



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV FYZIKÁLNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF PHYSICAL ENGINEERING

# OPTICKÁ LEVITACE DIELEKTRICKÝCH OBJEKTŮ V EXTERNÍM ELEKTRICKÉM POLI

OPTICAL LEVITATION OF DIELECTRIC OBJECTS IN AN EXTERNAL ELECTRIC FIELD

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

TEREZA ZEMÁNKOVÁ

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Mgr. VOJTĚCH SVAK

BRNO 2021



# Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav fyzikálního inženýrství  
Studentka: **Tereza Zemánková**  
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství  
Studijní obor: Fyzikální inženýrství a nanotechnologie  
Vedoucí práce: **Mgr. Vojtěch Svak**  
Akademický rok: 2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.1111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## Optická levitace dielektrických objektů v externím elektrickém poli

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Optická levitace využívá přenosu hybnosti fotonů na dielektrický objekt, který je možné za vhodných podmínek ve vzduchu nebo vakuu zachytit v laserovém svazku. Využití externího elektrického pole umožní charakterizovat parametry levitující částice, která je vždy nabitá, a optické pasti, ve které je částice zachycena. V rámci práce se prakticky seznámíte s optickou levitací nanočástic a mikročástic, detekcí jejich polohy a analýzou jejich pohybu. Úkolem bude rozšířit stávající experimentální sestavu v laboratořích ÚPT AV ČR o modul, který bude v jedné ose generovat stejnosměrné nebo střídavé elektrické pole a umožní ověřit metody určující vlastnosti částice (náboj, hmotnost) a parametry silového pole (tuhost, nelinearitu, úroveň šumu) působícího na částici.

### Cíle bakalářské práce:

Osvojení experimentálních postupů optické levitace částice a teoretických modelů popisujících dynamiku částice.

Rozšíření stávající experimentální sestavy o elektrody a elektroniku generující vnější elektrické pole dostatečné intenzity pro vychylování opticky levitujících částic.

Určení náboje levitující částice za různých experimentálních podmínek (vnějším tlaku, době levitace).

Stanovení parametrů částice a silového pole při různých způsobech buzení vnějším elektrickým polem (např. stejnosměrným, střídavým, neperiodickým).

### Seznam doporučené literatury:

JONES, Philip H., Onofrio M. MARAGÒ a Giovanni VOLPE. Optical tweezers: principles and applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2015. ISBN 978-1-107-05116-4.

MILLEN, James, Tania S MONTEIRO, Robert PETTIT a A Nick VAMIVAKAS. Optomechanics with levitated particles. Reports on Progress in Physics. 2020, 83(2). ISSN 0034-4885. Dostupné z: doi:10.1088/1361-6633/ab6100.

HEBESTREIT, Erik, Martin FRIMMER, René REIMANN, Christoph DELLAGO, Francesco RICCI a Lukas NOVOTNY. Calibration and energy measurement of optically levitated nanoparticle sensors. Review of Scientific Instruments. 2018, 89(3). ISSN 0034-6748. Dostupné z: doi:10.1063/1.5017119

PARK, Haesung, Thomas W. LEBRUN, René REIMANN, Christoph DELLAGO, Francesco RICCI a Lukas NOVOTNY. Parametric Force Analysis for Measurement of Arbitrary Optical Forces on Particles Trapped in Air or Vacuum. ACS Photonics. 2015, 2(10), 1451-1459. ISSN 2330-4022. Dostupné z: doi:10.1021/acsp Photonics.5b00309

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

---

prof. RNDr. Tomáš Šíkola, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Bakalářská práce se zabývá optickou levitací dielektrické mikročástice ve vakuu a jejím vychylováním vnějším elektrickým polem. V teoretické části je matematicky popsán laserový svazek, ve kterém se stabilně zachytává částice. Následně je vysvětlena podstata optického chytání, zachycení částice a jsou představeny nejběžnější experimentální geometrie optických pastí – protiběžné svazky, optická levitace a optická pinzeta. Protože zachycená částice se chová velmi podobně jako harmonický oscilátor buzený bílým šumem, tak v závěru teoretické části jsou uvedeny pohybové rovnice částice a jejich řešení pro různé případy, včetně Langevinovy pohybové rovnice. V experimentální části jsou popsány dvě experimentální aparatury, na jejichž sestavení jsem se podílela. V závěru jsou uvedeny výsledky dvou hlavních provedených experimentů – vychylování zachycené částice externím elektrickým polem včetně určení jejího náboje, buzení částice řízeným bílým šumem a určení efektivní teploty stochastického pohybu částice.

## **Summary**

The bachelor's thesis deals with the optical levitation of a dielectric microparticle in vacuum and its displacement by an external electric field. The theoretical part mathematically describes the laser beam, in which particles are stably trapped. Subsequently, the principles of optical trapping, particle confinement and the most common experimental geometries of optical traps, e.g. counter-propagating beams, optical levitation and optical tweezers, are introduced. Because the trapped particle behaves very similarly to a harmonic oscillator excited by white noise, at the end of the theoretical part there are presented the equations of motion of the particle and their solutions for various cases, including Langevin equation of motion. The experimental part describes two experimental setups, in the assembly of which I participated. In the last part results of two main experiments are presented – displacement of the trapped particle by an external electric field, including determination of its charge, driving the particle by controlled white noise and determination of the effective temperature of stochastic motion of the particle.

## **Klíčová slova**

optické chytání, optické mikromanipulace, optická levitace ve vakuu, elektrody, protiběžné laserové svazky, stochastický harmonický oscilátor

## **Keywords**

optical trapping, optical micromanipulations, optical levitation in vacuum, electrodes, counter-propagating laser beams, stochastic harmonic oscillator

ZEMÁNKOVÁ, T. *Optická levitace dielektrických objektů v externím elektrickém poli*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2021. 53 s. Vedoucí Mgr. Vojtěch Svak.



Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně pod dohledem mého vedoucího a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Tereza Zemánková





Na tomto místě bych chtěla poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce Mgr. Vojtěchu Svakovi za pomoc při vypracovávání práce a řešení vzniklých experimentálních problémů, za jeho trpělivost a ochotu poskytnout cenné rady a připomínky. Dále bych chtěla moc poděkovat rodičům a celé mé rodině za podporu během studia.

Tereza Zemánková



# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>3</b>
<b>1 Teoretická část</b>	<b>5</b>
1.1 Optické chytání . . . . .	5
1.1.1 Popis svazku . . . . .	5
1.1.2 Silové působení . . . . .	7
1.1.3 Geometrie optického chytání . . . . .	12
1.2 Dynamika částice . . . . .	15
1.2.1 Tlumený harmonický oscilátor . . . . .	15
1.2.2 Buzený harmonický oscilátor . . . . .	17
1.2.3 Langevinova rovnice pro harmonický oscilátor . . . . .	18
1.2.4 Langevinova rovnice pro nabitou částici v elektrickém poli . . . . .	21
<b>2 Experimentální část</b>	<b>23</b>
2.1 Experimentální sestava . . . . .	23
2.1.1 Chytací optická cesta . . . . .	23
2.1.2 Detekce polohy částice kvadrantní fotodiodou . . . . .	24
2.1.3 Detekce polohy částice kamerami . . . . .	25
2.1.4 Vakuová sestava . . . . .	27
2.1.5 Elektrody . . . . .	27
2.1.6 Ukázky částí experimentální aparatury . . . . .	32
2.2 Příprava vzorku . . . . .	34
2.2.1 Příprava suspenze . . . . .	34
2.2.2 Nebulizér . . . . .	34
2.2.3 Elektrosprej . . . . .	34
2.3 Kalibrace mikroskopu . . . . .	36
2.4 Kalibrace detekce polohy kvadrantní fotodiodou . . . . .	38
2.5 Postup měření . . . . .	39
2.5.1 Stabilní zachycení částice ve vakuu . . . . .	39
2.5.2 Vychylování částice stejnsměrným elektrickým polem . . . . .	39
2.6 Zpracování a výsledky měření . . . . .	40
2.6.1 Dynamika pohybu zachycené částice . . . . .	40
2.6.2 Výpočet náboje . . . . .	42
2.7 Použití elektrospreje . . . . .	44
2.8 Experimentální sestava č. 2 . . . . .	45
2.8.1 Ukázka částí experimentální aparatury č. 2 . . . . .	45
2.8.2 Buzení částice řízeným bílým šumem . . . . .	45
<b>Závěr</b>	<b>49</b>
<b>Literatura</b>	<b>51</b>
<b>Seznam použitých zkratk</b>	<b>53</b>



# Úvod

Hlavním poselstvím optických manipulací je, že světlo lze využít nejen ke svícení, ale také k manipulaci s objekty, k jejich zachycení, přemístění, třídění, samouspořádávání a případně i chlazení. Jako první na silové účinky světla patrně poukázal Johannes Kepler roku 1619 ve svém díle *De Cometis*. Zmínil zde, že chvosty komet jsou odkláněny od Slunce v důsledku slunečního svitu [1].

Velký průlom v optickém chytání nastal až po objevení laseru a první objevy v tomto oboru učinil Arthur Ashkin v 70. letech minulého století. Využil fokusovaný laserový svazek, který namířil na částice zachycené ve vodě [2], a ukázal, že laserový svazek je přemísťuje ve směru záření, ale současně drží poblíž nejvíce intenzitního středu laserového svazku. Využil zde i geometrie dvou protiběžných laserových svazků, které si vzájemně kompenzovaly radiační tlakovou sílu, a zachytil dielektrické částice v prostoru do první optické pasti. O rok později představil optickou levitaci, kdy radiační tlak laserového svazku mířící vzhůru byl kompenzován tíhou částice, tentokrát již ve vzduchu a vakuu [3]. Tuto geometrii poté využil ve své práci [4], ve které poprvé experimentálně prokázal, že kulová mikročástice může fungovat jako velmi kvalitní rezonátor pro světelné módy, které obíhají částici blízko jejího povrchu (tzv. whispering gallery modes) a které byly teoreticky popsány o 60 let dříve P. Debyem a G. Miem. Za jeho nejvýznamnější objev je považováno představení tzv. optické pinzety [5], která je tvořena jedním silně fokusovaným laserovým svazkem, který v prostoru zachytí částici mírně za svým ohniskem. Optická pinzeta se stala cenným nástrojem v různých odvětvích přírodních věd, neboť umožňuje bezkontaktní a nedestruktivní manipulaci s objekty o mikrometrových a submikrometrových rozměrech, např. bakteriemi, viry, živými buňkami nebo organelami uvnitř živých buněk. Umožňuje také měřit velmi slabé síly působící mezi částmi molekulárních motorů pracujících uvnitř buněk či svalů. Za své práce byl A. Ashkin v roce 2018, ve svých 96 letech, oceněn polovinou Nobelovy ceny za fyziku [6].

V posledním desetiletí došlo k novému rozvoji tohoto oboru ve formě tzv. optických levitací nanočástic ve vakuu nebo též levitační optomechaniky. Na rozdíl od předchozích aktivit, zaměřených převážně na manipulace s objekty v kapalině, se zde objekt nachází ve vzduchu nebo v prostředí o nižším tlaku, než je atmosférický. Ukazuje se, že při tlacích cca  $10^{-6}$  mbar je interakce částice s okolím silně potlačena a omezena pouze na fotony chytacího svazku, které vytvářejí potenciálovou jámu. V ní částice kmitá s velmi malým tlumením, což představuje mechanický oscilátor s velmi úzkou rezonanční frekvencí (podíl oscilační frekvence a šířky čáry, tzv. kvalita oscilátoru, dosahuje hodnot až  $10^8$ ) [7]. V tomto období se o takto opticky zachycené nanočástice začali více zajímat také kvantoví fyzici, kteří zde viděli unikátní možnost, jak odebráním energie kmitající částici získat experimentální "makroskopickou" obdobu kvantového oscilátoru. První úspěšný experiment tohoto typu byl publikován před rokem [8].

Ve své bakalářské práci jsem využila sestavu, ve které dielektrická částice levituje ve vakuu ve dvou protiběžných laserových svazcích, a působím na ni externím elektrickým polem. Cílem bylo získat nástroj, který umožní na částici působit budící silou, kterou budeme schopni kontrolovat. Zajímavé to je z toho důvodu, že prostorové tvarování laserového svazku umožňuje vytvářet různé potenciálové profily, ve kterých částice kmitá, včetně nelineárních. Nelineární buzený oscilátor má tendenci k chaotickému chování a ve spojení se stochasticky buzeným elektrickým polem dostaneme zajímavý experimentální nástroj

ke studiu nelineárních stochastických systémů, rychlé řízené změně teploty šumu a případně i realizaci nelineárního kvantového oscilátoru. Ve své práci jsem využila externí elektrické pole k určení náboje na částici a k vytvoření zdroje šumu, který "zahřeje" mechanický pohyb zachycené částice.

# 1. Teoretická část

## 1.1. Optické chytání

V této části budou popsány základní fyzikální mechanismy, které využívají metody optických mikromanipulací s nanočásticemi a mikročásticemi, a budou představeny nejnámější geometrie optického chytání.

### 1.1.1. Popis svazku

Klíčovou součástí optické chytací sestavy je laserový svazek, ve kterém je částice zachycena. Vlastnosti laserového svazku určují optické síly, které působí na částici a umožňují její zachycení v prostoru. Většina kvalitních laserů vyzařuje výstupní svazek ve tvaru tzv. TEM00 modu. Jeho matematickým popisem je tzv. gaussovský laserový svazek, který je popsán dále. Při matematickém odvození gaussovského svazku se využívá tzv. paraxiální aproximace, která usnadní analytické integrování potřebné k získání výsledného analytického vztahu. Aproximace spočívá v tom, že se svazek světla šíří primárně ve směru jedné osy a do zbylých dvou příčných os proniká jen velmi málo. Můžeme proto využít následující zjednodušení s využitím složek vlnového vektoru ve směru jednotlivých os  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  a velikostí celkového vlnového vektoru  $k$  [9]:

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} = k \sqrt{1 - \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{k^2}} \approx k - \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{2k}. \quad (1.1)$$

Čitatel výrazu  $(k_x^2 + k_y^2)/k^2$  je na základě paraxiální aproximace mnohem menší než jmenovatel. Zlomek tak lze rozložit do Taylorovy řady a uvažovat pouze první dva členy, jak vyjadřuje výsledný výraz rovnice (1.1).

### Gaussovský svazek

Rovnice popisující vektor elektrického pole  $\mathbf{E}(x, y, z)$  gaussovského svazku s využitím paraxiální aproximace má tvar [9]:

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{\mathbf{E}_0 e^{(ikz)}}{1 + \frac{2iz}{kw_0^2}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{w_0^2} \frac{1}{1+2iz/kw_0^2}}, \quad (1.2)$$

kde  $\mathbf{E}_0 \equiv \mathbf{E}(0, 0, 0)$ ,  $i$  značí imaginární jednotku a  $w_0$  označuje tzv. pas svazku (poloměr minimálního zúžení svazku v ose  $z = 0$ , znázorněné na obrázku 1.1), který také vyjadřuje vzdálenost od osy, na které poklesne  $\mathbf{E}(w_0, 0, z) = \frac{1}{e} \mathbf{E}(0, 0, z)$ .

K popisu se dále zavádí tzv. Rayleighova délka  $z_0$ :

$$z_0 = \frac{kw_0^2}{2}, \quad (1.3)$$

kteřá vyjadřuje vzdálenost od pasu svazku v ose  $z$ , na které dojde ke zvýšení poloměru svazku  $\sqrt{2}$  krát [9].

Protože předpokládáme stejné pasy svazků v osách  $x$  a  $y$ , tak zavedeme substituci  $\rho^2 = x^2 + y^2$  a přejdeme tímto k polárním souřadnicím. Rovnici (1.2) přepíšeme do následujícího tvaru:

$$\mathbf{E}(\rho, z) = \mathbf{E}_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z)}} e^{i[kz - \eta(z) + k\rho^2/2R(z)]}, \quad (1.4)$$

ve kterém jsme zavedli následující označení veličin [9]:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2/z_0^2}, \quad (1.5)$$

$$R(z) = z(1 + z_0^2/z^2), \quad (1.6)$$

$$\eta(z) = \arctg(z/z_0), \quad (1.7)$$

$w(z)$  označuje pološířku gaussovského svazku,  $R(z)$  poloměr křivosti vlnoplochy a  $\eta(z)$  korekce změny fáze (tzv. Gouyův fázový posuv) po průchodu svazku pasem [9].

Úhlovou divergenci gaussovského svazku pro  $z \gg z_0$  můžeme vyjádřit jako:

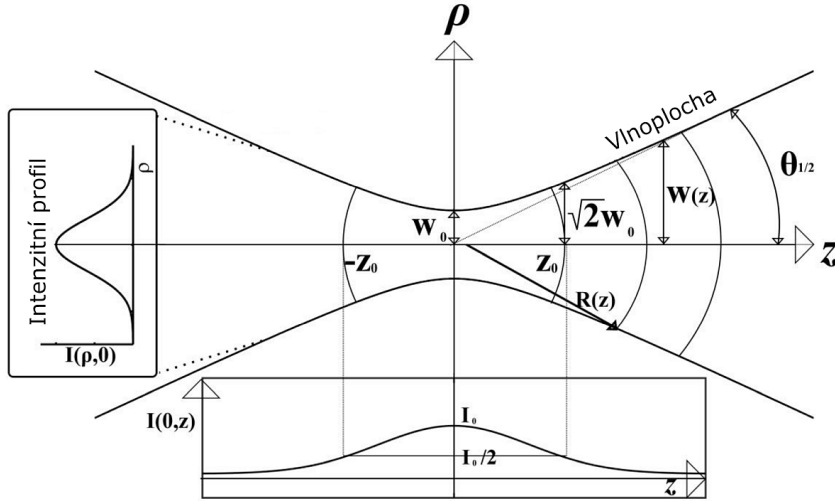
$$\theta_{1/2} = \frac{2}{(kw_0)}, \quad (1.8)$$

úhel je znázorněn na obrázku 1.1.

Pomocí rovnice (1.4) lze spočítat optickou intenzitu gaussovského svazku:

$$I(\rho, z) = C \mathbf{E}(\rho, z) \mathbf{E}^*(\rho, z) = I_0 \frac{w_0^2}{w^2} e^{-\frac{2\rho^2}{w^2}}, \quad (1.9)$$

konstanta  $C = n\epsilon_0 c/2$  [10], kde  $c$  značí rychlost světla ve vakuu,  $\epsilon_0$  permitivitu vakua,  $n$  index lomu prostředí, ve kterém se svazek šíří, a  $I_0 = C|\mathbf{E}(0, 0, 0)|^2$ .



Obrázek 1.1: Gaussovský svazek s popisem nejvýznamnějších charakteristik. V ose  $z$  a  $\rho$  je naznačen intenzitní profil svazku. Upraveno z [11].

Jednou z vlastností gaussovského svazku je, že čím blíže se nacházíme jeho ohnisku, tím více je svazek kolimovaný, přibližně kolimovaným zůstává v intervalu  $-z_0$  až  $z_0$ . U gaussovského svazku dochází v jednotlivých jeho částech ke změnám fáze, které popisuje  $\eta(z)$ . Čím blíže jsme ohnisku, tím je fázová změna podél osy  $z$  výraznější [9].



## Dva protiběžné gaussovské svazky

Při experimentech jsme používali dva protiběžné koherentní gaussovské svazky, jejichž vlnové vektory mířily opačným směrem. Při popisu těchto svazků vyjdeme z rovnice (1.4). Jeden svazek bude přímo ve tvaru rovnice (1.4) a druhý svazek bude mířit proti směru osy  $z$ :

$$\mathbf{E}_1(\rho, z) = \mathbf{E}_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z)}} e^{i[kz - \eta(z) + k\rho^2/2R(z)]}, \quad (1.10)$$

$$\mathbf{E}_2(\rho, z) = \mathbf{E}_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z)}} e^{i[-kz + \eta(z) - k\rho^2/2R(z)]}. \quad (1.11)$$

Výsledná elektrická intenzita pro dva protiběžné gaussovské svazky, jejichž pasy se překrývají v  $z = 0$ , je ve tvaru:

$$\mathbf{E}(\rho, z) = \mathbf{E}_1(\rho, z) + \mathbf{E}_2(\rho, z) = 2\mathbf{E}_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z)}} \cos\left(kz - \eta(z) + k\frac{\rho^2}{2R(z)}\right). \quad (1.12)$$

Výslednou optickou intenzitu dvou protiběžných gaussovských svazků poté dostáváme ve tvaru:

$$I(\rho, z) = 4I_0 \frac{w_0^2}{w^2(z)} e^{-\frac{2\rho^2}{w^2(z)}} \cos^2\left(kz - \eta(z) + k\frac{\rho^2}{2R(z)}\right). \quad (1.13)$$

Je vidět, že v příčném směru se vlastnosti gaussovského svazku zachovaly, ale v podélném směru je intenzita modulována stojatou vlnou, jejichž sousední intenzitní maxima jsou vzdálena přibližně o polovinu vlnové délky.

### 1.1.2. Silové působení

Základním zákonem pro popis silového působení v případě elektromagnetických vln jsou Maxwellovy rovnice, které lze ve vakuu v diferenciálním tvaru vyjádřit jako:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (1.14)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{j}(\mathbf{r}, t), \quad (1.15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\mathbf{r}, t), \quad (1.16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{0}, \quad (1.17)$$

kde  $\mathbf{B}$  značí vektor magnetické indukce,  $\mathbf{E}$  vektor elektrické intenzity,  $c$  rychlost světla ve vakuu,  $\mu_0$  permeabilitu ve vakuu,  $\mathbf{j}$  proudovou hustotu,  $\epsilon_0$  permitivitu ve vakuu,  $\mathbf{r}$  polohový vektor.

### Maxwellův tenzor pnutí ve vakuu

Maxwellův tenzor pnutí lze získat při odvození zákona zachování hybnosti elektromagnetického pole. K odvození je nutné využít kombinace všech čtyř Maxwellových rovnic přenásobených členy  $\epsilon_0 \mathbf{E} \cdot$ ,  $-\epsilon_0 \mathbf{E} \times$ ,  $\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \cdot$  a  $-\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \times$ .

Po provedení potřebných výpočtů získáme rovnici popisující zákon zachování hybnosti [9]:

$$\nabla \cdot \left[ \epsilon_0 \mathbf{E}\mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{H}\mathbf{H} - \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) \overleftrightarrow{\mathbf{I}} \right] = \frac{d}{dt} \frac{1}{c^2} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}] + \rho \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (1.18)$$

kde  $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$  a značí magnetickou intenzitu. Levá strana této rovnice vyjadřuje divergenci Maxwellova tenzoru pnutí  $\overleftrightarrow{\mathbf{T}}$ , který má následující tvar [9]:

$$\overleftrightarrow{\mathbf{T}} = \left[ \epsilon_0 \mathbf{E}\mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{H}\mathbf{H} - \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) \overleftrightarrow{\mathbf{I}} \right], \quad (1.19)$$

kde  $\overleftrightarrow{\mathbf{I}}$  značí jednotkový tenzor reprezentovaný jednotkovou maticí.

Rovnici (1.18) zintegrujeme podle objemu  $V$  a s využitím Gaussova integračního zákona  $\int_V \nabla \cdot \overleftrightarrow{\mathbf{T}} dV = \int_{\partial V} \overleftrightarrow{\mathbf{T}} \mathbf{n} dS$  získáváme rovnici:

$$\int_{\partial V} \overleftrightarrow{\mathbf{T}} \mathbf{n}(\mathbf{r}) dS = \frac{d}{dt} [\mathbf{G}_{\text{pole}} + \mathbf{G}_{\text{mech}}], \quad (1.20)$$

kde  $\partial V$  značí integraci přes plochu ohraničující objem  $V$ ,  $\mathbf{n}$  vnější normálový vektor k povrchu,  $\mathbf{G}_{\text{pole}}$  vyjadřuje hybnost elektromagnetického pole,  $\mathbf{G}_{\text{mech}}$  mechanickou hybnost, tedy hybnost nabitých částic. Hybnosti v rovnici (1.20) jsou ve tvaru následujících rovnic:

$$\mathbf{G}_{\text{pole}} = \frac{1}{c^2} \int_V [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] dV, \quad (1.21)$$

$$\mathbf{G}_{\text{mech}} = \int_V [\rho \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}] dV. \quad (1.22)$$

Z rovnice (1.20) tedy vidíme, že Maxwellův tenzor pnutí určuje hustotu toku hybnosti elektromagnetického pole určitou plochou.

S využitím druhého Newtonova zákona, který udává, že změna hybnosti objektu za jednotku času je způsobena působící silou, můžeme vyjádřit sílu působící na částici umístěnou v elektromagnetickém poli [9]:

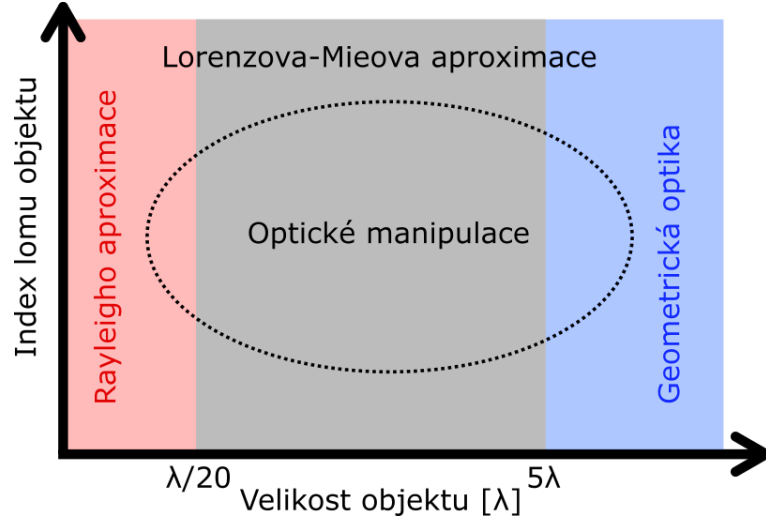
$$\langle \mathbf{F} \rangle = \int_{\partial V} \langle \overleftrightarrow{\mathbf{T}} \rangle \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) dS. \quad (1.23)$$

Optická síla  $\langle \mathbf{F} \rangle$  označuje sílu středovanou přes periodu elektromagnetické vlny, protože okamžitou sílu působící na částici v průběhu krátké periody světelného pole nejsme schopni pozorovat.

Při výpočtech optických sil je možné využít různé aproximace. Přehled nejběžnějších aproximací je znázorněn na obrázku 1.2 a dvě nejjednodušší z aproximací budou blíže popsány v následujícím textu.

## Geometrická optika

Tuto aproximaci lze využít v případě, kdy chytané částice jsou mnohonásobně větší, než je vlnová délka použitého záření [12, 1], a nejsou uvažovány difrakční jevy. Předpokládá



Obrázek 1.2: Aproximace, které je možné využít při výpočtech optických sil působících na zachycenou částici pro různé poloměry objektů a jejich indexu lomu. Tečkovaná elipsa schématicky znázorňuje oblast optických manipulací.

se, že podél daného paprsku se šíří fotony, jejichž počet za jednotku času odpovídá optické intenzitě dopadající na plochu  $dS$  povrchu částice. K odvození optické síly působící na danou částici se využívá přenosu hybnosti na částici z prošlých a dopadajících fotonů.

Uvažujme nyní, že chytaná částice je dielektrická. Při dopadu fotonů na částici dochází ke změně směru jejich šíření, která se projeví změnou hybnosti pole přiřazené k danému paprsku. Na základě platnosti zákona zachování hybnosti, který vyjadřuje, že celková hybnost izolované soustavy se vzájemným silovým působením nemění, můžeme pro soustavu fotonů a hmotného objektu zjistit, že změna hybnosti fotonů vede rovněž ke změně hybnosti objektu [1].

Hybnost jednoho fotonu v prostředí o indexu lomu  $n_1$  lze vyjádřit vztahem:

$$\mathbf{p}_0 = \hbar \mathbf{k} = \frac{n_1 h}{\lambda_0}, \quad (1.24)$$

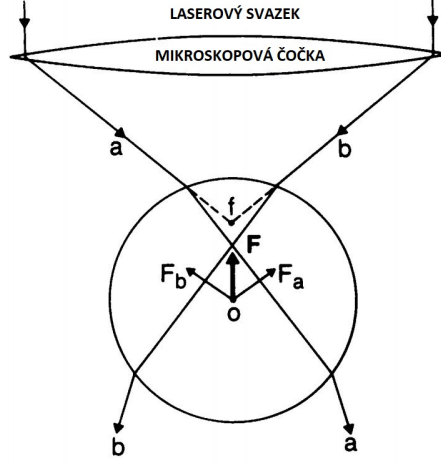
kde  $\hbar$  je redukovaná Planckova konstanta,  $\mathbf{k}$  vlnový vektor v prostředí,  $h$  Planckova konstanta a  $\lambda_0$  vlnová délka ve vakuu.

Podle druhého Newtonova zákona souvisí se změnou hybnosti fotonů síla působící na fotony  $\mathbf{F}_{\text{fot}} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$ , kde  $\Delta \mathbf{p}$  značí celkovou změnu hybnosti všech fotonů dopadajících na objekt za dobu  $\Delta t$ . Na základě třetího Newtonova zákona se silové působení fotonů na objekt musí projevit stejně velkou, ale opačně orientovanou silou. Výsledná optická síla, kterou budou fotony působit na objekt, se zjednodušeně vyjadřuje ve tvaru [12]:

$$\mathbf{F}_{\text{opt}} = P \frac{n_1}{c} \mathbf{Q}, \quad (1.25)$$

kde  $P$  značí výkon dopadajícího záření,  $c$  je rychlost světla ve vakuu,  $\mathbf{Q}$  vektor označující směr silového působení, který obecně závisí na tvaru, velikosti a indexu lomu částice, prostorovém rozložení intenzity v laserovém svazku a indexu lomu okolního prostředí.

Výsledná optická síla působící na částici je součtem silových příspěvků od jednotlivých dopadajících paprsků. Názornější vysvětlení a praktické důsledky silového působení na částici v rámci této paprskové aproximace bude blíže osvětleno na konkrétním případě v sekci 1.1.3.



Obrázek 1.3: Znázornění silového působení dvou paprsků na částici. Z dopadajícího laserového svazku byly vybrány pouze dva symetricky umístěné krajní paprsky  $a$  a  $b$ , které mají na částici největší silový účinek proti směru osy  $z$ . Síly  $\mathbf{F}_a$  a  $\mathbf{F}_b$  označují síly působící na daný objekt od paprsků  $a$  a  $b$ . Výsledná optická síla  $\mathbf{F}$  působící na objekt je vektorovým součtem obou sil  $\mathbf{F}_a$  a  $\mathbf{F}_b$ . Z obrázku je dále vidět, že síla  $\mathbf{F}$  od těchto dvou krajních paprsků působí směrem k ohnisku  $f$  svazku. Upraveno z [12].

### Rayleigho aproximace

Rayleigho aproximaci lze použít v případě, kdy je poloměr částice  $a$  mnohonásobně menší než je vlnová délka  $\lambda$  použitého záření [12]. Většinou se předpokládá, že poloměr částice je  $a \leq \lambda/20$  [10]. Částice se pak chápe jako indukovaný elektrický dipól o dipólovém momentu  $\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}$ , kde  $\alpha$  je obecně komplexní polarizovatelnost dipólu. Složku dopadajícího elektrického pole  $\mathbf{E}$  lze bez újmy na obecnosti vyjádřit jako  $E_j = E'_j e^{i\phi'}$ , kde  $E'_j$  a  $\phi'$  jsou reálné veličiny.

Složku  $F_m$  výsledné optické síly působící na Rayleigho částici podél osy označené obecně jako  $m$  lze vyjádřit ve tvaru [13]:

$$F_m(\mathbf{r}) = \frac{1}{4} \alpha' \sum_{j=x,y,z} \frac{\partial(E_j'^2(\mathbf{r}))}{\partial r_m} + \frac{1}{2} \alpha'' \sum_{j=x,y,z} E_j'^2(\mathbf{r}) \frac{\partial \phi'(\mathbf{r})}{\partial r_m}, \quad (1.26)$$

kde  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ,  $\alpha'$  a  $\alpha''$  označují reálnou a imaginární složku polarizovatelnosti částice.

Polarizovatelnost částice lze vyjádřit ve tvaru [13]:

$$\alpha = \alpha' + i\alpha'' = \frac{\alpha_0}{1 - \frac{2}{3} \frac{ik^3 \alpha_0}{4\pi\epsilon_0\epsilon_1}} \simeq \alpha_0 + i \frac{|\alpha_0|^2 k^3}{6\pi\epsilon_0\epsilon_1}, \quad (1.27)$$

$$\alpha_0 = 4\pi a^3 \epsilon_0 \epsilon_1 \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + 2\epsilon_1}, \quad (1.28)$$

kde  $k = 2\pi n_1/\lambda_0$ ,  $\epsilon_0$  označuje permitivitu vakua,  $\epsilon_1 \equiv n_1^2$  relativní permitivitu okolního prostředí,  $n_1$  index lomu prostředí,  $\epsilon_2 \equiv n_2^2$  relativní permitivitu částice a  $n_2$  index lomu částice.

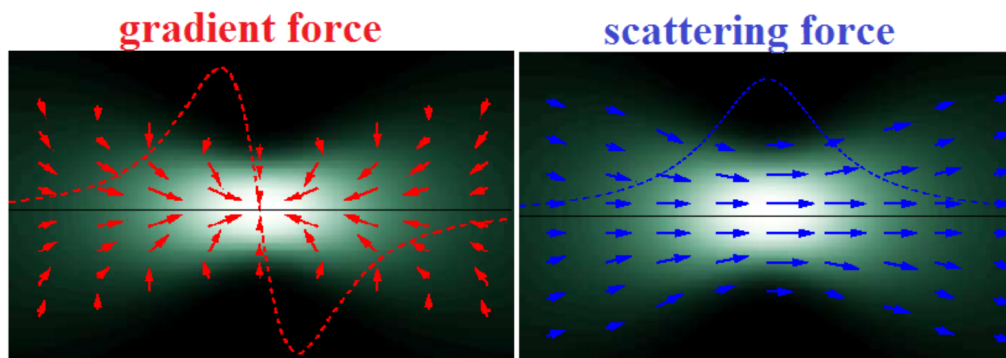
Výslednou sílu vyjádřenou rovnicí (1.26) lze rozložit do dvou složek, první nazveme gradientní a druhou rozptylovou silou [13]:

$$F_m^{\text{grad}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4}\alpha' \sum_{j=x,y,z} \frac{\partial(E_j'^2(\mathbf{r}))}{\partial r_m}, \quad (1.29)$$

$$F_m^{\text{scat}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\alpha'' \sum_{j=x,y,z} E_j'^2(\mathbf{r}) \frac{\partial\phi'(\mathbf{r})}{\partial r_m}. \quad (1.30)$$

V případě, že do rovnic (1.29) a (1.30) dosadíme matematický popis svazku, lze získat analytický vztah pro optické síly. Analytické rovnice pro optické síly od jednoho gaussovského svazku lze najít např. v referenci [14] a pro stojatou gaussovskou vlnu v referenci [10].

Fyzikální představu o působení gradientní a rozptylové síly lze získat pomocí obrázku 1.4.



Obrázek 1.4: Grafické znázornění působení gradientní a rozptylové síly na velmi malou částici umístěnou v místě šipek. Šipky znázorňují velikost a směr působení dané síly. Převzato z [11].

**Gradientní síla** je úměrná reálné složce polarizovatelnosti částice a pro částice splňující  $n_2 > n_1$  působí do místa s největší optickou intenzitou ( $\sim \sum_{j=x,y,z} E_j'^2(\mathbf{r})$ ), tedy ve směru gradientu optické intenzity. Podle rovnice (1.27) závisí na poloměru částice  $a^3$ .

**Rozptylová síla** je úměrná imaginární složce polarizovatelnosti a běžně působí ve směru šíření dopadajícího záření. Podle rovnice (1.27) je úměrná optické intenzitě dopadajícího záření a poloměru částice  $a^6$ .

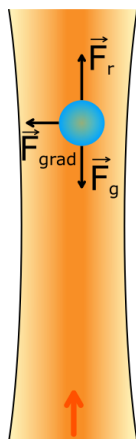
Na základě zmíněných vlastností obou sil tedy platí, že čím je částice větší, tím více roste vliv rozptylové síly na ni, ale pouze pro velikosti, kde platí Rayleighova aproximace. Při experimentech jsem však používala částice mnohem větší, které nesplňovaly tuto aproximaci.

### 1.1.3. Geometrie optického chytání

Existují různé způsoby optického zachycení částice, nejčastější principy popíší v následující podkapitole.

#### Optická levitace

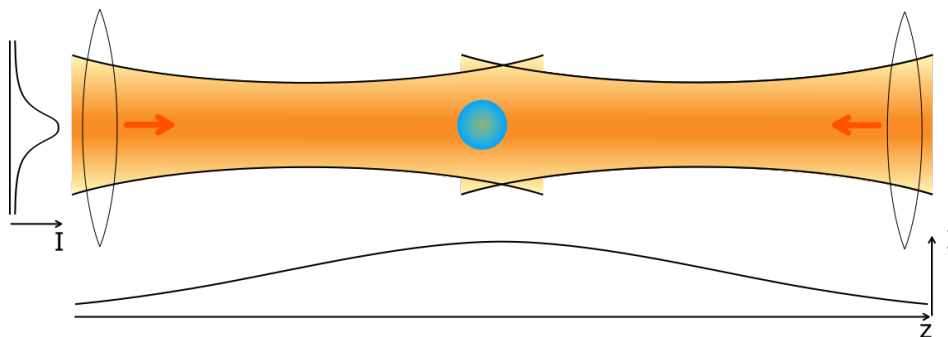
Levitační optická past umožňuje zachytit částici ve vakuu i kapalině a rovnovážnou polohu částice v ose šíření laserového svazku zajišťuje rovnováha mezi tíhovou silou a silou radiačního tlaku záření (rozptylovou silou) [3]. Gradientní síla se uplatňuje významně jen v příčném směru, kde stabilizuje částici na ose gaussovského svazku. Znárodnění optické levitační pasti je na obrázku 1.5. V posledních letech však byl tento pojem rozšířen na jakékoliv optické zachycení částice ve vzduchu a vakuu.



Obrázek 1.5: Částice v levitační optické pasti a znázornění působení gravitační síly a síly radiačního tlaku v podélném směru a gradientní síly ve směru příčném při vychýlení částice mimo osu svazku.

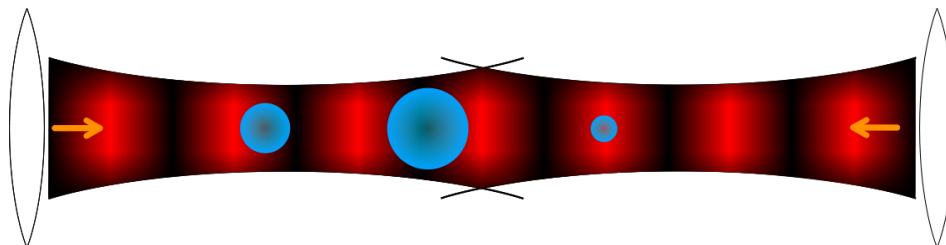
#### Protiběžné svazky

Základem jsou dva svazky, které se šíří proti sobě [2]. Stabilita částice je zajištěna v podélném směru vyrovnáním sil radiačního tlaku od obou svazků. V příčném směru zachycení zajišťuje gradientní síla. Ve většině případů se používají dva identické svazky a částice je stabilně zachycena na optické ose mezi ohnisky obou svazků.



Obrázek 1.6: Dva identické gaussovské protiběžné svazky, jejichž ohniska se nepřekrývají a částice je zachycena mezi ohnisky svazků.

V případě, že jsou oba svazky koherentní, dojde k interferenci a vytvoření stojaté vlny. Gradient optické intenzity je pak podél osy  $z$  výrazně větší než v případě neinterferujících svazků a v souladu s Rayleigho aproximací bude na velmi malé částice působit i velká gradientní síla, která usnadní jejich zachycení. Větší částice, podle své velikosti, může být zachycena buď v interferenčním maximu, případně v interferenčním minimu. Pro určité velikosti částice je síla působící v ose  $z$  nulová [15]. Tyto případy jsou znázorněny na obrázku 1.7.



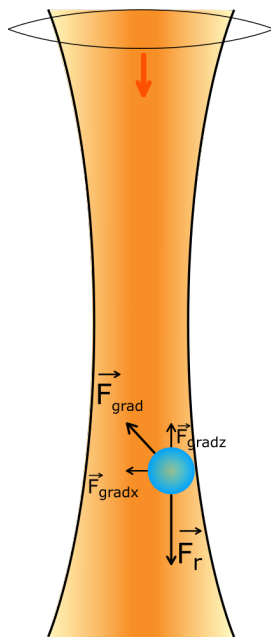
Obrázek 1.7: Dva protiběžné koherentní svazky, které spolu interferují za vzniku stojaté vlny. Červeně jsou znázorněna interferenční maxima a černě interferenční minima. Podle velikosti částic jsou zachyceny buď v interferenčním maximu, minimu, nebo je výsledná síla nulová a částice není silově ovlivněna stojatou vlnou.

## Optické pinzeta

Optická pinzeta je jedním z nejjednodušších nástrojů, které lze využít k optickému zachycení objektů [5]. Je velmi cenným nástrojem v oblasti biologie, fyzikální chemie a mnoha dalších oborech, ve kterých je vhodné používat bezkontaktně zachycený objekt a mít možnost s ním manipulovat i za průhlednými překážkami [16, 1, 6]. Optická pinzeta využívá jeden silně fokusovaný laserový svazek, jak je znázorněno na obrázku 1.3 a 1.8. V optické pinzetě jsou optické síly mnohonásobně silnější, než je tíhová síla částice, a směr tíhové síly tak při zachycení částice nehraje podstatnější roli, na rozdíl od levitační optické pasti. Naopak v příčném směru je mechanismus zachycení částice stejný jako u optické levitační pasti.

V případě zachycení velmi malé částice, kterou lze v rámci Rayleigho aproximace chápat jako indukovaný dipól, gradientní síla tlačí částici ve všech směrech směrem k ohnisku svazku, ale rozptylová ji tlačí ve směru šíření svazku. Stabilní zachycení částice v optické pinzetě pak nastává pro rovnováhu mezi rozptylovou a gradientní silou (obrázek 1.8).

Částice mnohonásobně větší než vlnová délka dopadajícího světla se chová jako čočka. Nelze již použít terminologii gradientních a rozptylových sil, nicméně kvantitativně lze najít rovnovážnou polohu postupem paprskové optiky nastíněným v části 1.1.2 a na obrázku 1.3. Silový příspěvek na částici od dvou krajních paprsků, které dopadají na částici pod největším úhlem, míří proti směru šíření svazku. Naopak paprsky s malým úhlem k ose šíření svazku působí na částici silou ve směru osy  $z$ . V případě silně fokusovaných svazků pak na částici umístěnou v určité oblasti za ohniskem svazku působí celková síla proti směru osy  $z$  (jako na obrázku 1.3) a částice je tažena k rovnovážné poloze umístěné za ohniskem svazku. V případě méně fokusovaných svazků tato situace nenastane a částice proletí ohniskem svazku, aniž by byla zachycena.



Obrázek 1.8: Schématické znázornění sil působících v optické pinzetě na částici umístěnou mimo rovnovážnou polohu. Pro názornější fyzikální představu je používána terminologie gradientních a rozptylových sil z Rayleighho aproximace. Gradientní síly působí v podélném i příčném směru a táhnou částici do místa s největší optickou intenzitou. Rozptylová síla tlačí částici ve směru šíření svazku.



## 1.2. Dynamika částice

V této podkapitole se budu zabývat dynamikou zachycené částice. Nejprve rozeberu pohybovou rovnici pro tlumený a buzený harmonický oscilátor a následně se budu věnovat Langevinově rovnici. Poté zmíněné rovnice spojím do výsledné pohybové rovnice pro studovaný případ zachycené částice v optické pasti, na kterou působí také elektrická síla.

Protože uvažuji harmonický oscilátor v každé ose, budu pohybové rovnice uvádět pouze pro pohyb v ose, která je paralelní se směrem vektoru intenzity vnějšího elektrického pole. V případě trojdimenzionálního zápisu pomocí polohového vektoru  $\mathbf{r}$  by bylo při řešení soustavy nutné rozdělit vektorovou rovnici na tři nezávislá řešení pro každou osu zvlášť.

### 1.2.1. Tlumený harmonický oscilátor

Harmonický oscilátor je model systému, kde na objekt působí pružná síla, která je přímo úměrná výchylce. Výsledkem je pohyb objektu, který se harmonicky mění v čase. V případě tlumeného harmonického oscilátoru na daný objekt ještě působí brzdná síla úměrná rychlosti částice, která tlumí jeho pohyb. Pohybová rovnice pro tlumený harmonický oscilátor je ve tvaru:

$$m\ddot{x} = -\kappa x - b\dot{x}, \quad (1.31)$$

kde  $-\kappa x$  značí pružnou sílu,  $-b\dot{x}$  brzdnou sílu způsobující tlumení kmitavého pohybu částice. Tečky nad  $x$  značí časovou derivaci.

Drobnou úpravou rovnice (1.31) a substitucí  $\omega_0^2 = \frac{\kappa}{m}$  a  $\gamma = \frac{b}{m}$  dostaneme:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (1.32)$$

kde  $\omega_0$  je vlastní frekvence netlumeného oscilátoru a  $\gamma$  koeficient útlumu.

Řešení diferenciální rovnice lze předpokládat ve tvaru  $e^{\lambda t}$ . Po dosazení předpokládaného řešení do diferenciální rovnice nalezneme vlastní hodnoty  $\lambda_{1,2}$ :

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}. \quad (1.33)$$

Výsledné obecné řešení této rovnice je lineární kombinací dvou nezávislých řešení:

$$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (1.34)$$

kde  $C_1$  a  $C_2$  značí konstanty, které lze získat z počáteční polohy  $x_0 \equiv x(0)$  a počáteční rychlosti  $v_0 \equiv \dot{x}(0)$  částice. Obecný tvar konstant je poté v následujícím tvaru:

$$C_1 = x_0 - \frac{v_0 - \lambda_1 x_0}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (1.35)$$

$$C_2 = \frac{v_0 - \lambda_1 x_0}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (1.36)$$

V závislosti na tlumení je možné rozlišit 3 režimy kmitů – přetlumený, podtlumený a kriticky tlumený.

## Silný útlum

Aby se jednalo o případ silného útlumu, musí být splněna nerovnice:

$$\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2 > 0. \quad (1.37)$$

Dostáváme tedy pod odmocninou kladnou hodnotu – výsledek odmocniny bude reálné číslo, které označíme  $\beta$ , platí  $\sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2} = \beta$ . Obecné řešení poté bude ve tvaru rovnice:

$$x(t) = C_1 e^{(-\frac{\gamma}{2} + \beta)t} + C_2 e^{(-\frac{\gamma}{2} - \beta)t}, \quad (1.38)$$

kteřá popisuje exponenciální tlumení pohybu. Těleso koná aperiodický pohyb, při vychýlení z rovnovážné polohy jeho pohyb konverguje bez kmitů k rovnovážné poloze a platí:  $x(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ .

## Kritický útlum

V případě kritického útlumu musí být splněna rovnice:

$$\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2 = 0. \quad (1.39)$$

Obecné řešení pohybové rovnice bude nyní ve tvaru:

$$x(t) = C_1 e^{-\frac{\gamma}{2}t} + tC_2 e^{-\frac{\gamma}{2}t} = e^{-\frac{\gamma}{2}t}(C_1 + tC_2). \quad (1.40)$$

Při vychýlení tělesa z rovnovážné polohy jeho pohyb opět konverguje k rovnovážné poloze  $x(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ , v tomto případě však rychleji s mírným překmitem.

## Slabý útlum

Pro slabý útlum musí být splněna nerovnice:

$$\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2 < 0. \quad (1.41)$$

Výraz pod odmocninou zde bude záporný – výsledek odmocniny bude komplexní číslo. Označíme  $\omega^2 \equiv \omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}$ , poté lze rovnici (1.33) přepsat do následujícího tvaru:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\gamma}{2} \pm i\omega. \quad (1.42)$$

Obecné řešení bude nyní ve tvaru rovnice (1.43), těleso již kmitá a dochází ke zmenšování amplitudy kmitů. Je zřejmé, že  $\omega$  značí oscilační frekvenci tlumeného oscilátoru, která je menší než vlastní frekvence  $\omega_0$ . Řešení lze přepsat do tvaru:

$$x(t) = C_1 e^{(-\frac{\gamma}{2} + i\omega)t} + C_2 e^{(-\frac{\gamma}{2} - i\omega)t}. \quad (1.43)$$

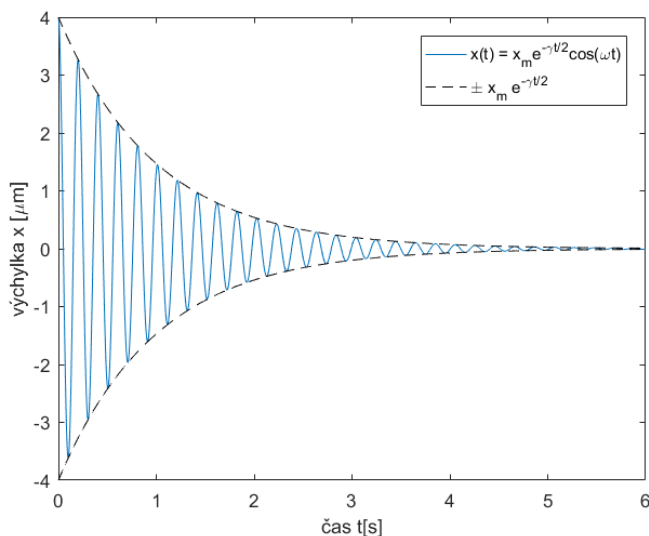
Konstanty  $C_1$  a  $C_2$  jsme již určili v sekci 1.2.1 rovnicemi (1.35) a (1.36). Obě konstanty jsou obecně komplexní. Výchylka  $x(t)$  by však měla být reálné číslo, které je možné získat

kombinací těchto dvou konstant. Po roznásobení všech členů, využití Eulerova vztahu a úpravě vztahů získáme přehlednější rovnici pro časovou závislost výchylky  $x(t)$  ve tvaru:

$$x(t) = x_m e^{-\frac{\gamma t}{2}} \cos(\omega t + \varphi), \quad (1.44)$$

kde  $x_m$  označuje maximální možnou výchylku kmitů a  $\varphi$  fázový posun, které jsou dány počátečními podmínkami.

Tato rovnice vyjadřuje, že amplituda kmitů oscilátoru se tlumí exponenciálně v důsledku přítomnosti členu  $x_m e^{-\frac{\gamma t}{2}}$  a má harmonický průběh, jak znázorňuje obrázek 1.9. Výchylka podtlumeného oscilátoru rovněž konverguje k rovnovážné poloze pro velké časy  $x(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ .



Obrázek 1.9: Kmity podtlumeného oscilátoru. Amplituda kmitů částice klesá exponenciálně podle vztahu  $x_m e^{-\frac{\gamma t}{2}}$  a je znázorněna černě, průběh kmitů má harmonický průběh a je znázorněn modře. Zvolené parametry průběhu byly: koeficient útlumu  $\gamma = 2 \text{ s}^{-1}$ , vlastní frekvence kmitů  $\omega_0 = 31 \text{ s}^{-1}$ , oscilační frekvence  $\omega \cong 31 \text{ s}^{-1}$ , amplituda kmitů  $x_m = 4 \text{ μm}$ .

### 1.2.2. Buzený harmonický oscilátor

V modelu buzeného harmonického oscilátoru vystupuje kromě tlumící síly ještě síla budící. Pohybová rovnice pro buzený oscilátor je ve tvaru:

$$m\ddot{x} = -\kappa x - b\dot{x} + F_b \cos(\omega_b t), \quad (1.45)$$

kde  $F_b \cos(\omega_b t)$  značí budící sílu,  $F_b$  je amplituda budící síly.

Pohybovou rovnici (1.45) opět upravíme do podoby:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f \cos(\omega_b t), \quad (1.46)$$

kde  $f = \frac{F_b}{m}$  a zbylé členy jsou definovány v sekci 1.2.1. Kmity buzeného harmonického oscilátoru jsou tedy závislé na dvou frekvencích – vlastní frekvenci kmitů soustavy  $\omega_0$  a frekvenci budící síly  $\omega_b$ .

Řešení lineární nehomogenní obyčejné diferenciální rovnice (1.46) je součtem řešení homogenní rovnice, které již bylo provedeno v podkapitole 1.2.1, a které konverguje  $x(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ , a partikulárního řešení  $x_p(t)$  daného pravou stranou rovnice (1.46). Partikulární řešení budeme předpokládat ve tvaru:  $x_p(t) = A \cos(\omega_b t) = \text{Re}(Ae^{i\omega_b t})$ , kde  $A$  značí konstantu. Po dosazení předpokládaného partikulárního řešení do rovnice (1.46) získáváme hodnotu konstanty  $A$ :

$$A = \frac{f}{\omega_0^2 - \omega_b^2 + i\gamma\omega_b}. \quad (1.47)$$

Při uvažování předpokládaného řešení získáváme výslednou podobu partikulárního řešení pro časový průběh pozice  $x_p(t)$ :

$$x_p(t) = \Re \left( \frac{f e^{i\omega_b t}}{\omega_0^2 - \omega_b^2 + i\gamma\omega_b} \right) = \frac{f \cos(\omega_b t)(\omega_0^2 - \omega_b^2) + f \sin(\omega_b t)\gamma\omega_b}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_b^2)^2 + \gamma^2\omega_b^2}}. \quad (1.48)$$

Amplitudu kmitů  $x_m$  získáme např. z počátečních podmínek  $x(0) = x_0$  a  $\dot{x}(0) = v_0 = 0$ :

$$x_m = \frac{|f|}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_b^2)^2 + \gamma^2\omega_b^2}} = \frac{|f|}{\omega_0^2} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\gamma^2\omega_b^2}{\omega_0^4}}}. \quad (1.49)$$

Obecné řešení pro buzený harmonický oscilátor je poté součtem rovnic (1.48) a (1.34). V okamžiku, kdy se k tlumeně kmitajícímu systému přidá budící síla, bude pohyb soustavy superpozice volných kmitů soustavy a nucených kmitů od budící síly. Po určité době však systém bude vykonávat pouze kmity nucené, a bude tak mít větší váhu partikulární řešení.

## Rezonanční frekvence

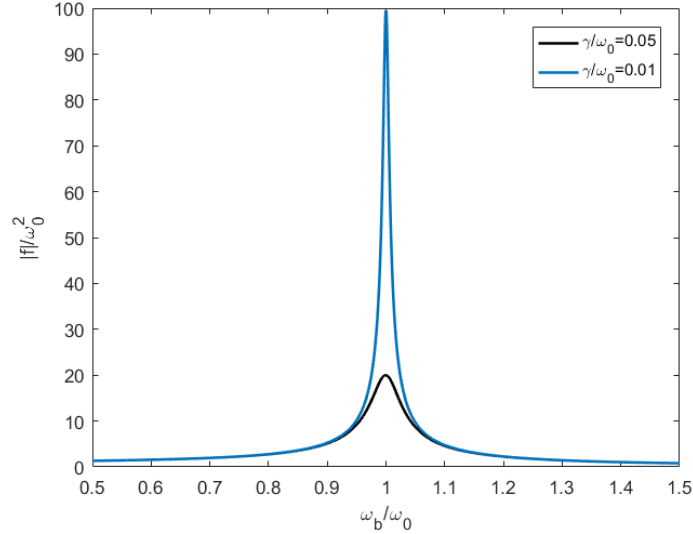
Amplituda kmitů částice daná rovnicí (1.49) je maximální pro  $\omega_b = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{2}} = \omega_{\text{rez}}$ . Tato frekvence se nazývá rezonanční. V případě velmi slabého tlumení je rezonanční frekvence velmi blízko vlastní frekvenci volných kmitů oscilátoru.

Obrázek 1.10 znázorňuje, že čím vyšší je hodnota koeficientu  $\gamma$ , tím nižší a méně ostrý pík rezonanční křivka má. Amplituda kmitů při vyšším koeficientu tlumení je nižší.

S rezonanční frekvencí je nutné počítat všude, kde dochází ke kmitání systému vlivem budící síly. V případě, kdy se frekvence budící síly blíží vlastní frekvenci systému, roste amplituda kmitů a může dojít k překročení mezí pevnosti použitých materiálů a zničení konstrukce. Naopak pozitivní efekt má rezonance u hudebních nástrojů, kdy efektivně zesiluje zvuk.

### 1.2.3. Langevinova rovnice pro harmonický oscilátor

Langevinova rovnice je základní pohybová rovnice, která popisuje pohyb částice pod vlivem náhodně působících sil v prostředí. V případě harmonického oscilátoru ji můžeme chápat jako popis systému, který je buzený náhodnou silou. Nejznámějším příkladem je Brownův pohyb, který koná přibližně mikrometrová částice ve vodě [17]. V případě Brownova pohybu se uvažuje, že budící síla kmitá na všech frekvencích se stejnou amplitudou, má tedy konstantní spektrální profil nazývaný také bílým šumem. Velký průlom



Obrázek 1.10: Příklad dvou rezonančních křivek s odlišnou hodnotou koeficientu útlumu  $\gamma$ . Černě je znázorněn více tlumený pohyb, modře méně tlumený. Graf vychází z rovnice (1.49).

v teorii Brownovského pohybu učinil Albert Einstein, který získal vztah mezi makroskopickou difúzní konstantou  $D$  a atomárními vlastnostmi hmoty (plynovou konstantou  $R$ , Avogadrovou konstantou  $N_A$ ) ve tvaru rovnice:

$$D = \frac{RT}{N_A 6\pi\eta a} = \frac{k_b T}{6\pi\eta a} = \frac{k_b T}{\gamma}, \quad (1.50)$$

kde  $a$  je poloměr částice,  $k_b$  je Boltzmannova konstanta, pro kterou platí vztah  $k_b = \frac{R}{N_A}$ ,  $\eta$  označuje dynamickou viskozitu prostředí a  $\gamma$  koeficient tření ve tvaru Stokesova zákona  $\gamma = 6\pi\eta a$  [17].

Brownovská částice, která je obklopena okolními molekulami (např. zbytkovou atmosférou), je mnohem větší než zmíněné molekuly. Částice tedy interaguje s okolními molekulami, které do ní náhodně narážejí a působí na ni silou, která je v čase náhodná [17]. Tato síla  $\xi(t)$  následně tvoří pravou část Langevinovy stochastické diferenciální rovnice, která má tvar:

$$m\ddot{x}(t) = -\kappa x(t) - \gamma\dot{x}(t) + \xi(t). \quad (1.51)$$

Náhodná síla se velmi rychle a nahodile mění v čase, je tedy stochastické povahy a lze ji popsat např. následujícími rovnicemi pro tzv. bílý šum [17]:

$$\langle \xi(t) \rangle = 0, \quad (1.52)$$

$$\langle \xi(t_1)\xi(t_2) \rangle = g\delta(t_1 - t_2), \quad (1.53)$$

kde  $g$  značí varianci náhodné síly  $\xi(t)$  a  $\delta$ -funkce vyjadřuje, že není žádná souvislost mezi dvěma srážkami v různých časech,  $\langle \rangle$  označuje střední hodnotu přes různé realizace děje.

## Spektrální výkonová hustota polohy částice

Rovnici (1.51) můžeme opět přepsat do tvaru:

$$\ddot{x}(t) = -\omega_0^2 x(t) - \frac{\gamma}{m} \dot{x}(t) + \frac{1}{m} \xi(t), \quad (1.54)$$

kde  $\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{m}}$ .

Spektrální výkonovou hustotu  $S_\xi(\omega)$  náhodné síly  $\xi(t)$  lze s využitím Wienerova-Khinchinova teorému vypočítat s využitím rovnice (1.53) charakterizující bílý šum, kde  $g = 2\gamma k_b T$  [17]:

$$S_\xi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \xi(t)\xi(0) \rangle e^{i\omega t} dt = 2\gamma k_b T. \quad (1.55)$$

Pokud uděláme Fourierovu transformaci Langevinovy rovnice a vyřešíme ji pro Fourierův obraz  $\hat{x}(\omega)$ :

$$\hat{x}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (1.56)$$

získáme:

$$\hat{x}(\omega) = \frac{1}{m} \frac{\hat{\xi}(\omega)}{\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{\gamma}{m} i\omega}. \quad (1.57)$$

Výkonová spektrální hustota závislá na souřadnici  $x$  je poté úměrná  $|\hat{x}(\omega)|^2$ :

$$S_x(\omega) = \frac{1}{m^2} \frac{S_\xi(\omega)}{|\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{\gamma}{m} i\omega|^2} = \frac{2\gamma k_b T}{m^2} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\gamma^2}{m^2} \omega^2}. \quad (1.58)$$

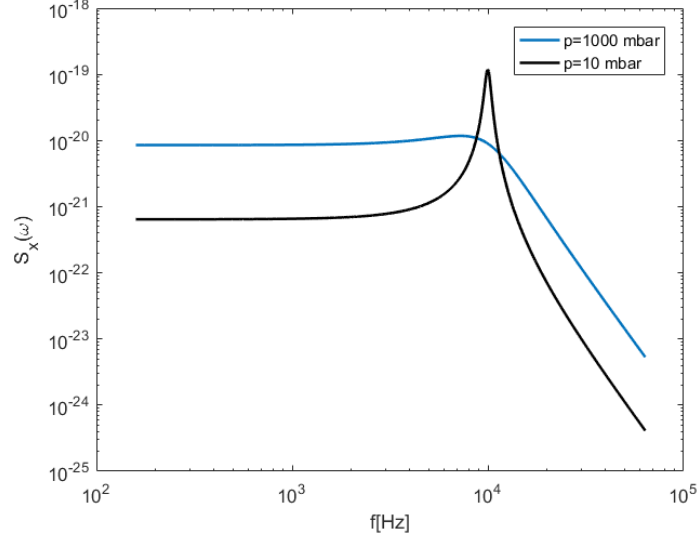
## Přetlumená Langevinova rovnice

V případě silného tlumení a malé částice platí, že:  $\ddot{x} \ll \frac{\gamma}{m} \dot{x}$ . Efekt setrvačných sil tedy bude mít mnohem menší vliv než tlumení, a proto můžeme  $m\ddot{x}$  v Langevinově rovnici (1.51) zanedbat. Rovnici poté lze přepsat do tvaru tzv. přetlumené Langevinovy rovnice, která se nejčastěji používá k popisu Brownova pohybu částic ve vodě:

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{\gamma} \kappa x(t) + \xi(t). \quad (1.59)$$

Obrázek 1.11 porovnává spektrální výkonovou hustotu pro reálný případ křemenné částice o průměru 1,54  $\mu\text{m}$ , která je zachycena v optické pasti o tuhosti odpovídající vlastní frekvenci 10 kHz při atmosférickém tlaku a při stokrát nižším tlaku 10 mbar. Z obrázku 1.11 lze vidět, že při atmosférickém tlaku je pohyb částice téměř přetlumen (oscilační pík je zanedbatelný) a člen  $\ddot{x}$  v Langevinově rovnici má jen slabý vliv. Experimentálně zjištěná data pro podobné parametry, která jsou proložena teoretickou závislostí (1.58), lze porovnat na obrázku 2.20.

Mezi přetlumeným a podtlumeným režimem lze v rámci prováděných experimentů přecházet snížením tlaku v komoře.



Obrázek 1.11: Závislost spektrální výkonové hustoty polohy částice na frekvenci. Modře je znázorněna závislost v případě atmosférického tlaku – tedy přetlumený režim. Černě poté závislost odpovídající přibližně experimentálním podmínkám, tedy vakuu s tlakem 10 mbar. Parametry simulace: hustota částice  $\rho = 2000 \text{ kg/m}$ , teplota  $T = 300 \text{ K}$ , koeficienty útlumu pro přetlumený režim  $\gamma_{p\text{retl}} = 2,3 \times 10^{-10}$  a koeficient útlumu pro podtlumený režim  $\gamma_{p\text{odtl}} = 1,8 \times 10^{-11}$ .

#### 1.2.4. Langevinova rovnice pro nabitou částici v elektrickém poli

V případě, že na částici působí ještě další síla, např. elektrického pole, rozšíříme Langevinovu rovnici o další člen:

$$m\ddot{x} = -\kappa x(t) - \gamma\dot{x} + \xi + Eq, \quad (1.60)$$

kde  $Eq$  vyjadřuje elektrickou sílu, kterou částici vychylujeme,  $E$  je velikost elektrické intenzity a  $q$  náboj zachycené částice.

S opticky zachycenou částicí jsem realizovala dva druhy experimentů, jejichž výsledky jsou uvedeny v experimentální části této práce v sekci 2.6 a 2.8.2.

V prvním případě jsem vychylovala zachycenou nabitou částici statickým elektrickým polem přivedením napětí  $U$  na elektrody. Mezi napětím a velikostí intenzity elektrického pole  $E$  platí vztah:  $E = \frac{U}{l}$ , kde  $l$  je vzdálenost mezi elektrodami.

V druhém případě jsem využila funkční generátor a přiváděla jsem na elektrody napětí s charakteristikou bílého šumu, který má stejné vlastnosti jako stochastický šum popsáný v rovnici (1.53). Tím jsem k existující stochastické síle  $\xi(t)$  přičetla ještě jednu sílu elektrického původu  $\zeta(t)$ , která má následující vlastnosti [18]:

$$\langle \zeta(t) \rangle = 0, \quad (1.61)$$

$$\langle \zeta(t_1)\zeta(t_2) \rangle = \sigma^2\Gamma(t_1 - t_2), \quad (1.62)$$

kde  $\sigma^2$  vyjadřuje varianci elektrické síly,  $\Gamma(\tau)$  je normalizační funkce, pro kterou platí:  $\int_{\mathbb{R}} \Gamma(\tau) d\tau = 1$ . V případě, že je vnější šum bílý, lze  $\Gamma$  vyjádřit ve tvaru:  $\Gamma(\tau) = \delta(\tau)$ . Pokud si rozepíšeme varianci elektrické síly, získáme  $\langle F_E F_E \rangle = \frac{q^2 U^2}{d^2}$ , ze které je patrná souvislost  $\sigma^2$  s amplitudou napětí  $V_{pp}^2$  (peak to peak).

V rovnici (1.58) je třeba místo pokojové teploty  $T$  použít efektivní teplotu  $T_{kin}$  [18]:

$$T_{kin} = T + \frac{\sigma^2}{2k_b\gamma}, \quad (1.63)$$

pro kterou z ekvipartičního teorému platí:

$$\kappa \langle x^2 \rangle = k_b T_{kin}. \quad (1.64)$$

Navýšení efektivní teploty  $T_{kin}$  se tedy projevuje ve vyšší varianci polohy částice. Kvadratickou závislost  $\langle x^2 \rangle$  na budícím napětí jsem ověřila experimentálně. Závislost je znázorněna na grafech v experimentální části v sekci 2.8.2, obrázky 2.24 a 2.25.

### Langevinova rovnice a opticky levitující částice

Využití levitujících částic nám dává možnost ovlivnit všechny parametry Langevinovy rovnice (1.60).

*Hmotnost částice* lze ovlivnit výběrem velikostí jednotlivých převážně kulových částic  $m = V\rho = \frac{4}{3}\pi a^3\rho$ , kde  $a$  značí poloměr částice a  $\rho$  její hustotu.

*Tlumení  $\gamma$*  lze měnit tlakem vzduchu ve vakuové komoře přes několik řádů.

*Tuhost optické pasti  $\kappa$*  lze měnit výkonem laseru, případně šířkou pasu  $w_0$  laserového svazku v ohnisku. Prostorovým tvarováním svazků lze vytvořit i nelineární silové působení na částici.

*Náhodnou sílu  $\xi$*  lze jen obtížně ovlivnit teplotou okolního prostředí, nicméně přiložením napětí s charakteristikou bílého šumu na elektrody umožňuje rychle dosáhnout efektivních teplot  $T_{kin}$  v násobcích pokojové teploty.



## 2. Experimentální část

### 2.1. Experimentální sestava

Podílela jsem se na sestavení dvou experimentálních aparatur. Obě měly stejný koncept, kdy laserový svazek prochází přes soustavu optických elementů, které ho prostorově filtrují, polarizačně upravují a rozdělí na dva svazky. Ty se ve vakuové komoře šíří proti sobě, jsou zde fokusovány a tvoří optickou past se stojatou vlnou. Na první sestavě jsem prováděla experimenty s vychylováním levitující částice statickým elektrickým polem a určovala její náboj. Druhá sestava zahrnuje DMD (digital micro-mirrors device) element, který umožňuje dynamicky tvarovat prostorové intenzitní rozložení svazků, včetně generování více chytacích svazků. Tuto možnost jsem však ve své práci nevyužila. Druhá sestava rovněž využívala nové elektrody, které jsem použila k experimentům s buzením částice bílým šumem generovaným elektrickým polem.

#### 2.1.1. Chytací optická cesta

Schéma optické cesty je na obrázku 2.1. Svazek světla emitovaný laserem (Prometheus) měl vlnovou délku 1064 nm a byl lineárně polarizovaný a mírně rozbíhavý. Po průchodu laserového svazku čočkou L1 se svazek kolimoval, odrazil na dielektrickém zrcadle M1 a procházel půlvlnnou destičkou HW, která byla umístěna v otočném držáku a umožňovala natáčet rovinu polarizace prošlého svazku, a polarizačním děličem svazku PBS1, který propouštěl pouze vybranou složku polarizace svazku. Dohromady sloužily k regulaci výkonu svazku vstupujícího dále do sestavy.

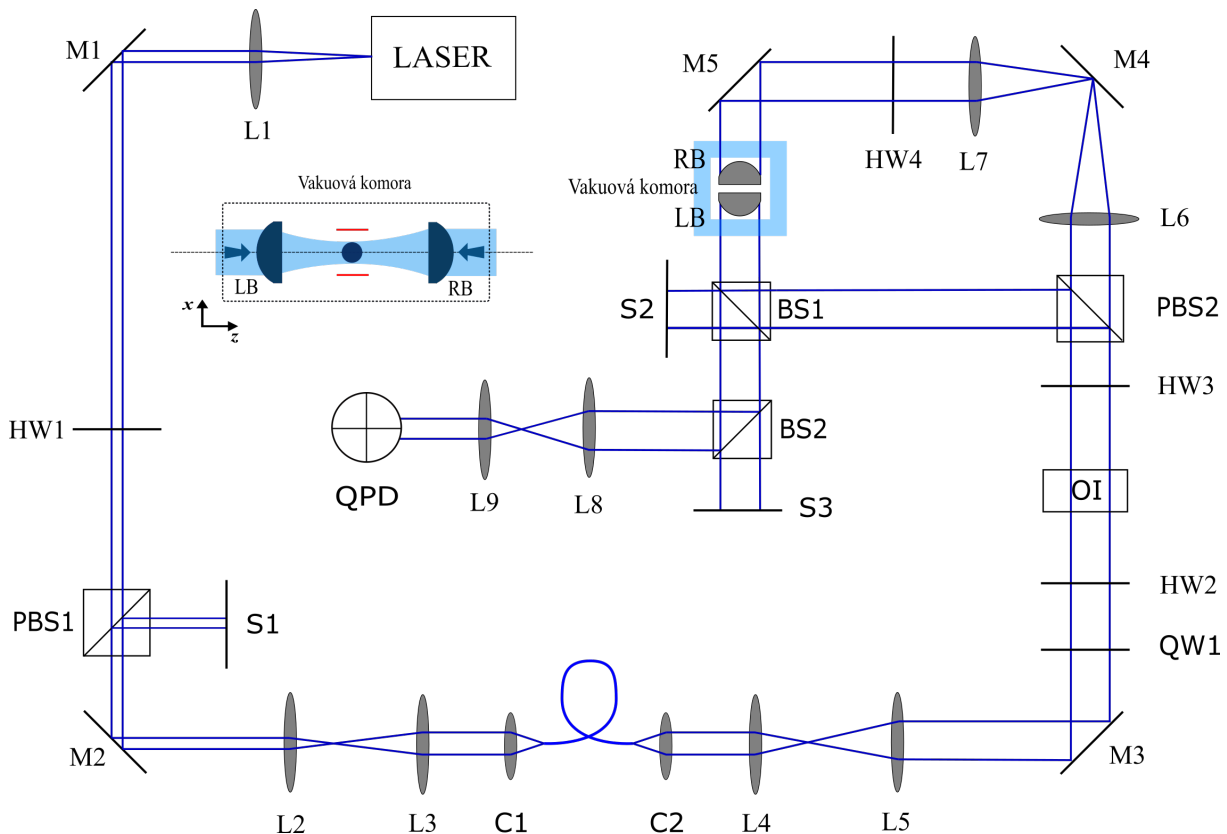
Po odrazu na zrcadle M2 svazek procházel afokální soustavou dvou čoček L2 a L3, která svazek dvakrát rozšířila tak, aby překryl čočku C1, a tím se plně využila její numerická apertura k fokusaci svazku do jednomodového optického vlákna. Vláknem nám jednak umožnilo dopravit svazek do jiného místa sestavy, ale hlavně odstranilo mírný eliptický profil svazku vystupujícího z laseru.

Po výstupu z vlákna byl svazek kolimován čočkou C2 a dále dvakrát rozšířen afokální soustavou čoček L4 a L5, aby později dostatečně překryl fokusační čočky ve vakuové komoře.

Po odrazu kolimovaného svazku na zrcadlo M3 prošel čtvrtvlnnou destičkou QW1, která umožnila změnu lineární polarizace na kruhovou, a spolu s půlvlnnou destičkou HW2, která natočila polarizaci do požadovaného směru, bylo možné měnit intenzitu procházejícího svazku. Po průchodu destičkami kolimovaný svazek procházel magnetickým Faradayovým izolátorem OI, který zabraňoval zpětnému průchodu laserových svazků do laseru a nechtěným odrazům mezi optickými elementy.

Svazek se dále šířil přes soustavu půlvlnné destičky HW3 a PBS2, kde docházelo k rozdělení svazku na dva a výkon v obou větvích svazků jsem byla schopna opět regulovat.

Po průchodu svazku půlvlnnou destičkou HW3 byla jeho polarizace vhodně natočena tak, aby se ve správném poměru intenzit rozdělil na polarizačním deliči PBS2. Prošlý svazek byl fokusovaný na zrcadlo M4, uchycené v úhlově nastavitelném držáku. Zrcadlo umožňovalo korigovat úhel, jaký svírala osa svazku s osou druhého protiběžného svazku. Čočka L7 kolimovala svazek po odrazu na M4 a půlvlnná destička HW4 otočila polarizaci svazku o 90°, aby interferoval s protiběžným svazkem a v komoře vytvořil optickou past



Obrázek 2.1: Schéma první optické sestavy použité pro chytání a detekci polohy částice QPD (popis viz text). Použité označení: M = zrcadlo, HW = půlvlnná destička, QW = čtvrtvlnná destička, L = čočka, S = stínítko, PBS = polarizační dělič svazku, BS = dělič svazku, C = kolimační čočka (kolimátor), OI = Faradayův optický izolátor, QPD = kvadrantní fotodioda, LB a RB značí fokusační asférické čočky. Detail: Schématicky znázorněný překryv fokusovaných svazků ve vakuové komoře a umístění elektrod (červeně) při pohledu shora do komory. Ohniskové vzdálenosti jednotlivých čoček jsou následující:  $f_{L1} = 500$  mm,  $f_{L2} = 100$  mm,  $f_{L3} = 200$  mm,  $f_{C1} = 11$  mm,  $f_{C2} = 11,23$  mm,  $f_{L4} = 100$  mm,  $f_{L5} = 200$  mm,  $f_{L6} = 200$  mm,  $f_{L7} = 200$  mm,  $f_{L8} = 300$  mm,  $f_{L9} = 100$  mm,  $f_{RB} = f_{LB} = 8$  mm.

se stojatou vlnou. Zrcadlo M5 odrazilo svazek do vakuové komory, ve které byl čočkou RB fokusován.

Svazek odražený na PBS2 se rozdělil na nepolarizujícím děliči BS1 v poměru 50:50, odražená část vstoupila do vakuové komory a byla fokusována čočkou LB tak, aby oba fokusované svazky vytvořily stojatou vlnu, která fungovala jako optická past. Svazek prošlý BS1 byl utlumen stínítkem S2.

### 2.1.2. Detekce polohy částice kvadrantní fotodiudou

Část svazku fokusované čočkou RB se rozptylovala na zachycené částici a část procházela neovlivněna. Oba tyto svazky procházely BS1, odrážely se na BS2 a afokální soustavou čoček L8 a L9 byly třikrát zúženy a dopadaly na kvadrantní fotodiodu (QPD). Tento typ fotodiody se skládá ze čtyř fotodiód ve tvaru kvadrantů a umožňuje získat signál z každého kvadrantu zvlášť. V našem případě QPD detekovala intenzitní interferenční obrázek vytvořený interferencí svazku rozptýleného částicí a prošlého svazku. Vychýlení částice

z osové polohy mimo osu svazku způsobilo narušení symetrie interferenčního obrazce, jehož těžiště se přesunulo z rovnoměrného rozložení přes všechny kvadranty na nesymetrické. Míra nesymetrie osvětlení ve vodorovné ( $x$ ) a svislé ( $y$ ) ose QPD popisuje příčnou polohu částice v optické pasti a určuje se jako:

$$S_x = Q_1 + Q_2 - Q_3 - Q_4, \quad (2.1)$$

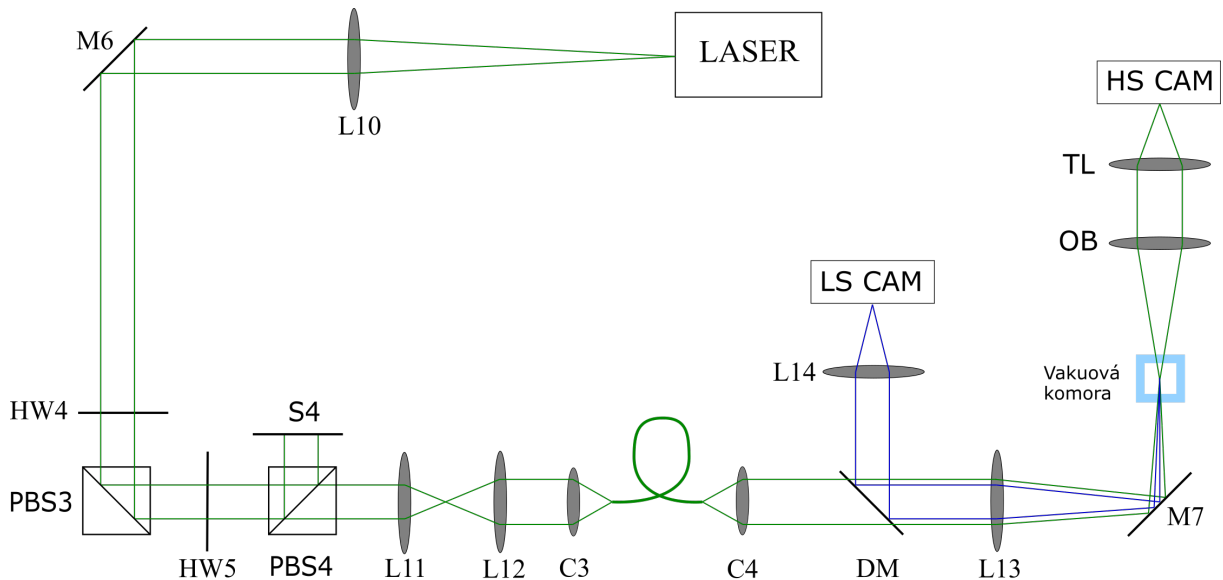
$$S_y = Q_1 + Q_4 - Q_2 - Q_3, \quad (2.2)$$

kde  $Q_{1,2,3,4}$  označují signály z kvadrantů  $Q_1$  (vlevo nahoře) až  $Q_4$  (vlevo dole) a číslovaných po směru hodinových ručiček. Kalibrace signálů  $S_{x,y}$  je zmíněna v části 2.4. Polohu částice podél osy svazků ( $z$ ) jsme z QPD neurčovali.

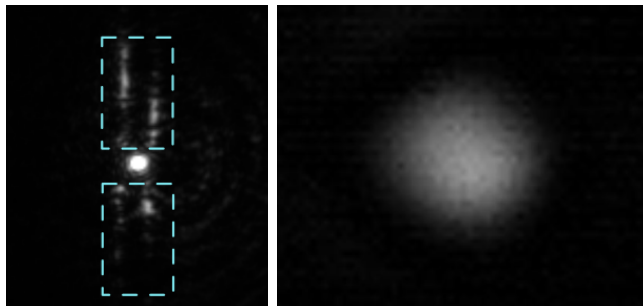
### 2.1.3. Detekce polohy částice kamerami

Obrázek 2.2 zobrazuje další část optické sestavy, která sloužila k zobrazení částice a záznamu jejího pohybu na dvě kamery. Pro lepší přehlednost ji uvádím zvlášť. Laser Prometheus použitý v předchozí chytací sestavě byl vybaven modulem pro násobení frekvence a současně emitoval svazek i na vlnové délce 532 nm. Svazek s touto vlnovou délkou jsem použila pro osvit částice a její zobrazení na rychlou kameru HS CAM v ose kolmé k obrázku 2.1. Optické elementy mají obdobnou funkci jako v obrázku 2.1 a sloužily k rozšíření svazku (L10 a L11), ke vhodnému natočení jeho polarizace (HW4, HW5 a PBS3, PBS4), symetrizaci příčného profilu svazku (optické vlákno) a mírné fokusaci do komory na částici (L13). Svazek prochází komorou kolmo na rovinu obrázku 2.1. Objektiv OB zobrazoval částici do nekonečna a tubusová čočka TL ji zobrazovala na čip rychlé kamery HS CAM (i-Speed 508). Obraz zaznamenaný touto kamerou byl použit k analýze pohybu částice.

Druhá kamera LS CAM (Basler ac-A640-750) zobrazovala částici rozptylující chytací svazek na 1064 nm s využitím čoček L13, dichroidního zrcadla DM a čočky L14. Obraz z této kamery byl využíván pro rychlou orientaci dění v komoře, např. zda je částice v pasti stále přítomna, případně kolik částic se v pasti nachází.



a)



b)

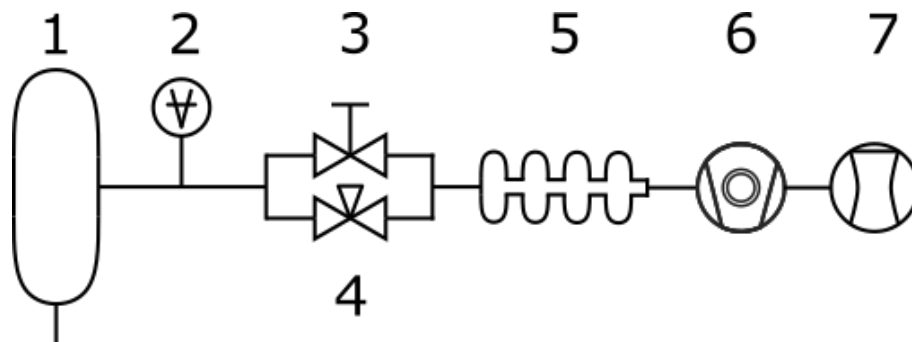
c)

Obrázek 2.2: a) Optická cesta pro zobrazování kamerami. Využil se výstup laseru Prometheus o vlnové délce 532 nm (zeleně). Označení: M = zrcadlo, DM = dichroické zrcadlo, HW = půlvlnná destička, L = čočka, PBS = polarizační dělič svazku, C = kolimační čočka (kolimátor), OB = objektiv (Motic Plan Apo 100x/0.55 ULWD), TL = tubusová čočka, HS CAM = vysokorychlostní kamera, LS CAM = pomalejší kamera, S = stínítko. Ohniskové vzdálenosti jednotlivých čoček jsou:  $f_{L10} = 500$  mm,  $f_{L11} = 19$  mm,  $f_{L12} = 50$  mm,  $f_{C3} = 11$  mm,  $f_{C4} = 6,09$  mm,  $f_{L13} = 500$  mm,  $f_{L14} = 50$  mm,  $f_{TL} = 300$  mm. Pod schématem aparatury jsou obrazy částice b) na pomalé kameře, kde jsou modrým rámečkem znázorněny elektrody a c) na rychlé kameře.

## 2.1.4. Vakuová sestava

Vakuová sestava umožňuje snížit tlak v komoře, kde částice opticky levituje, a tím snížit odpor prostředí  $\gamma$  v Langevinově rovnici. Za atmosférického tlaku je pohyb částice přetlumený a při námi používaném tlaku kolem 1–10 mbar jsou již zřetelné oscilace částice v optické pasti.

Na obrázku 2.3 je schéma použité vakuové sestavy.



Obrázek 2.3: Schéma použité vakuové sestavy. 1 – vakuová komora, 2 – Penningova měrka se studenou katodou v kombinaci s Piraniního měrkou (Pfeiffer PKR 251), 3 – jehlový ruční ventil, 4 – deskový ruční ventil, 5 – vlnovec, 6 – turbomolekulární vývěva, 7 – membránová vývěva.

Čerpací rychlost bylo možné v této sestavě regulovat pomocí dvou ručních ventilů zapojených paralelně. Při otáčení deskovým ventilem se do vakuového potrubí postupně zasouvala, případně vysouvala přepážka, která omezovala čerpací rychlost po velkých skocích. Jehlový ventil měl tvar kuželu a umožňoval jemnější regulaci čerpací rychlosti.

Při experimentech bylo třeba otáčet kombinovaně s oběma ventily tak, aby bylo dosaženo potřebné čerpací rychlosti, při které nedocházelo ke ztrátám zachycené částice v důsledku vzdušných vírů. Přesný popis čerpání a využití ventilů je blíže popsán v sekci 2.5.1, kde je vysvětlen postup experimentálního optického zachycení částice ve vakuu.

K měření tlaku v komoře byla použita Penningova měrka se studenou katodou v kombinaci s Piraniního měrkou. Poslední částí vakuové sestavy byl vlnovec, který je tvořen soustavou O-kroužků přitavených k sobě elektronovou svářečkou. Vlnovec zabraňuje přenosu vibrací od vakuové pumpy do vakuové komory a na optický stůl.

## 2.1.5. Elektrody

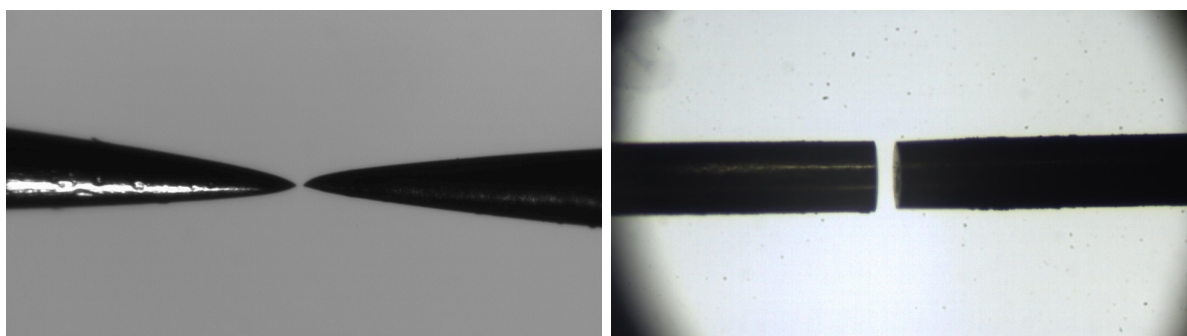
Fyzikální důvod, proč do oblasti optické pasti vkládáme elektrody, je využití elektrického náboje na levitujících částicích a působení vnější kontrolované síly na uvedenou částice. Toto působení nám umožní změřit náboj na částici a také navýšit variance polohy částice v pasti, jak je popsáno dále. Dalším cílem, který se již netýká mé práce, bylo v případě levitace více částic ovlivňovat elektrickým polem jen jednu částici. Proto jsme se u první verze elektrod snažili dosáhnout co nejostřejšího hrotu.

První verzi elektrod jsme vytvořili ze dvou nerezových akupunkturálních jehel o průměru 160  $\mu\text{m}$ . Konce s hrotem směřovaly k sobě a na odvrácené konce byly připájeny měděné kabely a obaleny izolační teflonovou bužírkou. Kabel byl zakončen měděnými svorkami, které byly připojeny na vakuovou elektrickou průchodku ve vakuové komoře. Elektrody byly vsazeny do dvou trubiček z polyetheretherketonu (PEEK) s vnitřním průměrem 150  $\mu\text{m}$  a vnějším průměrem 1,5 mm. PEEK je materiál, který je vhodný pro použití

ve vakuových systémech, jelikož nezplyňuje, je také dostatečně pevný, odolný a dobře působí jako izolant. Trubičky byly umístěny souose proti sobě v otvorech držáku zhotoveného z duralu. Aby bylo dosaženo vysoké přesnosti a souososti, byly otvory v držáku vrtány pomocí CNC frézy.

Samotné usazení tyčinek s elektrodami do duralového držáku probíhalo pod kalibrovaným stereomikroskopem, aby bylo možné elektrody umístit do přesné vzdálenosti od sebe. Při požadované vzdálenosti 150  $\mu\text{m}$  byly tyčinky připevněny k držáku pomocí šroubků. Hrot elektrod byl půlkruhový o poloměru zakřivení 2  $\mu\text{m}$ , který byl srovnatelný s velikostí kuliček, a bylo velmi obtížné umístit oba hroty přesně proti sobě. Při experimentech se zachycenou částicí se ukázalo, že při vychylování elektrickým polem se kulička pohybovala i ve směru kolmém k ose elektrod, což se neslučovalo s původním záměrem ovlivňovat kuličky jen v jedné ose.

Druhá varianta elektrod vycházela opět z akupunkturních jehel umístěných proti sobě, ovšem tentokrát byly špičky zabroušeny a zaleštěny brusným papírem. Při samotném broušení bylo nutné jehlu umístit do skleněné trubičky, aby na hranicích jehly nedocházelo k deformacím. Povrch jehly musel po broušení zůstat čistý, bez jakýchkoliv deformací, ohybů či nepřesností. Experimenty s levitující kuličkou prokázaly, že toto rovné zakončení jehel vytváří homogenní elektrické pole, a kulička se vychylovala pouze v jedné ose. Mírné nepřesnosti v umístění jehel proti sobě se tentokrát neprojeví na pohybu kuličky v jiných osách. Úpravu jehel a tvorbu celé popsané konstrukce elektrod prováděl Ing. Jan Ježek, Ph.D z ÚPT, já jsem je pouze využila při svých měřeních.



a)

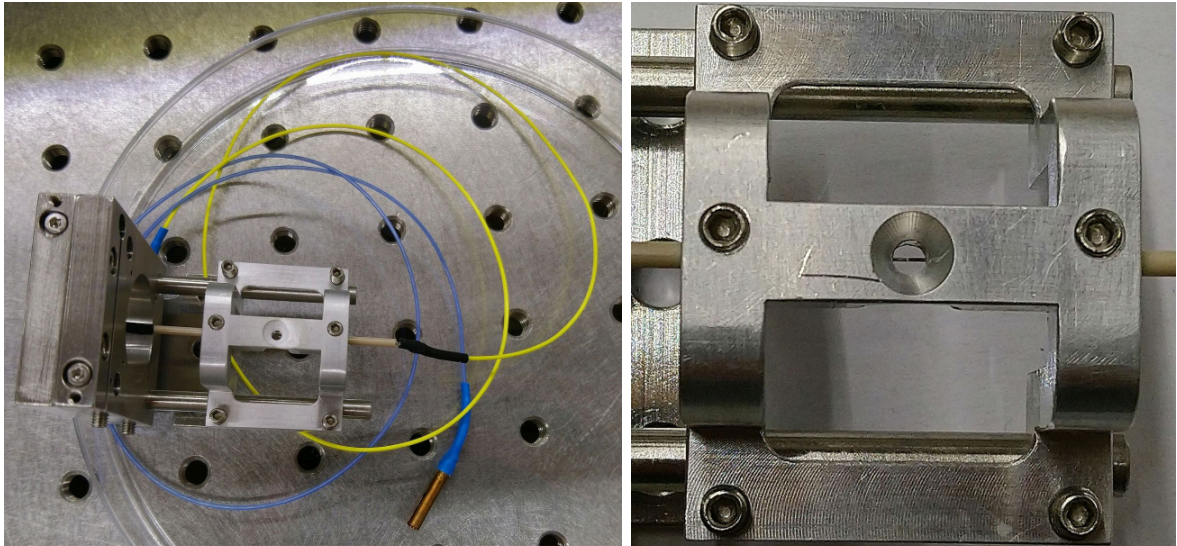
b)

Obrázek 2.4: a) Pohled CCD kamerou stereomikroskopu na jehlu s ostrým hrotem. b) Pohled na jehlu s tupým hrotem.

### Instalace a nastavení elektrod

Při vkládání držáku elektrod do vakuové komory byla nejprve odmontována vrchní část komory. Cílem bylo nastavit elektrody symetricky kolem laserového svazku. Nastavení popíší s využitím následujících schémat.

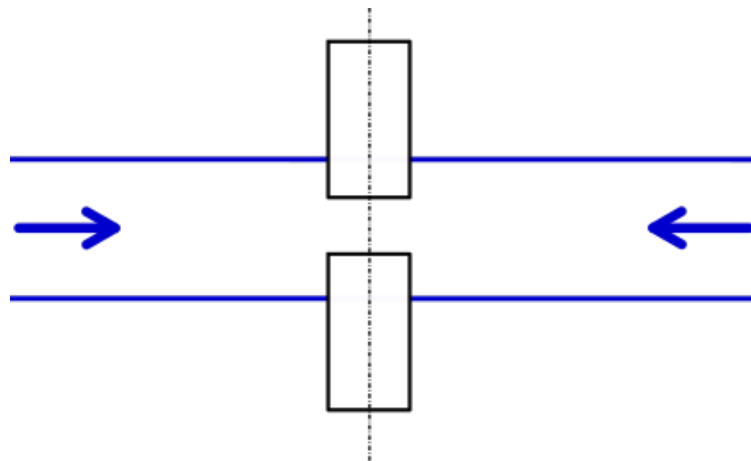
1. Vyjmuli jsme chytací čočky z vakuové komory a získali tak paralelní svazek, který procházel komorou. Přibližně do středu svazku jsme ručně umístili držák s elektrodami a pomocí kamery se dívali, jak elektrody řežou svazek. Polohu držáku jsme jemně doladili tak, aby byl difrakční obrazec symetrický - viz. obrázek 2.6. Poté jsme propojili kontakty elektrod s generátorem elektrického pole, jehož zakončení bylo umístěné na vnitřní stěně vakuové komory.



a)

b)

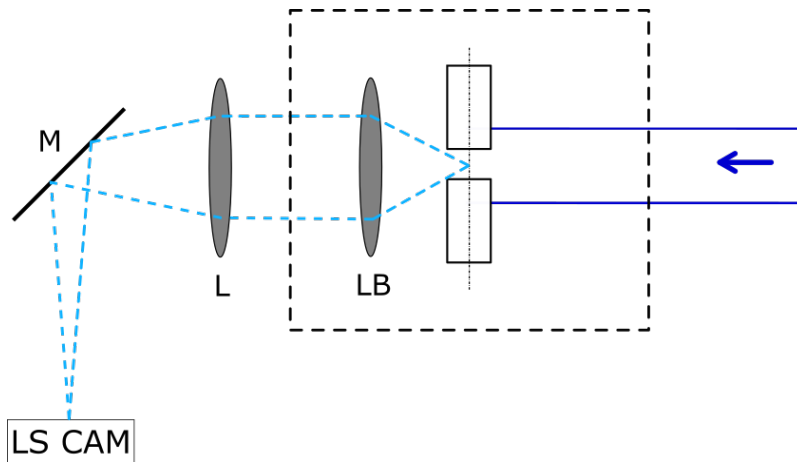
Obrázek 2.5: Detaily držáku elektrod. a) Držák elektrod s přívody před jeho umístěním do vakuové komory. b) Detailní pohled na hroty elektrod vzdálené 150  $\mu\text{m}$ .



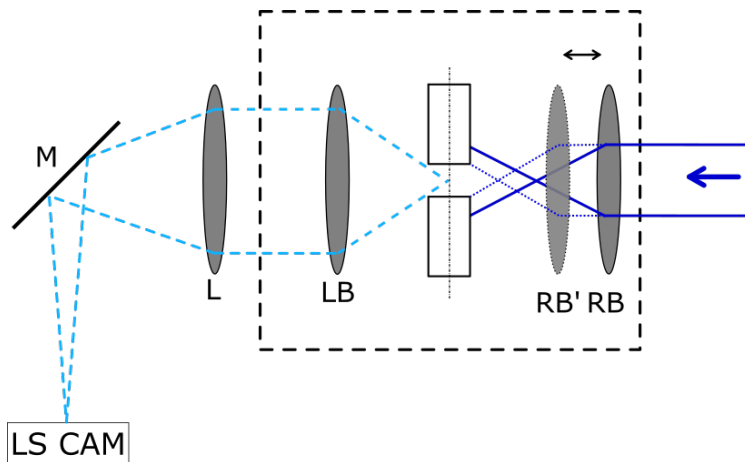
Obrázek 2.6: Modré šipky znázorňují směr protiběžných svazků, černé obdélníky elektrody.

2. Do kinematického stojanu ve vakuové komoře jsme vrátili jednu asférickou chytací čočku a využili část již postavené chytací optické cesty (čočka a zrcadlo, které sloužilo k odklonu svazku na čip kamery) k zobrazení elektrod na kameru. Jeden z protiběžných svazků byl zastíněn, druhý nefokusovaný svazek sloužil jako osvit elektrod. Obraz na kameře bylo možné ostřit posuvem asférické čočky. Schéma viz obrázek 2.7.
3. Do druhého kinematického stojanu ve vakuové komoře jsme vložili druhou asférickou chytací čočku, která fokusovala dopadající svazek na elektrody. Posuvem této čočky v ose svazku bylo možné měnit šířku svazku a míru osvětlení elektrod, jak je znázorněno na obrázku 2.8. Při postupném zmenšování šířky svazku jsme se snažili dosáhnout toho, aby se elektrody i v nejmenším možném viditelném průřezu nacházely uprostřed svazku.

Protože v komoře už nebylo možné umístit držák elektrod na polohovací stolek, výše popsané nastavení elektrod jsme prováděli lehkým poklepáváním rukou do stojanu.

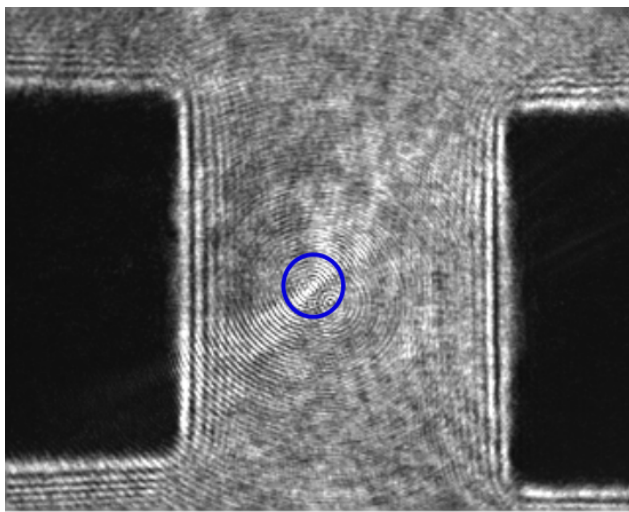


Obrázek 2.7: Tmavě modrá šipka znázorňuje směr šíření svazku, který osvětloval elektrody (černé obdélníky). Čárkovanou světle modrou barvou je znázorněna zobrazovací cesta jednoho vybraného bodu na čip kamery. Označení L = čočky ( $f_L = 200 \text{ nm}$ ), M = zrcadlo, LB = levá chytací čočka. Čárkovaně černě je zobrazena vakuová komora.

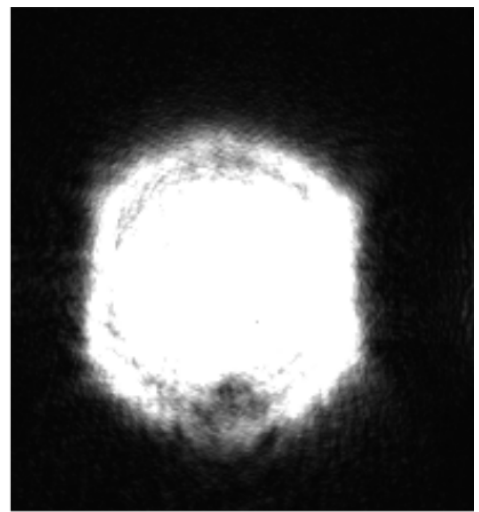


Obrázek 2.8: Modré šipky znázorňují směr protiběžných svazků, černé obdélníky elektrody. Čárkovanou světle modrou barvou je znázorněna zobrazovací cesta jednoho vybraného bodu na čip kamery. Označení L = čočky, M = zrcadlo, LB = levá chytací čočka, RB = pravá chytací čočka, RB' = posunutí pravé chytací čočky. Čárkovaně černě je znázorněna vakuová komora.





a)

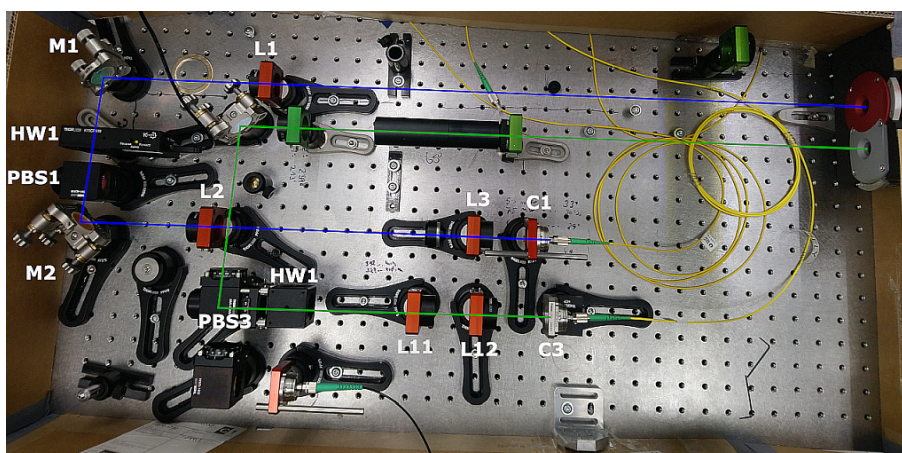


b)

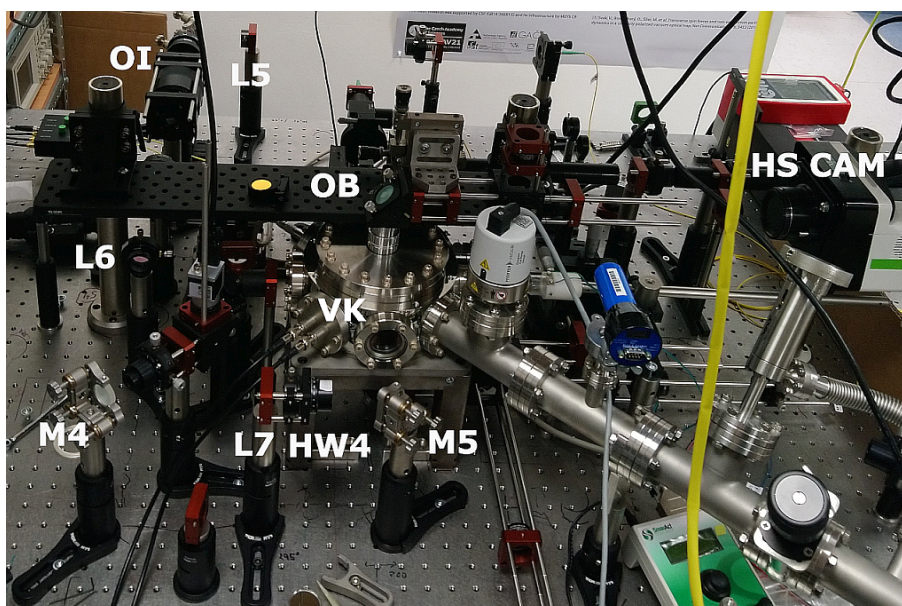
Obrázek 2.9: Nastavování elektrod. a) Elektrody jsou zobrazené jako černé obdélníky a střed širokého laserového svazku, širícího se směrem k nám, je viditelný mezi nimi. Modré kolečko znázorňuje střed svazku, ke kterému se snažíme elektrody stejnoměrně přiblížit. b) Elektrody jsou osvětleny fokusovaným svazkem. Profil laserového svazku a jeho řezání elektrodami je zde již zřetelně znázorněno.

## 2.1.6. Ukázky částí experimentální aparatury

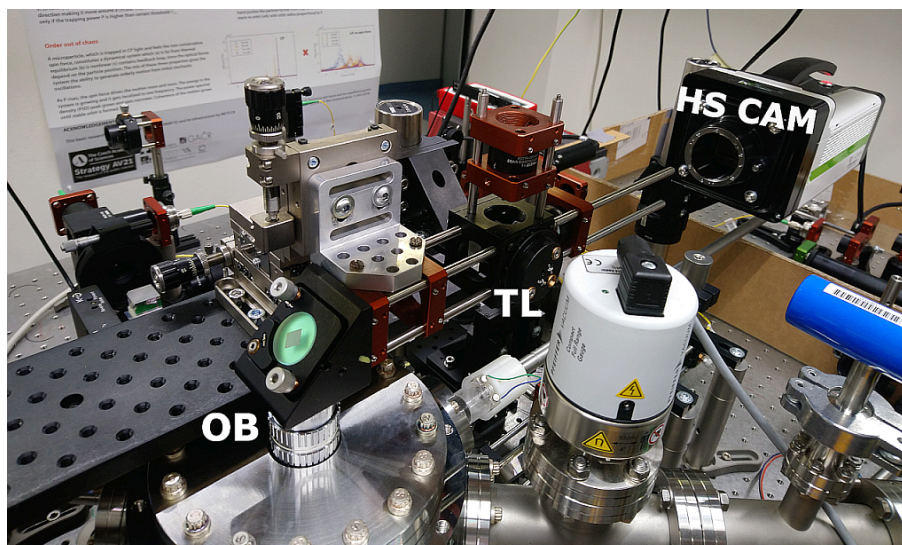
Následující obrázky 2.10 – 2.13 ukazují skutečnou podobu realizovaných částí experimentální sestavy.



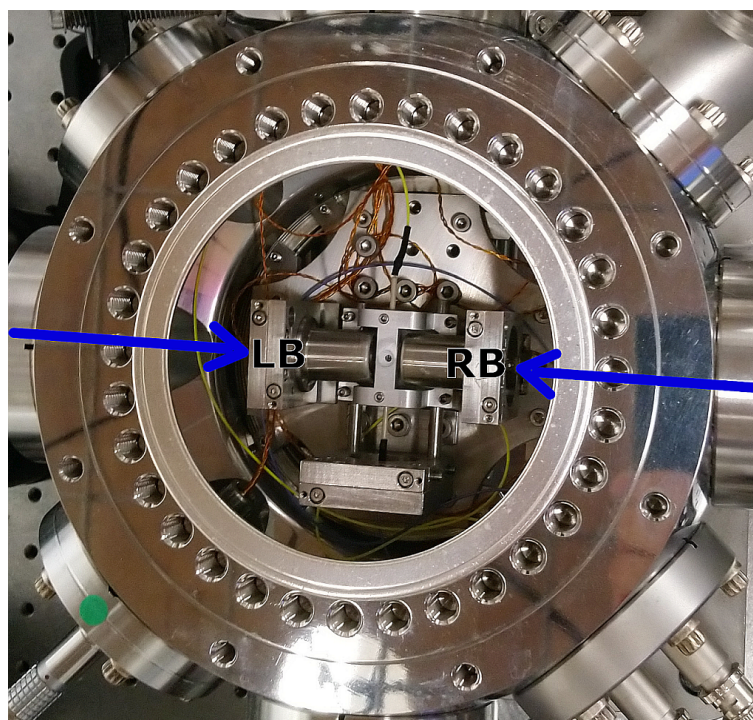
Obrázek 2.10: Optická sestava sloužící k navázání laserového svazku na vlnových délkách 1064 nm (modře) a 532 nm (zeleně) do optických vláken (žluté smyčky). Laser Prometheus se dvěma výstupy je v horním pravém rohu a barevné úsečky naznačují šíření příslušných laserových svazků. K jednotlivým optickým elementům, které byly popsány na obrázcích 2.1 a 2.2, jsou pro rychlejší orientaci dodělané stejné popisky.



Obrázek 2.11: Boční pohled na sestavu kolem vakuové aparatury. Pro přehlednost jsem označila jen klíčové prvky sestavy stejně jako na předchozích obrázcích.



Obrázek 2.12: Detail mikroskopu pro rychlý záznam pohybu částice. Objektiv mikroskopu je shora zasunutý do válcového tubusu, který je součástí vakuové komory a míří do jejího středu k optické pasti. Na konci tubusu je nalepeno podložní sklo, aby bylo možné komoru čerpat a současně pozorovat objekty optickým mikroskopem. V popředí dolní části obrázku je Penningova měřka tlaku se studenou katodou.



Obrázek 2.13: Detailní pohled do vnitřku vakuové komory. Modré šipky znázorňují protiběžné laserové chytací svazky vcházející do komory, které jsou fokusovány asférickými čočkami (stříbrné válečky uprostřed komory) umístěnými v polohovacích stojancích s mikrometrovým posunem. Mezi čočkami je držák s elektrodami. Detailní pohled na elektrody a držák je možné vidět na obrázku 2.5.

## 2.2. Příprava vzorku

Vkládání kuliček do optické pasti bylo prováděno za atmosférického tlaku rozprášením suspenze přefiltrované IPY a křemenných kuliček o průměru 1,54  $\mu\text{m}$ . Příprava suspenze bude blíže popsána v sekci 2.2.1. Rozprášení suspenze do komory bylo provedeno dvěma způsoby – nebulizérem nebo elektrosprejem. Kapalina se z kapénky rychle odpařila, a pokud se kulička dostala do blízkosti pasti, byla zachycena. Přirozenými triboelektrickými procesy se kulička elektricky nabilá. Elektrosprej umožňoval vytvořit proud více elektricky nabitých částic směřovaných do oblasti optické pasti.

### 2.2.1. Příprava suspenze

Postup přípravy suspenze byl stejný pro měření s nebulizérem i elektrosprejem. Nejprve jsem naplnila eppendorfku o objemu 1,5 ml izopropylalkoholem (ozn. IPA), který jsem přefiltrovala přes filtr s jemností 0,22  $\mu\text{m}$ . Do IPY jsem poté odpipetovala 10  $\mu\text{l}$  suspenze křemenných kuliček ve vodě (od Bangs Laboratories, Inc.). Kuličky byly složeny z materiálu  $\text{SiO}_2$  s průměrem 1,54  $\mu\text{m}$ . Suspenzi kuliček s přefiltrovanou IPOU jsem následně protřepala v přístroji Vortex a umístila ji na deset minut do ultrazvuku.

V případě, že se mi s přidaným objemem 10  $\mu\text{l}$  kuliček nepodařilo žádnou zachytit do optické pasti, tak jsem přidala do IPY jejich dvojnásobné množství, tedy 20  $\mu\text{l}$ . Více přidaných kuliček navýšilo pravděpodobnost zachycení, ovšem také způsobilo, že se v pasti zachytil větší počet kuliček nebo jejich shluk.

### 2.2.2. Nebulizér

Nebulizér je nejpoužívanější technika pro vkládání kuliček do pasti v optických chytacích aplikacích. Jedná se o lékařský přístroj, který z kapaliny vytváří aerosolové kapičky, které pak rozprašuje ven.

V experimentu jsem použila typ nebulizéru s vibrující membránou, kterou rozkmitává piezoelektrický krystal. Ten vlivem přivedeného elektrického napětí mění své rozměry. Vibrující krystal rozkmitává membránu, v níž jsou malé otvory, přes které je protlačena kapalina a vytváří kapénky. Schéma nebulizéru je znázorněno na obrázku 2.14 a).

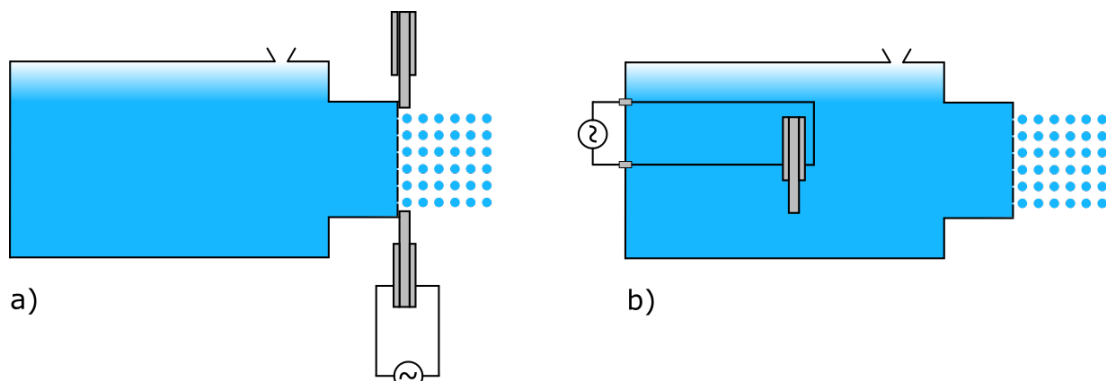
Jiný princip nebulizéru využívá protlačení kapaliny přes nehybnou membránu kmitajícím krystalem, který je ponořen do kapaliny. Vlivem pohybů krystalu dochází ke generování ultrazvukové vlny, která tlačí kapalinu přes otvory membrány a opět se tvoří kapénky. Schéma tohoto nebulizéru je znázorněno na obrázku 2.14 b) [19].

### 2.2.3. Elektrosprej

Elektrosprej, na rozdíl od nebulizéru, vytváří velmi nabitě kapénky pomocí silného nehomogenního elektrostatického pole.

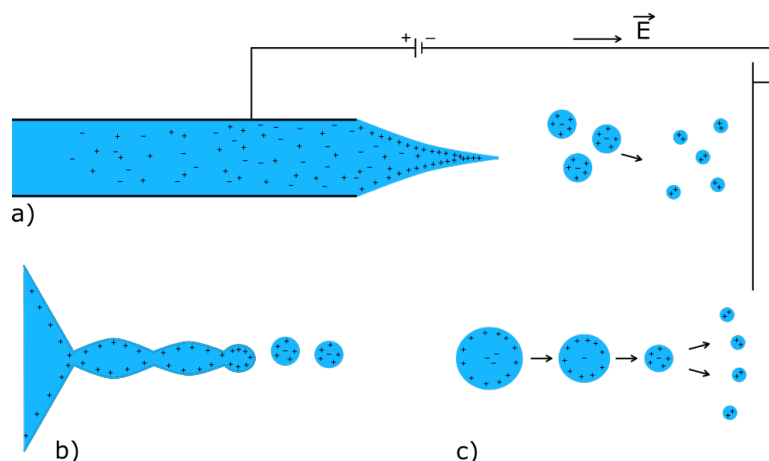
Aby docházelo k elektrosprejování, tak se musí vložit velmi vysoké napětí mezi sprejovací kapiláru a uzemněnou elektrodu. Sprejovaná suspenze poté tryská směrem k uzemněné elektrodě. V mém případě kapilárou byla injekční jehla s vnějším průměrem 0,4 mm a vnitřním průměrem 0,2 mm, uzemněnou elektrodou byl stojan na elektrody.

Vlivem elektrického pole dochází k hromadění stejně nabitých iontů ve špičce sprejovací kapiláry v blízkosti menisku kapaliny. Opačně nabitě ionty se naopak od menisku ka-



Obrázek 2.14: Schémata nebulizérů. a) Nebulizér s vibrující membránou. Membrána se přímo dotýká piezoelektrického krystalu a kmitá společně s ním. Dále se nebulizér skládá ze zásobníku s otvorem pro vložení suspenze a elektrického zdroje, který zajišťuje přívod napětí na piezoelektrický krystal. b) Nebulizér se statickou membránou. Piezoelektrický krystal je umístěn v kapalině a nedotýká se membrány. Ostatní části nebulizéru jsou shodné s nebulizérem s pohyblivou membránou.

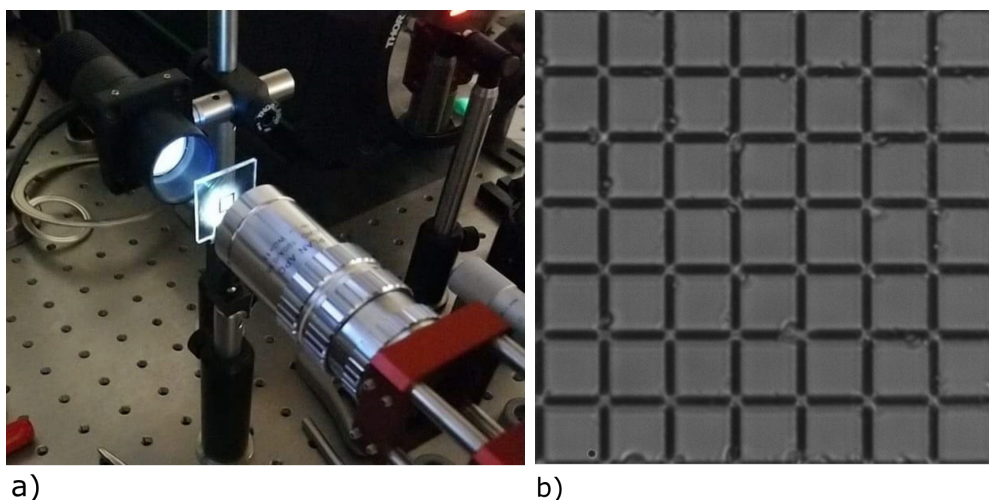
paliny vzdalují. Při zvyšování napětí se meniskus vlivem silného pole deformuje a vytváří se tzv. Taylorův kužel. Elektrická síla působící na větší počet nahromaděných nabitých iontů ve špičce je bude silněji přitahovat k uzemněné elektrodě a způsobí, že z kuželu bude tryskat jemný proud kapaliny. Z tohoto proudu se následně oddělují tzv. primární kapky, ze kterých se postupně odpařuje rozpouštědlo. Dochází tedy ke zmenšování poloměru kapky a zvyšování povrchové hustoty náboje. Pokud je odpuzování nábojů uvnitř kapky větší jak povrchové napětí, které drží kapku pohromadě, dochází vlivem Coulombovské odstředivé síly k roztržení primární kapky na několik ještě menších kapiček, které se dále mohou rozpadat na další. Postupně dochází k odpaření rozpouštědla z kapiček a zbydou pouze nabitě kuličky, které se poté snažím zachytit. Pro dosažení stabilního rozprašování je potřeba na kapiláru přivést určitou mezní hodnotu napětí, která je závislá na povrchovém napětí a není tedy stejná pro všechny roztoky [20, 21].



Obrázek 2.15: Schéma elektrospreje s vyznačenými detaily na Taylorův kužel a rozpad kapek. a) Schéma znázorňuje kapiláru naplněnou kapalinou a uzemněnou elektrodu, mezi kterými je přivedeno napětí. Vlivem pole dochází k tvorbě kapiček. b) Detail Taylorova kužele, který znázorňuje, jak se meniskus postupně deformuje až do chvíle, kdy se z něj začnou uvolňovat kapičky. c) Detail postupného zmenšování poloměru kapky a zvyšování povrchové hustoty náboje, až do okamžiku, kdy se kapka rozpadne na menší kapénky.

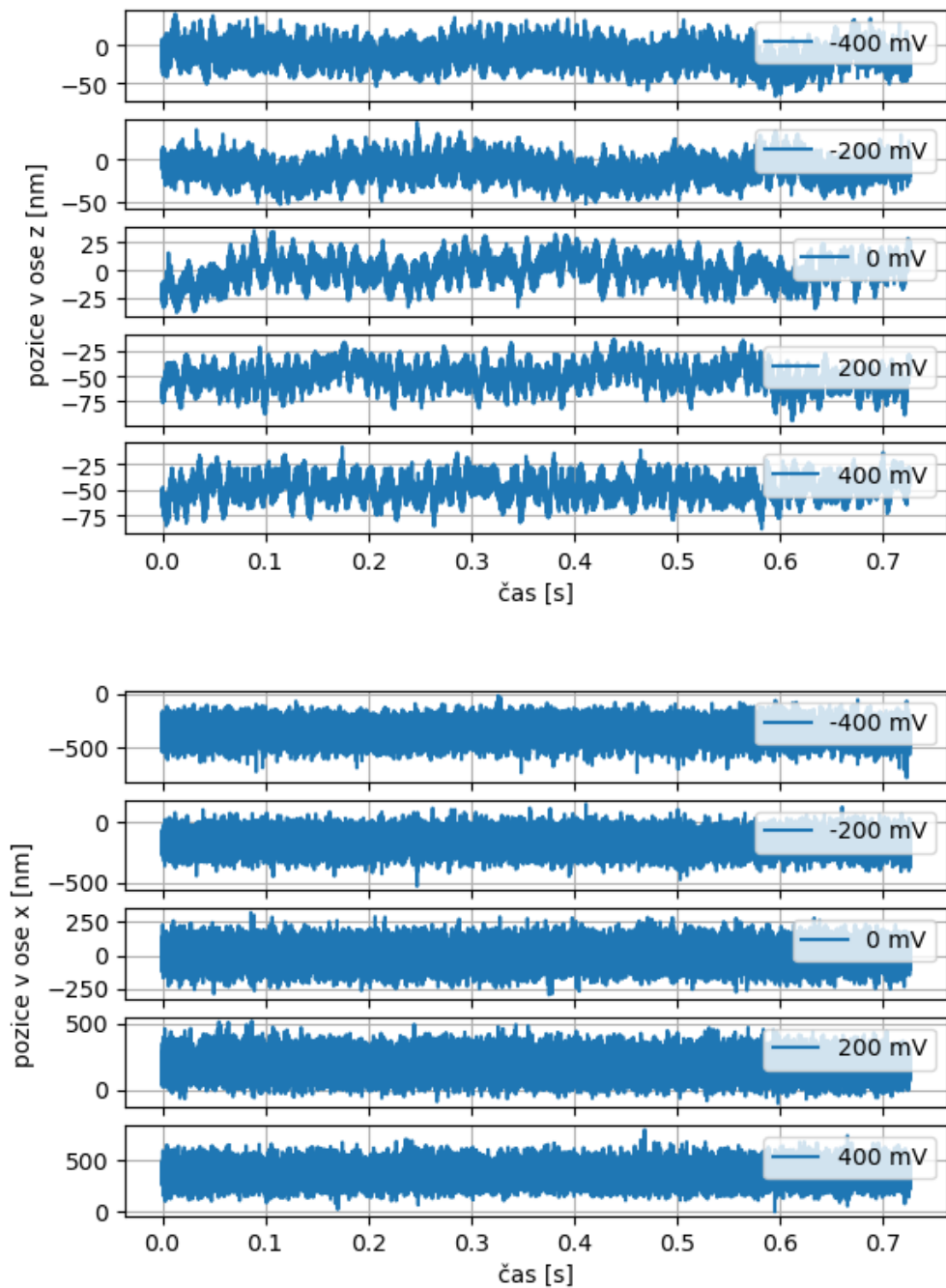
## 2.3. Kalibrace mikroskopu

Kalibrace mikroskopu spočívá v získání konstanty, která určuje, jaká vzdálenost v předmětové rovině mikroskopu se po průchodu zobrazovací soustavou promítne na velikost 1 px kamery. Mikroskop je tvořen objektivem a tubusovou čočkou, jak je popsáno v sekci 2.1.3. Výrobce kamery uvádí, že rozměr 1 px kamery je  $13,5 \mu\text{m}$ . Ke kalibraci mikroskopu jsem využila kalibrační mřížku, která byla tvořena přesnými vrypy vzdálenými  $5 \mu\text{m}$  a  $10 \mu\text{m}$ . Mřížku jsem umístila do předmětové roviny mikroskopu a zobrazila na kameru. Protože se však mřížka nevešla do komory, bylo nutné celý mikroskop rozebrat a identicky sestavit před komoru. Použitá sestava je znázorněna na obrázku 2.16. Obraz mřížky jsem promítla na obrazovku počítače a následně vybrala určitou část obrazu, kterou jsem změřila pomocí elektronického pravítka. Protože jsem viděla, kolik pixelů kamery je na vybrané vzdálenosti mřížky, bylo snadné ze znalosti reálné velikosti pixelu na kameře určit kalibrační konstantu. Kalibrační konstanta mi vyšla  $87,5 \text{ nm/px}$ , tedy délce jednoho pixelu na kameře odpovídá vzdálenost v předmětové rovině mikroskopu  $87,5 \text{ nm}$ .



Obrázek 2.16: a) Ukázka měřicí sestavy pro kalibraci kamery mikroskopu skládající se z osvětlení, kalibrační mřížky a objektivu. Tubusová čočka a kamera nejsou zobrazeny. Parametry objektivu a čočky viz 2.1.3. b) Obraz kalibrační mřížky se vzdáleností vrypů  $10 \mu\text{m}$  zobrazený na obrazovce počítače.

S využitím výše získané kalibrace uvádím příklad trajektorie pouze jedné částice na obrázku 2.17.

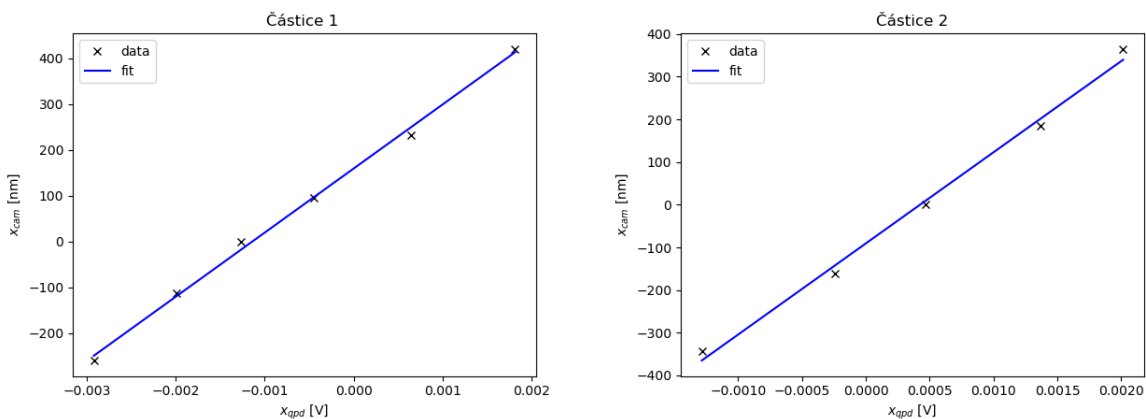


Obrázek 2.17: Časový průběh pozice částice v ose  $z$  a  $x$ . Na těchto grafech je patrné, že se částice pohybuje kolem střední hodnoty pro všechny hodnoty napětí. Je vidět, že tato střední hodnota se mění v ose  $x$  se změnou napětí, ale zůstává stálá v ose  $z$ . U všech napětí existuje konstantní hodnota, kolem které se částice pohybuje. Hodnoty uvedené v grafech jsou přepočítané z pixelů kamery na nm a zkalibrované podle střední hodnoty polohy částice při nulovém napětí.

## 2.4. Kalibrace detekce polohy kvadrantní fotodiodou

Kvadrantní fotodiodou se snímá napětí na čtyřech kvadrantech, ze kterých lze získat trojdimenzionální polohu částice s vyšší vzorkovací frekvencí než na kamerě. Kalibrací rozumím nalezení konstanty, která umožní přepočítat vzdálenost vyjádřenou napětovým signálem naměřeným na kvadrantní fotodiodě (QPD) ve voltech na vzdálenost v metrech. Při určení kalibrační konstanty QPD jsem využila toho, že jsem současně snímala pohyb částice kamerou a kvadrantním detektorem pro různé hodnoty napětí. Protože pro kameru již znám kalibrační konstantu, mohu určit kalibrační konstantu QPD porovnáním směrnic střední hodnoty výchylky částice pro různá napětí detekované kamerou a QPD.

Výsledná kalibrační konstanta pro částici 1 a 2 mi vyšla  $7,15 \mu\text{V}/\text{nm}$  a  $4,66 \mu\text{V}/\text{nm}$ .



Obrázek 2.18: Graf závislosti střední polohy v ose  $x$  určené z kamery ( $x_{cam}$ ) na střední hodnotě polohy na QPD ( $x_{qpd}$ ) pro částici 1 a částici 2. U obou grafů je patrná lineární závislost, kterou navíc potvrzuje i proložení modrou přímkou, od které jsou minimální odchylky. Parametry daného fitu nám přímo určují hledanou kalibrační konstantu přepočtu napětového signálu ve V na polohu v nm. Rovnice fitu pro částici 1 jsou:  $x_{cam} = 1,40 \times 10^5 x_{qpd} + 1,59 \times 10^2$  a pro částici 2:  $x_{cam} = 2,14 \times 10^5 x_{qpd} - 9,06 \times 10^1$ . První parametr rovnice fitu nám poté rovnou udává kalibrační konstantu pro danou částici.



## 2.5. Postup měření

### 2.5.1. Stabilní zachycení částice ve vakuu

Nejprve jsem odpipetovala 400  $\mu\text{l}$  vytvořené suspenze IPY s kuličkami a vložila ji do nebulizéru. Nebulizér byl umístěn na posuvném stojánku, pomocí kterého jsem ho mohla zasunout do komory a roztok tam rozstříknout. Kuličky poté difundovaly v komoře. V případě, že se částici delší dobu nepodařilo zachytit, jsem postup opakovala a do komory opět stříkla roztok. Po úspěšném zachycení částice do optické pasti jsem nebulizér vysunula, uzavřela komoru a poté čerpala vzduch. K čerpání jsem využila turbomolekulární a membránovou vývěvu, čerpací rychlost jsem regulovala deskovým a jehlovým ventilem. Nejprve jsem komoru plně uzavřela pomocí deskového ventilu a poté pomalu otevírala, popř. uzavírala otvor, kterým proudil vzduch pomocí jehlového ventilu. Během čerpání však vznikl vzdušný proud, který někdy způsobil únik částice z pasti. Bylo proto nutné čerpat vzduch pomaleji a využít jehlový ventil, který umožňoval přesnější manipulaci. Schéma vakuové sestavy je znázorněno na obrázku 2.3. Ve většině měření však pro manipulaci stačil pouze hrubý posuv, jelikož past byla velmi stabilní. Abych ještě více zvýšila pravděpodobnost zachycení rozprášené částice a její udržení v pasti během čerpání, zvýšila jsem tuhost optické pasti tím, že jsem zvětšila výkon chytacího laseru na 300 mW. Po odčerpání tlaku v komoře na požadovanou hodnotu jsem výkon laseru snížila na 100 mW.

### 2.5.2. Vychylování částice stejnosměrným elektrickým polem

Po optickém zachycení kuličky jsem její pohyb pozorovala kamerami, jak již bylo podrobněji popsáno výše v textu v sekci 2.1.3. Protože částice byla elektricky nabitá, její polohu jsem měnila elektrickým polem mezi elektrodami. Nejprve bylo třeba zjistit, zda je částice dostatečně nabitá na provedení experimentu. Na elektrody bylo zpočátku přivedeno malé napětí, které jsem postupně zvyšovala a sledovala pohyb částice. Bylo tak možné přibližně odhadnout rozsah napětí, které nezpůsobí únik částice z pasti. Na základě zjištěného rozsahu jsem poté určila hodnoty napětí, pro které jsem si zaznamenala posunutí kuličky. Patrného posunutí rovnovážné polohy částice bylo dosaženo pro napětí na elektrodách v řádu jednotek až desítek voltů. Náboje na jednotlivých kuličkách se však velmi lišily, proto bylo nutné měnit napětí na elektrodách opatrně, aby nedošlo k úniku částice z optické pasti ještě před samotným měřením. Některé kuličky reagovaly po přivedení napětí na generátoru ve stovkách mV, v jiném případě nebylo možné pozorovat žádné vychýlení kuličky ani při nejvyšších možných hodnotách napětí na generátoru, což v našem případě činilo 5 V.

V případě, že kulička reagovala na elektrické pole a zůstala v optické pasti, jsem zaznamenala její polohy kvadrantním detektorem a současně obraz pohybu kuličky vysokorychlostní kamerou pro několik kladných i záporných hodnot napětí na elektrodách. Tyto záznamy jsem využila při vyhodnocování pohybu částice, blíže popsaného v sekci 2.6.

Jako zdroj napětí jsem využila funkční generátor Keysight 33600A, jehož výstup musel být zesílen přibližně 75x zesilovačem STAX SRM 353X. Zdroj napětí a zesilovač musel být zapnutý již před zachycením částice, neboť při jeho zapnutí vznikl elektrický impuls, který byl schopen vyrazit částici z pasti.

## 2.6. Zpracování a výsledky měření

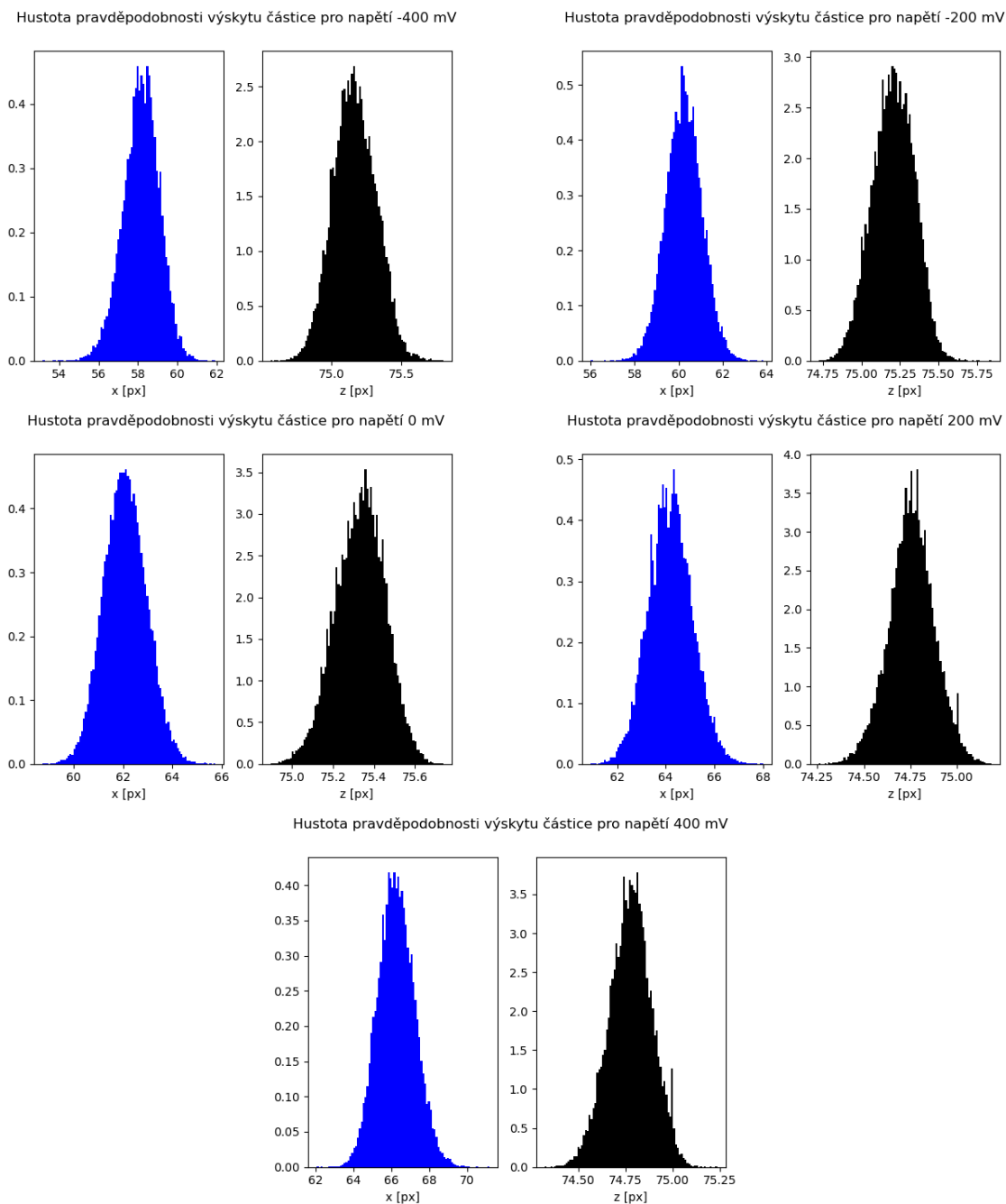
Vyhodnocení výsledků jsem prováděla v programovacím prostředí Matlab a programovacím jazyce Python. V Matlabu jsem využila již existujícího skriptu vyvinutého a používaného na ÚPT, pomocí kterého jsem určila parametry kmitů částice (viz rovnice (1.58)) v teoretické části, například vlastní frekvenci kmitů částice  $\omega_0$  nebo tlumení  $\gamma$ . Ostatní vyhodnocení jsem prováděla skriptem, který jsem napsala v programovacím jazyce Python. V této části blíže popíši výsledky u dvou vybraných částic, které označuji jako částice 1 a částice 2.

Zpracovávala jsem zde data získaná jak z QPD, tak obrazu z vysokorychlostní kamery. V případě QPD se jednalo o textové soubory obsahující 400000 hodnot pro polohu ve třech osách  $x$ ,  $y$ ,  $z$  pro jednotlivá napětí. Vzorkovací frekvence QPD byla 400000 Hz, délka záznamu tedy činila 1 s. V případě kamery se jednalo o videa pohybu částice. K vyčtení číselných hodnot jsem využila skriptu vyvinutého na ÚPT, který prokládá 2D gaussovské rozložení intenzity každým snímkem videa. Poloha částice je přiřazena středu gaussovského rozložení. Takto získaná trajektorie částice se následně uloží opět do textového souboru. Vzorkovací frekvence kamery byla 50000 Hz. Z kamery jsem získala 36291 hodnot v osách  $x$  a  $z$  pro jednotlivá napětí.

### 2.6.1. Dynamika pohybu zachycené částice

Než jsem začala provádět detailnější analýzu měření, tak jsem si zobrazila histogramy poloh zachycené částice. Zajímalo mě, jestli se částice vyskytuje stabilně v jedné rovnovážné poloze a histogram se blíží normálnímu rozložení, nebo jestli je histogram výrazněji deformován.

Jelikož obě popisované částice měly histogramy v pořádku a blížily se normálnímu rozdělení, tak na obrázku 2.19 ukazují histogram pouze pro jednu částici. Histogram znázorňuje hustotu pravděpodobnosti výskytu částice, plocha pod histogramem je tedy normovaná k jedničce.



Obrázek 2.19: Dynamika pohybu částice 2. Modře je znázorněna hustota pravděpodobnosti výskytu částice v ose  $x$  a černě v ose  $z$ . U obou os můžeme vidět, že rozdělení je velmi blízké normálnímu rozložení. Znamená to, že částice se nacházela v okolí pouze jedné rovnovážné polohy a detekce polohy byla stabilní. Změna napětí v ose  $x$  se projevila v posunu maxima rozdělení. V případě osy  $z$ , tj. ve směru šíření laserových svazků, se změnou napětí nedocházelo k posunu středu rozdělení a pohyb částice v této ose tak nebyl ovlivněn vnějším napětím.

## 2.6.2. Výpočet náboje

Přiložené vnější napětí způsobilo, že částice se vychýlila do nové rovnovážné polohy  $\Delta x$ , ve které byly v rovnováze gradientní optická síla v ose  $x$  a síla elektrického pole  $F_x^{\text{opt}}(\Delta x) = -F_x^{\text{el}}(\Delta x)$ . Předpokládám-li pouze dostatečně malé výchylky částice  $\Delta x$ , optická síla je přímo úměrná výchylce:

$$F_x = -\kappa_x \Delta x, \quad (2.3)$$

a pak platí:

$$-\kappa_x \Delta x = -n_{\text{el}} e E_x = -n_{\text{el}} e \frac{U}{d}, \quad (2.4)$$

kde  $n_{\text{el}}$  označuje počet elementárních nábojů o velikosti  $e$  na částici,  $E_x$  intenzitu elektrického pole,  $U$  napětí na rovinných elektrodách, které jsou od sebe vzdáleny o vzdálenost  $d$ . Počet kladných elementárních nábojů  $n_{\text{el}}$ , které kulička nese, tedy mohu určit ze vztahu:

$$n_{\text{el}} = \frac{\kappa_x d \Delta x}{U e}, \quad (2.5)$$

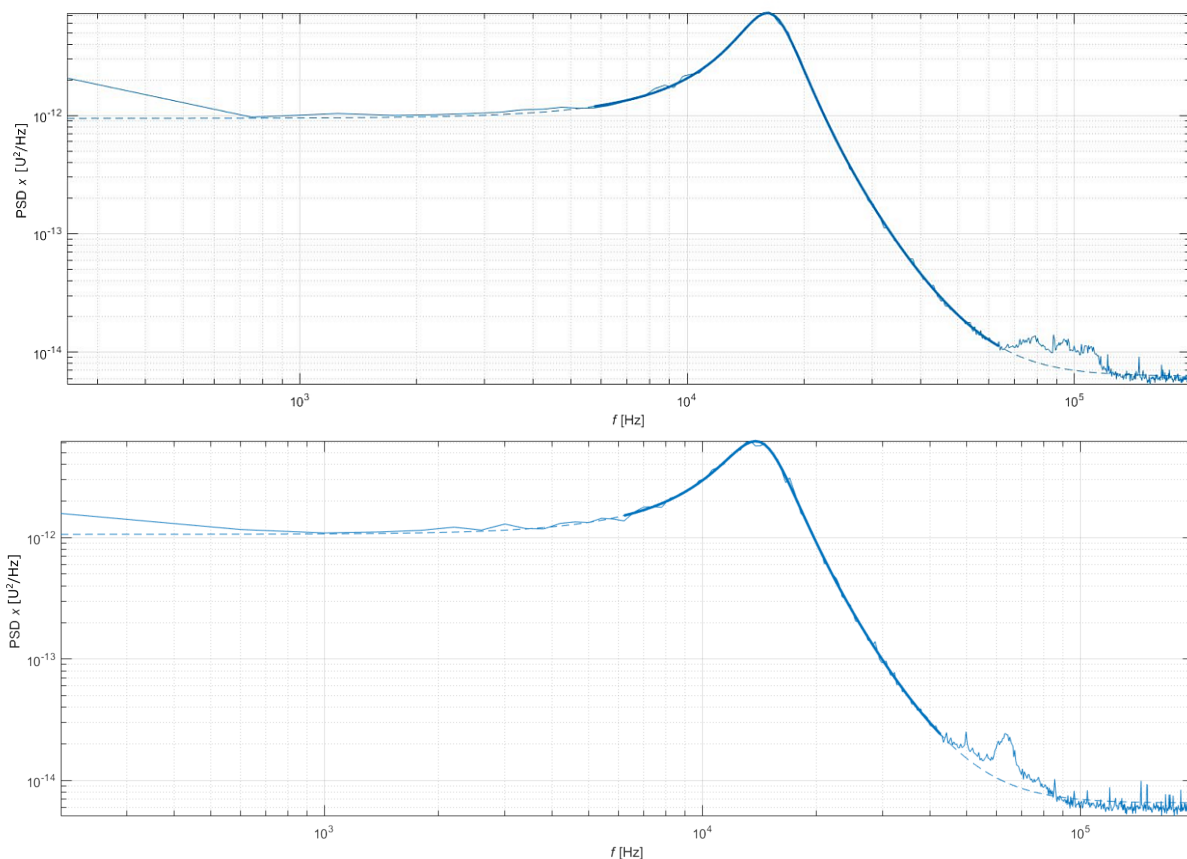
pro každou hodnotu napětí, nebo ze směrnice závislosti výchylky částice na napětí:

$$\Delta x = \frac{n_{\text{el}} e}{\kappa_x d} U. \quad (2.6)$$

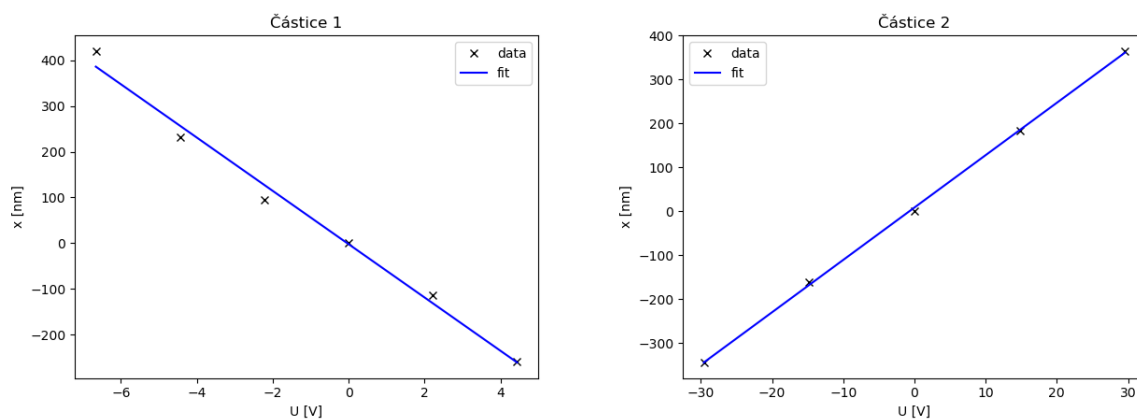
Zbývá mi ještě určit tuhost optické pasti  $\kappa_x$ . Jak jsem již rozebrala v teoretické části týkající se Langevinovy rovnice, předpokládám, že částice kmitající kolem rovnovážné polohy se chová stejně jako podtlumený harmonický oscilátor buzený vnější silou s konstantní spektrální charakteristikou (tzv. bílý šum). Přiložené vnější napětí způsobuje, že částice se vychýlí do nové rovnovážné polohy, kolem které kmitá s určitou vlastní frekvencí  $\omega_0(U)$ , která obecně závisí na výchylce částice, tedy i na vnějším napětí:  $\omega_0(U) = \sqrt{\kappa_x(U)/m}$ . V našem případě se  $\omega_0$  s napětím výrazně neměnila, můžeme ji tedy považovat za konstantní. Využiji toho, že kolem rovnovážné polohy mám dostatečně dlouhý časový záznam poloh částice. Na základě toho jsem schopna určit experimentální profil výkonové spektrální hustoty polohy částice (PSD) a proložit jím předpokládanou teoretickou závislost – viz teoretická část rovnice (1.58). Využila jsem již existující skript v Matlabu, který byl vyvinut a je používán na ÚPT, a nalezené parametry mi určují vlastní frekvenci částice  $\omega_0$ . Experimentální průběh i proložená závislost v ose  $x$  pro částici 1 a částici 2 jsou znázorněny na obrázku 2.20. Hmotnost částice je poslední chybějící parametr, nezbytný k vyjádření tuhosti optické pasti. Určila jsem ho z hustoty oxidu křemičitého a poloměru  $a$  kulové částice, které uváděl výrobce:  $a = 0,77 \mu\text{m}$  a hustota kuličky  $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$ . Hmotnost kuličky vyšla  $m = 3,8 \times 10^{-15} \text{ kg}$ .

Na obrázku 2.21 je znázorněna závislost střední hodnoty polohy částice 1 a 2 v ose  $x$  (určená z kamery) na napětí. Z rovnice (2.6) je patrné, že po proložení přímkou hodnotami lze z její směrnice získat výslednou hodnotu hledaného náboje na částicích.

Pro srovnání jsem náboj určila také přímým výpočtem dosazením do rovnice (2.5). Vypočítala jsem náboj pro každé napětí, následně hodnoty zprůměrovala a určila výsledný náboj a nejistotu. Přímým výpočtem vyšel výsledný náboj na částici 1:  $(-2100 \pm 300)e$ , na částici 2:  $(151 \pm 8)e$ , kde  $e$  značí elementární náboj. Výsledný náboj určený pomocí lineárního fitu vyšel pro částici 1:  $-2271e$  a částici 2:  $152e$ . V porovnání obou metod je patrné, že výsledky u částice 2 se přesně shodují, u částice 1 je již odchylka větší.



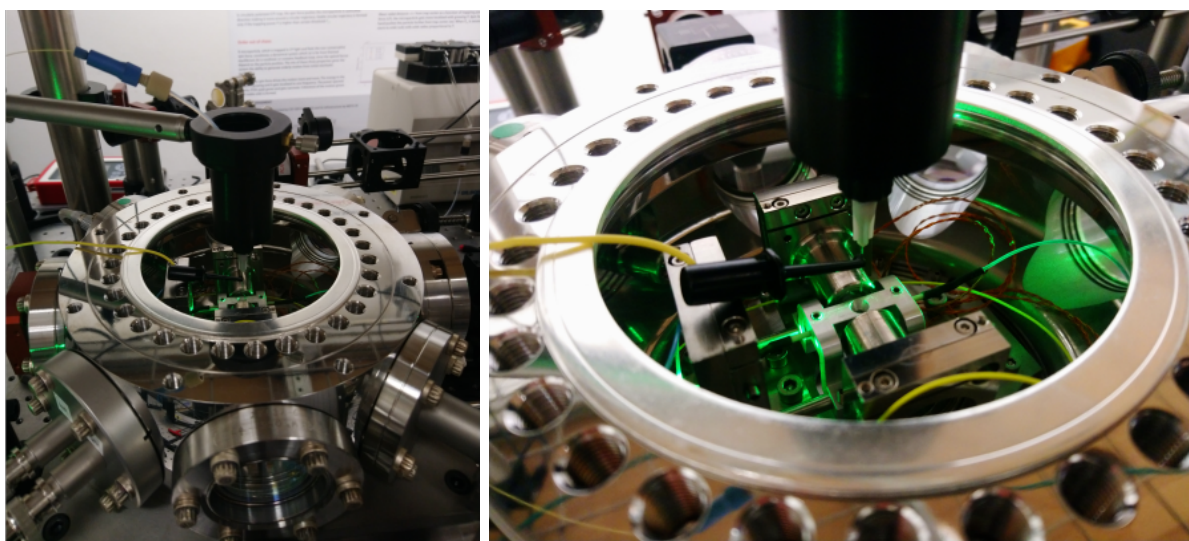
Obrázek 2.20: Experimentální spektrální výkonová hustota polohy částice v ose  $x$  (určená z QPD) porovnaná s proloženou teoretickou závislostí danou rovnicí (1.58) v teoretické části. Proložená křivka je znázorněna tmavě modře. Horní obrázek zobrazuje závislost pro částici 1 a dolní pro částici 2. Druhé maximum na vyšších frekvencích odpovídá kmitům částice ve stojaté vlně v ose  $z$ , které proniká do signálu v ose  $x$ .



Obrázek 2.21: Závislost střední hodnoty výchylky na napětí mezi elektrodami proložené lineárním fitem pro částici 1 a částici 2. Jak je na první pohled patrné, obě závislosti mají opačný sklon směrnice a náboje na obou částicích budou mít opačná znaménka. Proložené rovnice mají tvar pro částici 1:  $x = -58,29U - 2,22$  a pro částici 2:  $x = 11,92U + 8,69$ . Ze směrnice přímek lze s ohledem na rovnici (2.6) získat velikost náboje na dané částici.

## 2.7. Použití elektrospreje

Pokusila jsem se zvýšit náboj na kuličkách tím, že jsem použila elektrospej. Při správné rychlosti vytlačování připravené suspenze z IPY a kuliček přes elektrospej se vytvořil tryskající proud malých nabitých kapének, které jsem namířila do optické pasti. Aparatura byla stejná jako na obrázku 2.1 a 2.2, jen bylo nutné odmontovat vrchní část komory, protože jsem elektrospej umístila nad vakuovou komoru. Domnívám se, že jednotlivé kapénky měly příliš velkou kinetickou energii, a proto se žádnou nepodařilo zachytit v optické pasti. Po několika neúspěšných pokusech jsem tuto cestu opustila a dále využívala pouze nebulizér. Vysoké napětí bylo na jehlu přivedeno pomocí generátoru vysokého napětí model 205A 30R Bertan high voltage. Při měřeních jsem přiváděla na jehlu 2 kV.



a)

b)

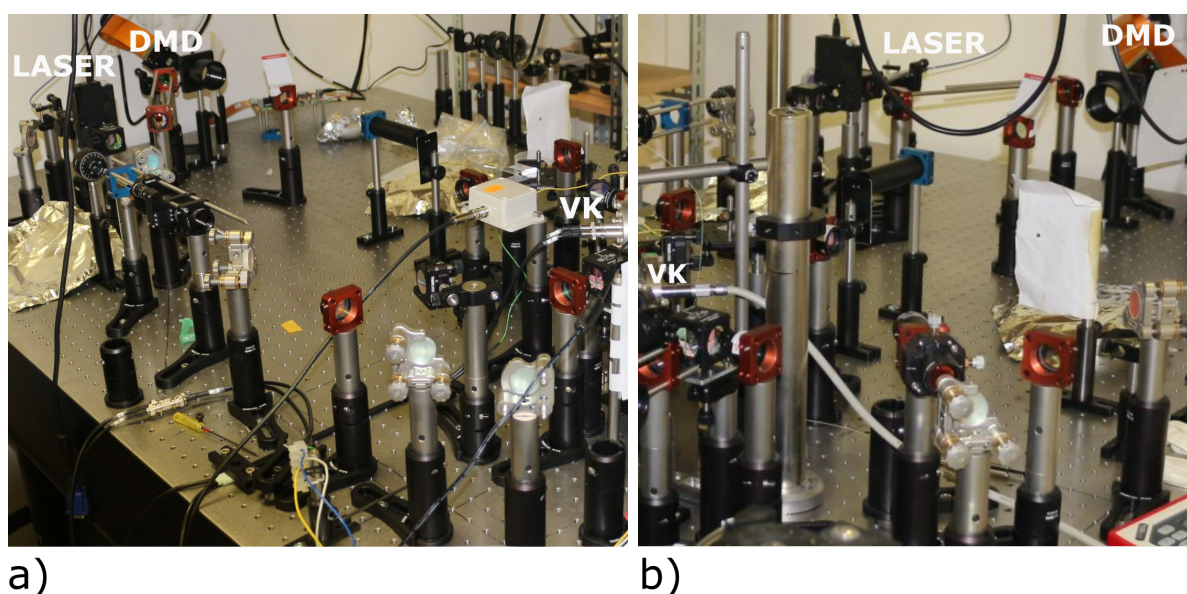
Obrázek 2.22: a) Reálný pohled na elektrospej s vakuovou komorou, b) detail na hrot elektrospreje. Hadička z vrchní strany sloužila k přívodu vzorku, háček umístěný přímo na jehle sloužil k přivedení vysokého napětí na špičku.

## 2.8. Experimentální sestava č. 2

V rámci experimentální části bakalářské práce jsem se dále věnovala sestavování nové chytací aparatury. Jako zdroj záření byl nyní použit nízkošumový laser o vlnové délce 1550 nm NKT Koheras BOOSTIK, oproti původnímu na vlnové délce 1064 nm. Optické komponenty tvořící novou sestavu plnily stejný účel, jako jsem již popsala v sekci 2.1.1, proto se důsledným popisem nové aparatury již nebudu zabývat. Provedeným experimentem s použitím této sestavy bylo buzení částic pomocí řízeného bílého šumu.

Příprava vzorku a samotný proces chytání byl totožný jako v předchozích případech. Kuličky jsem do pasti vkládala pomocí nebulizéru. Použité částice měly nyní průměr 600 nm.

### 2.8.1. Ukázka částí experimentální aparatury č. 2



Obrázek 2.23: Ukázka částí druhé postavené experimentální aparatury. a) Pohled na aparaturu zleva od vakuové komory. b) Pohled na aparaturu zprava od vakuové komory. Klíčové prvky sestavy jsou označeny popiskem.

### 2.8.2. Buzení částice řízeným bílým šumem

Na začátku měření bylo potřeba vytvořit suspenzi, která se sestávala z přefiltrované IPY filtrem 0,22  $\mu\text{m}$  a vodného roztoku křemenných kuliček o průměru 600 nm. Podrobný popis přípravy je popsán v sekci 2.5.1.

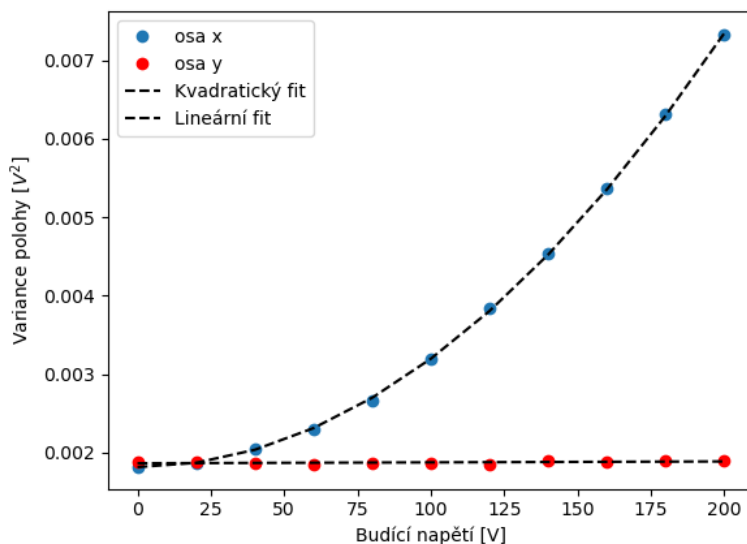
#### Postup měření

Po zachycení částice byl odčerpán vzduch na výsledný tlak 10 mbar. Následně jsem pomocí generátoru vybudila sinusový signál a sledovala vliv signálu na danou částici. V případě, že by částice nereagovala, její náboj by nebyl dostatečný a nebylo by možné s ní realizovat experiment. Pokud částice reagovala, funkční generátor napětí jsem nastavila na režim generování bílého šumu a poté nastavila amplitudu napětí (peak to peak). Nezávislým

měřením jsem ověřila, že pokud je nastavena frekvenční šířka pásma generovaného signálu 100 kHz, ve frekvenční oblasti kmitů částice (cca 10kHz) splňuje výstupní signál vlastnosti bílého šumu. Signál z generátoru jsem zesílila 100x na desítky voltů a přivedla na elektrody ve vakuové komoře. Tím jsem získala stochastickou elektrickou budící sílu předpokládanou v teoretické části 1.2.3. Při měřeních jsem postupně měnila napěťovou amplitudu šumu a s využitím QPD jsem zaznamenávala polohy částice. V tomto případě jsem již neměla obraz polohy z kamery, ale pouze nekalibrovaný napěťový signál z QPD, který je úměrný poloze chycené částice.

## Výsledky měření

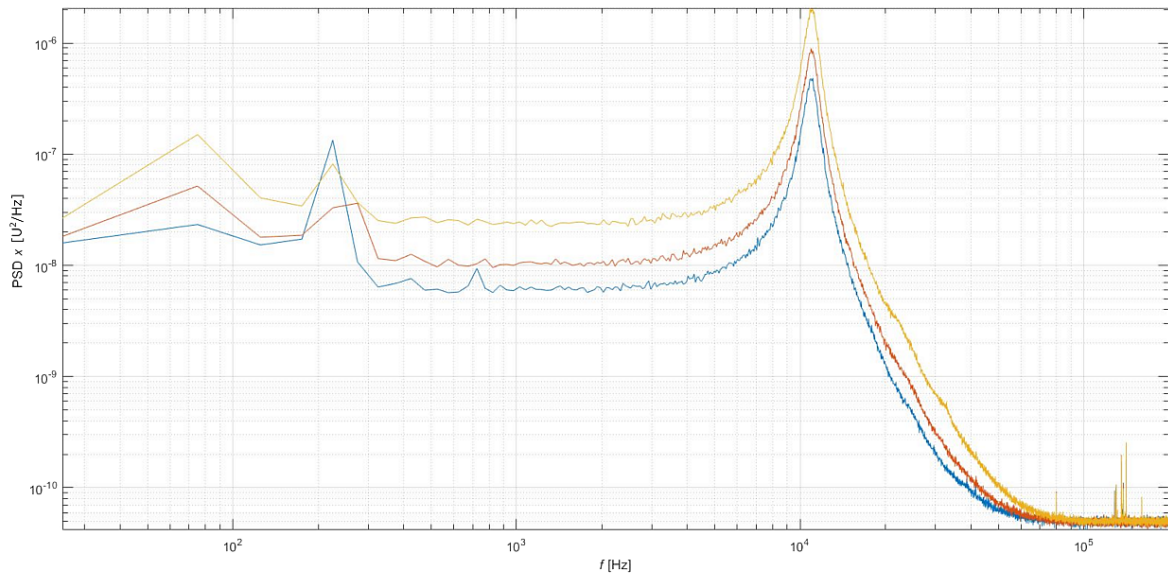
Z naměřeného signálu částice v ose  $x$  jsem vypočítala varianci polohy, jejíž závislost na amplitudě budícího napětí je znázorněna na obrázku 2.24. Z obrázku je patrné, že elektrické pole ovlivňovalo pohyb částice pouze v ose  $x$ . Variance v ose  $x$  roste kvadraticky s amplitudou budícího napětí, v souladu s teoretickou předpovědí (viz rovnice (1.63) a (1.64)).



Obrázek 2.24: Závislost variance polohy částice na budícím napětí pro dvě osy. Detekční elektronika QPD propouštěla pouze signály blízké kmitům částice. Proložená kvadratická závislost má v jednotkách grafu následující číselné parametry:  $\langle x^2 \rangle = 1,39 \times 10^{-7}U^2 - 2,51 \times 10^{-8}U + 1,81 \times 10^{-3}$ , lineární závislost:  $\langle x^2 \rangle = 1,19 \times 10^{-7}U + 1,86 \times 10^{-3}$ . Na grafu je také patrné, že při napětí 0 V měla částice v obou osách stejnou varianci, která odpovídá pokojové teplotě.

Na obrázku 2.25 jsou zobrazeny tři závislosti PSD na frekvenci. Se vzrůstající budící napěťovou amplitudou by se měly křivky posouvat nahoru v důsledku zvyšující se teploty, jak je vysvětleno v teoretické části práce v sekci 1.2.4.





Obrázek 2.25: Výkonové spektrální hustoty polohy částice ( $\text{PSD}_x$ ) pro tři různé amplitudy budícího napětí. Modře je znázorněna křivka pro amplitudu 0 V, oranžově pro  $100 V_{pp}$ , žlutě pro  $200 V_{pp}$ . Se vzrůstající budící amplitudou se křivky posouvají výše, což dokumentuje nárůst variance polohy částice (tzv. zahřívání částice).

### Efektivní teplota částice

Z naměřených dat a s využitím rovnic (1.63) a (1.64) uvedených v teoretické části lze určit změnu efektivní teploty částice při buzení elektrickou stochastickou silou. Jelikož víme, že existuje přímá závislost variance polohy na teplotě a experiment jsem začínala při pokojové teplotě, tak poměr nejvyšší a nejmenší hodnoty variance polohy udává i změnu efektivní teploty  $T_{kin}$ . V našem experimentu se teplota zvýšila  $4\times$  oproti původní pokojové teplotě odpovídající nulovému budícímu napětí.



# Závěr

V rámci bakalářské práce jsem se teoreticky i experimentálně podrobněji seznámila s optickým chytáním a mikromanipulací s opticky zachycenou částicí. Podílela jsem se na sestavení dvou experimentálních aparatur, jejichž fotografie jsou v kapitole 2.1.6 pro první aparaturu a v kapitole 2.8.1 pro druhou. Během sestavování aparatur jsem rovněž splnila další cíl této práce, tedy rozšíření o elektrody a elektroniku generující vnější pole. Rovněž jsem stihla elektrody nastavit i na nové aparatuře.

Na první aparatuře jsem prováděla experimenty, které se týkaly vychylování chycečných částic vnějším elektrickým polem. Po provedení několika měření se podařilo vyladit podmínky tak, aby částice byla v pasti stabilní, čehož se dosáhlo přesnějším překrytím svazků, pomalejším čerpáním vzduchu z komory a vypnutím klimatizace. Po zpracování dat s využitím skriptů v Matlabu a Pythonu jsem určila náboj vychylované částice. Náboj nebyl stejný pro měřené částice, lišil se i ve znaménku. Nejvíce nabitě částice, které se mi podařilo zachytit, měly náboj v tisícinásobku elementárního náboje  $e$ , naopak nejméně nabitě částice měly náboj pouze v desítkách  $e$ . Při vyhodnocování jsem dále předpokládala harmonickou aproximaci, kdy optická past má konstantní tuhost. Na grafech 2.21 je patrná lineární závislost střední hodnoty polohy částice na vychylovacím napětí pro dvě částice a došlo tak k potvrzení původního teoretického předpokladu. Rovněž je vidět, že náboj na částicích se během měření výrazněji neměnil.

Dále jsem kalibrovala napěťový signál z kvadrantní fotodiody a využila jsem paralelně snímaný záznam polohy částice vysokorychlostní kamerou. Výsledná závislost polohy částice získaná z kamery na poloze na QPD byla lineární, a proto kalibrační kontantu bylo možné určit ze směrnice proložené přímkou, viz grafy 2.18.

S využitím druhé aparatury jsem provedla experimenty, které se týkaly buzení částic řízeným bílým šumem. Zachytila jsem částici do protiběžných leserových svazků a zvyšovala amplitudu budícího napětí. Naměřená kvadratická závislost variance polohy částice v závislosti na budícím napětí, viz graf 2.24, odpovídala jednoduchému teoretickému odhadu. Jelikož je variance polohy částice svázána s efektivní teplotou podle ekvipartičního teorému uvedeného v rovnici (1.64), tak mluvíme o "zahřátí" částice řízeným bílým šumem.



# Literatura

- [1] JONES, P., MARAGÒ, O., AND VOLPE, G. *Optical tweezers: Principles and Applications*. Cambridge University Press, Cambridge, 2015. ISBN 978-1-107-05116-4.
- [2] ASHKIN, A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.* 1970, **24**(19), 156–159. ISSN 0031-9007.
- [3] ASHKIN, A. AND DZIEDZIC, J. M. Optical levitation by radiation pressure. *Appl. Phys. Lett.* 1971, **19**(8), 283–285. ISSN 0003-6951.
- [4] ASHKIN, A. AND DZIEDZIC, J. Observation of resonances in radiation pressure on dielectric spheres. *Phys. Rev. Lett.* 1977, **38**(23), 1351–1354. ISSN 0031-9007
- [5] ASHKIN, A. *et al.* Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt. Lett.* 1986, **11**(5), 288–290. ISSN 0146-9592
- [6] ASHKIN, A. *Optical trapping and manipulation of neutral particles using lasers*. World Scientific, London, 2006. ISBN 978-9810240585.
- [7] MILLEN, J. *et al.* Optomechanics with levitated particles. *Rep. Prog. Phys.* 2020, **83**, 026401. ISSN 0034-4885.
- [8] DELIĆ, U. *et al.* Cooling of a levitated nanoparticle to the motional quantum ground state. *Science* 2020, **367**(6480), 892–895. ISSN 1095-9203.
- [9] NOVOTNY, L. AND HECHT, B. *Principles of nano-Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2006. ISBN 1107005469.
- [10] ZEMÁNEK, P. *et al.* Optical trapping of Rayleigh particles using a Gaussian standing wave. *Opt. Commun.* 1998, **151**(4-6), 273–285. ISSN 0030-4018.
- [11] BERNATOVÁ, S. *Non-invasive Contactless Identification and Characterization of Microorganisms by Raman Spectroscopy and Optical Micromanipulations*. PhD thesis, Masaryk University, Faculty of Science, Brno, 2017.
- [12] ASHKIN, A. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. *Biophysical Journal* 1992, **61**(2), 569–582. ISSN 0006-3495.
- [13] JONÁŠ, A. AND ZEMÁNEK, P. Light at work: The use of optical forces for particle manipulation, sorting, and analysis. *Electrophoresis* 2008, **29**(24), 4813–4851. ISSN 0173-0835.
- [14] HARADA, Y. AND ASAKURA, T. Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime. *Opt. Commun.* 1996, **124**(5-6), 529–541. ISSN 0030-4018.
- [15] ZEMÁNEK, P., JONÁŠ, A., AND LIŠKA, M. Simplified description of optical forces acting on a nanoparticle in the Gaussian standing wave. *J. Opt. Soc. Am. A* 2002, **19**(5), 1025–1034. ISSN 1084-7529.
- [16] GRIER, D. G. A revolution in optical manipulation. *Nature* 2003, **424**(6950), 810–816. ISSN 0028-0836.

- [17] COFFEY, W. T., KALMYKOV, Y. T., AND WALDRON, J. T. *The Langevin Equation*. World Scientific, Singapore, 2004. ISBN 978-981-4355-66-7.
- [18] MARTÍNEZ, I. *et al.* Effective heating to several thousand kelvins of an optically trapped sphere in a liquid. *Phys. Rev. E* 2013, **87**, 032159. ISSN 2470-0045.
- [19] BLODER, F. *Impact of nebulizer atomization techniques on stability and transport efficiency of liposomal formulations*. PhD thesis, Graz University of Technology, Institute of Medical Engineering, Graz, 2014.
- [20] LEMR, K. AND BOROVCOVÁ, L. Ionizace elektrosprejem. *Chem. Listy*. 2020, **114**(3), 169–178. ISSN 0009-2770.
- [21] HOLČAPEK, MICHAL *Experimentální metody strukturálního výzkumu*. [online] [cit. 15.3.2021]. Dostupné z [https://holcapek.upce.cz/teaching/Holcapek\\_EMSV\\_MS.pdf](https://holcapek.upce.cz/teaching/Holcapek_EMSV_MS.pdf)

# Seznam použitých zkratek

<b>QPD</b>	Quadrant photodiode – kvadrantní fotodioda
<b>PSD</b>	Power spectral density – výkonová spektrální hustota
<b>DDM</b>	digital micro-mirrors device – element umožňující dynamicky tvarovat prostorové intenzitní rozložení svazku
<b>LASER</b>	Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation – zesílení světla pomocí stimulované emise záření
<b>IPA</b>	Izopropylalkohol
<b>PEEK</b>	Polyetheretherketon
<b>ÚPT</b>	Ústav přístrojové techniky AV ČR, v. v. i.