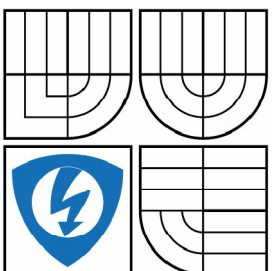


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY  
A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND  
COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

## MĚŘENÍ TEPELNÉ VODIVOST

*BAKALÁŘSKÁ PRÁCE*

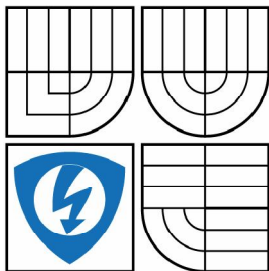
AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Tomáš Herr

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

doc. Ing. Petr Beneš, Ph. D.

BRNO 2013



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY  
A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND  
COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor

**Automatizační a měřicí technika**

**Student:** Tomáš Herr

**ID:** 98661

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2012/2013

**NÁZEV TÉMATU:**

**Měření tepelné vodivosti**

## POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s principem měření tepelné vodivosti materiálů stacionárními a nestacionárními metodami. Proveďte průzkum trhu s měřicími přístroji pro měření tepelné vodivosti materiálů. Teoreticky zpracujte problematiku nestacionárních metod a vybrané nestacionární metody experimentálně ověřte. Prakticky realizujte laboratorní přípravek s příloženým snímačem pro měření tepelné vodivosti materiálů nestacionární metodou a ověřte jeho vlastnosti.

## DOPORUČENÁ LITERATURA:

ČSN 72 1105 : 1990. Stanovení součinitele tepelné vodivosti metodou nestacionárního tepelného toku. Praha: Český normalizační institut, 1990.

**Termín zadání:** 11.2.2013

**Termín odevzdání:** 9.8.2013

**Vedoucí práce:** doc. Ing. Petr Beneš, Ph.D.

**Konzultant semestrální práce:**

**doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.**

*Předseda oborové rady*

## UPOZORNĚNÍ:

Autor semestrální práce nesmí při vytváření semestrální práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb

## **Abstrakt**

Bakalářská práce se zabývá teorií měření tepelné vodivosti a popisem principů měření různými metodami. Metody jsou rozděleny na stacionární, nestacionární, s liniovými zdroji a s bodovými zdroji. Část práce je věnována průzkumu trhu s přístroji na měření tepelné vodivosti.

V praktické části práce je pozornost věnována návrhu experimentu, provedení samotného měření a vyhodnocení výsledků. Princip experimentu je založen na nestacionárním měření pomocí liniového přímkového zdroje pracujícího v pulzním režimu.

## **Klíčová slova**

Teplená vodivost, stacionární měření, nestacionární měření, snímač tepelných veličin, Fourierův zákon, bodový zdroj tepla, liniový zdroj tepla

## **Abstract**

This bachelor thesis is focused on measurement of thermal conductivity and description of measurement principles by different methods. These methods are divided into stationary, unsteady, with linear sources and with point sources. Partially is this thesis dedicated to the research of the market with devices measuring thermal conductivity, other part is creating an overview of Czech national norms.

The practical part is dedicated to an experiment proposal, realization of measurement itself and final validation of results. The principle of the experiment is based on non-stationary measurement made by line-linear source which is working on pulse mode.

## **Keywords**

Thermal conductivity, measurement of stationary, non-stationary measurements of thermal sensor variables, Fourier's law, point source of heat, line source of heat

## **Bibliografická citace:**

HERR, T. *Měření tepelné vodivosti*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 62 s. Vedoucí bakalářské práce byl doc. Ing. Petr Beneš, Ph. D..

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma *Měření tepelné vodivosti* jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: **27. května 2013**

.....

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Petru Benešovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne: **27. května 2013**

.....

# Obsah

1.	Úvod .....	9
2.	Teoretická část.....	11
2.1.	Mechanismy šíření tepla.....	11
2.1.1.	Šíření tepla vedením.....	11
2.1.2.	Šíření tepla prouděním .....	13
2.1.3.	Šíření tepla sáláním .....	13
2.2.	Senzory tepelných veličin .....	14
2.2.1.	Kovové odporové senzory .....	14
2.2.2.	Polovodičové odporové senzory .....	17
2.2.3.	Termoelektrické články .....	20
2.2.4.	Dilatační teploměry .....	21
2.2.5.	Speciální senzory teploty.....	22
2.2.6.	Bezdotykové měření tepla .....	22
2.3.	Měření tepelné vodivosti.....	27
2.3.1.	Absolutní stacionární bez-zdrojové metody .....	27
2.3.2.	Relativní stacionární bez-zdrojové metody .....	29
2.3.3.	Nestacionární metody regulárního stavu I. a II. druhu .....	31
2.3.4.	Nestacionární metody s konstantní počáteční teplotou .....	32
2.3.5.	Nestacionární metoda horkého drátu.....	33
2.3.6.	Bodové zdroje .....	34
2.3.7.	Liniové zdroje .....	35
3.	Průzkum trhu .....	39
3.1.	Přístroje firmy HUKSEFLUX Thermal Sensors .....	39
3.1.1.	THASYS.....	39
3.1.2.	THISYS .....	40
3.1.3.	MTN01 .....	40
3.2.	Přístroje firmy Applied Precision .....	41
3.2.1.	Isomet 2114 .....	41
3.3.	Přístroje firmy Showa Denko .....	42
3.3.1.	Shotherm QTM .....	42
3.4.	Senzory firmy Captec.....	42

3.4.1.	Ultratenké senzory tepelného toku .....	42
3.4.2.	Ultratenké senzory zářivého toku.....	43
3.4.3.	Senzory tepelné vodivosti (Quick thermal conductivitymeter).....	43
3.5.	Přístroje firmy C-Therm technologies.....	44
3.5.1.	C-THERM CTi thermal conductivity Analyzer .....	44
3.6.	Přístroje firmy TeKa .....	44
3.6.1.	Přístroj TK04 .....	44
4.	Praktická část.....	46
4.1.	Měření tepelné vodivosti s použitím přímkového liniového zdroje pracujícího v pulzním režimu .....	46
4.1.1.	Cíl měření .....	46
4.1.2.	Teoretický rozbor .....	46
4.1.3.	Schéma zapojení .....	47
4.1.4.	Průběh měření .....	48
4.1.5.	Výsledky měření .....	50
4.1.6.	Chyby měření.....	53
4.1.7.	Nepříznivé vlivy na měření.....	54
4.2.	Měření tepelné vodivosti s použitím bodového zdroje pracujícího v pulzním režimu .....	55
4.2.1.	Cíl měření .....	55
4.2.2.	Teoretický rozbor .....	55
4.2.3.	Schéma zapojení .....	56
4.2.4.	Průběh měření .....	56
4.2.5.	Výsledky měření .....	56
5.	Závěr .....	58



# 1. ÚVOD

Tato bakalářská práce je věnována problematice měření tepelných veličin, zejména pak měření parametru zvaného koeficient tepelné vodivosti. Tento parametr bude dále v textu nazýván zkráceně jako tepelná vodivost.

Teoretická část je rozdělena do několika kapitol. V první řadě je věnován prostor pro teorii mechanismů šíření tepla, matematickému popisu těchto principů a pro názornost jsou vloženy obrázky, znázorňující popsané děje. Po stručném uvedení do problematiky přenosu tepelné energie ve hmotě je další část věnována snímačům tepelných veličin. Tyto snímače jsou rozděleny podle principu činnosti, přičemž hlavní pozornost je věnována polovodičovým a odporovým snímačům. Polovodičový snímač je pak použit i v rámci praktické části, kdy je pomocí NTC termistoru zaznamenáván průběh teplotní funkce, podle kterého se potom výpočtem (popsaném v příslušné kapitole) určí tepelná vodivost zkoumaného materiálu. Dále jsou zmíněny termoelektrické články, dilatační teploměry a další speciální snímače, které pro praktické účely v rámci této práce nejsou nezbytné, ale jsou uvedeny pro úplnost. Následující snímače popisované v této práci jsou již určeny k bezdotykovému měření tepelných veličin. Z bezdotykových měřících přístrojů je věnována pozornost zejména termovizním systémům. Následující část je věnována samotným metodám měření tepelné vodivosti. Takovýchto metod existuje nesčetné množství v mnohých úpravách pro různé případy, proto je pozornost věnována pouze některým z nich. Hlavní pozornost je pak věnována nestacionárním metodám měření a metodám využívajících některý z uvedených typů tepelných zdrojů. V podkapitolách této části je možno nalézt několik tabulek, ve kterých se nachází tvary jednotlivých teplotních funkcí, potřebných k výpočtu tepelné vodivosti. Forma tabulek byla zvolena z důvodu přehlednosti.

Třetí část práce je věnována průzkumu trhu s přístroji sloužícími k měření tepelných veličin. Informace použité v této kapitole jsou čerpány z webových stránek jednotlivých výrobců a jsou veřejně dostupné. Principy jednotlivých přístrojů jsou popsány v některých případech lépe v některých hůře. Příčinou je to, že někteří výrobci poskytli na svých webových stránkách více informací nežli jiní. Například výrobce přístroje TK04 (společnost TeKa) využívá pro tento přístroj podobného principu měření tepelné vodivosti, jako je použit v této práci v rámci praktické části.

Poslední část je věnována praktické části. Ta se skládá z několika měření vybranou metodou měření. Jedná se o nestacionární metodu s využitím pulzního zdroje tepla. V jednom případě se jedná o zdroj liniový a v druhém případě se jedná o bodový zdroj. Měření proběhlo na několika různých vzorcích. Průběhy tepelných funkcí včetně tabulek s naměřenými

hodnotami a výpočty, které vedli ke stanovení tepelné vodivosti, jsou uvedeny rovněž v rámci praktické části.

Závěr se věnuje rozboru výsledku měření a zhodnocení celé práce.

Součástí této práce je i CD na kterém se nachází tato bakalářská práce v elektronické podobě, včetně příloh.

## 2. TEORETICKÁ ČÁST

### 2.1. Mechanismy šíření tepla

#### 2.1.1. Šíření tepla vedením

Vedení je způsob šíření tepla v pevných látkách, jejichž různé části mají různé teploty. Teplo se vedením šíří také v plynných a kapalných látkách, kde se však v mnohem větší míře uplatňuje šíření tepla prouděním. Částice látky s vyšší kinetickou energií předávají část své pohybové energie sousedním částicím s nižší kinetickou energií. K tomu dochází prostřednictvím srážek částic, přičemž částice se v objemu hmoty nepohybují, pouze oscilují kolem své rovnovážné polohy. [5]

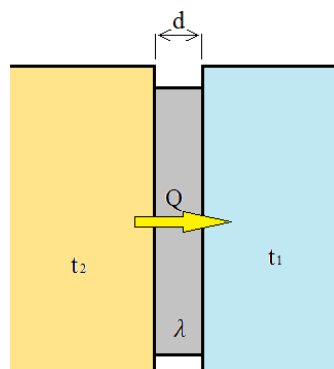
Rychlost s jakou se teplo v prostředí šíří určuje tzv. tepelná vodivost, porovnání látek pak umožňuje součinitel tepelné vodivosti, bývá značen jako  $\lambda$  a jeho rozměr je  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ . Podle hodnoty  $\lambda$  lze látky rozdělit na *tepelné vodiče* a *tepelné izolanty*. Vedení tepla lze rozdělit z hlediska dynamiky na *ustálené* a *neustálené vedení tepla*. [1]

V případě ustáleného (stacionárního) vedení tepla se teplotní rozdíl mezi jednotlivými částmi tělesa v čase nemění. Podíl rozdílu teplot, kdy  $t_1$  je teplota na teplém konci látky (vzorku) a  $t_2$  na studeném konci a vzdálenosti obou konců je  $d$  se nazývá *teplotní spád* nebo také *teplotní gradient*, jeho rozměrem je  $(K/m)$  nebo  $(K/^\circ C)$ . [4]

$$\text{grad } t = \frac{t_2 - t_1}{d} \quad 2.1.1$$

Množství přeneseného tepla  $Q$  libovolným kolmým průřezem látky za čas  $\tau$  je pak roven:

$$Q = \lambda \cdot S \frac{t_2 - t_1}{d} \cdot \tau \quad [J] \quad 2.1.2$$



Obrázek 1 Vedení tepla[4]

Teplo procházející plochou  $S$  určuje tzv. tepelný tok. Množství tepla  $Q$ , které projde plochou za čas, se nazývá *hustota tepelného toku*. [4]

$$q = \frac{Q}{\tau S} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right] \quad 2.1.3a$$

Po dosazení pak platí:

$$q = \lambda \frac{t_2 - t_1}{d} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right] \quad 2.1.3b$$

Pokud vzdálenost  $d$  zmenšujeme na  $dx$ , pak se změni na této vrstvě teplota o  $-dt$ , pak lze vztah pro hustotu tepelného toku přepsat na:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right] \quad 2.1.3c$$

Teplotní gradient však může měnit nejen ve směru osy  $x$  ale i v jiných směrech. Jedná se o vektorovou veličinu což lze pomocí operátoru gradientu zapsat:

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad } t \quad 2.1.4$$

Tento vztah je známý jako *Fourierův zákon*. [1]

Při neustáleném (nestacionárním) vedení tepla dochází ke změně teploty v jednotlivých částech tělesa. Uvažujme případ vedení tepla deskou, které nastane při náhlém zvýšení teploty na jednom povrchu desky. Desku můžeme rozdělit na plochy o tloušťce  $\Delta x$ . Hodnota tepelného toku ve všech deskách nebude stejná, jako by tomu bylo v případě ustáleného vedení. To je zapříčiněno tím, že část tepla, které do vrstvy vstoupí, se spotřebuje na její ohřátí. O toto teplo je pak tok v následující vrstvě nižší. Teplo, které do vrstvy vstoupí, je rovno:

$$Q_1 = q_1 S \Delta \tau \quad [J] \quad 2.1.5a$$

Teplo které ze stejné vrstvy vystoupí je rovno:

$$Q_2 = q_2 S \Delta \tau \quad [J] \quad 2.1.5b$$

Teplota vrstvy se tedy zvýší:

$$Q_1 - Q_2 = (q_1 - q_2) S \Delta \tau = -\Delta q S \Delta \tau \quad 2.1.5c$$

Pokud je měrná tepelná kapacita vrstvy  $c$  a její hmotnost je  $\Delta m = \rho S \Delta x$ , kde  $\rho$  je hustota vrstvy pak platí:

$$Q_1 - Q_2 = c \Delta m \Delta t \quad 2.1.5d$$

Z předchozích vztahů pak dostaneme rovnici:

$$-\Delta q \Delta \tau = c \rho \Delta x \Delta t \quad 2.1.6a$$

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right] \quad 2.1.6b$$

Derivací vztahu pak dostaneme:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad 2.1.7$$

Pro časovou změnu střední teploty vrstvy dostaneme z těchto vztahů výraz:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad 2.1.8$$

Tento vztah představuje jednorozměrnou diferenciální rovnici vedení tepla. Tuto rovnici lze zobecnit pro vícerozměrný případ:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} - \frac{\lambda}{\rho c} \nabla^2 t = 0 \quad 2.1.9$$

Fundamentální řešení rovnice tepla v n-rozměrech je:

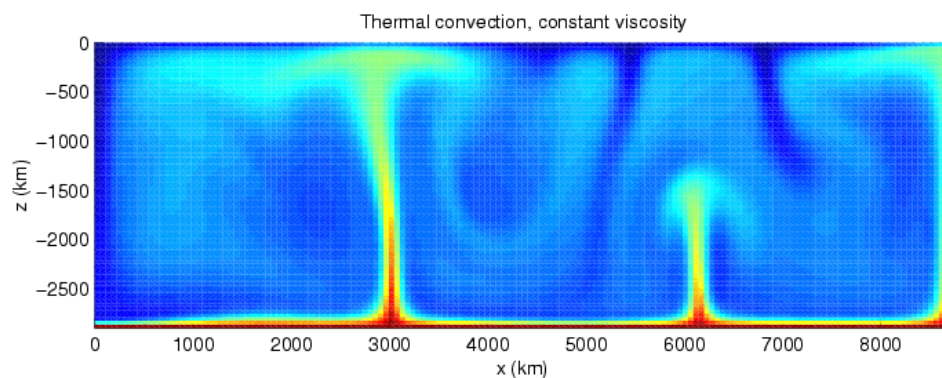
$$\phi(x, \tau) = \frac{X(0, \infty)(\tau)}{(4\pi\tau)^{n/2}} e^{-\frac{|x|^2}{4\alpha\tau}} \quad 2.1.10$$

Pro zjednodušení se zavádí veličina *teplotní vodivost*, která bývá značena jako *k*, někdy také jako *a*. Tato veličina udává, jak snadno se v látce vyrovnávají teplotní rozdíly. [5]

$$k = \frac{\lambda}{\rho c} \quad \left[ \frac{m^2}{s} \right] \quad 2.1.11$$

### 2.1.2. Šíření tepla prouděním

Přenos tepla prouděním je charakteristické pro plynné nebo tekuté látky. Proudění může být vyvoláno uměle, například ventilátorem, nebo přirozeně vlivem sdílení tepla. Zahříváme-li plynnou nebo kapalnou látku ze spodu, pak se zmenšuje její hustota, tím pádem (podle Archimédova zákona) zahřátá část látky stoupá v objemu vzhůru a na uvolněné místo se posune látka nezahřátá. Zahřátá část látky, která stoupá vzhůru, se vlivem okolního prostředí tvořeného chladnější látkou a rostoucí vzdálenosti od zdroje tepla ochladí a zase klesá, přičemž část látky, která byla vespod objemu, se mezitím zahřála a opět stoupá vzhůru. Toto probíhá pořád dokola. Takovýto děj se nazývá proudění. [4]



Obrázek 2 Model tepelné konvekce v zemském plášti [6]

### 2.1.3. Šíření tepla sáláním

Sálání nebo také záření je proces, při kterém látka emituje energii do prostoru ve formě elektromagnetického záření. Na rozdíl od přenosu tepla vedením nebo prouděním není přenos tepla sáláním podmíněn látkovým prostředím, to znamená, že k tomuto jevu dochází i ve vakuu.

Výkon vyzařujícího předmětu závisí na jeho povrchu  $S$  a teplotě  $T$  v kelvinech a je dán *Stefan-Boltzmannovým zákonem*:

$$P_r = \sigma \varepsilon S T^4 \quad 2.1.12$$

Kde  $\sigma$  je Stefan-Boltzmannova konstanta a  $\varepsilon$  je označení pro emisivitu povrchu předmětu a nabývá hodnot  $0 - 1$  podle složení a provedení povrchu. Předmět s největší emisivitou, nazýváme černý zářič nebo černé těleso. Výkon s jakým předmět absorbuje energii tepelného záření je:

$$P_a = \sigma \varepsilon S T_0^4 \quad 2.1.13$$

Předmět teploty  $T$  vyzařuje energii do okolí a současně jí přijímá. Neuvažujeme-li přínos záření odraženého je úhrnný výkon dodaný tepelným zářením:

$$P_\Sigma = P_a - P_r = \sigma \varepsilon S (T_0^4 - T^4) \quad 2.1.14$$

[6]

## 2.2. Senzory tepelných veličin

Teplotní stupnice je definována na základě trojného bodu vody, to znamená na základě rovnovážného stavu tří skupenství vody (voda, led, pára). Tato hodnota byla pevně stanovena na  $T=273.16 \text{ K}$ .

Základní jednotkou termodynamické teploty je *Kelvin [K]*. Jednotkou teploty je také *stupeň Celsia [°C]* definovaný vztahem:

$$\vartheta = T - T_0 \quad 2.2.1$$

Kde  $T_0=273.15 \text{ K}$ .

Stanovení teploty trojného bodu bylo zvoleno, tak aby platilo:

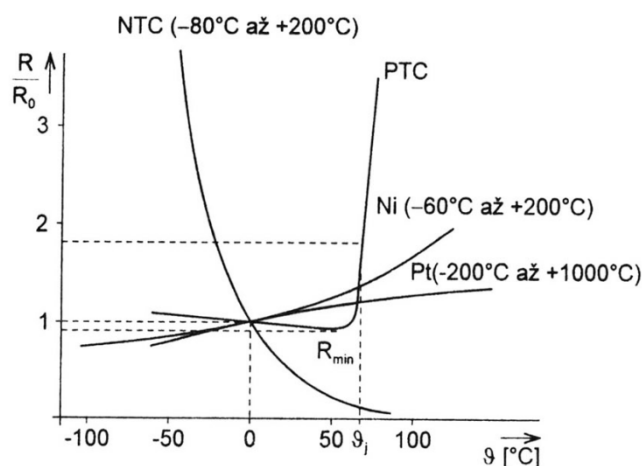
$$\Delta T = \Delta \vartheta \quad 2.2.2$$

[4]

### 2.2.1. Kovové odporové senzory

Principem kovových odporových senzorů je závislost odporu na teplotě. Základními parametry těchto snímačů jsou konduktivita, která bývá značena  $\sigma$ , teplotní součinitel odporu který bývá značen jako  $\alpha$ , poměr odporů čidla při teplotě  $100^\circ\text{C}$  a  $0^\circ\text{C}$   $\frac{R}{R_0}$ .

Odpor snímače s rostoucí teplotou ve většině případů roste, jelikož hlavní teplotně závislým parametrem je relaxační čas elektronů. [2]



Obrázek 3 Teplotní závislost odporových snímačů teploty [2]

Materiály běžně používané pro kovové snímače jsou platina, nikl a měď. Nejvyšších rozsahů jsou schopny platinové snímače -20°C až 850 °C. U snímačů kde je použit nikl je rozsah -70°C až 200 °C. Výhodou těchto snímačů je poměrně rychlá odezva a malé rozměry, nevýhodou je malý rozsah a značná nelinearita. Měděné snímače mají rozsah -50°C až 150 °C. Tyto snímače se běžně nevyrábí, jejich nevýhoda je snadná oxidace mědi, výhodou je naopak možnost přímého měření teploty vynutí elektrických strojů. [2]

Pro teplotní součinitel odporu  $\alpha$  platí následující vztah:

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{\delta R}{\delta \vartheta} \approx \frac{\Delta R}{R} \frac{1}{\delta \vartheta} [K^{-1}] \quad 2.2.3$$

Pro kovové teploměry pracující v prostředích 0 až 100 °C lze použít vztah:

$$R = R_0(1 + \alpha T) \quad [\Omega] \quad 2.2.4$$

Teplotní součinitel odporu se v praxi definuje vztahem:

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{100R_0} [K^{-1}] \quad 2.2.5$$

Přičemž  $R_0$  a  $R_{100}$  jsou hodnoty odporu při teplotě 0 a 100 °C. Pro vyšší rozsahy teplot jsou charakteristiky odporových snímačů teplot již nelineární a platí nelineární rovnice v závislosti na použitém kovu. [2]

### 2.2.1.1 Platinové senzory

Velkou výhodou platinových senzorů teploty je jejich velká chemická netečnost, časová stálost parametrů a velmi vysoká teplota tání. Měřicí odpory jsou vyráběny drátovou, tenkovrstvou a tlustovrstvou technologií. Měřicí odpor je pak zataven do keramiky případně do skla. Při měření těmito senzory dochází k systematické chybě, způsobené relativními délkovými změnami použitých materiálů. Takto způsobená chyba má charakter hystereze a její velikost nepřesahuje hodnotu  $\pm 0.25\%$ . Nejlepší stability měřicího odporu lze u platinových snímačů

dosáhnout volným uložením ve vzduchu nebo ve směsi hélia a kyslíku. Čistota platiny se posuzuje podle tzv. redukovaného odporu  $W_{100}$  a dělí se do dvou tolerančních tříd A a B dle mezinárodního doporučení IEC. [2]

$$W_{100} = \frac{R_{100}}{R_0} \geq 1.385 \quad 2.2.6$$

Třída A je stanovena pro rozsah  $-200\text{ °C}$  až  $650\text{ °C}$ . Třída B je pak stanovena pro rozsahy  $-200\text{ °C}$  až  $850\text{ °C}$ . standardní hodnota je  $100\ \Omega$  pro teplotu  $0\text{ °C}$ , ale jsou vyráběny i senzory s jinými hodnotami. Pro teplotní rozsah  $-200\text{ °C}$  až  $850\text{ °C}$  platí vztah:

$$R_{\vartheta} = [1 + A\vartheta + B\vartheta^2 + C\vartheta^3(\vartheta - 100)] \quad [\Omega] \quad 2.2.7$$

Přičemž dle IEC pltí:

$$W_{100} = 1.385$$

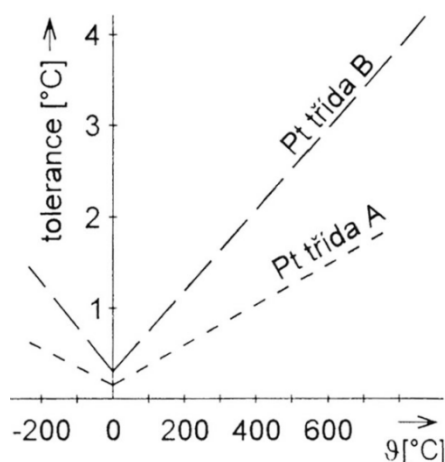
$$R_0 = 100\ \Omega$$

$$A = 3.90802 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$$

$$B = 5.802 \cdot 10^{-7}\text{ K}^{-2}$$

$$C = -4.27350 \cdot 10^{-12}\text{ K}^{-3} \text{ pro } \vartheta > 0\text{ °C}$$

$$C = 0 \text{ pro } \vartheta < 0\text{ °C}$$



Obrázek 4 Tolerance Pt standardních měřících odporů [2]

Senzory jsou vyráběny se dvěma nebo čtyřmi vývody. V případě použití dvou vodičového zapojení vzniká chyba měření vlivem parazitních odporů vývodů ze snímače. Nejistota způsobená těmito vývody se pohybuje v rozmezí hodnot  $0.1\text{ °C}$  až  $0.5\text{ °C}$ . V případě že tuto chybu nelze zanedbat se používá tří, nebo čtyřvodičové uspořádání. [2]

### 2.2.1.2 Niklové senzory

Jsou vyráběny tenkovrstvou technologií a niklová vrstva se zpracovává fotolitograficky, přičemž jmenovitý odpor je nastavován laserem. Výhodou niklových senzorů je jejich vysoká citlivost, rychlost odezvy a malé rozměry. Oproti tomu nevýhodou je malý teplotní



rozsah a nelinearita. Pro rozsah teplot od  $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $180\text{ }^{\circ}\text{C}$  platí vztah (2.2.7). Dle čistoty Ni pak konstanty použité ve vztahu nabývají různých hodnot, například:

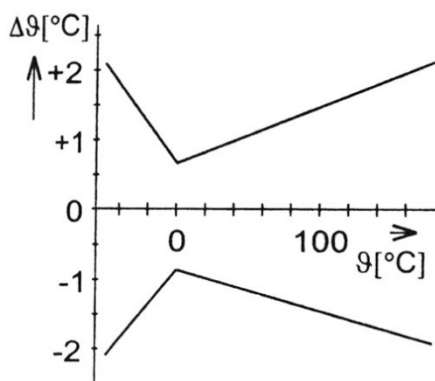
$$A = 5.49 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$B = 6.80 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-2}$$

$$C = 9.24 \cdot 10^{-9} \text{ K}^{-3} \text{ pro } \vartheta > 0\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$C = 0 \text{ pro } \vartheta < 0\text{ }^{\circ}\text{C}$$

[2]



Obrázek 5 Tolerance Ni měřících odporů [2]

### 2.2.1.3 Měděné senzory

Používají se v rozmezí teplot od  $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Vzhledem k malé rezistivitě mědi a snadné oxidaci se měděné senzory teploty běžně nevyrábí. Používají se při přímém měření teploty měděného vinutí cívky elektromotoru. Pro teplotní rozsah  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  až  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$  platí

vztah:

$$R = R_0(1 + \alpha\vartheta) \quad [\Omega] \quad 2.2.8$$

Kde  $\alpha$  je parametr závislý na čistotě mědi. [2]

### 2.2.2. Polovodičové odporové senzory

Využívají teplotní závislosti odporu PN přechodu na teplotě. Termistory můžeme rozdělit podle této závislosti na negastory (teplotní součinitel odporu je záporný, odpor tedy s rostoucí teplotou klesá) a na pozistory (teplotní součinitel odporu je kladný). Dále se termistory dělí podle struktury na amorfnní a polykrystalické. Keramická technologie umožňuje výrobu termistorů různých tvarů, např. disk, destička, kapka váleček a podobně. Výhodami jsou velká citlivost na změnu teploty, malá velikost, jednoduchý převod na napětí nebo proud. Nevýhodou je nelineární charakteristika. Linearity je možno docílit připojením kompenzačního paralelního nebo sériového odporu. Další nevýhodou je opět ztrátový výkon jako u kovových snímačů. Monokrystalické senzory se běžně vyrábí z křemíku, germania, india a podobně. Si senzory mají rozsah od  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ , senzory SiC od  $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $450\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Dalšími polovodičovými senzory jsou Diodové PN senzory, Tranzistorové PN senzory, nebo Monolitické (integrované) PN senzory. Tyto senzory mají rozsah nejčastěji -55°C až 150°C.

Závislost NTC termistoru na teplotě je dána vztahem:

$$R = Ae^{\frac{B}{T}} \quad [\Omega] \quad 2.2.9$$

Po úpravě pro dvě teploty pak dostaneme vhodnější vztah:

$$R_1 = R_r e^{B\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_r}\right)} \quad [\Omega] \quad 2.2.10$$

Kde  $R_1$  je odpor při teplotě  $T_1$ ,  $R_r$  je odpor při referenční teplotě  $T_r$ , která bývá obvykle 25 °C. Dále pak  $B$  [K] je teplotní konstanta materiálu (závislá na teplotě), hodnota této konstanty se u běžně vyráběných termistorů pohybuje v rozmezí 1500 K až 7000 K. Konstanta  $A$  [ $\Omega$ ] je pak závislá na geometrickém tvaru materiálu.

PTC termistory jsou méně běžné než NTC. Odpor pozistoru nejprve s rostoucí teplotou mírně klesá, po překročení tzv. Couriovy teploty začne exponenciálně růst, jak je znázorněno na Obrázku1. Po nárůstu asi o tři řády odpor opět začne mírně klesat. PTC termistory se používají obvykle jako dvoustavové senzory, například pro detekci překročení maximální přípustné teploty apod. [2]

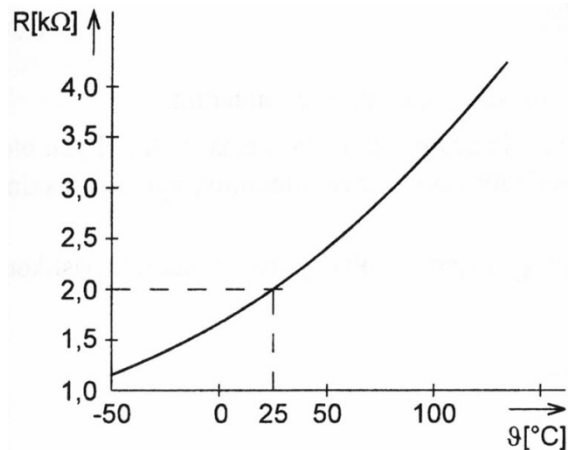
### 2.2.2.1 Monokrystalické senzory

Jsou vyráběny z křemíku, india, germánia a jejich slitin. Monokrystalické Si senzory typicky pracují v rozsahu teplot -50 °C až 150 °C, jsou vyrobeny z nevlastního polovodiče typu N s dominantní elektronovou vodivostí, pro kterou platí vztah:

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p) \quad 2.2.11$$

Kde  $\sigma$  je konduktivita,  $\mu_n$  je pohyblivost elektronů,  $\mu_p$  je pohyblivost děr,  $p$  je koncentrace děr,  $n$  je koncentrace elektronů.

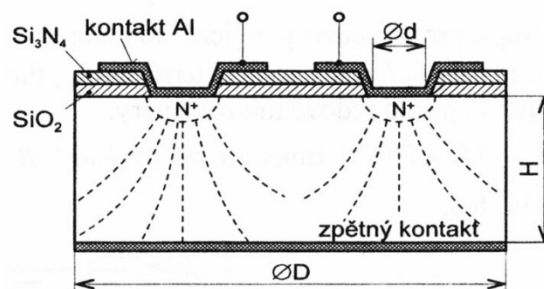
Teplotní závislost rezistivity křemíku je dána teplotní závislostí pohyblivosti nosičů náboje. S rostoucí teplotou dochází podobně jako u kovů ke zmenšování pohyblivosti nosičů náboje vlivem rozptylu nosičů na mřížce polovodiče. [2]



Obrázek 6 Charakteristika Si senzoru teploty [2]

Monokrystalické Si senzory bývají uspořádány do symetrické struktury. Toto uspořádání má tu výhodu, že odpor senzoru je nezávislý na tloušťce, kterou je technologicky obtížné přesně dodržet. Odpor senzoru je tedy dán pouze dotační koncentrací a geometrií kontaktů. Problémem je nelinearita přechodu kov-polovodič, z toho důvodu se doporučuje pracovat s měřícím proudem nepřesahujícím několik miliampérů. Teplotní závislost Si senzoru je pak dána vztahem:

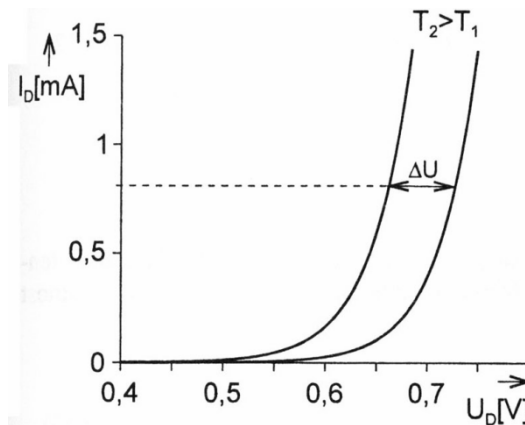
$$R = R_r + k(\vartheta - \vartheta_r)^2 \quad [\Omega] \quad 2.2.12$$



Obrázek 7 Uspořádání monokrystalického Si senzoru teploty [2]

### 2.2.2.2 Monokrystalické PN senzory

Jsou založeny na teplotní závislosti napětí PN přechodu v propustném směru. Pro výrobu diodových senzorů se používá zejména křemík, nebo také galiumarsenid. Tranzistorové PN senzory jsou založeny na podobném principu jako diodové, využívají teplotní závislosti přechodu báze-emitor na teplotě v propustném směru. [2]



Obrázek 8 Teplotní závislost PN přechodu diodového Si senzoru teploty [2]

Z Shockleyovy rovnice

$$I_D = I_S \left( e^{\frac{U_D}{mU_T}} - 1 \right) \quad [A] \quad 2.2.13$$

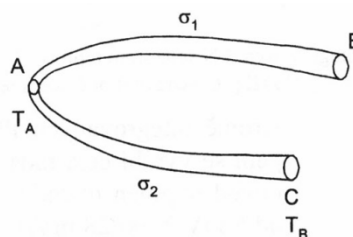
Vyplývá vztah

$$U_D = mU_T \ln \left( \frac{I_D}{I_S} + 1 \right) \quad [V] \quad 2.2.14$$

Kde  $U_D$  je napětí na PN diodě v propustném směru,  $I_S$  je saturační proud diody v závěrném směru,  $I_D$  je proud diodou v propustném směru,  $m$  je rekombinační koeficient,  $U_T$  je teplotní napětí a  $T$  je teplota v Kelvinech.[2]

### 2.2.3. Termoelektrické články

Termoelektrické články jsou založeny na Seebeckově jevu, to znamená na převodu tepelné energie na elektrickou. Tento jev vzniká tím, že v teplejší části vodiče mají nositelé náboje větší energii než ve studené části. Proto difundují ve větším množství do chladné části než nositelé náboje z chladné části do teplé. [2]



Obrázek 9 Princip termoelektrického článku [2]

Ve vodiči jehož teplota není konstantní, vzniká termoelektrické napětí. V případě že, vodičem neprotéká proud a neuplatňuje se Thompsonův a Peltiérův jev, je napětí mezi konci tohoto vodiče závislé pouze na rozdílných teplotách na jeho koncích. Toto napětí je velmi malé a velmi obtížně měřitelné. Termoelektrické články jsou složeny ze dvou drátů z různých kovů s různým Seebeckovým koeficientem. Dva konce jsou spojeny a dva rozpojeny. V místě A jsou

dráty spojeny a tento konec se přikládá k místu, jehož teplotu chceme měřit. Konce B a C jsou udržovány na stejné a známé teplotě. Pro napětí mezi konci B a C (termoelektrické napětí) lze psát vztah:

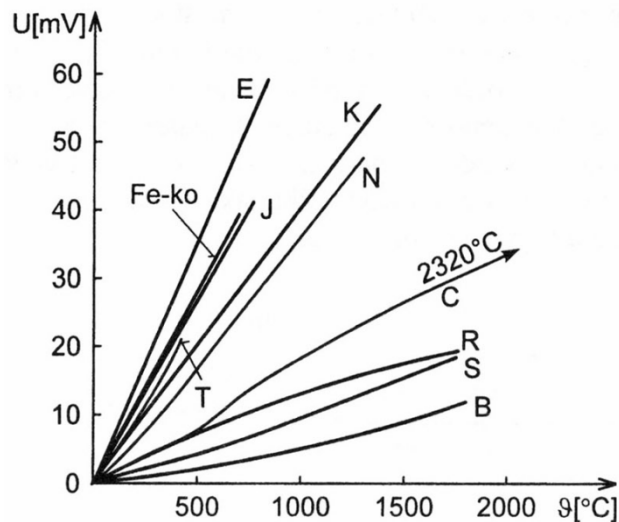
$$U_{B,C} = \int_{T_B}^{T_A} \sigma_1(T) dT + \int_{T_A}^{T_B} \sigma_2(T) dT = \int_{T_B}^{T_A} [\sigma_1(T) + \sigma_2(T)] dT = \int_{T_B}^{T_A} \sigma_{12}(T) dT$$

V technické praxi se místo relativního Seebeckova koeficientu  $\sigma_{12}$  užívá pojem termoelektrický koeficient, který se značí  $\alpha$ . Pro malý rozdíl teplot na obou koncích termoelektrického článku lze použít jednodušší vztah známý jako rovnice pro termočlánek:

$$U = \alpha_{12}(\vartheta_M - \vartheta_S) \quad [V] \quad 2.2.16$$

Kde  $\vartheta_M$  je teplota na měřicím spoji a  $\vartheta_S$  je teplota na srovnávacím spoji.

Protože napětí termočlánku vzniká v místech, kde se mění teplota po celé délce termočlánku, je nutné dbát na homogenitu materiálů, z nichž je termočlánek vyroben. [2]



Obrázek 10 Statické charakteristiky termočlánků [2]

E: NiCr - CuNi	N: NiCrSi - NiSi
Fe - ko	C: WRe5 - Wre26
J: Fe - CuNi	R: PtRh13 - Pt
T: Cu - CuNi	S: PtRh10 - Pt
K: NiCr - NiAl	B: PtRh30 - PtRh6

#### 2.2.4. Dilatační teploměry

Tyto senzory jsou založeny na teplotní roztažnosti látek (pevných, kapalných i plyných). Můžeme je rozdělit na tyčové, bimetalové, bimateriálové, skleněné, parní tlakové, plynové tlakové. [2]

Tyčové teploměry jsou založeny na teplotní roztažnosti dvou konstrukčních dílů s různým teplotním součinitelem roztažnosti, které jsou spojeny v jednom místě. Používají se hlavně v termostatech jako snímače dvoupolohových regulátorů teploty. Výhodou je teplotní rozsah až do 1000°C a krátká časová odezva, nevýhodou je velká nejistota měření.

Bimetalické snímače jsou založeny na rozdílné teplotní roztažnosti dvou kovů. Tyto materiály jsou nejčastěji uspořádány do tvaru pásků, které jsou navzájem podélně spojeny. Čím větší je rozdíl koeficientů roztažnosti, tím je pak snímač citlivější.

Bimateriálové snímače využívají stejný princip, jako bimetalické, s tím rozdílem že se používá kombinace kov – polovodič.

Skleněné teploměry jsou založeny na teplotní objemové roztažnosti kapalin ve skle, nejčastěji používanou kapalinou je rtuť.

Kapalinové tlakové teploměry využívají podobný princip jako skleněné teploměry, s tím rozdílem, že měření objemové roztažnosti se převádí na měření tlaku. Kapalinový teploměr má teploměrný systém zcela zaplněn kapalinou, používá se opět rtuť. Měřený rozsah bývá od -30°C do 500°C.

Parní tlakový teploměr je z části naplněn kapalinou a z části její sytou párou. Pro vyhodnocení teploty se používá teplotní závislosti tlaku páry, konstrukce je obdobná jako u kapalinového tlakového teploměru. Vyrábějí se v rozsahu od -40°C do 230°C. Výhodou je větší citlivost než u kapalinových snímačů, nevýhodou je poměrně velká nelinearita, vzhledem k tomu že teploměrný systém není zcela zaplněn.

Plynové tlakové teploměry má teploměrný systém naplněn zcela plynem, obvykle to bývá dusík, nebo inertní plyn. Princip je stejný jako u výše popsaných. [2]

### **2.2.5. Speciální senzory teploty**

Mezi speciální dotykové senzory teploty můžeme řadit například *akustické*, které jsou založeny na změně rychlosti šíření vzduchu v plynném nebo pevném prostředí v závislosti na teplotě. Dalším typem jsou *krystalové teploměry*, které využívají teplotní závislost rezonančního kmitočtu křemenného výbrusu. Dále můžeme na měření teploty použít *magnetické teploměry*, které využívají teplotní závislost magnetické susceptibility  $\kappa$  paramagnetických solí. *Optické vláknové senzory teploty* vznikly zase využitím nežádoucích vlivů prostředí na vlastnosti optických datových kabelů. Existují ještě například *šumové teploměry*. [2]

### **2.2.6. Bezdotykové měření tepla**

Mezi hlavní výhody bezdotykového měření teplot patří bezpochyby rychlost, jednoduchost a přesnost stanovení teploty měřeného objektu, a to i v případě že je objekt vůči

snímači v pohybu. Podstatnou výhodou je také zanedbatelný vliv na měřený objekt, jelikož není z objektu odebírána žádná energie. Také nedochází k žádnému mechanickému opotřebeníměřeného objektu. V nejjednodušším případě stačí namířit kameru na snímáný objekt a z obrazu odečíst teplotu na povrchu objektu. Naopak nevýhody jsou většinou spojeny s neznalostí teorie nebo s chybným nastavením okrajových podmínek měření.

Základem je Planckův zákon, který říká, že každé těleso o povrchové teplotě vyšší než je absolutní nula ( $-273.15\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) vyzařuje elektromagnetické vlnění, které odpovídá jeho povrchové teplotě. Pro měření se využívá část spektra v rozmezí vlnových délek od  $0.4\mu\text{m}$  do  $1\text{mm}$ . Tento rozsah zahrnuje jak viditelné spektrum ( $0.4\mu\text{m}$  až  $0.78\mu\text{m}$ ), tak i oblast infračerveného spektra ( $0.78\mu\text{m}$  až  $1\text{mm}$ ). Pro oblast infračerveného spektra bývá používán termín *tepelné záření*.

$$M_{0\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5 \left( e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)} \quad 2.2.17$$

Kde  $M_{0\lambda}$  je spektrální hustota intenzity záření černého tělesa,  $c_1 = 3.74 * 10^{-16}\text{W} \cdot \text{m}^2$ ,  $c_2 = 1.44 * 10^{-2}\text{m} \cdot \text{K}$ ,  $\lambda$  [m] je vlnová délka záření,  $T$  [K] je povrchová teplota tělesa.

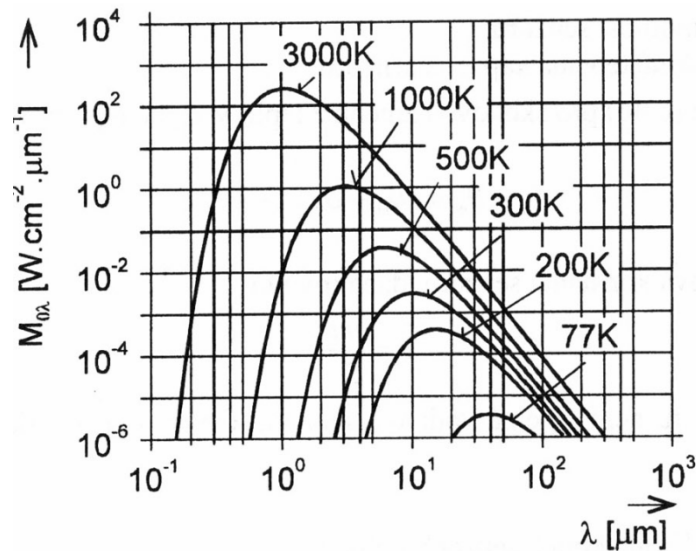
Základním vztahem pro bezkontaktní měření teploty je Stefan-Boltzmannův zákon zmíněný v kapitole 2.1.3.

Dalším důležitým zákonem je Wienův zákon, který vyjadřuje posun maximální hodnoty zářivého toku s rostoucí teplotou do pásma kratších vlnových délek. Pro rozsah povrchové teploty tělesa  $T < 3000\text{ K}$  je splněna nerovnost:

$$e^{\frac{c_2}{\lambda T}} \gg 1, \quad \lambda T < 0.1c_2 \quad 2.2.18$$

Tyto zákony byly odvozeny od absolutně černého tělesa, to je takové těleso, které pohlcuje veškeré záření na něj dopadající bez ohledu na vlnovou délku a úhel dopadu tohoto záření. A zároveň absolutně černé těleso vyzařuje na všech vlnových délkách při dané teplotě maximální dosažitelnou energii. Ideální těleso ve skutečnosti neexistuje a neexistuje ani žádný materiál, který by požadavky na absolutně černé těleso splňoval.

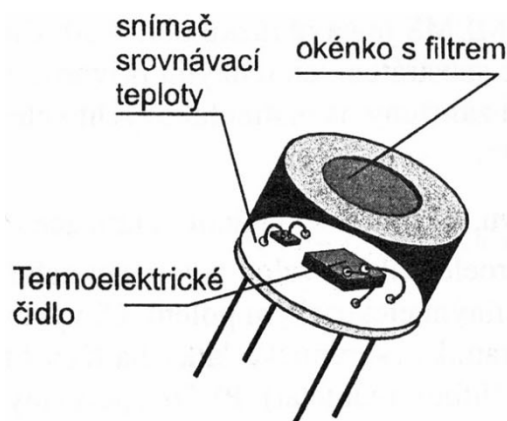
V případě reálných materiálů se vlnová délka záření mění s teplotou v určitém rozsahu vlnových délek. Pro vyjádření poměru celkového zářivého toku tělesa  $q$  k zářivému toku, který by byl vyzařen absolutně černým tělesem  $q_0$  zavádíme pojem *emisivita*, která je bezrozměrná a značená jako  $\varepsilon$ . Tato emisivita vyjadřuje zhoršení vyzařovacích vlastností reálného tělesa vůči ideálnímu absolutně černému tělesu a nabývá hodnot v intervalu 0 až 1.



Obrázek 11 Spektrální intenzita vyzařování černého tělesa [2]

### 2.2.6.1 Tepelné senzory infračerveného záření

U těchto senzorů dochází při absorpci fotonů k oteplení povrchu senzoru a pohlcená energie se vyhodnocuje nepřímo pomocí senzorů teploty. Nejčastěji se používají termočláňkové baterie, bolometry a pyroelektrické senzory. [2]



Obrázek 12 Termoelektrický detektor [2]

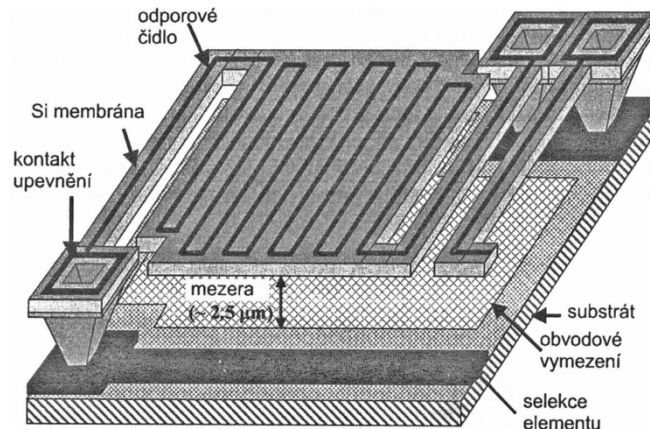
### 2.2.6.2 Kvantové senzory infračerveného záření

Využívají jevů, které vznikají při přímé interakci dopadajících fotonů na strukturu senzoru. Používají se zpravidla fotodiody pracující v napět'ovém režimu. Senzory je potřeba chladit, z důvodu vyšších nároků na odstup od šumu. Používají se pro termovizní snímání obrazů. U infračervených plošných senzorů se používají hybridní technologie CCD a CMOS. [2]



### 2.2.6.3 Bolometry

Citlivý prvek je ohříván dopadajícím zářením, teplota je pak snímána pomocí odporových senzorů teploty, které se tenkovrstvou technologií nanesou na velmi tenkou elektricky nevodivou podložku připevněnou na masivní kovový blok. Moderní termokamery jsou založeny na využití matice takovýchto elementů. [2]



Obrázek 13 Mikrobolometr [2]

### 2.2.6.4 Úhrnné radiační pyrometry

Pyrometry využívají pyroelektrického jevu neboli změně spontánní polarizace při změně teploty. Úhrnné radiační pyrometry vyhodnocují teplotu dle Stefan-Boltzmanova zákona. Jelikož kvantové senzory jsou spektrálně omezeny, využívají tyto pyrometry pouze tepelných senzorů.

Tepelné záření je na senzor zaostřováno pomocí soustavy čoček nebo zrcadly. Vlivem těchto soustav dochází k spektrálnímu omezení přístroje.

### 2.2.6.5 Jendopásmové pyrometry

Jedno-pásmové pyrometry měří teplotu zářením v úzkém pásmu vlnových délek. Šíře pásma je od desítek nm do jednotek  $\mu\text{m}$ . Pásmo je dáno spektrální citlivostí senzoru, prostupností optiky, optickými filtry a prostupností prostředí.

### 2.2.6.6 Poměrové (dvoupásmové) pyrometry

Tyto přístroje vyhodnocují teplotu objektu na základě poměrů dvou záření o různých vlnových délkách. Jsou kalibrovány na teplotu absolutně černého tělesa, tím pádem lze pomocí Planckova zákona dokázat, že poměr dvou intenzit vyzařování je pro každou teplotu jiný a zcela

jednoznačný. Tento princip je nezávislý na emisivitě měřeného objektu. Takovéto pyrometry jsou používány u procesů, u nichž se spektrum vyzařování ve velkém rozsahu mění.

#### **2.2.6.7 Pyrometry s automatickou korekcí emisivity**

Umožňují měření povrchové teploty bez znalosti emisivity měřeného objektu. Princip spočívá ve střídavém měření monochromatickým pyrometrem záření z měřeného objektu a záření z měřeného objektu navíc ozářeného laserem s přesně definovanou intenzitou záření.

#### **2.2.6.8 Termovizní systémy**

Používají se pro bezdotykové měření teplotních polí. V dnešní době se používají hlavně termovize s maticovými mikrobolometrickými detektory. Zpracování obrazu u takovýchto systémů je realizováno pomocí multiplexorů a A/D převodníků pro každý řádek matice.

Při snímání objektů pomocí termovizních systémů je potřeba uvědomit si, že emisivita povrchu je závislá na úhlu. Do určité míry je emisivita konstantní, ale se zvětšujícím úhlem snímání se emisivita zmenšuje, pak se jeví teplota snímaného povrchu menší než, je ve skutečnosti.

## 2.3. Měření tepelné vodivosti

### 2.3.1. Absolutní stacionární bez-zdrojové metody

Absolutní metody vycházejí z definice tepelné vodivosti podle Fourierova zákona. Pro určení teplotní vodivosti je tedy nutné znát hustotu tepelného toku a gradient teploty. Vztahy pro určení tepelné vodivosti vyplývají z teplotních funkcí (rozložení teploty ve vzorku), které jsou dané pro konkrétní tvar vzorku. [1]

Tabulka 1 Teplotní funkce pro absolutní stacionární bez-zdrojové metody [1]

Tvar vzorku	Tvar teplotní funkce
Planparalelní destička	$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{h} \cdot x$
Dutý válec	$T(r) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r}{r_1}, \quad r_1 < r < r_2$
Dutá koule	$T(r) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right), \quad r_1 < r < r_2$

#### 2.3.1.1 Metoda desky

Vzorek tvaru planparalelní destičky je umístěn mezi dvě prostředí, z nichž jedno má funkci ohříváče a druhé chladiče. Jako ohříváč (teplá deska) se používá dobře tepelně vodivá látka, jako je například hliník, měď apod., ve které je zabudováno elektrické vyhřívací zařízení. Jako chladič (chladná deska) se používá rovněž látka s dobrou tepelnou vodivostí bez vyhřívání, nebo prostředí se stálou teplotou, například směs ledu a vody. Norma ČSN 72 7012-1 udává, že emisivita styčného povrchu obou látek musí být minimálně 0,8.

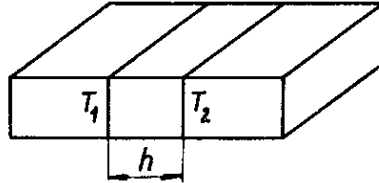
V ustáleném stavu se změří teploty ohříváče  $T_1$  a chladiče  $T_2$  a tepelný tok  $q_s$ . Tepelná vodivost se pak určí vztahem:

$$\lambda = \frac{q_s \cdot h}{S(T_2 - T_1)} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.1$$

Kde  $h$  je tloušťka vzorku,  $S$  je obsah vzorku. Tento vztah platí pouze v případě, že tepelný tok má směr pouze v ose vzorku, to znamená, že nedochází k tepelným ztrátám (nebo ziskům), na boku vzorku. Norma ČSN 72 7012-1 udává způsob kompenzace boků zkušební vzorku.

Metodou lze dosáhnout dobré výsledky pouze pro látky s dobrou tepelnou vodivostí, například pro kovy. Při měření látek s nízkou tepelnou vodivostí vznikají problémy s únikem

tepla na opačnou stranu, i přes použití izolačních materiálů. To vnáší do měření velkou systematickou chybu. Tento problém lze do jisté míry vyřešit pomocí dvoj-vzorkového zkušebního zařízení, kde se mezi dva stejné vzorky vloží ohřivací zařízení. Tento postup popisuje norma ČSN 72 7012-2. [1]



Obrázek 14 Schéma uspořádání měření tepelné vodivosti planparalelní destičky [1]

### 2.3.1.2 Metoda koule

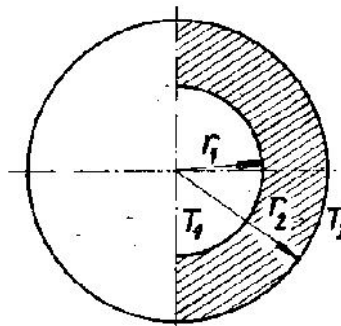
Vzorek má tvar duté koule. Uvnitř je symetricky rozložený zdroj a zvenčí je tepelně izolační látka. Po dosažení ustáleného stavu se změří teploty na vnější a vnitřní straně vzorku a výkon zdroje. Tepelná vodivost se pak určí vztahem:

$$\lambda = \frac{q_s}{2\pi(T_2 - T_1)} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.2$$

Při použití této metody se vyhneme problémům souvisejícím s tepelnými ztrátami zdroje, avšak měření mohou být zkreslené z důvodu nerovnoměrného rozložení tepelného toku. Tepelné ztráty vznikají hlavně v otvorech pro termočlánky a nedokonalou teplotní izolací.

Tato metoda je v praxi použitelná jen pro sytké, nebo kapalné materiály, jelikož vyrobit vzorek z tuhého materiálu je velmi náročné.

Norma ČSN 72 7013 uvádí, že tepelná koule musí být zhotovena z dobře vodivého kovu, nejlépe mědi a tolerance průměru by neměla být vyšší než  $\pm 1\%$ . Emisivita vnějšího povrchu musí být minimálně 0,8. [1]



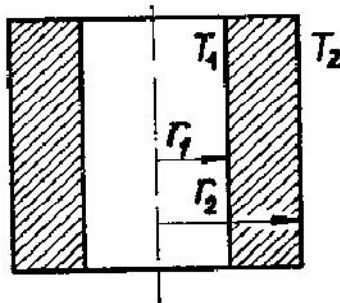
Obrázek 15 Vzorek tvaru duté koule [1]

### 2.3.1.3 Metoda válce

Vzorek je tvaru dutého válce, kterého délka musí být několikanásobně větší než jeho průměr. Uvnitř vzorky je umístěný tepelný zdroj, zvenčí je pak tepelně izolující materiál. Norma ČSN 72 7011 udává, že zkušební potrubí musí být zhotoveno z dobře vodivého kovu (měď), tolerance průměru je  $\pm 1\%$  a hodnota emisivity vnějšího povrchu je opět minimálně 0,8. Po dosažení ustáleného stavu se změří teploty na vnějším a vnitřním povrchu a výkon zdroje. Tepelnou vodivost pak můžeme určit pomocí vztahu:

$$\lambda = \frac{q_s}{2\pi l(T_2 - T_1)} \ln \frac{r_1}{r_2} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.3$$

Tento vztah platí v případě, že odvod tepla na bocích vzorku je zanedbatelný, toho lze dosáhnout použitím pomocných ohřivačů a izolantů. [1]



Obrázek 16 Vzorek tvaru dutého válce [1]

### 2.3.1.4 Metoda elipsoidu

Vzorek je těleso ohraničené dvěma elipsoidními plochami se společnými ohnisky. Ve vnitřním elipsoidu je umístěn tepelný zdroj. Teplota se indikuje na dvou místech ve směru malé poloosy. Tepelná vodivost se vypočítá pomocí vztahu:

$$\lambda = \frac{q_s}{8\pi a(T_2 - T_1)} \ln \frac{\sqrt{a^2 + R_2^2} + a}{\sqrt{a^2 + R_2^2} - a} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + R_1^2} - a}{\sqrt{a^2 + R_1^2} + a} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.4$$

Vzhledem k problémům s přípravou zkušební vzorku, se tato metoda nepoužívá často, a proto je uvedena jen informativně. Použití této metody je vhodné pro měření při vysokých teplotách, kde má jisté výhody oproti metodě koule. [1]

## 2.3.2. Relativní stacionární bez-zdrojové metody

Oproti absolutním metodám se liší tím, že měření tepelného toku se nahradí vzorkem se známou tepelnou vodivostí, tzv. normálou. Relativní metody mají za cíl zjednodušit měření, vznikají však nové problémy související s tepelným kontaktem mezi vzorkem a normálou, s měřením teploty na více místech atd. Při měření se pracuje se stejnými tvary vzorků, jako při měření absolutními metodami (destičky, koule, válec). [1]

### 2.3.2.1 Metoda desky

Vzorek měřené látky a normála jsou vloženy mezi dva bloky, z nichž jeden je vyhříván. Při ustáleném stavu a při zanedbání odvodu tepla z povrchu vzorku a normálu prochází vzorkem i normálou stejné množství tepla.

$$\lambda_0 S_0 \frac{\Delta T_0}{h_0} = \lambda S \frac{\Delta T}{h_1} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.5$$

Kde  $\lambda_0$  je tepelná vodivost normály,  $S_0$  je průřez normály,  $\Delta T_0$  je teplota normály a  $h_0$  je její tloušťka. Z tohoto vztahu lze vyjádřit vztah pro tepelné vodivosti vzorku:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{S_0 h_1 \Delta T_0}{S h_0 \Delta T} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.6$$

Volbou stejného průřezu vzorku i normálu se vztah zjednoduší:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{h_1 \Delta T_0}{h_0 \Delta T} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.7$$

Tím, že zvolíme stejný průřez, také zajistíme homogenní tepelný tok vzorkem. Aby bylo dosaženo co největší přesnosti měření je potřeba, co nejvíce omezit odvod tepla z povrchu vzorku a normálu. Tato metoda je velmi náročná na přípravu vzorků a normálů, proto je její využití zejména laboratorní, umožňuje měřit až z přesností okolo 1%. [1]

### 2.3.2.2 Metoda koule

Uspořádání bývá realizováno tak, že normála je dutá koule, která je obalená druhou dutou koulí tvořící vzorek. Tato metoda je vhodná zejména pro sypké a kapalné materiály. Je-li tepelný tok vzorkem i normálou stejný, pak je možné pomocí teplotní funkce vyjádřit vztah pro tepelnou vodivost.

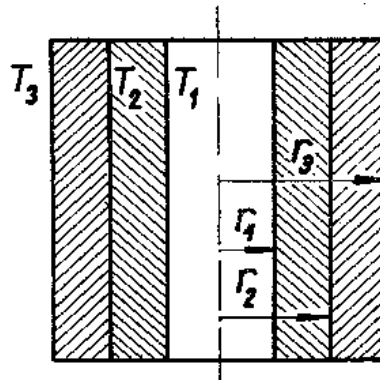
$$\lambda = \lambda_0 \frac{r_1(r_3 - r_2)\Delta T}{r_3(r_2 - r_1)\Delta T_0} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.8$$

Tímto způsobem je možné odvodit i vztah pro vzorek tvaru elipsoidu. Metoda elipsoidy se však téměř nepoužívá, vzhledem ke složité geometrii vzorku i normály. [1]

### 2.3.2.3 Metoda válců

Vzorek a normála jsou duté válce, těsně zasunuté do sebe. Tato metoda je opět vhodná pro sypké a kapalné materiály. Tepelnou vodivost lze spočítat podle vztahu:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\Delta T_0 \ln \frac{r}{r_1}}{\Delta T \ln \frac{r_1}{r_0}} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.9$$



Obrázek 17 Vzorek a normála dutého válce [1]

#### 2.3.2.4 Metoda tyčí

Na rozdíl proti předešlým metodám je při měření touto metodou nutné brát v úvahu i odvod tepla z povrchu vzorku a normálu. Je tedy potřeba znát koeficient odvodu tepla vzorku i normálu.

$$\lambda\beta_0x_0^2 = \lambda\beta x^2 \quad 2.3.10$$

Z tohoto vztahu můžeme vyjádřit tepelnou vodivost vzorku.

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\beta x^2}{\beta_0 x_0^2} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.11$$

Podáří-li se zabezpečit stejné podmínky pro odvod tepla z povrchu vzorku i z normály, pak se vztah zjednoduší. [1]

$$\lambda = \lambda_0 \frac{x^2}{x_0^2} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.12$$

### 2.3.3. Nestacionární metody regulárního stavu I. a II. druhu

#### 2.3.3.1 Regulární stav I. druhu

Regulární stav I. druhu vyjadřuje průběh ochlazování (nebo oteplování) tělesa v prostředí s teplotou  $T_0$ , který není závislý na počátečním rozložení teploty ani na poloze bodu v tělese a je vyjádřen funkcí:

$$T(t) = T_0 + Ae^{-mt} \quad 2.3.13$$

Koeficient  $A$  je závislý na počátečním rozložení teploty a tvaru vzorku, koeficient  $m$  vyjadřuje rychlost ochlazování (nebo oteplování).

$$m = -\frac{\partial}{\partial t} \ln \left| \frac{T - T_0}{T_0} \right| \quad 2.3.14$$

[1]

### 2.3.3.2 Regulární stav II. druhu

Tento stav vzniká ve vzorku po uplynutí určitého časového intervalu od okamžiku vložení vzorku do prostředí s konstantně se měnící teplotou. Tento stav tedy vzniká při ochlazování (oteplování), platí-li:

$$\frac{dT}{dt} = b_0 = \text{const} \quad 2.3.15$$

Tento stav je také charakteristický tím, že rozdíl teploty libovolného bodu ve vzorku a teploty prostředí je stálý. Teplotní funkce (rozložení teploty ve vzorku) mají pro vzorky s jednoduchou geometrií relativně jednoduché tvary. [1]

Tabulka 2 Teplotní funkce pro nestacionární metody regulárního stavu II. druhu. [1]

Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečná destička s tloušťkou $2h$	$T(x, t) = T_0 + b_0 t - \frac{b_0}{2k}(h^2 - x^2) - \frac{hb_0\lambda}{k\beta}$
Nekonečný válec s poloměrem základny $2R$	$T(x, t) = T_0 + b_0 t - \frac{b_0}{4k}(R^2 - x^2) - \frac{hb_0\lambda}{2k\beta}$
Koule s poloměrem $R$	$T(x, t) = T_0 + b_0 t - \frac{b_0}{6k}(R^2 - x^2) - \frac{hb_0\lambda}{3k\beta}$

### 2.3.4. Nestacionární metody s konstantní počáteční teplotou

Je-li vzorek ve styku s prostředím, kterému odevzdává (nebo od kterého přijímá) teplo dle vztahu:

$$dQ = (\beta_k + \beta_z)(\bar{T} + \bar{T}_0)dSdt \quad 2.3.16$$

Pro polo-nekonečný vzorek lze určit matematické řešení diferenciální rovnice vedení tepla s ohledem na povrchové podmínky pro dva případy. Prvním případem je úloha s povrchovou podmínkou I. druhu, pak je řešením teplotní funkce, která určuje rozložení teploty ve vzorku:

$$T(x, t) = T_0 + (T_0 - T_c)\phi\left[\frac{x}{2\sqrt{kt}}\right] \quad 2.3.17$$

V tomto případě je teplota vzorku i prostředí v čase  $t=0$  rovna  $T_0$ , v čase  $t>0$  se rovný povrch vzorku dostane do styku s prostředím s konstantní teplotou  $T_c$ .

V druhém případě se z povrchu vzorku s počáteční teplotou  $T_0$  odvádí teplo konvencí, nebo sáláním do prostředí se stálou teplotou  $T_c$ . V tomto případě uvažujeme tedy povrchové podmínky III. druhu. Teplotní funkce pro tento případ má pak tvar:



$$T(x, t) = T_0 + (T_c - T_0) \left\{ \left[ 1 - \phi \left( \frac{x}{2\sqrt{kt}} \right) \right] \exp \left( \frac{\beta x}{\lambda} + \frac{\beta^2 kt}{\lambda^2} \right) \left[ 1 - \phi \left( \frac{x}{2\sqrt{kt}} + \frac{\beta}{\lambda} \sqrt{kt} \right) \right] \right\}$$

Známé jsou i řešení pro vzorky tvaru nekonečné desky, ohraničené desky, nekonečného a ohraničeného válce a pro kouli. Tato řešení jsou k nalezení v citované literatuře. [1]

### 2.3.5. Nestacionární metoda horkého drátu

Tato metoda je založena na měření teplotního nárůstu v definované vzdálenosti od lineárního zdroje tepla (horkého drátu). Elektrická energie je dodávána do tenkého kovového drátu (sondy), který je umístěn ve vzorku a slouží jako zdroj tepla a současně i jako teplotní čidlo.

Teplotní nárůst  $\Delta T$  je průběžně zaznamenáván a je dán vztahem:

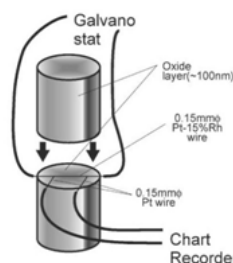
$$\Delta T = \frac{Q}{4\pi\lambda} (\ln t + A) \quad 2.3.19$$

Kde  $Q$  je konstantní množství tepla produkované zdrojem (drátem) vztažené na jednotku času a jednotkovou délku,  $t$  je čas,  $A$  je konstanta. Tepelnou vodivost můžeme určit pomocí vztahu:

$$\lambda = \frac{Q}{4\pi} \frac{d\Delta T}{d \ln t} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 2.3.20$$

Jak bylo zmíněno výše, sonda má funkci ohříváče i čidla. Čidlo bývá realizováno buď křížovým uspořádáním, nebo pomocí odporového topného drátu. Kříž se skládá z topného drátu a tepelného čidla, v křížové technice je kříž drátu zasazen v rýhách mezi dvěma stejně tříděnými vzorky. V případě odporového topného drátu se změna teploty projeví změnou odporu drátu (čidla).

Metoda horkého drátu je použitelná pro materiály pevné, sypké i kapalné. Na obrázku níže jsou zobrazeny příklady aparatur pro měření vzorků pevného křemíku a kapalného křemíku. [3]



Obrázek 18 metoda horkého drátu, sonda [3]

## 2.3.6. Bodové zdroje

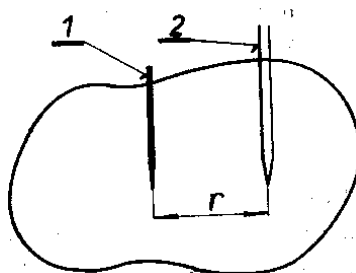
### 2.3.6.1 Impulzní zdroje

Bodovým impulzním zdrojem nazýváme takový zdroj tepelné energie, který je schopen přes dostatečně malou plochu a za dostatečně krátký časový okamžik odevzdat teplo. Za dostatečně malou plochu považujeme takovou, která má rozměry mnohokrát menší než je vzdálenost teplotního snímače od zdroje. Dostatečně krátký časový interval  $\Delta t$  je pak takový, který umožňuje s dostatečnou přesností nahradit podíl diferenciálu chybové funkce a diferenciálu času její derivací podle času. [1]

Tabulka 3 Teplotní funkce pro bodové impulzní zdroje [1]

Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečné prostředí	$T_{ib}(r, t) = T_0 + \frac{Q}{8\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right]$
Polo-nekonečné prostředí	$T_{ib}(r, t) = T_0 + \frac{Q}{4\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right]$

Uvedené teplotní funkce jsou platné za předpokladu, že prostředí (vzorek) je homogenní a izotropní materiál. V místě  $r = 0$  působí tepelný zdroj o výkonu  $q$ . Za čas  $\Delta t$  odevzdá prostředí teplo  $Q = q\Delta t$ . Teplotní funkce pak vyjadřuje teplotu v povlném bodu vzorku ve vzdálenosti  $r$  od zdroje. Za nekonečný vzorek můžeme považovat například kapaliny, či sypké materiály. Za polo-nekonečný vzorek považujeme dostatečně masivní vzorek s jednou rovnou plochou. V použité literatuře jsou k nalezení teplotní funkce pro vzorky tvaru nekonečné destičky bez podkladu, nekonečné destičky s podkladem, velmi tenké destičky bez podkladu a velmi tenké destičky s podkladem. [1]



Obrázek 19 Bodový zdroj v nekonečném prostředí 1-zdroj; 2-termočlánek [1]

### 2.3.6.2 Konstantní zdroje

Konstantně (trvale) působící teplotní zdroj můžeme nahradit součtem velikého počtu pulzních zdrojů, to znamená, že pomocí teplotních funkcí odpovídajících impulzních zdrojů je možné vypočítat teplotní funkci odpovídajícího konstantně působícího zdroje integrálem:

$$T_{kb}(r, \varphi, \vartheta, t) - T_0 = \int_0^t [T_{ib}^+(r, \varphi, \vartheta, t - u) - T_0] du$$

Funkci  $T_{ib}^+(r, \varphi, \vartheta, t)$  dostaneme z funkcí odpovídajících teplotních funkcí impulzně působících zdrojů, tím že v nich nahradíme množství tepla výkonem ( $Q \rightarrow q_b(t)$ ).

Pro měření vhodné teplotní funkce lze nalézt pro nekonečné a polo-nekonečné prostředí.

[1]

Tabulka 4 Teplotní funkce pro konstantně působící bodové zdroje [1]

Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečné prostředí	$T_{kb}(r, t) = T_0 + \frac{q_b}{4\pi r \lambda} \left[ 1 - \phi \left( \frac{r}{2\sqrt{kt}} \right) \right]$
Polo-nekonečné prostředí	$T_{kb}(r, t) = T_0 + \frac{q_b}{2\pi r \lambda} \left[ 1 - \phi \left( \frac{r}{2\sqrt{kt}} \right) \right]$

### 2.3.6.3 Periodické zdroje

Výkon zdroje se mění periodicky podle funkce:

$$q_b(t) = q_m \sin \omega t + konst \quad [W] \quad 2.3.22$$

Měření se může uskutečnit ve chvíli, kdy vznikne ustálené teplotní kmitání, při němž se stejnosměrná složka teplotního výkonu neuplatňuje, předpokládá se tedy, že výkon tepelného zdroje má pouze střídavou (periodickou) složku. Opět zde uvádím teplotní funkce pro polo-nekonečné a nekonečné prostředí. [1]

Tabulka 5 Teplotní funkce pro periodicky působící bodové zdroje [1]

Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečné prostředí	$T_{pi}(r, t) = \frac{q_m}{4\pi r c \gamma} \exp \left[ -r \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \right] \sin \left( \omega t - r \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \right)$
Polo-nekonečné prostředí	$T_{pi}(r, t) = konst + \frac{q_m}{4\pi^{3/2} \lambda \sqrt{k}} F \sin(\omega t - \varphi)$

Ustálené teplotní kmitání nastane po uplynutí času  $t > \frac{20r^2}{k}$ .

### 2.3.7. Liniové zdroje

Liniové zdroje jsou takové tepelné zdroje, které odevzdávají teplo přes nekonečně úzkou, ale libovolně dlouhou plošku. Nejjednodušším takovým zdrojem je elektricky vyhřívaný drátek. Liniové zdroje se používají ve tvarech kružnice, přímky, nebo cívky. [1]

#### 2.3.7.1 Impulzní zdroje

Teplotní funkce impulzně působícího liniového zdroje je možno vypočítat na základě principu aditivnosti z teplotních funkcí bodově působících zdrojů. Příslušný transformační

vztah, ze kterého se pak určují jednotlivé teplotní funkce pro různé případy, je pak ve tvaru:

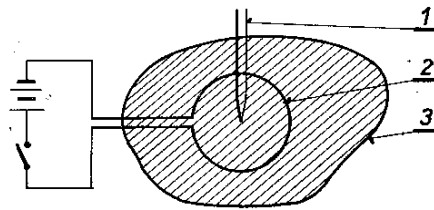
$$T_{li}(r, \vartheta, \varphi, t) - T_0 = \int [T'_{bi}(r, \vartheta, \varphi, t) - T_0] ds \quad 2.3.23$$

Funkce  $T'_{bi}(r, \vartheta, \varphi, t)$  je příslušná funkce bodového zdroje, ve které je množství tepla  $Q$  nahrazeno teplem  $Q_0$ , odevzdaným z jednotkové délky liniového zdroje.

#### Kruhové zdroje

Jde asi o nejjednodušší možné uspořádání. Zdroj je ve tvaru kružnice a snímač teploty je umístěn v jejím středu. Pak má teplotní funkce velmi jednoduchý tvar:

$$T_{li}(r, t) = 2\pi r T'_{bi}(r, t) \quad 2.3.24$$



Obrázek 20 Kruhový zdroj 1-snímač; 2-zdroj tepla; 3-vzorek [1]

#### Přímkové zdroje

Pro přímkové zdroje platí vztah:

$$T_{li}(r, \vartheta, \varphi, t) = \int_{-b/2}^{b/2} T'_{bi}(\sqrt{a^2 + x^2}, \vartheta, \varphi, t) dx \quad 2.3.25$$

Tabulka č.6 Teplotní funkce pro liniové impulzně působící zdroje [1]

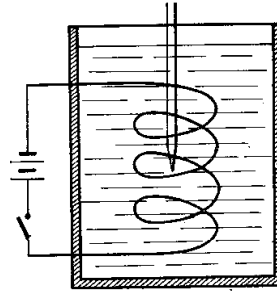
Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečné prostředí	$T_{li} = T_0 + \frac{Q_0}{4\pi\lambda t} \phi \left[ \frac{b}{4\sqrt{kt}} \right] \exp \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right]$
Polo-nekonečné prostředí	$T_{li} = T_0 + \frac{Q_0}{2\pi\lambda t} \phi \left[ \frac{b}{4\sqrt{kt}} \right] \exp \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right]$

#### Cívkové zdroje

Používají se hlavně při měření tepelných veličin kapalin. Teplotu ve středu cívkového zdroje vyjadřuje funkce:

$$T_{li}(r, t) = T_0 + \frac{Q}{8\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp \left[ -\frac{r^2}{4kt} \right] \left[ \frac{2\sqrt{\pi kt}}{d_0} - 1 \right] \quad 2.3.26$$

Kde  $Q$  je teplo odevzdané jedním závitem a  $d_0$  je průměr drátu. Tento vztah platí tehdy, je-li  $d_0 \ll r$  a cívka obsahuje velký počet závitů (její výška je větší jako  $4r$ ). [1]



Obrázek 21 Zdroj tepla tvaru cívky [1]

### 2.3.7.2 Konstantní zdroje

Teplotní funkce konstantně působících liniových zdrojů vypočítáme podobným způsobem jako v případě konstantně působících bodových zdrojů.

#### *Kruhové zdroj*

Teplu ve vzorku způsobené působením kruhového konstantně působícího zdroje udávají teplotní funkce:

$$T_{lk}(r, t) = T_0 + A \frac{q_0}{\lambda} \left\{ 1 - \phi \left[ \frac{r}{2\sqrt{kt}} \right] \right\} \quad 2.3.27$$

V případě polo-nekonečného vzorku je  $A=1$ , v případě nekonečného vzorku je  $A=1/2$ .

#### *Přímkové zdroj*

V případě přímkových zdrojů zase uvažujeme případy pro polo-nekonečné a nekonečné prostředí.

Tabulka 7 Teplotní funkce pro liniové konstantně působící zdroje [1]

Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečný vzorek	$T_{lk} = T_0 + \frac{q_0}{4\pi\lambda t} \left\{ -E_i \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right] \right\}$
Polo-nekonečný vzorek	$T_{lk} = T_0 + \frac{q_0}{2\pi\lambda t} \left\{ -E_i \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right] \right\}$

Za předpokladu, že platí podmínka  $\frac{b}{4\sqrt{kt}} > 1$  říct že  $\phi \left[ \frac{b}{4\sqrt{kt}} \right] \approx 1$ . Pak dostaneme pro teplotní funkci poměrně jednoduchý tvar, jak je udáváno v tabulce.

Uspořádání s polo-nekonečným typem vzorku je vhodné zejména pro měření tuhých látek, hlavně polovodičů.

Pro ostatní případy má teplotní funkce velmi složitý a pro použití v měření nevýhodný tvar.

#### *Cívkové zdroje*

V případě že měříme v čase, pro který platí podmínka  $\frac{\eta^2}{4kt} > 1$ , a současně splníme další podmínku  $\frac{a_0}{2\sqrt{kt}} \ll 1$ , má teplotní funkce tvar:

$$T_{lk} = T_0 + \frac{q}{4\pi\lambda t} \left\{ \frac{2}{d_0} \ln \left[ \frac{nd}{r} + \sqrt{1 + \left( \frac{nd_0}{2r} \right)^2} - 1 \right] - \frac{2n}{\sqrt{\pi kt}} \right\} \quad 2.3.28$$

V případě že je zdroj nekonečně dlouhý, můžeme použít zjednodušenou teplotní funkci:

$$T_{lk} = \frac{q}{4\pi\lambda t} \left\{ -E \left[ -\frac{r^2}{4kt} \right] \right\} \quad 2.3.29$$

[1]

### 2.3.7.3 Periodické zdroje

Teplotní funkce pro periodicky působící zdroje odvodíme obdobným způsobem jako v předchozích případech. Použijeme transformační funkci:

$$T_{lp}(r, \varphi, \vartheta, t) - T_0 = \int [T_{bp}^*(r, \varphi, \vartheta, t) - T_0] ds \quad 2.3.30$$

Kde

$$T_{bp}^*(r, \varphi, \vartheta, t) = T_{bp}(r, \varphi, \vartheta, t)|_{q \rightarrow q_0}$$

Kde  $q_0$  je výkon z jednotky délky zdroje.

Pro zdroj tvaru *kružnice* má teplotní funkce tvar:

$$T_{lk}(r, t) = \frac{q_m}{4\pi r c \gamma} \exp \left[ -r \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \right] \sin \left( \omega t - r \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \right) \quad 2.3.31$$

Kde  $q_m$  je amplituda výkonu tepelného zdroje.

Pro zdroj tvaru *přímky* je teplotní funkce ve tvaru:

$$T_{lp}(t) = T_0 + A \frac{q_{0m}}{\pi\lambda} F \sin(\omega t - \varphi) \quad 2.3.32$$

Kde  $A=1/2$  pro vzorek typu nekonečného prostředí a  $A=1$  pro vzorek typu polo- nekonečného prostředí.  $q_{0m}$  je amplituda výkonu zdroje produkovaného jednotkovou délkou zdroje. Dále pak platí  $F^2 = F_1^2 + F_2^2$ , kde koeficienty  $F_1$  a  $F_2$  jsou určeny v ustáleném kmitavém stavu pomocí vztahu:

$$F_1 = \frac{\pi}{2} I_0 \left[ \sqrt{\frac{\omega}{k}} \right] \quad 2.3.33$$

$$F_2 = 2K_0 \left[ \sqrt{\frac{\omega}{k}} \right] \quad 2.3.34$$

Teplotní funkce pro vzorek tvaru nekonečné destičky má složitý tvar a není příliš vhodný pro měření.

Pro vzorek tvaru *cívky* o dostatečně dlouhé délce je teplotní funkce ve tvaru:

$$T_{lp}(t) = T_0 + \frac{q_m}{2\pi\lambda d_0} F \sin(\omega t - \varphi) \quad 2.3.35$$

Kde  $q_m$  opět značí amplitudu výkonu dodávaného zdrojem jedním závitem, ostatní faktory jsou srovnatelné s přímkovými zdroji. [1]

## 3. PRŮZKUM TRHU

Na trhu je možno nalézt různé přístroje pro měření tepelné vodivosti. Ve větší míře se jedná o laboratorní přístroje, ale objevují se i přístroje založené na metodách vhodných pro měření mimo laboratorní podmínky. Laboratorní přístroje využívají většinou stacionárních metod měření, přístroje vhodné pro použití mimo laboratoře využívají metod nestacionárních.

Výrobci laboratorních přístrojů nabízí kromě samotných přístrojů i služby jako poradenství a samotné měření vzorků včetně protokolů o měření. Tyto laboratorní přístroje samozřejmě splňují podmínky dané národními normami a předpisy. U laboratorních metod je tedy mimo jiné nutné splnit geometrické podmínky pro vzorky. Vzorky bývají většinou ve tvaru desky, válce, koule atd. Ne všechny přístroje jsou vhodné pro měření jakéhokoliv materiálu, proto je potřeba dopředu vědět, zda budeme měřit materiál, který je tepelně dobře vodivý, nebo materiál, který je tepelným izolantem.

Teplotní rozsahy laboratorních přístrojů bývají cca  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  až  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Výhodou laboratorních přístrojů je hlavně vysoká přesnost měření, která bývá až  $\pm 1\%$ . Nevýhodou je náročnost měření, především nutnost přípravy vzorku daného tvaru a dlouhá doba měření.

Mobilní přístroje jsou méně přesné než laboratorní přístroje, avšak disponují velkou výhodou a to je především rychlost měření. Další velkou výhodou je fakt, že není nutno připravovat vzorek určitého tvaru a rozměrů. Jediným nárokem na pevné vzorky bývá nutnost rovné plochy určité velikosti, aby byl zajištěn dostatečný kontakt se sondou. Pro sytké materiály bývají použity jehlové sondy.

### 3.1. Přístroje firmy HUKSEFLUX Thermal Sensors

Tato Nizozemská firma se specializuje na měření tepelné vodivosti plastů, kompozitních materiálů, kapalin a zrnitých materiálů. Mezi speciální funkce patří měření kompozitních materiálů ve dvou směrech (v rovnoběžném směru vláken a kolmo ke směru vláken) a měření tenkých plastových a kovových fólií. [8]

#### 3.1.1. THASYS

Jedná se o přístroj pro měření tepelné vodivosti, nebo celkového tepelného odporu založený na standardu ASTM 1114-98. Přístroj poskytuje možnost relativně rychlého a velmi přesného měření tepelné vodivosti. Skládá se z ohříváče (THA01), měřící jednotky a z řídicí jednotky (MCU). Je vhodný pro měření tenkých vzorků z plastů a kompozitních materiálů, typicky 0.1 – 6.0 mm. Teplotní rozsah je  $-30$  až  $180\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Systém je plně řízen pomocí PC, se kterým komunikuje pomocí rozhraní RS232.

Princip samotného měření spočívá v tom, že tenký ohříváč má zanedbatelný boční tepelný tok. Kombinací tenkého ohříváče, dvou relativně tenkých vzorků podobné tloušťky a dvou chladičů je možné vytvořit homogenní tepelné pole se známým tepelným tokem přes oba vzorky. Jestliže měřený tepelný tok  $\phi$  je odvozen z topného výkonu, teplotní rozdíl obou vzorků je  $\Delta T$ , efektivní tloušťka vzorků je  $h$ , pak je tepelná vodivost  $\lambda$

$$\lambda = \phi \frac{h}{\Delta T} \quad 3.1.1$$

Na rozdíl od metod založených na principu chráněné tepelné desky nevyžaduje tento přístroj referenční vzorek, nebo kalibraci snímače. [8]



Obrázek 22 Přístroj THASYS [8]

### 3.1.2. THISYS

Tento přístroj je určen pro měření tepelná vodivosti materiálů s dobrou tepelnou vodivostí, především kovů o tloušťce cca 1 mm, nebo plastů tloušťky cca 6 mm. Přístroj disponuje vysoce citlivým termoelektrickým snímačem, díky kterému je možné měřit tepelnou vodivost až do hodnot 200 W/mK. Přístroj pracuje v teplotním rozsahu -30 až 120°C a dosahuje přesnosti +/- 6%. THISYS je opět řízen pomocí PC a komunikuje přes rozhraní RS232.

Tento systém pracuje na principu měření teplotního spádu (gradientu) napříč vzorkem od středu k okraji. Vzorek je zahříván známým tepelným tokem. Tepelná vodivost je přibližně dána vztahem (3.1.1). [8]

### 3.1.3. MTN01

Jedná se o přístroj určený k rychlému měření tepelné vodivosti půdy. Teplotní rozsah tohoto přístroje je -30 až 80°C a dokáže měřit tepelnou vodivost v rozsahu 0.1 až 6.0 W/mK. Pracuje na nestacionárním principu horkého drátu. Přístroj používá sondu, která se skládá z topného drátu (zdroje tepelného toku) a snímače. Měření probíhá tak, že se sonda jehlového tvaru vloží do půdy, tepelným zdrojem se vygeneruje jednotkový skok. Podle odezvy na jednotkový skok se určí tepelná vodivost materiálu podle vztahu:



$$\Delta T = \frac{Q}{4\pi\lambda} (\ln T + B) \quad 3.1.2$$

[8]



Obrázek 23 Přístroj MTN01 [8]

## 3.2. Přístroje firmy Applied Precision

Applied Precision s.r.o. je slovenská firma zabývající se měřením a testováním. Kromě měřících přístrojů nabízí také služby zkušební a kalibrační laboratoře, které jsou akreditovány Slovenskou národní akreditační službou. [7]

### 3.2.1. Isomet 2114

ISOMET 2114 je přenosný ruční měřicí přístroj pro přímé měření prostupnosti tepla pro širokou škálu izotropních materiálů včetně izolačních materiálů, plastů, skel či minerálů. Je vybaven dvěma typy sond a to jehlovou sondou pro měkké materiály a povrchovou sondou pro tvrdé. Využívá nestacionární metody, která výrazně snižuje časové nároky měření v porovnání se stacionárními metodami. Naměřená data mohou být ukládána do vestavěné paměti přístroje. Obsah paměti je přístupný přes display přístroje, anebo může být přenesen do PC pomocí rozhraní USB nebo RS-232. Kalibrační data ve vnitřní paměti zajišťují zaměnitelnosti sond bez ovlivnění přesnosti měření. Dodávaný software umožňuje aktualizaci kalibračních koeficientů pro rekalibraci měřících sond pomocí referenčních vzorků. Přístroj je možné napájet jak ze sítě, tak z vnitřních dobíjecích baterií. [7]



Obrázek 24 Přístroj Isomet 2114 [7]

### **3.3. Přístroje firmy Showa Denko**

Showa Denko je velká původně chemická firma, dnes s mnoha divizemi včetně elektronické divize, se sídlem v Tokiu v Japonsku.

#### **3.3.1. Shotherm QTM**

Přístroj je určen k přímému měření součinitele tepelné vodivosti v rozsahu 0,023 - 11,6 W/mK

Využívá nestacionárního tepelného režimu, tzv. metody horkého drátu, doba měření je velmi rychlá, součinitel tepelné vodivosti dokáže určit cca za 1 min. Shotherm QTM pracuje spolehlivě v teplotním rozsahu -10 až +200 °C. Citlivost a rozlišovací schopnost přístroje je postačující pro určení požadované teplotní závislosti i s přihlédnutím na změnu vlhkosti, která se při vyšších teplotách bude zmenšovat.

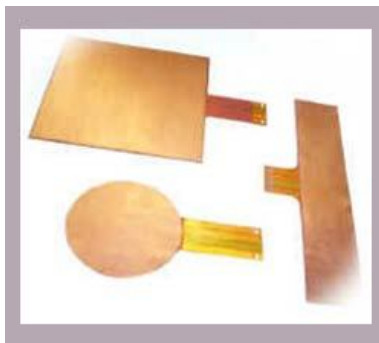
Sonda přístroje Shotherm QTM je tvořena referenčním materiálem, středem její plochy prochází topný drát a je na ní umístěn termočlánek. Jediným požadavkem na měřený vzorek je dostatečně velká rovná plocha. [9]

### **3.4. Senzory firmy Captec**

Firma Captec je výrobcem zakázkových snímačů tepelného toku, senzorů zářivého toku, solárních senzorů tepelného toku a podobně. Captec nabízí široký výběr čidel pro měření tepelného toku a sálavého tepla. Na webových stránkách této společnosti se uvádí, že doba dodání standardních produktů se pohybuje kolem deseti dní a pro zakázkové produkty do dvaceti dní. [10]

#### **3.4.1. Ultratenké senzory tepelného toku**

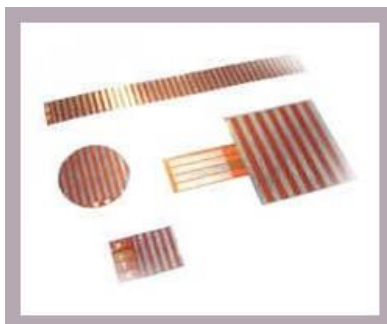
Jde o tenký fóliový senzor, který se skládá z desky termoelektrického materiálu vloženého mezi heterogenní pružné plastové vrstvy. Takovýto senzor má oproti jiným konstrukcím tu výhodu, že ve velké míře snižuje vliv samotného senzoru na měřenou soustavu. Tyto senzory se vyrábí v libovolných velikostech a tvarech. Nejčastěji se jedná o čtverec o rozměrech od 5x5 mm do 300x300 mm. Tloušťka tohoto senzoru je pouhých 0.4 mm. Provozní teplota tohoto typu senzoru se pohybuje v rozsahu -180 °C až 200 °C. Doba odezvy se pohybuje okolo hodnoty 0.3 s. [10]



Obrázek 25 Captec senzor tepelného toku [10]

### 3.4.2. Ultratenké senzory zářivého toku

Tyto senzory mají podobnou konstrukci jako senzory popsané v odstavci výše. Také se skládají z termoelektrického materiálu potaženého homogenní plastovou vrstvou doplněnou o lesklé reflexní vrstvy na jedné nebo obou stranách. Senzory absorbují zářivý tok v rozmezí vlnových délek od 2  $\mu\text{m}$  do 20  $\mu\text{m}$ . Napětí na výstupu senzoru je pak přímo úměrné hodnotě zářivého toku v jednotkách  $\text{W}/\text{m}^2$ . Tyto senzory jsou vyráběny v obdobných velikostech a obdobných tvarů jako předešlé. Pracují v teplotním rozsahu od  $-180\text{ }^\circ\text{C}$  do  $200\text{ }^\circ\text{C}$  a doba odezvy těchto snímačů je až 0.05 s. [10]



Obrázek 26 Captec senzor zářivého toku [10]

### 3.4.3. Senzory tepelné vodivosti (Quick thermal conductivitymeter)

Jedná se o měřicí aparaturu, která slouží k určení tepelné vodivosti vzorků tepelně izolačních materiálů. Princip je založen na určení tepelné vodivosti na základě poměru tepelného toku přes vzorek materiálu v  $\text{W}/\text{m}^2$  ku gradientu teploty v měřeném vzorku v  $\text{K}/\text{m}$ . Hlavními výhodami jsou skutečnosti, že pro měření na tomto přístroji není potřeba referenčního vzorku, dále pak že měření nezávisí na teplotě vzorku, čas potřebný k dosažení rovnovážného stavu je krátký a možnost měřit vzorky různých tvarů a velikostí. [10]

### 3.5. Přístroje firmy C-Therm technologies

Společnost C-Therm technologies byla založena v Kanadě v roce 2007. Zabývá se vývojem a výrobou senzorů tepelné vodivosti, tepelné setrvačnosti a tepelné efuzivity. Technologie vyvinuté touto firmou mají uplatnění v mnoha odvětvích od potravinářského průmyslu, přes stavebnictví až po letecký průmysl. [11]

#### 3.5.1. C-THERM CTi thermal conductivity Analyzer

Přístroj je určen pro kapalné, sypké i pevné vzorky materiálů. Princip přístroje je založen na zahřívání vzorku pomocí topného tělesa. Zvýšení teploty na rozhraní snímače a vzorku vyvolá změnu poklesu napětí snímacího prvku termo-fyzikální vlastnosti vzorku jsou pak nepřímo úměrné rychlosti nárůstu napětí výstupu snímače. Přičemž u tepelných izolantů je nárůst napětí strmější. Přístroj pracuje v teplotním rozsahu  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  až  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Přístroj je určen pro práci v laboratořích. Samotné měření je nedestruktivní a nevyžaduje žádnou zvláštní přípravu vzorku. [11]



Obrázek 27 Přístroj C-Therm [11]

### 3.6. Přístroje firmy TeKa

TeKa je německá společnost se sídlem v Berlíně. Vyrábí a distribuuje velmi přesné přístroje pro měření tepelné vodivosti materiálů. Dále nabízí odborné poradenství a testování materiálů ve svých akreditovaných laboratořích. [12]

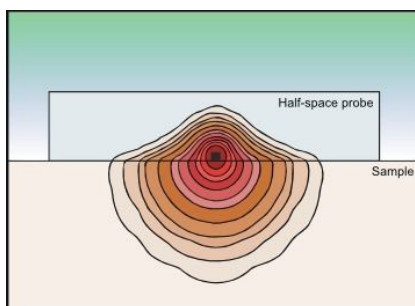
#### 3.6.1. Přístroj TK04

Tento přístroj je určen pro vysoce přesné a rychlé měření tepelné vodivosti pevných, sypkých i kapalných materiálů. Přístroj je určen pro laboratorní měření. Vzorky mohou být jakéhokoliv tvaru. Princip samotného měření je založen na nestacionární metodě liniového konstantně působícího zdroje.



Obrázek 28 Přístroj TK04 [12]

Měření lze realizovat pomocí dvou sond, a to pomocí tyčové a povrchové sondy. V případě tyčové sondy, kdy je sonda plně obklopena měřeným materiálem, v tom případě se jedná o tzv. nekonečný tvar vzorku. V případě použití povrchové sondy se zase jedná o vzorek polonekonečného tvaru. Samotné stanovení součinitele tepelné vodivosti je pak dáno řešením rovnice vedení tepla zmíněné v tabulce 7, která je součástí kapitoly 2.3.7.2.



Obrázek 29 Přístroj TK04 - rozložení teploty v sondě a vzorku [12]

Přístroj je vhodný pro měření tepelné vodivosti v rozsahu od 0.1 W/mK do 10 W/mK. Teplotní rozsah přístroje se pohybuje od -25 °C do 125 °C. Pro záznam naměřených dat a ovládání přístroje je vybaven komunikačním rozhraním RS232. Přesnost přístroje je +/-2% a reprodukovatelnost měření je +/-1.5% a doba měření by neměla přesáhnout 80 s. Přístroj je napájen z rozvodné sítě. [12]

## 4. PRAKTICKÁ ČÁST

### 4.1. Měření tepelné vodivosti s použitím přímkového liniového zdroje pracujícího v pulzním režimu

#### 4.1.1. Cíl měření

Cílem měření je dokázat funkčnost nestacionární metody měření tepelné vodivosti, která využívá přímkový liniový tepelný zdroj pracující v pulzním režimu.

#### 4.1.2. Teoretický rozbor

Pod pojmem přímkový liniový zdroj pracující v pulzním režimu si můžeme představit takový zdroj tepla, který odevzdává teplo přes nekonečně tenkou a libovolně dlouhou rovnou plošku. Takovýto zdroj je připevněn na povrchu pevného tělesa (vzorku). Zdroj pracuje v pulzním režimu, to znamená, že po určité době  $\Delta t$  dodává do soustavy teplo, po uplynutí této doby je zdroj odpojen.

Ve vzdálenosti  $a$  od zdroje je připevněn snímač. Pomocí snímače je snímána teplota buď přímo, nebo nepřímo. V tomto případě bude použit NTC termistor s nelineární závislostí odporu na teplotě. Jistá nelinearita použitého NTC termistoru nepředstavuje velký problém, jelikož podstatou této metody je hledání maxima teplotní funkce. To znamená, že hledáme čas, za který tepelný pulz urazí vzdálenost mezi zdrojem tepla a snímačem. Tento čas je závislý na hustotě tělesa  $\rho$ , na měrné tepelné kapacitě  $c$  a na tepelné vodivosti  $\lambda$ . Teplotní funkce popisující tento děj je uvedena v kapitole (2.3.7.1.) v tabulce 6, konkrétně jde o funkci pro polonekonečný tvar vzorku. Podle [1] je polonekonečný vzorek takový který splňuje podmínku  $s > \sqrt{2a}$ , kde  $s$  je tloušťka vzorku.

Teplotní funkci popsanou v tabulce 6 lze podle [13] upravit na jednodušší tvar za předpokladu splnění několika podmínek.

Vycházíme tedy z teplotní funkce tvaru:

$$T_{li} = T_0 + \frac{Q_0}{2\pi\lambda t} \phi \left[ \frac{b}{4\sqrt{kt}} \right] \exp \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right] \quad 4.1.1$$

Platí li podmínka:

$$\frac{b}{4\sqrt{kt}} > 1 \quad 4.1.2$$

Potom se funkce  $\phi$  blíží k jedné a funkce (4.1.1) se změní na jednodušší tvar:

$$T_{li} = T_0 + \frac{Q_0}{2\pi\lambda t} \exp\left[-\frac{a^2}{4kt}\right] \quad 4.1.3$$

Funkce (4.1.3) má maximum v čase  $t_m = \frac{a^2}{4k}$ , pak lze vyjádřit tepelnou vodivost jako:

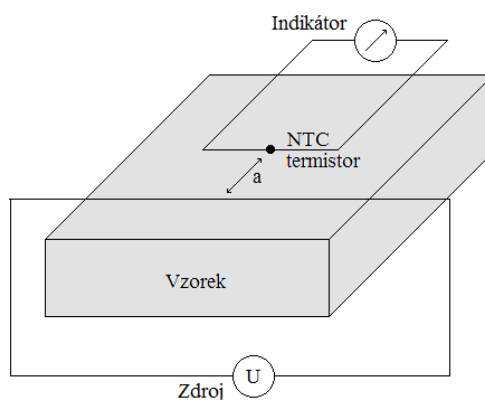
$$\lambda = \frac{\rho c a^2}{4t_m} \quad 4.1.4$$

Dále je možno podle [1] vztah (4.1.4) upravit na tvar vhodný k výpočtu tepelné vodivosti:

$$\lambda = \frac{\rho c a^2}{4\Delta t} \left[ \frac{\Delta t}{t_m} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{t_m}\right)^2 + \frac{5}{12} \left(\frac{\Delta t}{t_m}\right)^3 \dots \right] \quad 4.1.5$$

Rozvojem do Taylorovy řady dosáhneme zpřesnění výpočtu. Zanedbáme li vyšší členy Taylorovy řady a ponecháme li pouze první člen  $\left(\frac{\Delta t}{t_m}\right)$ , pak dospějeme opět ke vztahu (4.1.4), který je méně přesný, proto pro výpočet tepelné vodivosti v rámci tohoto měření bude vycházet ze vztahu (4.1.5).

### 4.1.3. Schéma zapojení



Obrázek 30 Schéma zapojení

V rámci teoretického rozboru byl popsán přímkový líniový zdroj tepla pracující v pulzním režimu. Tento zdroj je realizován pomocí topného drátu s obchodním označením *MANGANIN* o průměru  $0.56 \text{ mm}$  s hodnotou odporu  $R = 1,76 \Omega/m$ . Drát je upevněn na vzorek pomocí speciálního teplovodného lepidla *ARCTIC SILVER ASTA*. Toto lepidlo má dle výrobce tepelnou vodivost  $\lambda = 7.5 \text{ W/mK}$ . Tato hodnota je zhruba o řád vyšší než předpokládaná tepelná vodivost vzorků. To by mělo zajistit minimální chybu způsobenou prostupu tepla mezi tepelným zdrojem a vzorkem. Stejným způsobem je upevnění i *NTC* termistor (*GES 05303338*).

Odpor termistoru je snímán přístrojem *AGILENT 34410A*, který je pomocí rozhraní *USB* připojen k *PC*, kde probíhá záznam a prvotní vyhodnocení měření. To umožňuje software *Agilent InToLink Multimeter*, který umožní záznam přímo do prostředí *MS Excel*.

Pro snímání teploty v místnosti a pro snímání teploty tepelného zdroje bude použit přístroj *METEX M-3850D*.

Tabulka 8 použité přístroje

Výrobce	Označení	Rozsah
Agilent	34410A	10 k $\Omega$
METEX	M-3850D	-50 °C až +200 °C
TTi	CPX400DP	4.5A; 1,36V

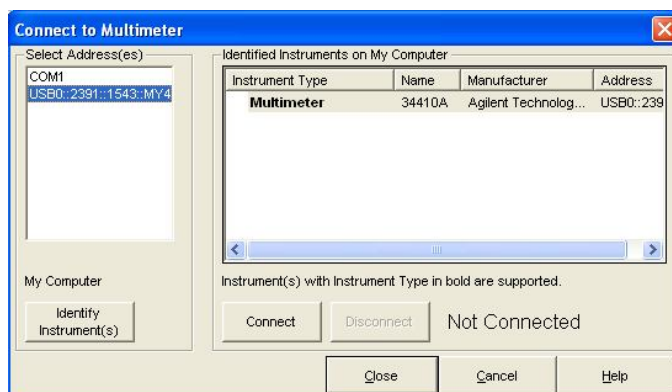
Tabulka 9 použité vzorky

Číslo vzorku	Výrobce	Označení	$c[J/kg \cdot K]$	$\rho[kg/m^3]$	$\lambda_{REF}[W/m \cdot K]$
1	CIHELNA POLOM	Cihla plná CP P20, hladká	1000	1800	0.60 až 0.80
2	KM BETA	Cihla lícová vápenopísková	1000	1790	0.78
3	-	Železo	440	7850	58.00

#### 4.1.4. Průběh měření

Samotné měření proběhlo na třech vzorcích, které jsou uvedeny v tabulce 9. Každý vzorek byl změřen několikrát z důvodu ověření opakovatelnosti měření.

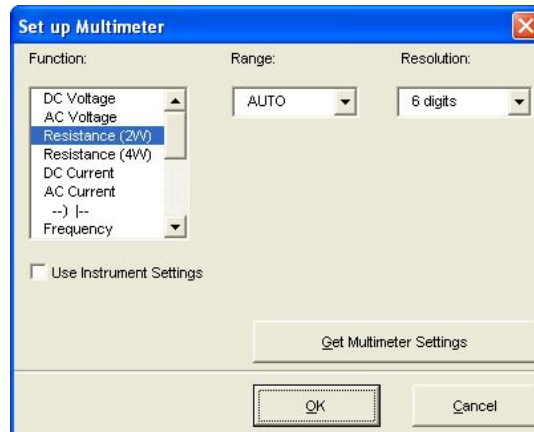
Před zahájením měření je potřeba připojit měřicí přístroj k počítači. Odčítání hodnot přímo přes display přístroje by bylo velmi nevhodné a to z toho důvodu že hodnoty budou odečítány v intervalech pohybujících se v řádech sekund. Samotné připojení k multimetru je velice jednoduché, stačí zapnout přístroj, propojit pomocí USB rozhraní a prostřednictvím aplikace *Agilent InToLink Multimeter* zvolit volbu „*Connect to multimeter*“. Následovně se pomocí dialogového okna (Obrázek 32) přístroj připojí k multimetru.



Obrázek 31 Připojení multimetru k PC



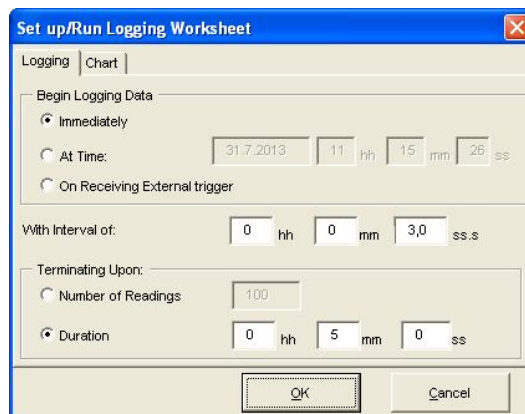
Po připojení je potřeba nastavit parametry měřicího přístroje (Obrázek 33). Volba „Resistance 2W“ nastaví přístroj na měření elektrického odporu ve dvou vodičovém zapojení. Rozsah přístroje je nastaven na hodnotu „AUTO“ a rozlišení bylo nastavováno podle toho, jak rychle bylo potřeba odečítat hodnoty. Při menší hodnotě rozlišení byl přístroj schopen odečítat hodnoty rychleji. Rychlejší odečítání hodnot bylo vhodné pro kovový vzorek z důvodu větší hodnoty tepelné vodivosti, která je větší zhruba o dva řády oproti ostatním vzorkům.



Obrázek 32 Nastavení parametrů měření

Měření probíhá tak, že odporový drát je připojen na zdroj po dobu  $\Delta t$ , po uplynutí této doby je zdroj odpojen. Termistor pak snímá hodnotu odporu. Minimální hodnota odporu je pak maximální hodnotu teploty. V momentu zaregistrování nejnižší hodnoty odporu podle [1] dosáhne teplotní pulz místa kde je snímána teplota pomocí termistoru. Z poměru hodnot doby trvání pulzu  $\Delta t$  a  $tm$  lze určit tepelnou vodivost materiálu pomocí vztahu (4.1.5). Měření musí trvat dostatečně dlouho, aby bylo možné určit maximum teplotní funkce. Doba měření by však neměla přesáhnout dobu osmi minut.

Odečítání hodnot indikovaných přístrojem se spustí pomocí dalšího dialogového okna použité aplikace (Obrázek 34). V tomto okně lze nastavit interval odečítání hodnot, počet odečtených hodnot nebo čas měření.



Obrázek 33 Spuštění odečítání hodnot

V průběhu měření byla také snímána teplota zdroje tepla  $\tau_z$  pomocí přístroje *METEX M-3850D*. Teplota zdroje tepla se pohybovala okolo 55 °C. Tento údaj není z principu metody podstatný, ale je důležitý z důvodu opakovatelnosti měření.

Měření proběhlo v klimatizované místnosti o stálé teplotě 23 °C.

#### 4.1.5. Výsledky měření

Pro vzorky 1 a 2 bylo provedeno několik nezávislých měření, v Tabulce 10 jsou uvedena pouze tři.

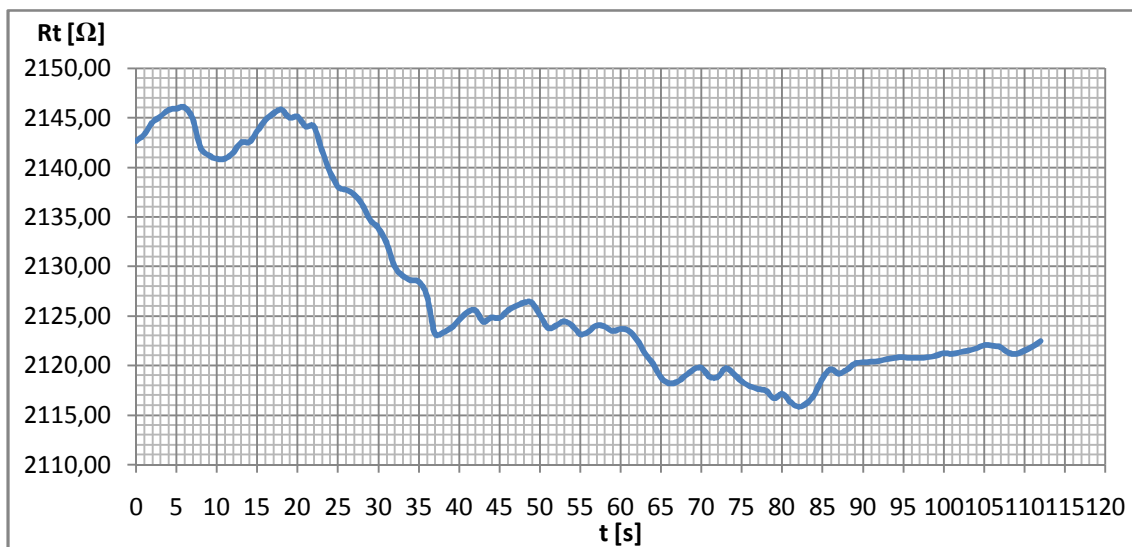
V případě vzorku číslo 1 byla zjištěna hodnota  $\lambda$  pohybující se v intervalu od 0.5932 [W/m.K] do 0.7290 [W/m.K]. Tyto hodnoty odpovídají referenční hodnotě  $\lambda_{REF}$  udávanou výrobcem.

V případě vzorku číslo 2 se změřená hodnota nacházela v intervalu od 0.8326 [W/m.K] do 0.9987 [W/m.K]. Tyto hodnoty se sice blíží k hodnotě udávané výrobcem, ale s jistou odchylkou. Tento vzorek měl uvedenou přesnou hodnotu výrobcem a to  $\lambda_{REF} = 0.78$  [W/m.K]. Zajímavá je že odchylka u všech měření měla stejné znaménko, tedy že naměřené hodnoty byly větší než referenční hodnota.

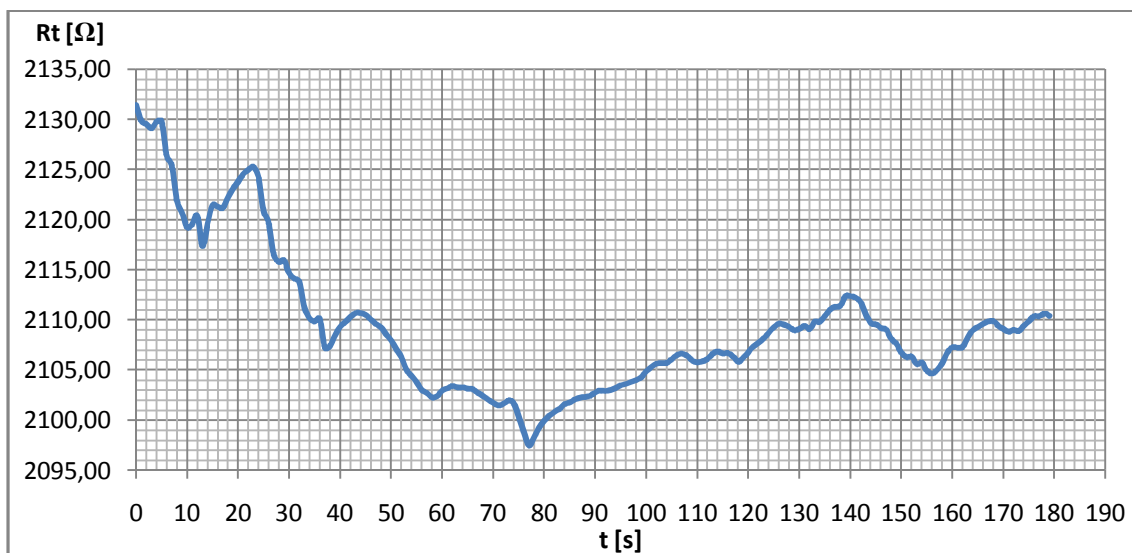
V případě posledního vzorku je v Tabulce 10 uveden pouze jeden výsledek. Důvodem byla skutečnost, že se jednalo o vzorek s mnohem lepší tepelnou vodivostí nežli předchozí vzorky a uspořádání tohoto experimentu nebylo pro takový typ vzorku vhodné. Všechny takto naměřené hodnoty se od referenční hodnoty lišily zhruba o jeden řád. Ve skutečnosti se zde spíše uplatnila více setrvačnost termistoru použitého ke snímání teploty.

Tabulka 10 výsledky měření

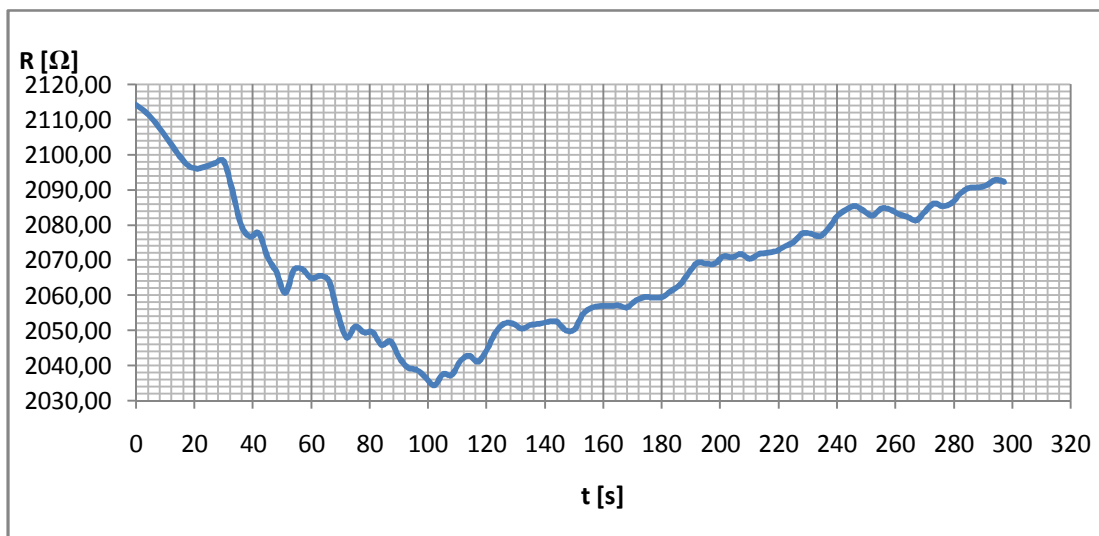
Číslo měření	Číslo vzorku	$\Delta t$ [s]	$t_m$ [s]	$\tau_z$ [°C]	$a$ [mm]	$\lambda_{REF}$ [W/m.K]	$\lambda$ [W/m.K]
1	1	29	82	55	10	0.60 – 0.80	0.6744
2	1	29	77	54	10	0.60 – 0.80	0.7290
3	1	57	102	51	10	0.60 – 0.80	0.5932
4	2	29	60	54	10	0.78	0.9987
5	2	29	62	53	10	0.78	0.9564
6	2	29	69	53	10	0.78	0.8326
7	3	9	11	54	10	58.00	12.1562



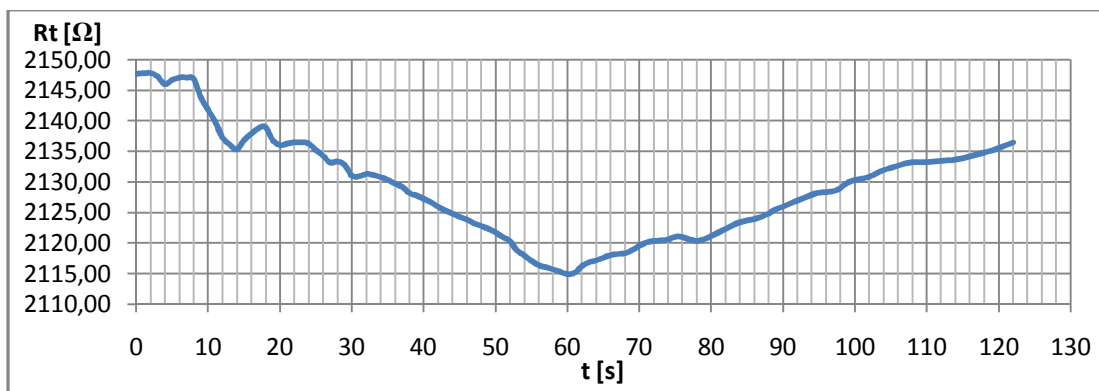
Obrázek 34 Graf měření číslo 1



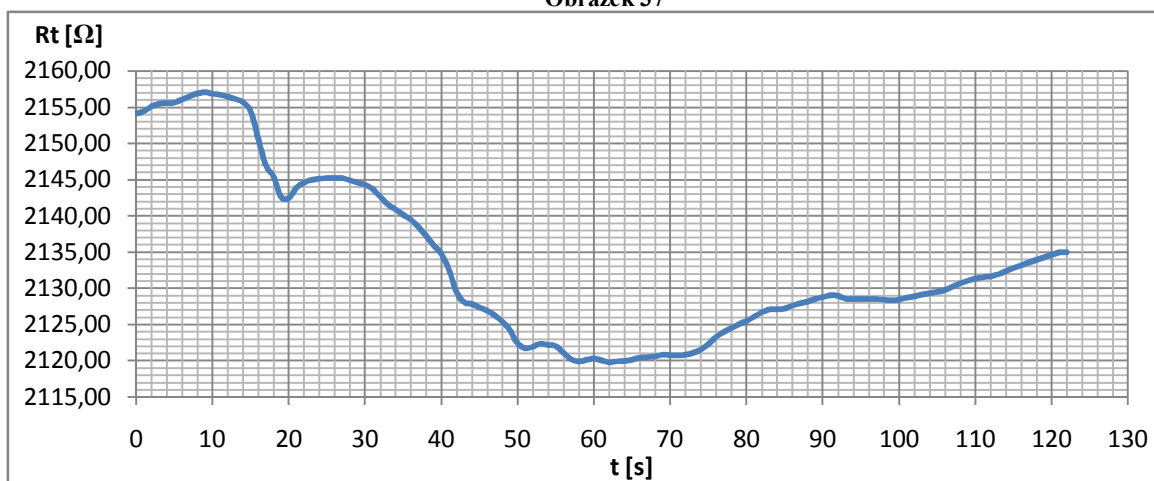
Obrázek 35 Graf měření číslo 2



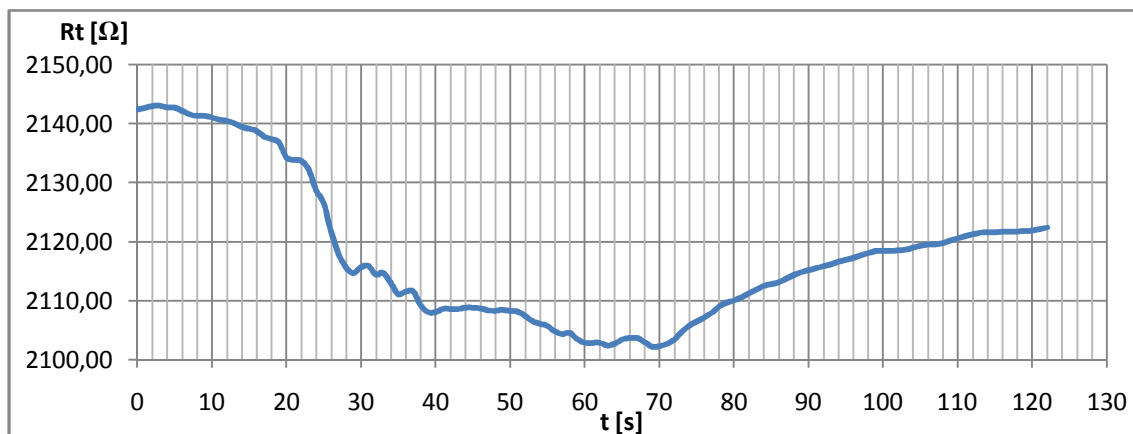
Obrázek 36 Graf měření číslo 3



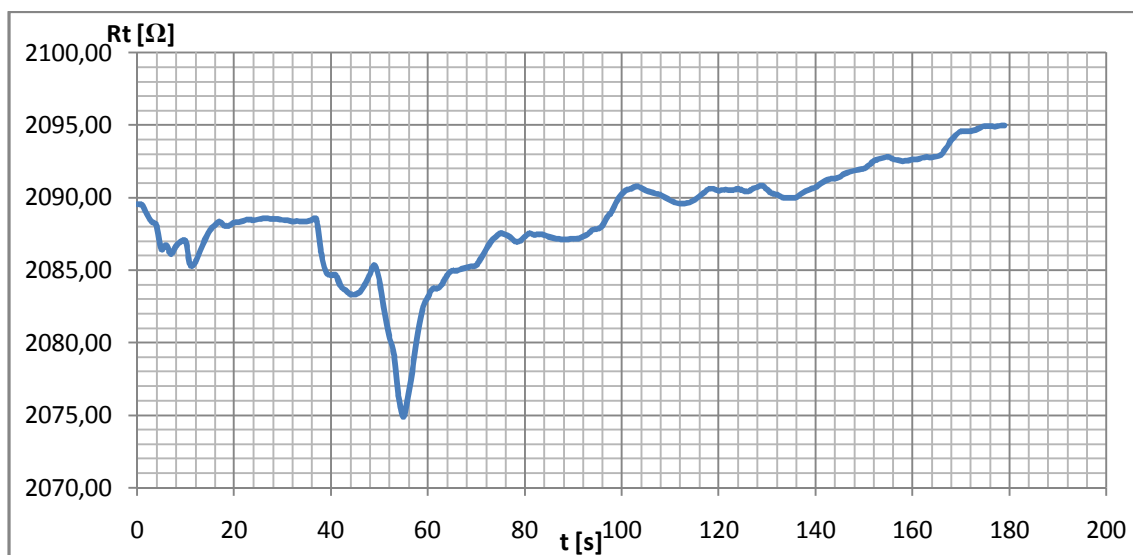
Obrázek 37



Obrázek 38 Graf měření číslo 5



Obrázek 39 Graf měření číslo 6



Obrázek 40 Graf měření číslo 7

#### 4.1.6. Chyby měření

K vyhodnocení přesnosti výsledků měření se používá absolutní chyba měření, která je dána vztahem:

$$\Delta_{\lambda} = \lambda - \lambda_{REF} \quad \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 4.1.5$$

K vyhodnocení přesnosti metody se používá relativní chyba měření, která je dána vztahem:

$$\delta_{\lambda} = \frac{\Delta_{\lambda}}{\lambda_{REF}} 100\% \quad [\%] \quad 4.1.6$$

Systematická chyba projevující se v průběhu měření je dána vztahy:

$$\Delta_{\lambda_{SYST}} = \bar{\lambda} - \lambda_{REF} \left[ \frac{W}{mK} \right] \quad 4.1.7$$

$$\delta_{\lambda_{SYST}} = \frac{\Delta_{\lambda_{SYST}}}{\lambda} 100\% \quad [\%] \quad 4.1.8$$

Tabulka 11 chyby měření pro případ vzorku číslo 1

$\Delta_{\lambda} \left[ \frac{W}{mK} \right]$	$\delta_{\lambda} [\%]$	$\Delta_{\lambda_{SYST}} \left[ \frac{W}{mK} \right]$	$\delta_{\lambda_{SYST}} [\%]$
-0.1068 až 0.0290	-15.2500 až -3.6671	-0.0345	-4.7325 až -5.8159

Tabulka 12 chyby měření pro případ vzorku číslo 2

$\Delta_{\lambda} \left[ \frac{W}{mK} \right]$	$\delta_{\lambda} [\%]$	$\Delta_{\lambda_{SYST}} \left[ \frac{W}{mK} \right]$	$\delta_{\lambda_{SYST}} [\%]$
0.0576 až 0.2187	7.3846 až 28.0385	0.1492	14.9394 až 17.9198

Pro případ měření na třetím vzorku nemá smysl počítat velikost chyb, jelikož je na první pohled zřejmé, že chyba měření je neúměrně velká, tím pádem lze usoudit, že data z měření nejsou směrodatná.

#### 4.1.7. Nepříznivé vlivy na měření

Přesnost měření je ovlivněna několika faktory, mezi které patří: odvod tepla z povrchu vzorku, geometrie a rozměry vzorků, vliv velikosti tepelného zdroje, odvod tepla zdrojem samotným, setrvačnost snímače teploty apod.

Jak již bylo řečeno, měření probíhalo na vzorcích, které lze považovat za polonekonečné prostředí. Nemá-li se projevit odvod tepla přes boky vzorku, uvádí [1], že šířka vzorku musí být minimálně čtyři krát větší než je kolmá vzdálenost snímače od zdroje. U všech použitých vzorků je tato podmínka splněna, tím pádem by se odvod tepla po stranách vzorku neměl projevit.

Odvod tepla z povrchu vzorku mohl mít do jisté míry vliv na přesnost měření a na tvar změřených charakteristik. K odvodu tepla z povrchu vzorku dochází u vzorku prostřednictvím proudění okolního vzduchu. K odvodu tepla sáláním nedochází, jelikož k takovému jevu dojde až při mnohem vyšších teplotách.

Množství tepla, které je odevzdáno do okolí přes povrch vzorku je podle [1] dáno vztahem:

$$Q = b \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{r^2/4k} \beta T'(a, t) dadt \quad 4.1.6$$

Funkce  $T'(a, t)$  reprezentuje teplotu na povrchu vzorku.  $\beta$  je koeficient odvodu tepla. Vypočítáme-li množství tepla odvedeného do okolí, pak můžeme toto do vzorku dodat a tím zachovat vlastnosti dokonale tepelně izolovaného tělesa.

Dalším zdrojem chyby měření je skutečnost, že vztah (4.1.1) vychází z předpokladu dokonalého přímkového zdroje, který dodává do vzorku energii skrz nekonečně tenkou plochu. Ve skutečnosti je plocha styku širší, převážně z důvodu použití lepidla. Také tvar pulsu není ideální, jelikož nějakou dobu trvá, než se drát ohřeje na konečnou teplotu. Po odpojení drátu není ochlazení okamžité, ale rovněž nějakou dobu zabere ochlazování.

Nutno také zmínit chybu zapříčiněnou použitím termistoru. Jeho charakteristika závislosti na odporu není lineární a je závislá na teplotě. To by ale nemělo mít na samotné měření znatelný vliv, z důvodu že hledáme extrém teplotní funkce. Větší problém by mohl představovat citlivost termistoru. Citlivost musí být dostatečně veliká, aby bylo možno registrovat již velmi malé změny teploty (řádově alespoň desetiny °C). Další zdroj chyby představuje zpoždění termistoru a jeho konečná plocha kontaktu se vzorkem. Čím menší plocha kontaktu, tím přesněji lze snímač umístit na danou vzdálenost od zdroje tepla.

## 4.2. Měření tepelné vodivosti s použitím bodového zdroje pracujícího v pulzním režimu

### 4.2.1. Cíl měření

Cílem měření je dokázat funkčnost nestacionární metody měření tepelné vodivosti, která využívá bodový tepelný zdroj pracující v pulzním režimu.

### 4.2.2. Teoretický rozbor

Bodový zdroj tepla pracující v pulzním režimu je takový zdroj, který dodává do soustavy tepelnou energii skrze co nejmenší plochu. Tento zdroj je připevněn na povrchu pevného tělesa (vzorku). Zdroj pracuje rovněž v pulzním režimu, stejně jako v předchozí kapitole.

Teorie měření je obdobná jako v předchozí kapitole, s tím rozdílem, že určení hodnoty vyplývá teplotní funkce jiného tvaru.

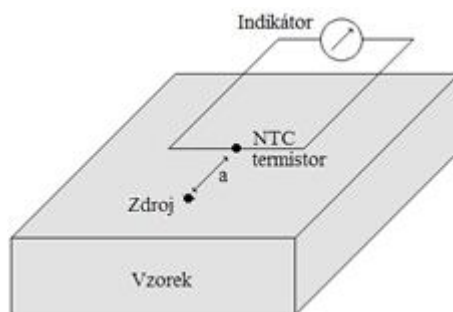
$$T_{ib}(r, t) = T_0 + \frac{Q}{4\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp\left[-\frac{a^2}{4kt}\right] \quad 4.2.1$$

Funkci (4.2.1) můžeme upravit obdobně jako v předchozí kapitole[1] na tvar:

$$\lambda = \frac{\rho c a^2}{6\Delta t} \left[ \frac{\Delta t}{t_m} + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta t}{t_m} \right)^2 + \frac{5}{12} \left( \frac{\Delta t}{t_m} \right)^3 \dots \right] \quad 4.2.2$$

Je patrné, že funkce (4.2.2) a funkce (4.1.5) se od sebe liší jen nepatrně.

### 4.2.3. Schéma zapojení



Obrázek 41 Schéma zapojení

Schéma zapojení je obdobné jako v předchozím případě, s tím rozdílem, že jako zdroj tepla byl v tomto případě použit hrot mikropáječky vybroušený do plošky o průměru  $2.5 \text{ mm}$ . Hrot mikropáječky nebyl připevněn na povrchu, ale byl přitlačen pomocí stojanu. V dalších směrech bylo tedy zapojení totožné.

### 4.2.4. Průběh měření

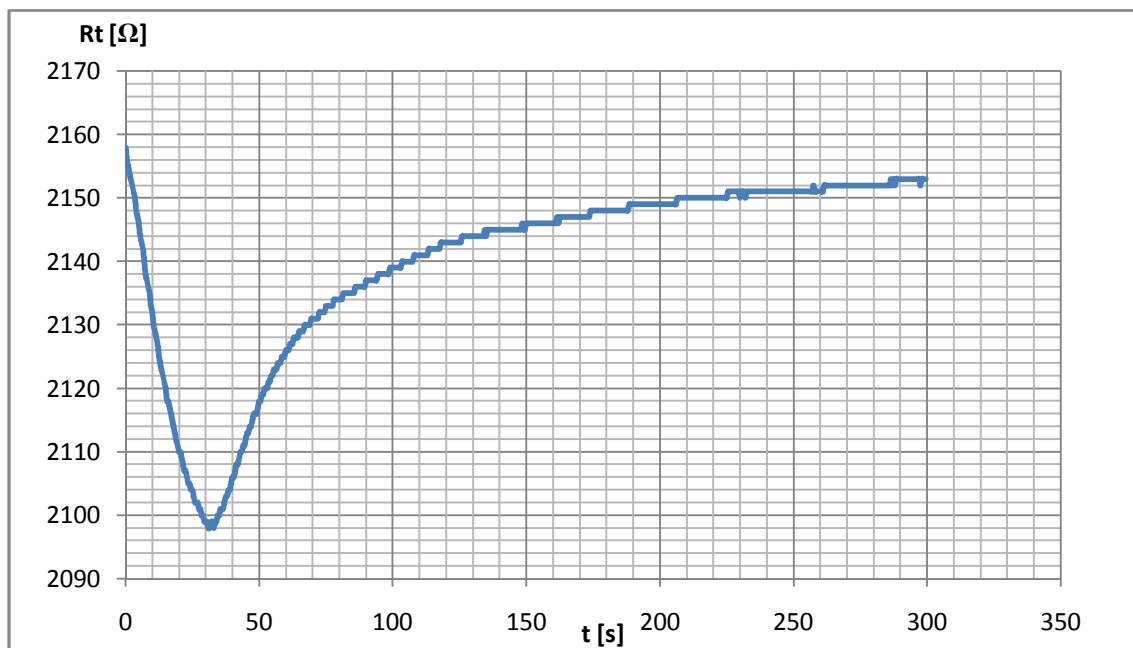
Měření proběhlo opět na stejných vzorcích (Tabulka 9). Měření rovněž proběhlo několikrát v místnosti se stálou teplotou  $23 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Jak již bylo uvedeno, jediný rozdíl oproti předchozímu případu bylo použití hrotu mikropáječky jako tepelného zdroje. Teplota nastavená na tomto zdroji byla na  $150 \text{ }^\circ\text{C}$ . Takováto teplota je již značně velká a je proto potřeba zajistit aby nedocházelo k ohřevu snímače vlivem proudění ohřátého vzduchu a vlivem tepelného záření. Pro tento účel byl přikryt snímač vrstvou polystyrenu.

### 4.2.5. Výsledky měření

Bohužel výsledky měření nenaplnily očekávání a z naměřených dat lze usoudit, že použití hrotu mikropáječky nebylo vhodné řešení. Tvary změřených charakteristik odpovídaly spíše charakteristice měrné tepelné kapacity.





Obrázek 42 Graf charakteristiky změřené pomocí bodového zdroje

Na grafu (Obrázek 43) je patrné, že dokud je zdroj přiložen ke vzorku, teplota indikovaná snímačem narůstá. Ihned po odebrání zdroje tepla z povrchu vzorku snímač indikuje postupné ochlazování vzorku po exponenciální křivce.

Nedobré výsledky použití této metody byly zapříčiněny zřejmě použitým zdrojem tepla. Bohužel z časových důvodů nebyla metoda pořádně odzkoušena a doladěna. Lepších výsledků by bylo pravděpodobně dosaženo použitím zdroje tepla, který by měl podobné parametry jako zdroj použitý v předešlém experimentu. To znamená, že teplota zdroje by se pohybovala v intervalu 50 °C až 60 °C. Takovýmto zdrojem by mohl být například tranzistor s kruhovým průřezem pouzdra. Využito by bylo ztrátového výkonu tranzistoru. V tomto případě by vznikla další nepřesnost, a to vlivem velké styčné plochy, jelikož teorie počítá s nekonečně malým průměrem zdroje.

## 5. ZÁVĚR

Tato práce je věnována problematice měření tepelné vodivosti. První kapitoly jsou věnovány popisu mechanismů přenosu tepla a snímačům tepelných veličin. Důležitou částí je kapitola (2.3), která je věnována teorii měření tepelné vodivosti různými metodami. Praktická část je věnována praktickému ověření dvou z těchto metod. Jedná se o metody využívajících k měření bodového a přímkového liniového zdroje tepla, oba typy zdrojů pracují v pulzním režimu. Bohužel uspokojivých výsledků bylo dosaženo pouze při experimentech zabývajících se měření pomocí liniového přímkového zdroje. Výsledky měření jsou uvedeny v příslušné kapitole. Dále je zmíněno i neúspěšné měření metodou využívajícího pulzního zdroje.

Problematika měření tepelných veličin je velmi obsáhlá a existuje velké množství metod sloužících k jejich měření. Ve většině případů je nutno každou metodu upravit pro konkrétní případ aby bylo měření co nejpřesnější. Důsledkem toho je fakt, že z principiálně jednoduchých metod se v praxi stávají velmi složité úlohy. Při samotném měření je pak používáno velmi složitých soustav, které mají za cíl co nejvíce kompenzovat různé rušivé vlivy na průběh měření. Mezi tyto vlivy patří například kompenzace odvodů tepla po stranách vzorků apod. Ve většině případů je také nutná zdlouhavá příprava vzorků o přesných rozměrech a geometrických tvarech. Některé metody však takovéto přípravy vzorků nevyžadují, jako například metoda ověřená v této práci. Podmínkou kladenou na vzorky při měření touto metodou je pouze nutnost jedné rovinné plochy. Velkou výhodou tohoto měření byla hlavně rychlost měření, která je na rozdíl od stacionárních metod nesrovnatelně rychlejší. Nejdelší doba jednoho měření od zahájení do naměření charakteristiky nepřesáhla 5 minut. Hodnota tepelné vodivosti pak byla zjištěna jednoduchým dosazením do příslušného vztahu, popsaném v teoretické části.

Bohužel nebyly splněny všechny body zadání. Největším problémem je zorientovat se dokonale v této problematice, která je velmi obsáhlá.

## Literatura

- [1] KREMPASKÝ, Július. *Meranie Termofyzikálnych veličín*. 1. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied v Bratislave, 1969. ISBN 71-0,44-69.
- [2] ĎAĎO a KREIDL. *Senzory a měřicí obvody*. 1. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1996. ISBN 80-01-01500-9.
- [3] YAMASUEA, E., M. SUSAB, H. FUKUYAMAB a K. NAGATAB. Thermal conductivities of silicon and germanium in solid and liquid states measured by non-stationary hot wire method with silica coated probe. *Journal of Crystal Growth*. 2002, č. 234, 121–131. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0022-0248\(01\)01673-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0022-0248(01)01673-6). Dostupné z: <http://www.ingentaconnect.com/>.
- [4] *Fyzika: Vysokoškolská učebnice obecné fyziky*. 5. vyd. Praha: VUTIUM a PROMETHEUS, 2001. ISBN 80-214-1869-9.
- [5] Vedení tepla: Wikipedie. <Http://cs.wikipedia.org/> [online]. 2012 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Veden%C3%AD\\_tepla](http://cs.wikipedia.org/wiki/Veden%C3%AD_tepla)
- [6] Šíření tepla prouděním: Wikipedie. <Cs.wikipedia.org> [online]. 2012 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Konvekce\\_tepla](http://cs.wikipedia.org/wiki/Konvekce_tepla)
- [7] APPLIED PRECISION LTD. *Applied Precision Ltd.* [online]. 2013 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: <http://www.appliedp.com/en/default.htm>
- [8] HUKSEFLUX. *Hukseflux: Thermal Sensors* [online]. 2013 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: <http://www.hukseflux.com/>
- [9] Tepelné vlastnosti. <Http://ceg.fsv.cvut.cz/> [online]. 2000 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: <http://ceg.fsv.cvut.cz/vyzkum/zkousky/tepelne-vlastnosti/tepelne-vlastnosti>
- [10] CAPTEC ENTERPRISE. *Captec Thermal Sensors homepage* [online]. 2005, July 01, 2005 [cit. 2013-07-31]. Dostupné z: <http://www.captcenterprise.com/>
- [11] C-THERM TECHNOLOGIES. *C-Therm: Thermal Conductivity Instruments* [online]. 2013 [cit. 2013-07-31]. Dostupné z: <http://www.ctherm.com/>
- [12] TEKA THERMOPHYSICAL INSTRUMENTS GEOTHERMAL INVESTIGATION. *TeKa | Thermophysical Instruments: Geothermal Investigation* [online]. 2005 [cit. 2013-07-31]. Dostupné z: <http://www.te-ka.de/index.html>
- [13] Nrstacionární měření tepelné vodivosti pevných látek. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*. 1998, č. 43, 308 - 313.

## Seznam obrázků

Obrázek 1 Vedení tepla[4].....	11
Obrázek 2 Model tepelné konvekce v zemském plášti [6] .....	13
Obrázek 3 Teplotní závislost odporových snímačů teploty [2] .....	15
Obrázek 4 Tolerance Pt standardních měřících odporů [2] .....	16
Obrázek 5 Tolerance Ni měřících odporů [2] .....	17
Obrázek 6 Charakteristika Si senzoru teploty [2] .....	19
Obrázek 7 Uspořádání monokrystalického Si senzoru teploty [2].....	19
Obrázek 8 Teplotní závislost PN přechodu diodového Si senzoru teploty [2] .....	20
Obrázek 9 Princip termoelektrického článku [2] .....	20
Obrázek 10 Statické charakteristiky termočlánků [2] .....	21
Obrázek 11 Spektrální intenzita vyzařování černého tělesa [2].....	24
Obrázek 12 Termoelektrický detektor [2] .....	24
Obrázek 13 Mikrobolometr [2].....	25
Obrázek 15 Schéma uspořádání měření tepelné vodivosti planparalelní destičky [1] .....	28
Obrázek 16 Vzorek tvaru duté koule [1] .....	28
Obrázek 17 Vzorek tvaru dutého válce [1].....	29
Obrázek 18 Vzorek a normála dutého válce [1] .....	31
Obrázek 19 metoda horkého drátu, sonda [3].....	33
Obrázek 20 Bodový zdroj v nekonečném prostředí 1-zdroj; 2-termočlánek [1].....	34
Obrázek 21 Kruhový zdroj 1-snímač; 2-zdroj tepla; 3-vzorek [1].....	36
Obrázek 22 Zdroj tepla tvaru cívky [1] .....	37
Obrázek 23 Přístroj THASYS [8] .....	40
Obrázek 24 Přístroj MTN01 [8].....	41
Obrázek 25 Přístroj Isomet 2114 [7].....	41
Obrázek 26 Captec senzor tepelného toku [10] .....	43
Obrázek 27 Captec senzor zářivého toku [10].....	43
Obrázek 28 Přístroj C-Therm [11] .....	44
Obrázek 29 Přístroj TK04 [12].....	45
Obrázek 30 Přístroj TK04 - rozložení teploty v sondě a vzorku [12] .....	45
Obrázek 31 Schéma zapojení.....	47
Obrázek 32 Připojení multimetru k PC .....	48
Obrázek 33 Nastavení parametrů měření .....	49
Obrázek 34 Spuštění odečítání hodnot .....	49

Obrázek 35 Graf měření číslo 1 .....	51
Obrázek 36 Graf měření číslo 2 .....	51
Obrázek 37 Graf měření číslo 3 .....	52
Obrázek 38 Graf měření číslo 4 .....	52
Obrázek 39 Graf měření číslo 5 .....	52
Obrázek 40 Graf měření číslo 6 .....	53
Obrázek 41 Graf měření číslo 7 .....	53
Obrázek 42 Schéma zapojení.....	56
Obrázek 43 Graf charakteristiky změřené pomocí bodového zdroje .....	57

## Seznam symbolů

Q	Množství tepla
q	Tepelný výkon v objemové jednotce
$\lambda$	Tepelná vodivost
$\tau$	Čas
k	Teplotní vodivost
$\rho$	Hustota
c	Měrné teplo
a	Vzdálenost snímače od zdroje
$\tau$	Teplota zdroje
$t_m$	Čas, ve kterém dosáhne teplotní funkce svého maxima
$\Delta t$	Doba trvání tepelného pulsu
$\omega$	Frekvence
$\sigma$	Stefan-Boltzmanova konstanta
$\varepsilon$	Emisivita
$\beta$	Koeficient odvodu tepla
$\lambda_0$	Tepelná vodivost známé látky
m	Rychlost ochlazování
$b_0$	Rychlost teplotní změny
$\beta_k$	Koeficient odvodu tepla konvekcí (prouděním)
$\beta_z$	Koeficient odvodu tepla zářením (sáláním)
$E_i$	Integrální funkce $E_i = -\int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt, x < 0$
b	Délka liniového přímkového zdroje
$\lambda_{ref}$	Známa tepelná vodivost cihly