Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství

Bakalářská práce

Optimalizace dopravních tras pro přepravu osob

Andrea Neumarová

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Provozně ekonomická fakulta

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Andrea Neumarová

Provoz a ekonomika

Název práce

Optimalizace dopravních tras pro přepravu osob

Název anglicky

Optimization of Routes for Public Transport

Cíle práce

Cílem této Bakalářské práce je řešení a optimalizace dopravních tras konkrétní firmy s českým kapitálem ze segmentu SME zajištující na základě dohod se smluvními malými cestovními agenturami přepravu osob mezi letištěm Václava Havla a vybranými hotely v Praze (a zpětné svozy na letiště při ukončení pobytu) a následně organizující pro agentury dopravu z těchto hotelů do výletních destinací v ČR v rámci fakultativních jednodenních výletů (lázně, zámky apod.).

Metodika

V první teoretické části práce bude popsána obecná problematika a východiska, přehled a charakteristika použitelných metod a principy. V druhé praktické části bude analýza současného stavu, zhodnocení efektivnosti dosavadního řešení z historických dat, aplikace vybraných metod na téže sadě dat, srovnání výsledků, zhodnocení vhodnosti metod a návrh dalšího řešení.

Doporučený rozsah práce

30-40 stran

Klíčová slova

Optimalizace, Okružní dopravní problém, Trasa, Dopravní logistika

---

Doporučené zdroje informací

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. KATEDRA OPERAČNÍ A SYSTÉMOVÉ ANALÝZY, – ŠUBRT, T. *Ekonomicko matematické metody II : aplikace a cvičení.* Praha: ČZU PEF Praha ve vydavatelství Credit, 2001. ISBN 80-213-0721-8.

FÁBRY, J. *Matematické modelování.* Praha: Professional Publishing, 2011. ISBN 978-80-7431-066-9.

HAVLÍČEK, J. – ZÍSKAL, J. – ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. PROVOZNĚ EKONOMICKÁ FAKULTA. *Ekonomicko matematické metody I : studijní texty pro distanční studium.* Praha: ČZU PEF Praha ve vydavatelství Credit, 2001. ISBN 978-80-213-0761-2.

Předběžný termín obhajoby

2015/16 LS – PEF

Vedoucí práce

RNDr. Petr Kučera, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 18. 11. 2015	Elektronicky schváleno dne 18. 11. 2015
doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.	**Ing. Martin Pelikán, Ph.D.**
Vedoucí katedry	Děkan

V Praze dne 16. 02. 2016

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Optimalizace dopravních tras pro přepravu osob" jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autorka uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušila autorská práva třetích osob.

V Praze dne 14. března 2016 ____________________________

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala panu RNDr. Petru Kučerovi, Ph.D. a Ing. Janovi Bartoškovi, Ph.D. za odborné vedení a cenné rady, jež mi pomohly při zpracování bakalářské práce.

Velké poděkování patří i mé rodině, blízkým přátelům, kolegům a nadřízeným, zejména Ing. Ondřejovi Sůvovi, kteří mě během celého studia podporovali a povzbuzovali k jeho dokončení.

Optimalizace dopravních tras pro přepravu osob

Souhrn

Bakalářská práce „Optimalizace dopravních tras pro přepravu osob“ pojednává zejména o problematice okružního dopravního problému a jeho optimalizace u konkrétní firmy zajišťující přepravu osob. Autorka pro účely výzkumu zvolila trasu mezi Letištěm Václava Havla a pražskými hotely Andel's Hotel Prague, Art Deco Imperial Hotel, EA Hotel Jasmín, Hotel Fortuna Rhea, InterContinental Prague, Orea Hotel Pyramida Praha, Panorama hotel Prague. Cílem práce je nalézt ekonomicky optimální trasu mezi letištěm a jednotlivými hotely.

Teoretická část je věnována zejména distribučním úlohám a metodám, jejichž aplikací později dochází k optimalizaci řešené trasy.

V praktické části jsou charakterizovány a následně zkoumány cesty (uzly) mezi letištěm a hotely, nejprve pomocí modifikované metody nejbližšího souseda, následně Vogelovou aproximační metodou a na závěr metodou výhodnostních čísel. Po provedených analýzách jsou zhodnoceny zjištěné výsledky a vzneseny návrhy na ekonomičtější uspořádání přepravních tras.

Klíčová slova: operační výzkum, okružní dopravní problém, optimalizace, trasa, dopravní logistika, distribuční úlohy, aproximační metody.

Optimization of Routes for Public Transport

Summary

This bachelor thesis „Optimization of Routes for Travel Agencies“ deals mainly with traveling agency problem and its optimization for a specific travel agency. For the purposes of this research, the author has chosen routes from Václav Haver International Airport to several hotels from Prag area - Andel's Hotel Prague, Art Deco Imperial Hotel, EA Hotel Jasmín, Hotel Fortuna Rhea, InterContinental Prague, Orea Hotel Pyramida Praha, Panorama hotel Prague. The main object is to examine which of the selected tours are economically optimized (by costs).

The theoretical chapter is focused to the distribution tasks as well as methods, whose application leads to the optimization of the routes.

The practical chapter includes the modificated nearest neighbor method, and the Vogel approximation method. To illustrate the application of heuristic methods the calculation is carried out by savings method, too. In conclusion, the obtained results are evaluated and suggestions made for a more economic solutions of the routes examined

Keywords: operation research, traveling salesman problem, optimization, route, city logistics, distribution problems, approximation methods.

Obsah

Seznam obrázků

Seznam tabulek

1 Úvod

V každodenním životě se setkáváme s okružními dopravními problémy. Jedná se například o rozvoz materiálu, zboží nebo zásilek od jednoho dodavatele k mnoha odběratelům nebo od mnoha dodavatelů k jednomu odběrateli. Mezi řešené okružní dopravní problémy lze také zahrnout přepravu osob, např. trasy městské hromadné dopravy, trasy meziměstských spojů, zájezdy cestovních kanceláří nebo přepravu turistů mezi jednotlivými hotely a letištěm.

V současné době existuje mnoho typů okružních úloh. Nejvíce řešeným typem těchto úloh je jednookruhový okružní dopravní problém, často nazývaný problémem obchodního cestujícího. Přeprava mezi všemi plánovanými místy je realizována jedním okruhem. Tato úloha je vyjádřena požadavkem najít pro danou množinu obsluhovaných míst co nejkratší okružní cestu, která povede do každého města právě jednou a nakonec se vrátí zpět do místa centrálního. Úloha přitom nemusí být omezena pouze na města, lze s ní řešit i další podobné situace, ve kterých se hledá trasa v uzavřeném okruhu. Může mít užitek nejen pro poštovního doručovatele či obchodního zástupce, kteří chtějí bez zbytečných oklik obejít své zákazníky, ale i v průmyslové výrobě, např. pro robota, u něhož je potřeba minimalizovat dobu, kterou potřebuje k přesunům mezi jednotlivými stroji, aby nedocházelo ke zbytečnému zdržování výrobního procesu.

Z hlediska výpočetní složitosti se problém obchodního cestujícího řadí do třídy NP-těžkých úloh, pro jehož řešení zatím neexistuje lepší postup, než exponenciální algoritmus. Pokud chceme znát optimální řešení, musíme vyzkoušet všechny možnosti jednotlivých míst okružní cesty. Pro řešení NP-úplných problémů v reálném čase se používají nejrůznější heuristiky a aproximační metody, které nenajdou nejlepší, ale jen přibližné řešení. Tento výsledek je však považován za ekonomické optimum. Při řešení konkrétních okružních dopravních problémů je někdy těžké rozhodnout, která z široké palety metod by měla poskytnout nejlepší řešení.

Ve své práci se budu snažit najít ekonomické optimum, tj. co nejkratší okružní cestu s co nejnižší spotřebou pohonných hmot.

Tato práce přináší empirické srovnání tří vybraných heuristik, které dávají v úloze obchodního cestujícího přibližné výsledky s optimálním řešením.

V první části práce popisuji teoretickou charakteristiku problémů obchodního cestujícího (ekonomický a matematický model úlohy). Jsou tu zmíněny také modifikace úlohy a možnosti řešení okružních dopravních problémů. Druhá část je věnována heuristickým metodám, pomocí kterých lze problém řešit v reálnem čase.

Metod pro řešení jednookruhového dopravního problému je mnoho. Vybrala jsem tedy jen některé a podrobně jsem popsala heuristiky, které jsem při svém testování použila. Jedná se o metodu nejbližšího souseda, Vogelovu aproximační metodu a metodu výhodnostních čísel. Těžiště mé práce je v druhé části obsahující výpočetní algoritmy použitých metod.

Tato práce je zaměřena na optimalizaci dopravních tras, která je důležitá pro minimalizaci nákladů za účelem dosáhnout firemních cílů a zvýšit tak konkurenceschopnost.

Pomocí vybraných heuristik okružního dopravního problému se nalezne optimální propojení požadovaných míst, kde se zohlední délka trasy, aby byla ujeta v co nejkratší vzdálenosti.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Firma je dle mých poznatků při řešení okružních problémů řízena dosud rozvozovými a sběrnými trasami konstruovanými na základě zkušeností ad hoc, ručními nákresy, bez využití objektivních metod.

Cílem podnikání firmy je dosáhnout uspokojivého zisku, resp. ziskovosti, avšak není tendence dosáhnout jeho maxima, a není ani řešena otázka minimalizace nákladů (i časových). Realizace nad nikoliv nejnižší nákladovou cenou na straně jedné (hlavním cílem je pouze uspokojivý rozdíl mezi náklady a ziskem) vytváří nebezpečný prostor pro nástup konkurence, která bude udržovat stejný či větší zisk při realizaci nákladů mimo tento sub optimální prostor možných řešení. Hlavním cílem je tedy optimalizovat za použití známých metod dosavadní podnikání a navrhnout z nich reálně použitelné nástroje pro budoucí řešení problematiky.

2.2 Metodika

Teoretická část práce vznikla na bázi syntézy informací, které byly získány z odborné literatury. Přehled použitých zdrojů je uveden na konci této práce. V praktické části je zahrnuta stručná charakteristika vybrané přepravní firmy. V části vlastní práce jsou aplikovány tří optimalizační metody. Konkrétně se jedná o tyto metody:

- Metoda nejbližšího souseda,
- Vogelova aproximační metoda (VAM),
- Metoda výhodnostních čísel.

Před aplikací zvolených metod budou vytvořeny matice sazeb (určují vzdálenosti mezi jednotlivými hotely) zjištěné pomocí mapových podkladů společnosti Google dostupných na stránkách www.google.cz/maps/. Po analýze a vyhodnocení pak budou navrženy možná řešení v podobě ekonomicky optimálních tras na základě aplikace objektivních metod. Je předpoklad, že správným zařazením jednotlivých hotelů do trasy dojde k minimalizaci zkoumaných okruhů a takto rovněž ke snížení nákladů spjatých zejména s oblastí pohonných hmot.

3 Teoretická východiska

3.1 Operační výzkum

Operační výzkum je soubor prostředků a metod, které jsou aplikovány při řešení úloh zejména ekonomických, matematických, logistických apod. Nejčastěji je využívána teorie pravděpodobnosti, teorie grafů, statistika, ale také matematická analýza či algebra. Cílem operačního výzkumu je vytvořit model daného problému, a tento model následně optimalizovat. Optimalizací bychom měli docílit nalezení hodnot parametrů modelu, pro které dosahuje sledovaný výstup modelu extrému.

Pojem operační výzkum není u nás zatím běžně používaný. Existuje více názvů označujících tuto vědní disciplínu. V odborné literatuře se lze setkat s ekvivalentními pojmy, jako je např. management science, kvalitativní analýza, operační analýza, operační management apod. (Získal & Havlíček, 2009).

Vznik operačního výzkumu je datován ke konci třicátých let 20. století. Metody spadající do tohoto oboru nalezly uplatnění v ekonomice po druhé světové válce. Jako příklad lze uvést rozhodovací procesy, plánování a řízení projektů. Rozvoj operačního výzkumu vzájemně souvisí s vývojem výpočetní techniky, díky níž je nyní možné relativně snadno a rychle vypočítat úlohy, které dříve nemohly být řešeny z důvodů jejich složitosti a pracnosti (Walter & kolektiv, 1973; Fábry, 2011).

Následující definice výstižně charakterizují tento vědní obor:

„Jde o aplikaci vědeckých metod, technik a prostředků při řízení operací v systému s cílem zajistit optimální řešení problému v systému.“ (Získal & Havlíček, 2009).

„Operační výzkum vymezujeme jako způsob řešení složitého ekonomického, organizačního, technického či vojenského problému týmem pracovníků různého odborného zaměření. Při řešení úkolů se využívá matematické modelování a soubor speciálních matematických a statistických metod (nazývaných někdy souborně metodami operačního výzkumu). Tyto metody, prostředky a postupy jsou vhodné pro rozhodování ve složitých situacích s mnoha činnostmi a omezeními.“ (Jančarová & Rosický, 1995).

„Management science je založeno na aplikaci vědeckých metod za účelem studia operací velkých, složitých organizací a činností.“[1] (Fábry, Management science, 2003).

Z výše uvedených formulací vyplývá, že se jedná o soubor vědeckých metod (zejména matematických a statistických). Tyto metody se využívají při řešení složitých problémů v různých oblastech praktického života. Matematické modelování lze považovat za základní nástroj operačního výzkumu.

Tato metoda vychází z použití heuristiky, jenž je charakterizována jako zjednodušení reálného systému, v němž jsou zachovány nejdůležitější rysy zkoumaného dopravního okružního problému. Bez určitého zjednodušení by kvůli enormní náročnosti nezbytných výpočtů nebylo možné nalézt jakékoli řešení. Významným plusem je urychlení rozhodovacího procesu.Při modelování lze vyzkoušet různé situace, které by v reálném prostředí trvaly příliš dlouho. Dále je možné zamezit vzniku možných ztrát, jestliže v realitě prvně aplikuji špatné rozhodnutí v rámci experimentů na správně definovaném modelu (Brožová & Houška, 2002).

Jako základní rysy operačního výzkumu lze dle autorů Získala a Havlíčka (2009) uvést:

- Systémový přístup – Tímto rysem je myšlen celistvý přístup k problému, založený na pevném myšlenkovém řádu a způsobu řešení problémů. Důraz je kladen na komplexní chápání jevů, procesů s nimi souvisejícími i na všechny podstatné souvislosti.
- Týmová práce – Základní hypotézou je tvrzení, že jeden člen skupiny nemůže mít všechny znalosti a zkušenosti pro řešení určitého problému, zatímco tým specialistů ano. Skupiny jsou sestavovány tak, aby byly tvořeny osobami s různými odbornostmi. Různorodým složením týmů je zajištěn celistvější přístup a možnost použití více metod z odlišných oborů.
- Použití modelové a výpočetní techniky – Operační výzkum využívá k řešení úloh matematického modelování. Z důvodu složitosti většiny modelů je k jejich výpočtům zapotřebí výpočetní techniky.
- Použití různých metod a algoritmů - Kromě matematického modelu jsou používány i kombinace různých metod a technik (např. statistických).

3.2 Dopravní logistika

Dopravní logistika se zabývá synchronizací, koordinací a celkovou optimalizací všech procesů při přesunu zásilek v dopravní síti. Dořešení zahrnuje též problémy skladování, balení, manipulace a servisních služeb. Odběratel je hlavním článkem celého dopravního řetězce. (Získal & Havlíček, 2000).

Cílem dopravní logistiky je taková koncepce sledu všech úkonů a dílčích postupů, která vede k minimalizaci nákladů na přepravní řetězce při dosažené požadované výkonnosti. Prosazují se určité metody řízení logistiky jako např. „Just in Time“ (právě včas). Tyto velmi časté malé dodávky v předem dohodnutých termínech kladou vysoké požadavky na přesnost dopravy. Logistika nemá vlastní metodický aparát, využívá řadu různých metod matematického modelování, např. metody hodnotové analýzy, metody operační analýzy atd. (Získal & Havlíček, 2000).

Cílem optimalizačních dopravních modelů je určení přepravního plánu (struktury dopravních tras), při jehož provádění budou náklady na přepravu materiálu od dodavatelů ke konečným spotřebitelům minimální (resp. bude ujet minimální počet kilometrů). (Šubrt, Brožová, Dömeová & Kučera, 2001).

V této práci nebude řešena přeprava materiálu, ale přepava osob. Cílem použitých heuristik bude však optimální propojení požadovaných míst, kde se zohlední délka trasy, aby byla ujeta v co nejkratší vzdálenosti.

3.3 Distribuční úlohy

Distribuční úlohy představují speciální skupinu úloh lineárního programování. Zahrnují jednostupňové a dvoustupňové dopravní úlohy, okružní dopravní problém, kontejnerový dopravní problém, přiřazovací úlohy a další problémy, které mají modely stejného typu. (Jablonský, 2007; Kosková, 2007).

Distribuční úlohy tvoří speciální, avšak velmi významnou skupinu úloh lineárního programování. Přesněji řečeno, jsou zařazeny do skupiny úloh diskrétních. Tzv. diskrétní modely se poněkud liší od lineárních modelů. Pro vybrané nebo všechny proměnné modelu předpokládají podmínky celočíselnosti nebo binárnosti. K optimalizaci diskrétních modelů se aplikují jiné algoritmy a lze predikovat, že jejich výpočetní obtížnost je obecně větší.

K nalezení řešení se používají speciální metody, které se vytvářejí na základě specifických vlastností těchto úloh. Tyto metody jsou jednodušší než metoda simplexová, při jejíž aplikaci na dopravní úlohy získává simplexová tabulka veliký rozměr a její řešení je tedy velice zdlouhavé, neefektivní a v některých případech nerealizovatelné. (Brožová & Houška, 2003; Kosková, 2007).

3.3.1 Typy distribučních úloh

Distribučních úloh je mnoho různých typů a není vyloučena možnost jejich modifikace. Jde například o alokační problém, dopravní problém, kontejnerový dopravní problém, okružní dopravní problém, přiřazovací problém, teorii grafů, úlohu o pokrytí, úlohu o optimálním rozmístění zařízení, úzkoprofilový přiřazovací problém. (Brožová & Houška, 2002).

Následuje stručné seznámení s uvedenými typy distribučních úloh.

3.3.1.1 Alokační problém

Problém, kde je potřeba najít optimalizaci distribuce zásobování odběratelů z více než jedné lokací (dostupných dodavatelů), lze řešit pomocí alokační úlohy. Nutným předpokladem použití tohoto řešení je však podmínka, že každý odběratel může být řešen závozem z právě jediného centra, tj. následně každému odběrateli je výsledným algoritmem přiřazován právě jeden dodavatel s dodavatelskou kapacitou v minimální výši rovnající se požadavku daného odběratele. (Jablonský, 2007).

3.3.1.2 Dopravní problém

K základním distribučním úlohám je řazen dopravní problém. Cílem je řešení v prostoru vymezeném na jedné straně množinou tvořenou dodavateli – zdroji, a na druhé straně množinou odběratelů (cílové lokace). Cílem optimálního řešení je vykrytí sumy požadavků odběratelů za předpokladu respektování omezenosti kapacit jednotlivých zdrojů a za současného splnění podmínky minimalizace přepravních nákladů distribuce. Je využitelný v oblasti inertních, homogenních komodit,

Dopravní problém lze definovat (dle vztahu zdrojů a požadavků) jako vyrovnaný či nevyrovnaný. V prvním případě dochází vykrytím sumy požadavků odběratelů k vyčerpání všech dispozic (kapacit) dodavatelů – zdrojů, a současně jsou tyto požadavky plně realizovány. V druhém případě zůstávají na straně dodavatelů volné kapacity (při vykrytí všech požadavků odběratelů). Pro poslední možnou situaci, tj. případ, kdy suma požadavků převyšuje kapacity dodavatelů, není problém řešitelný. (Brožová & Houška, 2002).

3.3.1.3 Kontejnerový dopravní problém

Kontejnerový problém je subsumován jako varianta základního dopravního problému, jak byl popsán v předchozí stati. Jednotlivé požadavky jsou však vykryty pouze dále nedělitelnými jednotkami celých, taxativně definovaných přepravních jednotek o shodném objemu (přepravní kapacitě) - kontejner. Cena přepravy za tuto jednotku je vždy stejná, a to bez ohledu na její skutečné vytížení (Langová & Jablonský, 2004).

Matematický model vychází z matematického modelu standardního dopravního problému, a tedy i zde je předpoklad, že suma kapacit dodavatelů je větší či rovna sumě požadavků odběratelů; účelová funkce je rovněž minimalizační (co nejmenší náklady).

3.3.1.4 Okružní dopravní problém

Lze konstatovat, že se s problematikou okružního dopravního problému v každodenním životě setkává téměř každý, kdo potřebuje řešit více problémů a situací v rámci jednoho dne v různých místech. Ve větší míře se s problematikou lze setkat například při svážení odpadu, rozvozu poštovních zásilek, přepravě osob i při využití dopravních prostředků ve skladech a velkoobchodech. Tato problematika někdy bývá označována jako „úloha obchodního cestujícího". Úloha hledá uzavřenou cestu (cyklus), jež obsahuje všechna sledovaná místa a splňuje i podmínku na minimální délku trasy. (Jablonský, 2007; Fiala a kol., 2010; Pelikán, 1999).

3.3.1.5 Přiřazovací problém

Podstatu řešení přiřazovacího problému lze definovat v algoritmu vedoucího k nalezení jednoznačného přiřazení dvojic prvků vřazených do množiny dodavatelů a odběratelů takovým způsobem, aby ve výsledku byly opět náklady minimalizovány. Tyto množiny obsahují stejný počet prvků ($m = n$). Není-li tomu tak, je možné doplnit jednu ze skupin o fiktivní prvek.

<u>Předpoklady použití matematického modelu</u>:

- Trasa je kvantifikovatelná.
- Jednotky zdrojové kapacity dodavatelů i jednotky požadavků odběratelů jsou vzájemně homogenní, tj. lze j-tého spotřebitele uspokojit dodávkou i-tého dodavatele).
- V případě nemožnosti využití osazujeme prohibitivní (nevýhodnou) sazbou.
- Sazby c_{ij} představují vzdálenost, čas, ztrátu, cenový náklad apod.

Vzhledem k výskytu silné degenerace je problém tohoto typu problematicky řešitelný distribučními metodami.

Z tohoto důvodu je používána tzv. Maďarská metoda mající základ v teorii grafů. Její podstatou je König-Egelwaryho teorém: minimální počet krycích čar, kterými jsou identifikovány nezávislé nuly tabulky a současně jsou pokryty všechny volné nuly tabulky je roven maximálnímu počtu nezávislých nul, které lze z tabulky vybrat.

Maďarská metoda místo původní úlohy řeší úlohu s maticí sazeb Cij redukovanou tak, aby veškeré tyto sazby zůstaly nezáporné a současně v každém řádku i sloupci byla obsažena minimálně jedna sazba s nulovou hodnotou. Primární redukce spočívá v tom, že od každého řádku a následně sloupce matice sazeb je proveden odečet minimálního prvku této řady. Vzhledem ke komutativnosti není pořadí podstatné, tj. není třeba řešit, zda aplikaci začínáme řešit sloupcovými či řádkovými vektory. Existuje-li pak řešení, ve kterém ke kladným složkám v původní matici jsou přiřazeny nezávislé nulové sazby - nezávislá nula (independent zero) – nulový prvek matice, která je jediná v řadě, je nalezeno optimální řešení. Neexistuje-li takové řešení v první aplikaci algoritmu, přistupuje se k další redukci matice sazeb, dokud není nalezeno optimální řešení.

Přiřazovací problém lze označit jako svojí podstatou značně identický s hlavními charakteristikami dopravního modelu. Zásadní diference spočívají v použití tzv. bivalentních proměnných u přiřazovacího problému a podmínce nezápornosti u dopravní úlohy.

Rovněž v případě přiřazovacího problému jsou zdrojová kapacita dodavatelů a požadavky definované odběrateli v případě obou množin sumárně rovny jedné (při dosaženém řešení dochází k přiřazení každé jednotky z každé množiny právě jednou), a je disponibilní stejný počet kapacit a požadavků. (Kosková, 2007; Jablonský, 2007)

3.3.1.6 Teorie grafů

Teorie grafů je využitelná v mnoha oblastech lidské činnosti, zejména při rozhodování, a to nejen v ekonomické oblasti. Podstatou je znázornění reality diagramy s využitím bodů vzájemně propojených spojnicemi a znázorňujícími průběh určitého systému, vztahu či závislosti. (Získal, Havlíček, 2009). Struktura grafu může být fakultativně rozšířena o ohodnocení (ocenění) hran vyjadřujících délku, náklady transakce či trasy, průchodnost nebo i jeho vrcholu (např. časová náročnost průběhu v uzlu). Diferenciace v aplikačních metodách souvisí rovněž s typizací formulovaného problému (orientovaností a úplností grafů atp.).

Model je definován pro řadu specializovaných úloh, k nimž patří např. úloha nalezení nejkratší cesty v grafu (minimalizační řešení tras v logistice), úloha vyhledání minimální kostry grafu, nalezení maximálního toku v sítích, jež se využívá například při hledání optimálního využití kapacity disponibilních distribučních tras, problém obchodního cestujícího (okružní dopravní problém), úloha nalezení kritické cesty. (Brožová, Houška, 2002)

3.3.1.7 Úloha o pokrytí

Problém pokrytí je řešen jednou z variantních úloh přiřazovacího problému. Je založen na podstatě bivalentních proměnných (tj. jedná se o úlohu celočíselného lineárního programování, které obsahují pouze bivalentní proměnné 0 a 1). Algoritmus úlohy predikuje vznik obslužných stanic, jež lze alokovat v obvodech včetně dosahu. Dosah a lokace je předmětem nalézání. Zpravidla je cílem minimalizace doby obsluhy, či celkových nákladů obsluhy (Jablonský, 2007).

3.3.1.8 Úloha o optimálním rozmístění zařízení

Úloha o optimálním rozmístění zařízení (PLANT LOCATION PROBLEM) je výslednou kombinací charakteristik klasického dopravního problému a úlohy o pokrytí, ev. přiřazovacího problému. Analogicky shodně jako v dopravním problému je stanovena množina odběratelů a sumace jejich požadavků po komoditě za určitou časovou jednotku.

Zde odlišně však množina dodavatelů není taxativně stanovena konečným výčtem. Je definována pouze množina lokací fakultativně využitelných jako potenciální dodavatelské stanice (např. skladová centra). Cílem optimalizace úlohy je generovat na základě aplikace algoritmu takové optimální rozmístění skladů se současně definovanou strukturou dodávek vedoucích k uspokojení požadavků odběratelů, aby byla splněna podmínka, že celkové náklady dosažené tímto řešením byly minimální.

3.3.1.9 Úzkoprofilový přiřazovací systém

Úzkoprofilový přiřazovací problém – BOTTLENECK - zahrnuje řešení jednoho typu úloh ze skupiny přiřazovacího problému, k jehož optimalizaci dochází k využití princip minimaxu. Není tedy cílem či podstatou definovat minimální anebo maximální hodnotu sumy součinů, nýbrž minimální hodnotu z maximálního součinu. Typickým využitím je demonstrován zpravidla na úloze o optimálním přiřazení organizací či teamů a projektů. Cílem je přidělit projekty jednotlivým řešitelským subjektům tak, aby celkové časové náklady na realizaci všech projektů byly minimální, přičemž mohou být zahájeny současně, avšak každý team může zahájit pouze jeden projekt. Dobou trvání celého projektu je tedy doba trvání té etapy, která potrvá nejdéle. Cílem je přidělit projekty tak, aby celková doba realizace všech projektů byla minimální. Dalšími variantami jsou lineární či kvadratický přiřazovací problém.

3.4 Okružní dopravní problém a metody řešení

3.4.1 Okružní dopravní problém

Podstatou řešení úlohy je definovat takovou trasu, jejíž výchozí i koncový bod je totožný (např. bod A_1) a současně v průběhu budou navštívena i všechna zbylá stanoviště (A_2, A_3, A_4, …, A_n) a to pouze jednou, v libovolném pořadí, avšak tak, aby vzniklá trasa byla minimální. (Jablonský, 2007)

Brožová a Houška (2002) představili níže uvedenou matematickou formulaci, v níž základní okružní úloha je definována jako konečná množina lokací M = $\{m_1, m_2,..., m_k\}$ a oceněna sazbami spojnic každé dvojice těchto míst c_{ij} $\quad i,j \in \{1,..., k\}$

Cílem je nalezení takové posloupnosti, v níž se jedna každá lokace vyskytuje právě a pouze jednou a současně je splněn a zachován předpoklad, že součet ohodnocení jednotlivých spojení v této posloupnosti je minimální.

Je-li vybraná posloupnost míst ze zadané množiny determinována označením indexy $i_1, i_2, \ldots, i_k$, lze hodnotu tohoto spojení získat následným součtem sazeb takto:

$$z = \sum_{j=1}^{k-1} c_{i_j i_{j+1}} + c_{i_k, i_1}.$$

Tuckerova formulace problému obchodního cestujícího. Obchodní cestující má navštívit n lokalit, přičemž hodnoty vzdálenosti mezi i-tým a j-tým místem z množiny lokalit jsou označeny jako d_{ij}. Pak suma délky okružní cesty, jež splňuje požadavky minimalizace, lze determinovat matematicky zapsaným vztahem

$$z = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{n} d_{ij} x_{ij}$$

x_{ij} …… množství jízd z lokality i do lokality j.

Pro splnění požadavku, aby obchodní cestující během okružní cesty navštívil každou lokalitu právě a pouze jen jednou, je zapotřebí vřadit následující podmínky:

$$\sum_{j=0}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

Ani výše uvedená omezení však nejsou dostatečná. Pouze jejich zahrnutím nevyloučíme, že lokality budou navštíveny v nezávisle samostatných okruzích. K eliminaci tohoto nežádoucího jevu byly přidány tyto aditivní podmínky:

$$u_i - u_j + n x_{ij} \le n - 1, \; (i \ne j;\, i, j = 1, 2, \ldots, n)$$

u_i je neznámé reálné číslo přiřazené číslu i

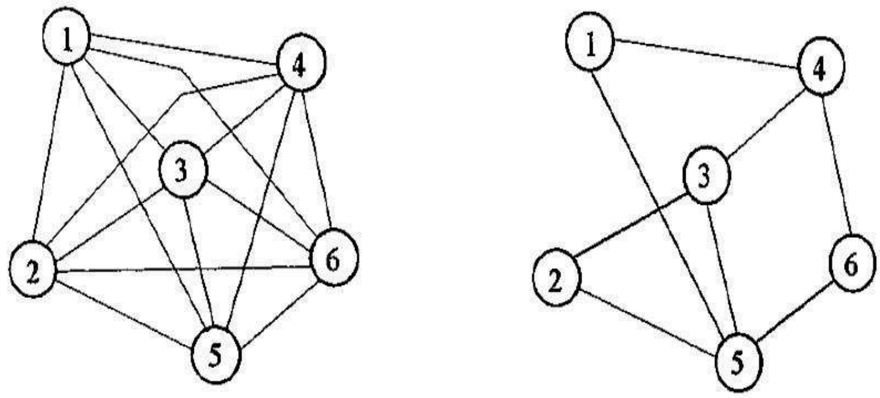
u_j je neznámé reálné číslo přiřazené číslu j. (Získal, Havlíček, 2010)

Okružní dopravní problém je možno formulovat graficky pomocí grafu nebo matice sousedností (tzv. matice sazeb). Definice tohoto problému uvádí, že má být každý vrchol navštíven právě jednou.

Podle typu sítě, lze definovat základní rozdělení grafů (obr. č. 1):

- Problém s úplnou sítí tras – za existence přímého spojení mezi jakýmikoli dvěma libovolnými uzly sledované trasy.
- Problém s neúplnou sítí tras – nelze-li nalézt řešení, které umožňuje uskutečnit přímé spojení mezi jakýmikoli dvěma libovolnými uzly sledované trasy. (Získal, Havlíček, 2009).

Obrázek 1 - Okružní problém s úplnou a neúplnou sítí tras



Zdroj: Brožová, Houška, 2002, s. 15

Matici sazeb (viz praktická část tabulka č. 3 na str. 39) lze determinovat jako tabulku, v níž jsou zaneseny sledovaná místa a rovněž tak i sazby hodnotící jednotlivé trasy (fakultativně variabilní, např. vzdálenosti, spotřeba času či náklady). Graf je pak určen svými vrcholy a mezi nimi definovanými hranami.

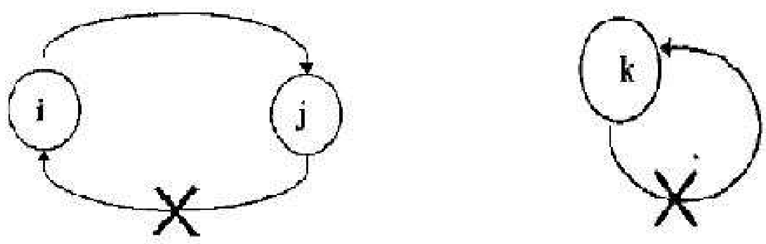
Vrcholy zobrazují lokality - místa, jejichž obsluha je požadována, hrany pak existenci spojení mezi nimi.

Je třeba uvést, že nelze vyloučit řešení, kdy nebude možná alternativa trasy, která by umožňovala obsloužit některé lokality bez opětovného využití vrcholu (uzlu), který byl již do okruhu zařazen. Pro řešení je však rozhodující, že je nalezena existence spojení mezi požadovanými vrcholy se zachováním předpokladů a podmínek, tedy toto řešení je přípustné. (Brožová, Houška, 2002).

Dle typologie matematického modelu okružní dopravní problém náleží do skupiny zahrnující tzv. NP-úplné problémy. Lze to interpretovat tak, že nelze jednoznačně determinovat efektivní algoritmus umožňující určit přesné matematické optimum, a to z důvodu progrese nárůstu množství omezujících podmínek v řešeném matematickém modelu (exponenciálně s růstem počtu uzlů) a časové náročnosti překračující střední délku lidského života již při středně velkých úlohách. Z výše uvedeného je používána v praxi aproximační metoda s mnohem nižší časovou náročností, jejímž výstupem je řešení přijatelné, označované jako ekonomické optimum. (Brožová, Houška, 2002)

K determinaci řešení okružních dopravních úloh lze využít řadu variant a typů optimalizačních úloh svou podstatou spočívajících na vytváření posloupnosti navštěvovaných lokací se splněním požadavku na jedinou návštěvu daného uzlu (vyjma shodné lokace počátku a konce), a současně navštívení všech uzlů. Nutnou podmínkou realizovatelnosti řešení je účinné zabránění ukončení okruhu před splněním druhého požadavku. Tohoto lze dosáhnout eliminací prvků z množiny, které by toto zapříčinily (viz obr. č. 2). Sem zejména lze vřadit trasy lokalizované symetricky podle hlavní diagonály, tj. mající sazby, umožňující zařazení trasy obousměrně, a také prvky na diagonále matice sazeb, tj. trasy směřované do totožného uzlu. (Získal, Havlíček, 2009)

Obrázek 2 - Příklady zakázaných tras



Zdroj: Získal, Havlíček, 2009, s. 67

3.4.2 Metody řešení okružního dopravního systému

Dále jsou stručně popsány vybrané heuristiky používané pro nalezení řešení okružního dopravního problému. V praktické části jsou pak využity a demonstrovány pro nalezení optimálního řešení metoda nejbližšího souseda, Vogelova aproximační metoda a metoda výhodnostních čísel.

3.4.2.1 Bartákova metoda

Metoda je určena k nalézání optimálního řešení pro různé typy okružních úloh. Její podstata spočívá v kombinatorické metodě. Následné řešení je dále testováno pomocí maďarské metody. (Získal, Havlíček, 2010)

3.4.2.2 Dantzigova, Fulkersonova a Johnsonova metoda

Výše uvedené postupy vycházejí z transformace hledání řešení okružního problému na úlohu celočíselného programování, řešenou s využitím simplexové metody. Podstata metod zahrnuje využití přiřazovacího problému s maximální degenerací a je považována za celkem obtížnou pro reálné využití. (Brožová, Houška 2002; Získal, Havlíček, 2010)

3.4.2.3 Croesova metoda

Princip spočívá v postupném zlepšování počátečního řešení. Zlepšování je dosahováno opakovanými změnami v pořadí uzlů až do stavu, kdy již nelze algoritmus aplikovat. Takto nalezená řešení nicméně lze považovat pouze za přípustná, avšak sub optimální. K reálné optimalizaci tohoto řešení je potřeba aplikace dalšího, relativně náročného postupu. (Brožová, Houška, 2002; Získal, Havlíček, 2010)

3.4.2.4 Habrovy metody

V následující části práce jsou popsány tři formy Habrových metod s variantním využitím. Habrova frekvenční metoda a modifikovaná frekvenční metoda jsou prakticky využitelné pro nalézání řešení jednookruhového dopravního problému, ale skýtají východiska i pro případ Habrovy metody absolutních výhodností s využitím k optimalizaci dopravního okružního problému.

Metody budou popsány v dalších statích, obecně je možno říci, že Habrova metoda vytváří okruh ze spojení mezi jednotlivými místy tak, že vybere a do okruhu zařadí nejvýhodnější spojení z hlediska celé dopravní sítě (nejvýhodnější frekvence); následně je zařazena nejvýhodnější frekvence pro navazující spojení, dokud se okruh neuzavře. (Získal a Havlíček, 2010)

3.4.2.4.1 Habrova frekvenční metoda

Habrova frekvenční metoda je metodologicky vřazena do aproximačních metod. Autorsky vytvořena Prof. Ing. Jaroslavem Habrem, jedním z prvních akademických pracovníků specializovaných na vývoj ekonomicko-matematických metod v rámci České republiky. Aplikací algoritmu této metody je dosahováno pozitivních výstupů, a je často využívána v praxi. Princip vychází z obsazování políček na základě frekvence F_{ij} představující míru výhodnosti políčka v porovnání s dalšími dostupnými spoji. Její předností je relativní snadnost a určování proměnných podle závislosti na sazbách v ostatních polích.

V úloze typu m x n lze sestavit pro jedno každé pole (m – 1, sloupec) x (n – 1, řádek) čtveřic políček. (Kosková, 2007; Získal, Havlíček, 2009)

Habrova frekvenční metoda je založena na operaci s tzv. „rozloženými frekvencemi, kdy se elementární frekvence vyjadřuje vždy pro čtveřici sazeb a to jak rozdíl křížového součtu sazeb“ $f_{ij} = (c_{ij} + c_{kl}) - (c_{il} + c_{kj})$ (Získal a Havlíček, 2010), což odpovídá řádkovým rozdílům sazeb. Takto jsou poměřovány výhodnosti spojení a za výhodná jsou považována spojení, v němž rozložené frekvence nabývají záporných hodnot.

Algoritmus Habrovy frekvenční metody:

1. Výpočet prvků matice frekvencí (matice Z).
2. Seřazení prvků matice vzestupně.
3. Součet veškerých dílčích frekvencí, čímž dojde k vypočtení Habrovy frekvence *F ij.*
4. Postupné obsazování políček s nejvýhodnějšími frekvencemi (identicky s tzv. indexovou metodou s diferencí postupu spočívající v tom, že místo pole s nejvýhodnější sazbou je zvoleno pole s nejvýhodnější frekvencí).
5. Výchozí řešení.
6. Algoritmus metody končí v okamžiku vyčerpání veškeré kapacity dodavatelů a splnění požadavků všech odběratelů. (Kosková, 2007).

3.4.2.4.2 Habrova metoda absolutních výhodností (MAV)

Habrova metoda absolutních výhodností bývá alternativně označována rovněž názvem Habrova přibližná metoda. Postupem ji lze zařadit jako alternaci sestavování okružní trasy napřímo, tj. za užití sazeb. Cyklus je konstruován za pomoci nalezení postupu v množině veškerých možných spojení; mezi jednotlivými místy řešitel volí a následně bezprostředně zařazuje ty spoje, jež jsou nejvýhodnější z pohledu celé uvažované dopravní sítě na základě Habrovy frekvence. (Brožová, Houška, 2002)

Uvažovaný postup je podmíněn výpočtem frekvencí, na základě nichž jsou následně zařazována jednotlivá místa do návrhu sestavovaného okruhu. Pro usnadnění a urychlení postupu je možno užít tzv. rozložené frekvence (není tak nezbytné počítat s frekvencemi coby charakteristikami celkové výhodnosti jednotlivých úseků sítě).

Podstata je následující: frekvenční metodou je sestavována elementární frekvence, a to vždy pro čtveřici sazeb, jakožto diference křížovou sumou sazeb

$$F_{ij} = (c_{ij} + c_{kl}) - (c_{il} + c_{kj}).$$

Křížovou diferenci lze vyjádřit mj. i např. takto:

$$(c_{ij} - c_{kj}) - (c_{il} - c_{kl}).$$

Takto definované dvojice odpovídají diferencím sazeb mezi jednotlivými sloupci / řádky, čímž lze získat vzájemné výhodnosti jednotlivých políček. Kritéria výhodnosti splňují spojení, jejichž rozložené frekvence dosahují záporných hodnot.

Algoritmus metody MAV:

1. Transformace základní tabulky vzdáleností do analytické dílčí tabulky řádkových diferencí sazeb.
2. Výběr zahrnující řádková minima.
3. Okruh zkonstruují ta vybraná spojení, jejichž řádková minima jsou soustředěna do některého sloupce z analytických dílčích tabulek.
4. Pokud postupem nelze definovat absolutně výhodná řešení, je negativní formou provedena detekce veškerých absolutně nevýhodných spojení. Pak spojení zahrnující nejvyšší množství sloupcových minim se následně poměřují s absolutně nevýhodnými spojeními. Pakliže z takto definované skupiny nalezneme spojení nevýhodné ve vztahu ke spojení, které je absolutně nevýhodné, je na něj nahlíženo jako na absolutně výhodné.
5. Počáteční úseky okružní trasy jsou realizovány z množiny absolutně výhodných spojení, která navzájem nejsou závislá.
6. Zařazením určitého spojení do okruhu nastává redukce původní dílčí analytické tabulky vyškrtnutím příslušné řady v tabulce, a jsou vyřazena i taková spojení, která by mohla ve svém důsledku dovést postup k zacyklení, resp. předčasnému uzavření okruhu (reverzibilní směr), což je silně nežádoucí.
7. Tento algoritmus je aplikován v dalších dílčích analytických tabulkách do okamžiku, kdy dojde k uzavření celé trasy. (Získal, Havlíček, 2010).

3.4.2.4.3 Modifikovaná Habrova frekvenční metoda

Vzhledem k náročnosti postupu při výpočtu frekvencí z křížových součtů sazeb byla posléze původní verze metody modifikována. Bylo dosaženo jednoduššího způsobu výpočtu koeficientů výhodnosti, definovaném vztahem:

$$F'_{ij} = c_{ij} - \frac{r_i}{n} - \frac{t_j}{m}$$

F_{ij}…frekvence v políčku DiSj

c_{ij}…sazba daného pole

r_i…součet sazeb v i-tém řádku

t_j…součet sazeb v j-tém sloupci

m…počet řádků (dodavatelů)

n…počet sloupců (spotřebitelů, odběratelů)

Algoritmus modifikované Habrovy metody:

1. Ze vztahu definovaného jako $F_{ij} = c_{ij} - \frac{r_i}{n} - \frac{t_j}{m}$ vypočteny frekvence F_{ij}.
2. Aplikace indexové metody nalezne výchozí řešení algoritmem spočívajícím v postupném obsazování políček maximálně možným množstvím od nejvýhodnější frekvence (za předpokladu cílení na minimalizaci se jedná o pole s nejnižší frekvencí) místo od nejvýhodnější sazby.
3. Algoritmus ukončen v okamžiku vyčerpání veškeré kapacity dodavatelů a současného splnění požadavků všech odběratelů. (Kosková, 2007).

3.4.2.5 Littlova metoda

Metodicky odpovídá principu metody větví a mezí a spočívá v rozdělování množiny veškerých přípustných řešení na stále se zmenšující podmnožiny s následně definovanými limitními hodnotami minimálně dosažitelné hranice cyklu. Algoritmus opakujeme do bodu řešení s nejmenší hodnotou spojení, která odpovídá nejnižší určené hranici. Metoda je výhodná zjm. při sestavování dopravního okruhu, jenž je determinován neomezenou kapacitou vozidel.

3.4.2.6 Mayerova metoda

Tato metoda je optimální při nalézání řešení víceokruhových úloh s úplnou dopravní sítí a současně podmíněné omezenou kapacitou, např. rozvozové trasy apod. Mayerova metoda je alternativně nazývána rovněž metodou sestavení okružních jízd výběrem minimálních prvků. Postup začíná ve výchozí maticí zachycující vzdálenosti mezi všemi místy. Pozice lokace jsou v matici (jež je symetrická) determinovány vzdáleností od centra svozu. První pozice v matici obsazují nejdelší vzdálenosti od centra (vlastní centrální lokace je zařazena jako poslední).

Algoritmus metody:

1. Výběr míst pro okružní trasu jednotlivých vozidel, východisko je nejvzdálenějším místem.
2. Výchozímu místu je přiřazeno místo s nejbližší vzdáleností.
3. Sumarizace požadavků kapacit (požadavek nepřekročení).

4. Vyhledává se místo, které má nejkratší vzdálenost.
5. Opakování algoritmu do bodu vyprázdněné kapacity.
6. Hledání dalšího okruhu, který začíná znovu nejvzdálenějším místem od středu.
7. Determinace řešení okružních tras pro jedno každé vozidlo, a to dle minimální délky jednotlivých tras.

Ladění okruhů probíhá na základě intuitivního vědomého, objektivního (znalostního) rozhodování.

Jednotlivá místa v matici jsou seřazena dle vzdálenosti v km od centrálního bodu, a to sestupně. (Získal, Havlíček, 2010)

3.4.2.7 Metoda nejbližšího souseda

Princip spočívá primárně ve stanovení výchozího místa a následného hledání nejvýhodnějších spojení z výchozího bodu. Algoritmus postupuje determinací nejvýhodnější trasy do zbývajících, dosud v modelu neobsažených lokací a to až do fáze, kdy je sestaven celý okruh včetně zařazení výchozího místa včetně návratu do něj. Výhoda aplikace této metody je její triviálnost v rámci nalézání řešení jednookruhového problému, což však může celkový efekt rozmělnit (volba nejlevnějších tras na počátku omezuje variantnost optimalizace při užití zbylých, nejnákladnějších tras).

<u>Realizace algoritmu v matici sazeb:</u>

1. V řádku výchozího bodu je vyhledána ta nejvýhodnější sazba (u minimalizace nejnižší).
2. Sloupec, který je identický s dosavadním koncovým bodem, je vyřazen.
3. V řádku s koncovým bodem volíme z nevyřazených sazeb nejnižší.
4. Opakovaná aplikace algoritmu, dokud není okruh stanoven s pokrytím všech bodů (dokud nejsou vyškrtnuty veškeré sloupce).
5. V posledním řádku je zvolen sloupec s trasou odpovídající výchozímu bodu.

V případě nesymetrické matice sazeb lze zvolit reverzibilní postup, tj. buď budou sazby vyhledávány ve sloupcích = vyřazování řádku, či je postup využit na transponovanou matici. Jako optimální řešení úlohy je považováno to nejvýhodnější. (Brožová, Houška, 2002)

3.4.2.8 Metoda větví a mezí

Metoda větví a mezí „BRANCH AND BOUND METHOD“ byla vytvořena vědci A. H. Langem a A. G. Doingem za účelem nalezení globálního extrému (minimální nebo maximální) funkce na množině přípustných řešení.

Algoritmus tvoří opakovaná aplikace následujících operací:

- *Větvení* - při němž se množina přípustných řešení a později její podmnožina rozkládá (postup rozkladu množiny přípustných řešení je možno zobrazit ve formě stromového grafu, jehož uzly jsou identické jednotlivým podmnožinám).
- *Omezování* - při němž se pro každou podmnožinu, jež je získaná předchozí operací, determinuje dolní (minimalizace), resp. horní (maximalizace) mez hodnot funkce na této podmnožině.

Cílem aplikace algoritmu je nalézt takové přípustné řešení, v němž hodnota účelové funkce je v rámci mezí všech dosud nerozložených podmnožin.

3.4.2.9 Metoda výhodnostních čísel

Metoda výhodnostních čísel „SAVINGS METHOD“ patří mezi nejstarší používané metody tohoto typu a byla vyvíjena G. Clarkem a J. W. Wrightem k nalezení řešení u víceokruhového problému.

<u>Algoritmus metody:</u>

1. Matice výhodnostních čísel pomocí vzorce:

$$sij = cj1 + c1j - cij$$

platí-li $i,j = 2, 3, \dots n$

$i \neq j.$

2. Koeficienty s_{ij} řadíme sestupně od nejvyššího k nejnižšímu.
3. Uzly i a j spojíme podle takto seřazených koeficientů s_{ij} takovým způsobem, aby nedošlo k předčasnému uzavření cyklu (Pelikán, 1993)

3.4.2.10 Sweep algoritmus

Sweep algoritmus nachází uplatnění při hledání řešení okružní jízdy vycházející z jednoho stanoviště (střed a současně počátek) souřadnicového systému, přičemž všechny okruhy obsahují veškeré uzly v dané části se středem ve stanovišti.

V systému je každý uzel determinován souřadnicemi x a y. Z těchto souřadnic se vypočítají polární souřadnice r_i a α_i: Poté je množina uzlů řazena na základě vypočtených α_i, pro shodná α_i podle r_i.

Okruhy vzniknou postupným zařazením uzlů až do bodu vyčerpání kapacity vozidla. (Pelikán, 1993)

3.4.2.11 Vogelova aproximační metoda (VAM)

VAM patří k nejpoužívanějším aproximačním metodám, jelikož výsledné řešení je velmi blízko optimu. Při aplikaci algoritmu VAM nedochází paradoxně k obsazení jednoznačně nejvýhodnějšího spojení, rozhodná je relativní výhodnost každé trasy. Relativní výhodnost je determinována diferencemi sazeb v řadách matice sazeb, což umožňuje plynulé vřazování výhodných tras rovnoměrně v průběhu postupu. Metoda je po modifikaci využitelná i na dopravní okružní problém.

Průběh algoritmu

1. V řádcích i sloupcích jsou vypočteny diference mezi dvěma nejvýhodnějšími sazbami - řadové diference.

2. V řadě s nejvyšší diferencí se vybere políčko s nejvýhodnější sazbou (u minimalizace pole s nejnižší hodnotou).

- U jednostupňové úlohy obsazeno nejvýhodnější pole, a to maximálním přípustným množstvím zboží. Dodavatel / spotřebitel dosahující vyčerpání kapacit / splnění požadavku je vyřazen.
- U okružního dopravního problému jsou pomíjeny kapacity dodavatelů / požadavky spotřebitelů, tedy vyřazujeme řadu - řádek i sloupec s nejvýhodnějším spojením v matici sazeb.

3. Dále jsou použity předchozí kroky algoritmu až do fáze, kdy u jednostupňové úlohy vyčerpáme kapacity dodavatelů / požadavky odběratelů, u okružního dopravního problému zařadíme do okruhu všechny body trasy. (Brožová, Houška, 2002; Kosková, 2007; Získal, Havlíček, 2009).

4. Není-li pole s nejvýhodnější sazbou jednoznačné, lze použít doplňující kritéria.

- obsadí se přednostně pole s nejvýhodnější sazbou z hlediska všech sazeb v matici, tzv. sedlové pole.
- není-li v řadách (sloupce, řádky) s maximální diferencí sedlové pole, rozhodné jsou pro tyto řady (sloupce, řádky) druhé diference – tj. rozdíl mezi druhou nejvýhodnější sazbou v řadě (sloupce, řádky) s maximální první diferencí a mezi nejvýhodnějším spojením v na ní libovolně kolmé řadě procházející současně druhou nejvýhodnější cestou, a následně je zvolena buňka s nejvýhodnějším spojením v řadě s maximální druhou diferencí. (Brožová, Houška, 2002).

4 Vlastní práce

4.1 Charakteristika firmy

Pro okružní dopravní problém je vybrána firma s českým kapitálem ze segmentu SME zajištující na základě dohod se smluvními malými cestovními agenturami přepravu osob mezi letištěm Václava Havla (dále „letiště Václava Havla“ nebo „letiště“) a vybranými hotely v Praze (a zpětné svozy na letiště při ukončení pobytu) a následně organizující pro agentury dopravu z těchto hotelů do výletních destinací v ČR v rámci fakultativních jednodenních výletů (lázně, zámky apod.).

Majitel firmy, který poskytl údaje potřebné pro zpracování této bakalářské práce, nesouhlasil s uvedením přesného názvu obchodní firmy, proto jsem pro tuto práci zvolila název firmy Hotel way s.r.o.

4.1.1 Profil firmy

Firma Hotel way s.r.o. byla zapsána do Obchodního rejstříku dne 11. února 2009. Na trhu tedy působí již 17 let a ekonomickou činností firmy je přeprava osob. Konkrétně se zabývá tuzemskou, zahraniční a incomingovou dopravou včetně transferů, okružních jízd, školních zájezdů, firemních akcí a fakultativních výletů,

Společnost Hotel way s.r.o. zaměstnává 12 osob, z toho 10 řidičů. Firma dlouhodobě spolupracuje se třemi cestovními agenturami. Na základě telefonických nebo e-mailových objednávek si objednávají dopravu pro své klienty. Přepravu osob si mohou objednat i podniky, školy, školky nebo větší kolektivy lidí, a to pomocí elektronických objednávek zveřejněných na webových stránkách přepravce.

Vozový park firmy Hotel way s.r.o. je vybaven zájezdovými autobusy značek Irisbus Iliade a Mercedes Benz. Disponuje celkem 9 autobusy, z toho:

- autobusy Mercedes Benz s 61 místy,
- autobusů Mercedes Benz s 53 místy,
- autobusy Irisbus Iliade s 50 místy.

Pro bezpečnost a pohodlí klientů jsou všechny autobusy vybaveny bezpečnostními pásy na všech sedadlech, klimatizací, CD a DVD přehrávačem, chladničkou, kávovarem, mikrofonem a toaletou.

4.2 Okružní problém

Firma Hotel way s.r.o. kromě jiného zabezpečuje transfer klientů cestovních agentur mezi letištěm Václava Havla a vybranými hotely. Byla zvolena okružní trasa mezi letištěm Václava Havla a níže uvedenými hotely. Tato trasa se jezdí opakovaně (občas s vynecháním jednoho nebo dvou hotelů, když do nich zrovna náhodou žádný host nejede). Nejčastěji jsou přepravováni klienti v celkovém počtu 48 až 52 osob, proto bude při řešení okružního problému využíván autobus Mercedes Benz s 53 místy.

Adresa letiště Václava Havla:

- Aviatická, 161 08 Praha 6 (**Letiště**).

Adresy hotelů:

- Andel's Hotel Prague, Stroupežnického 21, 150 00 Praha 5, (**Andel's**).
- Art Deco Imperial Hotel, Na Poříčí 1072/15, 110 00 Praha 1, (**Imperial**).
- EA Hotel Jasmín, Skloněná 515, 190 00 Praha 9, (**Jasmín**).
- Hotel Fortuna Rhea, V Úžlabině 3068/19, 108 51 Praha 10, (**Fortuna**).
- InterContinental Prague, Pařížská 30, 110 00 Praha 1, (**Continental**).
- Orea Hotel Pyramida Praha, Bělohorská 24, 169 01 Praha 6, (**Pyramida**).
- Panorama hotel Prague, Milevská 1695/7, 140 63 Praha 4, (**Panorama**).

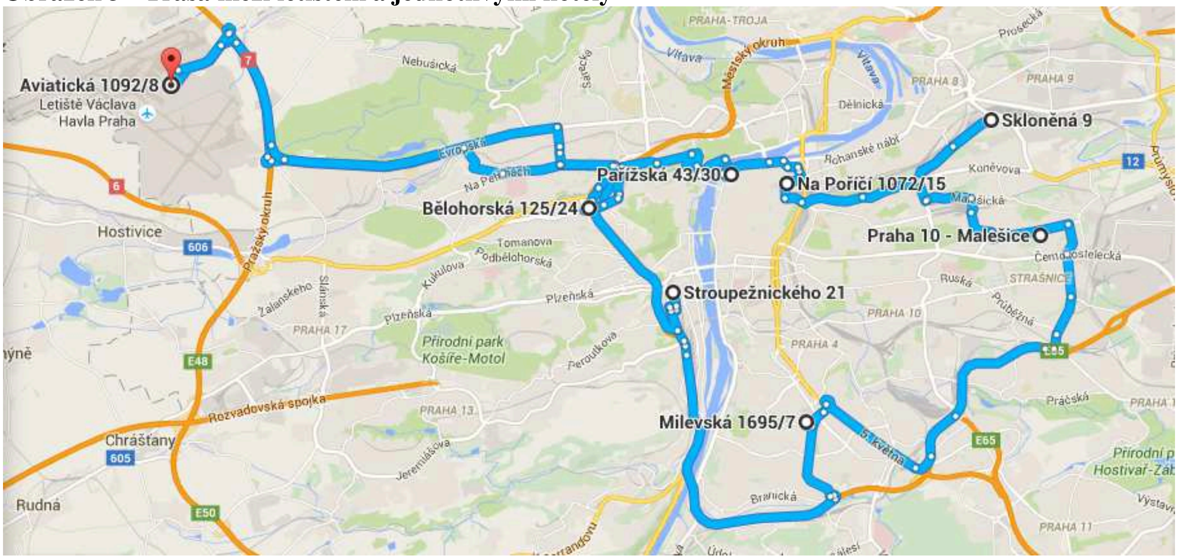
V následující tabulce jsou uvedeny vzdálenosti mezi jednotlivými trasami (letištěm a hotely). Vzdálenosti jsou zaznamenány v kilometrech a byly vyhledány na webových stránkách www.google.cz/maps/. Byly zvoleny nejkratší možné spoje mezi trasami (dále jen „uzly“). Pokud nejkratší možný spoj vedl třeba jen zčásti po cestě, kde byla povinnost platit mýtné, byla zvolena následující trasa po nejkratším možném spoji. Trasa s touto povinností byla vyřazena z důvodu nadbytečného zvyšování nákladů na přepravu.

Tabulka 1 - Vzdálenosti (km) mezi jednotlivý uzly

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

Obrázek 3 - Trasa mezi letištěm a jednotlivými hotely



Zdroj: Vlastní zpracování na www.google.cz/maps/dir/

Je zjevné, že v každodenní firemní praxi malého podniku je samozřejmě nemožné, aby optimalizační úlohy řešil interní kvalifikovaný matematik, statistik či ekonom se znalostí všech potřebných teorií, a to zejména kvůli financím (mzda) a časové náročnosti výpočtu s nutností bezchybně a operativně řešit změny a požadavky. Proto existují varianty externího specialisty (která však není z obavy o vynesení know-how, databáze klientů a tax poněkud konzervativněji založeným vlastníkem společnosti preferována).

V následující části budou využity vybrané optimalizační úlohy pro řešení jednookruhového dopravního problému mezi letištěm a výše uvedenými hotely.

4.3 Aplikace vybraných metod pro optimalizaci tras

V praktické části jsou z omezených rozsahových možností práce demonstrovány pouze metoda nejbližšího souseda, Vogelova aproximační metoda a metoda výhodnostních čísel.

4.3.1 Metoda nejbližšího souseda

Jednou z metod použitých k optimalizaci zvolených uzlů je metoda nejbližšího souseda. Algoritmus této metody je popsán v kapitole 3.4.2.7.

a) Trasa (1):

Centrálním místem je letiště. Jako první výchozí místo je tedy zvoleno letiště. Sloupec s tímto označením se vyškrtne, zatímco v řádku se hledá nejkratší vzdálenost. Tou je v níže znázorněné tabulce 3 pole s hodnotou 12,4 km značící trasu mezi letištěm a hotelem Pyramida. Tento uzel se stává součástí výsledné trasy.

Tabulka 2 - první uzel

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	X	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

Následuje vyškrtnutí sloupce Pyramida a v řádku se stejným označením se opět hledá minimální vzdálenost. V tomto kroku jde o cestu z hotelu Pyramida do hotelu Continental se vzdáleností 4,2 km. Jedná se o další uzel výsledné trasy.

Tabulka 3 - druhý uzel

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

Stejným způsobem se vybírají další uzly, dokud autobus neprojede celou trasu z letiště mezi všemi hotely a zpět na letiště. Z úsporných důvodů jsou dále vypsány pouze stručné údaje dílčích výsledků jednotlivých tras.

Tabulka 4 - uzly zařazené do výsledné trasy (1)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

Výsledná trasa (1):

Letiště ⇨ Pyramida ⇨ Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Andel's ⇨ Panorama ⇨ Letiště

Délka zjištěné trasy: 12,4 + 4, 2 + 1,4 + 4,8 + 5,0 + 8,5 + 5,5 + 23,5 = **65,3 km**

Prvním cílem autobusu se stane postupně každý hotel. Podle výše znázorněného postupu se budou hledat nejoptimálnější okružní trasy. Centrálním místem bude vždy letiště. Celkem vznikne 8 dopravních tras.

b) Trasa (2):

Tabulka 5 - uzly zařazené do výsledné trasy (2)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	X	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

Výsledná trasa (2):

Andel's ⇨ Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Panorama ⇨ Pyramida ⇨ Letiště ⇨ Andel's

Délka zjištěné trasy: 3,7 +1,4 + 4,8 + 5,0 + 8,8 + 9,1 + 12,4 + 15,4 = **60,6 km**

Výsledná trasa (2) seřazená podle centrálního místa Letiště:

Letiště ⇨ Anděl's ⇨ Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Panorama ⇨ Pyramida ⇨ Letiště

Celková délka trasy: 60,6 km

c) Trasa (3):

Tabulka 6 - uzly zařazené do výsledné trasy (3)

	Letiště	Anděl's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Anděl's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	X	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

Výsledná trasa (3):

Imperial ⇨ Continental ⇨ Anděl's ⇨ Pyramida ⇨ Panorama ⇨ Fortuna ⇨ Jasmín ⇨ Letiště ⇨ Imperial

Délka zjištěné trasy: 1,4 + 3,7 + 5,4 + 9,1 + 8,8 + 5,0 + 21,3 + 16, 0 **= 70,7 km**

Výsledná trasa (3) seřazená podle centrálního místa Letiště:

Letiště ⇨ Imperial ⇨ Continental ⇨ Anděl's ⇨ Pyramida ⇨ Panorama ⇨ Fortuna ⇨ Jasmín ⇨ Letiště

Celková délka trasy: 70,7 km

d) Trasa (4):

Tabulka 7 - uzly zařazené do výsledné trasy (4)

	Letiště	Anděl's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Anděl's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	X	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

Výsledná trasa (4):

Jasmín ⇨ Imperial ⇨ Continental ⇨ Anděľs ⇨ Pyramida ⇨ Panorama ⇨ Fortuna ⇨ Letiště ⇨ Jasmín

Délka zjištěné trasy: 4,8 + 1,4 + 3,7 + 5,4 + 9,1 + 8,8 + 25,8 + 21,3 = **80,3 km**

Výsledná trasa (4) seřazená podle centrálního místa Letiště:

Letiště ⇨ Jasmín ⇨ Imperial ⇨ Continental ⇨ Anděľs ⇨ Pyramida ⇨ Panorama ⇨ Fortuna ⇨ Letiště

Celková délka trasy: 80,3 km

e) Trasa (5):

Tabulka 8 - uzly zařazené do výsledné trasy (5)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	X	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

Výsledná trasa (5):

Fortuna ⇨ Jasmín ⇨ Imperial ⇨ Continental ⇨ Anděľs ⇨ Pyramida ⇨ Panorama ⇨ Letiště ⇨ Fortuna

Délka zjištěné trasy: 5,0 + 4,8 + 1,4 + 3,7 + 5,4 + 9,1 + 23,5 + 25,8 = **78,7 km**

Výsledná trasa (5) seřazená podle centrálního místa Letiště:

Letiště ⇨ Fortuna ⇨ Jasmín ⇨ Imperial ⇨ Continental ⇨ Anděľs ⇨ Pyramida ⇨ Panorma ⇨ Letiště

Celková délka trasy: 78,7 km

f) Trasa (6):

Tabulka 9 - uzly zařazené do výsledné trasy (6)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	X	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

<u>Výsledná trasa (6):</u>

Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Andel's ⇨ Pyramida ⇨ Panorama ⇨ Letiště ⇨ Continental

<u>Délka zjištěné trasy</u>: 1,4 + 4,8 + 5,0 + 8,5 + 5,4 + 9,1 + 23,5 + 15,3 = **73,0 km**

<u>Výsledná trasa (6) seřazená podle centrálního místa Letiště:</u>

Letiště ⇨ Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Andel's ⇨ Pyramida ⇨ Panorma ⇨ Letiště

Celková délka trasy: 73,0 km

g) Trasa (7):

Tabulka 10 - uzly zařazené do výsledné trasy (7)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	X	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

<u>Výsledná trasa (7):</u>

Pyramida ⇨ Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Andel's ⇨ Panorama ⇨ Letiště ⇨ Pyramida

Délka zjištěné trasy: 4,2 + 1,4 + 4,8 + 5,0 + 8,5 + 5,5 + 23,5 + 12,4 = **65,3 km**

Výsledná trasa (7) seřazená podle centrálního místa Letiště:

Letiště ⇨ Pyramida ⇨ Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Anděl's ⇨ Panorma ⇨ Letiště

Celková délka trasy: 65,3 km

h) Trasa (8):

Tabulka 11 - uzly zařazené do výsledné trasy (8)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5
Imperial	16,0	5,6	X	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x

Zdroj: Vlastní zpracování

Výsledná trasa (8):

Panorama ⇨ Anděl's ⇨ Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Pyramida ⇨ Letiště ⇨ Panorama

Délka zjištěné trasy: 12,4 + 5,5 + 1,4 + 4,8 + 5 + 3,7 + 11,4 + 23,5 = **67,7 km**

Výsledná trasa (8) seřazená podle centrálního místa Letiště:

Letiště ⇨ Panorama ⇨ Anděl's ⇨ Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Pyramida ⇨ Letiště

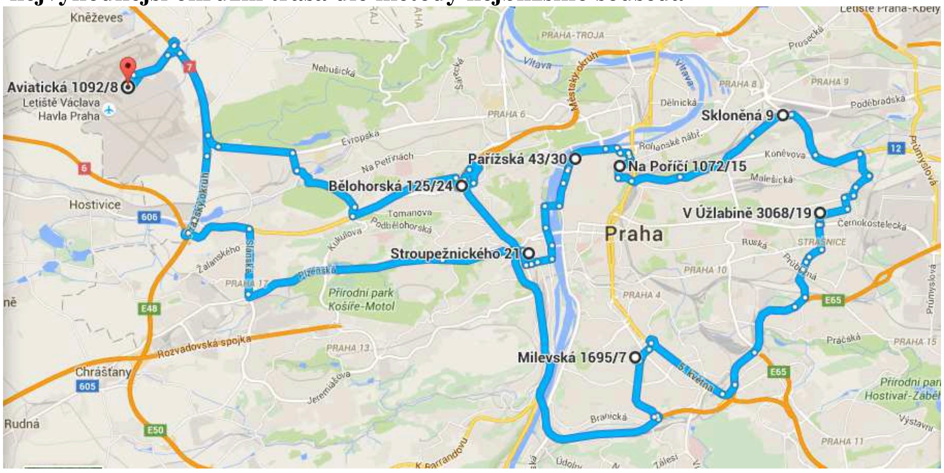
Celková délka trasy: 67,7 km

Shrnutí:

Metodou nejbližšího souseda bylo vypočítáno 8 okružních tras mezi letištěm a jednotlivými hotely, z nichž byla vybrána trasa nejvýhodnější. Nejkratší a tedy nejvýhodnější cestou je níže uvedená trasa (2) o celkové délce 60,6 km:

Letiště ⇨ Anděl's ⇨ Continental ⇨ Imperial ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Panorama ⇨ Pyramida ⇨ Letiště

Obrázek 4 - nejvýhodnější okružní trasa dle metody nejbližšího souseda



Zdroj: Vlastní zpracování na www.google.cz/maps/dir/

4.3.2 Vogelova aproximační metoda (VAM)

a) Krok č. 1:

Při aplikaci algoritmu se vychází z Tabulky 1 - „Vzdálenosti (km) mezi jednotlivými uzly“. Nejprve je potřeba vypočítat sloupcové a řádkové diference, které se zjistí rozdílem dvou nejkratších sazeb (v případě minimalizace) v jednotlivých sloupcích a řádcích. Z takto zjištěných údajů se vybere vždy diference s nejvyšší hodnotou. Ze sloupce nebo řádku, k němuž zvolená diference patří, se vybere nejkratší vzdálenost, jež vstupuje do výsledné trasy. V tomto případě je největší rozdíl 3,4 a konečná trasa bude obsahovat spojení z hotelu Continental do hotelu Imperial o délce 1,4 km. Dále se vyškrtne řádek i sloupec, které vybranou sazbu obsahují (tzn. sloupec Continental a řádek Imperial) a vyloučí se trasa, která by okruh předčasně uzavřela.

Tabulka 12 - Výpočet diference 1 (krok č. 1)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama	**D 1**
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5	**2,9**
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5	**1,7**
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6	**3,4**
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2	**0,2**
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8	**1,1**
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2	**2,3**
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1	**1,2**
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x	**0,1**
Diference 1	**2,9**	**1,7**	**3,4**	**0,2**	**1,1**	**2,3**	**1,2**	**0,1**	

Zdroj: Vlastní zpracování

Zjištěná trasa (krok č. 1): Imperial ⇒ Continental

Délka zjištěné trasy (krok č. 1): 1,4 km

b) *Krok č. 2:*

K určení další části trasy je potřeba nejdříve přepočítat zbylé diference a pokračovat ve výše popsaném postupu. Z tabulky níže (Tabulka 13 – Výpočet diference 2) je patrné, že nejvyšší diferencí je hodnota 3,0 určující cestu z Letiště do Pyramidy o délce 12,4 km. Vyškrtnut je řádek Letiště a sloupec Pyramida a zároveň je vyřazeno políčko s hodnotou 12,4, jelikož jejím zařazením by došlo k předčasnému uzavření okruhu.

Tabulka 13 – Výpočet diference 2 (krok č. 2)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama	D 1	**D 2**
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5	2,9	**3,0**
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5	1,7	**0,1**
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6	3,4	**x**
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2	0,2	**0,2**
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8	1,1	**1,1**
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2	2,3	**0,5**
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1	1,2	**0,1**
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x	0,1	**0,1**
D 1	2,9	1,7	3,4	0,2	1,1	2,3	1,2	0,1		
D 2	**2,9**	**1,7**	**0,7**	**1,0**	**2,8**	**x**	**1,2**	**0,7**		

Zdroj: Vlastní zpracování

<u>Zjištěná trasa (krok č. 2):</u> Letiště ⇨ Pyramida

Imperial ⇨ Continental

<u>Délka zjištěné trasy (krok č. 2)</u>: 1,4 + 12,4 = 13,8 km

c) *Krok č. 3:*

Tabulka 14 - Výpočet diference 3 (krok č. 3)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama	D 1	D 2	**D 3**
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5	2,9	3,0	**x**
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5	1,7	0,1	**0,1**
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6	3,4	x	**x**
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2	0,2	0,2	**0,2**
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8	1,1	1,1	**1,1**
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2	2,3	0,5	**2,3**
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1	1,2	0,1	**0,1**
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x	0,1	0,1	**0,1**
D 1	2,9	1,7	3,4	0,2	1,1	2,3	1,2	0,1			
D 2	2,9	1,7	0,7	1,0	2,8	x	4,2	0,7			
D 3	**0,1**	**1,7**	**0,7**	**1**	**2,8**	**x**	**x**	**0,7**			

Zdroj: Vlastní zpracování

Při výpočtu bylo zjištěno, že nejvyšší diferencí je hodnota 2,8 ve sloupci Fortuna a minimální vzdálenost v tomto sloupci je 5 km. Tato trasa určuje cestu mezi hotelem Jasmín a hotelem Fortuna. Vyškrtnut je sloupec Fortuna a řádek Jasmín a zároveň je vyřazeno políčko s hodnotou 5, aby nedošlo k předčasnému uzavření okruhu.

Zjištěná trasa (krok č. 3): Jasmín ➡ Fortuna
Letiště ➡ Pyramida
Imperial ➡ Continental

Délka zjištěné trasy (krok č. 3): 1,4 + 12,4 + 5 = 18,8 km

e) Krok č. 4:

Tabulka 15- Výpočet diference 4 (krok č. 4)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama	D 2	D 3	**D 4**
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5	3,0	x	**x**
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5	0,1	0,1	**0,1**
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6	x	x	**x**
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2	0,2	0,2	**x**
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8	1,1	1,1	**2,4**
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2	0,5	2,3	**2,3**
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1	0,1	0,1	**0,1**
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x	0,1	0,1	**0,1**
D 2	2,9	1,7	0,7	1,0	2,8	x	4,2	0,7			
D 3	0,1	1,7	0,7	1	2,8	x	x	0,7			
D 4	**0,1**	**1,7**	**0,1**	**2,4**	**x**	**x**	**x**	**0,7**			

Zdroj: Vlastní zpracování

Maximální diferencí je hodnota 2,4 a nachází se v řádku Fortuna a ve sloupci Jasmín. V tomto případě se obsadí přednostně pole s nejvýhodnější sazbou v řadě s nejvyšší diferencí. Sedlové pole je tedy v poli s hodnotou 6,0 km a jedná se o uzel mezi hotely Continental a Jasmín. Vyškrtnut je řádek Continental a sloupec Jasmín. Políčko s hodnotou 6,1 je vyřazeno, aby nebyl předčasně uzavřen okruh.

Zjištěná trasa (krok č. 4): Imperial ➡ Continental ➡ Jasmín ➡ Fortuna
Letiště ➡ Pyramida

Délka zjištěné trasy (krok č. 4): 1,4 + 12,4 + 5,0 + 6,0 = 24,8 km

f) Krok č. 5:

Tabulka 16 - Výpočet diference 5 (krok č. 5)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama	D 3	D 4	**D 5**
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5	x	x	**x**
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5	0,1	0,1	**0,1**
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6	x	x	**x**
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2	0,2	x	**x**
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8	1,1	2,4	**0,3**
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2	2,3	2,3	**x**
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1	0,1	0,1	**0,1**
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x	0,1	0,1	**0,1**
D 3	0,1	1,7	0,7	1	2,8	x	x	0,7			
D 4	0,1	1,7	0,1	2,4	x	x	x	0,7			
D 5	**8,1**	**x**	**0,1**	**x**	**x**	**x**	**x**	**3,3**			

Zdroj: Vlastní zpracování

V tomto kroku je nejvyšší diference ve sloupci Letiště a nejnižší nevyřazená sazba na řádku Andeľs. Jedná se o cestu o délce 15,4 km. Tentokrát se vyškrtne řádek Andeľs a sloupec Letiště a zároveň je vyřazeno políčko s hodnotou 5,4, jelikož jejím zařazením by došlo k předčasnému uzavření okruhu.

<u>Zjištěná trasa (krok č. 5):</u> Imperial ⇨ Continental ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna
Anděľs ⇨ Letiště ⇨ Pyramida

<u>Délka zjištěné trasy (krok č. 5)</u>: 1,4 + 12,4 + 5,0 + 6,0 + 15,4 = 40,2 km

g) Krok č. 6:

Tabulka 17 - Výpočet diference 6 (krok č. 6)

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama	D 4	D 5	**D 6**
Letiště	x	15,4	16,0	21,3	25,8	15,3	12,4	23,5	x	x	**x**
Andel's	15,4	x	5,6	8,4	8,5	3,7	5,4	5,5	0,1	0,1	**x**
Imperial	16,0	5,6	x	4,8	6,1	1,4	5,5	5,6	x	x	**x**
Jasmín	21,3	8,4	4,8	x	5,0	6,0	11,1	9,2	x	x	**x**
Fortuna	25,8	8,5	6,1	5,0	x	7,8	11,4	8,8	2,4	2,4	**0,3**
Continental	15,3	3,7	1,4	6,0	7,8	x	4,2	6,2	2,3	x	**x**
Pyramida	12,4	5,4	5,5	11,1	11,4	4,2	x	9,1	0,1	0,1	**3,6**
Panorama	23,5	5,5	5,6	9,2	8,8	6,2	9,1	x	0,1	0,1	**0,1**
D 4	0,1	1,7	0,1	2,4	x	x	x	0,7			
D 5	8,1	0,1	0,1	x	x	x	x	3,3			
D 6	**x**	**3,0**	**0,1**	**x**	**x**	**x**	**x**	**0,3**			

Zdroj: Vlastní zpracování

Pro řádek Pyramida byla v kroku č. 6 (viz. Tabulka 17 na předchozí straně) zjištěna nejvyšší diference v hodnotě 3,6. Nejkratší cesta z hotelu Pyramida je do hotelu Imperial v délce 5,5 km. Před výpočtem další maximální diference se vyškrtne řádek Pyramida a sloupec Imperial. Dále vyřadíme políčko s hodnotou 8,5, abycho předčasně neuzavřeli okruh.

<u>Zjištěná trasa (krok č. 6):</u> Anděl's ➡ Letiště ➡ Pyramida ➡ Imperial ➡ Continental ➡ Jasmín ➡ Fortuna

<u>Délka zjištěné trasy (krok č. 6)</u>: 1,4 + 12,4 + 5,0 + 6,0 + 15,4 + 5,5 = 45,7 km

Krok č. 7:

Zbývají poslední dvě nevyškrtnutá pole s hodnotami 5,5 a 8,8. Po jejich doplnění do řešení vzniká výsledná trasa:

Letiště ➡ Pyramida ➡ Imperial ➡ Continental ➡ Jasmín ➡ Fortuna ➡ Panorama ➡ Anděl's ➡ Letiště

<u>Délka zjištěné trasy (krok č. 7)</u>: 1,4 + 12,4 + 5,0 + 6,0 + 15,4 + 5,5 + 5,5 + 8,8 = 60 km

Shrnutí:

Vogelovou aproximační metodou byla vypočítána nejvýhodnější trasa, jejíž celková délka je 60 km:

Letiště ⇨ Pyramida ⇨ Imperial ⇨ Continental ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Panorama ⇨ Anděl's ⇨ Letiště

Obrázek 5 - nejvýhodnější okružní trasa dle Vogelovy aproximační metody

Zdroj: Vlastní zpracování na www.google.cz/maps/dir/

4.3.3 Metoda výhodnostních čísel

Třetí výpočet optimální trasy je proveden pomocí metody výhodnostních čísel. Jedná se o jednu z nejstarších, ale i v dnešní době nejčastěji používanou metodu. Konkrétnější informace k této metodě jsou popsány v teoretické části této práce.

a) Krok č. 1:

Spočítáme matici výhodnostních čísel podle vzorce: $s_{ij} = d_{i1} + d_{1j} - d_{ij}$, pro $i, j = 2, 3, \ldots, n, i \neq j$, kde $D = \{ d_{ij} \}$ je matice nejkratších vzdáleností (v km) mezi jednotlivými uzly, kterými je potřeba projet.

Tabulka 18 - Matice výhodnostních čísel

	Letiště	Andel's	Imperial	Jasmín	Fortuna	Continental	Pyramida	Panorama
Letiště	x	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Andel's	0,0	x	25,8	28,3	32,7	27,0	22,4	33,4
Imperial	0,0	25,8	x	32,5	35,7	29,9	22,9	33,9
Jasmín	0,0	28,3	32,5	x	42,1	30,6	22,6	35,6
Fortuna	0,0	32,7	35,7	42,1	x	33,3	26,8	40,5
Continental	0,0	27,0	29,9	30,6	33,3	x	23,5	32,6
Pyramida	0,0	22,4	22,9	22,6	26,8	23,5	x	26,8
Panorama	0,0	33,4	33,9	35,6	40,5	32,6	26,8	x

Zdroj: Vlastní zpracování

b) Krok č. 2:

Seřadíme výhodnostní čísla mezi jednotlivými uzly od největšího po nejmenší.

Tabulka 19 – Výhodnostní čísla setříděné sestupně

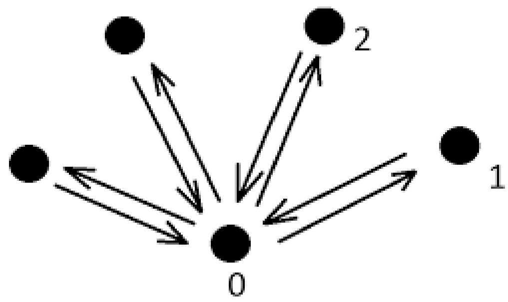
Trasa	Výhodnostní čísla
Jasmín - Fortuna	42,1
Fortuna - Panorama	40,5
Imperial - Fortuna	35,7
Jasmín - Panorama	35,6
Imperial - Panorama	33,9
Andel’s - Panorama	33,4
Fortuna - Continental	33,3
Andel’s - Fortuna	32,7
Continental - Panorama	32,6
Imperial - Jasmín	32,5
Jasmín - Continental	30,6
Imperial - Continental	29,9
Andel’s - Jasmín	28,3
Andel’s - Continental	27,0
Fortuna - Pyramida	26,8
Panorama - Pyramida	26,8
Andel’s - Imperial	25,8
Continental - Pyramida	23,5
Imperial - Pyramida	22,9
Jasmín - Pyramida	22,6
Andel’s - Pyramida	22,4

Zdroj: Vlastní zpracování

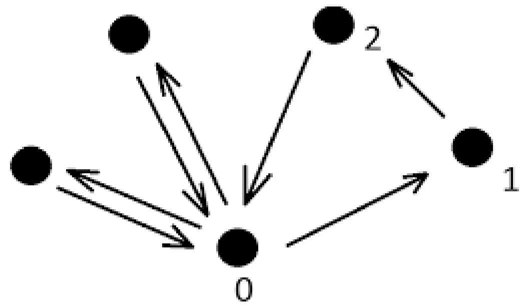
c) Krok č. 3:

Uzly v tomto pořadí postupně zpracováváme a přidáváme do výsledné trasy, pokud mohou s dosud zařazenými uzly tvořit okruh (viz obrázky 4 a 5 - Metoda výhodnostních čísel).

Obrázek 6 - Metoda výhodnostních čísel - výchozí pozice



Obrázek 7 - Metoda výhodnostích čísel - spojení uzlů i a j



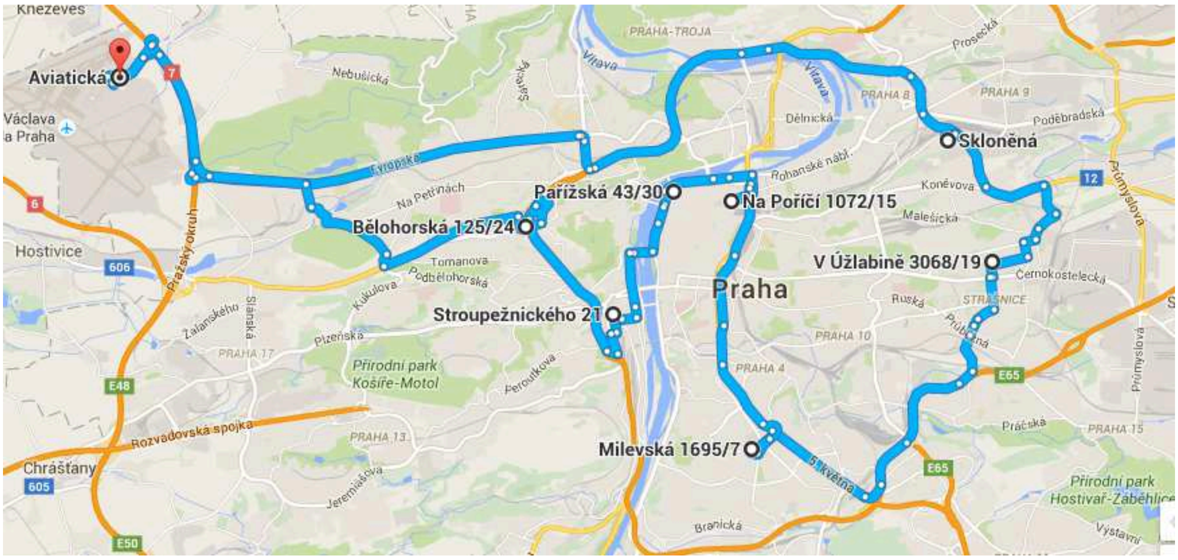
Takto nakonec vznikne trasa procházející všemi uzly, kromě výchozího místa, které do výsledné trasy jen připojíme. Uvedený postup provedeme pro všechny možné volby uzlů a jako řešení vybereme nejoptimálnější trasu.

Shrnutí:

Metodou výhodnostních čísel byla vybrána nejoptimálnější trasa o celkové délce 62,4 m:

Letiště ⇨ Anděl's ⇨ Continental ⇨ Jasmín ⇨ Fortuna ⇨ Panorama ⇨ Imperial ⇨ Pyramida ⇨ Letiště

Obrázek 8 - nejvýhodnější okružní trasa dle metody výhodnostních čísel



Zdroj: Vlastní zpracování na www.google.cz/maps/dir/

5 Závěr

V bakalářské práci „Optimalizace dopravních tras pro přepravu osob“ jsem se zabývala řešením okružního dopravního problému, a to nalezením ekonomicky optimální trasy mezi Letištěm Václava Havla a vybranými hotely v Praze. Cílem bylo dokázat využitelnost metod operačního výzkumu v jednoduchém modelu v odvětví přepravy osob s pomocí aplikace optimalizačních metod.

V první části práce je popsán operační výzkum a dále je uvedena problematika distribučních úloh, především se zaměřením na okružní dopravní problém (jehož hledané řešení je obsahem druhé části této práce) a do něj řazené vybrané metody optimalizace.

V úvodu praktické části je charakterizována firma identifikovaná v textu pod názvem Hotel way s.r.o. Pro tento subjekt byla analyzována ekonomicky optimální trasa mezi letištěm a uvedenými hotely, s opakovaným využitím vybraných metod operační analýzy. Vzhledem k tomu, že variabilní náklad tvoří v tomto případě zjm. cena PHM, je řešeno kritérium délky trasy (s požadavkem minimalizace). Mzda řidiče, leasing, odpisy, dálniční známky, paušály parkování (karty za měsíční období), pojištění, opotřebení pneumatik a provozních kapalin atp. nejsou délkou trasy ovlivněny v zásadní míře, jsou obtížně vyčíslitelné a v krátkém období jsou pro účely této práce považovány za fixní, relativně nezávislé na příp. úpravě trasy, která byla odhadována na max. 20% směrem dolů oproti výchozímu řešení (i když samozřejmě kilometrový průběh ovlivňuje nepřímou úměrností četnost intervalů pro nutné servisní úkony, není v tomto případě zvažována jeho ekonomická nákladnost ani možná úspora). Rovněž vzhledem k preferenci využití vlastních dopravních prostředků nelze ovlivnit míru využití kapacity autobusu (typ přepravy s jednotkou tzv. kontejner).

Ke zkoumání byly využity tři optimalizační metody – metoda nejbližšího souseda, Vogelova aproximační metoda a metoda výhodnostních čísel. Všechny metody byly postupně aplikovány na řešení okružního dopravního problému, konkrétně přepravou osob mezi letištěm a vybranými hotely. Postup a dosažené výsledky jsou zahrnuty v textu, resp. příloze.

Metodou nejbližšího souseda bylo vypočítáno 8 okružních tras mezi letištěm a jednotlivými hotely, z nichž byla vybrána trasa nejvýhodnější (o celkové délce 60,6 km). Vogelovou aproximační metodou byla vypočítána nejvýhodnější trasa, jejíž celková délka je 60 km. Metodou výhodnostních čísel byla vybrána optimální trasa o celkové délce 62,4 km.

Lze konstatovat, že ekonomicky optimální trasa byla nalezena Vogelovou aproximační metodou. S velmi těsným výsledkem byla další trasa v pořadí, která byla vybrána metodou nejbližšího souseda.

Konzultací se statutárem řešeného subjektu bylo zjištěno, že při přepravě osob mezi letištěm a vybranými hotely autobus průměrně ujede 75,8 km (údaje za r. 2014). Tzn., že v případě aplikace zjištěné nejkratší trasy (která zároveň obslouží veškeré požadavky) je vzdálenostní úspora rovna 15 km na 1 svoz / rozvoz. Z výpočtu vyplývá, že při odhadu přímých nákladů na PHM ve výši 9 Kč/1 km je dosažitelná úspora ve výši 135 Kč/ 1 svoz – rozvoz.

Z výše uvedeného vyplývá, že po použití optimalizačních metod bylo nalezeno optimální ekonomické řešení. Efektivnost ekonomicko matematických metod v odvětví přepravy osob tedy byla potvrzena a autorka proto považuje cíle stanovené pro tuto práci za splněné.

V předchozí stati uvedený závěr však nelze generalizovat. Nejsou dostatečně známy důvody, proč je odchylka od průměrné délky dosavadní trasy takto vysoká. Nelze vyloučit, že řidiči nesprávně vykazují svozy (např. sumárně sem zapisují i cesty náležející do jiné kategorie – cesty do servisu, k čerpací stanici, na povinnou přestávku apod.), či volí delší trasy z důvodu lepší průchodnosti dopravy (dopravní stupeň) dle své zkušenosti či na základě dopravních hlášení. Tyto odchylky v najetých km či vykázané spotřebě PHM jsou řešeny kontrolou vedením společnosti pouze v případě velmi významných diferencí od střední hodnoty. Rovněž není uvažován ev. podíl objížděk při dopravních nehodách či uzavírkách, stav vozovky, stoupavost terénu atp. Vliv na spotřebu PHM má rovněž i dosažitelná rychlost, kdy nelze vyloučit, že v nově navrhované trase ev. rychlostní omezení vyvolá nutnost provozu na nižší rychlostní stupně s nižší ekonomičností (a tedy maximální úspory paliva nebude dosaženo).

6 Seznam použitých zdrojů

Brožová, H., & Houška, M. (2002). *Základní metody operační analýzy* (Vyd. 1.. vyd.). Praha: Credit.

Fábry, J. (2003). *Management science.* Praha: Vysoká škola ekonomická.

Fábry, J. (2011). *Matematické modelování.* Praha: Professional Publishing.

Jablonský, J. (2007). *Operační výzkum.* Praha: Professional Publishing.

Jablonský, J. (2007). *Programy pro matematické modelování* (ISBN: 9788024518107. vyd.). Praha: Oeconomica.

Jančarová, V., & Rosický, A. (1995). *Úvod do systémových věd.* Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze.

Kosková, I. (2007). *Distribuční úlohy I.* Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze.

Langová, M., & Jablonský, J. (2004). *Lineární modely* (Vyd. 1.. vyd.). Praha: Oeconomica.

Šubrt , T., Brožová, H., Dömeová, L., & Kučera, P. (2001). *Ekonomicko matematické metody II, aplikace a cvičení* (Vyd. 2.. vyd.). Praha: Credit.

Walter, J., & kolektiv. (1973). *Operační výzkum.* Praha: Státní nakladatelství technické literatury.

Získal, J., & Havlíček, J. (2000). *Ekonomicko matematické metody II* (Vyd. 2.. vyd.). Praha: Credit.

Získal, J., & Havlíček, J. (2009). *Ekonomicko matematické metody I Studijní texty pro istanční studium.* Praha: Skriptum ČZU, PEF.