

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství



Bakalářská práce

**Analýza provozu na vybrané pobočce České pošty,
s.p.**

Vítězslav Douša

© 2023 ČZU v Praze

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Vítězslav Douša

Podnikání a administrativa

Název práce

Analýza provozu na vybrané pobočce České pošty, s.p.

Název anglicky

Service system analysis in Česká pošta, s.p.

Cíle práce

Cílem práce je zhodnotit funkčnost systému hromadné obsluhy klientů kontrétní pobočky České pošty. Konkrétně bude analyzován provoz na pobočce v Horních Počernicích, a to z hlediska základních parametrů systému hromadné obsluhy, zejména: intenzita provozu, průměrná délka fronty a průměrná doba čekání klientů ve frontě. Na základě výsledků budou navržena opatření vedoucí k odstranění případně zjištěných nedostatků.

Metodika

1. Literární rešerše
2. Představení vybrané pobočky České pošty
3. Popis současného stavu obsluhy
4. Tvorba matematického modelu
5. Analýza výsledků
6. Formulace závěrů a doporučení

Doporučený rozsah práce

30-40 stran

Klíčová slova

Česká pošta, systém hromadné obsluhy, obsluha klientů, stochastické modely, teorie front

Doporučené zdroje informací

HOLOUBEK, Josef. Ekonomicko-matematické metody. Čtvrté přepracované vydání. V Brně: Mendelova univerzita, 2018. ISBN 978-80-7509-571-8.

LUKÁŠ, Ladislav. Pravděpodobnostní modely v managementu: Markovovy řetězce a systémy hromadné obsluhy. Praha: Academia, 2009. Lanna. ISBN 978-80-200-1704-8.

MOŠNA, František. Pravděpodobnost a náhodné veličiny. V Praze: Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova, 2017. ISBN 978-80-7290-930-8.

ŠUBRT, Tomáš. Ekonomicko-matematické metody. 3. upravené a rozšířené vydání. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2019. ISBN 978-80-7380-762-7.

ZVÁRA, Karel a Josef ŠTĚPÁN. Pravděpodobnost a matematická statistika. Šesté vydání. Praha: Matfyzpress, 2019. ISBN 978-80-7378-388-4.

Předběžný termín obhajoby

2021/22 LS – PEF

Vedoucí práce

doc. Ing. Milan Houška, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 24. 11. 2021

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 30. 11. 2021

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 02. 03. 2023

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Analýza provozu na vybrané pobočce České pošty, s.p." jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 15.3.2023

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval práce doc. Ing. Milanu Houškovi Ph.D. za odborné vedení a konzultace při zpracování bakalářské práce.

Analýza provozu na vybrané pobočce České pošty, S.p.

Abstrakt

Tato práce se zabývá analýzou systému hromadné obsluhy na vybrané pobočce České pošty a následně navrhuje scénář možné optimalizace. S využitím vzorců systému hromadné obsluhy jsou ze získaných dat dopočítány základní charakteristiky. Z dopočítaných charakteristik je následně dopočítán a navrhnut scénář s optimalizovaným systémem.

V první teoretické části je stručně popsána historie poštovníctví a české pošty a následně jsou zde popsány základní charakteristiky systému hromadné obsluhy a jejich matematické metody. V druhé praktické části je výpočet základních charakteristik pro konkrétní pobočku pošty a navržena již dříve zmíněná optimalizace.

V závěru práce jsou pak uvedeny výsledky optimalizovaného scénáře.

Klíčová slova: Česká pošta, systém hromadné obsluhy, obsluha klientů, stochastické modely, teorie front

Service system analysis in České pošty, s.p,

Abstract

This thesis deals with the analysis of the queuing system at a selected branch of the Czech Post, and subsequently proposes a possible optimization scenario. Basic characteristics are calculated from the obtained data using queuing system formulas. Based on the calculated characteristics, a scenario with an optimized system is proposed.

The first theoretical part briefly describes the history of postal services and the Czech Post, followed by the basic characteristics of the queuing system and its mathematical methods. In the second practical part, the basic characteristics are calculated for a specific post office branch, and the previously mentioned optimization is proposed.

Finally, the result of the optimized scenario is presented in the conclusion of the thesis.

Keywords: Czech post, queueing system, client service, stochastic models, queue theory

Obsah

Obsah	1
1 Úvod	1
2 Cíl práce a metodika	2
2.1 Cíl práce.....	2
2.2 Metodika	2
3 Teoretická část	3
3.1 Historie pošty a poštovníctví	3
3.1.1 Historie poštovníctví ve světě	3
3.1.2 Historie poštovníctví v Evropě.....	3
3.1.3 Historie poštovníctví v Čechách.....	4
3.2 Česká pošta	6
3.3 Historie teorie front.....	7
3.4 Teorie front	8
3.5 Základní pojmy teorie front	9
3.5.1 Vstupní proud	9
3.5.2 Doba trvání obsluhy	11
3.5.3 Řád fronty	11
3.5.4 Disciplína fronty	12
3.6 Klasifikace modelů hromadné obsluhy.....	12
3.7 Řešení systémů hromadné obsluhy.....	14
3.7.1 Analytické řešení	14
3.7.2 Simulační řešení	15
3.8 Littleův zákon	15
3.9 Model M/M/1 a Model M/M/c	15
3.9.1 Model M/M/1	15
3.9.2 Jednotky, vzorce a vztahy výpočtů u M/M/1	16
3.9.3 Model M/M/c.....	17
3.9.4 Vzorce a vztahy výpočtů u M/M/c	18
3.10 Uspořádání obslužných linek	19
3.10.1 Jedna obslužná linka.....	19
3.10.1.1 Uspořádání s jednou obslužní linkou.....	19

3.10.2	Paralelně uspořádané obslužné linky.....	20
3.10.2.1	Paralelní uspořádání s jednou frontou.....	20
3.10.2.2	Paralelní uspořádání s více frontami.....	20
3.10.3	Sériově uspořádané obslužné linky	21
3.10.3.1	Sériové uspořádání s dvěma obslužnými linkami.....	21
3.11	Řízení a optimalizace systémů hromadné obsluhy.....	22
3.11.1	Popis optimalizace a řízení systémů hromadné obsluhy	22
3.12	Zdroj jednotek	23
3.12.1	Čekací prostor.....	23
4	Vlastní práce.....	25
4.1	Představení pobočky České pošty v Horních Počernicích.....	25
4.1.1	Schéma obsluhy na pobočce	26
4.2	Modelová situace	27
4.3	Vstupní data	27
4.4	Průměrný stav na pobočce	28
4.5	Hodnocení vytíženosti systému při dalších situacích	31
4.5.1	Porovnání vytíženosti	31
4.6	Optimalizace systému na pobočce	32
5	Závěr	34
6	Seznam použitých zdrojů	35
6.1	Literatura	35
6.2	Internetové zdroje	35
7	Seznam obrázků, tabulek, grafů a zkratk	37
7.1	Seznam obrázků	37
7.2	Seznam tabulek	37
7.3	Seznam grafů.....	37

1 Úvod

Česká pošta stejně jako její moderní konkurenční společnosti sloužila a stále slouží především k rozvoji ekonomiky v České republice. Její organizace, nabídky služeb či samotná technologie přepravy se stále modernějšími technickými možnostmi stále vyvíjí a vylepšují a tím se i zvětšuje její váha pro Českou republiku. Tato práce má za úkol popsat historii poštovníctví, a tak i vznik České pošty, a především také představit systém hromadné obsluhy, který Česká pošta využívá při obsluze na svých pobočkách.

Pravděpodobně každý z nás se ve svém životě setkal se systémem hromadné obsluhy. S dobrým příkladem systému hromadné obsluhy se můžeme setkat na pobočce České pošty či na běžné prodejně v obchodě. Kde zákazník je jednotka, která vstoupí do systému a požaduje obsluhu u určité pokladny. V případě vyššího vstupu jednotek do systému a zaplnění všech obslužných míst se začnou tvořit fronty. Pokud zákazník čeká na pokladnu, kde je vysoká fronta má možnost se buď zařadit do jiné fronty anebo systém kompletně opustit a odejít z dané prodejny. Zákazník, který se rozhodne zařadit do fronty, tak čeká na obsloužení a po obsloužení systém hromadné obsluhy opouští.

Cílem systému hromadné obsluhy je zjistit počet jednotek v systému, velikost front, dobu trvání obsluhy a dobu, kdy je nějaké obslužné místo bez žádných jednotek k obsloužení a následně navrhnout optimalizaci, aby se zintenzivněla obsluha a tím se i předešlo k tomu, aby některé jednotky opouštěli systém ještě před obsloužením a zároveň aby nebyla žádná obslužná místa zbytečně v provozu. V situaci, kdy jednotky (klienti) opouštějí ještě před obsloužením se Česká pošta dostává do situace, kdy jsou tito klienti zvolit jednu z konkurenčních společností České pošty. Mezi konkurenty České pošty jsou například PPL, Zásilkovna, DPD, GLS a podobně. Na druhou stranu situace, kdy je na pobočce České pošty otevřeno více obslužných linek, než je třeba není také v pořádku, Při této situaci pak vzniká problém, kdy jsou obslužné linky otevřeny a nemají žádné požadavky k obsluze a tím jsou pro Českou poštu ztrátové, jelikož podnik v této situaci stále musí platit za zaměstnance, který je u dané obslužné linky. Proto je po poštu, a nejen tu velmi důležité, aby systém hromadné obsluhy byl co nejvíce vyvážen.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem práce je zhodnotit současný stav provozu na pobočce České pošty v Horních Počernicích s využitím metod systémů hromadné obsluhy v období od 1. března do 14. května 2021. Zejména jsou zanalyzovány základní parametry jako intenzita provozu, průměrná délka fronty a průměrná doba čekání klientů ve frontě. Následně bude zanalyzována vytiženost pobočky a navržen scénář optimalizace systému hromadné obsluhy na pobočce.

2.2 Metodika

Práce je rozdělena na dvě hlavní části. V první teoretické části je popsána historie poštovníctví a dále je popsán systém hromadné obsluhy. Z historie poštovníctví je stručně popsána historie ze světa a o něco více historie poštovníctví v Evropě a z Českých zemích. Ze systému teorie hromadné obsluhy jsou pak popsány jeho základní pojmy jako je vstupní proud, doba trvání obsluhy, režim fronty a disciplína fronty.

Ve druhé praktické části je ukázka využití systému hromadné obsluhy v praxi. Jsou zde data současného stavu pobočky, které byly získány ze záznamů České pošty anebo dopočítány pomocí vzorců uvedených v teoretické části práce. Na základě těchto dat je provedena analýza vytiženosti systému hromadné obsluhy a je navržena jeho optimalizace. Pošta využívá model $M/M/c$, kde c je počet otevřených obslužných okýnek, které se v průběhu dne otvírají či zavírají, a proto je dále zanalyzován scénář vytiženosti při otevření pouze jednoho či všech pěti možných obslužných okýnek.

3 Teoretická část

3.1 Historie pošty a poštovníctví

3.1.1 Historie poštovníctví ve světě

Potřeba si vyměňovat informace sahá velmi hluboko do historie lidstva. Z počátku se jednalo o jednoduché zprávy, které sloužily k výměně zboží, výrobků či informací k lovu. Tyto informace se zprvu šířily jen ústní formou a ty důležitější pak zaznamenávány písmem. Takto prvotně vyměňované informace jsou předchůdcem organizovaných poštovních služeb. Dříve služby posílů či různých kurýrů sloužily především panovníkům a dalších vlivných lidem, neboť se jednalo především informace důležité pro chod státu a jeho bezpečnost.

Poštovníctví jako takové má bohatou a dlouhou historii, která sahá až do starověku, kde více méně pravidelné výměny zpráv a dobrou poštovní síť můžeme najít ve starověkém Egyptě, Římu, Persii, Číně či Indii. Ačkoli toto poštovní spojení jen velmi zřídka sloužilo veřejnosti. Sloužilo především pro panovníky a další vysoce postavené lidi.

Poštovní služby jako takové se rozvinuly až zejména v Římě za císaře Augusta na vojenských silnicích Římské říše. (Nováček, 1979)

Slovo „pošta“ pochází z odvození latinského termínu „statio oposita“ neboli v překladu „umístěná stanice“. Tento termín se používal jako označení pro domy u silnice, které byly určené a vybavené pro služby organizacím, které se zabývaly doručováním zpráv a později i přepravou osob či nákladů. (Nováček, 1979)

3.1.2 Historie poštovníctví v Evropě

Kořen novověké pošty najdeme v severní Itálii, kde se stále zvyšovala poptávka po doručovacích službách. Severní část Itálie se odlišovala od zbylé Itálie a od ostatních zemí v Evropě tím, že se zde nevyvinul centralizovaný feudální stát, ale moc se soustřeďovala do takzvané „buržoazie“, což je označení sociální vrstvy měšťanů neboli plnoprávných obyvatel měst. Tyto vyspělá města, kde byla soustřeďována moc si tak vytvořila vlastní instituce na poštovní služby. Z důvodu horského terénu poblíž Alp byli nuceni poslové

využívat pomoc místních obyvatel jakožto průvodců. Z takto najímaných průvodců se pak časem stávali již plnohodnotní poslové, kteří začali utvořovat různá společenství.

Jedním takovým společenstvím byli takzvaní „Tassové“ (Jinak uváděni také jako Taxisové nebo Thurn-Taxisové). Toto společenství mělo zrod ve 14. století, kde jejich služeb vyžíval i papežský dvůr. V roce 1457 se působnost Tassů rozšířila do zbylé části Itálie a tím se i tento rok začal považovat za počátek říšské pošty. (Čtvrtníček, Galuška, Tošnerová, 2008, s. 14)

Taxisové měli zavedeny pravidelné poštovní spoje, kde používali již stávající poštovní stanice a silnice, Nová stanice a cesty k nim zřizovaly, až podle množství a frekvence zásilek.

3.1.3 Historie poštovníctví v Čechách

Poštovníctví se v českých zemích začalo výrazněji rozvíjet, až v 16., kdy bylo zřízeno spojení mezi Prahou a Vídní, kvůli urychlení volby Ferdinanda Habsburského na český trůn. Toto poštovní spojení zajišťovali již dříve zmíněni „Taxisové“, kteří působili nejen v českých zemích, ale i na území všech rakouských dědičných území.

Pošta za první republiky

Vznik československého státu přinesl nejen změny politické, ale i hospodářské a správní, který se blízce dotýkaly i organizace a řízení samotného řízení poštovního provozu na našem území. Základem československé poštovní správy se stalo ministerstvo pošt a telegrafů, pod nějž spadal i poštovní, telegrafní, telefonní a radiokomunikační provoz. Vytvoření takto samostatného resortu správy pro odvětví, která dříve spravovalo rakouské ministerstvo obchodu, mělo zdůraznit jejich rostoucí společenský i ekonomický význam a zároveň tak zvýšit kvalitu poskytovaných služeb na našem území. (Kramář, 2022)

Pošta za protektorátu Čechy a Morava

V tomto období měla mnohem vážnější zásah do rozvoje pošty, až „Mnichovská dohoda“ po které došlo k odtrhnutí pohraničních oblastí k Německu a vzniku tak zvané druhé republiky. 13. října 1938 přešla působnost již dříve zmíněného ministerstva pošt a telegramů na území Slovenska pod správu ministerstva dopravy pro Slovensko v Bratislavě a později 4. listopadu téhož roku bylo samotné československé ministerstvo pošt a telegramů zrušeno a zároveň s ministerstvem železnic sloučeno pod ministerstvo dopravy. Další velká

změna od prvorepublikové pošty byla 1. ledna 1939, kdy začaly poštovní správy jednotlivých autonomních celků samostatně hospodařit na svůj účet. V tento samý den došlo i k sjednocení československých státních drah a československé pošty pro zemi českou a Moravskoslezskou v jeden podnik s názvem Československé dráhy a pošty v zemích českých. K naprostému politickému, vojenskému a ekonomickému podřízení pošty německým zájmům došlo až 15. března 1939 tedy, až po okupaci zbytku republiky. Záležitosti poštovníctví přešly pod nově zřízené ministerstvo dopravy a techniky až v listopadu 1942, do té doby zůstaly pod správou ministerstva dopravy protektorátu (Kramář, 2022).

Pošta v období třetí republiky

Koncem 2. světové války vzniklo v rámci košické vlády ministerstvo pošt, které z velké části navázalo na předválečnou činnost ministerstva pošt a telegrafů, ale podmínky, v kterých působilo, byly zcela rozdílné. Z hlediska organizace se jednalo především o vymezení územní působnosti, protože zároveň se vznikem tohoto ministerstva vzniklo také takzvané „poverenictvo pošt“, které však nemělo svou dobu na území českých zemí. Toto nelogické a nesystematické opatření trvalo až do roku 1960, kdy bylo díky státoprávních změnách zrušeno. Krátkou dobu po osvobození české země byl tako obnoven státní podnik „Československá pošta“, která ovšem vlivem jak vnitrostátních, tak vnějších okolností neměla dlouhého trvání (Kramář, 2022).

Pošta po únorovém převratu

Dalším zásadním bodem pro další směřování poštovní správy byl únor 1948, kdy došlo ke státnímu převratu v Československu. Jelikož již v nadcházejícím roce, přesněji 1. července 1949 došlo ke znárodnění podniku Československá pošta a následně nato došlo i k reorganizaci ministerstva pošt. Ovšem i toto řešení bylo pouze přechodné, jelikož v souvislosti se vznikem ministerstva spojů přistoupil Ústřední výbor KSČ 1. května 1952 ke zrušení podniku „Československá pošta“ a z podnikatelského subjektu se stal státní úřad řízený podle vzoru sovětského svazu (Kramář, 2022).

Pošta v období takzvané normalizace

Díky vlivu nastupující normalizace začali probíhat další změny ve státní správě, které se v odvětví pošty a telekomunikací týkaly zřízení Federálního ministerstva spojů ČSSR k 1. lednu 1971. Což vedlo k zániku nejen Federálního výboru pro poštu a telekomunikací, ale také pro obě republiková ministerstva. V roce 1988 došlo pak opět ke sloučení spojů s odvětvím dopravy uvnitř Federálního ministerstva dopravy a spojů, což dále vedlo v červenci 1989 k návratu podnikového principu zřízením státního podniku „Správa pošt a telekomunikací Praha“ (Kramář, 2022).

Vznik samostatného podniku Česká pošta

Zároveň s osamotněním České republiky se Česká pošta stala státním podnikem. Což umožnilo po dlouhých desetiletích navázat na nejlepší tradice prvorepublikového státního podniku Československá pošta a prokázat tak svou životaschopnost a smysluplnost v podmínkách tržního hospodářství (Kramář, 2022).

Česká pošta vznikla jako samostatný podnik v roce 1993 po rozpadu Československa a oddělení československé pošty. V té době se tedy vytvořily dvě nové společnosti, a to Slovenská pošta na Slovensku a Česká pošta v České republice. Česká pošta se tak stala nástupcem československé pošty a získala od ní všechny právní nástupnické vztahy. Od té doby Česká pošta funguje jako samostatná společnost, která poskytuje služby spojené s poštovním provozem, jako jsou doručování zásilek, přeprava balíků a tiskovin, platby a bankovní služby, pojištění a další služby.

3.2 Česká pošta

Česká pošta je státní organizace, která je zodpovědná za poskytování poštovních služeb v České republice. Sídlo společnosti se nachází v Praze, ale pobočky a služby jsou dostupné po celé zemi.

Česká pošta se zabývá doručováním dopisů, balíků a jiných zásilek. Pro tyto účely má společnost k dispozici velkou síť poštovních poboček, kterých je v současné době přibližně 3100. Kromě toho má Česká pošta také službu "Balík na poštu", díky které si mohou zákazníci zásilky poslat na nejbližší poštovní úřad, kde si je následně mohou vyzvednout.

V rámci modernizace a rozvoje služeb nabízí Česká pošta i další služby, například bankovní a platební služby. V rámci bankovních služeb je možné na poště založit běžný účet, využívat úvěrové produkty, vkládat peníze na spořicí účet a mnoho dalšího. Platební karty, které nabízí Česká pošta, umožňují zákazníkům provádět bezhotovostní platby.

Česká pošta také nabízí různé druhy pojištění, jako například pojištění zásilek, pojištění odpovědnosti za škodu a pojištění domácnosti. Pro podnikatele je k dispozici široká nabídka služeb, jako například možnost pronájmu poštovních schránek nebo doručování obchodní korespondence.

V poslední době Česká pošta také investuje do modernizace a rozvoje svých služeb. Kromě rozvoje digitálních služeb se poštovní úřady modernizují a vylepšují, aby byly pro zákazníky přívětivější a aby se snížil počet front na poštách. K dispozici jsou například samoobslužné zásilkovny, kde si mohou zákazníci vyzvednout zásilky bez nutnosti stát ve frontě, nebo nové poštovní schránky, které umožňují odeslání dopisů a balíků kdykoliv během dne.

3.3 Historie teorie front

Teorie front (nebo také jinak nazývána teorie hromadné obsluhy) se začala rozvíjet na začátku 20. století. Mezi prvními, kteří se touto oblastí začali zabývat, byl dánský matematik **Agner Krarup Erlang**, který pracoval v telekomunikační společnosti „Copenhagen Telephone“. Erlang se zabýval otázkou, jakým způsobem optimalizovat kapacitu telefonních linek tak, aby byla schopna zvládnout příchod hovorů v různých časových intervalech.

Erlangovo práce se teoretickému modelování front vyskytujících se v telefonních sítích staly inspirací pro další výzkumy v této oblasti. Dalšími významnými matematiky, kteří přispěli k rozvoji teorie front, byli například **Kendall**, **Pollaczek** a **Khinchin**. (Kendall, 1953, <https://plus.maths.org/content/agner-krarup-erlang-1878-1929>.)

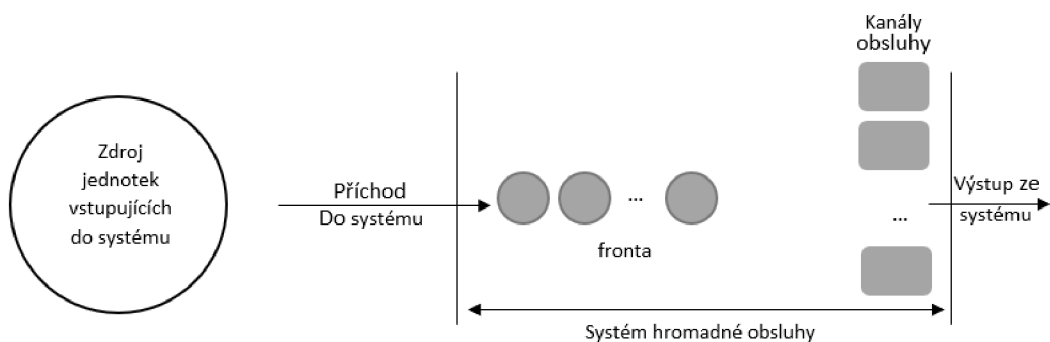
Teorie front se později stala důležitou disciplínou v oblasti operačního výzkumu a teorie řízení. Využívá se například k modelování a analýze různých typů front, jako jsou

fronty v bankách, letištích nebo poštách, nebo ke zlepšování výkonu a efektivity průmyslových procesů.

3.4 Teorie front

„Teorii front lze charakterizovat jako souhrn matematických metod používaných k modelování a optimalizaci procesů, ve kterých se vyskytují proudy objektů procházejících určitými zařízeními, od nichž vyžadují obsluhu.“ (Sixta, Žižka, 2009, s. 117)

Do systému vstupují jednotky v různých intervalech, který požadují obsluhu u určitých obslužných linek, kterou je například pokladna v supermarketu. Tyto obslužná zařízení mají jen určitou kapacitu, kterou jsou schopni obsloužit za určitou dobu a z tohoto důvodu se začínají v systému hromadit jednotky čekající na obsluhu, které začínají tvořit fronty u obslužných linek. Právě díky tomuto jevu vznikl název pro teorii front. V odborné literatuře se též teorie front označuje jako – **teorie hromadné obsluhy**. (Sixta, Žižka, 2009, s. 117)



Obrázek 1 Zdroj: Sixta, Žižka (2009)

Systém hromadné obsluhy (anglicky "queueing system"), nebo také teorie front se používá k modelování a analýze front, které se mohou vyskytovat v různých oblastech,

například v obchodech, bankách, poštách, na letištích, v call centrech nebo v různých výrobních procesech.

Základem systému hromadné obsluhy jsou takzvané vstupní proudy, které určují, jak často a v jakém pořadí se zákazníci dostávají ke vstupu do fronty. Dále se systém skládá z fronty, ve které klienti čekají na obsluhu, a dále se systém skládá z jednoho nebo více obslužných linek, které zákazníky obsluhují.

Cílem analýzy systému hromadné obsluhy je získat různé charakteristiky tohoto systému, například průměrnou délku fronty, průměrný čas strávený v systému, průměrnou dobu čekání ve frontě, průměrný počet klientů v systému, průměrný počet otevřených obslužných linek a jejich vytížení v určitém čase.

Takovéto charakteristiky jsou důležité pro optimalizaci provozu a plánování personálního obsazení v různých typech organizací. Analytickými metodami lze například zjistit, jaký vliv má změna počtu obslužných linek na délku fronty, nebo jaký vliv má změna vstupního proudu na průměrnou dobu čekání v systému.

Systémy hromadné obsluhy se využívají v mnoha oblastech, například v dopravě, telekomunikacích, výrobních procesech, bankovníctví nebo zdravotnictví. Dobré poznání tohoto typu systému může pomoci při řešení různých problémů a optimalizaci výkonu organizací.

3.5 Základní pojmy teorie front

3.5.1 Vstupní proud

vstupní proud je proces, při kterém vznikají nějaké požadavky na obsluhu. Tyto vstupy mohou být náhodné, determinované anebo smíšené. (Sixta, Žižka, 2009, s. 118)

Vlastnosti a intenzita vstupního proudu má rozhodovací vliv na celkovou činnost systému hromadné obsluhy a na jeho základní charakteristiky. Vstupní proud jako takový lze obecně charakterizovat jako stochastický proces, jelikož jednotky neboli požadavky vstupují do systému hromadné obsluhy v náhodných okamžicích. (Hušek, Maňas, 1989, s.290)

Empirické údaje, ze systému hromadné obsluhy velmi často vyhovují předpokladu pro Poissonovo rozdělení, jelikož lze rozdělit vstupní požadavky do určitých intervalů. Tomuto rozdělení počtu odpovídá i exponenciální rozdělení intervalů mezi jejich příchody, a proto

se systémy hromadné obsluhy s Poissonovým vstupním proudem nazývají také jako „exponenciální systémy“. (Hušek, Maňas, 1989, s.328)

V praxi se lze setkat i s jinými rozděleními vstupního proudu, jako například Erlangovo rozdělení, logaritmicko-normální, hyperexponenciální a podobně. Ovšem řešení modulů systémů hromadné obsluhy jiným, než právě Poissonovým rozdělením je však analyticky obtížnější. (Hušek, Maňas, 1989, s.328)

Determinovaný vstup – při determinovaném vstupu jednotky vstupují a jsou obsluženy v předem stanoveném intervalu. Jde například o výrobní proces na zautomatizované výrobní lince. (Sixta, Žižka, 2009, s. 118)

Náhodný vstup – u náhodného vstupu jednotky vstupují do systému hromadné obsluhy v různých intervalech a v různých počtech. Jde například o vstup zákazníků do pobočky České pošty.

Při náhodných vstupech jednotek do systému jsou jejich intervaly vstupu popsány pomocí některého z rozdělení pravděpodobnosti. V teorii front se ukazuje, že tento typ vstupu jednotek do systému nejčastěji popisuje Poissonovo rozdělení, které úzce souvisí s exponenciálním rozdělením. (Sixta, Žižka, 2009, s. 118)

Smíšený vstup – Smíšený vstup je kombinace již dvou dříve zmíněných vstupů, což znamená, že některé jednotky vstupují do systému v konstantním intervalu a další zase v náhodném. Jde například o podnik, který má nějaké objednávky sjednané v předem známém termínu a jiné objednávky vznikají náhodně proměnlivých intervalech. (Sixta, Žižka, 2009, s. 118)

Poissonovo rozdělení – Poissonovo rozdělení pravděpodobnosti popisuje náhodnou veličinu, která ukazuje počet výskytů událostí v určitém časovém intervalu, kdy události nastávají nezávisle na sobě (Sixta, Žižka, 2009, s. 118). Poissonovo rozdělení, které je pojmenováno po francouzském matematikovi „Siméonu Denisovi Poissonovi“ se často používá k porozumění nezávislým událostem, které nastávají v konstantní frekvenci v daném časovém intervalu (Hayes, 2022)..

Poissonovo rozdělení je diskrétní funkce, což znamená, že proměnná může nabývat pouze konkrétních hodnot z potenciálně nekonečného seznamu hodnot. Může nabývat pouze

celočíslných hodnot $(0,1,2,3,\dots)$, to znamená, že nemůže nabývat hodnot se zlomky či desetinnými čísly (Hayes, 2022)..

Používá se k odhadům pravděpodobnosti toho, že se nějaká událost stane „ x “ krát během nějakého intervalu. Například může být to, že si 300 lidí koupí v trafice los. Poissonovo rozdělení nám může matematicky říct „Jaká je pravděpodobnost, že si los koupí víc jak 300 lidí“(Hayes, 2022).

Exponenciální rozdělení – Exponenciální rozdělení popisuje čas mezi náhodně se vyskytujícími událostmi. Používá se při modelování doby do výskytu příslušné události jako je například doba od vstupu jednoho zákazníka ke vstupu dalšího zákazníka. (Sixta, Žižka, 2009, s. 118)

3.5.2 Doba trvání obsluhy

Podobně jako u vstupního proudu, je třeba při modelování systému hromadné obsluhy popsat vlastnosti a intenzitu výstupního proudu obslužných požadavků, jelikož stejně jako modelování vstupního proudu hraje velkou roli z hlediska působení na fungování celého systému hromadné obsluhy. Doba na obsluhu jednotlivých žádostí ovlivňuje celá řada různých náhodných faktorů, takže ji jako takovou lze také pokládat za náhodnou veličinu. (Hušek, Maňas, 1989, s.290-291)

Doba trvání obsluhy se obvykle řídí exponenciálním zákonem rozdělení, i když ne vždy platí, že Poissonův vstupní proud odpovídá Poissonovo výstupnímu proudu žádostí během určitého intervalu. (Hušek, Maňas, 1989, s.291)

3.5.3 Řád fronty

Řád fronty se v teorii front označuje jako pořadí, v jakém jsou příchozí požadavky obsluhovány v systému. Každý požadavek vstupuje do fronty ve svém čase příchodu a čeká, až bude obslužen v pořadí podle řádu fronty. Řád fronty je tedy způsob, který určuje přechod jednotek čekajících ve frontě do obsluhy. Řád fronty může být různý v závislosti na

způsobu obsluhy a prioritách. Základními typy rozdělení přechodu z fronty k obsluze jsou FIFO, LIFO, PRI, SIRO.

FIFO – first in first out – jde o chronologický přechod, kde je nejdříve obslužen první (nejstarší) požadavek na obsluhu. Jednotky jsou obsluhovány podle pořadí jejich příchodu. Jde například o zákazníky hypermarketu u pokladen.

LIFO – last in first out – jde o opak přechodu FIFO, kde je první obslužen poslední přichodící požadavek. Jde například o odběr palet, kde je nejdříve odebrána horní paleta.

PRI – priority – jde o přechod, kde jsou požadavky obslouženy podle jejich důležitosti. Jde například o skupinu strojů čekajících na opravu, kde je nejdříve opraven stroj kritický pro chod podniku. (Sixta, Žižka, 2009, s. 118)

SIRO – selection in random order – jde o přechod, kde jsou jednotky v systému obsluhovány v náhodném pořadí. Například zpracování sypkých materiálů ze zásobníku.

3.5.4 Disciplína fronty

Disciplína fronty udává, zda je jednotka v systému ochotna čekat na obsluhu a popřípadě jak dlouho je jednotka ochotna čekat. Nastávají tři varianty ochotnosti jednotky čekat podle trpělivosti.

Absolutně netrpělivá – varianta, kdy všechny obslužné linky jsou obsazeny a jednotka ani do fronty nevstoupí a přímo odchází ze systému bez obsluhy.

Bez netrpělivosti – varianta, kdy jednotky v systému čekají na obsluhu bez ohledu na čas.

Částečně netrpělivá – jednotka čeká ve frontě po určitou dobu a pokud do té doby nebude obslužena, tak systém opustí. (Sixta, Žižka, 2009, s. 119)

3.6 Klasifikace modelů hromadné obsluhy

Systémy hromadné obsluhy jsou velmi rozmanité a může nastat kombinace mnoha různých variant uspořádání. Z tohoto důvodu D.G.Kendallem vytvořil způsob zápisu, který

komplexně zachycuje a klasifikuje základní modely systémů hromadné obsluhy. Zpravidla se tento způsob zapisuje pomocí šesti písmen (znaků) i přestože se lze setkat pouze se tříznakovou variantou. K zápisu se využívají písmena A/B/C/D/E/F, kde:

A – označuje typ rozdělení pravděpodobnosti, který popisuje intervaly mezi příchody jednotek do systému.

B – charakterizuje typ rozdělení doby trvání obsluhy

Pro tyto dva znaky se používají následující symboly:

M – exponenciální rozdělení (Poissonův proces vstupů)

D – konstantní intervaly mezi příchody

E_k – Erlangovo rozdělení

N – normální rozdělení

G – jiné rozdělení s nějakou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou

C – číslo udávající počet paralelně uspořádaných kanálů obsluhy

D – číslo udávající kapacitu systému hromadné obsluhy, tj. počet jednotek, které mohou být v systému přítomny. Pokud není tato kapacita omezená, použije se symbol ∞

E – číslo udávající velikost zdroje jednotek. Pokud je zdroj jednotek neomezený, použije se opět symbol ∞ .

F – řád fronty, používá se pro označení **FIFO, LIFO, PRI, SIRO**

(Sixta, Žižka, 2009, s. 121)

V případě použití symbolů A/B/C se předpokládá to, že kapacita systému a zdroj jednotek je neomezený a řád této fronty je typu FIFO.

Například při zápisu M/M/4/10/ ∞ /FIFO je značen systém hromadné obsluhy, kde mají intervaly mezi příchody a intervaly doby obsluhy na čtyřech paralelních kanálech exponenciální rozdělení a celková kapacita tohoto systému je deset jednotek. To znamená, že čtyři jednotky budou obsluhovány, zatímco zbylých šest jednotek bude ve frontě. Zde je potenciální zdroj jednotek neomezený a je podle řádu FIFO obsloužen nejstarší požadavek neboli ten, co přišel do systému první.

(Sixta, Žižka, 2009, s. 121)

Kromě třímístného kódu se v některých případech používá i rozšířený pětímístný kód, který má typ A/B/s/x/y, kde „x“ nám označuje maximální počet míst v systému hromadné obsluhy a „y“ režim dané fronty. Občas se používá i pětímístný kód kde „x“ značí počet míst ve frontě a „y“ velikost požadavků. Pokud se „x“ nebo „y“ vynechají, tak se předpokládá, že jejich hodnota nabývá nekonečné hodnoty. (Hušek, Maňas, 1989, s. 295)

3.7 Řešení systémů hromadné obsluhy

Řešení modelů hromadné obsluhy neboli také získání všech či alespoň některých charakteristik systému hromadné obsluhy, lze dosáhnout v zásadě dvojím způsobem řešení. A to buď analyticky anebo pomocí simulace. (Jablonský, 2007, s 248)

3.7.1 Analytické řešení

Analytické řešení spočívá především v tom, že analytik zná anebo je schopen odvodit vazby a vzorce pro jednotlivé charakteristiky v systému hromadné obsluhy. Do takto odvozených vzorců už pak stačí jenom dosadit parametry jako je například intenzita příchodu, intenzita obsluhy či počet obslužných linek. V tomto případě jsou charakteristiky systému definovány jako hodnoty, které závisejí na jeho parametrech. (Jablonský, 2007, s 248)

Tento způsob řešení je pro uživatele velmi příjemný, jelikož stačí dosadit jen několik proměnných do vzorců a chtěné charakteristiky jsou ihned uživateli k dispozici. Problém ovšem spočívá v tom, že toto analytické řešení, lze použít jen u jednodušších modelů systému hromadné obsluhy. Nelze je využít k získání charakteristik například u sériově řazených obslužných linek nebo v modelech systému s kombinovaným uspořádání obslužných linek či v modelů se speciálními rysy jako je například omezená trpělivost požadavků nebo systém s řádem fronty PRI (preferenční přechod z fronty do obsluhy). V těchto případech nelze analytické řešení využít z důvodu nemožnosti odvodit příslušné vztahy charakteristik daného systému. (Jablonský, 2007, s 248)

3.7.2 Simulační řešení

Simulační řešení se využívá u řešení složitějších systémů hromadné obsluhy, jelikož je jedinou cestou, jak k těmto složitějším systémům přistupovat. Simulační řešení spočívá v experimentování s modelem daného systému na počítači, na kterém se pomocí různě vhodných programových prostředků simuluje chod reálného modelového systému. Díky tomu lze simulovat chod systému v krátkém časovém úseku několika sekund či minut, která by v reálném životě trvala několik měsíců či let. Takto lze simulovat chod daného systému ve zrychleném, či zpomaleném čase a na základě sběru dat z této simulace lze pak zhruba odvodit charakteristiky simulovaného systému, které uživatele zajímají. Takto lze simulovat i velmi složité systémy či systémy, které jsou ještě ve fázi navrhování. (Jablonský, 2007, s 248)

3.8 Littleův zákon

Littleův zákon vyjadřuje vztah mezi základními charakteristikami fungování systému hromadné obsluhy. Počítá s průměrnou dobou strávenou v systému hromadné obsluhy (T) a mezi průměrným počtem jednotek v systému (L). Tyto výpočty podle Littleova zákona nemusejí být nijak přesné, ale dávají nám spíše přibližnou představu o fungování systému bez větších nároků na vstupní údaje, které zadáváme. (Šubrt, 2019, s. 326)

Littleův zákon: $L = \lambda * T$

Platí také: $L_Q = \lambda * T_Q$

$$L_s = \lambda / \mu$$

Pravá strana vzorce Littleova zákona udává nabízené zatížení systému neboli minimální počet obslužných linek, který dokáže zvládnout vstupní proud zákazníků při dané intenzitě (λ). (Šubrt, 2019, s. 326)

3.9 Model M/M/1 a Model M/M/c

3.9.1 Model M/M/1

Zápis M/M/1 představuje model systému hromadné obsluhy, ve kterém mají intervaly mezi příchody a doby jejich obsluhy exponenciální rozdělení a pracuje pouze jedna obslužná

linka. Další symboly u tohoto modelu jsou vynechány, tudíž se předpokládá neomezený počet jednotek v systému, nekonečný zdroj požadavků na obsluhu a dále se předpokládá řád fronty FIFO. (Šubrt, 2019, s. 328)

Jednoduchý exponenciální model systému hromadné obsluhy má dva parametry, a to intenzitu příchodu a obsluhy, kde intenzitu příchodu značíme λ a intenzitu obsluhy μ . V každém okamžiku t je systém v určitém stavu, kdy je určitý počet jednotek ve frontě a je obsazena linka obsluhy L . Což dokazuje, že se jedná o Markovský systém. (Šubrt, 2019, s. 328)

3.9.2 Jednotky, vzorce a vztahy výpočtů u M/M/1

Intenzita vstupu: λ

Intenzita obsluhy: μ

Střední počet jednotek v systému: L

Střední počet jednotek ve frontě: L_Q

Střední počet jednotek u linky obsluhy: L_S

Střední hodnota celkové doby v systému: T

Intenzita provozu: $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

Pravděpodobnost, že je v systému alespoň jedna jednotka:

$$\rho = \rho\{L \geq 0\} = (1 - p_0)$$

Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat ve frontě nulovou dobu: $p_0 = 1 - \rho$

Pravděpodobnost, že v systému je právě „ k “ jednotek: $p_k = (1 - \rho)\rho^k$

Pravděpodobnost, že v systému je „ k “ nebo více jednotek: $p\{L \geq k\} = \rho^k$

Pravděpodobnost, že v systému je více než „ k “ jednotek: $p\{L > k\} = \rho^{k+1}$

Pravděpodobnost, že v systému je „ k “ nebo méně jednotek: $p\{L \leq k\} = 1 - \rho^{k+1}$

Střední počet jednotek v systému: $L = \frac{\rho}{1-\rho}$

Střední doba strávená v systému: $T = \frac{1}{\mu-\lambda}$

Střední doba strávená jednotkou ve frontě: $T_Q = \frac{\lambda}{\mu \cdot (\mu-\lambda)}$

Střední doba obsluhy: $T_S = \frac{1}{\mu}$

(Šubrt, 2011, s. 330)

3.9.3 Model M/M/c

Model typu M/M/c je velmi podobný systému M/M/1 jen s tím rozdílem, že má „ c “ kanálů obsluhy oproti jednomu. Zdroj vstupujících jednotek do systému je nekonečný má určitou intenzitu vstupu „ λ “. Všechny jeho kanály jsou homogenní a mají stejnou intenzitu obsluhy. Tudiž, je-li intenzita obsluhy každého kanálu rovna „ μ “ tak intenzita obsluhy všemi kanály bude „ $c * \mu$ “ a intenzita celého systému bude „ $\rho = \lambda / (c * \mu)$ “.

Systémy tohoto druhu jsou v praxi velmi časté. Jde například o několik pokladen v samoobsluze nebo řadu strojů stejného druhu v nějaké výrobní lince. (Šubrt, 2011, s. 336)

Tento model je aplikován například při zjišťování vytíženosti vybrané pobočky České pošty. Na pobočkách České pošty se zpravidla vyskytuje více jak jedna obslužná linka „ c “, se kterými umí model M/M/c operovat. Pokud tedy známe intenzitu vstupu jednotek do

systemu „ λ “ a intenzitu obsluhy „ μ “, tak jsme schopni pomocí dříve zmíněného vzorce vypočítat zatížení systému hromadné obsluhy na pobočce.

3.9.4 Vzorce a vztahy výpočtů u M/M/c

Jednotky jsou u modelu M/M/c stejné jako u modelu M/M/1, ovšem některé vzorce se více či méně odlišují, a proto je vhodné si tyto vzorce uvést.

Poměr intenzity vstupu do systému a obsluhy: $r = \frac{\lambda}{\mu}$

Vytíženost systému: $\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu}$ - (Pokud je „ ρ “ vyšší jak 1, tak dojde k přehlčení systému. Nebylo zatížení je vyšší jak 100 %. V tomto případě, pak dochází k frontě, který roste rychleji, než je systém schopný vyřizovat její požadavky)

Pravděpodobnost, že se v systému nenachází žádná jednotka:

$$\rho_0 = \left[\left(\sum_{k=0}^{c-1} \frac{r^k}{k!} \right) + \frac{c+r^c}{(c-r) \cdot c!} \right]^{-1}$$

Průměrný čas, který jednotka stráví ve frontě: $T_Q = \frac{r^c \cdot \mu \cdot \rho_0}{(c-1)! \cdot (c \cdot \mu - \lambda)^2}$

Průměrný čas zákazníka stráveným v systému: $T = T_Q + \frac{1}{\mu}$

Střední počet zákazníků ve frontě: $L_Q = T_Q \cdot \lambda$

Střední počet zákazníků v systému: $L = T \cdot \lambda$

3.10 Uspořádání obslužných linek

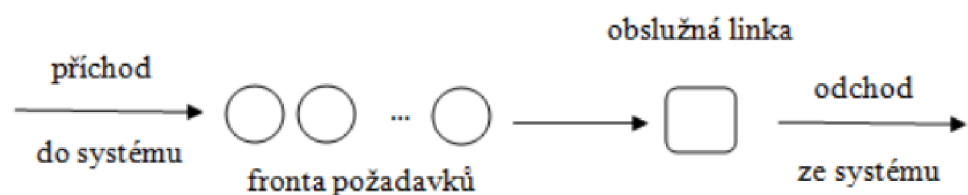
„Nejjednodušším případem je systém s jedním kanálem obsluhy. Složitější systémy počítají s více kanály obsluhy, které mohou být různě uspořádané, specializované, nestejně rychlé“ (Dömeová, Beránková, 2004, s. 11).

Nejjednodušší případ je systém obsluhy s jednou obslužnou linkou. Složitější systémy pak počítají s více obslužnými linkami, které mohou být různě uspořádané, specializované či s jinou rychlostí obsluhy. Kanály mohou být homogenní nebo nehomogenní. Je-li systém s obslužnými linkami homogenní pak může být jednotka v systému obsloužena na kterékoliv obslužné lince. (Šubrt, 2011, s. 325)

3.10.1 Jedna obslužná linka

Jde o systém pouze s jednou obslužní linkou a jedná se tak o nejjednodušší uspořádání obslužní linky v systému hromadné obsluhy. Po příchodu do systému se jednotka zařadí pouze do fronty k jedné obslužné lince, což znamená, že všechny požadavky v systému se řadí pouze do jedné fronty. (Jablonský, 2007)

3.10.1.1 Uspořádání s jednou obslužní linkou



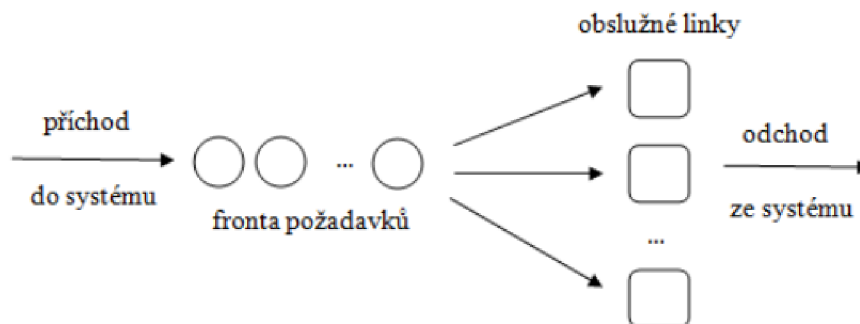
Obrázek 2 Jablonský (2007)

Příkladem uspořádání s jednou obslužnou linkou může být například lékárna, kde je k dispozici pouze jeden farmaceut, který má možnost obsluhovat pouze jednoho zákazníka najednou.

3.10.2 Paralelně uspořádané obslužné linky

Paralelní uspořádání je, pokud máme vedle sebe několik homogenních obslužných linek neboli linek, které poskytují stejné služby. Dále pak záleží, jestli se vytvoří jedna či více front a ty pak dělíme na systémy s jednou frontou a na systémy s více frontami. (Šubrt, 2011, s. 325)

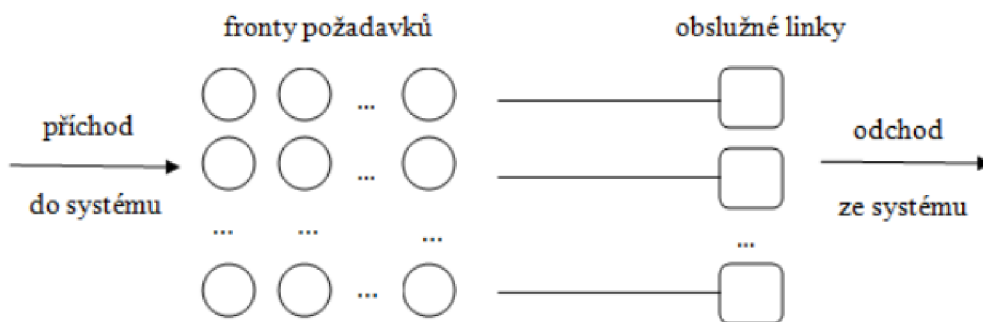
3.10.2.1 Paralelní uspořádání s jednou frontou



Obrázek 3 Zdroj: Jablonský (2007)

Jednotka, která vstoupí do systému se zařadí do jedné jediné fronty a čeká, až na kterékoliv z obslužných linek na ni přijde řada tam svůj požadavek vyřídí a systém opouští. Například vyvolávací systém na poště.

3.10.2.2 Paralelní uspořádání s více frontami



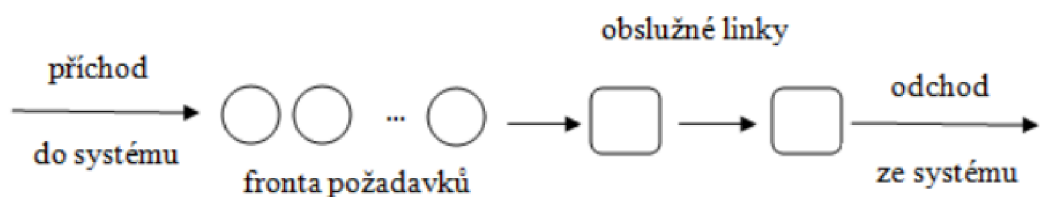
Obrázek 4 Zdroj: Jablonský (2007)

Jednotka, která vstoupí do systému se zařadí do jedné z více front a čeká, až přijde řada na obslužné lince, ke které je fronta přiřazena. Například pokladny v supermarketu. V takovém případě jsou zákazníci rozděleni mezi jednotlivé pokladny tak, aby bylo každé pokladně přiděleno přibližně stejné množství zákazníků. Každá pokladna funguje jako samostatná jednotka a obsluhuje své zákazníky nezávisle na ostatních pokladnách.

3.10.3 Sériově uspořádané obslužné linky

Sériové uspořádání je uspořádání „za sebou“ a požadavek musí postupně projít několika linkami obsluhy. Při tomto uspořádání se fronta může tvořit pouze před první obslužnou linkou anebo se fronty mohou tvořit před každou obslužnou linkou zvlášť. (Šubrt, 2011, s. 325)

3.10.3.1 Sériové uspořádání s dvěma obslužnými linkami



Obrázek 5 Zdroj: Jablonský (2007)

Sériové uspořádání s dvěma obslužnými linkami je systém, ve kterém jsou úlohy zpracovávány postupně v sérii, ale každá úloha má k dispozici dvě obslužné linky, které mohou pracovat současně. V tomto systému jsou úlohy rozděleny na dvě fáze, kde každá fáze je zpracovávána jednou z obslužných linek.

Příkladem může být zpracování objednávek v internetovém obchodě. Když zákazník odešle objednávku, musí být zkontrolována a zpracována několika oddělenými kroky. Nejprve musí být ověřena platnost objednávky a dostupnost produktů. Poté se musí zboží balit a připravovat k odeslání.

V sériovém uspořádání s dvěma obslužnými linkami se objednávky přiřadí na začátek fronty a postupně prochází jednotlivými fázemi. První fáze je ověření platnosti objednávky a dostupnosti produktů. Tuto fázi zpracovává jedna z obslužných linek. Jakmile je tato fáze dokončena, objednávka by se posunula na druhou fázi, tj. balení a přípravu k odeslání. Tuto fázi by zpracovávala druhá obslužná linka.

V Praxi se lze setkat i s kombinací uspořádání obslužných linek.

3.11 Řízení a optimalizace systémů hromadné obsluhy

„Modely systémů hromadné obsluhy mají vedle svého deskriptivního úkolu za cíl sloužit i jako nástroj rozhodování a optimalizace při určování nejvhodnějších charakteristik modelovaných systému vzhledem k zvolenému kritériu jejich efektivity.“ (Hušek, Maňas, 1989, s.328)

3.11.1 Popis optimalizace a řízení systémů hromadné obsluhy

Předpokladem pro optimalizaci a celkové řízení systémů hromadné obsluhy je možnost ovlivňovat některé z prvků a tím ovlivňovat i základní charakteristiky efektivity a zároveň i explicitně formulovat kvantitativní kritériální funkci, jejíž hodnoty ukazují důsledky různých rozhodování. (Hušek, Maňas, 1989, s.328)

Pro optimalizaci a řízení systémů hromadné obsluhy se zpravila snažíme stanovit takový počet obslužných linek, popřípadě určit takové intervaly obsluhy jednoho kanálu anebo režim fronty, které mají vést ke snížení ztrát v systému z důvodu dlouhého čekání na minimum. Výsledky takovéto optimalizace systému ale mohou být různé podle toho, které hledisko při optimalizaci sledujeme. Může jít o hledisko obsluhovaných požadavků, zákazníků anebo provozovatele obslužného systému. (Hušek, Maňas, 1989, s.328)

V praxi je při optimalizaci nutné koukat na hledisko jak zákazníka, tak na hledisko poskytovatele systému obsluhy a najít kompromisní řešení. Jelikož, kdyby se hledělo například pouze z hlediska zákazníka, tak by se optimalizace projevila podstatně zkrácením čekání na obsluhu a snížení celkové doby zákazníka v systému obsluhy. Naopak by tato optimalizace vedla k rostoucí nevyužití celkové kapacity obsluhujících zařízení. V praxi, ale obsluha nebývá optimalizovaná přesně pro obě strany, a tak jsou systémy optimalizované více či méně pouze na jednu stranu. (Hušek, Maňas, 1989, s.328)

3.12 Zdroj jednotek

„Zdroj požadavků je množina potenciálních zájemců o obsluhu. Zajímá nás její početnost a eventuelní struktura“ (Dömeová, Beránková, 2004, s. 9)

Zdroj jednotek je pramen potenciálního souboru jednotek, které mohou vstoupit do systému. Jestliže je počet jednotek pevně omezen a jednotky se po obslužení vrací zpět do zdroje hovoříme o **uzavřeném systému**. Příkladem je údržba strojů v dílně, kdy se po určité době stroj opět porouchá. Naproti tomu v **otevřeném systému** existuje teoreticky neomezený počet jednotek i když v praxi jsou všechny systémy hromadné obsluhy uzavřené, tak v případě, že počet jednotek je velmi vysoký (tisíce a více jednotek, například zákazníci hypermarketu), lze takový systém modelovat jako otevřený (Sixta, Žižka, 2009, s. 119)

3.12.1 Čekací prostor

Čekacím prostorem se rozumí místo mezi zdrojem jednotek (požadavků) a linkami obsluhy. Tento prostor dělíme na „nulový“ a „nenulový“.

Nulový: Při nulovém čekacím prostoru nelze požadavek jednotky ihned obsloužit a je nutné tento požadavek odmítnout.

Nenulový: Nenulový čekací prostor dělíme dále na „omezený“ a „neomezený“, kdy v omezeném je omezeno kolik jednotek může maximálně vstoupit do fronty. Zatímco v neomezeném čekacím prostoru není délka fronty ničím omezována. (Sixta, Žižka, 2009)

4 Vlastní práce

4.1 Představení pobočky České pošty v Horních Počernicích

Pro praktickou část byla vybrána pobočka České pošty v Horních Počernicích, která se nachází na adrese Náchodská 701/95 Praha-20 Horní Počernice. Pobočka pošty v Horních Počernicích je jednou z mnoha poboček České pošty, poskytující služby týkající se přijímání, přepravy a doručování zásilek. Tato pobočka je umístěna v obytné zóně a je tak snadno dostupná pro veřejnost.

Pobočka nabízí širokou škálu služeb, jako jsou přijímání a vydávání zásilek, nákup poštovních známek, balíkových lístků a dalších poštovních materiálů, stejně jako platby za různé služby a poplatky. Kromě toho poskytuje pošta v Horních Počernicích například i finanční služby, jako je výměna měny a vklady na účty, platby za telekomunikační a internetové služby, pojištění a další.

Na pravé straně budovy (viz. Obrázek 6) najdeme vstup do přízemní části a hlavní části pošty, kde nalezneme všechny obslužné linky a vyvolávací systém (viz. Obrázek 7).



Obrázek 6 Pobočka České pošty – Praha 20 (Zdroj: vlastní foto)

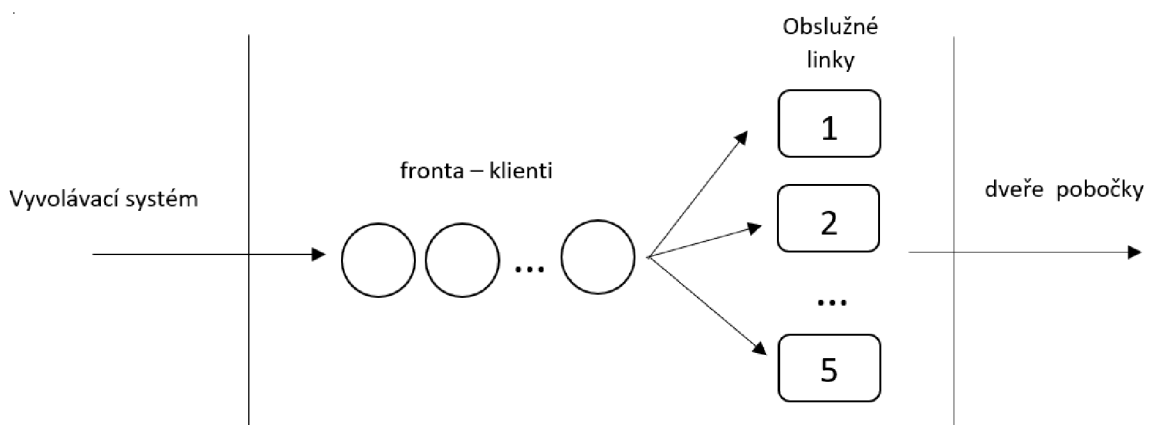


Obrázek 8 Vyvolávací systém (zdroj: vlastní foto)

V 1. patře pobočky jsou pak umístěny kanceláře, které nejsou veřejně přístupné. A z levé části budovy se nachází vstup pro zaměstnance a hned nalevo od budovy se nachází brána pro vjezd aut České pošty, které převážejí zásilky.

4.1.1 Schéma obsluhy na pobočce

Zákazník (klient) České pošty vstoupí do přízemní části budovy pobočky, kde najde vyvolávací systém (obrázek 7), který se nachází poblíž vstupu. Na vyvolávacím systému si vybere svůj požadavek a systém mu vytiskne lístek s pořadovým číslem. Zákazník se tak zařadí do fronty a vyčká na vyvolání svého pořadového čísla. Fronta je podle řádu FIFO, tudíž jsou vyvolávací čísla vyvolávána chronologicky. Po vyvolání svého pořadového čísla přistoupí k okýnku, které jeho číslo vyvolalo a tam vyřídí svůj požadavek. Po vyřízení svého požadavku opouští obslužné okýnko a následně celou pobočku České pošty.



Obrázek 8 schéma obsluhy po vzoru Sixta, Žižka (Zdroj: vlastní zpracování)

4.2 Modelová situace

Provoz na pobočce české pošty je stochastickým modelem, jelikož jednotky neboli zákazníci pošty vstupují do pobočky v čistě náhodných intervalech, a proto bylo potřeba data těchto vstupů rozdělit na jednotlivé hodinové úseky. Dále se předpokládá, že zdroj požadavků jednotek je nekonečný z důvodu umístění pobočky na hlavní ulici městské části hlavního města, a tak vysoké pravděpodobnosti, že zákazníci budou i lidé, jenž bydlí mimo městskou část Horní Počernice.

V případě obsazení všech otevřených obslužných linek se začne tvořit fronta podle režimu FIFO neboli kdo dřív přijde, ten bude dřív obsloužen. Vstupem do systému hromadné obsluhy se bere okamžik, kdy si klient České pošty na samoobslužném vyvolávacím systému vytiskne lístek s pořadovým číslem a opouští systém v okamžik, kdy je klient obsloužen.

4.3 Vstupní data

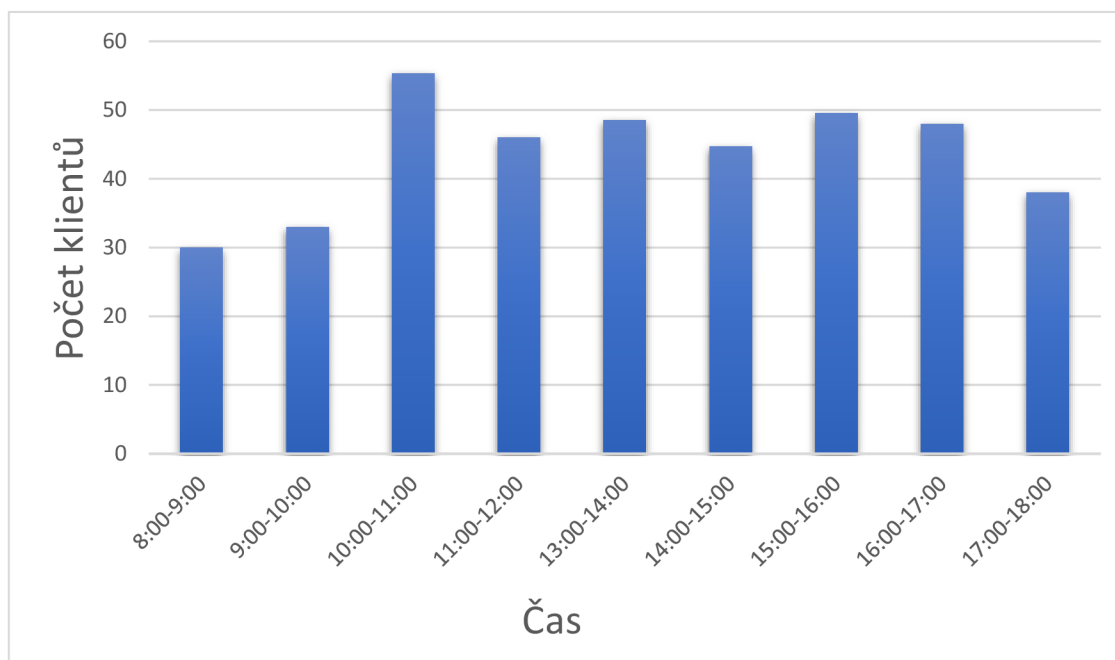
Potřebná vstupní data k analýze provozu na pobočce České pošty v Horních Počernicích byla získána z e-mailové komunikace od České pošty podle zákona o svobodném přístupu k informacím. Získaná data od České pošty obsahovala průměrný počet otevřených obslužných linek v průběhu dne, maximální počet obslužných linek na pobočce, průměrný počet zákazníků v jednotlivých hodinách a průměrnou dobu obsluhy zákazníka. Tyto zaznamenané hodnoty byly vypočítány z období od 1.3.2021 do 14.5.2021 a dále zprůměrovány do jednoho dne.

4.4 Průměrný stav na pobočce

Tabulka 1 počet zákazníků v průběhu dne (zdroj: vlastní zpracování)

HODINA	8–9	9–10	10–11	11–12	12–13	13–14	14–15	15–16	16–17	17–18
Počet klientů	30	33	55,3	46	Zavřeno	48,5	44,7	49,5	48	38
počet linek	3	3	5	5	Zavřeno	4	4	5	5	3

V tabulce č. 1 jsou uvedena zprůměrovaná data počtu zákazníků pošty v určitých hodinových intervalech z období od 1.března 2021 do 14.května 2021.



graf 1 průměrný počet klientů pošty během dne (zdroj: vlastní zpracování)

Z grafu č.1 lze vidět, že největší návštěvnost pošty je během 10 až 11 hodiny, kde průměrný počet klientů přesahuje 50 osob a v porovnání s dřívějšími hodinami, lze pozorovat průměrný nárůst okolo 20 klientů. Tento nárůst klientů po 10 hodině může být z důvodů otevírací doby pošty, kdy v některé dny (pondělí, středa, pátek) pošta otevírá až po 10. hodině a klienti jsou tak zvyklí chodit právě, až po 10. hodině. Po 11. hodině lze vidět menší pokles klientů, který až na malé odchylky zůstává po celý den neměnný. Další pokles

lze pozorovat až mezi 17. a 18. hodinou večerní. Na grafu č.1 lze pozorovat pokles na méně jak 40 průměrného počtu klientů.

Tabulka 2 základní charakteristika stavu pošty z období od 1.3.2021 do 14.5.2021 (zdroj vlastní zpracování)

	λ	T_s (min)	μ	P (%)	ρ_0	T_q (min)	T(min)	L_q	L	r	C
08:00 - 09:00	30	2,685	22,346	44,8 %	0,072	0,003	2,688	0,095	1,344	1,343	3
09:00 - 10:00	33	2,691	22,297	49,3 %	0,061	0,004	2,695	0,141	1,482	1,480	3
10:00 - 11:00	55,3	2,836	21,157	52,3 %	0,001	0,000	2,836	0,000	2,614	2,614	5
11:00 - 12:00	46	2,784	21,552	42,7 %	0,001	0,000	2,784	0,000	2,134	2,134	5
13:00 - 14:00	48,5	2,816	21,307	56,9 %	0,006	0,000	2,816	0,004	2,276	2,276	4
14:00 - 15:00	44,7	2,814	21,322	52,4 %	0,007	0,000	2,814	0,003	2,096	2,096	4
15:00 - 16:00	49,5	2,767	21,684	45,7 %	0,001	0,000	2,767	0,000	2,283	2,283	5
16:00 - 17:00	48	2,751	21,810	44,0 %	0,001	0,000	2,751	0,000	2,201	2,201	5
17:00 - 18:00	38	2,629	22,822	55,5 %	0,050	0,006	2,635	0,237	1,669	1,665	3

Legenda tabulky č. 2

λ – počet vstupů do systému / hodina

T_s (min) – průměrná doba obsluhy klienta

μ – intenzita obsluhy / hodina

ρ (%) – vytížení systému v procentech

ρ_0 – pravděpodobnost, že v systému není žádný klient

T_q (min) – průměrný čas, který klient stráví ve frontě

T(min) – čas, která stráví klient v systému

L_q – střední počet klientů ve frontě

L – střední počet klientů v systému

r – poměr intenzity vstupu a obsluhy

c – počet obslužných linek

Data uvedená v tabulce č.2 byly vypočítány díky vzorcům uvedené dříve v teoretické části práce a dále zaokrouhlena. Data z pobočky pošty byla poskytnuta přímo Českou poštou na základě e-mailové žádosti.

Konkrétní ukázka výpočtů charakteristik z tabulky č. 2 v hodinovém intervalu od 8:00 do 9:00.

$$\mu = \frac{1}{T_s} \cdot 60 = (1/2,685) \cdot 60 = 22,34637$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu \cdot c} = 30 / (22,346 \cdot 3) = 0,44750$$

$$\rho (\%) = \rho \cdot 100 = 44,75 \%$$

$$\rho_0 = \left(\left(\sum_{k=0}^{c-1} \frac{r^k}{k!} \right) + \frac{c \cdot r^c}{(c-r) \cdot c!} \right) = \left(\left(\sum_{k=0}^{3-1} \frac{1,3425^k}{k!} \right) + \frac{3 \cdot 1,3425^3}{(3-1,3425) \cdot 3!} \right) = 0,07211$$

$$\rho_0 (\%) = \rho_0 \cdot 100 = 0,07211 \cdot 100 = 7,21 \%$$

$$T_Q = \left(\frac{r^c \cdot \mu \cdot \rho_0}{(c-1)! \cdot (c \cdot \mu - \lambda)^2} \right) \cdot 60 = \left(\frac{1,3425^3 \cdot 22,34637 \cdot 0,07211}{(3-1)! \cdot (3 \cdot 22,34637 - 30)^2} \right) \cdot 60 = 0,00316$$

$$T(\min) = T_Q + \frac{1 \cdot 60}{\mu} = 0,00316 + \frac{1 \cdot 60}{22,34637} = 2,68816$$

$$L_Q = \frac{T_Q \cdot \lambda}{60} = \frac{0,00316 \cdot 30}{60} = 0,00158$$

$$L = \frac{T \cdot \lambda}{60} = \frac{2,68816 \cdot 30}{60} = 1,34408$$

$$r = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{30}{22,34637} = 1,3425$$

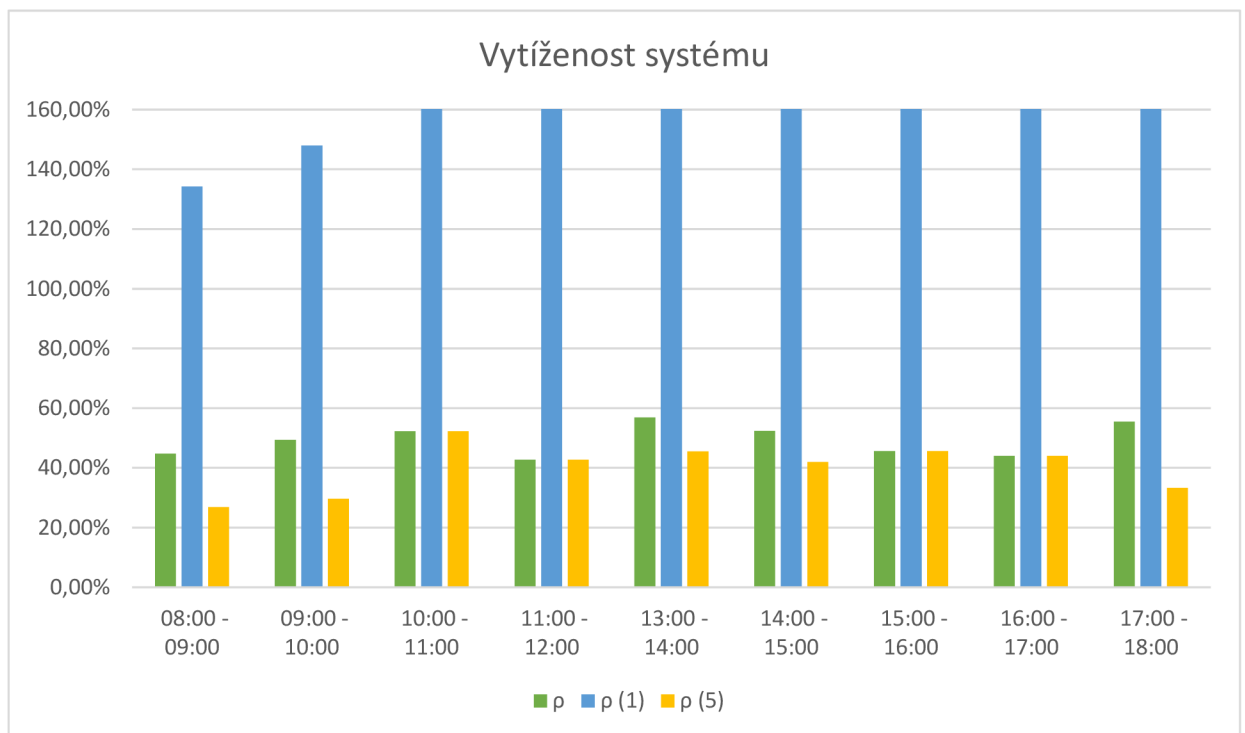
Z tabulky č.2 lze vidět, že systém na pobočce je nejvíce vytížený mezi 13:00 až 14:00, kdy vytíženost dosahuje téměř 57 %. Ačkoli je v tuto hodinu nižší návštěvnost pobočky než mezi 10:00 až 11:00, tak její vytíženost je vyšší o zhruba o 4 % především z důvodu sníženého počtu otevřených obsluhovacích linek. V tuto dobu jsou otevřeny pouze 4 obsluhovací linky na místo maximálních 5, které jsou na pobočce k dispozici. Naopak nejnižší vytíženost systému, lze pozorovat mezi 11:00 až 12:00, kdy návštěvnost oproti předchozím hodinovým intervalům klesá, ale je stále otevřený maximální počet obslužných linek.

Průměrný čas, který klient stráví ve frontě je pod jednu minutu, což je čas ve kterém jsou klienti stále ochotni vyčkat ve frontě a neopustit systém ještě před obslužením.

Dále lze vidět, že celkový čas, který klient stráví v systému hromadné obsluhy na pobočce se průměrně pohybuje mezi 2,6 až 3 minutami.

4.5 Hodnocení vytíženosti systému při dalších situacích

4.5.1 Porovnání vytíženosti



graf 2 vytížení systému pošty při dalších situacích

Z grafu č.2 můžeme vidět průměrnou denní vytíženost systému hromadné obsluhy na poště při situaci kde „ ρ “ je současná situace vytížení systému vypočítaná v tabulce č.2. Další dva sloupce z grafu č.2 označují vytíženost systému. Pokud by celý den byla otevřena jen jedna obslužná linka $\rho(1)$ anebo maximální počet obslužných linek na poště $\rho(5)$.

Na grafu č.2 jde pozorovat situace, kdy by byla na poště otevřená pouze jedna obslužná linka. V této situaci by tak došlo k přehlcení systému a začaly by se tvořit dlouhé fronty, které by systém nikdy nedokázal obsloužit. Jelikož při této situaci by vytíženost systému ani v jednom hodinovém intervalu neklesla pod 100 % a klienti by opouštěli systém ještě před jejich obslužením.

Další situace, kterou můžeme v grafu pozorovat je situace, kdy by celý den bylo otevřeno maximální počet obslužných linek. Při otevření maximálního počtu linek jde z grafu pozorovat, že by se vytiženost značně zlepšila pouze v ranních a večerních hodinách, jelikož v průběhu zbytku dne je již tak otevřeno maximální počet linek anebo je pouze jedna linka zavřená. Tato situace by byla velmi dobře optimalizovaná směrem k zákazníkovi, ale na druhou stranu by nastávali daleko častěji situace, kdy obslužná linka je sice otevřená, ale nemá koho obsluhovat.

4.6 Optimalizace systému na pobočce

Optimalizace bylo spočítána pomocí upraveného vzorce pro vytiženost a to $\rho = \frac{\lambda}{u \cdot c}$, kde „c“ je počet obslužných okýnek zaokrouhlených nahoru, „λ“ je průměrný počet klientů vstupujících do systému v daném intervalu, „u“ je intenzita obsluhy a „ρ“ je vytiženost systému, která v tomto případě byla nahrazena číslem 80 (neboli $0,8 \cdot 100$). Tudíž byl použit vzorec:

$$c = \frac{\lambda}{u \cdot 80} * 100$$

Pomocí tohoto výpočtu bylo zjištěn nejvyšší počet otevřených obslužných okýnek, bez toho, aby vytiženost přesáhla 80 % a zároveň, aby vytiženost byla co nejvyšší a minimalizovali se tak obslužná okýnka, která by neměla žádné požadavky k vyřízení.

Tabulka 3 Optimalizovaný počet otevřených obslužných linek (zdroj: vlastní zpracování)

čas	c (po optimalizaci)	ρ (po optimalizaci)	c (původní)	ρ (původní)
08:00 - 09:00	2	67,13 %	3	44,75 %
09:00 - 10:00	2	74,00 %	3	49,34 %
10:00 - 11:00	4	65,35 %	5	52,28 %
11:00 - 12:00	3	71,15 %	5	42,69 %
13:00 - 14:00	3	75,88 %	4	56,91 %
14:00 - 15:00	3	69,88 %	4	52,41 %
15:00 - 16:00	3	76,09 %	5	45,66 %
16:00 - 17:00	3	73,36 %	5	44,02 %
17:00 - 18:00	3	55,50 %	3	55,50 %

Při porovnání dat z tabulky č.3 můžeme zjistit, že současný systém není optimální a je více nakloněný směrem k zákazníkovi. Z dat je vidět, že současný obslužný systém na pobočce je průměrně vytižený na méně jak 50 %, což je sice velmi příjemné pro zákazníka,

který s větší pravděpodobností nebude čekat ve frontě, ale na druhou stranu jsou otevřené obslužné linky, které větší část své doby nemají žádné požadavky k obsluze a jsou tak ztrátové pro Českou poštu.

Při takto nastaveném systému je tedy vhodné ho optimalizovat, tak aby se snížila doba, kdy obslužné linky nebudou mít žádné požadavky k vyřízení. V tomto případě je vhodné optimalizovat systém tak, aby jeho vytiženost nepřesáhla 80 % a mohl tak bez problému fungovat i v případě, kdy by do systému hromadné obsluhy vstoupilo nadprůměrné množství zákazníků.

Z tabulky č.3 lze vyčíst, že by po se optimalizaci snížil počet otevřených obslužných linek ve všech hodinových intervalech v průběhu dne a zároveň se vytiženost systému držela okolo 65 až 75 %. Jedinou výjimku můžeme pozorovat v hodinovém intervalu mezi 17:00 až 18:00, kdy se při takto zvolené optimalizaci drží průměrné zatížení na 55 % a je tak možné uvažovat o scénáři, kde by se otevřely pouze 2 obslužné linky namísto 3. Při tomto rozhodnutí by se tak průměrné vytižení systému zvýšilo na 83,25 %, kde by systém pravděpodobně stále byl schopný zvládnout i nadprůměrný vstup jednotek do systému obsluhy.

5 Závěr

Cílem práce bylo zjistit a zanalyzovat současný stav systému hromadné obsluhy na pobočce České pošty v Horních Počernicích a na základě těchto získaných dat navrhnout efektivnější scénář systému obsluhy a to tak, aby nevznikaly zbytečně dlouhé fronty a zároveň aby se minimalizoval počet obslužných linek, které nemají žádné požadavky k obsluze.

Důležité bylo získat a dále zpracovat data o systému hromadné obsluhy na pobočce. Data byla získána e-mailovou žádostí od České pošty, která tyto data poskytla podle zákona č.106/1999 Sb., o svobodném přístupu k informacím. Takto získaná data byla následně vyprůměrována a použita k výpočtu základních charakteristik systému hromadné obsluhy na pobočce.

Při analýze vypočítaných charakteristik bylo zjištěno průměrné vytížení systému, které dosahovalo necelých 57 % v nejintenzivnějším intervalu během dne a celkové zatížení se drželo pod 50 %. Bylo tak zřejmé, že je zbytečně moc otevřených obslužných linek a je třeba takto navržený systém optimalizovat. Z tohoto důvodu byl v navržené optimalizaci snížen počet otevřených obslužných linek během dne a tím tak došlo i k zvýšení využitelnosti systému hromadné obsluhy na průměrných 75,32 %. V scénáři navržené optimalizace se tak sníží doba, kdy budou obslužné linky bez požadavků k vyřízení a zároveň by v systému neměly vznikat zbytečně dlouhé fronty i při nadprůměrném vstupu klientů České pošty do systému.

6 Seznam použitých zdrojů

6.1 Literatura

1) SIXTA, Josef a Miroslav ŽIŽKA. Logistika: metody používané pro řešení logistických projektů. Brno: Computer Press, 2009. Praxe manažera (Computer Press). ISBN 978-80-251-2563-2.

2) DÖMEOVÁ, Ludmila a Martina BERÁNKOVÁ. Systémy hromadné obsluhy I. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, 2004. ISBN 80-213-1193-2.

3) ŠUBRT, Tomáš. Ekonomicko-matematické metody. 3. upravené a rozšířené vydání. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2019. ISBN 978-80-7380-762-7.

4) HUŠEK, Roman a Miroslav MAŇAS. Matematické metody v ekonomii. Praha: SNTL, 1989. ISBN 80-03-00098-x.

5) NOVÁČEK, Jiří. Zoubkovaný poklad. Praha: Nakladatelství Práce, 1979. 420 s. 24-123-79. Kapitola 1. Dědictví starých věků,

6) JABLONSKÝ, Josef. Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN isbn978-80-86946-44-3.

7) ČTVRTNÍK, Pavel, Jan GALUŠKA a Patricia TOŠNEROVÁ. Poštovníctví v Čechách, na Moravě a ve Slezsku. Liberec: Knihy 555, 2008. ISBN 978-80-86660-23-3.

6.2 Internetové zdroje

1) Agner Krarup Erlang (1878 - 1929) | plus.maths.org. [online]. Copyright © 1997 [cit. 02.02.2023]. Dostupné z: <https://plus.maths.org/content/agner-krarup-erlang-1878-1929>

2) Kramář, 2022, Historie České pošty - Česká pošta. [online]. Copyright © [cit. 24.02.2023]. Dostupné z: <https://www.ceskaposta.cz/o-ceske-poste/historie>

3) Kendall, 1953, Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain. Search 2.5 million pages of mathematics and statistics articles [online]. Copyright © 1953 Institute of Mathematical

Statistics [cit. 21.02.2023]. Dostupné z: <https://projecteuclid.org/journals/annals-of-mathematical-statistics/volume-24/issue-3/Stochastic-Processes-Occurring-in-the-Theory-of-Queues-and-their/10.1214/aoms/1177728975.full>

4) Článek | Vznik pošty | Svět Filatelie. [online]. Copyright © [cit. 24.02.2023]. Dostupné z: <https://www.svet-filatelie.cz/cs/clanek/vznik-postya1b9e>

5) Hayes, 2022, Poisson Distribution Formula and Meaning in Finance. Investopedia [online]. Dostupné z: <https://www.investopedia.com/terms/p/poisson-distribution.asp>

7 Seznam obrázků, tabulek, grafů a zkratk

7.1 Seznam obrázků

Obrázek 1 Zdroj: Sixta, Žižka (2009)	8
Obrázek 2 Jablonský (2007).....	19
Obrázek 3 Zdroj: Jablonský (2007).....	20
Obrázek 4 Zdroj: Jablonský (2007).....	20
Obrázek 5 Zdroj: Jablonský (2007).....	21
Obrázek 6 Pobočka České pošty – Praha 20 (Zdroj: vlastní foto)	25
Obrázek 7 Pobočka České pošty – Praha 20 (Zdroj: vlastní foto)	25
Obrázek 8 Vyvolávací systém (zdroj: vlastní foto).....	25

7.2 Seznam tabulek

Tabulka 1 počet zákazníků v průběhu dne (zdroj: vlastní zpracování).....	28
Tabulka 2 základní charakteristika stavu pošty z období od 1.3.2021 do 14.5.2021 (zdroj vlastní zpracování)	29
Tabulka 3 Optimalizovaný počet otevřených obslužných linek (zdroj: vlastní zpracování).....	32

7.3 Seznam grafů

graf 1 průměrný počet klientů pošty během dne	28
graf 2 vytížení systému pošty při dalších situacích.....	31