Univerzita Palackého v Olomouci
Cyrilometodějská teologická fakulta

Katedra filosofie a patrologie

Teologické nauky

Ing. Petr Kozel, Ph.D.

Využití modální logiky pro důkazy Boží existence

Bakalářská práce

Vedoucí práce: Mgr. Petr Dvořák, Ph.D.

2013

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem přitom jen uvedené prameny a literaturu.

V Olomouci dne 13. listopadu 2013

Poděkování:

Děkuji vedoucímu práce Mgr. Petru Dvořákovi, Ph.D. za vedení a cenné připomínky a za vstřícný a přátelský přístup. Dále bych chtěl poděkovat mé manželce Mgr. Markétce Kozlové za podporu a trpělivost. Na tomto místě chci též poděkovat své setře Mgr. Veronice Kozlové a Mgr. Janě Myslikovjanové za jazykovou kontrolu textu a taktéž patří poděkování RNDr. Šárce Michalcové, Ph.D. za odborné připomínky k matematické části textu.

Obsah

Úvod

„Dej mi důkaz, že Bůh existuje, a já v něj uvěřím," řekl mi můj nevěřící spolužák z technické univerzity při jednom našem rozhovoru, ve kterém se tázal po argumentech pro mou víru. Jeho otázka byla zcela logická, vždyť celé studium techniky nebylo založeno na ničem jiném než na hypotézách, které byly buď důkazem potvrzeny a přijaty, nebo nepotvrzeny a zamítnuty. Ve chvíli, kdy se měl vyjádřit k osobnímu pohledu na existenci „něčeho" nás přesahujícího, odpověděl mi již zmíněnou větou: „Dej mi důkaz, že Bůh existuje a já v něj uvěřím."

Ten večer a ani v jiné následující dny, kdy jsme se setkávali, jsem mu žádný důkaz nepodal. Přesto jsem rozmýšlel o styčných bodech, na kterých bych mu své důvody pro existenci Boha ukotvil. Hned prvními oporami mi byla *Bibl*e a *Katechismus katolické církve*, ve kterých jsem hledal záštitu pro své dokazování. Přestože hned čtvrtým slovem Písma[1] a prvním slovem katechismu[2] je Bůh, jeho existence je již předpokládána. Ti, kdo k těmto knihám přistupují, již mají jakési předporozumění o existenci Boha, kterého se touto cestou vydali jen lépe poznat.

Později při studiu filosofie jsem byl seznámen se skutečností, že důkazy Boží existence nejsou něčím novým, ale sahají hluboko do historie. Není divu, že nejsou ničím novým, je to dáno tím, že lidská bytost od svého prvopočátku touží po pojmenování „Absolutna" a vztahu k „něčemu - někomu" kdo ji přesahuje. Vždyť „*touha po Bohu je vepsána do lidského srdce, protože člověk je stvořen Bohem a pro Boha...*".[3]

Představy člověka o Bohu (bozích) se na jeho cestě poznávání v průběhu dějin měnily. Karel Skalický ve své knize *Po stopách neznámého Boha* představuje celou škálu přístupů k náboženství, k jeho vývoji a k obrazům Boha v průběhu dějin.[4] S rostoucím poznáním byla původní animistická[5] nábo-

[1]Srov. Gn. 1, 1.
[2]Srov. [Kat 2001] str. 15, čl. 1.
[3]Srov. [Kat 2001] str. 25, čl. 27.
[4]Srov. [Ska 2003].
[5]Bytí má nesmrtelnou duši.

ženství nahrazována dokonalejšími představami a na základě nových objevů, především fyzikálních, byly doposud neznámé skutečnosti i představy Boha vysvětlovány. Významný posun v myšlení učinil Platón. Přírodní filosové Tháles, Anaximandros, Anaximenés, kteří předcházeli Platóna, vysvětlovali skutečnost a prazáklad všeho prostřednictvím přírodních a mechanických příčin.[6] Platón však zavádí zcela novou myšlenku existence nadsmyslové roviny skutečnosti. Tuto „metafyzickou" skutečnost pak označuje pojmem *druhá plavba*. Na základě druhé plavby je pak možné postihnout skutečnosti, které přesahují smyslový svět. V knize *Faidón* Platón[7] uvádí: „*…někteří si totiž kazí oči, jestliže nepozorují obraz slunce na vodě nebo na něčem takovém. Takové něco jsem si pomyslil i já a dostal jsem strach, abych na dobro neoslepl na duši, kdybych hleděl očima na věci a snažil se je každým smyslem dosáhnouti. Tu se mi tedy uzdálo, že se musím utéci k myšlenkám a na nich pozorovati pravdu věcí.*"[8] Platón se tedy odkazuje na existenci posledního a nejvyššího principu, který je postihnutelný přestřednictvím idey.[9]

Aristoteles, který byl Platónovým žákem, byl již v odkazech na existenci Boha konkrétnější. Aristoteles Bohem chápe prvotního hybatele. V knihách *Fyzika* i *Metafyzika* Aristoteles definuje prvotního hybatele. „*Proto je také něco, co pohybuje. Ježto však pohybované a pohybující zároveň je středem, je tedy něco, co pohybuje, aniž je pohybováno, a co je věčné, podstata a skutečnost zároveň.*"[10]

Na Aristotela a jeho nauku navazuje zhruba o 800 let později Tomáš Akvinský, který nabízí k důkazu hned pět možných cest. Mezi pěticí důkazů patří důkazy z *pohybu*, z *působící účinkové příčiny*, z *možného a nutného*, ze *stupňů bytí* a z *uspořádání přírody*.[11]

Kromě těchto filosofů se samozřejmě problematikou důkazů Boží existence zabývalo mnoho dalších. Velmi stručně řečeno se dokazování Boží existence stalo tématem studia nejen pro mnohé filosofy, ale též teology, matematiky a vědce až do dnešní doby.

S ohledem na skutečnost, že si předložená práce neklade za cíl podrobně představit jednotlivé přístupy k chápání existence Boha a pokusy o jeho dokazování, nebudou zde tyto počiny systematicky rozebrány. Přesto však

[6] Srov. [Caj 2009] str. 38, [Stö 2007] str. 97-98.

[7] Sókrates, Platónův učitel, zde vystupuje jako nositel Platónových myšlenek.

[8] Srov. [Pla 1994] str. 65, čl. 99.

[9] Srov. [Caj 2009] str. 38. V této souvislosti je vhodné poznamenat, že Platón se ve svých spisech věnuje i problematice důkazu boha v kontextu politickém. Občané by měli věřit v bohy a jejich starost o lidi. Tomuto důkazu boha (bohů) se věnuje v knize *Zákony*. Existence bohů je zde dokazována na základě pohybu. A základem pohybuje je to, co může pohybovat samo sebou, což je podle Platóna duše. Srov. [Ond 1998] str. 18.

[10] Srov. [Ari 2008] str. 289, čl. 20-30.

[11] Srov. [Akv 1937] S. Th., I q. 2 a. 3 co.

není možné přehlédnout nejvýznamnější představitele, kteří se problematikou důkazu Boží existence zabývali. Jsou jimi Anselm z Canterbury, Jan Duns Scotus, Gottfried Wilhelm Leibniz, René Descartes, Immanuel Kant, Kurt Gödel a další. O přístupech některých z nich bude v textu pojednáno, především však o přístupech těch, jejichž důkazy lze formalizovat prostřednictvím modální logiky.

S růstem poznání v jednotlivých vědních oborech rostou prostředky, které lze k vedení důkazů využívat. Jedním z nástrojů, jenž je možno k této činnosti využít, je logika, blíže modální logika, která je umocněna užitím logiky matematické. Předložená bakalářská práce si klade za cíl představit blíže nástroj modální logiku, který je pro důkazy Boží existence možno použít, a představit též aplikaci tohoto nástroje v již formulovaných důkazech.

Kapitola 1

Lze dokázat existenci Boha?

V úvodu byla předestřena základní otázka, která se bude prolínat celou touto prací: „Jak dokázat existenci Boha?“ Dříve, než bude možné přistoupit k hlubšímu zkoumání tohoto tématu, je vhodné předřadit ještě otázku jinou. A to: „Lze vůbec existenci Boha dokázat?“ V případě kladné odpovědi je možné pustit se směle do hledání precizního důkazu, kterým budeme moci Boha konečně „uchopit“. Na otázku však může existovat i negativní odpověď. „Bůh je nedokazatelný!“ Jaký význam tedy může mít všeliké zabývání se argumenty, předpoklady a samotnými důkazy pro existenci někoho či „něčeho“, o čemž je dopředu známá jeho neprokazatelnost?

Rozhodnutí v otázce dilematu dokazatelný - nedokazatelný je po mnoho století otevřeno a každý z myslitelů, který formuloval svůj názor na existenci Boha předkládal své argumenty. Někteří k důkazu Boha vycházeli z víry, jako např. sv. Augustin[1], jiní podrobili vše systematickému pochybování, aby objevili jeden pevný bod, na kterém lze stavět. „*Takže, když jsem vše dost a víc než dost zvážil, je třeba stanovit, že výpověď: Já jsem, já existuji, je nutně pravdivá, kdykoliv ji pronesu nebo pojmu myslí.*”[2] Na základě pochybování dochází Descartes k Bohu. „*Kdybych byl od sebe, pak bych přece nepochyboval, neměl bych žádná přání a vůbec nic by mi nescházelo, dal bych si totiž všechny dokonalosti, jejichž idea je ve mně, a byl bych tak samotným Bohem.*”[3] Východisek pro potvrzení či vyvrácení dokazatelnosti Boha je celá řada a každý myslitel obhajuje to své. V následujícícm textu bude pozornost věnována oběma stranám pomyslných vah, na jejichž miskách jsou dvojice pojmů dokazatelný - nedokazatelný a podrobněji bude nahlédnuto na oba názorové póly.

[1]Srov. [Ond 1998] str. 21.
[2]Srov. [Des 2003] str. 28, čl. 25.
[3]Srov. [Des 2003] str. 47, čl. 48.

1.1 Věda Boha „uchopí"

Věda Boha „uchopí" je smělé tvrzení, které zde nemá konečnou platnost. Název podkapitoly pouze předesílá, že v následujícím textu bude pohled na důkaz Boha zaměřen z vědeckého úhlu. Otázce vědeckého pohledu na teismus[4] se podrobněji věnuje Josef Petr Ondok ve své publikaci *Důkaz nebo hypotéza Boha?*[5] Na tomto místě však nebude pozornost věnována výčtu vědeckých počinů, ale zájem bude směřován k člověku, který reprezentuje vědecký pohled na dokazování existence Boha a zaujímá k možnosti důkazu kladné stanovisko.

Je jím britský filosof, emeritní profesor University of Oxford Richard Swinburne (1934), který zformuloval tzv. *Induktivní důkaz Boha.* Richard Swinburne vychází ze skutečnosti, že Boha nelze dokázat prostřednictvím dedukce (usuzování), nýbrž induktivní cestou (od konkrétních skutečností k obecnému závěru).[6] O induktivním důkazu pojednává v první kapitole své monografie *The Existence of God.* Richard Swinburne vnáší do usuzování „jakousi" teorii pravděpodobnosti, na základě které kvantifikuje jednotlivé premisy. Každé tvrzení p, které je možné podepřít tvrzením q, lze ohodnotit pravděpodobnostní hodnotou, která má předpis: $P\,(p/q)$. Tento zápis je možné slovně vyjádřit jako: Pravděpodobnost p na základě q. Představuje-li tvrzení p skutečnost: „*Při příštím hodu mincí padne hlava,*" a q skutečnost, že 505 krát z posledních 1000 hodů padla hlava, pak je možné pravděpodobnost $P\,(p/q)$ kvantifikovat jako $P\,(p/q) = 0,505$.[7] Dalším kvantifikátorem tvrzení, který Swinburne zavádí, je výraz $P\,(h/e\,\&\,k)$, který představuje pravděpodobnost hypotézy h za předpokladu zjištění nové informace e a platnosti doposud známých informací k. Výstižným příkladem této kvantifikace je usuzování o viníkovi zločinu. Nechť je hypotézou h tvrzení: „*Petr je vrah.*" Dále pak novou informací e je tvrzení: „*Petrovy otisky prstů se nalezly na vražedné zbrani.*" A konečně souhrnem dosavadních informací k je tvrzení: „*Každý člověk má na svých prstech jedinečnou grafickou informaci.*" Kvantifikace $P\,(h/e\,\&\,k)$pak představuje pravděpodobnost, že Petr je vrahem, na základě informací o jeho otiscích prstů na vražedné zbrani a dosavadním poznáním v oblasti daktyloskopie.[8]

Na základě dvojice výše zmíněných kvantifikátorů $P\,(p/q)$ a $P\,(h/e\,\&\,k)$

[4]Názor, že existuje transcendentní bytí, přesahující hranice naší empirické zkušenosti, které je nazýváno Bohem. Srov. [Ond 1998] str. 12.

[5]Srov. [Ond 1998] str. 121.

[6]Srov. [Ond 1998] str. 62.

[7]Srov. [Swi 2004] str. 14, $P\,(p/q) = \frac{505}{1000}$.

[8]Srov. Tamtéž str. 16. Nauka o kožních lištách užitá k identifikaci osob, zejm. podle otisků prstů. Srov. [http://slovnik-cizich-slov.abz.cz/web.php/slovo/daktyloskopie].

Swinburne rozlišuje argumenty na tzv. *C-induktivní* a *P-induktivní.* Argument, který splňuje podmínku: $P\,(h/e\,\&\,k) > P\,(h/k)$, je argument *C-induktivní.* Tedy pravděpodobnost hypotézy s novou informací je větší než pravděpodobnost hypotéty bez nové informace. Argument, který splňuje podmínku $P\,(h/e\,\&\,k) > 0,5$, je argument *P-induktivní.* Pravděpodobnost přijetí hypotézy h je větší než pravděpodobnost jejího zamítnutí.

Richard Swinburne tuto svou teorii aplikuje na důkaz existence Boha. Hypotéza h představuje tvrzení: „*Bůh existuje.*" Přidáním nových informací $e_1, e_2, ..., e_n$ k teleologickému argumentu, který považuje za *C-induktivní*, dosahuje „vylepšeného" *P-induktivního* argumentu, jehož závěrem je, že hypotéza existence Boha je pravděpodobnější než jeho neexistence.[9]

Jaká má však tento přístup úskalí? Sám Swinburne připouští, že u mnohých skutečností je problémem vypočítat hodnotu tvrzení q. Při hodech mincí či kostkou to nemusí činit velkých problémů, ale jak ohodnotit infomace z oblasti, která nás přesahuje, je značně nesnadné.[10]

1.2 „Vědecký" bůh je bůžek

Nyní se pozornost přesune k druhému pólu spektra, pohledu, který si za základ bere myšlenku, že absolutní vypovídání o Bohu je nemožné a je tak možno činit pouze na základě principu *analogia entis.*[11]

Tomáš Halík se ve své knize *Noc zpovědníka* na několika místech dotýká tématu důkazu Boží existence. Zmiňuje skutečnosti, kdy je vyvíjeno značné úsilí, aby s pomocí moderní vědy byl podán alespoň nepatrný, avšak pevný důkaz, na kterém by bylo moci vystavět víru a obracet ateisty. V kapitole *Utrpení věřícího věd*ce striktně uvádí: „*Věda Boha nedokazuje a dokázat nikdy nemůže. Vědecky dokázaný bůh by nebyl hoden naší víry, to by byl bůžek,*" a o několik vět dále pokračuje „*Co můžeš pochopit a dokonce „dokázat", o tom si můžeš být zcela jist, že to není Bůh.*"[12] Tato úvaha je potvrzena i mnoha dalšími. Například Joseph Ratzinger ve své knize *Vánoční promluvy* podává obdobnou úvahu. Již králové, kteří se přišli poklonit narozenému Ježíši, nahlížejí, že Bůh zcela překračuje všechna měřítka. „*Museli poznat, že Bůh je zcela jiný, nepodléhá moci tohoto světa ani není jednoduše ve vědě či teologii, Bůh je neuchopitelný.*"[13]

[9]Srov. Tamtéž str. 18. Je-li pravděpodobnost hypotézy větší než 0,5 (50%), jedná se o pravděpodobnější hypotézu.

[10]Srov. Tamtéž str. 15.

[11]Srov. [Pos 2010] str. 111.

[12]Srov. [Hal 2011] str. 97. Zde se odkazuje na sv. Augustina: „*Si comprehendis, non est Deus.*"

[13]Srov. [Rat 2007] str. 56-57.

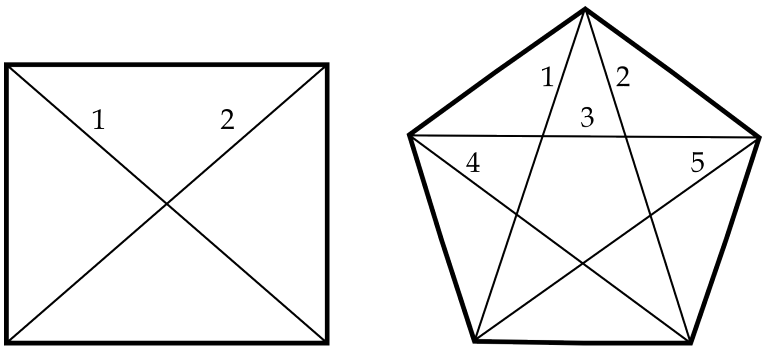
1.3 Existuje konsenzus?

Ve dvou předcházejících kapitolách byly představeny pohledy na problematiku důkazů Boží existence a každý z rozdílného úhlu pohledu. Lze tedy odpovědět na otázku, zda je možné Boha dokázat? Konsenzus je možné nalézt v průniku obou zmíněných pohledů. Přestože je Bůh neuchopitelný, je možné jej poznat. Tento závěr potvrzuje i dogmatická konstituce o katolické víře *Dei Filius*, když uvádí: *„Táž svatá Matka Církev tvrdí a učí, že Boha, všech věcí počátek a konec, lze přirozeným světlem lidského rozumu z věcí stvořených najisto poznati; „neboť neviditelné vlastnosti jeho od tvorstva světa skrze věci učiněné pochopeny se spatřují"...*"[14] Na tuto skutečnost navazují koncilní otcové *Druhého vatikánského koncilu* a vybízejí společnost, aby se neobávala daností lidem vlastních k hlubšímu poznávání náboženství. Věda není v rozporu s vírou. Pastorální konstituce o církvi v dnešním světě *Gaudium et spes* dále uvádí: *„Ano, kdo se snaží pokorně a vytrvale zkoumat záhady skutečnosti, je, třeba i nevědomky, veden Bohem, který vede všechny věci a působí, aby byly to, co jsou.*“[15] Syntézu obojího pak vyjadřuje Katechismus katolické církve, kde je důkazům Boží existence věnován článek 31, ve kterém se uvádí: *„Když člověk, stvořený k Božímu obrazu, povolaný k tomu, aby Boha poznával a miloval, ho hledá, objeví určité „cesty“, po nichž lze dojít k poznání Boha. Bývají také nazývány „důkazy Boží existence“, ne ve smyslu důkazů, jaké si vyžadují přírodní vědy, nýbrž ve smyslu „konvergentních (sbíhavých) a přesvědčivých závěrů“, které umožňují dosáhnout opravdové jistoty. Východiskem těchto „cest“, jak se přiblížit Bohu, je stvoření: hmotný svět a lidská osoba.*"[16]

V této chvíli byly uvedeny různé pohledy na skutečnost dokazování existence Boha. Společným východiskem všeho, co bylo výše zmíněno, je skutečnost, že Bůh je neuchopitelný. *„Bůh nepatří do světa věcí, světa viditelných, měřitelných, dokazatelných a manipulovatelných realit.*“[17] Z výše diskutovaného vyplývá, že Boha se nelze zmocnit. Je-li Bůh transcendentní, každý důkaz by jen dokazoval, že jím vlastně není. S ohledem na možný soulad mezi vírou a vědou je však možné poukazovat „nad sebe“, kamsi do směru, ze kterého lze známky existence Boha tušit. A tímto často velmi vědeckým tušením mohou důkazy Boží existence být.

Nechť je pro následující uvažování přijat předpoklad, že tušení existence Boha lze označit pojmem důkaz existence Boha. S vědomím, že bude v následujících kapitolách „uchopováno“ neuchopitelné, je potřeba nutně vysvětlit,

[14] Srov. [Dok 2006] kap. 2.
[15] Srov. [Dok 2002] kap. 3, čl. 36.
[16] Srov. [Kat 2001] str. 27, čl. 31.
[17] Srov. [Hal 2001] str. 40.



Obrázek 1.1: *Důkaz matematickou indukcí*

co je pod pojmem důkaz myšleno.

1.4 Není důkaz jako důkaz

Jak bylo výše předestřeno, základním stavebním kamenem pro další práci je správné vymezení pojmu důkaz. Ten může být v různých oblastech vědních disciplín definován různě. Vzhledem ke skutečnosti, že logika úzce využívá jako nástroje matematiky, bude krátce představeno, jak je důkaz z jejího pohledu chápán.

Velmi často používaným matematickým důkazem je tzv. důkaz úplnou matematickou indukcí. Jeho princip je jednoduchý a exaktně ověřitelný. Dobrým příkladem může být důkaz pravdivosti věty: *„Každý konvexní n-úhelník, který není trojúhelníkem, má právě* $\frac{n}{2}(n-3)$ *úhlopříček."*

V prvním kroku je důkaz proveden pro čtyřúhelník. Tedy počet úhlopříček čtyřúhelníku $p_n$je dán vztahem $p_4 = \frac{4}{2}(4-3) = 2$. Je snadno ověřitelné (viz obrázek 1.1), že každý čtyřúhelník má opravdu právě dvě úhlopříčky. Pro dokončení důkazu úplnou indukcí by byl důkaz ověřen ještě pro libovolné číslo $n \geq 4$, například pro číslo $n = 5$, $p_5 = \frac{5}{2}(5-3) = 5$. Výsledek tohoto druhého (indukčního kroku) lze opět exaktně ověřit (viz obrázek 1.1), čímž je důkaz pravdivosti výše uvedené věty pevně ukotven.

V oblasti důkazů existence Boha však nelze pracovat s důkazy, které by bylo možné exaktně ověřit. V této souvislosti bude pracováno s důkazem, který bude pravdivý tehdy, bude-li závěr logicky správně vyvozen z předem stanovených předpokladů. Definici tohoto důkazu je možné vymezit následovně:

Jestliže $\mathcal{T}$ je systém formulí, pak důkazem ze systému předpokladů $\mathcal{T}$ je konečná posloupnost formulí $D_1, ..., D_k$ taková, že každý člen této posloupnosti je:

- axiomem,
- jedním z předpokladů systému $\mathcal{T}$,
- nebo je utvořen aplikací dedukčního pravidla na dvě již existující formule systému $\mathcal{T}$.[18]

K tomu, aby bylo možné prohlásit, že závěr je správně logicky vyvozen z daných předpokladů, je potřeba logické vyplývání a s ním související pojmy nejprve definovat. Této problematice se bude věnovat nadcházející kapitola.

[18]Srov. [Soch 2011] str. 43.

Kapitola 2

Logika jako nástroj pro logické dokazování

V předcházející kapitole bylo stručně pojednáno o skutečnosti, že důkaz ve smyslu, ve kterém tohoto slova užívá matematika a další exaktní vědy, je v oblasti dokazování Boží existence a logiky obecně dosti vágním pojmem. V rámci logického dokazování, o kterém bude dále podrobně pojednáno, je závěr tvrzení tak „kvalitní“, jak „kvalitní“ (resp. důvěryhodné) jsou předpoklady, ze kterých je tento závěr vyvozen.

K tomu, aby bylo možné mít k dispozici relevantní důkaz čehokoliv, je potřeba věnovat pozornost:

- předpokladům[1],
- nástroji, který definuje logické vyplývání.

Jak již bylo dříve předesláno, předložená práce je svou pozorností zaměřena především na druhý atribut dokazování, a to na nástroje, které definují specifické logické vyplývání, konkrétně *modální logiku.* Dříve, než bude pozornost věnována samotné modální logice, je nezbytné vstoupit do oblasti, na které modální logika staví. Základním stavebním prvkem modální logiky a dalších neklasických logik je logika formální, která úzce využívá exaktní vědu - matematiku. V následující podkapitole bude pozornost věnována logice formální, skrze kterou bude postupováno až k logice modální. Dříve, než bude přikročeno ke kategorizování logiky, bude uvedena její definice. V různé literatuře je možné se setkat s diferentním definováním pojmu logika. Tyto definice však mají společné těžiště, a je tedy vhodné uvést definici, která je pro obsah

[1] Problematice předpokladů v základních typech důkazů Boží existence se podrobně věnuje Veronika Svobodová. Viz [Svo 2011].

logiky nejčastěji formulována a která nese společný základ variantních vymezení. Touto definicí tedy je: „*Logika je nauka o správném usuzování a o umění správné argumentace.*“[2]

2.1 Formální logika

Slovo logika je velmi často užívaným pojmem a snad každý z nás se s ním již setkal. Při stavbě domu je *logické* zbudovat nejprve základy, pak zdi a nakonec střechu. Existuje i množství *logických* her, které mají za úkol tříbit naše myšlení. Kde je však původ této oblasti a co je jejím předmětem?

Za původce logiky bývá tradičně označován Aristoteles, který definoval logiku sylogistickou.[3] Tuto část logiky je dnes možné zahrnout do oblasti predikátového počtu. Pro celistvější chápání zrodu logiky je však potřeba doplnit, že o formulaci základních logických zákonů se již před Aristotelem pokoušeli např. Thalés z Milétu, Pythagoras ze Samu, Eukleides z Megaru a další. Užívání slova logika ve smyslu, jak ji chápeme dnes, můžeme však zaznamenat až u filosofa Alexandra z Afrodisiady, který se zabýval Aristotelovými texty a komentoval a rozvíjel myšlenky, které v nich byly obsaženy.[4]

Aristoteles se vymezení sylogistické logiky věnuje ve svém díle *První analytiky*[5], kde definuje základní pojmy: *premisa*, *termín*, *sylogismus* a vztah mezi nimi. Ve svém díle *Druhé analytiky* pak Aristoteles pojednává o použití sylogistiky k důkazům. Dříve, než bude sylogistika krátce představena, je vhodné definovat již uvedené pojmy: premisa, termín a sylogismus. Aristoteles tyto pojmy definuje takto:

„*Premisa je výrok, který něco o něčem tvrdí, nebo popírá. Termín je to, v co se premisa rozkládá, tedy to, co se vypovídá, a to, o čem se vypovídá, ať se již k nim přidává či od nich odlučuje „je” či „není”. Sylogismus je řeč, v níž, je-li něco dáno, nutně něco jiného, různého od toho, co je dáno, vyplývá právě tím, že dané jest.*”[6] Vzájemný vztah mezi třemi definovanými pojmy pak Aristoteles definuje takto:

„*Kdykoli se tedy tři termíny mají k sobě navzájem tak, že poslední je obsažen v celém středním a střední v celém prvním je obsažen nebo není, pak se nutně tvoří pro krajní termíny dokonalý sylogismus.*”[7]

Aristotelovy sylogismy se tedy skládají ze tří premis, které jsou někdy též

[2]Srov. [Duž 2003] str. 5.
[3]Z řeckého: συλλογισμός, což znamená uvažování, rozhodnutí, logický důsledek.
[4]Srov. [Soch 2011] str. 299.
[5]Srov. [Ari 1961] str. 27, 24a.
[6]Srov. Tamtéž 24a, b.
[7]Srov. Tamtéž 25b.

označovány jako *subjekt-predikátové soudy.*[8] Každá premisa je tvořena právě dvěma termíny ze tří možných. Těmto termínům se též obecně říká predikáty. Jedná se o subjekt - označován písmenem $\mathcal{S}$, predikát - označován písmenem $\mathcal{P}$ a střední termín - označován písmenem $\mathcal{M}$.[9]

Platný sylogismus je dán trojicí subjekt-predikátových soudů, přičemž jednotlivé soudy jsou vybírány ze tří množin subjekt-predikátových soudů, které jsou tvořeny čtyřmi tvary subjekt-predikátových soudů. Jednotlivé tvary jsou pro rozlišení označovány samohláskami *a, e, i, o.*[10] Množiny subjekt-predikátových soudů mají následující tvar:

První množina je tvořena soudy tvořenými z termínů $\mathcal{S}$ a $\mathcal{P}$ a tato množina má tyto tvary:

a každé $\mathcal{S}$ je $\mathcal{P}$,

e žádné $\mathcal{S}$ není $\mathcal{P}$,

i některé $\mathcal{S}$ je $\mathcal{P}$,

o některé $\mathcal{S}$ není $\mathcal{P}$.

Druhá množina je tvořena soudy tvořenými z termínů $\mathcal{M}$ a $\mathcal{P}$ a tato množina má tyto tvary:

a každé $\mathcal{M}$ je $\mathcal{P}$,

e žádné $\mathcal{M}$ není $\mathcal{P}$,

i některé $\mathcal{M}$ je $\mathcal{P}$,

o některé $\mathcal{M}$ není $\mathcal{P}$.

Třetí množina je pak tvořena z termínů $\mathcal{M}$ a $\mathcal{S}$ a tato množina má tyto tvary:

a každé $\mathcal{M}$ je $\mathcal{S}$,

e žádné $\mathcal{M}$ není $\mathcal{S}$,

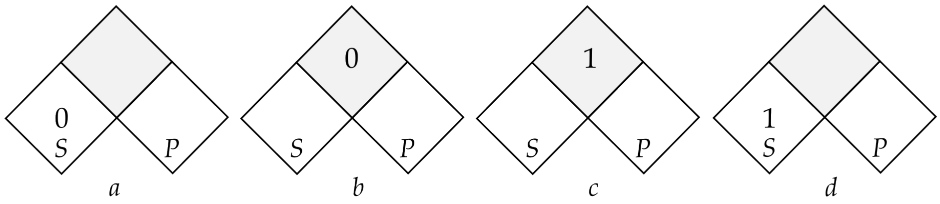
i některé $\mathcal{M}$ je $\mathcal{S}$,

o některé $\mathcal{M}$ není $\mathcal{S}$.

[8] Srov. [Soch 2011] str. 109.

[9] Z latinského *medius* - střední.

[10] Toto označení ma kořen ve středověku. Srov. [Soch 2011] str. 108. Na základě této definice tvarů pomocí samohlásek byly tvořeny názvy jednotlivých módů. K samohláskám byly přiřazeny souhlásky, čímž vznikla slova, která označují jednotlivé platné módy. Např.: *aaa - barbara, eio - ferio* a další.



Obrázek 2.1: *Grafické znázornění interakce predikátů $\mathcal{S}$ a $\mathcal{P}$*

Platnost Aristotelových sylogismů je možné ověřit na základě znalosti správných módů, které prostřednictvím samohlásek nesou informaci o složení trojice tvarů, jenž společně tvoří platný sylogismus. Jinou metodou ověření platnosti sylogismu a zároveň metodou sloužící k vyvození třetího subjekt-predikátového soudu ze dvou zadaných je grafická metoda Vennových diagramů, kterou navrhl John Venn.[11]

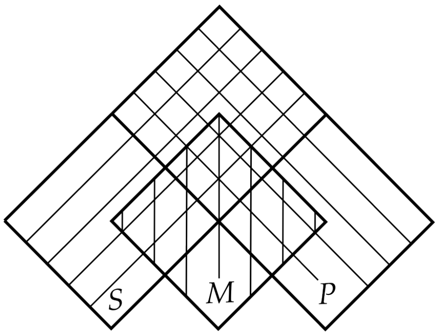
Metoda Vennových diagramů spočívá v grafickém zobrazení interakce trojice predikátů (subjekt, predikát, střední termín), které jsou zobrazovány jako množiny. Způsob zobrazení množin se s jednotlivými autory různí. Jedná se nejčastěji o elipsy, resp. ovály[12], kružnice[13] či obdélníky, resp. čtverce.[14]

Každému tvaru (*a, e, i, o*), který je v rámci sylogismů používán, odpovídá jedno grafické vyjádření na základě Vennových diagramů. Jelikož se vždy jedná o vzájemnou interakci dvou predikátů, je na obrázku č. 2.1 uveden příklad grafického zobrazení interakce predikátů $\mathcal{S}$ a $\mathcal{P}$. Tento diagram bude dále označován zkratkou *SP*.

Diagram *a* v obrázku č. 2.1 představuje tvar ***a*** „každé $\mathcal{S}$ je $\mathcal{P}$”, diagram *b* pak tvar ***e*** „žádné $\mathcal{S}$ není $\mathcal{P}$”, digram *c* představuje tvar ***i*** „některé $\mathcal{S}$ je $\mathcal{P}$” a digram *d* představuje tvar ***o*** „některé $\mathcal{S}$ není $\mathcal{P}$”.

Na obrázku č. 2.2 je zachycen Vennův diagram, který v jednom obrazci shrnuje všechny možné kobinace predikátů $\mathcal{S}$, $\mathcal{M}$, $\mathcal{P}$ Tento diagram bude dále nazýván zkratkou *SMP*. Do tohoto obrazce jsou pak na základě odpovídajících pravidel[15] vepisovány hodnoty $\{0, 1\}$, které jednoznačně určí, o jaký subjekt-predikátový soud se jedná. Ve chvíli, kdy jsou do Venova digramu zaneseny příslušným způsobem první dvě premisy (subjekt-predikátové soudy) provede se podle odpovídajících pravidel[16] redukce tohoto diagramu (obr. č. 2.2) na diagram základní (obr. č. 2.1), ze kterého lze již jednoznačně vyčíst

[11] Viz [Ven 1881].
[12] Srov. [Ven 1881] str. 117.
[13] Srov. [Ven 1881] str. 112.
[14] Srov. [Soch 2011] str. 112.
[15] Viz [Soch 2011] str. 113 - 114.
[16] Tamtéž.



Obrázek 2.2: *Vennův diagram shrnující všechny možné kombinace predikátů* $\mathcal{S}, \mathcal{M}, \mathcal{P}$

odpovídající závěr sylogismu.

Jednoduchý příklad, který bude pro ukázku Aristotelova sylogismu použit, bude graficky zobrazen s využitím Vennových diagramů v podobě čtverců. Příklad má následující formulaci:

Příklad

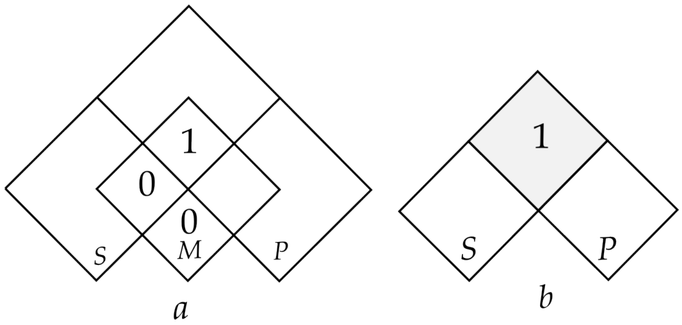
Všichni ptáci mají křídla. (1a)
Někteří živočichové jsou ptáci. (2a)

Závěr...? (3a)

První věta je tvořena dvojicí termínů $\mathcal{M}$ a $\mathcal{P}$. Jedná se o tvar $\boldsymbol{a}$, který náleží do druhé množiny subjekt-predikátových soudů. Tedy: „*Každý pták (střední termín) má křídla (predikát).*" Druhá věta je pak tvořena dvojicí termínů $\mathcal{S}$ a $\mathcal{M}$, jedná se o tvar $\boldsymbol{i}$, který náleží do třetí množiny subjekt-predikátových soudů. Tedy: „*Některý živočich (subjekt) je pták (střední termín).*" Nyní budou tyto subjekt-predikátové soudy graficky zobrazeny prostřednictvím Vennových diagramů.

Vprvním kroku budou výchozí dvě premisy zaneseny do diagramu *SMP*. Ve druhém kroku bude tento diagram redukován na základní diagram *SP*. Situace je pro názornost zachycena na obrázku č. 2.3.

Diagram *a* na obrázku č. 2.3 představuje grafické znázornění premis (subjekt-predikátových soudů) (1a) a (2a) v diagramu *SMP*. Diagram *b* pak představuje *SP* diagram, který vznikl redukcí diagramu *SMP* podle příslušných pravidel. Digram *b* je zároveň závěrem - výslednou premisou příkladu. Výsledný diagram *b* z obrázku č. 2.3 se shoduje s diagramem *c* z obrázku č. 2.1,



Obrázek 2.3: *Diagramy SMP a SP s konkrétním řešením příkladu*

jemuž odpovídá interpretace: „některé $\mathcal{S}$ je $\mathcal{P}$" a příslušný tvar $\boldsymbol{i}$. Některý subjekt je predikát. V uvedeném příkladu byl subjektem „živočichové" a predikátem „mají křídla". Závěrečnou premisou, která tvoří se zadanými dvěma platný sylogismus, je premisa ve tvaru: Někteří živočichové mají křídla. Tento sylogismus:

Všichni ptáci mají křídla. (1b)
Někteří živočichové jsou ptáci. (2b)

Někteří živočichové mají křídla. (3b)

odpovídí I. figuře a módu *darii.*

V této chvíli byla představena sylogistická logika, jíž lze považovat za výchozí bod, ze kterého bude pokračováno v logice dále. Na tento sylogistický přístup úzce navazuje predikátová logika, které bude později krátce představena. Nyní však bude pozornost věnována dalšímu kroku, a sice nejužívanější výrokové logice.

2.2 Výroková logika

Výroková logika, která bývá též někdy označována jako výrokový počet či klasický výrokový počet KVP,[17] je logickým systémem, který z pohledu expresivní síly zkoumá skladbu výroku, jenž je složen z elementárních výroků. Tyto elementární výroky pak mají binární pravdivostní hodnotu, která je dána dvojicí hodnot - *pravda, nepravda* či $\{0, 1\}$.[18]

---

[17]Srov. [Per 2004] str. 23.

[18]V této souvislosti je vhodné poznamenat, že existují i vícehodnotové logiky, ve kterých mohou proměnné nabývat i více než dvou pravdivostních hodnot. Příkladem mohou být troj-hodnotová logika, fuzzy logika, Łukasiewiczova logika a další.

Dříve, než bude o výrokové logice podrobněji pojednáno, je potřeba představit nové pojmy, které budou v této kapitole zavedeny.

2.2.1 Základní pojmy

Prvním z pojmů, které je potřeba definovat, jsou pojmy *výrok* a *formule* (někdy označována jako formule výrokového počtu).

Podobně jako definice samotné logiky, tak i vymezení pojmu výrok má více tvarů, které jsou však založeny na společném základu. V této práci bude výrokem chápáno: *„takové tvrzení, o němž má smysl prohlásit, zda je pravdivé, či nikoliv"*.[19] Příkladem výroku (pravdivého - o valuaci bude pojednáno níže) může být oznamovací věta: „*Praha leží v České republice.*" Nepravdivým výrokem pak může být věta: „*Dvě plus dvě jsou šest.*" Nechť posledním příkladem výroku je věta: „*Bůh je transcendentní.*" Jedná se o pravdivý, či nepravdivý výrok? Na základě definice Katechismu katolické církve: „*Bůh přesahuje každého tvora*,"[20] se jedná o výrok pravdivý. Ti, kteří toto tvrzení nepřijímají, pak tento výrok ohodnotí jako výrok nepravdivý. Bez ohledu na ohodnocení této věty, je však pro obě skupiny platné, že se jedná o výrok v legitimním tvaru.

Aby bylo možné s výroky lépe pracovat a snáze formálně vyjadřovat logické souvislosti, jsou jednotlivé výroky nahrazovány tzv. *výrokovými proměnnými*. Tyto proměnné mají nejčastěji podobu malých písmen latinské abecedy: *p, q, r, s, …* S pomocí těchto výrokových proměnných je možné sestavovat tzv. *složené výroky*. Složený výrok je složen minimálně ze dvou výrokových proměnných a jedné *logické spojky*. Souhrnně lze tedy říci, že výroky je možné rozdělit na dvě základní kategorie:

- Výroky jednoduché - jedná se o výroky neobsahujícíí vlastní část, která by sama o sobě byla výrokem. Jednoduchým výrokem může být i prosté oznámení: „*Prší,*", které může být reprezentováno výrokovou proměnnou *p*.

- Výroky složené - jedná se o výroky obsahující jednu nebo více částí, které jsou samy o sobě výrokem. Složené výroky jsou též označovány jako *formule* či formule *výrokového počtu* a jsou označovány velkými písmeny latinské abecedy: *A, B, P, Q, …* S formulemi je možné pracovat obdobně jako s výroky. Příkladem složeného výroku může být souvětí: „*Je-li Petr matematik, pak zná Pythagorovu větu.*" Jedná se o formuli, která je složena ze dvou výroků. Z prvního výroku: „*Petr*

[19] Srov. [Duž 2003] str. 14.
[20] Srov. [Kat 2002] str. 29, čl. 42.

je matematik," který je možno označit výrokovou proměnnou m a ze druhého výroku: „*Petr zná Pythagorovu větu,*"[21] který je možné označit výrokovou proměnnou p. Formuli, označenou symbolem A, je pak možné formálně zapsat ve tvaru: $m \supset p$. Logická spojka $\supset$, která společně se dvěma jednoduchými výroky m a p tvoří formuli výrokového počtu, je *implikací.* O jednotlivých logických spojkách bude podrobněji pojednáno v dalším textu.

2.2.2 Jazyk výrokové logiky

Jednotlivé logické systémy jsou charakteristické svým jazykem, který se obecně skládá z abecedy a gramatiky. Tyto dva atributy budou nyní velmi stručně popsány.

Abeceda výrokové logiky se skládá ze tří základních stavebních prvků. Jedná se o:

- výrokové proměnné: $p, q, r, s, \ldots,$
- logické spojky: $\neg, \vee, \wedge, \supset, \equiv,$
- pomocné symboly: $(,), \{,\}, [,]$.

Gramatika výrokové logiky je definována pravidly, jak *vytvořit dobře utvořenou formuli* označovanou *duf*, resp. *wff.*[22] Tato pravidla jsou triviální a jedná se o dva základní předpoklady:

- Výrokové proměnné, které zastupují elementární výroky jsou samy o sobě dobře utvořenými formulemi - *duf* a jsou rovněž označovány pojmem *atomické formule.*[23]
- Pokud jsou formulí výrokového počtu výrazy P a Q, pak jsou formulemi výrokového počtu i *implikace* $(P \supset Q)$, *konjunkce* $(P \wedge Q)$, *disjunkce* $(P \vee Q)$, *ekvivalence* $(P \equiv Q)$ a *negace* $\neg P$.

Vzhledem ke skutečnosti, že gramatika výrokové logiky je výše uvedenými pravidly jasně určena a o výrokových proměnných již bylo také pojednáno, bude následující text věnován podrobnějšímu představení logických spojek, které hrají při utváření složených výroků důležitou roli. V abecedě výrokové

[21]Slovo „Petr" je v druhém výroku zahrnuto implicitně. Odpovídá tomu nevyjádřený podmět ze druhé věty formule: „... zná Pythagorovu větu", tedy [On - Petr] zná Pythagorovu větu.

[22]Srov. [Hug 1984] chap. 1, p.1.

[23]Srov. [Duž 2003] str. 15, [Soch 2011] str. 25.

logiky je obsaženo pět logických spojek. Jedná se o čtyři binární spojky, které označují relaci mezi dvěma výroky, a o jednu spojku unární, která se vztahuje pouze k jednomu výroku. Všechny tyto spojky budou nyní postupně představeny.

Negace

Jedná se o unární operátor, který je označován symbolem $\neg$ a lze ho interpretovat slovním vyjádřením „*není pravda, že*“. Negaci je možné ilustrovat na triviálním příkladu. Výrok: „*Petr je vysoký,*” je možné formálně zapsat prostřednictvím výrokové proměnné p. Negaci tohoto výroku je pak možné prostřednictvím výrokové proměnné formálně zapsat jako $\neg p$, což představuje výrok: „*Petr není vysoký,*” resp. „*Není pravda, že Petr je vysoký.*”

Implikace

Druhým operátorem (výrokovou či logickou spojkou) je implikace $\supset$. Význam implikace je možné interpretovat jako: „jestliže, pak”. Implikace utvořená z výrokových proměnných p a q se formálně zapisuje ve tvaru $p \supset q$.[24] První člen implikace je označován jako antecedent, druhý je pak označován jako konsekvent. Na pořadí těchto členů závisí.

Konjunkce

Dalším operátorem je konjunkce. Jedná se o binární spojku, která je symbolicky označována znakem $\wedge$ a slovní interpretace této spojky je dán významem slučovací spojky „a“. Obdobně jako v předešlém případu, konjunkce utvořená z výrokových proměnných p a q se formálně zapisuje ve tvaru $p \wedge q$.[25] Oba členové konjunkce se nazývají shodně konjunkty, z čehož plyne, že na pořadí členů v konjunkci nezáleží.

Disjunkce

Čtvrtým operátorem je disjunkce. Tato logická spojka je opět binárním operátorem, je označována symbolem $\vee$ a slovně interpretována vyjádřením „nebo“. Disjunkce utvořená z výrokových proměnných p a q se formálně zapisuje ve tvaru $p \vee q$. Obdobně jako u konjunkce, i v tomto případě se oba členové nazývají shodně, tentokráte disjunkty. Na pořadí členů v disjunkci opět nezáleží. U disjunkce je však důležité poznamenat, že interpretace „nebo” nemá vylučovací poměr. Disjunkce nabývá pravdivostní hodnoty

[24] Implikace má i variantní označení: $p \to q$, $p \Rightarrow q$.
[25] Konjunkce má i variantní označení: $p \ \& \ q$.

p	q	$\neg p$	$p \supset q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \equiv q$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1

Tabulka 2.1: *Tabulka pravdivostních hodnot základních logických operací*

1 tehdy, je-li alespoň jeden z disjunktů pravdivý, a to tedy i v případě, kdy jsou oba disjunkty pravdivé zároveň. Vylučovací poměr je v rámci výrokové logiky ošetřen non-ekvivalencí.

Ekvivalence

Pátou a poslední logickou spojkou je ekvivalence. Ekvivalence je čtvrtým binárním operátorem a je označována symbolem $\equiv$. Slovní interpretace ekvivalence má význam „právě tehdy, když“.[26]

2.2.3 Valuace výroků a formulí

V předchozím textu bylo na mnoha místech použito vyjádření: „výrok je pravdivý”, „výrok je nepravdivý”. Tato slovní označení pravdivosti, resp. nepravdivosti výroku jsou pro účely formálního zápisu kvantifikovány na základě dvou číselných hodnot $\{0, 1\}$, které označují po řadě nepravdu a pravdu. Toto ohodnocení pravdivosti výroku je označováno pojmem *valuace*. Pravdivostní hodnoty $\{0, 1\}$ jsou přidělovány jak výrokům, resp. výrokovým proměnným, které výroky zastupují, tak formulím výrokového počtu. Formální zápis valuace je dán následujícícm vztahem:

$$(p_i) \to \{0, 1\}$$

Každému výroku p_i, kde $i \in I$ a I představuje množinu všech výroků, je přiřazena právě jedna pravdivostní hodnota z dvouprvkové množiny $\{0, 1\}$ - nepravda, pravda.

Valuace základních formulí výrokového počtu (negace, implikace, konjunkce, disjunkce a ekvivalence) je jednoznačně určena na základě tabulky č. 2.1, tabulky pravdivostních hodnot.

[26]Implikace má i variantní označení: $p \leftrightarrow q$, $p \Leftrightarrow q$.

2.2.4 Důkaz ve výrokové logice

V předcházejících kapitolách byly představeny základní pojmy a stavební prvky k tomu, aby bylo možné s nástrojem výrokové logiky úspěšně pracovat. Nyní bude pozornost věnována *důkazu*, přesněji důkazu ve výrokové logice. Anabáze důkazu ve výrokové logice bude základním stavebním prvkem pro strukturu důkazů ve *výrokové predikátové logice* i v *logice modální* - výrokové i predikátové.

V podkapitole s názvem *Není důkaz jako důkaz* bylo předesláno, že v rámci důkazů existence Boha nelze pracovat s důkazy, které by bylo možné exaktně ověřit. Je zde pracováno s důkazem, který je pravdivý tehdy, je- li závěr logicky správně vyvozen z předem stanovených předpokladů. Toto platí obecně i pro jakýkoliv důkaz v oblasti logiky. Při důkazu ve výrokové logice je s využitím principů logického vyplývání daného logikou z přijatých předpokladů dokazován nový předpoklad, který může být označován jako závěr.[27] Tuto definici důkazu lze zapsat na základě matematické formulace následujícím způsobem:

$$P_1, ..., P_n \models Z$$

Slovní interpretace výše uvedeného matematického zápisu je následující: Je-li veličinou Z označen závěr a veličinami P_1, ..., P_n jednotlivé premisy, kde n je počet premis, pak je možné definovat, že závěr Z logicky vyplývá z premis P_1, ..., P_n, jestliže za žádných okolností nemůže nastat takový případ, že by všechny premisy byly pravdivé a závěr nepravdivý.[28]

K tomu, aby bylo možné realizovat důkaz, resp. vyvození nového předpokladu z množiny zadaných předpokladů, je potřeba definovat:

- Předpoklady - byly již v práci několikrát jmenovány a jsou označovány různými názvy. Nejčastěji jsou označovány termínem *premisa* či *soud*. V práci bude dále pracováno s termínem premisa. Předpoklady, které jsou zadány jsou považovány za dokázané.

- Odvozovací pravidla - s pomocí odvozovacích pravidel je možné ze zadaných předpokladů dokázat (vyvodit) předpoklad nový. Je nutné mít k dispozici konečnou množinu odvozovacích pravidel. V rámci výrokové logiky bude pracováno s jedním odvozovacím pravidlem, které je označováno jako *modus ponens*. Odvozovací pravidlo modus ponens má následující interpretaci: Je zadána formule A a rovněž je zadána implikace $A \supset B$. Pokud platí formule A a zároveň implikace $A \supset B$, pak je dokázáno i B.

[27] Srov. [Soch 2011] str. 36.
[28] Srov. [Duž 2003] str. 6.

- Axiomy logiky - jedná se o předpoklady správného vyvozování. Na základě podmínky korektnosti výrokového počtu se musí jednat o takové axiomy, ze kterých je možné vyvodit jen tvrzení, která jsou vždy pravdivá - *tautologie.*[29] Axiomů je nutno přijmout tolik, aby s jejich užitím a s užitím odvozovacího pravidla bylo možné dokázat všechny tautologie výrokového počtu.[30] Základní množinou, která splňuje společně s odvozovacím pravidlem modus ponens větu o úplnosti, je množina tří axiomů: $\mathtt{A1}, \mathtt{A2}, \mathtt{A3}$. Tyto axiomy mají následující tvar:

`A1` $A \supset (B \supset A)$, pokud platí formule A, pak z čehokoli plyne, že platí A, tedy i z libovolné formule B,

`A2` $[A \supset (B \supset C)] \supset [(A \supset B) \supset (A \supset C)]$, tato formule je tautologie označovaná jako *Fregův zákon*,[31]

`A3` $(\neg A \supset \neg B) \supset (B \supset A)$, tato formule je obrácenou implikací a je označována jako *zákon transpozice*[32] nebo též *zákon kontrapozice.*[33]

V této chvíli je již k dispozici ucelený, korektní a úplný systém výrokového počtu (výrokové logiky), na základě kterého je možné přistoupit k realizaci důkazu. Důkaz bude ilustrován na následujícím příkladu.

Příklad *Petr se chystá na výlet vlakem a právě se nachází na nádraží ve vesničce Myslíkov, jejíž obyvatelé všichni logicky myslí. Petr chce jet do Brna, ale neví, do kterého z přistavených vlaků má nastoupit. Jelikož dnes nefunguje elektronický informační systém, nezbývá mu, než se zeptat ostatních cestujících. Petr oslovil tři cestující, kteří mu dali tyto odpovědi: (1) Nejede-li modrý vlak do Brna, nejede do Brna ani vlak zelený. (2) Pokud jede do Brna vlak červený, pak jede do Brna i vlak zelený. (3) Nejede-li do Brna vlak červený, jede do Brna vlak modrý. Petr by chtěl jet modrým vlakem, jede však tento vlak do Brna?*

V prvním kroku je potřeba informace ze zadání převést do formálního zápisu. Vzhledem ke skutečnosti, že všechny tři vlaky (modrý, zelený i červený) se vztahují k cestě do Brna, budou zvoleny tři výrokové proměnné bez indexu a budou popisovat skutečnost, že konkrétní vlak jede do Brna. Platí tedy: m - modrý vlak jede do Brna, z - zelený vlak jede do Brna, $č$ - červený

[29] Srov. [Soch 2011] str. 38.
[30] Srov. [Soch 2011] str. 39. Tato podmínka je dána respektováním *věty o úplnosti.*
[31] Srov. [Duž 2003] str. 22, [Soch 2011] str. 33.
[32] Srov. [Soch 2011] str. 42.
[33] Srov. [Duž 2003] str. 22.

vlak jede do Brna.

Nyní, s využitím výrokové logiky, která byla představena, je možné jednotlivé výpovědi cestujících formálně zapsat následujícím způsobem:

Nejede-li modrý vlak do Brna, nejede do Brna ani vlak zelený.

$$\neg m \supset \neg z \tag{a}$$

Pokud jede do Brna vlak červený, pak jede do Brna i vlak zelený.

$$\check{c} \supset z \tag{b}$$

Nejede-li do Brna vlak červený, jede do Brna vlak modrý.

$$\neg \check{c} \supset m \tag{c}$$

Petr chce vědět, zda jede modrý vlak do Brna. Nabízejí se tedy dvě možnosti, a to modrý vlak jede do Brna či modrý vlak nejede do Brna. K důkazu je tedy možné přijmout jednu z představených možností. Jak by tedy vypadal důkaz pro variantu modrý vlak nejede do Brna? K systému tří předpokladů bude přidán předpoklad $\neg m$.

Konstrukce důkazu má následující podobu:

1. $\neg m$ — předpoklad
2. $\neg m \supset \neg z$ — předpoklad (a)
3. $\neg z$ — 1., 2. + *modus ponens*
4. $(\check{c} \supset z)$ — předpoklad (b)
5. $(\check{c} \supset z) \supset (\neg z \supset \neg \check{c})$ — axiom `A3`
6. $(\neg z \supset \neg \check{c})$ — 4., 5. + *modus ponens*
7. $\neg \check{c}$ — 3., 6. + *modus ponens*
8. $\neg \check{c} \supset m$ — předpoklad (c)
9. m — 7., 8. + *modus ponens*

Výše uvedeným postupem bylo zjištěno, že z předpokladu, že modrý vlak nejede do Brna, jede modrý vlak do Brna. Jedná se o spor a tento důkaz je označován jako *důkaz sporem*. Sporem bylo dokázáno, že modrý vlak do Brna jede a Petr jej může k cestě použít.

Na základě výše představeného principu je možné zkonstruovat mnoho obdobných důkazů. Jedním z nich může být triviální důkaz existence stvořitele stvoření. Nechť jsou pro konstrukci důkazu přijaty tyto tři předpoklady:

Pokud existuje stvoření, pak existuje stvořitel.

$$s \supset t \tag{d}$$

Pokud myslím, pak existuje stvoření.

$$m \supset s \tag{e}$$

Myslím.

$$m \tag{f}$$

První předpoklad: „*Pokud existuje stvoření, pak existuje stvořitel*,“ je vyjmut z *Kalámského kosmologického důkazu* a shrnuje v sobě jeho dva úvodní předpoklady.[34] Druhý předpoklad: „*Pokud myslím, pak existuje stvoření*,“ je předpokladem Reného Descarta: „Myslím, tedy jsem“.[35] Ten, kdo myslí, i existuje. Třetí předpoklad: „*Myslím*,“ je zde obligatorní. Ten, kdo konstruuje důkaz, už tím, že ho konstruuje, myslí.

Pokud jsou výrokovými proměnnými m, s, t označeny výroky: m - myslím, s - existuje stvoření, t - existuje stvořitel, pak má konstrukce důkazu následující podobu:

1.	$s \supset t$	předpoklad (d)
2.	$m \supset s$	předpoklad (e)
3.	m	předpoklad (f)
4.	s	2., 3. + *modus ponens*
5.	t	1., 4. + *modus ponens*

[34]Srov. [Svo 2011] str. 17.
[35]Srov. [Des 2003] str. 28, čl. 25.

Na základě výše uvedeného postupu bylo dokázáno, že závěr logicky vyplývá z předpokladů. Na základě důkazu dedukcí bylo dokázáno, že existuje stvořitel. Je evidentní, že tento důkaz je triviální. V této chvíli však nebylo cílem podrobně se zabývat vedením předpokladů, nýbrž představit, jakým způsobem je možné ze zadaných předpokladů vyvozovat předpoklady nové prostřednictvím důkazů.

V nadcházející kapitole 2.3 bude pro potřeby kapitoly 2.4 ještě velmi stručně pohovořeno o expresivně silnější predikátové logice, která na předpokladech výrokové logiky bezprostředně staví.

2.3 Predikátová logika

V úvodu předchozí kapitoly byla definována výroková logika a bylo uvedeno že se jedná o logický systém, který z pohledu expresivní síly zkoumá skladbu výroku, jenž je složen z elementárních výroků. S využitím již zavedené specifikace expresivní síly je možné říci, že predikátová logika zkoumá dále jednotlivé predikáty, logické funkce a proměnné. S jistou mírou zjednodušení lze říci, že „makroskopický" pohled výrokové logiky je zpřesněn „mikroskopickým" pohledem logiky predikátové.[36] Nastíněnou situaci je možné ilustrovat na triviálním příkladu.

Příklad

Každý matematik zná Pythagorovu větu. (g)

Petr je matematik. (h)

Petr zná Pythagorovu větu. (i)

Z „makroskopického" pohledu výrokové logiky se jedná o trojici výroků g, h, i, které spolu nesouvisí, neboť z výroků g, h nelze platně vyvodit výrok i. Nyní je možné pohlédnout na trojici tvrzení g, h, i „mikroskopickým" pohledem predikátové logiky a formálně tato tvrzení zapsat jako:

$$\forall x\,[M(x) \supset V(x)] \tag{g}$$

Pro každé individuum x platí, že má-li individuum x vlastnost „být matematikem", pak má individuum x i vlastnost „znát Pythagorovu větu".

$$M(P) \tag{h}$$

[36] Srov. [Soch 2011] str. 125

Individuum Petr má vlastnost „být matematikem".

$$V(P) \tag{i}$$

Individuum Petr má vlastnost „znát Pythagorovu větu".

Zde uvedený příklad aplikace predikátové logiky úzce navazuje na Aristotelovy sylogismy, které byly představeny v kapitole 2.1.

Nyní bude výše uvedená symbolika představena. S ohledem na skutečnost, že kapitola o výrokové logice již předjímá celou řadu skutečností, které jsou oběma přístupům společné, budou nyní představeny jen nezbytné nově zavedené skutečnosti, které predikátová logika užívá a se kterými je dále v práci uvažováno.

Abeceda predikátové logiky se skládá z těchto stavebních prvků:

- individuové proměnné: *x, y, z, ...*,
- logické spojky: $\neg$, $\vee$, $\wedge$, $\supset$, $\equiv$,
- kvantifikátory:
  - $\forall$ Univerzální kvantifikátor. S jeho využitím lze formalizovat slovní výrazy tvaru: „pro každé", „pro všechna" apod.,
  - $\exists$ Existenční kvantifikátor. S jeho použitím lze formalizovat slovní výraz tvaru: „existuje", „někdo" apod.,
- predikát[37] (predikátový symbol)[38] : $P^n, Q^n, R^n, S^n, \ldots$, kde proměnná n vypovídá o četnosti objektů, které vstupují do vztahu. Běžně známé jsou unární a binární vztahy, obecně mohou být n-ární.
- funkce (funkční symbol): $f^n, g^n, h^n, i^n, \ldots$, kde proměnná n má stejný význam jako u predikátu.[39]
- pomocné symboly: (,), {, }, [,].

Gramatika predikátové logiky definuje:

- termy - obecně slouží k popisu objektů,[40]

[37] Srov. [Soch 2011] str. 126

[38] Srov. [Duž 2003] str. 69.

[39] Funkce, u které je hodnota proměnné n rovna 0, je konstantou.

[40] Přesné vymezení pojmu term lze nalézt v [Soch 2011] str. 143

- základní formule - slouží k popisu skutečnosti, že objekt, který může být popsán termem, je v nějakém vztahu, [41]

- formule - jsou tvořeny základními formulemi, případně základními formulemi s využitím definovaných kvantifikátorů a logických spojek. S formulemi v predikátovém počtu je pracováno obdobně jako s formulemi ve výrokovém počtu.

Pro získání uceleného systému predikátové logiky je potřeba obdobně jako ve výrokové logice definovat základní axiomy predikátové logiky a seznam odvozovacích pravidel. V rámci predikátové logiky jsou využívány všechny tři základní axiomy výrokového počtu $\mathtt{A1}, \mathtt{A2}, \mathtt{A3}$ a odvozovací pravidlo *modus ponens*. Kromě této struktury je potřeba do systému predikátového počtu nutně přijmout dva nové axiomy $\mathtt{A4}, \mathtt{A5}$ a jedno nové odvozovací pravidlo *generalizace*. Nové axiomy mají následující tvar:

`A4` $(\forall x)\, \varphi \supset \varphi\,(x/t)$ Zde nová formule $\varphi\,(x/t)$ vznikla substituováním proměnné x termem t.[42] Tento axiom je nazýván *axiomem specifikace*.

`A5` $(\forall x)\,(\varphi \supset \psi) \supset (\varphi \supset (\forall x)\,\psi)$ Tento axiom popisuje skutečnost, jak přesunout kvantifikaci individuové proměnné do implikace.[43]

Následující kapitola je konečně věnována speciálnímu nástroji - modální logice, která specifickým způsobem upravuje klasický výrokový počet a která je pro důkazy Boží existence využívána.

2.4 Modální logika

Modální logiku je možné v jistém slova smyslu chápat jako rozšíření klasického výrokového počtu, resp. výrokové logiky. K ucelenému systému axiomů a odvozovacích pravidel používáných ve výrokové logice přidává modální výroková logika nové operátory a také nové odvozovací pravidlo.

Základním stavebním prvkem modální logiky je operátor nutnosti. Tento operátor je formálně označován symbolem $\Box$ a jeho slovní interpretací je výraz *„nutně"*. Současně s operátorem nutnosti je vhodné zavést i operátor možnosti, který je vyjadřován symbolem $\Diamond$ a lze ho vyjádřit prostřednictvím

[41] Tamtéž str. 140

[42] Při substituci musí být dodrženy podmínky pro korektní substituci. Viz [Duž 2003] str. 55.

[43] Axiom platí pouze tehdy, nemá-li kvantifikované proměnná volný výskyt v antecendentu.

A	$\Box A$
NP	NP
KP	NN
KN	NN
NN	NN

Tabulka 2.2: *Tabulka pravdivostních hodnot pro operátor* $\Box A$

operátoru možnosti následujícícm způsobem: $\Diamond \equiv \neg\Box\neg$.[44] Oba tyto operátory jsou unárními operátory obdobně jako operátor negace v klasickém výrokovém počtu.

Základním axiomen modálního výrokového počtu je možné označit axiom $\Box A \supset A$.[45] Tento axiom je možné slovně vyjádřit takto: „Pokud platí, že nutně A, pak platí A". Důležitým faktorem je však skutečnost, že vztah mezi $\Box A$ (nutně A) a A není triviální. Neplatí tedy skutečnost, že je-li formule A pravdivá, pak formule $\Box A$ je taktéž pravdivá, a zároveň platí, že je-li formule A nepravdivá, neznamená to, že formule $\Box A$ je taktéž nepravdivá.[46] S ohledem na tuto skutečnost zavádí modální logika dvojici nových pojmů: *kontingentní pravda* (KP) a *kontingentní nepravda* (KN). Je zřejmé, že zavedení těchto dvou nových pojmů se musí promítnou v tabulce pravdivostních hodnot, která bude mít v důsledku tohoto zavedení novou podobu pro všechny dříve definované operace výrokového počtu. Příklad pravdivostní tabulky pro operátor $\Box A$ uvádí tabulka č. 2.2.

Zavedením dvojice nových kvantifikátorů KP, KN byla množina pravdivostních hodnot klasického výrokového počto rozšířena o dva nové prvky, čímž vznikla čtyřprvková množina ohodnocení. Tato čtyřprvková množina valuací tvoří systém tzv. Booleovy algebry, která umožňuje pracovat s jednotlivými hodnotami jako s množinami a je možné zavést pojem *možné světy*.[47] Konkrétní výroky jsou pak přiřazeny do konkrétního světa, ve kterém je daný výrok pravdivý.[48] S ohledem na čtyřprvkovou množinu valuací $\{NP, NN, KP, KN\}$ lze definovat dva světy. Skutečný svět a alternativní svět.

Jednodlivé výroky, resp. formule, mohou mít tato ohodnocení pravdivosti:

[44]Srov. [Per 2004] str. 105.
[45]Srov. [Per 2004] str. 91.
[46]Srov. [Per 2004] str. 92.
[47]Srov. [Per 2011] str. 97.
[48]Srov. Tamtéž.

- Výrok je pravdivý nutně tehdy, je-li pravdivý jak ve skutečném, tak v alternativním světě, ($\Box A$).
- Výrok je nepravdivý nutně, je-li nepravdivý jak ve skutečném, tak v alternativním světě, ($\Box\neg A$).
- Výrok je kontingentně pravdivý tehdy, je-li pravdivý ve skutečném světě a zároveň není pravdivý v alternativním světě, ($\Diamond A$).
- Výrok je kontingentně nepravdivý tehdy, je-li pravdivý v alternativním světě a zároveň není pravdivý ve světě skutečném, ($\Diamond A$).

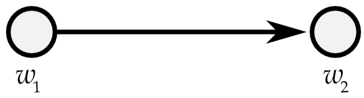
2.4.1 Modální výrokové počty K, T, B, S4

V této kapitole budou velmi stručně popsány modální výrokové počty, které na sebe postupně navazují a zároveň utvářejí modální výrokový počet S5, kterému bude věnována samostatná podkapitola. Společným prvkem všech uvedených modálních výrokových počtů je skutečnost, že jejich základním stavebním prvkem, na který navazují, je klasický výrokový počet a zároveň skutečnost, že všechny definují nové odvozovací pravidlo - *necesitaci*, označováno (*nec*).

$$(nec)\ A/\Box A$$

Každý z uvedených systémů navíc definuje nový axiom, který společně s odvozovacím pravidlem a základem přijatým z klasického výrokového počtu tvoří modální výrokový systém s odpovídajícím označením. Každý z uvedených modálních systémů využívá sémantiku, kterou definoval Saul Aaron Kripke. Podstatnou skutečností, kterou se od sebe jednotlivé systémy liší, je faktor označovaný jako *relace dosažitelnosti* - R.[49] Relace dosažitelnosti je vztah, který „relativizuje" operátor nutnosti. Je-li v rámci modální logiky uvažováno s více možnými světy jak bylo uvedeno výše, pak to, že něco platí nutně v jednom světě, neznamená, že to musí nutně platit i ve světě jiném. Jaroslav Peregrin tuto skutečnost názorně ilustruje na příkladu fyzikálních zákonů, které nemusí být ve všech světech totožné - na různých planetách mohou být různé.[50]Pro větší názornost je možné jednotlivé vztahy relace dosažitelnosti zobrazit s využitím teorie grafů, kde vrcholy reprezentují možné světy a hrany reprezentují dosažitelnost těchto světů. Nyní již k jednotlivým modálním výrokovým počtům.

[49]Srov. [Per 2004] str. 110.
[50]Srov. [Per 2004] str. 109.



Obrázek 2.4: *Digraf představující reflexivní binární relaci dosažitelnosti*

MVP-K

Tento modální systém zavádí kromě odvozovacího pravidla (*nec*) nový axiom `A4`v tomto tvaru:

`A4` $\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$.[51] Pokud z fomule A nutně vyplývá formule B, pak musí též platit, že z formule *nutně* A vyplývá formule *nutně* B.

Relaci dosažitelnosti je možné prostřednictvím teorie grafů vyjádřit grafem uvedeným na obrázku 2.4.

Na základě relace dosažitelnosti, kterou definuje modální výrokový počet K, platí nutnost formule A v možném světě w_1 tehdy, pokud formule A platí v každém možném světě w_2, který je dosažitelný z možného světa w_1.

MVP-T

Modální výrokový systém T opět vychází z klasického výrokového počtu, přijímá jeho odvozovací pravidlo modus ponens a přijímá i axiom `A4` z MVP-K. Nově zavádí axiom `A5`, který má tento tvar:

`A5` $\Box A \supset A$.[52] Z formule A, která platí *nutně*, plyne formule A.

Relace dosažitelnosti je zde definována stejně jako v případě MVP-K.

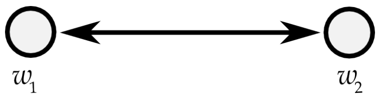
MVP-B

Modální výrokový systém B opět vychází z klasického výrokového počtu, přijímá oba axiomy `A4`, `A5` a zavádí nový axiom `A6` v následujícím tvaru:

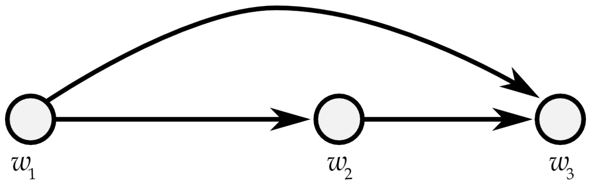
`A6` $A \supset \Box\Diamond A$.[53] Pokud platí formule A, pak z této skutečnosti plyne, že je *nutně možné*, že platí formule A.

Relace dosažitelnosti graficky vyjádřená na obrázku č. 2.5 je nejen reflexivní, ale i symetrická. Pokud je tedy možný svět w_2 dosažitelný z možného světa w_1, pak je tento možný svět w_1 taktéž dosažitelný z možného světa w_2.

[51] Srov. [Per 2004] str. 186, [Bea 2003] str. 59.
[52] Srov. [Per 2004] str. 107, [Bea 2003] str. 58.
[53] Srov. [Per 2004] str. 120, [Bea 2003] str. 59.



Obrázek 2.5: *Digraf představující reflexivní symetrickou binární relaci dosažitelnosti*



Obrázek 2.6: *Digraf představující reflexivní tranzitivní binární relaci dosažitelnosti*

MVP-S4

Jako všechny tři předchozí modální výrokové systémy i tento vychází z klasického výrokového počtu. MVP-S4 přijímá axiomy `A4`, `A5` z předchozích systémů a opět definuje jeden nový axiom v tomto tvaru:

`A7` $\Box A \supset \Box\Box A$.[54] Ze skutečnosti, že platí formule nutně A, plyne, že to platí nutně. Obdobně též platí: $\Diamond A \equiv \Diamond\Diamond A$.[55]

Relace dosažitelnosti, která je opět graficky vyjádřená na obrázku č. 2.6 je v tomto případě reflexivní a tranzitivní. Situaci je možné vysvětlit na množině tří možných světů: w_1, w_2, w_3. Je-li možný svět w_2 dosažitelný z možného světa w_1 a zároveň je-li možný svět w_3 dosažitelný z možného světa w_2, pak je možný svět w_3 dosažitelný i z možného světa w_1.

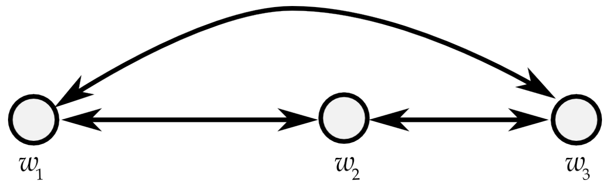
2.4.2 Modální výrokový počet S5

Modální výrokový počet, který je označován zkratkou S5 (celek pak zkratkou MVP-S5) má základ v klasickém výrokovém počtu, jehož množina axiomů a odvozovacích pravidel je rozšířena o čtyři nové axiomy: `A4`, `A5`, `A7`, `A8` a jedno odovozovací pravidlo - necesitace (*nec*). Nově zavedené axiomy jsou tyto:

`A4` $\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$,

`A5` $\Box A \supset A$,

[54] Srov. [Per 2004] str. 107.
[55] Srov. [Bea 2003] str. 67.



Obrázek 2.7: *Digraf představující reflexivní, symetrickou i tranzitivní binární relaci dosažitelnosti*

A7 $\Box A \supset \Box\Box A$,[56]

A8 $\Diamond A \supset \Box\Diamond A$.[57] Pokud platí, že: je-li možné, že A, pak z toho plyne, že je nutně možné že A.

Relace dosažitelnosti, která je graficky vyjádřená na obrázku č. 2.7, shrnuje všechny tři vlastnosti, které se postupně objevily u výše uvedených systémů. Jedná se o reflexivnost, symetričnost i tranzitivitu.

2.4.3 Temporální logika

Temporální logika je oblast modální logiky, která specifickým způsobem zohledňuje čas jako modalitu. V běžném životě je čas chápán jako kontinuum a v každém časovém okamžiku t_n lze pracovat s časovým okamžikem t_{n-1}, který nastal před časovým okamžikem t_n a taktéž s časovým okamžikem t_{n+1}, který teprve nastane. V přirozeném jazyce je možné se z hlediska časové specifikace setkat s termíny: *vždy* a *někdy.* Pokud některá skutečnost platí *vždy*, pak platila, platí a bude platit ve všech časových okamžicích t_{n-1}, t_n, t_{n+1} a je možné ji z hlediska modální logiky označit jako skutečnost, která platí *nutně.* Pokud tato skutečnost platí pouze *někdy*, pak platí v některém z časových okamžiků t_{n-1}, t_n, t_{n+1}. Tato skutečnost je pak v kontextu modální logiky *možná.*

Jaroslav Peregrin ve své publikaci *Logika a logiky* uvádí, že při výše uvedeném chápání modalit *možně* a *nutně* je jednoduchým systémem temporální modální logiky výše představený modální výrokový počet S5.[58]

V této chvíli bylo dokončeno představení matematického aparátu, kterého je možné k vedení jednotlivých důkazů Boží existence použít. Ze škály představených přístupů budou nyní vybírany potřebné nástroje k vedení správné

[56] Tato formule se někdy v zápisu sémantických pravidel modálního počtu S5 vynechává, neboť je ji možné dokázat prostřednictvím zbývajících. Srov. [Per 2004] str. 108.

[57] Srov. Tamtéž str. 107, [Bea 2003] str. 65.

[58] Srov. [Per 2004] str. 131.

argumentace. Následující text práce je již cele věnován důkazům Boží existence.

Kapitola 3

Důkazy Boží existence

Aby bylo možné hovořit o důkazech existence Boha, bylo nutné věnovat pozornost všem potřebným skutečnostem, které jsou při důkazech Boží existence uvažovány. Všechny kapitoly, které předcházejí následujícímu textu, systematicky připravovaly půdu pro hlavní téma. Jednalo se především o základní úchopení tématu a o představení matematického aparátu - logiky, která hraje v důkazech Boží existence podstatnou roli. V právě započaté kapitole, jak již název práce předesílá, bude pozornost věnována především těm důkazům Boží existence, jejichž formalizace je možná s využitím logiky, resp. modální logiky. Kapitola je rozdělena na dvě části, ve kterých jsou představeny jak apriorní, tak aposteriorní důkazy Boží existence.

3.1 Apriorní důkazy Boží existence

Apriorní důkazy jsou někdy též označovány pojmem *ontologické* důkazy. S nahlédnutím na obsah tématu, které svým názvem zastřešují, je možné konstatovat, že oba názvy mají svou vypovídací hodnotu. Australský filosof *Graham Robert Oppy*, který se zabývá oborem analytická filosofie náboženství, uvádí, že ontologickými argumenty pro důkaz existence Boha jsou argumenty, které nepocházejí z vnějšího pozorování světa, nýbrž jsou to ty argumenty, které pocházejí z jiného „zdroje" - z důvodu samotného.[1] Zde je možné vidět smysluplnost názvu ontologie.[2] Argumenty pro důkazy tedy pramení „odnikud", tedy a priori (z předešlého).[3]

Prvním apriorním důkazem, který bude představen a popsán, je důkaz, který je i chronologicky nejstarší. Pochází z 11. století a jeho autorem je

[1]Srov. [Opp].
[2]Filosofická disciplína pojednávájící o jsoucnu jako takovém a bytí.
[3]Srov. [Opp].

Anselm z Canterbury.

3.1.1 Anselm z Canterbury

Anselm z Canterbury (1033-1099) je považován za „otce scholastiky". Jako jeden z prvních zastával myšlenku, že „*víru je možné podepřít rozumem...*",[4] jak rozvádí ve svém díle *Proslogion* (Fides quaerens intellectum), což je možné přeložit jako Víra, která hledá nahlédnutí.[5] V tomto díle Anselm z Canterbury rovněž formuluje svůj ontologický důkaz Boží existence. Důkaz je obsažen ve 2. kapitole (*Bůh opravdu je*) a ve 3. kapitole (*Nelze myslet, že Bůh není*) a má následující znění:

Bůh opravdu je

„Nuže, Pane, který dopřáváš víře nahlédnutí, dej mi, nakolik uznáš, abych nahlédl, že jsi, jak věříme, a že jsi to, co věříme, že jsi. Věříme zajisté, že jsi něco, nad co nic většího nelze myslet. Anebo není nic takového, když si pošetilý řekl ve svém srdci, že Bůh není (Ž 14, 1; 53, 1)? Ale jistě i tento pošetilec, když slyší, jak říkám: „něco, nad co nic většího nelze myslet", nahlíží to, co slyší. A co nahlíží, to je v jeho nahlédnutí, i když snad nenahlíží, že to je. Je totiž něco jiného, když je věc v nahlédnutí, a něco jiného je nahlížet, že věc je. Vždyť když malíř předem myslí na to, co hodlá malovat, má to jistě ve svém nahlédnutí, avšak to, co dosud neučinil, nenahlíží jako něco, co je. Když už to ale opravdu namaloval, má to jednak v nahlédnutí, jednak nahlíží, že to, co učinil, je. I pošetilec tedy musí uznat, že to, nad co nic většího nelze myslet, je přinejmenším v nahlédnutí, neboť když o tom slyší, nahlíží to, a cokoli nahlíží, to je v jeho nahlédnutí. Není ovšem možné, aby to, nad co nic většího nelze myslet, bylo pouze v nahlédnutí. Je-li to totiž pouze v nahlédnutí, lze myslet, že je to také jako věc sama, což je více. Je-li tedy to, nad co nic většího nelze myslet, pouze v nahlédnutí, pak to, nad co nic většího nelze myslet, je zároveň něco, nad co lze myslet něco většího. To však jistě není možné. Existuje tedy beze vší pochyby něco, nad co nic většího nelze myslet, a to jak v nahlédnutí, tak jako věc sama."[6]

Na základě výše uvedeného textu Anselm předkládá myšlenku, že: „*Bůh je něco, nad co nic většího nelze myslet*". Dále z textu vyplývá, že věc, která existuje skutečně, má vyšší ontologickou valenci než věc, která existuje pouze v nahlédnutí. Nechť je nyní pozornost věnována první části: „*Bůh je něco,*

[4]Srov. [Fra 2006] str. 163.
[5]Srov. [Ans 1990] str. 35.
[6]Srov. [Ans 1990] str. 35.

nad co nic většího nelze myslet". Ve třetí kapitole Anselm na toto své tvrzení navazuje a umocňuje ho.

Nelze myslet, že Bůh není

„To, nad co nic většího nelze myslet, je navíc tak pravdivé, že je zcela nemyslitelné, že by to nebylo. Vždyť lze myslet, že je něco, o čem není možné myslet, že to není. A to je větší než něco, o čem je možné myslet, že to není. Proto jestliže o tom, nad co nic většího nelze myslet, je možné myslet, že to není, pak to, nad co nic většího nelze myslet, není to, nad co nic většího nelze myslet. Což je spor. To, nad co nic většího nelze myslet, je tedy tak pravdivě, že ani není možné myslet, že to není. A to jsi ty, Pane, náš Bože. Jsi tedy tak pravdivě, Pane, můj Bože, že ani není možné myslet, že nejsi, a to právem. Kdyby totiž něčí mysl mohla myslet něco lepšího, než jsi ty, vypínalo by se stvoření nad Stvořitele a posuzovalo by Stvořitele, což je velký nesmysl. Ostatně o všem, ať je to cokoli vyjma tebe samého, je možné myslet, že to není. Ty jediný máš proto bytí svrchovaně pravdivě a tedy nadevše svrchovanou měrou, neboť nic jiného, co je, není tak pravdivě, a má proto méně bytí. Proč si tedy pošetilý řekl ve svém srdci, že Bůh není, když je rozumné mysli tak zřejmé, že ty jsi nadevše svrchovanou měrou? Proč, ne-li proto, že je hloupý a pošetilý."

Ve třetí kapitole je hned v první větě umocněna existence Boha. Anselm zavádí modalitu a tvrdí, že to nad co nic většího nelze myslet, existuje nutně. Tuto variantu důkazu je možné vyjádřit prostřednictvím modální logiky, která zavádí modální pojmy možnosti a nutnosti.

Nechť výroková proměnná b reprezentuje výrok „Bůh existuje." Modální apriorní (ontologický) důkaz má pak tuto podobu:

1. $\Diamond b$	1. předpoklad
2. $\Diamond b \supset \Diamond\Box b$	2. předpoklad
3. $\Diamond\Box b$	1., 2. + *modus ponens*
4. $\Box b$	3. + úsudkové schéma $\Box b / \Diamond\Box b$[7]
5. b	4. +(*nec*) $b/\Box b$

První předpoklad představuje skutečnost, že výrok b reprezentuje tvrzení „Bůh existuje." Druhý předpoklad je pak založen na úvaze reprezentované Kurtem Gödelem[8], že je-li Bůh nostitelem všech pozitivních vlastností, je

[7] Srov. [Svo 2009] str. 223.

[8] Srov. [Göd 1995] str. 403, *Axiom 4*.

i nositelem pozitivní vlastnosti - *nutné existence*, a je tedy možné, že existuje nutně. Třetí premisa důkazu vyplývá z 1. a 2. premisy s využitím odvozovacího pravidla modus ponens. Čtvrtá premisa vyplývá ze 3. premisy a z axiomu, který náleží do modálního výrokového počtu S5. Závěr 5 pak vyplývá ze 4. premisy a z odvozovacího pravidla (*nec*).

Opodstatnění pro své tvrzení: „Bůh existuje," Anselm opírá o názor, že ve slově „Bůh" je již implicitně zahrnuta jeho nutná existence. Subjekt „Bůh" má tedy úplnou vypovídací hodnotu a predikát „existuje" je již redundantní informací. Proti tomuto Anselmovu důkazu byla vznesena kritika jak ze strany jeho současníků, tak jeho pokračovatelů, avšak nalezli se též zastánci jak současní, tak minulí. Nejznámějšími kritiky Anselmova důkazu jsou mnich Gaunilo, Tomáš Akvinský a Immanuel Kant. Obhájcem Anselmova ontologického důkazu byl René Descartes a z novodobých filosofů především americký filosof, profesor University of Notre Dame Alvin Carl Plantinga. Vzhledem ke skutečnosti, že kritice Anselmova důkazu se v části své práce věnuje Veronika Svobodová, bude pozornost soustředěna na Anselmovy obhájce, především na Alvina Plantingu, který podrobil Anselmův důkaz důkazu sporem a zároveň formuloval svou verzi modálního ontologického důkazu.

Alvin Plantinga se ve své publikaci *The Nature of Necessity* v kapitole 10 věnuje rozboru důkazu Anselma z Canterburry (konkrétně důkazu ze 2. kapitoly) a snaží se poukázat na skutečnost, že důkaz je platný. Aby své tvrzení podepřel, formuluje důkaz sporem, který Anselmovu verzi potvrzuje. Za předpokladu, že pojmem „Bůh" je myšleno tvrzení „něco, nad co nic většího nelze myslet", je možné jeho důkaz zapsat v tomto sledu předpokladů:

1. Bůh existuje v nahlédnutí, ale neexistuje v realitě.
2. Existence v realitě je větší než existence v samotném nahlédnutí.
3. Boží existence v realitě je myslitelná.
4. Pokud by Bůh existoval v realitě, pak by mohl být větší, než sám je.
5. Je myslitelné, že Bůh může být větší, než sám je.
6. Je myslitelné, že Bůh je větší než něco, nad co nic většího nelze myslet.

V předpokladu (1) Alvin Plantinga formuluje tvrzení, které se zdánlivě staví proti důkazu Anselma z Canterburry. Předpoklad (1) je takto záměrně postaven, aby bylo možné realizovat důkaz sporem. Předpoklady (2) a (3) jsou původními předpoklady. Tvrzení (3) - (6) jsou novými předpoklady, které z prvních tří plynou. Předpoklad (4) plyne z předpokladů (1) a (2). Předpoklad (5) pak plyne z původního předpokladu (3) a nově získaného předpokladu (4). Předpoklad (6) je vyvozen ze získaného předpokladu (5) a z úvodní „definice" Boha.

Alvin Plantinga z této posloupnosti tvrzení vyvozuje dva závěry:

- To, že je myslitelné, že Bůh je větší než to, nad co nic většího nelze myslet, je sporem.
- To, že Bůh existuje v nahlédnutíí, ale nikoliv v realitě, je sporem.

Závěrem shrnuje: Pokud Bůh existuje v nahlédnutí, pak existuje i v realitě.[9]

Ve stejné publikaci též Alvin Plantinga formuluje modální verzi ontologického důkazu. Tento důkaz má následující konstrukci:

1. Bytost má maximální dokonalost v daném možném světě W tehdy a jen tehdy, pokud je všemohoucí, vševědoucí a mravně dokonalé v možném světě W.
2. Bytost má maximální velikost, pokud má maximální dokonalost v každém možném světě.
3. Je možné, že existuje bytost, která má maximální velikost.
4. Je možné, že je nutně pravda, že všemohoucí, vševědoucí a mravně dokonalá bytost existuje.
5. Je nutně pravda, že všemohoucí, vševědoucí a mravně dokonalá bytost existuje.
6. Všemohoucí, vševědoucí a mravně dokonalá bytost existuje.[10]

Alvin Plantinga zavádí dva nové pojmy, které je vhodné krátce popsat. Předpoklad (1) definuje pojem *maximální dokonalost* jako souhrn pozitivních vlastností bytosti v daném možném světě. Předpoklad (2) pak definuje, co je obsahem pojmu *maximální velikost*. Vlastnost maximální velikost je tedy nadřazena vlastnosti maximální dokonalost. Má-li bytost vlastnost maximální dokonalost v každém možném světě, pak má i vlastnost maximální velikost. Ve dvojici pojmů maximální dokonalost a maximalní velikost je možné spatřit paralelu možnosti a nutnosti. Předpoklady (3) - (6) kopírují klasický modální důkaz.

[9] Srov. [Pla 1978] str. 196.
[10] Srov. [Pla 1978] str. 214-216.

3.1.2 Kurt Gödel

Kurt Gödel byl rakouský matematik, který zformuloval ontologický důkaz Boží existence s využitím modální predikátové logiky. Důkaz, který je níže uveden v originální podobě, byl nalezen v jeho pracích a byl publikován až po matematikově smrti. Důkaz má následující podobu:

„$P(\varphi)$ φ is positive (or $\varphi \in P$).

Axiom 1. $P(\varphi) \cdot P(\varphi) \supset P(\varphi \cdot \psi)$. And for any number of summands.

Axiom 2. $P(\varphi) \vee P(\sim \varphi)$. Exclusive or.

Definition 1. $G(x) \equiv (\varphi)\,[P(\varphi) \supset \varphi(x)]$ God.

Definition 2. $\varphi Ess \cdot x \equiv (\psi)\,[\psi(x) \supset N(y)\,[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$. Essence of x. Any two essences of x are necessarily equivalent.

$p \supset_N q = N(p \supset q)$. Necessity.

Axiom 3. $P(\varphi) \supset NP(\varphi)$

$\sim P(\varphi) \supset N \sim P(\varphi)$

because it follows from the nature of the property.

Theorem. $G(x) \supset G\,Ess \cdot x$.

Definition $E(x) \equiv (\varphi)\,[\varphi\, Ess\, x \supset N\,(\exists x)\,\varphi(x)]$. Necessary existence.

Axiom 4 $P(E)$.

Theorem. $G(x) \supset N\,(\exists y)\,G(y)$,

hence $(\exists x)\,G(x) \supset N\,(\exists y)\,G(y)$;

hence $M\,(\exists x)\,G(x) \supset M\,N\,(\exists y)\,G(y)$. M = possibility.

$M\,(\exists x)\,G(x) \supset N\,(\exists y)\,G(y)$.

$M\,(\exists x)\,G(x)$means the system of all positive properties is compatible.

This is true because of:

Axiom 5. $P(\varphi) \supset_N \psi :\supset P(\psi)$, which implies

$$\begin{cases} x = x & is\,positive \\ x \neq x & is\,negative. \end{cases}$$

But if system S of positive properties were incompatible, it would mean that the sum property s (which is positive) would be $x \neq x$. Positive means positive in the moral aesthetic sence (independently of the accidental structure of the world). Only then [are] the axioms true. It may also mean pure „attribution” as opposed to „privation” (or containing privation). This interpretations [supports a] simpler proof”.[11]

V následujícím textu bude pozornost věnována podrobnému rozboru tohoto důkazu. Symboly jednotlivých operátorů budou zavedeny tak, jak byly až doposud v práci užívány. Modální operátory možnosti a nutnosti budou představovány opět dvojicí symbolů $\Diamond, \Box$.

Pozitivní vlastnost. První věta zápisu důkazu představuje vyjádření skutečnosti, že pokud je symbolem φ označena vlastnost, pak je tato vlastnost pozitivní, což představuje písmeno P.

$P(\varphi)$

Axiom 1. V prvním axiomu se nacházejí obecně dvě vlastnosti idndivida, které jsou reprezentovány symboly φ a ψ. Axiom vyjadřuje skutečnost, že pokud jsou tyto vlastnosti pozitivní, tedy $P(\varphi), P(\psi)$, pak pro libovolny počet z nich platí, že jsou i jako celek pozitivní. Toto tedy platí pro libovolný počet konjunktů. $(P(\varphi_1) \wedge ... \wedge P(\varphi_n)) \supset P(\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n)$, kde $\varphi_1, ..., \varphi_n$ jsou libovolné vlastnosti individua. Tento vztah je vyjádřen konjunkcí a implikací.

$P(\varphi) \wedge P(\psi) \supset P(\varphi \wedge \psi)$

Axiom 2. Každá vlastnost je pozitivní právě tehdy, když negace této vlastnosti je negativní. Matematik Petr Olmer tento axiom interpretuje větou: „*Opakem dobra je nedobro (zlo).*”[12] Tedy pro všechny vlastnosti φ platí, že je-li φ pozitivní (dobrá vlastnost), pak její negace pozitivní být nemůže. Druhý axiom má tento tvar:

$(\forall\varphi)\, P(\varphi) \equiv \neg P(\neg\varphi)$

Definice 1. Tato definice definuje, co musí platit, aby libovolné individuum bylo Bohem, resp. mělo vlastnost „božskosti” G[13]. Individuum x je božské tehdy a jen tehdy, když pro každou pozitivní vlastnost φ platí, že náleží individuu x. Bůh je tedy nositelem všech pozitivních vlastností. Tato definice má tvar:

[11] Srov. [Göd 1995] str. 403. S ohledem na přehlednost textu není tato citace uvedena kurzívou.

[12] Srov. [wwwPet].

[13] *God* - Bůh.

$G(x) \equiv \varphi [P(\varphi) \supset \varphi(x)]$

Definice 2. Druhá definice vyjadřuje vztah mezi individuem x a vlastností φ ($\varphi\, Ess \cdot x$). Vlastnost φ je esencí[14] indiviua x právě tehdy, když individuum x má vlastnost φ a každá jiná vlastnost ψ individua x je nutným důsledkem vlastnosti φ. Tedy je-li φ esencí individua x, pak všechny ostatní vlastnosti, které individuum x má, jsou nutným důsledkem vlastnosti φ. Formalizovaný tvar tohoto zápisu má podobu:

$\varphi\, Ess \cdot x \equiv (\psi) [\psi(x) \supset \Box (\forall y) [\varphi(y) \supset \psi(y)]]$

Axiom 3. Třetí axiom zavádí modální operátor nutnosti a vyjadřuje skutečnost, že má-li induviduum pozitivní vlastnost, pak je tato vlastnost nutně pozitivní. Tentýž axiom zavádí i inverzi: má-li individuum negativní vlastnost, je tato vlastnost negativní nutně. Axiom je formalizován s využitím již zavedených operátorů následovně:

$P(\varphi) \supset \Box P(\varphi)$, $\neg P(\varphi) \supset \Box \neg P(\varphi)$

Teorém 1. První teorém shrnuje první a druhou definici a vyvozuje z nich závěr: Individuum x s vlastostí „božskosti" má esenci „božskosti", neboť platí, že libovolná pozitivní vlastnost ψ individua x je nutným následkem vlastnosti G - božskosti. Tento teorém má jednoduchý zápis:

$G(x) \supset G\, Ess \cdot x$

K tomuto kroku podává Petr Olmer tento důkaz:

Důkaz I.[15]

1. $G(x)$ předpoklad 1. Individuum x je „božské".
2. $\varphi(x)$ předpoklad 2. Individuum x má vlastnost φ.
3. $P(\varphi)$ 1. + *Axiom 2.* Vlastnost φ je pozitivní.
4. $\Box P(\varphi)$ 3. + *Axiom 3.* Každá pozitivní vlastnost je nutně pozitivní.
5. $P(\varphi) \supset (\forall x)(G(x) \supset \varphi(x))$ Individuum x je božské, a proto musí mít i pozitivní vlastnost φ.
6. $\Box P(\varphi) \supset \Box (\forall x)(G(x) \supset \varphi(x))$ Necesitace.
7. $\Box (\forall x)(G(x) \supset \varphi(x))$ 4., 6. + *modus ponens*
8. $G(x) \supset G\, Ess \cdot x$ 7. + *Definice 2.*[16]

[14] Někdy je též užíváno slova *podstata.*

[15] Srov. [wwwPet].

[16] $G\, Ess \cdot x \equiv (\varphi) [\varphi(x) \supset \Box (\forall y) [G(y) \supset \varphi(y)]]$

Definice 3. Tento bod důkazu definuje nutnou existenci. Individuum x má vlastnost nutné existence E právě tehdy, když pro každou vlastnost φ platí, že je-li vlastnost φ esencí individua x, pak nutně existuje individuum, které tuto vlastnost φ má. Jinými slovy, pokud existuje podstata (esence), pak existuje i samotné individiuum. Formální zápis třetí definice má tvar:

$E\,(x) \equiv (\forall\varphi)\,[\varphi\, Ess \cdot x \supset \Box\,(\exists x)\,\varphi\,(x)]$

Axiom 4.[17] Čtvrtý axiom definuje skutečnost, že nutná existence E je pozitivní vlastností. „*Je lépe být než nicota.*"[18] Zápis axiomu má tvar:

$P\,(E)$

Axiom 5. Tento axiom vyjadřuje tvrzení, že „*Z dobra plyne jen dobro*".[19]Pokud existuje pozitivní vlastnost φ, pak nutně pro všechna individua x, která tuto vlastnost mají, platí, že i ostatní vlastnosti ψindividua x, které jsou důsledkem pozitivní vlastnosti φ, jsou pozitivní. Axiom má tento tvar:

$P\,(\varphi) \wedge \Box\,(\forall x)\,[\varphi\,(x) \supset \psi\,(x)] \supset P\,(\psi)$

Teorém 2. Tento teorém vyplývá z první a třetí definice a ze čtvrtého axiomu. Pokud je individuum x božské $G\,(x)$, pak z toho plyne, že nutně existuje inviduum, které je božské. Tento teorém má tvar:

$G\,(x) \supset \Box\,(\exists y)\,G\,(y)$

První definice hovoří o tom, že Bůh je nositelem všech pozitivních vlastností. Třetí definice pak definuje nutnou existneci. Čtvrtý axiom doplňuje, že nutná existence je pozitivní vlastnost. Z uvedeného plyne:

$E\,(x) \wedge G\, Ess \cdot x \supset \Box\,(\exists y)\,G\,(y)$

Má-li individuum x vlastnost nutné existnece E a zároveň je jeho esencí božskost G, pak nutně existuje individuum y, které je božské. Jinými slovy: je-li individuum x božské, pak mu náleží vlastnost nutné existence E. Zároveň však platí, že je-li individuum x božské, pak jeho esencí je božskost. Tyto dva důsledky mají jednu příčinu.

proto $(\exists x)\,G\,(x) \supset \Box\,(\exists y)\,G\,(y)$ — Kvantifikace Teorému 2.

proto $\Diamond\,(\exists x)\,G\,(x) \supset \Diamond\Box\,(\exists y)\,G\,(y)$ — Vyvození I.

$\Diamond\,(\exists x)\,G\,(x) \supset \Box\,(\exists y)\,G\,(y)$. — Vyvození II.

---

[17] Tento axiom je velmi hojně diskutovaný. Je-li božské individuum nostitelem všech potiviních vlastností a nutná existence je pozitivní vlastností, pak Bůh existuje nutně. Marie Duží ve svých přednáškách k „obhajobě" pozitivity nutné existnece uvádí: „*...je lépe být než nicota*". Naproti tomu významný logik Pavel Tichý pozitivní vlastnost v nutné existenci nevidí. Srov. [Duž 2005].

[18] Srov. Tamtéž.

[19] Srov. [wwwPet].

Vyvození I. Pravdivost tohoto kroku, tedy možnost existence x, které je božské, je dána předpokladem bezespornosti Boha. Bezespornost Boha vyjadřují: Axiom 1., Axiom 2. a Axiom 5. Petr Olmer podává k tomuto tvrzení důkaz sporem, kde vychází z již uvedených Axiomů (1., 2., 5.) a ze dvou předpokladů:

1. $P(\varphi)$ Existuje pozitivní vlastnost φ.
2. $\neg [\Diamond (\exists x) \varphi (x)]$ Není možné, aby existovalo individuum x mající vlastnost φ.
3. $\Box (\forall x) \neg\varphi (x)$ Pokud neexistuje individuum x s vlastností φ(není možné, aby existovalo), pak nutně všechna tato individua x mají opak této vlastnosti.

Poslední tvrzení lze slovně ještě jednodušeji vyjádřit: Pro všechna individua x nutně platí, že pokud mají vlastnost φ, pak tuto vlastnost nemají, což je spor, který potvrzuje platnost tvrzení $\Diamond (\exists x) G (x)$.

Vyvození II. Z tvrzení: „Je možné, že existuje individuum x, které je božské," plyne, že nutně existuje individuum y, které je božské, z čehož plyne, že Bůh nutně existuje.

3.2 Aposteriorní důkazy Boží existence

Jak již bylo v úvodu kapitoly č. 3 předesláno, druhým základním pohledem na důkazy Boží existence je pohled aposteriorní. Slovo aposteriorní má svůj původ v latinském „a posteriori", které má význam „zjištění něčeho z pozdějšího, či zjištění něčeho ze zkušenosti". V rámci aposteriorních důkazů je pracováno s argumenty, které jsou zjištěny ze zkušeností se světem a uspořádáním vesmíru. Tento důkaz je též označován souslovím *kosmologický důkaz*, resp. argument. Na základě tohoto přístupu je možné usuzovat, že některá bytí nebo události ve světě jsou kauzálně závislá nebo podmíněná, z čehož lze vyvodit existenci jedinečné bytosti, obecně označované jako Bůh.[20] Tento kosmologický argument pro důkaz Boží existence je součástí tzv. přirozené teologie.

3.2.1 Kořeny kosmologických argumentů

Jednu z první verzí kosmologického argumentu lze nalézt v Platónově díle *Zákony*. V dialogu mezi Kleiniem z Kréty a Athénským hostem jsou položeny

[20] Srov. [wwwSta].

základní otázky, které se týkají pohybu a jeho původní příčině. Oba řečníci docházejí v dialogu ke shodě, že existuje deset pohybů. „*A z těch pohybů, jichž máme právě deset, který bychom nejsprávněji vyznačili jako nejsilnější ze všech a obzvláště účinný?*"[21] Ústřední otázkou zůstává skutečnost, který z těchto pohybů je pohybem prvotním. Athénský host Kleiniovi odpovídá: „*Jistě že ten, který hýbá sám sebou; neboť od jiné věci nebude nikdy dříve jejich poloha, když v nich samých dříve není žádného měnění polohy. Tedy o počátku všech pohybů, který první vznikl mezi jsoucny stojícími a je první mezi všemi věcmi se pohybujícími, ježto pohybuje sám sebou, o tom počátku nutně řekneme, že je to pohyb ze všech nejstarší a nejmocnější, kdežto ten, který je způsobován od jiné věci a jinými věcmi hýbá, že je druhý.*"[22] Klasická definice tohoto důkazu je pak uvedena v Aristotelově *Metafyzice* a *Fyzice*. Ve 12. knize, 6. kapitole Metafyziky se Aristoteles věnuje nutnosti věčné, nehybné a skutečné podstaty, jako příčiny počátku všeho. „*Ale je nemožno, aby pohyb buď vznikal nebo zanikal, neboť byl vždy.*"[23] Obdobné vyjádření k původu pohybu pak Aritoteles uvádí ve Fyzice, kde v 8. knize, 6. kapitole uvádí: „*Protože však pohyb musí býti vždy a nesmí obsahovat prodlevy, musí nutně býti něco, co jako první pohybuje, ať jest jedno, nebo více, a první pohybující je nutně nepohnuté.*"[24]

Islámská filosofie rozšiřuje původní pohled na kosmologické argumenty a rozvíjí dva nové typy argumentů. První z nich je přinášen arabskými filosofy, kteří zavádějí „atemporální argument" z nahodilosti. Tento argument využívá Tomáš Akvinský ve své *tertia via*.[25] Druhý argument pak pochází od islámských teologů (mutakallimūm), kteří vypracovali časovou „temporální" verzi argumentu z nemožnosti nekonečného navrátu (nemožnosti nekonečné posloupnosti příčin v čase), známou jako *Kalámský* argument.

Kosmologický argument měl a má řadu svých zastánců, ale též odpůrců, kterými byl argument napaden. Mezi zastánce patří především muslimský teolog Al-Ghazali, matematik, filosof a teolog Georg Wilhelm Leibniz či filosof Samuel Clark. Předními mysliteli, kteří kosmologický argument zpochybnili, byli Immanuel Kant a David Hume. Vzhledem ke skutečnosti, že předmětem práce není podrobný rozbor všech důkazů, nebude zde námitkám věnována pozornost. O protiargumentech k jednotlivých důkazům je blíže pojednáno v práci Veroniky Svobodové.[26] Naopak však bude pozornost věnována aposteriorním (kosmologickým) důkazům, které byly formulovány prostřednic-

[21] Srov. [Pla 1997] 894.
[22] Srov. Tamtéž 895.
[23] Srov. [Ari 2008] kniha XII., kap. 6, čl. 5.
[24] Srov. [Ari 2010] kniha VIII., kap. 6.
[25] Srov. [Akv 1937] S. Th., I q. 2 a. 3 co.
[26] Viz [Svo 2011].

tvím modální logiky. Jedná se o důkaz, který vychází z tzv. *tertia via* Tomáše Akvinského, a důkaz, který představili Richard M. Gale a Alexander R. Pruss.

3.2.2 Tomáš Akvinský - Tertia via

Tomáš Akvinský formuloval ve své Summa Theologiae pět cest (pět způsobů)[27], které vedou k poznání Boží existence. V článku I q. 2 a. 3 co. odpovídá: „*Musí se říci, že paterou cestou lze dokázati, že Bůh jest.*"[28] Ve třetím způsobu je pozornost věnována možnému a nutnému a zároveň je zohledněn časový prvek. Třetí způsob nabízí možnost formalizovat důkaz prostřednictvím temporální modální logiky. Modální operátory možnosti a nutnosti jsou zde reprezentovány prostřednictvím časových kvantifikátorů. Skutečnost, která nabývá platnosti pouze v některém časovém okamžiku, je skutečnost možná. Analogicky pak skutečnost, která platí ve všech časových okamžicích, je skutečnost nutná.

Třetí způsob, který bude následně formalizován prostředním modální logiky, má toto znění: „*Třetí cesta jest vzata z možného a nutného a je taková: Shledáváme totiž ve věcech některá, u nichž jest možno býti a nebýti, neboť se shledává, že některá se rodí a hynou a v důsledku toho mohou býti a nebýti. Ale jest nemožné, aby všechno, co je takové, bylo vždycky, poněvadž co může nebýti, někdy není. Jestliže tedy všechno může nebýti, někdy nebylo skutečně nic. Jestli však toto jest pravda, ani nyní by nic nebylo, poněvadž co není, nezačíná býti leč skrze něco, co jest. Nebylo-li tedy žádného jsoucna, nebylo možné, aby něco začalo býti, což je zřejmě nesprávné. Tedy ne všechna jsoucna jsou možná, nýbrž musí býti ve věcech něco nutného. Ale každé nutné buď má příčinu své nutnosti odjinud, nebo nemá. Není pak možno postupovati do nekonečna v nutných, jež mají příčinu své nutnosti, jako to není možné u příčin účinných, jako bylo dokázáno. Tedy jest nutno stanoviti něco, co je samo sebou nutné, nemajíc odjinud příčiny nutnosti, nýbrž co jest příčinou nutnosti jiným.*"[29]

1. $\forall (x) [K (x) \supset \exists t \neg E (x) \ in \, t]$ — 1. předpoklad
2. $\forall (x) [K (x) \supset \exists t (x) \neg E (x) \ in \, t; \ t < t_0]$ — 2. předpoklad
3. $[\exists t (x) \neg E (x) \ in \, t \supset \neg \exists (x) \ in \, t_0]$ — 3. předpoklad

[27] Tradičně je používán termín pět cest. Latinské „via", je však možné chápat i jako „způsob", který má v daném kontextu přesnější význam.

[28] Srov. [Akv 1937] S. Th., I q. 2 a. 3 co.

[29] Srov. Tamtéž.

4. $\exists\,(x)\,E\,(x)\ in\,t_0$ — 4. předpoklad (aposteriorní)

5. $\neg\exists t\,(x)\,\neg E\,(x)\ in\,t$ — 3., 4. + *modus tollens*

6. $\neg K\,(x)$ — 2., 5. + *modus tollens*

Premisa (1) odpovídá první větě „*Shledáváme totiž ve věcech některá, u nichž jest možno býti a nebýti, neboť se shledává, že některá se rodí a hynou a v důsledku toho mohou býti a nebýti.*" Formální zápis pak představuje skutečnost, že pro všechna individua x platí, že je-li toto individuum kontingentní, tedy někdy existuje a někdy neexistuje, pak z toho plyne, že existuje časový okamžik t, ve kterém individuum x neexistovalo. Je důležité povšimnout si, že Tomáš slovem „shledáváme" odkazuje na zkušenost aposteriorní, kterou do důkazu takto přináší. Premisa (2) odpovídá pokračování textu: „*Ale jest nemožné, aby všechno, co je takové, bylo vždycky, poněvadž co může nebýti, někdy není. Jestliže tedy všechno může nebýti, někdy nebylo skutečně nic.*" Pro všechna individua x tedy platí, že jsou-li kontingentní, pak existuje čas t, ve kterém žádné individuum neexistovalo, a tento čas nastal v minulosti, tedy v čase$[t < t_0]$. Premisa (3) je pak formální vyjádřením textu: „*Jestli však toto jest pravda, ani nyní by nic nebylo, poněvadž co není, nezačíná býti leč skrze něco, co jest. Nebylo-li tedy žádného jsoucna, nebylo možné, aby něco začalo býti, což je zřejmě nesprávné.*" Pokud existuje čas t, ve kterém individuum x neexistovalo (tedy v minulosti), pak toto individuum neexistuje ani v pozdějším čase t_0, tedy nyní. Premisa (4) je premisou, která pochází z pozorování světa. Jedná se o aposteriorní poznání skutečnosti, že existuje individuum x, které nyní (v čase t_0 existuje). Premisa (5) je důsledkem dvojice předpokladů 3. a 4. Neexistuje čas t, ve kterém by neexistovalo individuum x. Premisa (6), která vznikne jako důsledek předpokladů 2. a 5. je pak popřením kontingence. Závěrem lze tedy říci, že individuum x není kontingentí. Jestliže kontingentní je to, co někdy existuje a někdy nexistuje (něco, co je *možné*), pak nekontingentí individuum je *nutné*.[30]

3.2.3 Princip dostatečného důvodu WPSR

Richard Gale a Alexander Pruss rozvinuli modální verzi kosmologického argumentu, který je založen na „slabém" principu dostatečného důvodu (Weak Principle of Sufficient Reason WPSR) a na modálním výrokovém počtu S5. Slabý princip dostatečného důvodu vychází z předpokladu, že pro všechny kontingentní pravdy (skutečnosti) p platí, že je možné, že p má vysvětlení.[31]

[30] Srov. [Dvo 2006] str. 91-92.
[31] Srov. [wwwPru].

WPSR je vystavěn na principu, že každá kontingentní pravda (skutečnost) může být vysvětlena, tedy, že existuje možný svět, ve kterém má tato pravda (skutečnost) své vysvětlení.

Gale představuje bytí, které má charakter *nadpřirozené bytosti určitého druhu*. Nejedná se o klasické pojetí nejvyšší dokonalosti, se kterou se bylo možné setkat v dřívějším textu. Na základě zkušeností se světem je tato bytost definována jako velmi silný inteligentní konstruktér - tvůrce, který však nemůže být ztotožňován s představou dokonalého Boha, kterou reprezentuje např. Anselm z Canterbury, neboť existence dokonalého Boha by podle Galeho byla v rozporu se strašlivými zly, které se vyskytují v některých možných světech. Zde opět vstupuje do argumentu aposteriorní zkušenost. Gale-Prussova argumentace má následující podobu.

1. $\Diamond\Box SB$ — 1. předpoklad
2. $\Diamond\Box SB \supset \Box SB$ — axiom modálního výrokového počtu S5
3. $\Box SB$ — 1., 2. + *modus ponens*

První premisa představuje skutečnost, že je možné, že nutně existuje *Supernatural Being* (SB), nadpřirozené bytí. Jelikož tato premisa není samosebou zřejmá, Gale a Pruss ji vysvětlují následujícícm způsobem. Existuje tzv. Big Conjunctive Fact (BCF), který je možné chápat jako množinu všech vlastností, které platí pro libovolný možný svět. Aby bylo možné světy od sebe rozlišit, je diferenčním prvkem konjunktivní skutečnost (BCCF), která je v možných světech různá. Gale a Pruss dále vycházejí z úvahy, že existuje možný svět M, který obsahuje vlastnost p a tato vlastnost je zároveň BCCF aktuálního světa A. Pokud by bylo užito klasického matematického množinového zápisu, pak $p \in M \wedge p \in A$. Možný svět M zároveň obsahuje vlastnost q, která vysvětluje vlastnost p, a tedy i BCCF aktuálního světa. Na základě této úvahy se pak možný svět stává světem skutečným. Důležitou skutečností je poznámka, že vysvětlení q nemůže být vysvětlením vědeckým, neboť se nachází v možném světě a vědecké vysvětlení přísluší světu skutečnému (aktuálnímu). Jedná se tedy o vysvětlení osobní. Toto osobní vysvětlení však navíc nemůže být vysvětlením na základě kontingentního bytí (pouze možného), neboť by bylo součástí BCCF. Na základě této posloupnosti úvah docházejí Gale a Pruss k tvrzení, že vysvětlením je úmyslné jednání nutné bytosti, která působí, že svět existuje. Je tedy možné, že nutně existuje *Supernatural Being*. Druhá premisa je axiomem modálního výrokového počtu S5. Třetí premisa je pak s použitím odvozovacího pravidla modus ponens důsledkem 1. a 2. předpokladu.[32]

[32] Srov. [wwwSta].

Závěr

„Dej mi důkaz, že Bůh existuje, a já v něj uvěřím ..." Touto citací jsem započal úvodní kapitolu předložené bakalářské práce, ve které byla pozornost věnována využití modální logiky pro důkazy Boží existence. Nyní, kdy jsou uzavřeny kapitoly této práce, se mi chce říci: „Dal jsem „důkaz", uvěříš teď?"

Slovo důkaz ve druhé citaci je záměrně uvozeno, aby bylo zřejmé, že neotřesitelný důkaz jsem svému spolužákovi nepředložil. A jsem rád, neboť *„Víra je podstata toho, v co doufáme, je přesvědčení o věcech, které nevidíme."*[33] Pevně věřím, že nepředložení neotřesitelného důkazu, který by Boha definoval, je nejlepším důkazem skutečnosti, že je možné, že Bůh existuje. Skutečnost, že Bůh není v této práci dokázán, však nevylučuje možnost o „tušení" Boha vypovídat. V tomto rozměru představila předložená práce nejen specifický matematický aparát logiku a její neklasické modifikace, ale též celou škálů přístupů, které byly zastoupeny předními vědci, filosofy a teology, kteří se těmito oblastmi zabývali a zabývají.

V části věnované konkrétním důkazům Boží existence s využitím modální logiky byly představeny dva základní přístupy. Prvním je apriorní přístup, který byl zastoupen úvahami Anselma z Canterbury a podepřen novodobými přístupy Alvina Plantingy, vyúsťuje v závěrečné tvrzení „Bůh existuje". Vnitřní nerozpornost Boha a nutná existence jako pozitivní vlastnost je klíčovým atributem tohoto přístupu. Z podobné úvahy vychází i Kurt Gödel, jehož modální ontologický důkaz byl taktéž představen. Aposteriorní přístup, který byl představen v úvahách Tomáše Akvinského a Richarda Galeho a Alexandera Prusse, zohledňuje apriorní zkušenost se světem. Tato skutečnost, kterou můžeme všichni nabýt je pak jedním z hlavních předpokladů druhého představeného přístupu. V této chvíli se nabízí klíčové otázky:

- Co mají předložené přístupy společného?
- Jak shrnout dosažené poznatky?

V rozmanitosti obou přístupů vždy přichází společný okamžik, kdy je „pevnost" důkazu, ať již apriorního či aposteriorního, přivedena k jisté míře rela-

[33] Srov. Žid 11, 1.

tivizace. Přijmou všichni, kteří k důkazům přistupují, skutečnost, že nutná existence je pozitivní vlastnost, jak tomu učinil například Kurt Gödel? Je pro každého přijatelnou skutečností, že existuje okamžik, kdy neexistovalo žádné kontingentní jsoucno, jak ji přijímá Tomáš Akvinský? Obdobných otázek je jistě možné vyložit celou řadu. To však nebude nutné, neboť svorníkem, který je potřebný pro překlenutí těchto nedostatků, je něco, čemu Søren Kierkegaard říká skok víry. Nechť se tedy člověk vydá jakoukoliv cestou hledání důkazů Boha, pak chce-li závěr důkazu přijmout, musí i se skokem důvěry (větším či menším) přijmout předložené premisy.

Naše pozemské tázání se po Bohu bude jistě napínavé a neklidné, neboť naším posledním, neotřesitelným důkazem bude spočinutí v Bohu. Jak říká Augustin: „*… neboť stvořil jsi nás pro sebe a nepokojné jest srdce naše, dokud nespočine v Tobě*!”[34]

---

[34] Srov. [Aug 2005] kniha 1., hlava I., str. 10.

Literatura

[Akv 1937] AKVINSKÝ, Tomáš. *Summa theologiae* [online]. Olomouc: Krystal, 1937 [cit. 2013-06-20]. Dostupné z: <http://summa.op.cz/sth.php>.

[Ans 1990] ANSELM Z CANTERBURY. *Fides quaerens intellectum*. 1. vyd. Editor Lenka Karfíková. Praha: Kalich, 1990, 269 s. Studijní texty Komenského evangelické bohoslovecké fakulty. ISBN 80-7017-156-1.

[Ari 2008] ARISTOTELÉS. *Metafyzika*. 3. vyd. Editor Antonín Kříž, Petr Rezek. Praha: Rezek, 2008, 482 s. ISBN 978-80-86027-19-8.

[Ari 2010] ARISTOTELÉS. *Fyzika*. 2. vyd. Praha: Rezek, 2010, 375 s. ISBN 80-86027-31-7.

[Aug 2006] AUGUSTIN. *Vyznání*. 5. vyd. Překlad Mikuláš Levý. Praha: Kalich, 2006, 565 s. ISBN 80-8017-027-1.

[Bea 2003] BEALL, J a Bas C VAN FRAASSEN. *Possibilities and paradox: an introduction to modal and many-valued logic*. New York: Oxford University Press, 2003, xv, 233 p. ISBN 01-992-5987-9.

[Des 2003] DESCARTES, René. *Meditace o první filosofii; Námitky a autorovy odpovědi*. 1. vyd. Překlad Petr Glombíček, Tomáš Marvan, Pavel Zavadil. Praha: Oikoymenh, 2003, 535 s. Knihovna novověké tradice a současnosti, sv. 43. ISBN 80-7298-084-X.

[Dok 2006] *Dokumenty prvního vatikánského koncilu: pracovní překlad*. Vyd. 1. Překlad Karel Skalický. Praha: Krystal OP, 2006, 98 s. ISBN 80-859-2985-6.

[Dok 2002] *Dokumenty II. vatikánského koncilu*. Vyd. 2., v KN 1. Kostelní Vydří: Karmelitánské nakladatelství, 2002, 603 s. ISBN 80-719-2438-5.

[Dvo 2006] DVOŘÁK, Petr. *Aposteriorní modální důkazy Boží existence.* Studia theologica: teologický časopis Cyrilometodějské teologické fakulty Univerzity Palackého a Teologické fakulty Jihočeské univerzity ve spolupráci s Teologickou fakultou Trnavské univerzity. Olomouc, 2006, roč. 8, č. 2. ISSN 1212 - 8570.

[Caj 2009] CAJTHAML, Martin. *Dějiny filosofie I-II* [Elektronické skriptum]. 2009.

[Duž 2003] DUŽÍ, Marie. *Logika pro informatiky (a příbuzné obory): učební text.* 1. vyd. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2012, 179 s. ISBN 978-80-248-2662-2.

[Duž 2005] DUŽÍ, Marie. *Existence a Bůh*: Pavel Tichý, Journal of Philosophy, 1979 [Přednáška]. Ostrava, 2005.

[Fil 2002] FILKA, Jaroslav. *Metodika tvorby diplomové práce: praktická pomůcka pro studenty vysokých škol.* 1. vyd. Brno: Knihař, 2002, 223 s. ISBN 80-86292-05-3.

[Fra 2003] FRANZEN, August a Roland FRÖHLICH. *Malé dějiny církve.* 3., dopl. a rozš. vyd. Překlad Bedřich Smékal, Marta Rynešová. V Kostelním Vydří: Karmelitánské nakladatelství, 2006, 398 s. Studium (Karmelitánské nakladatelství), sv. 1. ISBN 80-7195-082-3.

[Göd 2005] GÖDEL, Kurt a Solomon FEFERMAN. *Collected works.* New York: Oxford University Press, c1986-2003, 5 v. ISBN 0-19-507-255-3.

[Hal 2005] HALÍK, Tomáš. *Noc zpovědníka: paradoxy malé víry v postoptimisticlé době.* Vyd. 1. Praha: Lidové noviny, 2005, 252 p. ISBN 978-80-7106-777-1.

[Hug 1984] HUGHES, Georg Edward a Max John CRESSWELL. *A companion to modal logic.* New York: Methuen, 1984, xvii, 203 p. ISBN 0-416-37510-3.

[Jer 2009] *Jeruzalémská Bible: Písmo svaté vydané Jeruzalémskou biblickou školou.* 1. české vyd. Překlad František X Halas, Dagmar Halasová. Praha: Krystal OP, 2009, 2229 s., 3 l. obr. příl. (mapy). ISBN 978-808-7183-113.

[Jir 1979] JIRÁSEK, František a Eduard KRIEGELSTEIN. *Sbírka řešených příkladů z matematiky.* Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, n. p., 1979.

[Kat 2001] *Katechismus katolické církve.* Vyd. 2. [dopl. a opr.], v KN. 1. Překlad Josef Koláček. Kostelní Vydří: Karmelitánské nakladatelství, 2001, 793 s. ISBN 80-7192-473-3.

[Ond 1998] ONDOK, Josef Petr. *Důkaz nebo hypotéza Boha?.* 1. vyd. Řím: Křesťanská akademie, 1998, 155 s. Studium. ISBN 80-86036-05-7.

[Per 2004] PEREGRIN, Jaroslav. *Logika a logiky: systém klasické výrokové logiky, jeho rozšíření a alternativy.* Vyd. 1. Praha: Academia, 2004, 205 s. ISBN 80-200-1187-0.

[Pla 1978] PLANTINGA, Alvin. *The nature of necessity.* Repr. Oxford: Clarendon Press, 2006, ix, 255 s. Clarendon library of logic and philosophy. ISBN 01-982-4414-2.

[Pla 1994] PLATÓN. *Faidón.* 3. vyd. Praha: ISE, 1994, 104 s. Oikúmené (ISE). ISBN 80-852-4136-6.

[Pla 1997] PLATÓN. *Zákony.* 1. vyd. Překlad František Novotný. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1961, 376 s.

[Pos 2010] POSPÍŠIL, Ctirad Václav. *Jako v nebi, tak i na zemi: náčrt trinitární teologie.* 2. vyd. V Kostelním Vydří: Karmelitánské nakladatelství, 2010, 590 s. Teologie (Karmelitánské nakladatelství: Krystal OP). ISBN 978-80-7195-465-1.

[Rat 2007] RATZINGER, Joseph. *Vánoční promluvy.* Překlad Zdeňka Michlová. Kostelní Vydří: Karmelitánské nakladatelství, 2007, 69 s. ISBN 978-80-7195-140-7.

[Ska 2003] SKALICKÝ, Karel. *Po stopách neznámého Boha.* 3. vyd. Svitavy: Trinitas, 2003, 164 s. Studium (Trinitas). ISBN 80-860-3675-8.

[Soch 2011] SOCHOR, Antonín. *Logika pro všechny ochotné myslet.* Vyd. 1. V Praze: Univerzita Karlova v Praze, 2011, 363 s. ISBN 978-80-246-1959-0.

[Stö 2007] STÖRIG, Hans Joachim. *Malé dějiny filosofie.* Vyd 8., V KNA 2. Překlad Miroslav Petříček, Petr Rezek, Karel Šprunk. Kostelní Vydří: Karmelitánské nakladatelství, 2007, 653 s. Studium (Karmelitánské nakladatelství), sv. 2. ISBN 978-80-7195-206-0.

[Svo 2009] SVOBODA, Vladimír a Jaroslav PEREGRIN. *Od jazyka k logice: filozofický úvod do moderní logiky*. Vyd. 1. Praha: Academia, 2009, 428 s. Galileo, sv. 28. ISBN 978-80-200-1740-6.

[Svo 2011] SVOBODOVÁ, Veronika. *Předpoklady v základních typech důkazů Boží existence*. Olomouc, 2011. Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Cyrilometodějská teologická fakulta.

[Swi 2004] SWINBURNE, Richard. *The existence of God*. 2nd ed. New York: Oxford University Press, 2004, vi, 363 p. ISBN 0-19-927-168-2.

[Swi 2011] SWINBURNE, Richard. *Bůh jako vysvětlení*. Vyd. 1. Překlad Karel Šprunk. Praha: Triton, 2011, 166 s. ISBN 978-80-7387-422-3.

[Ven 1881] VENN, John. *Symbolic logic*. London: Macmillian and co., 1881.

[wwwOpp] OPPY, Graham. *Ontological arguments*. [online]. [cit. 2013-08-06]. Dostupné z: http://plato.stanford.edu/entries/ontological-arguments/

[wwwPet] OLMER, Petr. *Důkaz boží existence*. [online]. [cit. 2013-09-25]. Dostupné z: http://petr.olmer.cz/vyuka/logika/buh.pdf

[wwwPru] PRUSS, Alexander. *Alexander Pruss´s blog*. [online]. [cit. 2013-08-06]. Dostupné z: http://alexanderpruss.blogspot.cz/2011/05/weak-weak-principle-of-sufficient.html

[wwwSta] *Cosmological argument*. [online]. [cit. 2013-09-20]. Dostupné z: http://plato.stanford.edu/entries/cosmological-argument/

Seznam obrázků

Seznam tabulek