



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
LETECKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AEROSPACE ENGINEERING

# MOŽNOSTI ANALÝZ PROGRESIVNÍHO PORUŠOVÁNÍ KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ METODOU KONEČNÝCH

PROGRESSIVE FAILURE ANALYSIS OF COMPOSITE MATERIAL USING FINITE ELEMENT  
METHODS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

*AUTOR PRÁCE*

AUTHOR

LUBOMÍR ČASTULÍK

*VEDOUCÍ PRÁCE*

SUPERVISOR

ING. MICHAL MALIŠ, PH.D.

BRNO 2014



Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Letecký ústav

Akademický rok: 2013/2014

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

student(ka): Lubomír Častulík

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Možnosti analýz progresivního porušování kompozitních materiálů metodou konečných prvků**

v anglickém jazyce:

#### **Progressive Failure Analysis of Composite Material using Finite Element Methods**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Proveďte porovnání metod simulace progresivní poruchy kompozitního materiálu metodou konečných prvků. Zaměřte se na rozbor materiálových modelů porušení a post-degradačních kritérií, které jsou obsahem standardní nabídky komerčně dostupného balíku MSC. Patran/Nastran. Teorie aplikujte na jednoduchém tahovém vzorku.

Cíle bakalářské práce:

- 1.Porovnání dostupných teorií porušení
- 2.Rozbor post-degradačních kritérií
- 3.Aplikace na vzorky pro tahovou zkoušku

Seznam odborné literatury:

- [1] Nettles A.T. Basic Mechanisc of Laminated Composite Plates, NASA Reference publication 1351, Marshall Space Flight Centre, Alabama 1994
- [2] Niu,C.Y.M., Composite Airframe Structure, Hong Kong Conmilit Press Ltd., Brno, 2005, 664 stran,
- [3] Middleton, D.H., Composite MAterial in Aircraft Structure, Longman Singapore Publisher Ltd.,1990, 379 stran

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Michal Mališ, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/2014.

V Brně, dne 15.11.2013

L.S.

---

doc. Ing. Jaroslav Juračka, Ph.D.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.  
Děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Bakalářská práce se zabývá možnostmi analýzy progresivního porušování vrstvených kompozitních stěn a desek. Nejprve je uveden teoretický úvod do mechaniky kompozitních materiálů. Následně se práce zabývá popisem druhů mechanismů porušování, včetně kritérií porušení, které je při výpočtu možné použít k jejich matematickému popisu. Poté je uvedena nezbytná teorie k pochopení iteračního výpočtu při progresivním porušování laminátů. Na závěr pak aplikace získaných poznatků k analýze modelu vzorku pro tahovou zkoušku. Tato analýza byla provedena s využitím programů MSC Patran/Nastran.

### **Klíčová slova:**

Progresivní porušování, Kompozity, Kritéria porušení, Metoda konečných prvků, MKP

## **ABSTRACT**

Bachelor thesis deals with possibilities of progressive failure analysis of layered composite plates. Firstly, there is a theoretical introduction to the mechanics of composite materials. Then the thesis deals with types of mechanisms of failure, including failure criteria, which can be used for their mathematical description. After that, there is presented necessary theory to understand an iteration calculation of progressive failure of laminates. Finally an application of gained knowledge to analysis of model sample for pulling test. This analysis was performed using MSC Patran/Nastran softwares.

### **Key words:**

Progressive failure, Composites, Failure criteria, Finite element method, FEM



## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

ČASTULÍK, L. *Možnosti analýz progresivního porušování kompozitních materiálů metodou konečných prvků*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 57 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Michal Mališ, Ph.D..

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Možnosti analýz progresivního porušování kompozitních materiálů metodou konečných prvků vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu použité literatury.

.....  
Datum

.....  
Lubomír Častulík





## **PODĚKOVÁNÍ**

Chtěl bych tímto poděkovat panu Ing. Michalu Mališovi, Ph.D. za možnost vypracovat pod jeho vedením tuto bakalářskou práci. Zároveň bych mu chtěl poděkovat za ochotu a vstřícnost v průběhu jejího vypracovávání.

Zejména bych však chtěl poděkovat oběma rodičům, kteří mi jsou v mnohém vzorem. Vážím si přístupu, který při mé výchově zvolili, protože právě ten, společně s jejich finanční podporou, mi umožnil studium na vysoké škole.



# OBSAH

ÚVOD.....	13
1 ÚVOD DO MECHANIKY VRSTVENÝCH KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ .....	14
1.1 Konstitutivní vztahy pro 2D ortotropní materiál.....	14
1.2 Laminátová teorie .....	16
2 MECHANISMY PORUŠOVÁNÍ DLOUHOVLÁKNOVÝCH KOMPOZITŮ .....	19
2.1 Podélné tahové namáhání.....	20
2.2 Podélné tlakové namáhání.....	20
2.3 Příčné tahové namáhání.....	21
2.4 Příčné tlakové namáhání .....	21
2.5 Smykové namáhání v rovině laminy.....	22
2.6 Namáhání vrstveného kompozitu jako celku .....	22
3 KRITÉRIA PORUŠENÍ.....	22
3.1 Rozdělení kritérií porušení .....	22
3.2 Hashinovo kritérium .....	23
3.3 Puckovo kritérium .....	24
3.3.1 Mezivláknové porušení.....	24
3.3.2 Porušení vláken .....	30
4 PROGRESIVNÍ PORUŠOVÁNÍ MATERIÁLU.....	31
4.1 Modely porušení .....	32
4.2 Degradanční modely v softwaru MSC Nastran.....	33
5 TAHOVÁ ZKOUŠKA VLÁKNOVÝCH KOMPOZITŮ.....	35
6 APLIKACE NA VZORKY PRO TAHOVOU ZKOUŠKU.....	36
6.1 Provedení tahové zkoušky.....	36
6.2 Geometrické parametry modelu a způsob zatížení modelu .....	39
6.3 Materiálové parametry modelu .....	40
6.4 Simulace progresivního porušování modelu .....	40
6.5 Model bez imperfekce.....	44
6.6 Model s dírou .....	46
6.7 Model se změnou orientace tkaniny .....	48
6.8 Model s protažením tkaniny.....	50
ZÁVĚR.....	52
Seznam použité literatury: .....	54
Seznam použitých zkratk a symbolů: .....	56



## ÚVOD

Vláknové kompozity jsou materiály, které se používají u celé řady konstrukcí. Tyto materiály se vyznačují velkou měrnou pevností, tj. poměrem jejich pevnosti a měrné hmotnosti. Tato vlastnost je předurčuje k využití zejména u konstrukcí, na které jsou jako základní požadavky kladeny vysoká únosnost a pevnost a zároveň také nízká hmotnost. Typickým příkladem jsou tenkostěnné letecké konstrukce.

Vláknové kompozity tvoří v oblasti letectví alternativu použití slitin lehkých kovů. O chování kovových materiálů, které jsou isotropní, toho již za dobu jejich konstrukčního využívání víme docela hodně. Naproti tomu u vláknových kompozitů je otázka predikce jejich chování při zatěžování složitější. Z tohoto důvodu jsou také nosné kompozitní konstrukce často předdimenzovány. Cílem je snížit hmotnost těchto konstrukcí a zároveň zaručit dostatečnou bezpečnost vůči porušení. Chceme tedy naplno využít výhody, které nám z konstrukčního hlediska tyto materiály nabízí. K tomu je nutno garantovat jejich mechanické chování, únosnost a životnost co možná nejpřesněji.

K porušení vláknových kompozitů při jejich zatížení nemusí dojít náhle, ale může k němu docházet postupně. Mluvíme o tzv. progresivním porušování vláknových kompozitů.

Cílem této bakalářské práce je popsat základní možnosti simulace progresivního porušování pomocí metody konečných prvků (MKP). Nejprve uvedu konstitutivní vztahy platící pro 2D ortotropní materiál a vztahy platící pro laminát, tj. materiál složený z vrstev (lamin) majících vlastnosti 2D ortotropního materiálu. Poté se zaměřím na výčet různých způsobů porušení laminátu a možnost jejich matematického popisu prostřednictvím kritérií porušení. Následovat bude vysvětlení základní podstaty iteračního výpočtu progresivního porušování.

Hlavní částí práce je aplikace získaných poznatků na model vzorku pro tahovou zkoušku, zhotoveného z uhlíkových vláken v kombinaci s polymerní matricí (konkrétně epoxidovou pryskyřicí).

# 1 ÚVOD DO MECHANIKY VRSTVENÝCH KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ

## 1.1 Konstitutivní vztahy pro 2D ortotropní materiál [1],[13]

„Konstitutivní vztahy vyjadřují závislost mezi deformací a napjatostí v bodě tělesa. Matematicky je tato závislost vyjádřena vztahy mezi složkami tenzoru napětí a tenzoru přetvoření. Tato závislost musí být pro každý materiál určena experimentálně.“ [2]

Konstitutivní vztahy mají přitom pro ortotropní materiál výrazně odlišnou podobu než pro materiál isotropní. Mechanické chování isotropního materiálu můžeme popsat modulem pružnosti v tahu/tlaku, jež je pro všechny směry stejný, a Poissonovou konstantou, která vyjadřuje podíl kontrakce (zúžení) ve směru kolmém k zatěžování ku jeho prodloužení ve směru působícího zatížení v případě, že namáhání je jednoosé.

Ortotropní materiál je naproti tomu materiálem, u kterého existují tři vzájemně kolmé směry, dále značené 1,2,3, ve kterých má materiál obecně různé vlastnosti. Jestliže v těchto směrech 1,2,3 působí pouze normálové napětí, dochází pouze ke vzniku délkových přetvoření. Úhlová přetvoření jsou v takovém případě nulová.

Vrstvená kompozitní stěna/deska se skládá z jednotlivých vrstev (lamin). Tyto laminy dále budeme předpokládat jako jednosměrné dlouhovláknové kompozity s polymerní maticí. Tloušťka laminy je přitom značně menší než ostatní její rozměry, tj. šířka a délka. Lamina má tak vlastnosti 2D ortotropního materiálu a platí pro ni konstitutivní vztahy v následující podobě:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Kde matici typu 3x3 můžeme značit [S] a její jednotlivé členy jsou dány následujícími vztahy:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} & S_{22} &= \frac{1}{E_2} \\ S_{12} &= \frac{-\nu_{12}}{E_1} = \frac{-\nu_{21}}{E_2} & S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned} \quad (1.2)-(1.5)$$

Vztah (1.1) můžeme převést do inverzní podoby, čímž získáme závislost napětí v hlavních souřadných směrech laminy na hlavním přetvoření:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Matice typu 3x3 ve vztahu (1.6) se značí [Q] a nazývá se tuhostní matice, či matice tuhostních konstant. Její koeficienty jsou dány následujícím vyjádřením:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad (1.7)-(1.10)$$

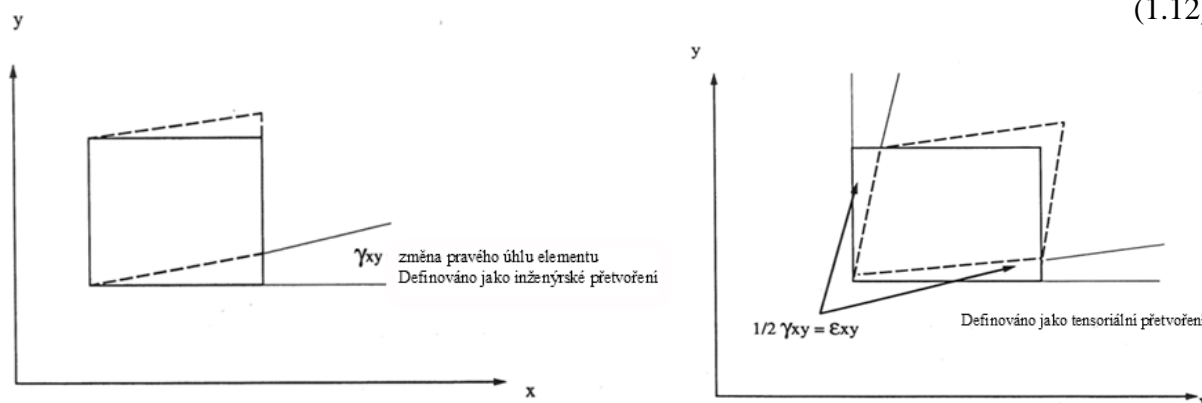
$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} \cdot E_2}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} = \frac{\nu_{21} \cdot E_1}{1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21}} \quad Q_{66} = G_{12}$$

S využitím transformační matice [T], která nám přepočítá vznikající napětí a přetvoření do obecných souřadných směrů, můžeme vztahy (1.1) a (1.6) převést do obecného souřadného systému x,y. Transformační matice má přitom následující podobu:

$$(T) = \begin{bmatrix} \cos(\theta)^2 & \sin(\theta)^2 & -2 \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ \sin(\theta)^2 & \cos(\theta)^2 & 2 \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) & -(\sin(\theta) \cdot \cos(\theta)) & \cos(\theta)^2 - \sin(\theta)^2 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Vyjádříme-li tedy ve vztahu (1.6) napětí a přetvoření pomocí transformační matice a místo inženýrského úhlového přetvoření  $\gamma_{xy}$  použijeme tensoriální úhlové přetvoření  $\epsilon_{xy} = \gamma_{xy}/2$ , vyjádříme napětí v obecném souřadném systému v závislosti na přetvoření v témže souřadném systému následovně:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = (T^{-1}) \cdot (Q) \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = (T^{-1}) \cdot (Q) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$



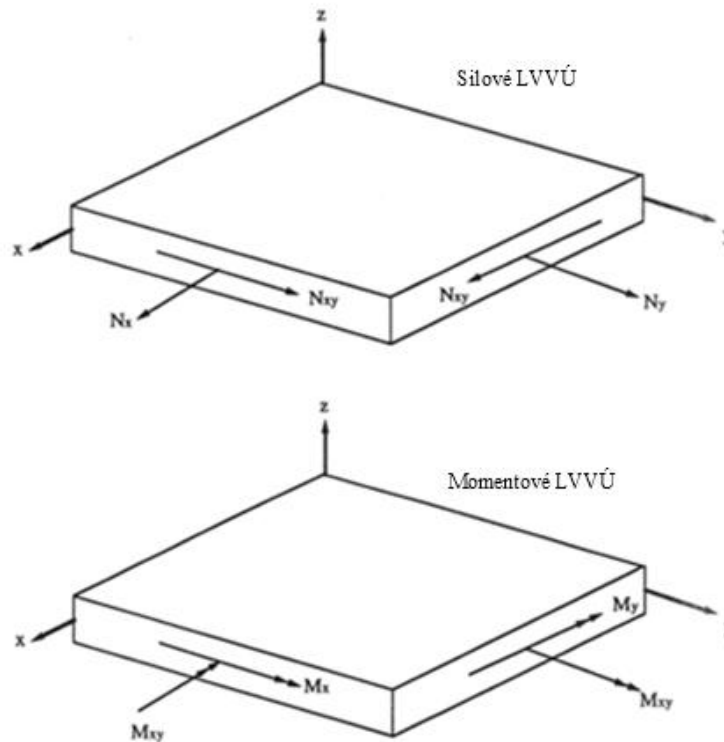
Obr. 1.1- Rozdíl mezi inženýrským a tensoriálním úhlovým přetvořením [upraveno z 1]

Rozdíl mezi inženýrským a tensoriálním přetvořením je schematicky znázorněn na obr.1.1. Definujeme pak novou matici značenou [Q<sub>N</sub>] vztahem (1.13) tak, aby se nám vztah (1.12) formálně zjednodušil.

$$(Q_N) = (T^{-1}) \cdot (Q) \cdot (T) \quad (1.13)$$

## 1.2 Laminátová teorie [1]

Vrstvenou kompozitní stěnu/desku získáme, jestliže jednotlivé laminy naskládáme na sebe. V takovém případě ovšem napětí vznikající v jednotlivých vrstvách/laminách kompozitu nemusí být v každé z nich stejné. Jeho průběh ve vrstvě navíc nemusí být konstantní. Často bývá po tloušťce proměnný. Proto zavádíme tzv. liniové výsledné vnitřní účinky (LVVÚ) jak u každé z lamin, tak také v případě vrstveného kompozitu (laminátu) jako celku. Jejich schematické znázornění a orientaci je možno vidět na obr.1.2.



Obr.1.2- Orientace zavedených liniových sil a liniových momentů [upraveno z 1]

LVVÚ se skládají z liniových sil a liniových momentů a vztahujeme je ke střednicové ploše. Střednicová plocha je přitom geometrickou rovinou souměrnosti vrstveného kompozitu. LVVÚ působící ve střednicové ploše jsou tak dány superpozicí parciálních LVVÚ působících v jednotlivých vrstvách kompozitu. Jsou tedy dány následujícími vztahy:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{h_k}^{h_{k+1}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} dz \quad \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{h_k}^{h_{k+1}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \cdot z \, dz \quad (1.14) \quad (1.15)$$



Napětí v obecném souřadnicovém systému přitom vyjádříme pomocí rovnice (1.12). Relativní přetvoření, které v materiálu vzniká, vychází z geometrické závislosti na posuvech (deformaci) materiálu. Definujeme tak posuvy v jednotlivých směrech souřadných os následovně:

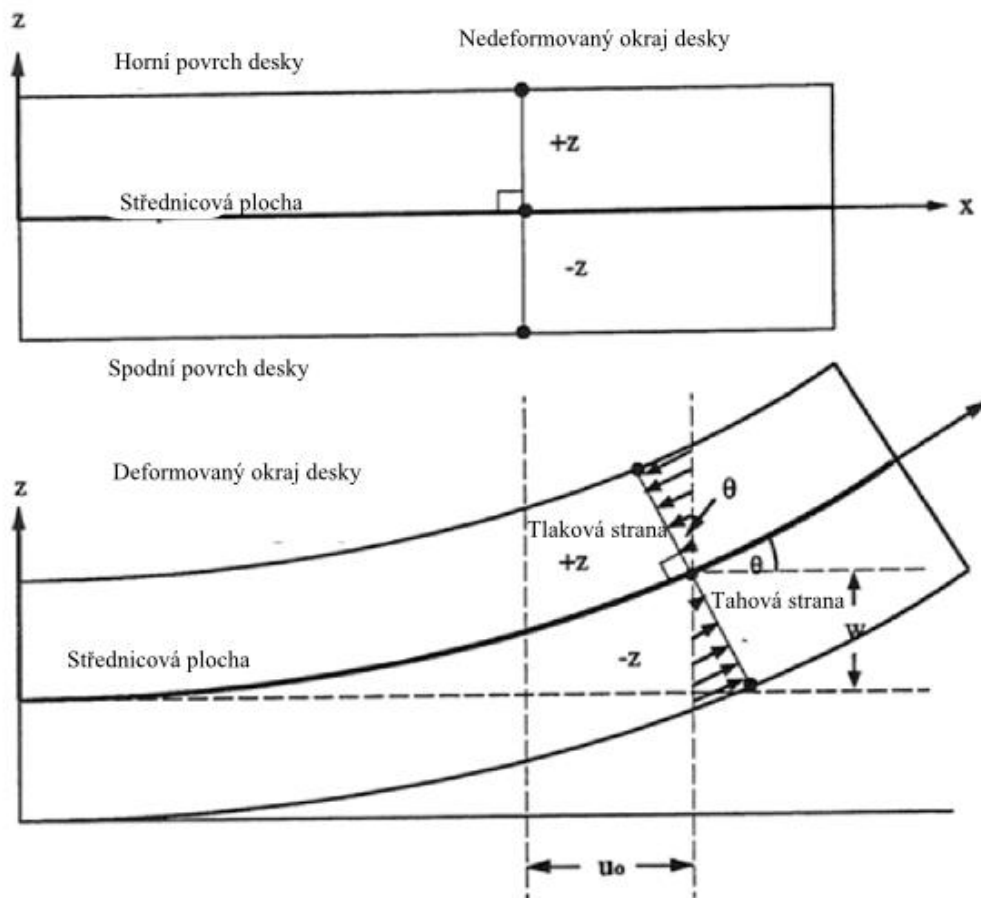
u...posuv ve směru osy x

v...posuv ve směru osy y

w...posuv ve směru osy z

Geometrická závislost mezi posuvy a relativními přetvořeními je dána následovně:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (1.16) \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} \quad (1.17) \quad \gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \quad (1.18)$$



Obr. 1.3- Výsledná deformace laminy při jejím ohybu [upraveno z 1]

V případě, že je deska namáhána také ohybem, jsou posuvy u,v ve směru x a y dány superpozicí normálových posuvů a posuvy způsobených ohybem desky. Vztahy (1.16) až (1.18) se pak změni do podoby:

$$\varepsilon_x = \frac{du_0}{dx} - z \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \quad \varepsilon_y = \frac{dv_0}{dy} - z \cdot \frac{d^2w}{dy^2} \quad (1.17), (1.18)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du_0}{dy} + \frac{dv_0}{dx} - 2z \cdot \frac{d^2w}{dx \cdot dy} \quad (1.19)$$

kde  $u_0, v_0$  jsou posuvy způsobené pouze účinkem normálového napětí. Zavedeme pak následující substituci:

$$\varepsilon_x^0 = \frac{du_0}{dx} \quad \varepsilon_y^0 = \frac{dv_0}{dy} \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{du_0}{dy} + \frac{dv_0}{dx} \quad (1.20)$$

$$K_x = -z \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \quad K_y = -z \cdot \frac{d^2 w}{dy^2} \quad K_{xy} = -2z \cdot \frac{d^2 w}{dx \cdot dy} \quad (1.21)$$

Jestliže nyní ve vztazích (1.14) a (1.15) pro výpočet LVVÚ dosadíme za napětí vztah (1.12), využijeme zavedenou substituci (1.20) a (1.21) a získané vyjádření integrujeme, dostáváme pro LVVÚ:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ (Q_N) \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} \cdot (h_{k+1} - h_k) + (Q_N) \cdot \begin{pmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \cdot [(h_{k+1})^2 - h_k^2] \right] \quad (1.23)$$

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ (Q_N) \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \cdot [(h_{k+1})^2 - h_k^2] + (Q_N) \cdot \begin{pmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{3} \cdot [(h_{k+1})^3 - h_k^3] \right] \quad (1.24)$$

Uvedené vztahy obvykle zapisujeme souhrnně ve složené maticové podobě, čímž získávají následující tvar:

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ K \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

Členy jednotlivých matic A, B, D jsou přitom dány vztahy (1.26) až (1.28):

$$A_{ij} = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ (Q_{Nij})_k \cdot (h_{k+1} - h_k) \right] \quad (1.26)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \left[ (Q_{Nij})_k \cdot [(h_{k+1})^2 - h_k^2] \right] \quad (1.27)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=0}^{n-1} \left[ (Q_{Nij})_k \cdot [(h_{k+1})^3 - h_k^3] \right] \quad (1.28)$$

Vztah (1.25) můžeme nejprve částečně invertovat a ze vzniklé relace pak dostat plně inverzní vyjádření vztahu (1.25), které vyjadřuje posuvy jako funkce LVVÚ.

Z definice matic ve vztahu (1.25) lze vidět, že vrstvené materiály můžeme rozdělit dle sekvence (uspořádání) jednotlivých vrstev na dva základní druhy:

- a) Symetrické lamináty
- b) Nesymetrické lamináty

U symetrických laminátů jsou vrstvy nad geometrickou střednicovou plochou zrcadlovým obrazem vrstev pod ní. Geometrická střednicová plocha je tak zároveň neutrální plochou a matice  $[B]$  má dle vztahu (1.27) všechny členy nulové.

U nesymetrických laminátů jsou vrstvy na jedné straně střednicové plochy tužší než na straně druhé. Matice  $[B]$  má tak některé členy nenulové a geometrická střednicová plocha tak nebude nikdy shodná s neutrální plochou. V tomto případě složka délkového přetvoření vzniká v důsledku ohybu (tj. zakřivení kompozitní desky) způsobí vznik dodatečného napětí na střednicové ploše. Podobně pak normálové napětí ve střednicové ploše vzniklé v důsledku normálového zatížení způsobí druhotný ohyb, či krut (tj. zakřivení) nesymetrického laminátu.

Sekvence řazení jednotlivých vrstev na sebe u vrstvených kompozitních konstrukcí má výrazný vliv na jejich mechanické chování a bude s ní dále potřeba počítat.

## 2 MECHANISMY PORUŠOVÁNÍ DLOUHOVLÁKNOVÝCH KOMPOZITŮ [3]

Konstrukce vyrobené z vláknových kompozitů mohou být porušeny celou řadou mechanismů. Mechanismus, který se při porušení uplatňuje, je závislý mj. na orientaci vláken vůči působícímu zatížení a tedy na napětí, které v materiálu vzniká. Predikce výskytu porušení je přitom tímto značně znesnadněna. Tento fakt má za následek zvýšení nároků na návrh a údržbu kompozitních konstrukcí, jelikož je potřeba porušení soudržnosti materiálu jako celku účinně předcházet.

Jednotlivé laminy (vrstvy), ze kterých je kompozit složen, mohou být poškozeny pěti základními druhy mechanismů:

- (1) Tahovým namáháním ve směru vláken
- (2) Tlakovým namáháním ve směru vláken
- (3) Tahovým namáháním ve směru kolmém k vláknům
- (4) Tlakovým namáháním ve směru kolmém k vláknům
- (5) Smykovým namáháním v rovině laminy

Mimo to se u vrstvených kompozitů vyskytují také jiné mechanismy porušení, související především s vazbou mezi jednotlivými vrstvami. Lamináty tak mohou být poškozeny:

- (6) Ztrátou stability vrstev (lamin) a následnou delaminací laminátu
- (7) Mezilaminárním stříhem
- (8) Mezilaminárním tahem

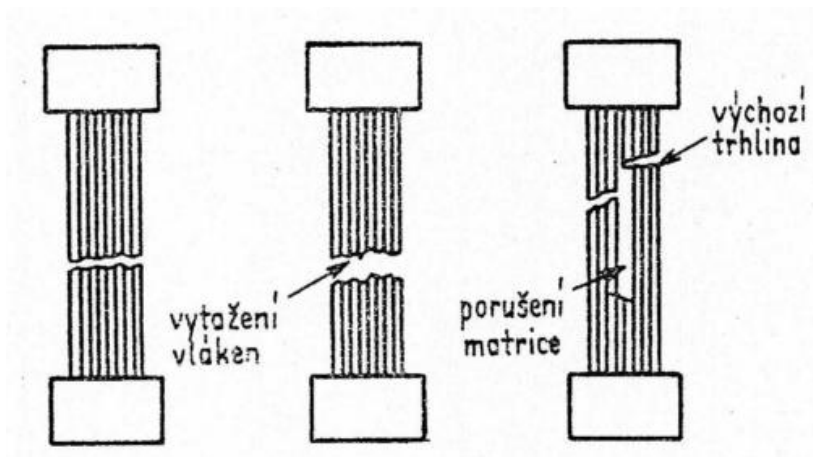
V případě porušení laminy dochází nejčastěji k přetržení vláken, nebo ke vzniku mikrotrhlin v matrici a porušení soudržnosti matrice, popř. může docházet k oddělování vláken od matrice v důsledku slabé vazby mezi nimi. Zbylé mechanismy spočívají v oddělování jednotlivých vrstev od sebe navzájem, a to různými způsoby namáhání.

Výše zmíněnými mechanismy porušení se nyní budeme zabývat blíže. Soustředíme se na podmínky jejich vzniku (způsoby namáhání, při kterých se uplatňují) a na schematické zobrazení poruch, které způsobují.

## 2.1 Podélné tahové namáhání

Při tomto způsobu namáhání se uplatňují tři základní druhy porušení. Může docházet:

- Ke křehkému porušení materiálu jako celku, tj. vláken i matrice
- Ke křehkému porušení vláken a matrice s následným vytažením vláken z matrice
- Ke křehkému porušení vláken, u něhož dochází ke kombinaci prvních dvou variant. V tomto případě dochází tedy k „vytrhávání“ vláken z matrice a v důsledku toho zároveň k plastickému porušení matrice.



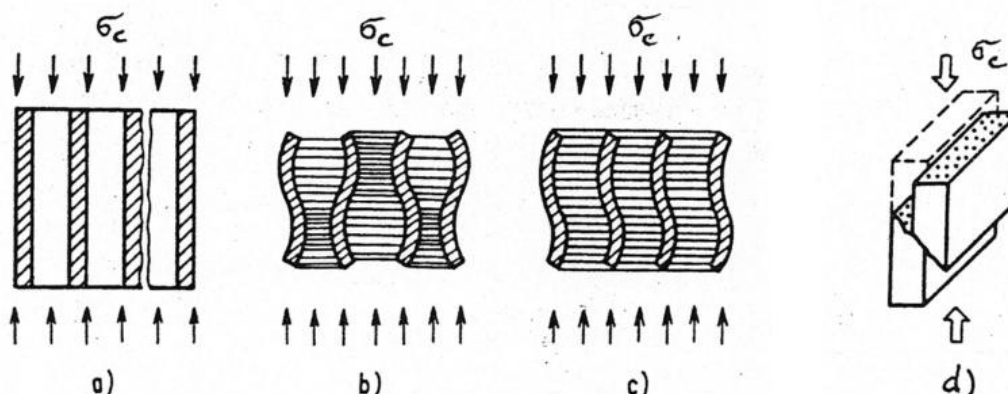
Obr. 2.1-Mechanismy porušení vláknového kompozitu podélným tahovým namáháním

## 2.2 Podélné tlakové namáhání

V případě namáhání kompozitu tlakem působícím ve směru vláken, může dojít k porušení některým ze čtyř následujících mechanismů:

- Příčné tahové porušení
- Mikroprohnutí vláken s extenzní deformací
- Mikroprohnutí vláken se smykovou deformací
- Smykové porušování

Uvedené mechanismy porušení jsou schematicky znázorněny na obr. 2.2.



Obr. 2.2- Mechanismy porušení jednosměrného vláknového kompozitu podélným tlakovým namáháním

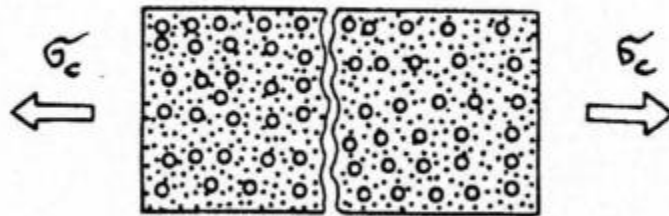
Zatímco v posledním z uvedených případů dochází k porušení v rovině největšího smykového napětí a lom jde přes vlákna kompozitu, v prvním případě dochází k porušení v důsledku překročení meze pevnosti matrice v tahu. U případů b) a c) se jedná naproti tomu o ztrátu stability vláken namáhaných tlakem a ke vzniku porušení dochází v matrici v místě s největším úhlovým přetvořením (případ c), nebo v místě s největším tahovým napětím (případ b)

### 2.3 Příčné tahové namáhání

Pokud je dlouhoválnový kompozit namáhán tahem ve směru kolmém na vlákna, může docházet k porušení některým z těchto mechanismů:

- Porušování matrice tahovým napětím
- Oddělování složek na jejich mezifázovém rozhraní
- Štěpení vláken

Ke globálnímu lomu, tj. k šíření marginální trhliny pak dochází v některém ze směrů kolmých na směr působícího zatížení.



Obr. 2.3- Schéma porušování celistvosti při příčném tahovém namáhání

### 2.4 Příčné tlakové namáhání

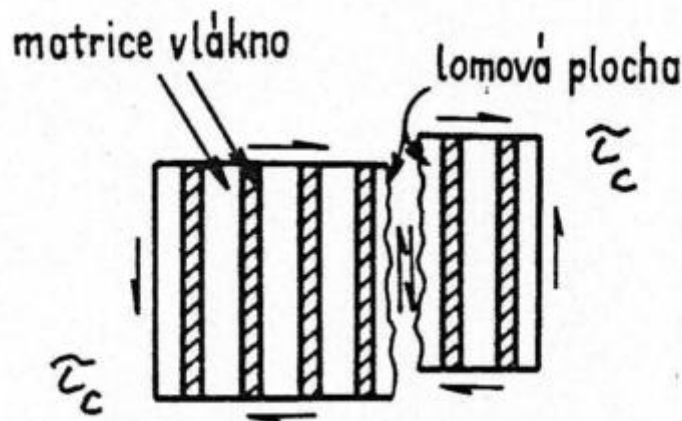
Jestliže v příčném směru nebude působit tahové, ale naopak tlakové zatížení, dochází nejčastěji k porušování matrice vlivem vznikajícího smykového napětí. Toto porušování nastává dle výsledků experimentů v rovině skloněné pod úhlem  $\pm 45^\circ$  vzhledem k působícímu zatížení, tedy v rovině, kde smykové napětí dosahuje své maximální hodnoty. Může být doprovázeno oddělováním složek kompozitu od sebe, popř. může lom procházet nejen matricí, ale také přes vlákna. Situace je schematicky znázorněna na obr. 2.4.



Obr. 2.4- Porušování jednosměrného dlouhoválnového kompozitu příčným tlakovým namáháním

## 2.3 Smykové namáhání v rovině laminy

V případě smykového namáhání dochází k porušování kompozitu smykovým porušováním matrice, oddělováním složek (vláken a matrice) od sebe, nebo kombinací uvedených způsobů. Takový případ porušování je znázorněn na obr. 2.5.



Obr. 2.5- Porušování jednosměrného dlouhováknového kompozitu smykovým namáháním

## 2.6 Namáhání vrstveného kompozitu jako celku

Jestliže budeme namáhat laminát (vrstvený vláknový kompozit) způsoby uvedenými výše, může dojít k porušení funkčnosti dříve než se objeví porušení některé z vrstev. V případě tlakového namáhání kompozitu se jedná nejčastěji o ztrátu stability jednotlivých vrstev a v důsledku ní pak dojde k tzv. delaminaci, neboli oddělení jednotlivých lamin od sebe. K oddělení lamin může dojít také při zatěžování kompozitu tahovým namáháním ve směru kolmém k laminám, popř. v případě, že mezi laminami vzniká dostatečně velké smykové napětí.

# 3 KRITÉRIA PORUŠENÍ

## 3.1 Rozdělení kritérií porušení [4],[6]

Z poznatků uvedených v předcházející kapitole je zřejmé, že mechanismy porušování jsou u kompozitních materiálů různorodé a výrazně závislé na napjatosti, která v daném bodu materiálu vzniká. V návaznosti na tuto skutečnost je predikce poruchy nesnadná. Kombinace různých povrchů (vlákno/matrice, vrstvy různých vlastností) a jejich vzájemná vazba znesnadňuje matematický popis procesu porušování laminátů, které by přesně odpovídalo experimentálně zjištěným skutečnostem. Často je nutné se právě interakcí jednotlivých strukturních částí zabývat podrobněji a znalosti získané z mikroskopické úrovně postupně přenést na úroveň makroskopickou.

Pro makroskopický popis porušení kompozitu bylo odvozeno mnoho teorií, přičemž dále uvedeme pouze ty, které je možno využít pro výpočty v softwaru MSC Nastran. Každá z teorií stanovuje jiné podmínky (kritéria), při jejichž dosažení dojde k porušení laminátu. Na základě těchto kritérií se počítá tzv. index porušení (Failure Index- FI). Vzhledem ke

klasifikaci uvedené v literatuře [7] mohou být jednotlivá kritéria v obecném případě rozdělena do dvou základních skupin:

- (1) Neinteraktivní kritéria- neberou v potaz vzájemnou interakci mezi složkami tenzoru napětí, jež v bodech materiálu vznikají.
- (2) Interaktivní kritéria- uvažují interakce mezi složkami napětí

Do první skupiny patří ty nejjednodušší z kritérií. Předpokládají rozdílnou mezní hodnotu napětí/přetvoření v každém ze tří hlavních materiálových směrů 1,2,3, po které dojde k porušení materiálu. Tato kritéria přitom neberou v potaz vzájemnou interakci mezi složkami tenzoru napětí, jež v bodech materiálu vznikají. Do této skupiny patří:

- a) Kritérium maximálního napětí
- b) Kritérium maximálního přetvoření.

Interaktivní kritéria předpokládají, že porušení strukturní složky kompozitu v určitém směru může být citlivé na zatížení (a odpovídající napětí) působící ve směrech jiných (včetně smykového namáhání). Předpokládají tak vzájemnou interakci (ovlivnění) jedné složky napětí druhou. Do této skupiny patří následující kritéria:

- c) Hoffmanovo kritérium
- d) Tsai-Wu,
- e) Hillovo kritérium
- f) Hashinovo kritérium
- g) Puckovo kritérium

Mimo uvedená kritéria umožňuje software MSC Nastran definovat vlastní kritérium porušení, popř. využít k pevnostní analýze kompozitů také upravených forem kritérií:

- h) Hashinovo kritérium upravené pro vláknové kompozity, kde vlákna mají podobu tkaniny
- i) Hashinovo kritérium upravené pro materiály ve formě tenkých pásků

Neinteraktivní kritéria jsou poměrně jednoduchá, a tedy také lehká co do jejich využití při výpočtu. Na druhou stranu ovšem poskytují v porovnání s interaktivními kritérii obecně horší výsledky. Zaměříme se tedy na popis především složitějších a přesnějších kritérií, které budou dále užity při výpočtovém modelování tahové zkoušky kompozitního vzorku. Konkrétně se zaměříme na Hashinovo kritérium a kritérium Puckovo.

### 3.2 Hashinovo kritérium [6]

Hashinovo kritérium bylo původně vyvíjeno pro jednosměrné dlouhovláknové kompozity s polymerní maticí. Jedná se o jedno z prvních kritérií, které rozlišovalo mezi několika módy porušení. Používá tedy kombinaci čtyř interaktivních a neinteraktivních podmínek tak, aby bylo možné rozlišit mezi porušením vláken a matrice způsobeným tahem či tlakem. Konkrétní podmínky porušení jsou dány následujícími vztahy:

- (1) Porušení matrice tahovým namáháním ( $\sigma_2 \geq 0$ ):

$$\left(\frac{\sigma_2}{Y^T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S^L}\right)^2 \geq 1 \quad (3.1)$$

(2) Porušení matrice tlakovým namáháním ( $\sigma_2 < 0$ ):

$$\left(\frac{\sigma_2}{2S^T}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y^C}{2S^T}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_2}{Y^C} + \left(\frac{\tau_{12}}{SL}\right)^2 \geq 1 \quad (3.2)$$

(3) Porušení vláken tahovým namáháním ( $\sigma_1 \geq 0$ ):

$$\left(\frac{\sigma_1}{X^T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{SL}\right)^2 \geq 1 \quad (3.3)$$

(4) Porušení vláken tlakovým namáháním ( $\sigma_1 < 0$ ):

$$-\frac{\sigma_1}{X^C} \geq 1 \quad (3.4)$$

Problematické je především určení pevnosti  $S^T$  při smykovém namáhání (transverse shear strength). V práci [11] je navrženo k tomuto účelu využít analytické relace:

$$S^T = Y^C \cos\alpha \left[ \sin\alpha + \frac{\cos\alpha}{\tan 2\alpha} \right] \quad (3.5)$$

Kde úhel  $\alpha$  je úhlem lomové roviny.

### 3.3 Puckovo kritérium [5]

Puckovo kritérium má fyzikální základ. Vychází z hypotéz platících pro křehké materiály. Puck předpokládal, že k popisu porušení dlouhvláknových kompozitů je potřeba využít dvou nezávislých kritérií, a to kritérium platící pro porušení vláken a kritérium platící pro porušení kompozitu mezi vlákny. Tím je možné respektovat výrazný rozdíl mezi oběma mechanismy možného porušení.

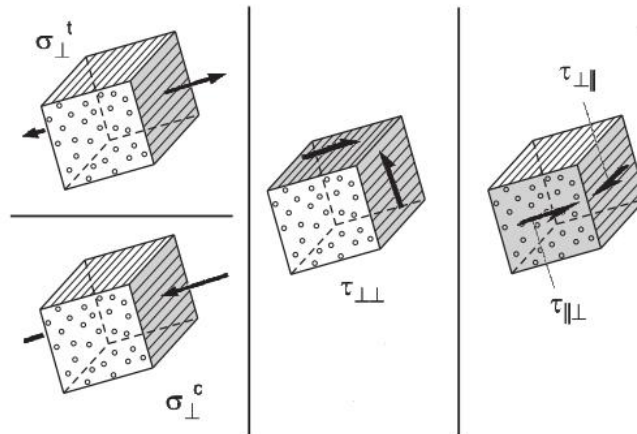
#### 3.3.1 Mezivláknové porušení

Hlavní vliv na tento typ porušení má dle Pucka a experimentálních výsledků normálové napětí kolmé na směr vláken, označované dále jako  $\sigma_t$  (transverse stress) a dva druhy smykového napětí. Smykové napětí působící v rovině rovnoběžné s vlákny  $\tau_{t1}$  a smykové napětí v rovině kolmé k vláknům  $\tau_{tt}$ . Tyto napětí jsou odpovídající napětím zavedeným v kapitole 1, jestliže budeme předpokládat válcový souřadný systém. Schematicky jsou pro názornost zobrazena na obr.3.1.

K porušení laminy pak dochází, jestliže tato napětí dosáhnou své mezní hodnoty  $R_t^t$ ,  $R_t^c$ ,  $R_{t1}$ , nebo  $R_{tt}$ . Tyto pevnosti odpovídají mezní hodnotě napětí při vzniku jednoosé napjatosti, resp. v situaci, kdy odpovídající napětí je jediné působící.

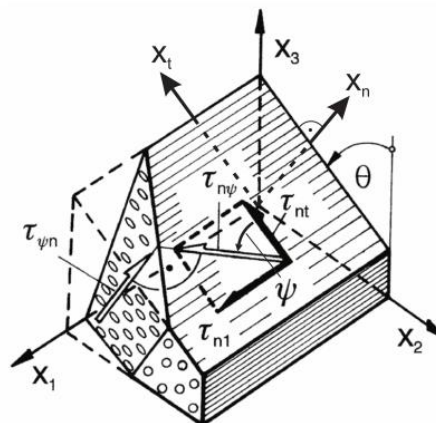
Konvenční kritéria, která nejsou založena na fyzikálních předpokladech, nerozlišují místo/rovinu, ve které k porušení dojde. U Puckovy teorie naopak rovina lomu hraje významnou roli. Zmíněné pevnosti (mezní hodnoty napětí) je tak dle Pucka vždy nutno vztahovat k dané akční rovině, ve které jednotlivá napětí určitých velikostí působí. Celková pevnost kompozitu vůči danému typu porušení je pak dána až v návaznosti na lomovou rovinu, ve kterém k tomuto porušení dochází. Tuto rovinu lze určit experimentálně, nebo na základě teoretických úvah.





Obr. 3.1- Základní druhy napětí v jednosměrném dlouhovláknovém kompozitu pro válcový souřadný systém [7]

Zmíněná napětí jsou vždy vztažena k určité rovině, tzv. akční rovině a značí se zde  $\sigma_n$  (normálové napětí),  $\tau_{nt}$  a  $\tau_{n1}$  (smyková napětí). V případě mezivláknového porušení přitom uvažujeme jen akční roviny rovnoběžné s vlákny, neboť pevnosti rovin skloněných vůči vláknům o určitý úhel budou vždy vlivem vláken, coby nosné části kompozitu, vyšší.



Obr. 3.2- Definice smykových napětí působících v akční rovině [8]

Nyní zavedeme faktor „protažení napětí,“ značený  $f_s$  (stretch factor). Tento faktor je parametr, kterým bychom museli vynásobit velikost vektoru napětí  $[\sigma_n \tau_{nt} \tau_{n1}]$  tak, aby v dané akční rovině došlo k porušení.

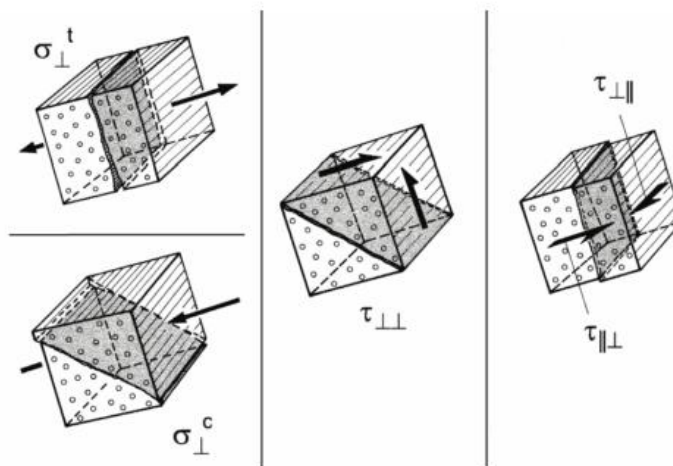
Jelikož by hodnota tohoto faktoru pro nezatížený stav dosahovala limitně nekonečné velikosti, byl zaveden rovněž faktor  $f_E$  (stress exposure), jako jeho převrácená hodnota. Lomovou rovinou je přitom ta rovina, pro kterou má faktor  $f_s$  nejmenší hodnotu, resp. faktor  $f_E$  hodnotu největší. Napětí působící v akční rovině jsou dána ze znalosti působících napětí v materiálu následovně:

$$\sigma_n(\theta) = \sigma_2 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta + 2\tau_{23} \sin \theta \cos \theta \quad (3.6)$$

$$\tau_{nt}(\theta) = -\sigma_2 \sin \theta \cos \theta + \sigma_3 \sin \theta \cos \theta + \tau_{23} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (3.7)$$

$$\tau_{n1}(\theta) = \tau_{31} \sin \theta + \tau_{21} \cos \theta \quad (3.8)$$

Pro stanovení faktorů  $f_S$ , resp.  $f_E$  je přitom nutno znát pevnosti (limitní hodnoty napětí) ve všech rovinách, tj. obecně  $R_t^{At}, R_{tt}^A$ , nebo  $R_{t1}^A$  v dané akční rovině  $A$ . Z pokusů totiž vyplývá, že při působení pouze tlakového napětí  $\sigma_n^c$  nedojde k porušení pevnosti pro žádnou jeho hodnotu a pevnost  $R_t^{Ac}$  tedy není nutné uvažovat. V případě porušení při namáhání laminy tlakem kolmo k vláknům je nezbytné, aby se zde vyskytovalo také určité smykové napětí.



Obr. 3.3- Lomové roviny pro jednosměrné kompozity vystavené působení jednoosého napětí, resp. prostého smykového napětí [7]

Experimenty je možné stanovit, jak se kompozitní materiál chová při působení jednoosé napjatosti, resp. když má napětí pouze jednu nenulovou složku.

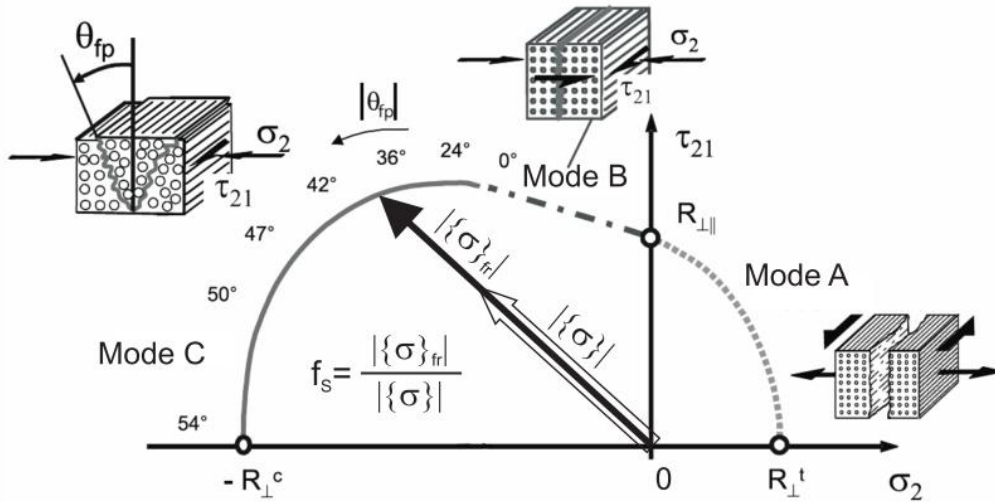
Při působení  $\sigma_n^t$  dochází k porušení v rovině kolmé na toto napětí, neboli v akční rovině s největší hodnotou  $\sigma_n$ . Můžeme tedy psát, že pevnost akční roviny je stejná jako pevnost kompozitu, neboli  $R_t^{At} = R_t^t$ .

Jestliže je kompozit namáhán pouze smykovým napětím  $\tau_{t1}$ , dochází k lomu v rovině rovnoběžné s vlákny, tedy opět v akční rovině s největší hodnotou smykového napětí  $\tau_{n1}$ . Platí tedy, že  $R_{t1}^A = R_{t1}$ .

Účinek smykového napětí  $\tau_{tt}$  na pevnost kompozitu je naproti tomu diametrálně odlišný od účinku smykového napětí  $\tau_{t1}$ . V tomto případě dochází k lomu přičiněním tahového, a nikoliv smykového napětí, přičemž lomová rovina je skloněna vzhledem k akční rovině s maximální hodnotou  $\tau_{nt}$  o  $45^\circ$ .  $R_{tt}$  se tak stanovuje z jednoosého tlakového namáhání, u kterého vznikající  $\sigma_t^c$  vede k porušení materiálu vlivem velkého smykového napětí  $\tau_{nt}$  v rovině s úhlem sklonu  $\pm 54^\circ$  vzhledem k působícímu tlakovému napětí. Fakt, že k lomu v důsledku smykového napětí  $\tau_{nt}$  v lomové rovině dochází pouze při působení  $\sigma_t^c$  vyžaduje vyjádření  $R_{tt}^A$  pomocí „kalibračního inklinčního parametru“  $p_{tt}^c$ :

$$R_{tt}^A = \frac{R_t^c}{2(1+p_{tt}^c)} \quad (3.9)$$

Výše uvedenými způsoby porušení tak můžeme mechanismy porušení rozdělit na tři základní módy. Ty jsou schematicky znázorněny na obr.3.4 pro rovinnou napjatost společně s grafickým vysvětlením významu faktoru „protažení napětí“  $f_S$ .



Obr. 3.4- Grafické znázornění faktoru „protažení napětí“  $f_s$  na lomové křivce v případě vzniku rovinné napjatosti [8]

Kritérium mezivláknového porušení může být znázorněno ve 3D prostoru „hlavní lomovou plochou“ (z anglického Master fracture body). Tato plocha sestává ze dvou částí, které se navzájem protínají a navazují tak na sebe v oblasti  $\sigma_n=0$ . Známymi body této plochy přitom jsou  $R_t^A$  na ose  $\sigma_n$ ,  $R_{t1}^A$  na ose  $\tau_{n1}$  a  $R_{tt}^A$  na ose  $\tau_{nt}$ .  $R_{t1}^A$  a  $R_{tt}^A$  by se od sebe neměli mnoho lišit, pokud je lomovou rovinou rovina rovnoběžná s vlákny. Pro  $\sigma_n=0$  je tak použito prosté eliptické kritérium:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R^A_{t\psi}}\right)^2 = \left(\frac{\tau_{nt}}{R^A_{tt}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R^A_{t1}}\right)^2 = 1 \text{ pro } \sigma_n = 0 \quad (3.10)$$

Pro kladné hodnoty  $\sigma_n$  a pro  $\tau_{nt} = 0$  je dle Puckova kritéria křivka lomu popsána s dostatečnou přesností pomocí elipsy, jež prochází body  $\sigma_n = R^A_t$  na ose  $\sigma_n$  a  $\tau_{n1} = R^A_{t1}$  na ose  $\tau_{n1}$ . Strmost růstu smykového napětí  $\tau_{n1}$  s růstem normálového napětí  $\sigma_n$  je přitom  $\frac{\delta\tau_{n1}}{\delta\sigma_n} = -0,3$ .

Pro záporné hodnoty  $\sigma_n$  v podélném směru (ve směru osy  $\sigma_n$ ) pak Puck zvolil křivku lomu ve tvaru paraboly. Matematické vyjádření kritéria mezivláknového porušení v podélném směru je pak následující:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R^A_{t\psi}}\right)^2 + c_1 \frac{\sigma_n}{R^A_{tt}} + c_2 \left(\frac{\sigma_n}{R^A_{tt}}\right)^2 = 1 \text{ pro } \sigma_n > 0 \text{ a pro } \sigma_n = 0 \quad (3.11)$$

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R^A_{t\psi}}\right)^2 + c_3 \sigma_n = 1 \text{ pro } \sigma_n < 0 \quad (3.12)$$

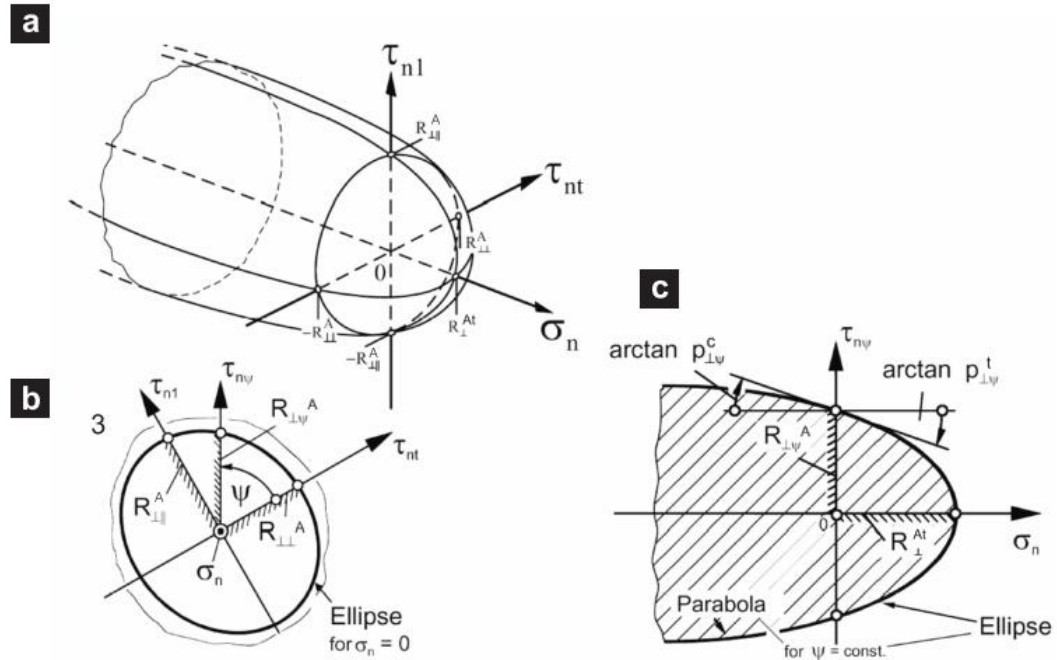
Elipsa přitom musí procházet následujícími třemi body:

$$\begin{pmatrix} \sigma_n \\ \tau_{n\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R^A_{tt} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ na ose } \sigma_n \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_n \\ \tau_{n\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \pm R_{t\psi}^A \end{pmatrix} \text{ na ose } \tau_{n\psi}$$

Výše uvedené poznatky jsou znázorněny na obr. 3.5 a obr. 3.6:



Obr. 3.5- Lomová plocha zobrazená v prostoru vymezeném napětími akční roviny [7]

Smykové napětí v akční rovině  $\tau_{n\psi}$  můžeme přitom vyjádřit superpozicí jeho složek  $\tau_{nt}$  a  $\tau_{n1}$  (viz obr. 3.2):

$$(\tau_{n\psi})^2 = (\tau_{n1})^2 + (\tau_{nt})^2 \quad (3.15)$$

Přičemž pro jednotlivé složky smykového napětí platí:

$$\tau_{n1} = \tau_{n\psi} \cos\psi \quad (3.16)$$

$$\tau_{nt} = \tau_{n\psi} \sin\psi \quad (3.17)$$

Ze vztahu (3.5) pak získáme vyjádření pro pevnost v dané akční rovině  $R_{t\psi}^A$ :

$$R_{t\psi}^A = \sqrt{\left(\frac{\cos\psi}{R_{tt}^A}\right)^2 + \left(\frac{\sin\psi}{R_{t1}^A}\right)^2} \quad (3.18)$$

Jestliže elipsa protne osu  $\sigma_n$  v kolmém směru, bude protínat osu  $\tau_{n\psi}$  se sklonem, který může být volen v určitém rozmezí hodnot, tak aby odpovídal experimentálním výsledkům:

$$\left(\frac{\delta\tau_{n\psi}}{\delta\sigma_n}\right)_{\sigma_n=0}^{elipsa} = \begin{cases} -p_{t\psi}^t \text{ pro } \tau_{n\psi} > 0 \\ p_{t\psi}^t \text{ pro } \tau_{n\psi} < 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

Parabola popisující čáru porušení v prostoru  $\sigma_n < 0$  začíná v charakteristických bodech lomové plochy, konkrétně v bodech s napětími  $\sigma_n = 0$  a  $\tau_{n\psi} = \pm R_{t\psi}^A$ , přičemž její sklon může být mírně odlišný od sklonu elipsy popisující lomovou plochu pro  $\sigma_n > 0$ :

$$\left(\frac{\delta\tau_{n\psi}}{\delta\sigma_n}\right)_{\sigma_n=0}^{parabola} = \begin{cases} -p_{t\psi}^c \text{ pro } \tau_{n\psi} > 0 \\ p_{t\psi}^c \text{ pro } \tau_{n\psi} < 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

Konstanty v rovnicích (3.6) a (3.7) nabývají hodnot:

$$c_1 = 2 \frac{p_{t\psi}^t R_t^{At}}{R_{t\psi}^A} \quad (3.21)$$

$$c_2 = 1 - 2 \frac{p_{t\psi}^t R_t^{At}}{R_{t\psi}^A} \quad (3.22)$$

$$c_3 = 2 \frac{p_{t\psi}^c}{R_{t\psi}^A} \quad (3.23)$$

V rovině s úhlem  $\theta = 90^\circ$  nabývá nenulové hodnoty pouze napětí  $\sigma_n$  a  $\tau_{n1}$ . V této rovině existuje experimentální předpoklad hodnot parametrů  $p_{t1}^t$  a  $p_{t1}^c$ . Stejně tak je možné experimentálně určit parametry  $p_{tt}^t$  a  $p_{tt}^c$  v rovině s úhlem  $\theta = 0^\circ$ . Jestliže zvolíme sklony lomových ploch (zmíněné parametry) pro uvedené roviny, je možné z předpokladu jejich harmonické změny určit také hodnoty pro libovolnou rovinu s obecným úhlem  $\psi$  dle následujícího vztahu:

$$\frac{p_{t\psi}^{t,c}}{R_{t\psi}^A} = \frac{p_{tt}^{t,c}}{R_{tt}^A} \cos^2\psi + \frac{p_{t1}^{t,c}}{R_{t1}^A} \sin^2\psi \quad (3.24)$$

Přičemž:

$$\cos^2\psi = \frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{nt}^2 + \tau_{n1}^2} \quad (3.25)$$

$$\sin^2\psi = \frac{\tau_{n1}^2}{\tau_{nt}^2 + \tau_{n1}^2} \quad (3.26)$$

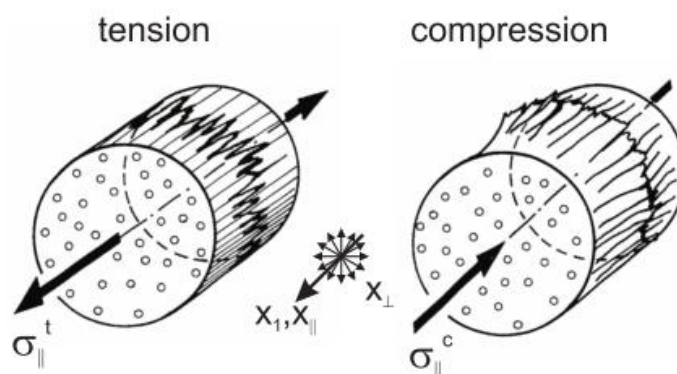
Z výše uvedeného je zřejmé, že určení potřebných veličin je poměrně náročné a předpokládá provedení celé řady experimentů, úvah a analytických výpočtů. Proto je také Puckovo kritérium stále poměrně málo využíváno. V případě praktických výpočtů, které budou následovat, tak budeme vycházet z doporučených hodnot sklonů lomové plochy uvedených v tabulce 3.1. Zde jsou uvedeny doporučené hodnoty pro dlouhvláknové kompozity ze skelných vláken a uhlíkových vláken s polymerní maticí.

	$p_{\perp\parallel}^t$	$p_{\perp\parallel}^c$	$p_{\perp\perp}^t, p_{\perp\perp}^c$
GFRP	0.30	0.25	0.20 to 0.25
CFRP	0.35	0.30	0.25 to 0.30

Tab. 3.1- Doporučené hodnoty sklonů lomové plochy

### 3.2.2 Porušení vláken

Kritérium porušení vláken představuje v nejjednodušším případě dvě jednoduché meze pro tahové a tlakové napětí ve směru vláken. Překročení těchto mezí má za následek porušení vláken a celého dlouhovláknového kompozitu, jak je znázorněno na obr.3.5.



Obr. 3.5- Módy porušení vláken pro jednosměrné dlouhovláknové kompozity [8]

Parametr  $f_E$  pro porušení vláken je definován jako prostý podíl napětí  $\sigma_1$  v lamině působící ve směru vláken a jeho mezní hodnoty (pevnosti laminy)  $R_1^t$  v tahu, resp.  $R_1^c$  v tlaku. K poruše dojde, jestliže faktor  $f_E$  dosáhne hodnoty jedna, tj. pro  $f_E=1$ :

$$f_E = \begin{cases} \frac{\sigma_1}{R_1^t} \text{ pro } \sigma_1 \geq 0 \\ -\frac{\sigma_1}{R_1^c} \text{ pro } \sigma_1 < 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Tento vztah je však platný pouze v případě, že v laminátu vzniká jednoosá napjatost. Pokud dojde ke vzniku obecně více-osé napjatosti, bude situace poněkud odlišná. Napětí kolmé k vláknům ( $\sigma_2, \sigma_3$ ) totiž vlivem Poissonova efektu ovlivní přetvoření kompozitu ve směru vláken a tím také napětí vznikající ve vlákních. Tento efekt je pak také lokálně zvětšen z důvodu nehomogenního rozložení napětí v matici. V blízkosti vláken je tak napětí ve směru kolmém k nim větší než je jeho střední hodnota v matici.

Pušk zahrnul zvětšení napětí těmito vlivy do výpočtu pomocí tzv. „faktoru zvětšení“  $m_{\sigma f}$  (magnification factor). Jeho hodnotu stanovil rovnou  $m_{\sigma f} = 1,3$  pro skelná vlákna a  $m_{\sigma f} = 1,1$  pro uhlíková vlákna v kombinaci s polymerní maticí.

Přetvoření ve vlákních je přitom dáno následovně:

$$\varepsilon_{1f} = \frac{\sigma_{1f}}{E_{1f}} - \frac{\nu_{1tf}}{E_{tf}} m_{\sigma f} (\sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.28)$$

Přičemž pro Poissonova čísla platí známá relace:

$$(3.29)$$

$$\frac{\nu_{1tf}}{E_{tf}} = \frac{\nu_{t1f}}{E_{1f}}$$

Napětí  $\sigma_1$  ve směru vláken potom je:

$$\sigma_{1f} = E_{1f}\varepsilon_1 + \nu_{t1f}m_{\sigma f}(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.30)$$

Z této rovnosti pak může být sestavena nová podmínka porušení vláken účinkem napětí  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Nejprve nahradíme přetvoření ve směru vláken pomocí Hookova zákona pro jednosměrné dlouhovláknové kompozity:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} - \frac{\nu_{1t}}{E_t}(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.31)$$

Následně nahradíme napětí ve vláknech  $\sigma_{1f}$  jejich limitní hodnotou (pevností vláken)  $R_{1f}$ :

$$R_{1f} = E_{1f}\varepsilon_{1f}^{ex} \quad (3.32)$$

$$R_1 = E_1\varepsilon_1^{ex} \quad (3.33)$$

Platí přitom, že kritické prodloužení vláken je stejné jako kritické prodloužení laminy a tudíž můžeme vyjádřit podmínku vzniku porušení vláken následovně:

$$\varepsilon_{1f}^{ex} = \varepsilon_1^{ex} \quad (3.34)$$

$$\frac{1}{\pm R_1^{t,c}} \left[ \sigma_1 - \left( \nu_{t1} - \nu_{1t}m_{\sigma f} \frac{E_1}{E_{1f}} \right) (\sigma_2 + \sigma_3) \right] = f_E \quad (3.35)$$

Kde  $R_1^t$  se použije, jestliže výraz v hranaté závorce je kladný, popř. roven nule a  $-R_1^c$  pokud je výraz v hranaté závorce záporný.

Puck experimenty zjistil, že v případě rovinné napjatosti se výsledky získané vztahy (3.27) a (3.35) liší jen v řádu několika málo procent. Vliv napětí  $\sigma_2, \sigma_3$  se však výrazněji projeví, pokud bude v dané oblasti laminátu působit tlakové napětí  $\sigma_2^c, \sigma_3^c$  podobné velikosti. Tím se zabrání porušení matrice (resp. mezivláknovému porušení) a vliv Poissonova efektu se zvýrazní.

## 4 PROGRESIVNÍ PORUŠOVÁNÍ MATERIÁLU

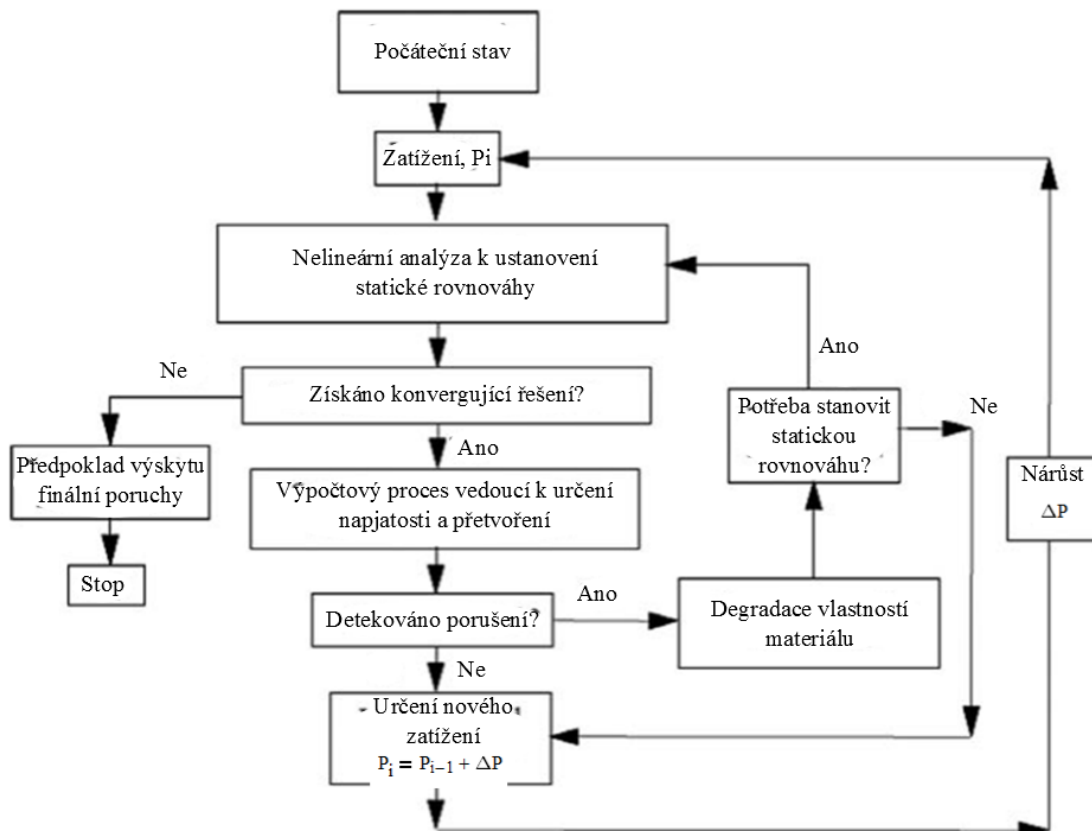
Návrh kompozitní konstrukce vyžaduje spolehlivou předpověď maximálního možného zatížení, které laminát vydrží, aniž by došlo k porušení jeho soudržnosti jako celku. Po výskytu prvního porušení laminy jen zřídka dochází k „totálnímu selhání“ materiálu. Materiál je ve většině případů schopný přenášet další zatěžování a výrazněji se deformovat. Z pozorování vyplývá, že kompozitní materiál se obvykle porušuje v důsledku propagace nebo akumulace lokálních poruch, které zde vznikají s rostoucí intenzitou zatěžování.

Vznik prvního lokálního porušení laminátu přitom bývá ve výpočtech předpovídáno užitím odpovídajícího kritéria porušení, popř. teorie porušení zahrnující mnohdy celý komplex kritérií (tj. např. Hashinovo kritérium), viz. předcházející kapitola. Následná predikce globální poruchy materiálu pak vyžaduje znalosti, jak a kde se toto porušení iniciuje

a jakým způsobem probíhá jeho šíření až na samou hranici únosnosti, po jejímž překročení dochází k destrukci konstrukce.

#### 4.1 Modely porušení [9]

Na obr. 4.1 je uveden typický postupový diagram výpočetní analýzy progresivního porušování materiálu. Tento diagram názorně a přehledně popisuje postup iteračního výpočtu, který se ke zmíněné analýze v současné době nejčastěji používá.



Obr. 4.1- Postupový diagram výpočetní analýzy progresivního porušování materiálu [upraveno z 9]

Při každém nárůstu zatížení se uplatňuje nelineární analýza, dokud není dosaženo konvergentního řešení. Po následném sestavení statické rovnováhy se vypočítá distribuce napětí v každé lamině a tato distribuce se uschová pro následné použití v paměti. Dle vypočteného napětí se s využitím odpovídajícího kritéria porušení spočítají indexy porušení. Podle nich se zjistí, zda v některém z elementů došlo k lokálnímu porušení, nebo ne. Jestliže dle daného kritéria k porušení došlo, mechanické vlastnosti jsou sníženy způsobem, který odpovídá degradačnímu modelu, který je při výpočtu použit. Jelikož počáteční nelineární řešení již v takovém případě neodpovídá statické rovnováze, neboť vlastnosti „porušených“ elementů byli změněny, je potřeba znovu-stanovit statickou rovnováhu, tentokrát již se změněnými vlastnostmi těchto elementů. Zatížení přitom zůstává nezměněno. Tento iterační proces získávání nelineárního řešení statické rovnováhy se opakuje pokaždé, když dojde ke změně vlastností elementů, dokud se v materiálu neobjeví žádné další poruchy a je tak dosaženo konvergentního řešení.

Je tedy zřejmé, že účinná modelace porušení materiálu může být sestavena pouze na základě vhodné volby dvou jeho částí:



- a) Kritéria porušení užívaného pro výpočet iniciace porušení
- b) Degradčního modelu materiálu zavedeného jako předpis pro snížení vlastností (tj. schopnosti přenosu zatížení) u porušeného elementu

Můžeme definovat tři základní degradační modely materiálu:

- a) Okamžitá degradace vlastností
- b) Postupná degradace vlastností
- c) Konstantní napětí při dosažení poruchy v lamině

V případě okamžité degradace dochází ke snížení vlastností materiálu spojených s daným módem porušení (za předpokladu použití kritéria rozlišujícího jednotlivé módy porušení) okamžitě na předem definovanou hodnotu. Při použití postupné degradace dochází ke snížení postupně (lineárně nebo exponenciálně), dokud mechanické vlastnosti nedosáhnou definované kvality. Dále se pak již nesnižují. Jestliže se rozhodneme využít třetího ze jmenovaných degradačních modelů, mění se vlastnosti porušeného elementu/uzlu tak, aby v něm vznikající napětí bylo stále konstantní a materiál tak nemohl přenášet další zatížení.

## 4.2 Degradční modely v softwaru MSC Nastran [9], [10]

Analýza progresivního porušování kompozitů v softwaru MSC Nastran může být provedena s využitím dvou degradačních modelů. Tj. můžeme předepsat okamžitou, nebo postupnou degradaci materiálu. Tyto degradační modely pak mohou být použity s celou řadou kritérií porušení, které jsme již zmínili v kapitole 3- Kritéria porušení. MSC Nastran přitom v tomto směru nabízí nejširší volbu ze všech komerčně dostupných MKP softwarů.

Poté, co je zjištěna porucha, tuhost odpovídajícího elementu je snížena způsobem odpovídajícím pravidlům, jež se vážou k použitému degradačnímu modelu.

V případě, že zvolíme postupný degradační model, jsou jednotlivé moduly pružnosti snižovány postupně. Kdykoliv se hodnota indexu porušení v průběhu iteračního výpočtu napjatosti v bodech materiálu pro daný zátěžový krok zvýší nad svou mezní hodnotu, jsou počítány elementární přírůstky faktoru relativní redukce tuhosti  $\Delta r_i$ . Ty jsou závislé na hodnotě indexu/indexů porušení v daném iteračním kroku. Elementární příspěvek k celkovému faktoru redukce je tedy počítán následovně:

$$\Delta r_i = -(1 - e^{1-FI}) \quad (4.1)$$

Elastické vlastnosti materiálu jsou pak sníženy podle následujících pravidel:

$$E_1^{new} = r_1 E_1^{orig} \quad (4.2)$$

$$E_2^{new} = r_2 E_2^{orig} \quad (4.3)$$

$$E_3^{new} = r_3 E_3^{orig} \quad (4.4)$$

$$G_{12}^{new} = r_4 G_{12}^{orig} \quad (4.5)$$

$$G_{23}^{new} = r_5 G_{23}^{orig} \quad (4.6)$$

$$G_{31}^{new} = r_6 G_{31}^{orig} \quad (4.7)$$

Poissonova čísla jsou pak vypočítána podle hodnot odpovídajících modulů pružnosti ve smyku a tahu. Faktory redukce modulu pružnosti ve smyku jsou počítány stejným způsobem, tedy pro ně platí:

$$(4.8)$$

$$r_4 = r_5 = r_6$$

Jestliže použijeme degradační kritérium, které nerozlišuje módy porušení a výskyt na porušení tedy usuzuje z výpočtu pouze jednoho indexu porušení FI, jsou všechny moduly pružnosti degradovány stejným způsobem, přičemž jako faktor redukce se použije ten nejmenší ze všech šesti (resp. čtyř) vypočítaných. Při použití kritéria rozlišujícího mezi porušením vlákna a matrice (Hashinovo kritérium a kritérium Puckovo) je počítán index porušení pro každý z těchto módů a navíc se zde uvažuje také vzájemná interakce mezi módy porušení, tj. uvažuje se, že jedno z porušení může mít vliv i na výskyt porušení jiných. V praxi to znamená, že program MSC Nastran umožňuje zadat celkem pět parametrů majících vliv na způsob, jakým jsou jednotlivé moduly pružnosti redukovány:

- (1) A1-Faktor zbylé tuhosti („Residual stiffness factor“)- hodnota faktoru redukce, pod kterou tento faktor při daném zátěžném kroku nikdy neklesne.
- (2) A2- Faktor tlakového poškození matrice („Matrix compression factor“)- Tento faktor umožňuje modifikovat faktor redukce  $r_2$  modulu pružnosti  $E_2$  jako faktor závislý na porušení matrice. Pro výpočet faktoru  $r_2$  se pak použije následujícího vyjádření:

$$\Delta r_2 = -(1 - A2)(1 - e^{1-FI_{mc}}) \quad (4.9)$$

- (3) A3- Faktor tuhosti ve smyku (Shear stiffness factor). Tímto faktorem je brán ohled na skutečnost, že modul pružnosti ve smyku  $G_{12}$  může být redukován více než tuhost matrice  $E_2$ . Jestliže index porušení  $FI_m$  indikuje porušení matrice, pak platí:

$$\Delta r_4 = -(1 - A3)(1 - e^{1-FI_m}) \quad (4.10)$$

Kombinovaný vliv faktorů A2 a A3 na redukcii tuhosti ve smyku v případě komprese matrice je pak dán následovně:

$$\Delta r_3 = -(1 - A2)(1 - A3)(1 - e^{1-FI_{mc}}) \quad (4.11)$$

- (4) A4- Faktor udávající redukcii  $E_3$  v důsledku porušení vláken.

$$\Delta r_3 = -(1 - A2)(1 - e^{1-FI_f}) - A4(1 - e^{1-FI_m}) \quad (4.12)$$

- (5) A5- Faktor udávající redukcii modulu pružnosti ve smyku  $G_{23}$  v důsledku porušení vláken. Pomocí tohoto faktoru je možné definovat redukcii tuhosti ve smyku v důsledku poškození vláken.

$$\Delta r_4 = -(1 - A5)(1 - e^{1-FI_m}) - A5(1 - e^{1-FI_f}) \quad (4.13)$$

Tři faktory pro redukcii modulu pružnosti ve smyku jsou si rovny. Jejich hodnota je přitom brána jako hodnota nejmenšího z vypočtených.

Jestliže jako degradační model zvolíme okamžitou degradaci, uplatňují se stejná pravidla jako pro degradaci postupnou. Tuhost je však v daném zatěžujícím kroku redukována okamžitě na nejmenší možnou hodnotu, tj. na hodnotu udanou faktorem zbylé tuhosti A1.

## 5 TAHOVÁ ZKOUŠKA VLÁKNOVÝCH KOMPOZITŮ [12], [13]

Pevnostní analýza vláknových kompozitů vyžaduje nejprve určení jejich mechanických charakteristik. K tomuto účelu se provádí celá řada zkoušek. Jednou z nich je také tahová zkouška, která nám slouží zejména k určení modulů pružnosti v tahu a také k určení Poissonova čísla materiálu. Základní fyzikální podstata zkoušky je podobná jako u kovových materiálů. Vzorek má však v tomto případě obdélníkový průřez. Jeho rozměry jsou pak dány odpovídající normou. Pro rovnoboké tahové vzorky se přitom užívají následující normy:

- ASTM D 3039/ASTM D 3039 M
- ISO 527
- SACMA SRM4
- SACMA SRM9

Původní z nich je norma ASTM D 3039, která je zároveň předpisem nejčastěji používaným. Tyto normy specifikují geometrii vzorku. Ta je závislá na druhu materiálu, tj. systému kompozitu a dále na vyšetřovaném uspořádání vrstev (lamin) v laminátu. Typický příklad vzorku po tahové zkoušce je schematicky znázorněn na obr. 5.1:



Obr.5.1- Typické porušení tahového vzorku s poutky pro uchycení [12]

Vzorek pro tahovou zkoušku může být ke zkušebnímu zařízení uchycen buďto zaklíněním do rozpěrných částí, nebo pomocí hydraulických čelistí. Vidíme, že na obr.5.1 je vzorek opatřen také poutky pro uchycení. Tato poutka se používají pro snížení vzniku koncentrace napětí při přenosu zatížení na vyšetřovanou část vzorku, např. ze zmiňovaných čelistí. Přechod z vyšetřované oblasti na poutka může mít výrazný vliv na pevnost vzorku. Pokud totiž není řešen správně, nesplňuje svůj účel a podílí se na vzniku koncentrace napětí. Často bývá tento přechod pod úhlem  $45^\circ$ , jelikož je technologicky nejméně náročný.

Odezva materiálu na zatěžování (jeho elastické, resp. plastické chování) je měřena ve vyšetřované oblasti a to např. pomocí extenzometrů či měřidel relativního přetvoření.

Výrazný vliv na výsledky tahové zkoušky má mj. také samotná preparace vzorku. Při té je nutno dbát na dodržení správné orientace vláken ve vzorku a zejména na proces dělení vzorku. Je nezbytné věnovat patřičnou pozornost obrábění hran, tak aby zde nevznikly poškození, které by byly místem iniciace trhlin vedoucích až k lomu materiálu. Také je důležité při preparaci dbát na to, aby byla zachována rovinnost tahového vzorku a již samotné uchycení v čelistech tak nebylo zdrojem deformace a napětí v materiálu.

## 6 APLIKACE NA VZORKY PRO TAHOVOU ZKOUŠKU

### 6.1 Provedení tahové zkoušky

V našem případě se budeme zabývat studiem chování vláknového kompozitu tvořeného epoxidovou pryskyřicí a uhlíkovými vlákny při tahové zkoušce. Vlákna mají podobu tkaniny. Rozměry vzorku jsou dány předpisem ASTM D 3039. Geometrie vzorku je znázorněna na obr. 5.2, ve kterém:

$$L_1 = 39\text{mm}$$

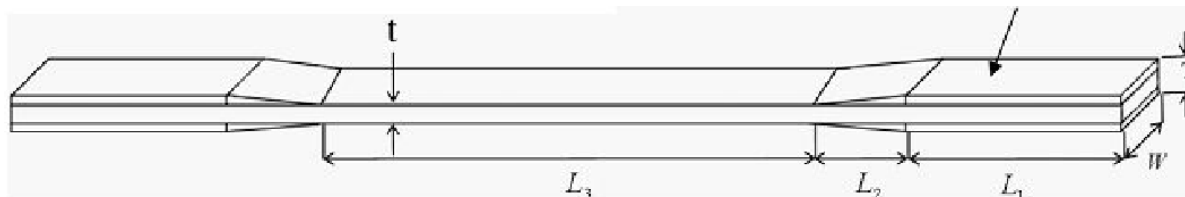
$$L_2 = 1\text{mm}$$

$$L_3 = 100\text{mm}$$

$$t = 0.84\text{mm}$$

$$T = 4\text{mm}$$

$$W = 25\text{mm}$$



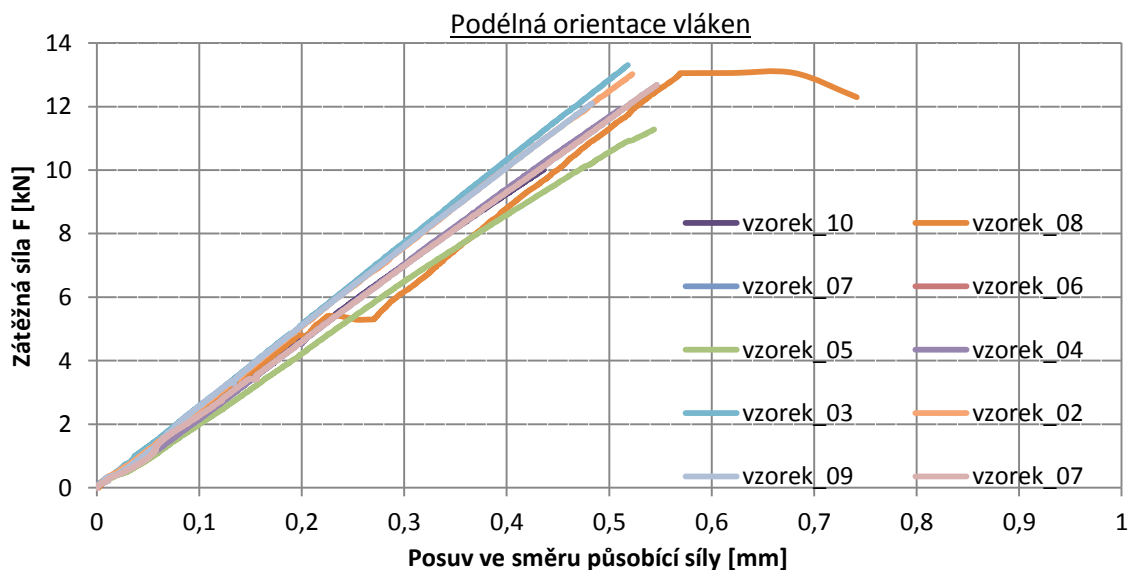
Obr. 6.1- Rozměry vzorku pro tahovou zkoušku

Celková délka vzorku je 180mm a šířka 25mm. Vzorek je tvořen čtyřmi vrstvami (laminami), z nichž každá má tloušťku 0,21mm. Tyto laminy jsou naskládány na sebe, přičemž mají shodnou orientaci vláken/textilií. Na obou koncích je vzorek dále rozšířen přidáním dodatečných vrstev. Toto rozšíření tvoří poutka pro přenos zatížení na vzorek. Poutka mají délku 40mm, šířku 25mm a přechod mezi poutky a střední částí je řešen zkosením  $1 \times 45^\circ$ . Délka měřené části vzorku přitom byla 50mm a ležela uprostřed, symetricky vzhledem k rovině symetrie vzorku.

Provedeny byly dva druhy měření, pro dva různé způsoby orientace vláken vůči působícímu tahovému zatížení:

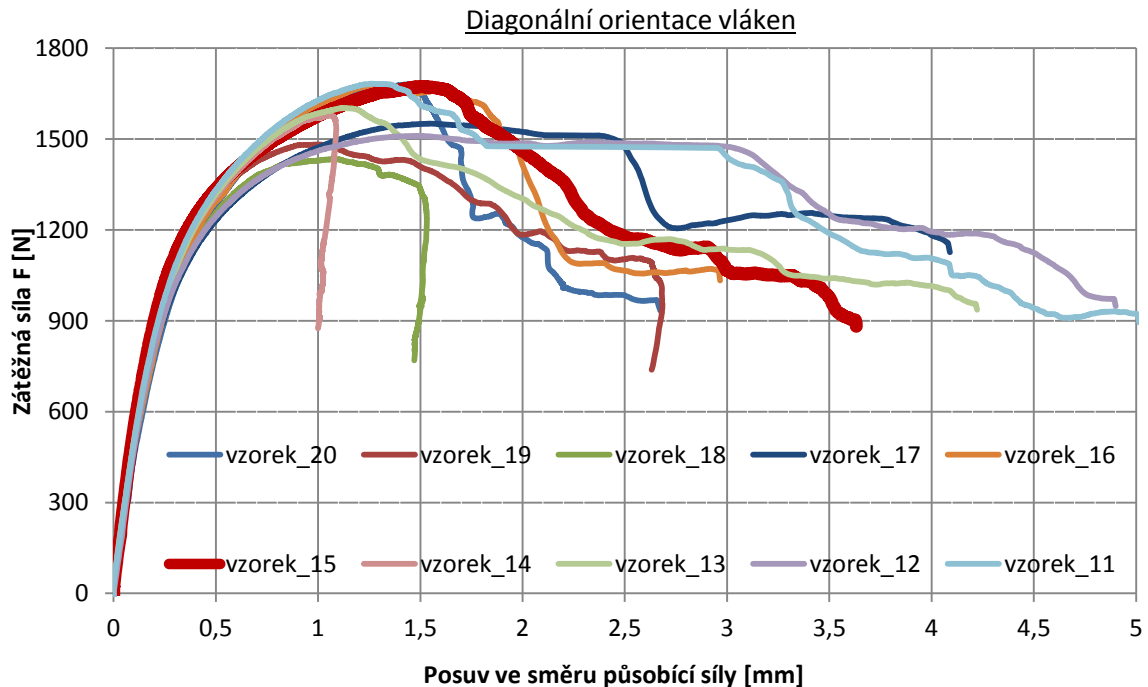
- Podélná orientace- Směr osy 1 materiálu shodný se směrem působícího tahového zatížení
- Diagonální orientace- Směr osy 1 materiálu skloněný vůči působícímu zatížení o  $45^\circ$

Pro každý typ orientace vláken/tkaniny bylo přitom provedeno deset měření a závislost posuvu na působící síle jsem pak graficky vyobrazil (viz. Graf 5.1 a Graf 5.2)



Graf 6.1- Podélná orientace vláken tkaniny při tahové zkoušce

Zatímco tahové vzorky s podélnou orientací vláken vykazují ve většině případů lineární závislost až do lomu, u vzorků s diagonální orientací vláken se vyskytuje výrazná nelineární závislost síly na prodloužení (deformaci). Ve druhém z případů se významně projevuje tzv. „progresivní porušování“ vláknových kompozitů, o kterém bylo pojednáno v kapitole 4.



Na obr.6.2 až 6.5 jsou vyobrazeny vzorky pro tahovou zkoušku, ze kterých je vidět dominantní způsob porušování pro každý z uvedených typů orientace vláken.



Obr.6.2- Vzorek po tahové zkoušce s diagonální orientací vláken

U vzorku s podélnou orientací vláken je možno pozorovat lomové porušení podélných vláken a matrice. Vlákna orientovaná o  $90^\circ$  vůči zatížení se na jeho přenosu nepodílí a nejsou výrazněji porušena. U vzorku s diagonálně orientovanými vlákny je zobrazen stav vzorku před jeho finálním porušením. Můžeme vidět skluz materiálu, ke kterému dochází v důsledku porušení matrice. Ta již není schopna odolávat smykovému napětí, které zde dosahuje kritické hodnoty.

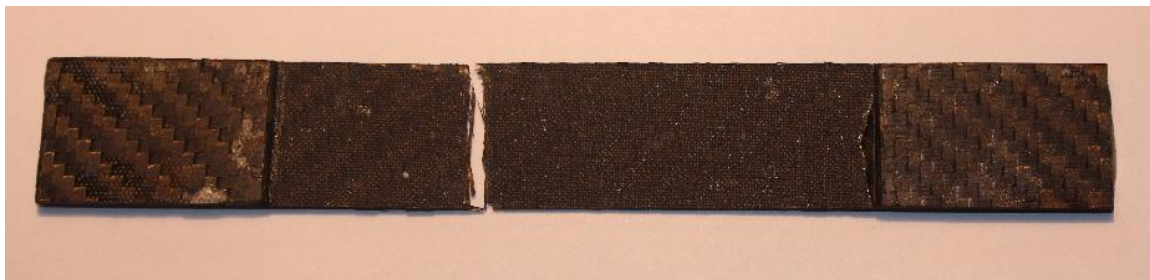
V těchto místech dochází také k porušování vláken, které má křehký charakter. To může být způsobeno např. třením navzájem kolmých svazků vláken o sebe v průběhu skluzu, nebo vznikem velkého ohybového momentu a odpovídajícího napětí ve vláknech. Toto napětí

dle mého názoru vzniká ve vláknech v důsledku lokální změny orientace jejich částí v místě skluzu vůči částem ve zbytku (neporušeného) materiálu.

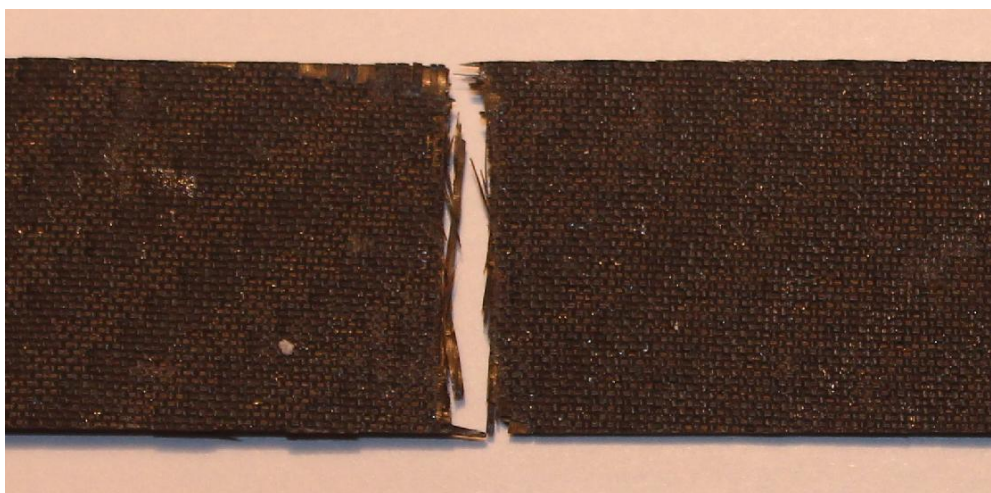


Obr.6.3- Detail poškození u vzorku po tahové zkoušce s diagonální orientací vláken

První z uvedených příčin odpovídá kompozitům tvořených vlákny v podobě tkaniny, druhá z příčin by pak měla platit obecně i pro jednosměrné dlouhoválnkové kompozity. Tyto závěry však dále nejsou podloženy žádnými studiemi a jedná se pouze o vlastní úsudek plynoucí z pozorování vzorků s diagonálně orientovanými vlákny po tahové zkoušce.



Obr.6.4- Vzorek po tahové zkoušce s podélnou orientací vláken

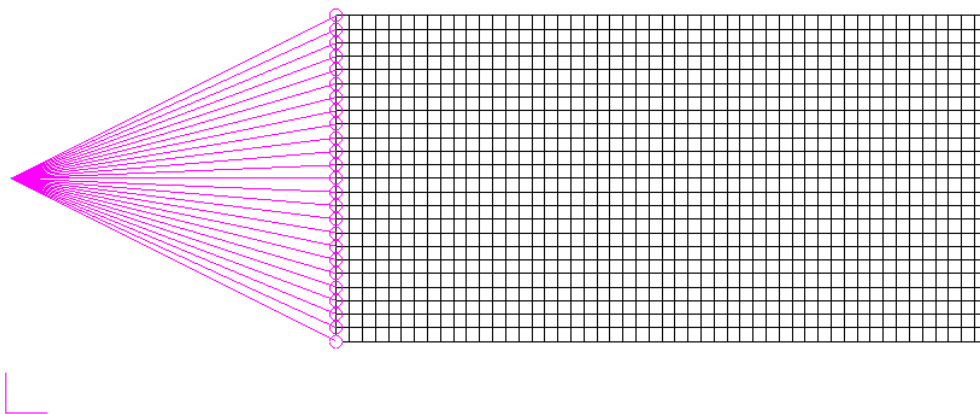


Obr.6.5- Detail poškození u vzorku po tahové zkoušce s podélnou orientací vláken

## 6.2 Geometrické parametry modelu a způsob zatížení modelu

V případě simulace progresivního porušování tahového vzorku zmíněného kompozitního materiálu pomocí MKP bylo potřeba nejprve vhodně navrhnout model. Ten by měl korespondovat s chováním vzorku při zkoušce a výsledky numerického výpočtu by tak měly být porovnatelné s výsledky experimentálními.

Pro tento účel jsem zvolil model zobrazený na obr. 6.6. Předpokládám, že poutka pro přenos zatížení jsou dobře navržena a tak nedošlo ke vzniku podstatné koncentrace napětí na přechodu z poutka do střední části vzorku (viz. obr.5.1, resp. 6.1). Přenos zatížení je tedy dokonalý, což nám umožní se dále tímto přechodem nezabývat. Modelovat lze pak pouze měřenou část vzorku délky 50mm a tím omezit časovou náročnost výpočtů.



INTECH

Obr.6.6- Model pro simulaci progresivního porušování Carbon/epoxy laminátu při tahové zkoušce

Základní model má rovinný charakter s délkou 50mm a šířkou 25mm (50x25mm). Přitom je tvořen dvěma povrchy o rozměrech 50x12.5mm, symetricky orientovaných vzhledem k podélné ose modelu. Mesh (tj. síť elementů) je tvořena čtyřstrannými elementy Quad4 o rozměrech 1x1mm.

Definice vazeb a zatížení vychází z charakteru tahové zkoušky. Předpokládám, že při tahové zkoušce je jedna z čelistí nehybná a fixuje tak konec tahového vzorku v prostoru, protilehlá čelist pak vzorek natahuje a deformačně zatěžuje. Elementy ležící na levém okraji modelu tak mají omezený posuv ve směru osy x a osy z, k tomu pak mají omezené natočení vzhledem ke všem souřadným osám x,y,z. Tato vazba je předepsána v bodě ležícím ve vzdálenosti 25mm vlevo od levého okraje modelu, tedy ve vzdálenosti, která u vzorku odpovídá přechodu užší části do poutka. Mezi vazbou v tomto bodě a stupni volnosti uzlů ležících na levém okraji modelu je předepsána vazba pomocí prvku MPC2.

Prvky MPC (multi-point constraint) vyjadřují omezení, která definují jeden nebo více stupňů volnosti uzlu/uzlů závislých jako funkci jednoho nebo více stupňů volnosti uzlu/uzlů nezávislých. Tento prvek je zde přidán zejména z důvodu následného vyhodnocování dat získaných výpočtem. [11]

Na opačné straně modelu (tj. na jeho pravém okraji) je potom předepsáno deformační zatížení v podobě zvolené velikosti posuvu ve směru osy x. Jako optimální velikost posuvu (deformace) pro porovnání hodnot s naměřenými daty jsem zvolil 2,5mm.

V podélné rovině symetrie vzorku nedochází při tahové zkoušce k posuvu ve směru kolmém k zatěžování. Proto je na podélné ose symetrie modelu předepsán nulový posuv ve směru osy  $y$ .

### 6.3 Materiálové parametry modelu

V dalším kroku definuji materiálový model. Vzhledem k tomu, že podélná orientace vláken vykazuje lineární závislost až do lomu, budeme se zabývat pouze analýzou vzorků s diagonálně orientovanými vlákny/tkaninou.

V případě definice materiálových vlastností se poněkud vzdálím od skutečného materiálu, ve kterém vlákna tvoří tkaninu. Laminát je tvořen čtyřmi vrstvami o průměrné tloušťce 0,21mm. Každou z těchto vrstev však zadáme do modelu jako dvě vrstvy mající charakter jednosměrného vláknového kompozitu poloviční tloušťky. Materiálový model laminátu se tedy bude skládat z celkem osmi vrstev tloušťky 0,105mm, tak aby byla dodržena celková tloušťka 0,84mm.

Toto nám umožní aplikovat různá kritéria porušení, jelikož většina z nich platí právě pro jednosměrné vláknové kompozity. Navíc nám to umožní simulovat výskyt určitých druhů imperfekcí (nedokonalostí), které se mohou během přípravy tahového vzorku objevit. Jedná se zejména o nedokonalé prosycení vláken maticí, protažení tkaniny nebo změna orientace tkaniny jako celku v určité části vzorku.

Při tvorbě materiálového modelu je nutno dbát na skladbu vrstev. Právě sekvence řazení totiž může způsobit zkroucení či ohyb laminátu při tahovém zatěžování, jestliže vrstvy nebudou symetrické vzhledem k jeho střednicové ploše. Proto volím sekvenci řazení dle vzorce  $[45 -45 45 -45]_S$ . Dle uvedeného vzorce je laminát tvořen maticí vyztuženou vlákny řazenými od horní strany postupně ke straně spodní v úhlu  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $45^\circ$  vzhledem k ose  $x$  (tj. ose působícího zatížení).

Každá z vrstev má přitom předepsané následující mechanické vlastnosti:

$$E_1 = 105000\text{MPa}$$

$$E_2 = 3400\text{MPa}$$

$$\mu_{12} = 0.28$$

$$G_{12} = 2670\text{MPa}$$

$$G_{23} = G_{13} = 1620\text{MPa}$$

### 6.4 Simulace progresivního porušování modelu

Simulace progresivního porušování vyžaduje nejprve provedení volby vhodného kritéria porušení. Software MSC Patran/Nastran umožňuje aplikovat poměrně velké množství jejich druhů. Celý výčet zde implementovaných kritérií je uveden v kapitole 3.

U každé obměny modelu či jeho vlastností provedeme nejprve nelineární analýzu pro zjištění napjatosti a zejména pro určení hodnot indexů porušení. Z těchto údajů můžeme následně usuzovat na místo a velikost zatížení (posuvu), při kterém se vyskytne první porucha materiálu. Jelikož se jedná pouze o informativní výsledek, použijeme kritérium maximálního napětí, které patří k těm nejjednodušším. Teprve poté provedeme simulaci progresivního porušování laminátu.



Pro tuto část práce jsem se rozhodl využít kritéria Hashinova, které již bylo použito např. v práci [9], zabývající se srovnáním různých druhů MKP řešičů při analýze progresivního porušování vzorku s dírou, namáhaného tlakem. Toto kritérium vyžaduje určení pevnosti strukturních složek laminy (vrstvy laminátu) a určení pevnosti této vrstvy jako celku pro smykové namáhání. Z tabulek a doporučených hodnot jsem použil následující:

$$\begin{aligned} X^T &= 1200MPa \\ Y^T &= 58MPa \\ S^B &= 58MPa \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X^C &= 800MPa \\ Y^C &= 200MPa \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S^T &= 35MPa \\ S^L &= 35MPa \end{aligned}$$

Pro srovnání jsem se pak rozhodl použít také kritérium Puckovo. To patří mezi nejvíce propracovaná kritéria a oproti kritériu Hashinovu vyžaduje určení strmosti tečen k lomové ploše. Lomová plocha je v případě mezivláknového porušení určena rovnicemi (3.11) a (3.12). Sklony tečen jsem experimentálně neurčoval, ale použil jsem jejich doporučené hodnoty pro kombinaci polymerní matrice a uhlíkových vláken uvedené v tabulce Tab.3.1:

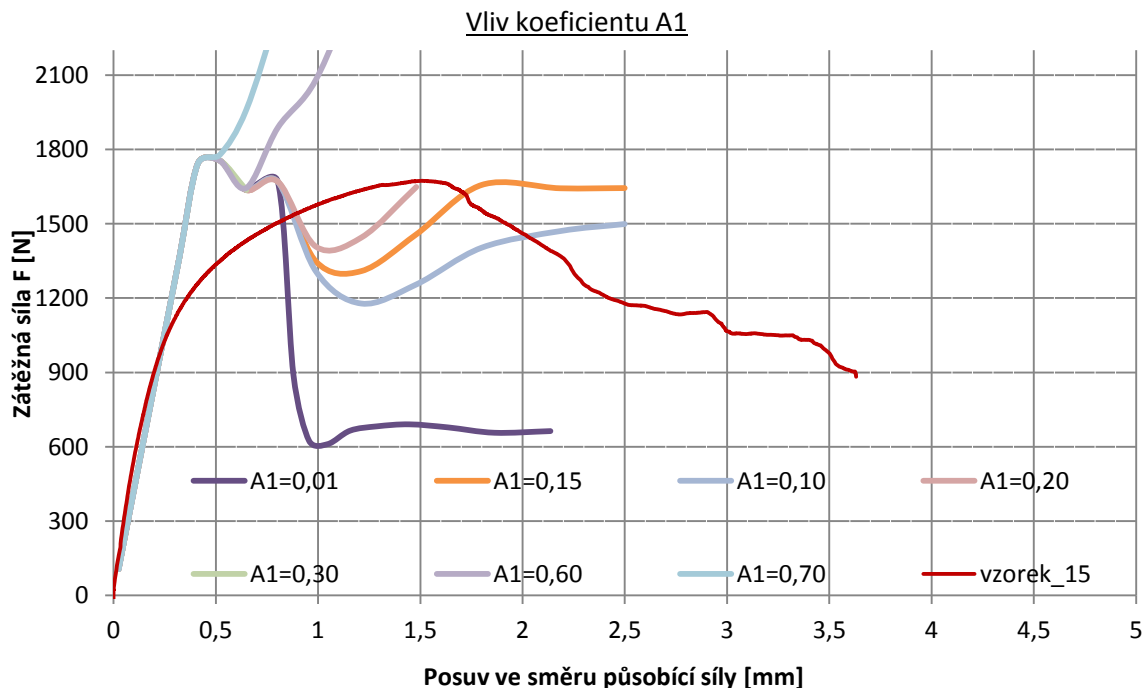
$$p_{\perp\parallel}^t = 0,35$$

$$p_{\perp\parallel}^c = 0,30$$

$$p_{\perp\perp}^t = p_{\perp\perp}^c = 0,25$$

Dále jsem zvolil jako metodu redukce elastických vlastností při progresivním porušování jejich postupnou degradaci. K té dochází při detekci poruchy (tj. při zatížení a rozložení napětí, při kterém hodnota indexu porušení postižených elementů překročí mezní hodnotu). Dále jsem zvolil fixní zatěžovací krok, konkrétně pro deformační zatížení 2,5mm 70 kroků.

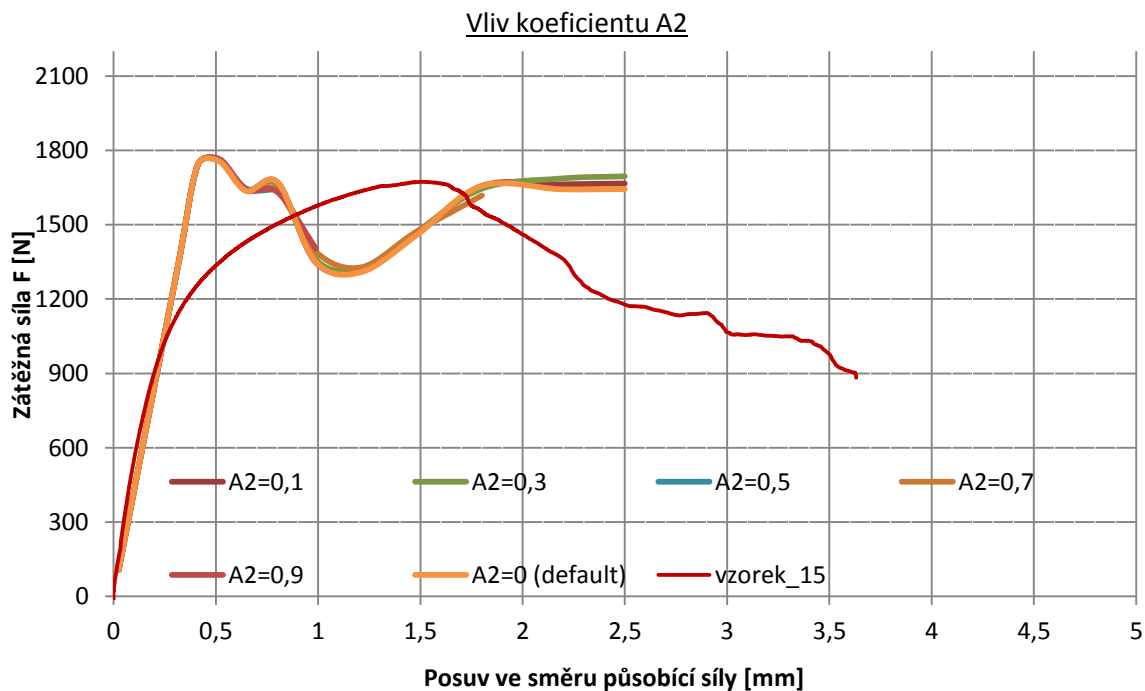
Hashinovo i Puckovo kritérium, které rozlišují mezi různými módy porušení, umožňují zadání doplňkových konstant (faktorů). Ty popisují vzájemnou provázanost mezi módy porušení a degradací odpovídajících mechanických vlastností materiálu. Tyto koeficienty a jejich začlenění do výpočtu jsou blíže popsány v kapitole 4. Pro určení konstant jsem se rozhodl využít zejména úvahy a provedení pokusných výpočtů.



Graf 6.3- Vliv koeficientu A1 na průběh simulace progresivního porušování tahového vzorku s dírou

Výpočty jsem prováděl pro model s imperfekcí v podobě díry o průměru 0,5mm. Tento model bude detailněji rozebrán dále (viz. kapitola 6.6). Nutnost jeho použití pramení z výsledků získaných pro model bez imperfekce (viz. kapitola 6.5). Jelikož se jednalo pouze o informativní výsledky, použil jsem v této fázi pouze Hashinovo kritérium porušení a adaptivní zatěžovací krok. To dále zmírnilo časovou náročnost výpočtů. Vliv faktorů na průběh progresivního porušování jsem následně graficky znázornil (viz. graf 6.3 až 6.6) a z grafů se pokusil odhadnout jejich optimální hodnotu.

Na grafu 6.3 lze vidět výrazný vliv hodnoty koeficientu A1. Jako optimální hodnotu pro další výpočty jsem určil hodnotu  $A1=0,15$ . Dále, při určování zbylých koeficientů, jsem již pracoval s touto hodnotou koeficientu A1.



Graf 6.4- Vliv koeficientu A2 na průběh simulace progresivního porušování tahového vzorku s dírou

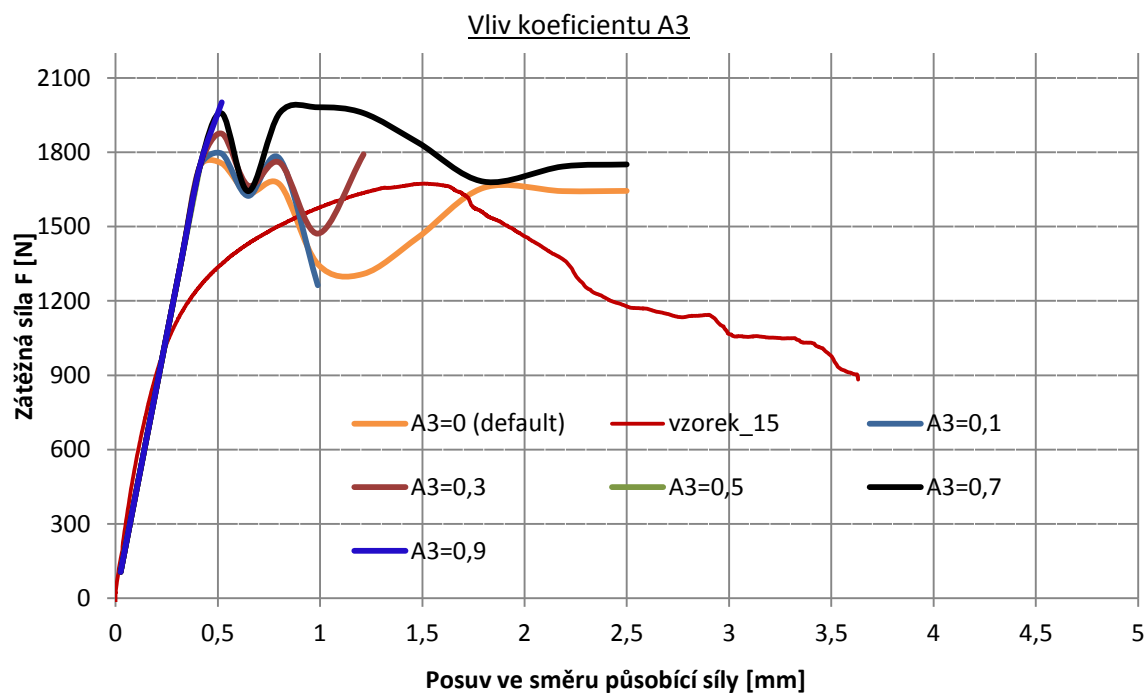
Z grafu 6.4 a 6.6 lze vidět, že koeficienty A2 a A5 nemají výrazný vliv na průběh progresivního porušování u modelu tahového vzorku. Vliv faktoru A4 nebyl zkoumán, jelikož jsem předpokládal, že jeho hodnota nebude u modelu tahového vzorku hrát žádnou roli. Vzorek totiž není zatěžován silou ve směru osy z a tudíž degradace vlastností materiálu v tomto směru by neměla výrazně ovlivnit porušování materiálu jako celku.

Z grafu 6.5 můžeme vidět určitý vliv faktoru A3 na průběh progresivního porušování daného modelu. S různými hodnotami tohoto faktoru také docházelo při simulaci k předčasnému ukončení výpočtu. Přímá závislost ukončení výpočtu na hodnotě faktoru však nebyla pozorována a tudíž výskyt předčasného ukončení výpočtu dále nezohledňuji. V dalším jsem pak použil hodnotu faktoru A2 rovnu  $A2=0,3$ .

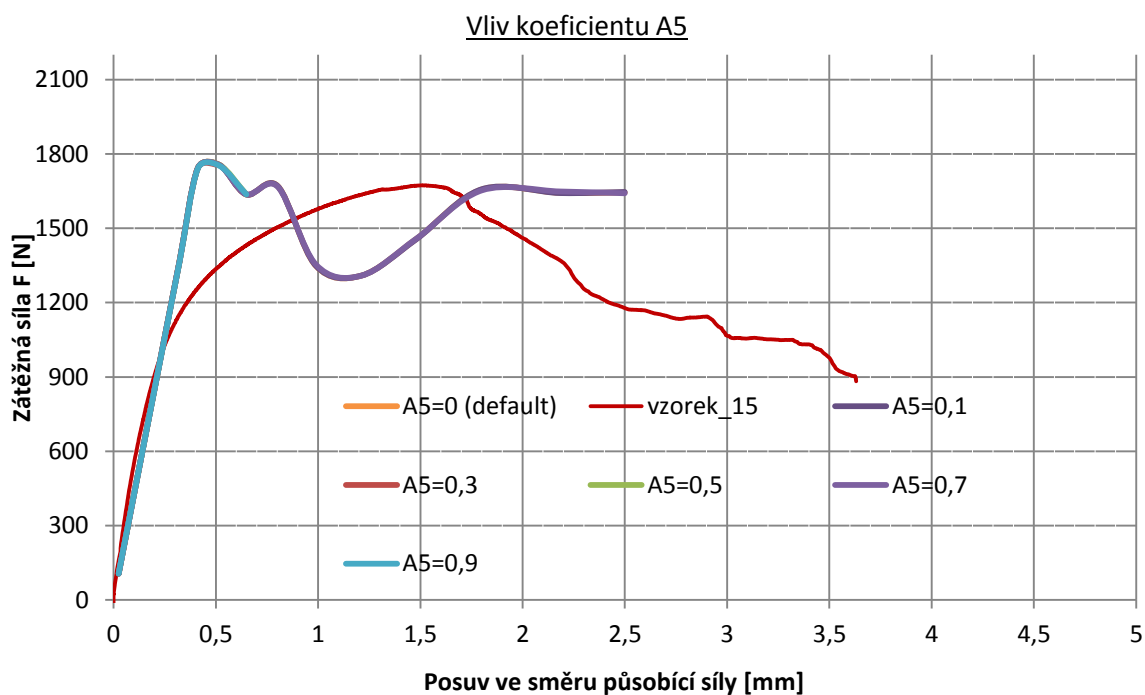
Další výpočty jsou tedy prováděny s následujícími hodnotami faktorů redukce tuhosti:

$$A1=0,15 \quad A2=0 \quad A3=0,3 \quad A4=0 \quad A5=0,1$$

Ostatní parametry mající vliv na celý výpočet, jako je počet iterací, nebo metoda aktualizace matic v průběhu iteračního výpočtu, jsem nechal nastaveny defaultně. Pro výpočet byl ve všech případech použit nelineární řešič SOL 400.



Graf 6.5- Vliv koeficientu A3 na průběh simulace progresivního porušování tahového vzorku s dírou

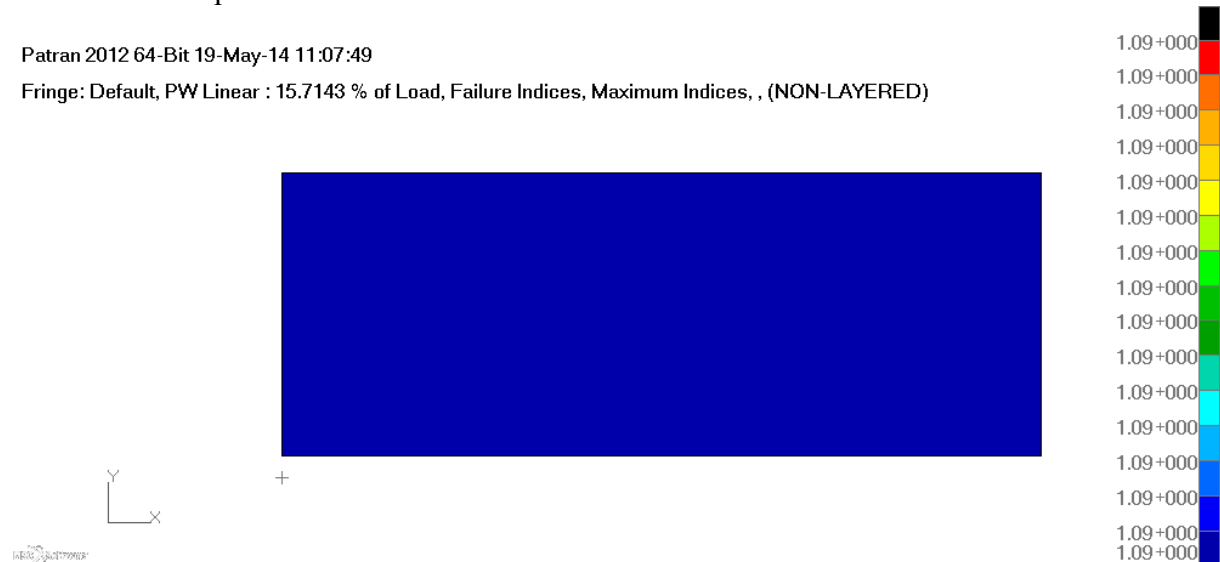


Graf 6.6- Vliv koeficientu A5 na průběh simulace progresivního porušování tahového vzorku s dírou

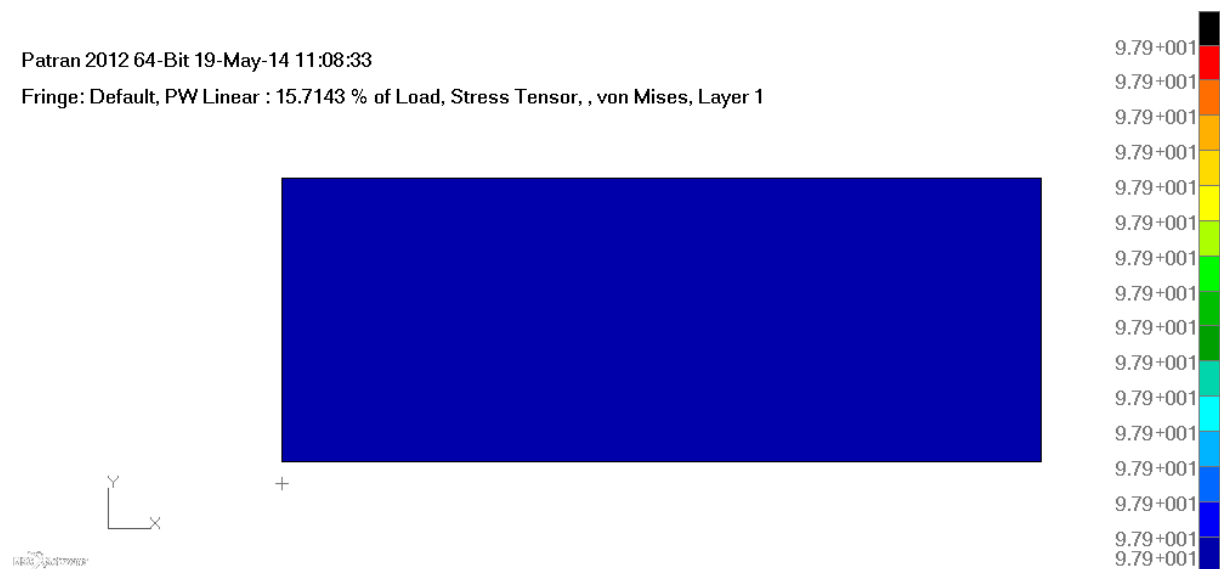
## 6.5 Model bez imperfekce

V tomto případě jsou geometrické charakteristiky modelu shodné s parametry popsanými v odstavci 6.2.

Na obr.6.7 je grafické vyobrazení indexů porušení materiálu pro první zatěžovací krok, v němž již bude dosaženo porušení a bude se tedy uplatňovat degradace elastických vlastností materiálu. Obr.6.8 vykresluje velikost hodnoty popisující tenzor napětí v celém modelu pro zmíněný zatěžovací krok. Na grafu 6.6 je pak znázorněna závislost vazebné síly (v poutku) na deformaci (posuvu ve směru osy x) v průběhu celého výpočtu. Obdobné zobrazení budu používat i dále.

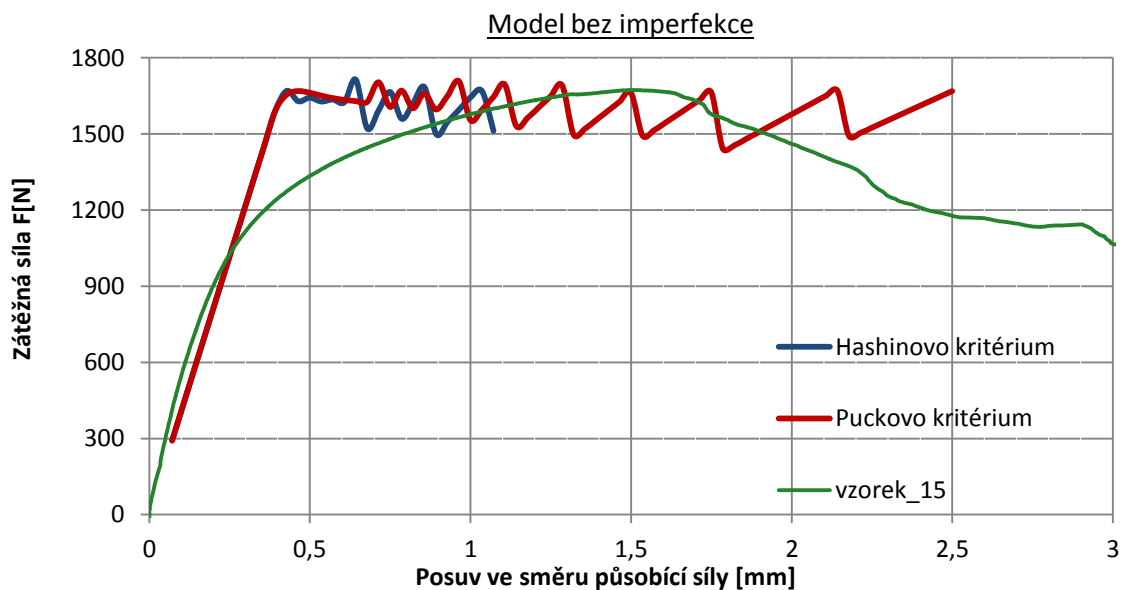


Obr.6.7- Vykreslení indexů porušení u modelu bez imperfekce



Obr.6.7- Vykreslení napětí u modelu bez imperfekce

V modelu vzniká rovnoměrná napjatost, jak vyplívá z obr. 6.8, a k degradaci vlastností materiálu by tak mělo docházet „nahodile“ v celém rozsahu vzorku. To ovšem nemusí přesně odpovídat skutečnosti. Ve skutečném vzorku je možno předpokládat výskyt nedokonalostí (imperfekcí) materiálu, které jsou zdrojem koncentrace napětí a v jejichž okolí dochází jako první k porušování materiálu na makroskopické úrovni.



Graf 6.8- Tahový diagram pro model bez imperfekce

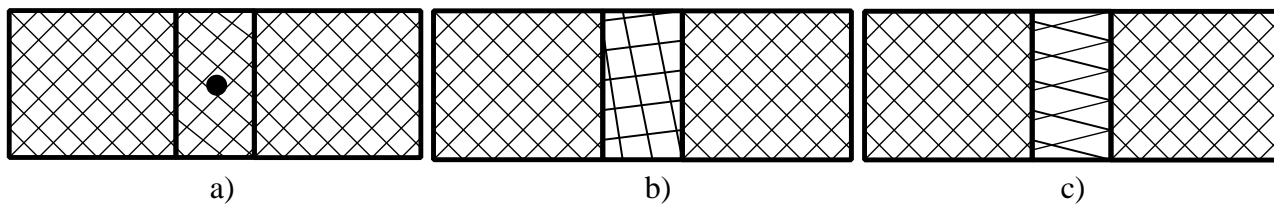
V následujícím zbytku práce se pokusím ověřit zmíněný předpoklad. Provedu numerickou simulaci progresivního porušování tahového vzorku s celkem třemi typy imperfekcí a budu pozorovat jejich vliv na rozložení napětí při výskytu prvního porušení a zejména jejich vliv na tahový diagram vzorku. Budu studovat vliv těchto imperfekcí:

- Díra o průměru 0,5mm
- Změna orientace tkaniny
- Protážení vláken v tkanině

Uvedené typy imperfekcí mohou být způsobeny vlivem špatné technologie prosycování vláken matricí (epoxidovou pryskyřicí). První z nich může vzniknout při použití nedostatečného množství pryskyřice při prosycování, která v určitém místě následně chybí. Druhá z nich může vzniknout při prosycování vlivem smyku. Orientace vláken pak může být na přechodu mezi nenarušenými částmi změněna. Poslední ze zmíněných imperfekcí pak může být způsobena tažením tkaniny nástrojem (válečkem, štětcem apod.) při prosycování. Tím potom dojde ke změně úhlu mezi vlákny v tkanině. Vlákna jsou více natažena, popř. smrštěna a nesvírají tak vůči sobě úhel  $90^\circ$ .

Tyto typy imperfekcí jsou schematicky znázorněny na následujícím obrázku (obr. 6.8), ve kterém:

- a) Imperfekce ve formě díry o průměru 0,5mm.
- b) Imperfekce ve formě změny orientace tkaniny (změna úhlu materiálových os tkaniny vůči působícímu zatížení).
- c) Imperfekce ve formě protážení tkaniny (změna úhlu mezi svazky vláken v tkanině).



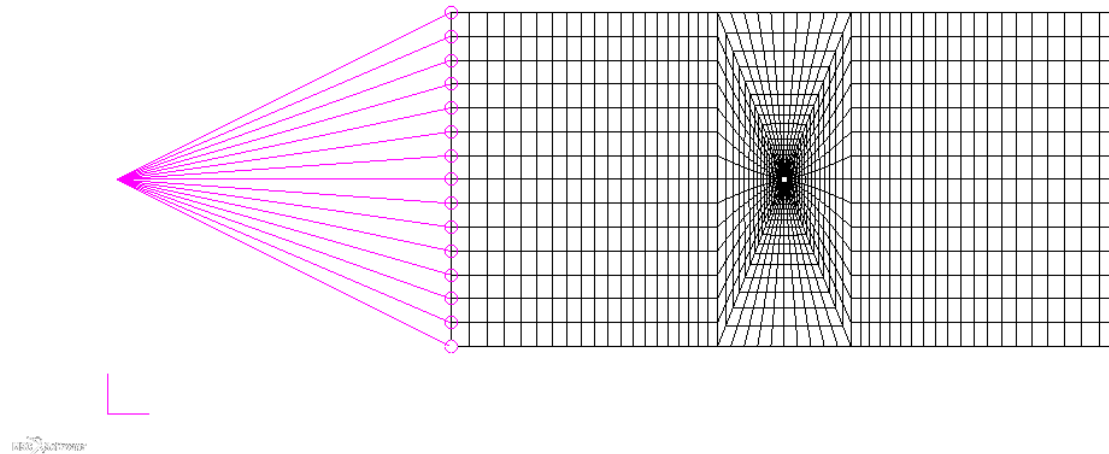
Obr. 6.8- Vyšetřované typy imperfekcí

## 6.6 Model s dírou

V tomto případě je geometrie modelu upravena tak, jak je zobrazeno na obr.6.9. Model je tvořen celkem deseti plochami. Ve střední části je použito jednostranného nahuštění uzlů na hranách ploch směrem k díře mající průměr 0,5mm. Elementy mají opět charakter čtyřhranných elementů typu Quad4, přičemž při jejich tvorbě bylo použito rovnoměrného síťování (IsoMesh).

Materiálové parametry a parametry degradace vlastností, včetně použitých kritérií porušení, zůstaly nezměněny.

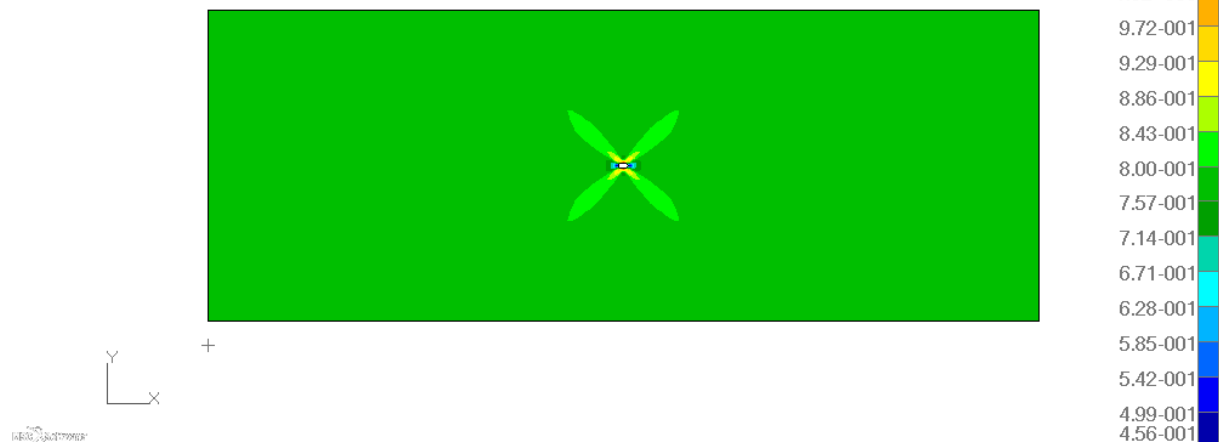
Vykreslil jsem indexy porušení pro první zatěžovací krok, pro který dojde dle kritéria maximálního napětí k výskytu prvního porušení a degradaci vlastností materiálu (viz. obr.6.10, 6.11). Porovnáním s vyobrazením tenzoru napětí (viz. obr. 6.12, 6.13) pak můžeme vidět, že k porušení dochází nejprve v místech koncentrace napětí, tj. v okolí díry. Teprve následně dojde k výskytu porušení ve zbytku materiálu.



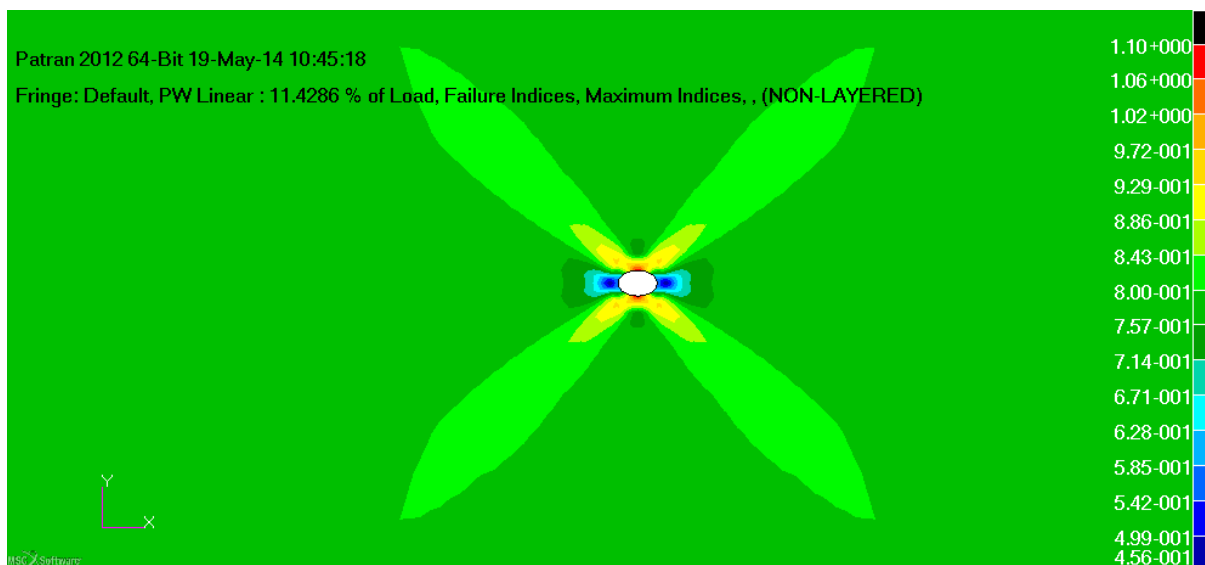
Obr.6.9- Geometrie modelu s dírou

Patran 2012 64-Bit 19-May-14 10:47:47

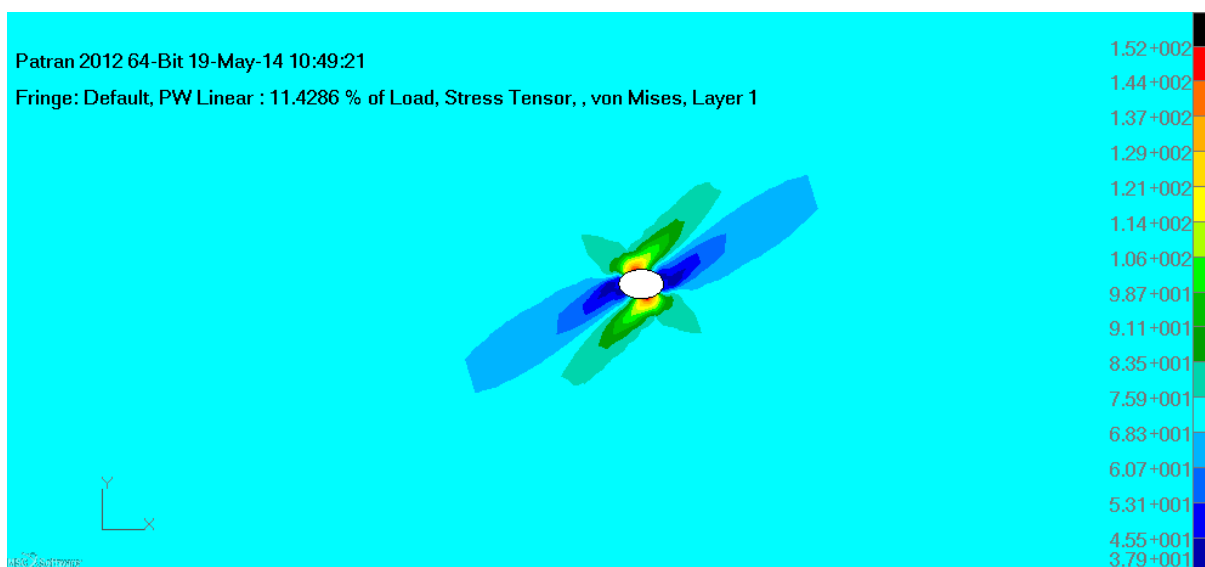
Fringe: Default, PW Linear : 11.4286 % of Load, Failure Indices, Maximum Indices, (NON-LAYERED)



Obr.6.10- Vykreslení indexů porušení u modelu s dírou

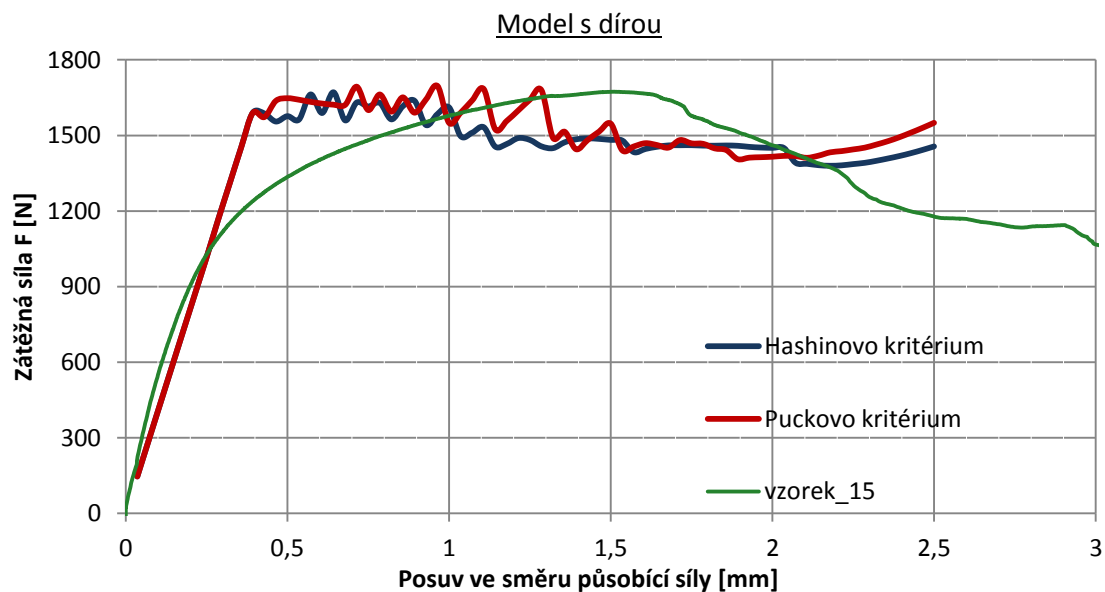


Obr.6.11- Detail vykreslení indexů porušení v okolí díry



Obr.6.12- Detail vykreslení napětí v okolí díry

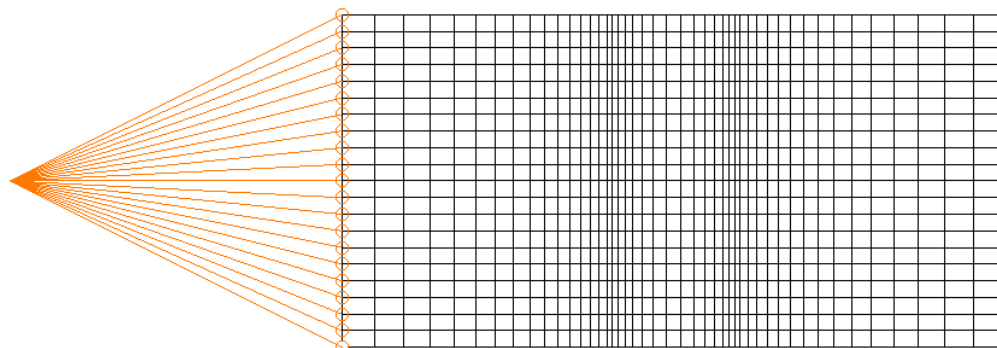
Vzhledem k tomu, že koncentrace napětí se nejeví nijak výrazná, probíhá výpočet progresivního porušování modelu vzorku až do maximální předepsané hodnoty posuvu ve směru osy x. Můžeme předpokládat, že dochází k výskytu lokálních porušení v materiálu, které však pro použité hodnoty deformačních faktorů nevedou k finálnímu lomu (tj. porušení soudržnosti materiálu jako celku). Závislost zátěžovací síly na posuvu ve směru osy x je vykreslena v grafu 6.4.



Graf 6.9- Tahový diagram pro model s dírou

## 6.7 Model se změnou orientace tkaniny

V případě tohoto typu imperfekce mají vlákna ve střední části tkaniny sekvenci řazení jednotlivých vrstev [40, -50, 40, -50]<sub>s</sub>. Tkanina je zde tedy oproti modelu bez imperfekce „natočena“ vůči působícímu zatížení o 5°, aniž by se změnil úhel mezi vlákny tkaniny.



Obr.6.13- Geometrie modelu se změnou orientace tkaniny

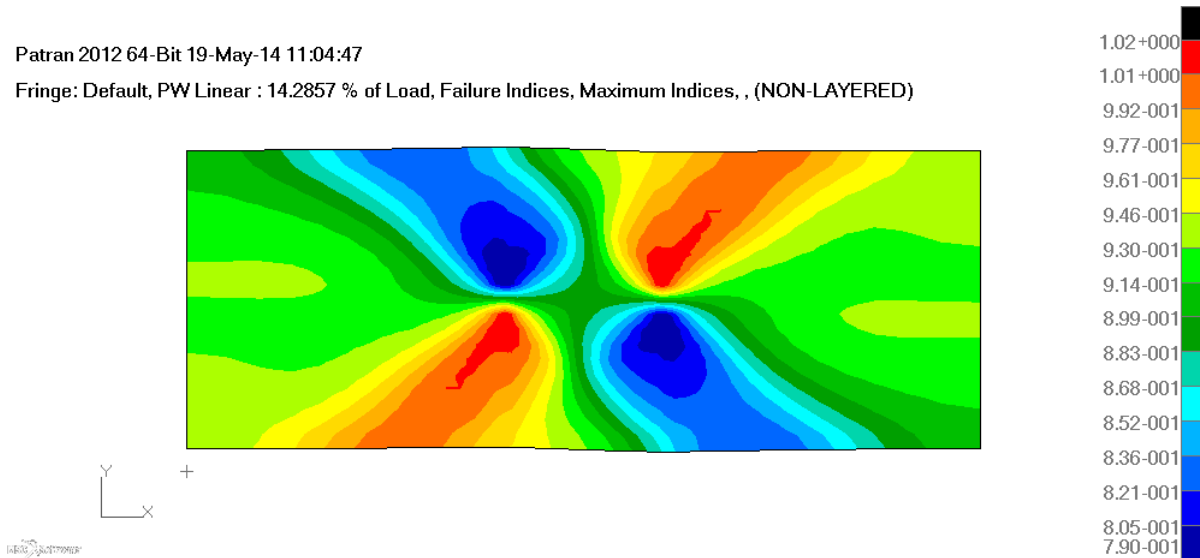
Na obr. 6.15 lze pozorovat, ve kterých částech modelu dochází ke koncentraci napětí a z obr.6.14 pak je vidět, ve kterých místech dosáhne index porušení jako první své mezní hodnoty.

Z průběhu progresivního porušování modelu, znázorněného v grafu 6.10 můžeme vidět, že pro posuv roven cca. 1mm dochází k náhlému kolapsu části materiálu odpovídajícímu výskytu rozsáhlého lokálního porušení v místě koncentrace napětí. Tento kolaps je však dále vyvážen stále vysokou tuhostí dosud málo poškozené části modelu.



Patran 2012 64-Bit 19-May-14 11:04:47

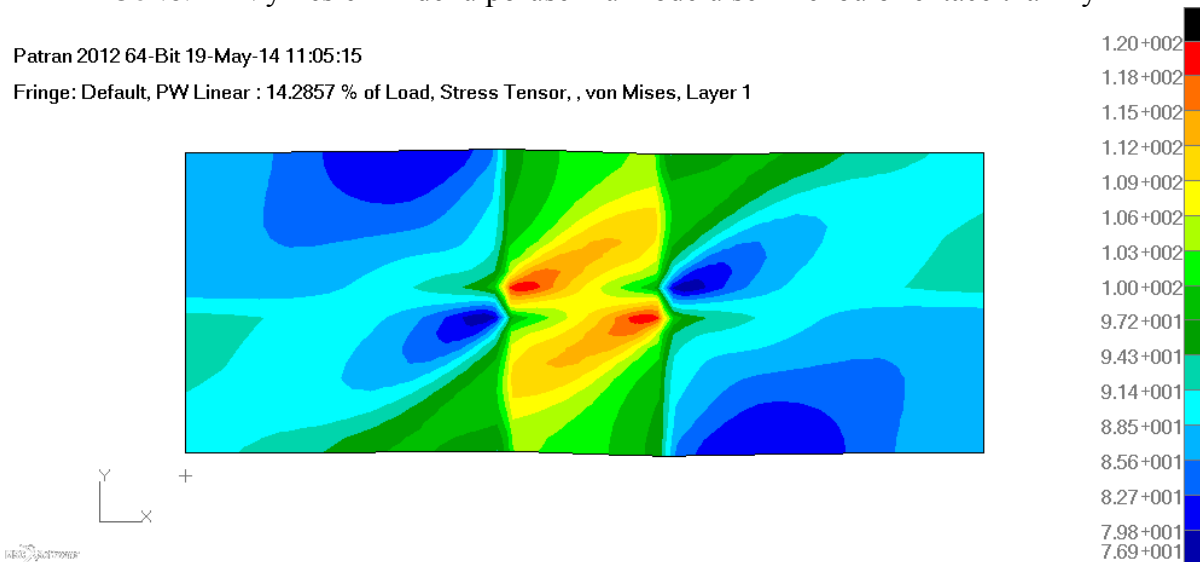
Fringe: Default, PW Linear : 14.2857 % of Load, Failure Indices, Maximum Indices, , (NON-LAYERED)



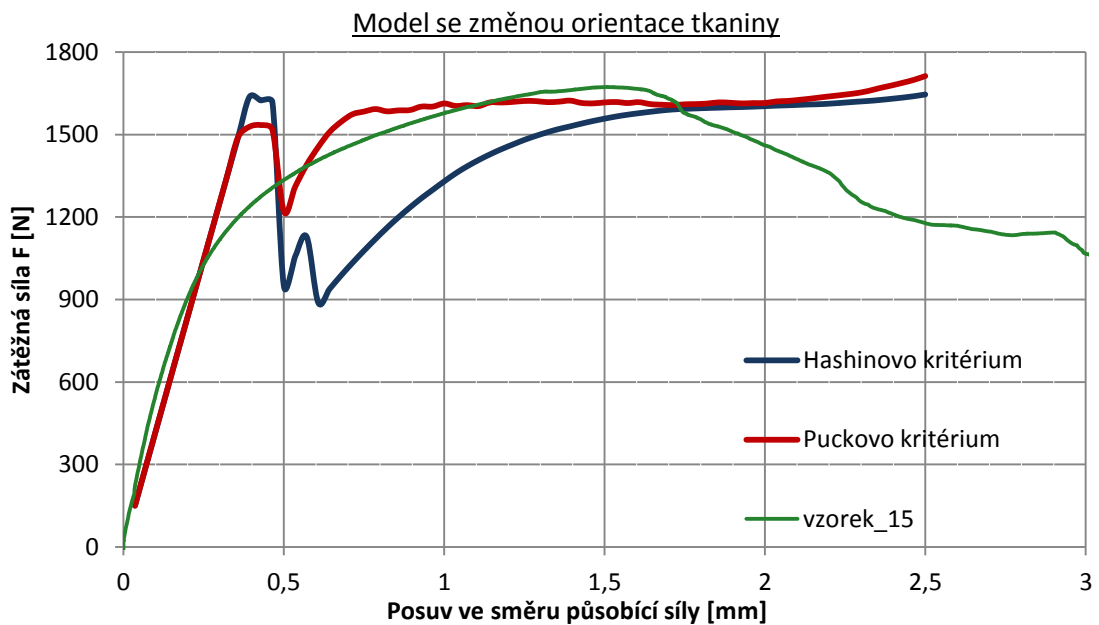
Obr.6.14- Vykreslení indexů porušení u modelu se změnou orientace tkaniny

Patran 2012 64-Bit 19-May-14 11:05:15

Fringe: Default, PW Linear : 14.2857 % of Load, Stress Tensor, , von Mises, Layer 1



Obr.6.15- Vykreslení napětí u modelu se změnou orientace tkaniny



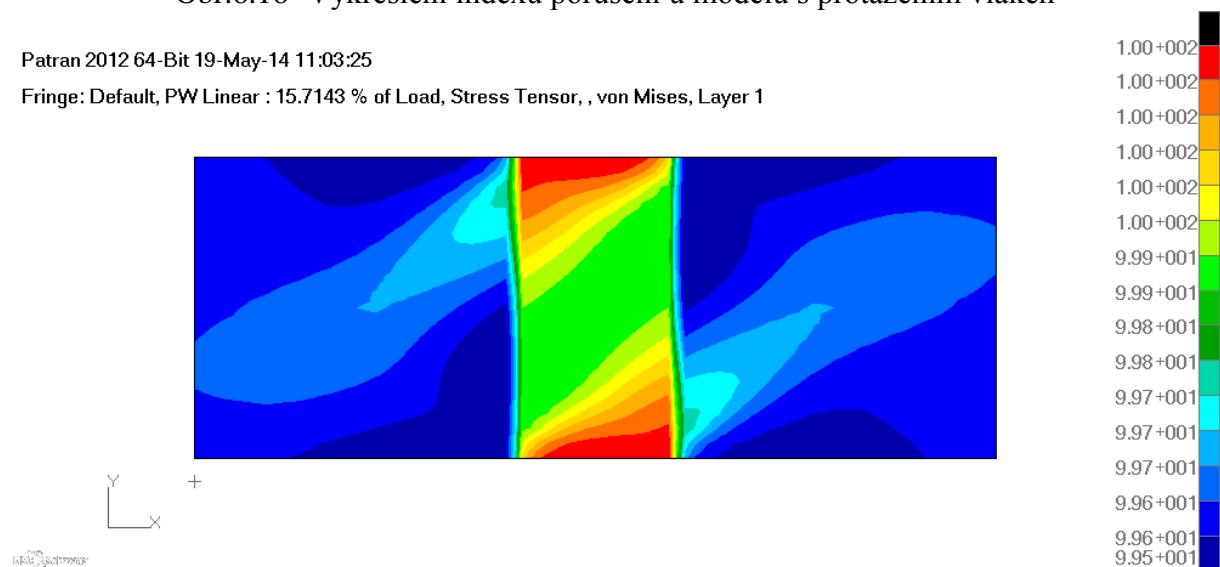
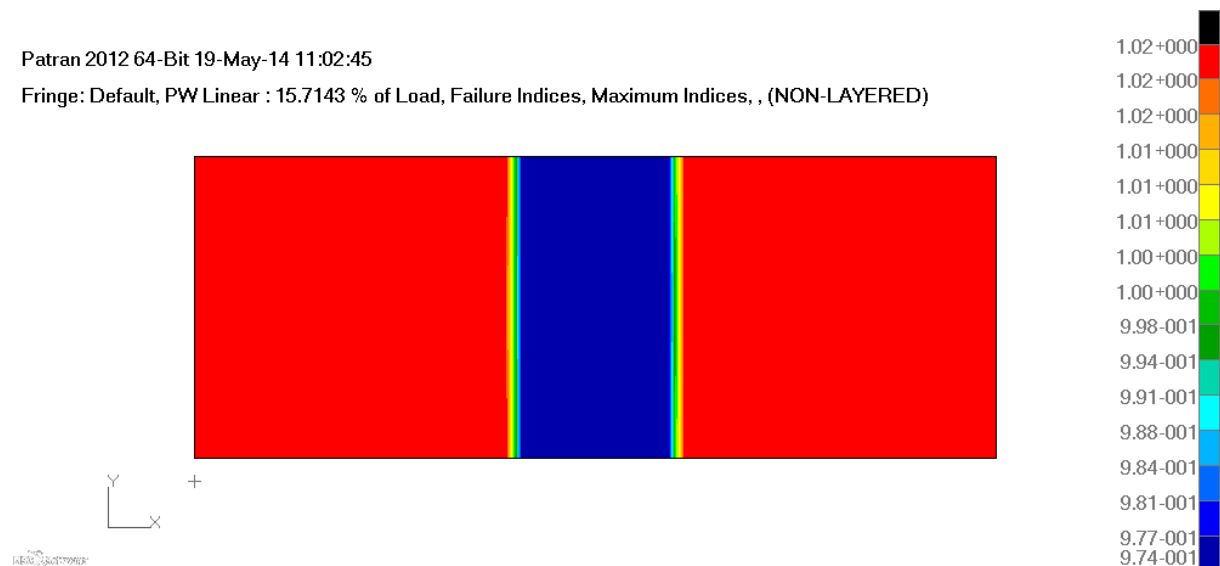
Graf 6.10- Tahový diagram pro model se změnou orientace tkaniny

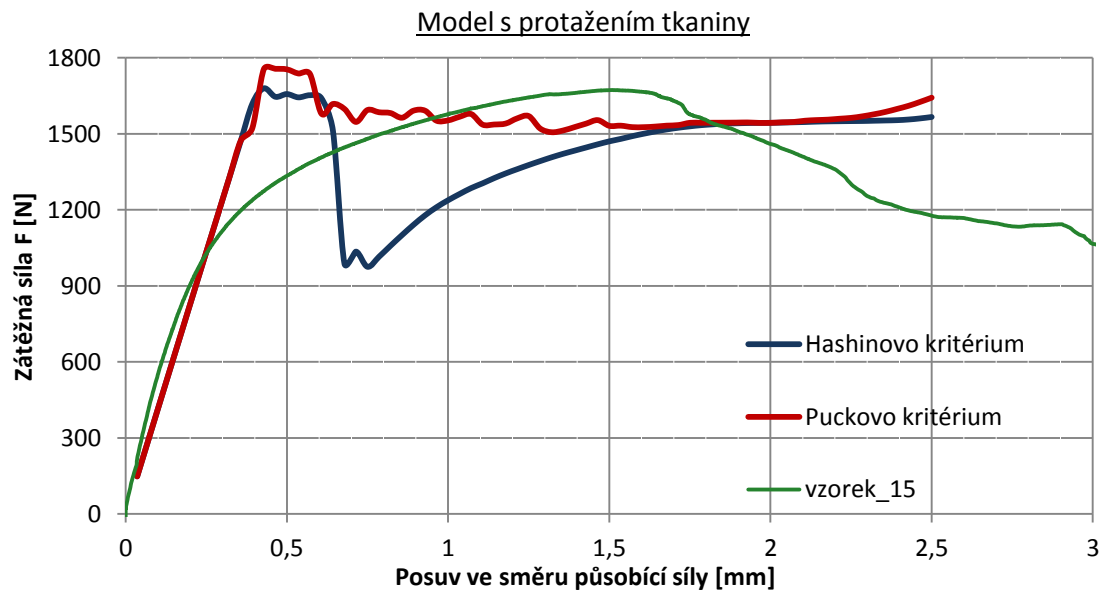
## 6.8 Model s protažením tkaniny

Protažení tkaniny je opět popsáno odlišným materiálovým modelem, podobně jako tomu bylo u vzorku se změnou orientace tkaniny. Mimo standardní laminát se sekvencí řazení vrstev  $[45, -45, 45, -45]_S$  je užit laminát, ve kterém je sekvence odlišná, a to  $[42.5, -42.5, 42.5, -42.5]_S$ . Tento laminát je předepsán středním plochám modelu. Tyto plochy tedy představují část vzorku, ve kterém vlivem špatné technologie výroby kompozitu (konkrétně prosycování vláken matricí) došlo k protažení vláken tkaniny. Nebo-li došlo ke změně úhlu mezi svazky vláken v tkanině.

Geometrické parametry modelu jsou shodné jako u modelu se změnou orientace vláken (viz. obr.6.13) Opět je zde podstatné zhuštění sítě elementů na přechodu mezi standardní tkaninou (s úhly mezi vlákny  $90^\circ$ ) a tkaninou, ve které vlákna svírají úhel  $85^\circ$ .

Z obr.6.16 ovšem vidíme, že ačkoliv je přechod zdrojem určité koncentrace napětí, dojde k dosažení limitní hodnoty indexu porušení nejprve v okrajových částech modelu. To je zapříčiněno tím, že protažená tkanina ve směru působícího zatížení je schopna přenést jeho větší hodnotu a takto definovanou imperfekcí tedy dochází k vyztužení modelu v jeho střední části.





Graf 6.10- Tahový diagram pro model s protažením tkaniny

## ZÁVĚR

Bakalářská práce se zabývá možnostmi simulace progresivního porušování vláknových kompozitů metodou konečných prvků, konkrétně možnostmi, které nabízí použití softwaru MSC Patran/Nastran.

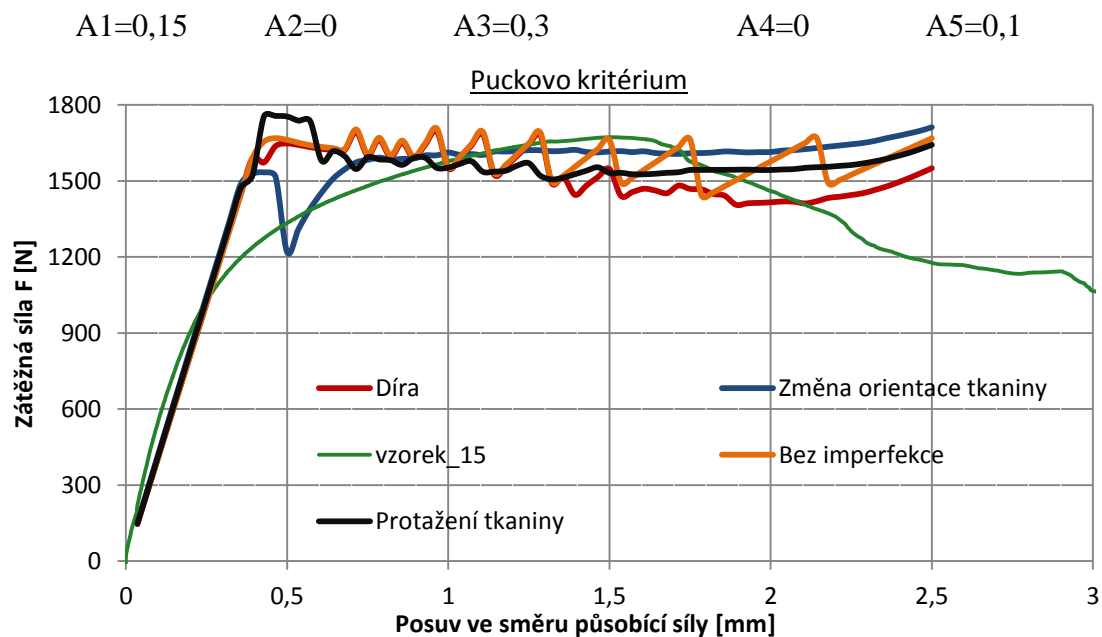
Nejprve je uveden stručný teoretický úvod do mechaniky vláknových kompozitních desek, mechanismů porušení a jejich možného matematického popisu. Následně je uvedena základní myšlenka numerického výpočtu progresivní poruchy a získané znalosti jsou v hlavní části práce aplikovány na model tahového vzorku s diagonální orientací vláken vůči působícímu zatížení.

Nejprve jsem stanovil geometrické parametry modelu tahového vzorku a způsob jeho zatížení tak, aby co nejlépe odpovídaly skutečnosti a zároveň tak, aby časová náročnost výpočtů byla co nejmenší. Tyto parametry jsou detailně popsány v kapitolách 6.2 a 6.3.

Po provedení předběžných výpočtů se potvrdila domněnka, že v použitém modelu bude napětí rovnoměrně rozloženo. Pro další postup jsem však předpokládal, že v průběhu preparace vzorku pro tahovou zkoušku mohlo dojít vlivem nesprávné technologie ke vzniku nedokonalostí (imperfekcí). Ty dle mého názoru mohly mít výrazný vliv na průběh progresivního porušování. Upravil jsem tak použitý geometrický model a provedl výpočty pro jeho čtyři varianty:

- Model bez imperfekce
- Model s dírou o průměru 0,5mm
- Model s protažením tkaniny v jeho střední části
- Model se změnou orientace tkaniny v jeho střední části

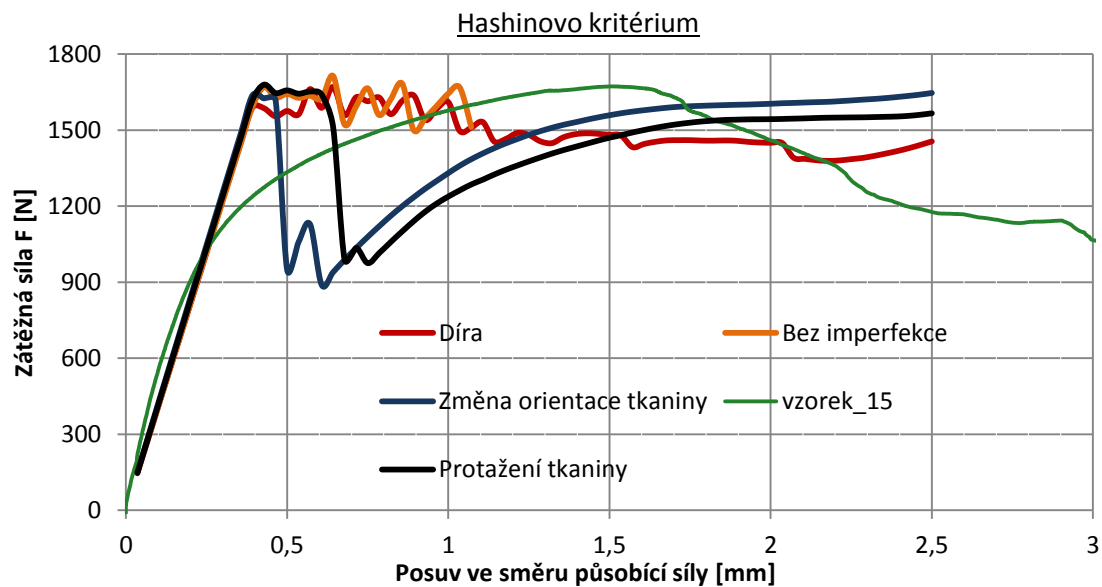
Ještě před provedením finálních výpočtů bylo potřeba určit hodnoty koeficientů, majících vliv na průběh a velikost degradace jednotlivých elastických konstant. K tomuto účelu sloužil model s imperfekcí ve tvaru díry. Při výpočtu byl použit adaptivní zátěžovací krok a Hashinovo kritérium porušení s postupnou degradací elastických konstant materiálu. Po zhodnocení dosažených výsledků, zobrazených v kapitole 6.4, jsem zvolil jako optimální následující hodnoty:



Graf 7.1- Porovnání průběhů progresivního porušování různých modelů při použití Puckova kritéria

Vliv hustoty sítě elementů ani rozdíl mezi použitím metody okamžité degradace elastických konstant materiálu namísto degradace postupné jsem v práci neprováděl.

K finálním výpočtům jsem používal dva druhy kritérií porušení, a to Hashinovo kritérium a kritérium Puckovo a metodu postupné degradace elastických konstant materiálu. Dále byl zvolen fixní zatěžovací krok s počtem kroků 70. Modely byly zatíženy deformačním zatížením o hodnotě rovné 2,5mm. Porovnání dosažených výsledků mezi různými modely pro každé z kritérií je zobrazeno v grafech 7.1 a 7.2.



Graf 7.2- Porovnání průběhů progresivního porušování různých modelů při použití Puckova kritéria

Z grafů lze vidět, že výskyt imperfekcí má určitý vliv na průběh progresivního porušování u modelů tahového vzorku, který jsem vytvořil. Pozorujeme, že použitím imperfekcí došlo k vyhlazení průběhu. Výraznější vliv na pevnost modelu však tyto imperfekce neměly.

Můžu konstatovat, že použití Puckova kritéria se po provedených výpočtech zdá mírně přesnější a lépe popisující skutečný průběh progresivního porušování tahového vzorku s diagonální orientací vláken. Simulaci s použitými parametry modelu lze tedy použít jak pro odhad pevnosti vzorku, tak také pro přibližný odhad odporu, který vzorek klade vůči působícímu deformačnímu zatěžování.

## Seznam použité literatury:

- [1] NETTLES, Alan T. Nasa reference publication 1351: *Basic Mechanics of Laminated Composite Plates* [online]. NASA. Marshall Space Flight Center, 1994. NSN: 7540-01-280-5500. Dostupné z: <http://artikel-software.com/file/Basic%20Mechanics%20of%20Laminated%20Composite%20Plates.pdf>
- [2] ONDRÁČEK, E., VRBKA, J., JANÍČEK, P., BURŠA, J. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost II*. Brno: CERM, 2006. ISBN: 80-214-3260-8.
- [3] VRBKA, J. *Mechanika kompozitů* [online]. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně. Brno, 2008. Dostupné z: [https://www.vutbr.cz/www\\_base/priloha.php?dpid=52474](https://www.vutbr.cz/www_base/priloha.php?dpid=52474)
- [4] NALI, P. a E. CARRERA. A numerical assessment on two-dimensional failure criteria for composite layered structures. *Composites Part B: Engineering* [online]. March 2012, Vol.43, s. 280-289. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359836811002800>
- [5] DEUSCHLE, H. Matthias. 3D Failure Analysis of UD Fibre Reinforced Composites: *Puck's Theory within FEA* [online]. Stuttgart, 2010. ISBN 3-930683-99-7. Dostupné z: [http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2011/5882/pdf/diss\\_deuschle\\_komplett.pdf](http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2011/5882/pdf/diss_deuschle_komplett.pdf). Diplomová práce. Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart. Vedoucí práce Prof. Dr.-Ing. Bernd Kröplin.
- [6] KRYSTEK, J. Pevnostní kritéria pro kompozitní materiály [online]. Fakulta aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni. Plzeň, 2012. Dostupné z: [http://seminare.fav.zcu.cz/media/document/krystek\\_pevnostni-kriteria-pro-kompozitni-materialy.pdf](http://seminare.fav.zcu.cz/media/document/krystek_pevnostni-kriteria-pro-kompozitni-materialy.pdf)
- [7] KNOPS, M. Analysis of Failure in Fiber Polymer Laminates: *The Theory of Alfred Puck* [online]. Springer, 2008. e-ISBN: 978-3-540-75765-8. Dostupné z: [http://www.google.cz/books?hl=cs&lr=&id=A3JpSrylwdgC&oi=fnd&pg=PA1&dq=of+Failure+in+Fiber+Polymer+Laminates:+The+Theory+of+Alfred+Puck&ots=r8SazmRuZ9&sig=8e9FictN0JdhC1RB0L-Kk6zchYw&redir\\_esc=y#v=onepage&q=of%20Failure%20in%20Fiber%20Polymer%20Laminates%20The%20Theory%20of%20Alfred%20Puck&f=false](http://www.google.cz/books?hl=cs&lr=&id=A3JpSrylwdgC&oi=fnd&pg=PA1&dq=of+Failure+in+Fiber+Polymer+Laminates:+The+Theory+of+Alfred+Puck&ots=r8SazmRuZ9&sig=8e9FictN0JdhC1RB0L-Kk6zchYw&redir_esc=y#v=onepage&q=of%20Failure%20in%20Fiber%20Polymer%20Laminates%20The%20Theory%20of%20Alfred%20Puck&f=false)
- [8] PUCK, A. Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: *Modelle für die Praxis* [online]. Hanser Verlag, 1996. ISBN: 3-446-18194-6. Dostupné z: [http://www.klub.tu-darmstadt.de/forschungsbericht/downloads\\_3/downloads\\_3.de.jsp](http://www.klub.tu-darmstadt.de/forschungsbericht/downloads_3/downloads_3.de.jsp)
- [9] BORRELLI, Rosario, Francesco DI CAPRIO, Umberto MERCURIO a Fulvio ROMANO. Assessment of progressive failure analysis capabilities of commercial FE codes. *International Journal of Structural Integrity* [online]. 2013, Vol. 4, s. 300-320. DOI: 10.1108/IJSI-06-2012-0017. Dostupné z: <http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?articleid=17097402>
- [10] MSC.SOFTWARE CORPORATION. MSC Nastran 2012: *Quick Reference Guide* [online]. Revision 0. U.S.A., 2011, 3500 s. Dostupné z:

[http://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC10004&cat=MSC\\_NASTRAN\\_DOCUMENTATION\\_2012&actp=LIST](http://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC10004&cat=MSC_NASTRAN_DOCUMENTATION_2012&actp=LIST)

[11] MSC.SOFTWARE CORPORATION. Patran 2012: *Reference Manual Part 3: Finite Element Modeling*. U.S.A., 2010, 446 s. Dostupné z: <http://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC10133&impressions=false>

[12] WISHART, Rod, Integrated Technologies, Inc.. Lamina and Laminate Mechanical Testing. In: *ASM Handbook: Composites* [online]. 2001, Vol.21, s. 1765-1772. Dostupné z: [http://app.knovel.com/web/toc.v/cid:kpASMHVC13/viewerType:toc/root\\_slug:asm-handbook-volume-21/url\\_slug:asm-handbook-volume-21/](http://app.knovel.com/web/toc.v/cid:kpASMHVC13/viewerType:toc/root_slug:asm-handbook-volume-21/url_slug:asm-handbook-volume-21/)

[13] NIU, Michael Chun-Yung. Composite Airframe Structures: *Practical Design Information and Data*. Hong Kong: Conmilit Press Ltd. Hong Kong, 1992. ISBN 962-7128-06-6.

## Seznam použitých zkratek a symbolů:

$\varepsilon_1$	[-]	délkové přetvoření ve směru hlavní materiálové osy 1
$\varepsilon_2$	[-]	délkové přetvoření ve směru hlavní materiálové osy 2
$\gamma_{12}$	[-]	úhlové přetvoření v rovině laminy (v rovině dané hlavními materiálovými směry 1,2)
$\varepsilon_x$	[-]	délkové přetvoření ve směru souřadné osy x
$\varepsilon_y$	[-]	délkové přetvoření ve směru souřadné osy y
$\gamma_{xy}$	[-]	inženýrské úhlové přetvoření mezi souřadnými směry x,y
$\varepsilon_{xy}$	[-]	tensoriální úhlové přetvoření mezi souřadnými směry x,y
$E_1$	[MPa]	modul pružnosti v tahu ve směru hlavní materiálové osy 1
$E_2$	[MPa]	modul pružnosti v tahu ve směru hlavní materiálové osy 2
$G_{12}$	[MPa]	modul pružnosti ve smyku v rovině dané hlavními materiálovými směry 1,2
$\sigma_1$	[MPa]	normálové napětí ve směru hlavní materiálové osy 1
$\sigma_2$	[MPa]	normálové napětí ve směru hlavní materiálové osy 2
$\tau_{12}$	[MPa]	smykové napětí mezi hlavními materiálovými směry 1,2
$\sigma_x$	[MPa]	normálové napětí ve směru souřadné osy x
$\sigma_y$	[MPa]	normálové napětí ve směru souřadné osy y
$\tau_{xy}$	[MPa]	smykové napětí mezi souřadnými směry x,y
$\nu_{12}, \nu_{21}$	[-]	Poissonovo číslo mezi směry 1,2, resp. směry 2,1 smykové napětí mezi souřadnými směry x,y
$N_x$	[Nmm]	Liniová normálová síla ve směru souřadné osy x
$N_y$	[Nmm]	Liniová normálová síla ve směru souřadné osy y
$N_{xy}$	[Nmm]	Liniová smyková síla ležící v rovině xy
$M_x$	[Nmm <sup>2</sup> ]	Liniový moment způsobující vznik napětí v ose x
$M_y$	[Nmm <sup>2</sup> ]	Liniový moment způsobující vznik napětí v ose y
$M_{xy}$	[Nmm <sup>2</sup> ]	Liniový kroutící moment ležící v rovině xy
$Y^T$	[MPa]	Mez pevnosti matrice v tahu
$Y^C$	[MPa]	Mez pevnosti matrice v tlaku
$X^T$	[MPa]	Mez pevnosti vlákna v tahu
$X^C$	[MPa]	Mez pevnosti vlákna v tlaku
$S^L$	[MPa]	Podélná mez pevnosti ve smyku
$S^T$	[MPa]	Příčná mez pevnosti ve smyku
$\alpha$	[°]	Úhel lomové roviny
$\theta$	[°]	Úhel řezu $\rho$ elementem. Jedná se o úhel mezi kladným směrem souřadné osy x a kladným směrem hlavní materiálové osy 1
$\sigma_t$	[MPa]	normálové napětí ve směru kolmém k vláknům
$\tau_{tl}$	[MPa]	smykové napětí působící v rovině rovnoběžné s vlákny



$\tau_{tt}$	[MPa]	smykové působící kolmo v rovině kolmé k vláknům
$R_t^C$	[MPa]	Mezní záporná hodnota normálového napětí $\sigma.t$
$R_t^T$	[MPa]	Mezní kladná hodnota normálového napětí $\sigma.t$
$R_{t }$	[MPa]	Mezní hodnota smykového napětí $\tau.tl$
$R_{tt}$	[MPa]	Mezní hodnota smykového napětí $\tau.tt$
$R_t^{AC}$	[MPa]	Mezní záporná hodnota normálového napětí $\sigma.t$ v akční rovině A
$R_t^{AT}$	[MPa]	Mezní kladná hodnota normálového napětí $\sigma.t$ v akční rovině A
$R_{t }^A$	[MPa]	Mezní hodnota smykového napětí $\tau.tl$ v akční rovině A
$R_{tt}^A$	[MPa]	Mezní hodnota smykového napětí $\tau.tt$ v akční rovině A
$\sigma_n$	[MPa]	normálové napětí působící kolmo k akční rovině
$\tau_{nl}$	[MPa]	smykové napětí působící v akční rovině ve směru vláken
$\tau_{nt}$	[MPa]	smykové působící v akční rovině kolmo k vláknům
$f_S$	[-]	Faktor protažení napětí ("Stretch Factor")
$f_E$	[-]	Reciproká hodnota faktoru protažení napětí ("Factor of Exposure")
$p_{tt}^t$	[-]	Sklon tečny k lomové ploše pro kladnou hodnotu normálového napětí v místě průniku lomové plochy s osou $\tau.tt$
$p_{tt}^c$	[-]	Sklon tečny k lomové ploše pro zápornou hodnotu normálového napětí v místě průniku lomové plochy s osou $\tau.tt$
$p_{t }^t$	[-]	Sklon tečny k lomové ploše pro kladnou hodnotu normálového napětí v místě průniku lomové plochy s osou $\tau.tl$
$p_{t }^c$	[-]	Sklon tečny k lomové ploše pro zápornou hodnotu normálového napětí v místě průniku lomové plochy s osou $\tau.tl$
$\Delta r_j$	[-]	Faktor relativní redukce odpovídající elastické konstanty materiálu
FI	[-]	Index porušení ("Failure index")
FI <sub>m</sub>	[-]	Index porušení při poškození matrice
FI <sub>mc</sub>	[-]	Index porušení při poškození matrice v tlaku
FI <sub>f</sub>	[-]	Index porušení při poškození vláken
LVVÚ		Liniové výsledné vnitřní účinky