UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA MATEMATIKY

Kateřina ŠVIRÁKOVÁ

GASPARD MONGE – JEHO PŘÍNOS PRO ROZVOJ KONSTRUKČNÍ GEOMETRIE

Bakalářská práce

Vedoucí práce: Doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

Olomouc 2010

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně a uvedla v ní veškerou literaturu a ostatní zdroje, které jsem použila.

V Olomouci dne 12. 4. 2010 ……………………………...

vlastoruční podpis

Děkuji panu Doc. PhDr. Bohumilu Novákovi, CSc. za vstřícný přístup, podporu a odborné vedení mé bakalářské práce

Obsah

Úvod

Zobrazování prostorových útvarů do roviny provází lidstvo už od pradávna. Je využita v mnoha odvětvích lidské činnosti.

Poprvé se s rovinnými útvary setkávají žáci na prvním stupni základní školy. Na druhém stupni základní školy si vytváří představu základních útvarů v prostoru, které se učí pojmenovávat a rýsovat, jako je kvádr, krychle, koule, jehla, kužel, válec. Na některých středních školách je zařazena konstrukční geometrie do učebních plánů matematiky. Dokonce může být konstrukční, nebo-li deskriptivní geometrie zařazena jako samostatný doplňující předmět. Na vysokých školách je konstrukční geometrie vyučována jako samostatný předmět, do kterého je zahrnuta i Mongeova projekce. Z toho vidíme, že konstrukční geometrie je protkána všemi stupni vzdělání. To mě vedlo k myšlence napsat něco o struktuře tohoto odvětví geometrie.

Cílem mé bakalářské práce je nastínit průřez historií geometrie a to především deskriptivní geometrie. Seznámit s životem Gaspara Monge, jeho přínosem pro matematiku a pro aplikované obory. A v neposlední řadě ilustrovat princip Mongeovy projekce. Na závěr stručně popsat prolínání konstrukční geometrie učebními osnovami matematiky.

Stanovenému cíli odpovídají napsané kapitoly. V první kapitole uvádím poznatky z historie matematiky se zaměřením na geometrii, kde se pomalými krůčky dostávám až k samotnému zakladateli deskriptivní geometrie, za něhož se považuje Gaspard Monge, kterému je věnována druhá kapitola. Popisuji jeho život na pozadí vývoje matematiky. Také se zmíním o jeho přínosu pro matematiku a ostatní obory, kterým se věnoval na pozadí dobové souvislosti. Třetí kapitola je věnována přímo Mongeově projekci. Jsou zde prezentovány vybrané základní úlohy z oblasti deskriptivní geometrie. V poslední kapitole je popsáno prolínání konstrukční geometrie předmětem matematika.

Kapitola I.

Z HISTORIE DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

1.1.Seznámení s deskriptivní geometrií

Zdeněk Opava ve své knize *Matematika kolem nás* tvrdí, že deskriptivní geometrie je část geometrie zabývající se zobrazováním prostorových útvarů. Jedním z úkolů deskriptivní geometrie je studovat prostorové útvary pomocí jejich rovinného zobrazení, tj. nahrazovat prostorové konstrukce rovinnými konstrukcemi a výsledek pak opět prostorově interpretovat. S poznatky deskriptivní geometrie se setkáváme velmi často například v chemii, kdy chemici využívají deskriptivní geometrii při znázornění prostorového uspořádání atomů, soustružník zhotovuje výrobky podle technických výkresů, dům by nemohl být postaven bez stavebních plánů, kartografové využívají deskriptivní geometrii při zhotovování map atd.

Se zobrazováním prostorových útvarů v rovině se setkáváme již v Mezopotámii ve stavebních plánech měst, při stavbách klenutí v Egyptě, při stavbách kamenných vodovodů a odpadních stok v Babylóně. Také v Římě se setkáme se stavitelem, který své pozoruhodné znalosti o kreslení prostorových útvarů předával svým žákům. Avšak zakladatelem dnešního pojetí deskriptivní geometrie se stal francouzský matematik Gaspard Monge.

Profesor Mika, ve své knize *Jak se vyvinula matematika a geometrie* popisuje deskriptivní geometrii jako paprsek kreslící na zemi stíny. „Nejdokonalejším kreslířem je světelný paprsek. Kreslí na zemi stíny předmětů i živých tvorů. Světlo vycházející ze vzdáleného Slunce tvoří osnovu paprsků, které můžeme pro přílišnou vzdálenost zdroje považovat prakticky za rovnoběžné. Naproti tomu paprsky z umělého zdroje (např. ze svítilny) tvoří paprskový trs rozbíhající se na všechny strany. Stačí jen změnit pojem „osvětlení“ pojmem „promítání“, pojem „vržený stín“ za pojem „průmět“, a jsme u východiska nauky o promítání – o zobrazování předmětů a z nich odvozených geometrických útvarů – u úkolů deskriptivní geometrie.

Dvojí poloha světelného zdroje – velmi vzdáleného (v geometrii „v nekonečnu“) a poměrně blízkého (v geometrii „v konečnu“) – vede ke dvojí představě osvětlení i promítání. Jde-li o zdroj v nekonečnu, mluvíme o osvětlení nebo *promítání rovnoběžném,* kdežto při zdroji v konečnu, mluvíme o osvětlení a *promítání středovém.* Stačí jen ještě říci, že rovina, na kterou dopadá vržený stín – při promítání průmět – se bude při promítání jmenovat průmětna.“([15], str. 60)

Deskriptivní geometrie našla uplatnění také v malířství a sochařství. Pokud se omezíme pouze na malířství, můžeme spojit výtvarný projev a geometrii. Zde se projevuje prolínání geometrických a výtvarných principů:

a) nejstarší, ještě „předgeometrickou“ etapu představují geometrické motivy, převážně ornamenty na pravěkých nádobách. Tyto motivy, které svou pravidelností, opakováním, jednoduchostí a podobností daly postupně vzniknout elementárním geometrickým útvarům a pojmům,

b) postupně se vytvořila snaha primitivního výtvarníka vedoucí ke geometrické stylizaci tvaru osob i předmětů. Tato snaha není typická jen pro jednu zeměpisnou oblast, ale objevuje se v pravěku na různých místech nezávisle na sobě, což je velmi zajímavé,

c) jsou to i geometrické principy, kompozice obrazu, opírající se o geometrické konstrukce nebo o kvantitativní vztahy. Již od starověku se objevuje známý poměr zlatého řezu[1], jako znak vyváženosti obrazu a je jedním z možných geometrických pravidel kompozice. [1]

1.2 Nejstarší počátky geometrie

V pozdní době ledové se můžeme poprvé setkat s nástroji geometrických tvarů, destičky z křemene tvaru trojúhelníka, kosočtverce nebo lichoběžníka. Poté geometrické představy pokročily se vznikem hrnčířství, tkalcovství, stavební techniky a se zrodem umění. Díky neolitickým nálezům – koše, sítě a tkaniny se potvrzuje, že geometrický smysl byl u lidí této doby už vysoce vyvinut. Na jejich výrobcích nalézáme různé ornamenty, složité mozaiky z trojúhelníků, kruhů atd. Může nás udivovat, že v těchto ornamentech nacházíme podobnost, shodnost a symetrii obrazců, jelikož prvotní člověk tyto pojmy ještě neznal v abstraktním smyslu. Další velký vliv na geometrické pojmy měl vznik zemědělství.

[1] Jako **zlatý řez** (latinsky *sectio aurea*) se označuje poměr o hodnotě přibližně 1,618. V umění a fotografii je pokládán za ideální proporci mezi různými délkami. Zlatý řez vznikne rozdělením úsečky na dvě části tak, že poměr větší části k menší je stejný jako poměr celé úsečky k větší části. [34]

1.3 Starý Orient

Ve Starém Orientě, který představuje Indie, Čína, Mezopotámie a Egypt, jako v mnoha jiných zemích vznikla matematika jako praktická věda, která měla usnadnit výpočet kalendáře, řízení sklizní, organizaci veřejných staveb a vybírání daní. Pozornost v matematice byla zpočátku věnována praktické aritmetice a zeměměřičství. I přes podobnost úrovně vědeckých znalostí nalézáme vždy překvapující rozdíly mezi různými kulturami. Lehce rozlišíme umělecké výtvory a písemné památky Egypťanů, Mezopotámců, Číňanů a Indů. Proto můžeme mluvit o egyptské, mezopotámské, čínské a indické matematice.

1.3.1 Egyptská matematika

Většina našich znalostí egyptské matematiky pramení ze dvou matematických papyrů, a to *Hindův papyrus*, obsahující 85 úloh, a takzvaný *Moskevský papyrus*, který je asi o dvě století starší a obsahuje 25 úloh.

Zde byla geometrie řazena spíše ke stavitelství než k matematice. Na stavby potřebovali Egypťané už pokročilejší znalosti geometrie, aby dokázali postavit stavby velkých rozměrů jako jsou například pyramidy, sfingy a chrámy. Důkazem nám může být nález půdorysu chrámu, který se zachoval na ostrově Phile v Egyptě. Proto můžeme říci, že Egypťané jako první používají pravoúhlé promítání. Půdorys chrámů zde byl kreslen na vodorovnou rovinu, profil říms a sloupů u chrámů byl zakreslen na svislou rovinu, což můžeme pojmenovat jako nárys. Jako příklad můžeme uvést profil pylonu (vstupní chrámové věže) Isidina chrámu v Edfu. Také se vyznačovali stavbou sfing, které byly vytesány z kvádru. Na kvádru byla narýsována čtvercová síť, poté do ní byly zakresleny nárysy, stranorysy a půdorysy. Toto egyptské umění zhotovovat pravoúhlé průměty přejali později Římané.

1.3.2 Mezopotámská matematika

Mezopotámská matematika se pozvedla na úroveň mnohem vyšší, než dosáhla matematika egyptská. Již nejstarší texty, které pocházejí z posledního sumerského období, ukazují značnou početní zběhlost.

Tak jako v Egyptě rozvíjí se i zde geometrie na základě praktických měřičských problémů. Z tohoto období můžeme nalézt městský plán Nippuru, starého kulturního sumerského města (Mezopotámie), který je na svou dobu neobyčejně pečlivě zakreslen na hliněné tabulce. Je to pravděpodobně nejstarší doklad rýsování (asi 15. stol. př. n. l.).

Babylonská matematika již znala vzorce pro výpočet plochy jednoduchých pravoúhelníků a objemu jednoduchých těles. Také byla známa Pythagorova věta nejen ve speciálních případech, ale též v plné obecnosti. Velmi často ji využívali, a tak se stala zdrojem příkladů „*kvadratických rovnic*". Tak například určovali množství osevu potřebného na pole ve tvaru rovnoramenného trojúhelníka, určovali délku tětivy podle výšky kruhové výseče, kterou vytínala z obvodu dané kružnice. Za hodnotu písmena π brali hodnotu 3.

1.3.3 Čínská matematika

Hned v prvním dochovaném výlučně matematickém díle, pod názvem *Jiuzhang suanshu* (Devět traktátů o matematickém umění), nacházíme velmi bohatý souhrn znalostí, mezi něž můžeme řadit například plochy základních geometrických obrazců, kmenové zlomky, algoritmy pro výpočet druhé a třetí odmocniny a dokonce i Pythagorovu větu (v Číně pod názvem *věta Gougu*). Objevují se zde i záporná čísla, která byla psána červeně, a dokonce se zde nachází i pravidla pro počítání s nimi. Také zde nalezneme vyměřování polí a rady pro stavitele.

1.4 Řecko

Řekové čerpali své znalosti z egyptských, babylonských a foinických pramenů. Ráz těchto vědomostí byl převážně praktický a konkrétní. Egyptská a babylonská matematika obsahovala první začátky teorie matematiky. Díky těmto matematikám byly do Řecka přeneseny počátky abstraktního matematického myšlení. Řekové však považovali matematiku Starého Orientu pouze jen za „magickou" a svou matematiku za „vědeckou". Jelikož se v matematických úvahách zabývali otázkou „proč", oddělila se u nich teoretická a praktická matematika. Od praktické aritmetiky, tzv. logistiky, a užité geometrie, se začíná oddělovat teoretická aritmetika a teoretická geometrie. Tyto teoretické odvětví matematiky neobsahovaly pouze návody na řešení úloh, ale také zdůvodňovaly správnost řešení. Proto bylo nutné přesně vymezovat pojmy a uvádět přesné důkazy. Filozofové, kteří se zabývali matematikou, si začali uvědomovat význam matematiky jako samostatné vědy. Její úkol viděli v tom, že vysvětluje člověku jevy a pomáhá mu je tak dále cílevědomě využívat.

Za otce řecké matematiky je pokládán kupec Thaleta z Milétu, který v první polovině 6. století navštívil Babylónii a Egypt, odkud převzal poznatky matematiky. Studium matematiky v raném Řecku sledovalo jako hlavní cíl racionální postižení úlohy lidstva ve vesmíru. Tedy matematika sloužila k nalezení pořádku v chaosu, k uspořádání myšlenek logického řetězce a k ustanovení základních principů. V této době vystupuje skupina kritických filozofů – „sofistů[2]“, kteří nebyli mnoho ovlivněni tradicí a vytvářeli tzv. novou matematiku. Studovali problémy matematické povahy spíše proto, aby jim porozuměli, než aby hledali jejich užitečnost.

Matematikové se zabývali třemi stěžejními problémy, a to *trisekce úhlu*, tj. dělení daného úhlu na tři stejné části, *zdvojení krychle*, tj. nalezení hrany krychle, jejíž objem je dvojnásobkem dané krychle (tzv. Delský problém) a *kvadratura kruhu*, tj. nalezení čtverce o ploše rovné ploše daného kruhu. Závažnost těchto problémů tkví ve skutečnosti, že nemohou být řešeny geometricky bez aproximace, tj. konstrukcí užívající konečného počtu kružnic a přímek. Proto se staly prostředkem k proniknutí do nových oblastí matematiky. Vedly k objevení kuželoseček, křivek čtvrtého řádu, některých kubických křivek a jedné transcendentní křivky – kvadratrix.

Na druhé straně, oproti sofistům stála skupina filozofů zabývající se matematikou , kteří se přikláněli k aristokratickému hnutí. Na základě toho vznikla škola, kterou založil Pythagoras, jehož osobnost je poněkud mýtická. Říká se o něm, že byl jak mystikem, tak vědcem i aristokratickým politikem. Na této škole bylo vyučováno tzv. *„kvadrivium*“, do něhož patřila geometrie, aritmetika, astronomie a muzika. Pythagorejci, jak se nazývali, znali některé vlastnosti pravidelných mnohoúhelníků i těles. Objevili také poslední dva pravidelné mnohostěny a to dvanáctistěn a dvacetistěn. Což znamená, že v geometrii začali podrobně studovat tělesa. Dalším závažnějším objevem připisovaným pythagorejcům bylo odhalení nesouměřitelnosti strany čtverce a jeho úhlopříčky, což vyvracelo jejich vlastní teorii, že vše lze vyjádřit poměry přirozených čísel. Tento poznatek později vedl k vytvoření iracionálních čísel. Pythagorejcům připisujeme také objev prvočísel, na něž narazili při výzkumu dělitelnosti. Avšak jejich nejvýznamnějším přínosem matematice bylo povýšení důkazu (logického, přesného a úplného) na základní kámen matematiky.

Dalším přínosem matematice bylo třináct knih *Základů* (Stocheia), kterou sepsal významný matematik Euklides, jenž se zabýval snad všemi oblastmi matematiky. V prvních čtyř knihách se zabývá rovinnou geometrii a postupuje od nejelementárnějších vlastností přímek a úhlů k podobnosti trojúhelníků, k rovností ploch, zlatému řezu, kruhu a pravidelným mnohoúhelníkům. Pátá kniha pojednává v čistě geometrické podobě o Eudoxovu teorii nesouměřitelných veličin a šestá kniha přináší tuto teorii aplikovanou na podobnost trojúhelníků. Spis obsahuje mnoho dalších geometrických poznatků jako například

[2] Působí v době tzv. antropologického obratu, tedy v době, kdy se pozornost obrací od přírody k člověku. Jsou to tzv. učitelé moudrosti za peníze. Učili své žáky řečnickým trikům a logickým úskokům, které pak podle nich byly nazvány sofismaty.

geometrie těles vedoucí přes prostorové úhly, objemy rovnoběžnostěnu, kvádru a pyramid až ke kouli a k tomu je přiřazena diskuse k pěti pravidelným „Platonovým" tělesům a k jejich důkazu, že těchto pravidelných těles existuje pouze pět.

Dílem *O kuželosečkách*, která se skládá z osmi knih, se zapsal do historie geometrie Apollonios z Pergy. Ve svých knihách pojednává o elipse, parabole a hyperbole.

1.5 Římské imperium

Římané používali geometrii pouze k praktickým úkolům. Geometrie se využívala převážně k zeměměřičství. Při zakládání měst a táborů, při stavbě chrámů a paláců. Z římského období máme první spolehlivý doklad o pravoúhlém promítání. Vitruvius, slavný římský architekt, jež žil v prvním století před Kristem, rozeznává ve svém vynikajícím spisu *Deset knih o architektiře* tři způsoby zobrazování předmětů, jež jsou:

a) *„ICHNOGRAFIE"*, jež záleží v rýsování pomocí pravítka a kružidla v nevelkém prostoru jakoby na povrchu země. (Tento obraz nazýváme dnes půdorysem.)
b) *„ORTHOGRAFIE"*, zobrazuje taktéž v nevelkém prostoru jednu vypínající se stranu v těchž poměrech, jaké má mít stavení. (Tento obraz značí nárys.)
c) *„SCÉNOGRAFIE"*. (Což je podobné naší perspektivě.) [11]

1.6 Západní Evropa

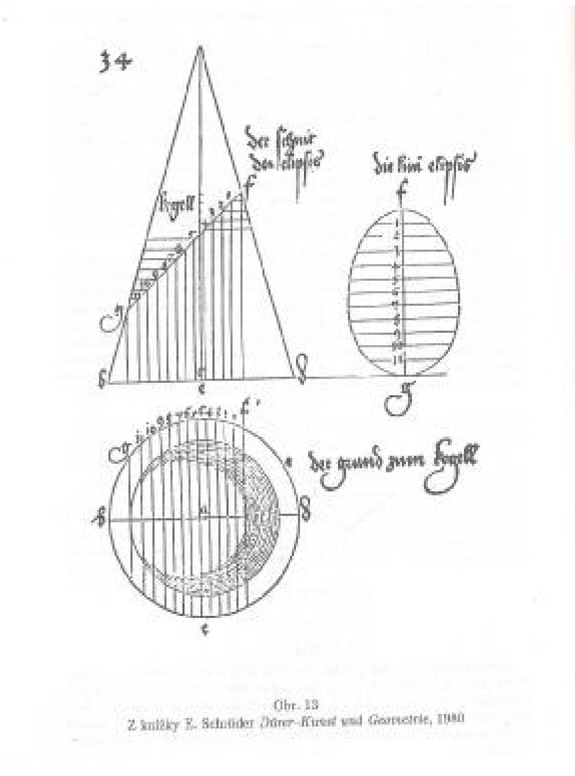
Matematika v tomto období byla na hodně špatné úrovni. Byla používána pouze *„klášterní matematika"*, která obsahovala pouze tzv. církevní aritmetiku, která byla využita k výpočtu dat Velikonoc. První záznam o geometrii se objevil v knize *Practica Geometria* (1220) od Leonarda, nazývaného taky Fibonacci. V této knize pojednává o geometrii, se kterou se setkal na svých cestách po Orientu a kterou obohatil svými poznatky.

Matematika také hodně zasahovala do výtvarného umění. Renesanční umělci se snažili ve svých dílech vyvolat dojem hmotné skutečnosti a své postavy zobrazit v trojrozměrném prostoru. Tyto snahy vyžadovali využití geometrických metod v umění, především perspektivy. Prvním významným renesančním umělcem, který intenzivně studoval geometrii a tím ovlivnil italskou renesanční architekturu a sochařství, byl Filippo Bruneleshi. Jednou z prvních knih, která zahrnuje zásady perspektivy, je *De prospettiva pingendi* (O perspektivě v malířství) od Piera della Francesca. Dává zde malířům praktické návody na její využití. Na jeho myšlenky navázal učený mnich Luca Pacioli, který se ve svém díle *De divine proportione* (Božská proporce) snaží dokázat, že tajemství krásy je v tzv. zlatém řezu. Dalším významným malířem, který se zabýval geometrickou perspektivou v malířství je

Leonardo da Vinci. Ve svém díle *Traktát o malířství* vykládá základy geometrické perspektivy a doporučuje umělcům, aby ji prostudovali a používali ve svých dílech.

1.6.1 Šestnácté století

Kniha *De artificiali perspektiva* od J. Pélerina, známého především pod latinizovaným jménem Viator (poutník), ve které se poprvé objevují rozsáhlé vědomosti tohoto způsobu zobrazování, ovlivnila norimberského malíře Albrechta Dürera. Ten se ve svém díle *Underweysung der messung mit zirkle und richtscheydt* (1525) přímo zaměřil na hlubší studium lineární perspektivy. Jsou zde vyloženy základy průsečné metody lineární geometrie takřka způsobem deskriptivní geometrie. Ve své knize konstruuje řezy rotační kuželové plochy rovinou. Postupoval správně, ale graficky řez zakreslil chybně. Přizpůsobil jej svému přesvědčení, že řezem je ovál s dolní částí širší než horní částí. Můžeme ale říci, že v Dürerově postupu jsou obsaženy základy promítání na dvě kolmé průmětny, jak je známe z Mongeovy projekce.



Obr.1 řez rotační kuželové plochy [19]

Také kresbu rourových ploch H.Lenckera z roku 1565 můžeme považovat za předchůdce deskriptivní geometrie. Na této kresbě jsou nakresleny čáry, které udávají směr extrémního zakřivení plochy v jejím bodě. Dnes těmto čarám říkáme hlavní a víme, že tvoří ortogonální síť.

1.6.2 Sedmnácté století

V roce 1639 vychází spis „*Brouillon project d´une atteintte aux évenements des rencontres d´un cone avec un plan*“ od Gasparda Desarguese, který se stal počátkem projektivní geometrie. Jeho dílo patří nepochybně k vrcholům geometrie 17.století. G. Desargues byl povoláním stavitel a vojenský inženýr, který jednak ovládal perspektivu s jejím praktickým využitím, například v architektuře, a jednak měl hluboký smysl pro vědecký postup. Ve své době měl nepříznivý osud, protože nebyl pochopen a byl zcela nesrozumitelný pro tehdejší matematiky. Představa nekonečně vzdálených bodů, přímek a rovin byla tehdejším geometrům ještě velmi vzdálená. Desargues založil své úvahy na širokém uplatnění středového promítání a prvků v nekonečnu. Zaobíral se studií involuce bodů na přímce i přímek ve svazku. Rovněž studoval involuci na přímkách protínajících svazek kuželoseček (dnes známo jako Desarguesova věta). Jeho myšlenky o nové projektivní geometrii zaujali B. Pascala, který jako jediný tyto myšlenky zcela pochopil a dokonce je dále rozvinul.

1.6.3 Osmnácté století

V roce 1720 vychází práce *Geometra organica* od Colin Maclaurina[3], ve které jsou obsaženy některé věty, které mají své pevné místo v projektivní geometrii. Amédée-Francois Fréziér[4] ve svém díle „*La theorie et la practique de la coupe des pierres et des bois ou traité de stéréotomie*“ (Teorie a praxe řezu kamene a dřeva čili pojednání o stereometrii) vydaném roku 1737, pojednává o zobrazovací metodě, pomocí které se zhotovovaly plány silnic, plavebních kanálů, pevností a jiných staveb. Tuto zobrazovací metodu zdokonalil a zjednodušil Gaspard Monge. Roku 1798 vydává dílo „*Geometrie deskriptive*“ (Deskriptivní geometrie). Toto dílo znamená převrat v dosavadní konstruktivní geometrii. Popsal zde v podstatě známé pravoúhlé promítání na dvě k sobě kolmé průmětny. Avšak svým pojetím, a to jednak systematickým řešením jednotlivých jednoduchých úloh, na jejichž vhodný sled lze rozložit každou úlohu, jednak volbou pravoúhlého promítání místo tehdy obvyklého

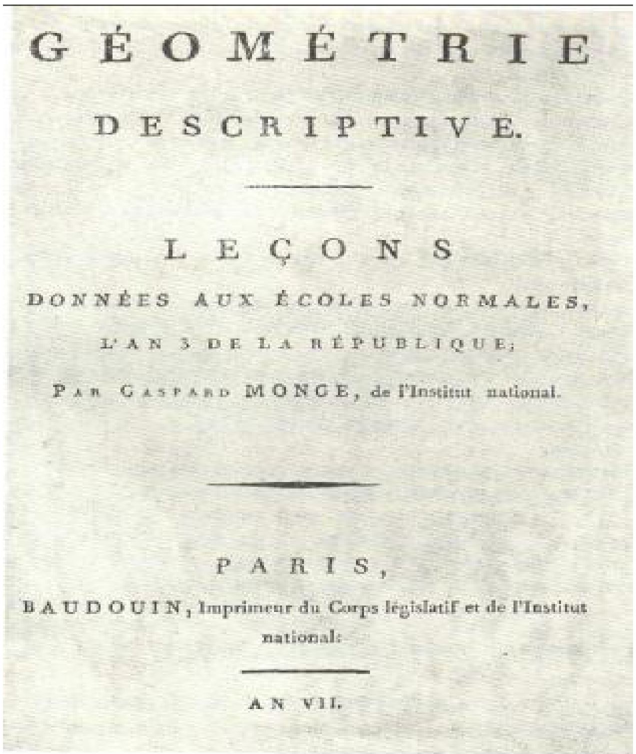
---

[3] Colin Maclaurin je anglicky mluvící matematik. Byl profesorem na univerzitě v Edinburghu. Také byl žákem Newtona, se kterým udržoval osobní styky.

[4]Amédée-Francois Frézie byl francouzský vojenský inženýr. Zúčastnil se francouzské expedice do Střední ameriky a výstavby přístavu v Santo Domino na Haiti.(Bečvář fuks matematika v proměnách věků,154)

středového, zaznamenal založení deskriptivní geometrie jako speciálního odvětví geometrie. Pro inženýrskou praxi vhodnou a jednoduchou zobrazovací metodu.

O vydání knihy „*Geometrie deskriptive*“ se zasloužil Mongeův žák Jean Pierre Hachette[5]. Kniha vyšla v rozsahu 132 stran + 25 stran s 50 obrázky. Je rozdělena na nenadepsané části I – V, rozčleněné dále na 131 oddílů. Jednotlivé části R. Haussner, jenž ji přeložil z francouzského originálu, nazval takto: *I. Úloha a metody deskriptivní geometrie. Elementární úlohy., II. Tečné roviny a normály křivých ploch., III. Řezy křivých ploch., IV. Aplikace předložené metody pro konstrukci řezů křivých ploch na řešení různých úloh., V. Křivost dvojitě zakřivených čar a křivých ploch.*



GÉOMÉTRIE

DESCRIPTIVE.

LEÇONS

DONNÉES AUX ÉCOLES NORMALES,

L'AN 3 DE LA RÉPUBLIQUE;

PAR GASPARD MONGE, de l'Institut national.

PARIS,

BAUDOUIN, Imprimeur du Corps législatif et de l'Institut national.

AN VII.

Obr.2 titulní strana *Geometrie deskriptive* od G.Monge [19]

1.6.4 Devatenácté století

Hachette našel v díle svého učitele nějaké mezery, které vyplnil svými dvěma spisy „*Supplémens á la geometrie deskriptive*“ vydané roku 1812 a 1818. Tato nová pojednání se vyskytují v úplném díle Mongeovy Deskriptivní geometrie vydané roku 1821. Další významný Mongeův žák, Charles Dupin, aplikoval metody svého učitele na teorii ploch,

[5] Jean Nicolas Pierre Hachette (1769-1834) francouzský matematik. Byl žákem Mongena na École Royale de Gunie, kde se později ujal postu učitele matematiky a fyziky. Byl nápomocen při zakládání École Polytechnique i École Normale. Nejprve na těchto školách byl asistentem Mogeho a následně zde působil jako profesor deskriptivní geometrie.

přičemž nalezl asymptotické a konjugované křivky. Byl to mladý námořní inženýr Napoleonovy doby, který se stal profesorem geometrie v Paříži. „Dupinova indikatrix“ a „Dupinovy cykloidy“ ukazují počáteční zájmy tohoto učence. Jeho díla *„Développements* de geometrie“ (1813) a *„Applications de geometrie*“ (1825) obsahují velké množství pozoruhodných myšlenek. Avšak nejoriginálnějším žákem Mongeovým byl Victor Poncelent, který v zajetí v Rusku přemýšlel o metodách svého učitele. Jeho myšlenky se zaobíraly především analytickým obsahem Mongeovy geometrie, jako myšlenky Desarguese před dvěma stoletími. Díky svému dílu „*Traité des propriétés projectives des figure*“(Pojednání o projektivních vlastnostech útvarů), vydanému roku 1822, se stal zakladatelem projektivní geometrie. Toto dílo obsahuje všechny důležité pojmy, které tvoří základ tohoto nového odvětví geometrie, jako je např. dvojpoměr, perspektiva, projektivita, involuce a dokonce i nekonečně vzdálená kružnice.

Velký krok kupředu v deskriptivní geometrii se stal, když žák Hachetta, Th. Olivier začal řešit jednotlivé úlohy pomocí tzv. transformace (přetváření průmětů). Pomocí transformace lze dát geometrickým útvarům nejjednodušší polohu vzhledem k průmětnám. Tuto skutečnost uveřejnil ve svém díle „*Troisiéme edition par Eugéne Rouché“* roku 1870. Také stojí za zmínku dílo „*Traité de geometrie deskriptive“* 1873 od de la Gournerie, který zde mimo jiné pojednává velmi důkladně o plochách.

V Čechách byla deskriptivní geometrie přednášena na polytechnice v Praze profesorem Karlem Wiesenfeldem v letech 1830 – 1833. Avšak řádným profesorem deskriptivní geometrie se na téže škole stal roku 1854 Rudolf Skuherský. Jako první přednášel tento předmět v češtině.

Gaspard Monge

* 10. 5. 1746 - † 18. 7. 1818

Kapitola II.

GASPARD MONGE

Gaspard Monge, někdy znám také jako Comte de Péluse, se narodil 10.května 1746. Jeho otec Jacques Monge byl obchodník a také brusič nožů. Původně pocházel z města Haute-Savoie v jihovýchodní Francii. Gaspardova matka, jejíž dívčí jméno bylo Jeanne Rousseaux, pocházela z Burgundska. Gaspard své mládí prožil v městě Beaune[6] v Burgundsku. Navštěvoval oratoriánskou[7] vysokou školu v Beaune, která byla určena pro mladé šlechtice a provozovali ji kněží. Nabízela však více liberální vzdělání než jiné církevní školy. Dávala poučení nejen v humanitních oborech, ale i v historii, matematice a přírodních vědách. Zde mladý Monge poprvé oslnil své okolí svým talentem. V roce 1762 odešel Monge do Lyonu, kde pokračoval ve svém vzdělání na škole Collège de la Trinité, bylo mu pouhých 16 let. O rok později, tedy v 17 letech, mu bylo umožněno vést kurz fyziky. Po ukončení svého vzdělání se v roce 1764 vrátil do rodného města Beauna.

Po návratu načrtl plán svého rodného města na základě vlastního měření, což mělo zásadní vliv na jeho kariéru. Tento plán představil občanům města a později byl vystaven v místní knihovně. Zde si ho také všiml plukovník de Vigneau, což byl příslušník ženijní armády. Plán ho zaujal natolik, že Mongeho doporučil do vojenské školy École Royale du Génie[8] v Mézières. Jelikož nebyl šlechtického původu byl zařazen do praktické školy[9], která

[6] Dnes je město Beaun známo pro své vynikající víno.

[7] Řád Oratoriánů nebo také Filipínů byl založen roku 1522 sv. Filipem Neri a schválen Řehořem XIII. roku 1575 v Itálii.

[8] École Royale du Génie byla založena 1748 rytířem de Chastillon pro formaci ženijních důstojníků. Vzdělávali se zde všichni vojenští inženýři až do doby Francouzské revoluce. Vyučoval zde i slavný matematik Charles Bossut a fyzik Jean Antoine Nollet.

byla přidružena škole vojenské. V roce 1765 byl díky své zručnosti a bystrosti oceněn a poté také přeřazen mezi studenty z kruhu šlechtického. Stal se tedy projektantem. Jelikož zadané úkoly plnil rychle, měl více volného času, který trávil vzděláváním se především v oblasti geometrie. Na škole se setkal s Abbe Charlesem Bossutem[10], což byl tamější profesor matematiky.

Díky své píli dostal Monge úkol, ve kterém mohl využít své matematické dovednosti. Byl požádán, aby nakreslil plán opevnění, které mělo zabránit nepřátelům jakoukoli palbu na objekt z jakékoli pozice. Při řešení úkolů, které se vztahovaly k opevňovacím pracím défilement[11], vymyslel vlastní zobrazovací metodu. Tato metoda se zakládala na geometrických technikách, ve kterým se Monge vzdělával ve svém volném čase. Splněním úkolu ukázal, že je člověkem s výjimečnými schopnostmi v teoretických i praktických předmětech. Avšak jeho nová zobrazovací metoda byla odmítána, jelikož se neshodovala se zastaralou zdlouhavou technikou. Jakmile pečlivě objasnil postup svou práce, byla jeho metoda přijata a klasifikována jako vojenské tajemství. Díky své samostatnosti a bystrosti, kterou ukázal při řešení opevnění byl odměněn pozicí učitele matematiky na vyšším stupni, kde vyučoval ženijní důstojníky. Stal se Bossutovým asistentem na katedře matematiky.

V roce 1768 byl Bossut zvolen do Akademie přírodních věd, proto opustil Ékole v Mézières a stal se mistrem hydrodynamiky v Louvru. Mezitím Monge pracoval na své práci, kterou dopisem poslal Boosutovi. Žádal ho o přečtení práce a radu, zda ji může publikovat. Jelikož Boosut práci ohodnotil kladně, Monge svou práci publikoval v žurnálu *Encyclopédique.* Dokument, ve kterém Monge uveřejnil výsledky své práce, použil Huygens při zkoumání kyvadla. Zcela dokončená práce *"Mémoire sur les développées, les rayons de courbure et les différents genres d´inflexions des courbes á double courbure" (1785) (*Elaborát o rozvinutelnosti, poloměru křivosti a různých typech zakřivení dvojí křivosti) byla předložena Akademii věd v Paříži v říjnu 1770, avšak publikována byla až v roce 1785.

---

[9] Praktická škola, nebo-li *une succursale* byla pobočka École Royale du Génie. Zde byli zařazeni žáci z chudších sociálních poměrů. Žáci zde studovali základy algebry a geometrie,kreslení a modelování. Také základní konstrukce z kamene, dřeva a modely z mokré sádry.

[10] *Charles Bossut (1730-1814)* – francouzský matematik a geometr. V roce 1752 jmenován profesorem matematiky na škole École Royale du Génie v Mézières. Mezi jeho díla patří *Cours complet de mathematiques* (1765), *Essai sur l'histoire générale des mathématique* (1802).

[11] Défilement je způsob opevnění sloužící k ukrytí se před palbou a pozorováním nepřítele s využitím přírodních nebo umělých překážek.

V roce 1770 byl Monge jmenován na post profesora experimentální fyziky na École Royale du Génie. Ačkoliv to byl velký krok v jeho kariéře, Monge se spíše více zajímal o matematiku. V roce 1771 se seznámil s d´Alambertem a Mariin Jeanem Cordorcetem. Cordorcent byl natolik zaujatý hloubkou Mongeových znalostí matematiky, že Mongeovy práce doporučil Akademii věd. Proto Monge opět předkládá své práce Akademii věd, a to *„Zevšeobecnění variačního počtu, Infinitezimální geometrii, Teorie parciálních rovnic a Kombinatoriku.“* Nadále pracoval na dalších dílech o parciálních diferenciálních rovnicí, které studoval z geometrického hlediska. V této době se začal více zajímat o jiné předměty. Nejvíce se zajímal o fyziku a chemii.

Dne 12. června 1777 se oženil s Cathérine Hurtovou, se kterou měl tři dcery. Se sňatkem se Monge stal spolumajitelem slévárny, což v něm vzbudilo zájem o výrobu a zpracování oceli.

V roce 1780 mu bylo nabídnuto místo profesora hydrodynamiky na francouzské l´Académie Royale des Science[12] v Paříži v Louvru. Od té doby trávil hodně času v Paříži, kde jako zástupce Boosuta vyučoval kurz hydrodynamiky. Účastnil se také matematických, fyzikálních a chemických projektů, které pořádala akademie. Proto mu nezbývalo mnoho času na výuku v École Royale du Génie, a tak ho zde zastupoval jeho mladší bratr Louise.

Po třech letech práce na l´Académie Royale des Science mu bylo nabídnuto místo examinátora námořních kadetů. Rozhodl se tedy opustit práci na škole v Mézières a natrvalo se přestěhoval do Paříže. Na akademii se také seznámil s Bertholletem[13], který se stal jeho přítelem a pomocníkem. Během následujících pěti let měl mnoho práce. Jako examinátor měl čas zaplněn cestami, inspekcemi námořních škol a akademickými povinnostmi v Paříži. Stále ještě prováděl výzkum v širokém vědeckém rozsahu. Na akademii věd předložil další své práce např. ***„ Parciální diferenciální rovnice (1785), Struktura dvojlomného vápence, Složení železa, oceli a litiny, Jev elektrických jisker v oxidu uhličitém (1786), Kapilární jevy (1787), Příčiny meteorologických jevů (1788), Studium fyziologické optiky (1789).***

[12] Académie Royale des Sciences (dnes známý pod jménem l'Académie des sciences) založil 22. prosince 1666 Ludvík XIV. na žádost ministra financí Colberta jako centrum vědy. Byla zaměřena především na matematiku, mechaniku, astronomii, chemii, botaniku a anatomii. V 17. století významně přispívala k rozšiřování vědy vydáváním vědeckých publikací. Po roce 1816 se Královská Akademie věd stala opět samostatnou, avšak později se stala součástí Francouzského Institutu (Institute de France)

[13] Claude Louis Berthollet (1748 - 1822), profesor pařížské techniky, kde provedl experimentální práce o amoniaku, sirovodíku, třaskavém stříbru, chloru a dalších. Jako vědecký poradce provázel Napoleona do Egypta, patřil k prvním stoupencům Lavoisierova učení.

Rok 1789 byl velmi rušným rokem pro Francii. Útokem na Bastilu 14. července 1789 začala francouzské revoluce. Tato událost zcela změnila Mongeův život. V té době byl jedením z nejvýznamnějších vědců v Paříži. Politicky byl Monge velkým stoupencem revoluce. Stal se členem různých spolků, které podporovaly revoluci. Nadále pracoval jako examinátor námořních kadetů a představoval vůdčí osobnost na Akademii věd, kde pracoval jako vedoucí Komise pro váhy a míry. Společně s Mongem pracovali v této komisi ještě Lagrange, Laplace a skupina dalších fyziků a geodetů.

Francie se stala na krátkou dobu konstituční monarchií. Po popravě Ludvík XVI. Byla prohlášena za republiku. V té době vztahy mezi Francií a zbytkem Evropy byly negativního rázu. Francie válčila s Rakouskem a Pruskem, k nimž se poté přidalo Španělsko a Anglie. Monge podporoval revoluci. Snažil se aktivně podílet na šíření nových myšlenek a postojů. Národní shromáždění nabídlo Mongeovi post ministra námořnictva. V této pozici Monge setrval pouze osm měsíců a 10. dubna 1793 podal rezignaci. Na pár měsíců se vrátil k práci na Akademii věd, ale 8. srpna 1793 Národní shromáždění Akademii věd zrušilo.

Monge byl stále silným republikánem a zastáncem revoluce. Pracoval na různých vojenských projektech, které se zabývaly zbraněmi a výbušninami. Pokračoval v práci jako vedoucí Komise pro váhy a míry, která jako poslední zůstala po zrušení Akademie věd. Zde se snažili vyvinout metrické soustavy. Navrhoval také Národnímu shromáždění školské reformy, které byly 15. září 1793 přijaty, avšak den poté odmítnuty.

V roce 1794 se Monge podílel na založení školy École centrale des travaux publics, která se brzy stala École Polytechnique. Na základě svých poznatků z Mézièresu se stal instruktorem deskriptivní geometrie. Jeho prvním úkolem bylo školit budoucí učitele této školy, která měla být otevřena od června 1795.

Byla zřízena další vzdělávací instituce École Normale, aby zdokonalovala učitele středních škol. Zde Monge vedl kurzy deskriptivní geometrie, kde mohl poprvé veřejně představit své poznatky v tomto oboru. Mongeovy přednášky o infinitezimální geometrii se staly základem pro jeho další knihu. Soubor jeho přednášek, editovaných a určených pro studentské použití, nejprve vyšel jako *Géométrie deskriptive(1799,* „Deskriptivní geometrie“), které používal při jeho výuce na École Normale. Vyvinul metodu zobrazovaní těles trojrozměrného prostoru na dvojrozměrný prostor. *Feullies d´analyse applique le geometrie(1801,* „Analýza aplikována na Geometrii“) byla rozšířená verze jeho přednášek o diferenciální geometrii. Pozdější ve spolupráci s Hachettem vydává *Application de l´algebre à la geometrie(1807,* „Aplikace algebry v geometrii“) a rozšířenou práci

Applicatione de l'analyse á la geometrie des surfaces du 1^{r} et 2^{d} degré (1807, „Aplikace analýzy v geometrii ploch prvního a druhého stupně“), které jej proslavili po celém světě. Nacházely se zde texty ustanovené algebraické principy prostorové geometrie, což pomáhalo konstruktivní geometrii. Usiloval o to, aby byla opět otevřena Akademie věd a stala se Národním institutem. Národní shromáždění schválilo opětovné otevření Akademie věd 26. října 1795. V roce 1796 se stal členem Komise pro vyhledávání vědeckých a uměleckých předmětů (Commission pour la recherche des objets des Sciences et de l´Art) v Itálii, a proto od května 1796 do října 1797 v této zemi pobýval. Zde měl za úkol vybrat nejlepší umělecké poklady a přivést je do Francie. Za pobytu v Itálii se seznámil s velitelem francouzské armády Napoleonem Bonapartem s nímž i přicestoval zpět do Paříže.

V únoru 1798 byl Monge na žádost Napoleona Bonaparte vyslán opět do Říma, kde působil jako člen vědecké komise. Tato komise, která kromě Mongeho obsahovala také matematiky Fouriera a Maluse, měla velký úspěch. Z Říma se Monge přesídlil do Egypta, kde se stal prvním presidentem Egyptského ústavu umění a věd v Káhiře, kterou založil Napoleon.

Monge se vrátil 16. října 1799 zpět do Paříže, kde opět vykonával funkci ředitele školy École Polytechnique. Na základě žádosti Mongeovi manželky a díky zpracování Mongeových přednášek Hachettem byla vydána monografie *Géométrie deskriptive.* Zanedlouho Napoleon jmenoval Mongeho senátorem na Konzulátě pro život, což Monge přijal s potěšením. Příštích pár let pokračoval Monge v celém rozsahu aktivit. Vykonával post senátora a věnoval se výzkumu matematiky, ale většinou jeho matematické práce obsahovaly učební texty pro studenty školy École Polytechnique. Postupem času se méně zapojoval do matematického výzkumu a roku 1809 musel zanechat vyučování vlivem zdravotních potíží.

Roku 1812 shromáždil Napoleon svou armádu a pochodoval na Rusko. Toto tažení byla bohužel katastrofa. Napoleon začal ustupovat a vracet se zpět do Paříže, kde se na něj chystal atentát. Tato situace měla vliv na Mongeovo zdraví. Napoleon opustil zbytky své armády a vrátil se do Paříže. Zde však spojenecké armády proti němu zesílily. Monge byl poslán do Liége, kde měl za úkol organizovat obranu města.

Když Napoleon Bonaparte 6. dubna 1814 abdikoval, Monge byl nucen opustit Paříž, jelikož všichni kdo revoluci nebo císaře Napoleona podporovali byli pronásledování a trestáni. Monge se stáhl z veřejného života a poslední roky svého života trávil se svou rodinou.

V březnu 1816 se Monge vrátil do Paříže. Dva dny po jeho návratu byl vyloučen z Institutu de France. Jeho život byl stále těžší, jelikož byl politicky stále pronásledován.

Dne 28. července 1818 zemřel v Paříži. Jeho pohřeb byl velmi střežen, aby se ho nezúčastnili žádní jeho studenti. Jelikož si Mongeho velmi vážili, uspořádali sbírku, aby mu mohli vystavět skromný náhrobek. Monge byl uložen na hřbitově Pére-Lachaise, kde bylo pochováno mnoho významných osobností jako například Honoré de Balzac, anglický prozaik Oscar Wilde a další.

Kapitola III.

Vybrané úlohy Mongeovy projekce

1. Uvedení do Mongeovy zobrazovací metody

S vývojem lidské společnosti vznikla také potřeba zobrazovat v rovině prostorové útvary, které člověk chtěl teprve vytvořit. Především se to týkalo stavitelů, kteří chtěli graficky znázornit své budoucí stavby. Promítání na jednu průmětnu nebylo zcela vhodné. Proto se začalo používat pravoúhlé promítání na dvě k sobě kolmé průmětny. Této zobrazovací metodě dal svůj řád a princip Gaspard Monge. Mongeovo promítání, jak se jí později začalo říkat, nám umožňuje prostorové útvary v rovině nejen zobrazovat, ale také naopak z rovinných nákresů odvodit tvary a vlastnosti prostorových útvarů, například rozměry, polohu v prostoru atd.

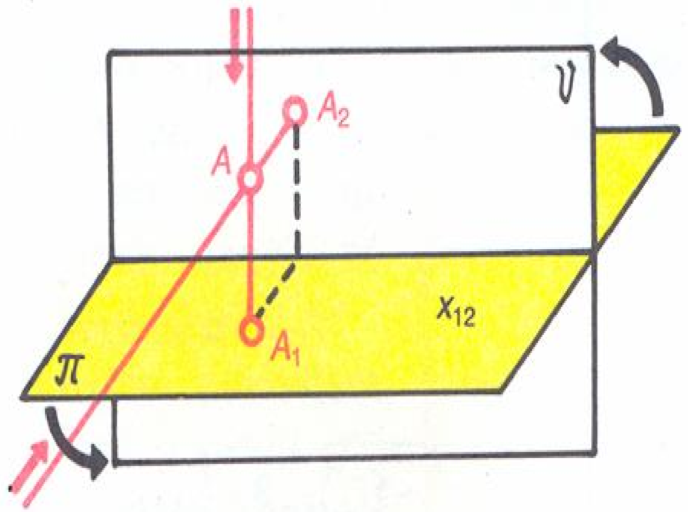
Nyní se pokusím přiblížit princip této zobrazovací metody. Zvolme v prostoru dvě na sebe kolmé roviny. Jedna z nich je vodorovná, kterou nazýváme první průmětnou nebo také půdorysnou π a druhá je na ni kolmá. Tuto svislou rovinu pojmenujme druhou průmětnou, nebo-li také nárysnou ν, a jejich průsečík osou x_{12}. Tato osa je rozděluje na poloroviny označené $+\pi$, $-\pi$, $+\nu$, $-\nu$. Průmětny π, ν dělí prostor na čtyři části, tzv. kvadranty I, II, III, IV. První kvadrant I je omezen polorovinami $+\pi$ $+\nu$, druhý kvadrant II $+\nu -\pi$, třetí kvadrant III $-\pi -\nu$ a poslední čtvrtý kvadrant IV polorovinami $-\nu +\pi$.

2. Zavedení třetí průmětny

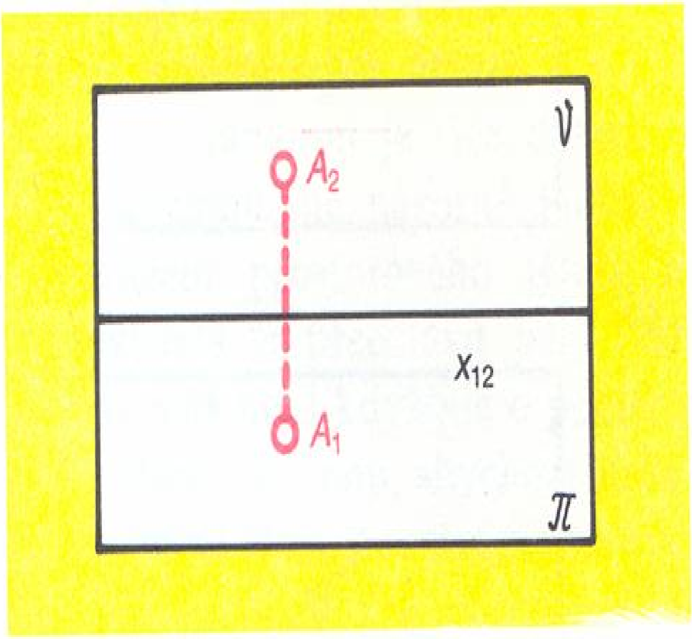
„Z praktických důvodů zavádíme někdy v Mongeově zobrazení ještě další (třetí) pomocnou průmětnu, kterou většinou volíme ve speciální poloze jak k průmětnám π, ν, tak k danému útvaru. Tím můžeme dosáhnout zjednodušení konstrukcí, případně zvýšení názornosti zobrazení, především při zobrazování těles.“ ([12], str. 103) Této třetí průmětny se nejčastěji užívá v praxi při zobrazování prostorových útvarů v technickém odvětví. Když zobrazujeme prostorový útvar, zobrazujeme jeho půdorys, nárys a bokorys. Jak již bylo řečeno půdorysná průmětna je vodorovná rovina π, nárysna je průčelná rovina ν a bokorysna, nebo-li třetí průmětna, je kolmá k půdorysně i nárysně a značíme ji σ.

3. Zobrazení bodu

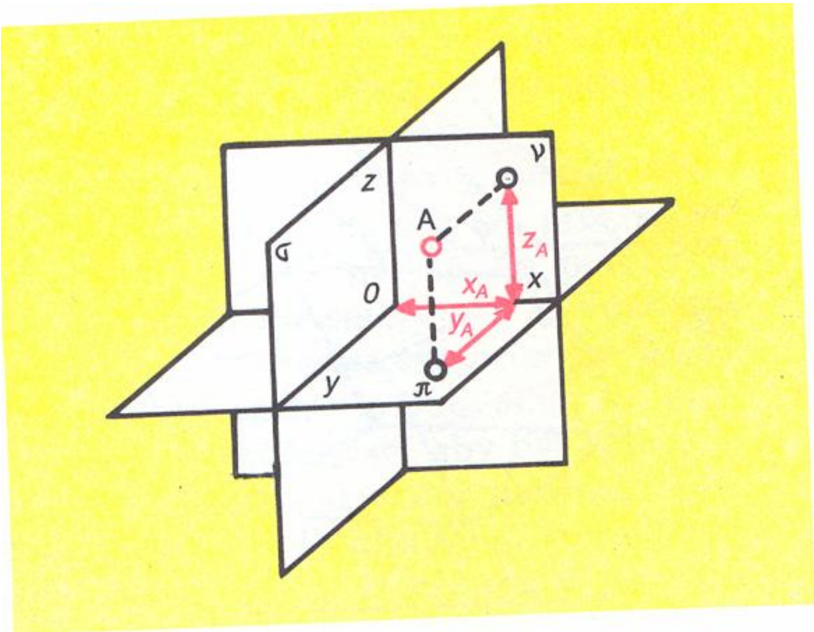
Zvolme v prostotu, např. v prvním kvadrantu, bod A. Bodem A vedeme kolmici na první průmětnu. Průnikem promítací přímky a půdorysné roviny nám vznikne bod A_1, což je první průmět, nebo-li půdorys bodu A. Kolmice, nebo-li promítací přímka vedená na druhou průmětnu ji protne v bodě A_2, což je druhý průmětny, nebo také nárys bodu A. Nyní půdorysnu π sklopíme, kolem osy x, do nárysny ν a tím ztotožníme tyto dvě průmětny. Tak nám vzniknou souřadnice bodu A v rovině, kdy bod A_1 je jeho půdorys a bod A_2 jeho nárys. [16]



Obr. 3, 4 zobrazení bodu v prostoru a v rovině[16]



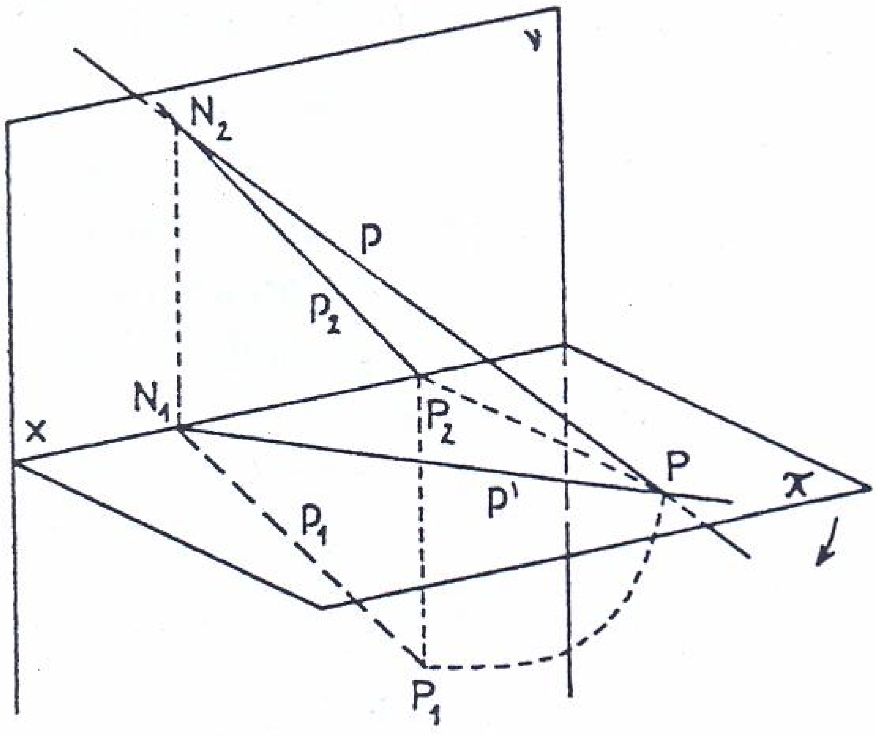
Nyní objasním, jak se určuje poloha bodu v prostoru. Základem jsou tři na sebe kolmé roviny, a to půdorysna π, nárysna ν a bokorysna σ. Tyto roviny, nazývané také jako souřadnicové roviny, se protínají ve třech navzájem kolmých přímkách x, y, z. Tyto přímky se nazývají osy pravoúhlé soustavy souřadnic a jejich průsečík O nazýváme počátkem soustavy souřadnic. Díky takto zvolené soustavě souřadnic můžeme určit polohu libovolného bodu A v prostoru třemi souřadnicemi x_A, y_A, z_A, které vyjadřují vzdálenosti bodu A od příslušných souřadnicových rovin. Pomocí těchto souřadnic zobrazíme bod A v prostoru.



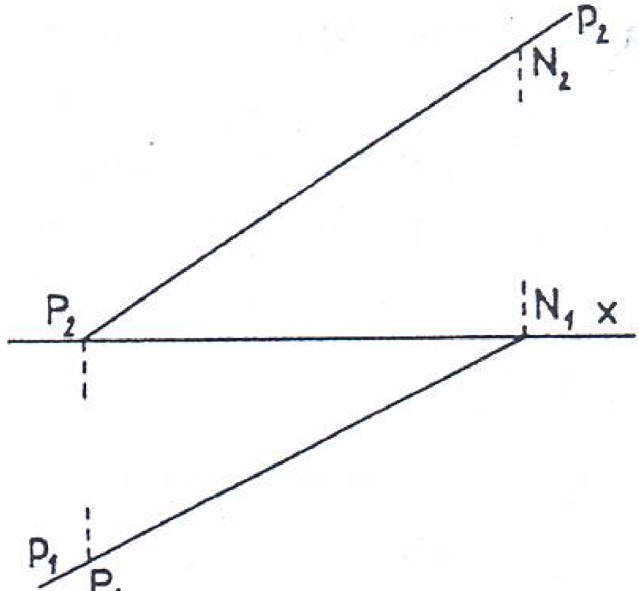
Obr.5 souřadnice bodu [16]

4. Zobrazení přímky

Nejdříve předpokládejme, že přímka *p* je v základní poloze vzhledem k oběma průmětnám, což znamená, že není s nimi rovnoběžná a ani k nim kolmá. Pak její pravoúhlé průměty *p_2, p´* jsou opět přímky, z nichž žádná není kolmá k základnici. Přímky *p, p´* leží v první promítací rovině přímky *p*, která je kolmá k průmětně π. Po otočení půdorysny π do nárysny ν přejde přímka *p´* do *p_1*. Podobně přímky *p, p_2* leží v druhé promítací rovině přímky *p*, která je kolmá k ν. Pak *p_1, p_2* jsou první průmět (půdorys) a druhý průmět (nárys) přímky *p* a *p_1, p_2* jsou sdružené průměty přímky *p.*



Obr. 6, 7 zobrazení přímky v prostoru a v rovině [12]



Věta: “Přímka, která není kolmá k ose x, má za sdružené pravoúhlé průměty přímky, z nichž žádná není kolmá k ose x.“([14], str. 184)

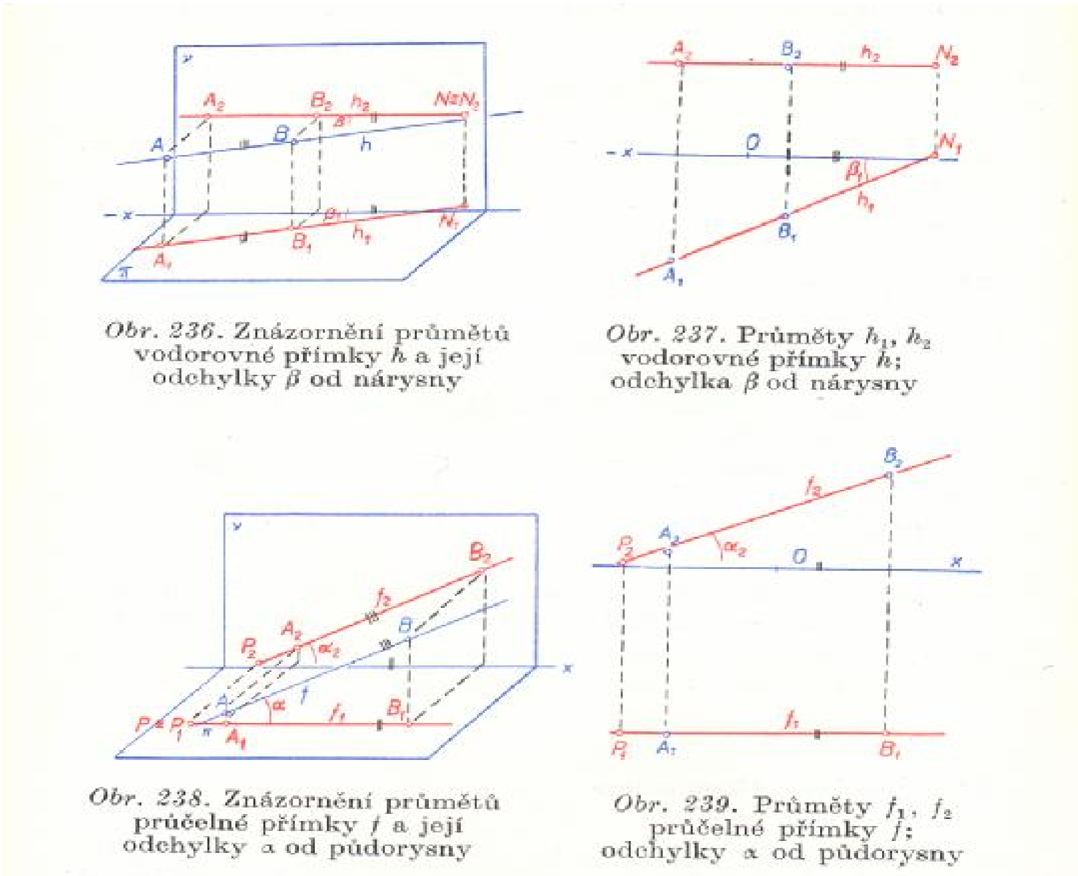
Věta: „Jsou-li p_1 a p_2 přímky v nákresně a žádná z nich není kolmá k ose x, pak těmito sdruženými průměty je přímka v prostoru jednoznačně určena.“([14], str. 184)

Věta: „ Leží-li bod C na přímce p, pak jeho půdorys C_1 je na půdorysu přímky p_1 a nárys C_2 na p_2, tj. incidence se zachovává.“ ([14], str. 184)

Průsečíky přímky s průmětnami se nazývají stopníky přímky. Průsečík přímky s půdorysnou je první nebo také půdorysný stopník a značíme jej P. Průsečík s nárysnou je druhý, nebo-li nárysný stopník značený N.

4.1 Přímka ve zvláštní poloze

„Přímka vodorovná nebo-li horizontální. Každý bod vodorovné přímky h, tj. rovnoběžné s půdorysnou π, má tutéž výšku, tj. vzdálenost od průmětny π, bude tedy $h_2 \parallel x$. Vodorovná přímka neprotíná půdorysnu, a nemá tedy půdorysný stopník, nebo říkáme že je jím nevlastní bod této přímky. Přímka ležící v π má nárys totožný s osou x.“ ([14], str. 185)



Obr. 8 přímky ve zvláštní poloze [14]

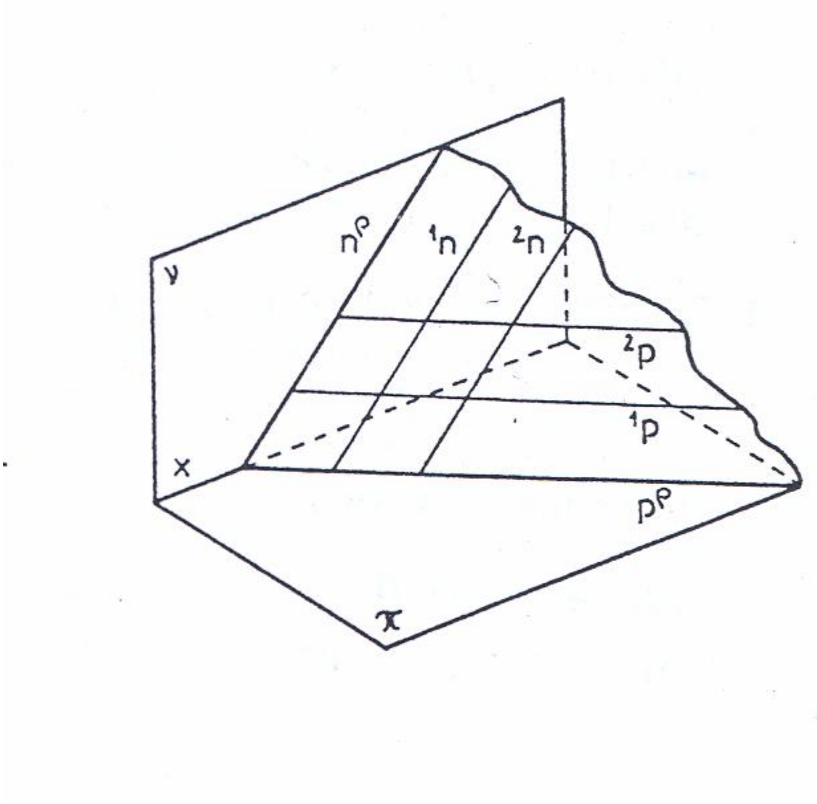
5. Zobrazení roviny

Rovinou v obecné poloze nazýváme první a druhý průmět roviny, která není kolmá k žádné z průměten π, ν, s žádnou průmětnou není rovnoběžná, neobsahuje osu x ani s ní není rovnoběžná a je opět rovinou.

Poněvadž průměty rovin jsou celé průměty, určujeme zpravidla rovinu při zobrazování pomocí dvou jejich přímek, a to buď různoběžných nebo rovnoběžných. Rovinu můžeme také určit pomocí přímky a bodu.

Zvolme v prostoru obecně položenou rovinu ρ. „Každému bodu v rovině ρ odpovídá jeden jeho půdorys a jeden nárys. Vyplňují tedy půdorysy všech bodů obecné roviny celou půdorysnu a nárysy celou nárysnu. Průsečnice roviny s průmětnou se nazývá stopa roviny.“ ([14], str. 198-199) Obecná rovina ρ a průmětny mají společný bod, a to průsečík X.

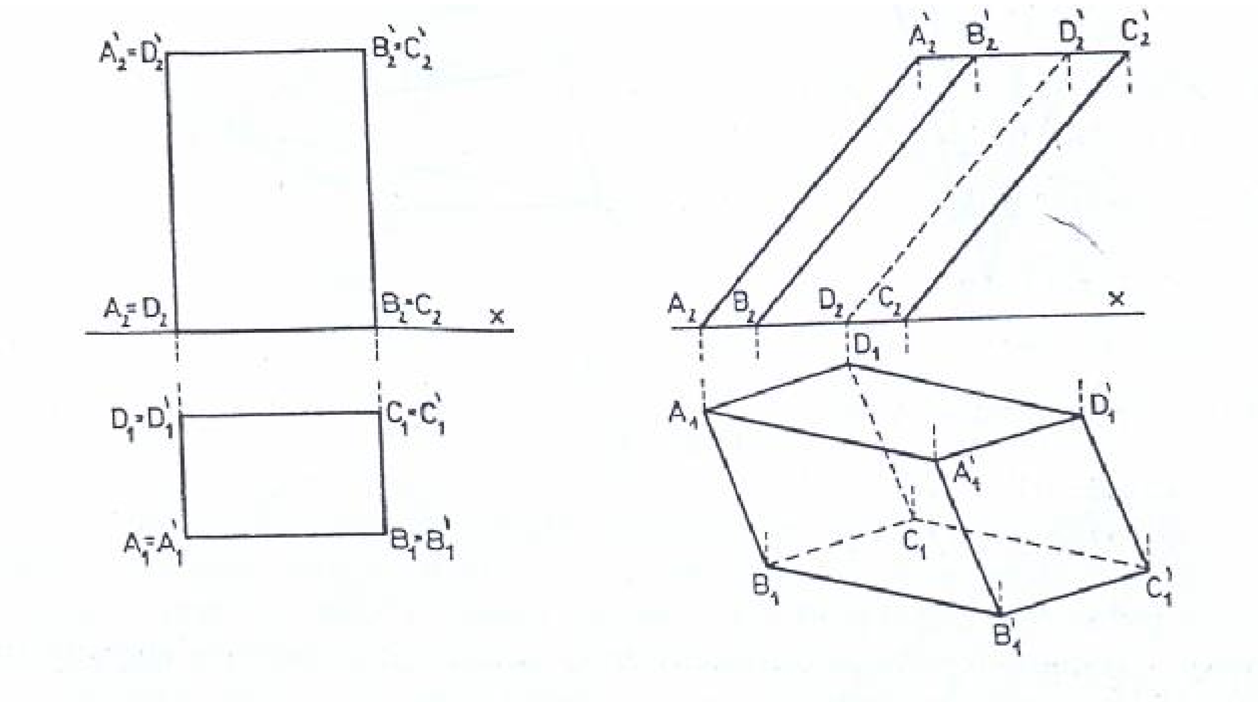
Hlavními přímkami roviny jsou přímky, které v ní leží a jsou rovnoběžné se stopou, tedy i s průmětnou, proto jsou pomocné při zobrazování roviny. Hlavní přímky jsou buď rovnoběžné s půdorysnou stopou roviny ρ, potom tvoří osnovu přímek vzájemně rovnoběžných a nazývají se horizontální (nebo také hlavní přímky první osnovy), a nebo s nárysnou stopou roviny ρ, které nazýváme frontální (nebo také hlavní přímky druhé osnovy).



Obr. 9 zobrazení roviny v prostoru [12]

6. Zobrazení jednoduchých těles

Prvním průmětem jednoduchého tělesa v Mongeově zobrazení je množina prvních průmětů všech bodů daného tělesa. Pokud je těleso v základní poloze, tj. je-li umístěno v prvním kvadrantu tak, že jedna jeho podstava leží v některé průmětně, je konstrukce jeho sdružených průmětů jednoduchá. Proto hranici prvního (druhého) průmětu tělesa nazveme jeho prvním (druhým) obrysem. Pro určení průmětů jednoduchého hranatého tělesa stačí, jestliže určíme sdružené průměty všech jeho hran. Obrysy těchto těles jsou mnohoúhelníky, jejichž strany jsou průměty některých bočních a podstavných hran tělesa. Pro lepší názornost se zvýrazňují viditelné hrany plnou čarou a neviditelné čárkovaně. Na prvním obrázku zobrazuji kvádr s podstavou v π, jehož stěna AA´B´B je rovnoběžná s ν. Pak splývají první průměty obou podstav a druhé průměty stěn ležících v rovinnách rovnoběžných s ν. Druhý obrázek zobrazuje sdružené průměty kosého čtyřbokého hranolu s podstavou v π.



Obr. 10 zobrazení kvádru [12]

Kapitola IV.

Deskriptivní geometrie ve škole

Deskriptivní geometrie, nebo alespoň její nástin je protkán celou škálou učebních osnov matematiky jak na základní škole, tak i na střední škole. Na střední škole je tomuto předmětu nebo jeho podstatě věnována větší pozornost než na základní škole. V této kapitole nastíním průřez učebními osnovami předmětu matematika na druhém stupni základní školy a na čtyřletém gymnáziu.

Šestý ročník

„Poznávání geometrických útvarů ve skutečnosti. Kreslení a volné rýsování geometrických tvarů. Trojúhelník. Konstrukce trojúhelníka ze tří stran. Čtverec, obdélník, rovnoběžník, lichoběžník, čtyřúhelník. Poznávaní vlastností čtyřúhelníku. Kreslení čtyřúhelníku ve čtvercové síti. Konstrukce čtverce, obdélníku. Rýsování kružnic. Rýsování rovnoběžných, různoběžných a k sobě kolmých přímek. Sestavování souměrných útvarů ze souboru geometrických útvarů (mozaika), i z těles. Poloha bodu v rovině (uspořádaná dvojce čísel). Konstrukce souměrných útvarů. Rýsování obrázků v technické praxi.“ ([10], str. P6)

Sedmý ročník

„Konstrukce trojúhelníků. Vzájemná poloha přímky a kružnice. Konstrukce útvarů v souměrnosti podle osy a podle středu. Konstrukce útvarů v posunutí. Modelování útvarů souměrných podle roviny v prostoru. Osová souměrnost čtverce a rovnoběžníku. Středová souměrnost kružnic a rovnoběžníku.“ ([10], str. P10)

Osmý ročník

„Kružnice trojúhelníku vepsaná a opsaná. Konstruktivní ověření vlastností trojúhelníku. Souměrnost rovnoramenného a rovnostranného trojúhelníku. Konstrukční úlohy o čtyřúhelníku, které lze převést na konstrukci dvou trojúhelníků.“ ([10], str. P12) A jako rozšiřující učivo jsou zde zahrnuty: Důkazy množin bodů daných vlastností. Složitější konstrukční úlohy.

Devátý ročník

„Osová souměrnost podle souřadnicových os a podle počátku. Konstrukce souměrných geometrických útvarů daných souřadnicemi. Posunutí v souřadnicovém systému. Konstrukce obrazu geometrického útvaru v posunutí. Konstrukce podobných geometrických útvarů. Konstrukce útvarů v daném zvětšení (zmenšení).“ ([10], str. P15)

Čtyřleté gymnázium

„Používání geometrických pojmů, zdůvodnění a využití vlastnosti geometrických útvarů v rovině a v prostoru na základě vlastností třídění útvarů. Určování vzájemné polohy lineárních útvarů, vzdálenosti a odchylky. Využívání náčrtu při řešení rovinného nebo prostorového problému. Zobrazení ve volné rovnoběžné projekci hranol a jehla, sestrojení a zobrazení rovinného řezu těchto těles.“ [32]

Informační technologie ve výuce deskriptivní geometrie

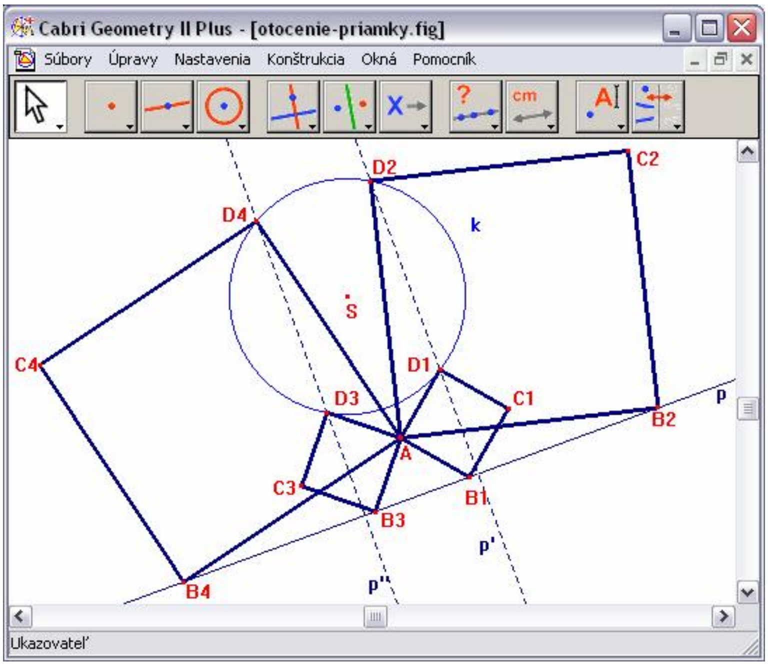
„Vyučovanie matematiky spojené s aktívnym využívaním prostriedkov informačných a komunikačných technológií na našich školách (až na výnimky) zatiaľ stále nie je bežnou a prirodzenou skutočnosťou.

Skutočnosť reálneho života v súčasnej dobe informačnej expanzie znamená prácu s množstvom údajov, s rôznymi druhmi informácií, s ich vyhľadávaním, triedením, analyzovaním a spracovávaním. Preto je absolútne prirodzené, že teória výchovy a vzdelávania predmetových disciplín sa čoraz častejšie zaoberá otázkami vplyvu prostriedkov informačno-komunikačných technológií (IKT) na samotný vzdelávací proces, ako aj na prácu učiteľa. Nároky na prácu učiteľa gradujú predovšetkým v oblasti využívania informačno-komunikačných technológií, ako dôležitej súčasti novodobého vyučovania. Využitie IKT môže učiteľovi poskytnúť priestor pre činnosti nevyhnutne potrebné na uskutočňovanie kvalitného vzdelávania, akými napr. sú:

- vyhľadávanie a získavanie aktuálnych informácií z webových stránok s matematickým zameraním, využívanie elektronických vzdelávacích kurzov, prípadne ďalších zdrojov;
- zabezpečenie plynulého a nerušeného priebehu vyučovacej jednotky aktívnym využívaním počítačových vstupno-výstupných zariadení (skener, kamera, fotoaparát, tlačiareň, atď.), interaktívnych tabúľ, projekčných prostriedkov a ďalších dostupných informačno-komunikačných prostriedkov.
- tvorba matematických testov, a preverovanie vedomostí v testovacích programoch, ktoré umožňujú kontrolu výsledkov výučby a poskytujú spätnú väzbu učiteľovi;
- zaznamenávanie a vyhodnocovanie výsledkov výučby, hodnotenie didaktických testov, evidencia známok a klasifikácia, tvorba a spracovávanie administratívnej agendy s možnosťou zverejňovania relevantných údajov prostredníctvom webových aplikácií

Úspešná integrácia IKT do vyučovania matematiky znamená pre učiteľa, aby nové technológie využíval primerane a produktívne. To znamená, že vyučovanie vhodne vybraných tém s podporou počítača, prípadne iných technológií, by malo byť pre žiakov efektívnejšie, názornejšie, presvedčivejšie, multisenzorické.

Interaktívne softvérové výučbové aplikácie sú prostredím, v ktorom je umožnená vzájomná komunikácia medzi užívateľom, resp. užívateľmi a programom, t. j. priamy vstup do činnosti programu. Príkladom z oblasti geometrie sú dynamické prostredia na tvorbu interaktívnych konštrukcií (napr. Cabri geometria) [21] Dalším programem, který můžeme využít v deskriptivní geometrii je *Cinderella*, která je složitější a obtížněji se v ní pracuje. Také program *Geonext* je program využitelný v hodinách deskriptivní geometrie, který je dokonce volně šířitelný.



Závěr

Jak již bylo řečeno v úvodu, zobrazování prostorových útvarů do roviny provází lidstvo už od pradávna. Je využito v mnoha oborech.

Je zde popsán stručný pohled do historie matematiky hlavně se zaměřením na geometrii. Avšak bakalářská práce je především věnována velkému matematikovi a zakladateli deskriptivní geometrie Gaspardu Mongeovi a jeho přínosu matematice, zvláště pak konstruktivní geometrii. Je zde uveden nejen Mongeův společenský a politický život, ale také doba a prostředí, které mělo vliv na jeho tvorbu. Můžeme si také uvědomit, za jakých podmínek a pro koho byla určena deskriptivní geometrie. Za jeden z jeho největších přínosů můžeme považovat Mongeovu projekci.

Zobrazovací metoda Gaspara Mongeho je rovněž určena pro geometrii na střední škole a vysoké škole, ale ve velmi rozličných užitých úlohách. Navazuje na propedeutické poznatky získané žáky již na primárním a sekundárním stupni vzdělání.

Domnívám se, že historická reminiscence zaměřená na Mongeho přínos světové vědě, se může stát rovněž podmětným námětem pro motivaci žáků, jejich získání zájmu o matematiku.

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Kateřina Šviráková
Katedra:	Katedra matematiky Univerzity Palackého v Olomouci
Vedoucí práce:	Doc.PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Rok obhajoby:	2010

Název práce:	Gaspard Monge – jeho přínos pro rozvoj konstrukční geometrii
Název v angličtině:	Gaspard Monge- its contribution to the development of structual geometry
Anotace práce:	V této práci je zahrnuta stručná historie deskriptivní geometrie od nejstarších počátků až do 19. století. Jedna kapitola je věnována zakladateli deskriptivní geometrie Gasparu Monge. Také jsou zde zahrnuty vybrané úlohy v mongeově projekci a jako poslední jsou zde vypsány učební osnovy pro konstruktivní geometrii a možné využití informační technologie v hodinách matematiky.
Klíčová slova:	Deskriptivní geometrie, Gaspard Monge, Mongeova projekce, perspektiva,
Anotace v angličtině:	In this work there is included a short history of descriptive geometry, from the first times to the 19th century. One of the capitols is concentrated on the former of descriptive geometry – Gaspard Monge. There are also included the chosen chapters of Monger´s projection. At least, there are shown the syllabus for constructive geometry and the possibilities of using information technology in the lessons of mathematic.
Klíčová slova v angličtině:	Descriptive geometry, Gaspard Monge, Monger´s projection, perspective
Přílohy vázané v práci:	3
Rozsah práce:	41 stran
Jazyk práce:	čeština

Seznam literatury

Knižní publikace

[1] BEČVÁŘ, J. – FUCHS, E.: *Člověk – Umění – Matematika.* 1.vyd. Nakladatelství Prometheus, s.r.o., Praha, 1996, ISBN 80-7196-031-4

[2] BEČVÁŘ, J. – FUCHS, E.: *Matematika v proměnách věků I.* 1.vyd. Nakladatelství Prometheus, s.r.o., Praha, 1998, ISBN 80-7196-107-8

[3] BEČVÁŘ, J. – FUCHS, E.: *Matematika v proměnách věků II.* 1.vyd. Nakladatelství Prometheus, s.r.o., Praha, 2001, ISBN 80-7196-218-X

[4] BEČVÁŘ, J – FUCHS, E.: *Matematika v 16. a 17. století.* 1.vyd. Nakladatelství Prometheus, s.r.o., Praha, 1999, ISBN 80-7196-150-7

[5] BEČVÁŘ, J – FUCHS, E.: *Matematika v 19. století.* 1.vyd. Nakladatelství Prometheus, Praha, 1996, ISBN 80-7196-019-5

[6] BUKOVSKÝ, L. – HEJNÝ, M. – HVORECKÝ, J. – RIEČAN, B. – ZNÁM, Š.: *Pohl´ad do dejín matematiky.* 1.vyd. Alfa, Bratislava, 1986, ISBN 63-572-86

[7] JUŠKEVIČ, A. P.: *Dějiny matematiky ve středověku.* 1.vyd. Nakladatelství Československé akademie věd, Praha, 1978, ISBN 21-036-78

[8] KADEŘÁVEK, F – KLIMA, J. – KOUNOVSKÝ, J.: *Deskriptivní geometrie díl I.* 3.vyd. Nakladatelství Československé akademie věd, Praha, 1954

[9] KOLMAN, A.: *Dějiny matematiky ve starověku.* Nakladatelství Československé akademie věd, Praha, 1968, ISBN 21-036-69

[10] KOMAN, M. – KUŘINA, F. – TICHÁ, M.:*Příloha Matematika-fyzika-informatika: Návrh osnov matematiky pro občanskou školu.* Nakladatelství Prométheus, s.r.o., Praha, 1994/95

[11] LAVIČKA, V.: *Historie deskriptivní geometrie.* Praha, 1878

[12] MACHALA, F. – SEDLÁŘOVÁ, M. – SROVNAL, J.: *Konstrukční geometrie.* 1.vyd. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2002, ISBN 80-244-0399-4

[13] MAREŠ, M.: *Příběhy matematiky.* 1.vyd. Nakladatelství Pistorius & Olšanská, s.r.o., Příbram, 2008, ISBN 978-80-87053-16-4

[14] MENŠÍK, M. – SETZER, O. – ŠPAČEK, K.: *Deskriptivní geometrie, Příručka pro přípravu na vysokou školu.* 1.vyd. Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1966, ISBN 04-001-66

[15] MIKA, M.: *Jak se vyvinula matematika a geometrie.* 1.vyd. Nakladatelství Orbis, Praha, 1954

[16] OPAVA, Z.: *Matematika kolem nás.* 1.vyd. Nakladatelství Albatros, Praha, 1989, ISBN 13-781-89

[17] POSPÍŠIL, A.: *Zopakujme si deskriptivu.* 1.vyd. Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1965, ISBN 24-023-65

[18] SROVNAL, J. – ŠIMEK, J. – ZEDEK, M.: *Úvod do konstruktivních a zobrazovacích metod.* 1.vyd. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 1971, ISBN 63-II-10

[19] STRUJK, D. J.: *Dějiny matematiky.* 1.vyd. Nakladatelství Orbis, Praha, 1963, ISBN 11-123-63

[20] URBAN, A.: *Deskriptivní geometrie I.* 2.revidované vyd. Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1977

[21] ŽILKOVÁ, K.: *Školská matematika v prostředí ITK,* 1.vyd. Univerzita Komenského, Bratislava, 2008

Internetové zdroje

[22] *Britannica Online Encyclopedia – Gaspard Monge, comte de Peluse* [online], [cit. 2010-03-03]. Dostupné z : http://www.britannica.com/EBchecked/topic/389244/Gaspard-Monge-comte-de-Peluse

[23] *BookRags – Gaspard Monge Biography* [online], [cit. 2010-03-03]. Dostupné z: http://www.bookrags.com/biography/gaspard-monge-wom/

[24] *CoJeCo – Velká Francouzská revoluce* [online], [cit. 2010-03-10]. Dostupné z: http://www.cojeco.cz/index.php?detail=1&id_desc=27665

[25] *Gaspard Monge* [online], [cit. 2010-03-03]. Dostupné z: http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Biographies/Monge.html

[26] *Charles Bossut* [online], [cit.2010-03-10]. Dostupné z: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bossut.html

[27] *Chemické listy – Střípky a klípky o světových chemicích* [online], [cit. 2010-03-10]. Dostupné z: http://chemicke-listy.cz/Bulletin/bulletin291/980110.html

[28] *iEncyklopedie – Oratoriáni* [online], [cit. 2010-03-17]. Dostupné z: http://www.iencyklopedie.cz/oratoriani

[29] *Jean Nicolas Pierre Hachette* [online], [cit. 2010-03-22]. Dostupné z: http://www.1911encyclopedia.org/Jean_Nicolas_Pierre_Hachette

[30] *Jean Nicolas Pierre Hachette* [online], [cit. 2010-03-22]. Dostupné z: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Hachette.html

[31] *Lidé a země-Beaune město na víněi zeaune město na víně (Francie)* [online], [cit. 2010-03-10]. Dostupné z: http://www.lideazeme.cz/clanek/beaune-mesto-na-vine

[32] *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia* [online], [cit. 2010-04-01]. Dostupné z: http://www.msmt.cz/uploads/soubory/PDF/RVPG_2007_06_final.pdf

[33] *Sysifos – zobrazovací metody ve výtvarném umění* [online], [cit. 2010-03-23]. Dostupné z: http://sisyfos.zcu.cz/matika/predm1/text.htm

[34] *Wikipedie – Francouzská akademie věd* [online], [cit. 2010-03-17]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Francouzsk%C3%A1_akademie_v%C4%9Bd

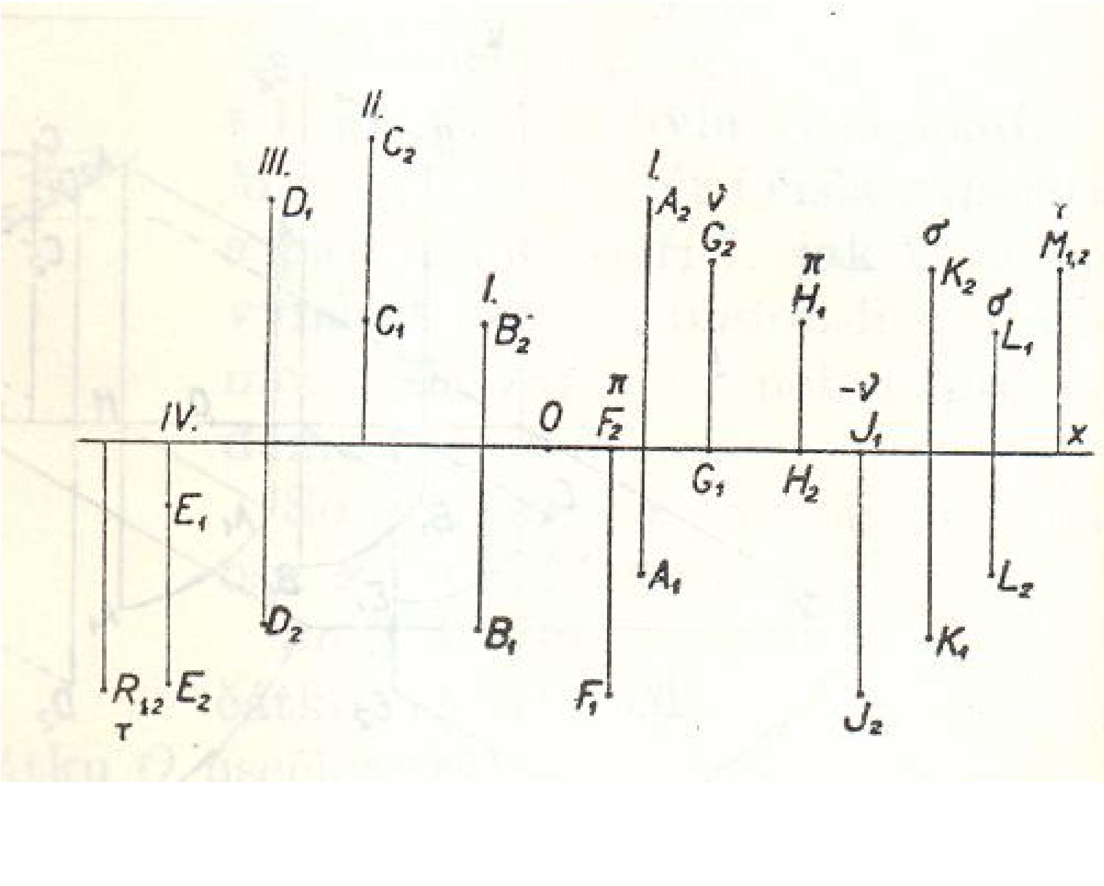
[35] *Wikipedie – Zlatý řez* [online], [cit. 2010-03-29]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Zlat%C3%BD_%C5%99ez

[36] *World university ranking and resources – École Normale Supérieure Paris* [online], [cit. 2010-03-10]. Dostupné z: http://worldbest-universities.blogspot.com/2007/11/cole-normale-suprieure-paris.html

Přílohy

Příklad č. 1:

Zobrazte průměty bodů: A (1,5; 2; 4), B (-1; 3; 2), C (-3; -2; 5), D (-4,5; -4; -3), E(-6; 1; -4), F (1; 4; 0), G (2,5; 0; 3), H (4; -2; 0), J (5; 0; -4), K (6; 3; 3), L (7; -2; -2), M (8; -3; 3), R (-7; 4; -4), O (0; 0; 0) a vyznačte nad nimi nebo pod nimi čtvrti nebo roviny ve kterých leží. [17]

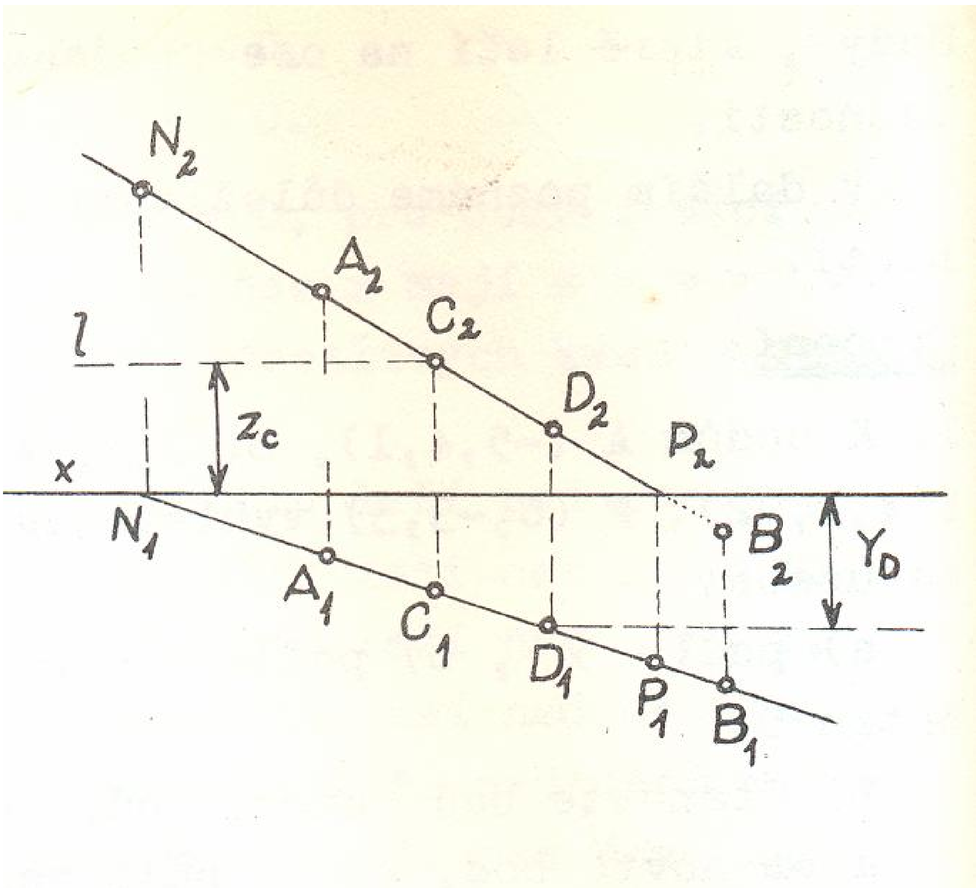


Příklad č.2:

Určete na přímce *p* bod C, jehož souřadnice zc je daná.

Řešení:

Pro nárys C_2 platí zřejmě, že C_2 náleží přímce p_2. Určíme si rovnoběžku k s osou x ve vzdálenosti z_c. Úloha je řešitelná jednoznačně právě tehdy, je-li p_2 různoběžné s osou x. Bod C_2 vznikne průnikem $k \cap p_2$. Potom C_1 náleží kolmici vedené z bodu C_2 na osu x. Průnik kolmice a přímky p_1 vznikne půdorys bodu C. [18]



Příklad č.3:

Rovina ρ je dána bodem A a přímkou a = KL. Určete sdružené průměty bodu M ležící v rovině ρ [A (2;1;3), K (-4;1;2), L (1;4;5), M (0;2;?)]. [12]

Řešení:

Protože A_1 nenáleží přímce a_1, není rovina ρ kolmá k π, její prvním průmětem je celá průmětna π a existuje tedy bod M ležící v rovině ρ, pro který $x_M = 0$, $y_M = 2$. Jestliže položíme ***b*** = AM, pak ***b*** náleží ρ a $b_1 = A_1M_1$. Přímky ***a,b*** jsou různoběžné, protínají se v bodě R, přičemž $R_1 = a_1 \cap b_1$. Proto platí R_2 náleží a_2 a $b_2 = A_2R_2$. Bod M je průsečíkem ordinály jdoucí bodem M_1 s přímkou b_2. [12]