Vítězslav Král
25 let teorie strun: výsledky a naděje

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 43 (1998), No. 1, 48--59

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138475

25 let teorie strun: výsledky a naděje

Vítězslav Král

1. Úvod

Teorie strun se začala rozvíjet v 70. letech. Při její formulaci [1] se objevily překvapující souvislosti s jinými partiemi fyziky [1]. Především se ukázalo, že při kvantování struny dostaneme spektrum, které bylo známo v hadronové fyzice již delší dobu, totiž spektrum Venezianova modelu. Dále se zjistilo, že lze přirozeným způsobem zavést interakci mezi strunami tak, že výsledná rozptylová amplituda je totožná s amplitudou Venezianova modelu [2, 3].

Kromě toho se studovalo spojení teorie strun s teorií elementárních částic, kterou je kvantová chromodynamika jako teorie silných interakcí a teorie Weinberga–Salama–Glashowa elektroslabých interakcí [5, 6]. Zájem o teorii strun v teorii silných interakcí nepominul ani po přijetí kvarkového modelu: strunový obraz zde představuje jistou aproximaci kvantové chromodynamiky: strunu v teorii silných interakcí je možné si představit jako gluonovou trubici spojující kvarky na svých koncích. (Tak např. z rozměru pionu lze odvodit napětí této struny.) Tyto krátce načrtnuté souvislosti teorie strun a modelů hadronové fyziky, ať jde o kvarkový model nebo dřívější modely založené na Heisenbergově teorii matice rozptylu, ukazují na základní motivace, v jejichž rámci teorie strun vznikla.

Jedním z ústředních pojmů fyziky — klasické nebo kvantové — je pojem hmotného bodu. Hmotným bodem obvykle rozumíme idealizovaný objekt, jehož hmota a ostatní atributy jsou soustředěny do jediného geometrického bodu prostoru. Dynamika hmotného bodu je dána v klasické mechanice Newtonovými rovnicemi, v relativistické mechanice jejich Einsteinovým zobecněním a v kvantové mechanice Schrödingerovou rovnicí. Trajektorie, kterou proběhne hmotný bod v prostoru, je křivka, jejíž každý bod lze charakterizovat vlastním časem τ. Představa trajektorií spojujících počáteční a konečný stav částice v prostoru se ukázala velmi užitečnou i při kvantování pomocí Feynmanova integrálu přes trajektorie.

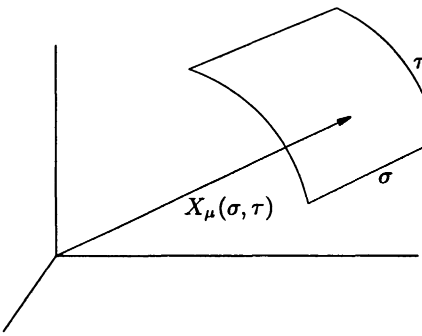
Snahou fyziků bylo zobecnit pojem hmotného bodu na objekt, který zaujímá v prostoru konečný objem. Ukazuje se, že je neobyčejně obtížné zformulovat relativistickou kvantovou teorii rozměrných elementárních objektů tak, aby vyhovovala obvyklým požadavkům příčinnosti a unitárnosti.

Nejjednodušším systémem je po bezrozměrné bodové částici jednorozměrný objekt. Takový jednorozměrný relativistický objekt, který se rozprostírá jako křivka v prostoru, je zvykem nazývat strunou. Trajektorie (světoplocha), kterou struna proběhne

---

Ing. Vítězslav Král, CSc. (1945), Dolní 12, 140 00 Praha 4.

v prostoročasu, je vykreslena na obr. 1. Dynamika struny je parametrizována vlastním časem τ, stejně jako v případě bodové částice, a dále proměnnou σ charakterizující polohu na křivce znázorňující strunu. Matematicky je tedy struna popsána funkcemi $X^{\mu}(\sigma,\tau)$, kde $\mu = 1, 2, \ldots, D$ (D je dimenze prostoročasu).



Obr. 1. Světoplocha, kterou „zamete" otevřená struna v prostoročase.

Kvantovou mechaniku struny lze ovšem zformulovat, jak povíme dále, jen za cenu dodatečných omezujících podmínek. Tyto podmínky vedou k omezení dimenze prostoročasu, ve kterém je kvantová teorie bosonové struny konzistentní: musí být rovna $D = 26$. V 5. kapitole se dále zmíníme o supersymetrické formulaci teorie strun, která odstraňuje některé nedostatky teorie bosonové struny. Ukazuje se, že kvantová teorie superstrun může existovat pouze v prostoročasu dimenze $D = 10$.

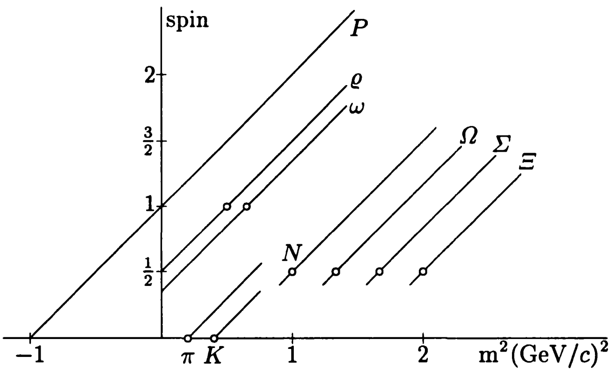
Tato teorie superstrun byla v 80. letech hlavním kandidátem na zobecnění standardního modelu, na tzv. teorii všeho (TOE — Theory of Everything), tedy na sjednocení všech fundamentálních interakcí — slabé, elektromagnetické, silné a gravitační [9].

Jak jsme již uvedli, teorie strun byla zformulována v 70. letech. V letech 1986 až 1987 byla k 15. výročí publikována řada přehledů, které shrnovaly dosažené výsledky, viz např. [2]. Tyto články byly psány zejména s důrazem postihnout naděje, které byly vkládány do tohoto oboru teoretické fyziky, a to zvláště v souvislosti se snahou o sjednocení interakcí a rozšíření standardního modelu. Náš článek dělí od těchto přehledů zhruba 10 let. Jeho cílem je nastínit, jakým směrem se ubíral vývoj tohoto oboru a při příležitosti 25. výročí teorie strun ukázat na současné stadium, dosažené výsledky i další perspektivy.

2. Silné interakce a teorie strun

V šedesátých letech, po neúspěchu kvantově polní teorie (mezon-nukleonové teorie) silných interakcí, bylo navrženo využít výsledků teorie matice rozptylu (navržené Heisenbergem roku 1943 a nazvané S–maticí) a vytvořit tak teorii hadronů nezávislou na lagrangeovské formulaci. Nebyly zavedeny lagrangiány, pouze byly postulovány vlastnosti matice rozptylu, a to zejména její unitarita, křížová symetrie a analytické vlastnosti, které byly potvrzeny úspěchem tzv. disperzních relací [3]. Prubířským kamenem nové teorie se přitom ukázalo chování hadronových srážek při vysokých energiích.

Analytická teorie S–matice byla po celé desetiletí kandidátem na teorii silných interakcí. V této souvislosti připomeňme metodu Reggeho pólů [6], která předvídala chování hadronů za rozptylu při vysokých energiích. Reggeho trajektorie umožňovaly klasifikovat silně interagující částice a zároveň předpovídaly asymptotické chování v oblasti vysokých energií (ve zkříženém kanálu). Z experimentů víme, že grafy závislosti spinů částic a rezonancí na jejich klidové hmotnosti — Reggeho trajektorie — jsou přímky (obr. 2).



Obr. 2. Reggeho trajektorie některých silně interagujících částic.

Další vývoj teorie se ubíral tak, že byly navrženy modelové amplitudy, které měly popisovat toto chování. Dominantní roli mezi těmito amplitudami sehrála Venezianova amplituda. Venezianův model předpokládá, že šířky rezonancí jsou nulové a Reggeho trajektorie jsou přímky [4]. Hodnoty klidové energie na Reggeho trajektoriích, tj. průsečíky s celými nebo polocelými hodnotami spinu, pak udávají spektrum Venezianova modelu. Tato spektra představují možné klasifikační schéma pro silně interagující částice a rezonance.

Dříve než postoupíme dále, ilustrujme fitování experimentálních dat z rozptylových experimentů Reggeho trajektoriemi na případě $\pi\pi$–rozptylu. Data získaná při tomto experimentu lze fitovat pomocí jediné Reggeho trajektorie, a sice pomocí trajektorie mezonu ϱ. Z experimentu plyne $\alpha_\varrho(0) \approx \frac{1}{2}$ a dále pro směrnici trajektorie $\alpha'_\varrho(0) \approx 1/(2m_\varrho^2c^4) \approx 0{,}85\,\mathrm{GeV}^{-2}$.¹) Jak jsme již uvedli, šířky rezonancí jsou ve Venezianově modelu nulové a Reggeho trajektorie $\alpha(s)$ jsou přímky. Dále Venezianova amplituda rozptylu π–π je dána slavnou formulí [3]:

$$A(s,t) = \frac{\Gamma\big(-\alpha(s)\big)\Gamma\big(-\alpha(t)\big)}{\Gamma\big(-\alpha(s)-\alpha(t)\big)}, \tag{1}$$

¹) 1 elektronvolt je jednotka energie užívaná ve fyzice mikrosvěta, $1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$, $1\,\mathrm{GeV} = 10^9\,\mathrm{eV}$. Hmotnost m_ϱ je zde vyjádřena hodnotou klidové energie $m_\varrho c^2 = 0{,}77\,\mathrm{GeV}$. Pro srovnání hmotnost protonu odpovídá klidové energii 0,938 GeV.

kde Γ označuje speciální funkci gama, v jejímž argumentu stojí kvadráty čtyřhybností s, t v přímém a zkříženém kanálu srážky π–π. Z rozboru Venezianovy amplitudy, která je dána jedinou Reggeho trajektorií, pak plynou hmotnostní formule dobře odpovídající experimentu. Řada podobných ilustrací je podrobně popsána v knize [4].

Obraťme nyní krátce pozornost k pojmu duality, který stál u zrodu duálních rezonančních modelů. Pojem duálnosti vznikl při studiu tzv. sumačních pravidel při konečné energii, které jsou důsledkem analytičnosti amplitudy rozptylu v oblasti vysokých energií [3]. Tato sumační pravidla lze chápat jako vztahy mezi částmi amplitudy rozptylu v oblasti vysokých a nízkých energií. V oblasti vysokých energií je amplituda dána příspěvkem od Reggeho pólů, zatímco v oblasti nízkých energií je amplituda dána příspěvkem od rezonancí ve zkříženém kanálu. Celková amplituda je potom dána buď rezonancemi v s-kanálu nebo Reggeho póly v t-kanálu. Než byla objevena sumační pravidla při konečné energii, bylo zvykem psát v tzv. interferenčním modelu [4],

$$A = A_{\rm res} + A_{\rm Regge}.$$

Jinými slovy, amplituda byla součtem jednak příspěvků od rezonancí v přímém kanálu, který popisuje chování v oblasti nízkých energií, jednak Reggeho příspěvkem, který popisuje chování při vysokých energiích (obr. 3). Sumační pravidla při konečné energii pak vyjadřují skutečnost, že ustředněný příspěvek od rezonancí je roven příspěvku od Reggeho pólů. Pod duálností potom chápeme

$$A \approx A_{\rm res} \approx A_{\rm Regge}.$$

Amplituda je tedy dána buď sumou od rezonancí v přímém kanálu nebo příspěvkem od Reggeho pólů ve zkříženém kanálu. Jednou z možných realizací vztahu duálnosti je právě Venezianův model.

Protože se ukázalo, že spektrum Venezianova modelu je identické se spektrem kvantovaného lineárního objektu — struny [1, 2, 3], přejděme ke studiu nejprve klasického a potom kvantového popisu struny.[2])

3. Klasický popis volné bosonové struny

Klasický popis dynamiky struny vychází ze zobecnění popisu volné relativistické částice o klidové hmotnosti m_0 v Minkowského prostoročase ($D = 4$). Příslušná akce je (viz např. [8]):

$$S = -m_0c^2 \int_1^2 \mathrm{d}s = -m_0c^2 \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sqrt{\left(-\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau}\frac{\mathrm{d}x_\mu}{\mathrm{d}\tau}\right)}\,\mathrm{d}\tau, \tag{2}$$

kde τ je vlastní čas částice a sčítá se přes μ. Pro zobecnění na strunu je důležité, že tato akce je úměrná délce (relativistickému intervalu) světočáry částice, a proto je

[2]) Spektrum rezonančních stavů Venezianova modelu lze totiž obdržet aplikací operátorů kreace a anihilace, které splňují komutační relace:

$$[a_m^\mu, a_n^{\nu+}] = -g^{\mu\nu}\delta_{mn},$$

kde $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$; $m, n = 0, 1, 2, \ldots$ a tyto operátory lze ztotožnit s operátory kreace a anihilace normálních modů jednorozměrného kvantovaného objektu — relativistické struny.

parametrizačně invariantní, tj. invariantní vůči libovolné transformaci parametru τ. Hamiltonův variační princip $\delta S = 0$ pak vede na Eulerovy–Lagrangeovy rovnice, které jsou ekvivalentní pohybovým rovnicím klasické relativistické mechaniky.

Zobecnění akce (2) na případ struny poprvé provedl Nambu [1]. Ten postuloval, že akce struny je dána velikostí světoplochy, kterou struna „zamete" v D-rozměrném rozšíření Minkowského prostoročasu. Vnoření $X_\mu(\sigma,\tau)$ světoplochy do D-rozměrného prostoročasu je dáno zobrazením $(\sigma,\tau) \mapsto X_\mu(\sigma,\tau)$. Má-li prostoročas metriku[3]) $g_{\mu\nu}$, indukovaná metrika na vnořené ploše bude

$$h_{\alpha\beta} = g_{\mu\nu}\frac{\partial X^\mu}{\partial\xi^\alpha}\frac{\partial X^\nu}{\partial\xi^\beta}, \quad \text{tj.} \quad (h_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial X^\mu}{\partial\sigma}\dfrac{\partial X_\mu}{\partial\sigma}, & \dfrac{\partial X^\mu}{\partial\sigma}\dfrac{\partial X_\mu}{\partial\tau} \\ \dfrac{\partial X^\mu}{\partial\tau}\dfrac{\partial X_\mu}{\partial\sigma}, & \dfrac{\partial X^\mu}{\partial\tau}\dfrac{\partial X_\mu}{\partial\tau} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

S použitím Riemannovy míry určující velikost vnořené plochy

$$\mathrm{d}\Sigma = \sqrt{-\det(h_{\alpha\beta})}\,\mathrm{d}\sigma\,\mathrm{d}\tau \tag{4}$$

je akce struny podle Nambua a Gota dána vztahem

$$S = T\int \mathrm{d}\Sigma =$$
$$= \frac{1}{2\pi\alpha'}\int_{\tau_1}^{\tau_2}\mathrm{d}\tau\int_0^\pi \mathrm{d}\sigma\left\{\left[\frac{\partial X^\mu}{\partial\tau}\frac{\partial X_\mu}{\partial\sigma}\right]^2 - \left[\frac{\partial X^\mu}{\partial\sigma}\frac{\partial X_\mu}{\partial\sigma}\right]\left[\frac{\partial X^\mu}{\partial\tau}\frac{\partial X_\mu}{\partial\tau}\right]\right\}^{1/2}, \tag{5}$$

kde faktor $T = 1/2\pi\alpha'$ je „napětí" struny. Poznamenejme, že akce (6) je invariantní vůči libovolné reparametrizaci plochy.

Klasické pohybové rovnice struny lze nyní obdržet jako Eulerovy–Lagrangeovy rovnice příslušné k akci (6):

$$\frac{\partial^2 X_\mu}{\partial\tau^2} - \frac{\partial^2 X_\mu}{\partial\sigma^2} = 0, \tag{6}$$

kde $\mu = 1,2,\ldots,D$. Okrajové podmínky se volí buď pro uzavřenou, nebo otevřenou strunu. Pro otevřenou strunu jsou

$$\frac{\partial X_\mu}{\partial\sigma} = 0 \quad \text{pro} \quad \sigma = 0,\, \pi. \tag{7}$$

Pohybové rovnice struny stejně jako akce struny jsou invariantní vůči nefyzikálním transformacím — libovolným reparametrizacím proměnných σ,τ. Pro jednoznačné řešení pohybových rovnic (s okrajovými podmínkami) je proto nutné předepsat další podmínky fixující parametrizaci. Obvykle se volí

$$\frac{\partial X_\mu}{\partial\tau}\frac{\partial X^\mu}{\partial\sigma} = 0, \qquad \frac{\partial X_\mu}{\partial\tau}\frac{\partial X^\mu}{\partial\tau} + \frac{\partial X_\mu}{\partial\sigma}\frac{\partial X^\mu}{\partial\sigma} = 0. \tag{8}$$

[3]) Užíváme konvenci $g_{11} = \ldots = g_{D-1,D-1} = -1$, $g_{DD} = 1$.

Jde o postup analogický k fixaci kalibrace v elektrodynamice, v níž známe např. Lorentzovu nebo Coulombovu kalibraci. O roli těchto dodatečných podmínek neboli vazeb se ještě zmíníme při popisu kvantování bosonové struny.

Klasické řešení rovnic (6)–(8) otevřené struny se obvykle zapisuje v obecném tvaru superpozice nekonečného počtu modů — harmonických oscilátorů [11, 12]:

$$X^\mu(\sigma,\tau) = q^\mu + 2\alpha' p^\mu \tau + \sqrt{2\alpha'} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\sigma}{\sqrt{n}} \left(\alpha_n^\mu \mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\tau} + \alpha_n^{\mu *} \mathrm{e}^{\mathrm{i}n\tau}\right). \tag{9}$$

4. Kvantová teorie volné bosonové struny

Hlavní problémy v teorii strun vznikají při kvantování. Přechod ke kvantové teorii lze provést pomocí několika metod. Při standardní metodě kanonického kvantování se Poissonovy závorky mezi proměnnými q^μ, p^μ a α_n^μ, $\alpha_n^{\mu *}$ nahradí komutátory

$$[q^\mu, p^\nu] = -\mathrm{i}\,\hbar g^{\mu\nu}, \quad [a_m^\mu, a_n^{\nu +}] = -g^{\mu\nu}\delta_{mn},$$

kde $m, n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Přitom je nutno vzít v úvahu vazbové podmínky a to lze provést dvěma způsoby.

V jedné metodě tzv. kovariantního kvantování se uvažují všechny proměnné struny, tj. všechny mody v rozvoji (9). Podobně jako v kvantové teorii pole se nejprve definuje základní stav — vakuum $|0\rangle$, který je anihilován všemi operátory a_n^μ,

$$a_n^\mu\,|0\rangle = 0.$$

Nad tímto základním stavem se pomocí kreačních operátorů $a_n^{\mu +}$ generuje Fokův prostor stavů struny s bází

$$\prod_{n=1}^{\infty} \prod_{\mu_n=1}^{D} (a_n^{\mu_n +})^{\lambda_{n,\mu_n}}\,|0\rangle\,, \tag{10}$$

kde λ_{n,μ_n} značí počet excitací oscilátoru n, μ_n.

Ukazuje se, že kovariantní způsob kvantování struny vede k existenci stavů s negativní normou, tzv. duchů. Pro jejich eliminaci je nutné explicitně použít vazbové podmínky, kterým musí vyhovovat fyzikální stavy. V Diracově metodě kvantování systémů s vazbami [10] se vazby nejdříve vyjádří pomocí klasických veličin [11, 12]

$$l_n = \frac{1}{8\pi\alpha'} \int_{-\pi}^{+\pi} \mathrm{d}\sigma\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}n\sigma} \left(\frac{\partial X_\mu}{\partial\tau}\frac{\partial X^\mu}{\partial\tau} + \frac{\partial X_\mu}{\partial\sigma}\frac{\partial X^\mu}{\partial\sigma} \right). \tag{11}$$

Vazbové podmínky vyjadřující fixaci kalibrace jsou pak klasicky dány vztahy $l_n = 0$. Veličiny l_n mají současně smysl generátorů kalibrační grupy reparametrizací (konformní grupy).

Diracova metoda nás dále učí, že veličinám l_n je třeba přiřadit kvantové operátory L_n. Hamiltonián systému je pak prostě operátor $H = L_0$. Fyzikální stavy struny, tj. kvantové stavy bez duchů, jsou podle Diraca ty, které splňují vazbové podmínky:

$$(L_0 - 1)\,|\text{phys}\rangle = 0, \quad L_n\,|\text{phys}\rangle = 0; \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{12}$$

V základních pracích o teorii bosonové struny je ukázáno, že podmínky (12) lze splnit, jestliže dimenze prostoročasu je $D = 26$ (tzv. No-Ghost Theorem).

Významnou vlastností kvantových operátorů L_n konformní symetrie je, že generují Virasorovu algebru:

$$[L_n, L_m] = (n - m)L_{n+m} + \frac{D}{12}n(n^2 - 1)\delta_{m,-n}. \tag{13}$$

Druhou metodou kanonického kvantování bosonové struny je kvantování v ortogonální kalibraci [11, 12]. Je totiž možné fixovat kalibraci tak, že se omezíme pouze na 24 transverzální mody. Celá procedura není ovšem explicitně kovariantní. Její kovarianci je nutné dokázat, tj. dokázat, že operátory Poincaréovy algebry splňují správné komutační relace. Přitom se opět ukazuje, že kvantování v ortogonální kalibraci je kovariantní právě tehdy, je-li dimenze prostoročasu $D = 26$.

Kovariantní metoda kvantování pomocí harmonických oscilátorů je často uváděna v přehledech pro svou průzračnost vedoucí ke znázornění amplitud rozptylu pomocí Feynmanových diagramů. Takto lze např. odvodit (pomocí metody koherentních stavů), že amplituda procesu tachyon–tachyon je identická s Venezianovou amplitudou.

Na závěr této kapitoly se zmíníme o spektru volné bosonové struny [11, 12]. Spektrum struny obsahuje pouze transverzální mody. Označuje-li M hmotnostní operátor struny, pak pro základní stav platí $\alpha' M^2 c^2/\hbar^2 = -1$. Základním stavem je tedy „částice" s ryze imaginární klidovou hmotností — tachyon . To ovšem představuje — vedle dimenze $D = 26$ — jeden z hlavních nedostatků modelu. Prvním excitovaným stavem je nehmotná vektorová částice (se spinem 1) s 24 transverzálními mody. Důležitým se jeví další nehmotný excitovaný stav se spinem 2, který lze ztotožnit s gravitonem.

Prezentovali jsme kovariantní metodu kvantování bosonové struny, tj. pomocí harmonických oscilátorů. Zvláštní postavení má důležitá metoda kvantování pomocí funkcionálního integrálu, dobře známá z kvantové teorie pole. Nicméně metoda dráhového integrálu v teorii strun klade poměrně značné nároky na znalost moderní matematiky, zejména topologie. Za tuto cenu však poskytuje univerzální metodu kvantování, která je obzvlášť cenná pro svoji obecnost.

Kvantování pomocí dráhového integrálu je alternativní metoda kvantování oproti kanonickému kvantování. Jak známo, dynamika kvantového systému je plně popsána amplitudou

$$\langle q'', t \mid q', t' \rangle = \langle q'' \mid \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)H(t''-t')} \mid q' \rangle,$$

kde H je Hamiltonův operátor systému. Feynman ukázal [13], že amplitudu přechodu kvantové soustavy popsané klasicky Lagrangeovou funkcí L lze zapsat jako Feynmanův integrál přes trajektorie:

$$\langle q'', t'' \mid q', t' \rangle = N \int (\mathcal{D}q)\, \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/\hbar)\int_{t'}^{t''} \mathrm{d}t L(q,\dot{q})}.$$

V kvantové teorii pole je ústředním pojmem tohoto způsobu kvantování partiční funkce vyjádřená funkcionálním integrálem

$$Z = \int \mathcal{D}\psi \, \mathrm{e}^{-S[\psi]},$$

kde $S[\psi]$ je akce. Metoda kvantování pomocí funkcionálního integrálu se na rozdíl od metody kanonického kvantování ukazuje velmi užitečnou při kvantování kalibračních polí. Jak ukázal A. M. Polyakov v roce 1981 [14], je tato metoda účinná i při kvantování bosonové struny. Její obzvláštní výhodnost při výpočtu amplitudy (počínaje případem dvou uzavřených smyček) byla ukázána v pracích, které následovaly po průkopnické práci A. M. Polyakova.

Na místo akce Nambu–Gota (4) použil Polyakov pro akci bosonové struny výraz [14]:

$$S[X_\mu, h_{\alpha\beta}] = \frac{1}{2\alpha'} \int \mathrm{d}^2\xi \sqrt{h}\, h_{\alpha\beta} \frac{\partial X^\mu}{\partial \xi_\alpha} \frac{\partial X_\mu}{\partial \xi_\beta}.$$

Lze snadno ukázat, že akce (16) vede ke stejným pohybovým rovnicím jako akce (6). Připomeňme, že ξ_α značí parametry σ, τ, X_μ jsou souřadnice struny v D-rozměrném prostoročase a $h_{\alpha,\beta}$ je metrika na dvojrozměrné varietě vzniklé pohybem struny v prostoročase. V analogii s výrazem pro partiční funkci při Feynmanově kvantování se partiční funkce Polyakovova modelu zapíše jako funkcionální integrál přes všechna možná vnoření $X_\mu(\tau, \sigma)$ do D-dimenzionálního prostoročasu a přes všechny možné metriky:

$$Z = \int [\mathcal{D}h_{\alpha\beta}][\mathcal{D}X_\mu]\, \mathrm{e}^{S[X_\mu, h_{\alpha\beta}]}$$

Poněkud překvapivým výsledkem A. M. Polyakova je, že partiční funkci (17) lze dopočítat až do konce. V pracích [15, 16] pak bylo ukázáno, že výraz pro partiční funkci a amplitudu v Polyakovově modelu, tj. při kvantování pomocí dráhového integrálu, je identický s výsledkem získaným metodou kvantování pomocí harmonických oscilátorů (normálních modů). (Pro srovnání obou způsobů viz též knihu [11].)

5. Supersymetrická teorie strun

Pojem supersymetrie vznikl při pokusu sjednotit gravitační interakci s ostatními typy interakcí. Zatímco kalibračními grupami pro tyto ostatní interakce — slabé, silné a elektromagnetické — jsou (kompaktní) grupy vnitřní symetrie, je kalibrační grupou gravitační interakce geometrická Lorentzova grupa transformací prostoročasu. Ukázalo se, že sjednotit netriviálním způsobem tuto grupu s grupami vnitřní symetrie není možné.

V roce 1973 však byly objeveny zobecněné grupy, jejichž algebry infinitesimálních transformací obsahují jak komutační, tak antikomutační relace mezi generátory. Tyto algebry byly nazvány superalgebrami nebo také Z_2-graduovanými algebrami (viz např. [18]). Tak např. Poincaréova superalgebra obsahuje generátory Lorentzových transformací a translací prostoročasu $M_{\mu\nu}$, P_μ a dále generátory Q_α takové, že mezi sebou splňují komutační $[.,.]$ a antikomutační $\{.,.\}$ relace

$$\begin{aligned}
[M_{\mu\nu}, M_{\varrho\sigma}] &= \mathrm{i}g_{\nu\varrho}M_{\mu\sigma} + \mathrm{i}g_{\mu\sigma}M_{\nu\varrho} - \mathrm{i}g_{\mu\varrho}M_{\nu\sigma} - \mathrm{i}g_{\nu\sigma}M_{\mu\varrho}, \\
[M_{\mu\nu}, P_\varrho] &= \mathrm{i}g_{\nu\varrho}P_\mu - \mathrm{i}g_{\mu\varrho}P_\nu, \\
[P_\mu, P_\nu] &= 0, \\
[M_{\mu\nu}, Q_\alpha] &= -\tfrac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_\beta, \\
[P_\mu, Q_\alpha] &= 0, \\
\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} &= -2(\gamma^\mu)_{\alpha\beta}P_\mu,
\end{aligned}$$

kde γ_μ jsou Diracovy matice, $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ a $\bar{Q} = Q^+\gamma_0$.

Operátory Q_α transformují fermiony na bosony a naopak. Provedeme-li reprezentaci supersymetrie v prostoru polí, obdržíme jak stavy, které lze ztotožnit s fermiony, tak stavy bosonové. Tím získáme obecnou teorii, která spojuje fermiony a bosony supersymetrickým způsobem.

Supersymetrie tak poskytuje jednotící rámec pro diskusi bosonů a fermionů. Jako kvantová symetrie předpovídá stejné hmotnosti pro fermiony a bosony v jednom supermultipletu. Experimentálně se však nepozorují bosony a fermiony stejných hmotností. Abychom obdrželi rozdíly hmotností pozorované v experimentech, je nutné aplikovat princip spontánního narušení supersymetrie.

Vraťme se nyní k teorii strun a zobecnění pojmu struny na strunu fermionovou neboli superstrunu. Míníme tím objekt, kde k proměnné $X_\mu(\sigma, \tau)$ přiřadíme další, spinorovou proměnnou. Opět, podobně jako v případě bosonové struny, lze napsat příslušnou akci a z ní odvodit pohybové rovnice superstruny. Tento přechod je poměrně složitý a nepřehledný [11, 12]. Poznamenejme, že stejně jako v případě bosonové struny lze rozvést proměnnou superstruny do normálních modů. Musíme mít ovšem na paměti, že kvantování vede vedle bosonových i na fermionové operátory kreace a anihilace splňující antikomutační relace známé z kvantové teorie pole,

$$\{d_m^\mu, d_n^{\nu+}\} = -g^{\mu\nu}\delta_{m,n}.$$

Ve Fokově prostoru se opět vyskytují stavy se zápornou normou — duchy. Jejich eliminace se provádí pomocí podmínek zahrnujících operátory L_n, F_n, G_n, které tvoří supersymetrické rozšíření Virasorovy algebry — tzv. super-Virasorovu algebru [11, 12]. Ukazuje se, že tyto podmínky vedou na několik konzistentních superstrunových modelů, v nichž je odstraněn hlavní nedostatek bosonové struny — tachyon jako základní stav, a že dimenze prostoročasu, v němž lze tyto modely realizovat, je také nižší, $D = 10$.

6. Závěr

Teorií, která uspokojivě popisuje všechny experimentální výsledky ve fyzice elementárních částic, je standardní model [5, 6]. Tato teorie je založena na lokální kvantové teorii pole sjednocující principy speciální teorie relativity a kvantové teorie. Elementární částice v ní vystupují jako bodové objekty.

Gravitační síly mezi elementárními částicemi nejsou ve standardním modelu uvažovány, neboť jsou při dostupných energiích zanedbatelné. Dosavadní zkoumání se zdá rovněž ukazovat na to, že rámec kvantové teorie pole neumožňuje vytvoření konzistentní kvantové teorie gravitace, která by popisovala elementární částice jako bodové objekty.

Kvantování Einsteinovy teorie gravitace, tedy obecné teorie relativity patří proto mezi hlavní naděje vkládané do teorie strun. Viděli jsme, že ve spektru excitací struny lze identifikovat graviton — částici zprostředkující gravitační interakci. Kromě toho bylo ukázáno, že obecná teorie relativity se dostane jako nízkoenergetická aproximace teorie strun, resp. superstrun.

Různé kvantové excitace v teorii superstrun — normální mody superstruny — se interpretují jako spektrum elementárních částic. Tyto excitace mohou být „rotační", „vibrační", dále „vnitřních" stupňů volnosti (vnitřní grupa symetrie, supersymetrie). V tomto smyslu teorie superstrun automaticky generuje všechny součásti, které jsou nutné jako stavební prvky standardního modelu.

Lze tedy shrnout, že předpoklad, že elementární objekty přírody nejsou bodové částice, ale struny, dovoluje vytvořit konzistentní kvantové teorie, které sjednocují všechny známé druhy sil — elektroslabé, silné a gravitační do jediné teorie. Teorie superstrun tak představuje jednotný přístup k bohatému světu elementárních částic a jejich interakcí.

Veličinou charakterizující fyzikální oblast, ve které očekáváme platnost všech sjednocených teorií zahrnujících gravitaci, je Planckova délka

$$l_P = \left(\frac{\hbar G}{c^3}\right)^{1/2} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-35}\,\mathrm{m}$$

a další odvozené veličiny — Planckova energie

$$E_P = \left(\frac{\hbar c^5}{G}\right)^{1/2} \approx 1{,}2 \cdot 10^{19}\,\mathrm{GeV}$$

a Planckova hmotnost

$$m_P = \left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2} \approx 2{,}2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{kg}.$$

Zde G značí gravitační konstantu $G \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$. V teorii strun se objevila nová ***fundamentální konstanta*** α', jejíž rozměr je kvadrát délky.[4]) Tato konstanta určuje „napětí" struny a má řádovou velikost

$$\sqrt{\alpha'} \approx 10^{-34}\,\mathrm{m} \geqq l_P.$$

[4]) Veličiny E rozměru energie lze v relativistické kvantové teorii přepočítat na délkové veličiny l na základě převodu $E = mc^2 \to l = \hbar/mc$, tj. $E = mc^2 = (mc/\hbar)\hbar c = \hbar c/l$. V odborné literatuře se pokládá $\hbar = c = 1$, a tedy $E = 1/l$ $[\mathrm{m}^{-1}]$. Hodnota konstanty $\alpha'_\varrho(0)^{1/2} \approx 0{,}85\,\mathrm{GeV}^{-2}$ v silných interakcích tak odpovídá charakteristickému rozměru hadronů $2 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{m}$.

Vzhledem k nesmírné velikosti Planckovy energie E_P lze sotva očekávat bezprostřední návaznost teoretických výsledků na urychlovačové experimenty. Jak poznamenal Edward Witten, jeden z hlavních tvůrců teorie superstrun, situace však nemusí být tak zoufalá: víme, že i z obecné teorie relativity vyplývaly různé předpovědi, jejichž ověření bylo v oné době beznadějným úkolem. Později však byly objeveny např. předpovězené neutronové hvězdy a pro černé díry a gravitační vlny existují více či méně pádné důkazy existence.

V současné době jsou studovány vztahy fyzikální ekvivalence mezi různými modely superstrun. Různé typy ekvivalencí nesou názvy T-dualita, S-dualita apod. Dualitami se zde nyní rozumějí nové typy symetrií sjednocujících různé teorie, které sice mohou mít velice odlišnou formu, avšak vedou ke stejným fyzikálním výsledkům [17, 19, 20, 21]. Může jít například o ztotožnění nízkoenergetických limit dvou teorií s výměnou slabé a silné vazby.

Jeden typ duality si můžeme osvětlit na příkladě elektromagnetismu. Jestliže zaměníme v Maxwellových rovnicích elektrické a magnetické veličiny, obdržíme odlišnou teorii, která však vede ke stejným výsledkům. Tato záměna přitom požaduje hypotézu existence magnetického monopólu, který je duální vůči elektrickému náboji.

Dalším typem duality je vzájemná záměna elementárních a složených částic. Jestliže např. považujeme kvarky v kvantové chromodynamice za elementární a solitony studované od roku 1974 't Hooftem a Polyakovem za složené částice, obdržíme jednu teorii. Stejné fyzikální důsledky však obdržíme, považujeme-li solitony vybavené magnetickým nábojem — monopólem — za elementární a kvarky za složené z monopólů.

S dualitou je spojen také další pojem: univerzální délka, kterou lze rozlišit. Představme si, že prostoročas je v jedné ze svých dimenzí popsán kružnicí o obvodu $2\pi R$. Tato kružnice je duální kružnici o poloměru α'/R, kde α' je fundamentální konstanta charakterizující „napětí" struny. Pro velmi velké hodnoty R to pak znamená, že pojem „velká" vzdálenost je z hlediska duality nerozlišitelný od pojmu „malá" vzdálenost a navíc existuje minimální délka daná rovností obou poloměrů: poloměr R kompaktifikované dimenze prostoročasu pak nemůže poklesnout pod hodnotu $\sqrt{\alpha'}$ [19].

Současné intenzivní studium strunových dualit se zdá ukazovat na to, že všechny konzistentní i velice odlišné teorie superstrun odpovídají různým vakuovým stavům jediné teorie, která je pracovně nazývána M-teorie.[5]) Jsou důvody očekávat, že taková společná neznámá kvantová M-teorie bude realizována ve vyšší dimenzi, např. $D = 11$ a že různé 10-rozměrné modely superstrun jsou vlastně jejími aproximacemi.

Ve 20. století došlo ve fyzice ke dvěma velkým revolucím spojeným s teorií relativity a kvantovou teorií. Obě představovaly obrovské pojmové změny fyzikálního myšlení. V obou případech se nové teorie totálně odlišovaly od klasických ve svých základních nástrojích a pojmech, avšak za jistých podmínek přecházely ve staré teorie. Teorie superstrun je radikálně nová ve svých základech, nicméně se při nízkých energiích redukuje na dnes známé teorie. Jsme na počátku třetí velké revoluce? V každém případě se zdá, že teorie superstrun hluboce ovlivní naše představy o fyzikálním světě.

[5]) Podle hledisek autorů z anglických slov *membrane*, *mother*, *mystery*, *magic* apod.

Poděkování. Autor děkuje za cenné rady a připomínky prof. ing. J. Tolarovi, DrSc., a ing. M. Bednářovi, CSc. S přípravou rukopisu pomohl ing. V. Jásenský.

Literatura

[1] Y. NAMBU: *Proc. Int. Conf. on Symmetries and Quark Model.* Wayne State Univ. 1969.
[2] *Superstrings: The First Fifteen Years* (ed. J. H. Schwartz). World Scientific, Singapore 1985.
M. B. GREEN: Scientific American (Sept. 1986), 48.
J. H. SCHWARTZ: *Superstrings.* Phys. Today (Nov. 1987), 33.
B. M. BARBASHOV, V. V. NESTERENKO: *Introduction to the Relativistic String Theory.* World Scientific, Singapore 1990.
[3] V. P. ŠELEST, G. M. ZINOVJEV, V. A. MIRANSKIJ: *Modeli silnovzaimodejstvujuščich častic.* Moskva 1975.
[4] V. DE ALFARO, S. FUBINI, G. FURLAN, C. ROSSETTI: *Currents in Hadron Physics.* North-Holland, Amsterdam 1973.
[5] F. HALZEN, A. MARTIN: *Quarks and Leptons.* John Wiley, New York 1986.
[6] J. FISCHER: *Průhledy do mikrokosmu.* Mladá fronta, Praha 1986.
J. CHUDOBA, R. LEITNER, M. SUK: Pokroky matematiky, fyziky a astronomie *40* (1995), 264.
L. LEDERMANN: Pokroky matematiky, fyziky a astronomie *34* (1989), 12.
[7] S. C. FRAUTSCHI: *Regge Poles and S-Matrix Theory.* W. A. Benjamin, New York 1963.
[8] V. VOTRUBA: *Základy speciální teorie relativity.* Academia, Praha 1969.
[9] J. D. BARROW: *Teorie všeho.* Mladá fronta, Praha 1996.
[10] P. A. M. DIRAC: Can. J. Phys. *2* (1950), 129.
[11] M. KAKU: *Introduction to Superstrings.* Springer-Verlag, New York 1988.
[12] M. B. GREEN, J. H. SCHWARZ, E. WITTEN: *Superstring Theory, Vol. 1, 2.* Cambridge University Press, Cambridge 1989.
[13] R. P. FEYNMAN: *Statistical Mechanics.* W. A. Benjamin, New York 1972.
[14] A. M. POLYAKOV: Phys. Lett. *103B* (1981), 207.
[15] A. COHEN, G. MOORE, P. NELSON, J. POLCHINSKI: Nucl. Phys. *B367* (1986), 143.
[16] J. POLCHINSKI: Commun. Math. Phys. *104* (1986), 37.
[17] P. HOŘAVA, E. WITTEN: Nucl. Phys. *B460* (1996), 506.
[18] P. WEST: *Introduction to Supersymmetry and Supergravity.* World Scientific, Singapore 1986.
[19] E. WITTEN: Phys. Today (Apr. 1996), 24; (May 1997), 28.
[20] J. POLCHINSKI: *What is string theory?* Les Houches 1994 (hep-th/9411028).
[21] C. KLIMČÍK: *Aspekty klasické, kvantové a strunové geometrie prostoročasu.* DrSc. disertace, Universita Karlova, Praha 1996.