

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

**BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY** 

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## VÝPOČTOVÁ ANALÝZA VYUŽITELNOSTI PIEZOELEKTRICKÝCH FILMŮ PRO ENERGY HARVESTING A SENZORICKÉ APLIKACE NA VIBRUJÍCÍCH KONSTRUKCÍCH

COMPUTATIONAL ANALYSIS OF PIEZOELECTRIC SKIN UTILIZATION FOR ENERGY HARVESTING AND SENSING APPLICATIONS ON VIBRATING STRUCTURES

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

Bc. Jan Bolcek

AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.

**BRNO 2022** 



## Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Jan Bolcek
Studijní program:	Mechatronika
Studijní obor:	bez specializace
Vedoucí práce:	Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.
Akademický rok:	2021/22

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

# Výpočtová analýza využitelnosti piezoelektrických filmů pro energy harvesting a senzorické aplikace na vibrujících konstrukcích

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce se bude zabývat výpočtovou analýzou rozložení tenkých piezoelektrických filmů (primárně na bázi polymerů) na vibrující konstrukci s cílem určit oblasti pro jejich nejvhodnější umístění vzhledem k modálním charakteristikám dané konstrukce a požadované aplikaci. Piezoelektrické filmy mohou být využity jak pro generování elektrické energie z vibrací (tzv. "Strain Energy Harvesting") tak pro senzorické aplikace (tzv. "Structural Health Monitoring"), kdy lze ze signálu generovaného na jednotlivých elementech detekovat například nadměrné vibrace, frekvenci kmitání či tvar kmitu dané konstrukce a případným zásahem obsluhy umožnit její další bezpečný provoz v dovolených provozních podmínkách. Pro tyto aplikace je klíčové správné rozmístění piezoelektrický odpor v obvodu daného filmu. Výpočtové modelování bude podpořeno experimentálními měřeními a oba přístupy budou vzájemně konfrontovány.

#### Cíle diplomové práce:

1) Provést rešerši na téma využití piezoelektrických filmů v energy harvesting a senzorických aplikacích.

2) Vytvořit výpočtový model (na bázi MKP) tenké vibrující desky s volitelně rozmístěnými piezoelektrickými elementy simulující tenký piezoelektrický film a provést její modální analýzu.

3) S využitím harmonické analýzy analyzovat vliv velikosti a rozmístění piezoelektrických filmů na desce (vzhledem k vybuzeným tvarům kmitu) na jejich elektromechanickou odezvu.

4) Analyzovat optimální zapojený odpor v obvodu piezoelektrického filmu vedoucí na maximální možný generovaný elektrický výkon daného filmu při vibracích desky.

5) Konfrontovat výstupy výpočtového modelu s dostupnými experimentálními měřeními.

6) Na základě získaných poznatků definovat doporučení k aplikaci piezoelektrických filmů na vibrující konstrukci vzhledem k energy harvesting a senzorickým aplikacím.

#### Seznam doporučené literatury:

ZELENIKA, S. et al., Energy Harvesting Technologies for Structural Health Monitoring of Airplane Components—A Review, Sensors, vol. 20, no. 22, p. 6685, 2020

HADAS, Z., KSICA, F. and RUBES, O.:Piezoceramic patches for energy harvesting and sensing purposes, Eur. Phys. J. Spec. Top., vol. 228, no. 7, pp. 1589–1604, 2019

ABBAS, S., LI, F. and QIU, J.: A Review on SHM Techniques and Current Challenges for Characteristic Investigation of Damage in Composite Material Components of Aviation Industry, Mater. Perform. Charact., vol. 7, no. 1, p. 20170167, 2018

GUZMAN, E., CUGNONI, J. and GMUR, T.: Monitoring of composite structures using a network of integrated PVDF film transducers, Smart Mater. Struct., vol. 24, no. 5, p. 055017, 2015

ANSYS Inc (2019), ANSYS Release 2019 R3 User's Manual, Swanson Analysis Sys. Inc, Pensylvania.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně / Technická 2896/2 / 616 69 / Brno

## Abstrakt

Diplomová práce se zabývá výpočtovou analýzou rozložení piezoelektrických PVDF filmů na vibrující konstrukce s cílem určit nevhodnější oblasti pro jejich umístění vhledem k dané aplikaci – Energy Harvesting a Structural Health Monitoring. V první části práce je uveden teoretický základ pro práci s piezoelektrickými materiály. Následuje rešerše piezoelektrických materiálů a článků, které se zabývají využitím piezoelektrických filmů ve zmíněných aplikacích. Hlavní část práce tvoří výpočtová analýza rozložení PVDF filmů na vibrujících konstrukcí, na základě, které jsou dány doporučení pro umístění PVDF filmů na konstrukci. Na závěr jsou dosažené výsledky experimentálně verifikovány.

## Abstract

This diploma thesis deals with the computational analysis of the distribution of piezoelectric PVDF films on vibrating structures in order to determine the most suitable areas for their placement with respect to the given application - Energy Harvesting and Structural Health Monitoring. In the first part of the thesis, the theoretical basis for working with piezoelectric materials is presented. This is followed by a search of articles dealing with the use of piezoelectric films in the mentioned applications. The main part of the work consists of a computational analysis of the distribution of PVDF films on vibrating structures, based on which recommendations for the placement of PVDF films on the structure are given. Finally, the obtained results are experimentally verified.

## Klíčová slova

 $\rm PVDF,$ energy harvesting, structural health monitoring, modální analýza, metoda konečných prvků

## Keywords

PVDF, energy harvesting, structural health monitoring, modal analysis, finite element method

## Bibliografická Citace

BOLCEK, J. Výpočtová analýza využitelnosti piezoelektrických filmů pro energy harvesting a senzorické aplikace na vibrujících konstrukcích. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2022. 71 s., Vedoucí diplomové práce: Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D..

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem Výpočtová analýza využitelnosti piezoelektrických filmů pro Energy harvesting a senzorické aplikace na vibrujících konstrukcích vypracoval samostatně pod vedením Ing. Oldřicha Ševečka, Ph.D. s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu použitých zdrojů

Jan Bolcek

Brno . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . .

Mé velké poděkovaní patří vedoucímu práce Ing. Oldřichovi Ševečkovi Ph.D. za vstřícný přístup a podněty, které mi velmi pomohly k vypracování této práce. Dále bych rád poděkoval Ing. Pavlu Toflovi, Ph.D. za pomoc s lepením PVDF folie na konstrukci a Ing. Ondřeji Rubešovi, Ph.D a za pomoc při experimentech.

# Obsah

1	Úvod	9
<b>2</b>	Teoretický úvod do problematiky	
	niezoelektricity	10
	2.1 Mechanismus vzniku piezoelektrického jevu	. 10
	2.2 Konstanty a veličiny pro popis piezoelektrického jevu	. 11
	2.3 Konstitutivní vztahy	12
	2.4       Operační módy	. 13
3	Rešerše	14
	3.1 Piezoelektrické materiály	. 14
	3.1.1 Krystaly	. 15
	3.1.2 Keramiky	. 15
	3.1.3 Polymery	. 16
	3.1.4 Kompozity	. 17
	3.2 Aplikace piezoelektrických materiálů	. 19
	3.2.1 Energy harvesting	. 19
	3.2.2 Monitorování stavu struktury materiálu (Structural Health Moni-	
	toring) $\ldots$	. 21
	3.2.3 Shrnutí důležitých poznatků	. 23
4	Analýza problému a formulace cílů práce	<b>24</b>
	4.1 Problémová situace	. 24
	4.2 Formulace problému	. 24
	4.3 Cíle řešeného problému	. 24
	4.4 Volba metody řešení problému	. 25
<b>5</b>	Nástroje pro řešení problému	26
	5.1 Metoda konečných prvků	. 26
	5.2 Modální analýza (experimentální)	. 27
	5.3 Experimentální měření	. 28
6	Výpočtová analýza elektro-mechanické odezvy piezoelektrických PVD	F
	snímačů na vibrující konstrukci	<b>29</b>
	6.1 Tenká vibrující deska (konstrukce A) $\hdots$	. 29
	$6.1.1  Výpočtový model \ldots \ldots$	. 30

	6.1.2	Modální charakteristiky	31
	6.1.3	Harmonická analýza	32
	6.1.4	Analýza optimálního zapojeného rezistoru	32
	6.1.5	Návrh rozložení PVDF filmů k dosažení maximálního generovaného	
		elektrického výkonu	35
	6.1.6	Návrh rozložení PVDF filmů z hlediska senzorických aplikací	40
6.2	Vibru	jící vetknutý nosník (konstrukce B)	43
	6.2.1	Výpočtový model	44
	6.2.2	Modální charakteristiky	44
	6.2.3	Harmonická analýza	45
	6.2.4	Návrh rozložení PVDF filmů z hlediska senzorických aplikací	46

## 7 Experimentální analýza elektro-mechanické odezvy PVDF snímače na

	vibr	rující k	construkci a její konfrontace s výpočtovým modelem	<b>48</b>
	7.1	Experi	iment – konstrukce A	48
		7.1.1	Určení součinitele útlumu	48
		7.1.2	Zapojení senzorů	49
		7.1.3	Měření a analýza dat	50
		7.1.4	Konfrontace výsledků z výpočtového modelu a experimentu $\ .\ .\ .$	52
	7.2	Exper	iment – konstrukce B	54
		7.2.1	Popis vibrující konstrukce	54
		7.2.2	Určení součinitele útlumu	55
		7.2.3	Zapojení senzorů	56
		7.2.4	Měření analýza dat	57
		7.2.5	Konfrontace výsledků z výpočtového modelu a experimentu	60
8	Záv	ěr		62
Se	eznan	n obrá	zků	63
		_		~ ~
Se	eznan	n tabu	lek	65
G			4 -1-	67
56	eznan	n zkra	tek	07
$\mathbf{L}^{\mathbf{i}}$	iterat	ura		68

# 1 Úvod

V současné době budí piezoelektrický jev a piezoelektrické materiály čím dál více pozornosti, a to především kvůli jejich potenciálním využitím v Energy harvestingu a Senzorických aplikacích.

Enegry harvesting (EH) označuje proces, při kterém se disipativní energie přeměňuje na energie užitečnou. Technologií, pro EH je dnešní době celá řada a pracují na různých principech (elektrická indukce, fotovoltaika.). Piezoelektrické materiály převádějí disipativní energii z vibrací na využitelnou elektrickou energii.

Structural health monitoring (SHM), neboli monitorování stavu struktury materiálu je jedna z možných nedestruktivních zkoušek materiálu. Často tento termín bývá skloňován v souvislosti s letectvím a kosmonautikou, kde monitorování stavu struktury materiálu může výrazně přispět ke zvýšení bezpečnosti a výraznému snížení nákladů na údržbu.

Jeden z aktuálně nejpoužívanějších piezoelektrických materiálů PZT. Ten však má celou řadou nevýhod, jako například vysoká křehkost, nákladná výroba. Obrovská nevýhoda je také obsah olova, které je pro člověka vysoce toxické, proto se za PZT hledají vhodné náhrady. Jeden z velmi slibných kandidátů je polymer PVDF, který je levný, netoxický, poddajný, odolný a velmi lehký. Zároveň je dostupný ve velkých plátech. Tyto vlastnosti předurčují jeho využití ve zmíněný aplikacích.

Tato práce se zabývá analýzou využití piezoelektrických PVDF filmů pro EH a SHM. První část této práce se zabývá výpočtovou analýzou rozmístění piezoelektrických PVDF filmů na vibrující konstrukci s cílem učit vhodná místa z hlediska Energy Harvestingu a Senzorických aplikací. Větší pozornost je zde věnována senzorickým aplikacím. Ve druhé práci jsou některá navržená řešení experimentálně verifikována.

# 2 Teoretický úvod do problematiky piezoelektricity

Piezoelektrický jev je schopnost určitých dielektrických materiálů generovat na povrchu elektrický náboj, jakožto odezvy na mechanické namáhání. V takovém případě hovoříme o přímém piezoelektrickém jevu. Opačný případ nazýváme obrácený piezoelektrický jev, kdy dochází k přetvoření materiálu, který je vystaven elektrickému poli [1]

## 2.1 Mechanismus vzniku piezoelektrického jevu

Vznik piezoelektrického jevu je velmi úzce spjat se strukturou materiálu. Mechanismus piezoelektrického jevu je znázorněn v jednoduchém molekulovém diagramu krystalického materiálu na obrázku 2.1. Vlevo vidíme elementární jednotku materiálu v nezatíženém stavu. V tomto případě je náboj v elementární jednotce rozdělen rovnoměrně a na venek se jeví, jako elektricky neutrální. Vpravo můžeme vidět elementární jednotku materiálu po mechanickém zatížení. Během silového působení na materiál dochází k přeskupování atomů a deformaci jeho mřížky, což má za následek ztrátu elektrické neutrality a vytvoření elektrického dipólového momentu [1] [2].



Obrázek 2.1: Jednoduchý molekulový model k vysvětlení mechanismu přímého piezoelektrického jevu [1] [4]

# 2.2 Konstanty a veličiny pro popis piezoelektrického jevu

V této kapitole budou představeny konstanty používané pro popis piezoelektrických materiálů. Vzhledem k tomu, že se jedná o anizotropní materiály (tedy, že v různých směrech vykazují různé vlastnosti), jsou všechny konstanty opatřeny dvěma indexy  $_{ij}$ , kde i udává směr polarizace a j směr mechanického zatížení. Při popisu piezoelektrických materiálů se obvykle jednotlivé směry označují podle konvence uvedené na obrázku 2.2.



Obrázek 2.2: Konvence značení směrů při popisu piezoelektrických materiálů [1]

#### • Piezoelektrický napěťový koeficient $(g_{ij})$

V případě přímého piezoelektrického jevu je definován, jako poměr mezi generovaným elektrickým polem a aplikovaném mechanickém napětí. Jednotkou je  $[VmN^{-1}]$ [4].

#### • Piezoelektrický nábojový koeficient $(d_{ij})$

Vyjadřuje elektrický náboj generovaný na jednotkové ploše při daném mechanickém zatížení pro přímý piezoelektrický jev. Pro obrácený piezoelektrický jev odpovídá přetvoření vztaženému k jednotkové intenzitě elektrického pole. Jednotka je  $[CN^{-1}]$  [4].

$$d_{ij}^{T} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{T}$$
(2.1)

#### • Permitivita $(\epsilon_{ij})$

Permitivita je konstanta úměrnosti mezi elektrickou indukcí D a intenzitou elektrického pole. Charakterizuje schopnost polarizace dielektrického materiálu (čím větší hodnota permitivity, tím větší schopnost polarizace). V maticové podobě je permitivita vyjádřena následovně [4]:

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0\\ 0 & \epsilon_{22} & 0\\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix}.$$
 (2.2)

V případě piezoelektrických materiálů se mohou udávat 2 formy permitivity"

 $\epsilon^T$ - permitivita měřena za konstantního mechanického napětí

 $\epsilon^S$  - permitivita měřena za konstantního mechanického přetvoření.

- Piezoelektrický coupling koeficient <sup>1</sup> ( $k_{ij}$ ) Piezoelektrický coupling koeficient je bezrozměrná konstanta vyjadřující efektivitu přeměny elektrické energie na mechanickou (v případě přímého piezoelektrického jevu) a naopak[4].
- Elastická poddajnost  $(c_{ij})$  Piezoelektrické materiály jsou ortotropní materiály (vykazují různé vlastnosti ve třech vzájemně kolmých směrech). Matice elastické poddajnosti je dána následovně[4]:

$$c_{ij}^{E} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2\frac{1+\nu}{E} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\frac{1+\nu}{E} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\frac{1+\nu}{E} \end{pmatrix}.$$
 (2.3)

Kde E je Youngův modul pružnosti,  $\nu$  je Poissonovo číslo.

Q-faktor (-) Q-faktor je bezrozměrný parametr, který popisuje kvalitu rezonátoru.
 Čím vyšší Q-faktor, tím méně je daný rezonátor tlumený a naopak [4] [5]

### 2.3 Konstitutivní vztahy

Pro popis přímého piezoelektrického jevu se používají následující konstitutivní vztahy

$$S_p = c_{pq}^E \cdot T_q - g_{kp} \cdot D_k, \qquad (2.4)$$

$$D_i = g_{iq} \cdot T_q + \epsilon_{kp}^S \cdot D_k. \tag{2.5}$$

Pro popis obráceného piezoelektrického jevu jsou použity tyto vztahy:

$$S_p = c_{pq}^E \cdot T_q - d_{kp} \cdot E_k, \qquad (2.6)$$

$$D_i = d_{iq} \cdot T_q + \epsilon_{iq}^S \cdot E_k. \tag{2.7}$$

K<br/>de: <br/> T je mechanické napětí,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Někdy označovaný také jako elektromechanický.

S je přetvoření [-],  $c^E$  je elastická poddajnost při konstantním elektrickém poli [N/m], g je piezoelektrický napětový koeficient  $[VmN^{-1}]$ , D je elektrická indukce  $[Cm^{-2}]$ ,  $\epsilon^S$  je permitivita při konstantním mechanickém přetvoření, d je piezoelektrická nábojový koeficient  $[CN^{-1}]$ , E je intenzita elektrického pole  $[Vm^{-1}]$ .

## 2.4 Operační módy

Výše uvedené konstitutivní vztahy popisují chování piezoelektrického materiálu v šesti směrech, nicméně pro praktické aplikace se nejčastěji používají konfigurace operující v módu 31 a 33. Popis módů je patrný z obrázku 2.3. V obou zmíněných pracovních módech je piezoelektrický materiál polarizován ve směru 3 [3] [6].



Obrázek 2.3: Pracovní módy piezoelektrických materiálů - mód 31 vlevo a mód 33 vpravo [3].

## 3 Rešerše

## 3.1 Piezoelektrické materiály

Existuje celá řada materiálů, které vykazují piezoelektrické vlastnosti. Ty mohou být jak přírodní, tak uměle vytvořené. Všechny piezoelektrické materiály můžeme rozdělit do čtyř základních skupin: [8]

- Monokrystaly,
- Keramiky,
- Kompozity,
- Polymery.

Srovnání nejznámějších a nejpoužívanějších materiálů z každé skupiny materiálů je uvedeno v tabulce 3.1.

Materiál	$E_1$ [Pa]	$d_{33} \ [pCN^{-1}]$	$d_{31} \ [pCN^{-1}]$	$g_{33} \ [VmN^{-1}]$
Křemen	72	2	120	$0,\!05$
PZT	50	171	-175	0,02
PVDF	2	20	6	0,2
MFC	30	125	180	0,01

Tabulka 3.1: Srovnání nejznámějších piezoelektrických materiálů [7] [9]

Jak již bylo řečeno, vznik piezoelektrického jevu je úzce spjat s vnitřní strukturou materiálů, kde materiály vykazující piezoelektrický jev mají ve vnitřní struktuře elektrické domény. Elektrické domény mají za normálních podmínek nahodilou orientaci, proto daný materiál nemá makroskopické piezoelektrické vlastnosti. Pro vznik makroskopického piezoelektrického jevu je materiál nutné *polarizovat*. Polarizace materiálu je proces, při kterém dochází ke sjednocení směru elektrických dipólů. Během tohoto procesu je materiál za zvýšených teplot vystaven silnému homogennímu elektrickému poli. Následně je materiál ochlazen a elektrické dipóly si i bez přítomnosti elektrického pole udržují svou orientaci. Tento proces je znázorněn na obrázku 3.1. Polarizace probíhá obdobně u většiny skupin piezoelektrických materiálů.



Obrázek 3.1: Polarizace piezoelektrického materiálu, (a) - nahodilá orientace elektrických dipólů, (b) - materiál je vystaven homogennímu elektrickému poli, (c) - elektrické dipólů si udržují orientaci po odstranění elektrického pole [10]

#### 3.1.1 Krystaly

Krystaly byly první objevené piezoelektrické materiály vůbec a jsou to jediné piezoelektrické materiály, které se vyskytují ve volné přírodě (například Topaz, Turmalín, nebo Křemen). Mohou však být i uměle vyrobené (například Langasite). Všechny krystaly, které mají necentrosymetrickou elementární buňku, jsou potenciálně piezoelektrické. Z 32 krystalografických soustav jich je 21 necentrosymetrických, z čehož 20 vykazuje piezoelektrický jev. Hlavní charakteristiky piezoelektrických krystalů jsou: vysoký Q-faktor, jsou tepelně velmi stabilní a obvykle mají velmi nízké coupling koeficienty. Piezoelektrické krystaly mají celou řadu aplikací, například: mikrofony, zapalovače, tiskárny, nebo například pro výrobu časovače pro elektroniku [11], [12].

#### 3.1.2 Keramiky

Keramiky, které vykazují piezoelektrické vlastnosti se řadí do skupiny feroelektrických materiálů. Mechanismus vzniku piezoelektrického jevu u piezoelektrických keramik je vysvětlen na začátku této kapitoly. Mezi velké výhody piezoelektrických keramik patří vysoký Q-factor, vysoká hodnota piezoelektrického coupling koeficientu a velká elastická tuhost. Na druhou stranu, keramiky jsou velmi křehké a jejich výroba bývá velmi nákladná, s čímž se pojí i vysoká cena materiálu [13].

Vlastnosti keramik lze také ovlivňovat přidáním dalších prvků (tzv. *dopanů*). V závislosti na přidaných prvcích lze keramiku dělit na tvrdou a měkkou. Měkká se obvykle používá pro senzorické aplikace, protože má vyšší nábojové konstanty a také vyšší elastickou poddajnost. Tvrdá keramika je stabilnější, proto se hodí pro vysokofrekvenční aplikace [13].

Při polarizaci bývají keramiky zahřáté na teplotu o něco nižší, než je Curieova teplota  $T_c$  daného materiálu, dále celý proces probíhá tak, jak je popsáno výše. Při polarizaci vykazují piezoelektrické keramiky hysterezní chování. Typická hysterezní křivka při polarizaci piezoelektrické keramiky je na obrázku 3.2 [13].

Nejznámější a nejpoužívanější piezoelektrická keramika Lead Zirconate Titanate, neboli PZT, svými vlastnostmi převyšuje ostatní piezoelektrické keramiky. Vyznačuje se vysokým piezoelektrickým coupling koeficientem a také relativně nízkou cenou (v porovnáním s ostatními piezoelektrickými keramikami). Jedna z hlavních nevýhod je, že hlavní



Obrázek 3.2: Hysterezní křivka polarizace piezoelektrického materiálu[13]

složkou PTZ je oxid olova, který má nepříznivý dopad na životní prostředí [13], [15], [14].

#### 3.1.3 Polymery

Mezi nesporné výhody polymerů patří především nízká hmotnost, vysoká elastická poddajnost, nízká cena a dostupnost ve velkých plátech (foliích). Piezoelektrické polymery se, podle mechanismu vzniku elektrických dipólů, rozdělují do dvou skupin [16].

První skupinou jsou hlavní tzv. *Bulk piezoelectric polymers (BPP)*. Ty získávají piezoelektrické vlastnosti díky molekulární strukturě polymerů. Dále se mohou dělit na *amorfní polymery* a *semi-krystalické polymery*. U semi-krystalických polymerů vzniká piezoelektrický jev obdobným mechanismem, jako je tomu u piezoelektrických keramik s tím rozdílem, že zde nenatáčí nabité ionty, ale polární skupiny (molekuly s nesymetricky rozloženým elektrickým nábojem, tedy i nenulovým dipólovým momentem). Molekuly uvnitř semi-krystalických polymerů nevytváří jednotnou krystalickou strukturu, ale velmi mnoho náhodně orientovaných mikroskopických krystalů, které je možné zorientovat pomocí polarizace. Typickým příkladem této skupiny je materiál polyvinylidene fluoride (PVDF), nebo Parylene-C [16].

Amorfní polymery obsahují ve vnitřní struktuře molekulární dipóly. Polarizace probíhá tak, že jsou zahřáty na teplotu o něco vyšší, než je teplota skelného přechodu  $T_s$ (teplota, při které polymer přechází z tvrdé/sklovité formy na formu měkkou/ohebnou). Molekulární dipóly jsou zorientovány pomocí elektrického pole. Po ochlazení je zbytková polarizace lineárně závislá na intenzitě polarizačního elektrického pole. Typickým příkladem amorfního polymeru je například materiál polyvinylidene chloride (PVDC), nebo polyimide [16], [17].

Druhou skupinou jsou tzv. Voided charged polymers (VCP). Tato skupina polymerů obsahuje ve své vnitřní struktuře makroskopické dutiny. Takovéto materiály mohou dosahovat velmi vysokých hodnot koeficientu  $d_{33}$  (až 20 000)  $pCN^{-1}$ . Polarizace probíhá tak, že je materiál nejprve vystaven silnému vnějšímu elektrickému poli, díky čemuž dochází k ionizaci plynu uvnitř dutin v materiálu. Piezoelektrických jev tedy není důsledkem natáčení elektrických dipólů uvnitř materiálu, tak jak tomu je v předcházejících případech, ale deformací nabitých dutin s plynem. Velikost piezoelektrického nábojového koeficientu je potom ovlivněna velikostí, tvarem a hustotou dutin uvnitř materiálu. Dále také druhem a tlakem plynu uvnitř těchto dutin. Příkladem takového polymeru je například materiál

polypropylen (PP) [16], [17].



Obrázek 3.3: Ilustrace VCP polymeru (vlevo) a amorfního BPP polymeru (vpravo) [16]

Nejznámější zástupce piezoelektrických polymerů je PVDF (Polyvinylidenfluorid). PVDF je feroelektrický materiál, který se dříve používal, jako ochranná vrstva pro povrchy součástí, ale po objevení jeho piezoelektrických vlastností se stále více autorů věnuje jeho výzkumu pro senzorické aplikace. PVDF se vyznačuje vysokým piezoelektrickým nábojovým koeficientem d (obvykle 15 - 35 pC/N). Existuje v několika formách -  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  a  $\epsilon$  fáze, přičemž nejlepší piezoelektrické vlastnosti vykazuje  $\beta$  fáze, která má nejvyšší dipólový moment. Velkou výhodou je, mimo velké elastické poddajnosti a mechanické odolnosti, i velmi nízká cena a dostupnost ve velkých plátech, což z něj dělá velmi zajímavého kandidáta pro senzorické aplikace[16], [18], [19].

### 3.1.4 Kompozity

Piezoelektrické kompozity bývají v některé literatuře uvedeny jako podskupina piezoelektrických polymerů, jinde jako samostatná kategorie. Obvykle se jedná o PZT vlákna rozmístěné v epoxidové nebo polymerové matrici, čímž je možné odstranit některé nedostatky spojitých PZT vrstev, jako například velká křehkost a nízká elastická poddajnost. Typické vlastnosti piezoelektrických kompozitů jsou: nízká hustota, vysoká elastická poddajnost, teplotní stabilita, vysoký piezoelektrický koeficient a vysoká hustota elektrického náboje. Nejvýznamnějším zástupem této skupiny materiálů jsou AFC (Active Fibre Composit) a MFC (Macro Fibre Composit) [20].

AFC se skládá z jedné vrstvy rovnoběžných PTZ vláken s kruhovým příčným průřezem v polymerové matrici (3.4 vlevo). Průměr vláken je obvykle od 100-250  $\mu$ m. Vlákna s matricí bývají umístěna mezi 2 filmy z polyamidu, na které je vytištěna elektroda. Velkou výhodou oproti jednolité PZT vrstvě je, že pokud dojde k vytvoření trhliny ve vlákně během namáhání, tak se trhlina nepřenáší na ostatní vlákna, proto má za následek delší životnost celého materiálu. Jednou z nevýhod AFC je jeho výroba. Skládání PTZ vláken obvykle probíhá tak, že se skládá jedno po druhém vedle sebe, což klade vysoké nároky na přesnost použité technologie, s čím roste i cena. Dalším problémem mohou být vzduchové bublinky, které zůstanou v matrici. Další nevýhodou je malá kontaktní plocha mezi kruhovými vlákny a elektrodou, což má za důsledek nízkou efektivitu přenosu elektrického napětí [20].

Druhým významným zástupcem piezoelektrických kompozitů je MFC. Struktura MFC je velmi podobná, jako je tomu u AFC, s tím rozdílem, že PZT vlákna nejsou kruhová, ale mají obdélníkový příčný průřez. (Obr. 3.4 vpravo) MFC si zachovává všechny výhody, která má AFC, jako je například vysoká životnost. Obdélníkové uspořádání PZT vláken

odstraňuje některé nevýhody AFC, například nároky na technologii výroby. Obdélníková vlákna mohou být vyřezána z celistvého PTZ (například laserem), což výrobu výrazně zjednodušuje. Celý proces navíc může být velmi snadno automatizován. Kontaktní plocha mezi elektrodami a aktivními vlákny je mnohem větší, což má za důsledek vyšší efektivitu přenosu elektrického pole do aktivních vláken. Rozdíl mezi nimi je patrný z obrázku 3.4 [20].



Obrázek 3.4: Průřez AFC (vlevo) a MFC (vpravo) kompozitem, Fialová - Elektroda, Žlutá - epoxid, Červená - PZT [20]

## 3.2 Aplikace piezoelektrických materiálů

V dnešní době mají piezoelektrické materiály celou řadu aplikací. Některé příklady byly zmíněny v předcházejících kapitolách. Dle [21] lze všechny aplikace rozdělit do čtyř základních skupin: *Generátory, Senzory, Aktuátory, Transducery*.

**Piezoelektrické generátory** převádějí mechanickou energii na elektrickou. Generátory můžeme rozdělit na *jednovrstvé* a *více-vrstvé*. Typickým příkladem jednovrstvých piezoelektrických generátorů je krystal v zapalovači. Krystal má tyčovitý tvar. Po rychlém zmáčknutí krystalu dojde k vytvoření elektrického výboje s velkým proudem a malým napětím, což vede k zapálení paliva v zapalovači. Co se týká vícevrstvých generátorů, tak výstupní napětí je obvykle mnohem menší, přičemž proud je větší. Uplatnění nacházejí například v napájení bezdrátové elektroniky [21]. V současné době se piezoelektrické generátory využívají čím dál častěji pro tvz. *Energy Harvesting (EH)* aplikace [22], což je i předmětem této práce. Více o EH je uvedeno v podkapitole 3.2.1.

**Piezoelektrické senzory** převádějí fyzický podnět (například tlak, nebo zrychlení) na elektrický signál, který se dále vyhodnocuje. Piezoelektrické materiály se využívají například v akcelerometrech, jako senzory přetvoření, nebo v manometrech [21]. Velmi zajímavým příkladem senzorických aplikací je tzv. *Structural health monitoring*, což je podrobněji rozebráno v podkapitole 3.2.2. [22].

**Piezoelektrické aktuátory** převádějí elektrický signál na mechanickou energii. Po přivedení elektrického signálu na piezoelektrický aktuátor dojde k přesně kontrolovanému posuvu materiálu (případně silovému působení). Této vlastnosti se využívá například při kontrole hydraulických ventilů, málo-objemových čerpadlech, nebo pro přesné polohování čoček a zrcadel u teleskopů. Velkou výhodou této technologie je vysoká přesnost polohování, malé množství pohybujících se částí, nízká energetická náročnost a také malé množství produkovaného odpadního tepla [21].

**Piezoelektrické Transducery** je zařízení, které převádí jednu formu energie na jinou. V případě piezoelektrických materiálů převádí elektrickou energii na mechanickou, nebo naopak. Typickým příkladem je mikrofon [21].

#### 3.2.1 Energy harvesting

Energy harvesting (EH) obecně označuje proces při kterém se disipativní energie přeměňuje na užitečnou energii. Existuje celá řada EH technologií, které přeměňují různé druhy disipativní energie na elektrickou energii. Příklady takových technologií je uveden v obrázku 3.5. EH technologie mohou být zajímavou alternativou pro autonomní napájení nízko výkonové elekroniky, případně bezdrátových senzorů [22] [24].

Piezoelektrické materiály jsou vhodné pro EH, především kvůli jejich vysokým výkonovým hustotám (až 3x vyšší, než je tomu u EH založených na principu elektrostatické a elektromagnetické přeměny energie). Napětový signál je obvykle v jednotkách voltů AC, což není kompatibilní s běžnou elektronikou, proto pro praktické využití je nutné k EH zařízení přidat ještě AC/DC, DC/DC měnič a zařízení pro skladování energie [25].

Využití piezoelektrických materiálů pro účely EH se věnuje celá řada autorů. Nejčastěji bývá piezoelektrický materiál nanesen na konzolový nosník v jedné, nebo více vrstvách, podle toho se pak označuje jako *unimorph* (jedna aktivní piezoelektrický vrstva, *bimorph*) (dvě aktivní piezoelektrické vrstvy, nebo *polymorhp*) (více aktivní piezoelektrických vrstev) [24].

Autoři v článku [3] zkoumají využití PVDF filmů pro EH a senzorické aplikace. Pro



Obrázek 3.5: Přehled Energy harvesting technologií. PIEZO - elektromechanické přeměna, EM - elektromechanické přeměna, TENG - triboelektrická přeměna, TEG - termoelektrická přeměna, PV - fotovoltaické generátory, RF - převodníky [22].

ůčely EH autoři vytvořili jednostranně vetknutý piezoelektrický unimorph s přidanou hmotností na konci nosníku. Schéma experimentu je na obrázku 3.6. Byly vyzkoušeny různá přidání závaží s hmotností 50, 80 a 100 g. Autorům se podařilo, při kinematickém buzení s amplitudou 1g s frekvencí kmitání na první vlastní frekvenci nosníku (s přidaným závažím 100g), dosáhnout maximálního generovaného elektrického výkonu 1,3  $\mu W$  (Napětí 3,6 V), což samo o sobě nestačí k napájení dalšího zařízení. Autoři docházejí k závěru, že PVDF fólie nemají v malém měřítku pro účely EH velký význam. Praktický význam mohou mít velkorozměrné PVDF fólie.



Obrázek 3.6: Schéma experimentu z článku [3]

Autoři článku [25] se věnují vývoji zařízení pro Energy Harvesting včetně výběru vhodné elektroniky pro AC/DC,DC/DC měniče a power management piezoelektrických filmů. Zařízení používá MFC komposity v pracující v modu 31 i 33, dále piezoelektrickou keramiku PCM 51 pro přeměnu energii z vibrací konzolového nosníku. Generovaná elektrická energie byla následně uložena v kondenzátoru. S veškerou připojenou elekronikou se autorům podařilo dosáhnout maximálního generovaného výkonu zhruba 80  $\mu$ W(v případě MFC pracujícího v módu 33).

Autoři článku [26] používají tenké PVDF filmy pro generování napětí z akustických vibrací. PVDF film je opatřen dvěma grafémovými elektrodami a je zavěšen v horizontální poloze. Na celý film je připevněno i závaží pro vytvoření tahového napětí v PVDF filmu. Schéma experimentu je na obrázku 3.7. K elektrodám byl připojen osciloskop s impedancí 1 M $\Omega$  Autoři zkoumali vliv takového napění na PVDF filmu na generované elektrické napěti mezi elektrodami. Autorům se podařilo dosáhnout maximálního generovaného elektrického napětí zhruba 8,2V (což při zátěži 1 M $\Omega$  odpovídá 67,2  $\mu$ W) při tahovém napětí 1,7 MPa.



Obrázek 3.7: Schéma experimentu z článku [3]

## 3.2.2 Monitorování stavu struktury materiálu (Structural Health Monitoring)

Structural Health Monitoring (SHM) patří mezi metody nedestruktivních zkoušek materiálu. Obecně se tak označuje proces získávání a analyzování dat z inženýrských konstrukcí za účelem zjištění vnitřního stavu dané konstrukce (příklad poruchy materiálu, nebo výrobní chyby), nebo k měření mechanických veličin. Nejvíce SHM metod je založené na hledání a identifikaci odchylek od "normálního" chování dané konstrukce [28].

K vyhodnocování vnitřního stavu struktury materiálu existuje celá řada metod. Přehled těchto metod je uveden například v článku [28]. Předmětem zájmů této práce jsou metody založené na monitorování mechanických vibrací.

Mechanické vibrace doprovázejí provoz většiny inženýrských konstrukcí. Monitorování vibrací může poskytnout velmi užitečné informace o aktuálním stavu dané konstrukce na základě, čehož je možné naplánovat včasnou údržbu, a tím předcházet potenciálním nehodám. Poruchy v materiálu mohou způsobit změny hmotnosti, tuhosti, nebo tlumení, které mají přímý vliv na modální charakteristiky dané konstrukce [22].

Monitorování mechanických vibrací inženýrských konstrukcí má velmi význam především z bezpečnostního hlediska. Veliký význam má především v letectví a stavebnictví (například monitorování stavu mostů), kde může doslova zachraňovat lidské životy [23], [27], [28].

K monitorování vibrací je možné využít i piezoelektrické materiály. Velkou výhodou využití piezoelektrických materiálů, jako senzorů je možnost vyrobit je v různých velikostech a tvarech v závislosti na konkrétní aplikaci. Další nespornou výhodou je, že mohou pracovat v aktivním módu, tedy nepotřebují žádné napájení, naopak mohou samy sloužit jako zdroje elektrické energie pro další podpůrné systémy.

Jedna z možných implementací je tzv. Smart skin - chytrá senzorická vrstva. Smart skin se jeví jako klíčová technologie pro monitorování stavu struktury materiálu. Obvykle se skládá se z celé sítě senzorů, aktuátorů a mikroprocesorů rozmístěných po dané struktuře. Smart skin má potenciální uplatnění především v letectví, z čehož plynou i některé požadavky na samotné senzory. Ty musí být jednak velmi lehké, spolehlivé a mohou pracovat kontinuálně tzv. on-line. Tyto požadavky mohou splňovat právě piezoelektrické senzory. Smart skin se jeví jako velmi slibná technologie, je tu však stále několik inženýrských problémů. Velké množství senzorů potřebuje i velké množství vodičů, po kterých se přenáší naměřený signál (s čímž narůstá hmotnost i cena). Každý senzor také potřebuje jeden svůj kanál na měřícím zařízení [29].

Některé piezoelektrické materiály, například PVDF, jsou mechanicky velmi poddajné, odolné, mají nízkou hmotnost a je možné je vyrábět v tenkých a velkých plátech. Tyto vlastnosti z nich dělají ideální kandidáty pro SHM aplikace [28], [22].

Využití piezoelektrických materiálů pro účely monitorování stavu konstrukcí, se věnuje několik autorů.

Autoři v článku [29] se věnují tzv. *Impact Monitoringu* (lokalizace místa nárazu), kde je cílem zjistit polohu silových impulzů působící na monitorovanou strukturu. Celou konfiguraci experimentu je možné vidět na obrázku 3.8 vpravo. Autoři využili chytrou senzorickou vrstvu, kde danou strukturu (nejprve na desku ze sklolaminátu) nanesli síť 32 PZT senzorů. Pomocí napěťové odezvy na jednotkové impulzy (vytvořené úderem rázového kladívka) na jednotlivých senzorech se snaží určit místo nárazu. Místo nárazu je určeno s přesností na sub-regiony, což jsou plochy vytyčené polohou PZT senzorů. Názorně je to vidět na obrázku 3.8 vlevo. Ve snaze snížit množství vodičů a počet měřících kanálů, autoři zkouší zapojit senzory do obvodů - sériově, nebo paralelně. Budící impulzy mají 3 různé hodnoty energií. Signály z napětových odezev piezoelektrických senzorů jsou následně převedeny na digitální signály a jsou zpracovány výpočetní jednotkou. Autorům se podařilo dosáhnout přesnosti detekce polohy od 95% - 99% (v závislosti na energii impulzu a zapojení senzorů). Po úspěšném ověření této metody na čtvercové desce, vyzkoušeli autoři tuto metodu i na mnohem složitější struktuře – část křídla letadla, kde se přesnost detekce pohybovala od 92% - 95%.



Obrázek 3.8: Konfigurace experimentu (vpravo), rozdělení desky do sub regionů (vlevo) [29]

V článku [30] autoři používají MFC komposity k detekci poruchy na lopatce větrné turbíny. Autoři osadili lopatku 12 MFC senzory a následně vyšetřovali přenosovou frekvenční charakteristiku lopatky. Poruchy způsobují lokální změny tuhosti, což by se mělo projevit i na přenosové frekvenční charakteristice. Autorům se podařilo zaznamenat změny v přenosové frekvenční charakteristice pouze u MFC, které byli v blízkosti poruchy, u vzdálenějších MFC nezaznamenali výrazné změny.

V článku [19] autoři používají tenký PVDF film LDT0-028K pro účel detekce vlastní frekvence prostě podepřeného nosníku. Výsledky PVDF filmu porovnávají s komerčně dostupným senzorem přetvoření *PCB 740B02*. Výsledky je možné vidět na obrázku. Z výsledků autoři vyvozují závěr, že tento PVDF film může být použitý, jako levnější varianta senzoru přetvoření.



Obrázek 3.9: Srovnání výsledků Experimentální modální analýzy z článku [19]

#### 3.2.3 Shrnutí důležitých poznatků

- Monitorování vibrací může poskytnout velmi užitečné informace o aktuálním stavu dané konstrukce.
- Smart skin chytrá senzorická vrstva se jeví, jako klíčová technologie pro monitorování stavu struktury materiálu.
- Pro účely EH není výhodné používat samostatné PVDF filmy z důvodu malého generovaného výkonu. Pro tyto účely je výhodnější použít vetší PVDF fólie.
- PVDF je velmi mechanicky velmi poddajný, má nízkou hmotnost a je možné je vyrábět v tenkých a velkých plátech. Což z nějak dělá ideálního kandidáta pro EH i SHM

# 4 Analýza problému a formulace cílů práce

### 4.1 Problémová situace

V současné době s rozvojem ultra-lehkých kompozitních materiálů roste i poptávka na systémy, které umožnují monitorovat stav daných konstrukcí během jejich provozu. Online monitorování stavu struktury materiálu výrazně zvyšuje bezpečnost, a zároveň šetří náklady na údržbu, protože ji ze znalosti stavu struktury lze naplánovat jen tehdy, je-li opravdu nutná. V současné době je mnoho standartních metod, spadajíc do kategorie Structural Health Monitoring, založena na monitorování modálních charakteristik dané konstrukce, přičemž jedna z nejznámějších je tzv. *Experimentální modální analýza (EMA)*. SHM má veliký potenciál především v letectví, z čehož plynou i požadavky na senzory, pro monitorování stavu struktury materiálu. Musí být levné, spolehlivé, lehké a poddajné. Vzhledem k těmto požadavkům je slibným kandidátem pro SHM aplikace piezoelektrický materiál PVDF, který bude v této práci dále používán.

Piezoelektrické materiály jsou známé i svým potenciálem pro využití v Energy harvesting aplikacích, kde je disipativní energie z vibrací převedena na užitečnou elektrickou energii, se kterou je dále možné napájet Ultra-low power elektroniku.

## 4.2 Formulace problému

Práce se zabývá analýzou rozložení tenkých PVDF filmů na vibrujících konstrukcích, s cílem je určit v oblasti pro umístění filmů z hlediska Energy harvesting aplikací, kde je cílem generovat maximální možný elektrický výkon. Dále také z hlediska Structural Health monitoring, kdy lze ze signálu generovaného na jednotlivých elementech detekovat například nadměrné vibrace, frekvenci kmitání či tvar kmitu dané konstrukce. Větší pozornost je zde věnována senzorickým aplikacím.

V této práci budou 2 případy:

- 1. První případ se bude zabývat rozložením tenkých piezoelektrických filmů na vibrující dvoustraně vetknuté desce.
- 2. V druhém případě bude na jednostranně vetknutou pásovinu s celou PVDF fólie, na kterou budou nanášeny jednotlivé elektrody.

## 4.3 Cíle řešeného problému

Cílem práce bude v obou případech provést následující kroky:

- 1. Vytvořit výpočtový model vibrující konstrukce pomocí MKP.
- 2. Na vibrujících konstrukcích simulovat tenké piezoelektrické filmy.

- 3. Provést modální analýzu konstrukce a zjistit modální charakteristiky.
- 4. Pomocí harmonické analýzy zjistit optimální odpor vedoucí na maximální možný generovaný elektrický výkon z piezoelektrických filmů.
- 5. Pomocí harmonické analýzy určit vhodná místa pro umístění piezoelektrických filmů / elektrod vedoucí na maximální možný výkon.
- 6. Pomocí harmonické analýzy určit vhodná místa pro umístění piezoelektrických filmů / elektrod z hlediska senzorických aplikací.
- 7. Navržená řešení experimentálně ověřit.

## 4.4 Volba metody řešení problému

Výpočtové modely budou vytvořeny za pomocí programu ANSYS Mechanical 2021R1. Jelikož bude v prací provedeno spoustu iterativních výpočtů, bude hojně využíván i jazyk APDL. Analýza a zpracování dat (ať už ze simulací, nebo z experimentů ) probíhá za využití jazyku Python 3.7. s knihovnami Pandas, Numpy a Matplotlib. Jazyk Python je použit i pro automatizaci některých výpočtů Ansysu.

## 5 Nástroje pro řešení problému

## 5.1 Metoda konečných prvků

Veškeré numerické modely jsou vytvářeny pomocí programu ANSYS Mechanical 2021R1 a jeho jazyku APDL. ANSYS modeluje piezoelektrický jev za pomocí lineárních konstitutivních rovnic [31] :

$$\begin{cases} \{T\}\\ \{D\} \end{cases} = \begin{bmatrix} [C^E] & [e]\\ e^T & -[\epsilon^S] \end{bmatrix} = \begin{cases} \{S\}\\ \{E\} \end{cases}.$$
 (5.1)

Kde:

 $\{T\}$  je vektor mechanického napětí,

 $\{D\}$  je vektor elektrického toku.

 $[C^E]$  je matice poddajnosti při konstantním elektrickém poli

[e] je piezoelektrická matice napětí

 $[\epsilon^S]$ je permitivita za konstantního mechanického přetvoření

S je vektor přetvoření

E je vektor elektrické intenzity

Piezoelektrická matice napětí [e] je definovaná jako:

$$[e] = [c^E][d] (5.2)$$

K vytvoření konečno prvkové sítě bylo použito několik druhů prvků. Základní popis jednotlivých prvků je uveden v tabulce 5.1. Detailnější popis společně s nastavením prvků je uveden v dokumentaci [37].

Název prvku	Popis	Využití
SOLID 186	dvaceti uzlový prvek se třemi	Vibrující struktury
	stupni volnosti na uzel - posuv v	
	osách X,Y a Z	
SOLID 226	dvaceti uzlový prvek až se šesti	Piezoelektrické materiály
	stupni volnosti na uzel; konkrétní	
	stupně volnosti závisejí na nasta-	
	vení, v tomto případě se jedná o	
	posuvy v osách X,Y,Z a napětí	
CIRCU 94	dvou nebo tří uzlový prvek (v	Rezistory, připojené na piezoelek-
	závislosti na nastavení), sloužící	trické elementy
	převážně k analýze piezoelektric-	
	kých obvodů	
MASS 21	jednouzlový prvek až se šesti	Přidaná závaží
	stupni volnosti	

Tabulka 5.1: Použité elementy a jejich charakteristika [37]

## 5.2 Modální analýza (experimentální)

Modální analýza je efektivní metoda pro popis, analýzu a modelování dynamických vlastností dané struktury – vlastní frekvence, vlastní tvary a koeficienty tlumení. Ke stanovení modálních charakteristik existuje celá řada experimentálních metod, například *Experimentální modální analýza (EMA - Operational Modal Analysis)* [38] [39].

Experimentální modální analýza (EMA) slouží k experimentálnímu určení modálních charakteristik dané struktury. Probíhá v laboratorních podmínkách, za kontrolovaných podmínek (tím se odlišuje od Operační modální analýzy, která se provádí za provozu dané struktury). Hlavní důvod, proč provádět EMA, je ověření designu daných komponentů a konfrontaci modelů (například modelů založených na MKP). K realizaci EMA je potřeba následující komponenty [38] [39]:

- 1. budič,
- 2. snímače síly, které snímají vstupní budící signály,
- 3. akcelerometry, případně jiné senzory, které snímají signály odezvy dané struktury,
- 4. zařízení pro záznam a vyhodnocování dat.

Celý proces probíhá tak, že je vyšetřovaná struktura nejprve vybuzena rázovým kladívkem, vibračním generátorem, případně jinými aktuátory). Pro buzení dané struktury je velmi důležité vybrat vhodná budící místa (referenční body), která odhalí, co nejvíce modálních charakteristik (Pokud bychom budili strukturu v místě, kde má některý z její módů uzel, tak by k vybuzení tohoto módu nedošlo). Proto je také vhodné strukturu budit postupně na více místech, kde se na základě signálů z odezev vyhodnotí nejlepší místa pro buzení. Případně je možné vhodná místa vytipovat ze simulací pomocí MKP modelů (pokud jsou k dispozici). Odezvu struktury monitorujeme pomocí vhodného senzoru, což nejčastěji bývá akcelerometr. Z dat z akcelerometru jsme následně schopni určit frekvenční odezvu struktury. Na základě frekvenční odezvy můžeme stanovit modální charakteristiky dané struktury. Z jedné frekvenční odezvy je možné určit vlastní frekvence struktury, pokud k tomu přidáme vstupní data z budiče, je možné určit i tlumení. Z více frekvenčních odezev na různých referenčních bodech je možné určit i vlastní tvary struktury [38], [39]. EMA se provádí dvěma způsoby:

- 1. Modální analýza s jedním referenčním bodem SISO (Single-Input Single-Output) konfigurace. V některých případech je vhodné provést modální analýzu pouze s jedním referenčním bodem. Předpokládá se, že referenční bod je vybraný tak, že je mimo všechny uzly všech módů. Existují dvě základní konfigurace tohoto experimentu. V prvním případě zafixujeme polohu akcelerometru a měníme polohu budiče. V druhém zafixujeme místo buzení a měníme polohu akcelerometru. Nevýhoda druhé konfigurace je, že akcelerometr představuje přidanou hmotnost, což má přímý vliv na modální vlastnosti struktury. S různou polohou akcelerometru tedy měníme podmínky experimentu [38], [39].
- Modální analýza s více referenčními body SIMO (Single-Input Multiple-Output) konfigurace. Se používá u komplexních struktur, kde není možné dopředu jednoznačně určit vhodná budící místa, nebo v případech, kde má více vlastních módů stejnou vlastní frekvenci [38], [39].

## 5.3 Experimentální měření

V této kapitole bude uveden popis měřící aparatury použité při experimentech. V rámci experimentálního měření byly použité následující senzory:

1. Tenzometry

Všechny použité tenzometry nesou označení SGD-10/120-LY41. Datasheet senzoru je k dispozici například zde [32]. Tenzometry jsou zapojené do polovičního Wheastonova mostu, kde jeden z tenzometrů je zapojený, jako aktivní a druhý jako kompenzační tenzometr. Kompenzační tenzometr je umístěn na konstrukci mimo vibrující desku. Při tomto typu zapojení dochází k teplotní kompenzaci odporů tenzometru, na druhou stranu nedochází ke kompenzaci nelinearity Wheastonova mostu. Více o odporové tenzometry například zde [33]

- 2. Akcelerometr <br/> Použitý akcelerometr byl od firmy PCB [34]. Měřicí rozsah akcelerometru j<br/>e $\pm 5g$
- 3. Stříbrná pasta Pro druhý experiment byla pro nalepení PVDF fólie a nanesení elektrod použitá stříbrná pasta od firmy Dupont [35]

Pro zaznamenávání dat ze senzorů je použita měřící karta NI 9221 od firmy National Instruments. Veškeré parametry této měřící karty jsou uvedeny v oficiální dokumentaci [36]. Pro naše měření je velmi důležitý parametr Resistance měřící karty, který je 1 M  $\Omega$ 

# 6 Výpočtová analýza elektro-mechanické odezvy piezoelektrických PVDF snímačů na vibrující konstrukci

V této části práce jsou vytvořeny výpočtové modely dvou konstrukcí, na kterých jsou simulovány piezoelektrické PVDF elementy. V prvním případě bude dvoustraně vetknutou tenká čtvercovou deskou nanesena síť tenkých piezoelektrických PVDF filmů (každá strana PVDF filmu tvoří jednu elektrodu) V druhém případě bude na jednostranně vetknutou lichoběžníkovou pásovinu simulována celá piezoelektrická PVDF fólie, na kterou budou nanášeny různě velké elektrody. Obě konstrukce jsou na obrázku 6.1



Obrázek 6.1: Konstrukce A - vlevo, Konstrukce B - vpravo

## 6.1 Tenká vibrující deska (konstrukce A)

V prvním případě je na tenký plech tvaru čtverce nanesena síť piezoelektrických PVDF filmů v několika různých konfiguracích (různých velikostech). Všechny piezoelektrické elementy mají v jedné konfiguraci vždy stejnou velikost. Geometrie konstrukce je na obrázku 6.2. Číselné rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.1. Piezoelektrické filmy pracují v režimu 31, kde směr 3 je totožný s osou x a směr 1 je totožný s osoub z



Obrázek 6.2: Geometrie konstrukce A s rozmístěnými PVDF filmy

A [mm]	T [mm]	T_PVDF [mm]
200	0.5	0.130

Tabulka	6.1:	Rozměru	konstrukce	A
<b>L</b> ao ama	0.1.	100×moor g	10010001 01000	× •

Deska je vyrobena z oceli, jejíž materiálové charakteristiky jsou uvedeny v tabulce 6.2. Materiálové charakteristiky uvažovaného PVDF filmu jsou uvedeny v tabulce 6.10

E [MPa]	$\mu$ [-]	$ ho~[{ m kg/m^3}]$
$210 \ 000$	0.3	7850

Tabulka 6.2: Materiálové charakteristiky oceli

E [MPa]	μ[-]	$\rho \; [{\rm kg/m^3}]$	$d_{31} [pC/N]$	$d_{33} [pC/N]$	$d_{15} [\mathrm{pC/N}]$	$\epsilon$ [-]
2000	0.34	1760	-19	20	20	12

Tabulka 6.3: Materiálové charakteristiky uvažovaného PVDF materiálu

### 6.1.1 Výpočtový model

Konečno-prvková síť byla vytvořena dle popisu uvedeného v kapitole 5.1, tedy pro vysítování ocelové desky byl použit element SOLID186, pro PVDF filmy byl použit element SOLID226. Velikost konečno-prvkového elementu je nastavena na 5 mmcelové desky jsou vždy dva elementy.

Deska je dvoustraně vetknutá tak, jak je to na obrázku 6.3. Tedy všem uzlům desky

na pozici X = 0 a X = A byly předepsány nulové posuvy v ose X, Y a Z. Všem uzlům na povrchu desky je předepsán nulový elektrický potenciál. Všechny uzly na povrchu každého piezoelektrického PVDF filmu mají předepsány stejný elektrický potenciál. Pro uzavření elektrického obvodu je pomocí elementu CIRCU94 vytvořen rezistor, který je připojen ke každému PVDF filmu (jeden kontakt je připojen na povrch PVDF filmu a druhý na povrch desky). Velikost odporu připojených rezistorů bude určena v dalších kapitolách.



Obrázek 6.3: Nastavení okrajových podmínek na desce

### 6.1.2 Modální charakteristiky

Prvním krokem je zjistit modální charakteristiky (vlastní frekvence a vlastní tvary) dané konstrukce s rozmístěnými piezoelektrické elementy za pomocí modální analýzy. V uvažované konfiguraci je na desku naneseno 3x17 piezoelektrických PVDF elementů. Výsledek modální analýzy je na obrázku 6.4. Na tomto obrázku jsou mimo vlastních tvarů uvedeny i vlastní frekvence (v závorce jsou uvedeny vlastní frekvence desky bez piezoelektrických elementů).

Důležitý poznatek je, že vlastní frekvence desky s piezoelektrické elementy a desky bez piezoelektrických elementů se příliš neliší - maximálně o 2% (rozdíl 2% je brán mezi vlastními frekvencemi, kdy na desce nejsou žádné piezoelektrické elementy a kdy je na desce jeden velký piezoelektrický plát). Důvodem je především velmi nízká tuhost materiálu PVDF.



Obrázek 6.4: Modální analýza konstrukce s rozmístěnými piezoelektrickými elementy (prvních 10 vlastních frekvencí a tvarů). Na obrázcích jsou uvedeny vlastní frekvence a v závorce je uvedena vlastní frekvence bez piezoelektrických elementů

#### 6.1.3 Harmonická analýza

Dalším krokem je provést harmonickou analýzu konstrukce. Desku s rozmístěnými piezoelektrickými elementy budíme zrychlením s amplitudou 1g postupně na jednotlivých vlastních frekvencích a sledujeme její mechanickou odezvu (konkrétně výchylku ve směru osy Z). Výsledek je vykreslen na obrázku 6.5. Z obrázku je vidět, že se pomocí harmonického buzení podařilo vybudit pouze 1, 3 a 8 vlastní tvar (tedy pouze symetrické vlastní tvary), proto bude dále deska buzena pouze na 1, 3 a 8 vlastní frekvenci.



Obrázek 6.5: Amplituda výchylky ve směru osy z během harmonického kinematického buzení konstrukce s rozmístěnými piezoelektrickými elementy. Deska je buzena na jednotlivých vlastních frekvencích zrychlením s amplitudou 1g. (Tmavě modrá = nulová výchylka, Červená = maximální výchylka)

#### 6.1.4 Analýza optimálního zapojeného rezistoru

Jak již bylo zmíněno výše, ke každému piezoelektrickému filmu je připojen rezistor. Každému piezoelektrickému elementu můžeme najít optimální velikost odporu rezistoru, při kterém je generovaný elektrický výkon největší (Což je patrné například z grafu na obrázku 6.7). Určení optimálního odporu analyticky je obtížné, protože často nejsou známy všechny parametry nutné k jeho výpočtu, proto bude optimální odpor určen za pomocí numerické. Postup, že iterativně měníme hodnotu odporu R připojeného rezistoru, při každé iteraci provedeme harmonickou analýzu a sledujeme generovaný elektrický výkon na elektrodách PVDF filmu, jakožto odezvu na harmonické buzení. Výsledky zaznamenáváme do grafu. Tímto způsobem jsme schopni určit optimální elektrický odpor pro daný piezoelektrický element.

Cílem této části práce je analyzovat optimální odpor, který vede na maximální možný generovaný elektrický výkon. Po provedení většího množství simulací s různými konfiguracemi piezoelektrických elementů a s jeho různými materiálovými charakteristikami, bylo možné vypozorovat několik závislostí  $^{\rm 1}$ 

 velikost optimálního odporu je nepřímo úměrná velikosti piezoelektrického elementu

Tento závěr je patrný z grafu na obrázku 6.6, kde bylo provedeno několik simulací s PVDF filmy s různou velikostí plochy. Deska s PVDF filmy byla buzena vždy na první vlastní frekvenci.



Obrázek 6.6: Závislost velikosti optimálního odporu na velikosti plochy piezoelektrického filmu.

 velikost optimálního odporu nezávisí na poloze piezoelektrického elementu na vibrující struktuře,

Tento závěr je patrný z grafu na obrázku 6.7, kde stejně velké piezoelektrické elementy mají stejnou hodnotu optimálního odporu bez ohledu na poloze na desce.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Nutno dodat, že tyto závislosti byly vypozorovány pouze na dvou uvažovaných strukturách, za daných podmínek a nebyly dále testovány, proto se nedají prohlásit za obecně platné



Obrázek 6.7: Závislost středního výkonu na připojeném rezistoru na jednotlivých piezoelektrický elementech (vlevo) podle konfigurace vpravo. Číslem jsou označeny vyšetřované piezoelektrické elementy. Čerchovanou čarou je vyznačena hodnota optimálního odporu, při kterém všechny piezoelektrické elementy generují maximální elektrický výkon.

• velikost optimálního odporu nezávisí na velikosti permitivity  $\epsilon_{31}$  a a klesá se vzrůstající velikostí permitivity  $\epsilon_{33}$ ,

Tyto závislosti jsou patrné z grafů na obrázku 6.8.



Obrázek 6.8: Závislost velikosti optimálního odporu na velikostech koeficientu permitivitách  $\epsilon_{33}$ (vpravo) a  $\epsilon_{11}$  (vlevo). Deska je s piezoelektrickými elementy je buzena na první vlastní frekvenci, piezoelektrické elementy mají během všech simulací konstantní velikost

- velikost optimálního odporu nezávisí na velikosti piezoelektrických nábojových koeficientů  $d_{33}$  a  $d_{15}$  Na obrázcích 6.9 vlevo a vpravo jsou vykreslené závislosti optimálních odporů na koeficientech  $d_{33}$  a  $d_{15}$ . Oba koeficienty jsou vykreslený v rozsahu typických pro komerčně dostupné PVDF filmy.
- velikost optimálního téměř nezávisí na velikosti piezoelektrického nábojového koeficientu $d_{31}$

Na obrázku 6.9 uprostřed je vykreslená závislost velikosti optimálního odporu na velikosti piezoelektrického nábojového koeficientu  $d_31$ , kde vykreslený rozsah velikosti veličiny  $d_31$  odpovídá typickým koherenčně dostupným PVDF filmům. Změna velikosti optimálního odporu v uvedeném rozsahu je 1%



Obrázek 6.9: Závislost velikosti optimálního odporu na velikostech koeficientu  $d_{33}$ ,  $d_{13}$  a  $d_{15}$ . Deska je s piezoelektrické elementy buzena na první vlastní frekvenci, piezoelektrické elementy mají během všech simulací konstantní velikost

#### • velikost optimálního odporu závisí na frekvenci kmitání

Ze vzrůstajících frekvencí kmitání klesá velikost optimálního odporu. Tato závislost je patrná z grafu na obrázku 6.12, kde velikost optimálního odporu pro první mód je větší než pro druhý mód a ta je větší než pro třetí mód.

## 6.1.5 Návrh rozložení PVDF filmů k dosažení maximálního generovaného elektrického výkonu

Cílem této části práce bude na vibrující desku rozmístit piezoelektrické elementy tak, aby byl součet generovaného elektrického výkonu na všech PVDF elementech, co největší. Na desku postupně rozmísťujeme piezoelektrické elementy v různých konfiguracích. Ke každé konfiguraci nalezneme optimální elektrický odpor a sečteme generovaný elektrický výkon na všech piezoelektrických elementech.

Nejprve umístíme na desku piezoelektrické elementy tak, že zafixujeme počet elementů ve směru osy y a postupně zmenšujeme velikost elementů ve směru osy x. Studované konfigurace jsou 11x3, 11x5, 11x7 a 11x9 piezoelektrických elementů. Všechny konfigurace jsou znázorněny na obrázku 6.10.



Obrázek 6.10: Studované konfigurace. Žlutě jsou vyznačeny elementy, jejichž napěťová odezva je vykreslena v grafu na obrázku 6.14

Za pomocí harmonické analýzy s amplitudou 1 g budíme celou strukturu na 1,3 a 8 vlastní frekvenci a sledujeme napěťovou odezvu a rozložení středního výkonu na jednotlivých PVDF elementech (pro všechny zkoumané konfigurace). Na obrázku 6.11 můžeme pro každou konfiguraci a pro všechny tři módy je vidět vykreslené přetvoření v ose X  $\epsilon_x$ , Amplitudu napětí na jednotlivých PVDF filmech a Střední elektrický výkon. (ke všem PVDF filmům je připojen jejich optimální elektrický odpor). Z obrázků můžeme vidět, že maximální elektrický výkon je rozložen na PVDF filmech ležících v oblastech, kde dochází k největšímu mechanickému přetvoření. Naopak minimální výkon je na těch piezoelektrických elementech, které procházejí oblastmi, kde deformace mění znaménko (oblasti, kde PVDF filmy protínají inflexní křivky)



Obrázek 6.11: Elektro-mechanické odezvy PVDF filmů na vibrující desce. Pro každou konfiguraci pro 1, 3 a 8 mód je vykresleno přetvoření v ose x  $\epsilon_x$  (první řádek), Aplituda elektrického napětí(druhý řádek) a Střední elektrický výkon (třetí řádek)

Celkový elektrický výkon generovaný na všech piezoelektrických elementech (v závislosti na připojeném odporu) je vykreslen v grafu na obrázku 6.12. Napětí generované na prostředních PVDF filmech (Obr. 6.10 žlutě). Z grafu 6.12 můžeme vidět, že celkový generovaný elektrický výkon (při připojeném optimálním rezistoru) stoupá s počtem elementů na desce, což je logické, protože se stoupajícím počtem elementů, klesá jejich velikost, a tím klesá i celková plocha PVDF senzorů, která prochází přes inflexní křivky. Z grafu 6.12 můžeme také vidět největší výkon, který se generuje při vibracích desky na prvním módu (z důvodu větších deformací a přetvoření při kmitání). Generované výkony při vyšších módech jsou velmi malé, pro další účely EH bude uvažován pouze 1. mód.



Obrázek 6.12: Závislost celkového středního výkonu (součet středních výkonů na všech piezoelektrických PVDF filmech) na připojené zátěži, pro různé konfigurace piezoelektrických filmů pro 1.mód (a) 3.mód (b) a 8. mód (c)



Obrázek 6.13: Závislost amplitudy napětí na prostředním PVDF elementu (Obr. 6.10 žlutě) na připojené zátěži, pro různé konfigurace piezoelektrických filmů pro 1.mód (a) 3.mód (b) a 8. mód (c)

Nyní zafixujeme počet PVDF elementů ve směru osy x a zvyšujeme počet PVDF elementů ve směru osy y. Následně opět provedeme harmonickou analýzu s amplitudou 1 g a sledujeme odezvu na jednotlivých PVDF elementů. Celkový generovaný elektrický výkon pro různé konfigurace je vykreslen v grafu na obrázku 6.15. Z grafu můžeme vidět, že zvyšování počtu PVDF filmů ve směru osy y má velmi malý vliv.

Pro návrh rozložení PVDF filmů tak, aby byl generovaný elektrický výkon, co nejvyšší, je tedy důležité:

- 1. PVDF filmy nesmí procházet inflexními čárami,
- 2. Plocha PVDF filmu musí být, co největší.



Obrázek 6.14: Závislost středního výkonu generovaného prostředním PVDF elementem (Obr. 6.10 žlutě) na připojené zátěži, pro různé konfigurace piezoelektrických filmů pro 1.mód (a) 3.mód (b) a 8. mód (c)



Obrázek 6.15: Závislost středního výkonu na připojené zátěži pro různé konfigurace piezoelektrických filmů, při konstantním dělení PVDF filmů po šířce desky

Z těchto důvodu se jeví, jako nejlepší návrh řešení na obrázku 6.16. Generovaný výkon na jednotlivých elektrodách závislosti na odporu je v grafu na obrázku 6.17.

A [mm]	B [mm]	C [mm]	D [mm]
200	40	103	48

Tabulka 6.4: Rozměry PVDF filmů pro dosažení maximálního elektrického výkonu. Rozměry jsou uvedeny v metrech



Obrázek 6.16: Návrh rozložení PVDF filmů pro maximální generovaný elektrický výkon. Vpravo je geometrie PVDF filmů. Vlevo jsou elektrody umístěny na desku, kde je vykresleno přetvoření v ose x  $\epsilon_x$  při kmitání na prvním módu



Obrázek 6.17: Celkový střední elektrický výkon v závilosti na odporu na elekrodách podle schématu na obrázku 6.16

Pro srovnání je v následující tabulce uveden celkový generovaný elektrický výkon při různých konfiguracích PVDF filmů a celkový generovaný elektrický výkon vztažený na jednotku plochy PVDF filmu.

Konfigurace	11x3	11x5	11x7	11x9	Optimal
Celkový střední výkon [mW]	1.95	3.04	3.30	3.58	3.81
Celkový střední výkon					
na jednotku plochy $[mW/m^2]$	4.96	7.73	8.39	9.10	10.40

Tabulka 6.5: Celkové střední výkony generované PVDF elementy na vibrující struktuře (pro různé konfigurace)

#### 6.1.6 Návrh rozložení PVDF filmů z hlediska senzorických aplikací

Cílem této části práce bude navrhnout rozmístění piezoelektrických elementů tak, aby se s jejich pomocí dali detekovat 1, 3 a 8 vlastní tvar kmitání. V tomto případě nebude nutné hledat optimální hodnotu rezistoru vedoucí na maximální výkon, ale k rezistorům bude vždy připojen rezistor o velikosti 1  $M\Omega$ . Je to z toho důvodu, že tato část simulací bude ověřována i experimentálně, a odpor dostupné měřící karty je právě 1  $M\Omega$ . Pro detekci jednotlivých vlastních tvarů bude potřeba rozmístit PVDF filmy tak, aby z jejich napětových odezev daly jednotlivé vlastní tvary rozpoznat. Jak vyšlo najevo v předchozí kapitole, kde se hledalo optimální rozložení PVDF filmů z hlediska generovaného výkonu, klíčová veličina pro generované napětí a výkon na PVDF filmech je jejich přetvoření. Z tohoto důvodu je vhodné umístit PVDF filmy na místa, kde jsou maximální/minimální přetvoření při vibracích na jednotlivých módech. Návrh rozložení PVDF filmů je na obrázku 6.18, kde je na deskách vykresleno přetvoření v ose x  $\epsilon_x$  pro 1,3 a 8 mód (co sloupeček, to mód). Na obrázcích a), b) a c) jsou rozmístěny PVDF filmy tak, aby se s nimi podařilo zachytit charakteristická místa pro jednolivé módy (maxima a nimima přetvoření). Na obrázcích a), b) a c) jsou rozmístěny PVDF filmy tak, aby se s nimi podařilo zachytit charakteristická místa pro jednotlivé módy (maxima a minima přetvoření). Na obrázcích e), f) a g) je sjednocení konfigurací z obrázků a) b) a b), doplněné navíc o tenzometry Finální rozložení PVDF filmů a tenzometrů i s okótovanými polohami je na obrázku 6.19. Jak již bylo řečeno, tento návrh se bude ověřovat i experimentálně, proto se počítá s rozměry PVDF filmů a tenzometrů, které jsou k dispozici pro měření.



Obrázek 6.18: Umístění PVDF filmů a tenzometrů na danou strukturu. Na desce je vykresleno přetvoření v ose  $x \epsilon_x$  při kmitání na jednotlivých módech. Na obrázcích a), b) a c) jsou rozmístěny PVDF filmy tak, aby se s nimi podařilo zachytit charakteristická místa pro jednotlivé módy (maxima a minima přetvoření). Na obrázcích e), f) a g) je sjednocení konfigurací z obrázků a) b) a b), doplněné navíc o tenzometry



Obrázek 6.19: Návrh umístění PVDF filmů a tenzometrů na desce pro senzorické aplikace doplněné o geometrické rozměry a číselné označení senzorů (P = PVDF film, T = Tenzometr)

Simulované elektro-mechanické odezvy desky piezoelektrických PVDF elementů pro 1. 3. a 8. mód. Jsou vykresleny na obrázku 6.20. Číselné hodnoty pro první mód jsou uvedeny v tabulce



Obrázek 6.20: Simulované elektro-mechanické odezvy desky a piezoelektrických PVDF elementů pro 1. 3. a 8. mód. V prvním řádku je vykresleno přetvoření v ose  $x \in_x$  desky, ve druhém řádku je vykreslena amplituda elektrického napětí na PVDF elementech, Ve třetím řádku je střední elektrický výkon

PVDF	1	2	3	4	5	6	7	8
U [V]	0.36	0.55	0.54	0.53	0.54	0.08	0.37	0.53
P[W]	0.08	0.15	0.14	0.28	0.29	0.003	0.24	0.28

Tabulka 6.6: Simulované amplitudy napětí s střední generovaný výkon na PVDF elementech.

Tenzometr	1	2	3
Přetvoření $\epsilon_x$	0.00011	0.00010	0.00014

Tabulka 6.7: Simulované přetvoření na tenzometrech (počítáno, jako průměrné přetvoření v ose  $x \epsilon_x v$  místě tenzometru).

## 6.2 Vibrující vetknutý nosník (konstrukce B)

U přechozího modelu, byly pro EH a SHM používané tenké filmy z piezoelektrického materiálu. V této situaci bude na danou strukturu nanesený celý plát s PVDF fólie, na který poté budou naneseny aktivní plochy/elektrody pro snímání napětové odezvy na harmonické buzení. Navíc budou na různá místa na struktuře přidávána závaží o hmotnosti 100 g s cílem měnit modální vlastnosti struktury (a následně sledovat, jak se tato změna projeví na napětové odezvě na elektrodách). Geometrie modelu byla vytvořena podle obrázku 6.21. Číselné rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.8.



Obrázek 6.21: Geometrie konstrukce, Oranžovou barvou je označen PVDF film, šedou barvou je označena hliníková pásovina. 1,2,3 jsou možné pozice přidané hmotnosti. Číselné rozměry jsou v tabulce 6.8.

A [mm]	B [mm]	C [mm]	D [mm]	E [mm]	T_PVDF [mm]	T [mm]
200	100	120	90	10	0.1	5

Tabulka 6.8: Rozměry kontrukce B

### 6.2.1 Výpočtový model

Deska je jednostranně vetknutá V místě vetknutí byly všem uzlům předepsány nulové posuvy v osách X, Y a Z. Uzlům na povrchu desky je předepsán nulový elektrický potenciál. Všechny uzly, tvořící jednu elektrodu, byly svázány stejným elektrickým potenciálem. Příklad desky s PVDF filmem se dvěma elektrodami je uveden na obrázku 6.22. Přidaná hmota byla vytvořena pomocí elementu MASS21. Aby se předešlo singularitám ve výsledcích simulací, tak celá hmota není soustředěna pouze v jednom uzlu. Pro umístění hmoty se nejprve vybral uzel, který je nejblíže požadovaným souřadnicím pro umístění hmoty a následně se vybraly všechny uzly, které od něj leží v rádiusu 3 mm. Do těchto uzlů byla rozložena hmota o hmotnosti 100 g.



Obrázek 6.22: Konstrukce s PVDF filmem se dvěma elektrodami – okrajové podmínky.

E [MPa]	$\mu$ [-]	$ ho~[{ m kg/m^3}]$
68 000	0.36	2699

Tabulka 6.9: Materiálové charakteristiky oceli.

E [MPa]	$\mu$ [-]	$ ho~[{ m kg/m^3}]$	$d_{31} [pC/N]$	$d_{33} [pC/N]$	$d_{15} [\mathrm{pC/N}]$	$\epsilon$ [-]
2000	0.34	1760	10	20	20	12

Tabulka 6.10: Materiálové charakteristiky uvažovaného PVDF materiálu.

### 6.2.2 Modální charakteristiky

Tak jako v předchozí úloze bude prvním krokem provést modální analýzu ke zjištění vlastních frekvencí a vlastních tvarů dané konstrukce. Výsledek modální analýzy pro první 3 módy a všechny polohy přidané hmotnosti je vykreslen na obrázku

6.23



Obrázek 6.23: Modální analýza konstrukce B s PVDF fólií. Na obrázku jsou vykreslené vlastní tvary s vlastními frekvencemi pro první 3 módy a všechny polohy závaží. Čísla nad jednotlivými tvary označují pozici závaží o hmotnosti 100g.

#### 6.2.3 Harmonická analýza

Dalším krokem harmonická analýza konstrukce k ověření, zda skutečně dochází k vybuzení jednotlivých vlastních tvarů (v předchozí úloze tomu tak nebylo). Výsledek harmonické analýzy je na obrázku 6.24. Deska byla buzena zrychlením s amplitudou 1 g. Na obrázku jsou vykresleny výchylky ve směru osy Z. Z obrázku je patrné, že přidána hmota má velký vliv na velikost vlastní frekvence struktury – (změna velikosti frekvence až o 51 %). U druhého a třetího módu můžeme vidět i vliv hmoty na vlastní tvar konstrukce.



Obrázek 6.24: Harmonická analýza konstrukce B s PVDF folií. Deska je buzena zrychlením s amplitudou 1 g na prvních 3 vlastních frekvencích. Na obrázku jsou vykresleny výchylky ve směru osy Z, kde červená značí maximální výchylku a modrá minimální výchylku. Čísla nad jednotlivými tvary označují pozici závaží o hmotnosti 100g

Rezonance je u provozu většiny inženýrských konstrukcí nevyžádaným jevem, protože vede ke vzniku extrémních deformací a napětích. Jelikož je tato konstrukce provozována v rezonanci, tak bylo pomocí harmonické analýzy potřeba ověřit, jestli nedojde k překročení meze kluzu materiálu. Největší napětí vzniká v situaci, kdy je závaží umístěno na pozici 1

a konstrukce je buzena na 1 vlastní frekvenci. V takové případě vzniká v desce normálové napětí ve směru osy  $x \sigma_x$  o maximální velikosti 22 MPa. Maximální první hlavní napětí je potom 23.1 MPa. Obě napětí jsou pod mezí kluzu  $R_p$  slitin hliníku, která začíná zhruba na 50 MPa (v závislosti na typu slitiny), z čehož plyne, že je možné danou strukturu provozovat i v rezonanci ve všech variantách.

#### 6.2.4 Návrh rozložení PVDF filmů z hlediska senzorických aplikací

Jak již bylo zmíněno v předchozí úloze, klíčovou veličinou pro napětovou odezvu je přetvoření. Na obrázku je vykreslené přetvoření v ose x  $\epsilon_x$  pro první 3 módy a všechny polohy závaží s možným návrhem elektrod pro detekci jednotlivých módů. Návrh je na obrázku 6.27.Tento návrh je určitým kompromisem mezi jednotlivými variantami, tak aby bylo možné podle napětových odezev od sebe odlišit všechny vlastní tvary. Geometrie elektrod s rozměry je na obrázku 6.26. Na obrázku 6.27 jsou vykreslené amplitudy napětí na elektrodách pro jednotlivé módy a pozice hmoty. Číselně jsou v hodnoty pro pozici přidané hmoty 1 uvedeny v tabulce 6.11 a pro pozici přidané hmoty 2 v tabulce 6.12. Z obrázku 6.27 lze vidět, že při této konfiguraci lze od sebe z napětových odezev od sebe jednotlivé módy odlišit.



Obrázek 6.25: Návrh rozložení elektrod z hlediska senzorických aplikací. Na obrázcích je vykresleno přetvoření v ose . Čísla nad jednotlivými tvary označují pozici závaží.

Mód/PVDF	1	2	3	4	5	6
1	3.288	2.624	1.657	1.427	2.235	2.479
2	0.265	0.094	0.085	0.068	0.199	0.058
3	0.117	0.007	0.064	0.008	0.011	0.024

Tabulka 6.11: Simulované amplitudy napětí na jednotlivých elektrodách při harmonickém kmitání na prvních třech vlastních frekvencích s amplitudou 1 g, s přidanou hmotností na 1. pozici. Hodnoty jsou uvedeny ve Voltech.



Obrázek 6.26: Geometrie elektrod s číselným označením



Obrázek 6.27: Napěťové odezvy na elektrodách při harmonickém kmitání na prvních 3 vlastních frekvencích pro všechny pozice přidané hmotnosti.

Mód/PVDF	1	2	3	4	5	6
1	3.416	2.308	1.182	1.155	1.982	2.507
2	0.0580	0.018	0.017	0.024	0.012	0.015
3	0.209	0.008	0.172	0.108	0.301	0.232

Tabulka 6.12: Simulované Amplitudy napětí na jednotlivých elektrodách při Harmonickém kmitání na prvních třech vlastních frekvencích s amplitudou 1 g, s přidanou hmotností na 2. pozici. Hodnoty jsou uvedeny ve Voltech.

# 7 Experimentální analýza elektro-mechanické odezvy PVDF snímače na vibrující konstrukci a její konfrontace s výpočtovým modelem

Tato část práce se zabývá experimentálním ověřením simulovaných napěťových odezev na PVDF filmech.

## 7.1 Experiment – konstrukce A

### 7.1.1 Určení součinitele útlumu

Prvním krokem bude experimentálně určit součinitel útlumu  $b_r$ . Způsobů, jak určit součinitel útlumu  $b_r$  je několik, v této práci je určen pomocí logaritmického dekrementu  $\nu$ .

Rozvržení experimentu je na obrázku 7.1. Pomocí akcelerometru sledujeme mechanickou odezvu desky na jednotkový impuls. Jednotkový impuls je realizován úderem rázového kladívka. Akcelerometr je umístěn doprostřed desky, místo úderu je označeno červeným bodem.



Obrázek 7.1: Rozvržení experimentu při experimentálním určení koeficientu útlumu, uprostřed desky je akcelerometr. Červeným bodem je označeno místo klepnutí kladívkem.

Data ze snímače síly na rázovém kladívku a signál z akcelerometru jsou na obrázku 7.2. Při pohledu na signál ze senzoru síly se zdá, že se jedna o výbornou aproximaci jednotkového impulsu, po přiblížení signálu však zjistíme, že signál nemá jen jedno maximum, ale má 3 (kladívko na desce 3x poskočilo). Lépe se však jednotkový impuls realizovat nepodařilo.



Obrázek 7.2: Data z modální analýzy desky, pro určení koeficientu tlumení  $b_r$ . Signál ze snímače síly umístěného na rázovém kladívku (a). Signál z mechanické odezvy z akcelerometru (b).

Součinitel útlumu vypočteme ze vztahu pro výpočet logaritmického dekrementu  $\nu$ :

$$\nu = \ln(\frac{x(t)}{x(t+T)}) = 2\pi b_r \to b_r = \frac{1}{2\pi} \ln(\frac{x(t)}{x(t+T)})$$
(7.1)

Kde:

x(t)ax(t+nT)jsou dvě po sobě následující amplitudy signálu z odezvy,  $\nu$  je logaritmický dekrement,  $b_r$  je součinitel útlumu.

Pro určení koeficientu tlumení je důležité, aby signál z mechanické odezvy akcelerometru nebyl zkreslen vyššími harmonickými frekvencemi, z tohoto důvodu vezmeme amplitudy až po 2.5s, protože k utlumení vyšších harmonických frekvencí dochází dříve a nebudou tedy tak výrazně zkreslovat signál.

$$b_r = 0.04$$
 (7.2)

#### 7.1.2 Zapojení senzorů

Na desku byly umístěny PVDF filmy a tenzometry podle schématu na obrázku 6.19 uvedeného v předchozí kapitole. K tomu byly navíc připojeny kompenzační tenzometry a akcelerometr, který je umístěn na vibračce. Deska se všemi rozmístěnými tenzometry je na obrázku 7.3, kde je uvedeno i číslovaní jednotlivých senzorů. Na obrázku 7.4 je celá konstrukce osazená na vibračním generátoru s vyznačeným akcelerometrem



Obrázek 7.3: Konstrukce s umístěnými senzory, T před číslem značí tenzometr, K značí kompenzační tenzometr, P značí PVDF film



Obrázek 7.4: Konstrukce osazená na vibračním generátoru. Červeným obdélníkem je označen akcelerometr.

### 7.1.3 Měření a analýza dat

Na desce bylo provedeno několik měření. Deska byla vždy buzená harmonicky s frekvenčním přejezdem přes jednotlivé vlastní frekvence. Konkrétně byla provedena tato měření:

- 1. Frekvenční přejezd50- $70~\mathrm{Hz}$ rychlostí 2 $\mathrm{Hz/s}$ s amplitudou 1g
- 2. Frekvenční přejezd 100 600 Hz rychlostí 2 Hz/s s amplitudou 1g
- 3. Frekvenční přejezd<br/> 350  $370~\mathrm{Hz}$ rychlostí $0.1~\mathrm{Hz/s}$ s amplitudou 1<br/>g
- 4. Frekvenční přejezd235- $335~\mathrm{Hz}$ rychlostí $0.5~\mathrm{Hz/s}$ s amplitudou 1g

Příklady naměřených dat jsou na obrázcích 7.5, 7.6 a 7.7 kde jsou vykreslená data z prvního měření. Na obrázku 7.5 jsou data z akcelerometru (po filtraci). Na obrázcích 7.6 a 7.7 jsou vykreslené amplitudo-frekvenční charakteristiky, získané z naměřených dat.



Obrázek 7.5: Signál z akcelerometru, harmonické buzení s amplitudou 1g a frekvenčním přejezdem 50-70 Hz, rychlostí 1 Hz/s, Začátek harmonického buzení je v čase t = 3.14s (označeno svislou čerchovanou čárou).



Obrázek 7.6: Signály z tenzometrů, při harmonickém buzení s amplitudou 1 g a frekvenčním přejezdem 50-70 Hz. signály jsou vyfiltrovány pásmovou propustí 2. řádu s mezními frekvencemi 10 a 300 Hz. Čerchovanou čárou je vyznačena naměřená vlastní frekvence desky f = 58.9 Hz



Obrázek 7.7: Signály z PVDF filmů, při harmonickém buzení s amplitudou 1 g a frekvenčním přejezdem 50-70 Hz. signály jsou vyfiltrovány pásmovou propustí 2. řádu s mezními frekvencemi 10 a 300 Hz. Čerchovanou čárou je vyznačena naměřená vlastní frekvence desky f = 58.9 Hz

#### 7.1.4 Konfrontace výsledků z výpočtového modelu a experimentu

Při vyhodnocování výsledků bylo zjištěno, že většina měření si navzájem nekoresponduje s numerickými simulacemi. Důvod je s největší pravděpodobností ten, že deska, která byla osazená senzory byla prohnutá, což následně mělo velký (až nečekaný) vliv na její modální vlastnosti. Dobrá shoda hodnot naměřených hodnot je u kmitání na prvním módu. Srovnání hodnot u kmitání na 1. vlastní frekvenci z tenzometrů je uvedeno v tabulce 7.1. (Hodnota přetvoření ze simulace je extrahovaná, jako průměrné přetvoření v ose x v místě tenzometru.) Srovnání amplitud napětí na PVDF filmech při kmitání na první vlastní frekvenci jsou uvedeny v tabulce 7.2 a srovnání naměřených vlastních frekvencí v tabulce 7.4.

Tenzometr	1	2	3
Simulace	0.00014	0.00010	0.00013
Experiment	0.00012	0.00010	0.00014

Tabulka 7.1: Srovnání naměřených přetvoření s daty ze simulace

PVDF	1	2	3	4
Simulace	0.713	0.25	0.379	0.533
Experiment	0.5872	0.1594	0.5789	0.58
PVDF	5	6	7	8
Simulace	0.543	0.085	0.379	0.533
Experiment	0.55	0.1594	0.58	0.55

Tabulka 7.2: Srovnání naměřených napěťových odezev na PVDF filmech s daty ze simulace. Hodnoty jsou uvedeny ve Voltech

PVDF	1	2	3	4
Simulace	0.508	0.085	0.143	$0,\!28$
Experiment	0.344	0.1594	0.3249	0,34
PVDF	5	6	7	8
PVDF Simulace	$5 \\ 0,29$	6 0,08	$7 \\ 0,34$	8 0,28

Tabulka 7.3: Porovnání středních elektrických výkonů na PVDF filmech s daty ze simulace. Hodnoty jsou uvedeny v  $\mu$  W

	Simulace	Experiment
Vlastní frekvence [Hz]	69.1	58.9

Tabulka 7.4: Srovnání naměřených přetvoření s daty ze simulace

Z tabulky 7.4 je vidět, že naměřená vlastní frekvence desky ze senzory je menší, než ta simulovaná. Tento výsledek byl předpokládaný, protože Ansys modeluje vetknutí, jako vazbu s nekonečnou tuhostí, což nelze realizovat. U výsledků přetvoření (tabulka 7.1) panuje velmi dobrá shoda. Co se týká výsledků z PVDF snímačů, dobrá shoda hodnot panuje u snímačů 4,5,8, u ostatních je ta shoda horší. Zde na vině může být jednak špatné nalepení snímače, nebo například nekonzistentní kvalita jednotlivých snímačů z různými reálnými piezoelektrickými vlastnostmi. Na druhou stanu, u některých snímačů se podařilo dosáhnout shodných výsledků, jako u dat z numerické simulace, z čehož plyne, že numerické modelování PVDF materiálů pomocí metody konečných prvků je použitelná metoda, pro vytváření chytrých senzorických vrstev. Na základě výsledků tohoto experimentu bylo také zvoleno, pro další úlohu použít silnější desku a PVDF folii vyrobená na zakázku s jasněji definovanými piezoelektrickými veličinami.

U frekvenčních přejezdů přes vyšší vlastní frekvence je shoda s numerickými simulacemi horší. Zde se naplno projevuje to, že deska nebyla dokonale rovná a výsledky neodpovídají výsledkům z numerických simulací. Pozitivní však je, že pokud porovnáme odezvy tenzometrů a PVDF filmů, které jsou umístěny na desce blízko sebe (T1 – P1, T2 – P7, T3 – P8), tak si navzájem korespondují. Příkladem je odezva tenzometru T2 a PVDF filmu P7 z měření č.2. (Obr. 7.8. Z grafu lze také vidět, že frekvenční odezva desky je silně nelineární.



Obrázek 7.8: Frekvenční odezva tenzometru T2 a PVDF filmu P7. Čerchovanou čárou jsou vykresleny vlastní frekvence zíksané pomocí simulace

## 7.2 Experiment – konstrukce B

#### 7.2.1 Popis vibrující konstrukce

Konstrukce dle schématu 6.21 výše byla vyřezána z hliníkové pásoviny. Na požadované místo byla pomocí stříbrné vodivé pasty nalepena PVDF fólie. Podle definovaného schématu z obrázku 6.26 byly, pomocí stříbrné pasty, na PVDF fólii vytvořeny aktivní plochy pro měření elektrického signálu. Dalším krokem bylo vytvoření kontaktů, na které bude připojeno měřící zařízeni, Kontakty byly vytvořeny nanesením stříbrné pasty na PVC folii, která byla umístěna přes PVDF folii. Celá konstrukce je na obrázku 7.9.



Obrázek 7.9: Deska s elektrodami a připojenými kontakty



Obrázek 7.10: Elektrické napětí generované na první elektrodě, jakožto odezvy na tři po sobě jdoucích jednotkové impulsy

#### 7.2.2 Určení součinitele útlumu

Součinitel útlumu  $b_r$  je určen experimentálně a to obdobně, jako v předchozím příkladu. Celá konstrukce byla upnuta do svěráku, kde se následně sledovala napětová odezva elektrody č.1 na jednotkový impuls (klepnutí kladívkem na volný konec). První elektroda byla zvolena proto, že nejblíže vetnutí je největší přetvoření ve směru osy x při kmitání desky, a lze tedy předpokládat, že amplituda napětí na elektrodě nejblíže vetnutí bude největší (čili signál bude nejvýraznější). Na desku bylo poklepáno celkem 3x. Naměřená napětová odezva je v grafu na obrázku 7.10.

Z naměřeného signálu vy<br/>extrahujeme pouze poslední impulsní odezvu (začátek zhruba v 3<br/>s od začátku měření) V signálu je přítomno více vlastních frekvencí, pro výpočet součinitele útlum<br/>u $b_r$  je však potřeba signál, který "obsahuje"<br/>pouze jednu vlastní frekvenci. Proto je signál vyfiltrován filtrem typu dolní propust druhého řádu s mezní frekvencí 300Hz. Výsledný signál je na obtázku 7.11.

Po dosazení je součinitel útlumu roven

$$b_r = 0.02$$
 (7.3)



Obrázek 7.11: Impulsní odezva první elektrody po aplikaci filtru typu dolní propust druhého řádu s mezní frekvencí 300 Hz

### 7.2.3 Zapojení senzorů

Celá konstrukce je osazena na vibrační generátor (Obr. 7.12). Ke konstrukci je navíc připevněn akcelerometr. Všechny senzory jsou pomocí měřící karty NI připojeny k počítači



Obrázek 7.12: Konstrukce na vibračním generátoru (s přidanou hmotností na pozici 1)

#### 7.2.4 Měření analýza dat

V této části práce je provedeno několik měření. Všechna měření budou harmonická buzení s frekvenčními přejezdy přes jednotlivé vlastní frekvence. Přejezd bude vždy oběma směry z důvodu možných nelinearit. Byla provedena tato měření:

- 1. Hmota na pozici 1, frekvenční přejezd 500–600 Hz rychlostí 200 Hz/min s amplitudou 1 g
- 2. Hmota na pozici 1, frekvenční přejez<br/>d $500{-}600~{\rm Hz}$ rychlostí 200 ${\rm Hz/min}$ s amplitudou 5 g
- 3. H<br/>mota na pozici 1, frekvenční přejezd 750–850 Hz rychlostí 200 Hz/min s amplitudou 5 g
- 4. Hmota na pozici 1, frekvenční přejez<br/>d $50{-}500~{\rm Hz}$ rychlostí 900 ${\rm Hz/min}$ s amplitudo<br/>u $1~{\rm g}$
- 5. Hmota na pozici 1, frekvenční přejez<br/>d $50{-}500~{\rm Hz}$ rychlostí 450 ${\rm Hz/min}$ s amplitudo<br/>u $1~{\rm g}$
- 6. H<br/>mota na pozici 2, frekvenční přejezd 400–500 Hz rychlostí 200 Hz/min s amplitudou 5 g
- 7. Hmota na pozici 2, frekvenční přejezd 800–1100 Hz rychlostí 600 Hz/min s amplitudou 5 g
- 8. Hmota na pozici 2, frekvenční přejez<br/>d $50{-}550~{\rm Hz}$ rychlostí 500 ${\rm Hz/min}$ s amplitudo<br/>u $1~{\rm g}$

Příklad naměřených hodnot v PVDF filmů (měření č.10) je uveden na obrázku 7.13. Z dat jsou následně vyextrahovány přejezdy přes jednotlivé vlastní frekvence, přejezd přes první vlastní frekvenci je v grafech na obrázku 7.14.





Měřená konstrukce je s hmotou na pozici 2] Signály z PVDF filmů při frekvenčním přejezdu 50-550 Hz a zpět s amplitudou 1 g rychlostí 8.3 Hz/s [500 Hz/ min]. Měřená konstrukce je s hmotou na pozici 2



Obrázek 7.14: Signály z PVDF filmů při frekvenčním přejezdem 50-550 Hz a zpět s amplitudou 1 g rychlostí 8.3Hz/s [500 Hz/ min]

#### 7.2.5 Konfrontace výsledků z výpočtového modelu a experimentu

I v tomto případě panuje dobrá shoda výsledků experimentu a simulace pro kmitání konstrukce na 1. vlastní frekvenci. Hodnoty sice se sice neshodují v absolutních číslech, ale normalizovaných hodnot je shoda velmi dobrá. Srovnání maximálních amplitud napětí z experimentu a simulace je uvedeno v tabulce 7.5. Srovnání normnalizovaných aplitud napětí je uvedeno v tabulce 7.6

Elektroda	Simulace	Experiment	Experiment
		přejezd 50 -> 550 [Hz]	přejezd 550 -> 50 [Hz]
1	3.416	2.01	3.582
2	2.558	1.778	3.188
3	1.182	1.009	1.803
4	1.155	0.983	1.756
5	1.982	1.587	2.850
6	2.507	1.685	3.022

Tabulka 7.5: Maximální amplitudy napětí na jednotlivých elektrodách při Harmonickém kmitání s frekvenčním přejezdem přes první vlastní frekvenci s amplitudou 1 g, s přidanou hmotností na 2. pozici. Hodnoty jsou uvedeny ve Voltech

Elektroda	Simulace	Experiment	Experiment
		přejezd 50 -> 550 [Hz]	přejezd 550 -> 50 [Hz]
1	1	1	1
2	0.74	0.88	0.88
3	0.37	0.49	0.5
4	0.35	0.48	0.49
5	0.63	0.78	0.79
6	0.733	0.835	0.84

Tabulka 7.6: Normalizované maximální amplitudy napětí na jednotlivých elektrodách při Harmonickém kmitání s frekvenčním přejezdu přes první vlastní frekvenci s amplitudou 1 g, s přidanou hmotností na 2. pozici. Hodnoty jsou uvedeny ve Voltech

I v tomto případě můžeme pozorovat značné odchylky pro kmitání na vyšších vlastních frekvencí. Důvod je zřejmě takový, že samotné upnutí na vibrační generátor nebylo příliš tuhé a velmi ovlivnilo modální vlastnosti konstrukce. Tento závěr je vyvozen z těchto dat obrázcích 7.15 a 7.16, kde jsou FFT ze signálu na senzoru č.1 z impulzní odezvy, kdy byla konstrukce upnutá do svěráku a FFT ze signálu z 12 měření na vibračním generátoru. Hodnoty jsou následně porovnány v tabulce **??**, kde je možné vidět, že naměřené vlastní frekvence při upnutí konstrukce do svěráku se mnohem více shodují se simulovanými vlastními frekvencemi.



Obrázek 7.15: FFT ze signálu z impulsní odezvy první elektrody, kdy byla celá konstrukce upnutá do svěráku. Peaky jsou na frekvencích  $f_1 = 140.45$  Hz,  $f_2 = 480.35$  Hz a  $f_3 = 790.65$  Hz



Obrázek 7.16: FFT ze signálu z 12 měření na vibračním generátoru. Peaky jsou na frekvencích  $f_1 = 109.83$  Hz,  $f_2 = 320.54$  Hz a  $f_3 = 480.85$  Hz.

	Simulace	Experiment -	Experiment
Vlastní frekvence [Hz]		upnutí do svěráku	na vibračním generátoru
1	167	140.45	109.83
2	571.5	480.35	320.54
3	926.5	790.65	480.85

Tabulka 7.7: Porovnání vlastních frekvencí z experimentu a simulace

## 8 Závěr

Diplomová práce se zabývá výpočtovou analýzou rozložení piezoelektrických PVDF filmů na vibrující konstrukci s cílem určit nevhodnější oblasti pro jejich umístění vhledem k dané aplikaci – Energy Harvesting a Structural Health Monitoring. Větší pozornost je zde věnována senzorickým aplikacím. Byl nejprve proveden teoretický úvod k problematice piezoelektricity. Následně byla provedena rešerše článků týkajících se využití piezoelektrických materiálů pro obě zmíněné aplikace. V hlavní části práce byla za pomocí metody konečných prvků provedena výpočtová analýza rozložení piezoelektrických PVDF filmů. Z výpočtové analýzy v kapitole 6 plyne několik závěrů. Pro generování maximálního elektrického výkonu z piezoelektrického filmu je nejprve nutné zjistit jeho optimální elektrický odpor. Z výsledků simulací plyne, že velikost optimálního elektrického odporu je nepřímo úměrná velikosti piezoelektrického elementu, klesá s frekvencí kmitání struktury a jeho velikost nezávisí na poloze piezoelektrického materiálu na kmitající struktuře. Pro dosažení maximálního generovaného výkonu je výhodné umístit piezoelektrické filmy do oblastí s maximálním přetvořením, naopak je vhodné se vyhnout oblastem, kde deformace mění znaménko. Na základě těchto faktů byly navrženy konfigurace PVDF filmů vhodné pro obě zmíněné aplikace.

V podkapitolách 7.1.4 a 7.2.5 byly porovnány elektro-mechanické odezvy na senzorech získané pomocí numerické simulace a pomocí experimentu. Na konstrukci A (kap. 7.1.4) se podařilo dosáhnout velmi dobré shody simulovaných hodnot přetvoření s reálnými přetvořeními naměřených pomocí tenzometrů při kmitaní konstrukce na 1. vlastní frekvenci. Co se týká PVDF snímačů, zde se podařilo dosáhnout velmi dobré shody simulovaných hodnot elektrických napětí (a elektrických výkonů) experimentem pouze na některých snímačích (4,5 a 8), u ostatních PVDF snímačů se odchylka pohybuje od 20–40 % důvodem je zřejmě nekonzistentní kvalita komerčně dostupných PVDF snímačů s různými piezo-elektrickými charakteristikami. U kmitání na vyšších módech jsou odchylky od numerické simulace značné. Odchylky nebyly způsobeny špatnou kvalitou snímačů, ale především plechem. Jako pozitivní však lze vnímat, že normalizovaná amplitudo-frekvenční charakteristika, získaná pomocí PVDF snímačů korespondovala s tou, která byla naměřená pomocí tenzometrů.

Na konstrukci B opět panovala dobrá shoda výsledků experimentu a simulace při kmitání na prvním módu. Při vyšších módech byly pozorovány odchylky. Důvod je zřejmě ten, že samotné upnutí konstrukce na vibrační generátor nebylo příliš tuhé a mělo velký vliv na modální vlastnosti celé konstrukce. Pozitivní však je, že je tato technologie funkční a signál těchto PVDF filmů je velmi dobře měřitelný.

Z dosažených výsledků lze usoudit, že PVDF filmy lze, při správných konfiguracích, využít u obou zmiňovaných aplikacích.

# Seznam obrázků

2.1	Jednoduchý molekulový model k vysvětlení mechanismu přímého piezo- elektrického jevu	10
$2.2 \\ 2.3$	Konvence značení směrů při popisu piezoelektrických materiálů Pracovní módy piezoelektrických materiálů - mód 31 vlevo a mód 33 vpravo	$\begin{array}{c} 11 \\ 13 \end{array}$
3.1	Polarizace piezoelektrického materiálu	15
3.2	Hysterezní křivka polarizace piezoelektrického materiálu	16
3.3	Ilustrace VCP polymeru a amorfního BPP polymeru	17
3.4	Průřez AFC a MFC kompozitem	18
3.5	Přehled Energy harvesting technologií	20
3.6	Schéma experimentu	20
3.7	Schéma experimentu z článku [3]	21
3.8	Konfigurace experimentu (vpravo), rozdělení desky do sub regionů (vlevo).	22
3.9	Srovnání výsledků Experimentální modální analýzy z článku [19]	23
6.1	Konstrukce A - vlevo, Konstrukce B - vpravo	29
6.2	Geometrie konstrukce A s rozmístěnými PVDF filmy	30
6.3	Nastavení okrajových podmínek na desce	31
6.4	Modální analýza konstrukce s rozmístěnými piezoelektrickými elementy (prvních 10 vlastních frekvencí a tvarů). Na obrázcích jsou uvedeny vlastní frekvence a v závorce je uvedena vlastní frekvence bez piezoelektrických elementů	32
6.5	Amplituda výchylky ve směru osy $z$ během harmonického kinematického buzení konstrukce	32
6.6	Závislost velikosti optimálního odporu na velikosti plochy piezoelektrického	
	filmu	33
6.7	Závislost středního výkonu na připojeném rezistoru	34
6.8	Závislost velikosti optimálního odporu na velikostech koeficientu permiti-	
	vitách $\epsilon_{33}$ a $\epsilon_{11}$	34
6.9	Závislost velikosti optimálního odporu na velikostech koeficient u $d_{33},d_{13}$ a	
	$d_{15}$	35
6.10	Studované konfigurace	35
6.11	Elektro-mechanické odezvy PVDF filmů na vibrující desce	36
6.12	Závislost celkového středního výkonu na připojené zátěži	37
6.13	Závislost amplitudy napětí na prostředním PVDF elementu	37
6.14	Závislost středního výkonu generovaného prostředním PVDF elementem	
	(Obr. 6.10 žlutě) na připojené zátěži $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$	38
6.15	Závislost středního výkonu na připojené zátěži pro různé konfigurace pie- zoelektrických filmů	38

6.16	Návrh rozložení PVDF filmů pro maximální generovaný elektrický výkon.	
	Vpravo je geometrie PVDF filmů. Vlevo jsou elektrody umístěny na desku,	
	kde je vykresleno přetvoření v ose x $\epsilon_x$ při kmitání na prvním módu	39
6.17	Celkový střední elektrický výkon v závislosti na odporu na elekrodách podle	
	schématu na obrázku 6.16	39
6.18	Návrh umístění PVDF filmů a tenzometrů na danou strukturu	41
6.19	Návrh umístění PVDF filmů a tenzometrů na desce	41
6.20	Simulované elektro-mechanické odezvy desky a piezoelektrických PVDF	
	elementů pro 1. 3. a 8. mód	42
6.21	Geometrie konstrukce	43
6.22	Konstrukce s PVDF filmem se dvěma elektrodami – okrajové podmínky	44
6.23	Modální analýza konstrukce B s PVDF fólií	45
6.24	Harmonická analýza konstrukce B s PVDF folií	45
6.25	Návrh rozložení elektrod z hlediska senzorických aplikací. Na obrázcích je	
	vykresleno přetvoření v ose X $\epsilon_x$	46
6.26	Geometrie elektrod s číselným označením	47
6.27	Napěťové odezvy na elektrodách při harmonickém kmitání na prvních 3	
	vlastních frekvencích pro všechny pozice přidané hmotnosti	47
7.1	Rozvržení experimentu při experimentálním určení koeficientu útlumu	48
7.2	Data z modální analýzy desky, pro určení koeficientu tlumení	49
7.3	Konstrukce s umístěnými senzory	50
7.4	Konstrukce osazená na vibračním generátoru	50
7.5	Signál z akcelerometru, harmonické buzení s amplitudou 1g a frekvenčním	
	přejezdem 50-70 Hz	51
7.6	Signály z tenzometrů, při harmonickém buzení s amplitudou 1 g a frek-	
	venčním přejezdem 50-70 Hz.	51
7.7	Signály z PVDF filmů, při harmonickém buzení s amplitudou 1 g a frek-	
	venčním přejezdem 50-70 Hz	52
7.8	Deska s elektrodami a připojenými kontakty	54
7.9	Deska s elektrodami a připojenými kontakty	54
7.10	Elektrické napětí generované na první elektrodě, jakožto odezvy na tři po	
	sobě jdoucích jednotkové impulsy	55
7.11	Impulsní odezva první elektrody po aplikaci filtru typu dolní propust dru-	
	hého řádu s mezní frekvencí 300 Hz	56
7.12	Konstrukce na vibračním generátoru	56
7.13	Signály z PVDF filmů při frekvenčním přejezdu 50-550 Hz a zpět s ampli-	
	tudou 1 g rychlostí 8.3 Hz/s [500 Hz/ min $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	58
7.14	Signály z PVDF filmů při frekvenčním přejezdem 50-550 Hz	59
7.15	FFT ze signálu z impulsní odezvy první elektrody, kdy byla celá konstrukce	
	upnutá do svěráku	61
7.16	FFT ze signálu z 12 měření na vibračním generátoru	61

# Seznam tabulek

3.1	Srovnání nejznámějších piezoelektrických materiálů $\ .\ .\ .\ .\ .\ .$	14
5.1	Použité elementy a jejich charakteristika [37]	27
$6.1 \\ 6.2 \\ 6.3 \\ 6.4$	Rozměry konstrukce A	30 30 30 38
6.5	Celkové střední výkony generované PVDF elementy na vibrující struktuře (pro různé konfigurace)	40
6.6	Simulované amplitudy napětí s střední generovaný výkon na PVDF ele- mentech.	42
6.7	Simulované přetvoření na tenzometrech (počítáno, jako průměrné přetvoření v ose x $\epsilon_x$ v místě tenzometru)	42
$\begin{array}{c} 6.8 \\ 6.9 \end{array}$	Rozměry kontrukce B	43 44
$\begin{array}{c} 6.10\\ 6.11\end{array}$	Materiálové charakteristiky uvažovaného PVDF materiálu Simulované amplitudy napětí na jednotlivých elektrodách při harmonickém kmitání na prvních třech vlastních frekvencích s amplitudou 1 g, s přidanou	44
6.12	hmotností na 1. pozici. Hodnoty jsou uvedeny ve Voltech Simulované Amplitudy napětí na jednotlivých elektrodách při Harmonic- kém kmitání na prvních třech vlastních frekvencích s amplitudou 1 g, s přidanou hmotností na 2. pozici. Hodnoty jsou uvedeny ve Voltech	46 47
$7.1 \\ 7.2$	Srovnání naměřených přetvoření s daty ze simulace	52
7.3	lace. Hodnoty jsou uvedeny ve Voltech	53 53
7.4 7.5	Srovnání naměřených přetvoření s daty ze simulace	53
7.6	1 g, s přidanou hmotností na 2. pozici. Hodnoty jsou uvedeny ve Voltech . Normalizované maximální amplitudy napětí na jednotlivých elektrodách při Harmonickém kmitání s frekvenčním přejezdu přes první vlastní frek- venci s amplitudou 1 g, s přidanou hmotností na 2. pozici. Hodnoty jsou	60
7.7	uvedeny ve Voltech	60 61

# Seznam veličin

$g_{ii}$	$[Vm^{-1}]$	Piezoelektrický napěťový koeficient
$d_{ii}$	$[CN^{-1}]$	Piezoelektrický napěťový koeficient
$\epsilon_{ii}$	[-]	Permitivita
$k_{ii}$	[—]	iezoelektrický coupling koeficient
$c_{ij}$	$[mN^{-1}]$	Elastická poddajnost
$ {Q}$	[_]	Q-faktor
$\dot{E}$	[MPa]	Youngův modul pružnosti
$\mu$	[_]	Poissonovo číslo
T	[Pa]	Mechanické napětí
$\{T\}$	[Pa]	Vektor mechanického napětí
$\{D\}$	[C]	Vektor elektrického toku
$[C^{E}]$	$[mN^{-1}]$	Matice poddajnosti při konstantním elektrickém poli
$[\epsilon^S]$	[_]	Permitivita za konstantního mechanického přetvoření
old S	[_]	Vektor přetvoření
$oldsymbol{E}$	$[NC^{-1}]$	Vektor elektrické intenzity
f	[Hz]	Frekvence
$\tilde{P}$	[W]	Elektrický výkon
$oldsymbol{U}$	[V]	Elektrické napětí
I	[A]	Elektrický proud
$oldsymbol{R}$	[Ohm]	Elektrický Odpor

## Seznam zkratek

- ${\bf MKP}~$ Metoda konečných prvků
  - **EH** Energy Harvesting
- **SHM** Structural Health Monitoring
- **PVDF** Polyvinylidenfluorid
  - $\mathbf{PZT}$  Lead Zirconate Titanate
  - **BPP** Bulk piezoelectric polymers (BPP)
  - VCP Voided charged polymers
  - MFC Macro Fibre Composit
  - **AFC** Active Fibre Composit
    - **EH** Energy harvesting
  - **SHM** Structural health monitoring
  - EMA Experimentální modální analýza
  - SISO Single-Input Single-Output
- SIMO Single-Input Multiple-Output

## Literatura

- [1] ARNAU A., SOARES D. (2009) Fundamentals of Piezoelectricity. In: Vives A.A. (eds) Piezoelectric Transducers and Applications. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-77508-9\_177
- [2] How Piezoelectricity Works. 2016. *Autodesk* [online].[cit 2022-05-18] Dostupné z: https://www.autodesk.com/products/eagle/blog/piezoelectricity/
- [3] HADAŠ, Z.; RUBEŠ, O.; TOFEL, P.; MACHŮ, Z.; ŘÍHA, D.; ŠEVEČEK, O.; KAŠTYL, J.; SSOBOLA, D.; ČÁSTKOVÁ, K. Piezoelectric PVDF Elements and Systems for Mechanical Engineering Applications. In: 2020 19th International Conference on Mechatronics—Mechatronika, ME 2020; Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.: Prague, Czech Republic, 2020.
- [4] Fundamentals of Piezo Technology. 1996. *Piceramic* [online]. Germany. [cit 2022-05-18] Dostupné z: https://www.piceramic.com/en/expertise/piezo-technology/fundamentals/
- [5] Q factor. 2021. *Wikijii* [online].[cit 2022-05-18] Dostupné z: https://wikijii.com/wiki/q\_factor
- [6] HAO, W., ABBAS, J., Piezoelectric energy harvesting from pavement In: Publishing Series in Civil and Structural Engineering, 2020, s67-382, DOI: 10.1016/B978-0-12-818981-8.00014-X. ISBN 9780128189818, Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B978012818981800014
- BAUER, S., BAUER, Francois HEYWANG, Walter LUBITZ, Karl WERSING, Wolfram. (2008). *Piezoelectric Polymers and Their Applications*. 10.1007/978-3-540-68683-5\_6.
- [8] BATRA, A., ALOMARI. A. Power harvesting via smart materials. Bellingham, Washington, USA: SPIE Press, 2017. ISBN 978-151-0608-504.
- [9] JAIM, A., PRASHANTH K.J, SHARMA, A.K., Jain, A. and P.N, R. (2015), Dielectric and piezoelectric properties of PVDF/PZT composites: A review. Polym Eng Sci, 55: 1589-1616. https://doi.org/10.1002/pen.24088
- [10] *Piezoelektricity.* 2021. American Piezo. [online].[cit 2022-05-18] Dostupné z: https://www.americanpiezo.com/knowledge-center/piezotheory/piezoelectricity.html
- [11] *Piezoelectric Crystals.* 2022. Kadco Keramics [online].[cit 2022-05-18] Dostupné z: https://www.kadcoceramics.com/piezoelectric-crystals/

- [12] Piezoelectric Materials: Crystal Orientation and Poling Direction. 2022. Comsol [online]. [cit 2022-05-18] Dostupné z: https://www.comsol.com/blogs/piezoelectricmaterials-crystal-orientation-poling-direction/
- [13] Application of piezoelectric ceramics. [online].APC International., 2016 [cit 2022-02-23]. Dostupné z: https://www.americanpiezo.com/knowledge-center/piezo-theory/applications.html.
- [14] WHAT IS "PZT"?. 2021. American Piezo [online]. [cit 2022-02-23] Dostupné z: https://www.americanpiezo.com/piezo-theory/pzt.html
- [15] MAEDER, M.D., DAMJANOVIC, D. SETTER, N. Lead Free Piezoelectric Materials. J Electroceram 13, 385–392 (2004). https://doi.org/10.1007/s10832-004-5130-y
- [16] RAMADAN, K.,SAMEOTO, D. a EVOY, S . A review of piezoelectric polymers as functional materials for electromechanical transducers. Smart Materials and Structures. IOP Publishing, 2014, 23(3), 033001. DOI: 10.1088/0964-1726/23/3/033001. ISSN 0964-1726. Dostupné také z: http://dx.doi.org/10.1088/0964-1726/23/3/033001
- [17] SMITH, M., SOHINI K. (2022) Piezoelectric polymers: theory, challenges and opportunities, International Materials Reviews, 67:1, 65-88, DOI: 10.1080/09506608.2021.1915935
- [18] HADAŠ, Z., RUBEŠ, O., TOFEL, P., MACHŮ, Z., ŘÍHA, D., ŠEVE-ČEKK, O., KASTYL, J., SOBOLA, D., ČASTKOVÁ, K. (2020). Piezoelectric PVDF Elements and Systems for Mechanical Engineering Applications. 10.1109/me49197.2020.9286689.
- [19] BREGARD, T., STARC, B., ČEPON, G., BOLTEŽAR, M. (2021). On the Use of PVDF Sensors for Experimental Modal Analysis. In: Dilworth, B., Mains, M. (eds) Topics in Modal Analysis Testing, Volume 8. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-47717-2\_28
- X., ZHANG, [20] LIN, Х., ZHOU, Κ., ZHANG, D., Development, moandapplication of piezoelectric fiber composites. **Transactions** deling Society of Nonferrous Metals of China. 2013,23(1),98-107. DOI: https://doi.org/10.1016/S1003-69 6326(13)62435-8. ISSN 1003-6326. Dostupné také z: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1003632613624358
- [21] Application of piezoelectric ceramics. American Piezo [online]. [cit 2022-02-23] Dostupné z: https://www.americanpiezo.com/knowledge-center/piezo-theory/applications.html
- [22] ZELINKA, S.; HADAŠ, Z.; BADER, S.; BECKER, T.; GIJUSCIC, P.; HLINKA, J.; JANÁK, L.; KAMENAR, E.; KŠICA, F.; KYRATSI, T.; LOUCA, L.; MR-LIK, M.; OSMANOVIČ, A.; PAKRASHI, V.; RUBEŠ, O.; SEVEČEK, O.; SILVA, J.P.B.; TOFEL, P.; TRKULJA, B.; UNNTHORSSON, R.; VELAGIC, J.; VRCAN, Ž. Energy Harvesting Technologies for Structural Health Monitoring of Airplane Components—A Review. Sensors 2020, 20, 6685. https://doi.org/10.3390/s20226685

- [23] HADAŠ, Z., KŠICA, F. RUBEŠ, O. Piezoceramic patches for energy harvesting and sensing purposes. Eur. Phys. J. Spec. Top. 228, 1589–1604 (2019). https://doi.org/10.1140/epjst/e2019-800156-6
- [24] JUNDONG, S., GUANXING, Z., BO, L. JIN, W. Design optimization of PVDF-based piezoelectric energy harvesters. Heliyon 3 (2017) e00377. doi: 10.1016/j.heliyon.2017.e00377 http://dx.doi.org/10.1016/j.heliyon.2017.e003772405-8440/© 2017 The Authors. Published by Elsevier Ltd. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (http://creativecommons.org/licenses/by-ncnd/4.0/).
- [25] RUBEŠ, O., TOFEL, P., MACKU, R., SKAVRADA, P., KŠICA, F., HADAŠ, Z., *IPiezoelectric Micro-fiber Composite Structure for Sensing and Energy Harvesting Applications*, 2018 18th International Conference on Mechatronics - Mechatronika (ME), 2018, pp. 1-6.
- [26] PPAK, S., KIM, Y., JUNG, H. et al. Energy harvesting efficiency of piezoelectric polymer film with graphene and metal electrodes. Sci Rep 7, 17290 (2017). https://doi.org/10.1038/s41598-017-17791-3
- [27] CAHIL, P., HAZRA, B., KAROUMI R., MATHEWSON, A., PAKRA-SHI, V., Vibration energy harvesting based monitoring of an operational bridge undergoing forced vibration and train passage. Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 106, (2018), Pages 265-283, ISSN 0888-3270, https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.01.007.
- [28] DAVID-WEST, O., AMAFABIA, D., HARISON, G., MONTALVAO, D. (2017). A Review of Structural Health Monitoring Techniques as Applied to Composite Structures. SDHM Structural Durability and Health Monitoring. 11. 91-147. 10.3970/sdhm.2017.011.091.
- [29] QIU, L.; DENG, X.; YUAN, S.; HUANG, Y.; REN, Y. Impact Monitoring for Aircraft Smart Composite Skins Based on a Lightweight Sensor Network and Characteristic Digital Sequences. Sensors 2018, 18, 2218. https://doi.org/10.3390/s18072218
- [30] PARK, G., FARINHOLT, K., TAYLOR, S. FARRAR, C. Piezoelectric active sensing techniques for damage detection on wind turbine blades. In: Proc.SPIE. 2011, 7979. Dostupné z: https://doi.org/10.1117/12.882001
- [31] *Piezoelectrics.* Department of Applied Mechanics [online]. Dostupné z : https://www.mm.bme.hu/gyebro/files/ans\_help\_v182/ans\_thry/thy\_coup2.html
- [32] SGD-10/120-LY41. 2022. *Farnell* [online]. [cit. 2022-05-18] Dostuné z: https://uk.farnell.com/omega/sgd-10-120-ly41/strain-gauge-120-ohm-14v-17-7mm/dp/3866876
- [33] VLK, M., HOUFEK, L., HLAVOŇ, P., KREJČÍ, P. Experimentalní mechanika. VUT Brno, 2003.
- [34] Accelerometers / Vibration Sensors. PCB [online]. [cit. 2022-05-18] Dostupné z: https://www.pcb.com/sensors-for-test-measurement/accelerometers

- [35] Conductive Materials for Hybrid Circuits. Dupont [online]. Dostupné z: https://www.dupont.com/products/conductive-materials-for-hybrid-circuits.html
- [36] NI-9221 Specifications. 2022. NI [online]. [cit. 2016-04-28] Available at: https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/ni-9221-specs/page/specifications.html
- [37] ANSYS Inc. ANSYS Academic Teaching Introductory, Release 19.2, Help System 2.3. Piezoelectric Analysis.
- [38] OMG! What is OMA? Operational Modal Analysis. Siemens Comunity [online].[cit. 2022-05-18] Dostupné z: https://community.sw.siemens.com/s/article/OMG-What-is-OMA-Operating-Modal-Analysis
- [39] *Experimental Modal Analysis*. Experimental Modal Analysis [online]. [cit. 2022-05-18] Dostupné z: https://www.experimentalmodalanalysis.com/