Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V Č. BUDĚJOVICÍCH
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Pracovní listy pro výuku matematiky se zaměřením na úlohy z Pythagoriády

Vypracoval: Bc. Jan Mentlík
Vedoucí práce: Mgr. Hana Štěpánková, PhD.
České Budějovice 2018

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Pracovní listy pro výuku matematiky se zaměřením na úlohy z Pythagoriády jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 16. dubna 2018

....

Bc. Jan Mentlík

Poděkování

Velmi rád bych poděkoval Mgr. Haně Štěpánkové, PhD. za její velmi cenné rady a připomínky, které mi pomohly vylepšit mou diplomovou práci a za čas, který mi věnovala. Dále by jsem rád vyjádřil poděkování svým rodičům, sestře a přítelkyni za to, že mi po dobu mého studia byli oporou.

Anotace

Hlavní náplní této diplomové práce bylo vytvoření pracovních listů pro žáky pátých až osmých ročníků základních škol či pro odpovídající stupeň víceletých gymnázií, které poslouží nejen jako příprava na matematickou soutěž Pythagoriáda, ale také jako procvičování již probraných tématických celků. Pro každý ročník vytvořil autor sadu čtyř pracovní listů. Každý pracovní list je opatřen výsledky, pro možnou kontrolu. Navíc je vždy ke každé sadě vytvořeno komentované řešení jednoho pracovního listu.

Klíčová slova

pracovní listy, Pythagoriáda, matematická soutěž, slovní úlohy

Annotation

The main objective of this thesis is to create worksheets for the fifth to eight grade basic school pupils or suitable degree of comprehensive school, which is meant not only as a mathematical competition (Pythagoriad) preparation, but also as already discussed thematic aggregates practise. The author created a set of four worksheets for all grades. Each worksheet is provided with results for an optimal (possible) checking the right answers. Additionally the author created for each set a commented solution of one worksheet.

Keywords

worksheets, Pythagoriad, mathematical competition, mathematical word problems

Obsah

1 Úvod

Pro tvorbu své diplomové práce jsem si vybral téma Pracovní listy pro výuku matematiky se zaměřením na úlohy z Pythagoriády. Cílem mé diplomové práce bylo vytvořit sadu pracovních listů pro 5. - 8. ročník základních škol či pro odpovídající stupeň víceletých gymnázií. Tyto pracovní listy mají pomoci žákům s jejich přípravou na matematickou soutěž Pythagoriáda. Také můžeme tyto materiály využít jako opakování při vyučovací hodině (např. při suplování) nebo jako procvičování na doma. Pracovní listy můžeme zadat jako samostatnou nebo skupinovou práci.

Při vytváření pracovních listů jsem si kladl dvě zásadní otázky. První byla, kolik příkladů by měl obsahovat jeden pracovní list. Vyšel jsem z předpokladu, že Pythagoriáda se skládá z patnácti úloh a celkový čas na jejich vyřešení je šedesát minut. Zjistil jsem, že na vyřešení jedné úlohy mají žáci čtyři minuty. Protože vyučovací hodina trvá čtyřicet pět minut, rozhodl jsem se, že každý pracovní list se bude skládat z deseti úloh. Pokud tedy zachováme čas, za který mají žáci vyřešit jednu úlohu, dostáváme, že na výpočet deseti úloh budou mít žáci čtyřicet minut plus pět minut na zadání práce a její kontrolu.
Druhá otázka, která mě při psaní mé diplomové práce napadla, byla, jaké úlohy zařadit do pracovních listů. Dlouhou dobu jsem nad tímto problémem přemýšlel. Došel jsem k závěru, že vyřeším všechny dostupné úlohy z Pythagoriád, a poté se rozhodnu. Po vyřešení úloh jsem si všiml, že v každém zadání jsou vždy úlohy na stejný princip, avšak jinak zadané. Toto zjištění mi pomohlo se rozhodnout a odpovědět na otázku, z jakých úloh se budou pracovní listy skládat.

Proč jsem si toto téma vybral? Již jako student osmiletého gymnázia jsem se aktivně účastnil matematické soutěže Pythagoriáda. Mrzelo mě, že nebyly žádné materiály k přípravě na tuto soutěž. I při konání souvislé praxe jsem se bavil s učitelkami, jestli mají materiály k přípravě na soutěž. Shodli se, že nemají. Proto jsem se rozhodl vytvořit pro každý ročník soutěže sadu čtyř pracovních listů a v každé sadě vytvořit komentované řešení jednoho pracovního listu, jako návod k řešení.

Vytvořené pracovní listy využiji k přípravě žáků na tuto matematickou soutěž na gymnáziu, kde vyučuji. Dále bych je chtěl také použít při výuce matematiky (např. při suplovaných hodinách).

A nyní několik informací o matematické soutěži Pythagoriáda. Tato soutěž je určena pro žáky 5.−8. ročníků základních škol či odpovídajícím stupňům víceletých gymnázií. Celkem se pořádají dvě kola - školní a okresní. Každé zadání se skládá z patnácti úloh a čas, který je určen na jejich vyřešení, je šedesát minut. Za každou správně vyřešenou úlohu se přiřazuje bod. Při špatném zodpovězení se body neodečítají. Maximálně mohou žáci získat patnáct bodů. Aby se žák stal úspěšným řešitelem, musí mít alespoň deset bodů.

Při řešení smějí žáci používat psací i rýsovací potřeby a prázdné papíry na pomocné výpočty. Přísně zakázané jsou kalkulátory a matematické tabulky. Žáci se učastní této matematické soutěže dobrovolně. Je možné, aby se žák nižšího ročníku účastnil soutěže určené pro vyšší ročníky. Naopak to není možné. Dnešním rokem se bude konat již 41. ročník.
Úlohy, ze kterých se tato matematická soutěž skládá, mají za úkol rozvíjet logické uvažování a prostorovou představivost. Jsou vytvářeny kolektivem pedagogů ze základních škol a gymnázií. Dále procházejí recenzí učitelů matematiky a obsah úloh nepřesahuje výstupy z Rámcového vzdělávacího programu (RVP).

Svoji práci jsem se rozhodl vysázet programem LaTeX. S tímto programem jsem se poprvé setkal až při studiu na vysoké škole. Velmi jsem si ho oblíbil kvůli jeho vysoké typografické kvalitě a jednoduchém ovládání. Tento program byl speciálně vytvořen pro psaní matematických textů, protože v 70. letech minulého století se nedaly pořádně tisknout matematické vzorce (musely se dopisovat ručně). Od jeho vzniku prošel program LaTeX mnoha aktualizacemi. Nová verze LaTeX 2ϵ vznikla v polovině roku 1994. V budoucí době by měla vzniknout verze LaTeX 3.

Úlohy, které byly použity při tvorbě pracovních listů, byly převzaty z internetových stránek Základní školy Milady Horákové v Hradci Králové [19] a Základní školy a Mateřské školy v Benešově nad Ploučnicí [18].

2 Pracovní listy pro 5. třídu

Využití pracovních listů

Příprava žáků na matematickou soutěž Pythagoriáda či jinou matematickou soutěž, ale mohou být i použity jako procvičování při výuce. Dále je můžeme využít k přípravě na srovnávací testy, jelikož úlohy, které se vyskytují ve srovnávacích testech, jsou založeny na stejném principu jako úlohy v Pythagoriádě nebo se mohou využít i jako příprava na přijímací zkoušky na víceletá gymnázia.

Metodický a didaktický komentář

Úlohy můžeme zadat jako samostatnou či skupinovou práci nebo jako procvičování na doma. Každý ze čtyř pracovních listů se skládá z deseti úloh a čas na jeho vypracování je 45 minut (jedna vyučovací hodina). Za každou správně vyřešenou úlohu se uděluje jeden bod, za chybné řešení se body neodečítají. Maximum bodů je deset. Aby se žák stal úspěšným řešitelem, musí mít alespoň šest bodů.

Pomůcky

- pracovní list
- psací potřeby
- rýsovací potřeby

Klíčové kompetence

- kompetence k řešení problému: Žák samostatně či skupinově řeší problémy. Při jejich řešení využívá matematické nebo logické postupy. Využívá svých dosavadních vědomostí a dovedností k tomu, aby objevoval různé způsoby řešení. Nenechá se odradit případným nezdarem. Dokáže ověřit správnost výsledku.
- kompetence komunikativní: Žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky, dokáže vést s ostatními žáky plynulou diskusi a správnou argumentací obhajovat své úvahy.
- kompetence sociální a personální: Žák efektivně spolupracuje ve skupině při řešení úkolu. Podílí se na vytváření příznivé atmosféry skupiny. Pozitivně ovlivňuje práci celé skupiny. Respektuje názory ostatních žáků. V případě potřeby dokáže poskytnout pomoc ostatním žákům nebo dokáže požádat o pomoc.
- kompetence pracovní: Žák využívá znalosti a zkušenosti, které získal v jednotlivých vzdělávacích oblastech, pro svůj osobní rozvoj a přípravu na budoucnost.

2.1 Pracovní list č. 1

1. Po návratu z jarmarku napsala Lenka kamarádům zprávu, že v pondělí otevře jen těm, kteří zazvoní tolikrát, jako je chybějící číslo v logické řadě:

   $$23, 17, 12, 8, 5, ?$$

   Kolikrát musí zazvonit, aby jim otevřela?

2. Výletu se zúčastnilo 86 osob. Žen a dětí bylo 44. Dospělých bylo celkem 70. Kolik bylo na výletě mužů, žen a dětí?

3. Tomáš měl vytisknout do tomboly lístky s čísly od 1 do 100. Porouchala se mu klávesa s číslicí 9 a musel všechny devítky psát ručně. Kolik jich napsal?

4. Spolek ochránců zvířat získal 14 400 Kč. Zakoupil za ně krmivo ve stejných bednách, které rozdělil mezi tři útulky pro opuštěné pejsky. První útulek dostal tři bedny v celkové ceně 3 600 Kč, druhý útulek dostal pět beden. Kolik beden krmiva dostal třetí útulek?

5. Na výstavě tulipánů se prodávaly cibulky dvou druhů. Prodalo se celkem 33 cibulek jednoduchých tulipánů a 39 cibulek papouškovitých tulipánů. Kolik osob bylo na výstavě, jestliže víme, že každý návštěvník si koupil aspoň jednu cibulku a 14 osob si koupilo cibulky obou druhů?

6. Honza vynásobil třemi, Pavel přičetl pět a Lukáš odečetl čtyři. V jakém pořadí kluci počítali, když se od čísla 3 dostali k číslu 20.

7. Tři koně spotřebují za týden 240 kilogramů krmiva. Kolik kilogramů musí farmář nakoupit na 6 týdnů pro 7 koní?

8. Karel, Václav a Robert šli spolu do kina, seděli v jedné řadě vedle sebe. Karel neseděl vedle Roberta, Novák seděl uprostřed. Robert se nejmenoval Krátký, jeden z chlapců se jmenoval Dlouhý. Jaké bylo Karlovo příjmení?

9. Na perském trhu se běžně místo peněz platí různými předměty nebo zvířaty. Minulé úterý platilo, že pět granátových jablek má stejnou hodnotu jako jedno kuře a šest kuřat má stejnou hodnotu jako jedna koza. Jeden z trhovců měl na prodej jednu kozu a čtyři kuřata. Kolik za ně mohl dostat granátových jablek?

10. Maminka připravila pro koledníky tři koláče. Makový měl obdélníkový tvar s rozměry 25 x 10 cm, povidlový měl čtvercový tvar s obvodem 40 cm a tvarohový měl také obdélníkový tvar s rozměry 10 x 15 cm. Všechny koláče maminka nakrájela na čtverečky široké 5 cm. Rozhodni, které tvrzení je pravdivé:
    a) Tvarohových kousků je více než makových.
    b) Každý z 11 koledníků mohl dostat aspoň dva kousky
    c) Tvarohových a povidlových kousků dohromady je stejně jako makových.
    d) Celkem maminka nakrájela lichý počet čtverečků.

2.2 Řešení pracovního listu č. 1

1. Kamarádi musí zazvonit třikrát, aby jim Lenka otevřela.
2. Na výletě bylo 42 mužů, 28 žen, 16 dětí.
3. Tomáš napsal 20 devítek.
4. Třetí útulek dostal čtyři bedny.
5. Na výstavě bylo 58 osob.
6. Kluci počítali v pořadí: Pavel, Honza, Lukáš.
7. Farmář musí nakoupit 3 600 kilogramů krmiva.
8. Karlovo příjmení je Krátký.
9. Trhovec by za jednu kozu a čtyři kuřata mohl dostat 50 granátových jablek.
10. Tvrzení *c)* je pravdivé.

2.3 Komentované řešení pracovní listu č. 1

2.3.1 První úloha

Zadání
Po návratu z jarmarku napsala Lenka kamarádům zprávu, že v pondělí otevře jen těm, kteří zazvoní tolikrát, jako je chybějící číslo v logické řadě: $23, 17, 12, 8, 5, ?$. Kolikrát musí zazvonit, aby jim otevřela? [19]

Řešení
Vidíme, že logická řada je klesající, tedy chybějící číslo by mělo být menší než pět. Abychom našli hledané číslo, musíme najít pravidlo, podle kterého se čísla zmenšují. Rozdíl mezi prvním a druhým číslem je šest. Mezi druhým a třetím je rozdíl pět, mezi třetím a čtvrtým je čtyři, čtvrtým a pátým tři. Sepíšeme si rozdíly za sebe: $6, 5, 4, 3$. Můžeme si všimnout, že se rozdíly zmenšují o jedna. Takže rozdíl mezi pátým a šestým číslem musí být dva. Na pátém místě stojí číslo pět, proto na šestém místě musí být číslo tři $(5 - 3 = 2)$. Otazník nahradíme číslem tři.

Slovní odpověď: Kamarádi musí zazvonit třikrát, aby jim Lenka otevřela.

2.3.2 Druhá úloha

Zadání
Výletu se zúčastnilo 86 osob. Žen a dětí bylo 44. Dospělých bylo celkem 70. Kolik bylo na výletě mužů, žen a dětí? [19]

Řešení
Celkem se výletu zúčastnilo 86 osob. Víme, že dospělých bylo celkem 70. Dokážeme tedy určit počet dětí tak, že od celkového počtu osob odečteme počet dospělých $(86 - 70 = 16)$. Zjišťujeme, že dětí bylo 16.
Žen a dětí bylo dohromady 44. Počet dětí jsme si již vypočítali, můžeme určit počet žen $(44 - 16 = 28)$. Výletu se zúčastnilo 28 žen.
Zbývá nám dopočítat počet mužů. Jestliže má být počet dospělých 70 a žen je 28, musí se výletu zúčastnit 42 mužů $(28 + 42 = 70)$.

Slovní odpověď: Výletu se zúčastnilo 42 mužů, 28 žen a16 dětí.

2.3.3 Třetí úloha

Zadání
Tomáš měl vytisknout do tomboly lístky s čísly od 1 do 100. Porouchala se mu klávesa s číslicí 9 a musel všechny devítky psát ručně. Kolik jich napsal? [19]

Řešení
Abychom mohli zjistit, kolik devítek Tomáš dopsal, musíme zjistit, kolik čísel od 1 do 100 obsahuje devítku. Když si vezmeme rozmezí čísel od 1 do 10 vidíme, že se v tomto rozsahu vyskytuje pouze jedno číslo, které obsahuje devítku. Je to číslo 9. Stejně tomu bude tak v rozsahu od 11 do 20. Zde je to číslo 19. Stejně budeme postupovat i v ostatních rozmezích (desítkách), dokud se nedostaneme do rozmezí od 81 do 90.
V tomto rozmezí se nachází dvě čísla, která obsahují devítku. Jsou to čísla 89 a 90. Poslední rozmezí, které nás čeká, je od 91 do 100. Devítku zde obsahují čísla: $91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99$ (Pozor, číslo 99 obsahuje dvě devítky). Celkem jich je deset.
Našli jsme všechny čísla, která obsahují devítku, takže zjistíme, kolik jich celkem je. Z rozmezí 1 až 80 jich bylo osm, od 81 do 90 byly dvě a od 91 až 100 jich bylo deset. Celkem jich je: $8 + 2 + 10 = 20$.

Slovní odpověď: Tomáš musel ručně napsat dvacet devítek.

2.3.4 Čtvrtá úloha

Zadání
Spolek ochránců zvířat získal 14 400 Kč. Zakoupil za ně krmivo ve stejných bednách, které rozdělil mezi tři útulky pro opuštěné pejsky. První útulek dostal tři bedny v celkové ceně 3 600 Kč, druhý útulek dostal pět beden. Kolik beden krmiva dostal třetí útulek? [19]

Řešení
Ze zadání víme, že tři bedny s krmivem stojí 3 600 Kč. Můžeme si spočítat, kolik Kč stojí jedna bedna: ($3\ 600 \div 3 = 1\ 200$). Z výpočtu zjistíme, že jedna bedna stojí 1 200 Kč. Do druhého útulku bylo přivezeno pět beden v hodnotě 6 000 Kč ($1\ 200 \cdot 5 = 6\ 000$). Do dvou útulků bylo zakoupeno celkem osm beden s krmivem v hodnotě 9 600 Kč. Zjistíme, kolik Kč jim zbylo na nákup beden pro třetí útulek. Zbylo jim 4 800 Kč ($14\ 000 - 9\ 600 = 4\ 800$). Abychom zjistili počet beden pro třetí útulek, musíme vydělit zbytek peněz cenou jedné bedny. Vypočítali jsme, že pro třetí útulek byly zakoupeny čtyři bedny s krmivem ($4\ 800 \div 1\ 200 = 4$).

Slovní dopověď: Třetí útulek dostal čtyři bedny s krmivem.

2.3.5 Pátá úloha

Zadání
Na výstavě tulipánů se prodávaly cibulky dvou druhů. Prodalo se celkem 33 cibulek jednoduchých tulipánů a 39 cibulek papouškovitých tulipánů. Kolik osob bylo na výstavě, jestliže víme, že každý návštěvník si koupil aspoň jednu cibulku a 14 osob si koupilo cibulky obou druhů? [19]

Řešení
Představme si, že výstava začala. Na pultě máme 39 cibulek papouškovitých tulipánů a 33 cibulek jednoduchých tulipánů. Víme, že čtrnáct osob si koupilo oboje druhy cibulek. Tedy počet obou druhů cibulek se nám zmenší o čtrnáct. Vypočítáme, kolik cibulek nám zbylo. Cibulek jednoduchých tulipánů nám zbude 19 $(33-14)$ a cibulek papouškovitých tulipánů zbude 25 $(39-14)$. Všechny cibulky se však mají prodat, to znamená, že devatenáct osob si musí koupit zbylé cibulky jednoduchých tulipánů a dvacet pět osob zbylé cibulky papouškovitých tulipánů. Již můžeme zjistit, kolik lidí bylo na výstavě. Celkem na výstavě bylo padesát osm lidí $(14+19+25=58)$.

Slovní odpověď: Výstavy se zúčastnilo padesát osm osob.

2.3.6 Šestá úloha

Zadání
Honza vynásobil třemi, Pavel přičetl pět a Lukáš odečetl čtyři. V jakém pořadí kluci počítali, když se od čísla 3 dostali k číslu 20. [19]

Řešení
Jako první zkusíme pořadí Honza, Pavel a Lukáš. Při tomto pořadí se dostaneme k výsledku deset $(3\cdot3+5-4=10)$. Vidíme, že operace v toto pořadí neodpovídá očekávanému výsledku. Zaměněním pořadí Pavla a Lukáše nám opět nevznikne správný výsledek $(3\cdot3-4+5=10)$. Vytvoříme nové pořadí chlapců. První operace bude Pavlovo, druhá Honzovo a třetí Lukášovo. Dostaneme: $(3+5)\cdot3-4=8\cdot3-4=$ $=20$. Náš výsledek se shoduje s očekávaným výsledkem. Našli jsme správné pořadí, ve kterém kluci počítali.

Slovní odpověď: První počítal Pavel, druhý Honza a třetí Lukáš.

2.3.7 Sedmá úloha

Zadání
Tři koně spotřebují za týden 240 kilogramů krmiva. Kolik kilogramů musí farmář nakoupit na 6 týdnů pro 7 koní? [19]

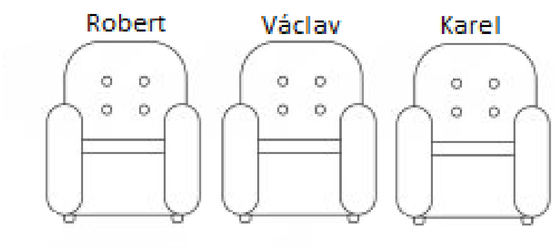
Řešení
Máme za úkol spočítat, kolik kilogramů krmiva musí farmář nakoupit pro sedm koní na šest týdnů. Víme, že tři koně spotřebují za týden 240 kilogramů krmiva. Můžeme si spočítat, kolik kilogramů krmiva spotřebuje jeden kůň za týden. Po vypočítání zjišťujeme, že jeden kůň sní za týden 80 kilogramů krmiva ($240 \div 3 = 80$).
Zjistili jsme, kolik kilogramů spotřebuje jeden kůň za týden, můžeme určit, kolik kilogramů krmení spořádá sedm koní za týden: $80 \cdot 7 = 560$. Sedm koní spořádá za jeden týden 560 kilogramů krmiva. Ale farmář potřebuje zásobu krmiva na šest týdnů, musíme tedy vynásobit týdenní spotřebu sedmi koní šesti: $560 \cdot 6 = 3\ 360$. Sedm koní spořádá za šest týdnů 3 360 kilogramů krmiva.

Slovní odpověď: Farmář musí pro sedm koní na šest týdnů nakoupit 3 360 kilogramů krmiva.

2.3.8 Osmá úloha

Zadání
Karel, Václav a Robert šli spolu do kina, seděli v jedné řadě vedle sebe. Karel neseděl vedle Roberta, Novák seděl uprostřed. Robert se nejmenoval Krátký, jeden z chlapců se jmenoval Dlouhý. Jaké bylo Karlovo příjmení? [19]

Řešení
Tuto úlohu budeme řešit graficky. Ze zadání víme, že kluci sedí v jedné řadě vedle sebe. První podmínka říká, že Karel neseděl vedle Roberta. Z toho plyne, že mezi nimi musel sedět Václav. Zaneseme si jména chlapců nad sedadla:[1]



Z další podmínky zjišťujeme, že Novák seděl uprostřed. Z našeho náčrtku vidíme, že uprostřed sedí Václav, takže Václavovo příjmení je Novák. Dále se dozvídáme, že Robert se nejmenuje Krátký. Již máme na výběr pouze ze dvou příjmení: Krátký a Dlouhý. Z čehož plyne, že Robertovo příjmení je Dlouhý. Poslední příjmení, které nám zbylo, musí být Karlovo, takže celé jeho jméno je Karel Krátký.

Slovní odpověď: Karlovo příjmení je Krátký.

[1] Můžeme zaměnit pozice sedadel Roberta a Karla, ale tato symetrie nám jiné řešení nepřinese.

2.3.9 Devátá úloha

Zadání
Na perském trhu se běžně místo peněz platí různými předměty nebo zvířaty. Minulé úterý platilo, že pět granátových jablek má stejnou hodnotu jako jedno kuře a šest kuřat má stejnou hodnotu jako jedna koza. Jeden z trhovců měl na prodej jednu kozu a čtyři kuřata. Kolik za ně mohl dostat granátových jablek? [19]

Řešení
Naším úkolem je zjistit, kolik granátových jablek by trhovec dostal za jednu kozu a čtyři kuřata. Nejdříve vyměníme jednu kozu za kuřata. Ze zadání víme, že jedna koza má stejnou hodnotu jako šest kuřat. Když kozu tedy vyměníme za šest kuřat, trhovec bude mít celkem deset kuřat ($6+4=10$). Dále víme, že jedno kuře můžeme vyměnit za pět granátových jablek. Trhovec má deset kuřat, která když vymění za granátová jablka, bude jich mít padesát ($10 \cdot 5 = 50$).

Slovní odpověď: Za jednu kozu a čtyři kuřata by trhovec mohl dostat padesát granátových jablek.

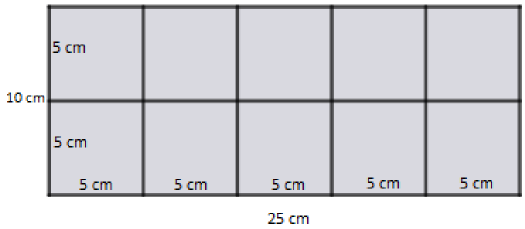
2.3.10 Desátá úloha

Zadání
Maminka připravila pro koledníky tři koláče. Makový měl obdélníkový tvar s rozměry 25 x 10 cm, povidlový měl čtvercový tvar s obvodem 40 cm a tvarohový měl také obdélníkový tvar s rozměry 10 x 15 cm. Všechny koláče maminka nakrájela na čtverečky široké 5 cm. Rozhodni, které tvrzení je pravdivé:

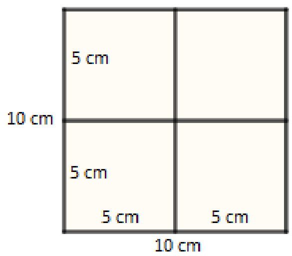
a) Tvarohových kousků je více než makových.
b) Každý z 11 koledníků mohl dostat aspoň dva kousky.
c) Tvarohových a povidlových kousků dohromady je stejně jako makových.
d) Celkem maminka nakrájela lichý počet čtverečků. [19]

Řešení
Než můžeme rozhodnout, které tvrzení je pravdivé, musíme tři koláče rozdělit na čtvercové kousky široké 5 cm. Jako první si rozdělíme makový koláč.
Načrtneme si makový koláč, který je dlouhý 25 centimetrů a široký 10 centimetrů. Z něho máme vyřezat čtvercové[2] kousky, jejichž šířka i délka je 5 cm. Šířku i délku obdélníku si rozdělíme po pěti centimetrech a rozřežeme koláč na čtvercové kousky. Po rozřezání vidíme, že z makového koláče jsme vytvořili deset čtvercových kousků.

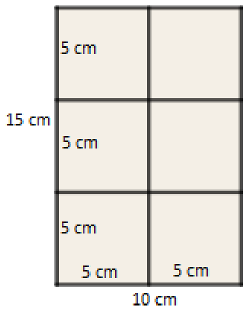
[2]Čtverec má všechny strany stejně dlouhé



Dále musíme rozdělit povidlový koláč. Víme, že je čtvercového tvaru a jeho obvod je 40 cm. Obvod čtverce dostaneme jako součet jeho čtyř stran. Jelikož čtverec má všechny strany stejně dlouhé, zjišťujeme, že délka a šířka povidlového koláče je deset centimetrů ($10+10+10+10 = 40$). Dále budeme postupovat stejně jako u makového koláče. Rozdělíme si strany po pěti centimetrech a rozřežeme koláč. Povidlový koláč jsme rozdělili na čtyři kousky.



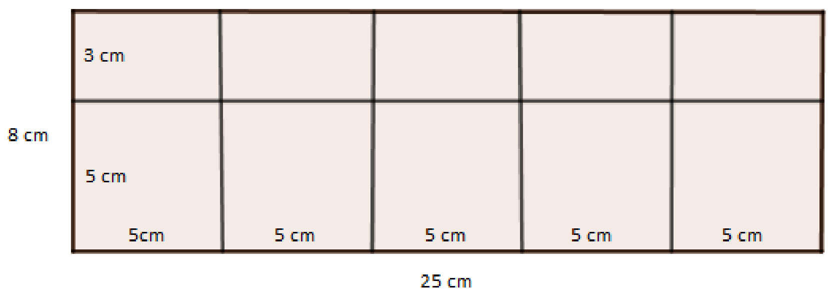
Jako poslední nám zbyl na rozdělení tvarohový koláč. Při jeho rozdělování budeme postupovat stejným způsobem jako u makového koláče. Tvarohový koláč jsme rozdělili na šest kousků.



Koláče máme rozdělené, můžeme tedy rozhodnout, které tvrzení je pravdivé. První tvrzení není pravdivé, jelikož tvarohových kousků máme šest, zatímco makových deset. Druhé tvrzení také není pravdivé, jelikož celkem všech tří kousků máme dvacet ($10+4+6 = 20$), a kdyby každý z jedenácti koledníků měl dostat alespoň dva kousky, museli bychom mít alespoň dvacet dva kousků ($11 \cdot 2 = 22$). Třetí tvrzení je pravdivé, protože tvarohových a povidlových kousků je dohromady deset a makových je také deset. Poslední tvrzení není pravdivé, protože maminka nakrájela celkem dvacet kousků, tedy sudý počet kousků.

Slovní odpověď: Tvrzení *c*) je pravdivé.

Jiný způsob využití úlohy
Tuto úlohu můžeme také zadat žákům sedmého roční (či žákům druhého ročníku gymnázia). Ti mohou úlohu řešit pomocí obsahů. Nejdříve by určili obsahy všech tří koláčů. Makový koláč má obsah 250 cm^2 ($25 \cdot 10$), povidlový 100 cm^2 ($10 \cdot 10 = 100$) a tvarohový 150 cm^2 ($15 \cdot 10 = 150$). V dalším kroku spočítáme obsah jednoho čtvercového kousku: 25 cm^2 ($5 \cdot 5 = 25$). Nyní zjistíme, kolik čtvercových kousků můžeme udělat z každého koláče. Budeme postupovat tak, že obsah koláče vydělíme obsahem jednoho čtvercového kousku. Dostaneme, že makový koláč rozkrájíme na deset kousků ($250 \div 25 = 10$), povidlový na čtyři kousky ($100 \div 25 = 4$) a tvarohový na 6 kousků ($150 \div 25 = 6$). Zjistili jsme, kolik z každého koláče vytvoříme kousků, můžeme rozhodnout, které tvrzení je pravdivé. Zjistíme, že pouze tvrzení *c)* je pravdivé.
Avšak tento způsob řešení má ovšem jedno úskalí. Představme si, že by koláč měl rozměry 8 x 25 cm. Obsah toho koláče je 200 cm^2 ($8 \cdot 25 = 200$). Dále zjistíme kolik čtvercových kousků můžeme z toho koláče udělat. Dostáváme 8 čtvercových kousků ($200 \div 25 = 8$). Pokud si však tuto situaci nakreslíme, zjistíme, že koláč jsme rozdělili na pět čtvercových a pět obdélníkových kousků. Toto rozdělení je v rozporu se zadáním, jelikož jsme koláč měli rozdělit pouze na čtvercové kousky.

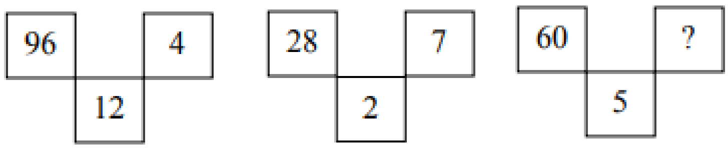


Můžeme si z nákresu všimnout, že tento problém vznikl kvůli jedné straně koláče, protože tato strana není dělitelná pěti beze zbytku. Z toho poznatku můžeme vyvodit závěr, že tento postup pomocí obsahů můžeme použít jen tehdy, pokud jsou obě strany koláče beze zbytku dělitelné pěti.

2.4 Pracovní list č. 2

1. V pravé poledne začal doprovodný program. Tvořila jej tři dvacetiminutová vystoupení, mezi kterými byly desetiminutové přestávky. Ihned po posledním vystoupení následovalo slosování vstupenek. Celý program skončil v 13:47. Jak dlouho probíhalo slosování vstupenek?

2. Které číslo chybí na místě otazníku?



3. Který z následujících trojúhelníků nelze sestrojit?
   a = 15 cm, b = 17 cm, c = 20 cm
   a = 4 cm, b = 3 cm, c = 5 cm
   a = 12 cm, b = 5 cm, c = 6 cm

4. Jana měla na šňůrce pravidelně navlečené korále čtyř různých barev (m – modrá, č – červená, z – zelená, b – bílá) v tomto pořadí:

   m č z b m č z b m č ......

   Jakou barvu má 19. korálek?

5. Najděte dvě čísla, jejichž podíl je 8 a rozdíl 21.

6. Třicet dva žáků 5.A šlo oslavit pololetní vysvědčení do cukrárny. Každý si koupil laskonku nebo kokosku, někteří obojí. Laskonku si koupilo 20 žáků, kokosku 24. Kolik žáků si koupilo kokosku i laskonku?

7. Na parkovišti je o 5 aut víc než motorek (jen dvoukolých), dohromady mají 32 kol. Kolik je aut a kolik motorek?

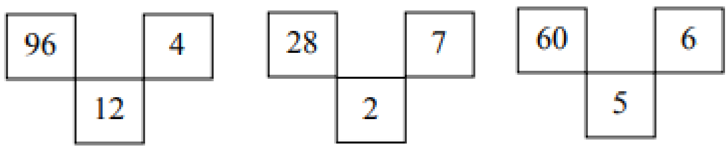
8. Školního výletu se zúčastnilo 23 dětí. Paní učitelka vybrala od každého z nich 250 Kč. Za autobus zaplatila 4 140 Kč a za vstupné za každé dítě 50 Kč. Kolik Kč mohla každému po výletě vrátit?

9. Na půdě se suší ponožky: 4 hnědé, 6 černých a 6 modrých. Jestliže pro ně jde Honzík potmě, kolik ponožek musí vzít, aby měl jistě jeden stejný pár?

10. Ve třech nádobách je celkem 24 litrů vody. Když jsme přelili polovinu vody z první nádoby do druhé nádoby a potom 5 litrů ze druhé nádoby do třetí nádoby, bylo ve všech třech nádobách stejné množství vody. Kolik vody bylo v každé nádobě původně?

2.5 Řešení pracovního listu č. 2

1. Slosování vstupenek probíhalo 27 minut.
2. Místo otazníku napíšeme číslo 6.

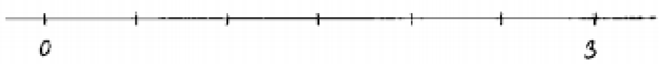


3. Nelze sestrojit trojúhelník *c)*.
4. Devatenáctý korálek má zelenou barvu.
5. Hledaná čísla jsou 24 a 3.
6. Laskonku i kokosku si koupilo 12 žáků.
7. Na parkovišti je 7 aut a 2 motorky.
8. Paní učitelka mohla každému žákovi vrátit 20 Kč.
9. Honzík musí sebrat alespoň 4 ponožky.
10. V první nádobě bylo původně 16 litrů vody, ve druhé 5 litrů vody a ve třetí 3 litry vody.

2.6 Pracovní list č. 3

1. Které z čísel 100 ; 90 ; 89,1 ; 89,06 ; 89,064 je zaokrouhlením čísla 89,0638 na setiny?
2. V čísle 231 824 škrtněte dvě číslice tak, aby zbylé číslice tvořily co nejmenší čtyřciferné číslo.
3. Které číslo je o 33 menší než nejmenší pěticiferné číslo?
4. Které číslo na obrázku nepatří mezi ostatní?

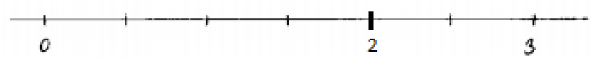
5. Pes je 9x těžší než kočka, myš je 20x lehčí než kočka a fretka je 6x těžší než myš. Kolikrát je pes těžší než fretka?
6. Pavel doběhl do cíle o 6 minut později než Jirka, Václav o 3 minuty později než Pavel a Karel o 2 minuty dřív než Pavel. Jaké bylo jejich pořadí v cíli?
7. Když jede Martin na trénink, musí nejdřív jít 15 minut pěšky na zastávku, potom jede 35 minut autobusem a od zastávky do haly jde ještě 8 minut pěšky. Stihne dnes trénink od 18 hodin, když vyrazil v 16 hodin 55 minut a na zastávce čekal na autobus 8 minut?
8. Znázorněte na číselné ose obraz čísla 2:



9. Na oplocení obdélníkové zahrady délky 30 metrů potřebuje tatínek 80 metrů pletiva. Kolik sloupků bude potřebovat, mají-li být od sebe vzdálené vždy 5 metrů?
10. Do jedné řady vysadili zahradníci celkem 20 stromů. Vzdálenost mezi sousedními dvěma stromy byla 3 metry. Kolik metrů byl vzdálený první strom od posledního?

2.7 Řešení pracovního listu č. 3

1. Je to číslo 89,06.
2. Vyškrtneme čísla 2 a 3 (~~23~~1824).
3. Hledané číslo je 9 967.
4. Číslo 58 nepatří mezi ostatní čísla na obrázku, protože není dělitelné třemi.
5. Pes je 30x těžší než fretka.
6. První byl Jirka, druhý Karel, třetí Pavel a čtvrtý Václav.
7. Martin dnes trénink nestihne.
8. Viz obrázek:



9. Tatínek bude potřebovat 16 sloupků.
10. Vzdálenost mezi prvním a posledním stromem je 57 metrů.

2.8 Pracovní list č. 4

1. Rozdělte čtyři čísla 26 ; 36 ; 18 ; 52 na dvě dvojice tak, aby součet jedné dvojice byl polovinou součtu druhé dvojice.

2. Vlak vyrazil ve 14 hodin 27 minut a do cílové stanice dorazil za 96 minut. V kolik hodin to bylo?

3. V sedmiciferném čísle 5832609 vynechej dvě číslice tak, aby vzniklo co největší pěticiferné číslo.

4. Na obrázku je částečně vyplněný magický čtverec s čísly, pro který platí: součet tří čísel v každém řádku i v každém sloupci se rovná 63. Doplňte prázdná políčka.

27		
	21	
	23	15

5. Maminka se rozhodla ozdobit okna květinami. Do jednoho truhlíku lze zasadit 5 kusů petúnií. Jedna stojí 30 Kč, což je o 25 Kč méně než je cena truhlíku. Kolik stojí 4 plně osázené truhlíky?

6. Na královském tržišti bylo možno nakupovat ve třech měnách – tolarech, groších a dukátech. Kolik tolarů je 12 dukátů, když 100 tolarů je totéž jako 8 grošů a 8 dukátů se rovná 20 grošům?

7. Lenka si zkoušela psát ozdobným písmem slovo **Velikonoce**. Aby si písmo natrénovala, zkusila si jej několikrát napsat za sebou na papír. Které písmeno napsala jako 273. v řadě?

8. Autobus vyrazil z první zastávky. Když na druhé zastávce přistoupilo šest lidí a vystoupilo 8 lidí, pokračovalo v jízdě 12 lidí. Kolik lidí nastoupilo na první zastávce?

9. Jirka se rozdělil se dvěma kamarády o bonbony tak, že každému dal čtvrtinu všech bonbonů a ještě dva bonbony. Na Jirku tak zbyly dva bonbony. Kolik bonbonů měl Jirka původně?

10. Sklenice s medem má hmotnost 950 g. Po snědení poloviny medu je její hmotnost 530 g. Kolik váží prázdná sklenice?

2.9 Řešení pracovního listu č. 4

1. První dvojice bude 18 a 26, druhá dvojice 36 a 52.
2. Vlak dorazil do cílové stanice v 16 hodin 3 minuty.
3. Největší možné pěticiferné číslo je 83609 ($\cancel{7}83\cancel{2}609$).
4. Viz obrázek:

27	19	17
11	21	31
25	23	15

5. Čtyři plně osázené truhlíky stojí 820 Kč.
6. Dvanáct dukátů je 375 tolarů.
7. Jako 273. písmeno napsala Lenka písmeno *L*.
8. Na první zastávce nastoupilo 14 lidí.
9. Jirka původně měl 10 bonbonů.
10. Prázdná sklenice váží 110 gramů.

3 Pracovní listy pro 6. třídu či 1. stupeň osmiletého gymnázia

Využití pracovních listů
Příprava žáků na matematickou soutěž Pythagoriáda či jinou matematickou soutěž, ale mohou být i použity jako procvičování při výuce.

Metodický a didaktický komentář
Úlohy můžeme zadat jako samostatnou či skupinovou práci nebo jako procvičování na doma. Každý ze čtyř pracovních listů se skládá z deseti úloh a čas na jeho vypracování je 45 minut (jedna vyučovací hodina). Za každou správně vyřešenou úlohu se uděluje jeden bod, za chybné řešení se body neodečítají. Maximum bodů je deset. Aby se žák stal úspěšným řešitelem, musí mít alespoň šest bodů.

Pomůcky

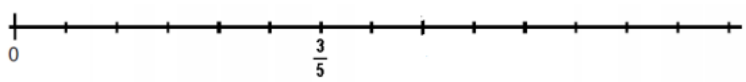
- pracovní list
- psací potřeby
- rýsovací potřeby

Klíčové kompetence

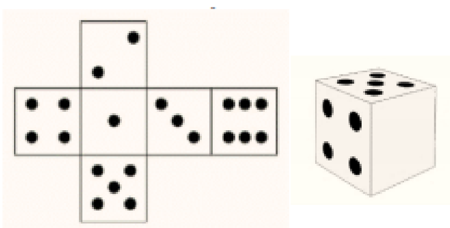
- kompetence k řešení problému: Žák samostatně (či skupinově) řeší problémy. Při jejich řešení využívá matematické nebo logické postupy. Využívá svých dosavadních vědomostí a dovedností k tomu, aby objevoval různé způsoby řešení. Nenechá se odradit případným nezdarem. Dokáže ověřit správnost výsledku.
- kompetence komunikativní: Žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky, dokáže vést s ostatními žáky plynulou diskusi a správnou argumentací obhajovat své úvahy.
- kompetence sociální a personální: Žák efektivně spolupracuje ve skupině při řešení úkolu. Podílí se na vytváření příznivé atmosféry skupiny. Pozitivně ovlivňuje práci celé skupiny. Respektuje názory ostatních žáků. V případě potřeby dokáže poskytnout pomoc ostatním žákům nebo dokáže požádat o pomoc.
- kompetence pracovní: Žák využívá znalosti a zkušenosti, které získal v jednotlivých vzdělávacích oblastech, pro svůj osobní rozvoj a přípravu na budoucnost.

3.1 Pracovní list č. 1

1. Kolik je $20 \cdot 16 – 2016 \div (2 + 0 + 1 + 6)$?
2. Z plechovky slepičí polévky lze připravit 3 porce pro dospělé nebo 5 porcí pro děti. Kolik porcí zbylo pro dospělé, jestliže jsme připravili polévku z 9 plechovek a děti již snědly 35 porcí?
3. Aleš, Čenda, Libor a David plánují tajnou schůzku. Místo setkání Libor zašifroval do záhadného textu, z něhož je třeba vyškrtat všechna písmena, která nejsou osově souměrná: *RZUSNDQAFVIJDPLAG*. Kde se mají chlapci sejít?
4. V hotelu je 157 pokojů a jejich dveře jsou očíslovány od 1 do 157. Kolikrát se na dveřích všech pokojů objevuje číslice 5?
5. Znázorněte na číselné ose číslo 0,9.

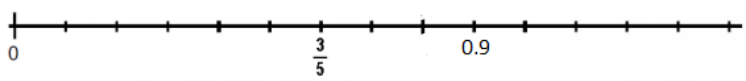


6. V 6.A sedí v prvních dvou lavicích v jedné řadě 4 děvčata. Jana sedí vedle Pavly, Pavla sedí za Petrou. Před kým a vedle koho sedí Kamila?
7. Součin neznámého čísla x a čísla 30 je 480. Určete neznámé číslo x.
8. V soutěži jsou stanovena tato pravidla: za každé vyhrané utkání získá družstvo dva body, za nerozhodný výsledek jeden bod a za prohrané utkání nic. Družstvo, ve kterém je Patrik, získalo v 10 odehraných zápasech 16 bodů a víme, že dvakrát skončilo remízou. Kolikrát družstvo vyhrálo?
9. Učitel nechal děti hádat „tajné“ přirozené číslo menší než 20. Ála tipovala 1, Bára 18 a Cecílie 5. „Ani jedna z vás se netrefila, nejlepší se spletla o čtyři, další pak o osm a nejhorší odhad se lišil o devět,“ ohodnotil jejich odpovědi učitel. Jaké „tajné“ číslo si myslel?
10. Na obrázku je síť běžné hrací kostky – krychle (součet puntíků na protilehlých stěnách hrací kostky je vždy sedm). Hugo má před sebou obrázek této kostky, na jedné stěně ale puntíky chybí. Kolik puntíků musí doplnit na tuto stěnu, aby odpovídala uvedené síti?

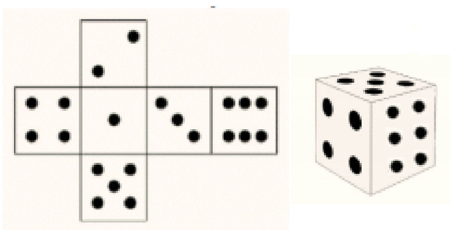


3.2 Řešení pracovního listu č. 1

1. 96
2. Pro dospělé zbylo 6 porcí.
3. Chlapci se mají sejít u Davida.
4. Celkem se na dveřích pokojů objeví pětka 34-krát.
5. Viz obrázek:



6. Kamila sedí vedle Petry a před Janou.
7. Číslo x se rovná 16.
8. Družstvo vyhrálo 7 zápasů.
9. Učitelovo tajné číslo bylo 9.
10. Musí doplnit 6 puntíků.



3.3 Pracovní list č. 2

1. Doplňte závorky tak, aby platila rovnost: $25 \div 3 + 2 + 4 \cdot 2 + 1 = 17$

2. Když doplníte obrázky v osové souměrnosti podle osy o zjistíte, kdo mohl potkat Janu na ulici.

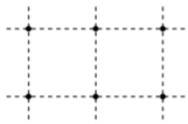
3. Na sídlišti žije 20 694 obyvatel, z nichž je 17 435 starších než 15 let. 7 111 obyvatel tvoří děti do 15 let a osoby starší než 60 let. Kolik žije na tomto sídlišti osob starších než 60 let?

4. Každý účastník zájezdu zaplatil zálohu 2 500 Kč. Po návratu musel ještě každý doplatit 860 Kč. Celkové náklady na zájezd činily 94 080 Kč. Kolik osob bylo na tomto zájezdu?

5. Petr je těžší než Mirek a lehčí než Pavel. Martin je lehčí než Mirek. Který z chlapců je nejlehčí?

6. Osmdesát pytlů vápna má stejnou hmotnost jako 40 pytlů cementu; 10 pytlů vápna má stejnou hmotnost jako 25 pytlů sádry. Kolik pytlů cementu má stejnou hmotnost jako 10 pytlů sádry?

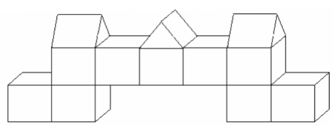
7. Ve čtvercové síti je vyznačeno šest různých bodů. Kolik různých přímek, které procházejí vždy alespoň dvěma těmito body, lze sestrojit?



8. Janě je 7 let, její mamince je 5krát více. Kolik let bude Janě, až její maminka bude 2krát starší než je nyní?

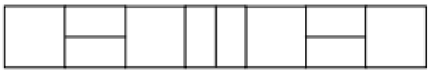
9. Kolik tři čtvrtě litrových lahví se naplní třemi litry vody?

10. Nakreslete, co uvidíte, když se na toto těleso díváte shora.



3.4 Řešení pracovního listu č. 2

1. $25 \div (3 + 2) + 4 \cdot (2 + 1) = 17$
2. Janu mohl potkat **CHODEC**.
3. Na sídlišti žije 3 852 osob starších než 60 let.
4. Zájezdu se zúčastnilo 28 osob.
5. Martin je nejlehčí.
6. Dva pytle cementu mají stejnou váhu jako 10 pytlů sádry.
7. Celkem 11 přímek.
8. Janě bude 42 let.
9. Naplní se čtyři lahve.
10. Viz obrázek:

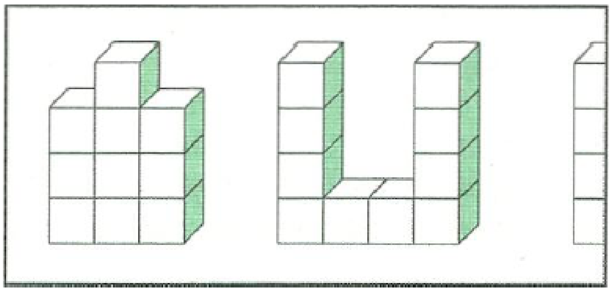


3.5 Pracovní list č. 3

1. Novákovi jeli na dovolenou k moři a malá Klárka po návratu zjistila, že byli přesně 333 hodin pryč z domova. Kdy se vrátili, jestliže na dovolenou odjížděli 1. července v 21 hodin večer? Urči den i hodinu návratu.

2. V květinářství Květinka paní Růženy Karafiátové stojí tři růže stejně jako pět karafiátů. Devět růží a deset karafiátů stojí dohromady 300 Kč. Kolik by stálo celkem 15 růží a 15 karafiátů?

3. Bratr Adélky si hrál se stavebnicí, která je tvořena ze stejných krychlí. Vytvořil tři stavby, které mu Adélka vyfotografovala, ale na fotografii se nevešla třetí stavba. Z kolika krychlí je třetí stavba, jestliže první má hmotnost 800 g a celková hmotnost všech tří staveb je 3,2 kg?



4. Vyřešte sčítací algebrogram. Stejná písmena znamenají stejné číslice, různá písmena různé číslice.

$$\begin{array}{cccc} & & O & K \\ & L & O & K \\ M & L & O & K \\ \hline O & O & O & K \end{array}$$

5. Petra se učila obojetné souhlásky, a tak psala stále dokola řadu písmen:

BFLMPSVZBFLMPSVZBFLMPSVZBFL...

Když napsala 333. písmeno, přestalo ji to bavit a skončila. Které písmeno je na konci její řady?

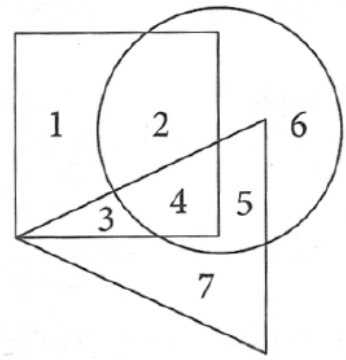
6. Skupina kamarádů si každé Vánoce dává na oslavě dárky tak, že každý z nich dá všem ostatním po jednom dárku. Pod stromečkem bylo 42 dárků. Kolik kamarádů se zúčastnilo oslavy?

7. Adélka, Barunka, Cecilka a Dáša si porovnávaly průměrnou známku z matematiky, která jim vycházela. Vypočítali hodnoty 1,2 ; 1,38 ; 2,25 ; 2,76. Jakou průměrnou známku měla Cecilka, jestliže víme:
   - Adélka má horší průměr než Cecilka a lepší než Barunka.
   - Dáša má lepší průměr než Cecilka.

8. Z domova vyšel Honzík a ve stejném okamžiku vyšel naproti tatínek z chaty vzdálené 5 km. Oba šli rychlostí 5 km/h. S tatínkem vyběhl pes Alík rychlostí 12 km/h, který běžel k Honzíkovi, tam se otočil a utíkal k tatínkovi a běhal mezi nimi, dokud se nepotkali. Kolik km naběhal Alík?

9. Olga koupila 3 jablka. Jedno mělo hmotnost $\frac{6}{25}$ kg, druhé 0,21 kg a třetí čtvrt kilogramu. Jakou hmotnost mělo nejlehčí jablko?

10. Na papír jsme postupně nalepili kruh, trojúhelník a jako poslední čtverec. Které části trojúhelníka nejsou shora vidět?



3.6 Řešení pracovního listu č. 3

1. Novákovi se z dovolené vrátili 15. července v 18 hodin.
2. Patnáct růží a patnáct karafiátů by celkem stálo 480 Kč.
3. Třetí stavba je složena z 20 krychliček.
4. Viz obrázek:

$$\begin{array}{cccc} & & 5 & 0 \\ & 7 & 5 & 0 \\ 4 & 7 & 5 & 0 \\ \hline 5 & 5 & 5 & 0 \end{array}$$

5. Poslední písmeno, které Petra napsala, bylo *P*.
6. Oslavy se zúčastnilo sedm kamarádů.
7. Cecilčin průměr z matematiky byl 1,38.
8. Alík naběhal celkem 6 km.
9. Nejlehčí jablko mělo hmotnost 0,21 g.
10. Při pohledu shora neuvidíme třetí a čtvrtou část.

3.7 Komentované řešení pracovního listu č. 3

3.7.1 První úloha

Zadání
Novákovi jeli na dovolenou k moři a malá Klárka po návratu zjistila, že byli přesně 333 hodin pryč z domova. Kdy se vrátili, jestliže na dovolenou odjížděli 1. července ve 21 hodin večer? Urči den i hodinu návratu. [19]

Řešení
Ze zadání víme, že Novákovi odjeli 1. července ve 21 hodin. Na dovolené strávili 333 hodin. Abychom zjistili den i hodinu návratu, budeme si muset nejdříve převést 333 hodin na dny a hodiny. Jeden den má 24 hodin. Jestliže vydělíme počet hodin strávených na dovolené počtem hodin jednoho dne, zjistíme, kolik dní byli na dovolené. Tedy: $333 \div 24 = 13,875$. Tento výsledek nám říká, že na dovolené strávili celých 13 dní a část jednoho dne. Jako další krok zjistíme, kolik hodin má 13 dní. Vynásobíme počet dní počtem hodin jednoho dne a dostaneme: $13 \cdot 24 = 312$. Vypočítali jsme, že 13 dní je 312 hodin. Ale ze zadání však víme, že na dovolená strávili 333 hodin, takže kolik hodin musíme přičíst k 312 hodinám, abychom dostali 333 hodin? Musíme přičíst 21 hodin.
Zjistili jsme, že 333 hodin je 13 dní a 21 hodin. V zadání se nás ptají, jaký den a v kolik hodin Novákovi dorazili domů. To zjistíme tak, že ke dnu a hodině odjezdu přičteme dobu pobytu na dovolené. Dostaneme čas návratu: 14. červenec v 42 hodin. Musíme převést hodiny na základní tvar: 42 hodin je 1 den a 18 hodin. Den a čas návratu je 15. července v 18 hodin večer.

Slovní odpověď: Novákovi se z dovolené vrátili 15. července v 18 hodin.

3.7.2 Druhá úloha

Zadání
V květinářství Květinka paní Růženy Karafiátové stojí tři růže stejně jako pět karafiátů. Devět růží a deset karafiátů stojí dohromady 300 Kč. Kolik by stálo celkem 15 růží a 15 karafiátů? [19]

Řešení
Víme, že 3 růže stojí stejně jako 5 karafiátů. Dále víme, že 9 růží a 10 karafiátů stojí dohromady 300 Kč. Jestliže tři růže stojí stejně jako pět karafiátů, musí stát devět růží stejně jako patnáct karafiátů. Takže devět růží můžeme nahradit patnácti karafiáty. Pak dostáváme, že patnáct karafiátů a deset karafiátů, tedy dvacet pět karafiátů, stojí 300 Kč. Zjistíme cenu jednoho karafiátu: $300 \div 25 = 12$. Jeden karafiát stojí 12 Kč. Tři růže tedy stojí 60 Kč ($5 \cdot 12$), takže cena jedné růže je 20 Kč.

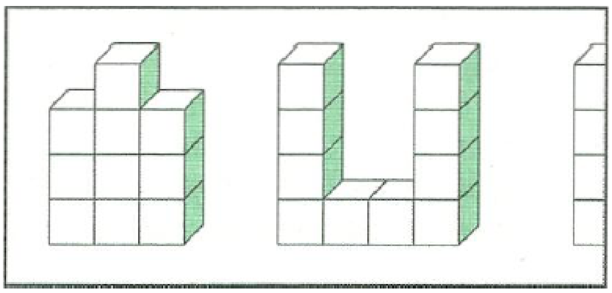
V zadání se nás ptají, kolik Kč by stálo celkem patnáct růží a patnáct karafiátů. Patnáct růží stojí 300 Kč ($20 \cdot 15$) a patnáct karafiátů stojí 180 Kč ($12 \cdot 15$). Celkem by jsme za ně zaplatily 480 Kč.

Slovní odpověď: Patnáct růží a patnáct karafiátů by celkem stálo 480 Kč.

3.7.3 Třetí úloha

Zadání

Bratr Adélky si hrál se stavebnicí, která je tvořena ze stejných krychlí. Vytvořil tři stavby, které mu Adélka vyfotografovala, ale na fotografii se nevešla třetí stavba. Z kolika krychlí je třetí stavba, jestliže první má hmotnost 800 g a celková hmotnost všech tří staveb je 3,2 kg? [18]



Řešení

Na obrázku vidíme dvě kompletní stavby z krychliček a část třetí stavby. Zadání nám říká, že všechny krychličky mají stejnou velikost. První stavba má hmotnost 800 g a celková hmotnost tří staveb je 3,2 kg. Spočítáme si počet krychliček v první stavbě a zjistíme, že se skládá z deseti krychliček. Deset krychliček váží 800 g, takže jedna krychlička váží 80 g ($800 \div 10 = 80$). Spočítáme si počet krychliček v druhé stavbě.
Druhá stavba se skládá z deseti krychliček, takže její hmotnost je stejná, jako hmotnost první stavby, tedy 800 g. Zjistíme, jaká hmotnost zbývá na poslední stavbu tak, že od celkové hmotnosti odečteme hmotnosti dvou předešlých staveb. Musíme si ale převést hmotnosti na stejnou jednotku - gramy[3] (3,2 kg = 3 200 g). Zjistíme hmotnost třetí stavby. Třetí stavba váží 1 600 g ($3\,200 - 800 - 800 = 1\,600$).
V zadání se nás ptají, z kolika krychliček je složena poslední stavba. Počet krychliček zjistíme tak, že hmotnost třetí stavby vydělíme hmotností jedné krychličky. Výpočet: $1\,600 \div 80 = 20$. Vypočítali jsme, že třetí stavba je složena z 20 krychliček.

Slovní odpověď: Třetí stavba je složena z 20 krychliček.

[3] Můžeme také převést na kilogramy.

Jiný způsob řešení

Jestliže si spočítáme počet krychliček v první stavbě a ve druhé stavbě, zjistíme, že obě mají stejný počet krychliček - 10. Obě stavby tedy musí mít stejnou hmotnost. Převedeme si hmotnosti na stejnou jednotku - gramy. Víme, že součet hmotností všech tří staveb má být 3 200 g, takže třetí stavba musí vážit 1 600 g (1 600 + +800 + 800 = 3 200). Víme, že stavba o deseti krychličkách váží 800 g, takže stavba o hmotnosti 1 600 g se musí skládat z dvojnásobného počtu krychliček, tedy dvaceti. Třetí stavba se skládá z 20 krychliček.

3.7.4 Čtvrtá úloha

Zadání

Vyřešte sčítací algebrogram. Stejná písmena znamenají stejné číslice, různá písmena různé číslice. [19]

$$\begin{array}{cccc}
 & & \mathsf{O} & \mathsf{K} \\
 & \mathsf{L} & \mathsf{O} & \mathsf{K} \\
\mathsf{M} & \mathsf{L} & \mathsf{O} & \mathsf{K} \\
\hline
\mathsf{O} & \mathsf{O} & \mathsf{O} & \mathsf{K}
\end{array}$$

Řešení

Když se podíváme na algebrogram, vidíme, že na pozici jednotek stojí stejná písmena a jejich součet dá stejné písmeno. To samé platí i pro pozici desítek. Jediná čísla, která splňují tuto podmínku, jsou čísla 0 a 5. Pokud by jsme si řekli, že písmeno K nahradíme pětkou a písmeno O nulou, dostali bychom na pozici jednotek v součtu číslo patnáct,pětku by jsme napsali na pozici jednotek a jedničku přičetli k pozici desítek. Na pozici desítek by jsme dostali součet tří nul plus jedna, což nám dá výsledek jedna, ale podle zadání, nám měla vyjít nula. Tedy písmeno K nemůžeme nahradit pětkou a písmeno O nulou.

Zkusíme to tedy opačně. Písmeno K nahradíme nulou a O nahradíme pětkou. Na pozici jednotek dostáváme součet tří nul, čili nulu. Na pozici desítek máme součet tří pětek, který dá součet patnáct. Pětku napíšeme na pozici desítek a jedničku přičteme k pozici stovek. Tato kombinace odpovídá zadání, takže místo všech písmen K si napíšeme nulu a místo všech písmen O napíšeme pětku.

$$\begin{array}{cccc}
 & & 5 & 0 \\
 & \mathsf{L} & 5 & 0 \\
\mathsf{M} & \mathsf{L} & 5 & 0 \\
\hline
5 & 5 & 5 & 0
\end{array}$$

Na pozici stovek musíme nahradit písmeno L takovou číslicí, aby platilo, že součet dvou stejných číslic plus jedna, dá součet pět. Jako první kombinace nás napadne číslice dva: $2 + 2 + 1 = 5$. Jenomže na pozici tisíců máme písmeno M, které musí dát součet pět, Jediná možnost by byla, že písmeno M se musí rovnat pěti, ale z podmínky v zadání nám plyne, že různá písmena znamenají různé číslice. Z toho nám plyne, že písmeno L se nemůže rovnat dvojce. Musíme najít tedy jinou možnost. Další možnost, která připadá v úvahu, že písmeno L se rovná sedmi: $7 + 7 + 1 = 15$. Tedy na pozici stovek sepíšeme pětku a k pozici tisíců přičteme jedničku. Písmo M musíme nahradit takovou číslicí, aby platilo: $M + 1 = 5$. Vidíme, že písmenko M se musí rovnat čtyřem.
Nahradíme zbylá písmena číslicemi a máme úlohu vyřešenou.

$$\begin{array}{cccc} & & \mathrm{O} & \mathrm{K} \\ & \mathrm{L} & \mathrm{O} & \mathrm{K} \\ \mathrm{M} & \mathrm{L} & \mathrm{O} & \mathrm{K} \\ \hline \mathrm{O} & \mathrm{O} & \mathrm{O} & \mathrm{K} \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & 5 & 0 \\ & 7 & 5 & 0 \\ 4 & 7 & 5 & 0 \\ \hline 5 & 5 & 5 & 0 \end{array}$$

3.7.5 Pátá úloha

Zadání
Petra se učila obojetné souhlásky, a tak psala stále dokola řadu písmen:

BFLMPSVZBFLMPSVZBFLMPSVZBFL...

Když napsala 333. písmeno, přestalo ji to bavit a skončila. Které písmeno je na konci její řady? [19]

Řešení
Obojetné souhlásky obsahují celkem osm písmen, která se opakují.

BFLMPSVZ—BFLMPSVZ—BFLMPSVZ—BFL...

Abychom mohli určit, které písmeno je na konci, musíme nejdříve zjistit, kolikrát Petra všech osm písmen napsala. To zjistíme tak, že počet napsaných písmen vydělíme počtem písmen obojetných souhlásek (osmi). Tedy: $333 \div 8 = 41,625$. Tento výsledek naznačuje, že Petra napsala 41krát všechny obojetné souhlásky, poté začala psát znovu a někde za půlkou přestala psát. Vypočítali jsme si, že 41krát napsala všechny obojetné souhlásky. Zjistíme, kolik je to písmen: $41 \cdot 8 = 328$. Jestliže Petra napíše 41krát všechny obojetné souhlásky, napíše celkem 328 písmen. Vidíme, že do 333. písmene nám chybí dopsat pět písmen $(328 + 5 = 333)$. Písmeno na páté pozici je zároveň poslední písmeno, které Petra napsala. Námi hledané písmeno je P.

Slovní odpověď: Poslední písmeno, které Petra napsala, je P.

Jiný způsob řešení
Vidíme, že obojetných souhlásek je osm. Tato osmice znaků se nám poté opakuje. Abychom zjistili kolikrát se tato osmice znaků opakuje vydělíme počet písmen,které Petra napsala, počtem obojetných souhlásek: $333 \div 8 = 41,625$. Zjistili jsme, že Petra napsala 41krát všechny obojetné souhlásky, poté začala znovu psát a skončila někde za půlkou. Najdeme nejbližší násobek čísla osm od čísla 333. Nejbližší násobek je číslo 336. Kdyby Petra napsala 336 písmen, napsala by 42krát všechny obojetné souhlásky. My však víme, že písmen napsala pouze 333. Takže z naší osmice znaků musíme odstranit poslední tři písmena. Po odstranění vidíme, že posledním znakem, který Petra napsala, je písmeno P.

3.7.6 Šestá úloha

Zadání
Skupina kamarádů si každé Vánoce dává na oslavě dárky tak, že každý z nich dá všem ostatním po jednom dárku. Pod stromečkem bylo 42 dárků. Kolik kamarádů se zúčastnilo oslavy? [19]

Řešení
Jediné, co víme ze zadání je,kolik dárků bylo pod stromečkem. Zkusme si představit, kolik dárků by bylo pod stromečkem, kdyby na oslavě bylo třeba pět kamarádů. První kamarád by koupil čtyři dárky, druhý také čtyři dárky, stejně tak i třetí, čtvrtý a pátý kamarád. Spočítáme, kolik dárků by bylo pod stromečkem: $4+4+4+4+4 = 5 \cdot 4 = 20$. Z našeho výpočtu vidíme, že počet dárků pod stromečkem dostaneme tak, že počet kamarádů vynásobíme počtem dárků koupených jedním kamarádem, který je o jedna menší, než počet kamarádů.
Abychom zjistili, kolik kamarádů bylo na oslavě, musíme číslo 42 rozložit na součin dvou čísel tak, že se tyto čísla liší o jedna. Jediná možnost rozkladu je: $42 = 7 \cdot 6$. Zjistili jsme, že na oslavě bylo sedm kamarádů.

Slovní odpověď: Oslavy se zúčastnilo sedm kamarádů.

3.7.7 Sedmá úloha

Zadání
Adélka, Barunka, Cecilka a Dáša si porovnávaly průměrnou známku z matematiky, která jim vycházela. Vypočítali hodnoty 1,2 ; 1,38 ; 2,25 ; 2,76. Jakou průměrnou známku měla Cecilka, jestliže víme:

- Adélka má horší průměr než Cecilka a lepší než Barunka.
- Dáša má lepší průměr než Cecilka. [19]

Řešení
Tuto úlohu budeme řešit graficky. Načrtneme si přímku, na které si vyznačíme čísla jedna a tři, jelikož průměry děvčat se pohybují mezi těmito čísly.

Z první podmínky víme, že Adélka je horší než Cecilka a lepší než Barunka. To znamená, že Cecilka má z této trojice nejlepší průměr, potom je Adélka a naposled Barunka. Zaneseme si toto pořadí na přímku.

Druhá podmínka nám říká, že Dáša má lepší průměr než Cecilka. Dáša tedy bude mezi jedničkou a Cecilkou. Zaneseme si Dášu na přímku.

Jako poslední krok přiřadíme průměrné známky z matematiky podle pořadí děvčat. Dáša má průměr 1,2 ; Cecilka 1,38 ; Anička 2,25 a Barunka 2,76.

Slovní odpověď: Cecilčin průměr z matematiky byl 1,38.

3.7.8 Osmá úloha

Zadání
Z domova vyšel Honzík a ve stejném okamžiku vyšel naproti tatínek z chaty vzdálené 5 km. Oba šli rychlostí 5 km/h. S tatínkem vyběhl pes Alík rychlostí 12 km/h, který běžel k Honzíkovi, tam se otočil a utíkal k tatínkovi a běhal mezi nimi, dokud se nepotkali. Kolik km naběhal Alík? [19]

Řešení
Abychom mohli vypočítat, kolik km naběhal Alík, musíme nejdříve zjistit, jak dlouho tatínek s Honzíkem šli. Honzíkova a tatínkova rychlost je 5 km/h. Cesta je dlouhá 5 km. Ale víme, že když za jednu hodinu ujde Honzík pět kilometrů, tak za půl hodiny ujde dva a půl kilometrů. Stejně tak tatínek. Za půl hodiny ujde Honzík 2,5 km,

tatínek ujde také 2,5 km. Když tyto dvě vzdálenosti sečteme, dostaneme vzdálenost mezi domovem a chatou. Vypočítali jsme, že čas, něž se tatínek s Honzíkem potká, je $\frac{1}{2}$ hodiny.
Alík běhá rychlostí 12 km/h. To znamená, že za jednu hodinu uběhne dvanáct kilometrů. Víme, že Alík bude běhat tak dlouho, než se tatínek s Honzíkem potkají. Alík bude běhat $\frac{1}{2}$ hodiny. Za jednu hodinu uběhne 12 km a za půl hodiny uběhne půlku toho, než za hodinu, čili 6 km. Tedy za půl hodiny uběhne 6 km.

Slovní odpověď: Alík celkem naběhal 6 km.

Jiný způsob řešení
Pokud již žáci ovládají vztahy mezi rychlostí, časem a dráhou ($s = v \cdot t$), mohou zde tyto vztahy využít.
Dostali bychom, že vzdálenost, kterou ujde Honzík, plus vzdálenost, kterou ujde tatínek, se musí rovnat pěti kilometrům. Jelikož jsou jejich rychlosti i časy stejné, musejí se rovnat i jejich dráhy, které ujdou.

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 &= 5 \\ 5 \cdot t + 5 \cdot t &= 5 \\ 10t &= 5 \\ t &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vypočítali jsme, jak dlouho potrvá cesta, než se Honzík s tatínkem potká. Ale také jsme si tím vypočítali, jak dlouho bude Alík běhat. Známe rychlost, jakou Alík běhá, i po jakou dobu bude běhat, můžeme vypočítat, kolik km naběhá.

$$\begin{aligned} s &= v \cdot t \\ s &= 12 \cdot \frac{1}{2} \\ s &= 6 \end{aligned}$$

Vypočítali jsme, že Alík naběhá celkem 6 km.

3.7.9 Devátá úloha

Zadání
Olga koupila 3 jablka. Jedno mělo hmotnost $\frac{6}{25}$ kg, druhé 0,21 kg a třetí čtvrt kilogramu. Jakou hmotnost mělo nejlehčí jablko? [19]

Řešení
Abychom mohli určit, které jablko je nejlehčí, převedeme všechny čísla na zlomky. První hmotnost již máme ve tvaru zlomku. Druhá hmotnost je ve tvaru desetinného čísla, takže si ji převedeme na zlomek: $0{,}21 = \frac{21}{100}$. Třetí hmotnost je čtvrt kilogramu, tedy jedna čtvrtina kilogramu: $\frac{1}{4}$.

Abychom mohli porovnat tyto zlomky, musíme je upravit na společný jmenovatel. Společný jmenovatel je 100. První zlomek rozšíříme čtyřmi, druhý zlomek má již požadovaný jmenovatel a třetí zlomek rozšíříme dvaceti pěti.

$$\frac{6}{25}\cdot\frac{4}{4}=\frac{24}{100} \quad ; \quad \frac{21}{100} \quad ; \quad \frac{1}{4}\cdot\frac{25}{25}=\frac{25}{100}$$

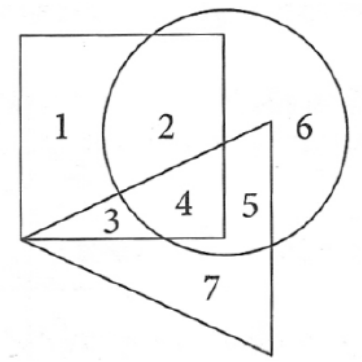
Vidíme, že nejmenší zlomek je $\frac{21}{100}$.

Slovní odpověď: Nejlehčí jablko mělo hmotnost 0,21 g.

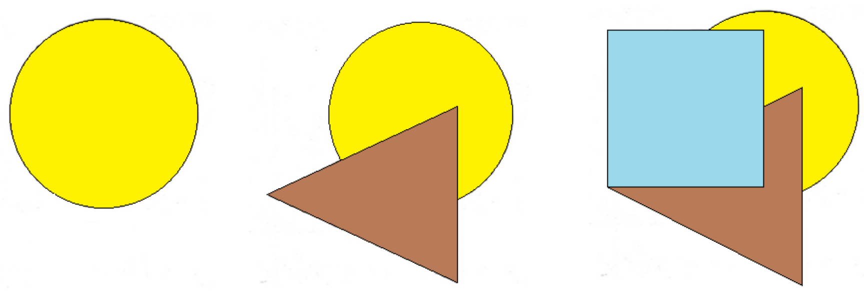
Jiný způsob řešení
Můžeme také postupovat tak, že si všechny hmotnosti převedeme na desetinné číslo. Tedy první hmotnost napíšeme jako $\frac{6}{25} = 0{,}24$ g, druhá hmotnost je 0,21 g a třetí hmotnost je $\frac{1}{4} = 0{,}25$ g. Vidíme, že váha druhého jablka je nejlehčí.

3.7.10 Desátá úloha

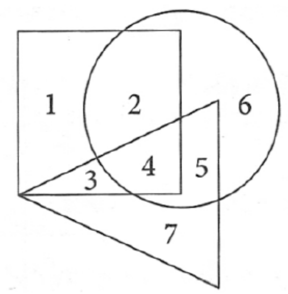
Zadání
Na papír jsme postupně nalepili kruh, trojúhelník a jako poslední čtverec. Které části trojúhelníka nejsou shora vidět? [19]

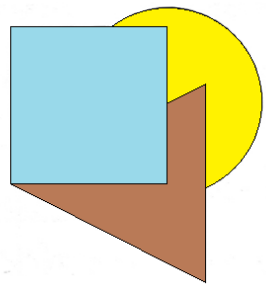


Řešení
Tuto úlohu můžeme řešit graficky. Nejprve si nalepíme kruh. Dále víme, že další v pořadí na lepení je trojúhelník. Po nalepení trojúhelníku přichází na lepení čtverec.



Když se podíváme na náš výsledek a porovnáme jej se zadáním, vidíme, že části 3 a 4 z trojúhelníka nemůžeme vidět při pohledu ze shora, protože jsou zakrývány čtvercem.





Slovní odpověď: Při pohledu shora neuvidíme třetí a čtvrtou část trojúhelníka.

Jiný způsob řešení

Zajímá nás, jaké části trojúhelníka nebudou vidět. Víme, že trojúhelník se nalepí jako druhý, tedy kruh, který se lepí jako první, nemůže zakrýt žádnou část trojúhelníka. Jako poslední lepíme čtverec. Podíváme se na zadání a vidíme, že čtverec zakrývá trojúhelníkové části 3 a 4, které nebudou vidět při pohledu shora.

3.8 Pracovní list č. 4

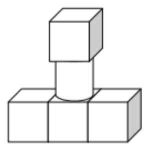
1. Místo hvězdiček doplňte do rozdílu správné číslice.

$$\begin{array}{r} *\,4\,3\,0\,* \\ -\ 2\,*\,4\,*\,1 \\ \hline 4\,8\,*\,1\,2 \end{array}$$

2. Pokladní měla v pokladně hotovost 5 000 Kč. Během dne vydávala a přijímala peníze. Postupně vydala dvakrát 250 Kč, přijala 20 Kč, přijala pětkrát 65 Kč, vydala 120 Kč, přijala 50 Kč. Jaký byl stav hotovosti v pokladně na konci pracovní doby?

3. V trojúhelníku mají dvě strany délky 5 cm a 7 cm. Určete, která z úseček může být třetí stranou tohoto trojúhelníka? Úsečky mají délku: 20 cm, 14 cm, 6 cm a 2 cm.

4. Těleso na obrázku je složeno z dílů dětské stavebnice. Nakreslete co uvidíte, když se na toto těleso díváte shora.



5. Zuzana a Lída mají stejné množství peněz (více než 500 Kč). Kolik musí dát Zuzana Lídě, aby Lída měla o 30 Kč více než Zuzana?

6. V zápisu čísla 781765457 škrtněte tři číslice, aby vzniklé číslo bylo co největší a toto číslo zapište.

7. K „malým“ jednotkám délky ve středověkých Čechách patřilo ječné zrno (4,93 mm). 4 ječná zrna tvořila prst, 10 prstů píď a tři pídě pražský loket. Vyjádřete délku pražského lokte v decimetrech zaokrouhlenou na desetiny.

8. Podél rovného úseku silnice je zasázeno 30 topolů Jakou vzdálenost uběhl Mirek po tomto úseku silnice od prvního k poslednímu topolu, jestliže vzdálenost mezi jednotlivými topoly je 5 metrů?

9. V trojúhelníku ABC je úhel β třikrát větší než úhle α, úhel γ je dvakrát větší než třetina úhlu β. Určete velikosti úhlů α, β a γ.

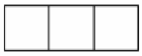
10. Pět koček chytí za 5 minut 5 myší. Kolik koček se stejnými schopnostmi chytí 100 myší za 100 minut?

3.9 Řešení pracovního listu č. 4

1. Viz obrázek:

$$\begin{array}{r} 74303 \\ \underline{-25491} \\ 48812 \end{array}$$

2. Na konci pracovní doby zbylo v pokladně 4 775 Kč.
3. Třetí stranou trojúhelníka může být úsečka s délkou 6 cm.
4. Viz obrázek:



5. Zuzana musí dát Lídě 15 Kč.
6. Hledané číslo je 876557 ($\cancel{7}8\cancel{1}765\cancel{4}57$).
7. Délka pražského lokte je 5,9 dm.
8. Mirek uběhl 145 metrů.
9. Velkosti úhlu jsou: $\alpha = 30°$, $\beta = 90°$ a $\gamma = 60°$.
10. Hledaný počet koček je 5.

4 Pracovní listy pro 7. třídu čí 2. stupeň osmiletého gymnázia

Využití pracovních listů
Příprava žáků na matematickou soutěž Pythagoriáda či jinou matematickou soutěž, ale mohou být i použity jako procvičování při výuce. Dále je můžeme využít k přípravě na srovnávací testy, jelikož úlohy, které se vyskytují ve srovnávacích testech, jsou založeny na stejném principu jako úlohy v Pythagoriádě.

Metodický a didaktický komentář
Úlohy můžeme zadat jako samostatnou či skupinovou práci nebo jako procvičování na doma. Každý ze čtyř pracovních listů se skládá z deseti úloh a čas na jeho vypracování je 45 minut (jedna vyučovací hodina). Za každou správně vyřešenou úlohu se uděluje jeden bod, za chybné řešení se body neodečítají. Maximum bodů je deset. Aby se žák stal úspěšným řešitelem, musí mít alespoň šest bodů.

Pomůcky

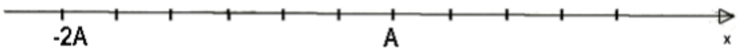
- pracovní list
- psací potřeby
- rýsovací potřeby

Klíčové kompetence

- kompetence k řešení problému: Žák samostatně (či skupinově) řeší problémy. Při jejich řešení využívá matematické nebo logické postupy. Využívá svých dosavadních vědomostí a dovedností k tomu, aby objevoval různé způsoby řešení. Nenechá se odradit případným nezdarem. Dokáže ověřit správnost výsledku.
- kompetence komunikativní: Žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky, dokáže vést s ostatními žáky plynulou diskusi a správnou argumentací obhajovat své úvahy.
- kompetence sociální a personální: Žák efektivně spolupracuje ve skupině při řešení úkolu. Podílí se na vytváření příznivé atmosféry skupiny. Pozitivně ovlivňuje práci celé skupiny. Respektuje názory ostatních žáků. V případě potřeby dokáže poskytnout pomoc ostatním žákům nebo dokáže požádat o pomoc.
- kompetence pracovní: Žák využívá znalosti a zkušenosti, které získal v jednotlivých vzdělávacích oblastech, pro svůj osobní rozvoj a přípravu na budoucnost.

4.1 Pracovní list č. 1

1. Na číselné ose jsou vyznačeny obrazy čísel $-2A$ a A. Vyznačte na číselné ose obraz čísla 0.



2. Součet všech prvočísel, kterými je dělitelné číslo 60, vynásobte součinem všech složených čísel, kterými je dělitelné číslo 12. Zapište výsledek.

3. Babička nasušila 600 gramů hub. Kolik čerstvých hub na ně použila, jestliže houby sušením ztratily 85 % své hmotnosti?

4. Novákovi jeli na návštěvu k příbuzným, z domova vyšli v 7 hodin 20 minut. Cesta na nádraží jim trvala čtvrt hodiny, potom 10 minut čekali na vlak. Tím cestovali $\frac{4}{5}$ hodiny, po vystoupení čekali 20 minut na autobus a v 9 hodin 20 minut z něho vystoupili u příbuzných na návsi. Jak dlouho jeli autobusem?

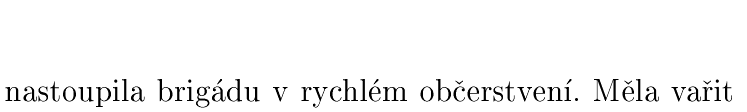
5. Doplňte do políček kladná celá čísla tak, aby součin čísel v libovolných třech po sobě jdoucích políčkách byl roven 123. Které číslo bude napsáno v šedě vybarveném políčku?

	1					3		

6. Při kontrole na konci školního roku zjistil ředitel, že $\frac{2}{3}$ lavic jsou otlučené, polovina je pokreslená a $\frac{1}{4}$ je otlučená i pokreslená. Pouze 2 lavice ve třídě byly nepoškozené. Kolik lavic je ve třídě?

7. Vypočítejte velikosti úhlů α, β v trojúhelníku ABC, jestliže úhel $\gamma = 70°$ a úhel α je o 20° větší než úhel β.

8. Zapište co nejjednodušeji číslo, kterým musíme vynásobit x, abychom dostali 1:

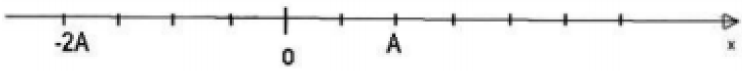


9. Pavlína nastoupila brigádu v rychlém občerstvení. Měla vařit čaj a kávu pomocí rychlovarné konvice. Měla k dispozici velkou konvici, která uvaří 1,5 l vody za 5 minut a malou, která uvaří 0,75 l vody za 3 minuty. Za jaký nejkratší čas se dá uvařit 16,5 l vody? (Čas nalévání a vylévání konvice zanedbejte.)

10. Deset hrušek váží jako 15 jablíček, 9 jablíček váží jako 30 švestek. Kolik švestek váží jedna hruška?

4.2 Řešení pracovního listu č. 1

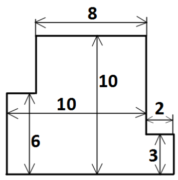
1. Viz obrázek:



2. Výsledné číslo je 2800.
3. Babička použila 4 kg čerstvých hub.
4. Novákovi jeli autobusem 27 minut.
5. V šedém políčku bude napsáno číslo 41.
6. Ve třídě je 24 lavic.
7. Velikost úhlu α je $65°$ a úhel β je $45°$.
8. Musíme vynásobit číslem 50.
9. Nejkratší čas, za který jde uvařit 16,5 l vody, je 30 minut.
10. Jedna hruška váží jako 5 kg švestek.

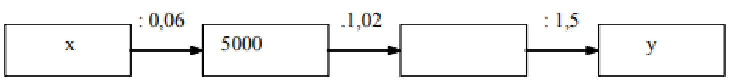
4.3 Pracovní list č. 2

1. Určete dělitele, který při dělení čísla 59 388 dává výsledek 185 a zbytek 3.
2. Aritmetický průměr čísel a, b, c je roven 20, aritmetický průměr čísel a, b je roven 16. Urči číslo c.
3. Novákovi si pro zahrádku koupili pozemek znázorněný na obrázku. Jakou má plochu? (Údaje jsou v metrech.)



4. Babeta a Žofka četly stejnou knihu. Babeta přečetla denně 15 stran, Žofka 12 stran. Babeta přečetla knihu o 3 dny dříve než Žofka. Kolik stran měla kniha?
5. Tomáš koupil knihu, která i s 15% daní z přidané hodnoty stála 345 Kč. Kolik stojí tato kniha nyní, jestliže je zatížena desetiprocentní daní z přidané hodnoty?
6. V trojúhelníku ABC je úhel α o 24° menší než úhel β a úhel γ je roven polovině součtu úhlů α a β. Vypočítejte velikost úhlu γ.
7. Naplní-li řidič nádrž automobilu do čtyř pětin, vydrží přesně na 600 kilometrů. Na kolik kilometrů vydrží polovina nádrže při stejné průměrné spotřebě?
8. V zahradnictví mají připravené květináče. Sloupec tvořený 20 květináči má výšku 90 cm, výška sloupce tvořeného 13 květináči je 62 cm. Jaká je výška jednoho květináče?

9. Existuje kvádr s celočíselnými rozměry, který má objem 15 m^3 a povrch 46 m^2? Pokud ano, jaké má rozměry?
10. Určete x, y:



4.4 Řešení pracovního listu č. 2

1. Hledaným dělitelem je číslo 321.
2. Číslo c se rovná 28.
3. Plocha pozemku je 98 m^2.
4. Kniha měla 180 stran.
5. Nyní tato kniha stojí 330 Kč.
6. Velikost úhlu γ je $60°$.
7. Polovina nádrže vydrží na 375 km.
8. Jeden květináč je vysoký 14 cm.
9. Ano existuje a jeho rozměry jsou 5, 3 a 1 metr.
10. $x = 300$, $y = 3\ 400$

4.5 Komentované řešení pracovního listu č. 2

4.5.1 První úloha

Zadání

Určete dělitele, který při dělení čísla 59 388 dává výsledek 185 a zbytek 3. [19]

Řešení

Naším úkolem je najít takové číslo, kterým když vydělíme číslo 59 388, dostaneme výsledek 185 a zbytek 3. Začneme tím, že se nejdříve zbavíme zbytku. To uděláme tak, že dělené číslo (59 388) zmenšíme o zbytek (3): $59\,388 - 3 = 59\,385$. Tento krok nám pomohl v tom, že pokud nyní vydělíme naším dělitelem číslo 59 385, dostaneme číslo 185 beze zbytku.

Nyní určíme našeho dělitele podle následující úvahy. Jestliže číslo 59 385 dělené naším číslem dává výsledek 185, musí také platit, že číslo 59 385 dělené číslem 185 dává jako výsledek naše číslo. Můžeme tedy spočítat naše číslo: $59\,385 \div 185 = 321$. Výpočtem jsme zjistili hodnotu našeho čísla. Ověříme jeho správnost zkouškou: $59\,388 \div 321 = 185$ zbytek 3. Zkouška nám vyšla, takže hledaným dělitelem je číslo 321.

Slovní odpověď: Hledaným dělitelem je číslo 321.

Jiný způsob řešení

Můžeme také úlohu vyřešit pomocí rovnice. Hledaný dělitel si označíme jako x a zbytek vyjádříme ve tvaru[4] $\frac{3}{x}$. Sestavíme rovnici a vyřešíme ji:

$$
\begin{aligned}
59388 \div x &= 185 + \frac{3}{x}, \\
59388 &= 185x + 3, \\
59385 &= 185x, \\
321 &= x
\end{aligned}
$$

Naším hledaným dělitelem je číslo 321.

4.5.2 Druhá úloha

Zadání

Aritmetický průměr čísel a, b, c je roven 20, aritmetický průměr čísel a, b je roven 16. Urči číslo c. [19]

Řešení

Aritmetický průměr čísel se počítá tak, že si vytvoříme zlomek, v jehož čitateli je součet čísel a ve jmenovali je počet čísel. Víme, že aritmetický součet čísel a, b a c je roven 20. Tedy: $\frac{a+b+c}{3} = 20$. Pokud si rovnici vynásobíme třemi, zjistíme, že součet čísel a, b a c se rovná 60 ($a + b + c = 60$).

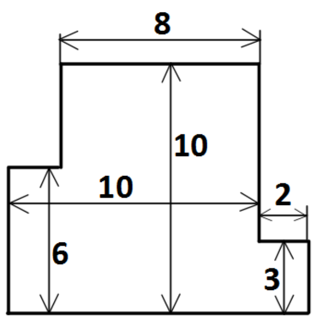
[4]Znamená to, že nám zbývá vydělit číslo 3 dělitelem x

Dále ze zadání víme, že součet čísel a a b je roven 16, neboli: $\frac{a+b}{2} = 16$. Můžeme si tuto rovnici vynásobit dvěma a dostaneme, že součet čísel a a b se rovná 32 ($a + b = 32$).
Zjistili jsme součet čísel a a b, můžeme tedy v první rovnici nahradit jejich součet číslem 32 ($32 + c = 60$). Aby platila rovnost, musí se číslo c rovnat 28.

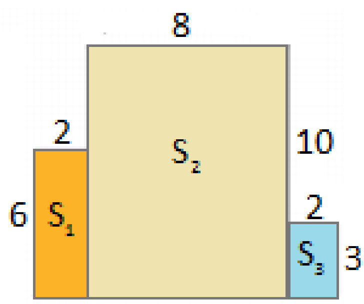
Slovní odpověď: Číslo c se rovná 28.

4.5.3 Třetí úloha

Zadání
Novákovi si pro zahrádku koupili pozemek znázorněný na obrázku. Jakou má plochu? (Údaje jsou v metrech.) [19]



Řešení
Abychom mohli určit, jakou plochu má pozemek, musíme si ho rozdělit na takové části, u kterých budeme umět spočítat plochu.

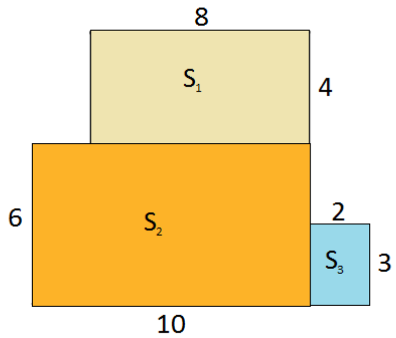


Pozemek jsme si rozdělili na tři obdélníkové části. Pokud určíme plochu každé z nich, a poté jejich plochy sečteme, dostaneme plochu celého pozemku. Jako první spočítáme plochu S_1.

Plocha S_1 má délku 6 metrů a šířku 2 metry. Její plochu určíme jako obsah obdélníka ($S = a \cdot b$). Obsah plochy S_1 je 12 m^2 ($6 \cdot 2 = 12$). Plocha S_2 má délku 10 metrů a šířku 8 metrů, takže její obsah je 80 m^2 ($8 \cdot 10 = 80$). Poslední plocha S_3 má délku 3 metry a šířku 2 metry a její obsah je 6 m^2 ($3 \cdot 2 = 6$).
Zjistili jsme plochu každé části, můžeme tedy určit plochu celého pozemku:
$S_1 + S_2 + S_3 = 12 + 80 + 6 = 98$. Pozemek má plochu 98 m^2.

Slovní odpověď: Plocha pozemku je 98 m^2.

Jiný způsob rozdělení plochy
Plochu si můžeme rozdělit i takto:



Plocha S_1 má obsah 32 m^2, plocha S_2 má obsah 60 m^2 a plocha S_3 má obsah 6 m^2. Plocha celého pozemku je 98 m^2 ($32 + 60 + 6 = 98$).

4.5.4 Čtvrtá úloha

Zadání
Babeta a Žofka četly stejnou knihu. Babeta přečetla denně 15 stran. Žofka 12 stran. Babeta přečetla knihu o 3 dny dříve než Žofka. Kolik stran měla kniha? [19]

Řešení
Naším úkolem je zjistit, kolik stran měla kniha. Víme, že Babeta přečte denně 15 stránek a Žofka 12 stran. Také víme, že Babeta přečte knihu o tři dny dříve. Z toho dostaneme, že Žofka za tři dny, o které čte déle, přečte celkem 36 stránek ($12 \cdot 3 = 36$).
Kdyby Babeta přečetla knihu za jeden den, přečetla by 15 stránek. Žofka by za jeden den přečetla 12 stránek, ale víme, že Žofka čte o tři dny déle, musíme tedy k počtu přečtených stránek, za jeden den, přičíst ještě 36 stránek. Celkem by Žofka přečetla 48 stránek. Vidíme že se nám počty přečtených stránek obou děvčat neshodují. Musíme najít takový počet dnů, aby se počty přečtených stránek shodovaly. Uděláme si jednoduchou tabulku, kde v prvním sloupci bude počet dní, ve druhém počet stránek, které přečte Babeta, za daný počet dní a ve třetím sloupci počet stránek, které přečte Žofka, za daný počet dní plus 36 stránek. Budeme počet dní zvyšovat, dokud se počty přečtených stránek obou dívek nebudou shodovat.

Počet dní	**Babeta**	**Žofka**
1	15	$12 + 36 = 48$
2	30	$24 + 36 = 60$
3	45	$36 + 36 = 72$
10	150	$120 + 36 = 156$
11	165	$132 + 36 = 168$
12	180	$144 + 36 = 180$

Našli jsme takový případ, kdy se počty přečtených stránek shodují, můžeme určit, kolik stran má kniha. Kniha má 180 stran.
Provedeme zkoušku. Jestliže kniha má 180 stran a Babeta přečte za jeden den 15 stran, bude knihu číst 12 dní. Žofka přečte za jeden den 12 stran, takže knihu bude číst 15 dní, což je o tři dny déle, než Babeba.

Slovní odpověď: Kniha měla 180 stran.

4.5.5 Pátá úloha

Zadání
Tomáš koupil knihu, která i s 15% daní z přidané hodnoty stála 345 Kč. Kolik stojí tato kniha nyní, jestliže je zatížena desetiprocentní daní z přidané hodnoty? [19]

Řešení
Víme, že cena knihy včetně 15% daně z přidané hodnoty stojí 345 Kč. Cena včetně 15% daně se vypočítá tak, že k ceně výrobku, kterou stanoví prodejce, se přičte 15 % z ceny výrobku. Takže cena výrobku s daní se dá vyjádřit v procentech, jako 115 % (100 % je cena výrobku, 15 % je daň, čili dohromady 115 %).
Vytvoříme si zápis:

$$115\ \%\ldots\ldots\ldots.345$$
$$100\ \%\ldots\ldots\ldots.x$$

Abychom zjistili, kolik Kč stojí kniha bez daně, použijeme trojčlenu. V našem případě se jedná o přímou úměrnost, protože se zvyšujícími procenty se bude zvyšovat cena. Dostáváme rovnici:

$$\begin{aligned} \frac{100}{115} &= \frac{x}{345} \\ \frac{100 \cdot 345}{115} &= x \\ \frac{34500}{115} &= x \\ 300 &= x \end{aligned}$$

Vypočítali jsme, že cena knihy bez daně z přidané hodnoty stojí 300 Kč. Naším úkolem je zjistit cenu knihy s 10% daní. Zjistíme, kolik Kč je 10 % z ceny, a poté ji přičteme k základní ceně.

$$100\,\% \ldots\ldots\ldots 300$$
$$10\,\% \ldots\ldots\ldots x$$
$$\frac{10}{100} = \frac{x}{300}$$
$$\frac{30 \cdot 100}{100} = x$$
$$\frac{3000}{100} = x$$
$$30 = x$$

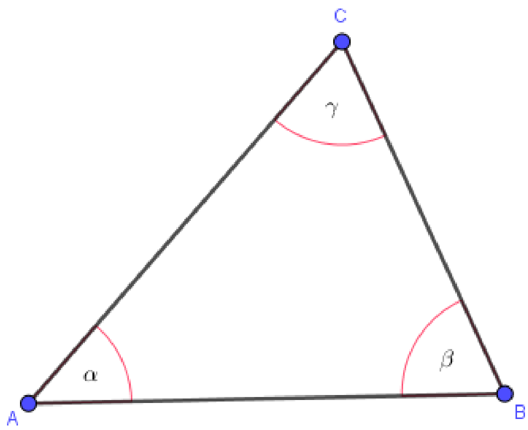
Zjistili jsme, že 10 % ze ceny je 30 Kč. Můžeme určit cenu knihy včetně desetiprocentní daně. Kniha nyní stojí 330 Kč ($300 + 30 = 330$).

Slovní odpověď: Nyní tato kniha stojí 330 Kč.

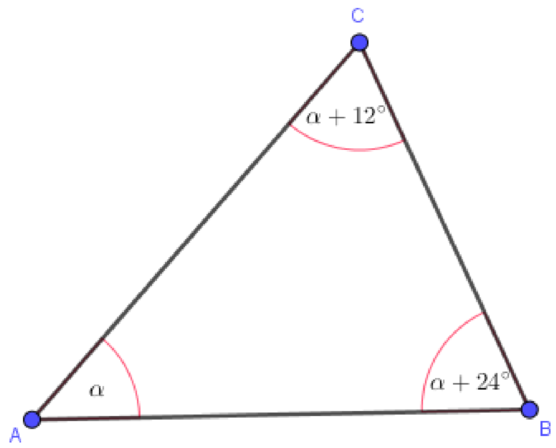
4.5.6 Šestá úloha

Zadání
V trojúhelníku ABC je úhel α o 24° menší, než úhel β a úhelγ je roven polovině součtu úhlů α a β. Vypočítej velikost úhlu γ. [19]

Řešení
Načrtneme si trojúhelník ABC a označíme si úhly při vrcholech.



Ze zadání víme, že úhel β je o $24°$ vetší než úhel α. Můžeme ho tedy vyjádřit jako: $\beta = \alpha + 24°$. Dále víme, že úhel γ je roven polovině součtu úhlů α a β. Tedy: $\frac{\alpha+\beta}{2}$. Úhel β jsme si již vyjádřili, můžeme ho nahradit vyjádřením $\alpha + 24°$. Dostaneme: $\frac{\alpha+\alpha+24°}{2} = \frac{2\alpha+24°}{2} = \frac{2\cdot(\alpha+12°)}{2} = \alpha + 12°$. Zjišťujeme, že úhel γ můžeme vyjádřit jako: $\alpha + 12°$. Můžeme si v náčrtku nahradit úhly β a γ odpovídajícím vyjádřením.



Dále využijeme pravidlo, že součet úhlů v trojúhelníku musí být roven $180°$. Tedy: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Úhly β a γ jsme si již vyjádřili, můžeme za ně dosadit. Dostáváme:

$$\begin{aligned}
\alpha + \beta + \gamma &= 180° \\
\alpha + \alpha + 24° + \alpha + 12° &= 180° \\
3\alpha + 36° &= 180° \\
3\alpha &= 144° \\
\alpha &= 48°
\end{aligned}$$

Vypočítali jsme si velikost úhlu α, můžeme určit velikost úhlu γ: $\gamma = \alpha + 12° = 48° + 12° = 60°$.

Slovní odpověď: Velikost úhlu γ je $60°$.

4.5.7 Sedmá úloha

Zadání

Naplní-li řidič nádrž automobilu do čtyř pětin, vydrží přesně na 600 kilometrů. Na kolik kilometrů vydrží polovina nádrže při stejné průměrné spotřebě? [19]

Řešení

Naším úkolem je zjistit, kolik kilometrů ujede automobil s polovinou nádrže. Víme, že když má nádrž naplněnou do čtyř pětin, vystačí mu na 600 km. Můžeme určit, kolik kilometrů ujede automobil s jednou pětinou nádrže. Automobil ujede s jednou pětinou nádrže 150 km ($600 \div 4 = 150$).

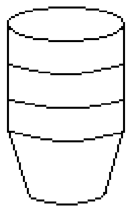
Víme, že nádrž je rozdělena na pětiny. Takže polovina nádrže jsou tři pětiny. Vypočítali jsme si, kolik kilometrů ujede automobil na jednu pětinu nádrže. Můžeme tedy vypočítat, kolik kilometrů ujede automobil na tři pětiny nádrže. Z výpočtu nám vyšlo, že na tři pětiny nádrže vydrží automobilu na 450 km ($150 \cdot 3 = 450$).

Slovní odpověď: Polovina nádrže vydrží na 375 km.

4.5.8 Osmá úloha

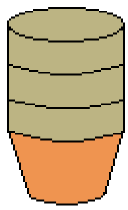
Zadání

V zahradnictví mají připravené květináče. Sloupec tvořený 20 květináči má výšku 90 cm, výška sloupce tvořeného 13 květináči je 62 cm. Jaká je výška jednoho květináče? [19]



Řešení

Ze zadání vidíme, že květináče jsou vkládány do sebe. Můžeme si tedy květináč rozdělit na dvě části- horní a spodní. Horní část bude hrdlo květináče a spodní část bude od hrdla dolů. Můžeme si je odlišit barevně:



Vidíme, že pokud bychom dali do sebe tři květináče, bude se tento sloupec květináčů skládat z jedné spodní části a třech horních částí.
Víme, že první sloupec 20 květináčů má výšku 90 cm. Sloupec bude tvořen jednou spodní částí a dvaceti horními částmi. Druhý sloupec 13 květináčů má výšku 62 cm. Skládá se z jedné spodní části a třinácti horních částí. Zjišťujeme, že první sloupec je o sedm horních částí vyšší, než druhý sloupec, a také je vyšší o 28 cm. Z toho plyne, že sedm horních částí musí měřit 28 cm. Vypočítáme si, kolik cm měří jedna horní část. Jedna horní část květináče měří 4 cm ($28 \div 7 = 4$).

Zbývá nám určit, kolik cm měří spodní část. Určili jsme si, že sloupec třinácti květináčů se skládá z jedné spodní části a třinácti horních částí a měří 62 cm. Výšku horní části jsme si již vypočítali, tedy celá horní část bude měřit 52 cm ($13 \cdot 4 = 52$). My však víme, že tento sloupec měří 62 cm. Zjišťujeme, že spodní část květináče musí měřit 10 cm, aby výška sloupce byla 62 cm ($52 + 10 = 62$).
Vypočítali jsme si výšku horní a spodní části květináče, můžeme určit výšku jednoho květináče. Výška jednoho květináče je 14 cm ($10 + 4 = 14$).

Slovní odpověď: Jeden květináč je vysoký 14 cm.

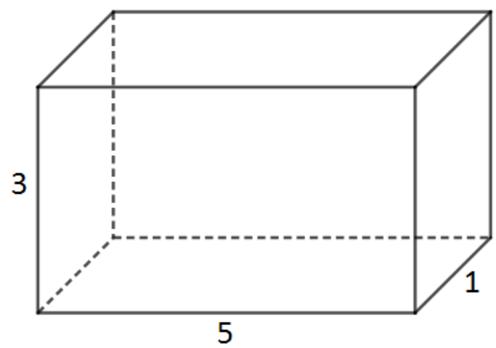
4.5.9 Devátá úloha

Zadání
Existuje kvádr s celočíselnými rozměry, který má objem 15 m^3 a povrch 46 m^2? Pokud ano, jaké má rozměry? [19]

Řešení
Objem kvádru dostaneme jako součin délky, šířky a výšky kvádru. Rozložíme tedy zadaný objem na součin prvočísel. Dostaneme:

$$15 = 5 \cdot 3 \cdot 1$$

Objem jsme dokázali rozložit na součin tří čísel, tedy jeho strany jsou dlouhé 5 metrů, 3 metry a 1 metr. Načrtneme si kvádr.



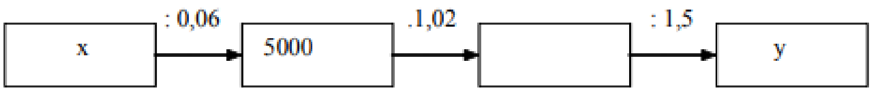
Musíme ještě ověřit, že povrch kvádru je 46 m^2. Povrch kvádru určíme tak, že sečteme obsahy všech jeho stěn. Čelní stěna má rozměry 5 metrů a 3 metry. Její obsah je 15 m^2 ($5 \cdot 3 = 15$). Stejný obsah bude mít i zadní stěna, protože má stejné rozměry. Tedy její obsah je také 15 m^2. Levá boční stěna kvádru má rozměry 3 metry a 1 metr. Její obsah je 3 m^2 ($3 \cdot 1 = 3$). Pravá boční stěna má stejný obsah jako levá, tedy 3 m^2. Poslední nám chybí zjistit obsahy spodní a vrchní stěny. Vrchní stěna, o rozměrech 5 metrů a 1 metr, má stejný obsah jako spodní stěna. Obsah vrchní a spodní stěny je 5 m^2 ($5 \cdot 1 = 5$).

Nyní sečteme obsahy všech stěn a zjistíme povrch našeho kvádru: $15 + 15 + 3 + 3 + 5 + 5 = 46$. Povrch kvádru je 46 m^2. Povrch našeho kvádru se shoduje s povrchem uvedeným v zadání. To znamená, že existuje kvádr s celočíselnými rozměry, který má objem 15 m^3 a povrch 46 m^2.

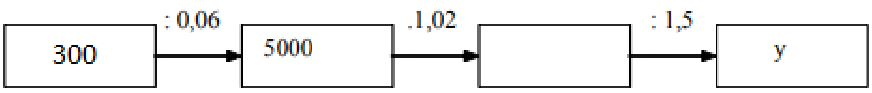
Slovní odpověď: Ano existuje a jeho rozměry jsou 5, 3 a 1 metr.

4.5.10 Desátá úloha

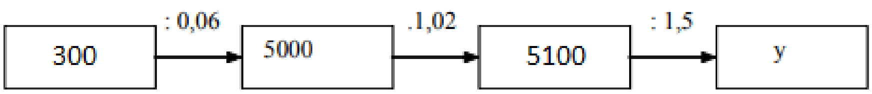
Zadání
Určete x, y: [18]



Řešení
Ze zadání vidíme, že když číslo x vydělíme číslem 0,06, dostaneme číslo 5 000. Použijeme obrácený postup. Pokud číslo 5 000 vynásobíme číslem 0,06, dostaneme číslo x. Číslo x se rovná 300 ($5\ 000 \cdot 0{,}06 = 300$).



V dalším kroku vynásobíme číslo 5 000 číslem 1,02 a dostaneme číslo 5 100.



Poslední operace, která nám zbývá, je vydělit číslo 5 100 číslem 1,5 a dostaneme hodnotu čísla y. Číslo y se rovná 3 400.

Odpověď: $x = 300$, $y = 3\ 400$

4.6 Pracovní list č. 3

1. Vypočítej a výsledek zapiš v hektarech: 13 000 m^2 + 0,3 km^2 +620 a =

2. Které slovo dostanete, vyškrtáte-li všechna středově souměrná písmena?

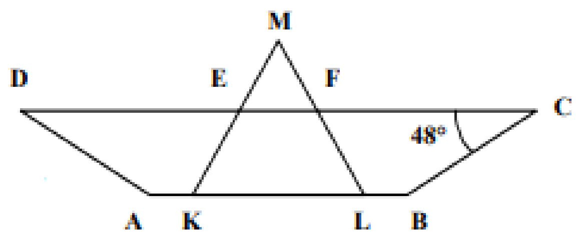
   OXPNOSAZLHEIHCS

3. David říká: „Když při cestě do školy ujdu o 300 metrů více, než jsou její $\frac{2}{5}$, mám za sebou právě 1 km. Jak daleko to má David z domova do školy?

4. Z 800 žáků střední školy tvoří dívky 65 %. Vyznamenání mělo 52 dívek a 15 % chlapců. Kolik žáků školy má vyznamenání?

5. Jestliže Martin vyjde z chaty v 7 : 00 hodin rychlostí 4 km/h, přijde na autobusovou zastávku v 9 hodin 15 minut. V kolik hodin nejpozději musí vyjít, půjde-li rychlostí 6 km/h a má na zastávku přijít ve stejnou dobu?

6. Na obrázku vpravo je rovnoramenný lichoběžník $ABCD$, trojúhelník KLM je rovnostranný. Určete velikost úhlu KEF.



7. Doplňte následující tři čísla: $1, 1, 2, 6, 24, 120, ...$

8. O kolik cm se zvýší hladina vody v nádrži s rozměry dna 40 cm x 60 cm hluboké 1 m, jestliže do ní vhodíme kámen o objemu 3 dm^3 ? Kámen je zcela ponořen a žádná voda nevytekla. Výsledek zapište v centimetrech, nezaokrouhlujte.

9. Paní učitelka napsala na tabuli číslo a řekla žákům: „Přičtěte k tomuto číslu 20 a výsledek pak vydělte číslem 16.“ Vojtovi vyšlo 1, ale trochu to popletl: přičetl k zadanému číslu 16 a výsledek vydělil číslem 20. Co vyšlo Anežce, která počítala správně?

10. Petřík sestavil krychli ze 64 malých krychliček. Každá krychlička má objem 8 cm^3. Určete povrch krychle v cm^2.

4.7 Řešení pracovního listu č. 3

1. Výsledek je 37,5 ha.
2. Dostaneme slovo **PALEC**.
3. David to má z domova do školy 1,75 km (1 750 m).
4. Vyznamenání má 94 žáků.
5. Martin musí vyjít v 7 hodin 45 minut.
6. Velikost úhlu KEF je 120°.
7. Dalšími třemi čísly jsou čísla 720, 5 040 a 40 230.
8. Hladina vody se zvýší o 1,5 cm.
9. Anežce vyšel výsledek 1,5.
10. Povrch krychle je 384 cm^2.

4.8 Pracovní list č. 4

1. Vypočítejte: $0,03\ \mathrm{km}^2 + 1,7$ a $+12\ 500\ \mathrm{m}^2$ a výsledek zapište v hektarech.

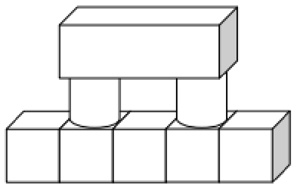
2. Zapište arabskými číslicemi: **MCDLXIV**.

3. V 10 : 00 vyšel rychlostí 5 km/h hajný z hájovny směrem do města. V 10 : 20 vyjel za ním na kole jeho syn Pepík a dohonil ho v půl jedenácté. Jakou rychlostí jel Pepík ?

4. Který z úhlů $\alpha = 28,4°$, $\beta = (28\frac{5}{12})°$, $\gamma = 34° - 5°26'$ je největší a který nejmenší?

5. V nádrži bylo 620 litrů vody. Do prvního zásobníku z ní odčerpali 120 litrů, do druhého třikrát více než do třetího. V nádrži pak zbylo 20 litrů vody. Kolik litrů vody odčerpali do třetího zásobníku?

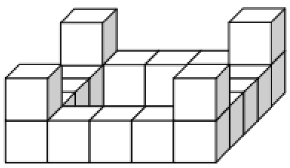
6. Těleso na obrázku je složeno z dílů dětské stavebnice. Nakreslete co uvidíte, když se na toto těleso díváte shora?



7. Na mapě v měřítku 1 : 150 000 naměřil Toník vzdálenost z Dolní Lhoty do Horní Lhoty přesně 12 cm. V kolik hodin musí vyjít z Dolní Lhoty, aby do Horní Lhoty přišel při průměrné rychlosti 6 km/h přesně v 17 hodin 20 minut?

8. Tyč byla rozdělena na tři díly v poměru 2 : 3 : 8. Nejkratší díl byl o 72 cm kratší než nejdelší. Kolik metrů měřila původní tyč?

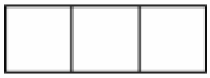
9. Těleso na obrázku je složeno z krychliček s délkou hrany 2 cm. Jaký povrch má toto těleso?



10. Myslel jsem si číslo. Násobil jsem ho třemi, k součinu jsem přidal 6, součet jsem dělil dvěma. Dostal jsem dvojciferné číslo s ciferným součtem 9. Jeho číslice na místě desítek je o 5 větší než počet jeho jednotek. Které číslo jsem si myslel?

4.9 Řešení pracovního listu č. 4

1. Výsledek je 4,267 ha.
2. Zápis v arabských číslicích: 1464.
3. Pepík jel rychlostí 15 km/h.
4. Největší úhel je γ a nejmenší α.
5. Do třetího zásobníku odčerpali 120 litrů.
6. Viz obrázek:



7. Tomík musí vyrazit ve 14 hodin 20 minut.
8. Původní tyč měřila 1,56 metrů.
9. Těleso má povrch 320 cm^2
10. Myslel jsem si číslo 46.

5 Pracovní listy pro 8. třídu či 3. stupeň osmiletého gymnázia

Využití pracovních listů
Příprava žáků na matematickou soutěž Pythagoriáda či jinou matematickou soutěž, ale mohou být i použity jako procvičování při výuce. Dále je můžeme využít k přípravě na srovnávací testy, jelikož úlohy, které se vyskytují ve srovnávacích testech, jsou založeny na stejném principu jako úlohy v Pythagoriádě.

Metodický a didaktický komentář
Úlohy můžeme zadat jako samostatnou či skupinovou práci nebo jako procvičování na doma. Každý ze čtyř pracovních listů se skládá z deseti úloh a čas na jeho vypracování je 45 minut (jedna vyučovací hodina). Za každou správně vyřešenou úlohu se uděluje jeden bod, za chybné řešení se body neodečítají. Maximum bodů je deset. Aby se žák stal úspěšným řešitelem, musí mít alespoň šest bodů.

Pomůcky

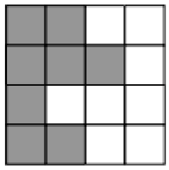
- pracovní list
- psací potřeby
- rýsovací potřeby

Klíčové kompetence

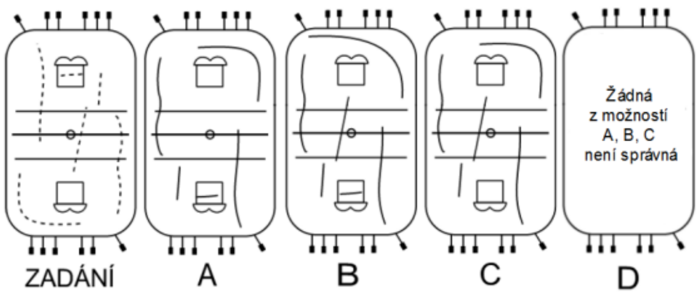
- kompetence k řešení problému: Žák samostatně (či skupinově) řeší problémy. Při jejich řešení využívá matematické nebo logické postupy. Využívá svých dosavadních vědomostí a dovedností k tomu, aby objevoval různé způsoby řešení. Nenechá se odradit případným nezdarem. Dokáže ověřit správnost výsledku.
- kompetence komunikativní: Žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky, dokáže vést s ostatními žáky plynulou diskusi a správnou argumentací obhajovat své úvahy.
- kompetence sociální a personální: Žák efektivně spolupracuje ve skupině při řešení úkolu. Podílí se na vytváření příznivé atmosféry skupiny. Pozitivně ovlivňuje práci celé skupiny. Respektuje názory ostatních žáků. V případě potřeby dokáže poskytnout pomoc ostatním žákům nebo dokáže požádat o pomoc.
- kompetence pracovní: Žák využívá znalosti a zkušenosti, které získal v jednotlivých vzdělávacích oblastech, pro svůj osobní rozvoj a přípravu na budoucnost.

5.1 Pracovní list č. 1

1. Vypočítejte: $0{,}04 \cdot 0{,}9 - 0{,}042 \div 0{,}6 =$
2. Deset krav spotřebovalo za týden 140 kg krmiva. Na jak dlouho vydrží třem kravám 120 kg krmiva při stejné spotřebě?
3. Mamince je 25 let. Kolik let je její dceři, jestliže za 6 let bude součet jejich věků 40 let?
4. Obsah vybarveného útvaru je 288 cm^2. Jaký je jeho obvod?



5. Počet stromů se po požáru snížil o 20 %. O kolik procent se počet stromů v tomto roce musí zvýšit, aby se vrátil do původního stavu?
6. V hledišti divadla je 26 řad po 24 sedadlech. Všechna sedadla jsou očíslována počínaje od první řady. Ve které řadě se nachází sedadlo s číslem 375?
7. Nádoba s vodou má hmotnost 28 kg. Jestliže odlijeme čtvrtinu vody, má nádoba s vodou hmotnost 22 kg. Jaká je hmotnost prázdné nádoby?
8. Pět strojů spotřebuje za 6 hodin elektřinu v hodnotě 120 Kč. Za jak dlouho spotřebují 3 stroje elektřinu za 180 Kč?
9. Jak daleko od hlavního města Brazílie São Paula leží Rio de Janeiro, jestliže jsou tato města na mapě s měřítkem 1 : 5 000 000 zobrazena 7 cm od sebe?
10. Na obrázcích jsou půdorysy stolního ledního hokeje - hračky pro děti. Na prvním obrázku jsou čárkovaně zobrazeny dráhy všech šesti hráčů jednoho týmu. Vyberte z možností $A - D$ tu, která zobrazuje dráhy hráčů druhého týmu tak, aby dráhy všech hráčů obou týmů tvořily středově souměrný útvar podle vyznačeného středu hřiště.



5.2 Řešení pracovního listu č. 1

1. Výsledek: $-0{,}034$.
2. Kravám vydrží 120 kg krmiva 20 dní.
3. Její dceři jsou 3 roky.
4. Obvod vybarveného útvaru je 96 cm.
5. Počet stromů se musí zvýšit o 25 %.
6. Sedadlo s číslem 375 se nachází v 16. řadě.
7. Prázdná nádoba váží 4 kg.
8. Tři stroje spotřebují za 15 hodin elektřinu v hodnotě 180 Kč.
9. Leží ve vzdálenosti 350 km.
10. Správná možnost: D.

5.3 Pracovní list č. 2

1. Určete hodnotu výrazu $x^2 - xy - y^2 - (x+y)^2$ pro hodnoty proměnných $x = -1$, $y = -2$.

2. Rozdíl čísel 290 a 270 představuje 20 % myšleného čísla. Jaké je myšlené číslo?

3. Vzdálenost 5 km 5 m 555 cm převeďte na cm.

4. Vlak jedoucí průměrnou rychlostí 160 km/h ujede vzdálenost mezi dvěma městy za 2 hodiny a 15 minut. Jakou délkou je znázorněna trasa vlaku na mapě s měřítkem 1 : 1 500 000?

5. V pravoúhlé soustavě souřadnic je narýsován čtverec $ABCD$. Vrcholy čtverce jsou určeny souřadnicemi: $A[2;6]$, $B[6;6]$, $C[6;2]$, $D[2;2]$. Urči souřadnice průsečíku S úhlopříček čtverce $ABCD$.

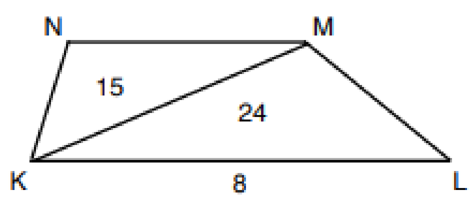
6. Na účet jsme vložili 15 000 Kč. Kolik korun budeme mít na účtu přesně za 2 roky, jestliže ročně činí úroky 5 % a peníze z účtu nevybíráme?

7. Dálnice z Prahy do Brna je dlouhá 200 km. Jestliže František pojede průměrnou rychlostí 100 km/h a Emil průměrnou rychlostí 120 km/h, o kolik minut bude Emil v Brně dříve?

8. Čtvercová parcela má plochu 6 400 m^2. Do rohů parcely a pak každých 5 metrů potřebujeme betonový sloupek pro budoucí oplocení. Kolik sloupků je třeba objednat?

9. Ze 30 žáků 8. třídy jsou $\frac{2}{5}$ chlapců a z nich se $\frac{1}{4}$ učí hrát na hudební nástroj. Hře na hudební nástroj se věnuje též 6 dívek této třídy. Kolik procent žáků této třídy nehraje na žádný hudební nástroj?

10. Lichoběžník se základnou 80 mm je rozdělený úhlopříčkou na dva trojúhelníky s obsahem 24 a 15 cm^2. Vypočítejte délku druhé základny v centimetrech.

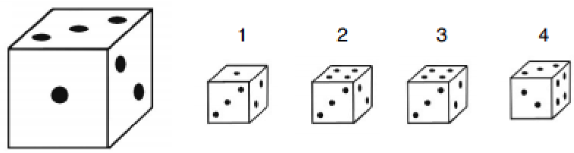


5.4 Řešení pracovního listu č. 2

1. Hodnota výrazu je -14.
2. Myšlené číslo je 100.
3. Vzdálenost je 501 055 cm.
4. Trasa vlaku na mapě je znázorněna délkou 24 cm.
5. Souřadnice průsečíku: $S[4; 4]$.
6. Po dvou letech budeme na účtě mít 16 537,5 Kč.
7. Emil bude v Brně o 20 minut dříve než František.
8. Je potřeba objednat 64 sloupků.
9. Na hudební nástroj nehraje 70 % žáků.
10. Délka druhé základny je 5 cm.

5.5 Pracovní list č. 3

1. Zapište 6 hodin 14 minut a 24 sekund v minutách desetinným číslem.
2. Mražená zeleninová směs obsahuje mrkev, hrášek, květák a kukuřici v poměru 7 : 3 : 4 : 1. Kolik g hrášku je ve 0,45 kg této směsi?
3. V trojúhelníku o obvodu 48 cm jsou délky stran v poměru 5 : 6 : 5. Určete jeho obsah.
4. Za 20 vstupenek do kina a 6 vstupenek do divadla zaplatíme celkem 2640 korun. Za jeden lístek do divadla utratíme stejně jako za čtyři vstupenky do kina. O kolik korun je dražší vstupenka do divadla ?
5. Aritmetický průměr čísel 36; 96; 48; x; y je 62. Určete čísla x, y, jestliže víte, že jedno z nich je o 30 větší než druhé.
6. Vypočítej, výsledek zapiš zlomkem v základním tvaru: $\dfrac{1,5 - 0,5 \cdot \frac{3}{4}}{1\frac{1}{2} \div 2\frac{2}{3}}$
7. Pozemek je na mapě v měřítku 1 : 2 000 znázorněn čtvercem o obsahu 1,21 dm^2. Vypočítejte jeho skutečnou výměru a vyjádřete ji v hektarech. Nezaokrouhlujte.
8. Faktoriál přirozeného čísla je v matematice definován jako součin tohoto čísla a všech přirozených čísel menších než toto číslo. Kolik je faktoriál čísla 6?
9. Když Štěpán zaokrouhlil desetinné číslo x na setiny, dostal 3,53. Vypočítejte rozdíl největší a nejmenší možné hodnoty čísla x, víte-li, že mělo tři desetinná místa.
10. Zvolte odpovídající kostku ke vzoru:



5.6 Řešení pracovního listu č. 3

1. Výsledek: 374,4 minut.
2. V této směsi je 90 g hrášku.
3. Obsah trojúhelníka je 108 cm^2.
4. Vstupenka do divadla je dražší o 180 Kč.
5. Číslo x je 50 a číslo y je 80.
6. Výsledek: 2.
7. Skutečná výměra pozemku je 4,84 ha.
8. Faktoriál čísla 6 je 720.
9. Rozdíl největší a nejmenší možné hodnoty je 0,009.
10. Odpovídající kostka: 3.

5.7 Pracovní list č. 4

1. Vypočítej a výsledek zapiš v hektolitrech:

$$43\ 000\ \mathrm{dm}^3 + 0{,}03\ \mathrm{m}^3 + 2\ 600\ 000\ \mathrm{ml} =$$

2. Jestliže od pětiny neznámého čísla odečtu jeho osminu a výsledek vynásobím číslem 1,5, dostanu číslo 27. Určete neznámé číslo.

3. Které číslo nepatří mezi ostatní?

$$168\ ;\ 144\ ;\ 289\ ;\ 324\ ;\ 196\ ;\ 121\ ;\ 361$$

4. Vypočítejte obsah rovnoramenného trojúhelníka se základnou dlouhou 8 cm, jehož obvod je 18 cm.

5. Do školy chodí chlapci a 400 dívek. Kolo mají všichni chlapci a 368 dívek. Kolik chlapců chodí do školy, jestliže kolo má 96 % všech žáků a žákyň školy?

6. Uspořádejte daná čísla vzestupně, užijte znaky $<$ $=$

$$1{,}67\ ;\ \frac{5}{3}\ ;\ 1{,}66\ ;\ 1{,}6\bar{6}\ ;\ 1{,}7$$

7. Amálka, Bohunka a Cecilka našly dohromady 64 hub. Amálka jich má o 20 méně, než zbývající dvě děvčata celkem. Bohunka našla dvakrát více hub než Cecilka. Kolik hub našla každá z nich?

8. Je dána kružnice $k(S; 4\ cm)$ a přímka p, jejíž vzdálenost od bodu S je 1 cm. Kolik existuje kružnic o poloměru 2 cm, které mají s kružnicí k právě jeden společný bod a s přímkou p také právě jeden společný bod?

9. Vyjádři v hektarech výměru obdélníkového pozemku, jehož rozměry na mapě v měřítku 1 : 250 000 jsou 3 cm a 8 cm.

10. Tyč byla rozříznuta na poloviny, poté jednu část dále rozřízli na dva díly v poměru 3 : 4. Nejkratší díl, který takto dostali, měřil 27 cm. Určete původní délku tyče.

5.8 Řešení pracovního listu č. 4

1. Výsledek: 456,3 ha.
2. Neznámé číslo je 240.
3. Mezi ostatní čísla nepatří číslo 168.
4. Obsah rovnoramenného trojúhelníka je 12 cm^2.
5. Do školy chodí 400 chlapců.
6. Uspořádání: $1{,}66 < \frac{5}{3} = 1{,}6\bar{6} < 1{,}67 < 1{,}7$.
7. Amálka našla 22 hub, Bohunka 28 hub a Cecilka 14 hub.
8. Existuje šest kružnic.
9. Výměra obdélníkového pozemku je 15 000 ha.
10. Původní délka tyče byla 126 cm.

5.9 Komentované řešení pracovního listu č. 4

5.9.1 První úloha

Zadání
Vypočítej a výsledek zapiš v hektolitrech:

$$43\ 000\ \mathrm{dm}^3 + 0{,}03\ \mathrm{m}^3 + 2\ 600\ 000\ \mathrm{ml} = \qquad [19]$$

Řešení
Abychom mohli příklad vyřešit, musíme si členy převést na stejné jednotky. Výsledek máme zapsat v hektolitrech, převedeme si všechny členy na hektolitry.
Jako první si převedeme první člen. Víme, že jeden litr se rovná jednomu decimetru krychlovému. Převedeme 43 000 dm^3 na litry. Dostáváme 43 000 litrů. Nyní si převedeme litry na hektolitry. Jeden hektolitr má sto litrů, takže 43 000 litrů je 430 hektolitrů. Místo 43 000 dm^3 napíšeme 430 hl.
Jako další si převede druhý člen. Nejprve si převedeme m^3 na dm^3. Jeden metr krychlový se rovná tisíc decimetrů krychlových. Takže 0,03 m^3 se rovná 30 dm^3. Nyní si dm^3 převedeme na litry, a poté na hektolitry: 30 dm^3 = 30 l = 0,3 hl. Místo 0,03 m^3 napíšeme 0,3 hl.
Jako poslední nám zbývá převést 2 600 000 ml. Víme, že jeden litr má tisíc mililitrů. Tedy 2 600 000 ml se rovná 2 600 l. Nyní převedeme 2 600 l na hektolitry a dostaneme 26 hl.
Převedly jsme si všechny členy na stejnou jednotku (hektolitry), můžeme je sečíst.

$$430\ \mathrm{hl} + 0{,}3\ \mathrm{hl} + 26\ \mathrm{hl} = 456{,}3\ \mathrm{hl}$$

Slovní odpověď: Výsledek: $456,3$ hl.

5.9.2 Druhá úloha

Zadání
Jestliže od pětiny neznámého čísla odečtu jeho osminu a výsledek vynásobím číslem 1,5 , dostanu číslo 27. Určete neznámé číslo. [19]

Řešení
Neznámé číslo si označíme jako x. Víme, že když od jedné pětiny neznámého čísla $(\frac{x}{5})$ odečteme jeho osminu $(\frac{x}{8})$ a výsledek rozdílu vynásobíme číslem 1,5 , dostaneme výsledek 27. Sestavíme si rovnici a tu vyřešíme.

$$\begin{aligned}(\frac{x}{5}-\frac{x}{8})\cdot 1,5&=27\\ \frac{8x-5x}{40}\cdot 1,5&=27\\ \frac{3x}{40}\cdot 1,5&=27\\ \frac{4,5x}{40}&=27\\ 4,5x&=40\cdot 27\\ 4,5x&=1080\\ x&=240\end{aligned}$$

Vypočítali jsme, že neznámé číslo je 240. Správnost výsledku ověříme zkouškou. Vypočítáme pětinu a osminu čísla, které od sebe odečteme, a poté vynásobíme číslem 1,5 a výsledek, který dostaneme, musí být 27.
Výpočet:

$$(240 \div 5 - 240 \div 8)\cdot 1,5 = (48-30)\cdot 1,5 = 18\cdot 1,5 = 27$$

Zkouška nám vyšla, můžeme napsat, že neznámé číslo se rovná číslu 240.

Slovní odpověď: Neznámé číslo je 240.

5.9.3 Třetí úloha

Zadání
Které číslo nepatří mezi ostatní?

168 ; 144 ; 289 ; 324 ; 196 ; 121 ; 361 [19]

Řešení
Jako první krok si čísla seřadíme od nejmenšího po největší.

121 ; 144 ; 168 ; 196 ; 289 ; 324 ; 361

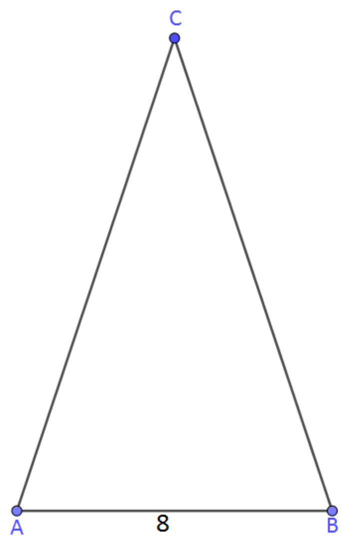
První číslo v řadě je 121. Toto číslo můžeme také napsat ve tvaru 11^2 neboli $11\cdot 11$. Pokusíme se i ostatní čísla převést na tvar součinu dvou stejných čísel. Číslo 144 můžeme napsat jako 12^2 $(12\cdot 12)$. Další číslo v řadě je 168. Toto číslo se nám nedaří rozložit na součin dvou stejných čísel, provedeme tedy prvočíselný rozklad: $168 = 4\cdot 42 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 21 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 7$. Následující číslo 196, můžeme vyjádřit jako 14^2 $(14\cdot 14)$. Číslo 289 můžeme napsat jako 17^2 $(17\cdot 17)$. Číslo 324 můžeme napsat ve tvaru 18^2 $(18\cdot 18)$. Poslední číslo 361 napíšeme jako 19^2 $(19\cdot 19)$.
Vidíme, že číslo 168 nemůžeme jako jediné napsat ve tvaru součinu dvou stejných čísel. Tedy nepatří mezi ostatní čísla.

Slovní odpověď: Mezi ostatní čísla nepatří číslo 168.

5.9.4 Čtvrtá úloha

Zadání
Vypočítejte obsah rovnoramenného trojúhelníka se základnou dlouhou 8 cm, jehož obvod je 18 cm.

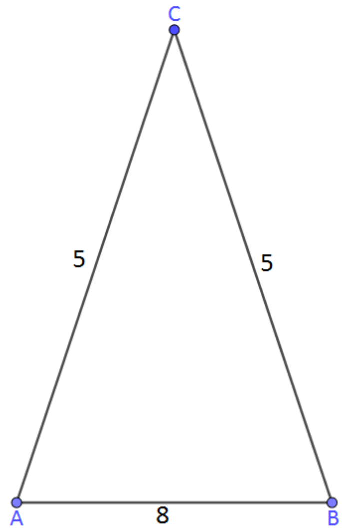
Řešení
Načrtneme si rovnoramenný trojúhelník, který si pojmenujeme ABC a do náčrtku si zaneseme délku základny.



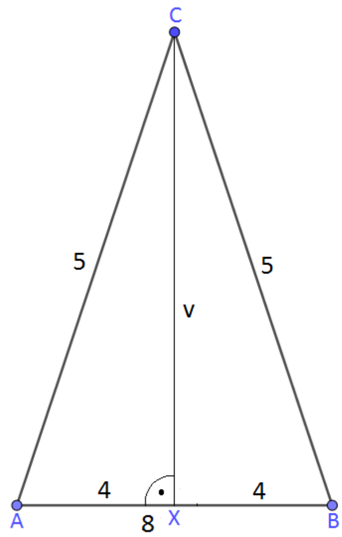
Víme, že obvod tohoto trojúhelníka je 18 cm. Obvod trojúhelníka spočítáme tak, že sečteme délky jeho stran: $o = a + b + c$. Dále víme, že náš trojúhelník je rovnoramenný, to znamená, že délky obou ramen mají stejnou velikost neboli $a = b$. Můžeme tedy obvod vyjádřit takto: $o = a + a + c$ (nebo $o = b + b + c$). Obvod trojúhelníka známe, známe i délku strany c (základny), můžeme vypočítat délku ramene:

$$\begin{aligned} o &= a + a + c \\ 18 &= 2a + 8 \\ 10 &= 2a \\ 5 &= a \end{aligned}$$

Vypočítali jsme si délku ramene, zaneseme si ji do náčrtku.



Abychom mohli určit obsah trojúhelníka, musíme zjistit velikost výšky, protože obsah trojúhelníku vypočítáme podle vztahu: $S = \frac{z \cdot v}{2}$. Sestrojíme si do náčrtku výšku. Víme, že výška v rovnostranném trojúhelníku nám rozdělí základnu na dvě stejné části.



Z náčrtku vidíme, že trojúhelník AXC je pravoúhlý. Využijeme Pythagorovy věty a dopočítáme velikost výšky.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$5^2 = 4^2 + v^2$$
$$25 = 16 + v^2$$
$$9 = v^2$$
$$3 = v$$

Určili jsme velikost výšky trojúhelníka, můžeme vypočítat jeho obsah.

$$S = \frac{z \cdot v}{2}$$
$$S = \frac{8 \cdot 3}{2}$$
$$S = \frac{24}{2}$$
$$S = 12$$

Vypočítali jsme obsah trojúhelníka ABC, který je 12 cm^2.

Slovní odpověď: Obsah rovnostranného trojúhelníka je 12 cm^2.

5.9.5 Pátá úloha

Zadání
Do školy chodí chlapci a 400 dívek. Kolo mají všichni chlapci a 368 dívek. Kolik chlapců chodí do školy, jestliže kolo má 96 % všech žáků a žákyň školy? [19]

Řešení
Naším úkolem je zjistit, kolik chlapců chodí do školy. Ze zadání víme, že do školy chodí 400 dívek a neznámý počet chlapců. Dále víme, že kolo mají všichni chlapci a 369 dívek. Z toho plyne, že 32 dívek nemá kolo (400−368 = 32). Dále se dozvídáme, že 96 % všech žáků a žákyň má kolo. Jelikož všichni chlapci mají kolo, musejí zbylá 4 % (100 % − 96 % = 4 %) připadat na dívky, které nemají kolo. My však víme, kolik dívek nemá kolo: 32. Můžeme pomocí trojčlenky vypočítat, kolik celkem žáků a žákyň chodí do školy.

$$4\,\% \ldots\ldots\ldots\ldots 32$$
$$100\,\% \ldots\ldots\ldots\ldots x$$
$$\frac{100}{4} = \frac{x}{32}$$
$$32 \cdot 25 = x$$
$$800 = x$$

Vypočítali jsme, že do školy chodí celkem 800 žáků a žákyň. Jelikož víme, že dívek je 400, musí do školy chodit 400 chlapců. (400 + 400 = 800).

Slovní odpověď: Do školy chodí 400 chlapců.

5.9.6 Šestá úloha

Zadání
Uspořádejte daná čísla vzestupně, užijte znaky < =

$$1{,}67 \;;\; \frac{5}{3} \;;\; 1{,}66 \;;\; 1{,}6\bar{6} \;;\; 1{,}7 \qquad [19]$$

Řešení
Abychom mohli uspořádat tuto řadu vzestupně, musíme si nejdříve převést zlomek $\frac{5}{3}$ na desetinné číslo. Dostáváme číslo $1{,}6\bar{6}$. Čísla budeme vzestupně uspořádávat tak, že vždy porovnáme číslice na odpovídajících pozicích mezi sebou (desetiny, setiny atd.).
Jako první číslo v naší řadě bude 1,66. Jako druhé napíšeme číslo $1{,}6\bar{6}$, jelikož je to číslo periodické [5] a tudíž je menší nebo rovno zbývajícím číslům. Mezi prvním a druhým číslem bude znaménko <, jelikož na místě tisícin má toto číslo číslici 6, zatímco první číslo tam má 0. Třetí číslo v řadě bude číslo $\frac{5}{3}$ ($1{,}6\bar{6}$) a mezi druhým a třetím číslem v řadě bude znaménko =, jelikož obě čísla mají stejnou hodnotu. Předposledním číslem bude číslo 1,67 a mezi ním a třetím číslem řady bude znaménko <, protože toto číslo má na pozici setin 7, zatímco třetí číslo tam má 6. Jako poslední nám zbylo číslo 1,7 a mezi ním a předposledním číslem bude znaménko <.

Uspořádání: $1{,}66 < 1{,}6\bar{6} = \frac{5}{3} < 1{,}67 < 1{,}7$ nebo $1{,}66 < \frac{5}{3} = 1{,}6\bar{6} < 1{,}67 < 1{,}7$.

5.9.7 Sedmá úloha

Zadání
Amálka, Bohunka a Cecilka našly dohromady 64 hub. Amálka jich má o 20 méně, než zbývající dvě děvčata celkem. Bohunka našla dvakrát více hub než Cecilka. Kolik hub našla každá z nich? [19]

Řešení
Počet hub, které našla Amálka, si označíme jako a. Počet hub, které našla Bohunka, si označíme jako b a počet hub, které našla Cecilka, si označíme jako c. Ze zadání se dozvídáme, že Bohunka našla dvakrát víc hub než Cecilka. Můžeme to vyjádřit jako: $b = 2c$. Dále víme, že Amálka jich našla o 20 méně, než Bohunka a Cecilka dohromady. Tedy: $a = b+c-20$. Počet hub, které našla Bohunka jsme si již vyjádřili, můžeme dosadit a dostáváme: $a = 2c + c - 20 = 3c - 20$.
Ze zadání víme, že dohromady nasbíraly 64 hub, tedy: $a + b + c = 64$. Počet hub, které nasbírala Amálka a Bohunka jsme si již vyjádřili. Dosadíme a vyřešíme rovnici.

$$\begin{aligned} a + b + c &= 64 \\ 3c - 20 + 2c + c &= 64 \\ 6c - 20 &= 64 \\ 6c &= 84 \\ c &= 14 \end{aligned}$$

[5] Periodické znamená, že od jisté části čísla už se neustále opakuje stejná sekvence čísel. Tuto část čísla poznáme tak, že se nad daným číslem nebo čísly nachází pruh.

Vypočítali jsme, že Cecilka našla 14 hub. Dopočítáme, kolik hub našla Amálka a Bohunka. Bohunka našla 28 hub ($14 \cdot 2 = 28$) a Amálka 22 hub ($28 + 14 - 20 = 22$).

Slovní odpověď: Amálka našla 22 hub, Bohunka 28 hub a Cecilka 14 hub.

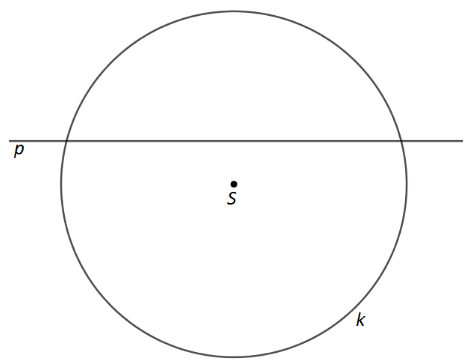
5.9.8 Osmá úloha

Zadání

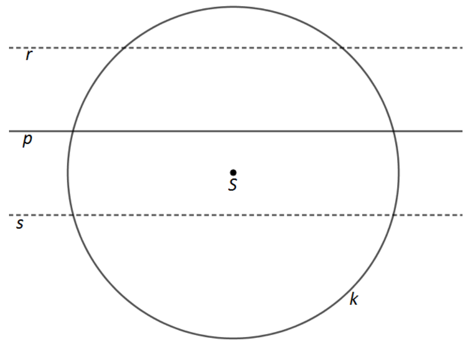
Je dána kružnice $k(S; 4\ cm)$ a přímka p, jejíž vzdálenost od bodu S je 1 cm. Kolik existuje kružnic o poloměru 2 cm, které mají s kružnicí k právě jeden společný bod a s přímkou p také právě jeden společný bod? [19]

Řešení

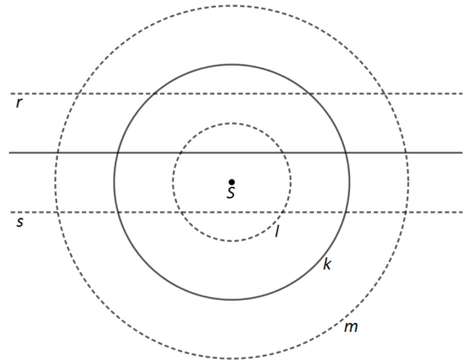
Nejdříve si sestrojíme kružnici $k(S; 4cm)$ a přímku p, která je od bodu S vzdálena 1 cm.



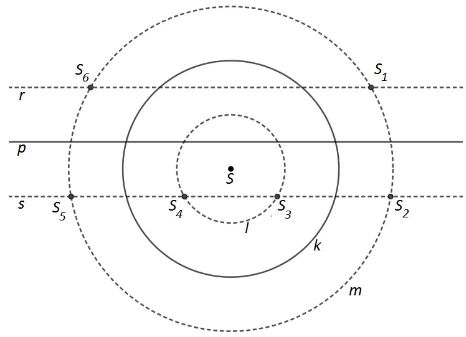
Naším úkolem je určit, kolik existuje kružnic s poloměrem 2 cm, které mají s kružnicí a přímkou společný jeden bod.Nejprve najdeme množinu všech středů kružnic, které mají poloměr 2 cm a s přímkou p společný jeden bod. Tuto množinu najdeme tak, že sestrojíme přímku, která je rovnoběžná s přímkou p a jejich vzdálenost je 2 cm. Vzniknou nám dvě přímky: r a s.



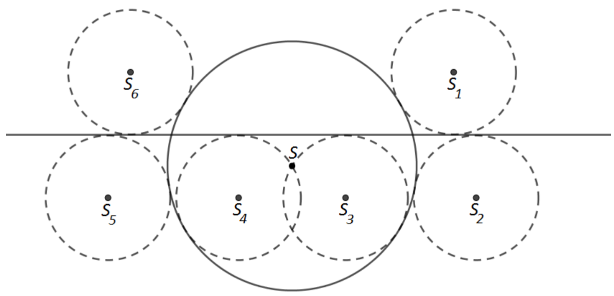
Jako další krok najdeme množinu všech středů kružnic, které mají poloměr dva centimetry a s kružnicí k mají společný jeden bod. Tuto množinu najdeme tak, že vytvoříme kružnici $l(S; 2cm)$ a kružnici $m(S; 6cm)$.



Na průniku těchto dvou množin leží všechny středy kružnic, jejichž poloměr je dva centimetry a s kružnicí k a přímkou p mají společný jeden bod. Označíme si tyto průniky a spočítáme, kolik nám vzniklo středů kružnic.



Zjišťujeme, že nám vzniklo šest středů. Existuje tedy šest kružnic, které mají poloměr dva centimetry a s kružnicí k a přímkou p mají společný jeden bod. Pro kontrolu si můžeme tyto kružnice sestrojit.



Slovní odpověď: Existuje šest kružnic.

5.9.9 Devátá úloha

Zadání
Vyjádři v hektarech výměru obdélníkového pozemku, jehož rozměry na mapě v měřítku 1 : 250 000 jsou 3 cm a 8 cm. [19]

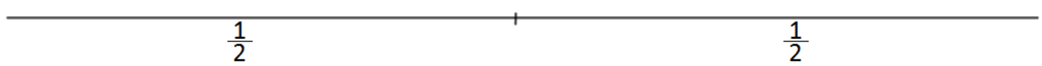
Řešení
Naším úkolem je zjistit výměru (obsah) obdélníkového pozemku v hektarech. Nejprve se podíváme, co nám říká měřítko 1 : 250 000. Znamená to, že jeden centimetr na mapě se rovná 250 000 cm ve skutečnosti. Převedeme si velikost ve skutečnosti na kilometry. Dostáváme, že 1 cm na mapě se rovná $2,5$ km ve skutečnosti.
Nyní si zjistíme, jaké rozměry má obdélníkový pozemek ve skutečnosti. Rozměry obdélníkového pozemku jsou $7,5$ km ($2,5 \cdot 3 = 7,5$) a 20 km ($2,5 \cdot 8 = 20$). Vypočítáme si obsah obdélníka podle vzorečku: $S = a \cdot b$. Dostaneme, že obsah obdélníkového pozemku je 150 km^2 ($7,5 \cdot 20 = 150$).
V zadaní po nás chtějí vyjádřit tuto výměru v hektarech. Převod mezi hektarem a kilometrem čtverečním je takový, že 1 ha $= 0,01$ km^2, tedy 100 ha $=$ 1 km^2. Takže 150 km^2 je 15 000 ha. Zjistili jsme výměru obdélníkového pozemku v hektarech, čímž jsme úlohu vyřešili.

Slovní odpověď: Výměra obdélníkového pozemku je 15 000 ha.

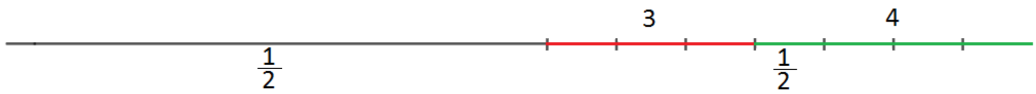
5.9.10 Desátá úloha

Zadání
Tyč byla rozříznuta na poloviny, poté jednu část dále rozřízli na dva díly v poměru 3 : 4. Nejkratší díl, který takto dostali, měřil 27 cm. Určete původní délku tyče. [19]

Řešení
Načrtneme si libovolnou tyč, kterou rozdělíme na dvě poloviny.



Jako další krok vezmeme jednu polovinu tyče a rozdělíme ji v poměru 3 : 4. To uděláme tak, že jednu polovinu tyče rozdělíme na sedm stejných dílů. Poté provedeme rozdělení v poměru 3 : 4 tak, že jedná část bude obsahovat tři stejné dílky a druhá čtyři stejné dílky.



Víme že nejkratší díl měří 27 cm. Z našeho náčrtku vidíme, že nejkratší díl, se skládá ze tří dílků. Takže délka jednoho dílku je 9 cm ($27 \div 3 = 9$). Zjistili jsme délku jednoho dílku, můžeme určit délku čtyř dílků. Čtyři dílky měří 36 cm ($9 \cdot 4 = 36$). Vypočítali jsme, kolik centimetrů měří tři a čtyři dílky. Z toho plyne, že můžeme určit délku poloviny tyče jakou součet délek tří a čtyř dílků. Polovina tyče měří 63 cm ($27 + 36 = 63$).
Známe délku poloviny tyče, můžeme vypočítat délku celé tyče. Délka celé tyče je 126 cm ($63 \cdot 2 = 126$).

Slovní odpověď: Původní délka tyče byla 126 cm.

6 Závěr

Cílem mé diplomové práce bylo vytvoření pracovních listů pro 5.−8. ročník základních škol či pro odpovídající stupeň víceletých gymnázií, které poslouží nejen jako příprava na matematickou soutěž Pythagoriáda, ale i jako procvičování již probraných tématických celků.

Při svém působení na gymnáziu jsem připravoval celkem patnáct žáků na matematickou soutěž Pythagoriáda. Každému z nich jsem poskytl mnou vytvořené pracovní listy včetně komentovaného řešení jako přípravu na tuto soutěž. Úspěšnými řešiteli se stalo celkem devět žáků, které jsme přihlásili do okresního kola, které se bude konat 29. května. Všech zúčastněných žáků jsem se zeptal, jestli jim poskytnuté materiály napomohly při řešení úloh v soutěži. Z jejich výpovědí jsem dospěl k závěru, že poskytnuté materiály jim napomohly k výběru vhodné strategie a postupu, podle kterého řešili úlohy.
Dále jsem tyto pracovní listy použil při suplovaných hodinách matematiky v sekundě a tercii. Nejprve jsem žákům zadal pracovní listy, u kterých jsem měl vytvořené komentované řešení, jako samostatnou práci. Po jejich vypracování jsem je vyhodnotil. Podle mého stanoveného kritéria úspěšného řešitele (6 bodů a více) se úspěšnými řešiteli stalo v sekundě 16 žáků z 30 a v tercii 19 žáků z 34. Po vyhodnocení, jsem žákům poskytl komentované řešení, aby žáci věděli, jak se měli úlohy řešit. Po týdnu jsem zadal oběma ročníkům další pracovní listy. Z výsledků jsem zjistil, že vzrostla úspěšnost v každém ročníku. Po zadání a vyhodnocení třetího pracovního listu se úspěšnými řešiteli stalo 23 žáků v sekundě a v tercii 27. Poslední pracovní list jsem zadal v obou ročnících jako skupinovou práci. Z výsledků jsem byl mile potěšen, jelikož se všichni žáci stali úspěšnými řešiteli.
S žáky jsem poté diskutoval, jestli úlohám porozuměli, bylo na ně dostatek času a jestli žákům pomohlo poskytnuté komentované řešení k řešení dalších pracovních listů. Z diskuze vyplynulo, že žáci všem úlohám porozuměli, čas, který byl na vyřešení poskytnut, jim vyhovoval a komentované řešení jim posloužilo jako návod, jak řešit těžší příklady nebo jako jiný způsob řešení.

Mnou vytvořené pracovní listy se také zalíbily kolegyním, které mě požádaly, zda bych jim je neposkytl. Doufám, že tyto pracovní listy budou využívány nejen jako příprava k matematickým soutěžím, ale i jako procvičování ve škole.

V příloze se nacházejí pracovní listy, které jsou připraveny pro oboustranný tisk, aby je učitelé, kteří by je rádi použili, nemusel nijak upravovat.

7 Použitá literatura a zdroje

[1] BĚLOUN, František. Sbírka úloh z matematiky pro základní školu. 8., upr. vyd. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-104-3.

[2] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. Matematika 6 pro základní školy a víceletá gymnázia. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-655-0.

[3] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. Matematika 7 pro základní školy a víceletá gymnázia. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-680-2.

[4] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. Matematika 8: pro základní školy a víceletá gymnázia. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-684-0.

[5] HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 5. ročník základní školy. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-966-7.

[6] JUSTOVÁ, Jaroslava. Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace. Vyd. 2. Všeň: Alter, 2014-. ISBN 978-80-7245-297-2.

[7] KOVÁČIK, Ján a Iveta SCHULZOVÁ. Řešené příklady z matematiky pro základní školy, pro osmiletá gymnázia: pro základní školy k přijímacím zkouškám na střední školu, pro nižší ročníky osmiletých gymnázií, pro řešitele matematických soutěží. 2., rozš. vyd. Přeložil Jarmila ROBOVÁ. Praha: ASPI, 2008. ISBN 978-80-7357-357-7.

[8] LaTeX v kostce [online]. [cit. 2018-03-25]. Dostupné z: http://www.it.cas.cz/manual/latex/index.html

[9] Metodický portál RVP [online]. [cit. 2018-03-25]. Dostupné z: https://rvp.cz/

[10] Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy: RÁMCOVÉ VZDĚLÁVACÍ PROGRAMY [online]. [cit. 2018-03-25]. Dostupné z: http://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/skolskareforma/ramcove-vzdelavaci-programy

[11] Národní ústav pro vzdělávání [online]. [cit. 2018-03-25]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani

[12] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. Matematika pro 6. ročník základní školy. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2010. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-414-8.

[13] ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. Matematika pro 7. ročník základní školy. 3., přeprac. vyd. Ilustroval Martin MAŠEK. Praha: Prometheus, 2011. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-423-0.

[14] ODVÁRKO a KADLEČEK. Matematika pro 8. ročník základní školy. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 9788071961482.

[15] PROKEŠOVÁ, Emilie a Jaroslav KRČMÁŘ. 5 až 9: sbírka úloh z matematiky pro přípravu k přijímacím zkouškám, určená žákům 5., 7. a 9. tříd ZŠ. Vyd. 2., přeprac. Praha: Sobotáles, 2004. ISBN 8086817016.

[16] PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK, Josef TREJBAL a Jitka BOUŠKOVÁ. Matematika 8 pro základní školy. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2009. ISBN 978-80-7235-420-7.

[17] Výzkumný ústav pedagogický v Praze. Klíčové kompetence v základním vzdělání [online]. 2007 [cit. 2018-03-24].ISBN 978-80-87000-07-6. Dostupné z: http://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/skolskareforma/klicove-kompetence

[18] Soutěže a olympiády: Základní škola a mateřská škola Benešov nad Ploučnicí [online]. [cit. 2018-03-25]. Dostupné z: http://www.zsbnpl.cz/?p=clanky/souteze-a-olympiady

[19] Starší zadání soutěží. ZŠ Milady Horákové [online]. [cit. 2018-03-25]. Dostupné z: http://www.zshorakhk.cz/matematika/starsi-zadani-soutezi

Přílohy

Příloha 1: Vložený CD disk obsahující diplomovou prací v elektronické podobě.

Příloha 2: Pracovní listy, které jsou připraveny k tisku.

5. třída ....
Jméno

Pracovní list č. 1

1. Po návratu z jarmarku napsala Lenka kamarádům zprávu, že v pondělí otevře je těm, kteří zazvoní tolikrát, jako je chybějící číslo v logické řadě:

$$23, 17, 12, 8, 5, ?.$$

   Kolikrát musí zazvonit, aby jim otevřela?

2. Výletu se zúčastnilo 86 osob. Žen a dětí bylo 44. Dospělých bylo celkem 70. Kolik bylo na výletě mužů, žen a dětí?

3. Tomáš měl vytisknout do tomboly lístky s čísly od 1 do 100. Porouchala se mu klávesa s číslicí 9 a musel všechny devítky psát ručně. Kolik jich napsal?

4. Spolek ochránců zvířat získal 14 400 Kč. Zakoupil za ně krmivo ve stejných bednách, které rozdělil mezi tři útulky pro opuštěné pejsky. První útulek dostal tři bedny v celkové ceně 3 600 Kč, druhý útulek dostal pět beden. Kolik beden krmiva dostal třetí útulek?

5. Na výstavě tulipánů se prodávaly cibulky dvou druhů. Prodalo se celkem 33 cibulek jednoduchých tulipánů a 39 cibulek papouškovitých tulipánů. Kolik osob bylo na výstavě, jestliže víme, že každý návštěvník si koupil aspoň jednu cibulku a 14 osob si koupilo cibulky obou druhů?

6. Honza vynásobil třemi, Pavel přičetl pět a Lukáš odečetl čtyři. V jakém pořadí kluci počítali, když se od čísla 3 dostali k číslu 20.

7. Tři koně spotřebují za týden 240 kilogramů krmiva. Kolik kilogramů musí farmář nakoupit na 6 týdnů pro 7 koní?

8. Karel, Václav a Robert šli spolu do kina, seděli v jedné řadě vedle sebe. Karel neseděl vedle Roberta, Novák seděl uprostřed. Robert se nejmenoval Krátký, jeden z chlapců se jmenoval Dlouhý. Jaké bylo Karlovo příjmení?

9. Na perském trhu se běžně místo peněz platí různými předměty nebo zvířaty. Minulé úterý platilo, že pět granátových jablek má stejnou hodnotu jako jedno kuře a šest kuřat má stejnou hodnotu jako jedna koza. Jeden z trhovců měl na prodej jednu kozu a čtyři kuřata. Kolik za ně mohl dostat granátových jablek?

10. Maminka připravila pro koledníky tři koláče. Makový měl obdélníkový tvar s rozměry 25 x 10 cm, povidlový měl čtvercový tvar s obvodem 40 cm a tvarohový měl také obdélníkový tvar s rozměry 10 x 15 cm. Všechny koláče maminka nakrájela na čtverečky široké 5 cm. Rozhodni, které tvrzení je pravdivé:
    a) Tvarohových kousků je více než makových.
    b) Každý z 11 koledníků mohl dostat aspoň dva kousky
    c) Tvarohových a povidlových kousků dohromady je stejně jako makových.
    d) Celkem maminka nakrájela lichý počet čtverečků.

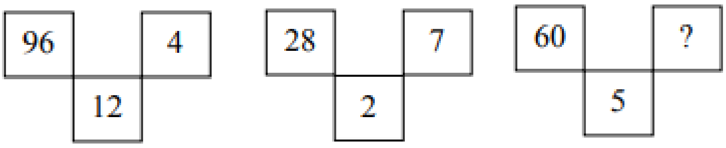
5. třída ....

Jméno

Pracovní list č. 2

1. V pravé poledne začal doprovodný program. Tvořila jej tři dvacetiminutová vystoupení, mezi kterými byly desetiminutové přestávky. Ihned po posledním vystoupení následovalo slosování vstupenek. Celý program skončil v 13:47. Jak dlouho probíhalo slosování vstupenek?

2. Které číslo chybí na místě otazníku?



3. Který z následujících trojúhelníků nelze sestrojit?
   a = 15 cm, b = 17 cm, c = 20 cm
   a = 4 cm, b = 3 cm, c = 5 cm
   a = 12 cm, b = 5 cm, c = 6 cm

4. Jana měla na šňůrce pravidelně navlečené korály čtyř různých barev (m – modrá, č – červená, z – zelená, b – bílá) v tomto pořadí:

   m č z b m č z b m č ......

   Jakou barvu má 19. korálek?

5. Najděte dvě čísla, jejichž podíl je 8 a rozdíl 21.

6. Třicet dva žáků 5.A šlo oslavit pololetní vysvědčení do cukrárny. Každý si koupil laskonku nebo kokosku, někteří obojí. Laskonku si koupilo 20 žáků, kokosku 24. Kolik žáků si koupilo kokosku i laskonku?

7. Na parkovišti je o 5 aut víc než motorek (jen dvoukolých), dohromady mají 32 kol. Kolik je aut a kolik motorek?

8. Školního výletu se zúčastnilo 23 dětí. Paní učitelka vybrala od každého z nich 250 Kč. Za autobus zaplatila 4 140 Kč a za vstupné za každé dítě 50 Kč. Kolik Kč mohla každému po výletě vrátit?

9. Na půdě se suší ponožky: 4 hnědé, 6 černých a 6 modrých. Jestliže pro ně jde Honzík potmě, kolik ponožek musí vzít, aby měl jistě jeden stejný pár?

10. Ve třech nádobách je celkem 24 litrů vody. Když jsme přelili polovinu vody z první nádoby do druhé nádoby a potom 5 litrů ze druhé nádoby do třetí nádoby, bylo ve všech třech nádobách stejné množství vody. Kolik vody bylo v každé nádobě původně?

5. třída ....
Jméno

Pracovní list č. 3

1. Které z čísel 100 ; 90 ; $89,1$; $89,06$; $89,064$ je zaokrouhlením čísla 89,0638 na setiny?

2. V čísle 231 824 škrtněte dvě číslice tak, aby zbylé číslice tvořily co nejmenší čtyřciferné číslo.

3. Které číslo je o 33 menší než nejmenší pěticiferné číslo?

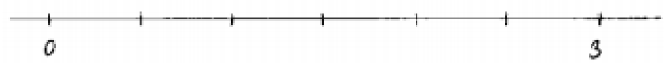
4. Které číslo na obrázku nepatří mezi ostatní?

5. Pes je 9x těžší než kočka, myš je 20x lehčí než kočka a fretka je 6x těžší než myš. Kolikrát je pes těžší než fretka?

6. Pavel doběhl do cíle o 6 minut později než Jirka, Václav o 3 minuty později než Pavel a Karel o 2 minuty dřív než Pavel. Jaké bylo jejich pořadí v cíli?

7. Když jede Martin na trénink, musí nejdřív jít 15 minut pěšky na zastávku, potom jede 35 minut autobusem a od zastávky do haly jde ještě 8 minut pěšky. Stihne dnes trénink od 18 hodin, když vyrazil v 16 hodin 55 minut a na zastávce čekal na autobus 8 minut?

8. Znázorněte na číselné ose obraz čísla 2:



9. Na oplocení obdélníkové zahrady délky 30 metrů potřebuje tatínek 80 metrů pletiva. Kolik sloupků bude potřebovat, mají-li být od sebe vzdálené vždy 5 metrů?

10. Do jedné řady vysadili zahradníci celkem 20 stromů. Vzdálenost mezi sousedními dvěma stromy byla 3 metry. Kolik metrů byl vzdálený první strom od posledního?

5. třída ....
Jméno

Pracovní list č. 4

1. Rozdělte čtyři čísla 26 ; 36 ; 18 ; 52 na dvě dvojice tak, aby součet jedné dvojice byl polovinou součtu druhé dvojice.

2. Vlak vyrazil ve 14 hodin 27 minut a do cílové stanice dorazil za 96 minut. V kolik hodin to bylo?

3. V sedmiciferném čísle 5832609 vynechej dvě číslice tak, aby vzniklo co největší pěticiferné číslo.

4. Na obrázku je částečně vyplněný magický čtverec s čísly, pro který platí: součet tří čísel v každém řádku i v každém sloupci se rovná 63. Doplňte prázdná políčka.

27		
	21	
	23	15

5. Maminka se rozhodla ozdobit okna květinami. Do jednoho truhlíku lze zasadit 5 kusů petúnií. Jedna stojí 30 Kč, což je o 25 Kč méně než je cena truhlíku. Kolik stojí 4 plně osázené truhlíky?

6. Na královském tržišti bylo možno nakupovat ve třech měnách – tolarech, groších a dukátech. Kolik tolarů je 12 dukátů, když 100 tolarů je totéž jako 8 grošů a 8 dukátů se rovná 20 grošům?

7. Lenka si zkoušela psát ozdobným písmem slovo **Velikonoce**. Aby písmo natrénovala, zkusila si jej několikrát napsat za sebou na papír. Které písmeno napsala jako 273. v řadě?

8. Autobus vyrazil z první zastávky. Když na druhé zastávce přistoupilo šest lidí a vystoupilo 8 lidí, pokračovalo v jízdě 12 lidí. Kolik lidí nastoupilo na první zastávce?

9. Jirka se rozdělil se dvěma kamarády o bonbony tak, že každému dal čtvrtinu všech bonbonů a ještě dva bonbony. Na Jirku tak zbyly dva bonbony. Kolik bonbonů měl Jirka původně?

10. Sklenice s medem má hmotnost 950 g. Po snědení poloviny medu je její hmotnost 530 g. Kolik váží prázdná sklenice?

6. třída nebo prima ....
Jméno

Pracovní list č. 1

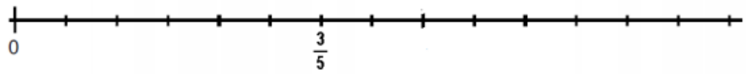
1. Kolik je $20 \cdot 16 - 2016 \div (2 + 0 + 1 + 6)$?

2. Z plechovky slepičí polévky lze připravit 3 porce pro dospělé nebo 5 porcí pro děti. Kolik porcí zbylo pro dospělé, jestliže jsme připravili polévku z 9 plechovek a děti již snědly 35 porcí?

3. Aleš, Čenda, Libor a David plánují tajnou schůzku. Místo setkání Libor zašifroval do záhadného textu, z něhož je třeba vyškrtat všechna písmena, která nejsou osově souměrná: *RZUSNDQAFVIJDPLAG*. Kde se mají chlapci sejít?

4. V hotelu je 157 pokojů a jejich dveře jsou očíslovány od 1 do 157. Kolikrát se na dveřích všech pokojů objevuje číslice 5?

5. Znázorněte na číselné ose číslo 0,9.



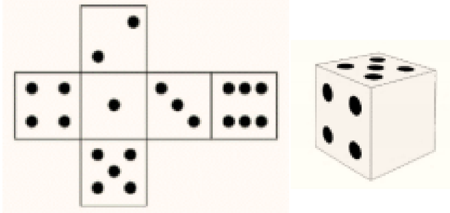
6. V 6.A sedí v prvních dvou lavicích v jedné řadě 4 děvčata. Jana sedí vedle Pavly, Pavla sedí za Petrou. Před kým a vedle koho sedí Kamila?

7. Součin neznámého čísla x a čísla 30 je 480. Určete neznámé číslo x.

8. V soutěži jsou stanovena tato pravidla: za každé vyhrané utkání získá družstvo dva body, za nerozhodný výsledek jeden bod a za prohrané utkání nic. Družstvo, ve kterém je Patrik, získalo v 10 odehraných zápasech 16 bodů a víme, že dvakrát skončilo remízou. Kolikrát družstvo vyhrálo?

9. Učitel nechal děti hádat „tajné“ přirozené číslo menší než 20. Ála tipovala 1, Bára 18 a Cecílie 5. „Ani jedna z vás se netrefila, nejlepší se spletla o čtyři, další pak o osm a nejhorší odhad se lišil o devět,“ ohodnotil jejich odpovědi učitel. Jaké „tajné“ číslo si myslel?

10. Na obrázku je síť běžné hrací kostky – krychle (součet puntíků na protilehlých stěnách hrací kostky je vždy sedm). Hugo má před sebou obrázek této kostky, na jedné stěně ale puntíky chybí. Kolik puntíků musí doplnit na tuto stěnu, aby odpovídala uvedené síti?



6. třída nebo prima ....

Jméno

Pracovní list č. 2

1. Doplňte závorky tak, aby platila rovnost: $25 \div 3 + 2 + 4 \cdot 2 + 1 = 17$

2. Když doplníte obrázky v osové souměrnosti podle osy o zjistíte, kdo mohl potkat Janu na ulici.

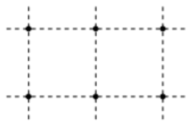
3. Na sídlišti žije 20 694 obyvatel, z nichž je 17 435 starších než 15 let. 7 111 obyvatel tvoří děti do 15 let a osoby starší než 60 let. Kolik žije na tomto sídlišti osob starších než 60 let?

4. Každý účastník zájezdu zaplatil zálohu 2 500 Kč. Po návratu musel ještě každý doplatit 860 Kč. Celkové náklady na zájezd činily 94 080 Kč. Kolik osob bylo na tomto zájezdu?

5. Petr je těžší než Mirek a lehčí než Pavel. Martin je lehčí než Mirek. Který z chlapců je nejlehčí?

6. Osmdesát pytlů vápna má stejnou hmotnost jako 40 pytlů cementu; 10 pytlů vápna má stejnou hmotnost jako 25 pytlů sádry. Kolik pytlů cementu má stejnou hmotnost jako 10 pytlů sádry?

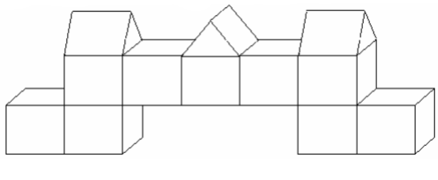
7. Ve čtvercové síti je vyznačeno šest různých bodů. Kolik různých přímek, které procházejí vždy alespoň dvěma těmito body, lze sestrojit?



8. Janě je 7 let, její mamince je 5krát více. Kolik let bude Janě, až její maminka bude 2krát starší než je nyní?

9. Kolik tři čtvrtě litrových lahví se naplní třemi litry vody?

10. Nakreslete, co uvidíte, když se na toto těleso díváte shora.



6. třída nebo prima ....

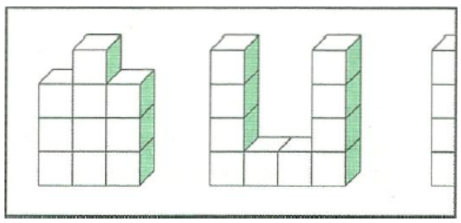
Jméno

Pracovní list č. 3

1. Novákovi jeli na dovolenou k moři a malá Klárka po návratu zjistila, že byli přesně 333 hodin pryč z domova. Kdy se vrátili, jestliže na dovolenou odjížděli 1. července v 21 hodin večer? Urči den i hodinu návratu.

2. V květinářství Květinka paní Růženy Karafiátové stojí tři růže stejně jako pět karafiátů. Devět růží a deset karafiátů stojí dohromady 300 Kč. Kolik by stálo celkem 15 růží a 15 karafiátů?

3. Bratr Adélky si hrál se stavebnicí, která je tvořena ze stejných krychlí. Vytvořil tři stavby, které mu Adélka vyfotografovala, ale na fotografii se nevešla třetí stavba. Z kolika krychlí je třetí stavba, jestliže první má hmotnost 800 g a celková hmotnost všech tří staveb je 3,2 kg?



4. Vyřešte sčítací algebrogram. Stejná písmena znamenají stejné číslice, různá písmena různé číslice.

$$\begin{array}{cccc} & & O & K \\ & L & O & K \\ M & L & O & K \\ \hline O & O & O & K \end{array}$$

5. Petra se učila obojetné souhlásky, a tak psala stále dokola řadu písmen:

BFLMPSVZBFLMPSVZBFLMPSVZBFL...

Když napsala 333. písmeno, přestalo ji to bavit a skončila. Které písmeno je na konci její řady?

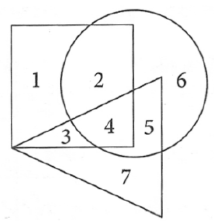
6. Skupina kamarádů si každé Vánoce dává na oslavě dárky tak, že každý z nich dá všem ostatním po jednom dárku. Pod stromečkem bylo 42 dárků. Kolik kamarádů se zúčastnilo oslavy?

7. Adélka, Barunka, Cecilka a Dáša si porovnávaly průměrnou známku z matematiky, která jim vycházela. Vypočítali hodnoty 1,2 ; 1,38 ; 2,25 ; 2,76. Jakou průměrnou známku měla Cecilka, jestliže víme:
   - Adélka má horší průměr než Cecilka a lepší než Barunka
   - Dáša má lepší průměr než Cecilka

8. Z domova vyšel Honzík a ve stejném okamžiku vyšel naproti tatínek z chaty vzdálené 5 km. Oba šli rychlostí 5 km/h. S tatínkem vyběhl pes Alík rychlostí 12 km/h, který běžel k Honzíkovi, tam se otočil a utíkal k tatínkovi a běhal mezi nimi, dokud se nepotkali. Kolik km naběhal Alík?

9. Olga koupila 3 jablka. Jedno mělo hmotnost $\frac{6}{25}$ kg, druhé 0,21 kg a třetí čtvrt kilogramu. Jakou hmotnost mělo nejlehčí jablko?

10. Na papír jsme postupně nalepili kruh, trojúhelník a jako poslední čtverec. Které části trojúhelníka nejsou shora vidět?



6. třída nebo prima ....

Jméno

Pracovní list č. 4

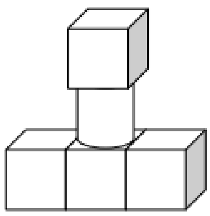
1. Místo hvězdiček doplňte do rozdílu správné číslice.

$$\begin{array}{r} *\,4\,3\,0\,* \\ -\ 2\,*\,4\,*\,1 \\ \hline 4\,8\,*\,1\,2 \end{array}$$

2. Pokladní měla v pokladně hotovost 5 000 Kč. Během dne vydávala a přijímala peníze. Postupně vydala dvakrát 250 Kč, přijala 20 Kč, přijala pětkrát 65 Kč, vydala 120 Kč, přijala 50 Kč. Jaký byl stav hotovosti v pokladně na konci pracovní doby?

3. V trojúhelníku mají dvě strany délky 5 cm a 7 cm. Určete, která z úseček může být třetí stranou tohoto trojúhelníka? Úsečky mají délku: 20 cm , 14 cm, 6 cm a 2 cm.

4. Těleso na obrázku je složeno z dílů dětské stavebnice. Nakreslete co uvidíte, když se na toto těleso díváte shora.



5. Zuzana a Lída mají stejné množství peněz (více než 500 Kč). Kolik musí dát Zuzana Lídě, aby Lída měla o 30 Kč více než Zuzana?

6. V zápisu čísla 781765457 škrtněte tři číslice, aby vzniklé číslo bylo co největší a toto číslo zapište.

7. K „malým“ jednotkám délky ve středověkých Čechách patřilo ječné zrno (4,93 mm). 4 ječná zrna tvořila prst, 10 prstů píď a tři pídě pražský loket. Vyjádřete délku pražského lokte v decimetrech zaokrouhlenou na desetiny.

8. Podél rovného úseku silnice je zasázeno 30 topolů Jakou vzdálenost uběhl Mirek po tomto úseku silnice od prvního k poslednímu topolu, jestliže vzdálenost mezi jednotlivými topoly je 5 metrů?

9. V trojúhelníku ABC je úhel β třikrát větší než úhle α, úhel γ je dvakrát větší než třetina úhlu β. Určete velikosti úhlů α, β a γ.

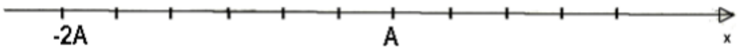
10. Pět koček chytí za 5 minut 5 myší. Kolik koček se stejnými schopnostmi chytí 100 myší za 100 minut?

7. třída nebo sekunda ....

Jméno

Pracovní list č. 1

1. Na číselné ose jsou vyznačeny obrazy čísel $-2A$ a A. Vyznačte na číselné ose obraz čísla 0.



2. Součet všech prvočísel, kterými je dělitelné číslo 60, vynásobte součinem všech složených čísel, kterými je dělitelné číslo 12. Zapište výsledek.

3. Babička nasušila 600 gramů hub. Kolik čerstvých hub na ně použila, jestliže houby sušením ztratily 85 % své hmotnosti?

4. Novákovi jeli na návštěvu k příbuzným, z domova vyšli v 7 hodin 20 minut. Cesta na nádraží jim trvala čtvrt hodiny, potom 10 minut čekali na vlak. Tím cestovali $\frac{4}{5}$ hodiny, po vystoupení čekali 20 minut na autobus a v 9 hodin 20 minut z něho vystoupili u příbuzných na návsi. Jak dlouho jeli autobusem?

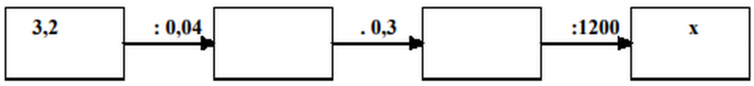
5. Doplňte do políček kladná celá čísla tak, aby součin čísel v libovolných třech po sobě jdoucích políčkách byl roven 123. Které číslo bude napsáno v šedě vybarveném políčku?

	1					3		

6. Při kontrole na konci školního roku zjistil ředitel, že $\frac{2}{3}$ lavic jsou otlučené, polovina je pokreslená a $\frac{1}{4}$ je otlučená i pokreslená. Pouze 2 lavice ve třídě byly nepoškozené. Kolik lavic je ve třídě?

7. Vypočítejte velikosti úhlů α, β v trojúhelníku ABC, jestliže úhel $\gamma = 70°$ a úhel α je o $20°$ větší než úhel β.

8. Zapište co nejjednodušeji číslo, kterým musíme vynásobit x, abychom dostali 1:



9. Pavlína nastoupila brigádu v rychlém občerstvení. Měla vařit čaj a kávu pomocí rychlovarné konvice. Měla k dispozici velkou konvici, která uvaří 1,5 l vody za 5 minut a malou, která uvaří 0,75 l vody za 3 minuty. Za jaký nejkratší čas se dá uvařit 16,5 l vody? (Čas nalévání a vylévání konvice zanedbejte.)

10. Deset hrušek váží jako 15 jablíček, 9 jablíček váží jako 30 švestek. Kolik švestek váží jedna hruška?

7. třída nebo sekunda ....

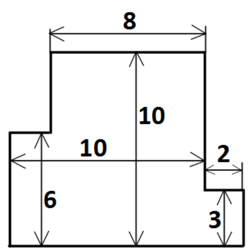
Jméno

Pracovní list č. 2

1. Určete dělitele, který při dělení čísla 59 388 dává výsledek 185 a zbytek 3.

2. Aritmetický průměr čísel a, b, c je roven 20, aritmetický průměr čísel a, b je roven 16. Urči číslo c.

3. Novákovi si pro zahrádku koupili pozemek znázorněný na obrázku. Jakou má plochu? (Údaje jsou v metrech.)



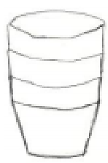
4. Babeta a Žofka četly stejnou knihu. Babeta přečetla denně 15 stran, Žofka 12 stran. Babeta přečetla knihu o 3 dny dříve než Žofka. Kolik stran měla kniha?

5. Tomáš koupil knihu, která i s 15% daní z přidané hodnoty stála 345 Kč. Kolik stojí tato kniha nyní, jestliže je zatížena desetiprocentní daní z přidané hodnoty?

6. V trojúhelníku ABC je úhel α o 24° menší než úhel β a úhel γ je roven polovině součtu úhlů α a β. Vypočítejte velikost úhlu γ.

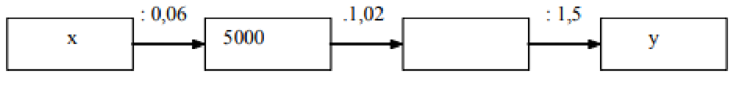
7. Naplní-li řidič nádrž automobilu do čtyř pětin, vydrží přesně na 600 kilometrů. Na kolik kilometrů vydrží polovina nádrže při stejné průměrné spotřebě?

8. V zahradnictví mají připravené květináče. Sloupec tvořený 20 květináči má výšku 90 cm, výška sloupce tvořeného 13 květináči je 62 cm. Jaká je výška jednoho květináče?



9. Existuje kvádr s celočíselnými rozměry, který má objem 15 m^3 a povrch 46 m^2? Pokud ano, jaké má rozměry?

10. Určete x, y:



7. třída nebo sekunda ....
Jméno

Pracovní list č. 3

1. Vypočítej a výsledek zapiš v hektarech: 13 000 m^2 + 0,3 km^2 +620 a =

2. Které slovo dostanete, vyškrtáte-li všechna středově souměrná písmena?

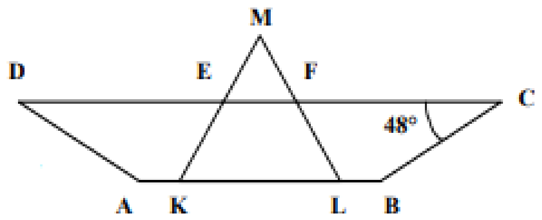
   OXPNOSAZLHEIHCS

3. David říká: „Když při cestě do školy ujdu o 300 metrů více, než jsou její $\frac{2}{5}$, mám za sebou právě 1 km. Jak daleko to má David z domova do školy?

4. Z 800 žáků střední školy tvoří dívky 65 %. Vyznamenání mělo 52 dívek a 15 % chlapců. Kolik žáků školy má vyznamenání?

5. Jestliže Martin vyjde z chaty v 7 : 00 hodin rychlostí 4 km/h, přijde na autobusovou zastávku v 9 hodin 15 minut. V kolik hodin nejpozději musí vyjít, půjde-li rychlostí 6 km/h a má na zastávku přijít ve stejnou dobu?

6. Na obrázku vpravo je rovnoramenný lichoběžník $ABCD$, KLM je rovnostranný trojúhelník. Určete velikost úhlu KEF.



7. Doplňte následující tři čísla: $1, 1, 2, 6, 24, 120, ...$

8. O kolik cm se zvýší hladina vody v nádrži s rozměry dna 40 cm x 60 cm hluboké 1 m, jestliže do ní vhodíme kámen o objemu 3 dm^3 ? Kámen je zcela ponořen a žádná voda nevytekla. Výsledek zapište v centimetrech, nezaokrouhlujte.

9. Paní učitelka napsala na tabuli číslo a řekla žákům: „Přičtěte k tomuto číslu 20 a výsledek pak vydělte číslem 16.“ Vojtovi vyšlo 1, ale trochu to popletl: přičetl k zadanému číslu 16 a výsledek vydělil číslem 20. Co vyšlo Anežce, která počítala správně?

10. Petřík sestavil krychli ze 64 malých krychliček. Každá krychlička má objem 8 cm^3 . Určete povrch krychle v cm^2.

7. třída nebo sekunda ....

Jméno

Pracovní list č. 4

1. Vypočítejte: 0,03 km^2 + 1,7 a +12 500 m^2 a výsledek zapište v hektarech.

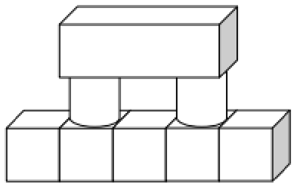
2. Zapište arabskými číslicemi: **MCDLXIV**.

3. V 10 : 00 vyšel rychlostí 5 km/h hajný z hájovny směrem do města. V 10 : 20 vyjel za ním na kole jeho syn Pepík a dohonil ho v půl jedenácté. Jakou rychlostí jel Pepík ?

4. Který z úhlů $\alpha = 28,4^\circ$, $\beta = (28\frac{5}{12})^\circ$, $\gamma = 34^\circ - 5^\circ 26'$ je největší a který nejmenší?

5. V nádrži bylo 620 litrů vody. Do prvního zásobníku z ní odčerpali 120 litrů, do druhého třikrát více než do třetího. V nádrži pak zbylo 20 litrů vody. Kolik litrů vody odčerpali do třetího zásobníku?

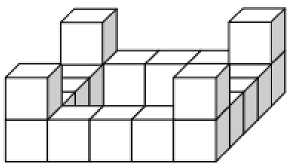
6. Těleso na obrázku je složeno z dílů dětské stavebnice. Nakreslete co uvidíte, když se na toto těleso díváte shora?



7. Na mapě v měřítku 1 : 150 000 naměřil Toník vzdálenost z Dolní Lhoty do Horní Lhoty přesně 12 cm. V kolik hodin musí vyjít z Dolní Lhoty, aby do Horní Lhoty přišel při průměrné rychlosti 6 km/h přesně v 17 hodin 20 minut?

8. Tyč byla rozdělena na tři díly v poměru 2 : 3 : 8. Nejkratší díl byl o 72 cm kratší než nejdelší. Kolik metrů měřila původní tyč ?

9. Těleso na obrázku je složeno z krychliček s délkou hrany 2 cm. Jaký povrch má toto těleso?



10. Myslel jsem si číslo. Násobil jsem ho třemi, k součinu jsem přidal 6, součet jsem dělil dvěma. Dostal jsem dvojciferné číslo s ciferným součtem 9. Jeho číslice na místě desítek je o 5 větší než počet jeho jednotek. Které číslo jsem si myslel?

8. třída nebo tercie ....

Jméno

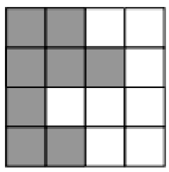
Pracovní list č. 1

1. Vypočítejte: $0{,}04 \cdot 0{,}9 - 0{,}042 \div 0{,}6 =$

2. 10 krav spotřebovalo za týden 140 kg krmiva. Na jak dlouho vydrží třem kravám 120 kg krmiva při stejné spotřebě?

3. Mamince je 25 let. Kolik let je její dceři, jestliže za 6 let bude součet jejich věků 40 let?

4. Obsah vybarveného útvaru je 288 cm^2. Jaký je jeho obvod?



5. Počet stromů se po požáru snížil o 20 %. O kolik procent se počet stromů v tomto roce musí zvýšit, aby se vrátil do původního stavu?

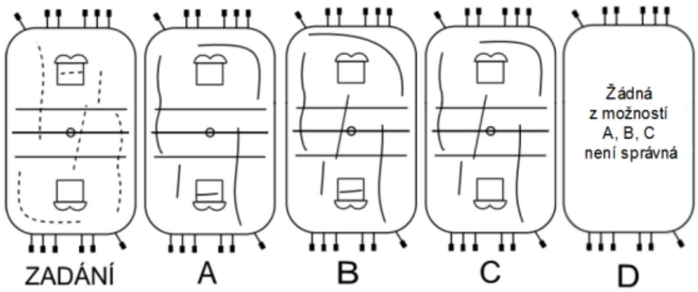
6. V hledišti divadla je 26 řad po 24 sedadlech. Všechna sedadla jsou očíslována počínaje od první řady. Ve které řadě se nachází sedadlo s číslem 375?

7. Nádoba s vodou má hmotnost 28 kg. Jestliže odlijeme čtvrtinu vody, má nádoba s vodou hmotnost 22 kg. Jaká je hmotnost prázdné nádoby?

8. Pět strojů spotřebuje za 6 hodin elektřinu v hodnotě 120 Kč. Za jak dlouho spotřebují 3 stroje elektřinu za 180 Kč?

9. Jak daleko od hlavního města Brazílie São Paula leží Rio de Janeiro, jestliže jsou tato města na mapě s měřítkem 1 : 5 000 000 zobrazena 7 cm od sebe?

10. Na obrázcích jsou půdorysy stolního ledního hokeje - hračky pro děti. Na prvním obrázku jsou čárkovaně zobrazeny dráhy všech šesti hráčů jednoho týmu. Vyberte z možností $A - D$ tu, která zobrazuje dráhy hráčů druhého týmu tak, aby dráhy všech hráčů obou týmů tvořily středově souměrný útvar podle vyznačeného středu hřiště.



8. třída nebo tercie ....

Jméno

Pracovní list č. 2

1. Určete hodnotu výrazu $x^2 - xy - y^2 - (x+y)^2$ pro hodnoty proměnných $x = -1$, $y = -2$.

2. Rozdíl čísel 290 a 270 představuje 20 % myšleného čísla. Jaké je myšlené číslo?

3. Vzdálenost 5 km 5 m 555 cm převeďte na cm.

4. Vlak jedoucí průměrnou rychlostí 160 km/h ujede vzdálenost mezi dvěma městy za 2 hodiny a 15 minut. Jakou délkou je znázorněna trasa vlaku na mapě s měřítkem 1 : 1 500 000?

5. V pravoúhlé soustavě souřadnic je narýsován čtverec $ABCD$. Vrcholy čtverce jsou určeny souřadnicemi: $A[2;6]$, $B[6;6]$, $C[6;2]$, $D[2;2]$. Urči souřadnice průsečíku S úhlopříček čtverce $ABCD$.

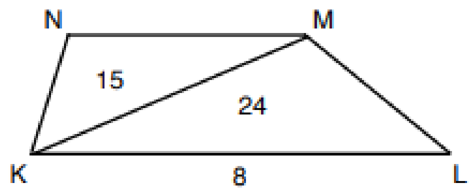
6. Na účet jsme vložili 15 000 Kč. Kolik korun budeme mít na účtu přesně za 2 roky, jestliže ročně činí úroky 5 % a peníze z účtu nevybíráme?

7. Dálnice z Prahy do Brna je dlouhá 200 km. Jestliže František pojede průměrnou rychlostí 100 km/h a Emil průměrnou rychlostí 120 km/h, o kolik minut bude Emil v Brně dříve?

8. Čtvercová parcela má plochu 6 400 m^2. Do rohů parcely a pak každých 5 metrů potřebujeme betonový sloupek pro budoucí oplocení. Kolik sloupků je třeba objednat?

9. Ze 30 žáků 8. třídy jsou $\frac{2}{5}$ chlapců a z nich se $\frac{1}{4}$ učí hrát na hudební nástroj. Hře na hudební nástroj se věnuje též 6 dívek této třídy. Kolik procent žáků této třídy nehraje na žádný hudební nástroj?

10. Lichoběžník se základnou 80 mm je rozdělený úhlopříčkou na dva trojúhelníky s obsahem 24 a 15 cm^2. Vypočítejte délku druhé základny v centimetrech.



8. třída nebo tercie ....
Jméno

Pracovní list č. 3

1. Zapište 6 hodin 14 minut a 24 sekund v minutách desetinným číslem.

2. Mražená zeleninová směs obsahuje mrkev, hrášek, květák a kukuřici v poměru 7 : 3 : 4 : 1. Kolik g hrášku je ve 0,45 kg této směsi?

3. V trojúhelníku o obvodu 48 cm jsou délky stran v poměru 5 : 6 : 5. Určete jeho obsah.

4. Za 20 vstupenek do kina a 6 vstupenek do divadla zaplatíme celkem 2640 korun. Za jeden lístek do divadla utratíme stejně jako za čtyři vstupenky do kina. O kolik korun je dražší vstupenka do divadla ?

5. Aritmetický průměr čísel 36; 96; 48; x; y je 62. Určete čísla x, y, jestliže víte, že jedno z nich je o 30 větší než druhé.

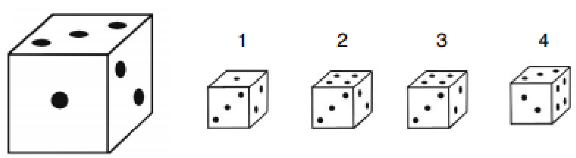
6. Vypočítej, výsledek zapiš zlomkem v základním tvaru: $\dfrac{1,5 - 0,5 \cdot \frac{3}{4}}{1\frac{1}{2} \div 2\frac{2}{3}}$.

7. Pozemek je na mapě v měřítku 1 : 2 000 znázorněn čtvercem o obsahu 1,21 dm^2. Vypočítejte jeho skutečnou výměru a vyjádřete ji v hektarech. Nezaokrouhlujte.

8. Faktoriál přirozeného čísla je v matematice definován jako součin tohoto čísla a všech přirozených čísel menších než toto číslo. Kolik je faktoriál čísla 6?

9. Když Štěpán zaokrouhlil desetinné číslo x na setiny, dostal 3,53. Vypočítejte rozdíl největší a nejmenší možné hodnoty čísla x, víte-li, že mělo tři desetinná místa.

10. Zvolte odpovídající kostku ke vzoru:



8. třída nebo tercie ....

Jméno

Pracovní list č. 4

1. Vypočítej a výsledek zapiš v hektolitrech:

$$43\ 000 \text{ dm}^3 + 0{,}03 \text{ m}^3 + 2\ 600\ 000 \text{ ml} =$$

2. Jestliže od pětiny neznámého čísla odečtu jeho osminu a výsledek vynásobím číslem 1,5 , dostanu číslo 27. Určete neznámé číslo.

3. Které číslo nepatří mezi ostatní?

168 ; 144 ; 289 ; 324 ; 196 ; 121 ; 361

4. Vypočítejte obsah rovnoramenného trojúhelníka se základnou dlouhou 8 cm, jehož obvod je 18 cm.

5. Do školy chodí chlapci a 400 dívek. Kolo mají všichni chlapci a 368 dívek. Kolik chlapců chodí do školy, jestliže kolo má 96 % všech žáků a žákyň školy?

6. Uspořádejte daná čísla vzestupně, užijte znaky < =

$$1{,}67\ ;\ \frac{5}{3}\ ;\ 1{,}66\ ;\ 1{,}6\bar{6}\ ;\ 1{,}7$$

7. Amálka, Bohunka a Cecilka našly dohromady 64 hub. Amálka jich má o 20 méně, než zbývající dvě děvčata celkem. Bohunka našla dvakrát více hub než Cecilka. Kolik hub našla každá z nich?

8. Je dána kružnice $k(S; 4\ cm)$ a přímka p, jejíž vzdálenost od bodu S je 1 cm. Kolik existuje kružnic o poloměru 2 cm, které mají s kružnicí k právě jeden společný bod a s přímkou p také právě jeden společný bod?

9. Vyjádři v hektarech výměru obdélníkového pozemku, jehož rozměry na mapě v měřítku 1 : 250 000 jsou 3 cm a 8 cm.

10. Tyč byla rozříznuta na poloviny, poté jednu část dále rozřízli na dva díly v poměru 3 : 4. Nejkratší díl, který takto dostali, měřil 27 cm. Určete původní délku tyče.