

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství



Bakalářská práce

**Optimalizace dopravních tras s časovými okny pro
rozvoz textilního zboží**

Petr Sedláček

© 2022 ČZU v Praze

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Petr Sedláček

Systemové inženýrství

Název práce

Optimalizace dopravních tras s časovými okny pro rozvoz textilního zboží

Název anglicky

Optimization of transport routes with time windows for textile goods delivery

Cíle práce

Cílem bakalářské práce je optimalizace dopravní trasy v malé dopravní firmě rozvázející matrace po České republice a Slovensku. Vypočtená trasa bude porovnána s trasou, kterou firma skutečně využívala a získané výsledky budou vyhodnoceny.

Metodika

Bakalářská práce byla rozdělena do dvou částí. Na část teoretickou a praktickou.

Teoretická část se věnuje nastudované literatuře. Je zde vysvětlena problematika logistiky, operačního výzkumu a okružně dopravního problému s časovými okny.

Praktická část se věnuje samotnému výpočtu optimální dopravní trasy. Jsou zde využity získané informace z firmy rozvázející matrace. Z těchto dat je proveden výpočet pomocí kvantitativních metod s programem OpenSolver. Na závěr je provedeno porovnání mezi vypočtenou optimální trasou a trasou užívanou dopravcem.

Doporučený rozsah práce

30-40

Klíčová slova

optimalizace, doprava, okružní dopravní problém, operační výzkum, optimalizace tras, model, časová okna, firma

Doporučené zdroje informací

FIALA, P. *Operační výzkum : nové trendy*. Praha: Professional Publishing, 2010. ISBN 978-80-7431-036-2.

JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum : kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.

SIXTA, J. – MAČÁT, V. *Logistika : teorie a praxe*. Brno: CP Books, 2005. ISBN 80-251-0573-3.

ŠUBRT, T. *Ekonomicko-matematické metody*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, s.r.o., 2015. ISBN 978-80-7380-563-0.

Předběžný termín obhajoby

2021/22 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Robert Hlavatý, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 24. 11. 2021

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 25. 11. 2021

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 15. 03. 2022

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Optimalizace dopravních tras s časovými okny pro rozvoz textilního zboží" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 15.3.2022

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu bakalářské práce Ing. Robertu Hlavatému, Ph.D. za cenné rady, trpělivost a za čas, který této práci věnoval.

Dále bych chtěl poděkovat firmě Fejfarovi s.r.o. za poskytnutí dat a ochotu při jejich získávání.

Optimalizace dopravních tras s časovými okny pro rozvoz textilního zboží

Abstrakt

Bakalářská práce se věnuje optimalizaci dopravní trasy pomocí statické úlohy obchodního cestujícího s časovými okny. Firma, pro kterou je optimalizace prováděna, je malá rodinná firma Fejfarovi s.r.o., která vlastní několik nákladních automobilů a dodávek. Práce byla rozdělena na dvě hlavní části: teoretickou a praktickou.

V teoretické části je nejprve představen vývoj a cíle logistiky, operační výzkum a jeho možnosti užití, a zejména úloha obchodního cestujícího. Nakonec je představen doplněk OpenSolver, nezbytný nástroj pro výpočet optimalizace.

V praktické části je představena firma, která poskytla potřebná vstupní data. Získaná data jsou analyzována pomocí ekonomického a matematického modelu. Následně je provedena samotná optimalizace trasy pomocí statické úlohy obchodního cestujícího s časovými okny, která byly představeny v teoretické části práce.

V závěru práce je porovnána dosavadní trasa firmy s výslednou optimalizací a je provedeno ekonomické zhodnocení dopravní trasy při využití optimalizace.

Klíčová slova: optimalizace, doprava, okružní dopravní problém, operační výzkum, optimalizace tras, model, časová okna, firma

Optimization of transport routes with time windows for textile goods delivery

Abstract

The bachelor's thesis deals with the optimization of the transport route using the static task of a business traveler with time windows. The company for which it is carried out is a small family company Fejfarovi s.r.o., which owns several trucks and vans. The thesis was divided into two main parts: theoretical and practical.

The theoretical part presents development and goals of logistics at first, operational research and possibilities of application, and especially the task of a business traveler. Finally, the OpenSolver add-on is introduced, necessary tool for calculating optimization.

The practical part introduces the company that provided the necessary input data for route optimization. Given data are analyze with economic and mathematical models. Consequently the optimization itself is performed using the static task of a business traveler with time windows, which was introduced in the theoretical part of the work.

At the end of the thesis, the current use of the company's route is compared with the resulting optimization and an economic evaluation of transport route using the optimized route is performed.

Keywords: optimization, transport, circular transport problem, operational research, route optimization, model, time windows, company

Obsah

1 Úvod.....	5
2 Cíl práce a metodika	6
2.1 Cíl práce	6
2.2 Metodika	6
3 Teoretická část.....	7
3.1 Logistika.....	7
3.1.1 Vývoj logistiky	7
3.1.2 Definice logistiky.....	8
3.1.3 Cíle logistiky	9
3.1.4 Využití dronů v logistice.....	10
3.2 Operační výzkum	10
3.2.1 Počátky operačního výzkumu	10
3.2.2 Aplikace	10
3.2.3 Klasifikace disciplín	12
3.3 Okružní dopravní problém	14
3.3.1 Statická úloha obchodního cestujícího	15
3.3.2 Dynamická úloha obchodního cestujícího.....	16
3.3.3 Statická úloha obchodního cestujícího s časovými okny.....	16
3.3.4 Úloha s čekáním vozidla před jeho obsluhou	18
3.4 OpenSolver.....	18
3.4.1 Vlastní práce v OpenSolver	19
4 Vlastní práce.....	20
4.1 Představení Fejfarovi s.r.o.....	20
4.2 Definice problému.....	20
4.3 Ekonomický model	20
4.4 Matematický model.....	21
4.5 Výpočet modelu	23
4.5.1 Posunutí doby odjezdu.....	24
4.5.2 Zpoždění 10 minut při posunutém odjezdu	25
5 Výsledky a diskuse	27
6 Závěr.....	30
7 Seznam použitých zdrojů	31
8 Přílohy	33

Seznam obrázků

Obrázek 1: Příklad části logistického řetězce ve výrobě a oběhu – vlastní zpracování (Sixta, 2005).....	7
Obrázek 2: Cíle podnikové logistiky (Sixta, 2005)	9
Obrázek 3:Fáze při aplikaci operačního výzkumu (Jablonský, 2002).....	11
Obrázek 4: Schéma zásobovacího procesu (Fábry, 2011)	13
Obrázek 5: OpenSolver menu – vlastní zpracování.....	19
Obrázek 6: Zvýraznění modelu v OpenSolveru – vlastní zpracování	19
Obrázek 7: Vypočtená trasa – vlastní zpracování (mapy.cz).....	24

Seznam tabulek

Tabulka 1: Tabulky s adresami zastávek – vlastní zpracování	21
Tabulka 2: Matice vzdáleností v hodinách – vlastní zpracování	22
Tabulka 3: Časová okna včetně doby obslužení – vlastní zpracování.....	22
Tabulka 4: Výsledná trasa – vlastní zpracování	23
Tabulka 5: Upravené hodnoty časových oken – vlastní zpracování.....	24
Tabulka 6: Vypočtené časy příjezdů a odjezdů po úpravě doby startu – vlastní zpracování	25
Tabulka 7: Upravená hodnota obsluhy – vlastní zpracování	26
Tabulka 8: Výsledná tabulka při zpoždění a odloženým odjezdem	26
Tabulka 9: Porovnání používané trasy s nově vypočtenými – vlastní zpracování	27
Tabulka 10: Porovnání celkové doby a vzdálenosti u vypočtených tras – vlastní zpracování	28

1 Úvod

V současném světě globalizace je doprava nezbytnou částí snad jakékoliv obchodní činnosti. Žijeme totiž v době, kdy téměř u každého výrobku, produktu či zboží se část vyrobí nebo dováží z jiného státu či dokonce z jiného kontinentu. Díky této skutečnosti jsou podniky nuceny klást vysoký důraz na logistické procesy, díky kterým zvládají úspěšně zásobit trh a uspokojit přání zákazníků, při co nejefektivnějším ekonomickém hospodaření a maximalizace zisku.

K analýze stávajících procesů a plánování jejich zefektivnění využívají programy, které se zabývají dopravními trasami, optimalizují je pro co nejnižší náklady nejen na dopravu, ale i na skladování. Náklady související se skladováním zboží totiž v dnešní době mohou představovat značnou část výdajů firmy s ohledem na obrátkovost a rostoucí ceny energií.

Programy optimalizace využívají matematické modely a metody operačního výzkumu, přičemž nejvíce se na tento typ úlohy hodí metoda obchodního cestujícího rozšířená o časová okna. V této úloze se vychází z předpokladu, že je nutné projet všechny body trasy jednou, v předem stanoveném časovém okně a poté se vrátit zpět do výchozího bodu.

Zabývání se efektivní logistikou se proto jeví pro každou úspěšnou firmu jako potřebná součást plánování a řízení podniku, včetně sledování kontinuální optimalizace s ohledem na neustále se měnící podmínky na trhu pro zachování konkurenceschopnosti podniku.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem bakalářské práce je optimalizace dopravní trasy v malé dopravní firmě rozvážející matrace po České republice a Slovensku. Vypočtená trasa bude porovnána s trasou, kterou firma skutečně využívala a získané výsledky budou vyhodnoceny. Následně bude firmě doporučena případná úprava trasy.

2.2 Metodika

Teoretická část se věnuje zpracování poznatků z odborné literatury, která je uvedena na konci práce v použitých zdrojích. Představuje pojmy jako logistika, operační výzkum, okružní dopravní problém, ale i doplněk OpenSolver. V části o logistice jsou vysvětleny pojmy jako její vývoj, definice, hlavní cíle a využití v dnešní době. Dále je rozebrán operační výzkum od jeho prvopočátků, včetně vysvětlení jeho aplikace a představení jednotlivých disciplín. Následně je detailně popsána metoda obchodního cestujícího, i s jednotlivými vzorci nutnými pro výpočet. Popisována je verze jak statické úlohy, tak úlohy dynamické. Kromě toho je doplněna metoda obchodního cestujícího s časovými okny, kdy je nutné zastávku obsloužit v určitém časovém rozmezí. Je zde vysvětlen i postup při čekání před obsluhou zastávky v případě, že řidič přijede dřív, než se otevře časové okno. Závěr teoretické části se soustředí na doplněk OpenSolver vytvořený pro Excel, jeho vývojáře a rozhraní.

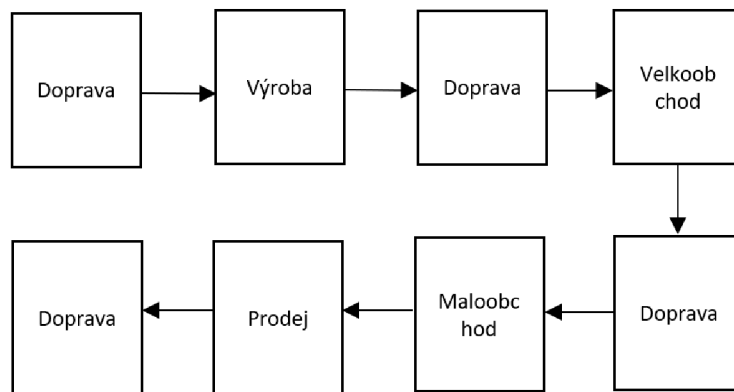
Praktická část začíná představením společnosti poskytující data pro výpočet. Následně je definován problém, podle kterého je sestaven ekonomický a matematický model. Následuje vlastní konstrukce modelu v Excelu a jeho výpočet. Celkem jsou provedeny tři výpočty. První se týká trasy na základě dat od dopravní firmy. Druhý výpočet se pokusí eliminovat případná zpoždění před obsluhou, která by mohla vzniknout. Eliminace se provede pomocí posunutí doby startu na dřívější termín nebo naopak na pozdější, . záleží na výsledcích z prvního výpočtu. V třetím výpočtu je vytvořeno fiktivní zpoždění a jeho následný vliv na celý výpočet. Zpoždění je vytvořeno pomocí prodloužení doby obsluhy zastávky.

Na konci této práce je zhodnocení dosažených výsledků a diskuse nad nimi. Kromě toho je sestaveno ekonomické shrnutí a jeho případné výhody pro firmu.

3 Teoretická část

3.1 Logistika

Logistika je věda zabývající se přepravou zboží, osob, ale i informací. Klade si za cíl v co nejkratším čase, a také na co nejmenším prostoru, přepravit požadované množství zboží či služeb, za co nejméně finančních či jiných prostředků. Logistický proces začíná již při získání počáteční suroviny a končí až uspokojením požadavků zákazníka.



Obrázek 1: Příklad části logistického řetězce ve výrobě a oběhu – vlastní zpracování (Sixta, 2005)

3.1.1 Vývoj logistiky

Slovo logistika je původem řecké slovo odvozené ze základu slova logos. V překladu se používalo jako praktické počítání s čísly na rozdíl od aritmetiky, která byla popisována spíše jako vědecká nauka o číslech. (Sixta, 2005)

Již během starověku byla logistika uplatňována při stavbě pyramid, kde bylo nutné zajistit obrovské množství materiálu, pracovní síly a také veškeré synchronizace.

Velký rozmach zažila logistika od 9. století, kdy začala být uplatňována ve vojenství. Bylo nutné během válečných tažení zajistit dostatečné množství jídla, střeliva a vojenského vybavení. Při válečném tažení bylo nutné vše naplánovat včetně koordinovaného pohybu celého vojska a jejich zásobování. (Drahotský, 2003)

Za dobu maximálního rozšíření je považována doba kolem 2. světové války, kde bylo využito maximální nasazení ve všech odvětvích, včetně ostatních sfér jako hospodářství a průmysl.

Po druhé světové válce dělíme vývoj logistiky do 4 hlavních období (Sixta, 2005):

- do roku 1950,
- do roku 1970,
- do roku 1985 a

- do současnosti.

Do roku 1950 nebyla logistika na takové úrovni jako v současnosti, a nepřinášela proto velké úspory jako nyní. Druhé období je často popisováno jako formování teorie a praxe logistiky.

Během třetího období byla logistika úspěšně zaváděna v USA a v Evropě. Během tohoto období bylo také zjištěno, že pokud nefunguje volný trh, tak bez plného fungování hodnotových vztahů, nemá logistika šanci na úspěch.

V současnosti se při logistice klade největší důraz na potřeby zákazníka a ekonomický pohled firmy na věc.

3.1.2 Definice logistiky

Definic pro logistiku je celá řada, ališí se nejen pohledem na ni, ale také dobou její publikace. Za první významnou definici je považována definice od americké logistické společnosti Council of logistic Managment ze začátku 60. let 20. století.

„Proces plánování, realizace a řízení účinného, nákladově úspěšného toku a skladování surovin, inventáře ve výrobě, hotových výrobků a příslušných informací z místa vzniku zboží na místo potřeby. Tyto činnosti mohou zahrnovat službu zákazníkovi, předpověď poptávky, distribuci informací, kontrolu zařízení, manipulaci s materiálem, vyřizování objednávek, alokaci pro zásobovací sklad, balení, dopravu, přepravu, skladování a prodej.“ (Sixta, 2005)

Mezi další významné definice se řadí definice od Evropské logistické asociace, která na rozdíl od americké upřednostňuje ekonomickou stránku.

„Organizace, plánování, řízení a výkon toků zboží vývojem a nákupem počínaje, výrobou a distribucí podle objednávky finálního zákazníka konče, tak aby byly splněny požadavky trhu při minimálních nákladech a minimálních kapitálových výdajích.“ (Sixta, 2005)

Poslední významná definice je od Josefa Sixty, spoluautora knihy Logistika: teorie a praxe, která je sestavena na základě získaných vědomostí a autorových zkušeností.

„Logistika je řízení materiálového, informačního i finančního toku s ohledem na včasné splnění požadavků finálního zákazníka a s ohledem na nutnou tvorbu zisku v celém toku materiálu. Při plnění potřeb finálního zákazníka napomáhá již při vývoji výrobku, výběru vhodného dodavatele, odpovídajícím způsobem řízení vlastní realizace potřeby zákazníka (při výrobě výrobku), vhodným přemístěním požadovaného výrobku k zákazníkovi

a v neposlední řadě i zajištěním likvidace morálně i fyzicky zastaralého výrobku.“ (Sixta, 2005)

3.1.3 Cíle logistiky

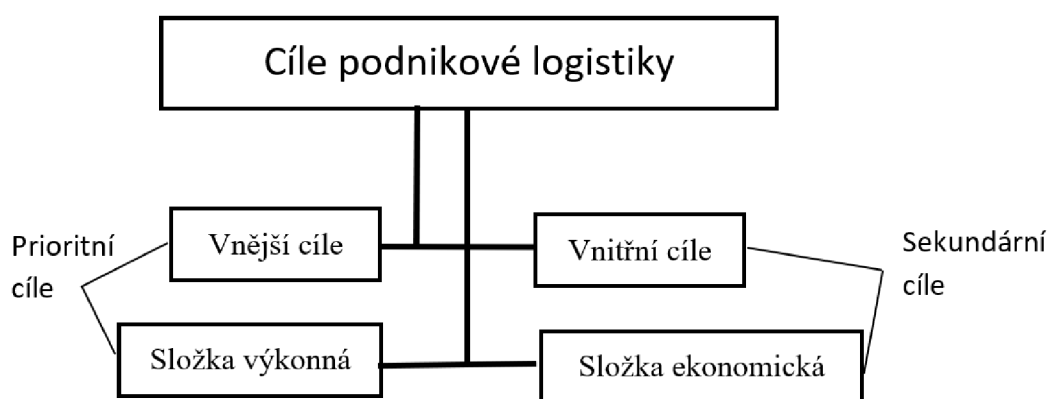
Hned na začátku je nutné uvést cíle podnikové logistiky (Sixta, 2005):

- Musí vycházet z podnikové strategie a napomáhat splňovat celopodnikové strategie.
- Musí zabezpečit přání zákazníků na zboží a služby na požadované úrovni za co nejnižší náklady.

Cíle logistiky dělíme na dva základní, a to na cíle prioritní a sekundární.

Prioritní cíle se dále dělí na vnější a výkonové. Vnější cíle se soustředí na uspokojení přání zákazníků, kteří vystupují na trhu. Mezi tyto cíle můžeme zařadit zvyšování objemu prodeje, zkrácení dodacích lhůt, zvýšení spolehlivosti a úplnosti dodávek i zlepšení pružnosti logistických služeb. Výkonové cíle se starají o požadovanou úroveň služeb. To znamená, že není důležité dosáhnout maximální možné úrovně služeb u konkrétního zákazníka, ale naopak je potřeba zajistit požadované množství materiálu či zboží, včetně požadované kvality.

Druhou kategorií jsou cíle sekundární. Mezi ně řadíme cíle vnitřní a ekonomické. Vnitřní cíle se věnují snižování nákladů. Snaží se snížit náklady v odvětví na zásoby, dopravu, manipulaci, skladování, výrobu a řízení. Aby náklady zůstaly na přiměřené úrovni je zajišťováno pomocí ekonomických cílů.



Obrázek 2: Cíle podnikové logistiky (Sixta, 2005)

3.1.4 Využití dronů v logistice

S tím, jak se vyvíjí logistika, otevírají se i dveře novým technologiím, které mohou být v logistice implementovány. Začínají se dělat pokusy s doručováním zásilek pomocí dronů, které dokážou přesně dodržet časová okna pro doručení. Využití nalézají v přepravních službách, jelikož dokážou doručit zásilku dříve než kamion, který může uvíznout v dopravní zácpě. Jelikož jsou jejich přepravní náklady nižší, stávají se tím pádem lukrativní alternativou pro přepravní firmy. (Kuo a kol., 2021)

3.2 Operační výzkum

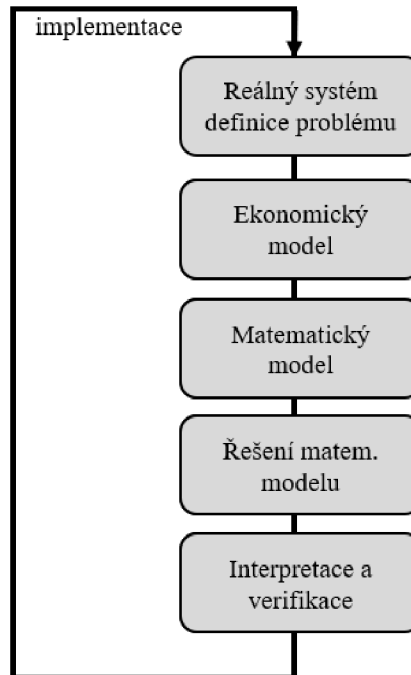
Operační výzkum jako vědní disciplína se věnuje řešení rozhodovacích problémů. Pomocí matematických modelů se snaží konkrétní problém optimalizovat a tím snížit náklady. Tyto metody se uplatňují od přeprav až po vojenské akce.

3.2.1 Počátky operačního výzkumu

Datovat vznik operačního výzkumu není jednoduché. První zmínky jsou mezi roky 1930-1940. Pojí se se slavnými jmény jako Leonid Kantorovič, který je mimo jiné držitelem Nobelovy ceny za ekonomii. Hlavní rozvoj tato disciplína zažila během 2. světové války. Země jako USA a Velká Británie začaly tuto vědeckou disciplínu podporovat vznikem specializovaných týmů. Zaměřily se převážně na vojenské strategické operace a problémy. Další velký vývoj se odehrával o 10 let později. Tento rozruch zapříčinil poválečný vývoj. Během tohoto období se začaly rozvíjet jednotlivé disciplíny, kvůli jejich nutné potřebě. Vývoj v informačních technologiích, především výpočetní technice, zapříčinil další významný rozvoj. Díky tomu mohly být řešeny složitější matematické operace a dosavadní výpočty významně urychleny. V dnešní době najdeme aplikování operačního výzkumu téměř všude. Mezi nejvýznamnější patří například rozvoze služby. (Jablonský, 2002)

3.2.2 Aplikace

Během rozhodovacího procesu je potřeba vybrat z několika alternativních řešení právě to jedno, které je pro danou situaci nejlepší. Ačkoliv mohou být i jiná řešení aplikovatelná na konkrétní problém, nemusí být nejvhodnější. (Šubrt, 2015)



Obrázek 3:Fáze při aplikaci operačního výzkumu (Jablonský, 2002)

Pro správné užití operačního výzkumu je vhodné se držet těchto bodů (Jablonský, 2002):

- Rozpoznání a následná definice problému

Hned na začátku je nutné problém nalézt. Včasná identifikace může ušetřit budoucí výdaje. Rozpoznání problému je většinou na vedoucích pracovnících, kteří by měli mít přehled o problémech, které je nutné odstranit. Poté následuje definice. Je nutné problém správně definovat, aby se nepostupovalo již od počátku špatně.

- Ekonomický model

Může být popsán jako jednoduchý popis problému. Obsahuje pouze nutné prvky a vazby mezi nimi. Ekonomický model by měl obsahovat několik zásadních bodů. Mezi ně patří například cíl analýzy, popis procesů, popis činitelů a popis vzájemného vztahu mezi procesy. Cíl nemusí být nijak složitý. Nejčastěji se setkáváme s minimalizací nákladů nebo maximalizací zisku. V některých případech optimalizací. Popsání procesu může být provedeno nejlépe pomocí reálné aktivity. Může jím být třeba výroba výrobku. Mezi popis činitelů je vhodné zařadit parametry, které jsou nějakým způsobem fixní. Může tím být třeba počet výrobních strojů, objem spotřebního materiálu anebo pracovní síla. V posledním kroku se spojí procesy s činiteli. Získáme informaci o nutných nákladech na výrobu, spotřebu a předpokládaný zisk.

- Matematický model

Ekonomický model vyjadřuje problém ve slovním a částečně v číselném zobrazení. Kdežto matematický model se již píše v takovém formátu, který je poté možné užít na následné optimalizační výpočty. Cíl je vyjadřován pomocí lineárních nebo nelineárních funkcí s n proměnnými. V matematickém modelu proces odpovídá proměnným. Intenzita je popsána jako hodnota proměnných. Činitelé matematického modelu jsou vyjádřeni jako lineární či nelineární rovnice jak rovnic, tak nerovnic. Vazby procesu jsou neřiditelné procesy, které nemohou být ovlivněny.

- Řešení matematického modelu

Jedná se převážně o výpočetní část. Pomocí metod operačního výzkumu jsou provedeny výpočty. V dnešní době jsou velmi kvalitně zpracované programy, které tyto výpočty provedou, např. doplněk OpenSolver pro Excel.

- Interpretace a verifikace

Interpretace může být jedna z obtížnějších částí rozhodovacího problému. Je důležité výsledek interpretovat správně z výsledných hodnot, což se v praxi ukazuje jako častý nedostatek. Samotná interpretace ale nestačí, je nutné následně použít verifikaci, aby bylo jisté, že bylo řešení správné, a dosáhlo se pokroku.

- Implementace

Pokud vše proběhne správně, může se následné řešení problému implementovat. Mělo by se dosáhnout cíle, který byl definován na začátku. Díky tomu nastane zlepšení např. výrobního procesu.

3.2.3 Klasifikace disciplín

Operační výzkum se dá aplikovat na velké množství problémů. Díky tomu jsou i jeho disciplíny velmi různorodé. Každá disciplína má jiný postup a dosáhne jiného výsledku. Díky tomu se disciplíny dají aplikovat na velké množství problémů. Uvedeny jsou jen definice těch nejčastějších (Jablonský, 2002):

- Matematické programování

„Je odvětví operačního výzkumu, zabývající se řešením optimalizačních úloh, ve kterých se jedná o nalezení extrému daného kritéria, definovaného ve tvaru kriteriální funkce n proměnných, na množině variant určených soustavou omezujících podmínek, které jsou zadány ve tvaru lineární nebo nelineární rovnic či nerovnic.“ Mezi nejčastější řešené úlohy patří lineární funkce. Matematické programování se využívá i k určení správné strategie reklamy.

- Vícekritériální rozhodování

„Je relativně mladá disciplína operačního výzkumu, která se zabývá, jak již plyne z jejího názvu, analýzou rozhodovacích úloh, v nichž jsou varianty, které jsou k dispozici pro rozhodování posuzovány ne podle jednoho, ale několika hodnotících kritérií zároveň.“ Cílem této disciplíny je řešení protikladných kritérií.

- Teorie grafů

„Grafy jsou zde rozuměny objekty tvořené uzly a spojnicemi mezi nimi – hranami, pomocí kterých lze znázorňovat různé reálné systémy.“ Spojnice si lze tedy představit jako cesty, vrcholy jako místa, kterými je nutné projít. Cíl spočívá v nalezení nejkratší cesty.

- Teorie zásob

„Je odvětví operačního výzkumu, které se zabývá strategií zásobovacího procesu a optimalizací objemu skladovacích zásob s ohledem především na minimalizaci nákladů, případně ztrát, které souvisí s udržováním, objednáváním a vydáváním zásob ze skladu.“



Obrázek 4: Schéma zásobovacího procesu (Fábry, 2011)

- Teorie hromadné obsluhy

„Zkoumá systémy, ve kterých jsou dva základní typy jednotek – požadavky, které do systému přicházejí a vyžadují obsluhu a obslužné linky, které tuto obsluhu realizují.“ Vzhledem k tomu, že se při obsluze vytvářejí tzv. fronty, bývá tato disciplína nazývána také jako teorie front.

- Model obnovy
 „Cílem zkoumání obnovy v modelech obnovy je odhadnout věkovou strukturu jednotek a predikovat počty jednotek, které v jednotlivých časových obdobích selžou a bude je tedy třeba nahradit.“ Tuto oblast lze chápat jako servisní plán.
- Markovovy rozhodovací procesy
 „Představují obecný prostředek pro popis chování dynamických systémů. Jedná se konkrétně o systémy, které se mohou ve sledovaných časových úsecích nacházet vždy v některém z konečného počtu stavů a změna stavů systému v po sobě jdoucích obdobích podléhá náhodnému chování.“ Hlavním cílem je odhadnutí budoucího vývoje zkoumaného systému.
- Teorie her
 „Vychází z toho, že řadu rozhodovacích situací s více než jedním účastníkem (rozhodovatelem) lze popsat jako hru, ve které mají jednotliví hráči (rozhodovatelé) nějaké strategie svého chování a na těchto strategiích závisí jejich výhra.“
- Simulace
 „Není to ani tak samotná disciplína operačního výzkumu, jako spíše prostředek analýzy, použitelný pro různé typy modelů. Simulace spočívá v experimentování s vytvořeným modelem daného systému na počítači.“ Pro využití simulace je nutné využít vysoce výkonný počítač a příslušný software, aby ke zpracování došlo v rámci sekund či minut, a bylo možné simulaci upravovat pro potřebný výsledek.

3.3 Okružní dopravní problém

S okružním dopravním problémem se můžeme setkat velmi často. Buď při potřebě naplánovat trasu pro rozvoz zboží, anebo při vyzvednutí zboží z několika míst. Existuje několik typů okružního dopravního problému. Mezi nejjednodušší se řadí jednookruhový dopravní problém, kdy je trasa realizována jedním okruhem. Tento typ může být poté doplněn například o časová okna nebo dynamický typ úlohy, kdy se trasa mění i během cesty vozidla. (Šubrt, 2015)

Problém obchodního cestujícího se stal při analýze výkonnosti diskretních optimalizačních algoritmů jedním z nejvyužívanějších srovnávacích problémů. Na problému obchodního cestujícího a jeho variant byla aplikována v posledních letech celá řada metod. Mezi hlavní klasické metody patří genetic algorithms, tabu search nebo také simulated annealing. Problém obchodního cestujícího od doby svého formulování je hojně využíván výzkumníky operačního výzkumu a výpočetní inteligence pro různé účely. Mimo jiné se známé metody problému obchodního cestujícího a jeho četné derivace staly tématem nespočet komparativních studií pro měření kvality dalších nedávno navržených metod inspirovaných přírodou. (Osaba, Del Ser Tecnalía, Yang, 2020)

Jednou z metod inspirovaných přírodou je netopýří algoritmus. Netopýří se v přírodě orientují pomocí ultrazvukových ozvěn. Na základě těchto ozvěn jsou schopni identifikovat překážky a kořist. Od svého návrhu do současnosti byla tato metoda aplikována na různé optimalizační problémy. (Osaba a kol., 2016)

Další významnou metodou je řešení problému obchodního cestujícího pomocí umělé včelí kolonie. V posledních letech se na ni zaměřuje značné množství prací. Dodnes se nové vědecké články věnují novým verzím, které jsou efektivnější. Tuto efektivnost autoři prokazují na „benchmarcích“. (Karaboga, Gorkemli, 2011)

Poslední zmíněnou metodou je problém obchodního cestujícího pomocí optimalizace mravenčí kolonie. Při zkoumání reálných mravenců bylo zjištěno, že mravenci dokáží intuitivně najít nejkratší cestu mezi hnízdem a zdrojem potravy. Při každém průchodu zanechávají mravenci po sobě feromony, které se stávají těkavými. Každým průchodem se síla feromonů zvyšuje. Čím vícekrát se stane trasa využita, tím získá vyšší hodnoty feromonů a stane se pro mravence nejkratší. (Mahi, Kaan Baykan, Kodaz, 2015)

3.3.1 Statická úloha obchodního cestujícího

Ve statické úloze obchodního cestujícího je třeba získat veškeré parametry před samotným výpočtem. V této úloze musí dopravní vozidlo navštívit všechny zastávky příslušné trasy. Kapacita vozidla v tomto ohledu je neomezená. Během trasy musí vozidlo vyjet z výchozí stanice, projet veškeré body trasy a poté se vrátit do výchozího místa. Cílem je optimalizovat trasu tak, aby okruh byl co nejkratší.

Miller-Tucker-Zemlinova formulace matematického modelu:

Minimalizovat

$$Z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Za podmínek

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

(Fábry, 2011)

n znamená počet míst, kterými bude vozidlo projíždět včetně výchozího místa, c_{ij} je vzdálenost mezi místy i a j a proměnná x_{ij} reprezentuje bivalentní proměnnou s hodnotou 1, kdy vozidlo jede z místa i do místa j a hodnoty 0 nabývá v opačném případě. Stanovené podmínky zabraňují, aby vozidlo navštívilo jakýkoliv bod více jak jednou. Z důvodu možných vytváření parciálních cyklů jsou zde podmínky u_i . (Fábry, 2011)

3.3.2 Dynamická úloha obchodního cestujícího

Druhým modelem obchodního cestujícího je dynamická verze, které se od statické úlohy liší hlavně možným zkrácením nebo prodloužením trasy po začátku jízdy vozidla. Pokud se během cesty mění počet zastávek, podnik tak může pružně reagovat na změnu trasy. (Fábry, 2006)

3.3.3 Statická úloha obchodního cestujícího s časovými okny

Ve statické úloze obchodního cestujícího s časovými okny vycházíme ze stejných předpokladů jako u základní statické úlohy obchodního cestujícího. Předpokládá se znalost všech požadavků před zahájením jízdy, ale navíc jsou přidána časová okna, ve kterých musí být zastávka obsloužena.

Začátek obsluhy značíme e_i a nejzazší možnou dobu obsluhy značíme l_i . Okamžik ve kterém je místo obslouženo je interpretováno proměnou τ_i . Proto musíme přidat podmínku $e_i \leq \tau_i \leq l_i$. Díky tomu bude splněna podmínka, že místo bude obslouženo v době otevření časového okna a nebo před jeho zavřením. Tuto podmínku nazýváme jako silné omezení „hard“. Celá podmínka bude vypadat takto:

$$e_i \leq \tau_i \leq l_i \quad i=2,3,\dots,n \quad (6)$$

Dále jsou přidány podmínky:

$$\tau_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}) \leq \tau_j, \quad i=1,2,\dots,n \quad j=2,3,\dots,n \quad i \neq j \quad (7)$$

M zde reprezentuje vysokou konstantu. Díky tomu je zajištěno, že návštěva zákazníka j je bezprostředně po návštěvě zákazníka i a t_{ij} má minimální hodnotu. (Fábry, 2011)

$$\tau_1 = 0 \quad (8)$$

Touto rovnicí je zajištěno, že výjezd z výchozího místa je roven nula.

$$\tau_i \geq 0, \quad i=2,3,\dots,n \quad (9)$$

Tato podmínka značí začátek obsluhy i -tého zákazníka.

Když vozidlo ukončí obsluhu zákazníka i mělo by odjet k obsluze zákazníka j . Aby bylo možné dodržet časové okno, jsou dvě možnosti, jak postupovat. Čekání u zákazníka před jeho obsluhou nebo čekání u právě obslouženého zákazníka. V této práci bude představena pouze metoda čekání u zákazníka před jeho obsluhou, která je použita i v praktické části.

3.3.4 Úloha s čekáním vozidla před jeho obsluhou

V tomto typu úlohy přibude proměnná $W_j \geq 0$ ($j = 2, 3, \dots, n$). Ta znázorňuje dobu čekání vozidla před obslužením zákazníka j . Dále musí být přidán údaj o době obsluhy zákazníka pomocí $S_i \geq 0$ ($i = 2, 3, \dots, n$). Proměnná t_{ij} nahradí proměnou c_{ij} a bude udávat časovou dobu přejezdu mezi zákazníky i a j . Kvůli tomu bude upravena i účelová funkce do tvaru:

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} + \sum_{i=2}^n S_i + \sum_{j=2}^n W_j \quad (10)$$

Dále bude do modelu přidána rovnice, která nahradí předchozí soustavu nerovností:

$$\tau_i + S_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}) + W_j + v_{ij} = \tau_j, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (11)$$

Zde je S_1 rovno nule.

$$0 \leq v_{ij} \leq 2M(1 - x_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j \quad (12)$$

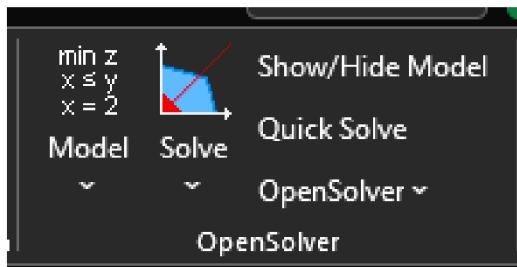
Pomocná proměnná v_{ij} musí splňovat omezení. Při cestě vozidla od zákazníka i k zákazníkovi j musí být $x_{ij} = 1$. Přitom je $v_{ij} = 0$. (Fábry, 2011)

3.4 OpenSolver

Doplňek OpenSolver je vyvíjen Adrewem Masonem a studenty z Univerzity v Aucklandu na Novém Zélandu. Tato bezplatná funkcionální zvládá složitější výpočty za kratší čas než Řešitel, který je standardně v Excelu. Díky tomuto doplňku se tak dají řešit mnohem složitější úlohy. (www.opensolver.org)

3.4.1 Vlastní práce v OpenSolver

OpenSolver se po instalaci do MS Excel objeví v záložce data. Odsud se dá veškerý výpočet ovládat.



Obrázek 5: OpenSolver menu – vlastní zpracování

Z obrázku číslo 5 lze vidět funkce OpenSolveru. Prvním tlačítkem „model“ se zadávají hodnoty a proměnné do solveru. Tlačítko „solve“ slouží pro zahájení výpočtu. V pravém sloupci se nachází tři tlačítka, z nichž nepodstatnější je „Show/hide model“, pomocí kterého můžeme zvýrazňovat hodnoty a proměnné ve výchozí zadané tabulce na listu Excelu viz. obrázek číslo 6.

x _{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8	9			
1	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	0	1	
2	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	0	1	
3	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	0	1	
4	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	0	1	
5	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	0	1	
6	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	0	1	
7	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	0	1	
8	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	0	1	
9	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	b = 0	0	1	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
	= 1	1	1	1	1	1	1	1	1			
UF	min									M	1000	
n			u _i -u _j +nx _{ij} ≤n							2M	2000	2M*(1-x _{ij})
n-1			x ₁₂	-1	≤	0				v ₁₂	0 ≤ 0	2000

Obrázek 6: Zvýraznění modelu v OpenSolveru – vlastní zpracování

4 Vlastní práce

V této části práce bude aplikována úloha obchodního cestujícího s časovými okny na trasu poskytnutou firmou. Na začátku bude krátce představena firma. Dále bude definován problém a následovat bude sestavení ekonomického a matematického modelu. Poslední částí bude samotný výpočet úlohy.

4.1 Představení Fejfarovi s.r.o.

Malá rodinná firma Fejfarovi s.r.o. se zaměřuje na rozvoz textilního zboží po celé České republice a na Slovensku. Firma sídlí nedaleko Nové Paky v okrese Jičín. Jejich vozový park čítá čtyři nákladní automobily a dvě dodávky. Pro potřeby této práce firma poskytla data z jejich pravidelné trasy na Moravu a Slezsko.

Jelikož se jedná o menší firmu, nevyužívají žádný optimalizační systém. Trasa je předána řidiči, který ji dle svého uvážení absolvuje, jen musí dodržet stanovená časová okna. Tímto výpočtem firma zjistí, kolik by při optimalizaci všech svých tras ušetřila, kdyby investovala určitou částku do nákupu některého z dostupných softwarů.

4.2 Definice problému

Na logistické firmy je kladen velký tlak z důvodu snížení nákladů. Během pandemie covid-19 se ukázalo, jak je zásobování důležité a jak má jeho omezení dalekosáhlé důsledky.

Z těchto důvodů bude firmě poskytnuta pomoc s optimalizací dopravní trasy. Díky zefektivnění trasy, bude umožněno firmě snížit celkové náklady. Mezi tyto náklady můžeme zařadit amortizace vozidel a související servis, pohonné hmoty a mzdy zaměstnanců. Ušetřené finance bude moci firma například investovat do nákupu optimalizačního softwaru.

4.3 Ekonomický model

Tato optimalizace má pomoci dopravní firmě zefektivnit její trasy při rozvozu textilního zboží. Firma dostává seznam zastávek, které musí v určitý den projet podle objednaného počtu textilního zboží do menších prodejen. Dále je v seznamu uvedeno i požadované časové rozpětí, kdy má být prodejna navštívena, tedy časová okna. Vzhledem k tomu, že body trasy jsou téměř neměnné, řidiči už trasy jezdí z paměti, dle dřívějších zkušeností. Trasa zůstává většinou stejná, protože odběratelé jsou většinou velká obchodní střediska, která potřebují neustále doplňovat zboží.

V této optimalizaci bude výpočet zaměřen pouze na jednu trasu. Objem či váha nákladu nejsou ve výpočtu zohledněny, je využita pouze informace o době skládání zboží v dané zastávce.

Začátek trasy řidiče je ve skladu v Hořicích, které leží mezi Jičínem a Hradcem Králové. Toto místo je pro řidiče vždy výchozím bodem trasy. Na optimalizované trase musí navštívit 8 zastávek v předem stanoveném časovém okně. Na trase nejsou zohledněny zastávky na tankování, či pauzu na oběd. Jednotlivá místa, která je nutné navštívit, jsou uvedena v tabulce číslo 1. Na žádost rozvozové firmy nejsou zveřejněny názvy firem na daných adresách a jsou uvedeny pouze ulice. Zastávka Splaviska Brno je v modelu uvedena dvakrát, protože se jedná o větší areál, kde jsou dva různí odběratelé, ale s rozdílným časovým oknem.

Číslo zastávky	Adresa
1	Žižkova Hořice
2	Dimitriova Svitavy
3	Českoobratrská Letovice
4	Splaviska Brno
5	Splaviska Brno
6	Škrobárenská Brno
7	Svratecká Modřice
8	Brněnská Jihlava
9	Vrchlického Jihlava

Tabulka 1: Tabulky s adresami zastávek – vlastní zpracování

4.4 Matematický model

Pro samotnou optimalizaci bude sestaven model obchodního cestujícího s časovými okny, kdy se na případnou obsluhu čeká u zákazníka před jeho obslužením. Pro samotný výpočet musí být splněny všechny předpoklady, které plynou z předchozí kapitoly, kde byl problém obchodního cestujícího s čekáním podrobně rozebrán.

Musela být sestavena tabulka vzdáleností mezi všemi zastávkami. Tyto vzdálenosti byly vyhledány pomocí tras Google Maps pro automobily. Po domluvě se zástupcem firmy byly veškeré časové jednotky zvýšeny o 10 % z důvodu pomalejší jízdy dodávky. Finální

matice vzdálenosti t_{ij} je vyjádřena tabulkou číslo 2, která ukazuje vzdálenost z jedné zastávky do druhé v hodinách.

Číslo zastávky	Adresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Žižkova Hořice	0	1,55	2,3	2,95	2,95	3	2,95	2,25	2,217
2	Dimitriova Svitavy	1,55	0	0,55	1,483	1,483	1,35	1,45	1,617	1,767
3	Českobratrská Letovice	2,3	0,55	0	0,967	0,967	0,967	0,983	1,617	2,233
4	Splaviska Brno	2,95	1,483	0,967	0	0,083	0,2	0,067	0,967	1,133
5	Splaviska Brno	2,95	1,483	0,967	0,083	0	0,2	0,067	0,967	1,133
6	Škrobárenská Brno	3	1,35	0,967	0,2	0,2	0	0,2	1,117	1,2
7	Svratecká Modřice	2,95	1,45	0,983	0,067	0,067	0,2	0	0,983	1,067
8	Brněnská Jihlava	2,25	1,617	1,617	0,967	0,967	1,117	0,983	0	0,167
9	Vrchlického Jihlava	2,217	1,767	2,233	1,133	1,133	1,2	1,067	0,167	0

Tabulka 2: Matice vzdáleností v hodinách – vlastní zpracování

Další důležitý parametr pro výpočet jsou časová okna. Ten to parametr se musí striktně dodržet jinak nebude zboží převzato. Tato data opět poskytla nákladní firma, pro kterou je celá optimalizace vytvářena. Do modelu je nutné zanést proměnné e_i a l_i , které označují začátek a konec časového okna. Tabulka číslo 3 udává hodnoty těchto proměnných a dobu nutnou na obsluhu každého místa, značenou S_i . Vzhledem k tomu, že se čas výjezdu považuje ve výpočtu jako hodnota 0, je v případě začátku trasy v 5:30 a hodnotě časového okna 6:30-8:30 převeden parametr na hodnotu $e_i = 1$ a $l_i = 3$.

Číslo zastávky	Adresa	Časová okna			S_i
		čas	e_i	l_i	
2	Dimitriova Svitavy	6:30-8:30	1	3	0,25
3	Českobratrská Letovice	7:30-11:30	2	6	0,16667
4	Splaviska Brno	9:30-10:00	4	4,5	0,25
5	Splaviska Brno	10:00-10:30	4,5	5	0,25
6	Škrobárenská Brno	8:00-16:00	2,5	10,5	0,16667
7	Svratecká Modřice	9:00-16:00	3,5	10,5	0,25
8	Brněnská Jihlava	11:30-18:00	6	12,5	0,16667
9	Vrchlického Jihlava	11:30-15:00	6	9,5	0,25

Tabulka 3: Časová okna včetně doby obslužení – vlastní zpracování

Poté jsou sestaveny rovnice dle předchozí kapitoly obchodního cestujícího s časovými okny, kdy vozidlo čeká u zákazníka před jeho obslužením.

4.5 Výpočet modelu

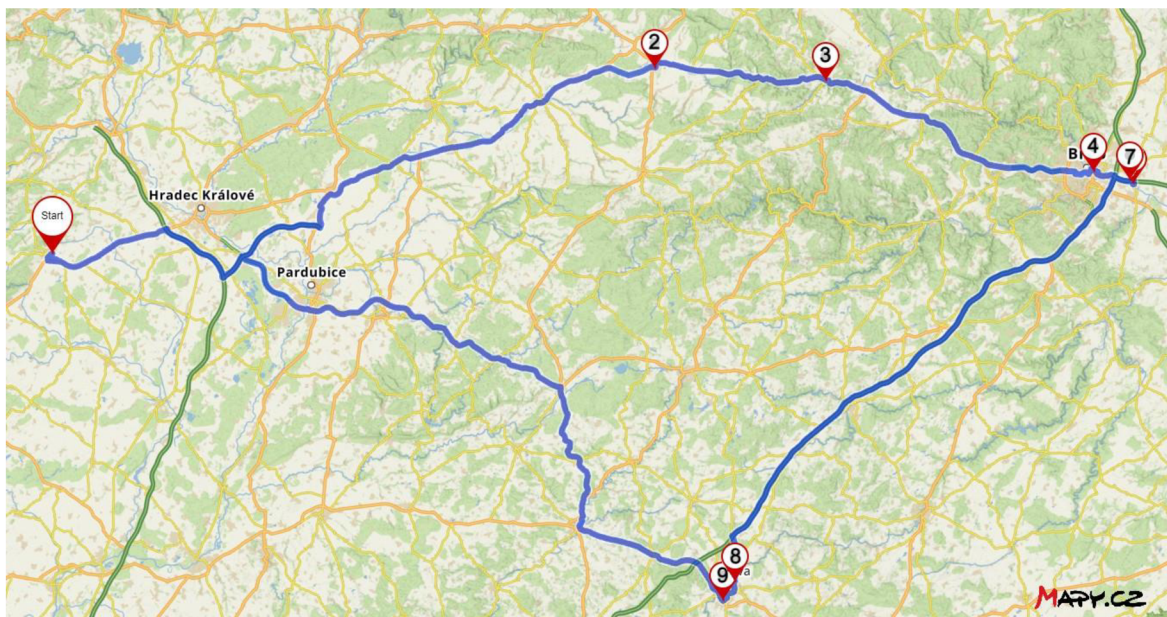
Když je ekonomický a matematický model sestaven, je možné přejít k samotnému výpočtu modelu. Výpočet proběhl za pomoci MS Office Excel s doplňkem OpenSolver. Odjezd ze skladu je počítán v 5:30. Dále byly vloženy podmínky časových oken a délka obsluhy každého místa. Po navštívení posledního místa se řidič vrací zpět do skladu.

Vypočtený okruh pro tento model byl vypočítán v tomto pořadí 2-3-6-4-7-5-8-9. Dále bylo zjištěno, že řidič bude muset čekat na dvou místech. Jedná se o zastávky číslo 4 a 8. Na každé bude muset před obsluhou čekat 0,15 h, což je 9 minut. Výsledné časy jsou v tabulce číslo 4. OpenSolver tedy byl schopný nalézt optimální trasu.

	Adresa	Příjezd	Odjezd	Čekání	Doba vykládky	Časové okno
1	Žižkova Hořice		5:30			
2	Dimitriova Svitavy	7:03	7:18		15 min	6:30-8:30
3	Českokobylská Letovice	7:51	8:01		10 min	7:30-11:30
6	Škrobárenská Brno	8:59	9:09		10 min	8:00-16:00
4	Splaviska Brno	9:21	9:45	9 min	15 min	9:30-10:00
7	Svratecká Modřice	9:49	10:04		15 min	9:00-16:00
5	Splaviska Brno	10:08	10:23		15 min	10:00-10:30
8	Brněnská Jihlava	11:21	11:40	9 min	10 min	11:30-18:00
9	Vrchlického Jihlava	11:50	12:05		15 min	11:30-15:00
1	Žižkova Hořice	14:18				

Tabulka 4: Výsledná trasa – vlastní zpracování

Řidič během této trasy ujede 422 km. Hodnota účelové funkce nabývá hodnoty 8,8, což znamená, že cesta bude trvat 8 hodin a 48 minut. Čistá doba jízdy zabere 6 hodin a 45 minut. Obsluhou nebo čekáním tedy řidič stráví 2 hodiny a 3 minuty. Trasu si lze prohlédnout na obrázku číslo 7. V obrázku jsou zobrazeny všechny body trasy, avšak body číslo 5 a 6 se překrývají s bodem 7.



Obrázek 7: Vypočtená trasa – vlastní zpracování (mapy.cz)

4.5.1 Posunutí doby odjezdu

Dále je proveden nový výpočet, kdy se změní začátek rozvozu z původní hodnoty 5:30 na 6:00. Díky tomu musí být upraveny hodnoty v modelu, které znázorňují časová okna. Jelikož v modelu není znázorněn start jako hodnota 5:30, ale jako hodnota 0, musí dojít k úpravě všech časových hodnot v modelu. Všechny je nutné snížit o 0,5. Nové hodnoty zobrazuje tabulka číslo 5.

Číslo zastávky	Adresa	Časová okna			S_i
		čas	e_i	l_i	
2	Dimitriova Svitavy	6:30-8:30	0,5	2,5	0,25
3	Českoobratrská Letovice	7:30-11:30	1,5	5,5	0,1667
4	Splaviska Brno	9:30-10:00	3,5	4	0,25
5	Splaviska Brno	10:00-10:30	4	4,5	0,25
6	Škrobárenská Brno	8:00-16:00	2	10	0,1667
7	Svratecká Modřice	9:00-16:00	3	10	0,25
8	Brněnská Jihlava	11:30-18:00	5,5	12	0,1667
9	Vrchlického Jihlava	11:30-15:00	5,5	9	0,25

Tabulka 5: Upravené hodnoty časových oken – vlastní zpracování

Ostatní hodnoty jsou nezměněny a výpočet probíhá za stejných okolností i ve stejném programu. Zastávky byly vypočteny v tomto pořadí 2-3-6-4-7-5-8-9. Pořadí se tedy nezměnilo. U žádné pobočky nebude muset řidič čekat. Díky tomu se i snížila hodnota účelové funkce na hodnotu 8,5. Na cestě řidič stráví 6 hodin a 45 min. Obsluha zastávek mu nyní zabere 1 hodinu a 45 min.

	Adresa	Příjezd	Odjezd	Čekání	Doba vykládky	Časové okno
1	Žižkova Hořice		6:00			
2	Dimitriova Svitavy	7:33	7:48		15 min	6:30-8:30
3	Českobratrská Letovice	8:21	8:31		10 min	7:30-11:30
6	Škrobárenská Brno	9:29	9:39		10 min	8:00-16:00
4	Splaviska Brno	9:51	10:06		15 min	9:30-10:00
7	Svratecká Modřice	10:10	10:25		15 min	9:00-16:00
5	Splaviska Brno	10:29	10:44		15 min	10:00-10:30
8	Brněnská Jihlava	11:42	11:52		10 min	11:30-18:00
9	Vrchlického Jihlava	12:02	12:17		15 min	11:30-15:00
1	Žižkova Hořice	14:30				

Tabulka 6: Vypočtené časy příjezdů a odjezdů po úpravě doby startu – vlastní zpracování

Nové časy odjezdu a příjezdu je možné si prohlédnout v tabulce číslo 6. Všechna časová okna byla opět dodržena a podařilo se odstranit dobu, kdy řidič čekal před obsluhou dané zastávky.

4.5.2 Zpoždění 10 minut při posunutém odjezdu

Další výpočet vychází z předchozího, kdy byl posunut start na 6:00. V tomto výpočtu se počítá s tím, že se vyskytl problém na trase a došlo ke zpoždění 10 min. Pro účely tohoto výpočtu, bude prodloužena doba obsluhy na adrese Dimitrovova Svitavy z 15 min na 25 min. Tím bude docíleno prodloužení o 10 min. Aktualizované vstupní hodnoty zobrazuje tabulka číslo 7. Ostatní hodnoty zůstávají stejné jako v případě výpočtu s posunutým odjezdem.

Číslo zastávky	Adresa	Časová okna			S_i
		čas	e_i	l_i	
2	Dimitriova Svitavy	6:30-8:30	0,5	2,5	0,417
3	Českobratrská Letovice	7:30-11:30	1,5	5,5	0,1667
4	Splaviska Brno	9:30-10:00	3,5	4	0,25
5	Splaviska Brno	10:00-10:30	4	4,5	0,25
6	Škrobárenská Brno	8:00-16:00	2	10	0,1667
7	Svratecká Modřice	9:00-16:00	3	10	0,25
8	Brněnská Jihlava	11:30-18:00	5,5	12	0,1667
9	Vrchlického Jihlava	11:30-15:00	5,5	9	0,25

Tabulka 7: Upravená hodnota obsluhy – vlastní zpracování

Trasa byla vypočtena opět pomocí OpenSolveru v MS Excelu. Řidič nebude muset před žádnou obsluhou čekat. Tento výpočet změnil pořadí zastávek. Nové pořadí je 2-3-4-6-5-7-8-9. Trasa je nyní dlouhá 439 km a hodnota účelové funkce se zvedla na 8,8167, což znamená 8 hodin a 49 min. Výsledné hodnoty je možné si prohlédnout v tabulce číslo 8.

	Adresa	Příjezd	Odjezd	Čekání	Doba vykládky a doba zpoždění	Časové okno
1	Žižkova Hořice		6:00			
2	Dimitriova Svitavy	7:33 (7:43)	7:58		25 min (15+10)	6:30-8:30
3	Českobratrská Letovice	8:31	8:41		10 min	7:30-11:30
4	Splaviska Brno	9:39	9:54		15 min	9:30-10:00
6	Škrobárenská Brno	10:06	10:16		10 min	8:00-16:00
5	Splaviska Brno	10:28	10:43		15 min	10:00-10:30
7	Svratecká Modřice	10:47	11:02		15 min	9:00-16:00
8	Brněnská Jihlava	12:01	12:11		10 min	11:30-18:00
9	Vrchlického Jihlava	12:21	12:36		15 min	11:30-15:00
1	Žižkova Hořice	14:49				

Tabulka 8: Výsledná tabulka při zpoždění a odloženém odjezdem

5 Výsledky a diskuse

V této práci bylo cílem optimalizovat dopravní trasu společnosti Fejfarovi s.r.o. pomocí statické úlohy obchodního cestujícího s časovými okny a čekáním u zákazníka před jeho obsluhou. Vstupní data byla získána z uvedené firmy včetně časových oken. Kilometrové vzdálenosti byly získány pomocí Google Maps a stejně tak i časové vzdálenosti, které byly při lehkém provozu a navýšeny o 10 % pro pomalejší jízdu dodávky.

Celkem byly vypočteny 3 scénáře, které si je možné prohlédnout v tabulce číslo 9. První sloupec představuje trasu užívanou dopravní firmou. Druhý sloupec tabulky ukazuje trasu vypočtenou pomocí doplňku OpenSolver při zachování stejných vstupních dat jako užívá dopravní firma. Třetí sloupec tabulky představuje pořadí zastávek vypočtených OpenSolverem při posunutí startu z 5:30 na 6:00. Poslední sloupec tabulky je totožný jako předchozí výpočet, znázorňuje však problém na trase, kdy došlo po startu k desetiminutovému zdržení.

Fejfarovi s.r.o.		Výpočet se startem v 5:30		Výpočet se startem v 6:00		Výpočet se startem v 6:00 a zpožděním 10 min	
1	Žižkova Hořice	1	Žižkova Hořice	1	Žižkova Hořice	1	Žižkova Hořice
2	Dimitriova Svitavy	2	Dimitriova Svitavy	2	Dimitriova Svitavy	2	Dimitriova Svitavy
3	Českobratrská Letovice	3	Českobratrská Letovice	3	Českobratrská Letovice	3	Českobratrská Letovice
4	Splaviska Brno	6	Škrobárenská Brno	6	Škrobárenská Brno	4	Splaviska Brno
5	Splaviska Brno	4	Splaviska Brno	4	Splaviska Brno	6	Škrobárenská Brno
6	Škrobárenská Brno	7	Svratecká Modřice	7	Svratecká Modřice	5	Splaviska Brno
7	Svratecká Modřice	5	Splaviska Brno	5	Splaviska Brno	7	Svratecká Modřice
8	Brněnská Jihlava	8	Brněnská Jihlava	8	Brněnská Jihlava	8	Brněnská Jihlava
9	Vrchlického Jihlava	9	Vrchlického Jihlava	9	Vrchlického Jihlava	9	Vrchlického Jihlava
1	Žižkova Hořice	1	Žižkova Hořice	1	Žižkova Hořice	1	Žižkova Hořice

Tabulka 9: Porovnání používané trasy s nově vypočtenými – vlastní zpracování

Již první výpočet zaměnil pořadí zastávek oproti užívané trase. Čtvrtou zastávku zaměnil za šestou, pátou za čtvrtou, šestou za sedmou a sedmou za pátou. Díky tomu bylo docíleno značné úspory časové i kilometrové. Uspořeno bylo 33 minut a 16 km. Ačkoliv výpočet trasu optimalizoval, bylo nutné u dvou zastávek čekat 9 min na obsluhu.

Druhý výpočet posunul start o 30 min na 6:00. Oproti prvnímu výpočtu zůstalo pořadí zastávek stejné. Povedlo se však eliminovat čekání před obsluhou a tím zkrátit celkovou dobu jízdy na 8 hodin a 30 min. Kilometrová vzdálenost se nezměnila, protože

pořadí zastávek zůstalo stejné. Oproti trase užívané dopravní firmou je tedy celková úspora 51 min a 16 km.

Třetí a poslední výpočet vycházel z druhého výpočtu, kdy byl start posunut na 6:00, avšak před dojetím na prvním stanovišti došlo k nenadálé situaci a vozidlo dorazilo o 10 min později. Kvůli tomuto zpoždění bylo změněno pořadí zastávek, aby bylo zachováno dodržení časových oken. Pořadí je možné si prohlédnout v tabulce číslo 9. Kvůli tomuto zdržení se celková trasa prodloužila na 8 hodin a 49 min. Kilometrová vzdálenost vzrostla na 439 km. Již během druhého výpočtu bylo vidět, že některá časová okna by řidič plnil v posledních minutách. Tento výpočet tedy demonstroval situaci, kdy řidič už do první zastávky přijel s 10 min zpožděním. Je nutné podotknout, že i přes časové a kilometrové prodloužení trasy je trasa oproti používané trase stále časově úspornější, i když je o 1 km delší. Celkově tedy řidič při tomto zpoždění a startu v 6:00 ušetří 32 min a trasu prodlouží o 1 km.

Fejfarovi s.r.o.		výpočet se startem v 5:30		Výpočet se startem v 6:00		Výpočet se startem v 6:00 a zpožděním 10 min	
Celková doba	Počet km	Celková doba	Počet km	Celková doba	Počet km	Celková doba	Počet km
9 h 21 min	438	8 h 48 min	422	8 h 30 min	422	8 h 49 min	439

Tabulka 10: Porovnání celkové doby a vzdálenosti u vypočtených tras – vlastní zpracování

Jako nejlepší řešení je tedy vybrán druhý výpočet, kdy se hodnota účelové funkce rovnala 8 hodinám a 30 minutám při vzdálenosti 422 km.

Firma tuto trasu absolvuje přibližně jednou za týden. To znamená 52krát za rok. Při průměrné spotřebě 12 litrů na 100 km a ceně 1 litru nafty 34,9 Kč je možné na palivu za rok ušetřit 290 Kč. Dále by bylo možné uspořit na řidičově mzdě, jelikož doba trasy se zkrátí o 51 minut. Při hodinové sazbě 200 Kč na hodinu je úspora ročně 8 840 Kč. Roční úspora by činila celkem 9 130 Kč. Tyto finance by nejspíš nestačily na zaplacení softwaru, který by trasy optimalizoval.

V případě, že bychom uvážili možnost, že i zbylé 4 trasy, které firma týdně podniká s touto dodávkou by dosáhly stejné úspory, dostali bychom roční úsporu 45 650 Kč. Již tato hodnota sama o sobě není zanedbatelná. Jelikož nemá dopravní firma jen tuto jednu dodávku, ale více vozidel, byla by úspora ještě mnohem větší.

Tato vypočtená trasa má však slabinu v již dříve zmiňovaných časových oknech. V tomto výpočtu jsou některé zastávky obsluhovány v posledních minutách, a tak není v reálném provozu téměř možné garantovat, že řidič bude vždy včas na vykládce.

Tuto slabinu zmiňuje i zástupce dopravní firmy, kdy není možné, aby řidič nebyl včas v zastávce Splaviska Brno a jednu ze dvou zastávek zde nestihl obsloužit. V těchto zastávkách je časové okno otevřené vždy pouze na 30 minut, je nutné v tomto časovém intervalu zastávku obsloužit, jinak je dopravce penalizován, či není zboží převzato.

6 Závěr

V této bakalářské práci bylo cílem optimalizovat trasu, kterou absolvují řidiči z dopravní firmy Fejfarovi s.r.o. Byla využita metoda statické úlohy obchodního cestujícího s časovými okny a čekáním před obslužením. Jelikož byl nalezen výsledek, je tento cíl považován za splněný.

Práce byla rozdělena na dvě hlavní části, teoretickou a praktickou. V teoretické části byla detailně rozebrána logistika včetně jejího vývoje a dosažení cíle. Poté byl objasněn pojem operační výzkum. Popsána byla jeho historie včetně klasifikace jednotlivých disciplín. Následně byla detailně popsána metoda obchodního cestujícího včetně časových oken a čekáním před obsluhou nebo po ní. Konec teoretické části byl věnován excelovému doplňku OpenSolver a jeho ovládání.

Druhou částí byla vlastní práce, kde byla krátce představena společnost Fejfarovi s.r.o. Následně byl definován problém a sestaven ekonomický a matematický model. Následoval vlastní výpočet včetně sestavení modelu a objasnění vstupních hodnot. Model byl sestaven podle předchozí teoretické části. Celkem byly provedeny tři výpočty, které byly následně okomentovány.

Závěrečná část bakalářské práce se věnovala diskusi nad vypočtenými výsledky a na ekonomickém zhodnocení. Následně byly dosažené výsledky konzultovány se zástupci firmy Fejfarovi s.r.o.

7 Seznam použitých zdrojů

BAZALA, Jaroslav. Co znamená logistika v praxi. Logistická akademie [online]. [cit. 2021-9-26]. Dostupné z: <https://www.logisticaakademie.cz/blog/diskutovana-temata/co-znamená-logistika-v-praxi>

DRAHOTSKÝ, Ivo a Bohumil ŘEZNIČEK, 2003. Logistika-procesy a jejich řízení. Brno: Computer Press. ISBN 80-7226-521-0

FÁBRY, Jan, 2006. Dynamické okružní a rozvozní úlohy, disertační práce. Praha: VŠE-FIS

FÁBRY, Jan, 2011. Matematické modelování. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-7431-066-9

FIALA, Petr, 2010. *Operační výzkum: nové trendy*. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-7431-036-2

JABLONSKÝ, Josef. Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování. Praha: Professional Publishing, 2002. ISBN 80-86419-42-8.

KARABOGA, Dervis a Beyza GORKEMLI. A combinatorial Artificial Bee Colony algorithm for traveling salesman problem. 2011. ISBN 978-1-61284-922-5.

KUO, R.J., Shih-Hao LU, Pei-Yu LAI a Setyo Tri Windras MARA. Vehicle routing problem with drones considering time windows [online]. 27.11.2021 [cit. 2021-12-22]. Dostupné z: [https://www.sciencedirect-com.infozdroje.czu.cz/science/article/pii/S0957417421015736](https://www.sciencedirect.com.infozdroje.czu.cz/science/article/pii/S0957417421015736)

MAHI, Mostafa, Ömer KANAN BAYKAN a Halife KODAZ. A new hybrid method based on Particle Swarm Optimization, Ant Colony Optimization and 3-Opt algorithms for Traveling Salesman Problem [online]. 2015, 484-490 [cit. 2022-03-08]. ISSN 1568-4946. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494615000940>

OpenSolver [online]. [cit. 2021-11-17]. Dostupné z: <https://opensolver.org/>

OSABA, Eneko, Javier DEL SER TECNALIA a Xin-She YANG. Traveling salesman problem: a perspective review of recent research and new results with bio-inspired metaheuristics [online]. 2020 [cit. 2022-03-08]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/341123222_Traveling_salesman_problem_a_perspective_review_of_recent_research_and_new_results_with_bio-inspired_metaheuristics

OSABA, Eneko, Xin-She YANG, Fernando DIAZ, Pedro LOPEZ-GARCIA a Roberto CARBALLEDO. An improved discrete bat algorithm for symmetric and asymmetric Traveling Salesman Problems. Engineering Applications of Artificial Intelligence [online]. 2016, 59-71 [cit. 2022-03-08]. ISSN 0952-1976. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0952197615002353>

SIXTA, Josef. Logistika : teorie a praxe. 2005. ISBN 80-251-0573-3.

ŠUBRT, Tomáš, 2015. Ekonomicko-matematické modely. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk. ISBN 978-80-7380-563-0

8 Přílohy

Číslo zastávky	Adresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Žižkova Hořice	0	106	133	193	193	192	192	134	139
2	Dimitrioiva Svitavy	106	0	27	84	84	73	83	88	95
3	Českobratrská Letovice	133	27	0	58	58	47	57	93	100
4	Splaviska Brno	193	84	58	0	1	7	2	88	95
5	Splaviska Brno	192	84	58	1	0	7	2	88	95
6	Škrobárenská Brno	192	73	47	7	7	0	7	88	95
7	Svratecká Modřice	192	83	57	2	2	7	0	89	96
8	Brněnská Jihlava	134	88	93	88	88	88	89	0	4
9	Vrchlického Jihlava	139	95	100	95	95	95	96	4	0

Příloha 1: Kilometrová vzdálenost zastávek (zaokrouhлено na celá čísla) – vlastní zpracování

tij	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1,55	2,3	2,95	2,95	3	2,95	2,25	2,216667
2	1,55	0	0,55	1,483333	1,483333	1,35	1,45	1,616667	1,766667
3	2,3	0,55	0	0,966667	0,966667	0,966667	0,983333	1,616667	2,233333
4	2,95	1,483333	0,966667	0	0,083333	0,2	0,066667	0,966667	1,133333
5	2,95	1,483333	0,966667	0,083333	0	0,2	0,066667	0,966667	1,133333
6	3	1,35	0,966667	0,2	0,2	0	0,2	1,116667	1,2
7	2,95	1,45	0,983333	0,066667	0,066667	0,2	0	0,983333	1,066667
8	2,25	1,616667	1,616667	0,966667	0,966667	1,116667	0,983333	0	0,166667
9	2,216667	1,766667	2,233333	1,133333	1,133333	1,2	1,066667	0,166667	0

xij	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
1	b= 0	b 1	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	1	1
2	b 0	b= 0	b 1	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	1	1
3	b 0	b 0	b= 0	b 0	b 0	b 1	b 0	b 0	b 0	1	1
4	b 0	b 0	b 0	b= 0	b 0	b 0	b 1	b 0	b 0	1	1
5	b 0	b 0	b 0	b 0	b= 0	b 0	b 0	b 1	b 0	1	1
6	b 0	b 0	b 0	b 1	b 0	b= 0	b 0	b 0	b 0	1	1
7	b 0	b 0	b 0	b 0	b 1	b 0	b= 0	b 0	b 0	1	1
8	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	b= 0	b 1	1	1
9	b 1	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	b 0	b= 0	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	= 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

UF	min	8,8
n		9
n-1		8
vzdl. v km		422

doba obsluhy(hodiny)	
S1	0
S2	0,250
S3	0,167
S4	0,250
S5	0,250
S6	0,167
S7	0,250
S8	0,167
S9	0,250

pomocná proměná	
u1	0
u2	1
u3	2
u4	4
u5	6
u6	3
u7	5
u8	7
u9	8

časové okno			
i2	a1	=	0
i3	a2	<	3
i3	a3	<	6
i4	a4	<	4,5
i5	a5	<	5
i6	a6	<	10,5
i7	a7	<	10,5
i8	a8	<	12,5
i9	a9	<	9,5
e2	a2	>	1
e3	a3	>	2
e4	a4	>	4
e5	a5	>	4,5
e6	a6	>	2,5
e7	a7	>	3,5
e8	a8	>	6
e9	a9	>	6

reálný okamžik návštěvy	
a1	0= 0
a2	1,55
a3	2,35
a4	4
a5	4,633333
a6	3,483333
a7	4,316667
a8	6
a9	6,333333

doba čekání před obsluhou	
W1	0
W2	0
W3	0
W4	0,15
W5	0
W6	0
W7	0
W8	0,15
W9	0

Příloha 2: Sestavený a vypočtený model v excelu (první výpočet) 1. část – vlastní zpracování

				M	1000	ai+Si+tij- M(1-xij)+Wj+vij=aj					
ui-uj+nxij<=n				2M	2000	2M*(1-xij)	provedl jsem si upravu - proměna vlevo a čísla v pravo				
							ai-aj+M*xij+Wj+vij	=	M-Si-tij		
x12	8	<=	8	v12	0<= 0	0	x12	998,45		M-S1-t12	998,45
x13	-2	<=	8	v13	1000,05	2000	x13	997,7		M-S1-t13	997,7
x14	-4	<=	8	v14	1000,9	2000	x14	997,05		M-S1-t14	997,05
x15	-6	<=	8	v15	1001,683	2000	x15	997,05		M-S1-t15	997,05
x16	-3	<=	8	v16	1000,483	2000	x16	997		M-S1-t16	997
x17	-5	<=	8	v17	1001,367	2000	x17	997,05		M-S1-t17	997,05
x18	-7	<=	8	v18	1003,6	2000	x18	997,75		M-S1-t18	997,75
x19	-8	<=	8	v19	1004,117	2000	x19	997,7834		M-S1-t19	997,7833
x23	8	<=	8	v23	0	0	x23	999,2		M-S2-t23	999,200
x24	-3	<=	8	v24	1001,083	2000	x24	998,7833		M-S2-t24	998,783
x25	-5	<=	8	v25	1001,35	2000	x25	998,2667		M-S2-t25	998,267
x26	-2	<=	8	v26	1000,333	2000	x26	998,4		M-S2-t26	998,400
x27	-4	<=	8	v27	1001,067	2000	x27	998,3		M-S2-t27	998,300
x28	-6	<=	8	v28	1002,433	2000	x28	998,1333		M-S2-t28	998,133
x29	-7	<=	8	v29	1002,767	2000	x29	997,9834		M-S2-t29	997,983
x32	1	<=	8	v32	998,4833	2000	x32	999,2833		M-S3-t32	999,283
x34	-2	<=	8	v34	1000,367	2000	x34	998,8667		M-S3-t34	998,867
x35	-4	<=	8	v35	1001,15	2000	x35	998,8667		M-S3-t35	998,867
x36	8	<=	8	v36	0	0	x36	998,8667		M-S3-t36	998,867
x37	-3	<=	8	v37	1000,817	2000	x37	998,85		M-S3-t37	998,850
x38	-5	<=	8	v38	1001,717	2000	x38	998,2167		M-S3-t38	998,217
x39	-6	<=	8	v39	1001,583	2000	x39	997,6		M-S3-t39	997,600
x42	3	<=	8	v42	995,8167	2000	x42	998,2667		M-S4-t42	998,267
x43	2	<=	8	v43	997,1333	2000	x43	998,7833		M-S4-t43	998,783
x45	-2	<=	8	v45	1000,3	2000	x45	999,6667		M-S4-t45	999,667
x46	1	<=	8	v46	999,0333	2000	x46	999,55		M-S4-t46	999,550
x47	8	<=	8	v47	0	0	x47	999,6833		M-S4-t47	999,683
x48	-3	<=	8	v48	1000,633	2000	x48	998,7833		M-S4-t48	998,783
x49	-4	<=	8	v49	1000,95	2000	x49	998,6167		M-S4-t49	998,617
x52	5	<=	8	v52	995,1833	2000	x52	998,2667		M-S5-t52	998,267
x53	4	<=	8	v53	996,5	2000	x53	998,7833		M-S5-t53	998,783
x54	2	<=	8	v54	998,8833	2000	x54	999,6667		M-S5-t54	999,667
x56	3	<=	8	v56	998,4	2000	x56	999,55		M-S5-t56	999,550
x57	1	<=	8	v57	999,3667	2000	x57	999,6833		M-S5-t57	999,683
x58	8	<=	8	v58	0	0	x58	998,7833		M-S5-t58	998,783
x59	-2	<=	8	v59	1000,317	2000	x59	998,6167		M-S5-t59	998,617
x62	2	<=	8	v62	996,55	2000	x62	998,4833		M-S6-t62	998,483
x63	1	<=	8	v63	997,7333	2000	x63	998,8667		M-S6-t63	998,867
x64	8	<=	8	v64	0	0	x64	999,6333		M-S6-t64	999,633
x65	-3	<=	8	v65	1000,783	2000	x65	999,6333		M-S6-t65	999,633
x67	-2	<=	8	v67	1000,467	2000	x67	999,6334		M-S6-t67	999,633
x68	-4	<=	8	v68	1001,083	2000	x68	998,7166		M-S6-t68	998,717
x69	-5	<=	8	v69	1001,483	2000	x69	998,6333		M-S6-t69	998,633
x72	4	<=	8	v72	995,5333	2000	x72	998,3		M-S7-t72	998,300
x73	3	<=	8	v73	996,8	2000	x73	998,7667		M-S7-t73	998,767
x74	1	<=	8	v74	999,2167	2000	x74	999,6833		M-S7-t74	999,683
x75	8	<=	8	v75	0	0	x75	999,6833		M-S7-t75	999,683
x76	2	<=	8	v76	998,7167	2000	x76	999,55		M-S7-t76	999,550
x78	-2	<=	8	v78	1000,3	2000	x78	998,7667		M-S7-t78	998,767
x79	-3	<=	8	v79	1000,7	2000	x79	998,6833		M-S7-t79	998,683
x82	6	<=	8	v82	993,7667	2000	x82	998,2167		M-S8-t82	998,217
x83	5	<=	8	v83	994,5667	2000	x83	998,2167		M-S8-t83	998,217
x84	3	<=	8	v84	996,7167	2000	x84	998,8667		M-S8-t84	998,867
x85	1	<=	8	v85	997,5	2000	x85	998,8667		M-S8-t85	998,867
x86	4	<=	8	v86	996,2	2000	x86	998,7167		M-S8-t86	998,717
x87	2	<=	8	v87	997,1667	2000	x87	998,85		M-S8-t87	998,850
x89	8	<=	8	v89	0	0	x89	999,6667		M-S8-t89	999,667
x92	7	<=	8	v92	993,2	2000	x92	997,9833		M-S9-t92	997,983
x93	6	<=	8	v93	993,5333	2000	x93	997,5167		M-S9-t93	997,517
x94	4	<=	8	v94	996,1333	2000	x94	998,6167		M-S9-t94	998,617
x95	2	<=	8	v95	996,9167	2000	x95	998,6167		M-S9-t95	998,617
x96	5	<=	8	v96	995,7	2000	x96	998,55		M-S9-t96	998,550
x97	3	<=	8	v97	996,6667	2000	x97	998,6833		M-S9-t97	998,683
x98	1	<=	8	v98	999,1	2000	x98	999,5833		M-S9-t98	999,583

Příloha 3: Sestavený a vypočtený model v excelu (první výpočet) 2. část – vlastní zpracování