



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A  
BIOMECHANIKY**  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**NELINEÁRNÍ PIEZOELEKTRICKÝ VIBRAČNÍ  
GENERÁTOR**  
NONLINEAR PIEZOELECTRIC VIBRATION ENERGY HARVESTING DEVICE

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**  
BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**  
AUTHOR

Jan Fiala

**VEDOUCÍ PRÁCE**  
SUPERVISOR

doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

BRNO 2018

## Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky  
Student: **Jan Fiala**  
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství  
Studijní obor: Mechatronika  
Vedoucí práce: **doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.**  
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Nelineární piezoelektrický vibrační generátor**

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Práce je zaměřena na návrh a analýzu piezoelektrického nosníku s magnetickou nelineární tuhostí, který lze použít jako autonomní zdroj elektrické energie. Úkolem práce bude vyhodnotit na základě simulací chování této mechatronické soustavy s nelineární tuhostí.

#### **Cíle bakalářské práce:**

1. Rešerše v oblasti nelinearit v energy harvesting zařízeních
2. Analýza a návrh nelineární magnetické pružiny pro piezoelektrický nosník.
3. Tvorba simulačního modelu soustavy.
4. Výroba a testování funkčního vzorku.

#### **Seznam doporučené literatury:**

ERTURK, A a D J INMAN, 2009. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations. Smart Materials and Structures [online]. roč. 18, č. 2, s. 25009. ISSN 0964-1726.

KITIO KWUIMY, C. A., G. LITAK a C. NATARAJ, 2015. Nonlinear analysis of energy harvesting systems with fractional order physical properties. Nonlinear Dynamics [online]. roč. 80, č. 1–2, s. 491–501. ISSN 0924-090X.

MARTENS, W., U. VON WAGNER a G. LITAK, 2013. Stationary response of nonlinear magnetopiezoelectric energy harvester systems under stochastic excitation. European Physical Journal: Special Topics [online]. roč. 222, č. 7, s. 1665–1673. ISSN 19516355.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Tato práce se zabývá návrhem a analýzou piezoelektrického nosníku s přidanou nelineární tuhostí. Nelineární tuhost je realizována pomocí permanentního magnetu a železného hranolu. Práce je zaměřena zejména na analýzu chování samotného nosníku bez přidání elektrické zátěže.

## **ABSTRACT**

This thesis is focused on design and analysis of piezoelectric beam with added non-linear stiffness. The nonlinear stiffness is realized using a permanent magnet and a iron block. Thesis is focused mainly on the analysis of the behaviour of the beam without added electrical load.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Kmitání, nelineární tuhost, piezoelektrický generátor, FEMM, Matlab, Simulink

## **KEYWORDS**

Oscillation, non-linear stiffness, piezoelectric generator, FEMM, Matlab, Simulink

.

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

FIALA, J. *Nelineární piezoelektrický vibrační generátor*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 34 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D..

## **PODĚKOVÁNÍ**

Tímto bych chtěl poděkovat panu doc. Ing. Zdeňku Hadašovi, Ph.D. za cenné připomínky a rady při vypracování této bakalářské práce.

.

## **ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ**

Já, Jan Fiala, prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s radami vedoucího práce doc. Ing. Zdeňka Hadaše, Ph.D., a že jsem uvedl veškeré použité zdroje.

V Brně dne 25. 5. 2018

.....  
Jan Fiala

# OBSAH

<b>1</b>	<b>ÚVOD.....</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>NELINEARITY V ENERGY HARVESTING ZAŘÍZENÍCH.....</b>	<b>10</b>
2.1	Nelinearita s využitím tíhové síly .....	10
2.2	Nelinearita s využitím mechanických dorazů.....	11
2.3	Nelinearita s využitím magnetů .....	12
2.3.1	Bistabilní piezoelektrický generátor .....	12
2.3.2	Quinstabilní piezoelektrický generátor .....	12
<b>3</b>	<b>NÁVRH LINÁRNÍHO GENERÁTORU.....</b>	<b>14</b>
3.1	Určení parametrů generátoru .....	14
3.2	Model generátoru bez zátěže a přidané nelineární tuhosti .....	15
<b>4</b>	<b>NÁVRH NELINEÁRNÍ TUHOSTI.....</b>	<b>16</b>
4.1	Výpočty nelineárních tuhostí.....	16
4.1.1	Magnet – hranol.....	17
4.1.2	Magnet – kulatina .....	20
<b>5</b>	<b>SIMULACE NELINEÁRNÍHO GENERÁTORU BEZ ZÁTEŽE .....</b>	<b>23</b>
5.1	Zvolená nelineární tuhost .....	23
5.2	Rozšíření modelu o nelineární tuhost .....	24
5.3	Simulace frekvenčními přejedy .....	24
5.3.1	Změna amplitudy buzení .....	24
5.3.2	Změna rychlosti přejedu .....	27
<b>6</b>	<b>VÝROBA A TESTOVÁNÍ.....</b>	<b>28</b>
6.1	Návrh konstrukce.....	28
6.2	Měření amplitudo-frekvenční charakteristiky .....	29
<b>7</b>	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>30</b>
<b>8</b>	<b>SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ.....</b>	<b>31</b>
<b>9</b>	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>32</b>
<b>10</b>	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ.....</b>	<b>33</b>
<b>11</b>	<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>	<b>34</b>



# 1 ÚVOD

V dnešní době moderních technologií existuje řada malých elektrických zařízení, jako jsou například senzory, které mohou pracovat na dříve nemyslitelných místech. Často tak bývá problém, jak tato malá zařízení napájet. Baterie nemusí být vždy vhodné, ať už z důvodu jejich životnosti či problematičnosti jejich výměny. Použití kabelových rozvodů energie, také nemusí být šťastné řešení, jelikož může být vyžadováno, aby zařízení fungovalo bezdrátově.

Je tedy zapotřebí najít alternativní zdroj elektrické energie, který by využíval energetických zdrojů v blízkém okolí napájeného zařízení. Takový způsob získávání elektrické energie se označuje jako Energy Harvesting.

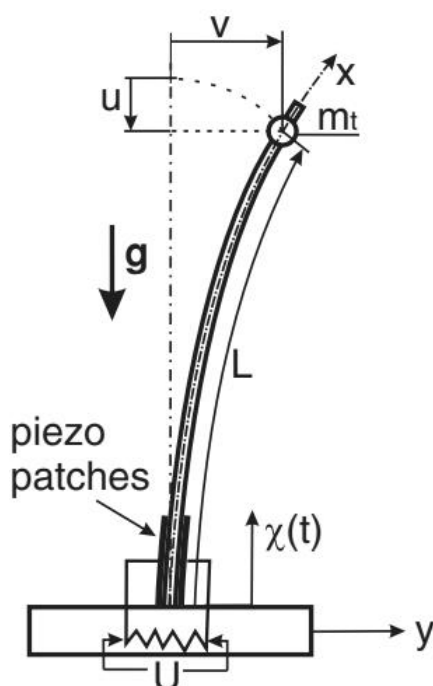
Energy Harvesting zařízení využívají k přeměně energie elektromagnetické indukce, piezoelektrického jevu, fotoelektrických či biologických procesů [1]. Hlavním cílem výzkumů v oblasti Energy Harvesting je využití nelinearit k rozšíření frekvenčního pásma rezonance, aby byla větší možnost jejich využití v praxi. Mimo rezonanční frekvenci je totiž generovaný výkon řádově nižší. Cílem této práce bude najít vhodnou nelinearitu k rozšíření frekvenčního pásma rezonance piezoelektrického nosníku.

## 2 NELINEARITY V ENERGY HARVESTING ZAŘÍZENÍCH

Asi nejčastějším případem realizace nelinearity v energy harvesting zařízeních je za pomoci přídavných magnetů, nicméně existuje i několik dalších způsobů jako například využití tíhové síly či mechanických dorazů [2]. Některými návrhy a řešeními se bude zabývat tahle kapitola.

### 2.1 Nelinearita s využitím tíhové síly

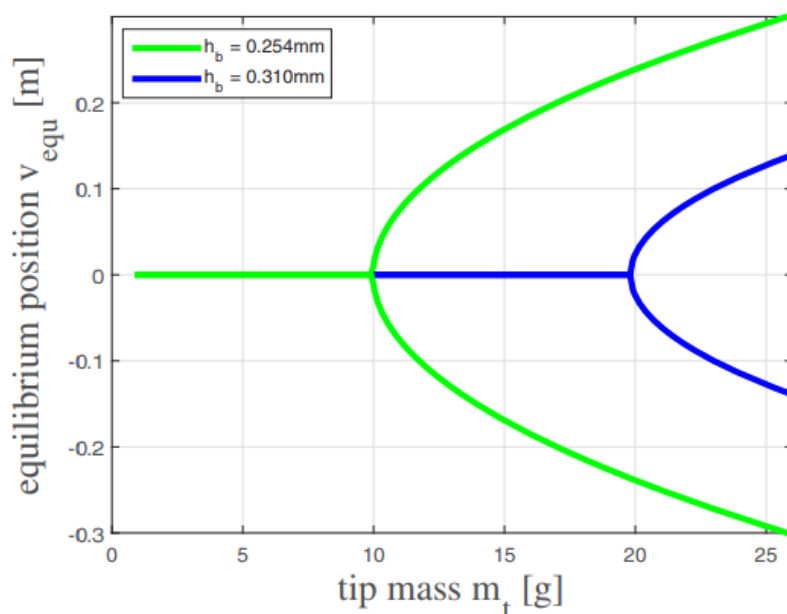
Realizaci nelinearity pomocí tíhové síly ukazuje článek [3]. Na Obr. 1 lze vidět konstrukci. Jedná se o vetknutý nosník ve vertikální poloze, na jehož vrcholu je přidané závaží o hmotnosti  $m_t$ , díky kterému je způsobena nelinearita, jelikož při jeho vychýlení z osy na něj začne působit tíhová síla, jejíž průběh není lineární.



Obr. 1: Model generátoru s přidanou nelinearitou pomocí tíhové síly [3]

Na Obr. 2 lze vidět závislost rovnovážné polohy na hmotnosti přidaného závaží na konci nosníku pro dvě různé tloušťky nosníku  $h_b$ . Od hmotnosti závaží 10 g pro tloušťku nosníku 0,254 mm dochází ke vzniku dvou rovnovážných poloh, které se s rostoucí

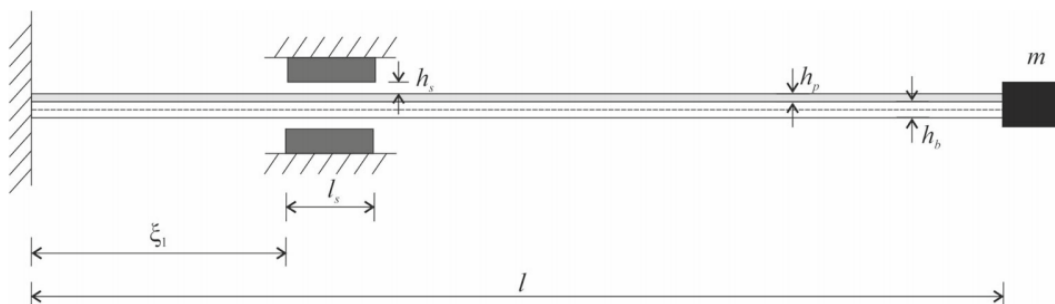
hmotností dále vzdalují od středu. Pro druhou tloušťku je průběh analogický, pouze dochází ke vzniku dvou rovnovážných poloh až při větší hmotnosti závaží.



Obr. 2: Závislost rovnovážné polohy na hmotnosti přidaného závaží [3]

## 2.2 Nelinearita s využitím mechanických dorazů

Řešení nelinearity pomocí mechanických dorazů je znázorněno na Obr. 3 a zabývá se jím článek [4]. Při kmitání nosníku dochází ke kontaktu s dorazy, čímž dojde ke skokové změně průběhu kmitání (projevení nelinearity). Tohle řešení ovšem přináší řadu problémů [5]. Hlavní problém je v místě doteku s dorazy, protože zde bude docházet k velkému namáhání nosníku a porušování piezovrstvy na povrchu nosníku.



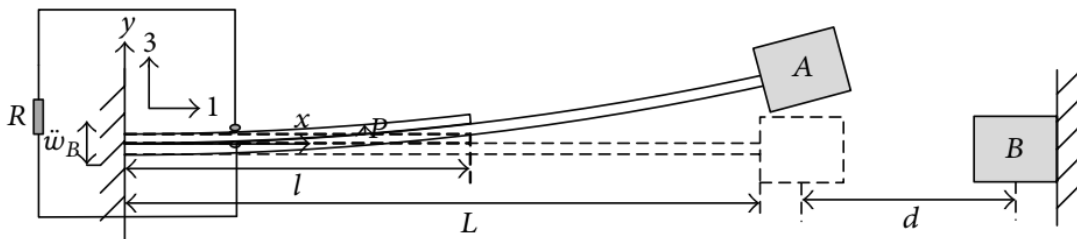
Obr. 3: Vetknutý piezonosník s mechanickými dorazy [4]

## 2.3 Nelinearita s využitím magnetů

Tímhle řešením se zabývá řada článků. Některé návrhy budou uvedeny v následujících podkapitolách.

### 2.3.1 Bistabilní piezoelektrický generátor

Článek [6] se zabývá numerickou a experimentální analýzou bistabilního piezoelektrického generátoru. Nelineární tuhost je realizována pomocí dvou magnetů, které se navzájem odpuzují, konstrukci ukazuje Obr. 4. Pro vznik bistability je klíčový správný rozestup mezi magnety. Autoři článku určili jako ideální rozestup 13,5 mm.



Obr. 4: Bistabilní piezoelektrický generátor [6]

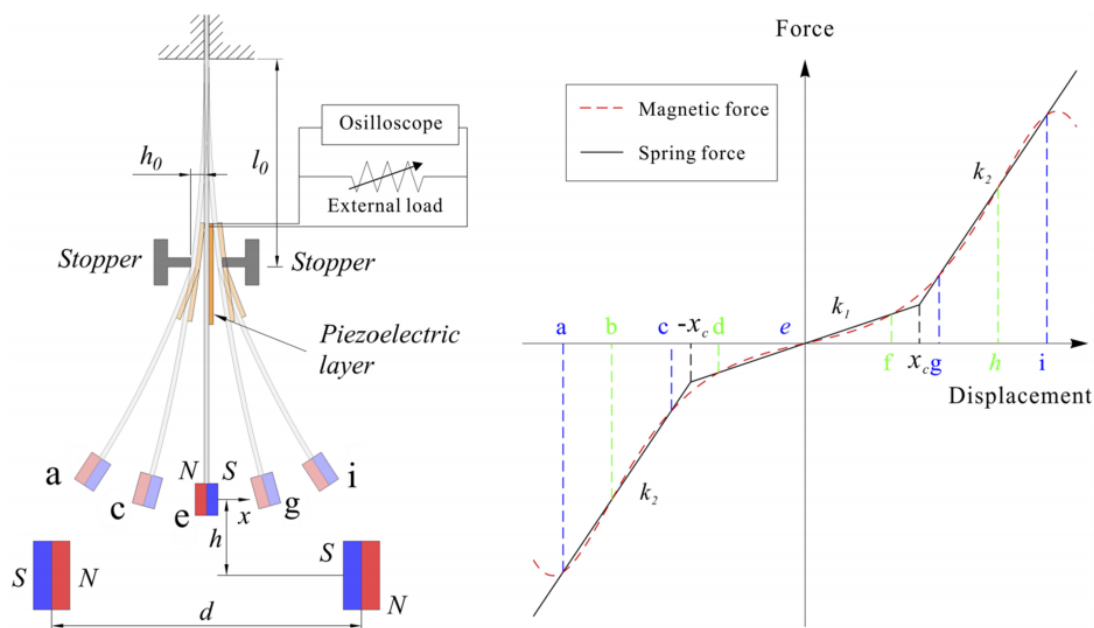
Dále autoři provádí experimentální měření. Soustava je buzena budící amplitudou 2,5g a postupně je zvyšována frekvence. Měření je provedeno jak pro bistabilní generátor, tak pro lineární (je odstraněn magnet B –  $d = \infty$ ). Následně je porovnán generovaný výkon obou generátorů, což ukazuje Obr. 5. Lze si také všimnout, že pro jisté frekvence je chování nelineárního generátoru chaotické.

$\omega_e$ (Hz)	$u_{\text{RMS}}$ (mV) ( $d = 13.5$ mm)	Response type ( $d = 13.5$ mm)	$u_{\text{RMS}}$ (mV) ( $d = \infty$ )
10	1944	Intrawell motion	52
15	5244	Interwell period-1	96
20	5347	Interwell period-1	149
25	2245	Chaotic motion	332
35	1321	Intrawell motion	1458

Obr. 5: Odezvy pro nelineární a lineární generátor pro různé budící frekvence [6]

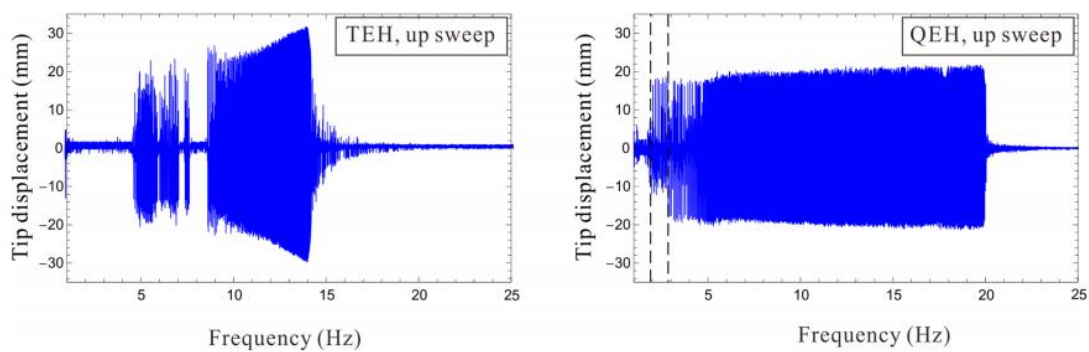
### 2.3.2 Quinstabilní piezoelektrický generátor

Autoři článku [7] se zabývají vylepšením tri-stabilního piezoelektrického generátoru. Tento generátor byl rozšířen o mechanické dorazy a správnou konfigurací magnetů a dorazů bylo docíleno vzniku pěti rovnovážných poloh, konstrukci ukazuje Obr. 6. Následně byly provedeny numerické simulace a experimentální měření.



Obr. 6: Schéma nelineárního quin-stabilního generátoru [7]

Z Obr. 7 lze vidět, že pásmo rezonance je u generátoru s pěti stabilními polohami znatelně širší. Z čehož vyplývá, že jeho praktické využití má mnohem větší potenciál.



Obr. 7: Experimentální výsledky výchylky konce nosníku pro buzení 1 g [7]

### 3 NÁVRH LINÁRNÍHO GENERÁTORU

Pro simulace a experimenty byl zvolen generátor od firmy Midé, konkrétně Midé V21BL [8]. Jedná se o nosník, který je na jedné straně vetknut a na druhé volný.

#### 3.1 Určení parametrů generátoru

Určováním parametrů tohoto generátoru se zabývá [5], proto v této práci nebudou početně určovány, nicméně je dobré alespoň nastínit, jak jsou dané parametry získány.



Obr. 8: Schéma redukce parametrů

Aby bylo možné provádět simulace, je nutné určit redukované parametry nosníku (redukovanou hmotnost, tuhost a tlumení). Tyto parametry výrobce [9] neudává, nicméně udává tabulku, která obsahuje údaje o chování generátoru, pro různá přidaná závaží, konkrétně vlastní frekvenci v závislosti na přidaném závaží. Z těchto údajů, lze určit redukovanou hmotnost a tuhost ze základní rovnice pro vlastní frekvenci [10]:

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

Pro výpočet je vhodnější tvar:

$$m = \frac{k}{(2 \cdot \pi \cdot f)^2} \quad (2)$$

Z tabulky se určí dvě vlastní frekvence pro dvě různé přidané hmotnosti (hmotnost  $m$  se potom vyjádří jako součet redukované hmotnosti a přidaného závaží) a vznikne soustava dvou rovnic o dvou neznámých, která je snadno řešitelná.

Tlumení je pak nutné určit experimentálně. Nosník se vychýlí z rovnovážné polohy a nechá volně kmitat, z průběhu kmitání lze pak tlumení snadno určit. Jak již bylo dříve psáno, tyto parametry byly určeny v [5] a budou z této práce převzaty. Hodnoty se liší, jelikož autor práce [5] později tyto parametry aktualizoval.

### 3.2 Model generátoru bez zátěže a přidané nelineární tuhosti

Model je lineární s jedním stupněm volnosti a je možné ho popsat jednou diferenciální rovnicí druhého řádu:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = Q(t) \quad (3)$$

Kde  $m$  (4) je součet redukované hmotnosti nosníku a přidané hmotnosti,

$$m = m_0 + m_{\text{přidana}} = 5,2 \text{ g}, \quad \text{kde } m_0 = 0,7 \text{ g}, \quad m_{\text{přidana}} = 4,5 \text{ g} \quad (4)$$

$b$  (5) je vnitřní tlumení nosníku

$$b = 0,025 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad (5)$$

a  $k$  (6) je redukovaná tuhost nosníku.

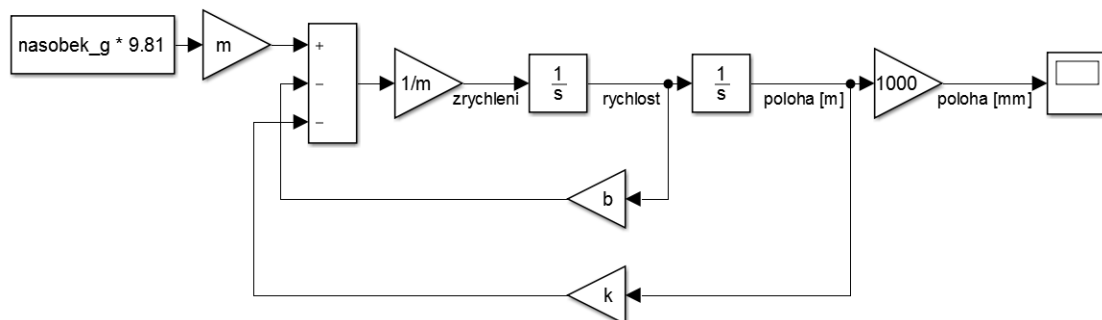
$$k = 233 \text{ N/m} \quad (6)$$

Pravá strana vyjadřuje buzení. Jelikož se jedná o vibrační generátor, buzení bude probíhat pomocí vibrací. Jedná se tedy o kinematické buzení, které lze vyjádřit jako:

$$Q(t) = m \cdot a(t) \quad (7)$$

Kde  $m$  je hmotnost (4) a  $a(t)$  je zrychlení vibrační základny, které bude vyjádřeno v násobcích gravitační konstanty  $g$ .

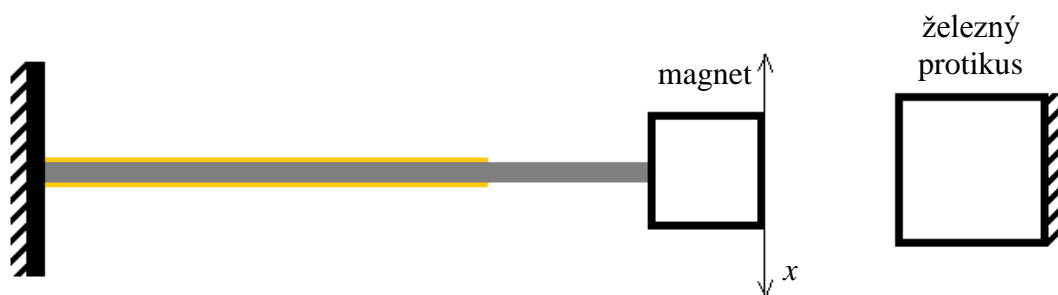
Na Obr. 9 je rovnice (3) namodelována v prostředí Simulink, kde bude tato rovnice počítána numericky s jemným výpočetním krokem.



Obr. 9: Model lineárního generátoru bez zátěže v programu Simulink

## 4 NÁVRH NELINEÁRNÍ TUHOSTI

Nelineární tuhost bude realizována pomocí magnetické vazby. Návrh bude vycházet z [5], s tím rozdílem, že protikusem nebude magnet, nýbrž feromagnetický materiál, konkrétně železo. Realizaci ukazuje Obr. 10. Úkolem bude najít velikost a tvar protikusu, který přinese vhodnou nelinearitu pro lineární model generátoru.



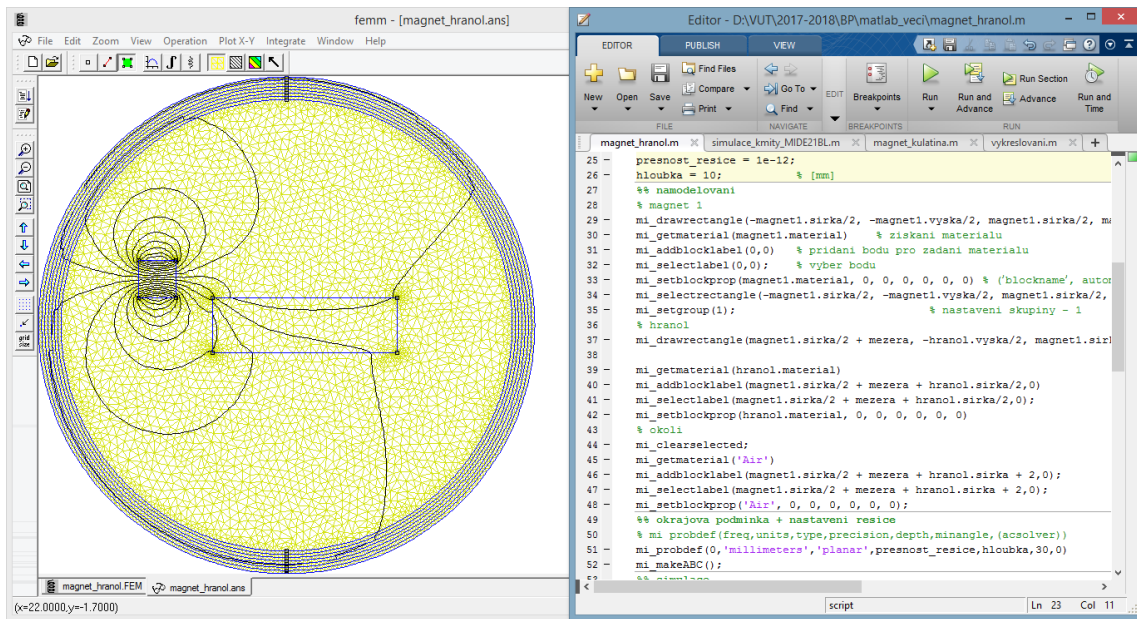
Obr. 10: Schéma nosníku s přidaným magnetem a železným protikusem

### 4.1 Výpočty nelineárních tuhostí

Pro výpočty magnetické síly je použit software FEMM, který je ovládán z prostředí MATLAB pomocí skriptu. Ve skriptu jsou napsány příkazy pro vytvoření geometrie problému, nastavení simulace (materiály jednotlivých prvků, přesnost řešiče, okrajová podmínka atd.) a samotné spuštění simulace.

Je nutné říci, že při výpočtech je uvažován pohyb konce nosníku jako přímočarý, tedy pouze v kolmé ose na nosník. Je tedy zanedbáno natočení konce nosníku a pohyb ve vodorovné ose. Toto zjednodušení lze odůvodnit tím, že výchylky nosníku jsou vzhledem k jeho délce malé. Výrobce totiž udává maximální výchylku nosníku 0,18 palců, což je přibližně  $\pm 2,25$  mm.





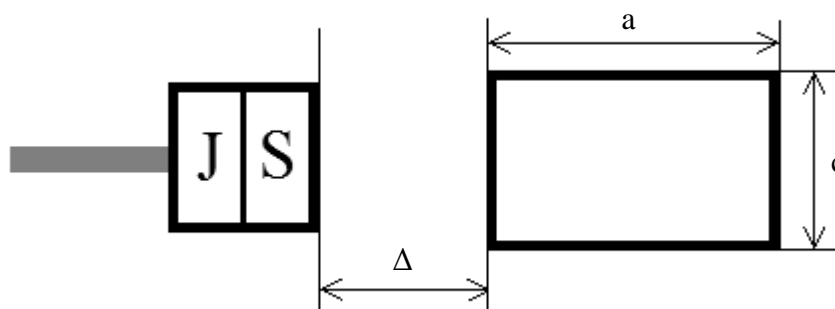
Obr. 11: Ukázka výpočtu v programu FEMM spuštěného z programu MATLAB

Jak již bylo dříve zmíněno, bude využito návrhu práce [5], magnet na konci nosníku je tedy stejný. Jedná se o magnet VMM4-N30 o rozměrech 2x2x10 mm a bude použit v následujících simulacích. Všechny protikusy budou mít tudíž stejnou hloubku jako tento magnet a to sice 10 mm.

Výsledkem simulací bude magnetická síla působící na magnet připevněný na konci nosníku v závislosti na jeho výchylce. V následujících podkapitolách bude v grafech vždy vynesena průběh tuhosti nosníku  $F_p$ , magnetická síla  $F_m$  a výsledná tuhost  $F_v$ .

#### 4.1.1 Magnet – hranol

V první konfiguraci je protikusem hranol. Jak ukazuje Obr. 12, tento návrh má měnitelné tři parametry a sice vzdálenost od magnetu  $\Delta$ , výšku hranolu  $c$  a šířku hranolu  $a$ . Simulace bude probíhat tak, že se bude měnit, vždy jeden parametr a výsledky budou vyneseny přes sebe do grafů, z kterých bude možné sledovat změny průběhů sil v závislosti na jednotlivých parametrech.

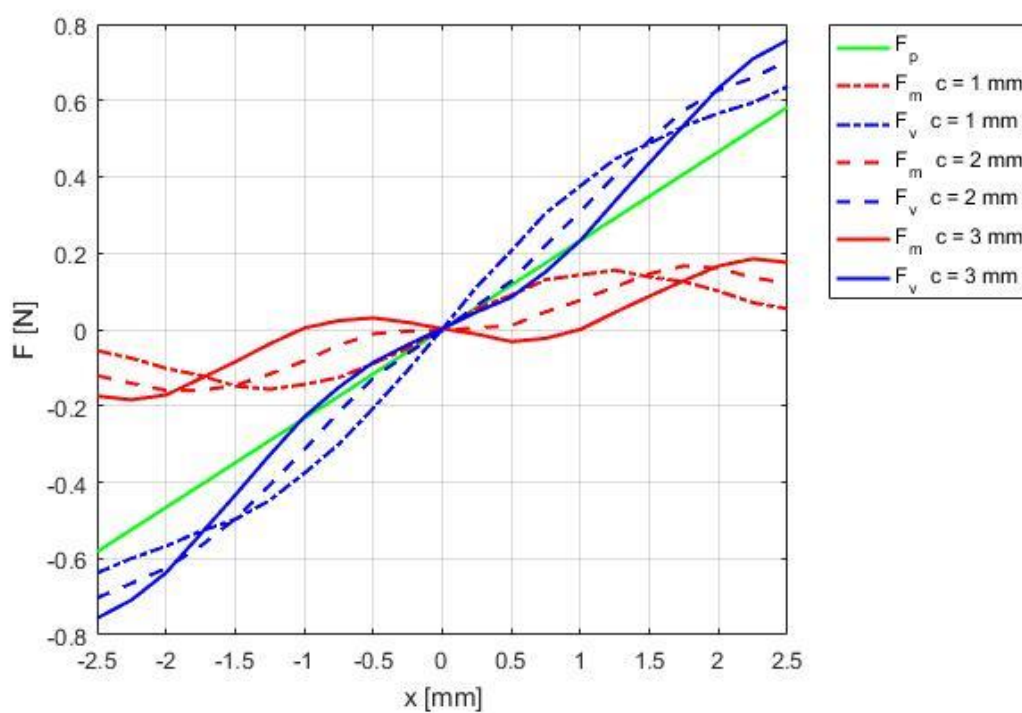


Obr. 12: Schéma konfigurace magnet – hranol a změna parametrů  $\Delta$ ,  $a$ ,  $c$

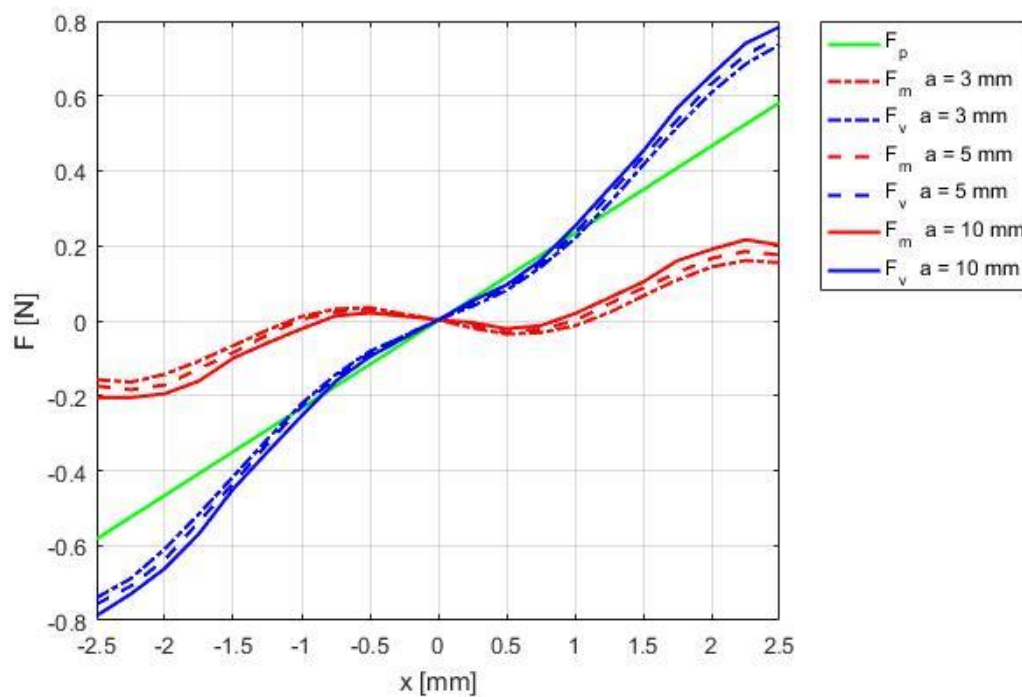
Na Obr. 13 je vynesena závislost průběhů sil na parametru  $c$ , tedy výšce hranolu. Zbylé dva parametry byly pevně určeny. Z průběhů lze pozorovat, že se vrůstající výškou se v okolí středu mění výsledná tuhost z měkhoucí na tvrdnoucí. Dále pak maximální hodnota magnetické síly se vzdaluje od středu. Lze si také všimnout, že pro parametr  $c = 3$  mm existují pro magnetickou sílu tři rovnovážné polohy, ve středu a další dvě přibližně v  $\pm 1$  mm výchylky.

Dále byl měněn parametr  $a$ . Z Obr. 14 lze pozorovat, že se vzrůstajícím parametrem  $a$  roste velikost magnetické síly a tím se zvětšuje i celková tuhost a stává se více tvrdnoucí.

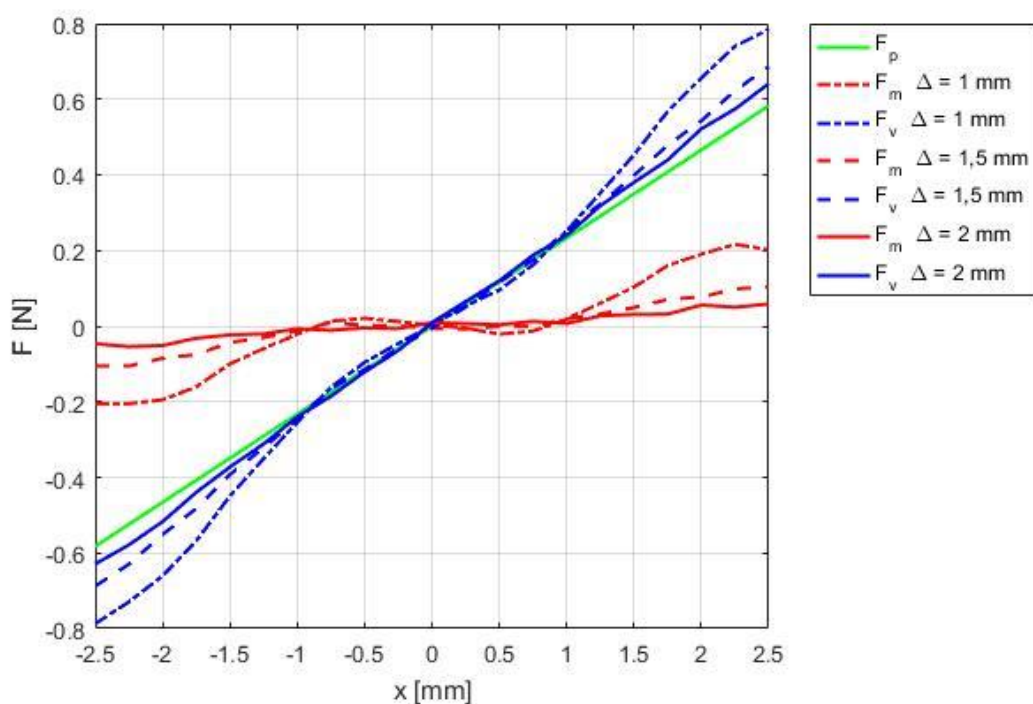
Nakonec byl simulován vliv parametru  $\Delta$ , tedy vzdálenosti mezi magnetem a hranolem. Jak se dalo předpokládat, tak se vrůstajícím parametrem klesá velikost magnetické síly. Obr. 15 ukazuje, že již od hodnoty  $\Delta = 1,5$  mm se stává vliv magnetické síly na výslednou tuhost tak malý, že je v podstatě zanedbatelný a tuhost zůstává lineární.



Obr. 13: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – hranol, pro  $\Delta = 1$  mm,  $a = 5$  mm a různé parametry  $c$



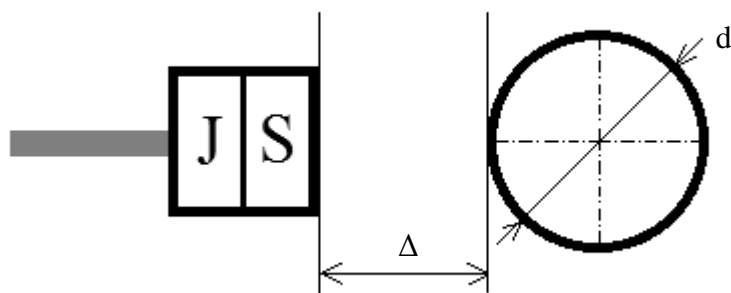
Obr. 14: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – hranol, pro  $\Delta = 1$  mm,  $c = 3$  mm a různé parametry  $a$



Obr. 15: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – hranol, pro  $a = 10$  mm,  $c = 3$  mm a různé parametry  $\Delta$

#### 4.1.2 Magnet – kulatina

Druhá konfigurace využívá jako protikus kulatinu. Jak naznačuje Obr. 16, při této konfiguraci budou měnitelné parametry dva a sice vzdálenost  $\Delta$  mezi kulatinou a magnetem a průměr  $d$  kulatiny.

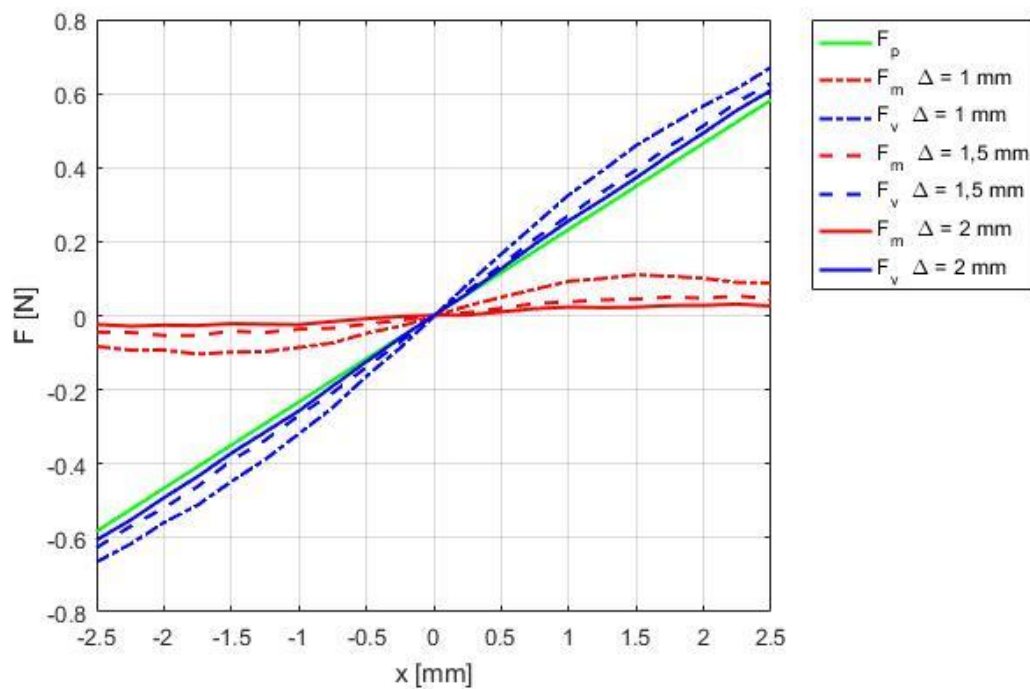


Obr. 16: Schéma konfigurace magnet – kulatina a změna parametrů  $\Delta$  a  $d$

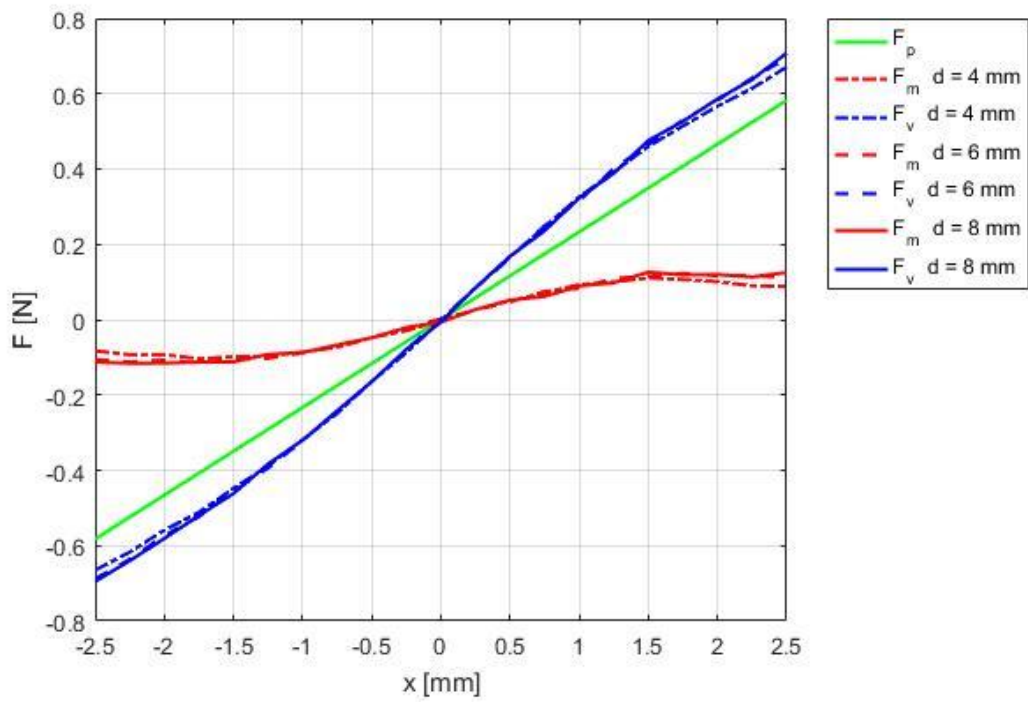
Postup simulací je stejný jako u první konfigurace. Nejprve je simulován vliv parametru  $\Delta$ , výsledné průběhy lze pozorovat na Obr. 17. Vliv je stejný jako u sestavy magnet – hranol. Se vzrůstající vzdáleností mezi magnetem a protikusem dochází ke snižování velikosti magnetické síly a její vliv se stává postupně zanedbatelným.

Taktéž změna průměru kulatiny nepřináší významný vliv na průběh magnetické síly, jak ukazuje Obr. 18. Při rostoucím průměru dochází pouze k nepatrnému růstu magnetické síly.

Ve výsledku tato konfigurace nepřináší žádné zajímavé průběhy tuhostí, jelikož se dá říct, že k lineární tuhosti samotného nosníku, je přičtena více méně další lineární tuhost od magnetické síly, což způsobí pouhou změnu strmosti přímky.



Obr. 17: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – kulatina, pro  $d = 4$  mm a různé parametry  $\Delta$



Obr. 18: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – kulatina, pro  $\Delta = 1$  mm a různé průměry  $d$

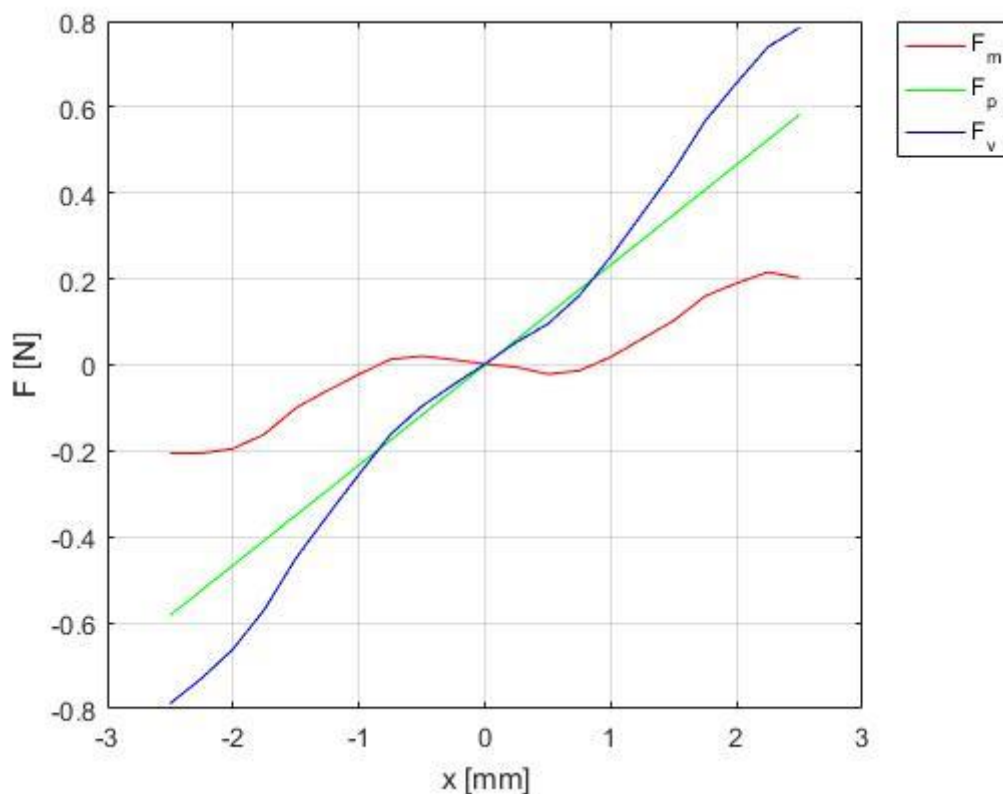
## 5 SIMULACE NELINEÁRNÍHO GENERÁTORU BEZ ZÁTEŽE

V kapitole 4 byly navrženy dvě konfigurace pro nelineární tuhost. Návrh magnetu v kombinaci s kulatinou se neukázal jako správná volba. Nicméně první možnost s hranolem s určitými parametry přinesla nelineární průběh výsledné tuhosti.

Dalším krokem je tedy rozšíření modelu o nelineární tuhost a sledování chování nosníku. K tomu je zapotřebí dalších simulací, nabízí se například buzení konstantní amplitudou při proměnné frekvenci, jejímž výstupem je amplitudo-frekvenční charakteristika.

### 5.1 Zvolená nelineární tuhost

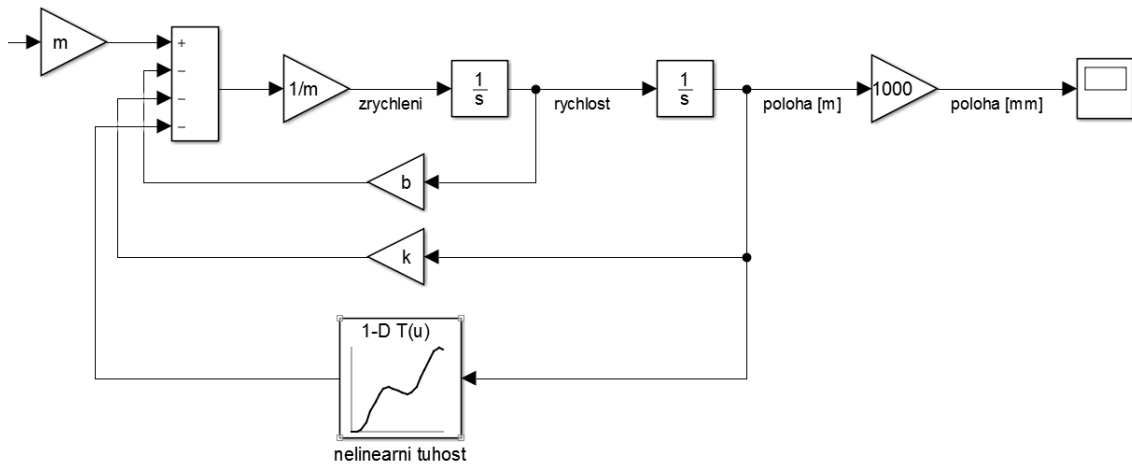
Pro další simulace byla vybrána nelineární tuhost, kterou ukazuje Obr. 19. Jedná se o tuhost s jednou rovnovážnou polohou uprostřed, kde v okolí středu vykazuje průběh tvrdnoucí charakteristiku, která postupně přechází v měknoucí. Bude tedy zajímavé sledovat, jak se projeví ta část magnetické síly, která vykazuje tvrdnoucí charakter, jelikož pro přitahující se tělesa by se dal očekávat spíše průběh měknoucí.



Obr. 19: Průběhy sil pro konfiguraci magnet – hranol s parametry  $a = 10$  mm,  $c = 3$  mm,  $\Delta = 1$  mm

## 5.2 Rozšíření modelu o nelineární tuhost

Pro přidání nelineární tuhosti do lineárního modelu nosníku z kapitoly 3.2 v programu Simulink byla využita funkce 1-D Lookup table. Tato funkce umožňuje použít výsledky z magnetické simulace z programu FEMM, blok reprezentující tuhle funkci v sobě nese tabulku magnetické síly pro dané výchylky a na základě výstupní polohy nosníku, která je vstupem do tohoto bloku, pak přiřazuje příslušnou hodnotu magnetické síly.



Obr. 20: Model generátoru bez zátěže s přidanou nelineární tuhostí v programu Simulink

## 5.3 Simulace frekvenčními přejedy

V grafech bude zobrazena obálka amplitudy výchylky v závislosti na čase pro přejezd s rostoucí a klesající budící frekvencí.

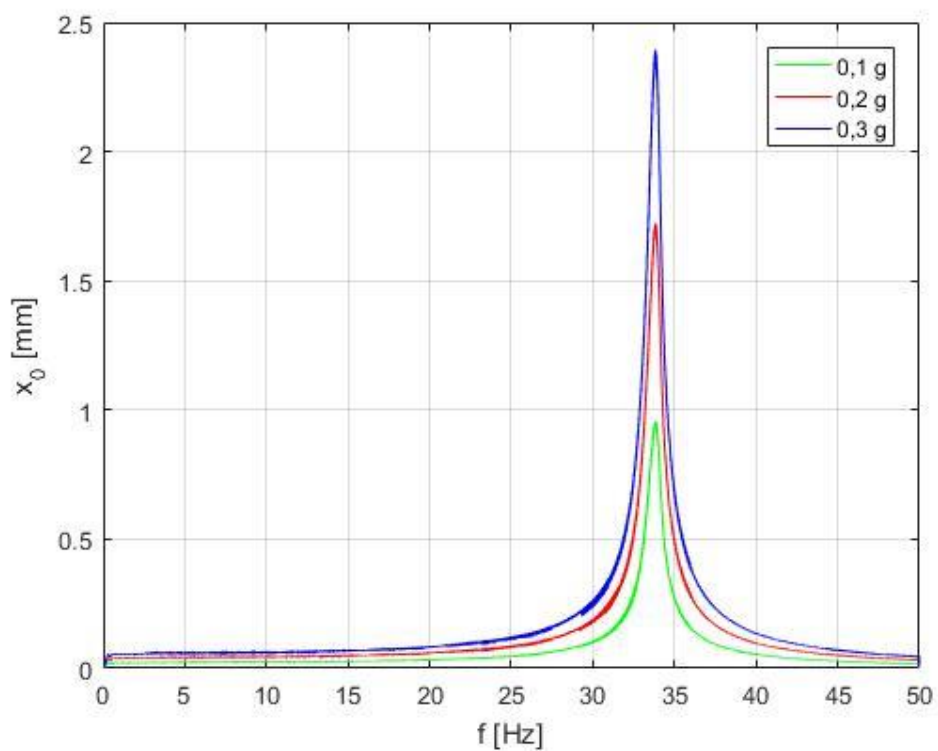
### 5.3.1 Změna amplitudy buzení

Pro simulace byla zvolena neměnná rychlost přejezdu 0,2 Hz / s, přičemž se měnila budící amplituda. Simulace probíhaly v rozmezí frekvencí 0 – 50 Hz.

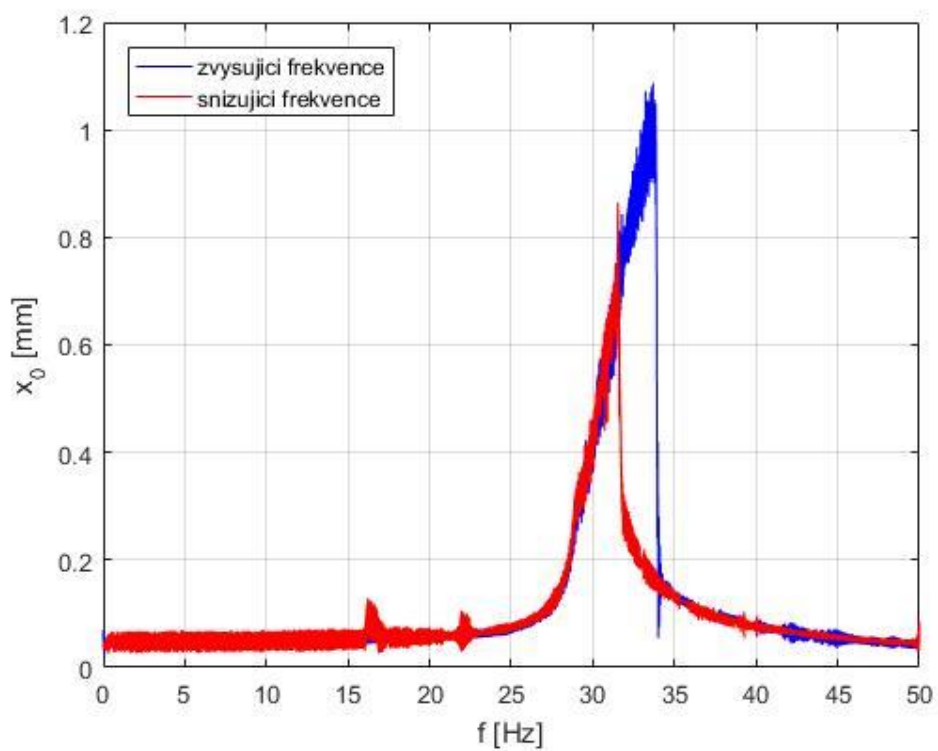
Jako první byla zvolena budící amplituda 0,1 g. Z Obr. 21 a Obr. 22 lze porovnat chování lineárního nosníku a nosníku s přidanou nelinearitou. Maximální amplitudy kmitání jsou v podstatě stejné, nicméně nelze přehlédnout, že šířka rezonance je přibližně o 3 Hz širší u nosníku s přidanou nelineární tuhostí.

Dále byla budící amplituda zvýšena na 0,2 g a 0,3 g. Průběhy jsou znázorněny na Obr. 23 a Obr. 24. Lze vidět, že dochází k dalšímu zvyšování amplitudy kmitání a rozšiřování rezonančního pásma frekvence, při buzení 0,3 g je to přibližně 6 – 7 Hz, s tím, že maximální amplituda kmitu je při frekvenci 39 Hz. Nicméně je nutno dodat, že tato amplituda je již na hraně maximální dovolené výchylky nosníku, při dalším zvyšování budící amplitudy by tedy mohlo dojít k poškození nosníku.

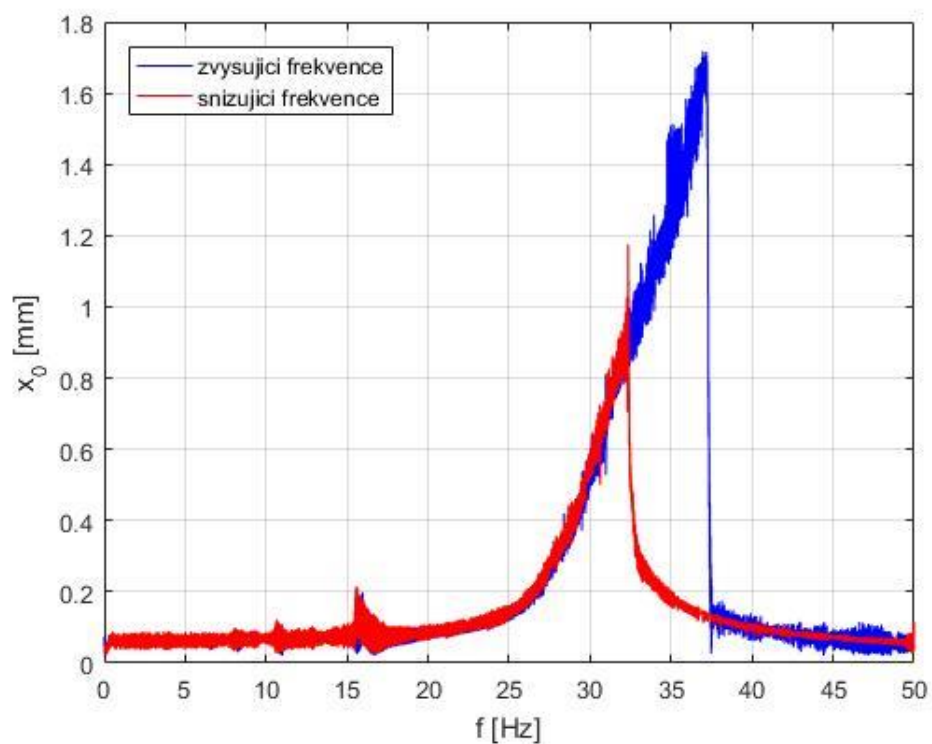




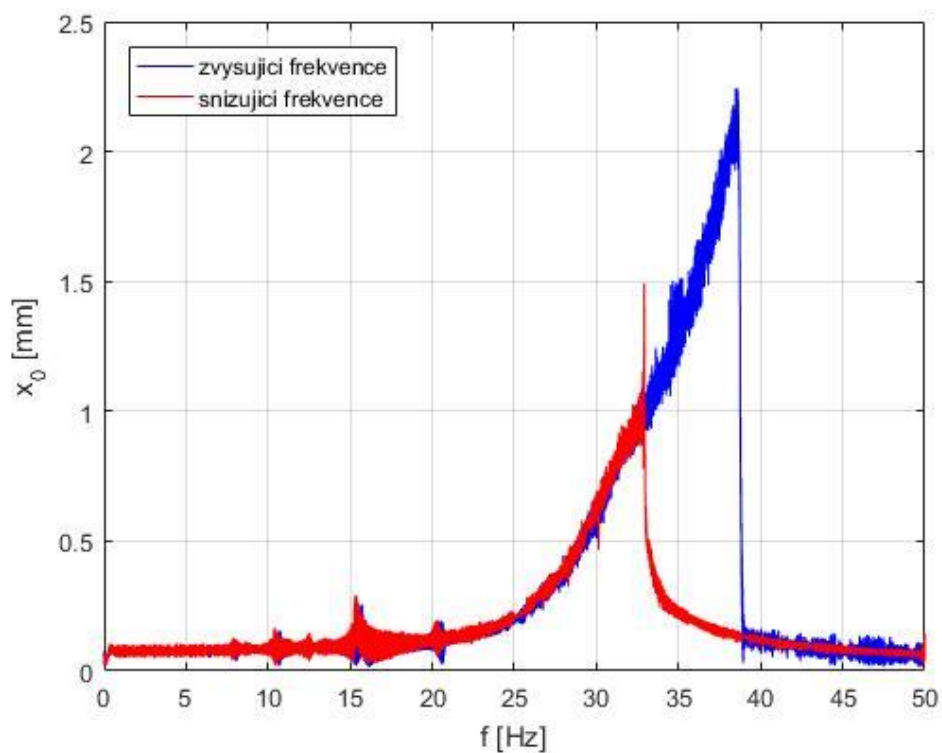
Obr. 21: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci pro různé amplitudy buzení bez přidání nelinearity



Obr. 22: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,1 g s přidanou nelinearitou



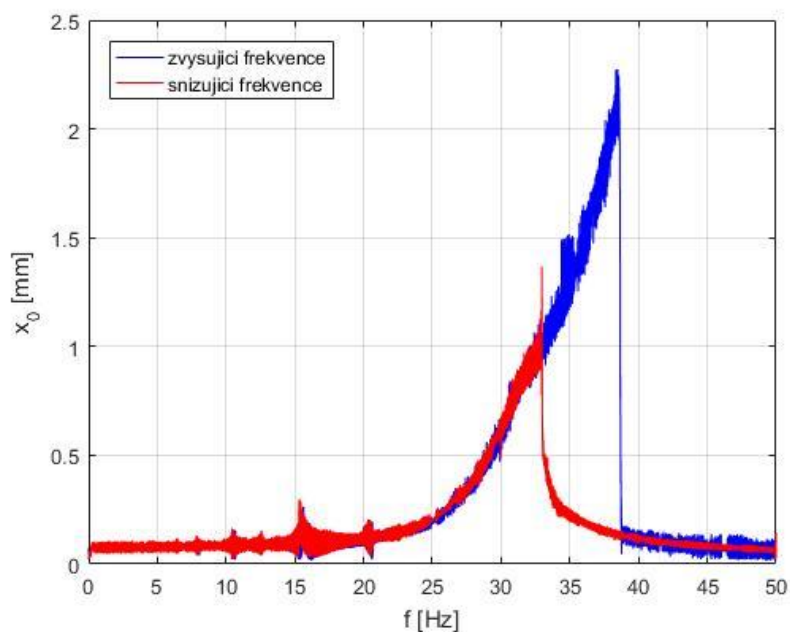
Obr. 23: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,2 g s přidanou nelinearitou



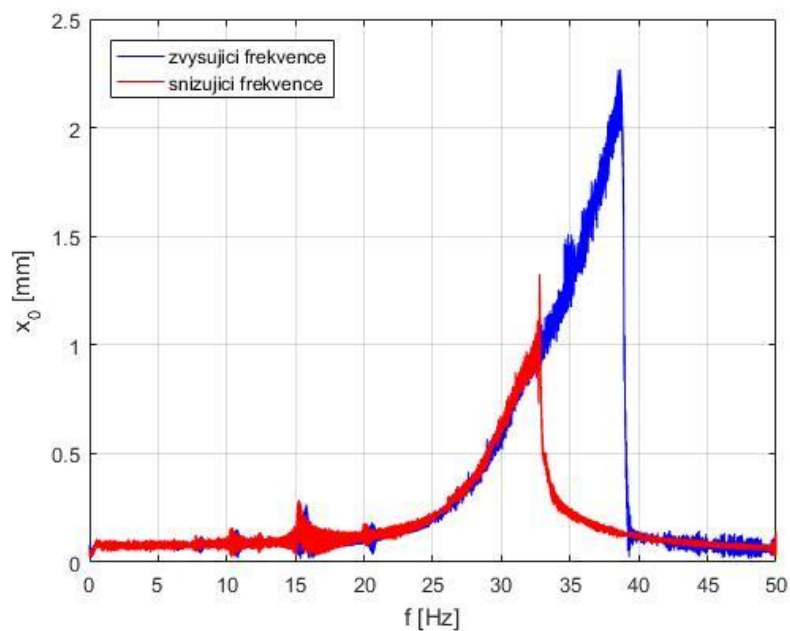
Obr. 24: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,3 g s přidanou nelinearitou

### 5.3.2 Změna rychlosti přejezdu

Dále probíhali simulace při konstantní budící amplitudě 0,3 g pro dvě odlišné rychlosti přejezdu a sice 0,1 Hz/s a 0,4 Hz/s. Amplitudo-frekvenční charakteristiky na Obr. 25 a Obr. 26 ukazují, že změny rychlosti přejezdu nemají v podstatě žádný významnější vliv na výsledné průběhy výchylky.



Obr. 25: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,3 g s přidanou nelinearitou při rychlosti přejezdu 0,1 Hz/s



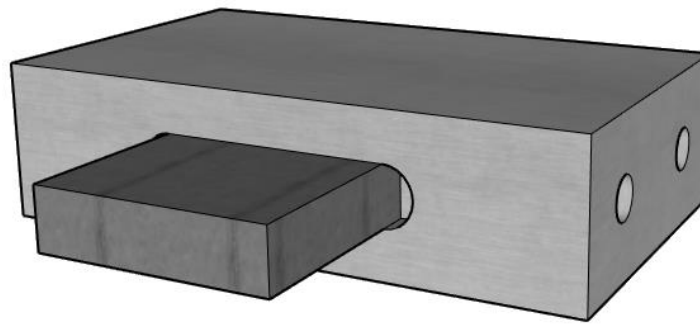
Obr. 26: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,3 g s přidanou nelinearitou při rychlosti přejezdu 0,4 Hz/s

## 6 VÝROBA A TESTOVÁNÍ

Po sériích simulací nelineárního nosníků, lze přistoupit k realizaci experimentu. Nejdříve je však nutné navrhnout konstrukci experimentální vzorku.

### 6.1 Návrh konstrukce

Při návrhu bylo využito konstrukce [5], která umožňuje uložení piezoelektrického generátoru Midé V21BL a má možnost vcelku snadného uchycení libovolného protikusu. Jediným úkolem tedy bylo navrhnout požadovaný protikus tak, aby bylo možné ho k této konstrukci připevnit.

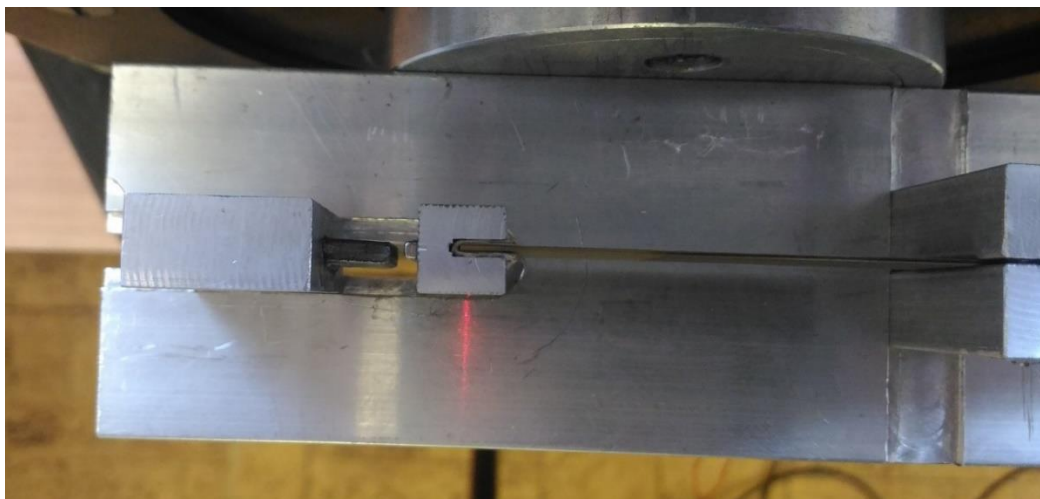


Obr. 27: Model protikusu

Jednoduché řešení je znázorněno na Obr. 27. Pro uložení byl použit neferomagnetický materiál, aby nedošlo k ovlivnění magnetické nelinearity, konkrétně hliník, jelikož nebyly zvýšené nároky na pevnost.

Do hliníkového bloku byla vyfrézována drážka pro uložení železné části, která byla upevněna pomocí lepidla. Následně byly z boční strany vyvrtány díry pro vyřezání závitů pro šrouby, kterými je celá konstrukce připevněna. Zároveň je dobré, že lze měnit vzdálenost mezi magnetem a železem, jak je patrné z Obr. 28, kde je hotový výrobek připevněn na testovacím zařízení.

Dalším krokem tak mohlo být samotné testování nosníku.

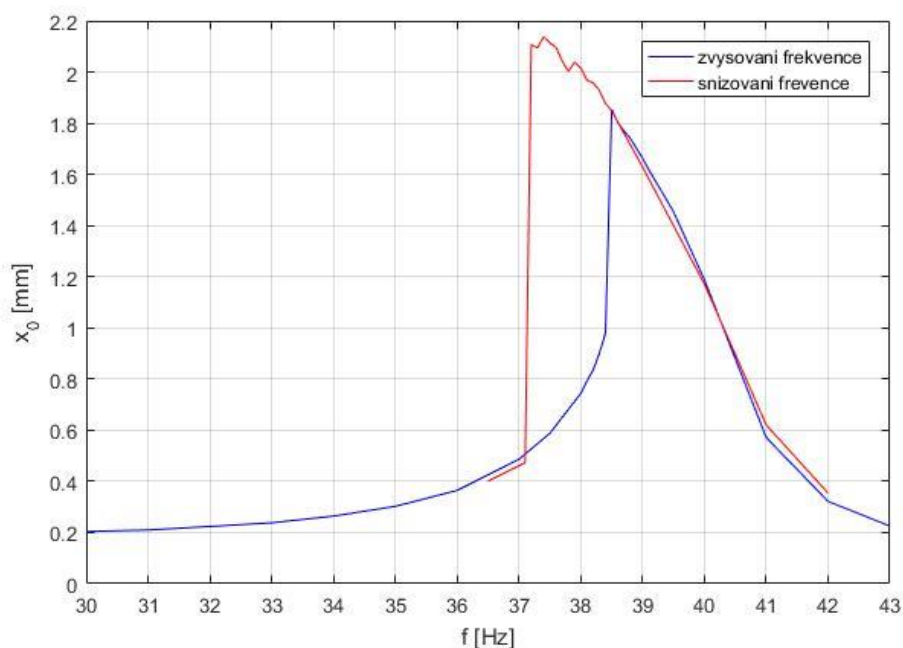


Obr. 28: Experimentální vzorek piezoelektrického nosníku

## 6.2 Měření amplitudo-frekvenční charakteristiky

Měření probíhalo následovně. Soustava byla připevněna na testovací zařízení, u kterého lze volit budící amplitudu a frekvenci. Byly simulovány frekvenční přejezdy pro zvyšující a snižující se frekvenci.

Obr. 29 ukazuje amplitudo-frekvenční charakteristiku měřené soustavy pro budící amplitudu 0,3 g a vzdálenost mezi magnetem a železem 1,3 mm. Průběh je typicky měkcnoucí. Při snižování frekvence tedy došlo k rozšíření rezonanční frekvence. Naopak při jejím zvyšování je menší amplituda a rezonanční frekvence je užší.



Obr. 29: Amplitudo-frekvenční charakteristika při buzení 0,3 g

## 7 ZÁVĚR

V rešeršní části této práce bylo ukázáno několik návrhů Energy Harvesting zařízení s využitím nelinearity, kterých bylo dosaženo pomocí přídavných magnetů, využitím vlivu tíhové síly či mechanických dorazů. Byl v nich demonstrován příznivý vliv na chování generátorů. Například u generátoru s pěti stabilními polohami došlo k velmi výraznému rozšíření rezonance.

Další částí byl návrh nelineární tuhosti pro piezoelektrický generátor Midé V21BL. Ta byla realizována pomocí magnetické vazby. Vznikly dva návrhy realizace, a to pomocí magnetu připevněného na konci nosníku a železného protikusů ve tvaru hranolu a kulatiny. Analýza pomocí programů FEMM a MATLAB ukázala, že protikus ve formě kulatiny není vhodné řešení, jelikož výsledná tuhost zůstala v podstatě lineární. Na základě výsledků simulací byl protikus zvolen jako hranol o rozměrech 3x10x10 mm.

Následně byl lineární model nosníku v programu Simulink rozšířen o nelineární tuhost a byly provedeny simulace tohoto nosníku (de facto se jednalo o generátor bez elektrické zátěže) frekvenčními přejedy pro různé budící amplitudy a rychlosti přejedů. Výstupem bylo zjištění, že dochází k rozšíření rezonančního pásma, čehož mělo být v této práci docíleno.

Posledním krokem byla výroba a testování vzorku. Byla vytvořena jednoduchá sestava, popsána v kapitole 6, na které probíhalo měření. Výsledkem byla amplitudo-frekvenční charakteristika, která vykazovala typicky měknoucí průběh. V porovnání s průběhem získaným simulací tedy došlo k jisté odchylce, jelikož tam převládal charakter tvrdnoucí. Tato odchylka může být způsobena nepřesností výroby či trochu jinými magnetickými vlastnostmi materiálů oproti simulaci. Naměřené výsledky lze tedy považovat za přibližné.

## 8 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] KITIO KWUIMY, C., G. LITAK a C. NATARAJ. Nonlinear analysis of energy harvesting systems with fractional order physical properties. *Nonlinear Dynamics* [online]. Dordrecht: Springer Netherlands, 2015, **80**(1), 491-501 [cit. 2018-05-20]. DOI: 10.1007/s11071-014-1883-2. ISSN 0924-090X.
- [2] MARTENS, W., U. WAGNER a G. LITAK. Stationary response of nonlinear magneto-piezoelectric energy harvester systems under stochastic excitation. *The European Physical Journal Special Topics* [online]. Berlin/Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013, **222**(7), 1665-1673 [cit. 2018-05-20]. DOI: 10.1140/epjst/e2013-01953-5. ISSN 1951-6355.
- [3] BOROWIEC, Marek. Energy harvesting of cantilever beam system with linear and nonlinear piezoelectric model. *The European Physical Journal Special Topics* [online]. 2015, **224**(14-15), 2771-2785 [cit. 2018-05-18]. DOI: 10.1140/epjst/e2015-02588-2. ISSN 1951-6355. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1140/epjst/e2015-02588-2>
- [4] STOYKOV, S., G. LITAK a E. MANOACH. Vibration energy harvesting by a Timoshenko beam model and piezoelectric transducer. *The European Physical Journal Special Topics* [online]. 2015, **224**(14-15), 2755-2770 [cit. 2018-05-18]. DOI: 10.1140/epjst/e2015-02587-3. ISSN 1951-6355. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1140/epjst/e2015-02587-3>
- [5] RUBEŠ, Ondřej. *Návrh vibračního generátoru s využitím nelineárních charakteristik*. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství, 2016.
- [6] GUO, Kangkang, Shuqian CAO a Shiyu WANG. Numerical and Experimental Studies on Nonlinear Dynamics and Performance of a Bistable Piezoelectric Cantilever Generator. *Shock and Vibration* [online]. 2015, **2015**, 1-14 [cit. 2018-05-18]. DOI: 10.1155/2015/692731. ISSN 1070-9622. Dostupné z: <http://www.hindawi.com/journals/sv/2015/692731/>
- [7] WANG, Chen, Qichang ZHANG a Wei WANG. Wideband quin-stable energy harvesting via combined nonlinearity. *AIP Advances* [online]. 2017, **7**(4), 045314- [cit. 2018-05-18]. DOI: 10.1063/1.4982730. ISSN 2158-3226. Dostupné z: <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4982730>
- [8] *V21BL Mide | Mouser Evropa* [online]. b.r. [cit. 2018-05-18]. Dostupné z: <https://eu.mouser.com/ProductDetail/Mide/V21BL?qs=nSGccIwVXHhHEs4ieRocAw==>
- [9] *Midé Technology Vulture Datasheet* [online]. b.r. [cit. 2018-05-18]. Dostupné z: [https://eu.mouser.com/datasheet/2/606/mide%20technology\\_vulture\\_datasheet\\_001-1214898.pdf](https://eu.mouser.com/datasheet/2/606/mide%20technology_vulture_datasheet_001-1214898.pdf)
- [10] KRATOCHVÍL, Ctirad a Jaromír SLAVÍK. *Mechanika těles: dynamika*. Vyd. 4., V Akademickém nakl. CERM 2. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80214-3446-2.

## 9 SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Model generátoru s přidanou nelinearitou pomocí tíhové síly [3] .....	10
Obr. 2: Závislost rovnovážné polohy na hmotnosti přidaného závaží [3] .....	11
Obr. 3: Vetknutý piezosenzor s mechanickými dorazy [4] .....	11
Obr. 4: Bistabilní piezoelektrický generátor [6] .....	12
Obr. 5: Odezvy pro nelineární a lineární generátor pro různé budící frekvence [6].....	12
Obr. 6: Schéma nelineárního quin-stabilního generátoru [7] .....	13
Obr. 7: Experimentální výsledky výchylky konce nosníku pro buzení 1 g [7] .....	13
Obr. 8: Schéma redukce parametrů.....	14
Obr. 9: Model lineárního generátoru bez zátěže v programu Simulink.....	15
Obr. 10: Schéma nosníku s přidaným magnetem a železným protikusem .....	16
Obr. 11: Ukázka výpočtu v programu FEMM spuštěného z programu MATLAB.....	17
Obr. 12: Schéma konfigurace magnet – hranol a změna parametrů $\Delta$ , $a$ , $c$ .....	18
Obr. 13: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – hranol, pro $\Delta = 1$ mm, $a = 5$ mm a různé parametry $c$ .....	19
Obr. 14: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – hranol, pro $\Delta = 1$ mm, $c = 3$ mm a různé parametry $a$ .....	19
Obr. 15: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – hranol, pro $a = 10$ mm, $c = 3$ mm a různé parametry $\Delta$ .....	20
Obr. 16: Schéma konfigurace magnet – kulatina a změna parametrů $\Delta$ a $d$ .....	20
Obr. 17: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – kulatina, pro $d = 4$ mm a různé parametry $\Delta$ .....	21
Obr. 18: Průběh magnetické síly a výsledné tuhosti pro magnet – kulatina, pro $\Delta = 1$ mm a různé průměry $d$ .....	22
Obr. 19: Průběhy sil pro konfiguraci magnet – hranol s parametry $a = 10$ mm, $c = 3$ mm, $\Delta = 1$ mm.....	23
Obr. 20: Model generátoru bez zátěže s přidanou nelineární tuhostí v programu Simulink .....	24
Obr. 21: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci pro různé amplitudy buzení bez přidané nelinearity .....	25
Obr. 22: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,1 g s přidanou nelinearitou .....	25
Obr. 23: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,2 g s přidanou nelinearitou .....	26
Obr. 24: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,3 g s přidanou nelinearitou .....	26
Obr. 25: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,3 g s přidanou nelinearitou při rychlosti přejezdu 0,1 Hz/s.....	27
Obr. 26: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci při buzení 0,3 g s přidanou nelinearitou při rychlosti přejezdu 0,4 Hz/s.....	27
Obr. 27: Model protikusu.....	28
Obr. 28: Experimentální vzorek piezoelektrického nosníku .....	29
Obr. 29: Amplitudo-frekvenční charakteristika při buzení 0,3 g.....	29



## 10 SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

$\Omega$	vlastní frekvence	$[rad \cdot s^{-1}]$
$k$	redukovaná vlastní tuhost	$[N \cdot m^{-1}]$
$m$	hmotnost	$[kg]$
$f$	frekvence	$[Hz]$
$m_0$	redukovaná hmotnost	$[kg]$
$m_{pridana}$	hmotnost přidaného závaží	$[kg]$
$x$	poloha výchylky nosníku	$[m]$
$\dot{x}$	rychlost výchylky nosníku	$[m \cdot s^{-1}]$
$\ddot{x}$	zrychlení výchylky nosníku	$[m \cdot s^{-2}]$
$b$	vnitřní tlumení nosníku	$[N \cdot s \cdot m^{-1}]$
$g$	gravitační konstanta	$[m \cdot s^{-2}]$
$F_p$	síla od pružiny	$[N]$
$F_m$	magnetická síla	$[N]$
$F_v$	výsledná síla	$[N]$
$\Delta$	vzdálenost mezi magnetem a protikusem	$[mm]$
$c$	šířka hranolu	$[mm]$
$a$	výška hranolu	$[mm]$
$d$	průměr kulatiny	$[mm]$
$x_0$	amplituda výchylky	$[mm]$

## **11 SEZNAM PŘÍLOH**

Následující přílohy jsou dostupné na CD nosiči:

Příloha 1 – skripty pro výpočet magnetické síly

Příloha 2 – model nelineárního piezoelektrického nosníku, skript pro simulaci přejezdů

Příloha 3 – elektronická verze bakalářské práce