezávislá na čase. Jelikož pořizovací lhůta je zároveň nezanedbatelná a poptávka je náhodná veličina, během dodávkového cyklu nám mohou nastat dvě situace, které máme i znázorněny na **Obrázku 2**.

1. Poptávka během pořizovací lhůty bude nižší než bod znovuobjednávky, čili nevzniká přechodný nedostatek zásoby v dodávkovém cyklu (viz I. cyklus na **Obr. 2**).

2. Poptávka během pořizovací lhůty je vyšší než bod znovuobjednávky a tím vzniká během dodací lhůty přechodný nedostatek (viz II. cyklus na **Obr. 2**).

Funkci poptávky máme jako spojitou náhodnou veličinu. Předpokládejme, že má tato náhodná veličina normální rozdělení, neboť v praxi se s tímto předpokladem setkáváme nejčastěji. Je možné ji tedy blíže určit pomocí číselných charakteristik střední hodnoty μ_Q a rozptylu, resp. směrodatné odchylky σ_Q. Tyto dvě číselné charakteristiky nám vyjadřují průměrnou hodnotu poptávky a její odchylku za celé sledované období (1 rok, 1 měsíc atp.). Dále víme, že má-li



Obrázek 2: Stochastický model B (zdroj: [2])

poptávka normální rozdělení, pak dle tohoto pravděpodobnostního rozdělení se chová i její menší část. Poptávka po zásobě v pořizovací lhůtě d má také normální rozdělení, které lze charakterizovat střední hodnotou $\mu_d = d\mu_Q$ a směrodatnou odchylkou $\sigma_d = d\sigma_Q$.

„*Pro výpočet základních parametrů tohoto stochastického modelu se používají stejné vztahy jako v deterministickém modelu C (viz Kapitola 2.2.1) s tím, že se místo deterministické poptávky Q použije v příslušných vztazích střední hodnota poptávky μ_Q. Podle těchto vztahů lze vypočítat především optimální výši objednávky q_{opt} a délku dodávkového cyklu. Bod znovuobjednávky r_{opt} bude v typickém případě roven střední hodnotě poptávky μ_d.*“ (zdroj: [2, str. 229])

Vrátíme se k oněm dvěma situacím (rozebírali jsme je výše), které mohou nastat, když se zásoba dostane na úroveň bodu znovuobjednávky r_{opt}. Obecně díky předpokladu normálního rozdělení mohou nastat obě situace se stejnou pravděpodobností 0,5. V této souvislosti je možné zavést pojem *úroveň obsluhy*. Bude se jednat o pravděpodobnost, že zásoba bude po konkrétní časový interval postačovat. Necháme-li systém bez jakéhokoliv zásahu, úroveň obsluhy γ tedy bude rovna 0,5, pak to bude znamenat, že s pravděpodobností 0,5 nám bude zásoba stačit, ale zároveň s pravděpodobností 0,5 vznikne přechodný nedostatek. Jinak řečeno průměrně jednou za 2 dodávkové cykly vzniká přechodný nedostatek a s tím spojené ztráty (zvýšení nákladů).

Jelikož v nákladově orientovaných modelech zásob je naším úkolem náklady snižovat, resp. se alespoň přiblížit k jejich minimu, s úrovní obsluhy $\gamma = 0,5$ spokojeni nebudeme. Při úrovni obsluhy $\gamma = 0,95$ se již dostáváme k daleko lepším výsledkům, neboť přechodný nedostatek zásoby vzniká jen průměrně v jednom z dvaceti cyklů.

„*Pokud by chtěl uživatel snížit pravděpodobnost vzniku přechodného nedostatku, tj. zvýšit* úroveň obsluhy*, potom k tomu vede zřejmě jediná cesta – vystavit objednávku v okamžiku, kdy zásoba klesne na úroveň vyšší než r_{opt}. Bod znovuobjednávky, který bude odpovídat stanovené úrovni obsluhy, označíme r_γ. Bude zřejmě platit*

$$r_\gamma = r_{opt} + w,$$

kde hodnota w představuje tzv. pojistnou zásobu. Pojistná zásoba je dodatečná zásoba, která umožňuje krýt převis poptávky v rámci pořizovací lhůty dodávky. V této souvislosti je však dobré uvědomit si, že vyšší pojistná zásoba vede sice k vyšší úrovni obsluhy, ale za cenu vyšších skladovacích nákladů. Střední hodnotu skladovacích a pořizovacích nákladů lze vyčíslit jako

$$\mu_N = \sqrt{2\mu_Q c_1 c_2} + c_1 w.$$

Jsou to tedy náklady vypočtené stejně jako v deterministickém modelu C, zvýšené o skladovací náklady pojistné zásoby.“ (zdroj: [2, str. 229–230])

Nyní nám nastává další úkol, když mimo optimální výši objednávky a délku dodávkového cyklu je třeba určit optimální výši pojistné zásoby. Budeme vycházet z podmínky, že pravděpodobnost, že poptávka během pořizovací lhůty D_Q bude nižší než signální úroveň zásoby navýšená o pojistnou zásobu, bude alespoň námi zvolená *úroveň zásoby*. Jinak řečeno s pravděpodobností rovnou alespoň úrovni obsluhy, se nestane, že bychom vyčerpali veškeré zásoby na skladě. Matematicky lze tuto skutečnost zapsat

$$P(D_Q \leq r_{opt} + w) \geq \gamma \ . \tag{2.16}$$

Pro řešení této úlohy je nutné znát pravděpodobnostní rozdělení poptávky D_Q. Už dříve jsme předpokládali normální rozdělení. Pro řešení praktických příkladů pak lze využít *normované normální rozdělení* $N(0,1)$, pro které existují tabelované hodnoty a jsou mnohdy součástí i nejrůznějších výpočtových softwarů.

Abychom mohli použít normované normální rozdělení, tak si připomeňme standardizaci náhodné veličiny, kterou je třeba provést.

$$z \ = \frac{D_Q - \mu_d}{\sigma_d} = \frac{D_Q - r_{opt}}{\sigma_d} \tag{2.17}$$

Náhodná veličina z již má rozdělení $N(0,1)$. Pro budoucí výpočty můžeme rovnou uvést hodnoty náhodné veličiny z pro nejčastěji používané úrovně obsluhy $\gamma = 0,95$ a $\gamma = 0,99$. Z tabulek kvantilů normovaného normálního rozdělení zjistíme, že $z_{0,95} = 1,645$ a $z_{0,99} = 2,327$. Dosadíme-li příslušnou hodnotu do (2.17), můžeme snadno dopočítat hodnotu poptávky D_Q, neboť

$$D_Q = z_\gamma \sigma_d + r_{opt} \ . \tag{2.18}$$

Bude-li v okamžiku vystavení objednávky na skladu výše zásoby odpovídající D_Q, pak s námi určenou pravděpodobností γ by nemělo dojít k úplnému vyčerpání zásoby dříve, než dorazí na sklad nová objednávka. Pro vytvoření pojistné zásoby tedy platí vztah

$$r_{opt} + w \geq D_Q \ . \tag{2.19}$$

Sloučíme-li vztahy (2.18) a (2.19), pak dostáváme podmínku na vytvoření pojistné zásoby

$$w \geq z_\gamma \sigma_d \ . \tag{2.20}$$

Nyní opouštíme teoretickou část práce, kde jsme si nadefinovali základní pojmy a ukázali základní typy modelů zásob. V následující kapitole všechny zmíněné poznatky budeme aplikovat na oblast rodinných financí a fungování modelů budeme demonstrovat při řešení praktických příkladů.

3 Aplikace modelů zásob v rodinných financích

Abychom jakkoliv mohli modely zásob aplikovat do praxe (jedno v jaké oblasti), vždy je potřeba základní model modifikovat pro danou oblast, kde jej budeme chtít použít. V těch tradičních aplikacích v problematice skladování upravujeme pouze frekvenci sledování zásob a s tím související sledované období. Existuje ale široká řada případů, kdy je třeba modifikovat samotné proměnné a jejich interpretaci. Aplikace v rodinných financích je také jedním z těchto případů, zde musíme čtenářům i uživatelům poskytnout jakousi legendu, co si pod tím či jiným pojmem mají představit.

3.1 Interpretace pojmů teorie zásob v aplikaci na rodinné finance

Jak máme chápat pojmy zmíněné v kapitole 2.1 právě v rodinných financích? Prvně tedy jak budeme brát *zásobu*. Jelikož není závislé na naší vůli, kdy nám přijde naše měsíční mzda na účet (peníze si nelze jen tak objednat jako dovážku piva z pivovaru), tak si zásobu musíme představit trochu jinak. V kapitole 1 jsme provedli podrobnou analýzu, jak chápat peněžní prostředky, jak s nimi nakládat atp. Nyní na tuto kapitolu navážeme a využijeme všechny poznatky pro lepší interpretaci pojmů z teorie zásob.

Představme si situaci, že máme běžný účet, spořicí účet, pak používáme hotovost, ale můžeme držet peněžní prostředky i v jiné formě (podílové fondy, cenné papíry, šperky atd.). Čím pestřejší struktura držených peněžních prostředků, tím složitější bude model. Pro jednodušší vysvětlování všech pojmů z kapitoly 2.1 budeme uvažovat pouze dvě situace – výběr z běžného účtu do podoby hotovosti a bankovní transakce ze spořicího účtu na běžný účet. V obou těchto případech budeme brát *zásobu* jako počet finančních jednotek uložených na běžném, resp. spořicím účtu.

Poptávku po peněžních prostředcích chápejme v našich dvou situacích jako potřebu čerpání zásoby. V první situaci je poptávkou potřeba hotovosti, v té druhé potřeba peněžních prostředků jinde, než na spořicím účtu, který není uzpůsoben k běžným bankovním transakcím. *Poptávané množství* by pak byly částky výběrů hotovosti, resp. bankovních transakcí.

Objednávka a její interpretace je úzce spojena s poptávkou. Objednávku si tedy lze představit jako výběr z bankomatu nebo na přepážce v bance, nebo jako bankovní transakci (převod peněžních prostředků) ze spořicího účtu.

Pořizovací lhůta může mít širší nebo užší pojetí. Pokud budeme potřebovat hotovost, tak si asi většina z nás představí, že prostě zajdeme do bankomatu a vybereme si, tedy otázka pár vteřin, co trvá výběr. Takto to funguje možná ve městech. Jenže třeba obyvatelé z horských a příhraničních obcí takové možnosti nemají. Výběr z bankomatu je pro ně otázka i jednoho týdne, než se dostanou do nejbližšího města. V tomto ohledu bude hodně záležet na uživateli, který poskytne vstupní parametry do modelu. *Pořizovací lhůta* pro bankovní transakci ze spořicího účtu na ten běžný je také variabilní. Na bankovním trhu existují produkty, kdy k běžnému účtu dostanete zároveň i ten spořicí, a jelikož se jedná o převod v rámci té samé banky, tak lze takovou změnu registrovat v řádech vteřin. Na druhou stranu může mít uživatel spořicí účet u jiné banky a taková transakce se řídí dle příslušných zákonů a vyhlášek. Mezibankovní převod v rámci ČR by měl trvat maximálně 2 pracovní dny, mohou nastat ovšem i situace, kdy se převod zdrží. Jedním z důvodů, proč peníze nebudou převedeny, je možný výpadek clearingových centrál, soudní dohled nad finančními transakcemi atp. Záležet bude hlavně na uživateli, jaké vstupní hodnoty dodá do modelu, tedy s jakými lhůtami je ochoten počítat, zda zahrne možné extrémní případy, kdy týdny nepůjde elektrický proud apod.

Dodávky chápeme jako bankovní transakce. Dodávkový cyklus pak bude doba mezi dvěma dodávkami. Jak už jsme napsali v předešlém odstavci, tak se uživatel může dostat k bankomatu jen jednou za týden. Dalo by se říct, že v takovém případě bude dodávkový cyklus pevně daný, stejně jako například pekař přijede do obchodu každé ráno, aby bylo pečivo čerstvé. Zkrátka pokud není jiná možnost, anebo je neefektivní dodávkový cyklus měnit (pekař by jezdil jednou za 3 dny – není zaručena čerstvost každý den), tak se nám z proměnné stává konstanta.

Interpretaci pojmu *náklady* jsme si schválně nechali až na konec, neboť přímo závisí na interpretaci všech ostatních. *Skladovací náklady* budeme uvažovat jako ztrátu, ušlý zisk nebo ušlé úroky. Nejblíže k realitě budeme, když tuto položku nazveme *úroky obětované příležitosti*. Ve chvíli, kdy provádíme transakci ze spořicího účtu na ten běžný, tak se dostáváme do situace, že se razantně sníží úroková míra (na běžném účtu je běžně úroková míra dvěstěkrát menší), tedy i samotný úrok. Je možné prohlásit, že tyto náklady jsou nenulové. Nulové *úroky obětované příležitosti* jsou pouze ve dvou případech – peníze se nepřesunují na běžný účet nebo na běžném účtu je stejná úroková míra jako na spořicím. Oba tyto případy by se řešily změnou přístupu k vytváření modelu. V prvním případě se jedná o situaci, kdy je i poptávka nulová, s čímž pracují pouze stochastické modely zásob. O těchto modelech a jejich aplikacích v rodinných financích se čtenář dočte postupně v kapitolách 2.3 a 3.5. Nad druhým případem si potom musíme položit otázku, jak jinak interpretovat skladovací náklady, když peněžní prostředky zůstávají stále na běžném účtu. Je zřejmé, že by se takový případ musel řešit jiným přístupem k modelování skladovacích nákladů – zahrnutí bankovních poplatků, sledování trhu bankovních produktů a zjištění, zda v jiných bankách nenabízejí vyšší úroky (návrat zpět k pojmu *úroky obětované příležitosti*). Pak bychom mohli skladovací náklady brát z hlediska *arbitrážní ztráty*.

Pořizovací náklady si lze představit jako bankovní poplatky spojené s konkrétní bankovní transakcí. Někdo může namítat, že má běžný účet bez poplatků za transakce a za vedení a další operace. Potom se bude jednat o jeden z extrémních případů, kdy náklady na pořízení budou nulové a je potřeba si dávat pozor, zda je vhodné ten či onen model použít. Některé se totiž potýkají s problémem, že pokud máme příliš mnoho konstantních parametrů, tak přicházíme o možnost řízení, neboť nám vypadávají důležité proměnné.

A nakonec *náklady za využití možnosti přechodného nedostatku zásoby* si v oblasti rodinných, ale vlastně i podnikových financí představí každý z nás jako úrok a poplatky z poskytnutého povoleného přečerpání účtu, celkové náklady za poskytnutou půjčku či úvěr, zkrátka nešvar dnešní doby – *náklady spojené se vzniklým dluhem*. Ideální situací by bylo, kdybychom si vůbec nepůjčovali a kdybychom si pořizovali pouze to, na co máme našetřené peněžní prostředky. Ovšem to by se společnost nevyvíjela tak rychle, nebylo by možné riskovat objevy nových technologií a mohli bychom pokračovat dál a dál. Sami asi uznáte, že, bohužel, dluhy jsou věc potřebná. Podstatou dluhu je totiž využití volných prostředků ve chvíli a na místě, kde je to efektivní. Pokud si půjčíme na přístroj, která nám pomůže ušetřit jiné náklady a dokonce ve vyšší míře, tak se jedná o efektivní využití. Pokud si ovšem lidé půjčují peníze na neužitečné věci a dostávají se do situace, že jsou schopni splácet pouze úroky a poplatky, a dluh přitom nejsou schopni splácet vůbec, tak je to neefektivní využití. Otázkou efektivnosti by se spíše než modely zásob měla zabývat kombinace finanční matematiky a tzv. selského rozumu.

3.2 Zamyšlení nad náklady

Když jsme si před chvíli napsali, jak interpretovat parametr náklady při aplikaci modelů zásob v rodinných financích, tak jsme zmínili, že jednou z možností interpretace skladovacích nákladů může být *úrok obětovaný příležitosti*. Pojďme si tuto situaci rozebrat detailněji. Chceme-li počítat úroky např. na spořicím účtu, tak nesmíme zapomenout zmínit výši úrokové sazby, přes jaká období se s touto sazbou počítá (např. p. a. je roční), jaký typ úročení používáme, jak často se připisují úroky a nakonec musíme zohlednit i daně z úroku.

Vrátíme-li se do kapitoly 2.2.1, tak zde se definují náklady na skladování zásoby. Tyto náklady bereme často jako jednotkové. Celkový objem zásoby na skladě za dílčí období se pak odvíjí od funkce poptávky $D(x)$. Matematicky objem zásoby za období o délce t při známé funkci poptávky $D(x)$, kde x je okamžik sledování množství zásoby, vyjádříme jako

$$\int_0^t D(x)dx \ .$$

Jelikož jsou náklady na skladování c_1 brány jako jednotkové, tak celkové náklady na skladování se spočítají pouhým vynásobením

$$c_1 \cdot \int_0^t D(x)dx \ .$$

Lze ovšem tento přístup volit i při interpretaci nákladů jako *úroky (výnosy) obětované příležitosti*?

Bohužel nacházíme několik zádrhelů při aplikacích v oblasti financí. Tím prvním je otázka spojitosti funkce poptávky po peněžních prostředcích, aby vůbec šla integrovat. Jediným případem, kdy bude možné skladovací náklady takto řešit, je využít *spojitého úročení*. Teoreticky tento typ úročení existuje, ale v současné době se na trhu nenachází jediný produkt, který by ho v sobě obsahoval. Nejnižší možná doba pro úročení je denní. Tento typ připisování úroků nabízí pouze jediná banka na trhu v ČR. Nicméně si ukažme, jak by se daly náklady počítat při existenci produktu se spojitým úročením. Pokud bychom vycházeli ze základního modelu (*deterministický model C*), pak při dodávce o velikosti q bychom za dobu t na účtu se spojitým úročením a roční úrokovou mírou i přišli o úroky vyjádřené jako

$$\left(\mathrm{e}^{i \cdot \frac{t}{360}} - 1\right) \cdot \int_0^t D(x)dx. \tag{3.1}$$

Příklad 3.1. ***Úroky při spojitém úročení jako náklad***
Zákazník místo toho, aby nechal svých 5 000 Kč zhodnocovat na spořicím účtu celý měsíc, tak je raději věnuje své manželce. Má však podmínku, že je manželka musí spotřebovávat rovnoměrně, aby jí vystačily na celý měsíc. Jaký bude náklad na tento dar v podobě úroků obětovaných příležitosti?

`Řešení:`
Jelikož má zákazník účet bez poplatku za domácí platby, tak náklad $c_2 = 0$ Kč. Úroková míra na zákazníkově spořicím účtu je $i = 2$ % p. a. a délka období $t = 30$ dní. Celková částka Q bude v tomto případě rovna velikosti dodávky $q = 5\,000$ Kč, neboť bereme pouze jednu dodávku. Celkový úrok za 1 měsíc potom spočítáme

pouhým dosazením do vzorce (3.1), tedy

$$U = \left(e^{i \cdot \frac{t}{360}} - 1\right) \cdot \int_0^{\frac{t}{360}} \left(-\frac{q}{\frac{t}{360}}x + q\right)dx = \left(e^{0{,}02 \cdot \frac{30}{360}} - 1\right) \cdot \frac{5\,000}{2}\frac{30}{360} = 0{,}35\,\text{Kč}.$$

Na příkladu 3.1 jsme si ukázali, jak bychom počítali *úroky obětované příležitosti* při spojitém úročení. Ovšem jak modelovat případ, kdy máme složené úročení s minimálně denním připisováním úroků? S ohledem na původní myšlenku modelů zásob, která spočívala v provozních aplikacích, tedy řízení zásob v období nejvýše 1 roku (kalendářního nebo fiskálního), budeme uvažovat T nejvýše 1 rok, čili 360 dní (dle standardu *30E/360*). Abychom nemuseli tak složitě počítat úroky při složeném úročení, resp. smíšeném, tak si celý případ převedeme na jednoduché úročení. K takovému převodu využijeme níže uvedenou *aproximaci* (3.3), která bude vycházet ze vztahu (viz např. literatura [11]) úrokovacích faktorů

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = 1 + i_e\ .$$

Proměnná m nám značí počet úrokovacích období (nejčastěji $m = 12$ pro měsíční), $i^{(m)}$ nominální roční úrokovou míru při složeném úročení s frekvencí připisování úroků m-krát za rok. Z toho si pak lze vyjádřit roční efektivní úrokovou míru i_e, kterou budeme používat dále ve výpočtech, jako

$$i_e = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1\ . \tag{3.2}$$

Vztah (3.2) budeme využívat pro případy, kdy budeme znát pouze nominální úrokovou míru při určitém typu úročení, abychom si tu efektivní dopočítali.

Následně naše aproximace bude spočívat v předpokladu, že úrokovací faktor jednoduchého úročení s roční efektivní úrokovou mírou i_e bude přibližně stejný jako úrokovací faktor složeného úročení s roční nominální úrokovou mírou $i^{(m)}$ a frekvencí úročení m. Pro případy, kdy nebude úrokovací faktor obsahovat celočíselný počet úrokovacích období, využijeme smíšeného úročení. Úrokovací faktor pro model smíšeného úročení kapitálu vyjádříme jako

$$\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{n_m}(1+n_z\cdot i_e)\ ,$$

kde n_m je celočíselný počet úrokovacích období, n_z je zbytek do celkové doby splatnosti, a pro celkovou dobu platí $n = n_m + n_z$.

Aproximaci si rovnou zapíšeme vztaženou k počtu dní (dle standardu *30E/360*), což nám reprezentuje výraz $\frac{d}{360}$.

$$1+\frac{d}{360}i_e \approx \left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{\left\lfloor\frac{d}{360}m\right\rfloor}\cdot\left[1+\left(\frac{\frac{d}{360}m-\left\lfloor\frac{d}{360}m\right\rfloor}{m}\right)i_e\right] \tag{3.3}$$

Vzhledem k aplikacím v rodinných financích, kde částky počátečních kapitálů K_0, ze kterých budeme chtít počítat úroky, nejsou tak vysoké, a dále s přihlédnutím na výši ročních nominálních úrokových měr u produktů nabízených v ČR, které nepřesahují 3 % p. a., si tuto aproximaci můžeme dovolit.

Například si vezměme roční efektivní úrokovou míru $i_e = 3$ %. K ní příslušnou nominální úrokovou mírou při měsíčním úročení ($m = 12$) bude $i^{(12)} = 2,959524$ % p. a. Dále si vezměme dobu $d = 225$ dní, tedy uvažujeme aproximaci za dobu více než půl roku. Úrokovací faktory budou pro efektivní úrokovou míru $1,01875$, pro nominální s měsíčním úročením $1,018664$.

Absolutní chyba takové aproximace v tomto konkrétním případě je 0,000086, což znamená, že až při částkách těsně nad 12000 Kč by se nám teprve projevila chyba okolo 1 Kč. Lze prohlásit, že si můžeme aproximaci dle vztahu (3.3) při aplikacích v rodinných financích dovolit.

S efektivní úrokovou mírou a jednoduchým úročením lze již snadno definovat nákladovou funkci, resp. součet nákladů na bankovní transakci a úrokové ztráty. Takovou funkci budeme chápat jako součet nákladů spojených s transakcí (výběr z bankomatu, bankovní převod, další vedlejší náklady) a úhrnu *úroků obětovaných příležitosti*. Jak již bylo několikrát zmiňováno, kdybychom peníze nechali úročit na některém z dostupných bankovních produktů, tak bychom vydělali určitou částku. Ale my jsme se rozhodli peníze použít na jistou finanční aktivitu, čímž jsme se o částku v podobě úroků připravili. Úkolem aplikace modelů zásob je tuto ztrátu co nejvíce snížit, přijít o co nejméně peněz ve formě úroků díky vhodné struktuře plateb. Nákladovou funkci v pojetí, jaké jsme si v tomto odstavci popsali, zapíšeme

$$N(t) = \frac{T}{t}c_2 + q\frac{i}{360} \cdot \frac{T}{t}t + q\frac{i}{360} \cdot \left(\frac{T}{t} - 1\right)t + \cdots + q\frac{i}{360} \cdot 2t + q\frac{i}{360} \cdot t \ , \quad (3.4)$$

kde výrazy z rovnice (3.4) znamenají:

$\frac{T}{t}c_2$	...	celkové náklady na bankovní transakce,
$\frac{i}{360}$	...	denní efektivní úroková míra (při standardu *30E/360*)
$q\frac{i}{360}t$	...	ztráta v podobě ušlého úroku za období délky t dní a při roční efektivní úrokové míře i,
$\left(\frac{T}{t} - j\right)$	...	počet období, přes která vzniká úroková ztráta (pro $j = \{1, 2, \ldots, \frac{T}{t} - 1\}$).

Jelikož předpokládáme, že dílčí období t i počet transakcí $\frac{T}{t}$ jsou celočíselné, pak lze spočítat celkové ušlé úroky jakou součet prvních n členů aritmetické posloupnosti, čímž získáme funkci ve tvaru

$$N(t) = \frac{T}{t}c_2 + q\frac{i}{360}t \cdot \left[\frac{T}{2t}\left(1 + \frac{T}{t}\right)\right] \ .$$

Zároveň již z kapitoly 2.2.1 známe základní předpoklad *deterministického modelu C* (vztah (2.1)), díky kterému můžeme psát, že

$$q = \frac{Q}{T}t \ ,$$

který také rovnou dosadíme. Pak dostáváme vyjádření nákladové funkce

$$N(t) = \frac{T}{t}c_2 + \left[\frac{Qit}{2 \cdot 360} \cdot \left(1 + \frac{T}{t}\right)\right] \ . \quad (3.5)$$

V nákladově orientovaných modelech máme snahu volit takovou délku cyklu, abychom měli co nejnižší náklady, resp. ztrátu. Ani v tomto případě tomu nebude jinak, akorát s tím rozdílem, že nyní nemůžeme chápat funkci $N(t)$ jako spojitou, ale diskrétní. Lokální minimum nelze hledat pomocí derivací. Můžeme ovšem nalézt minimální ztrátu za použití heuristického postupu. Využijeme software (v našem případě MS Excel 2007 SP2), pomocí něhož si spočítáme všechna možná řešení pro $t = \{1, 2, \ldots, T\}$. Soubor, který můžete pro tyto účely využít, naleznete v **Příloze J**.

Aby závěr problematiky pojetí nákladů v této diplomové práci byl jasnější, uvedeme si příklad, jak budeme dále náklady interpretovat.

Příklad 3.2. ***Interpretace nákladů***
Hodnota sponzorského daru pro sportovní klub na 1 rok je 20 000 Kč. Náklady na bankovní transakci převodu jsou 5 Kč za 1 převod. Peníze bychom místo příspěvků mohli nechat na spořicím účtu s roční efektivní úrokovou mírou 2 %. Kolik a jak často budeme postupně přispívat na sportovní klub, abychom co nejméně ztratili?

`Komentář:`
Toto je příklad na aplikaci *deterministického modelu C*. Vyskytují se nám zde náklady na pořízení finanční částky v podobě poplatku za transakci $c_2 = 5$ Kč. Dále zde máme vyjádřeno, že pokud bychom žádný sponzorský dar nedávali, tak bychom za rok vydělali 2 % z částky 20 000 Kč, tedy úrok ve výši 400 Kč. Jaká bude struktura plateb (jak často a kolik zaplatíme) naleznete v kapitole 3.4, kde si celý příklad dopočítáme.

3.3 Data vs. simulace

Dříve než se pustíme do aplikací stochastických modelů zásob, pojďme si povědět něco o simulacích. Z kapitoly 2.3 už víme, že stochastické modely pracují se znalostí rozdělení pravděpodobnosti a jeho číselnými charakteristikami. V praxi se hojně využívá *normované normální rozdělení*, které se transformuje z obecného *normálního rozdělení*. Pro normální rozdělené se jeho číselné charakteristiky (střední hodnota a rozptyl) určují většinou z nasbíraných dat. V těchto případech se traduje tvrzení, že čím větší datový soubor, tím kvalitnější výpočet. V oblasti rodinných financí by velký datový soubor znamenal dlouhodobý pohled do minulosti. A tím se dostáváme k otázkám: Je vhodné sledovat historické ceny, příjmy, výdaje a další hodnoty? Nebudou tato data nekvalitní díky ovlivňujícím faktorům? Co všechno se promítá do cen výrobků, zboží, služeb? Dají se mezi sebou srovnávat? Mohli bychom pokračovat dál a dál v kladení otázek, ale asi bychom nenacházeli uspokojivé odpovědi.

3.3.1 Faktory ovlivňující model

Ne vždy je vhodné sbírat a analyzovat historická data. V reálném světě existuje mnoho faktorů, které působí z vnějšku na situaci, kterou jsme se rozhodli modelovat. Aby měl model dostatečnou kvalitu, musíme tyto faktory umět popsat. V případě matematických modelů, kde za proměnné dosazujeme čísla, musíme umět ovlivňující faktory vyčíslit. Často se využívají nejrůznější koeficienty či indexy. Ty nám sdělí relativní změnu, která nastane postupem času. Například když nám každý rok vzrostou náklady na vytápění o 20 %, pak lze identifikovat koeficient změny jako

$$NNV = (1 + 0,2)^t \cdot n_p$$

kde NNV budeme chápat jako současné náklady na vytápění, n_p budou náklady na vytápění z minulosti, ke kterým budeme vztahovat ty současné, a t bude počet roků od námi brané základní hodnoty nákladů na vytápění. Pro tento případ by byl indexem výraz v závorce (index $= 1,2$), o který se změní každý rok základní náklady n_p.

Každé vyčíslení určitého koeficientu nebo indexu s sebou nese jistá negativa, která nalezneme při různých pohledech na problematiku modelování. Budeme-li se na model dívat z pohledu nákladů, co nás ono vylepšování bude stát, tak se nám může kvalitnější model hodně prodražit. Musíme brát v potaz jen třeba čas analytika, který stráví tím, že bude ovlivňující faktor identifikovat. Dále něco stráví i nad samotným výpočtem a zakomponováním do modelu. V neposlední řadě se musí nasbírat potřebný počet dat – měřením, hledáním hodnot, dotazováním. Každá z těchto tří zmíněných činností stojí nějaké peníze. Ve výsledku se nám tyto náklady ani nemusí vyplatit, neboť nám statistika napoví, že např. s 95% pravděpodobností nelze zamítnout, že ten konkrétní ovlivňující faktor není významný a tudíž jej lze z modelu vyřadit, aniž by tím kvalita modelu výrazně klesla.

V problematice rodinných financí je ovšem těchto ovlivňujících faktorů ohromné množství. Vezměme si třeba první kategorii z **Tabulky 1**. Řekněme, že sbíráme každý měsíc po dobu pěti let data – ceny různých druhů potravin, které nakupujeme. Vzniká nám dostatečně velký datový soubor (počet měření je 60 pro každý výrobek zvlášť). Tato data budou tvořit ekvidistantní časovou řadu pro každý výrobek. Dále s ní můžeme pracovat s dekompozičním přístupem – využít různé metody pro analýzu časové řady a v konečném důsledku i předpovědět na další měsíc, jaká bude cena výrobku. Pro zjednodušení bychom mohli pracovat i se součtem cen výrobků, pak bychom vytvořili prognózu pro celou kategorii. Tento postup je ovšem časově náročný, žádá si neustálý dohled analytika, neboť se přepočítávají nasbíraná data a tím se může rodině i prodražit, pokud nebudou mít mezi sebou matematika.

V předešlém odstavci jsme si popsali, jak se dá pracovat s daty, kterými chceme podložit naše výpočty v modelu. Dokážeme z těchto dat i sestrojit předpověď. Co když se ale stane, že rodina pojede na dovolenou do zahraničí, kde budou všechny výrobky z první kategorie (viz **Tabulka 1**) dražší? Museli by tento fakt oznámit analytikovi a ten by musel své výpočty předělat ve smyslu přepočtu indexem cen potravin sestrojeným pro konkrétní zemi. A dovedete si reálně představit, že pro stabilitu svých rodinných financí budete volat týden před odletem svému známému analytikovi, že potřebujete nutně přepočet? Neexistuje snadnější přístup, jak dospět ke kvalitním odhadům výdajů na příští měsíc? Nedokážeme jednodušeji modelovat, jak se bude chovat poptávka po peněžních prostředcích s ohledem na kategorie rodinného rozpočtu? Naším návrhem, jak se vypořádat s problémem sběru a zpracování historických dat v oblasti rodinných financí, je použití simulačních metod, ze kterých si namodelujeme chování poptávky a další náhodné veličiny.

3.3.2 Simulovaná data

Hledali jsme nástroj, který by nám dokázal efektivně – primárně s ohledem na strávený čas a investované finance – predikovat chování poptávky pro další sledované období. Inspirovali jsme se hlavně poznatky z knihy prof. Grose *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování* (literatura [4]) a z odborného článku dr. Kuncové *Možnosti využití kvantitativních metod a simulací při řízení zásob v dodavatelských řetězcích* (literatura [1]). Průnikem těchto dvou pramenů jsou modely zásob a simulace. Modely zásob nalezneme již v názvu práce a simulační metody jsou klíčovým faktorem pro aplikace modelů zásob v rodinných financích. V předchozí podkapitole jsme zmínili jeden z mnoha případů, kdy není vhodné vycházet z dostupných nasbíraných dat, neboť by bylo třeba je transformovat vzhledem k času i místu. Musela by se přepočítávat přes časovou hodnotu peněz, index spotřebitelských cen a například i přes měnový kurz. Jednoznačně vzniká prostor pro chybu – numerickou, stochastickou, ale i chybu v předpokladech. Námi navrhované řešení daného problému s historickými daty jsou právě simulace.

Aby byl model „šitý na míru“ uživateli, pak bychom měli i zahrnout jeho názory či odhady. Proto využijeme simulační metody Monte Carlo. Tato metoda se používá v situacích, kdy známe rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých faktorů, které ovlivňují výslednou hledanou hodnotu. Dále známe funkční závislost mezi faktory, a tedy i způsob výpočtu hledané hodnoty. Nakonec nám chybí jen hodnoty oněch faktorů, abychom se do výpočtu hledané hodnoty mohli s chutí pustit.

Simulace využijeme, pokud tyto hodnoty nemáme. Můžeme si je buď přímo nějakým generátorem pseudonáhodných čísel vygenerovat, anebo můžeme využít kombinaci generátoru pseudonáhodných čísel s *metodou inverzní transformace.* Důležitým předpokladem využití druhé možnosti je existence inverzní funkce k distribuční funkci onoho známého rozdělení pravděpodobnosti ovlivňujícího faktoru.

3.3.3 Simulace v rodinných financích

S ohledem na výše zmíněné poznatky v kapitole 3.3 si názorně ukážeme, jak bychom mohli simulovat chybějící nebo nekvalitní data při aplikacích v rodinných financích. Uvedeme si i názorný příklad, jehož součástí bude v **Příloze A** zdrojový kód algoritmu pro jeho vyřešení a v **Příloze D** protokol jeho řešení. V textu bude uveden pouze komentovaný postup výpočtu.

Námětem pro použití počítačové simulace bylo studium odborné literatury, zejména publikace prof. Grose (viz [4]), prof. Zmeškala (viz [10]), a nakonec i článku dr. Kuncové (viz [1]). V posledním zmíněném se můžeme dočíst o použití simulací Monte Carlo se vstupem v podobě obecného trojúhelníkové rozdělení. S ohledem na limitní věty, zejména na *Centrální limitní větu*, lze při dostatečném množství pokusů (simulací) předpokládat normální rozdělení výsledné náhodné veličiny. Jak si ukážeme i na příkladech, tak dostatečné množství pokusů je pro $n = 100\,000$. Výsledkem tohoto postupu jsou číselné charakteristiky (např. střední hodnota a směrodatná odchylka), které můžeme opět použít pro další simulaci, kdy budeme přímo generovat hodnoty normálního rozdělení se známými parametry střední hodnoty a rozptylu. Pro praktické využití má tento postup „dvojí simulace“ smysl pouze pokud si chceme vyzkoušet, jak by se nám naše příjmy či výdaje mohly chovat. Z hlediska modelů zásob nám postačí zjištění číselných charakteristik, se kterými budeme dál počítat dle postupů uvedených v kapitole 2.3.

Použití trojúhelníkového rozdělení pravděpodobnosti nám přijde vhodné i vzhledem k interpretaci jeho významných bodů. Uživateli modelů, které zahrnují i simulace, zadáme jednoduchý úkol, a sice odhadnout interval, ve kterém se podle nich daná kategorie výdaje, příjmu či jiná skupina veličin bude pohybovat, a k tomu zvolit ještě jednu hodnotu – tu nejpravděpodobnější. Například se uživatele zeptáme, jak odhaduje, že se bude pohybovat jeho výdaj za dopravu. On nám odpoví, že od 1 500 Kč (nejoptimističtější), když bude celý měsíc rodina jezdit veřejnou dopravou, do 4 500 Kč (nejpesimističtější), pokud bude on i manželka jezdit autem a děti veřejnou dopravou. Ale navíc dodá ještě, že očekává výdaje za dopravu ve výši 2 600 Kč, neboť dojíždění automobilem co nejvíc omezí.

Tyto hodnoty nalezneme níže i jako jeden z odhadů v komplexním příkladě na simulace.

Při aplikaci simulační metody Monte Carlo se budeme držet následujícího scénáře:

0. volba vhodného softwaru,

1. určení funkce hustoty, distribuční a k ní inverzní funkce pro obecné trojúhelníkové rozdělení pravděpodobnosti,

2. určení významných hodnot a, b, c obecného trojúhelníkového rozdělení pravděpodobnosti,

3. generování pseudonáhodných čísel jako hodnot distribuční funkce,

4. metoda inverzní transformace – získání datového souboru hodnot náh.veličiny,

5. zjištění číselných charakteristik našeho datového souboru,

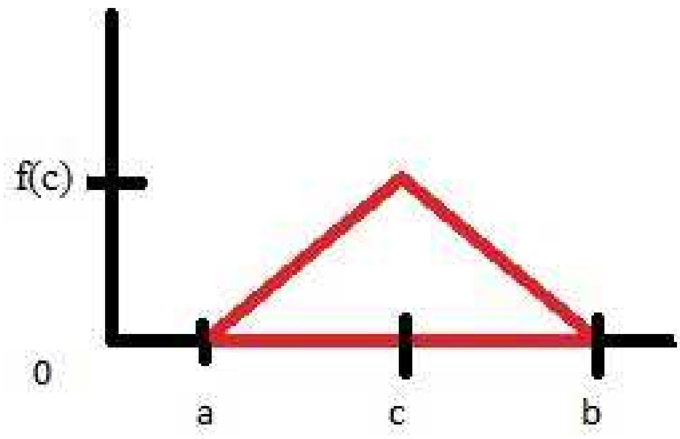
6. dosazení číselných charakteristik do výpočtu s využitím modelů zásob.

V nulté fázi si zvolíme vhodný software, ve kterém simulace budeme provádět. S ohledem na možnosti studenta vysoké školy máme k dispozici například software Microsoft Excel ve verzi 2007 SP2, anebo na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci je možnost pracovat v softwaru Matlab ve verzi R2010b.

Dalším krokem je určení funkce hustoty, distribuční funkce a k ní inverzní funkce, aby bylo možné provést inverzní transformaci hodnot distribuční funkce. Z **Obrázku 3** si všimneme, že toto rozdělení má dvě hlavní části funkce hustoty – levou a pravou.

Předpisy pro jednotlivé časti jsou

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}, \qquad \text{pro } a \leq x \leq c \\ f(x) &= \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)}, \qquad \text{pro } c < x \leq b. \end{aligned} \tag{3.6}$$



Obrázek 3: Graf funkce hustoty obecného trojúhelníkového rozdělení

Ze znalosti vztahu funkce hustoty a distribuční funkce

$$F(x) = \frac{\mathrm{d}(f(x))}{\mathrm{d}x}$$

odvodíme předpis distribuční funkce obecného trojúhelníkového rozdělení. Ta má tvar

$$\begin{aligned} F(x) = r &= \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, \qquad \text{pro } a \leq x \leq c \\ F(x) = r &= 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}, \qquad \text{pro } c < x \leq b. \end{aligned} \tag{3.7}$$

Inverzní funkce k distribuční funkci potom bude

$$\begin{aligned} F^{-1}(r) = x &= a + \sqrt{r(b-a)(c-a)}, \qquad \text{pro } r \leq \frac{c-a}{b-a} \\ F^{-1}(r) = x &= b - \sqrt{(1-r)(b-a)(b-c)}, \qquad \text{pro } r > \frac{c-a}{b-a}. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Významné hodnoty troúhelníkového rozdělení už necháme určit uživatele modelu. Ten odhadne interval, v jakém se bude daná veličina pohybovat a navíc ještě odhadne nejpravděpodobnější hodnotu, které může dosáhnout. Generování pseudonáhodných čísel, která jsou podle prof. Grose (viz [4, str. 384]) pro praktické aplikace postačující, již provedeme ve zvoleném softwaru. Pro naše potřeby budeme generovat čísla z rovnoměrného rozdělení z intervalu (0;1) a tato vygenerovaná čísla poté budeme brát jako hodnoty distribuční funkce.

V dalším kroku provedeme přepočet metodou inverzní transformace dle vzorců (3.8), čímž získáme zpět interpretovatelné hodnoty veličiny, kterou modelujeme. V našem případě se bude jednat například o kategorii výdajů. S těmito hodnotami již lze dále počítat, proto není problém je dosazovat do vzorců závislostí, pokud se jedná o nějaké dílčí výpočty, například pokud se jedná o pouhou složku celkových výdajů. Pokud se s nimi již dále počítat nebude, tak lze zjišťovat číselné charakteristiky těchto simulovaných hodnot. V případě, že dále předpokládáme práci s normálním rozdělením, pak zjistíme střední hodnotu, směrodatnou odchylku a rozptyl, variační koeficient, minimum, maximum atd.

Posledním krokem pro práci se stochastickými modely zásob obohacenými o simulace Monte Carlo bude výpočet optimálních hodnot dle příslušných odvozených vztahů, přičemž pro výpočty využijeme střední hodnotu a směrodatnou odchylku získanou z celého simulačního procesu. Tím se celý výpočet a aplikovaný simulační proces uzavírá. Celý postup si nyní ukážeme na příkladě.

Příklad 3.3. ***Simulované měsíční výdaje***

Pomocí simulace Monte Carlo určete, kolik bude mít rodina v úhrnu měsíční výdaje v kategoriích týkajících se nejnutnějších výdajů. Konkrétně nás zajímají následující kategorie { 1, 3, 4, 5, 8, 10, 14, 16 }. Od členů rodiny jsou známy pro každou kategorii odhady pro trojúhelníkové rozdělení (nejoptimističtější a, nejpravděpodobnější c a nejpesimističtější b), které naleznete v tabulce níže (viz 2. fáze). Pro jednoduchost zanedbáme časovou strukturu příjmů i výdajů.

`Řešení`

Postupovat budeme dle výše zmíněného scénáře. Simulace vzhledem k počtu simulovaných čísel provedeme v softwaru Matlab. Celý algoritmus je dostupný v **Příloze A**. Grafy a vypočítané číselné charakteristiky pak naleznete v protokolu řešení příkladu 3.3 v **Příloze D**.

V první fázi jsme si vzali předpisy funkce hustoty, distribuční funkce a funkce inverzní k distribuční funkci postupně ze vztahů (3.6), (3.7) a (3.8). Za významné hodnoty trojúhelníkového rozdělení vezmeme

# kategorie	nejoptimističtější a	nejpravděpodobnější c	nejpesimističtější b
1	2300	2850	4000
3	900	1200	2790
4	6700	8000	11200
5	850	1100	1450
8	60	400	1200
10	500	2000	3200
14	350	400	500
16	0	200	2000

Dále jsme spustili algoritmus pro generování 100 000 hodnot pro každou kategorii zvlášť. Vygenerovaná čísla jsme vzali jako hodnoty distribuční funkce a poté jsme z nich metodou inverzní transformace získali 100 000 konkrétních hodnot výdajů v každé kategorii. K sobě příslušné hodnoty (stejný řádek matice *hodn*) jsme sečetli a tím jsme získali postupně 100 000 hodnot měsíčních výdajů. Z tohoto datového souboru jsme spočítali několik číselných charakteristik a zobrazili jsme si pro lepší představu o výsledných hodnotách histogram a graf empirické distribuční funkce (vše v **Příloze D**). Pokud bychom chtěli dále aplikovat stochastické modely zásob, tak pro nás budou důležité dvě číselné charakteristiky, které bychom dosazovali jako parametry námi předpokládaného normálního rozdělení. Střední hodnota měsíčních výdajů $\mu_V = 18\,053{,}54$ Kč a směrodatná odchylka $\sigma_V = 1\,334$ Kč.

Další využití počítačových simulacích si předvedeme v následujících podkapitolách přímo na příkladech, kde k řešení využijeme stochastické modely zásob. Předtím, než se pustíme do řešení příkladů, tak je potřeba si popsat problém, ke kterému dojdeme třeba v příkladu 3.8. Zde budeme chtít simulovat pouze jedinou náhodnou veličinu – *potřebu hotovosti*. V tomto případě ale nepůjde využít *Lindenbergovu-Lévyovu* centrální limitní větu, která je základním předpokladem naší aproximace původních náhodných veličin s trojúhelníkovým rozdělením normálním rozdělením.

Pro tyto případy doporučujeme udělat malou fintu, když původní náhodnou veličinu rozdělíme na součet několika dílčích. V případě náhodné veličiny X s trojúhelníkovým rozdělením s parametry a, b, c jí rozdělíme na n dílčích stejně rozdělených náhodných veličin X_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ s trojúhelníkovým rozdělením s parametry $\frac{a}{n}, \frac{b}{n}, \frac{c}{n}$. Pak bude platit pro dostatečně velké n zmíněná *Lindenbergova-Lévyova* centrální limitní věta. Původní náhodnou veličinu X nahradíme náhodnou veličinou S_n, která již bude mít normální rozdělení.

3.4 Aplikace deterministických modelů

Ač jsme naznačili, že pro aplikace v rodinných financích nejsou deterministické modely příliš vhodné, tak si ukážeme, kdy bychom jej využít přeci jen mohli. U aplikace *deterministického modelu C* navážeme na příklad 3.2, který jsme si uvedli na ukázku v předchozí kapitole *Zamyšlení nad náklady.* Tento příklad si nyní vyřešíme do konce.

Jen stručně připomeneme, že se jednalo o situaci, kdy sponzor chce darovat 20 000 Kč sportovnímu klubu. Ví, že by peníze sportovní klub čerpal rovnoměrně, a tak se snaží najít optimální výši jednoho příspěvku a s tím související počet příspěvků, aby peníze dokázal ještě částečně zúročit.

`Řešení příkladu 3.2`

Ze zadání známe tyto hodnoty:

$$Q = 20\,000 \text{ Kč};\ T = 360 \text{ dnů};\ i = 0,02\ ;\ c_2 = 5 \text{ Kč}.$$

Dle vztahu (3.5) z kapitoly 3.2

$$N(t) = \frac{T}{t}c_2 + \left[\frac{Qit}{2 \cdot 360} \cdot \left(1 + \frac{T}{t}\right)\right] .$$

vypočítáme hodnotu celkových nákladů pro konkrétní t. Dle souboru z **Přílohy J** si spočítáme nejnižší možnou hodnotu celkových nákladů při dodržení předpokladů z kapitoly 3.2 a k ní příslušné hodnoty optimální velikosti pravidelného příspěvku q_0 a optimální délku dodávkového cyklu t_0. Pro shrnutí si zde tyto hodnoty vypíšeme:

minimální výše nákladů	$N(t_0)$	$=$	263,33 Kč
optimální velikost příspěvku	q_0	$=$	3333,34 Kč
optimální délka období	t_0	$=$	60 dní
počet příspěvků	$\frac{T}{t_0}$	$=$	6 .

Tento příklad měl sloužit pouze jako ukázka, jaká musí být zhruba konstrukce problému v oblasti rodinných financí, aby k jeho řešení bylo možné využít deterministické modely zásob. Nyní ovšem přejděme k aplikacím stochastických modelů, které nám dávají širší pole působnosti pro jejich aplikace.

3.5 Aplikace stochastických modelů

V kapitole 2.3 jsme uvedli dva typy stochastických modelů. Aplikovat na rodinné finance bez větších potíží, s pouhou změnou přístupu k proměnným, můžeme oba dva – jak model A, tak model B. V literatuře [7, str. 134–137] naleznete ještě jeden ze stochastických modelů, který využívá Markovovy procesy. Zmiňujeme se o něm hlavně proto, že se běžně vyučuje na českých univerzitách, a čtenáři se s ním mohou setkat v pracích jiných kolegů. Jeho aplikace v řízení rodinných financí ovšem není moc efektivní. Uživatel by strávil mnoho času, než by dokázal ve spolupráci s analytikem sestavit přechodovou matici, kterou by vlastně popsal celý systém pohybu jeho peněžních prostředků. Dost možná by ani nebylo možné tuto matici sestavit s ohledem na dynamický vývoj na finančních trzích i na trzích s ostatními výrobky a službami. Stručně řečeno nezvládneme začít řídit něco, co se nám vyvíjí rychleji, než to jsme schopni analyzovat a popsat.

3.5.1 Aplikace stochastického modelu A

V kapitole 2.3 jsme popsali stochastický model jednorázově vytvářené zásoby. Nyní bude naším úkolem ukázat na příkladu jednu z možných aplikací. Při aplikaci ale bude nutné lehce upravit interpretaci proměnných. Nové proměnné budeme chápat následovně:

Tabulka 2: Empirické rozdělení pravděpodobností poptávky po kapesném

S	Q	$p(Q)$	$F(S) = p(Q \leq S)$
3500	3500	0,012	0,012
4000	4000	0,046	0,058
4500	4500	0,088	0,146
5000	5000	0,24	0,386
5500	5500	0,31	0,696
6000	6000	0,16	0,856
6500	6500	0,073	0,929
7000	7000	0,03	0,959
7500	7500	0,023	0,982
8000	8000	0,011	0,993
8500	8500	0,007	1

Q ... potřeba finančních prostředků ve sledovaném období (náhodná veličina)
$p(Q)$ ... pravděpodobnost potřeby finančních prostředků Q
S ... částka poskytnutých finančních prostředků pro sledované období (nenáhodná proměnná)
c_1 ... náklady ve formě obětovaných úroků ze zůstatku na spořicím účtu
c_3 ... náklady ve formě úroků z povoleného přečerpání účtu (kontokorent)
S_0 ... optimální částka poskytnutá pro sledované období

Příklad 3.4. ***Studentovo kapesné***

Rodiče se rozhodli svému synovi, který studuje na vysoké škole, změnit výši měsíčního kapesného. Požádali ho, aby jim ukázal, za co všechno v minulosti utrácel a kolik. Z těchto poskytnutých dat byli schopni sestavit empirické rozdělení pravděpodobnosti potřeby kapesného jejich syna. Toto rozdělení naleznete v ***Tabulce 2****. Úkolem je určit optimální výši kapesného, aby byly náklady na poskytnutí této částky minimální, když rodiče mají možnost financování pouze po 500 Kč v intervalu od 3 500 Kč do 8 500 Kč. Náklady v podobě ušlých úroků jsou v podobě efektivní úrokové míry $c_1 = 3$ % p. a. a náklady spojené s přechodným nedostatkem jsou v podobě efektivní úrokové míry z úvěrového produktu $c_3 = 16$ % p. a.*

Řešení

Příklad tohoto rozsahu by se dal řešit i postupným dosazováním do předpisu funkce očekávaných nákladů. Nakonec toto řešení můžete nalézt v **Příloze E**. Rychlejší ovšem bude zjistit hodnotu $m = \dfrac{c_3}{c_1 + c_3}$, kterou budeme porovnávat s hodnotami empirické distribuční funkce $F(S)$.

$$m = \frac{c_3}{c_1 + c_3} = \frac{0,16}{0,03 + 0,16} = 0,8421 \tag{3.9}$$

Tato hodnota pak musí vyhovovat optimalizačnímu vztahu (2.13)

$$m < p(Q \leq S_0) \ ,$$

neboli

$$0,8421 < p(Q \leq S_0) \ .$$

Podíváme-li se na hodnoty empirické distribuční funkce, pak zjistíme, že námi hledaná optimální výše studentova kapesného S_0 dle předem určených pásem bude *6 000* Kč.

Příklad 3.5. *Studentovo kapesné jinak*

Volně navážeme na příklad 3.4, ovšem s tím rozdílem, že budeme předpokládat spojitou poptávku, která má normální rozdělení, a kapesné již nebude řešeno v pásmech, ale je možné vyplácet s přesností na celé Kč. Rodiče z nasbíraných dat, ze kterého určovali empirické rozdělení pravděpodobnosti, spočítali střední hodnotu $\mu = 5\ 492$ *Kč a směrodatnou odchylku* $\sigma = 839$ *Kč. Hodnoty nákladů zůstávají stejné jako v předchozím příkladě efektivní úroková míra* $c_1 = 3$ *% p. a. a* $c_3 = 16$ *% p. a.*

`Řešení`

Nejprve vypočteme hodnotu m, tedy

$$m = \frac{c_3}{c_1 + c_3} = \frac{0,16}{0,03 + 0,16} = 0,8421 \ .$$

V tabulce hodnot distribuční funkce normovaného normálního rozdělení $N(0,1)$ si vyhledáme první nejmenší hodnotu a příslušný kvantil, který splňuje podmínku (2.14) z kapitoly 2.3

$$m < N_{(0,1)}(u_m) \ .$$

Získáváme kvantil $u_m = 1,0031$ (vypočítaný použitím softwaru MS Excel za použití příkazu *=NORMINV(0,8421 ; 0 ; 1)*) a po inverzní transformaci získáváme i hodnotu optimální výše kapesného

$$S_0 = \mu + u_m \cdot \sigma = 5492 + 1,0031 \cdot 839 = 6334 \text{ Kč.}$$

Nyní si položme otázku, zda je nutné zdlouhavě sbírat data, abychom byli schopni sestavit empirické rozdělení pravděpodobnosti? Jestli se sběrem nejsou spojeny další náklady? A hlavně zda je efektivní třeba dva roky sbírat podrobné údaje o studentových výdajích, abychom se rozhodli, kolik mu poskytneme na příští měsíc. Existuje způsob, který jsme popisovali v kapitole 3.3, kde jsme si ukázali, jak nahradit sběr dat simulacemi. Zároveň bychom se zbavili vnějších vlivů na výdaje a třeba i předešli problémům s nekvalitními daty (směrodatná odchylka by byla moc vysoká apod.).

Příklad 3.6. ***Studentovo kapesné ještě jinak***
Rodiče studentovi nevěřili, kolik v minulých obdobích utratil. Rozhodli se jeho předpokládané výdaje v dalším období nasimulovat a tím nahradit sběr dat. Parametry nákladů zůstávají stále stejné, tedy náklady stále bereme jako příslušné efektivní úrokové míry $c_1 = 3$ % p. a. a $c_3 = 16$ % p. a.

`Řešení`

Postup nalezení optimální hodnoty se nám rozpadne na několik fází. V první fázi je nutné zvolit parametry trojúhelníkového rozdělení pravděpodobnosti. Studentovi rodiče odhadli následující hodnoty

nejoptimističtější výše kapesného (z hlediska rodičů)	a	3 500 Kč
nejpravděpodobnější	c	5 500 Kč
nejpesimističtější výše kapesného (z hlediska rodičů)	b	8 500 Kč.

V další fázi je nutné nasimulovat dostatečný počet hodnot z intervalu od 3 500 Kč do 8 500 Kč v souladu s trojúhelníkovým rozdělením pravděpodobnosti, abychom mohli dále předpokládat, že číselné charakteristiky nasimulovaného datového souboru (výběrový průměr a výběrová směrodatná odchylka) bude možné použít pro výpočet S_0 dle postupu jako v předchozím příkladě 3.5. Počet dílčích náhodných veličin jsme tentokrát zvolili 4.

Z nasimulovaných hodnot (dle algoritmu v **Příloze F**) jsme vypočítali odhady střední hodnoty $\mu_{SIM} = 5\,836$ a směrodatné odchylky $\sigma_{SIM} = 515{,}21$. Ostatní číselné charakteristiky a grafy naleznete v protokolu řešení též v **Příloze F**. Abychom mohli počítat dál tak připomeňme, že $m = 0{,}8421$ a příslušný kvantil normovaného normálního rozdělení u_m splňující optimalizační podmínku (2.14) je roven 1,0031. S těmito všemi hodnotami jsme schopni dopočítat optimální výši kapesného stejně jako v příkladě 3.5.

$$S_0 = \mu_{SIM} + u_m \cdot \sigma_{SIM} = 5\,836 + 1{,}0031 \cdot 515{,}21 = 6353 \text{ Kč}.$$

Shrnutí výsledků

Typ řešení	**Výsledná hodnota S_0**
Empirické rozdělení pravděpodobnosti	6 000 Kč
Předpoklad spojité poptávky s normálním rozdělením	6 334 Kč
Spojitá poptávka s normálním rozdělením a simulace číselných charakteristik	6 353 Kč.

Závěrem se pojďme ohlédnout za všemi třemi postupy, které měly vyřešit stejný problém. V prvním případě hraje jasně roli empirické rozdělení pravděpodobnosti, které si musí každý uživatel sám sestavit, a to není jednoduchá záležitost. Na druhou stranu se nemusí předpokládat použití normálního rozdělení, lze pracovat s diskrétní náhodnou veličinou, která daleko lépe modeluje reálný problém utrácení peněžních prostředků. Ve druhém případě jsme spočítali střední hodnotu a směrodatnou odchylku z empirického rozdělení pravděpodobnosti a rozšířili řešení problému díky našemu předpokladu normality na spojité rozdělení pravděpodobnosti. Ve třetím případě jsme rozšířili naše řešení o předpoklad znalosti rozdělení poptávky po kapesné. Neměli jsme ovšem žádná data, ze kterých bychom byli schopni určit parametry normálního rozdělení, a tak jsme byli nuceni řešit problém s využitím simulací. Tento postup sice nevyžaduje složitý vstup, neboť nám stačí tři odhady, jak se bude poptávka po kapesném chovat, nicméně i použití simulací má svá negativa, která lze zanedbat s ohledem na problémy, které se tímto postupem řeší. Vzhledem k časové náročnosti a v porovnání s ostatními výsledky můžeme prohlásit, že využití simulací je efektivní modifikací *stochastického modelu A*, která nám dáva celkem kvalitní výsledky.

3.5.2 Aplikace stochastického modelu B

V předešlé kapitole jsme si ukázali na příkladě jednu z možných aplikací stochastického modelu zásob. Hlavní myšlenkou bylo, aby se člověk jen minimálně dostal „do mínusu" a snažil se co nejméně ztrácet i v případě, kdy nebude nějaký čas mít finanční prostředky. Ve stochastickém modelu B, kde předpokládáme poptávku jako spojitou náhodnou veličinu, budeme stále uvažovat situaci, že nám nemusí finanční prostředky stačit. Při vhodně zvolené *úrovni obsluhy*, kterou nyní budeme chápat jako pravděpodobnost, že nám peníze po celý dodávkový cyklus vystačí, můžeme situaci přechodného nedostatku zredukovat třeba na 5 %.

Příklad 3.7. *Autopilot na účtu*
Klient banky odjíždí na 3 měsíce do zahraničí. Tam si založí běžný účet, na který si nechá posílat peníze ze svého spořicího účtu v ČR. Poplatek za jeden takový převod je 15 Kč a trvá 2 dny. Pokud by danou částku nechal dál na spořicím účtu, úročila by se nominální úrokovou mírou 2,5 % p.a. a měsíčním úročením. Z minulých zkušeností ví, že potřeba peněz za čtvrt roku, která je náhodnou veličinou, má normální rozdělení se střední hodnotou $\mu_Q = 19\,653$ *Kč a směrodatnou odchylkou* $\sigma_Q = 498$ *Kč.*
Při jaké výši zůstatku na zahraničním účtu se mu mají převést další finance? Kolik si nechá převádět, aby byly celkové náklady na převody minimální? Jak velkou pojistnou zásobu si má vytvořit na zahraničním účtu, aby mu s pravděpodobností 99 % peníze nedošly? Pro jednoduchost zanedbáváme kurzové rozdíly a celý výpočet je veden v částkách v Kč.

`Řešení:`
Postupovat budeme přesně, jak jsme si popsali v kapitole 2.3.2, ovšem nově s přihlédnutím k poznatkům a postupům z kapitoly 3.2. V první řadě si musíme

dopočítat roční efektivní úrokovou míru ze vztahu (3.2).

$$i_e = \left[\left(1 + \frac{0,025}{12}\right)^{12} - 1\right] = 2,5288457 \text{ \% p. a.}$$

Nyní si spočítáme optimální výši převodu, délku dodávkového cyklu a k tomu příslušné náklady na převod. Obě hodnoty jsme spočítali v programu MS Excel a soubor s výpočtem naleznete v **Příloze G**. Ještě je dobré si připomenout, že pro výpočet hodnot nákladové funkce $N(t)$ využijeme aproximace ze vztahu (3.3). Hodnotu ušlého úroku za období t dní bychom vyjádřili jako

$$q\frac{i}{360}t \; .$$

Díky již zmíněné aproximaci si můžeme jednoduše dopočítat hodnotu denní efektivní úrokové míry

$$\frac{i}{360} \approx \frac{i_e}{360} \; .$$

Optimální hodnoty jsme spočítali pro minimální hodnotu funkce $N(t)$ (viz (3.5)) při splnění všech předpokladů, jak jsme si odvodili v kapitole 3.2.

$$q_{opt} = 9826,50 \text{ Kč},$$
$$t_{opt} = 45 \text{ dní}.$$

Dále si spočítáme dle vzorce (2.5) signální úroveň r_{opt}, která nám řekne, kdy máme naplánovat další platbu.

$$r_{opt} = \frac{\mu_Q d}{T} - \left\lfloor \frac{d}{t_0} \right\rfloor q_0 = \frac{19653 \cdot 2}{90} - \left\lfloor \frac{2}{45} \right\rfloor 9826,50 = 436,73 \text{ Kč}$$

Nyní nám už jen zbývá určit výši pojistné zásoby, kterou by si měl klient vytvořit, aby mu na 99 % peníze vystačili. K výpočtu použijeme vztah (2.20)

$$w \geq z_{0,99} \cdot \sigma_d,$$

po dosazení

$$w \geq 2{,}327 \cdot \frac{2}{90} \cdot 498,$$

tedy

$$w \geq 25{,}75 \text{ Kč}.$$

Aplikací stochastického modelu zásob nám vyšlo, že klient by si měl nechat poslat 9826,50 Kč vždy, když mu zůstatek na zahraničním účtu klesne na úroveň 436,73 Kč, k ní přičtenou pojistnou zásobu 25,75 Kč, tedy celkově na úroveň 462,48 Kč.

Příklad 3.8. ***Bankomat na samotě***

V jedné odlehlé vesničce žije rodina, která kromě placení běžných služeb přes účet musí držet i určitou částku v hotovosti – placení veřejné dopravy, nákupy v místní samoobsluze, návštěvy pohostinství, nutná hotovost při výletech atp. Nejbližší bankomat je od nich vzdálen natolik, že každý výběr hotovosti vč. nákladů na případnou dopravu je v průměru vyjde na 25 Kč. Jeden výběr z bankomatu trvá průměrně 1 den. Pokud by nemuseli žádné peníze vybírat, tak by je nechávali ležet na spořicím účtu s roční nominální úrokovou mírou 3,5 % a měsíčním úročením. Tato rodina si ovšem nedělá dostatečně důkladné záznamy o svých výdajích, ví pouze, že spotřeba hotovosti má normální rozdělení. Dále mohou pouze odhadovat, okolo jakých hodnot se v následujícím roce budou jejich hotovostní platby pohybovat. Očekávají, že potřebují hotovost ve výši od 48 000 do 93 500 Kč. Nejpravděpodobnější jim ovšem přijde hodnota 62 000 Kč.
Kolik by měla rodina vybírat z bankomatu a jak často, aby byly celkové náklady na výběry z bankomatu minimální? Při jakém zůstatku hotovosti by měli jít vybrat z bankomatu další? Jakou by měli vytvářet pojistnou zásobu, aby jim hotovost vystačila s 99 % pravděpodobností?

`Řešení:`

Pro zjištění střední hodnoty μ_Q a směrodatné odchylky σ_Q použijeme simulace. Upravíme si algoritmus z **Přílohy A** pro jednu zjišťovanou veličinu, kterou si rozdělíme na 12 dílčích veličin (viz kapitola 3.3.3), a vypočítáme si příslušné číselné charakteristiky (upravený algoritmus naleznete v **Příloze I**). Simulace nám tedy pro další výpočet poskytly hodnoty

$$\mu_Q = 67\,835 \text{ Kč},$$
$$\sigma_Q = 2\,745{,}06 \text{ Kč}.$$

Je dobré si ještě vypsat ostatní hodnoty, které známe

$$d = 1 \text{ den},$$
$$T = 360 \text{ dnů},$$
$$i^{(12)} = 0{,}035,$$
$$c_2 = 25 \text{ Kč}.$$

Nyní budeme postupovat stejně jako v příkladu 3.7, tedy určíme dle (3.3) roční efektivní úrokovou míru i_e.

$$i_e = \left[\left(1 + \frac{0,035}{12}\right)^{12} - 1\right] = 3,5567 \text{ \% p. a.}$$

Opět můžeme pro výpočet hodnot nákladové funkce $N(t)$ aproximovat denní efektivní úrokovou míru pomocí roční i_e

$$\frac{i}{360} \approx \frac{i_e}{360}\ .$$

Spočítáme optimální výši výběru a časový interval mezi výběry (výpočet naleznete v souboru v **Příloze H**).

$$q_{opt} = 8\,479{,}38 \text{ Kč},$$
$$t_{opt} = 45 \text{ dnů}.$$

Spočítáme i signální úroveň dle (2.5), kdy bychom měli jít opět vybrat hotovost

$$r_{opt} = \frac{\mu_Q d}{T} - \left\lfloor \frac{d}{t_0} \right\rfloor q_0 = \frac{67\,835 \cdot 1}{360} - \left\lfloor \frac{1}{60} \right\rfloor 8479,38 = 188 \text{ Kč}.$$

A nakonec zjistíme výši pojistné zásoby dle (2.20), neboli kolik hotovosti si máme držet, aby nám na 99 % vystačila.

$$w \geq 2{,}327 \cdot \frac{1}{360} \cdot 2\,745{,}06,$$

tedy

$$w \geq 18 \text{ Kč}.$$

Výsledky výpočtů říkají, že optimální výše výběrů z bankomatu je 8479,38 Kč. Těchto výběrů provedeme za celý rok 8, tedy každých 45 dnů (dle standardu *30E/360*). K bankomatu bychom měli vyrazit ve chvíli, kdy nám zbývá v hotovosti 188 Kč, a k tomu budeme mít pojistnou zásobu 18 Kč.

Těmito výsledky se může uživatel pouze inspirovat v dalším rozhodování, neboť musíme brát v úvahu i dispozice bankomatů, které jsou v současné době schopny zpracovávat pouze bankovky. V ČR se tedy jedná o výběry, které jsou násobky alespoň 100. Tímto příkladem jsme chtěli čtenářům ukázat, že rodinné finance se ne vždy dají řídit hlediskem optimálních nákladů, ale do modelu by se musely zakomponovat i omezující podmínky, čímž se dostáváme do oblasti podmíněné optimalizace, která je jistou nadstavbou modelů zásob.

Závěr

V první kapitole jsme si popsali několik principů a zásad, které sám autor v rozhodování o svých osobních i rodinných financích používá. Vzhledem k faktu, že jejich dodržováním se stav jeho financí výrazně zlepšil, dá se s klidem hovořit, že vedou k finanční stabilitě. Přitom stačilo málo – nalézt v jednotlivých kategoriích úspory v podobě zbytečných výdajů a pořídit si několik nových služeb, které také vedou k úsporám.

Druhá kapitola byla ryze teoretická, neboť jsme si museli před modifikacemi a aplikacemi modelů zásob povědět, co to vůbec modely zásob jsou a jak fungují. Než jsme se do aplikací modifikovaných modelů mohli pustit, tak jsme ještě ze začátku třetí kapitoly museli vyřešit několik problémů, hlavně s interpretací některých proměnných, resp. parametrů modelu. Zde by bylo dobré vyzdvihnout podkapitolu 3.2, kde byl navržen vlastní analyticko-heuristický postup řešení hledání optimální výše dodávek a dodávkových cyklů. Pro tyto potřeby byla zároveň použita vlastní aproximace, která slouží pro převod typu úročení ze složeného na jednoduché. Všechny zádrhele byly vyřešeny a my mohli přikročit k další fázi – modifikaci zahrnutím simulací do stochastických modelů zásob.

Vrcholem celého snažení byla demonstrace aplikací modifikovaných modelů na konkrétních problémech. Pro řešení příkladů jsme využívali software MS Excel 2007 SP2 a Matlab R2010b. Veškeré dílčí výpočty a jejich postupy (zejm. algoritmy) v použitém softwaru jsou k diplomové práci přiloženy.

Závěrem bychom ale rádi konstatovali, že jednoduchost, na které jsou modely zásob postaveny, není vždy vhodná. Systém rodinných financí je velice složitý. Aplikovat modely zásob lze pouze na dílčí a značně konkrétní situace, jakými jsou třeba problémy zmíněné v příkladech. Rozhodně nelze čekat, že modifikované modely zásob budou někdy považovány za komplexní nástroj pro řízení rodinných financí. Své místo si ovšem, jak jsme demonstrovali na příkladech, v sofistikovanějším systému řízení rodinných financí naleznou.

Literatura

[1] KUNCOVÁ, M.: *Možnosti využití kvantitativních metod a simulací při řízení zásob v dodavatelských řetězcích*, Časopis STATISTIKA číslo 4 ročník 2006, dostupné na *http://panda.hyperlink.cz/cestapdf/pdf06c4/kuncova.pdf* [citováno 20.6.2012]

[2] JABLONSKÝ, J.: *Operační výzkum*, 2.vydání, Professional Publishing, Praha 2007

[3] HUŠEK, R., MAŇAS, M.: *Matematické modely v ekonomii*, 1.vydání, SNTL, Praha 1989

[4] GROS, I.: *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*, 1.vydání, Grada, Praha 2003

[5] *Inventory Theory* [online], dostupné z: *http://www.me.utexas.edu/ jensen/ORMM/ supplements/units/inventory/inventory.pdf* [citováno 20.6.2012]

[6] *Zákon 315/2004 Sb., o rodině*[online], dostupné z: *http://www.mpsv.cz/files/clanky/7262/Zakon_o_rodine.pdf* [citováno 12.9.2012]

[7] KOŘENÁŘ, V.: *Stochastické procesy*, 2. přepracované vydání, Nakladatelství Oeconomica, Praha, 2010

[8] CENDELÍN, J., KINDLER, E.: *Modelování a simulace*, 1.vydání, ZČU Plzeň, Plzeň 1994

[9] VIRIUS, M.: *Aplikace matematické statistiky – Metoda Monte Carlo*, 3.vydání, Vydavatelství ČVUT, Praha 1999

[10] ZMEŠKAL, Z. a kolektiv: *Finanční modely*, 2.vydání, Ekopress, Praha 2004

[11] CIPRA, T.: *Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou*, 2.vydání, Ekopress, Praha 2005

Seznam příloh

Veškeré přílohy čtenáři naleznou na přiloženém CD, které je součástí diplomové práce.

Příloha A ... Algoritmus vytvořený pro řešení příkladu 3.3 v softwaru Matlab R2010b pro simulace měsíčních výdajů při volbě konkrétních kategorií.

Příloha B ... Soubor prezentací z konference *Jak správně finančně vzdělávat dospělé.*

Příloha C ... Podmínky žákovského jízdného a zákaznických slev u dopravce České dráhy a.s.

Příloha D ... Protokol řešení příkladu 3.3.

Příloha E ... Řešení příkladu 3.4 v MS Excel.

Příloha F ... Řešení příkladu 3.6 (algoritmus + čís. charakteristiky + grafy).

Příloha G ... Soubor s výpočtem optimálních hodnot pro příklad 3.7.

Příloha H ... Soubor s výpočtem optimálních hodnot pro příklad 3.8.

Příloha I ... Řešení příkladu 3.8 (algoritmus + čís. charakteristiky + grafy).

Příloha J ... Soubor určený pro výpočty celkových nákladů dle kapitoly 3.2.

Příloha K ... videa s popisem fungování služby *AUTOPILOT* a s komplexním popisem *myMONEY* od ZUNO BANK AG, organizační složka.