

Univerzita Hradec Králové
Přírodovědecká fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2016

Iva Zvoníková

Univerzita Hradec Králové
Přírodovědecká fakulta
Katedra matematiky

Geometrie ornamentů

Bakalářská práce

Autor:	Iva Zvoníková
Studijní program:	M7504 – Učitelství pro střední školy
Studijní obor:	Matematika se zaměřením na vzdělávání Historie se zaměřením na vzdělávání
Vedoucí práce:	RNDr. Marie Kupčáková, Ph. D.
Oponent:	Prof. RNDr. František Kuřina, Csc.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, z kterých jsem vycházela.

.....
Iva Zvoníková

V Hradci Králové dne 16. 5. 2016

Poděkování

Děkuji své vedoucí bakalářské práce RNDr. Marii Kupčákové, Ph. D. za její ochotu, pomoc a především trpělivost při tvorbě bakalářské práce. A zároveň bych chtěla poděkovat své rodině za pomoc a podporu.

Anotace

ZVONÍKOVÁ, Iva. *Geometrie ornamentů*. Hradec Králové, 2016. Bakalářská práce na Přírodovědecké fakultě Univerzity Hradec Králové. Vedoucí diplomové práce RNDr. Marie Kupčáková. 92 s.

Cílem bakalářské práce je vypracovat nástin geometrie rovinného ornamentu (historie, současnost, jeho geometrická klasifikace). Praktická část práce bude inspirována trojrozměrnou podobou islámského ornamentu. V rámci technických možností budou zhotoveny a v práci prezentovány trojrozměrné geometrické artefakty (například: keramika, 3D tužka, 3D počítačová grafika, 3D tiskárna atd.), podle náročnosti v počtu jeden až tři.

Klíčová slova

geometrie, ornament, islámská kultura, M. C. Escher

Annotation

ZVONÍKOVÁ, Iva. *The geometry of ornaments*. Hradec Králové, 2016. Bachelor Thesis at Faculty of Science University of Hradec Králové. Thesis Supervisor RNDr. Marie Kupčáková. 92 p.

The goal of this Bachelor Thesis is to work out the outline of an ornament in the plane geometry (in history, in the present and its geometrical classification). The practical part will be inspired by the three-dimensional shape of an Islamic ornament. Within the technical opportunities three-dimensional geometrical artefacts (such as ceramics, 3D pen, 3D computer graphics, 3D printer etc.) will be made and presented, according to the difficulty in the amount of one to three.

Keywords

geometry, ornament, islamic culture, M. C. Escher

Obsah

Úvod	8
1 Teoretická část práce	9
1.1 Nástin historie ornamentu	10
1.2 Kultura islámu	15
1.3 Plastický ornament.....	20
1.4 Geometrická koncepce.....	24
1.4.1 Základní n-úhelníky	24
1.4.2 Další n-úhelníky	28
1.5 Mozaiky	33
1.5.1 Pravidelné mozaiky	34
1.5.2 Polopravidelné mozaiky	36
1.5.3 Duální mozaiky	39
1.6 Sedmnáct grup symetrií pokrývání roviny	40
1.7 Maurits Cornelis Escher.....	47
2 Praktická část práce.....	53
2.1 Ornamet kolem nás.....	54
2.2 Konstrukce escherovského pokrývání roviny.....	66
2.3 Ornamet jako reliéf	74
2.4 Sférická mozaika.....	81
Závěr.....	87
Seznam použité literatury	89
Seznam internetových zdrojů obrázků.....	91

Úvod

Ornament provází lidstvo snad od nejstarších dob. Historie ukázala, že snaha o jeho potlačení byla vždy marná a opět se vracel do kultury civilizací.

Jeho tvorba byla úzce spjata s geometrickým a tvůrčím myšlením. Zpočátku intuitivně, později na základě matematických vztahů a objevů. Právě spojení matematiky, umění, historie a tvůrčí činnosti mě oslovilo při volbě tématu bakalářské práce. V zadání tématu bakalářské práce mě zaujala zvláště možnost vytvářet plastické (reliéfní) ornamenty.

Mým bakalářským úkolem v teoretické části bude seznámit se s historií ornamentu, zvláště islámského, prostudovat dostupnou a přiměřeně náročnou matematickou literaturu k danému tématu, tedy publikace o grupách symetrií apokryvání roviny, kterému se v umění říká „pravidelné členění plochy“. V praktické části bude mým prvním úkolem vytvářet vlastní ilustrace pravidelného členění plochy s escherovskou inspirací ve vhodném počítačovém programu. Druhým okruhem praktické části bude přidat dvourozměrným mozaikám třetí rozměr, tedy vytvořit plastický reliéf z různých materiálů. Třetím okruhem bude nastínění velice obtížného tématu, kterým je vytváření mozaiky na kulové ploše, tedy pokrývání kulové plochy shodnými tvary (tzv. sférická mozaika). Cílem celé bakalářské práce je ukázat i moderní společnosti užitečnost a krásu klasické geometrie.

1 Teoretická část práce

1.1 Nástin historie ornamentu

Ornament jde ruku v ruce s lidskou civilizací. Nalezneme ho už v počátcích civilizace, kdy dekor, ornament a symbolika byly stěžejní pro vysvětlení jevů a situací, které se snažili lidé v danou dobu pochopit. Ke zpracování této kapitoly bylo využito zápisků z hodin dějepisu ze střední školy Gymnázium Kolín a z přednášek na vysoké škole UHK na Historickém ústavu, dále pak za použití Dějepisů v kostce (Sochorová, 1999), Dějin evropské civilizace (Čornej, 2002) a Českých dějin (Beneš, Petráň, 1997). Popíšeme stručně, spíše heslovitě jednotlivá historická období.

❖ Pravěk

Pravěké umění je v počátcích velmi primitivní. Znázorňovalo symboliku lovu. Nejčastěji se objevovaly malby v jeskyních, otisky rukou, rytiny ve skalách a na kostech. Tyto ornamenty měly souvislost s magickými obřady a měly zajišťovat lovcům ochranu a úspěšný lov.

V období neolitu se začal ornament velmi rozvíjet a to v podobě zdobené keramiky. Zde už lze říci, že se jedná o typ pravidelného opakujícího se ornamentu. Podle typu ornamentu na keramice se dá určit, z jaké oblasti tato keramika pochází. Každá oblast má svůj specifický ornament i způsob, jakým byl vytvářen, dle toho později dostala keramika i svůj název – lineární, vypíchaná (obr. 1), malovaná.

V dalších obdobích pravěku – doba bronzová, železná, římská – dochází k rozvoji keramiky a s ní i k rozvoji ornamentu. Díky objevu kovů se ornament nově vyrývá i do těchto materiálů a slouží tak jako ozdoba zbraní, šperků a nádob. V době železné je již objeveno tkaní látek a i ty jsou zdobeny geometrickou výzdobou.

❖ Starověk

V Mezopotámii v sumerském a babylonském období je civilizace již na takové úrovni, že se stěny ve chrámech (zikkuraty) zdobí mozaikou s geometrickými vzory formou barevných hliněných kuželů zasazovaných do omítky.

Ve starověkém Egyptě dochází k využívání ornamentu při stavbě pyramid a dalších hrobek, ale i v běžném životě – opakující se ornament je užíván při výzdobě domů a paláců. Malby a mozaiky jsou doplněny hieroglyfickým písmem. V egyptském umění nedochází k uplatňování perspektivy, výjevy jsou tedy



Obrázek 1 Vypíchaná keramika

zachyceny nad sebou podle vzdálenosti od pozorovatele nebo významu zobrazovaných figur.

Starověké Řecko je obdobím, kdy dochází k velkému rozvoji ornamentu, pomocí kultury se rozvíjí svoboda osobnosti. Velký důraz je kladen na individualismus. V 8. století př. n. l. se objevuje tzv. geometrický sloh, který je užíván převážně na vázách. Jedná se o pásy s jednoduchými, pravidelně se opakujícími geometrickými motivy. Později se v pásích objevují i stylizované postavy lidí a zvířat. Od roku 600 př. n. l. jsou pak vázy zdobeny nejprve černými, později červenými figurami. Ornament je využíván i v architektuře, staví se paláce panovníků a bohatých rodin, výstavné veřejné stavby – sportoviště, divadla a knihovny. V helenistickém období dochází i k plánování výstavby celých měst, základem je geometricky pravoúhlá síť ulic kolem velkých náměstí. Rozvoj rozmanitosti ornamentu je v rámci mozaik, které se nám dochovaly např. v Pompejích (obr. 2). Kultura starověkého Říma je velmi důležitým základním kamenem dalších uměleckých směrů, které se v této kultuře inspirovaly a čerpaly z ní.



Obrázek 2 Mozaiky v Pompejích

Starověký Řím většinu ze svého umění jako základ převzal ze starověkého Řecka a zbytek dotvořil a upravil ke svým potřebám. Nástěnné malby, mozaiky (na zdech i na podlaze) a fresky jsou z velké části kopie řeckých děl. Také se uplatňoval ornament v architektuře – akvadukty, viadukty, amfiteátry, divadla a cirkusy. Mnoho z těchto dochovaných památek lze nalézt přímo v Římě.

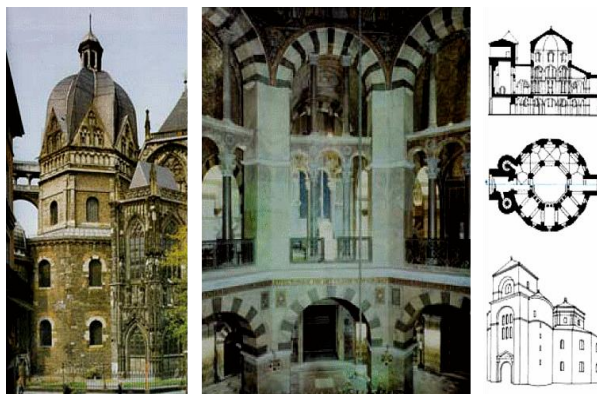
❖ Středověk

Oproti starověku je středověk obdobím úpadku. Kulturní rozmanitost a využití ornamentu je pro počátek tohoto období tabu a začne být plně užíváno až ve vrcholném středověku.

❖ Románská kultura

Románská kultura je velmi střídáma, ornament využívá minimálně. Nositelem kultury je církev. Veškerou zdobnost lze tedy nalézt na církevních stavbách, objevují se nástěnné malby a to s církevní tematikou jako výzdoba rotund a bazilik. Mimo církevní stavby lze prvky ornamentu nalézt v palácích panovníků a domech bohatých velmožů. Nově se objevují fresky, které vznikají malbou do ještě vlhké omítky. Dále se objevuje knižní malba a malba na sklo, jako počátek vitráží.

Ve Francii za panovníka Karla Velikého dochází k velkolepému rozvoji kultury a vzdělanosti. Toto období je označováno Karolínskou renesancí. Začaly vznikat školy při kláštorech, ve kterých se vyučovalo trivium (dialektika, gramatika, rétorika) a kvadrivium (hudba, astronomie, aritmetika a geometrie). Dále byla provedena reforma písma –



Obrázek 3 Kaple v Cáchách

karolínská minuskula. Nejvýznamnější stavbou je kaple v Cáchách (obr. 3), jejíž osmiboký půdorys je charakteristický pro řadu budov budovaných římskými císaři.

❖ Arabská (muslimská) kultura

V arabské kultuře dochází k inspiraci jak ze západu, tak i z východu. Učenci studují evropské spisy, přeložili bibli do arabštiny, dosáhli značných výsledků v matematice, astronomii, přírodních vědách i v medicíně. Mají velmi vyspělé textilnictví – zlatý a stříbrný brokát je zdoben ornamenty. Umění se inspiruje antikou, ale dochází ke zjemnění stylů. Výzdoba mešit, minaretů a paláců je utvářena pomocí malby, keramických mozaik a zlacených kazetových stropů. V zahradách se pak stavěly altány, které byly zdobené polychromovanými a zlacenými reliéfy. Keramická mozaika pak byla hojně využívána ve veřejných lázních.

❖ Gotika

Umění vrcholného středověku se vyznačuje svou zdobností a mohutností. Vystihuje princip křesťanského chápání světa a univerzálnost křesťanské víry. Církevní stavby se měly přiblížit Bohu. Vše má svůj pevný řád. Je to složitá a bohatá



Obrázek 4 Vitráž



Obrázek 5 Notre Dame v Paříži

symbolika – ornamentálnost. Gotika plně rozvíjí vitráže – obrazy z barevných skel (obr. 4). Velmi často je využíváno hry se světlem a stíny. Jednou z nejznámějších památek je katedrála Notre Dame v Paříži (obr. 5). Dále se rozvíjí dvorsko-rytířská kultura, pro kterou byly podnětem křížové výpravy. Stala se novým životním

stylem a rozvíjela kult ženy, který se často projevuje zvýšenou úctou k Panně Marii. Dvorskó–rytířská kultura se nejvíce objevuje v literatuře a to převážně v poezii.

❖ **Renesance**

Renesance podporuje návrat k antice a plně využívá antické vzory a podněty. Oproti gotice zde převládají světské stavby, bere se ohled na člověka a pohodlí jeho bydlení.

Pro renesanci bylo navíc čerpáno z knihy *Architektura české renesance* (Šamánková, 1961).

Tento výtvarný směr se zrodil ve Florencii, kde jeho mecenášem byl rod Medici. Jako základní geometrické tvary využívá čtverec, obdélník a krychli. Budovy jsou omítnuty a omítka je zdobena různými ornamenty. Často jsou využívány rustiky (obklad neotesaným kamenem), kvádrováním (do omítky se vyryly reliéfy kvádrů a ty se pak dodatečně malovaly) či sgrafity. Sgrafita jsou velmi zajímavý typ ornamentu, jedná se o prostorový ornament, kdy do dvouvrstvé omítky, každá je jiné barvy, jsou vyrývané obdélníky s úhlopříčkami a vznikají tak tzv. psaníčka (obr. 6). Dále byla hojně využívána štuková omítka (směs sádry, vápna a písku) a její pomocí byly vytvářeny plastické ornamenty (obr. 7). Stropy v budovách byly tvořeny do ornamentů převážně pomocí dřevěných kazet. Zámky, radnice a vysoké městské věže, měšťanské domy, zde všude se uplatňuje ornamentální výzdoba fasád. Renesanční měšťanské domy jsou typické svým průčelím s podloubím. Nejvýznamnější stavbou je florentská katedrála (obr. 8), která byla původně rozestavěna v gotickém slohu, ale pak dostavěna v renesančním slohu. Nejohleduplnější je její monumentální kupole. V malířství je kladen důraz na formální dokonalost, k tomu však umělci potřebovali znát geometrické principy a správné zachycení proporcí, proto



Obrázek 6 Sgrafita

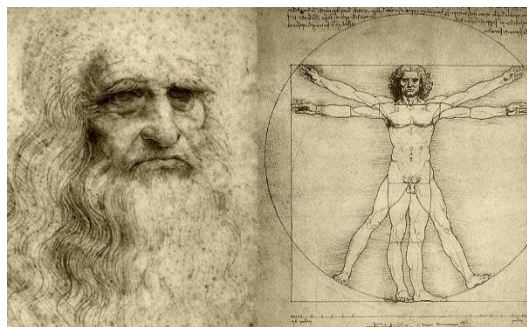


Obrázek 7 Štuková omítka



Obrázek 8 Florentská katedrála

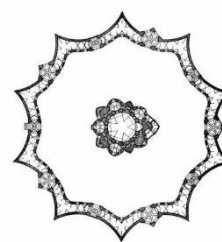
studovali matematiku a stavbu lidského těla pro správné zachycení pohybu. Dalším pokrokem je objev lineární perspektivy a jejího matematického vyjádření. Nejvýznamnějším renesančním člověkem a myslitelem byl jednoznačně malíř, inženýr a vynálezce Leonardo da Vinci (obr. 9), jehož výtvořky a vynálezy dosahovaly značných kvalit a o některých se dokonce říká, že předčily svou dobu.



Obrázek 9 Leonardo da Vinci

❖ Baroko a rokoko, novověk

Baroko je posledním uceleným slohem v Evropě. Je přesným opakem renesance, snaží se vyjádřit i to skryté. Využívá oblé linie – křivky místo přímek, oblouk namísto pravého úhlu, ovál místo čtverce a trojúhelníku. Zachována je osová souměrnost a to i za cenu slepých oken a nikam nevedoucích bran. Je to přísná symetrie monumentálních staveb.



Obrázek 10 Kostel sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře u Žďáru nad Sázavou

a nikam nevedoucích bran. Je to přísná symetrie monumentálních staveb. Nejvýznamnějším architektem u nás je Jan Santini–Aichl. Proslulý je jeho zámek Karlova Koruna v Chlumci nad Cidlinou nebo kostel sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře u Žďáru nad Sázavou (obr. 10). Ten je zajímavý především svým hvězdicovitým půdorysem, který vychází z geometrie kruhu. Symbolem Jana Nepomuckého je pěticípá hvězda, tato symbolika je právě v tomto kostele zachována, popřípadě je zdvojena v deseticípou hvězdu. (Jedná se o jednu z památek UNESCO.)

Dozvukem baroka je rokoko, jde o zjemnění baroka. Přestává se zobrazovat drama lidského osudu, pocity nejistoty a neklidu se postupně zmírňovaly.

Další umělecké směry jsou velmi roztříštěné a každý zasahuje pouze určitou oblast umění. Každý nakládá s ornamentálním prvkem trochu jinak. Většinou se navrací k některým původním směrům a různě se prolínají, avšak nemají dlouhého trvání.

1.2 Kultura islámu

Tato kapitola byla zpracována za použití knih Islám: umění a architektura (Hattstein, Delius, 2006), Poklady islámu (O'Kane, 2009), Dějiny umění (Faure, 1927) a Příběh umění (Gombrich, 1998)

Kultura islámu je velmi rozmanitá a rozšířená napříč kontinenty – Evropa, Afrika a Asie. Islám znamená „odevzdání se Bohu“ Alláhu a prorokem je Mohamed. Díky své rozšířenosti ovlivňují kulturu různé prvky v daných oblastech. Islám spoustu prvků kultur absorboval, přeměnil nebo přetvořil, dá se označit jako rozmanitost v jednotě. Nic není náhodné, vše má svůj smysl a řád.

Islámskou kulturu dobře vystihuje tato věta: „*Geometrický ornament, ve který měla vyústiti, se nikdy nerodí samovolně, značí v mysli umělců poslední stylisaci přirozeného motivu, jako matematický vzorec je pro vědce mluvou, do níž na konec musí se odít zkušnostní pravda, aby znehybněla.*“ (Faure, 1927)

Arabský poloostrov má bohatou historii, nicméně archeologický výzkum teprve začíná a odehrál se zatím jen na málo místech. Vzhledem k pouštním oblastem je osídlen velmi řídce. Jemen a Omán jako neúrodnější oblasti byly osídleny po staletí. Ve starověku Arábie sousedila s Mezopotámií. Později zde vzniklo království Palmýra, které však bylo rozdrveno a připojeno ke Starověkému Římu. V 5. století byla Arábie vklíněna mezi dvě velmoci – Perskou a Byzantskou říši. Rané vědecké poznatky měly spíše praktické využití, orientovaly se tudíž na vědy jako je vodní inženýrství, vývoj válečných zbraní, lékařství, ale i astronomie, matematika a geometrie.

Pět pilířů islámu jsou základní principy, na kterých je islám vystavěn. První pilíř je veřejné vyznání víry, tento pilíř je nejčastějším motivem umění islámské kaligrafie. Druhým pilířem je povinná obřadní modlitba, třetím je dávání almužen, čtvrtým je rituální půst ve svatém měsíci a posledním pátým je pouť do Mekky (obr. 11).



Obrázek 11 Ka'ba ve Velké mešitě v Mekce

Touha po krásných předmětech a zkrášlování životního prostoru je cílem všech kultur. Tvorbu však ovlivňují společenské, ideologické, geografické a náboženské meze. Islámská kultura se díky svému rozšíření velmi proměňovala. Nejvíce to je znát na mešitách, které v počátku víry nebyly vyžadovány, avšak značily přítomnost muslimů. Islámskou kulturu v počátku ovlivnil střet s kulturou antického Řecka, a to především s jeho vědami – matematikou, technikou, filozofií a přírodními vědami. Literatura častokrát byla hlavním zdrojem inspirace pro výtvarné umění. Od 12. století je velmi významná knižní ilustrace.

Další, co ovlivnilo kulturu, je samotný korán (obr. 12), v němž se nacházejí opakující se prvky, které byly po generace vnášeny do kultury. Dobrým příkladem tohoto je příběh krále Šalamouna, kterému při stavbě paláce prý pomáhali samotní džinové. Ti se nezaměřovali jen na dekor paláce, ale zabývali se i praktickými předměty, které byly určeny pro každodenní potřebu. Díky tomuto příběhu je v islámském umění velmi rozvinuto užité umění a zdobení běžných předmětů – talířů, pohárů, džbánů, pouzder na pera, svícnů, a dalších.



Obrázek 12 Korán

Zajímavou zvláštností v islámské kultuře je nezobrazování živých tvorů. V koránu o tom není ani zmínka, nicméně je nepsaným zvykem, že živí tvorové nejsou zobrazováni. Dá se předpokládat, že to původně bylo ze společenských a psychologických důvodů a až později to přerostlo v ideologii, která byla doplněna různými výklady z koránu. Výtvarné zobrazení živých tvorů bylo považováno za hřích, protože život může dát jen bůh. Avšak v některých částech byla tato ideologie brána jen volně. Namísto toho se islámská kultura v tomto směru uchytila k detailnímu zachycení ráje. Obrazy jsou velmi živé a přesné – zachycení fontán, vodotrysků, altánů, keřů, stromů i květin. Výjevy z rajske zahrady byly velmi často převáděny i do mozaiky.

V období středověku má islámská kultura své zajímavé kouzlo, dokladem toho je příběh Tisíce a jedné noci, který se dostal do Evropy a stal se velmi populárním. Na druhou stranu arabské expanze byly pověstným strašákem. Muslimové při expanzi zabrali nové území, pak nebrali na původní zasvěcení budovy ohled, byli doma všude, stačilo jim potáhnout zdi mozaikou a vyhloubit mihrab směrem k Mekce. I tímto způsobem se dostala islámská kultura do odlehlých koutů země.

Ve 14. století se ustálil výzdobný zákon. Čára prošla vývojem, z živé přes ideografickou se dostala až k čáře geometrické. Tímto se velmi pevně a úzce vymezuje duchovní smysl islámského umění. *„Když se pravidelný mnohoúhelník objevil v ornamentální zásobárně, pokusili se arabští geometři vyvoditi z něho několik obecných zásad, které umožnili rozšířiti veškerou výzdobu soustavou mnohoúhelníkovou. Arabské umění se od té chvíle stalo vědou a umožnilo, aby mystické snění bylo uzavřeno do přísné úmluvy úplně holé abstrakce.“* (Faure, 1927)

❖ Mešita

Budova mešity (obr. 13) je velmi úzce spjata s islámskou vírou, avšak nemá stejný význam jako např. chrámy, kostely a synagogy. Slovem mešita je původně označováno místo, kde se odehrává obřadný rituál, je jedno, kde se toto místo nachází – např. ve volném prostranství nebo doma v pokoji. V průběhu 1. století se mešita vyvinula



Obrázek 13 Mešita v Istanbulu

v samostatnou budovu s vlastní architektonickou typologií. Důvodem bylo vytvořit v nově dobytých územích místo, na kterém se mohli muslimové shromáždit, dalším důvodem byla nově vznikající města. Na základě tohoto vývoje lze rozlišovat mezi mešitou a svatyní, i když jsou označovány stejným výrazem *masdžid*. Svatyní je myšleno speciální místo, na kterém se něco specifického událo, kterému propůjčil bůh nějakou moc. Existují tři takové svatyně, které uznává celý islám, a to v Mekce, Medině a Jeruzalémě. V 7. století již byly přesně ustanoveny formální funkce mešity a její typologie. Mezi základní prvky mešity patřil minbar, což je stupňovitá kazatelna různých podob, od strohé až po několika stupňovou, bohatě zdobenou s baldachýnem. Dalším prvkem byla kašna, která sloužila k rituální očištění. Dále pak výklenek, který ukazuje směr modlitby a minaret, což je věž určená ke svolávání na modlitbu. Dříve však měl minaret úplně jiný význam, sloužil jako maják a označoval přítomnost muslimské obce či svatého místa, jak tomu je např. v Mekce a Medině.

❖ Věda

Filozofické a přírodovědecké školy a jejich myslitelé byli často podporováni panovníkem. Občas i sami vládcí a vládnoucí elita se zabývali vědou. Zvláště jde o dvě témata: atomismus a umění, kontrast vnitřního a vnějšího (skryté a zjevné). Atomismus je přesvědčení a tvrzení, že celý svět se dá rozložit dle kombinací na zcela totožné atomy. Skládání a tvorba kombinací pro živé i neživé složky je předmětem božím. Tohoto se velmi často užívá právě v umění, kdy místo základních atomů se využívají základní pravidelné geometrické útvary, jako např. rovnostranný trojúhelník, čtverec, pravidelný pětiúhelník a šestiúhelník. Jejich skládáním a prolínáním pak vznikají pestrá pravidelná pokrytí ploch s mnoha kombinacemi pro vznik dalších pokrytí.

Druhou z věcí je kontrast mezi vnitřním a vnějším významem. Tento směr se spíše uplatnil v mysticismu, kde základní myšlenka tohoto kontrastu je, že vnější význam může poznat každý, kdežto vnitřní jen pár vyvolených.

Mimo těchto dvou obecných tendencí vzniklo mnoho estetických teorií v počátcích islámu. Zdrojem je ve většině případů geometrie. Od 10. století se geometrická ornamentika stala hlavní výzdobou různých předmětů, stala se i důležitým architektonickým prvkem, a to nejen při výzdobě budov, ale i při jejich stavbě, což je velmi patrné na jejich půdoryse. Dále dochází k rozvoji matematiky a nacházení řešení úloh v rámci aplikované matematiky, která řešila problémy každodenního života. Geometrický řád v umění byl rozvíjen i z toho důvodu, aby se dalo vyhnout figurálnímu umění. Často tento řád obsahoval i rostlinné prvky. Geometrický řád jako uspořádanost byl opakem abstraktního umění, které řád a smysl postrádá. Propojení obou však dodává věcem nový smysl.

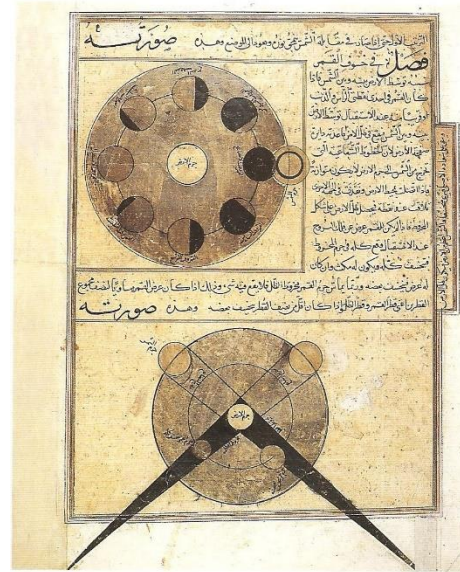
Islámská věda dosáhla svého vrcholu v období mezi 8. a 13. stoletím. Významná střediska umění a vzdělanosti jsou malá taifská království ve Španělsku v 11. století. *„Každý z významnějších filozofů a vědců islámského světa strávil alespoň nějakou dobu u takového dvora.“* (Hattstein, Delius, 2006) Vládcí zvali vědce a filozofy ke svým dvorům, finančně je podporovali a často z nich udělali i své osobní rádce a učitele.

„Islámské vědy, obzvláště exaktní neboli přírodní vědy v nejširším slova smyslu, od nepaměti braly za neotřesitelné autority (vedle náboženských zdrojů – Koránu a hadíthů) učence antického Řecka, konkrétně filozofy Sókrata, Platóna a Aristotela.“ (Hattstein, Delius, 2006) Zde je vidět odkaz Platóna, i on se zabýval filozofií a tělesům, které dnes nesou jeho jméno, tzv. Platónská tělesa, přisoudil zvláštní filozofický význam. Předpokládal, že celý vesmír lze složit ze dvou typů pravoúhlých trojúhelníků, z jednoho typu se složí rovnostranný trojúhelník z druhého čtverec. Z nich pak vznikají základní obaly pro částičky živlů, a to tetraedr jako oheň, oktaedr jako vzduch, ikosaedr jako voda a hexaedr jako země. Na to pak navazuje islámské umění s atomismem, které se touto teorií jako jednou z hlavních zabývá a rozšiřuje ji.

Dalším uznávaným vědcem byl lékař Galénos, díky jeho odkazu je rozvíjena medicína. Z počátku bylo lékařství pevně spjato s filozofií, byly vytvářeny teorie o lidstvu jak z lékařského, tak i z filozofického hlediska. Vědci postupně vytvořili terminologii a snažili se o odtržení od dogmatismu. Byly zakládány lékařské školy a nemocnice. Lékaři měli mnoho úspěchů, např. již kolem roku 1000 uměli odoperovat šedý zákal a měli specializované nemocnice pro duševně choré. Islámští myslitelé hráli velkou roli v předání antické učenosti středověké Evropě obohacené o nové výzkumy a poznatky.

Astronomie a astrologie byly velmi zajímavé. Mnoha vědcům učaroval výpočet pohybu planet (obr. 14). Postupným rozvojem se vědci snažili spočítat podle postavení hvězd velikost Země, ale i určit předpověď počasí či období dešťů a sucha. Například astronom a fyzik Alhazen (995 – 1040) byl pověřen spočítáním objemu vody v Nilu určenému k zemědělským účelům, avšak významnější je jeho práce v optice, kde popsal lom světla. „Alhazen je pokládán za největšího fyzika středověku.“ (Hattstein, Delius, 2006)

Rozvíjeny byly i další vědy. Islámští vědci byli známí svou všestranností. Mnoho z vědců se zabývalo medicínou, astronomií i filozofií zároveň, i když v dalších oblastech nedosahovali nových objevů a poznatků, byli v ní náležitě vzděláni a poučeni o ní. Mnozí z nich si psali vlastní deníky, autobiografie, cestopisy, zakládali knihovny, přijímali a vyučovali studenty. Spousta názvů rostlin a vědeckých pojmů se do Evropy dostala právě z arabštiny, např. alchymie, algebra a chemie.

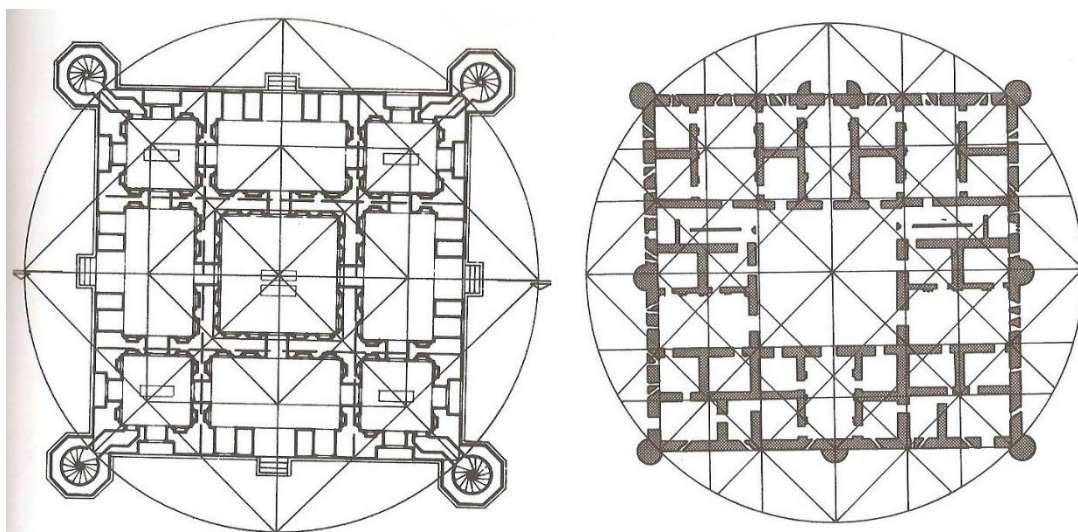


Obrázek 14 Výpočet zatmění Slunce a Měsíce, z knihy Zázraky stvoření al-Kazvíního, arabský rukopis, 14. století (Hattstein, Delius, 2006)

1.3 Plastický ornament

Ke zpracování této kapitoly byly využity následující knihy Geometrická koncepce v islámském umění (As-Said, 2008), The Alhambra (Grabar, 1978), Příběh umění (Gombrich, 1998), Islám: umění a architektura (Hattstein, Delius, 2006) a Poklady .slámu (O’Kane, 2009).

Stejně jako v baroku bylo využíváno hry světla a stínu, tak i islámský ornament zachycuje tuto hru. K tomu je využíváno právě plasticity. Specifickým příkladem je samotná architektura. Stavba dané budovy v geometrickém řádu, kde půdorys budovy má podobu ornamentu (obr. 15).

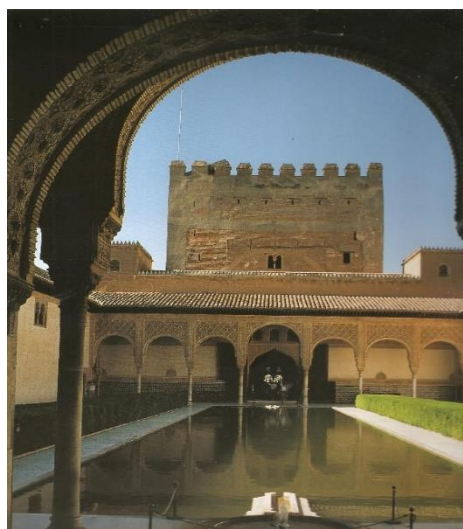


Obrázek 15 Architektonické plány (as-Said, Parman, 2008)

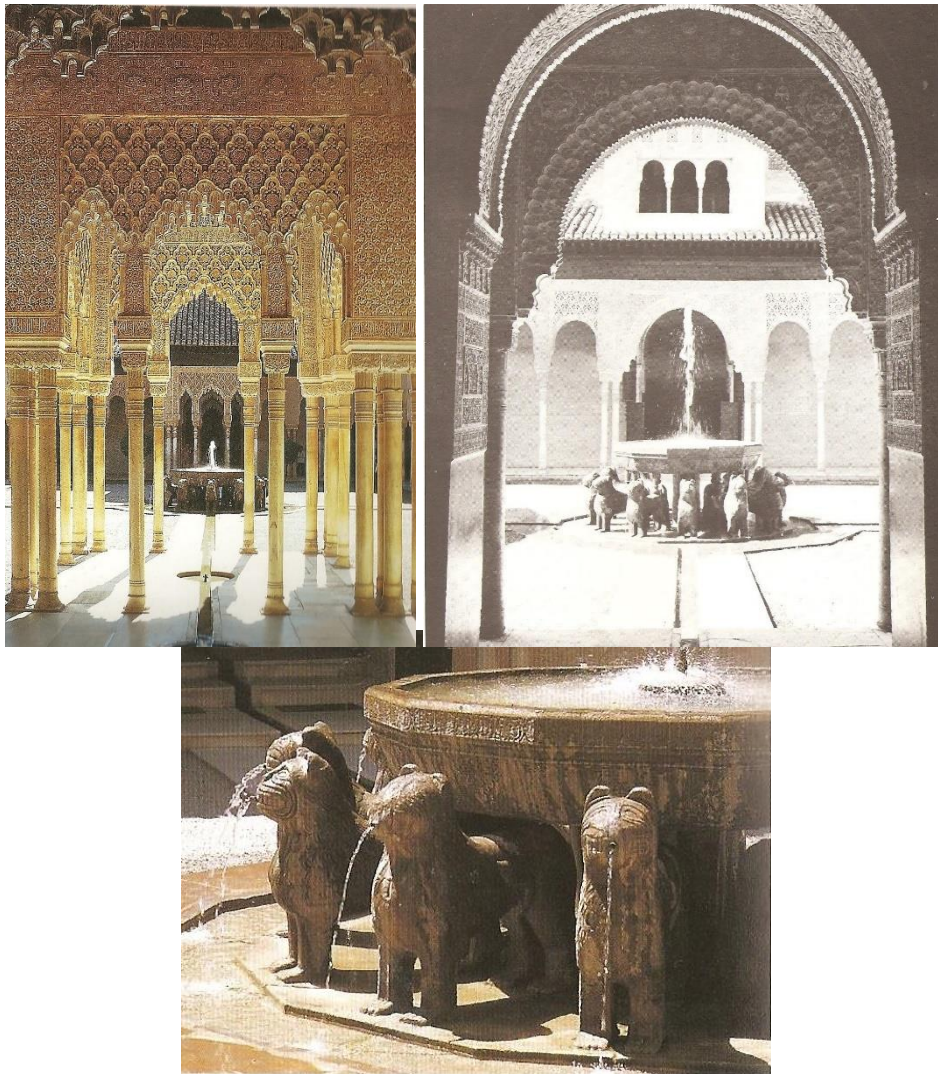
Plastický ornament lze nalézt téměř všude. Velmi často si islámští umělci vyhráli s kombinováním různých dlaždic a spár mezi nimi, které dělali různě široké a poté dozdobili. Nejvíce plastický ornament rozvinuli staří Maurové v oblasti jižního Španělska, konkrétně ve městě Granada a v něm v paláci Alhambra.

❖ Alhambra

Dnes jsou dochovány pouze dva paláce z původních šesti. Nejznámější je asi Myrthové a Lví nádvoří. Myrthové nádvoří (viz obr. 16) je pojmenováno podle keřů obklopujících jezírko uprostřed. Bylo pravděpodobně využíváno pro státnické záležitosti. Sultánovo obydlí se pravděpodobně nacházelo u Lvího nádvoří, nebo v některé z blízkých, dnes již zbouraných budov. Lvímu nádvoří daly své jméno hlavy lvů nesoucí hlavní kašnu (obr. 17).

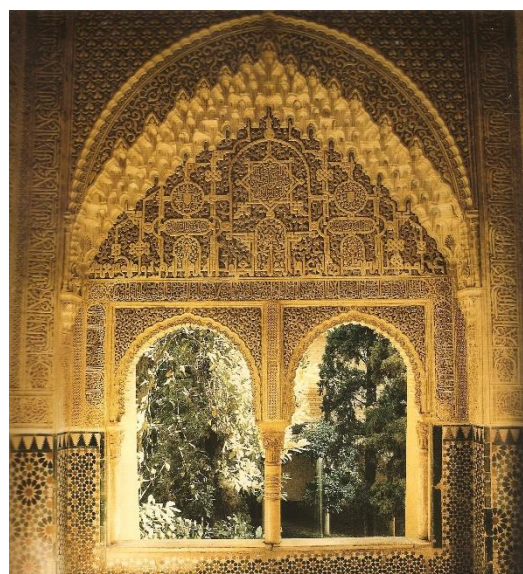


Obrázek 16 Myrthové nádvoří (Hattstein, Delius, 2006)



Obrázek 17 Lví nádvoří, vlevo: (Gombrich, 1998), vpravo: (Grabar, 1978); dole: Detail kašny na Lvím nádvoří (Hattstein, Delius, 2006)

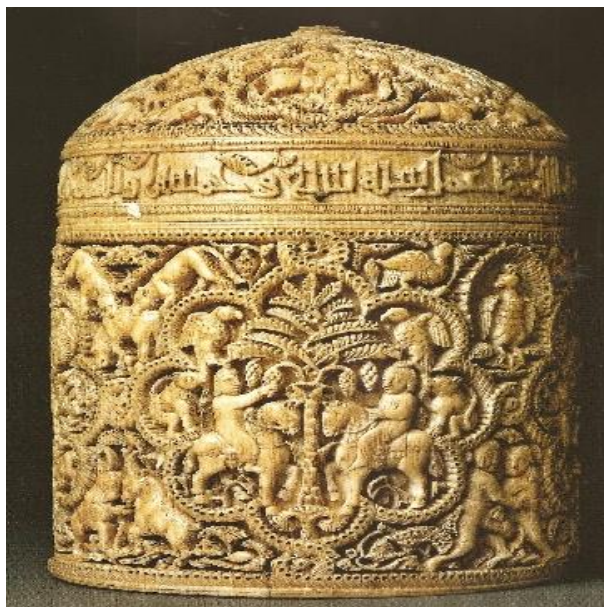
Nejzajímavějšími detaily je poezie psaná pomocí ornamentu. Jsou to nápisy zakomponované ve štukové výzdobě. Vzhledem k tomu, že písmo je kaligraficky upraveno, splyne s okolní výzdobou, pokud se člověk na nápis nezaměří detailně (obr. 18).



Obrázek 18 "V této zahradě jsem oko" báseň psaná nad oknem ve Lvím paláci s výhledem do zahrady (O'Kane, 2009)

❖ Další užití plastického ornamentu

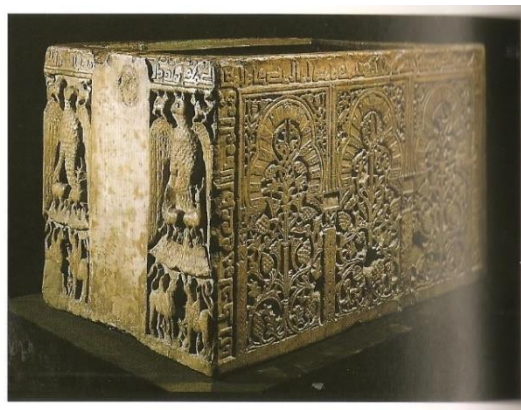
Nejen štuková omítka byla využívána k tvorbě plastických ornamentů, velmi často bylo využíváno zlata a slonoviny, která se sem dostávala z Afriky přes Gibraltarský průliv. Ze slonoviny byly nejčastěji tvořeny předměty denní potřeby, jako jsou krabice pro hru na mankalu či schránky na kosmetiku (obr. 19). Dalším materiálem bylo dřevo. Právě řezby na vlisech využívaly jedinečné kouzlo plastičnosti (obr. 20). V poslední řadě byl využíván i mramor, do něhož byl ornament tesán. Ten se využíval ke zhotovování převážně kašen (obr. 21).



Obrázek 19 Slonovinová schránka na kosmetiku (O'Kane, 2009)

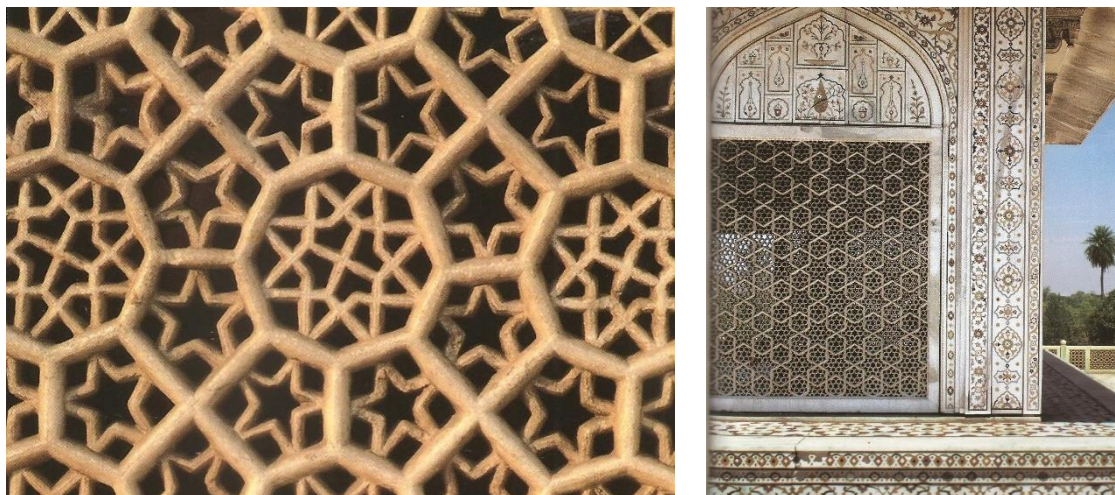


Obrázek 20 Vzájemně se protínající oblouky na dřevěném vlisu v Toledu (O'Kane, 2009)



Obrázek 21 Mramorové nádržky na vodu (Hattstein, Delius, 2006)

Plastický ornament byl ale využíván i jinak. Pomocí něho se dají zajímavě vytvářet zástěny či výplně oken. Z geometrického ornamentu je na mramor či jiný materiál přenesen pouze dekor a opracováním se zbylé plochy odstraní a vzniknou tak prostupy, nejlépe by se to snad dalo přirovnat k zácloně z kamene (obr. 22).



Obrázek 22 Zástěna a výplň okna (O'Kane, 2009)

Plastický ornament je hojně rozšířený, avšak nebývá popsán, protože se povětšinou jedná o plošný ornament převedený do trojrozměrné podoby. Dále proto, že má mnoho způsobů využití, takže je velmi složité ho kategorizovat. Jeho praktické vytvoření však nemusí být jednoduché – stává se výzvou i pro tvořivost matematika.

1.4 Geometrická koncepce

Hlavním obsahovým pilířem pro tuto kapitolu je kniha Geometrická koncepce v islámském umění (As-Said, 2008). Geometrie v islámském umění je rozvinuta do obrovských rozměrů a s hlubokou vnitřní logikou. Můžeme ji sice nalézt např. v gotice, v indickém umění, ale v žádné kultuře nedosahuje takových rozměrů jako zde. Využití geometrických schémat jako základ kompozice v takové rozsáhlé míře je jen u islámského umění. Základem takovéto geometrie je kruh. Kruh jakožto symbol jednoty, uzavřenosti a harmonický vztah mezi částmi a celkem. Všechny mnohoúhelníky používané v umění, jako např. rovnostranný trojúhelník, čtverec, pravidelný pětiúhelník a šestiúhelník, lze propojit s tímto kruhem ve formě kružnice opsané a kružnice vepsané.

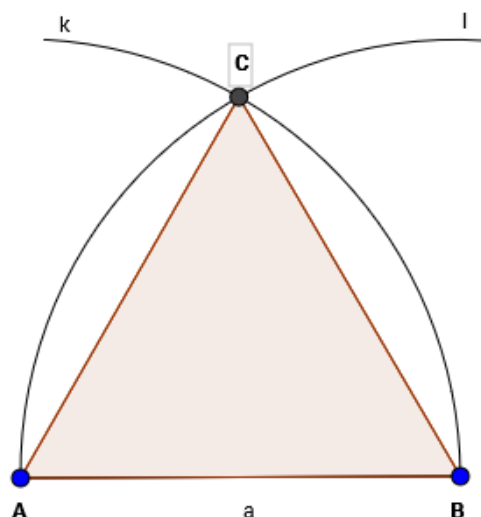
1.4.1 Základní n-úhelníky

V architektuře při stavbě budovy bylo důležité nakreslit kružnici o daném středu a poloměru. Využíval se k tomu provaz a kolík, který byl zatlučen ve středu kružnice. Další, co bylo potřeba, bylo umět vytvořit úsečky a rozdělit v daných poměrech na části. V této době ještě neexistovala abstraktní matematika, jak je známá dnes, proto si staří mistři vystačili s provazem. Buď stačilo danou délku změřit ve stopách, dlaních, palcích a pak provaz přeložit dle počtu rozdělení na 2, 3, 5,... další poměry pak vznikají překládáním na dvakrát, tudíž po druhém přeložení budeme mít 4, 6, 10,... dílů a tak to můžeme provádět dále, dokud nedojdeme k potřebnému poměru částí. Nebo jenom s rovným pravítkem a kružítkem budeme sestrojovat mnohoúhelníky, kterými lze pokrývat rovinu. Euklidovské konstrukce stručně popíšeme pomocí kombinace slovního a symbolického zápisu. (Obrázky jsou sestrojeny v programu GeoGebra.)

❖ Rovnostranný trojúhelník

Rovnostranný trojúhelník o straně a narýsujeme následovně (obr. 23):

1. Narýsujeme úsečku AB ; $|AB| = a$
2. Narýsujeme kružnici k ; $k(A; a)$
3. Narýsujeme kružnici l ; $l(B; a)$
4. Bod C ; $C \in k \cap l$
5. $\triangle ABC$

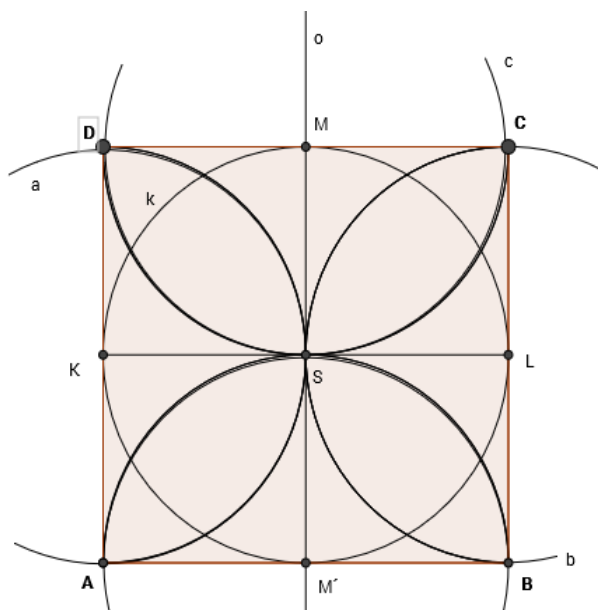


Obrázek 23 Konstrukce rovnostranného trojúhelníku

❖ Čtverec

Při rýsování čtverce o straně a bylo využíváno tohoto postupu (obr. 24):

1. Narýsujeme úsečku KL ; $|KL| = a$
2. Osa úsečky KL ; $o = \{X \in o; |KX| = |XL|\}$
3. Bod S ; $S \in o \cap KL$
4. Narýsujeme kružnici k ; $k(S; \frac{1}{2}a)$
5. Body M, M' ; $M, M' \in k \cap o$
6. Kolem bodů K, L, M, M' opišeme kružnice a, b, c, d o poloměru $\frac{1}{2}a$
7. Body A, B, C, D ; $A \in a \cap d, B \in b \cap d, C \in b \cap c, D \in a \cap c$
8. Čtverec $ABCD$

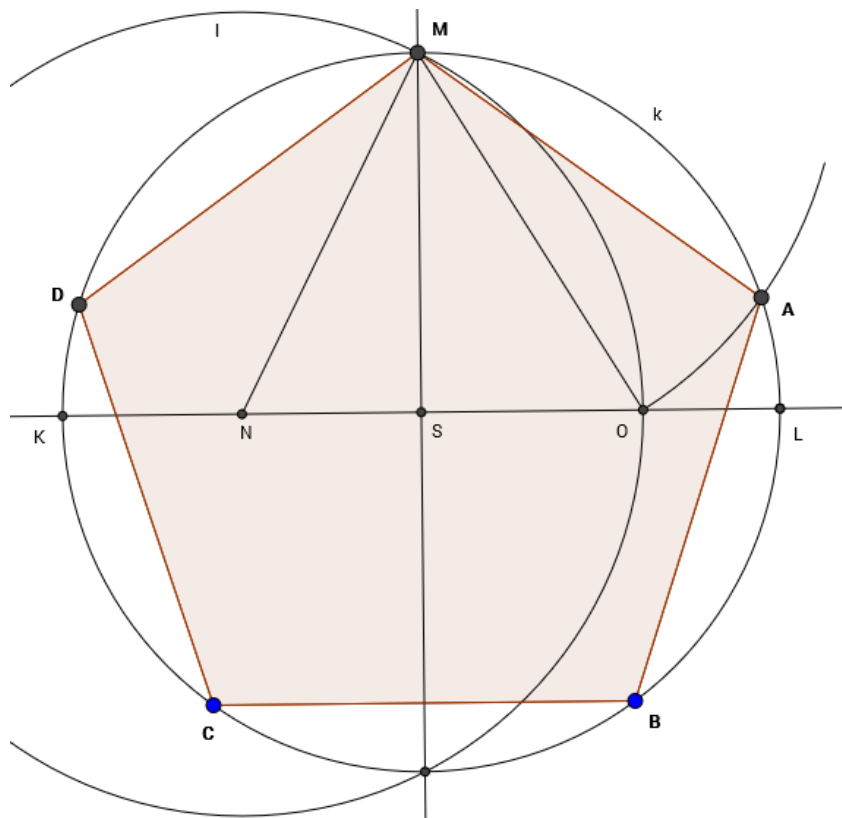


Obrázek 24 Konstrukce čtverce

❖ Pravidelný pětiúhelník

Pravidelný pětiúhelník vepsaný do kružnice sestrojíme takto (obr. 25):

1. Narýsujeme kružnici k ; $K(S; r)$
2. Narýsujeme úsečku KL ; $K, L \in k, S \in KL, |KL| = d$
3. Narýsujeme úsečku MS ; $MS \perp KL, |MS| = r$
4. Bod N ; $N \in KS, |KN| = |NS|$
5. Narýsujeme kružnici l ; $l(N; |MN|)$
6. Bod O ; $O \in l \cap SL$
7. Vzdálenost $|MO|$ je strana hledaného pětiúhelníku. Pomocí kružítka přenášíme tuto délku tětiv na kružnici k , vznikají body A, B, C, D .
8. Pravidelný pětiúhelník $ABCDM$

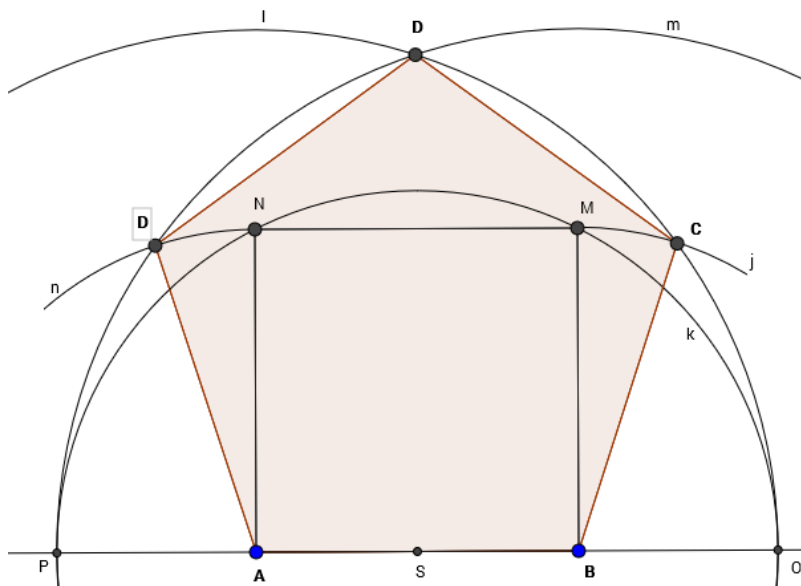


Obrázek 25 Konstrukce pravidelného pětiúhelníku vepsaného do kružnice

Pokud máme zadanou stranu a pravidelného pětiúhelníku, použijeme následující postup, který je složitější a využívá se v něm principu zlatého řezu (obr. 26):

1. Narýsujeme úsečku AB ; $|AB| = a$ (Prodlužujeme ji za oba krajní body.)
2. Sestrojíme čtverec $ABMN$
3. Bod S ; $S \in AB, |AS| = |SB|$
4. Narýsujeme kružnici k ; $k(S; |SM|)$
5. Body O, P ; $O, P \in k \cap \leftrightarrow AB$
6. Narýsujeme kružnici l ; $l(A; |AO|)$
7. Narýsujeme kružnici m ; $m(B; |AO|)$
8. Bod D ; $D \in l \cap m$

9. Narýsujeme kružnice $n, j; n(A; a), j(B; a)$
10. Body $C, E; C \in j \cap k, E \in n \cap m$
11. Pravidelný pětiúhelník $ABCDE$
(Konstrukce je z knihy Geometrická koncepce v islámském umění (As-Said, Parman, 2008).)

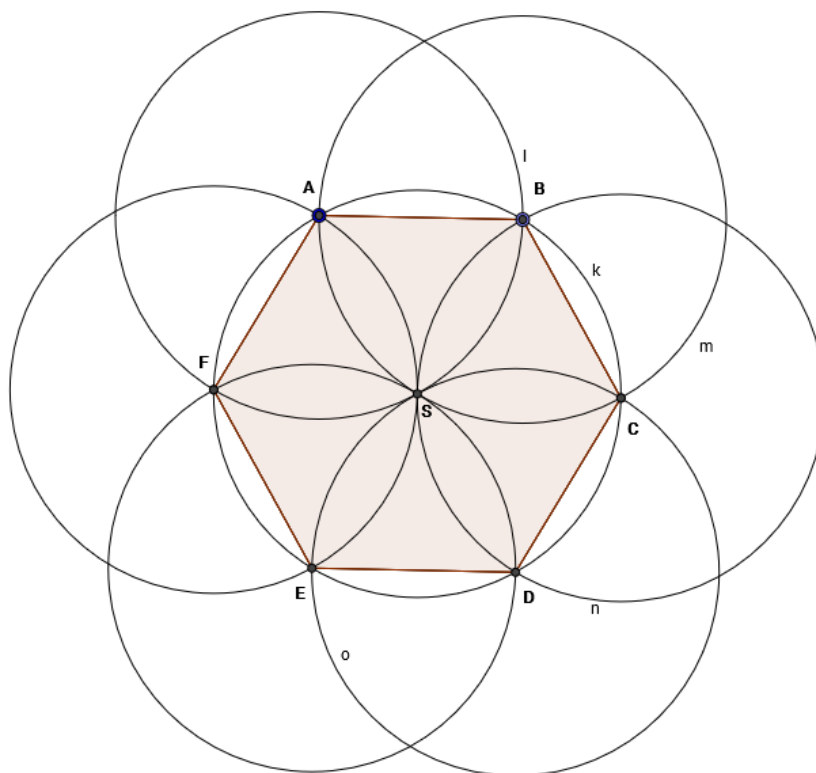


Obrázek 26 Konstrukce pětiúhelníku určeného stranou ABa

❖ Pravidelný šestiúhelník

Pravidelný šestiúhelník o straně délky a sestrojíme například takto (obr. 27):

1. Narýsujeme kružnici $k; k(S; r)$
2. Zvolíme bod $A; A \in k$
3. Narýsujeme kružnici $l; l(A; r)$
4. Body $B, F; B, F \in k \cap l$
5. Narýsujeme kružnici $m; m(B; r)$
6. Bod $C; C \in k \cap m$, (druhým průnikem kružnic je bod A)
7. Narýsujeme kružnici $n; n(C; r)$
8. Bod $D; D \in k \cap n$, (druhým průnikem kružnic je bod B)
9. Narýsujeme kružnici $o; o(D; r)$
10. Bod $E; E \in k \cap o$, (druhým průnikem kružnic je bod C)
11. Doplníme ještě dvě kružnice opsané kolem bodů E, F o poloměru r
12. Pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$

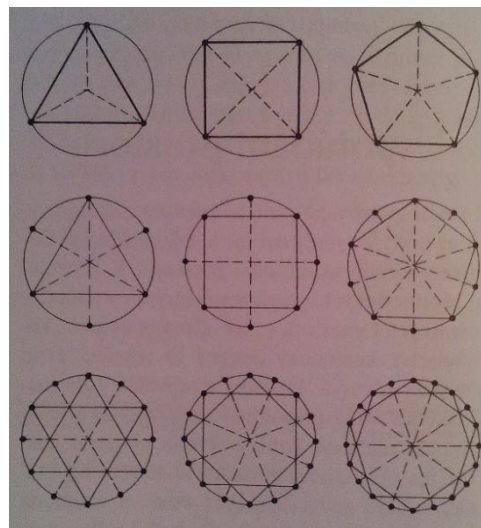


Obrázek 27 Konstrukce pravidelného šestiúhelníku

1.4.2 Další n-úhelníky

Pokud se vrátíme k předchozí podkapitole (1.4.1) a podíváme se na konstrukci pravidelného šestiúhelníku, tak tímto jednoduchým způsobem dnes děti na základních školách běžně kreslí mandaly jako kytičky. Pokud bychom ale pospojovali body úsečkami ob jeden, získáme hvězdi, která je tvořena dvěma rovnostrannými trojúhelníky. Pokud bychom průniky těchto trojúhelníků označili body a vedli jimi polopřímky ze středu S, tak průnikem těchto polopřímek s kružnicí k nám vznikají další body, po jejich spojení získáme pravidelný dvanáctiúhelník. Pokud se pozorně podíváme na hvězdi, která nám předtím vznikla, můžeme si všimnout vnitřního malého šestiúhelníku. Pokud bychom ho dále dělili, vzniknul by nám dvacetičtyřúhelník, čtyřicetiosmiúhelník,... Právě tyto geometrické konstrukce vedou k domněnce, že odtud pochází šedesátková soustava, dvanáct měsíců v roce, dvanáct hodin, měrné jednotky – tucet,...

Pokud vezmeme počáteční rozdělení kružnice na 3, 4 a 5 částí, díky nimž nám vznikne rovnostranný trojúhelník, čtverec a pravidelný pětiúhelník, tak postupně dalším dělením se dostaneme k pravidelnému šestiúhelníku, osmiúhelníku a desetiúhelníku. Dalším dělením pak již dostáváme dvanáctiúhelník, šestnáctiúhelník a dvacetiúhelník, a tak dále. Toto můžeme vidět na přiloženém obrázku 28.



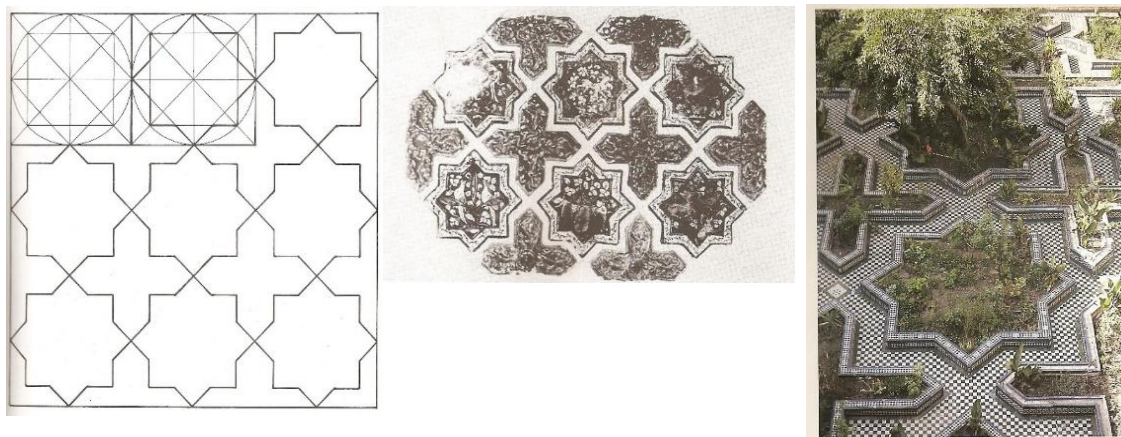
Obrázek 28 Dělení kružnice (as-Said, Parman, 2008)

Tyto všechny pravidelné n -úhelníky lze rozdělit na $2n$ pravouhlých trojúhelníků, pravouhlé trojúhelníky se tedy liší jen vzájemným poměrem odvěsen. Díky tomu nezáleží na jejich rozměrech, ale na proporcích. Dobře je to vidět na iracionálních číslech, jejichž velikost je narýsována pomocí Pythagorovy věty.

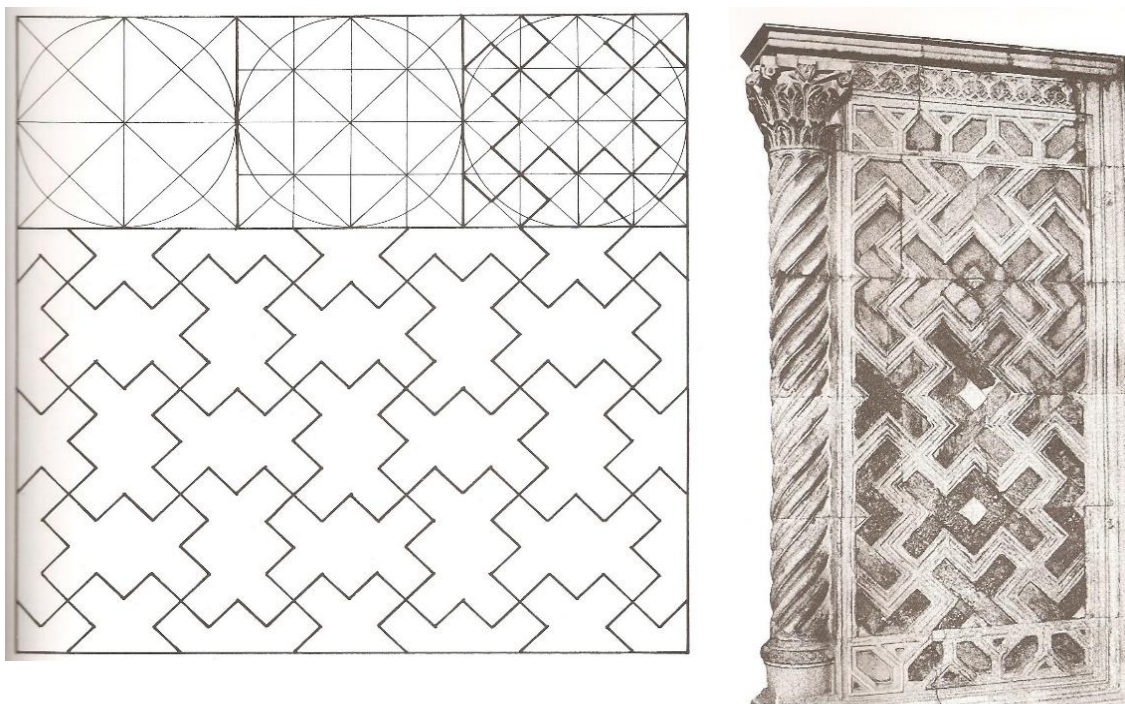
❖ Princip opakování daného prvku

Celý islámský geometrický vzor je založen na principu opakování jednoho daného prvku, pomocí něhož je možné pokrýt celou plochu bez mezer a překrývání. Hlavním a důrazným prvkem je zde kruh, respektive kružnice mnohoúhelníkům opsaná.

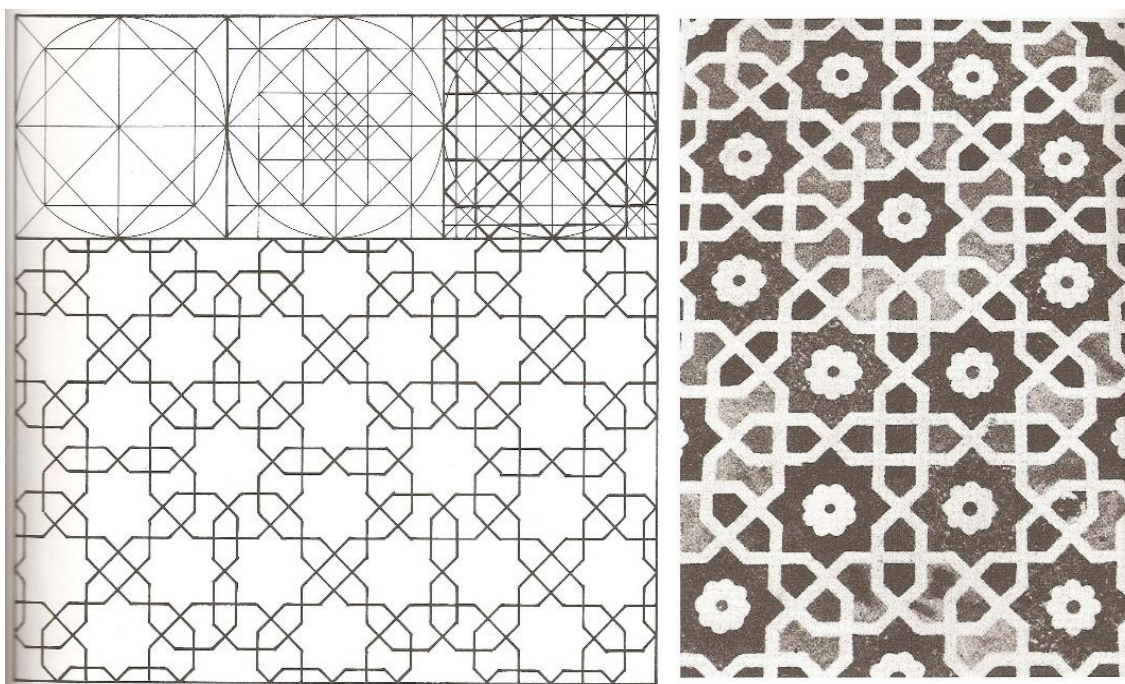
Pokud se vrátíme ke konstrukci čtverce a vzali bychom tuto konstrukci a opakovali bychom ji n -krát vodorovně a n -krát svisle, vzniká nám vyplnění roviny pomocí čtverců s jistým ornamentem, který se překrývá. Tato konstrukce čtverce se dá pomocí dalšího dělení, stejně jako u pravidelného šestiúhelníku, rozdělit. Tímto nám vznikají nespočetné variace. Nejčastější je kombinace čtverců kladených vodorovně a na koso a pravidelných osmicípých hvězd. Příklad jejich realizace je na obr. 29, 30 a 31.



Obrázek 29 uprostřed: Dlaždice, Írán Bustán Sad-museum, Teherán, Írán; vpravo: Palácová zahrada ve Fásu, 17. století (obnovena) (as-Said, Parman, 2008)



Obrázek 30 Portál, Būyāt Karatay Madrasa (škola), Konya, Turecko (as-Said, Parman, 2008)



Obrázek 31 Mauzoleum I'timād ad Dawla, Ágra, Indie (as-Said, Parman, 2008)

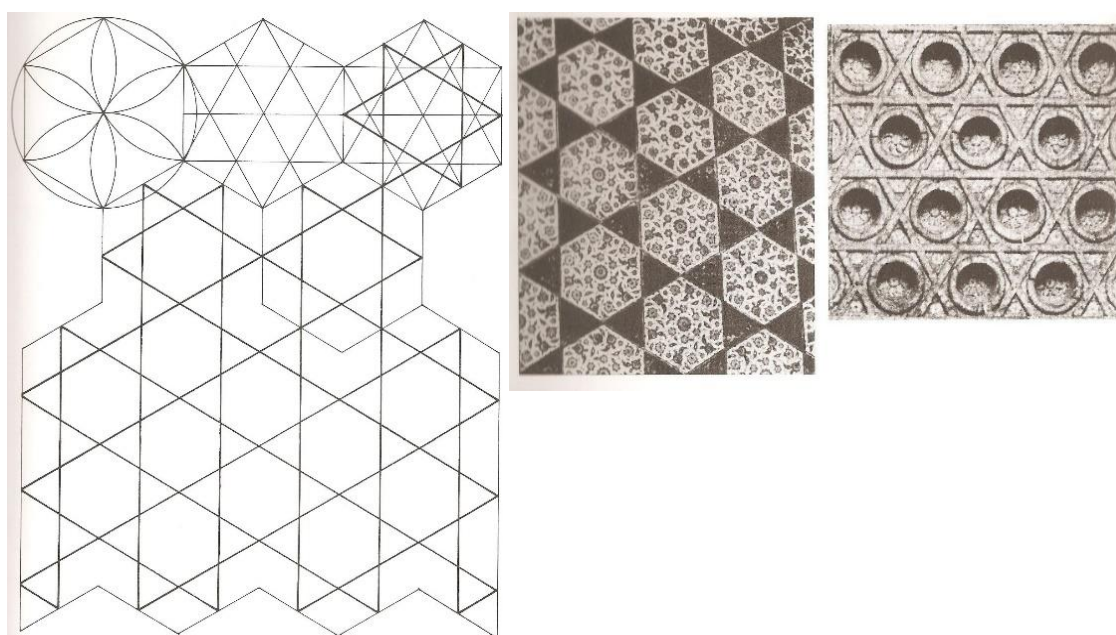
Pětiúhelník se vyskytuje méně často, povětšinou se využívá rovnou desetiúhelník. Avšak jak u pětiúhelníku, tak u desetiúhelníku je základem poměru u pěticipé i deseticípé hvězdy vzniklé z úhlopříček daného n -úhelníku zlatý řez. Úhlopříčka a strana pravidelného pětiúhelníku jsou v poměru zlatého řezu a poměr strany desetiúhelníku ku poloměru kružnice opsané je opět zlatý řez. Při používání desetiúhelníku jako opakujícího se vzoru, je většinou využita obdélníková nebo kosočtvercová šablona. Jako příklad geometrická koncepce pro

pětiúhelník a jeho použití v praxi je uveden obr. 32. Pravidelný pětiúhelník je možné používat v ornamentu, nelze jej však použít pro pokrývání roviny (jeho vnitřní úhly při vrcholech jsou 108°).



Obrázek 32 Gazúr Gáh, Herát, Afgánistán (as-Said, Parman, 2008)

U pravidelného šestiúhelníku se využívá stejného principu jako u čtverce. Pomocí šestiúhelníkových dlaždic docílíme pokrytí roviny. V každém vrcholu se stýkají tři šestiúhelníky. Často ve spojitosti se šestiúhelníkem se využívá dvanáctiúhelník či hvězdovitý dvanáctiúhelník jako průnik či sjednocení dvou pravidelných šestiúhelníků. Viz obr. 33 a 34.



Obrázek 33 Vpravo: Palác Topkapı, Istanbul, Turecko; vlevo: Shibám-Kawkabán, Jemen (as-Said, Parman, 2008)



Obrázek 34 uprostřed: Mešita, Varzaneh, Írán, vpravo: hrobka I'timád ad-Dauly (as-Said, Parman, 2008)

Opakováním jistých geometrických forem a přenášení pomocí šablon znamenalo pro tvůrce téměř volnou ruku, nicméně daný konstruktér musel být znalý v dostupných konstrukčních systémech. Pak už stačí, aby si zvolil systém výplně roviny, a pak už existuje nesčetné množství variant a kombinací, při kterých stačilo využívat vlastní vnímání abstrakce.

1.5 Mozaiky

Principem mozaiky je vyplnění a pokrytí plochy opakujícím se útvarem. Mozaiky lze nalézt všude kolem nás. Nejnápadnější je asi včelí plástev sestavená z pravidelných šestiúhelníků (obr. 35), ale třeba i obyčejná cihlová zeď či dlažba v koupelně, kuchyni nebo dlažba na ulici. Avšak nalézt vhodnou literaturu k mozaikám je docela obtížné, málokdo se totiž zabývá klasifikací mozaik, nicméně e-dokument Od Keplerových mozaik k pětičetné symetrii (Křížek, Šolc, 2009) se jí zabývá. Stručnou historií mozaiky se pro změnu zabývá kniha *Mozaiky: praktický rádce* (Foster, 2008) a mozaiky byly zpracovány i v diplomové práci s názvem *Pokrývání roviny* (Dynterová, 1999).



Obrázek 35 Včelí plástev

Mozaiky se v kultuře objevují už od starověku, jejich vznik se datuje do 4. století př. n. l., kdy úlomky drobných kamínků byly otesávány do tvaru krychle (čtverce) a pak se tyto obléžky sesazovaly k sobě. Staří Řekové takto využívali mozaiku k sestavování podlah. Mozaiky se v průběhu let zkvalitňovaly a vylepšovaly, protože řemeslníci cestovali po kontinentech a předávali si své dovednosti. Tímto způsobem se mozaika rozšířila po celém světě. Na začátku 20. století, kdy se v umění objevil umělecký směr secese, se mozaika dostává opět do popředí. Mozaika byla využita jako hlavní dekorativní směr v architektuře. Nejznámější architekt Antonio Gaudí dal tímto způsobem mozaice nový rozměr a jeho výzdoba Barcelony pomocí mozaiky z keramických dlaždic, kdy mozaikou pokryl prakticky celý povrch budovy, je velkolepá. Jeho nejfamóznější stavbou jsou věže kostela Sagrada Familia (obr. 36). Dalším významným umělcem, který dal mozaice nový rozměr, byl Friedensreich Hundertwasser. Jeho mozaika a umění jsou založeny na principu, že nic není pravidelné. Nejznámějším dílem je výzdoba domu ve Vídni (obr. 37), ale to už se mozaika dostává do jiné linie. Dnes se mozaika nejvíce uplatňuje v bazénovém designu, ale i ve veřejných uměleckých dílech.



Obrázek 36 Sagrada Familia



Obrázek 37 Dům ve Vídni

Nejzajímavějšími mozaikami jsou mozaiky pravidelné, to znamená, že vznikají z pravidelných n -úhelníků. Pravidelné mozaiky můžeme rozdělit do dvou kategorií, a to pravidelné mozaiky vznikající z jednoho typu mnohoúhelníku nebo polopravidelné mozaiky sestavené z více typů pravidelných mnohoúhelníků, viz Od Keplerových mozaik k pětičetné symetrii (Křížek, Šolc, 2009), str. 41–42.

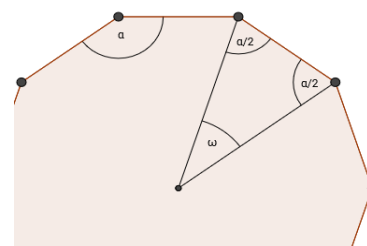
1.5.1 Pravidelné mozaiky

Pro to, abychom mohli pokrýt plochu pravidelnými mnohoúhelníky, musí platit pravidlo, že součet vnitřních úhlů mnohoúhelníků splývajících ve vrcholu musí být 360° . Pokud se tedy podíváme na pravidelné mnohoúhelníky typu $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots$ zjistíme, že danému kritériu odpovídají pouze trojúhelník, čtverec a šestiúhelník a že pravidelnou mozaiku lze složit pouze z těchto n -úhelníků. Pro lepší orientaci je zde uvedena tabulka (tab. 1) a nákres pokrytí roviny (obr. 39).

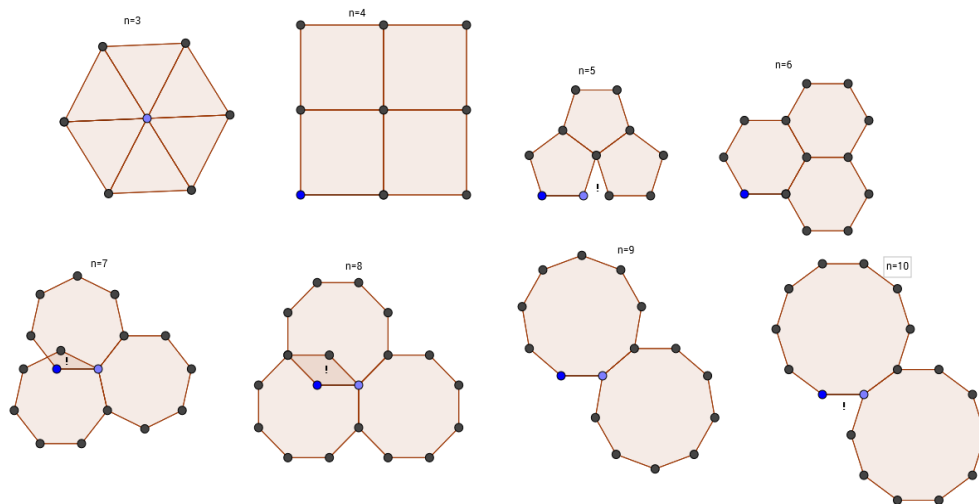
Tabulka 1 Velikost úhlu u vrcholu

Mnohoúhelník	Počet vrcholů	Velikost vnitřního úhlu	Pokrytí roviny (počet n -úhelníku ve vrcholu)
trojúhelník	3	60°	6
čtýřúhelník	4	90°	4
pětiúhelník	5	108°	nelze
šestiúhelník	6	120°	3
sedmiúhelník	7	$128^\circ 34' 17''$	nelze
osmiúhelník	8	135°	nelze
devítiúhelník	9	140°	nelze
desetiúhelník	10	144°	nelze
jedenáctiúhelník	11	$147^\circ 16' 22''$	nelze
dvanáctiúhelník	12	150°	nelze
...			

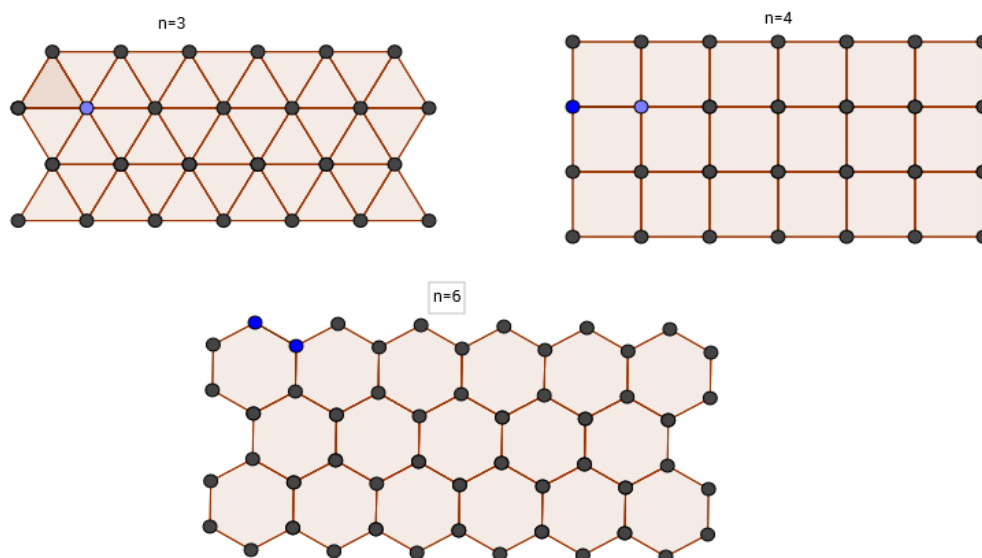
Velikost úhlu u vrcholu pro libovolný n -úhelník spočítáme následujícím způsobem: mnohoúhelník si rozdělíme na n trojúhelníků; úhel v trojúhelníku proti straně mnohoúhelníku $\omega = \frac{360^\circ}{n}$; součet vnitřních úhlů v trojúhelníku $\omega + \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} = 180^\circ$ a odtud máme $\alpha = 180^\circ - \omega = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ (obr. 38).



Obrázek 38 Výpočet vnitřního úhlu



Obrázek 39 Pokrývání roviny mnohoúhelníky

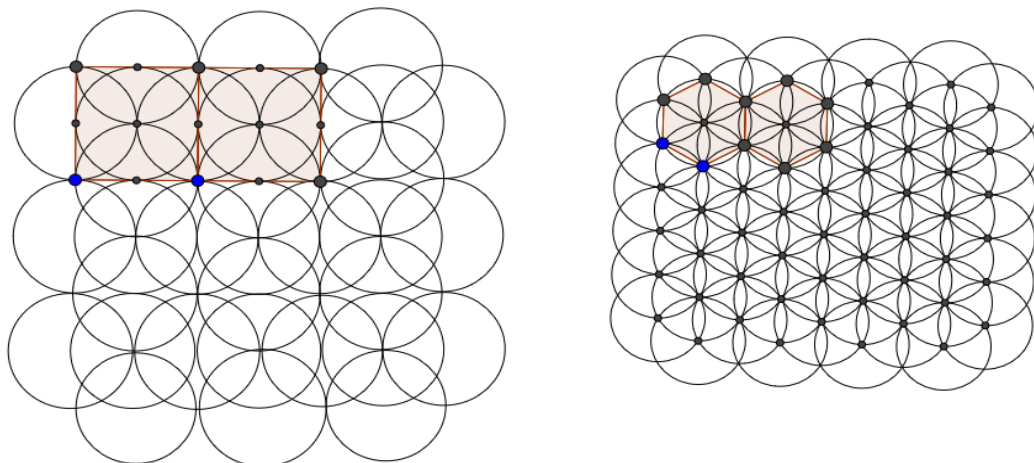


Obrázek 40 Pravidelné mozaiky

Pokud uvažujeme o pokrývání roviny pomocí pravidelné mozaiky (obr. 40) a vezmeme základní geometrickou koncepci v islámském umění, lze ukázat, že se prolínají. Jedná se o opakující se vzor vepsaný v kružnici, kde tím opakujícím vzorem je čtverec a šestiúhelník, potažmo trojúhelník (obr. 42). Trojúhelník samostatně se většinou nevyskytuje, protože šest trojúhelníků spojených ve vrcholu dá dohromady pravidelný šestiúhelník. Tyto islámské vzory můžeme nalézt i dnes, například v nabídce jako obklad do koupelny (obr. 41).



Obrázek 41 Obklad do koupelny



Obrázek 42 Základní islámský dekor

1.5.2 Polopravidelné mozaiky

Polopravidelné mozaiky jsou složeny z více typů pravidelných mnohoúhelníků. Zde se také opakuje určitý cyklus daný vrcholem, ve kterém se sbíhá různý počet různých pravidelných mnohoúhelníků.

Tímto problémem se již zabýval Johannes Kepler ve svém díle *Harmonices mundi* z roku 1619. Zjišťoval, jaká pokrytí lze vytvořit z pravidelných n -úhelníků tak, aby sousedila celou stranou a pokryla celou rovinu. Navíc ještě požadoval, aby každý vrchol stejného typu byl obklopen stejnými typy n -úhelníků, přičemž nezáleží na tom, zda se budou počítat po směru nebo proti směru hodinových ručiček a odkud začneme číslovat. Takovéto pokrytí roviny Johannes Kepler označil polopravidelným. Pokud pro speciální případy budou všechny n -úhelníky ve vrcholu stejného typu, jedná se pak o pravidelné pokrytí roviny – kapitola 1.5.1.

„Věta (Keplerova). Existuje právě 12 různých polopravidelných pokrytí roviny, z toho jsou 3 pravidelná.“ (Křížek, 2009)

Důkaz: Z kapitoly 1.5.1 již víme, že velikost vnitřního úhlu v n_i -úhelníku je $\alpha = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n_i}$. Pokud si to upravíme, dostaneme vztah $\alpha = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n_i} = 180^\circ \left(1 - \frac{2}{n_i}\right) = 180^\circ \left(\frac{n_i-2}{n_i}\right)$. Označme si vrchol ve tvaru (n_1, n_2, \dots, n_k) . Pak platí následující nutná podmínka pro existování polopravidelného pokrytí:

$$180 \left(\frac{n_1-2}{n_1}\right) + 180 \left(\frac{n_2-2}{n_2}\right) + \dots + 180 \left(\frac{n_k-2}{n_k}\right) = 360$$

Postupnými úpravami se dostaneme k diofantické rovnici:

$$180 \left[\left(\frac{n_1-2}{n_1}\right) + \left(\frac{n_2-2}{n_2}\right) + \dots + \left(\frac{n_k-2}{n_k}\right) \right] = 360$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{n_1 - 2}{n_1}\right) + \left(\frac{n_2 - 2}{n_2}\right) + \dots + \left(\frac{n_k - 2}{n_k}\right) &= 2 \\ 1 - \frac{2}{n_1} + 1 - \frac{2}{n_2} + \dots + 1 - \frac{2}{n_k} &= 2 \\ \left(\underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_k\right) - 2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \dots + \frac{1}{n_k}\right) &= 2 \\ \frac{k}{2} - 1 &= \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \dots + \frac{1}{n_k} \\ \frac{k - 2}{2} &= \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \dots + \frac{1}{n_k} \end{aligned}$$

Vzhledem k tomu, že levá strana musí být kladná, máme tu podmínku $k \geq 3$. Víme, že vrchol lze obklopit nejvíce 6 trojúhelníky a trojúhelník je n -úhelníkem s nejmenším vnitřním úhlem, máme tu druhou podmínku a to je, že $k \leq 6$. Pak dostaneme 17 řešení rovnice (seřazeno podle velikosti) – tab. 2:

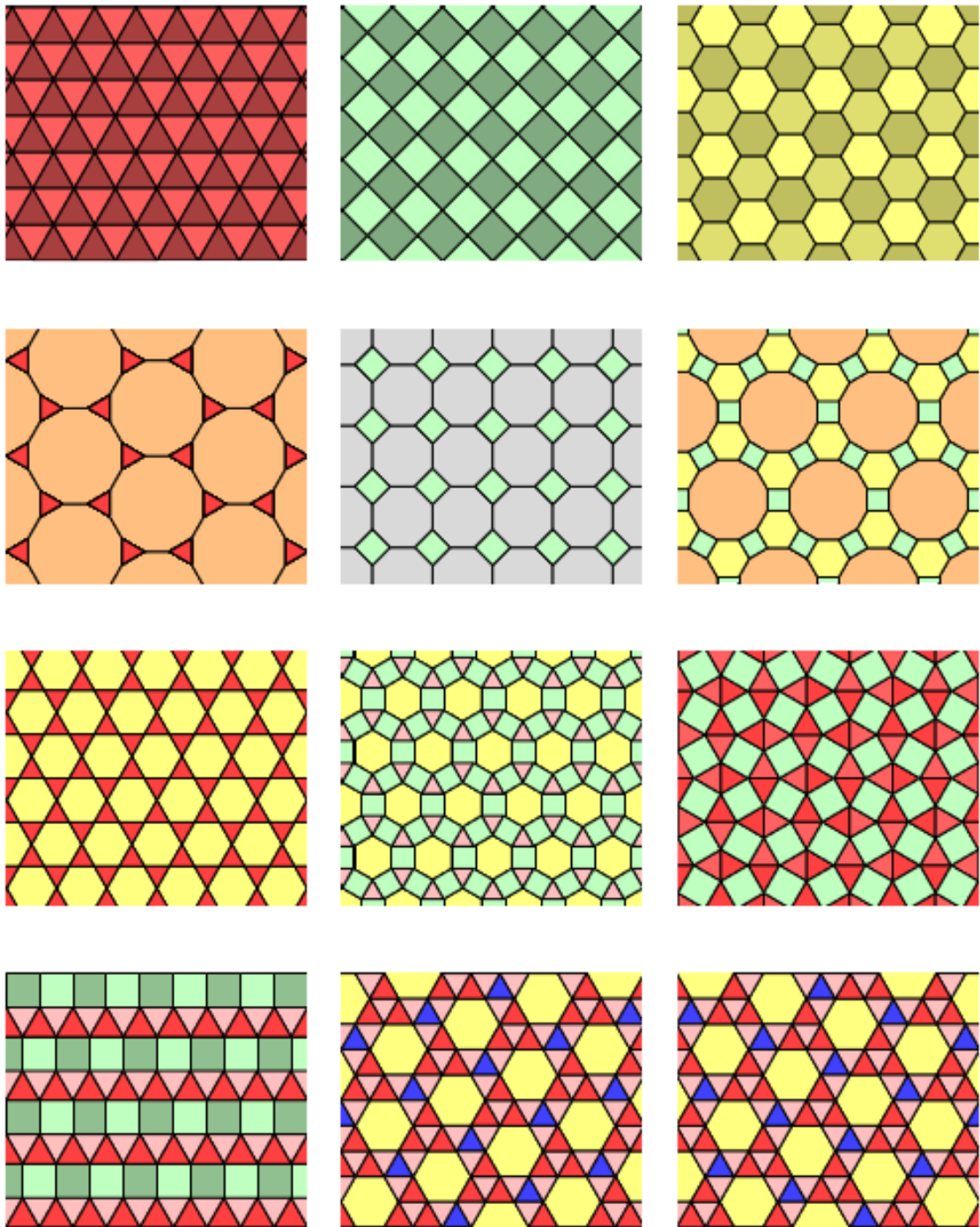
Tabulka 2 Řešení diofantické rovnice

Trojice	(3,7,42) (3,8,24) (3,9,18) (3,10,15) (3,12,12) (4,5,20) (4,6,12) (4,8,8) (5,5,10) (6,6,6)
Čtveřice	(3,3,4,12) (3,3,6,6) (3,4,4,6) (4,4,4,4)
Pětice	(3,3,3,3,6) (3,3,3,4,4)
Šestice	(3,3,3,3,3,3)

Bohužel ne všemi lze pokrýt roviny, což musíme ověřit. Po ověření získáme 12 řešení, z toho jsou právě ta tři pravidelná (tab. 3, obr. 43).

Tabulka 3 Keplerovi polopravidelné mozaiky

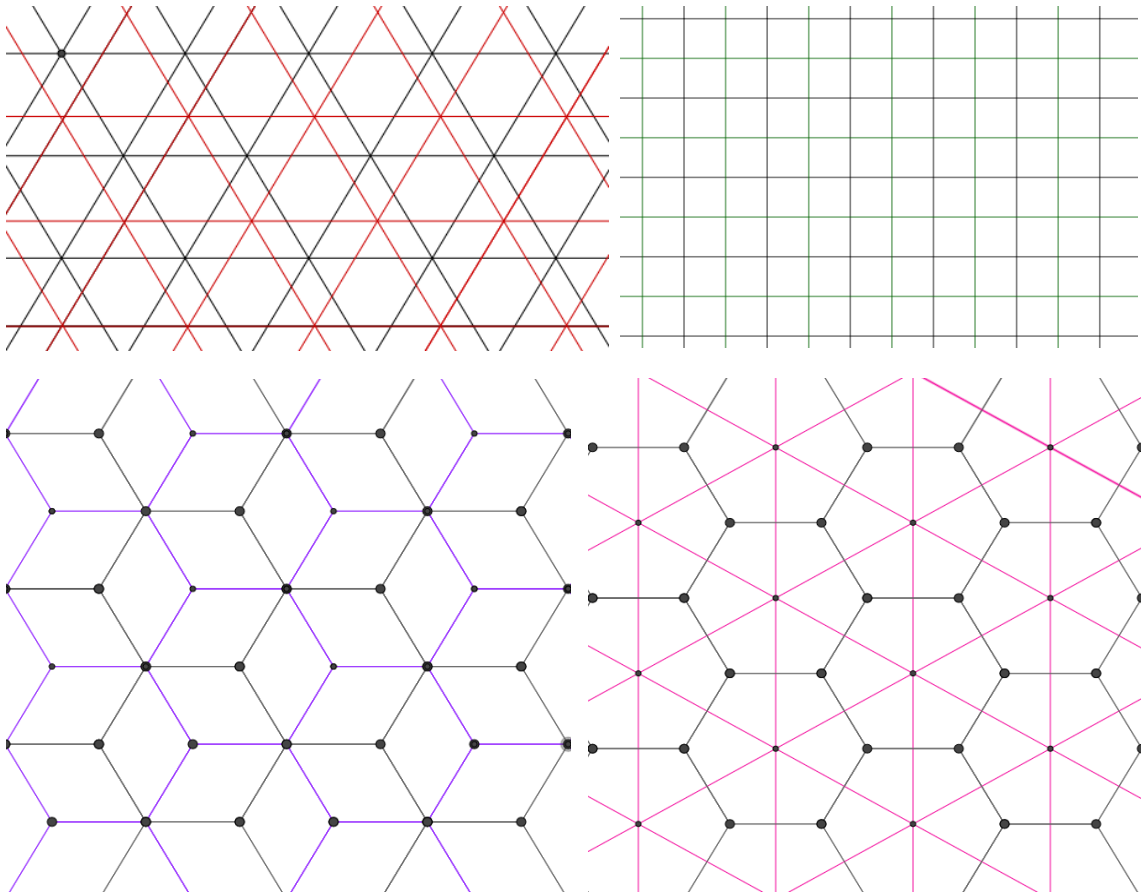
(3,3,3,3,3,3)	(4,4,4,4)	(6,6,6)
(3,12,12)	(4,8,8)	(4,6,12)
(3,6,3,6)	(3,4,6,4)	(3,3,4,3,4)
(3,3,3,4,4)	(3,3,3,3,6)*	(3,3,3,3,6)*
* I když poslední dvě řešení jsou zapsána stejně, jedná se o zrcadlově rozdílné pokrytí roviny mozaikou.		



Obrázek 43 Keplerovy mozaiky (mozaiky jsou uspořádané podle tabulky nad obrázkem) (Křížek, 2009)

1.5.3 Duální mozaiky

U pravidelných mozaik se setkáváme ještě s jednou zajímavou kategorií mozaik a to jsou duální mozaiky. Duální mozaiky vznikají překrytím dvou stejných mozaik a to tak, že vrcholy jedné mozaiky jsou ve středu n -úhelníků druhé mozaiky. Pravidelné mozaiky jsou duální sami k sobě. Dalším příkladem je trojúhelníková a šestiúhelníková mozaika, které jsou navzájem duální. Avšak dají se vytvořit i mnohem složitější duální mozaiky. Viz obr. 44.



Obrázek 44 Duální mozaiky (trojúhelníková, čtvercová, šestiúhelníková a šestiúhelníková s trojúhelníkovou)

1.6 Sedmnáct grup symetrií pokrývání roviny

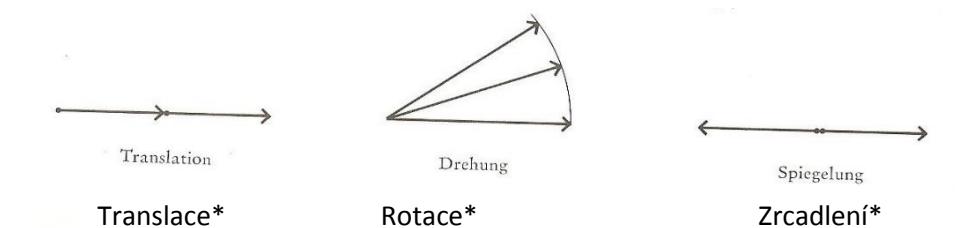
Tato kapitola je zpracována za základě knih *Ornament und Kunst* (Gombrich, 1982), *O symetrii w zdobnictwie i przyrodzie* (Jaškowski, 1952), diplomové práci *Pokrývání roviny* (Dynterová, 1999) a článku *Grupy symetrie* (Kunz, 1999).



Obrázek 45 Dlaždice vytvořená pro ilustraci symetrií

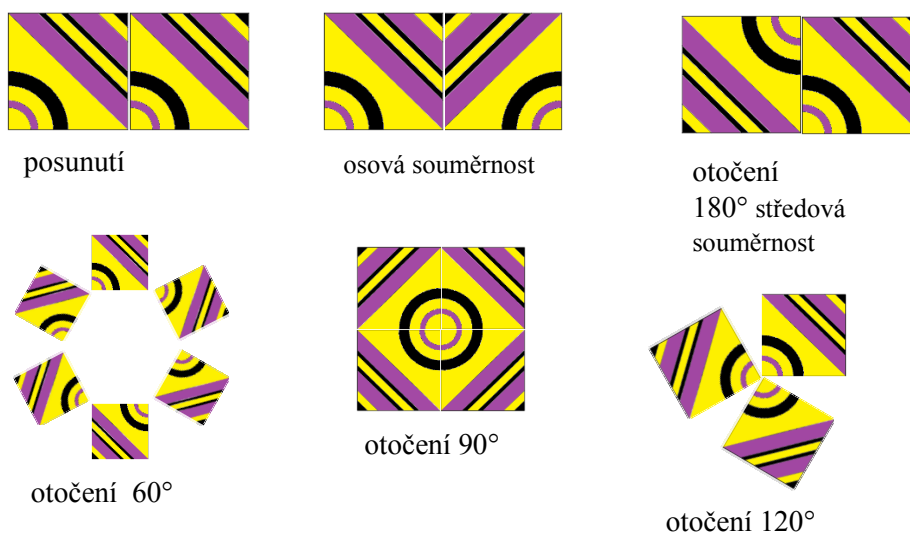
Symetrie je spojována s krásnem, v přírodních vědách má čím dál větší význam. Největší význam má asi v krystalografii, kde se ke zkoumání krystalů užívá prostorová symetrie. Vedle geometrické symetrie existují i jiné symetrie, například věta „KOBYLA MA MALY BOK“ lze číst odpředu i odzadu. Stejně tak lze vytvořit i číselné symetrie, sice to vypadá, že tyto symetrie nemají nic společného s geometrií, ale opak je pravdou. Právě těmito číselnými kombinacím lze přiřadit typ symetrie provedený s rovinným útvarem – osová souměrnost, rotace kolem bodu, středová souměrnost (speciální typ rotace R_{180}) a translace (obr. 45).

V rovině tedy existují tři základní symetrie, a to posunutí (translace), osová souměrnost (zrcadlení) a otočení (rotace), obr. 46, 47. Speciálním případem je středová souměrnost, ale to se jedná o rotaci o úhel 180° .



*Vlastní překlad

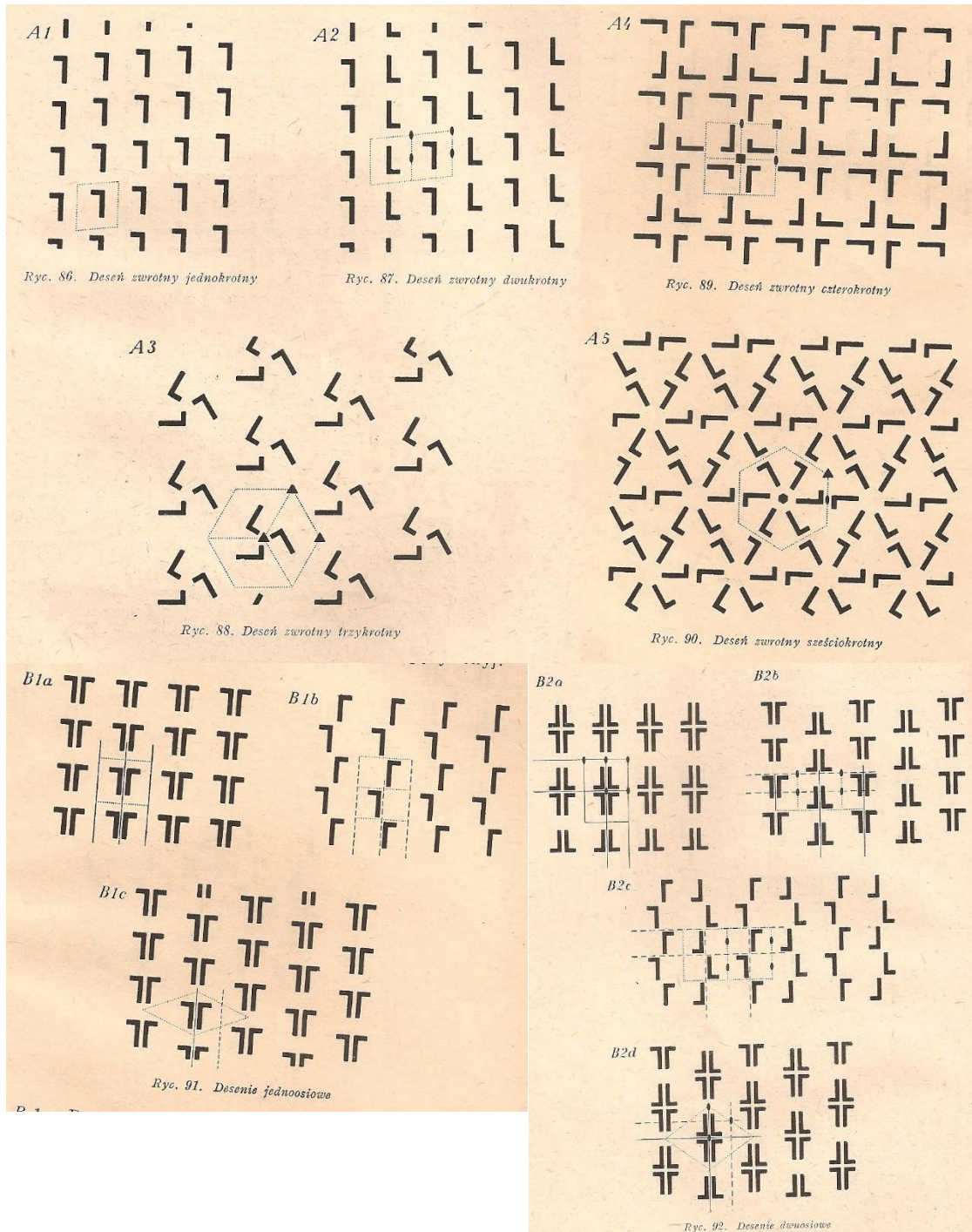
Obrázek 46 Tři základní symetrie v rovině (Gombrich, 1982)



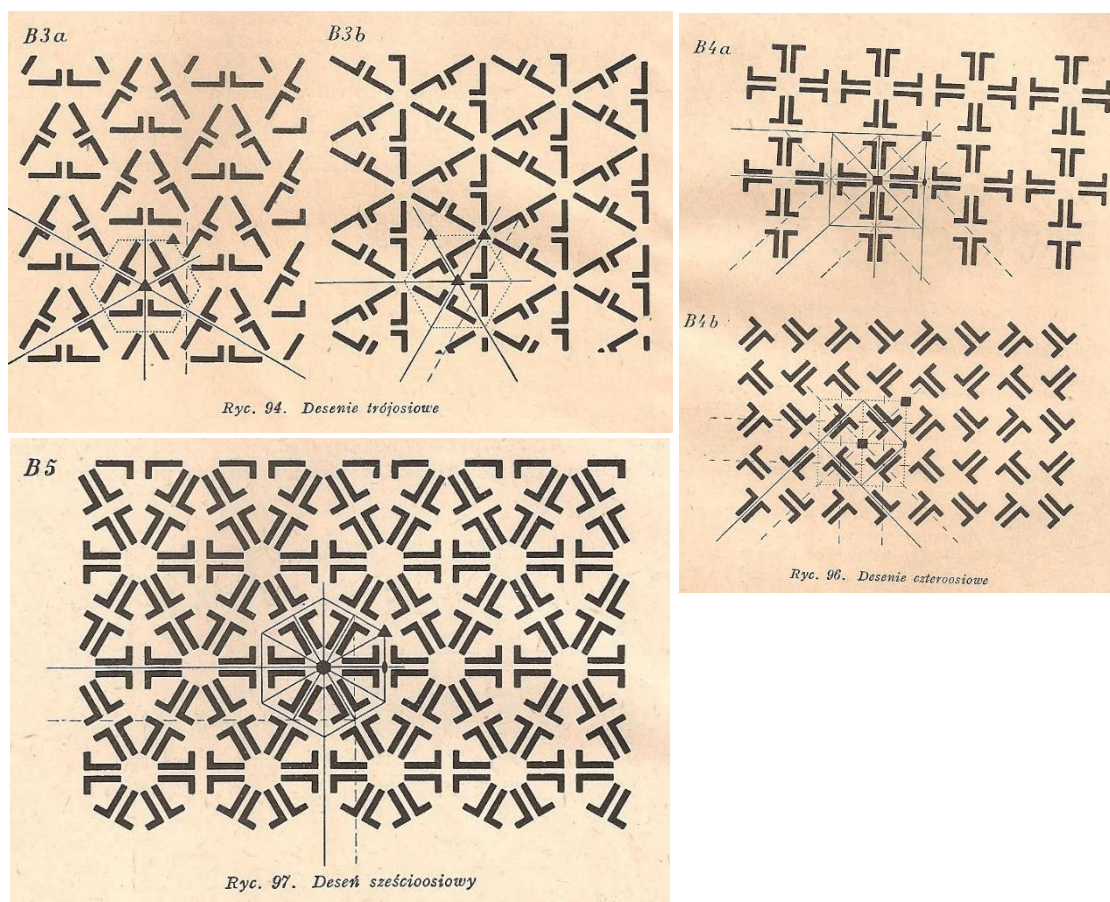
Obrázek 47 Grupy symetrií v rovině interpretované pomocí vlastní dlaždice

Mnoho vědců se snažilo nalézt všechny možné symetrie a dokázat jejich konečnost. Avšak teprve roku 1924 G. Pólyo dokázal, že existuje 17 grup symetrií a toto číslo je konečné.

Tyto symetrie se snažili matematici schematicky zakreslit. Roku 1952 polský matematik S. Jaškowski ve své knize *O symetrii w zdobnictwie i przyrodzie* uvedl a popsal sedmnáct symetrií takto (Jaškowski, 1952), obr. 48, 49.



Obrázek 48 Sedmnáct grup symetrií (Jaškowski, 1952)



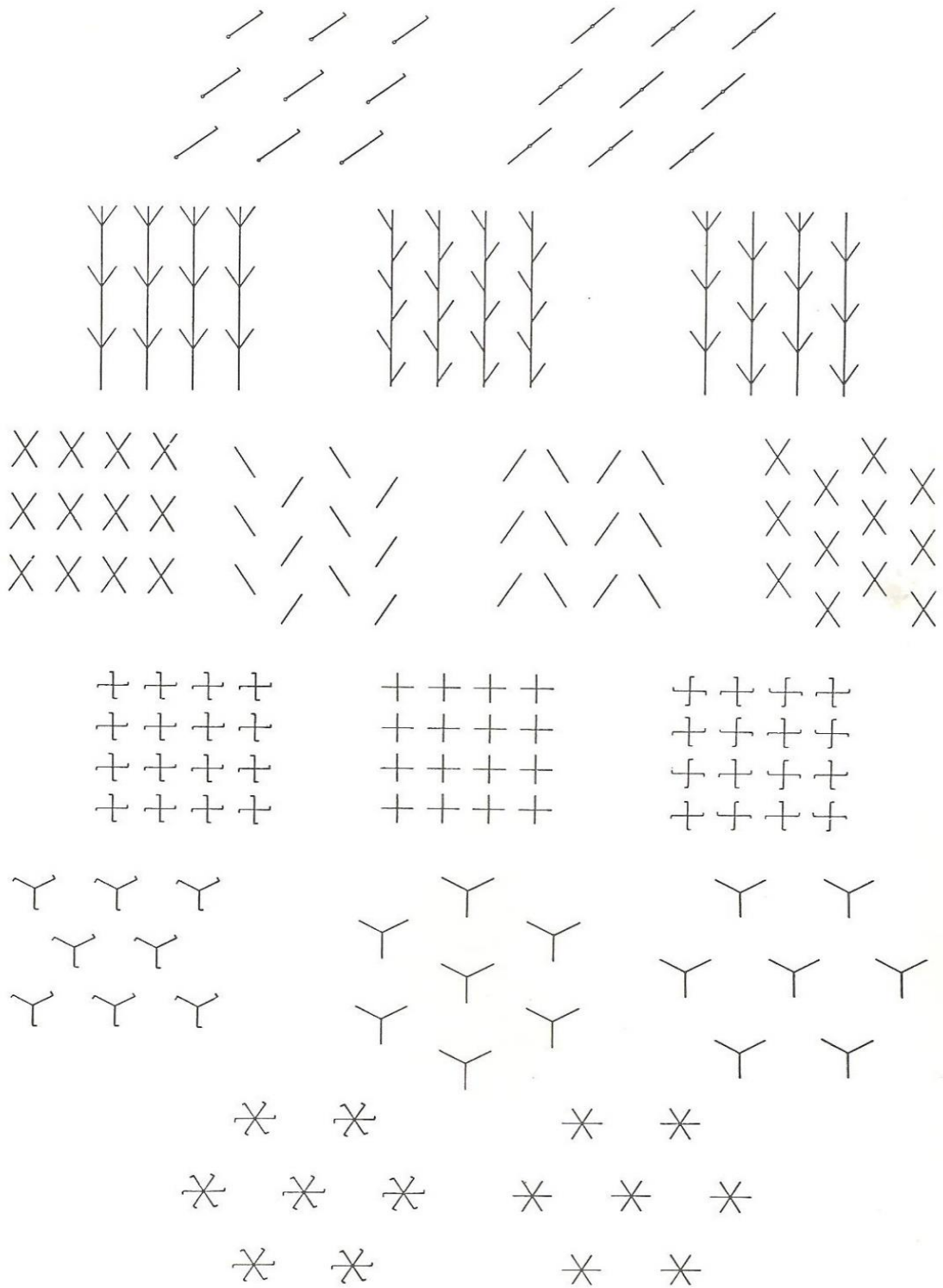
Obrázek 49 Sedmáct grup symetrií (Jaškowski, 1952)

Jaškowski používá vlastní kódování prvků grupy pokrývání roviny. Text tabulky (tab. 4) je volně přeložen do češtiny.

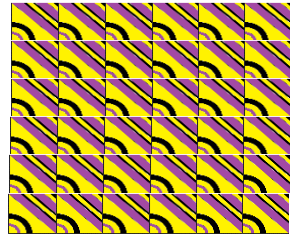
Tabulka 4 Sedmáct grup symetrií - popsány dle Jaškowski (1952)

A1 Vzor jednonásobné otočení (posunutí)		A2 Vzor dvojnásobné otočení		A4 Vzor čtyřnásobné otočení	
A3 Vzor trojnásobné otočení			A5 Vzor šestinásobné otočení		
B1a Vzor jednoosový zrcadlený	B1b Vzor jednoosový posunutý	B2a Vzor dvouosový zrcadlený	B2b Vzor dvouosový míšený		
B1c Vzor jednoosový kosočtverečný			B2c Vzor dvouosový posunutý		
			B2d Vzor dvouosový kosočtverečný		
B3a Vzor tříosový obdélný		B3b Vzor tříosový příčný	B4a Vzor čtyřosový zrcadlený		
B5 Vzor šestiosový			B4b Vzor čtyřosový posunutý		

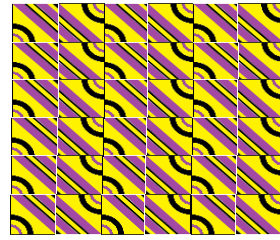
E. H: Gombrich se ve své publikaci (Gombrich, 1982) také zabývá grupami symetrií a uvádí je zde schematicky zaznačené (obr. 50). Tato schémata jsou pomocí dlaždice graficky znázorněna (obr. 51).



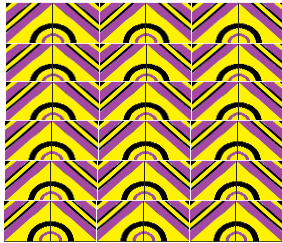
Obrázek 50 Sedmnáct grup symetrií (Gombrich, 1982)



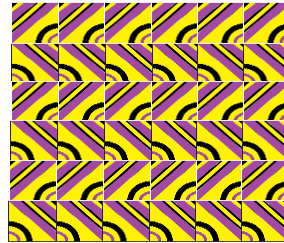
translace



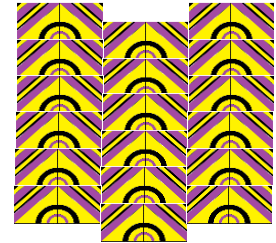
středová souměrnost (R_{180})



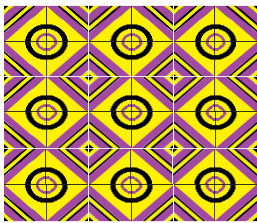
zrcadlení (osová souměrnost)



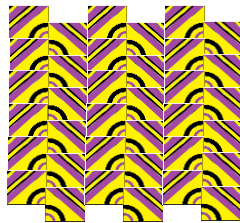
posunutě zrcadlení



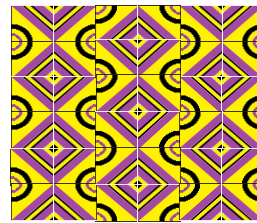
zrcadlení a posunutě zrcadlení



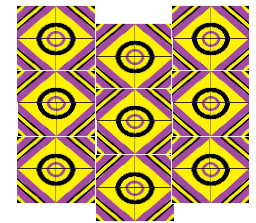
zrcadlení a zrcadlení



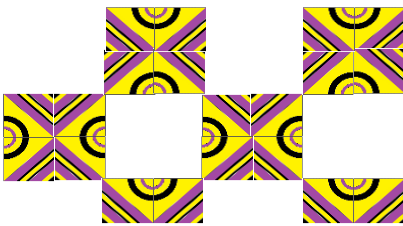
posunutě zrcadlení



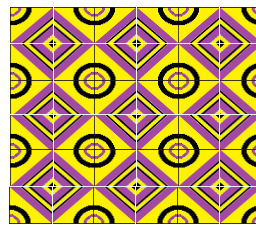
zrcadlení a R_{180}



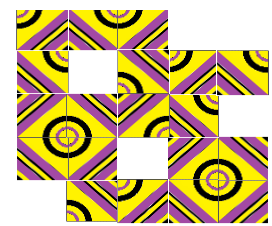
Zrcadlení a posunutě zrcadlení



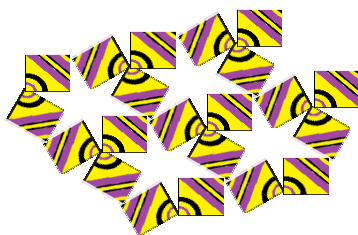
zrcadlení a R_{90}



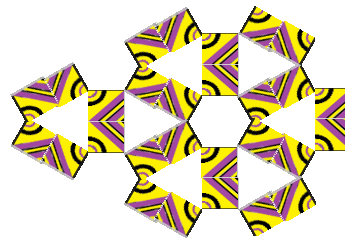
R_{90}



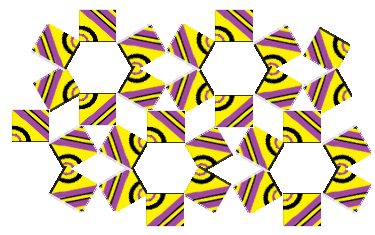
zrcadlení a R_{90}



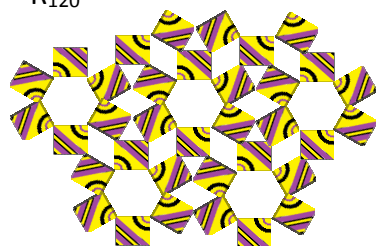
R_{120}



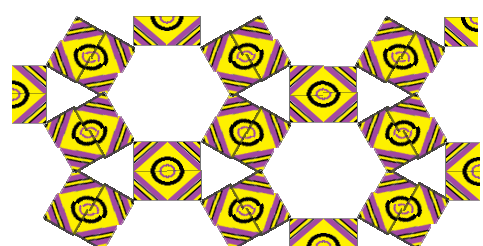
zrcadlení a R_{120}



R_{120} a zrcadlení



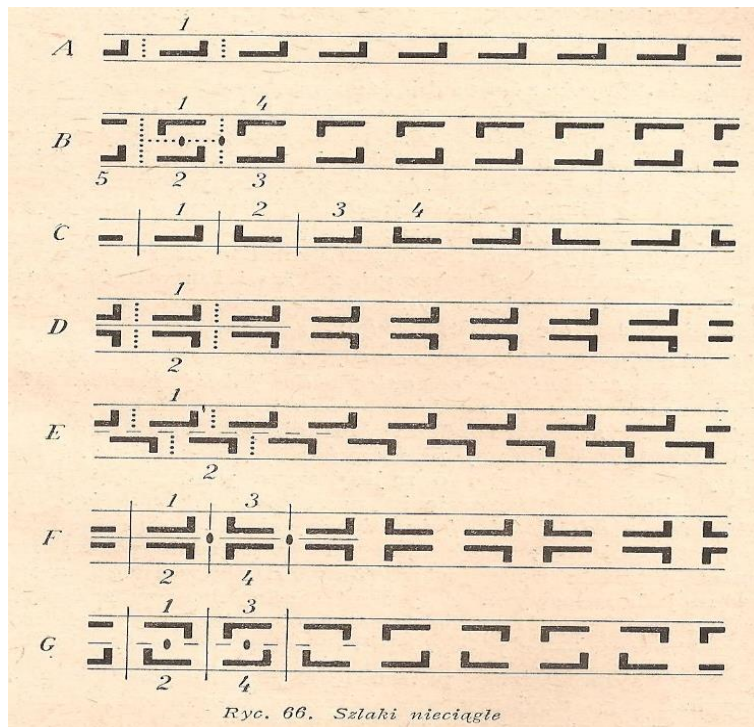
R_{60}



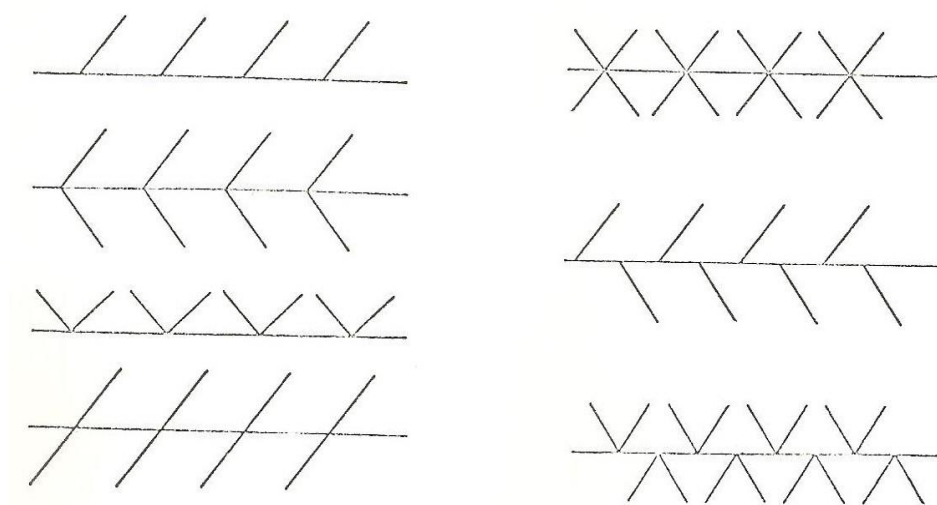
zrcadlení a R_{60}

Obrázek 51 Sedmnáct symetrií ilustrovaných vlastní dlaždicí

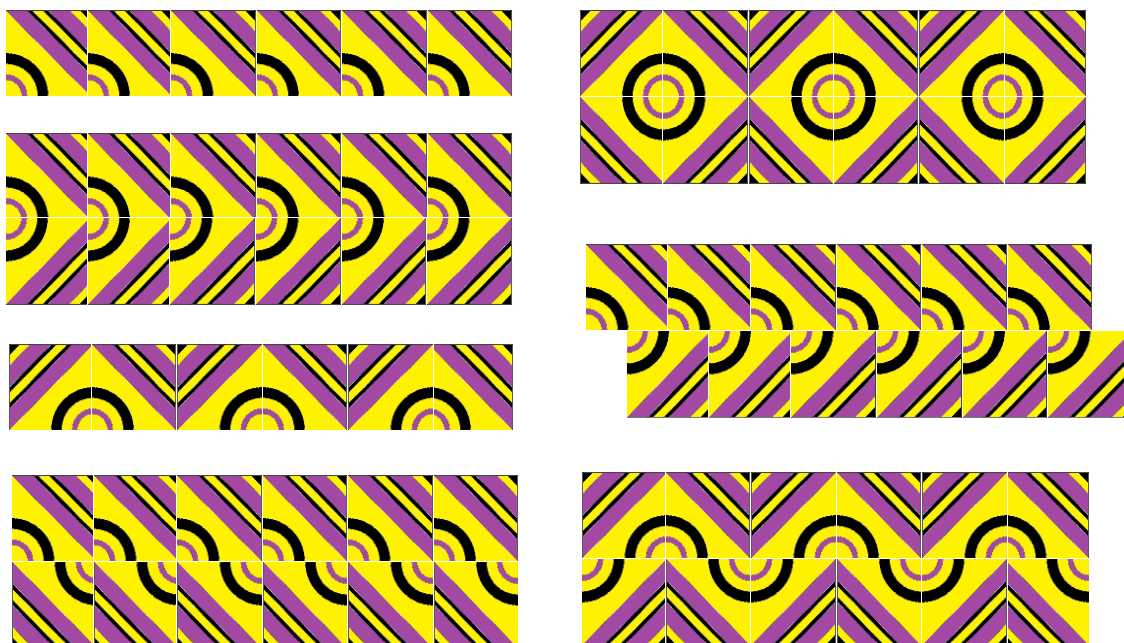
Pokud bychom uvažovali pásový či pruhový ornament vytvořený pomocí symetrií, dostáváme pouze sedm takovýchto grup symetrií. I ty uvádí S. Jaškowski (obr. 52) a E. H. Gombrich (obr. 53) ve své knize (Jaškowski, 1952), (Gombrich1982). Tato schémata jsou pomocí dlaždice graficky znázorněna na obrázku 54.



Obrázek 52 Sedm typů pásového (pruhového) ornamentu (Jaškowski, 1952)



Obrázek 53 Sedm typů pásového (pruhového) ornamentu (Gombrich 1982)



Obrázek 54 Sedm typů pásového (pruhového) ornamentu ilustrovaného na dlaždici

Tyto grupy symetrií využívala spousta umělců. Maurové ve Španělsku, v paláci Alhambře, využívali symetrií k jeho vyzdobení, protože nesměli zobrazovat lidské postavy. Naopak výtvarný umělec M. C. Escher skloubil umění a život. Pomocí mozaiky a grup symetrií kreslil přírodu, živočichy a jiné věci kolem sebe.

1.7 Maurits Cornelis Escher

Hlavními podklady pro tuto kapitolu jsou výtvarné práce M. C. Eschera. Z knih pak *Grafika a kresby* (Escher, 1999), *M. C. Escher: grafika a kresby* (Escher, 2006), *M. C. Escher a jeho magie* (Escher, 2009) a *Kaleidocykly* (Schattschneider, Walker, 1992).

Tento světově uznávaný holandský grafik se zabýval ornamentem a pokrýváním roviny. Jeho práce jsou výjimečné, nalezneme v nich propojení matematiky, geometrie a přírody na nejvyšší úrovni. Pro některé práce byla dokonce inspirací návštěva Alhambry a studium umění Maurů.

„Považuji svoje dílo za nejkrásnější i za nejošklivější.“ (Escher, 2006)

M. C. Escher (obr. 55) se narodil 17. 6. 1898 v Leewardenu v Nizozemí Sarah Gleichmanové a Georgovi Arnoldovi Escherovi jako nejmladší z pěti bratrů. Rodina se přestěhovala do Arnhemu, kde M. C. Escher navštěvoval střední školu. V roce 1916 vytváří svou první grafickou práci – linoryt. Potom se rodina přestěhovala do Oosterbeeku. M. C. Escher studoval na Škole pro architekturu a dekorativní umění v Haarlemu. Po absolvování začal cestovat po Itálii a Španělsku. Zde se zabýval studií ornamentu v Alhambře (obr. 56).

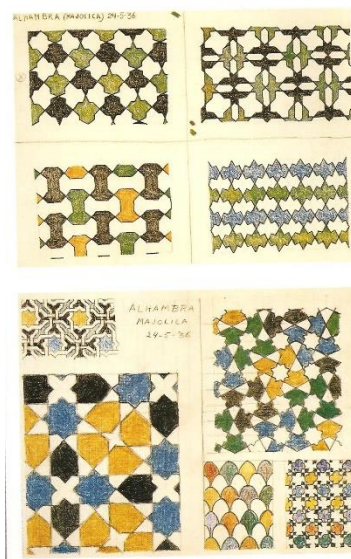


Obrázek 55 Autoportrét ve skleněné kouli (Escher, 2006)

Nakonec se přestěhoval do Itálie a usadil se přímo v Římě. V roce 1924 má první výstavu v Haagu. Dne 12. 6. 1924 se oženil s Jettou Umikerovou. Pořádá další výstavy nejen v Nizozemí, ale i v Itálii. Dne 23. 7. 1926 se mu narodil syn George Escher a dne 8. 12. 1928 se mu narodil druhý syn Arthur Escher.

Jeho dílo bylo zaměřené na různé grafické techniky a sdělovaný obsah byl až na druhém místě. Odchod z Říma ale znamenal pro jeho tvorbu zlom, protože poté se začal více zaměřovat na obsahovou stránku, na to, co pozorovateli sděluje. Část jeho práce je těsně spjata s pravidelným rozdělením roviny.

V roce 1935 se stěhuje s rodinou do Švýcarska. Dne 6. 3. 1938 se jim narodil syn Jan Escher.



Obrázek 56 Majolika z Alhambry (pastelka a křída) (Escher, 2009)

V následujících letech cestuje po pobřeží Středozemního moře, uskuteční svou druhou návštěvu Alhambry. Mění se zároveň i jeho tvorba a M. C. Escher začíná se zpodobňováním svých vizí.

„Věci, které chci vyjádřit, jsou tak dokonalé a čisté.“ (Escher, 2009)

V září 1954 vystavuje svou tvorbu v Stedelijk Muzeu v Amsterdamu ve spojení s Mezinárodní matematickou konferencí. Od roku 1954 se stává fenoménem v Americe a začíná sběratelský zájem o jeho grafické práce. V dubnu 1955 je M. C. Escher vyznamenán nizozemskou vládou a získává Rytířský řád Oranje Nassau.

„Mohl bych naplnit ještě jeden další život tím, že bych pracoval na svých grafikách.“ (Escher, 2009)

V roce 1962 onemocní a podstupuje sérii vážných operací. Jeho zdraví je nadále nejisté. V roce 1967 získává druhé vyznamenání nizozemskou vládou. Z července 1968 je jeho poslední grafická práce a 27. 3. 1972 umírá v nemocnici v Hilversumu.

❖ Dílo

Tvorba M. C. Eschera se dá rozdělit do jistých etap, které během svého života prožil. Největší zlom v tvorbě však znamenal odchod z Říma.

» **Listy z mládí**

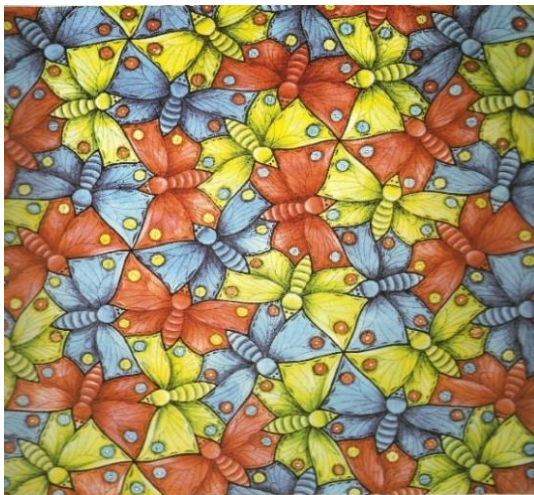
Práce vznikaly před rokem 1937. Je to autorovo mládí, ještě neutříbený styl, spíše se jedná o odraz pozorované reality.

» **Pravidelné členění plochy**

Symetrické kresby rozdělující plochu v pravidelné obrazce. Zde se M. C. Escher inspiroval v Alhambře, neboť Mauri byli mistři tohoto umění. Názor samotného M. C. Eschera: *„Jaká škoda, že islám zakázal Maurům zhotovovat „obrazy“! Při tvorbě s dlaždicemi se vždy omezovali na obrazce abstraktně geometrických tvarů. Pokud je mi známo, ani jediný maurský umělec se nikdy neodvážil (anebo ho ta myšlenka nikdy nenapadla?) použít k vyplnění plochy konkrétních obrazců jako ryb, ptáků, reptilií a lidí.“* (Escher, 2006) Tento de facto paradox je důvodem, proč se o tento problém zajímá a využívá ho ve velkém množství svých grafických prací. Nejenže využívá základních symetrií v rovině – translaci, rotaci a zrcadlení, ale zabývá se i nekonečnem, nebo pokud chce pokrýt plochu nekonečným množstvím tvarů, musí je pozvolna zmenšovat. Obr. 57, 58.



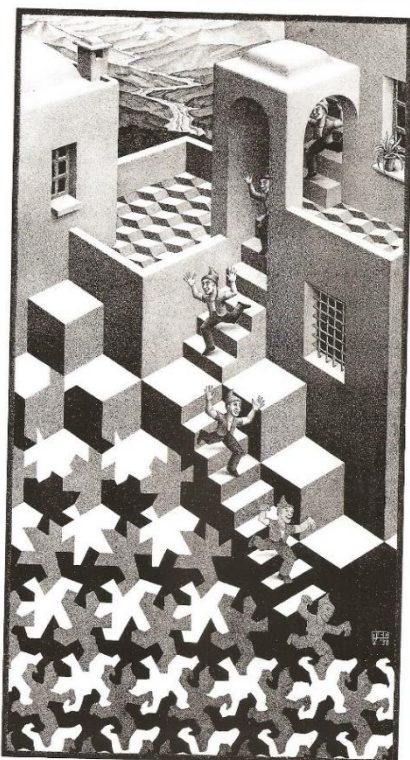
Obrázek 57 Kresby pravidelného rozdělení roviny (tuž, tužka a akvarel) (Escher 2009)



Obrázek 58 Kresby pravidelného rozdělení roviny (tuž a akvarel) (Escher, 2009)

» **Obrazové příběhy**

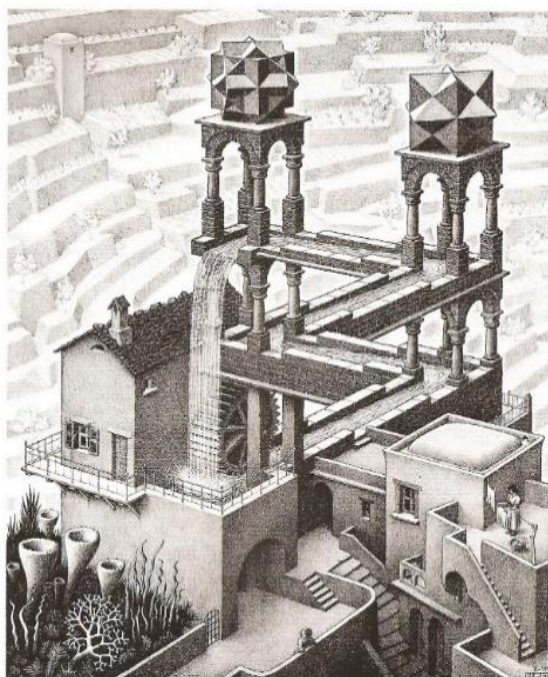
Prolínání pokrývání roviny ornamentem propojené se skutečností – přechod z plochy do prostoru a opačně (obr. 59).



Obrázek 59 Vlevo: *Cyklus*, vpravo: *Plazi* (Escher, 2009)

» Fantastické stavby

Takové stavby, které jsou v prostoru nereálné, anebo se může jednat o reálnou stavbu, ale jinou než jakou náš mozek vyhodnocuje, např. iluze nekonečného schodiště (Kupčáková, 2004). Jedná se o optický klam, který je možný pouze na obraze. Dá se takto vyjádřit konflikt mezi plochou a prostorem (obr. 60).



Obrázek 60 Vpravo: *Vodopád*, vlevo: *Belveder* (Escher, 2006)

» Zrcadlení

Krajina je zobrazována na hladině vody, v odrazu skleněných koulí. Čerání vody je vždy přesně zaznamenáváno na studiích, pak až přeneseno do grafické tvorby.

» Prostorové kruhy a spirály a mnohostěny

Složitá tělesa jsou zobrazována v rovnováze a provázanosti s přírodou.

» Sférická mozaika

M. C. Escher vytváří sférickou mozaiku. Ze dřeva ryby na kulové ploše (obr. 61), z mramoru Andělé a ďáblové.



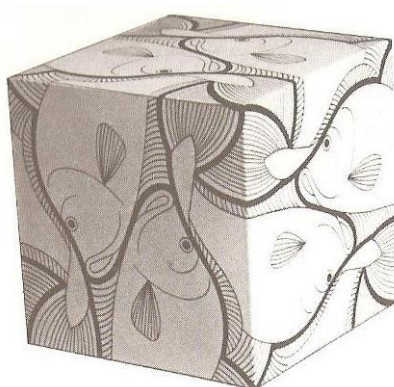
Obrázek 61 Kresba pravidelného rozdělení roviny a Koule s rybou (Escher, 2009)

❖ **Kaleidocykly**

Na dílo M. C. Eschera navázali Schattschneider a Walker (1992) a využili jeho grafik pro pokrývání povrchů tzv. kaleidocyklů. Název je složeninou tří slov kalós (krásný) + eîdos (obraz) + kýklos (kruh). Kaleidocyklus je trojrozměrný prstenec ze čtyřstěnnů, které jsou k sobě pružně spojeny u hran, a tvoří uzavřený prstenec. Vzhledem k tomu, že je spojen pružně, je možné ho protáčet středem. Dále se zabývá i platonskými tělesy a jejich pokrytím pravidelně se opakujícím vzorem. Obr. 62, 63.



Obrázek 62 Kaleidocykly (Schattschneider, Walker, 1995)



Obrázek 63 Krychle s rybou
(Schattschneider, Walker, 1995)

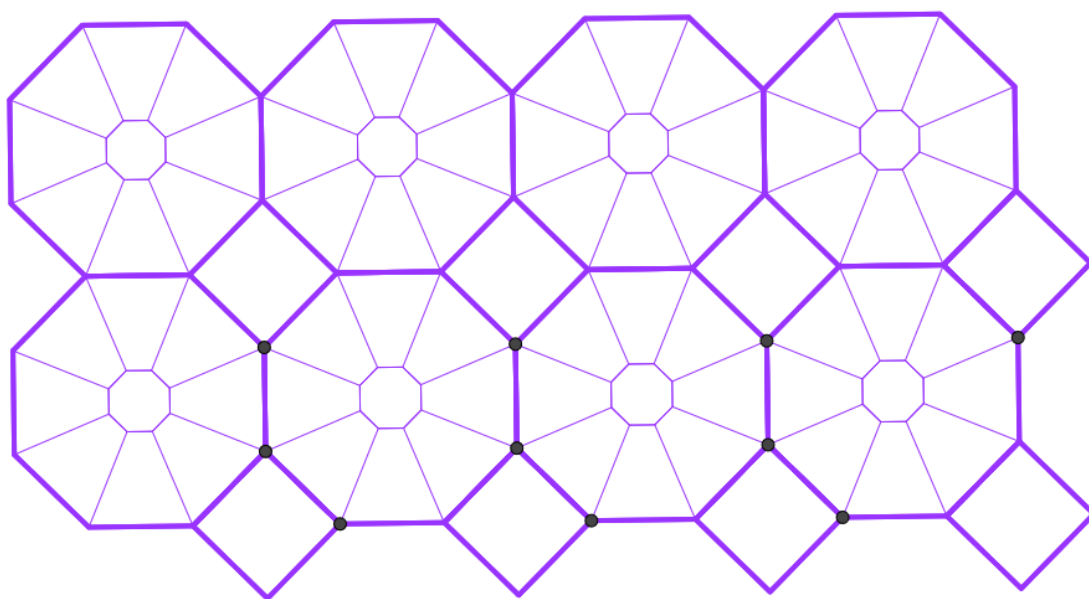
2 Praktická část práce

2.1 Ornamet kolem nás

V první kapitole své praktické části bych se ráda zaměřila na ornament kolem nás. Při tvorbě své bakalářské práce jsem si začala všimnout, že geometrický ornament potkávám téměř na každém kroku. Dřív mě nikdy nenapadlo, jak často se s ornamentem setkávám, považovala jsem ho za samozřejmost. Dnes je doba chytrých technologií, takže není problém zachytit mozaiku chytrým telefonem. Následující fotky jsem vytvořila na svých cestách. Stačí se pozorně dívat a člověk objeví různé typy mozaiky. Každou zachycenou mozaiku jsem se pokusila klasifikovat.

❖ Linoleum

Ve většině učebnách Přírodovědecké fakulty UHK je linoleum se specifickým dekorem. Všimla jsem si ho úplně náhodou, nicméně tato mozaika byla pro mě podnětem pro vytvoření této kapitoly. Jedná se o typ poloprávdelné mozaiky, kde se střídá čtverec s pravidelným osmiúhelníkem. Pravidelný osmiúhelník je navíc ještě rozlišen vnitřním dekorem, kde je ve středu ještě jeden malý osmiúhelník, a vrcholy stejnohlých osmiúhelníků jsou propojeny. Obr. 64, 65.



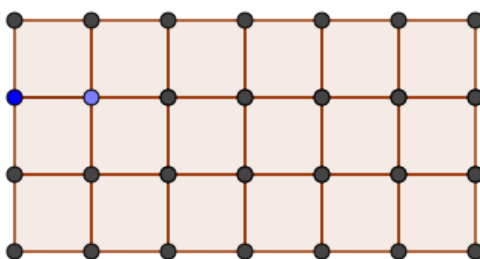
Obrázek 64 Nákres mozaiky linolea



Obrázek 65 Linoleum

❖ Ručník

Ručník s mozaikovým vzorem. Jedná se o pravidelný typ mozaiky. Opakujícím se prvkem je čtverec. Zajímavé je, že vlákna v každém druhém čtverci vystupují a tudíž tvoří plastický ornament. Tím je docíleno toho, že se tento vzor opakuje i na druhé straně ručníku. Obr. 66, 67.



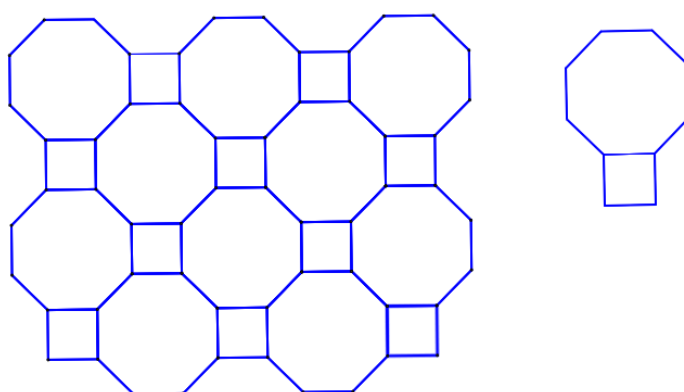
Obrázek 66 Návrh mozaiky ručníku



Obrázek 67 Ručník

❖ Mozaika na nádraží v Kolíně a v Pardubicích

Jedná se o speciální typ polopravidelné mozaiky, kde se opakuje čtverec a osmiúhelník. Protože osmiúhelník není pravidelný, nelze říct, že je to polopravidelná mozaika. Zajímavá je dlaždice, ze které byla tato mozaika vytvořena. Nejedná se totiž o kombinaci dvou typů dlaždic (čtverec a osmiúhelník), ale o jednu dlaždici, která se skládá ze čtverce a osmiúhelníku spojených k sobě stranou. Ty jsou pak pokládány v pásu otočené o 180° . Tohoto si lze dobře všimnout na první fotografii. Zbylé dvě fotografie obsahují tento typ mozaiky obtištěný v betonovém kvádru, který je na okraji nástupiště. Obr. 68, 69.



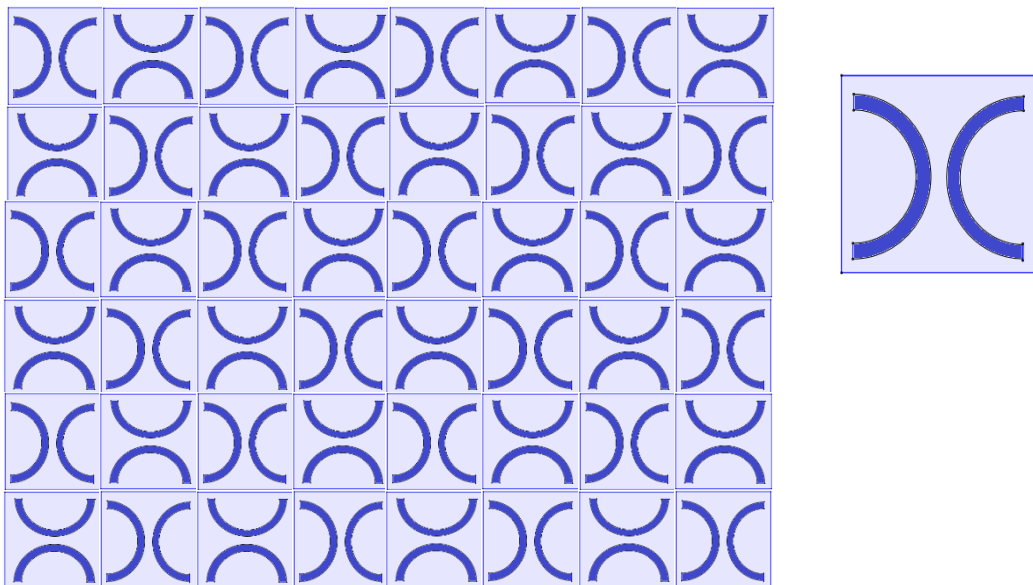
Obrázek 68 Návrh mozaiky dlažby



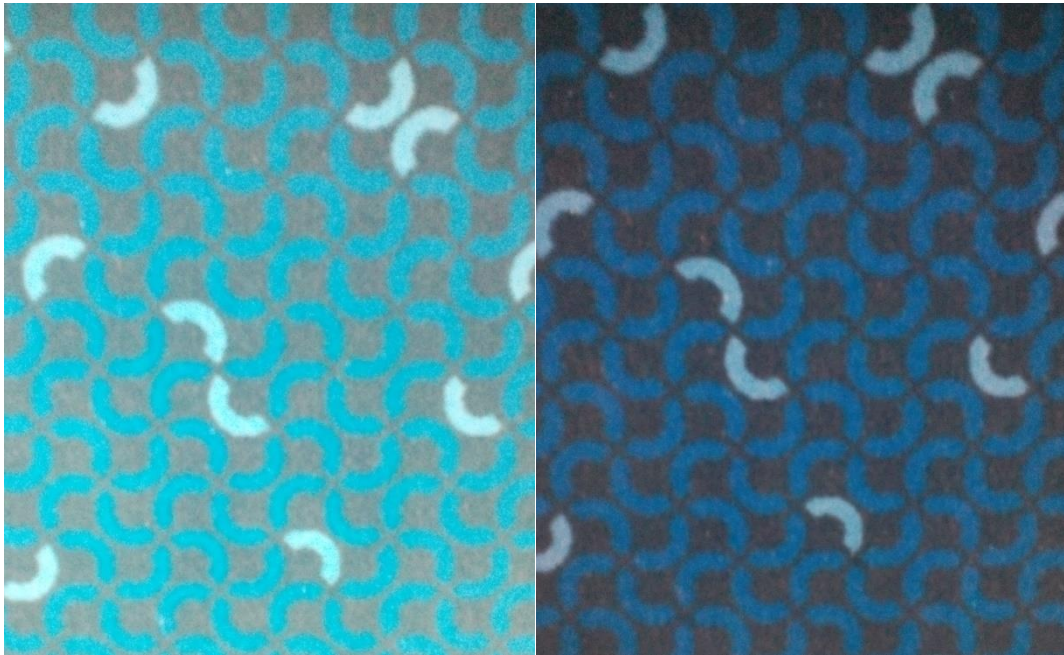
Obrázek 69 Dlažba na nádraží

České dráhy

Ve vlacích se na čalounění v některých vagónech vyskytuje tento mozaikový vzor. Jedná se o jednu z grup symetrií popsané v knize (Gombrich, 1982), je to rotace o 90° , kde základní dlaždicí je čtverec obsahující dvě osově souměrné půlkružnice. Obr. 70, 71.



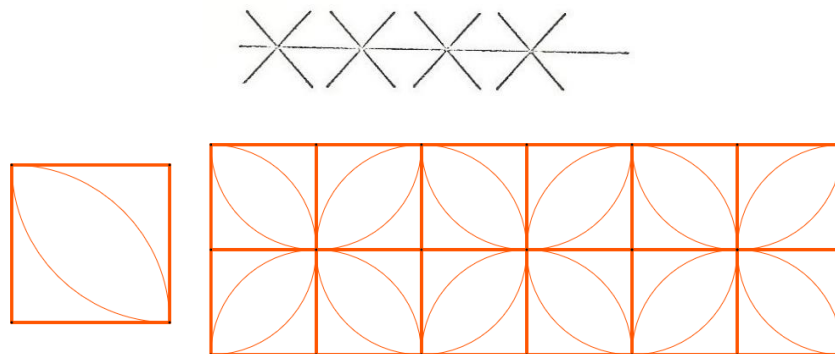
Obrázek 70 Návrh mozaiky čalounění



Obrázek 71 Čalounění

❖ Zed'

Krásným příkladem mozaiky v pásu je zed' kolem zahrádky v horních Červených Pečkách. Jedná se o zrcadlení a zrcadlení, kde základním prvkem je čtvercová dlaždice s motivem dvou čtvrtkružnic. Obr. 72, 73.

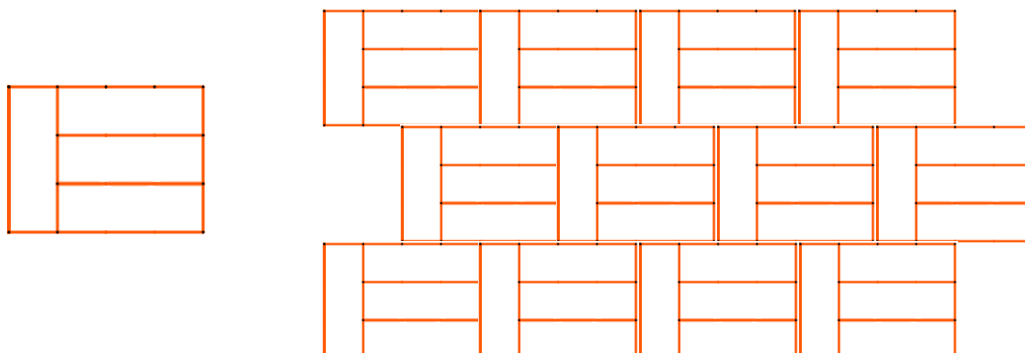


Obrázek 72 Náskres zdi



Obrázek 73 Zed' v Červených Pečkách

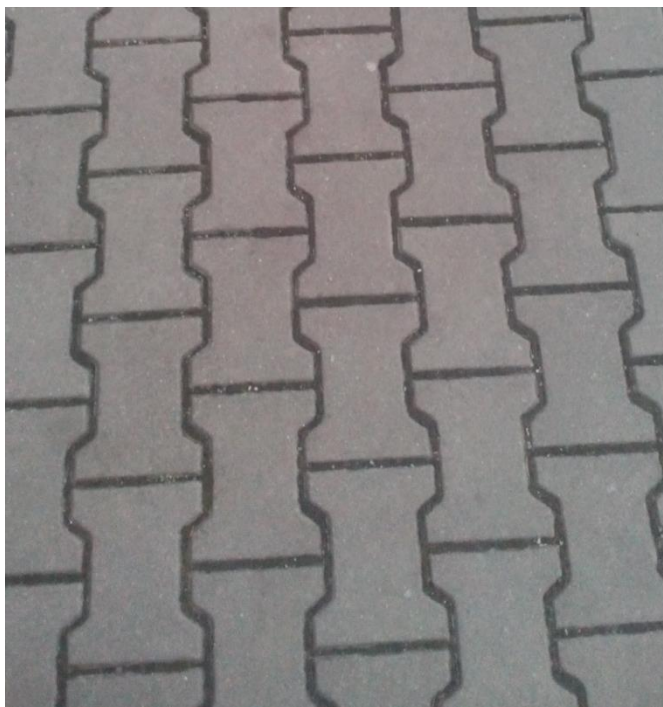
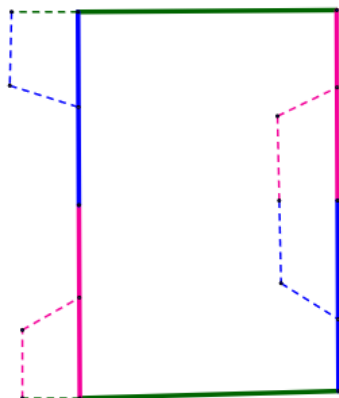
Další zajímavou zdí je zeď v Hradci Králové u pivovaru. Tady se dá označit za základní prvek obdélník, který je ještě rozdělen na čtyři menší obdélníky (tři vodorovně + jeden svisle), pak se tedy jedná o posunutí a posunutí. Obr. 74.



Obrázek 74 Zeď u pivovaru v Hradci Králové

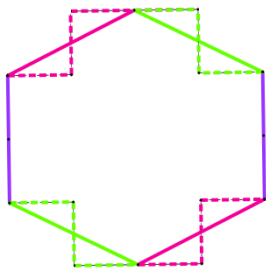
❖ Dlažba

Na fotografii (obr. 75) je asi nejtypičtější zámková dlažba, která se dá nalézt úplně všude. Tuto mozaiku bych přirovnala k mozaikám escherovského typu. Sice zde není přírodní motiv, ale mozaika vznikala stejně. Základním obrazcem je obdélník, ten je pak deformován a to tak, že stejně barevné části se deformovali stejně, viz obrázek. Deformace je pak zaznačena čárkovaně.



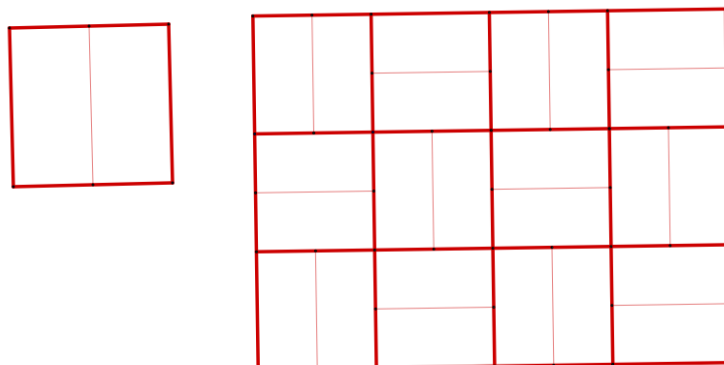
Obrázek 75 Zámková dlažba

Typ dlažby (obr. 76) se nachází na autobusové zastávce Komenského v Hradci Králové. Stejně jako předchozí typ bych ji přirovnala k escherovskému typu. Tady se jedná o deformaci šestiúhelníku, viz obrázek. Deformace je značená čárkovaně.



Obrázek 76 Dlažba na autobusové zastávce Komenského v Hradci Králové

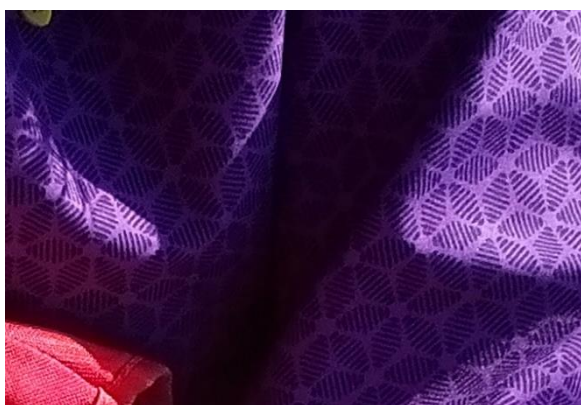
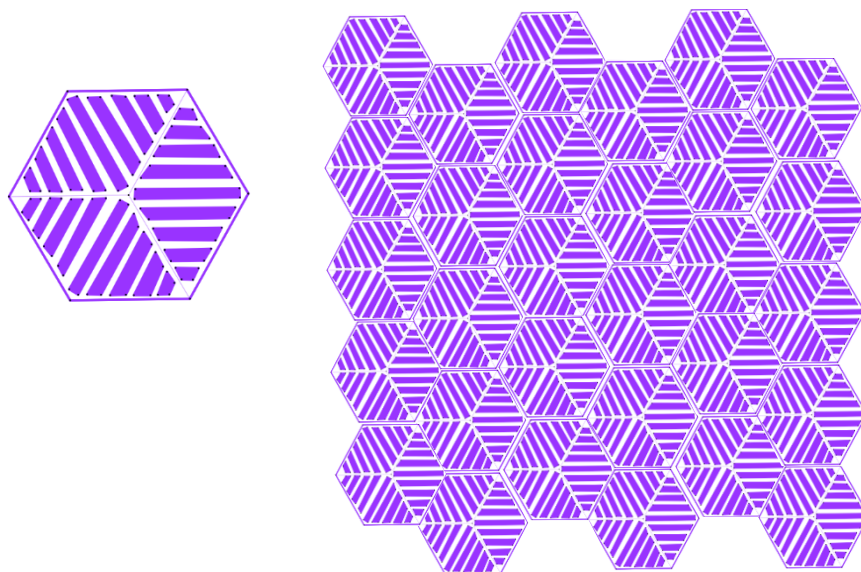
Další dlažba se nachází u budovy A Univerzity Hradce Králové. Zde se jedná o čtvercovou mozaiku z grup symetrií s rotací o 90° . Daný čtverec se skládá ze dvou obdélníkových dlaždic o poměru 2:1. Obr. 77.



Obrázek 77 Dlažba u budovy A UHK

❖ Oblečení

Další kategorií, kde se ornament vyskytuje, je oblečení. Jarní bunda s pravidelným ornamentem tvořeným šestiúhelníky. Obr. 78.



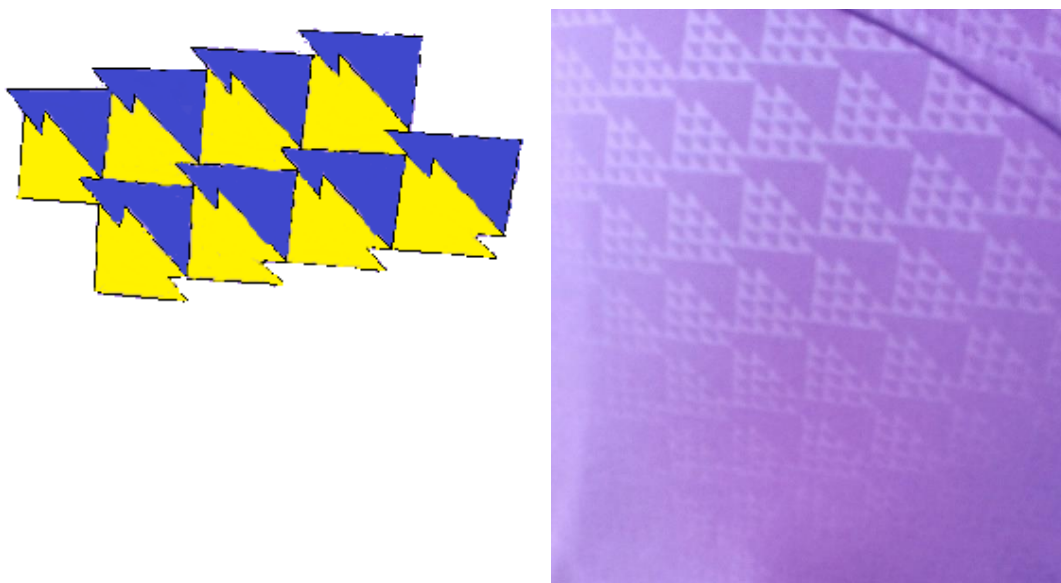
Obrázek 78 Jarní bunda

Na obrázku (obr. 79) je kabát s mozaikovým vzorem escherovského typu. Jedná se deformaci obdélníku (čtverce) a posunutí.



Obrázek 79 Kabát

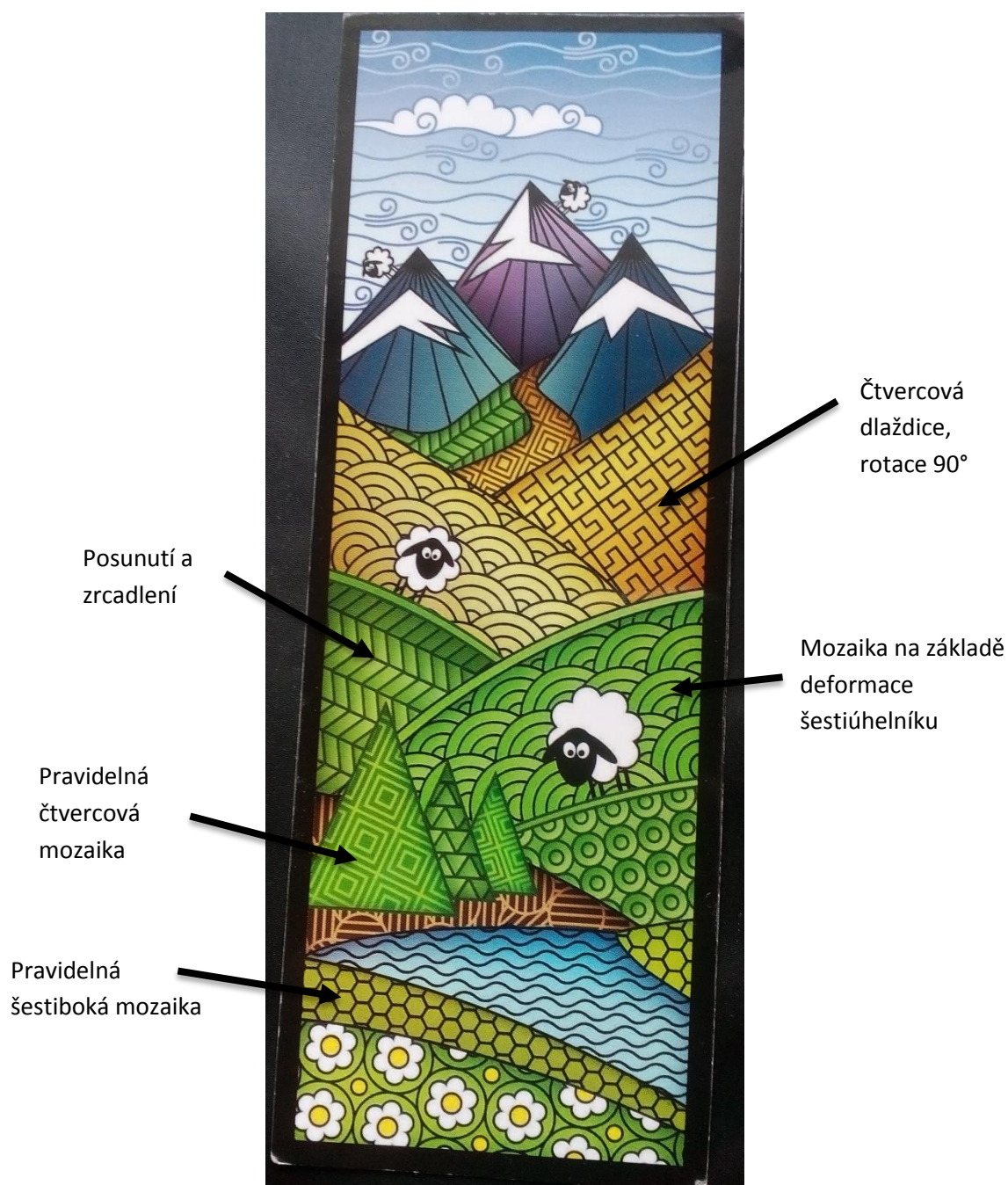
Další typ mozaiky bych přiřadila také k mozaikám escherovského typu. Zde jsou dva různé prvky, které jsou do sebe navzájem zaklíněny a společně vyplňují rovinu. Obr. 80.



Obrázek 80 Bunda

❖ Záložka do knihy

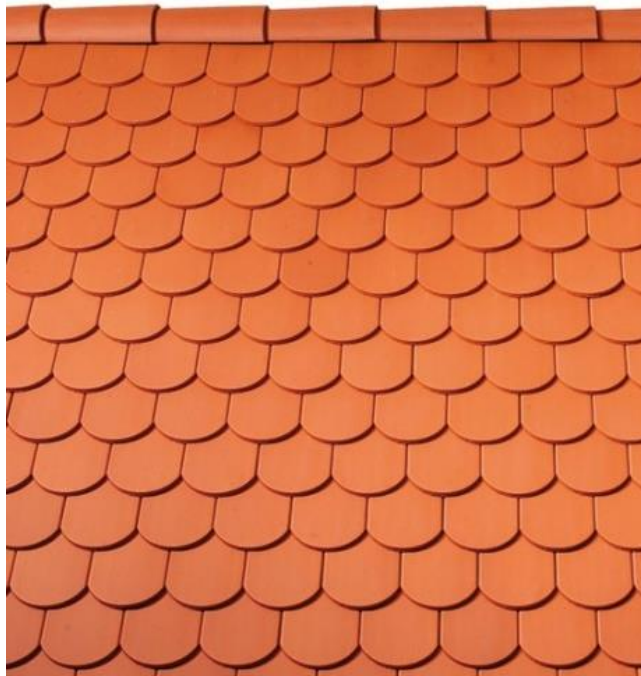
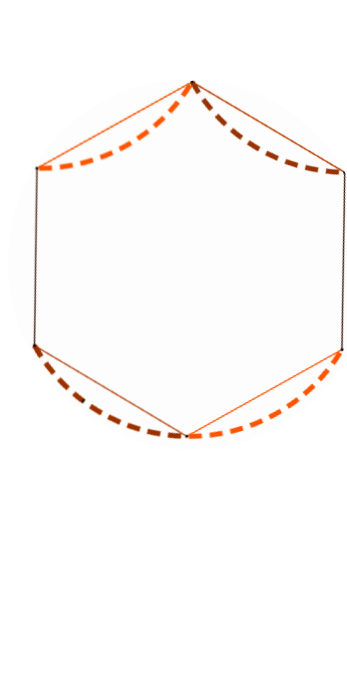
Tato záložka do knihy je mozaikou, respektive různými typy mozaiky, přímo posetá. Na záložce není bohužel uveden autor. Obr. 81.



Obrázek 81 Záložka

❖ Střecha

Klasická taška bobrovka může být také mozaikou. Tedy pokud budeme brát jen tu část tašky, která je vidět po položení. Jedná se o deformaci šestiúhelníku. Obr. 82.

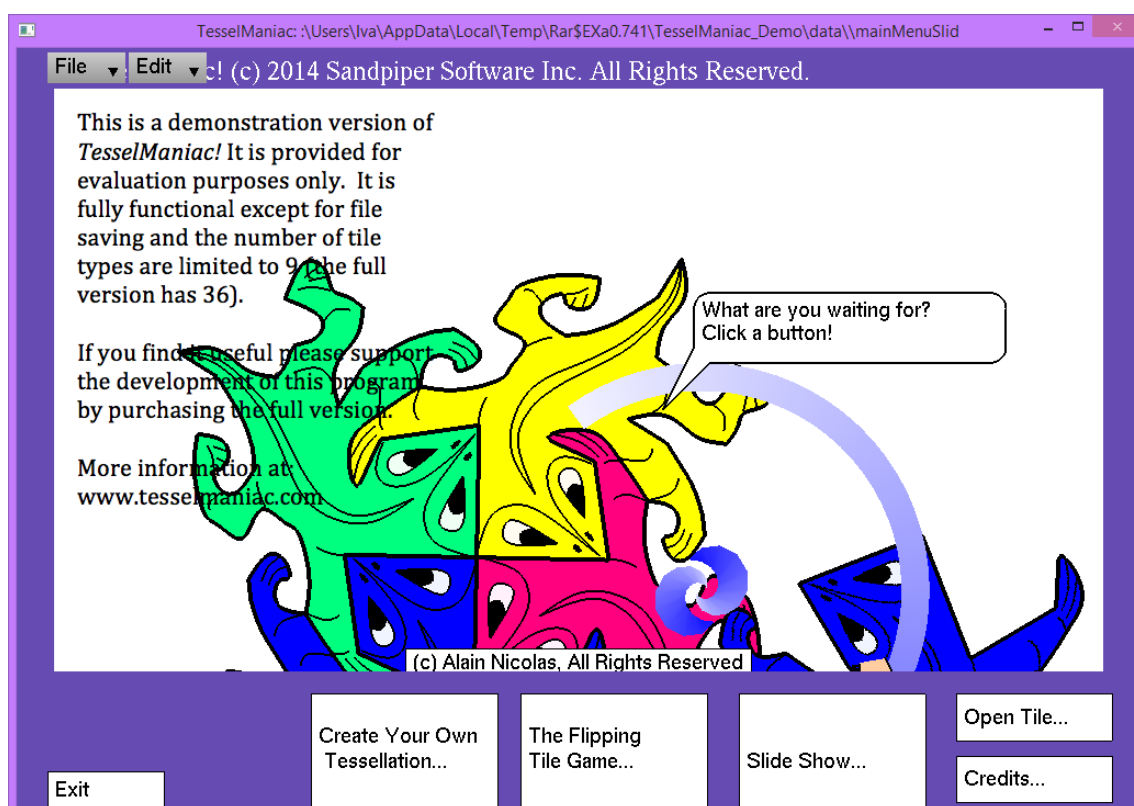


Obrázek 82 Střecha

2.2 Konstrukce escherovského pokrývání roviny

Tato kapitola je inspirována M. C. Escherem, konkrétně jeho pravidelným členěním plochy. M. C. Escher využívá inspiraci v přírodě a snaží se rozvinout dokonalé umění starých Maurů.

Existuje několik programů, které se zabývají tvorbou mozaiky a pravidelným členěním plochy. Bohužel je obtížné se k těmto programům dostat, povětšinou jsou dost drahé, nicméně se mi podařilo sehnat zkušební verzi programu TesselMania (obr. 83). Možnosti programu jsou velmi omezené a osekáné. Nelze používat některé deformace a ani nelze ukládat výsledné práce. Avšak pomocí snímku obrazovky se dají práce zachytit. Zde uvádím některé z nich spolu s postupem vzniku, který program zpětně ukazuje v různých animacích.

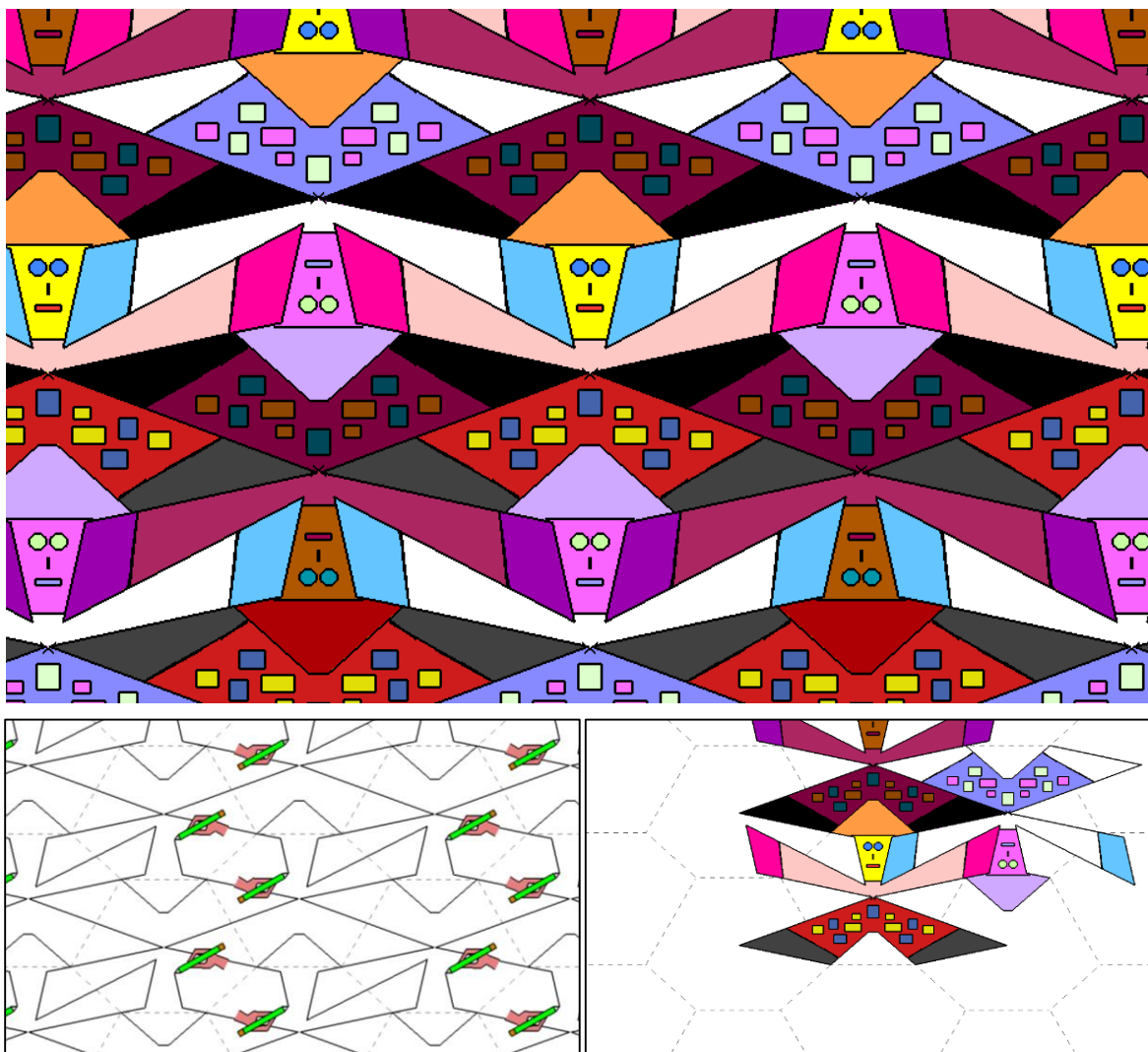


Obrázek 83 Program TesselMania

Následující mozaiky jsem vytvářela sama. Snažila jsem se jim vdechnout escherovský život. Následně jsem se snažila o výstižné pojmenování.

❖ Číňan prodávající nudle

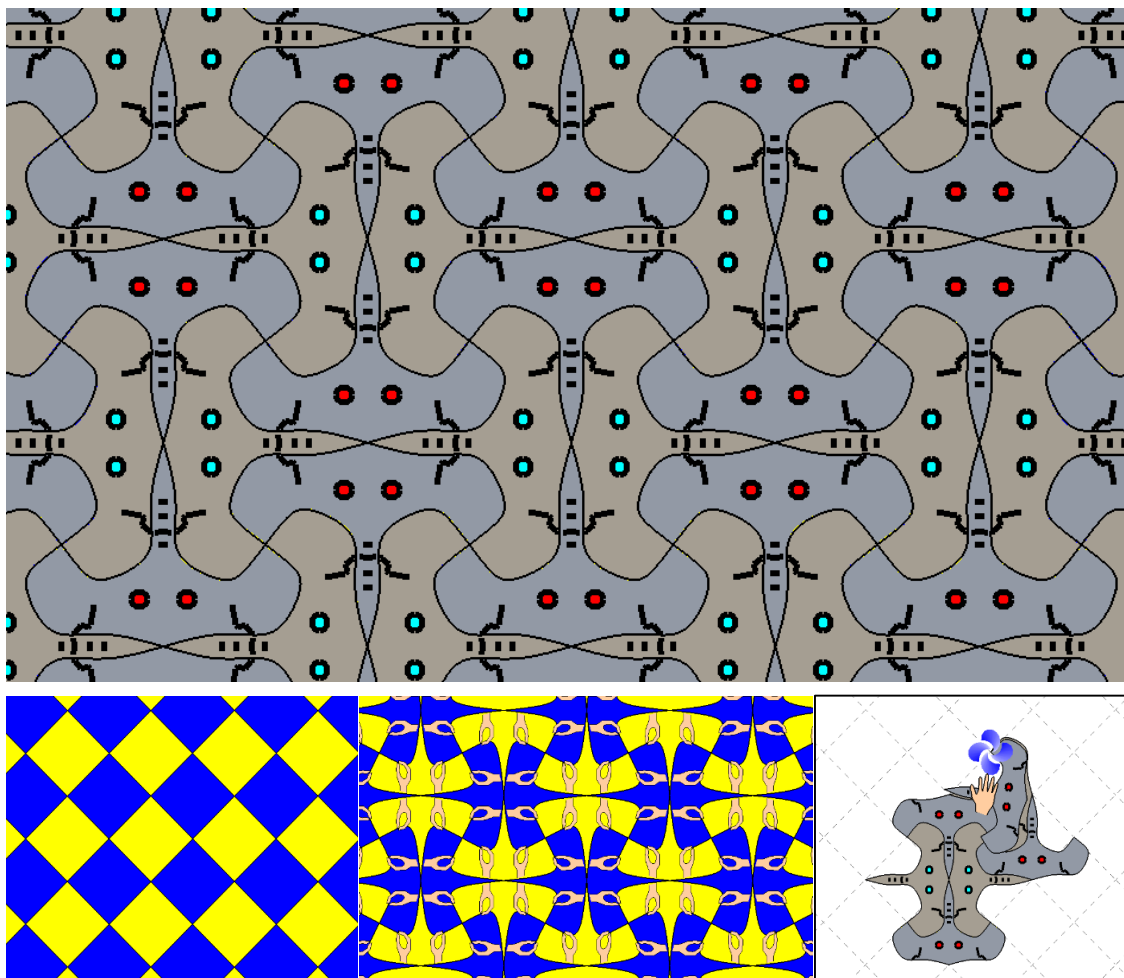
Tato mozaika je inspirována přímo obrazem od M. C. Eschera s názvem Cyklus (obr. 57). Jedná se o deformaci šestiúhelníku. Obr. 84.



Obrázek 84 Číňan prodávající nudle

❖ Afrika plná slonů

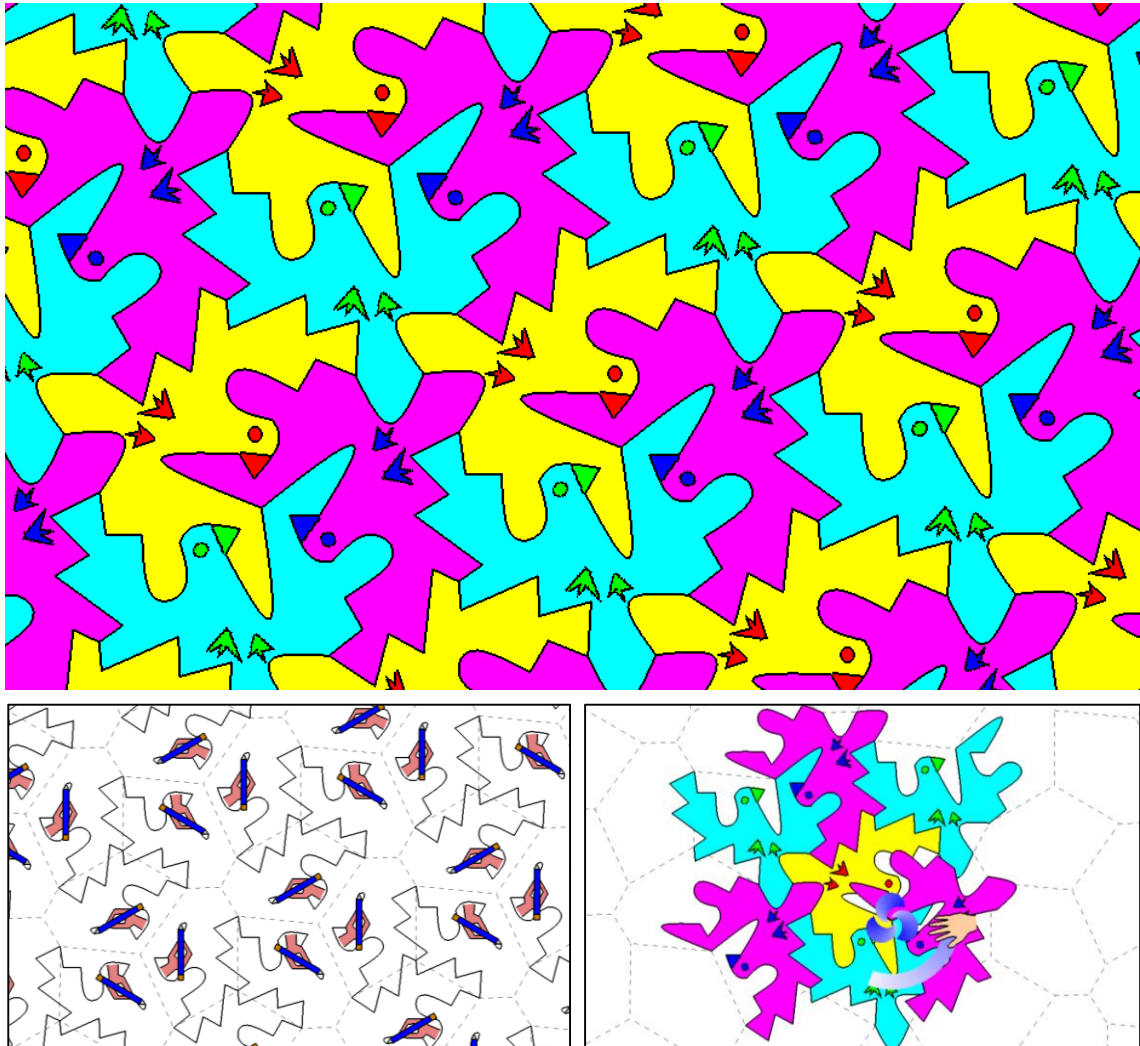
Jedná se o deformaci pravidelné čtvercové sítě. Obr. 85.



Obrázek 85 Afrika plná slonů

❖ **Trafalgar square**

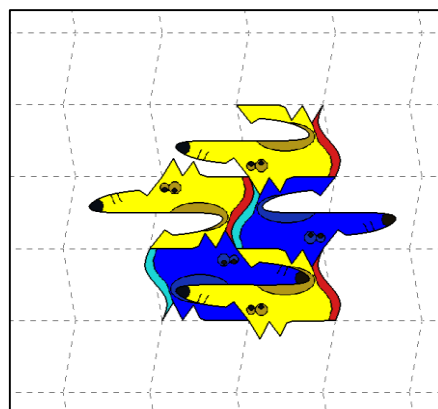
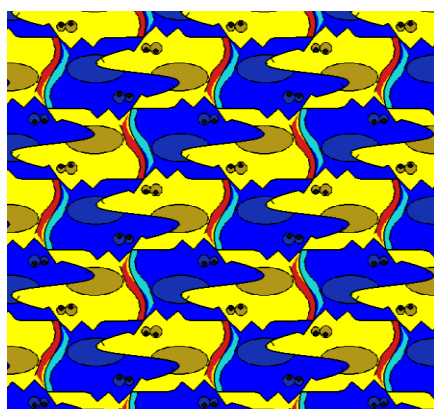
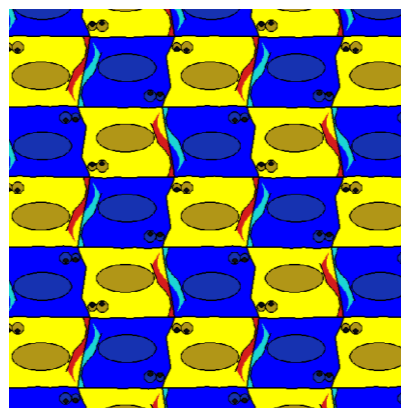
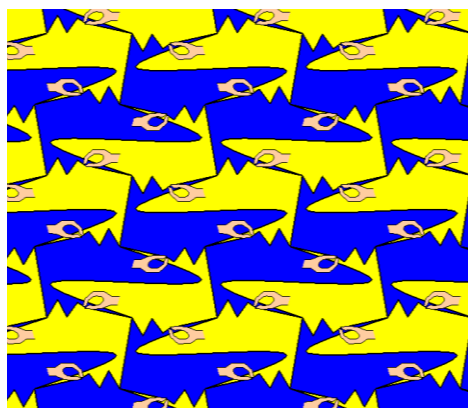
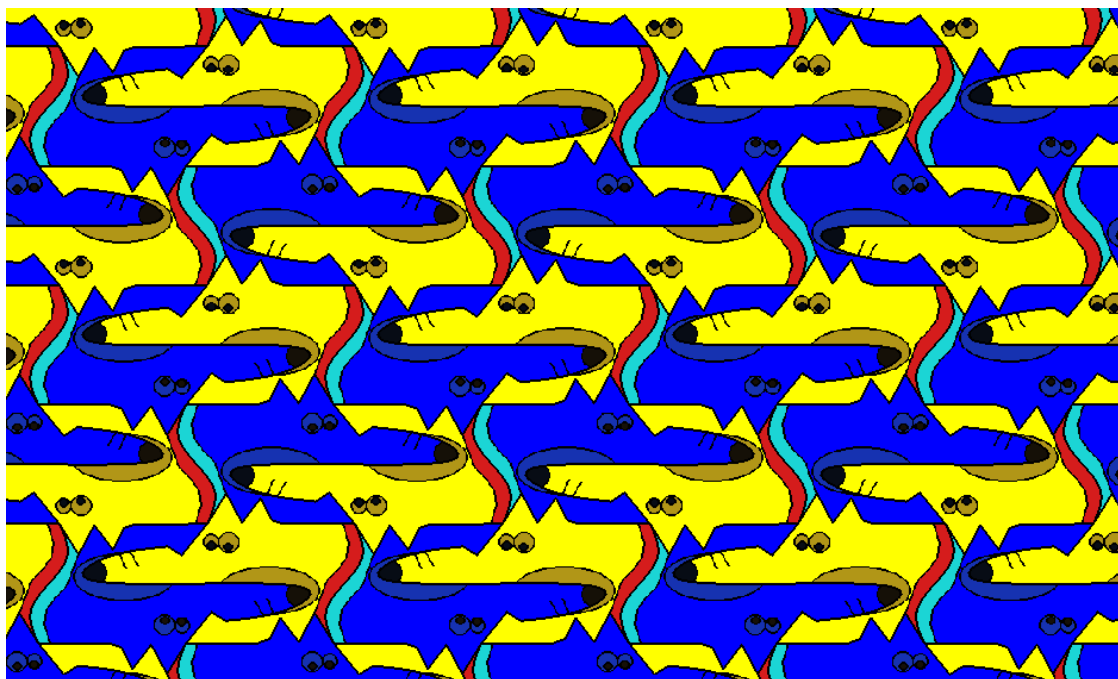
Náměstí Trafalgar square plné holubů. Je to deformace nepravidelné pětiúhelníkové sítě. Obr. 86.



Obrázek 86 Trafalgar square

❖ Milovník psů

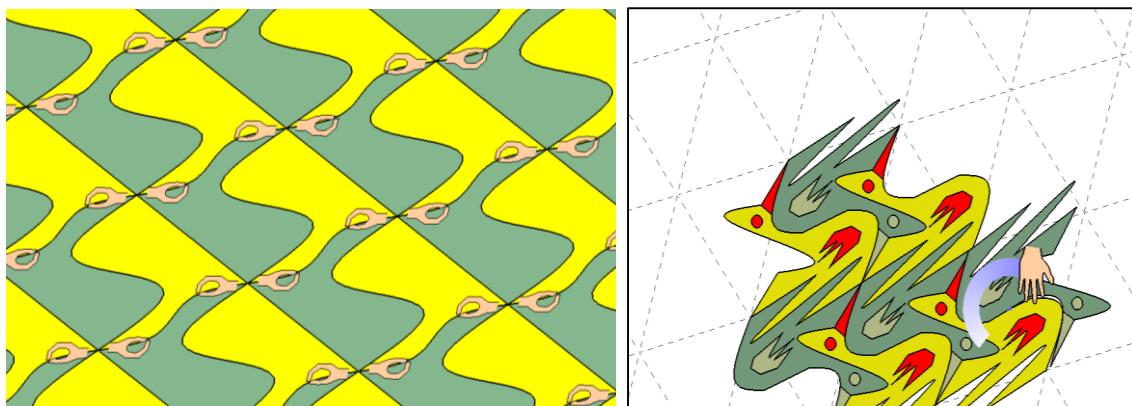
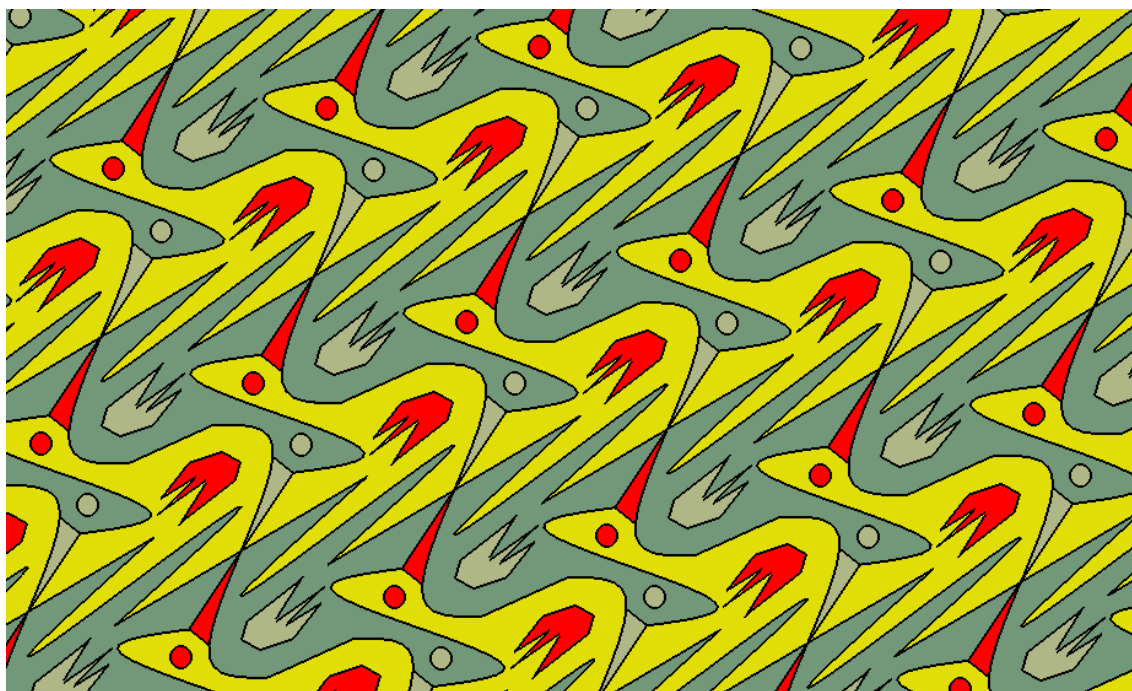
Zde je deformace pravidelné čtvercové sítě. Obr. 87.



Obrázek 87 Milovník psů

❖ **Ošklivé káčátko**

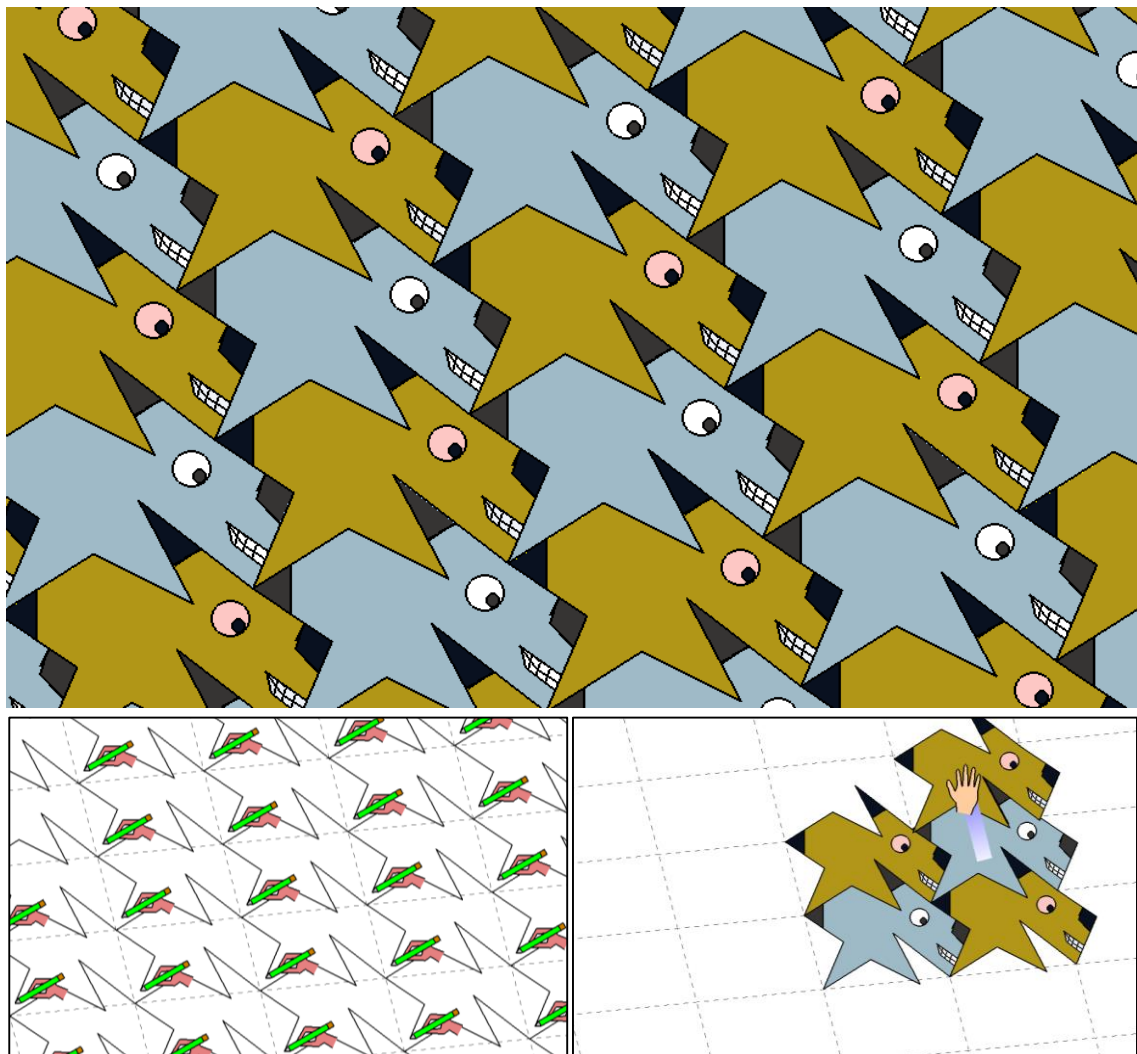
Tady byla zdeformovaná pravidelná trojúhelníková síť. Obr. 88.



Obrázek 88 Ošklivé káčátko

❖ **Go go goat**

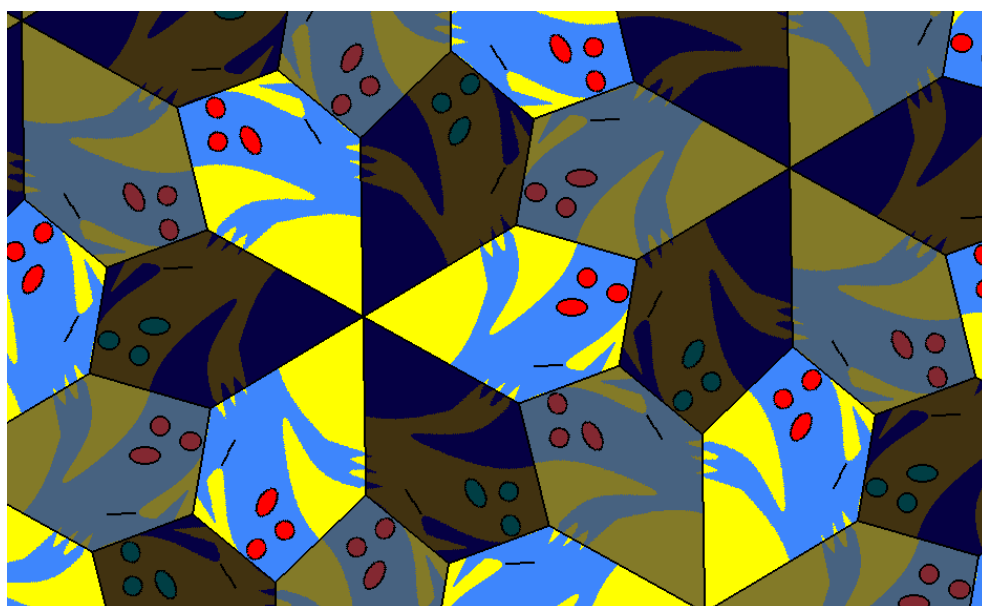
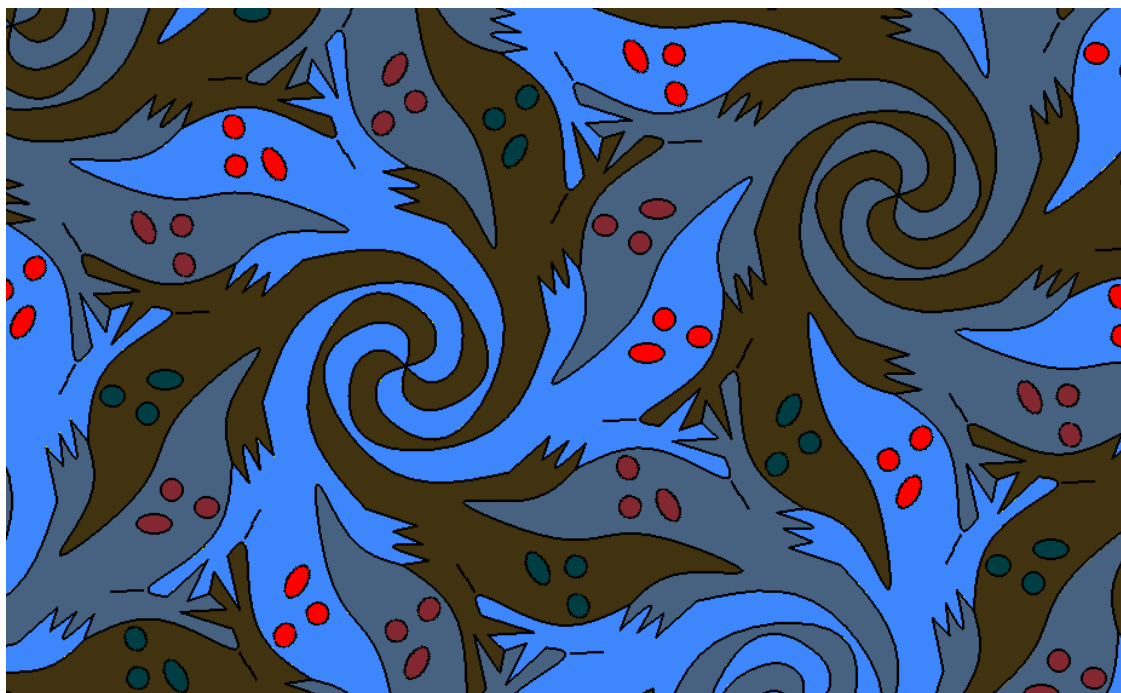
Další mozaikou je přetvořená obdélníková síť. Obr. 89.



Obrázek 89 Go go goat

❖ **At' žijí duchové**

Poslední je deformace sítě složené z jednoho z typů pětiúhelníků, kterými lze pokrývat rovinu. Obr. 90.



Obrázek 90 *At' žijí duchové*

Pozn.: Otázka, kolik existuje typů takovýchto pětiúhelníků, není dosud dořešena.

2.3 Ornamet jako reliéf

Tato kapitola je věnována plastickému ornamentu. V návaznosti na teoretickou část jsem prakticky vytvářela ornamente z různých materiálů. Využila jsem keramickou hlínu, karton, vlnitou lepenku, tavnou pistoli s barevnými náplněmi. Ukázky tvorby jsou fotograficky zdokumentovány a budou součástí obhajoby bakalářské práce.

❖ Dlaždice

Dlaždice, na které byly ilustrovány grupy symetrií, je přetvořena do plastického ornamentu pomocí keramické hlíny (obr. 91)

Pomocí této dlaždice jsem ještě jednou vyjádřila sedm typů pásového (pruhového) ornamentu, viz kapitola 1.6 (obr. 92)

Materiál: keramická hlína, laky na nehty.



Obrázek 91 Keramická dlaždice



Obrázek 92 Sedm typů pásového (pruhového) ornamentu ilustrovaného keramickou dlaždicí

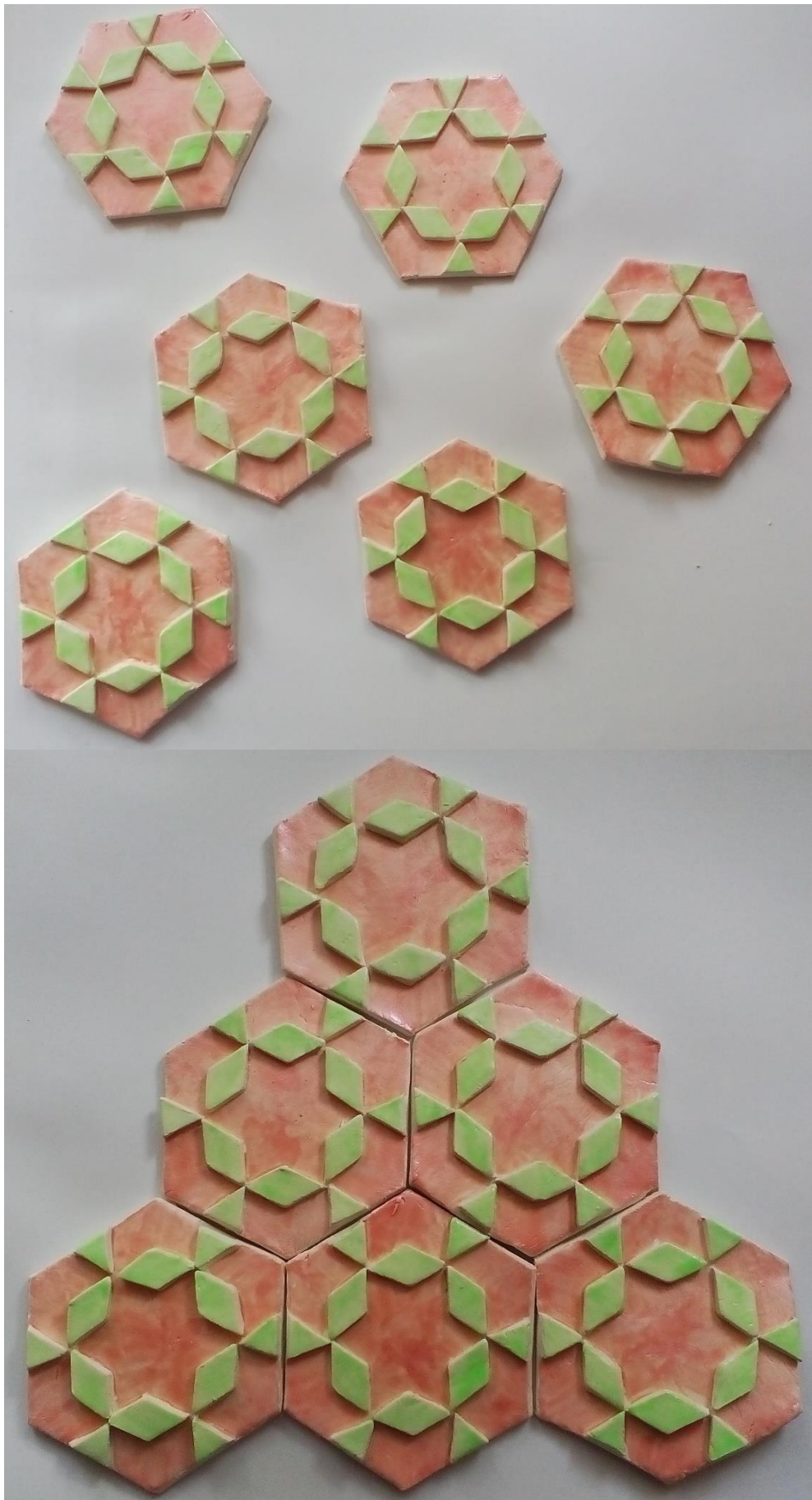
❖ Nebe plné hvězd

Tyto dlaždice jsou tvořeny pravidelnou šestiúhelníkovou sítí. Vystouplé kosočtverce vytvářejí ornament ve tvaru hvězdicového šestiúhelníku; jeden je vždy ve středu a další části jsou na okraji. Vždy u vrcholu šestiúhelníku je třetina šesticípé hvězdy. Obr. 93, 94, 95.

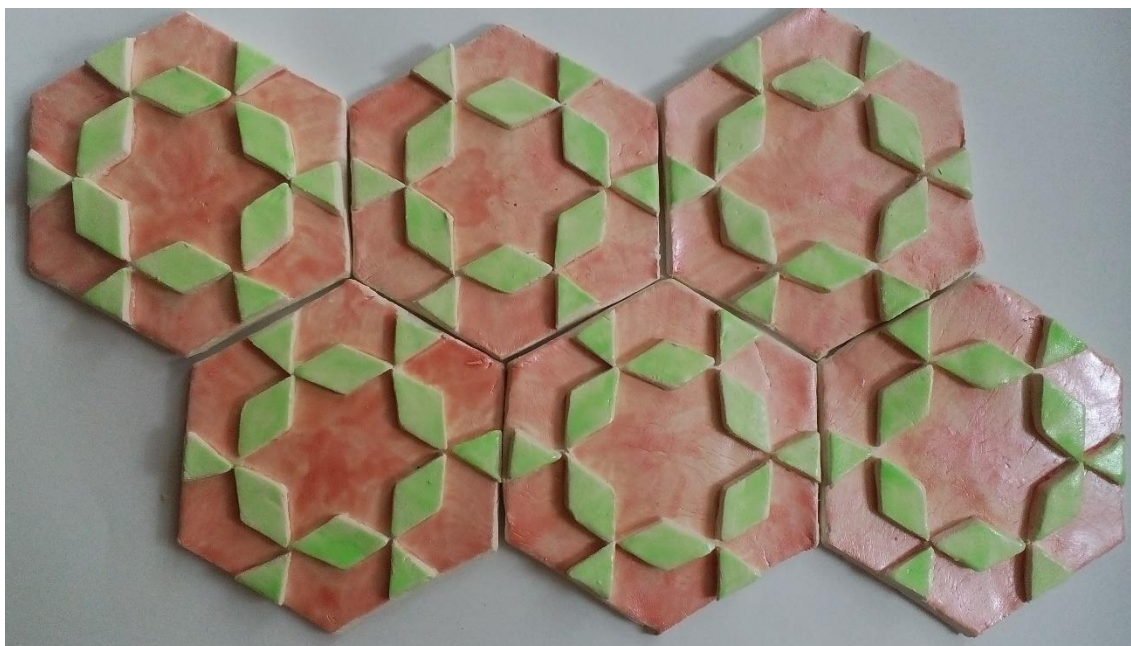
Materiál: keramická hlína, laky na nehty.



Obrázek 93 Dlaždice



Obrázek 94 Dlaždice

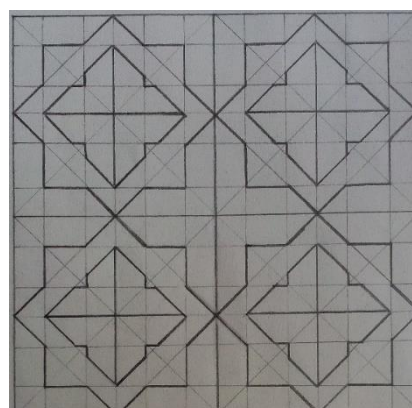


Obrázek 95 Dlaždice

❖ Paraván

Na základě inspirace v mramorových zástěnách jsem vytvořila tento paraván. Jedná se o podobný princip jako u mramorových zástěn. Vzdušné mezery se střídají s vyplněným prostorem a tím vzniká ornament. Obr. 96, 97, 98.

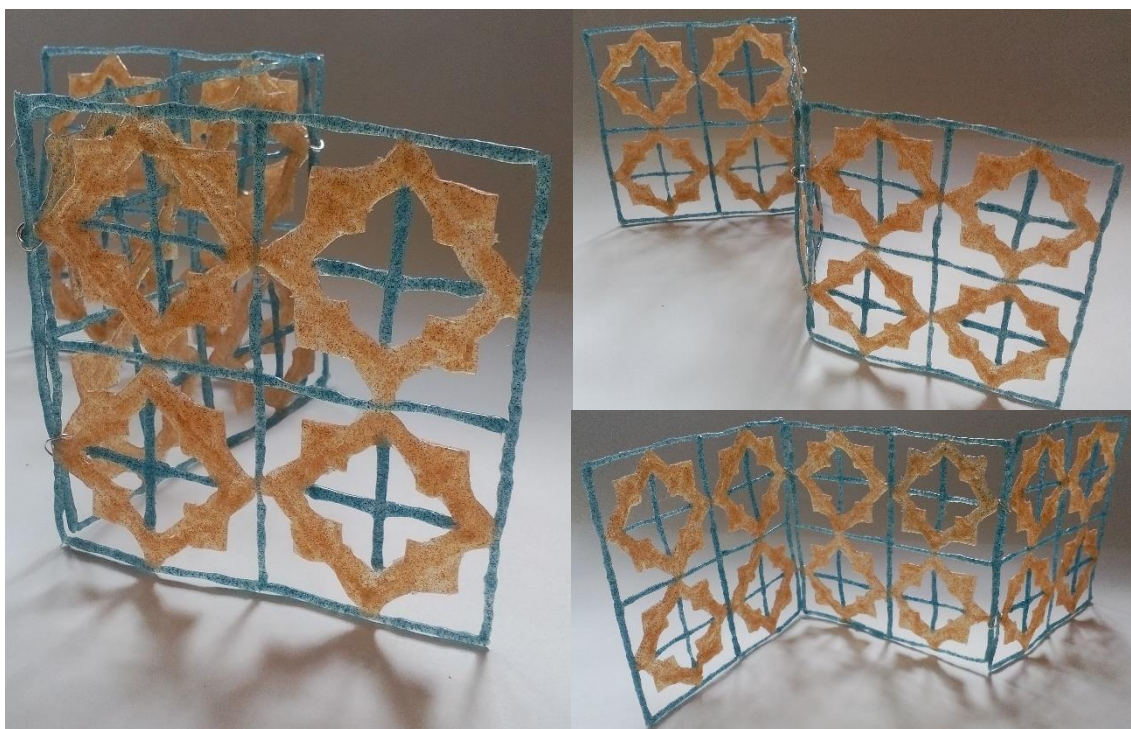
Materiál: tavná pistole s barevnými nápněmi, papír na pečení, kovové kroužky.



Obrázek 96 Šablona pro paraván



Obrázek 97 Paraván



Obrázek 98 Paraván

❖ Trafalgar square

Náměstí Trafalgar square plné holubů. Je to deformace nepravidelné pětiúhelníkové sítě, která byla vytvořena pomocí programu TesselMania. Pomocí kartonu, barevného papíru a barevné vlnité lepenky lze tento plošný ornament přetvořit v prostorový. Obr. 99, 100, 101 a 102.

Materiál: karton, vlnitá lepenka, barevný papír, krepák, peříčka, Herkules, pohyblivé oči, pěnová guma.



Obrázek 99 Holubi



Obrázek 100 Holubi detail



Obrázek 101 Holubi - vyplnění roviny



Obrázek 102 Holubi - vyplnění roviny - detail

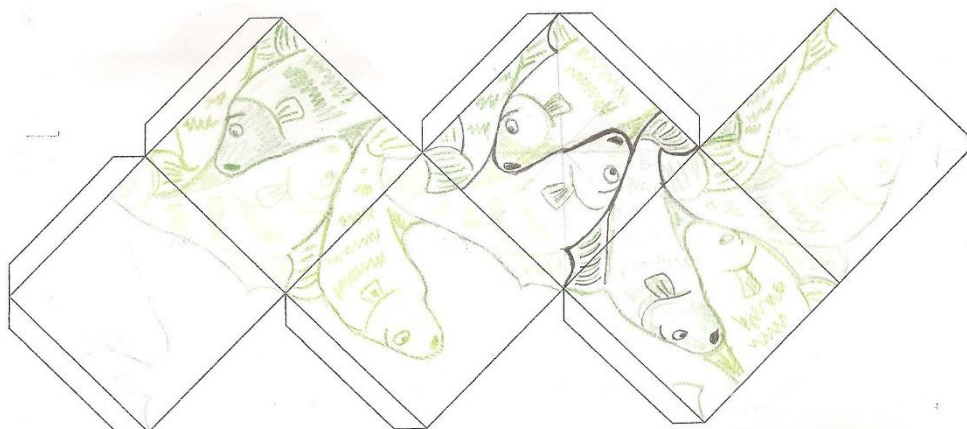
2.4 Sférická mozaika

Escherovské pokrývání roviny pomocí ryb – je velmi zajímavé jak M. C. Escher využil rovinné pokrytí i na kouli s rybami (viz obr. 61). Povrch krychle, stejně jako např. povrchy pravidelných mnohostěnů, lze považovat za topologický obraz kulové plochy. Tedy – sférickou mozaiku lze převést na mozaiku na povrchu mnohostěnu. Pro jednoduchost i těmto mozaikám budeme říkat sférická mozaika. Konstrukce takového mozaikového prvku, kterým lze pokrývat povrch tělesa, není vůbec triviální. Může být však propojen s pokrýváním roviny některými typy pětiúhelníků.

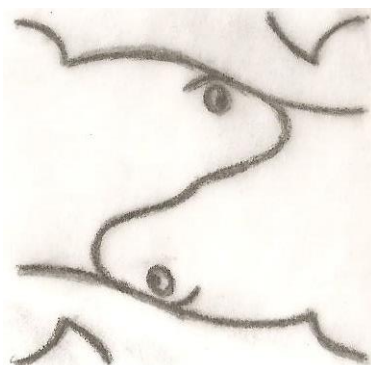
Schattschneider a Walker (1992) použili pro pokrývání povrchu krychle. Escherův námět s rybami na kulové ploše. Na seminářích z Geometrického kreslení s RNDr. M. Kupčákovou, Ph. D. jsme odhalovali postup konstrukce ornamentu, viz obr. 103 a 104, které jsem ve vlastní tvorbě dále využila.

Tento námět jsem přetvořila do dvou provedení – varianta s plnými stěnami (obr. 105) a varianta s ornamentem na neexistujících stěnách (obr. 106).

V praktickém provedení jsem jako materiál použila tavnou pistoli s barevnými náplněmi, papír na pečení a barevný papír pro verzi s plnými stěnami.



Obrázek 103 Síť krychle s rybami

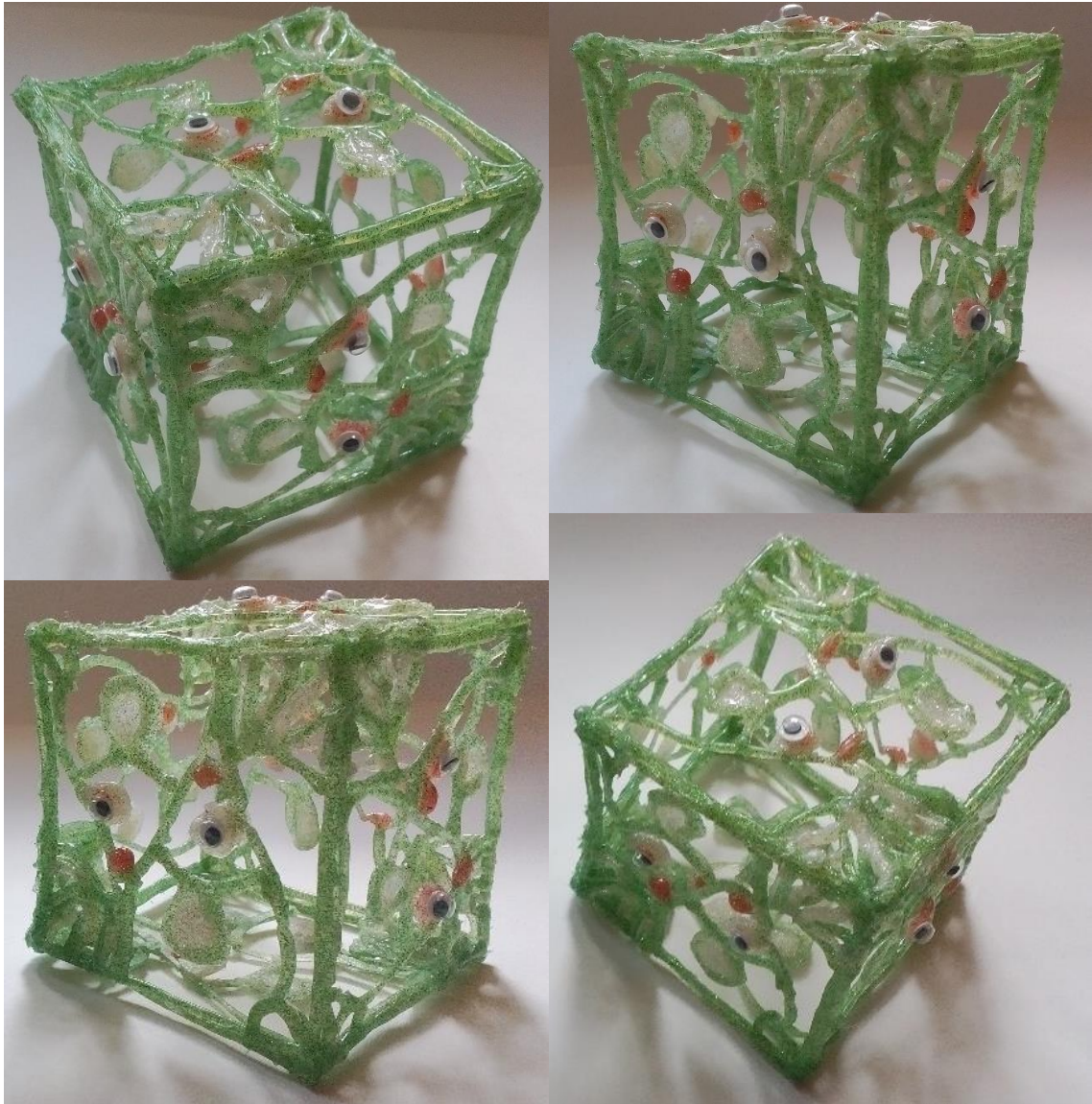


Obrázek 104 Šablona na průsvitném papíře pro přenášení vzoru



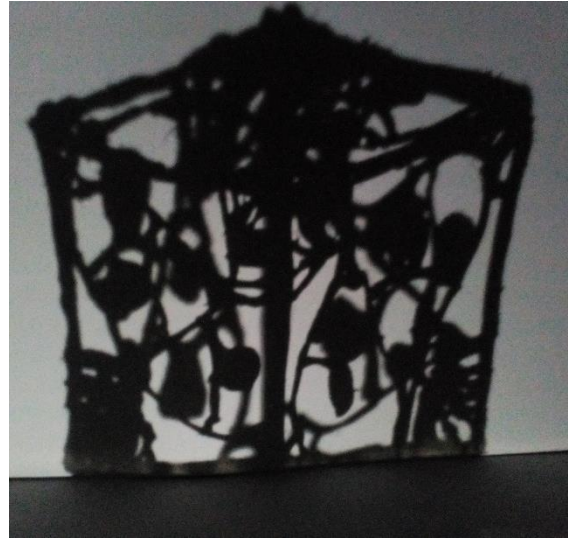
Obrázek 105 Krychle s rybami s plnými stěnami

Při tvorbě krychle se stěnami tvořenými pouze ornamentem jsem používala následující technologický postup. Vytvořila jsem si šablonu stěny, poté jsem ji vložila pod papír na pečení, který je průhledný, a na něj pomocí tavné pistole šestkrát překreslila. Po ztuhnutí jsem jednotlivé čtverce sloupila a ve stranách slepila. Dvě slepené strany čtverců vždy daly dohromady jednu hranu krychle. Nakonec jsem dolepila pohyblivé oči. Viz obr. 106.

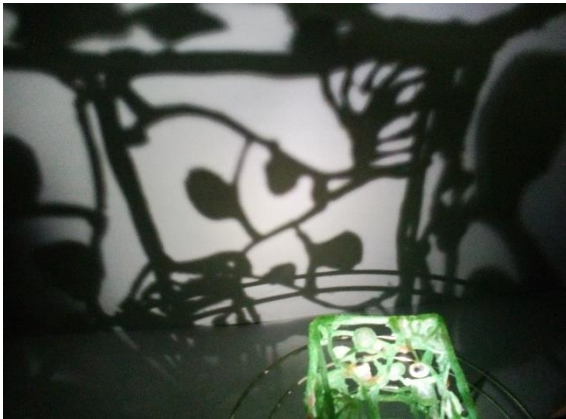
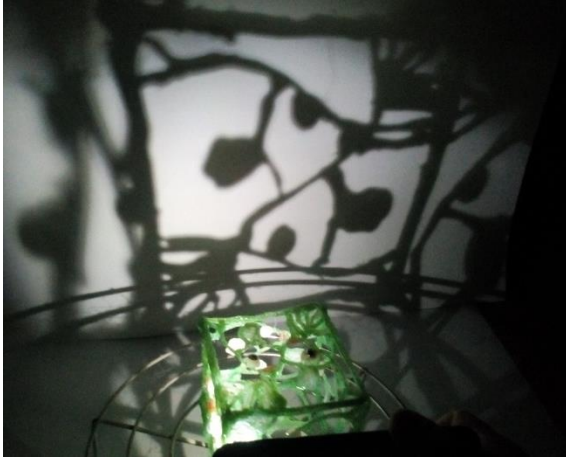


Obrázek 106 Krychle s rybami - stěny tvořené pouze vzorem

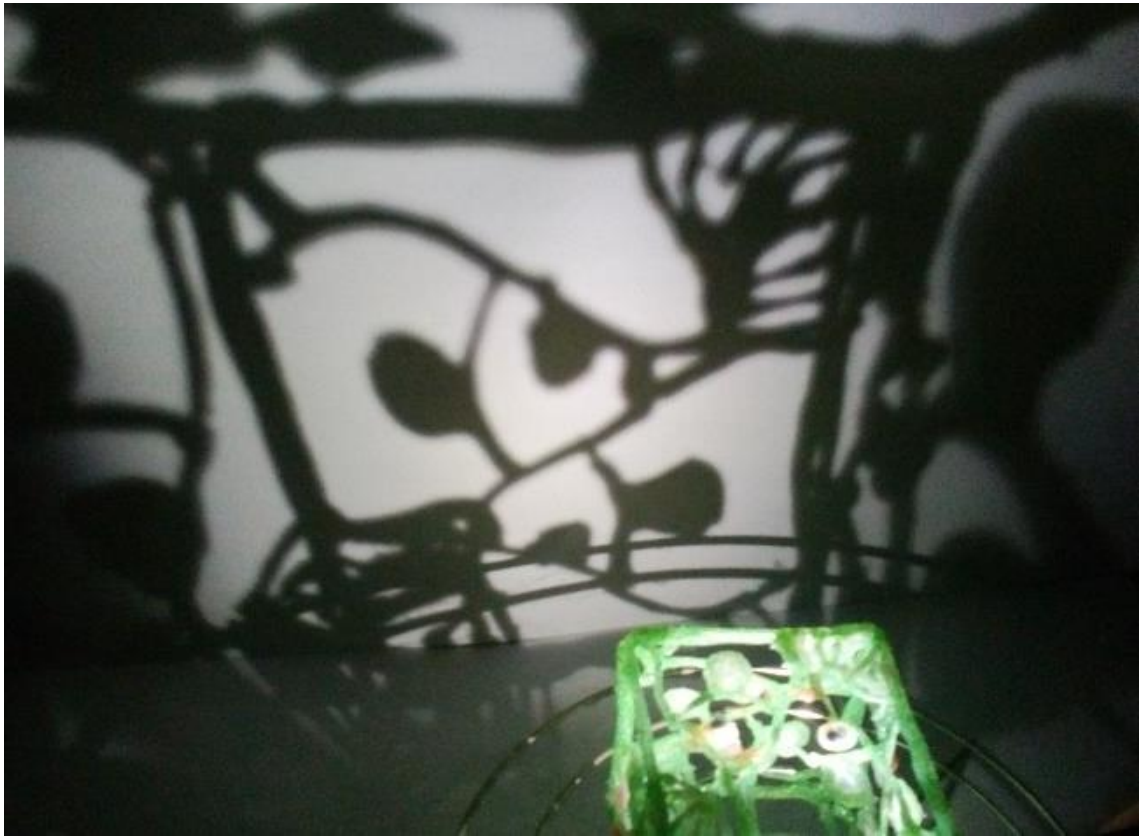
Tato krychle de facto bez stěn, tvořená pouze vzorem, může být použita jako svícen. Pomocí svíčky a lampičky pak lze zachytit překrásnou hru světla a stínu. Obr. 107, 108 a 109.



Obrázek 107 Hra světla a stínu



Obrázek 108 Hra světla a stínu



Obrázek 109 Ryby – světlo a stín

Závěr

Cílem bakalářské práce bylo seznámit se s geometrií, která je skryta v ornamentu. Toto rozsáhlé téma v sobě zahrnuje mnoho oblastí z historie, kultury, vědy i tvorby. Při vypracování práce jsem proto nejprve vyhledávala a zpracovávala různé zdroje – publikace, články, internetové odkazy. Existuje hodně pramenů, ze kterých lze čerpat o historii ornamentu (stručně jsem je zpracovala v kapitolách 1.1 a 1.2). Zjistila jsem však, že existuje velmi málo českých prací o geometrii ornamentu na takové úrovni, aby se daly použít pro praktickou tvorbu či didaktické využití na základních a středních školách. Do teoretické části jsem zařadila víceméně didaktickou kapitolu o konstrukcích pravidelných n -úhelníků, kterou považuji za důležitou právě s ohledem na učitelskou profesi. Za velmi poučné jsem považovala zpracování kapitoly 1.5 Mozaiky. Jsem si vědoma toho, že její zpracování není příliš obsažné (dala by se rozpracovat daleko podrobněji, ale považovala jsem za potřebné věnovat se hlavně pravidelným a polopravidelným mozaikám a mozaikám duálním).

Stěžejní literaturou pro zpracování kapitoly 1.6 Sedmnáct grup symetrií pokrývání roviny pro mě byly publikace *O symetrii w zdobnictwie i przyrodzie: matematyczna teoria ornamentów* (Jaśkowski, 1952) a *Ornament und Kunst* (Gombrich, 1982). Abych porozuměla této problematice, která je mírně nad úrovní třetího ročníku studia matematiky, rozhodla jsem se všech sedmnáct typů pokrývání vytvářet pomocí navržené dlaždice. Ukázalo se, že i když jsem používala počítačovou grafiku, byla tato úloha velice časově náročná. Výsledkem je obrázek 51.

Daleko větší prostor by si zasloužila tvorba M. C. Eschera, který do svých uměleckých děl častokrát zakomponoval právě pravidelné členění plochy. Rozsah bakalářské práce mi neumožňoval věnovat se jeho dílu podrobněji, ale byl mi velkou inspirací pro praktickou část práce.

Praktická část bakalářské práce byla poměrně náročná, zvláště po stránce časové. Bohužel se mi nepodařilo použít 3D tiskárnu a 3D pero, které byly uvedeny v anotaci, neboť na katedře matematiky nejsou dosud k dispozici (jistě by bylo možné tento námět dále využít v navazující diplomové práci). Rozhodla jsem se proto pro využití jiných materiálů.

Praktická část je rozdělena na čtyři podkapitoly. V první jsem zdokumentovala využití v dnešním běžném životě. Překvapila mne rozmanitost i nápaditost „obyčejných“ ornamentálních prvků ve stavebnictví a textilním dekoru.

Svou bakalářskou prací bych chtěla také navázat na diplomovou práci B. Dynterové, která se zabývala programem TesselMania ve výuce na 1. stupni základní školy. Je zajímavé, že ani po sedmnácti letech tento program nenašel

uplatnění v našich školách a je těžko dostupný. Přitom s jeho pomocí může učitel matematiky vysvětlit zábavnou formou učivo o shodných zobrazeních v rovině, včetně obtížné rotace kolem daného bodu o daný orientovaný úhel. V druhé podkapitole praktické části jsem tedy v programu TesselMania vytvořila sedm vzorů, které jsou na obrázcích 84 – 90.

Nejzajímavější pro mě bylo vypracování závěru praktické části – vytváření plastických ornamentů. V části 2.3 jsem se snažila dát rovinným ornamentům prostorovou podobu tak, abych navázala na inspiraci islámským uměním v Alhambře. Nepoužívala jsem však mramor, ale dostupné materiály, kterými mi byly keramická hlína, karton, vlnitá lepenka a tavná pistole s barevnými náplněmi. Práce si vyžadovala nejenom geometrické úvahy, ale i velkou přesnost a trpělivost, které jsem se přitom musela učit.

Poslední praktickou ukázkou ornamentu jsem věnovala jediné sférické mozaice, kdy obrysy ryb tvoří prvek, kterým lze pokrývat povrch krychle. Můj vlastní přínos je v tom, že jsem ornament pojala opět jako reliéfní. Povrch krychle, vymodelovaný pouze pomocí ornamentu na jejich stěnách, může sloužit jako dekorativní svícen. Téma poslední kapitoly zůstává otevřené dalším zájemcům, kteří by se chtěli věnovat sférickým mozaikám.

Seznam použité literatury

AS-SAID, Issam a Ayşe PARMAN. *Geometrická koncepce v islámském umění*. Vyd. 1. Praha: Argo, 2008. ISBN 978-80-7203-911-1.

BENEŠ, Zdeněk a Josef PETRÁŇ. *České dějiny I: učebnice pro střední školy*. 1. vyd. Praha: Práce, 1997. ISBN 80-208-0437-4.

ČORNEJ, Petr. *Dějiny evropské civilizace*. 4. upr. vyd. Praha: Paseka, 2002. ISBN 80-7185-472-7.

DYNTEROVÁ, Bronislava. *Diplomová práce, Pokrývání roviny*. Hradec Králové 1999.

ESCHER, M. *Grafika a kresby*. Köln: Benedikt Taschen, c1999. ISBN 3-8228-6693-8.

ESCHER, M. *M.C. Escher: grafika a kresby*. Köln: Taschen, c2006. ISBN 3-8228-2146-2.

ESCHER, M. *M.C. Escher a jeho magie*. V Praze: Slovart, 2009. ISBN 978-80-7391-314-4.

FAURE, Élie. *Dějiny umění*. Přeložil Otakar Kunstovný. Praha: Aventinum, 1927.

FOSTER, Viv. *Mozaiky: praktický rádce: postupy, návody, techniky tvorby*. Praha: Slovart, 2008. ISBN 978-80-7391-093-8.

GOMBRICH, E. *Ornament und Kunst: Schmucktrieb und Ordnungssinn in der Psychologie des dekoretiven Schaffens*. Stuttgart: Klett-Cotta, 1982. ISBN 3-608-76159-X.

GOMBRICH, E. *Příběh umění*. Vyd. v češtině 2. (rev.), V Mladé frontě a Argu 1. Praha: Mladá fronta, 1998. ISBN 80-204-0685-9.

GRABAR, Oleg. *The Alhambra*. London: Allen, 1978.

HATTSTEIN, Marcus, DELIUS, Peter. *Islám: umění a architektura*. 1. vyd. Praha: Slovart, 2006. ISBN 80-7209-846-2.

JAŚKOWSKI, Sranislaw. *O symetrii w zdobnictwie i przyrodzie: matematyczna teoria ornamentów*. Warszawa: Państwowe zakłady wydawnictw szkolnych, 1952.

KŘÍŽEK Michal, ŠOLC, Jakub. *Od Keplerových mozaik k pětičetné symetrii, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, ročník 54 (2009), č. 1, str. 41–56, e-dokument: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/141885/PokrokyMFA_54-2009-1_6.pdf [13. 3. 2016]

KUNZ, Milan. *Grupy symetrie, Natura: časopis o přírodě, vědě a civilizaci*, 1999, web: <http://natura.eri.cz/natura/1999/11/9911-6.html> [18. 3. 2016]

KUPČÁKOVÁ, Marie. *Iluze nekonečného schodiště*, in Sborník příspěvků 24. ročníku mezinárodní konference Geometrie a počítačová grafika. VŠB- TU Ostrava 2004, STR. 126–129.

O'KANE, Bernard. *Poklady islámu: umělecká sláva muslimského světa*. Vyd. 1. Praha: Knižní klub, 2009. ISBN 978-80-242-2236-3.

SCHATTSCHEIDER, Doris a Wallace WALKER. *M.C. Escher: Kaleidocykly: kálos (krásný) + eidos (obraz) + kyklos (kruh)*. Berlin: B. Taschen, 1992. ISBN 3-89450-390-4.

SOCHROVÁ, Marie. *Dějepis v kostce I*. Vyd. 2. Havlíčkův Brod: Fragment, c1999. ISBN 80-7200-336-4.

SOCHROVÁ, Marie. *Dějepis v kostce II*. Vyd. 2. Havlíčkův Brod: Fragment, c1999. ISBN 80-7200-339-9.

ŠAMÁNKOVÁ, Eva. *Architektura české renesance*. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství krásné literatury a umění, 1961.

Seznam internetových zdrojů obrázků

<http://www.koupelneshop.cz/Prilohy/247430-200-200.jpg> [4. 3. 2016]

<https://encrypted-tbn1.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRdu0JgSXjXIMiM76Lvv1dsYbxxxC9OLFtsknVFo5tP46C9IQEHqQ> [4. 3. 2016]

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ee/Sagrada_Familia_01.jpg [11. 3. 2016]

<http://www.archiweb.cz/Image/zpravy/2010-12/hundert.jpg> [11. 3. 2016]

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f3/Kaaba_mirror_edit_jj.jpg/300px-Kaaba_mirror_edit_jj.jpg [11. 3. 2016]

http://praha.astro.cz/stare/turecko/IMG/Istanbul_Modra-mesita_01.jpg [11. 3. 2016]

https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQ5rk0EyG_E6SZJxV7r-Uk08lfo-2kgYRC_FxEEOEpgq0mxejDXew [11. 3. 2016]

<http://img.projektoskop.pl/001mozaikapompeje.jpg> [12. 3. 2016]

http://www.davidhacha.cz/fotky/Neapol/Pompeje/Pompeje_09.jpg [12. 3. 2016]

<http://www.muzeumzatec.cz/files/neolit/kultura-s-vypichanou-keramikou.jpg> [12. 3. 2016]

<http://vygosh.cz/img/de/cachy.png> [12. 3. 2016]

<http://4.bp.blogspot.com/-fiQoB69ZGpk/UchTrtYKG2I/AAAAAABKCA/M950ZEI8Luo/s1600/DSC0028.jpg> [12. 3. 2016]

<https://userscontent2.emaze.com/images/94180b59-231e-46c4-9b43-4e513786cc43/6e2ea2c5-263b-4405-9da3-f8efdfb09bbb.jpg> [12. 3. 2016]

<http://www.zamek-doudleby.cz/img/galerie/sgrafita/01.jpg> [12. 3. 2016]

<http://francie.svetadily.cz/userfiles/image/clanky/francie-notredam-1.jpg> [12. 3. 2016]

<http://ipravda.sk/res/2010/03/28/thumbs/22732-florenca-katedrala-nestandard2.jpg> [12. 3. 2016]

<https://i.ytimg.com/vi/f5x3MaZ6fqQ/maxresdefault.jpg> [12. 3. 2016]

http://img17.rajce.idnes.cz/d1703/9/9737/9737279_d823bcb0d7cfc5f078a685659705aa69/images/kostel_sv.Jana_Nepomuckho_letecky_pohled.jpg [12. 3. 2016]

<http://www.zdarns.estranky.cz/img/picture/203/zelena-hora---pudorys-orez-web.jpg>
[12. 3. 2016]

<http://www.internetovestavebniny.sk/resize/e/800/800/files/tondach/bobrovka/bobrovka-strecha.jpg> [9. 4. 2016]