

**Česká zemědělská univerzita v Praze**

**Provozně ekonomická fakulta**

**Katedra systémového inženýrství**



**Bakalářská práce**

**Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími  
odběrateli**

**Michaela Adamcová**

© 2020 ČZU v Praze

# ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Provozně ekonomická fakulta

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Michaela Adamcová

Hospodářská politika a správa  
Podnikání a administrativa

Název práce

Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími odběrateli

Název anglicky

Optimization of Transportation Routes between a chosen company and its clients

---

Cíle práce

Cílem práce je optimalizace dopravní trasy mezi vybranou firmou Pekárna Beruška s.r.o. a jejími odběrateli pomocí vybraných optimalizačních metod, tedy nalezení co možná nejkratší trasy pro dodání pečiva do cílových prodejen, a snížení nákladů vynaložených pro tento každodenní rozvoz.

Metodika

Teoretická část bude zahrnovat prostudování dané problematiky pomocí doporučené literatury a skript. Praktické řešení bude spočívat v získání potřebných informací a dat nutných pro dané výpočty a aplikace metod v praxi. Pomocí vybraných metod budou nalezeny nejvýhodnější dopravní trasy. Na závěr budou veškeré výsledky zhodnoceny a konzultovány s majitelkou firmy.

Doporučený rozsah práce

30-40 stran

Klíčová slova

Aproximační metody, logistika, okružní dopravní problém, rozvoz pečiva

---

Doporučené zdroje informací

APPLEGATE, D L. *The traveling salesman problem : a computational study*. Princeton: Princeton University Press, 2006. ISBN 9780691129938.

COOK, W. *Po stopách obchodního cestujícího : matematika na hranicích možností*. Praha: Dokořán, 2012. ISBN 978-80-7363-412-4.

KOSKOVÁ, I. – ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. KATEDRA OPERAČNÍ A SYSTÉMOVÉ ANALÝZY. *Distribuční úlohy I*. Praha: ČZU-PEF, 2004. ISBN 80-213-1156-8.

STEHlíK, A. – KAPOUN, J. *Logistika pro manažery*. Praha: Ekopress, 2008.

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2011, 351 s. ISBN 978-80-7380-345-2

---

Předběžný termín obhajoby

2019/20 LS – PEF

Vedoucí práce

RNDr. Petr Kučera, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

---

Elektronicky schváleno dne 25. 1. 2020

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

---

Elektronicky schváleno dne 18. 2. 2020

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 25. 02. 2020

## **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci „Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími odběrateli“ jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů v závěru práce. Jako autorka uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušila autorská práva třetích osob.

V Praze dne 6. 3. 2020

---

Michaela Adamcová

## **Poděkování**

Ráda bych touto cestou poděkovala panu RNDr. Petru Kučerovi, Ph.D. za cenné konzultace, věcné rady a především čas, který mi věnoval. Děkuji také majitelce Pekárny Beruška s.r.o. paní Peroutové za poskytnutí veškerých informací týkající se její firmy.

# Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími odběrateli

## Abstrakt

Tato práce se zabývá řešením dopravní úlohy pomocí různých aproximačních metod. Jejím cílem je nalezení nejlepší možné trasy pro každodenní rozvoz pečiva do finálních prodejen firmy Pekárna Beruška s.r.o. V teoretické části jsou vysvětleny pojmy logistika, distribuční úloha, Vogelova aproximační metoda a další. V části praktické je dále pomocí těchto metod nalezeno nejlepší možné řešení.

**Klíčová slova:** Dopravní úloha, pekárna, logistika, Vogelova aproximační metoda, metoda nejbližšího souseda

# **Optimalization of Transportation Routes between a chosen company and its clients**

## **Summary**

This thesis focus on transportation problem using different kinds of approximation methods. The main aim is to find and manage the best possible route for everyday pastries transportation to final stores of bakery Beruška s.r.o. In the first part of this thesis, there will be explained some important definitions as a logistics or Vogel approximation method. In the other part will be found the best possible solution and explanation.

**Keywords:** Transportation task, bakery, logistics, Vogel approximation method, nearest neighbour algorithm

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b> .....	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Cíl práce a metodika</b> .....	<b>12</b>
2.1	Cíl práce .....	12
2.2	Metodika .....	12
<b>3</b>	<b>Literární rešerše</b> .....	<b>13</b>
3.1	Logistika.....	13
3.1.1	Cíle logistiky .....	15
3.1.2	Význam logistiky .....	15
3.1.3	Vývoj logistiky.....	16
3.1.4	Faktory ovlivňující logistiku .....	17
3.1.5	Doprava .....	17
3.1.6	Dopravní logistika .....	19
3.2	Teorie grafů.....	19
3.3	Distribuční úlohy.....	20
3.3.1	Problém obchodního cestujícího .....	20
3.3.2	Jednostupňová dopravní úloha.....	21
3.3.3	Jednookruhový dopravní problém.....	22
3.3.4	Víceokružní dopravní problém .....	22
3.4	Aproximační metody.....	22
3.4.1	Vogelova aproximační metoda .....	22
3.4.2	Metoda nejbližšího souseda .....	23
<b>4</b>	<b>Vlastní práce</b> .....	<b>24</b>
4.1	Pekárna Beruška s.r.o. ....	24
4.2	Metoda nejbližšího souseda .....	25
4.3	Vogelova aproximační metoda .....	33
<b>5</b>	<b>Výsledky a diskuse</b> .....	<b>41</b>
<b>6</b>	<b>Závěr</b> .....	<b>43</b>
<b>7</b>	<b>Seznam zdrojů</b> .....	<b>44</b>



## **Seznam obrázků**

Obrázek 1: Logistické cíle .....	15
Obrázek 2: Dopravní soustava .....	18
Obrázek 3: Orientovaný a neorientovaný graf.....	20

## Seznam tabulek

Tabulka 1: Matice sazeb .....	25
Tabulka 2: Metoda nejbližšího souseda: První krok.....	26
Tabulka 3: Metoda nejbližšího souseda: Druhý krok .....	26
Tabulka 4: Metoda nejbližšího souseda: Třetí krok.....	27
Tabulka 5: Metoda nejbližšího souseda: Čtvrtý krok .....	28
Tabulka 6: Metoda nejbližšího souseda: Pátý krok .....	28
Tabulka 7: Metoda nejbližšího souseda: Šestý krok.....	29
Tabulka 8: Metoda nejbližšího souseda: Sedmý krok .....	30
Tabulka 9: Metoda nejbližšího souseda: Osmý krok.....	30
Tabulka 10: Metoda nejbližšího souseda: Devátý krok.....	31
Tabulka 11: Metoda nejbližšího souseda: Desátý krok .....	32
Tabulka 12: Metoda nejbližšího souseda: Srovnání jednotlivých tras .....	33
Tabulka 13: Výchozí tabulka VAM.....	34
Tabulka 14: Vogelova aproximační metoda: První krok.....	34
Tabulka 15: Vogelova aproximační metoda: Druhý krok .....	35
Tabulka 16: Vogelova aproximační metoda: Třetí krok.....	36
Tabulka 17: Vogelova aproximační metoda: Čtvrtý krok .....	36
Tabulka 18: Vogelova aproximační metoda: Pátý krok .....	37
Tabulka 19: Vogelova aproximační metoda: Šestý krok.....	38
Tabulka 20: Vogelova aproximační metoda: Sedmý krok .....	38
Tabulka 21: Vogelova aproximační metoda: Osmý krok.....	39
Tabulka 22: Vogelova aproximační metoda: Devátý krok.....	40
Tabulka 23: Srovnání Metody nejbližšího souseda a Vogelovy aproximační metody.....	41
Tabulka 24: Trasa realizovaná pekárnou .....	41

# 1 Úvod

Každý, kdo v dnešní době podniká, to dělá za účelem zisku. Firmy se musí orientovat na trhu, aktivně zkvalitňovat svoje služby a splňovat neustále přání svých zákazníků. Doprava a rozvoz zboží je v poslední době čím dál více důležitá a také velmi vyžadovaná. Pro firmy je tedy hlavní poskytnout zákazníkovi co nejlepší službu, ale zároveň také myslet ekonomicky, umět správně nakládat se svými finančními prostředky a co nejvíce minimalizovat svoje náklady na dopravu. Když firma ušetří svoje peníze za rozvoz, může je pak snadno investovat do jiné oblasti svého podnikání. Celkově snaha firmy vybrat co nejlepší možnou trasu je výhodná jak pro snižování času, který zaměstnanec tráví na cestě, tak pro úsporu financí za pohonné hmoty a zároveň pomůže omezit negativní dopady na životní prostředí.

Optimalizací se myslí výběr nejlepší možné varianty a řešení hledáme postupně krok za krokem. Dopravní problém řešíme využitím aproximačních metod, pomocí kterých najdeme řešení, která jsou pouze přibližná, ale dostatečně dobrá.

Tato bakalářská práce se bude věnovat optimalizaci trasy Pekárny Beruška s.r.o. se sídlem v Ohrobcí. Po konzultaci s majitelkou pekárny byla získána data, se kterými se bude dále pracovat. V této práci bude použita metoda nejbližšího souseda a Vogelova aproximační metoda. Poznatky a výsledky této práce budou shrnuty a vyhodnoceny v závěru.

## **2 Cíl práce a metodika**

### **2.1 Cíl práce**

Cílem této práce je optimalizace dopravní trasy vybrané firmy za použití vhodných aproximačních metod. Vybraná firma momentálně nemá žádný systém na plánování a vypočítávání nejvhodnější trasy, ale rozvoz pečiva si plánuje podle sebe. Výhodnější by ale byla stálá trasa, která by byla neměnná a ušetřila by jak čas strávený zaměstnancem na cestě, tak finanční prostředky firmy.

### **2.2 Metodika**

Práce bude rozdělena do dvou částí, a to na část teoretickou a praktickou. Část teoretická se bude zabývat vysvětlením pojmů jako je logistika, distribuční úlohy, a popíše všechny metody, které budou dále použity pro výpočty v praktické části. Ve vlastní práci budou zveřejněna data získaná od majitelů zvolené firmy, s nimiž se bude dále pracovat a hledat optimální řešení úlohy. Pomocí metody nejbližšího souseda a Vogelovy aproximační metody bude vyhledána co možná nejlepší kombinace míst rozvozu. Po zjištění různých výsledků budou všechny tyto informace porovnány a přehledně zveřejněny.

## 3 Literární rešerše

### 3.1 Logistika

*„Pojem logistika jako takový bývá odvozován od řeckých slov logistikon nebo logos. Pojem logistikon označuje důmysl, rozum, pojem logos pak řeč, slovo, myšlenku, nebo rozum“ (Oudová, 2013, s. 8).*

*„Logistika je organizace, plánování, řízení a uskutečňování toku zboží, počínaje vývojem a nákupem a konče výrobou a distribucí podle objednávky finálního zákazníka tak, aby byly splněny všechny požadavky trhu při minimálních nákladech a minimálních kapitálových výdajích. Logistika uvádí do vztahu zboží, lidi, výrobní kapacity a informace, aby byly na správném místě ve správném čase, ve správném množství ve správné kvalitě, za správnou cenu“ (Svoboda, 2006, s. 8).*

*Pernica (2005, s. 32) logistiku definuje jako „plánování, kontrola, organizace a řízení hmotných toků od začátku vývoje a koupi, přes výrobu a distribuci, až ke koncovým dodavatelům za účelem, aby se naplnily požadavky trhu s minimálními náklady a kapitálovými výdaji.“*

Ačkoliv se to nezdá, logistika má vysoké uplatnění a je nezbytná v otázkách každodenního života v dnešním světě. Je důležité, aby logistika byla bezchybná a každodenní přeprava výrobků také včasná. Čerstvé potraviny a nové kolekce vyrobeného oblečení musí být dopraveny ve správný čas na správné místo. Bez toho už by dnešní společnost jen stěží fungovala (Lambert, Stock, Ellram, 2000).

Logistika jako vědní obor nesahá zas až tak daleko, první myšlenky se objevovaly teprve v 50. letech 20. století. Nicméně, první náznaky logistiky se daly pozorovat již ve starověkém Egyptě nebo Řecku. Příkladem je stavba pyramid. Egypťané postavili tuto ohromnou stavbu za pomoci velkého počtu dělníků, kteří pomocí olovníc a provazů tahali kamenné kvádry. I to můžeme nazvat logistikou (Oudová, 2013).

Logistika je často vysvětlována jako doprava, což není úplně správný termín. Každopádně je s dopravou úzce spojena, nelze však tyto dva pojmy spolu zaměňovat, protože doprava je pro logistiku pouze jakýmsi opěrným bodem. Jedná se totiž o tok prvotního materiálu až po zpracovaný materiál ve formě výrobku, který je následně dopraven k zákazníkovi (Oudová, 2013).

*„Ve své podstatě se logistika zaměřuje na to, aby bylo správné zboží ve správném množství dodáno na správné místo ve správném čase za správnou cenu“ (Oudová, 2013, s. 8).*

V logistice se setkáváme s problémy obchodního cestujícího běžně. Zabýváme se pohybem lidí, materiálu nebo vozidel. Ačkoliv si lidé denně plánují pracovní nebo soukromé cesty, ne každý z nich hledá v knihách nejlepší metodu pro vypočítání jejich trasy. K těmto účelům dnes většina lidí používá například soukromé navigace ve svých mobilních telefonech.

Optimalizační metody mají uplatnění spíše ve velkých firmách, které se denně musí vypořádat s rozvozem svých výrobků a nakoupeného zboží, nebo jezdí za svou klientelou a prodávají například poradenské služby atd. V těchto případech je důležité mít ucelený systém, pomocí kterého se každodenní výjezdy naplánují tak, aby firma v důsledku každodenního ježdění neprodělávala a mohla tak ušetřené finance investovat například v jiném sektoru (Applegate, 2006).

Logistika je disciplína, do které můžeme zařadit následující činnosti:

- Dopravu, jako nositele hmotného toku.
- Řízení zásob a činnosti skladovacích systémů.
- Manipulaci s materiály a se zbožím v průběhu výroby a oběhu.
- Převážní balení.
- Zpracování a přenos informací.
- Všechny řídicí činnosti, které vedou k optimalizaci synergického efektu logistického systému (Svoboda, 2006).

Logistika se zabývá širokým spektrem problémů, obecně ji chápeme jako systémový vědní obor, který se zabývá koordinací, synchronizací a celkově optimalizací veškerých činností uvnitř systémů, jež se organizují sami a jejich řetězce jsou nepostradatelné pro dosažení pružného a hospodárného konečného efektu (Pernica, 2005).

V místech, kde pracují s distribučními systémy, se při uplatňování logistiky evidují úspory nákladů na 5 až 10 %. Logistika jako nástroj konkurenčního boje je tak velmi významným faktorem při zvyšování podílu na trhu, a tak se v 70. a 80. letech 20. století zavádí do podnikové praxe (Gros, 1993).

### 3.1.1 Cíle logistiky

Hlavním a nejdůležitějším cílem logistiky je uspokojení potřeb zákazníků. Ti tvoří nejvýznamnější část celého logistického řetězce. Od zákazníků pramení podstatné informace o dodávce a jejich požadavcích. Logistické cíle můžeme rozdělit na primární a sekundární. Do primárních cílů řadíme vnější a výkonové cíle, sekundární cíle jsou vnitřní a ekonomické.

Vnější cíle se zaměřují především na uspokojování požadavků zákazníků, patří sem například zkracování dodacích lhůt. K vnějším cílům se vážou cíle výkonové, které zabezpečují požadovanou úroveň služeb. Vnější cíle jsou nejdůležitější a je potřeba je splnit nejdříve. Dále se můžeme zabývat těmi vnitřními, které se zaměřují na snižování nákladů. Ekonomické cíle zaručují, aby byla splněna požadovaná úroveň služeb s co nejnižšími náklady (Sixta, Mačát, 2005).

Obrázek 1: Logistické cíle



Zdroj: (Sixta a Mačát, 2005)

### 3.1.2 Význam logistiky

Logistika svým vývojem měla velmi důležitý vliv na rozvoj tržního hospodářství a marketingová hlediska se začala do logistických činností zapracovávat. V podstatě začala velmi rychle podporovat prodej výrobků, které bylo za potřebí co nejrychleji přemístit na místo, kde měly být spotřebovány. V 60. letech 20. století se tedy logistika zaměřovala na dva hlavní zájmy, jimiž byla služba zákazníkovi, která samozřejmě zvyšovala tržbu, a co nejrychlejší přemístění produktu z důvodu pohotovosti (Stehlík, Kapoun, 2008).

Významnost logistiky v tržním hospodářství je evidentní. Pravidelnost a přesnost dodání výrobků vede k bezproblémovému prodeji, což také redukuje nedostatek a nerovnováhu na trhu nebo nákup konkurenčních výrobků (Stehlík, Kapoun, 2008).

### 3.1.3 Vývoj logistiky

Nejdříve začala být logistika využívána ve vojenství a již v době Sumerů byly používány úvahy s jednoduchými propočty za účelem vylepšení organizace zásobování a přemístování vojska. Osvědčila se také v době druhé světové války při ne vždy jednoduchých vojenských operacích. Až po konci války se logistika začala využívat také v civilním sektoru a systémy řízení zásob se tak mohly konečně rozvíjet. Logistika se proměňovala postupem času, postoupilo se k hledání řešení mnohem složitějších problémů a logistika tak dnes musí optimalizovat nejen materiální toky, ale i finanční a informační. To dnes můžeme hravě vyřešit pomocí nových logistických systémů a technologií (Daněk, 2004).

#### **Vojenská logistika**

Logistika je všeobecně chápána jako proces zásobování, který je užíván ve vojenských oblastech. Slovo *logis* původně ve francouzštině znamená ukrýt nebo zaopatřit (Pernica, 2005).

Své první teoretické a praktické uplatnění našla ve vojenství, kdy císař Leontos VI. (886–911) vydal své rozsáhlé teoretické dílo známé pod názvem „Leontosovy vojenské instituty“. Toto dílo charakterizuje logistiku následovně:

*„Úkolem logistiky je sehnat prostředky na financování vojska, toto náležitě vyzbrojit a rozčlenit, vybavit jej obrannými a útočnými prostředky, starat se včasné a dostatečně o jeho potřeby a přiměřeně připravovat každý akt vojenského tažení. Což znamená propočítat prostor i čas, odhadnout správně území s ohledem na pohyby vojska a na odpor protivníka a pomocí těchto funkcí uspořádat a řídit pohyb vlastních bojových sil, tedy jedním slovem jimi disponovat“* (Stehlík, Kapoun, 2008, s. 14).

Vojenská logistika může být definována také jako podpora bojujících pozemních nebo leteckých a námořnických jednotek. Zahrnuje tak celý vojenský průmysl, například mobilizaci jednotek. Zaměřuje se na skladování materiálu, zásobování a ubytování jednotek. Hlavním cílem však je co nejlepší podpora a péče pro bojové jednotky a zajištění úspěchů



vojenské strategie na bojišti. Ekonomické hledisko je pro armádu až na druhém místě (Stehlík, Kapoun, 2008).

### **Přechod na civilní logistiku**

Když skončila druhá světová válka, americká armáda se musela vypořádat s tím, že jí mnoho vojáků, kteří sloužili v různých jednotkách, opustilo, a najednou byl všude přebytek beden, kontejnerů a nikdo nevěděl, co s tím. Vojáci, kteří byli propuštěni, poté hledali uplatnění v civilní službě (Stehlík, Kapoun, 2008).

Do oblasti civilně hospodářské pojem logistika přicházel v 50. letech 20. století v USA a pojem logistika se začal v podnikové ekonomice vztahovat na zboží, suroviny a výrobky. Významným rozdílem je také to, že logistická rozhodnutí ve vojenství jsou orientována na strategické a taktické cíle, ale v civilní hospodářské oblasti naopak sledují ekonomické a sociální cíle (Stehlík, Kapoun, 2008).

#### **3.1.4 Faktory ovlivňující logistiku**

Logistický proces se nikdy nevyskytuje jako nezávislý objekt ke svému okolí. Vždy ho ovlivňuje více či méně faktorů, mezi které patří:

- Požadavky trhu a tržní situace.
- Výrobní program.
- Způsob přepravy.
- Výrobně-ekonomické rámcové podmínky.
- Technologické určující faktory.
- Právní rámcové podmínky (Stehlík, Kapoun, 2008).

#### **3.1.5 Doprava**

Pod pojmem doprava si představujeme nějaký pohyb dopravních prostředků za účelem něco přemístit. Přeprava je tedy produktem dopravy. Podle ekonomické teorie se zboží nebo výrobek přemísťuje z místa, kde má malý užitek, na místo, kde je ho nedostatek a užitek je velký. Přepravu není možné skladovat, můžeme ji ale změřit, a to za pomoci jednotky tunový kilometr (tkm). Tunový kilometr vzniká vždy za výkonu vozidla (Stehlík, Kapoun, 2008).

Celkový efekt je roven:

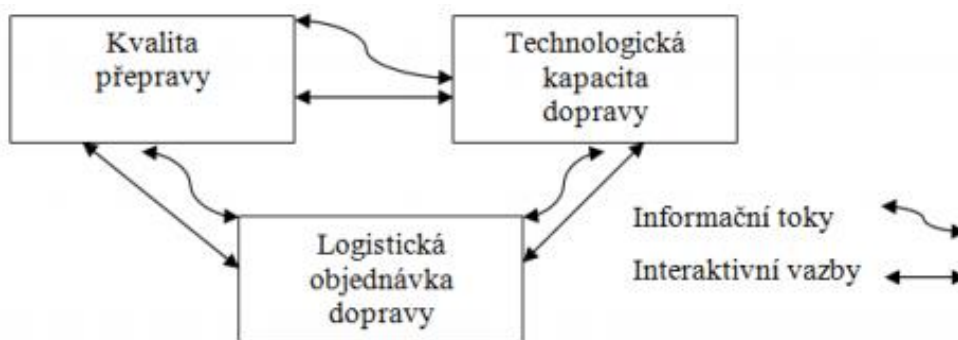
$$\sum hrtkm = \sum tkm + \left(\frac{tkm}{Zd}\right) * t * (1 + \alpha) \quad (1)$$

Kde:

$\Sigma hrtkm$	výkon v hrubých tunových km
$\Sigma tkm$	výkon v čistých tunových kilometrech
$Zd$	dynamické vytížení vozidla
$t$	vlastní hmotnost vozidla
$\alpha$	koeficient prázdného běhu vozidla (Stehlík, Kapoun, 2008, s. 23)

Dopravní soustava může být funkční pouze při dokonalé funkci informačního systému a budou-li následující tři faktory vzájemné souhře:

Obrázek 2: Dopravní soustava



Zdroj: (Svoboda, 2006)

### **Logistická objednávka dopravy**

Určuje kvalitativní úroveň přepravy, jež zpětně ovlivňuje technologickou kapacitu dopravy.

### **Technologická kapacita přepravy**

Technologická kapacita ovlivňuje objednávku, je-li kvalita přepravy stanovena předem. Je-li kapacita dostatečně vysoká, může tak při stanovené kvalitě snižovat potřeby kapacit ostatních činností oběhového procesu.

## **Kvalita přepravy**

Nutnost zabezpečit větší rezervy technologické kapacity, při požadavku větší kvality (Svoboda, 2006).

### **3.1.6 Dopravní logistika**

Dopravní logistika obsahuje problémy servisních služeb, ale také problémy týkající se balení, manipulace a skladování zboží. Hlavním cílem dopravní logistiky je zajištění posoupnosti úkonů a jednotlivých procesů tak, aby se co nejvíce minimalizovaly náklady při dosažení požadované výkonnosti. Hlavní článek dopravního řetězce představuje zákazník.

Při růstu poptávky po dopravě se zároveň mění zpracovatelský průmysl, metody výroby, velikosti dodávek a jejich frekvence. Zmenšováním jednotlivých dodávek roste jejich frekvence a je tak požadována větší kvalita dopravy dodávek v přesně daný čas (Získal, Havlíček, 2010).

Dopravní logistiku lze definovat jako koordinaci, synchronizaci a optimalizaci prostorového rozložení kapacit a chodů všech prostředků a zařízení, jejichž kooperace je nezbytná při realizaci přepravy určité zásilky (Zelený, 2007).

## **3.2 Teorie grafů**

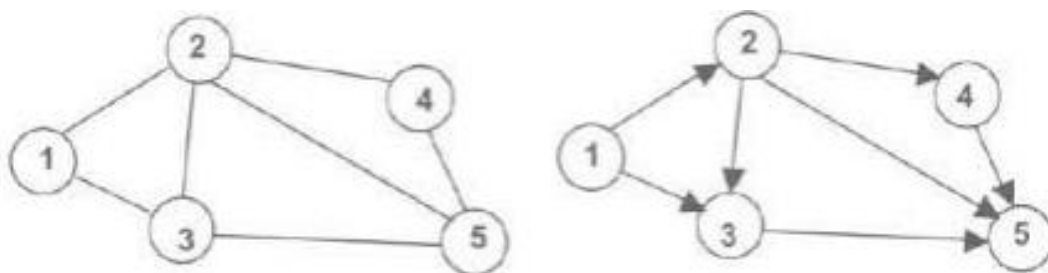
Mnoho reálných situací je možné znázornit za pomoci grafů, které jsou tvořeny množinami bodů zvanými uzly a hranami, které tyto uzly propojují. Uzly většinou představují místa rozvozu a hrany vyjadřují cesty mezi nimi. Graf tak může skvěle znázornit reálnou situaci, kterou je tak snadnější si představit (Jablonský, 2007).

Dle Šubrta (2011) je grafová prezentace často elegantnější a názornější než klasické matematické modely a je více srozumitelná i těm, kteří se matematickým modelováním příliš nezabývají. Tvorba projektového díla, stavby, marketingu výrobku je dnes již neodlučitelně spjata s elegantní grafickou reprezentací.

Graf se skládá z uzlů a hran. Hrana může být buď orientovaná nebo neorientovaná. Pokud není určeno pořadí vrcholů říkáme, že hrana je neorientovaná a jedná se o neuspořádanou dvojici uzlů. Hrany umožňují obousměrný pohyb mezi uzly, ale nemají daný směr. Pokud má graf všechny hrany neorientované, jedná se o neorientovaný graf. Je to taková cesta, která začíná a končí v témže uzlu. Za neorientované grafy považujeme

například řetěz, který je tvořen posloupností na sebe navazujících hran a nebo kružnici. Kružnice, zvaná také jako „cyklus“ nemá ani počátek ani konec, všechny uzly jsou rovnocenné. Má-li graf všechny hrany orientované, říkáme, že je orientovaný. Pokud má graf jak orientované, tak i neorientované hrany, jedná se o částečně orientovaný graf. Pro zakreslení orientované hrany se používají orientované úsečky, někdy opatřené šipkami. Pro neorientované hrany se užívají úsečky bez šipek (Šubrt, 2011).

Obrázek 3: Orientovaný a neorientovaný graf



Zdroj: (Jablonský, 2007)

### 3.3 Distribuční úlohy

Distribuční úlohy vytvářejí skupinu úloh lineárního programování. Rozřazujeme je na jednostupňové, dvoustupňové, přiřazovací, zobecněné a další. U některých z těchto úloh je možné použití metod, které jsou značně jednodušší než simplexová metoda, která je při aplikaci velice zdlouhavá a pracná (Kosková, 2007).

#### 3.3.1 Problém obchodního cestujícího

Dle Pelikána (1993) problém obchodního cestujícího spočívá v hledání cyklu o minimální délce (délkou cyklu rozumíme součet ohodnocení hran tvořících tento cyklus), který prochází každým uzlem právě jednou.

Leonhard Euler a William Rowan Hamilton byli první matematici, kteří vytvořili základy pro matematické zkoumání problému obchodního cestujícího. Euler je také autorem nejdůležitějších článků týkajících se problému obchodního cestujícího. Vyřešil také problém týkající se mostů na řece Pregel v Královci v Provincii Východní Prusko. Zdejší obyvatelé hledali způsob, jakým projít všech sedm mostů právě jednou během jedné procházky. Převedení situace na graf provedl tak, že si každý břeh představil jako vrchol a každý most použil jako hranu, která břehy spojuje. Matematicky tak dokázal, že úloha není řešitelná (Cook, 2012).

### 3.3.2 Jednostupňová dopravní úloha

Jednostupňová dopravní úloha řeší, jak přepravit stejnorodý produkt od dodavatelů ke spotřebitelům tak, aby náklady na tuto přepravu byly minimální. Při řešení tohoto problému vycházíme z toho, že k přepravě těchto produktů používáme vždy stejný dopravní prostředek. Mezi každým dodavatelem a spotřebitelem existuje pouze jedna dopravní trasa, po které je možné převážet libovolné množství produktu (Kosková, 2007).

#### Obecná formulace dopravní úlohy

Je dáno  $m$  dodavatelů  $D_1, D_2, \dots, D_m$ , každý z nich má určitou kapacitu nějakého produktu  $a_1, a_2, \dots, a_m$ . Od dodavatelů je třeba tento produkt dopravit k  $n$  spotřebitelům  $S_1, S_2, \dots, S_n$ , jejichž požadavky jsou  $b_1, b_2, \dots, b_n$ . Dále jsou zadány sazby  $c_{ij}$ , což jsou ceny za přepravu jednotky produktu mezi dodavatelem  $D_i$  a spotřebitelem  $S_j$ . Mohou to být náklady na přepravu jednotky produktu, často to bývá také vzdálenost mezi dodavatelem a spotřebitelem. Množství produktu, které má být přepravováno mezi jednotlivými dodavateli a spotřebiteli označujeme jako  $x_{ij}$ . Cílem je seřadit takový dopravní program, který uspokojí požadavky spotřebitelů a při kterém budou náklady na přepravu minimální (Šubrt, 2011).

#### Dopravní tabulka

Veškeré údaje týkající se dopravního problému se zaznamenávají do dopravní tabulky, ve které se také celá operace a výpočet provádí. Řádky bývají většinou vyhrazeny pro dodavatele a sloupce pro spotřebitele. V každém políčku je zapsána sazba. Sazba  $c_{ij}$  se zaznamenává do pravého horního rohu a doprostřed buňky zadáváme množství přepravovaného produktu, to znamená hodnoty  $x_{ij} > 0$  (je v bázi). Je-li  $x_{ij} = 0$  (proměnná není v bázi), hodnotu do políčka nezapisujeme a políčko je tak prázdné, trasa se nerealizuje. Ve spodním řádku se uvádí kapacity spotřebitelů  $b_j$  a v posledním pravém sloupci kapacity dodavatelů  $a_i$  (Šubrt, 2011).

#### Algoritmus řešení dopravní úlohy

Při řešení dopravní úlohy postupujeme velice podobně jako u simplexového algoritmu (tj. metoda pro řešení úlohy lineárního programování, optimální řešení je takové řešení, které poskytuje nejlepší hodnotu účelové funkce). Postupujeme krok za krokem od výchozího bazického řešení k dalšímu, které má vždycky lepší hodnotu účelové funkce, až do té doby, než dojdeme k optimálnímu řešení. Tento postup je možné rozdělit do čtyř kroků (Šubrt, 2011):

1. Vyvážení dopravní úlohy
2. Nalezení výchozího bazického řešení

Provádí se několika různými metodami, například:

- Indexová metoda.
- Vogelova aproximační metoda.

3. Test optimality

Pro tento test je využívána modifikovaná distribuční metoda (MODI), která určí, zda je nalezené řešení optimální nebo zda je možné najít jiné řešení s lepší hodnotou účelové funkce.

4. Přejít na lepší řešení

Změna je prováděna v dopravní tabulce pomocí Dantzigových uzavřených obvodů. Vstupující proměnou zjistíme rozdílem  $z_{ij} - c_{ij} > 0$ . V nové tabulce máme nové bazické řešení s lepší účelovou funkcí. Celý postup se opakuje do doby, než nalezneme optimální řešení (Šubrt, 2011).

### **3.3.3 Jednookruhový dopravní problém**

Okružních úloh existuje mnoho, jednookruhový dopravní problém řadíme mezi ty nejjednodušší, kdy přeprava mezi všemi místy je realizována pouze jedním okruhem. Tento dopravní problém můžeme také jinými slovy nazývat jako problém obchodního cestujícího (Šubrt, 2011).

### **3.3.4 Víceokružní dopravní problém**

U víceokružního dopravního problému pak používáme termín trasovací problémy. Jedná se o takové řešení dopravního problému, kdy nelze projet všechna místa jedním okruhem, ale musíme trasu za pomoci více vozidel nebo jednoho vozidla rozdělit také do více okruhů. Je tomu tak především z kapacitních důvodů, kdy kapacita daného vozidla nestačí na uspokojení požadavků na množství materiálu všech míst (Šubrt, 2011).

## **3.4 Aproximační metody**

### **3.4.1 Vogelova aproximační metoda**

Vogelovu aproximační metodu řešíme za pomoci tabulky sazeb, kde je potřeba veškeré sazby zapsat a vypočítat diference. Diferencí myslíme rozdíl dvou nejvýhodnějších

sazeb v řádku i ve sloupci. Tato metoda je typická i pro řešení jednostupňových dopravních úloh. Celý výpočet je započat zjištěním diferencí a jejich následným zapsáním do tabulky. Poté je vybrán sloupec nebo řádek s nejvyšší diferencí a v daném řádku či sloupci je nalezena nejnižší sazba, která se označí (Šubrt, 2011).

Následně je důležité vyškrtnout řádek i sloupec, ve kterém se nalezená sazba nacházela, a to proto, že každé místo můžeme navštívit pouze jednou. Nesmí se ale také zapomenout, že je potřeba vyškrtnout i hodnotu, která by předčasně uzavřela okruh. Dalším krokem je přepočítání všech diferencí a následně postupujeme podle stejných kroků až do té doby, dokud nevyjde správná dopravní trasa. Pokud se vyskytne stejná diference u dvou různých řad, je dobré obsadit buňku s nejvýhodnější sazbou v této řadě (Šubrt, 2011).

### **3.4.2 Metoda nejbližšího souseda**

Tato metoda je považována za tu nejjednodušší aproximační metodu, kterou je možné použít pro jednookružní dopravní problém. Celý princip tkví v tom, že se nejprve zvolí výchozí místo. Celý výpočet se provádí za pomoci matice sazeb, ve které je potřeba si vyznačit místa, kam obchodní cestující pojedje, a připsat k nim vzdálenosti neboli sazby a hlavní diagonálu vyškrtnout.

Je důležité škrtnout nejprve sloupec, který odpovídá výchozímu místu, protože tam je možné se vrátit až úplně naposledy. Z daného výchozího bodu pojedeme do místa, kde je nejnižší sazba, a toto místo se musí v matici vyznačit a celý sloupec příslušné buňky vyškrtnout, protože už se na toto místo zpět nevracíme.

Tento postup kopírujeme až do doby, kdy se vracíme zpět do výchozího místa a uzavíráme okruh. Posledním krokem je součet všech vybraných sazeb, pomocí kterého zjistíme celkovou délku této dané trasy. Další trasy zjišťujeme stejným způsobem, pouze měníme výchozí místo. Po zjištění všech počítaných okruhů si vybereme tu nejkratší (Šubrt, 2011).

## 4 Vlastní práce

### 4.1 Pekárna Beruška s.r.o.

Pro praktickou část bakalářské práce byla vybrána firma Pekárna Beruška s.r.o. se sídlem v ulici Károvská 128, Ohrobec, 252 45. Tato pekárna byla založena v roce 2002 a její pečivo je oblíbené v celé Praze-západ. Pekárna se zaměřuje již od počátků na produkci zdravého celozrnného pečiva z žitné mouky. Momentálně pekárna nabízí přes čtyřicet druhů jak klasického, tak celozrnného zdravého pečiva.

V současné době Pekárna Beruška s.r.o. rozváží své výrobky do devíti prodejen, jak svých, tak jiných obchodů. Nabízí také možnost pojízdné prodejny, kterou jsou schopni poskytnout do vzdálenosti 30 km na různé slavnosti apod.

Firma vlastní jedno rozvozové auto, kterým musí rozvést své výrobky každý den na 9 míst. Obchody jsou umístěny v okolí Prahy 4 a Prahy-západ. Řidič obvykle vyjíždí před pátou hodinou ránní, aby stihl všechny výrobky včas dodat. Jako výchozí místo je hlavní prodejna a výrobna v Ohrobcu. Z této lokality musí řidič odvést pečivo do Prahy 4 Modřan, Lhotky, Kunratic a také Dolních Břežan, Vraného nad Vltavou, Zbraslavi, Hodkovic, Vestce a Jílového u Prahy. Následně se musí vrátit zpět do výchozího místa, do Ohrobcu. Jako každá firma, i tato pekárna, by chtěla minimalizovat své náklady na dopravu pečiva a zároveň i minimalizovat čas strávený na cestě. Pomocí metody nejbližšího souseda a Vogelovy aproximační metody se budeme snažit nalézt nejlepší možné řešení cesty, tedy nejkratší a nejméně nákladné.

V následující tabulce jsou znázorněny vzdálenosti (km) mezi jednotlivými prodejnami, které představují matici vzdáleností. Veškeré vzdálenosti v tabulce jsou získané prostřednictvím internetových stránek [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps).



Tabulka 1: Matice sazeb

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
Ohrobec		11,0	7,1	5,6	12,0	8,2	11,6	5,0	13,0	13,8
Zbraslav	11,0		7,6	11,0	14,0	12,0	11,4	8,5	7,0	21,0
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18,0	14,0	13,6	9,5	11,0	12,6
Hodkovice	5,6	11,0	10,5		7,1	3,2	10,0	2,2	11,2	13,2
Kunratice	12,0	14,0	18,0	7,1		4,4	5,8	7,3	9,0	18,4
Vestec	8,2	12,0	14,0	3,2	4,4		9,0	4,5	10,0	15,0
Lhotka	11,6	11,4	13,6	10,0	5,8	9,0		9,5	3,4	21,7
Dolní B.	5,0	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
Modřany	13,0	7,0	11,0	11,2	9,0	10,0	3,4	9,4		19,9
Jílové u P	13,8	21,0	12,6	13,2	18,4	15,0	21,7	13,1	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

## 4.2 Metoda nejbližšího souseda

### Krok 1:

Metoda nejbližšího souseda se považuje asi za nejjednodušší aproximační metodu vhodnou pro výpočet nejkratší trasy. Jako výchozí místo bude vybrána výrobná v Ohrobcí, z které každé ráno řidič odváží pečivo do ostatních prodejen. Tato metoda je zdlouhavá pro výpočet. Je zapotřebí vypočítat délku okruhu pro všechna místa, která jsou jeho součástí, a tudíž každé z nich zvolit i jako místo výchozí.

Po zjištění všech možných okruhů a jejich délky je potřeba tyto výsledky porovnat a vybrat nejkratší možný okruh. Následně ho poté poupravit tak, aby výchozím místem byl Ohrobec, odkud každé ráno řidič vyjíždí.

V prvním kroku, je potřeba se podívat na zvolené výchozí místo, kterým je Ohrobec v prvním řádku. Dále se vybírá místo, které je vzhledem k počtu kilometrů nejbližší. Nejlepší možná hodnota v tabulce je číslo (5), které odpovídá sloupci Dolní Břežany. Zbylé hodnoty, které jsou obsaženy ve sloupci Dolních Břežan již nesmí být do okruhu zahrnuty, a proto je nezbytné celý tento sloupec vyškrtnout. Kromě sloupce Dolní Břežany se musí ale také vyškrtnout buňka, která by celý okruh předčasně uzavřela, což je nežádoucí. Na výchozí místo se bude řidič vracet až naposledy. Škrtná se tedy číslo (5) ve sloupci Ohrobec.

Trasa: Ohrobec → Dolní Břežany

Tabulka 2: Metoda nejbližšího souseda: První krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
<b>Ohrobec</b>		11	7,1	5,6	12	8,2	11,6	<b>5</b>	13	13,8
Zbraslav	11		7,6	11	14	12	11,4	<del>8,5</del>	7	21
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18	14	13,6	<del>8,5</del>	11	12,6
Hodkovice	5,6	11	10,5		7,1	3,2	10	<del>2,2</del>	11,2	13,2
Kunratice	12	14	18	7,1		4,4	5,8	<del>7,3</del>	9	18,4
Vestec	8,2	12	14	3,2	4,4		9	<del>4,5</del>	10	15
Lhotka	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		<del>8,5</del>	3,4	21,7
Dolní B.	<del>5</del>	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
Modřany	13	7	11	11,2	9	10	3,4	<del>9,4</del>		19,9
Jílové	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	21,7	<del>13,1</del>	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 2:

V druhém kroku se bude pokračovat z místa Dolní Břežany. Je nutné se podívat do příslušného řádku, který náleží tomuto místu, a najít opět nejmenší hodnotu. Té odpovídá číslo (2,2), které se označí žlutě. Řidič se nachází v místě Hodkovice. Zbytek tohoto sloupce se vyškrtne a s ním i hodnota, která by předčasně uzavřela okruh. Touto hodnotou je číslo (5,6), protože se do Ohrobce řidič stále ještě nevrací a jede dál.

Trasa: Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice

Tabulka 3: Metoda nejbližšího souseda: Druhý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
<b>Ohrobec</b>		11	7,1	<del>5,6</del>	12	8,2	11,6	<b>5</b>	13	13,8
Zbraslav	11		7,6	<del>11</del>	14	12	11,4	<del>8,5</del>	7	21
Vrané n.V	7,1	7,6		<del>10,5</del>	18	14	13,6	<del>8,5</del>	11	12,6
Hodkovice	<del>5,6</del>	11	10,5		7,1	3,2	10	<del>2,2</del>	11,2	13,2
Kunratice	12	14	18	<del>7,1</del>		4,4	5,8	<del>7,3</del>	9	18,4
Vestec	8,2	12	14	<del>3,2</del>	4,4		9	<del>4,5</del>	10	15
Lhotka	11,6	11,4	13,6	<del>10</del>	5,8	9		<del>8,5</del>	3,4	21,7
Dolní B.	<del>5</del>	8,5	9,5	<b>2,2</b>	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
Modřany	13	7	11	<del>11,2</del>	9	10	3,4	<del>9,4</del>		19,9
Jílové	13,8	21	12,6	<del>13,2</del>	18,4	15	21,7	<del>13,1</del>	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 3:

Ve třetím kroku se pokračuje z řádku Hodkovice. Nejmenší vzdálenost z Hodkovic je hodnota (3,2), se kterou se řidič dostává do Vestce. Je tedy potřeba škrtnout sloupec a hodnotu (8,2), která by předčasně uzavřela okruh.

**Trasa:** Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec

Tabulka 4: Metoda nejbližšího souseda: Třetí krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
Ohrobec		11	7,1	<del>5,6</del>	12	<del>8,2</del>	11,6	<b>5</b>	13	13,8
Zbraslav	11		7,6	<del>11</del>	14	<del>12</del>	11,4	<del>8,5</del>	7	21
Vrané n.V	7,1	7,6		<del>10,5</del>	18	<del>14</del>	13,6	<del>9,5</del>	11	12,6
Hodkovice	<del>5,6</del>	11	10,5		7,1	<b>3,2</b>	10	<del>2,2</del>	11,2	13,2
Kunratice	12	14	18	<del>7,1</del>		<del>4,4</del>	5,8	<del>7,3</del>	9	18,4
Vestec	<del>8,2</del>	12	14	<del>3,2</del>	4,4		9	<del>4,5</del>	10	15
Lhotka	11,6	11,4	13,6	<del>10</del>	5,8	<del>9</del>		<del>9,5</del>	3,4	21,7
Dolní B.	<del>5</del>	8,5	9,5	<b>2,2</b>	7,3	<del>4,5</del>	9,5		9,4	13,1
Modřany	13	7	11	<del>11,2</del>	9	<del>10</del>	3,4	<del>9,4</del>		19,9
Jílové	13,8	21	12,6	<del>13,2</del>	18,4	<del>15</del>	21,7	<del>13,1</del>	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 4:

Ve čtvrtém kroku se řidič nachází ve Vestci. Vykládá pečivo a pokračuje dál. Pro zjištění dalšího místa je potřeba podívat se do řádku Vestec a najít nejbližší místo s nejmenší hodnotou, kam dále řidič pojedě. Z Vestce je nejkratší dostat se do Kunratic, které jsou vzdálené 4,4 km. Ve sloupci Kunratice se škrtnou ostatní hodnoty ve sloupci a hodnota, která by uzavřela okruh (12).

**Trasa:** Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice

Tabulka 5: Metoda nejbližšího souseda: Čtvrtý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
<b>Ohrobec</b>		11	7,1	5,6	12	8,2	11,6	<b>5</b>	13	13,8
<b>Zbraslav</b>	11		7,6	11	14	12	11,4	8,5	7	21
<b>Vrané n.V</b>	7,1	7,6		10,5	18	14	13,6	9,5	11	12,6
<b>Hodkovice</b>	5,6	11	10,5		7,1	<b>3,2</b>	10	2,2	11,2	13,2
<b>Kunratice</b>	12	14	18	7,1		4,4	5,8	7,3	9	18,4
<b>Vestec</b>	8,2	12	14	3,2	<b>4,4</b>		9	4,5	10	15
<b>Lhotka</b>	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		9,5	3,4	21,7
<b>Dolní B.</b>	5	8,5	9,5	<b>2,2</b>	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
<b>Modřany</b>	13	7	11	11,2	9	10	3,4	9,4		19,9
<b>Jílové</b>	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	21,7	13,1	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 5:

V pátém kroku se řidič nachází v Kunraticích. Cesta dále pokračuje na Lhotku a v tabulce se žlutě označuje hodnota (5,8). Dále se škrtají ostatní hodnoty v řádku a sazba (11,6), která by předčasně uzavřela okruh.

**Trasa:** Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka

Tabulka 6: Metoda nejbližšího souseda: Pátý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
<b>Ohrobec</b>		11	7,1	5,6	12	8,2	11,6	<b>5</b>	13	13,8
<b>Zbraslav</b>	11		7,6	11	14	12	11,4	8,5	7	21
<b>Vrané n.V</b>	7,1	7,6		10,5	18	14	13,6	9,5	11	12,6
<b>Hodkovice</b>	5,6	11	10,5		7,1	<b>3,2</b>	10	2,2	11,2	13,2
<b>Kunratice</b>	12	14	18	7,1		4,4	<b>5,8</b>	7,3	9	18,4
<b>Vestec</b>	8,2	12	14	3,2	<b>4,4</b>		9	4,5	10	15
<b>Lhotka</b>	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		9,5	3,4	21,7
<b>Dolní B.</b>	5	8,5	9,5	<b>2,2</b>	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
<b>Modřany</b>	13	7	11	11,2	9	10	3,4	9,4		19,9
<b>Jílové</b>	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	21,7	13,1	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 6:

Šestým krokem se řidič dostává pryč ze Lhotky. Opět je nutné se podívat do příslušného řádku a vybrat hodnotu (3,4). Tato hodnota dostává řidiče do pražských Modřan. Opět se vyškrtává zbytek sloupce Lhotka společně s hodnotou (13).

**Trasa:** Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany

Tabulka 7: Metoda nejbližšího souseda: Šestý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
<b>Ohrobec</b>		11	7,1	5,6	12	8,2	11,6	5	13	13,8
<b>Zbraslav</b>	11		7,6	11	14	12	11,4	8,5	7	21
<b>Vrané n.V</b>	7,1	7,6		10,5	18	14	13,6	9,5	11	12,6
<b>Hodkovice</b>	5,6	11	10,5		7,1	3,2	10	2,2	11,2	13,2
<b>Kunratice</b>	12	14	18	7,1		4,4	5,8	7,3	9	18,4
<b>Vestec</b>	8,2	12	14	3,2	4,4		9	4,5	10	15
<b>Lhotka</b>	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		8,5	3,4	21,7
<b>Dolní B.</b>	5	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
<b>Modřany</b>	13	7	11	11,2	9	10	3,4	9,4		19,9
<b>Jílové</b>	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	21,7	13,1	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 7:

V sedmém kroku v řádku Modřany se nachází minimální hodnota (7) ve sloupci Zbraslav. Hodnota se označí a ostatní hodnoty v řádku se škrtnou. Škrtná se i hodnota (11).

**Trasa:** Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Zbraslav

Tabulka 8: Metoda nejbližšího souseda: Sedmý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
<b>Ohrobec</b>		11	7,1	5,6	12	8,2	11,6	5	13	13,8
<b>Zbraslav</b>	11		7,6	11	14	12	11,4	8,5	7	21
<b>Vrané n.V</b>	7,1	7,6		10,5	18	14	13,6	9,5	11	12,6
<b>Hodkovice</b>	5,6	11	10,5		7,1	3,2	10	2,2	11,2	13,2
<b>Kunratice</b>	12	14	18	7,1		4,4	5,8	7,3	9	18,4
<b>Vestec</b>	8,2	12	14	3,2	4,4		9	4,5	10	15
<b>Lhotka</b>	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		9,5	3,4	21,7
<b>Dolní B.</b>	5	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
<b>Modřany</b>	13	7	11	11,2	9	10	3,4	9,4		19,9
<b>Jílové</b>	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	21,7	13,1	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 8:

Osmým krokem je vybrat nejmenší číslo z řádku Zbraslav (7,6). Řidič se dostává do Vraného nad Vltavou. Zbytek řádku Vrané se škrtná a hledá se buňka ve sloupci Ohrobec, která by předčasně uzavřela okruh. Touto hodnotou je číslo 7,1 a může se proto škrtnout.

**Trasa:** Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Zbraslav → Vrané nad Vltavou

Tabulka 9: Metoda nejbližšího souseda: Osmý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
<b>Ohrobec</b>		11	7,1	5,6	12	8,2	11,6	5	13	13,8
<b>Zbraslav</b>	11		7,6	11	14	12	11,4	8,5	7	21
<b>Vrané n.V</b>	7,1	7,6		10,5	18	14	13,6	9,5	11	12,6
<b>Hodkovice</b>	5,6	11	10,5		7,1	3,2	10	2,2	11,2	13,2
<b>Kunratice</b>	12	14	18	7,1		4,4	5,8	7,3	9	18,4
<b>Vestec</b>	8,2	12	14	3,2	4,4		9	4,5	10	15
<b>Lhotka</b>	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		9,5	3,4	21,7
<b>Dolní B.</b>	5	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
<b>Modřany</b>	13	7	11	11,2	9	10	3,4	9,4		19,9
<b>Jílové</b>	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	21,7	13,1	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)



### Krok 9:

V devátém kroku nezbyvá už nic jiného, než vybrat z řádku Vrané nad Vltavou hodnotu (12,6) a vyškrtnout zbytek řádku. Řidič přijíždí do Jílového u Prahy.

**Trasa:** Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Zbraslav → Vrané nad Vltavou → Jílové u Prahy

Tabulka 10: Metoda nejbližšího souseda: Devátý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
Ohrobec		11	7,1	5,6	12	8,2	11,6	5	13	13,8
Zbraslav	11		7,6	11	14	12	11,4	8,5	7	21
Vrané n.V	7,1	7,6		18,5	18	14	13,6	9,5	11	12,6
Hodkovice	5,6	11	18,5		7,1	3,2	10	2,2	11,2	13,2
Kunratice	12	14	18	7,1		4,4	5,8	7,3	9	18,4
Vestec	8,2	12	14	3,2	4,4		9	4,5	10	15
Lhotka	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		9,5	3,4	21,7
Dolní B.	5	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
Modřany	13	7	11	11,2	9	10	3,4	9,4		19,9
Jílové	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	21,7	13,1	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 10:

V desátém kroku se řidič nachází v Jílovém u Prahy, kde končí svoji rozvážku. Potřebuje se však ještě dostat zpět do výchozího místa, aby se uzavřel okruh. Na výchozí místo se dostává s hodnotou z tabulky (13,8).

**Trasa:** Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Zbraslav → Vrané nad Vltavou → Jílové u Prahy → Ohrobec

Tabulka 11: Metoda nejbližšího souseda: Desátý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl
<b>Ohrobec</b>		11	7,1	5,6	12	8,2	11,6	5	13	13,8
<b>Zbraslav</b>	11		7,6	11	14	12	11,4	8,5	7	21
<b>Vrané n.V</b>	7,1	7,6		10,5	18	14	13,6	9,5	11	12,6
<b>Hodkovice</b>	5,6	11	10,5		7,1	3,2	10	2,2	11,2	13,2
<b>Kunratice</b>	12	14	18	7,1		4,4	5,8	7,3	9	18,4
<b>Vestec</b>	8,2	12	14	3,2	4,4		9	4,5	10	15
<b>Lhotka</b>	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		9,5	3,4	21,7
<b>Dolní B.</b>	5	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1
<b>Modřany</b>	13	7	11	11,2	9	10	3,4	9,4		19,9
<b>Jílové</b>	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	21,7	13,1	19,9	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

Celkovou délku nyní zjistíme součtem všech označených hodnot. V tomto případě s výchozím místem Ohrobec bude celková délka trasy 65 km. Nyní potřebujeme zjistit všechny vzdálenosti okruhů zvlášť pro každé výchozí místo.

### Celkový přehled možných tras

V tabulce níže byly vypočítány jednotlivé trasy s použitím každého místa jako výchozí bod. Z výsledků je sestavena výchozí tabulka, ze které je možné snadno porovnat délky jednotlivých tras. Je tedy zřejmé, že nejlepší trasou podle metody nejbližšího souseda vychází trasa z Ohrobce, která je dlouhá 65 km.



Tabulka 12: Metoda nejbližšího souseda: Srovnání jednotlivých tras

1.	<b>Ohrobec</b> → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Zbraslav → Vrané n. V → Jílové → Ohrobec	<b>65 km</b>
2.	<b>Zbraslav</b> → Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany → Ohrobec → Vrané n. V → Jílové → Zbraslav	<b>71,7 km</b>
3.	<b>Vrané n. V</b> → Zbraslav → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Ohrobec → Jílové → Vrané n. V	<b>71,7 km</b>
4.	<b>Kunratice</b> → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany → Ohrobec → Zbraslav → Vrané n. V → Modřany → Lhotka → Jílové → Kunratice	<b>80 km</b>
5.	<b>Hodkovice</b> → Dolní Břežany → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Zbraslav → Vrané n. V → Ohrobec → Jílové → Hodkovice	<b>69 km</b>
6.	<b>Vestec</b> → Hodkovice → Dolní Břežany → Ohrobec → Vrané n. V → Zbraslav → Modřany → Lhotka → Kunratice → Jílové → Vestec	<b>74,7 km</b>
7.	<b>Lhotka</b> → Modřany → Zbraslav → Vrané n. V → Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Jílové → Lhotka	<b>80 km</b>
8.	<b>Dolní Břežany</b> → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Zbraslav → Vrané n. V → Ohrobec → Jílové → Dolní Břežany	<b>67,6 km</b>
9.	<b>Modřany</b> → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany → Ohrobec → Vrané n. V → Zbraslav → Jílové → Modřany	<b>79,6 km</b>
10.	<b>Jílové u Prahy</b> → Vrané n. V → Ohrobec → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Zbraslav → Jílové u Prahy	<b>71,7 km</b>

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### 4.3 Vogelova aproximační metoda

Dále bude aplikována Vogelova aproximační metoda, která vychází ze stejné matice sazeb. Rozdíl je zde především ve výpočtu diferencí. Nejprve je vždy potřeba vypočítat diference pro každý řádek a sloupec. Spočítá se jako rozdíl dvou nejmenších čísel z řádku/sloupce. Následně se zařazuje do okruhu hodnota, jejíž řádek/sloupec má nejvyšší diferenci. Hodnota sama ale musí být nejmenším číslem v řádku/sloupci. Pokud se vyskytne stejná maximální diference u dvou stejných řádků či sloupců, doporučuje se obsadit přednostně buňka s nejvýhodnější hodnotou.

Tabulka 13: Výchozí tabulka VAM

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	Δ
Ohrobec		11	7,1	5,6	12	8,2	11,6	5	13	13,8	0,6
Zbraslav	11		7,6	11	14	12	11,4	8,5	7	21	0,6
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18	14	13,6	9,5	11	12,6	0,5
Hodkovice	5,6	11	10,5		7,1	3,2	10	2,2	11,2	13,2	1
Kunratice	12	14	18	7,1		4,4	5,8	7,3	9	18,4	1,4
Vestec	8,2	12	14	3,2	4,4		9	4,5	10	15	1,2
Lhotka	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		9,5	3,4	21,7	2,4
Dolní B.	5	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1	2,3
Modřany	13	7	11	11,2	9	10	3,4	9,4		19,9	3,6
Jílové u P	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	21,7	13,1	19,9		0,5
Δ	0,6	0,6	0,5	1	1,4	1,2	2,4	2,3	3,6	0,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 1:

V prvním kroku je zapotřebí vypočítat všechny difference v řádcích a sloupcích. Dále se vybírá difference s největší hodnotou. Zde je to hodnota (3,6) u výchozího místa Modřany. V řádku odpovídajícímu diferenci se zvolí nejnižší sazba (3,4) km, která přísluší sloupci Lhotka. Následně se škrtnou řádek a sloupec, který této hodnotě náleží. Také je potřeba škrtnout hodnotu (3,4), která by předčasně uzavřela okruh.

**Trasa:** Modřany → Lhotka

Tabulka 14: Vogelova aproximační metoda: První krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	Δ
Ohrobec		11	7,1	5,6	12	8,2	<del>11,6</del>	5	13	13,8	0,6
Zbraslav	11		7,6	11	14	12	<del>11,4</del>	8,5	7	21	0,6
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18	14	<del>13,6</del>	9,5	11	12,6	0,5
Hodkovice	5,6	11	10,5		7,1	3,2	<del>10</del>	2,2	11,2	13,2	1
Kunratice	12	14	18	7,1		4,4	<del>5,8</del>	7,3	9	18,4	1,4
Vestec	8,2	12	14	3,2	4,4		<del>9</del>	4,5	10	15	1,2
Lhotka	11,6	11,4	13,6	10	5,8	9		9,5	<del>3,4</del>	21,7	2,4
Dolní B.	5	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1	2,3
Modřany	<del>13</del>	<del>7</del>	<del>11</del>	<del>11,2</del>	<del>9</del>	<del>10</del>	3,4	9,4		<del>19,9</del>	3,6
Jílové u P	13,8	21	12,6	13,2	18,4	15	<del>21,7</del>	13,1	19,9		0,5
Δ	0,6	0,6	0,5	1	1,4	1,2	2,4	2,3	3,6	0,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 2:

V druhém kroku je nutné přepočítat diference, kvůli vyškrtávání řádků a sloupců. Jednotlivé hodnoty znovu přepočítáme a vybereme tu s nejvyšší hodnotou (5,8), která vede ze Lhotky do Kunratic. Je nutné vyškrtnout sloupec i řádek včetně hodnoty (9), která by předčasně uzavřela okruh.

**Trasa:** Modřany → Lhotka → Kunratice

Tabulka 15: Vogelova aproximační metoda: Druhý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	Δ
Ohrobec		11,0	7,1	5,6	<del>12,0</del>	8,2	<del>11,6</del>	5,0	13,0	13,8	0,6
Zbraslav	11,0		7,6	11,0	<del>14,0</del>	12,0	<del>11,4</del>	8,5	7,0	21,0	0,6
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	<del>18,0</del>	14,0	<del>13,6</del>	9,5	11,0	12,6	0,5
Hodkovice	5,6	11,0	10,5		<del>7,1</del>	3,2	<del>18,0</del>	2,2	11,2	13,2	1
Kunratice	12,0	14,0	18,0	7,1		4,4	<del>5,8</del>	7,3	<del>9,0</del>	18,4	2,7
Vestec	8,2	12,0	14,0	3,2	<del>4,4</del>		<del>9,0</del>	4,5	10,0	15,0	1,2
Lhotka	<del>11,6</del>	<del>11,4</del>	<del>13,6</del>	<del>18,0</del>	5,8	9,0		<del>9,5</del>	<del>8,4</del>	<del>21,7</del>	3,2
Dolní B.	5,0	8,5	9,5	2,2	<del>7,3</del>	4,5	<del>9,5</del>		9,4	13,1	2,3
Modřany	<del>13,0</del>	<del>7,0</del>	<del>11,0</del>	<del>11,2</del>	<del>9,0</del>	<del>18,0</del>	3,4	<del>9,4</del>		<del>19,9</del>	-
Jílové u P	13,8	21,0	12,6	13,2	<del>18,4</del>	15,0	<del>21,7</del>	13,1	19,9		0,5
Δ	0,6	0,9	0,5	1	1,4	1,2	-	2,3	2	0,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 3:

Ve třetím kroku se opakuje stejný postup jako v předchozím kroku. Přepočítají se opět všechny diference a vybírá se ta největší (2,7). Z příslušného řádku se označí nejmenší hodnota (4,4), která odpovídá řádku Hodkovice a sloupci Dolní Břežany. Dále se škrtnou sloupec i řádek společně s hodnotou (10), která by předčasně uzavřela okruh.

**Trasa:** Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec

Tabulka 16: Vogelova aproximační metoda: Třetí krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	Δ
Ohrobec		11,0	7,1	5,6	12,0	8,2	11,6	5,0	13,0	13,8	0,6
Zbraslav	11,0		7,6	11,0	14,0	12,0	11,4	8,5	7,0	21,0	0,6
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18,0	14,0	13,6	9,5	11,0	12,6	0,5
Hodkovice	5,6	11,0	10,5		7,1	3,2	18,0	2,2	11,2	13,2	1
Kunratice	12,0	14,0	18,0	7,1		4,4	5,8	7,3	9,0	18,4	2,7
Vestec	8,2	12,0	14,0	3,2	4,4		9,0	4,5	18,0	15,0	1,3
Lhotka	11,6	11,4	13,6	18,0	5,8	9,0		9,5	3,4	21,7	-
Dolní B.	5,0	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1	2,3
Modřany	13,0	7,0	11,0	11,2	9,0	18,0	3,4	9,4		19,9	-
Jílové u P	13,8	21,0	12,6	13,2	18,4	15,0	21,7	13,1	19,9		0,5
Δ	0,6	0,9	0,5	1	-	1,2	-	2,3	2,4	0,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

#### Krok 4:

Ve čtvrtém kroku se vybere diference s hodnotou (3,4) a následně sazba (2,2), která vede z Hodkovic do Dolních Břežan. Nyní se škrtně příslušný sloupec a řádek společně s buňkou, která obsahuje hodnotu (2,2).

**Trasa:** Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec; Hodkovice → Dolní Břežany

Tabulka 17: Vogelova aproximační metoda: Čtvrtý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	Δ
Ohrobec		11,0	7,1	5,6	12,0	8,2	11,6	5,0	13,0	13,8	0,6
Zbraslav	11,0		7,6	11,0	14,0	12,0	11,4	8,5	7,0	21,0	0,6
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18,0	14,0	13,6	9,5	11,0	12,6	0,5
Hodkovice	5,6	11,0	10,5		7,1	3,2	18,0	2,2	11,2	13,2	3,4
Kunratice	12,0	14,0	18,0	7,1		4,4	5,8	7,3	9,0	18,4	-
Vestec	8,2	12,0	14,0	3,2	4,4		9,0	4,5	18,0	15,0	1,3
Lhotka	11,6	11,4	13,6	18,0	5,8	9,0		9,5	3,4	21,7	-
Dolní B.	5,0	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1	2,3
Modřany	13,0	7,0	11,0	11,2	9,0	18,0	3,4	9,4		19,9	-
Jílové u P	13,8	21,0	12,6	13,2	18,4	15,0	21,7	13,1	19,9		0,5
Δ	0,6	0,9	0,5	1	-	-	-	2,3	2,4	0,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 5:

V pátém kroku se zvolí diference (5) a z řádku Vestec hodnota (3,2). Nyní se škrtná sloupec a řádek současně s hodnotou (9,4), která by předčasně uzavřela okruh. Spojení teď vypadá následovně:

**Trasa:** Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany

Tabulka 18: Vogelova aproximační metoda: Pátý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	Δ
Ohrobec		11,0	7,1	5,6	12,0	8,2	11,6	5,0	13,0	13,8	1,5
Zbraslav	11,0		7,6	11,0	14,0	12,0	11,4	8,5	7,0	21,0	0,6
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18,0	14,0	13,6	9,5	11,0	12,6	0,5
Hodkovice	5,6	11,0	10,5		7,1	3,2	10,0	2,2	11,2	13,2	-
Kunratice	12,0	14,0	18,0	7,1		4,4	5,8	7,3	9,0	18,4	-
Vestec	8,2	12,0	14,0	3,2	4,4		9,0	4,5	10,0	15,0	5,0
Lhotka	11,6	11,4	13,6	10,0	5,8	9,0		9,5	3,4	21,7	-
Dolní B.	5,0	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1	3,5
Modřany	13,0	7,0	11,0	11,2	9,0	10,0	3,4	9,4		19,9	-
Jílové u P	13,8	21,0	12,6	13,2	18,4	15,0	21,7	13,1	19,9		0,6
Δ	2,1	0,9	0,5	2,4	-	-	-	-	2,4	0,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 6:

V šestém kroku se opět přepočítají jednotlivé diference a vybírá se ta s největší hodnotou, tedy v tomto případě číslo (4). Ze sloupce Modřany se zvolí nejvýhodnější sazba, a to konkrétně hodnota (7). Následně se vyškrtnou sloupec i řádek společně s hodnotou (8,5).

**Trasa:** Zbraslav → Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany



Tabulka 19: Vogelova aproximační metoda: Šestý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	Δ
Ohrobec		11,0	7,1	5,6	12,0	8,2	11,6	5,0	13,0	13,8	3,9
Zbraslav	11,0		7,6	11,0	14,0	12,0	11,4	8,5	7,0	21,0	0,6
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18,0	14,0	13,6	9,5	11,0	12,6	0,5
Hodkovice	5,6	11,0	10,5		7,1	3,2	10,0	2,2	11,2	13,2	-
Kunratice	12,0	14,0	18,0	7,1		4,4	5,8	7,3	9,0	18,4	-
Vestec	8,2	12,0	14,0	3,2	4,4		9,0	4,5	10,0	15,0	-
Lhotka	11,6	11,4	13,6	10,0	5,8	9,0		9,5	3,4	21,7	-
Dolní B.	5,0	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1	3,5
Modřany	13,0	7,0	11,0	11,2	9,0	10,0	3,4	9,4		19,9	-
Jílové u P	13,8	21,0	12,6	13,2	18,4	15,0	21,7	13,1	19,9		1,2
Δ	2,1	0,9	0,5	-	-	-	-	-	4,0	0,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 7:

V sedmém kroku se vybírá diference (4,5) a hodnota (9,5). Nyní se škrtná sloupec a řádek společně s hodnotou (7,6).

**Trasa:** Zbraslav → Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany → Vrané nad Vltavou

Tabulka 20: Vogelova aproximační metoda: Sedmý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	Δ
Ohrobec		11,0	7,1	5,6	12,0	8,2	11,6	5,0	13,0	13,8	3,9
Zbraslav	11,0		7,6	11,0	14,0	12,0	11,4	8,5	7,0	21,0	-
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18,0	14,0	13,6	9,5	11,0	12,6	0,5
Hodkovice	5,6	11,0	10,5		7,1	3,2	10,0	2,2	11,2	13,2	-
Kunratice	12,0	14,0	18,0	7,1		4,4	5,8	7,3	9,0	18,4	-
Vestec	8,2	12,0	14,0	3,2	4,4		9,0	4,5	10,0	15,0	-
Lhotka	11,6	11,4	13,6	10,0	5,8	9,0		9,5	3,4	21,7	-
Dolní B.	5,0	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1	4,5
Modřany	13,0	7,0	11,0	11,2	9,0	10,0	3,4	9,4		19,9	-
Jílové u P	13,8	21,0	12,6	13,2	18,4	15,0	21,7	13,1	19,9		1,2
Δ	2,1	3,4	2,4	-	-	-	-	-	-	0,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 8:

V osmém kroku se zvolí diference s hodnotou (10) a následně se vybere sazba (11). Nyní se škrtná sloupec i řádek a také hodnota (7,1).

**Trasa:** Ohrobec → Zbraslav → Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany → Vrané nad Vltavou

Tabulka 21: Vogelova aproximační metoda: Osmý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	Δ
Ohrobec		11,0	7,1	5,6	12,0	8,2	11,6	5,0	13,0	13,8	2,8
Zbraslav	11,0		7,6	11,0	14,0	12,0	11,4	8,5	7,0	21,0	-
Vrané n.V	7,1	7,6		10,5	18,0	14,0	13,6	9,5	11,0	12,6	5,5
Hodkovice	5,6	11,0	10,5		7,1	3,2	10,0	2,2	11,2	13,2	-
Kunratice	12,0	14,0	18,0	7,1		4,4	5,8	7,3	9,0	18,4	-
Vestec	8,2	12,0	14,0	3,2	4,4		9,0	4,5	10,0	15,0	-
Lhotka	11,6	11,4	13,6	10,0	5,8	9,0		9,5	3,4	21,7	-
Dolní B.	5,0	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1	-
Modřany	13,0	7,0	11,0	11,2	9,0	10,0	3,4	9,4		19,9	-
Jílové u P	13,8	21,0	12,6	13,2	18,4	15,0	21,7	13,1	19,9		7,2
Δ	6,7	10,0	-	-	-	-	-	-	-	0,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

### Krok 9:

V devátém a zároveň posledním kroku již není důvod počítat diference, ale zařazují se do okruhu poslední zbylé hodnoty (12,6) a (13,8). Spojení je tedy následovné:

**Trasa:** Ohrobec → Zbraslav → Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany → Vrané nad Vltavou → Jílové u Prahy → Ohrobec

Tabulka 22: Vogelova aproximační metoda: Devátý krok

	Oh	Zbra	V.n.V	Hod	Kun	Ves	Lho	D.B	Mod	Jíl	$\Delta$
<b>Ohrobec</b>		11,0	7,1	5,6	12,0	8,2	11,6	5,0	13,0	13,8	-
<b>Zbraslav</b>	11,0		7,6	11,0	14,0	12,0	11,4	8,5	7,0	21,0	-
<b>Vrané n.V</b>	7,1	7,6		10,5	18,0	14,0	13,6	9,5	11,0	12,6	12,6
<b>Hodkovice</b>	5,6	11,0	10,5		7,1	3,2	10,0	2,2	11,2	13,2	-
<b>Kunratice</b>	12,0	14,0	18,0	7,1		4,4	5,8	7,3	9,0	18,4	-
<b>Vestec</b>	8,2	12,0	14,0	3,2	4,4		9,0	4,5	10,0	15,0	-
<b>Lhotka</b>	11,6	11,4	13,6	10,0	5,8	9,0		9,5	3,4	21,7	-
<b>Dolní B.</b>	5,0	8,5	9,5	2,2	7,3	4,5	9,5		9,4	13,1	-
<b>Modřany</b>	13,0	7,0	11,0	11,2	9,0	10,0	3,4	9,4		19,9	-
<b>Jílové u P</b>	13,8	21,0	12,6	13,2	18,4	15,0	21,7	13,1	19,9		13,8
<b><math>\Delta</math></b>	13,8	-	-	-	-	-	-	-	-	12,6	

Zdroj: Vlastní zpracování, hodnoty dostupné z: [www.google.com/maps](http://www.google.com/maps)

Nyní už je jen za potřeby všechny zvýrazněné hodnoty sečíst a zjistit tak celkovou délku okruhu. Výsledná trasa je dlouhá celkem 72,9 km a finální spojení s výchozím místem Ohrobec bude následovné:

**Ohrobec → Zbraslav → Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany → Vrané nad Vltavou → Jílové u Prahy → Ohrobec**



## 5 Výsledky a diskuse

V následující tabulce jsou vyjádřeny výsledky, které byly získány za použití dvou metod. Metody nejbližšího souseda a Vogelovy aproximační metody. Z těchto výsledků je zřejmé, že nejkratší možnou trasu lze získat z výpočtu za pomoci metody nejbližšího souseda a jedná se o následující spojení:

**Ohrobec → Zbraslav → Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany → Vrané nad Vltavou → Jílové u Prahy → Ohrobec**

Tato trasa je pro mnohem výhodnější a celkově kratší o 7,9 km vzhledem k trase získané Vogelovou aproximační metodou.

Tabulka 23: Srovnání Metody nejbližšího souseda a Vogelovy aproximační metody

<b>Metoda nejbližšího souseda</b>	<b>Ohrobec</b> → Dolní Břežany → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Zbraslav → Vrané n.V → Jílové → Ohrobec	<b>65 km</b>
<b>Vogelova aproximační metoda</b>	<b>Ohrobec</b> → Zbraslav → Modřany → Lhotka → Kunratice → Vestec → Hodkovice → Dolní Břežany → Vrané nad Vltavou → Jílové u Prahy → Ohrobec	<b>72,9 km</b>

Zdroj: Vlastní zpracování

Pokud se podíváme na trasu, kterou pekárna používala doposud, je zde vidět markantní rozdíl v délce trasy. Vedení pekárny se optimalizací této trasy nikdy zvlášť nezabývalo a svou trasu realizovali podle svého vlastního uvážení. Trasa využívaná pekárnou se každý den kopírovala a jezdil se následující okruh:

**Ohrobec → Vrané nad Vltavou → Jílové u Prahy → Zbraslav → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Dolní Břežany → Ohrobec**

Tabulka 24: Trasa realizovaná pekárnou

<b>Trasa doposud realizovaná pekárnou</b>	<b>Ohrobec</b> → Vrané n.V → Jílové → Zbraslav → Hodkovice → Vestec → Kunratice → Lhotka → Modřany → Dolní Břežany → Ohrobec	<b>83,3 km</b>
---	--	----------------

Zdroj: Vlastní zpracování

Rozvoz pečiva je realizován každý den včetně sobot, nedělí a svátků. Tento rozvoz zabral řidiči pekárny každý den kolem 2,5 hodin. Od 4:30 do 7:00 s celkovou délkou trasy 83,3 km. Při využití této vypočítané trasy dlouhé 65 km by pekárna ušetřila přibližně 30 minut na cestě a celkem 18,3 km. Pekárna vlastní firemní dodávku Wolksvagen Transporter T4 TDi, se kterou každý den pečivo rozváží. Průměrná spotřeba nafty této dodávky je 8,5 l/100 km. To tedy znamená, že při průměrné ceně nafty 33 Kč/l stála každá jízda po původní trase v přepočtu 233 Kč. Pokud pekárna zvolí rozvozy po nově zjištěné trase, která je dlouhá celkem 65 km, vyjde cesta v přepočtu na 181 Kč. Rozdíl je tedy 52 Kč, které by pekárna mohla každý den ušetřit. Za rok by tak mohla celkově ušetřit až 18 980 Kč a tyto peníze uložit například do rezerv pro nečekané výdaje firmy.

## 6 Závěr

Tato bakalářská práce se věnovala optimalizaci dopravní trasy mezi firmou Pekárna Beruška s.r.o a jejími odběrateli.

Teoretická část se věnovala především logistice a následně představením a popisem metody nejbližšího souseda a Vogelovy aproximační metody. Tyto metody byly následně použity a zužitkovány v praktické části.

Praktická část se věnovala aplikaci již zmíněných metod ve snaze nalezení co nejlepšího možného výsledku. V zájmu této práce bylo zjistit za pomoci těchto dvou konkrétních metod co nejkratší a nejméně nákladnou dopravní trasu, která by usnadnila každodenní rozvoz pečiva a ušetřila tak čas strávený na cestě a najeté kilometry.

Nejprve byla použita metoda nejbližšího souseda, kde se počítaly jednotlivé trasy s použitím každého místa jako výchozího. Metoda nejbližšího souseda byla sice zdoluhavá, ale na rozdíl od Vogelovy aproximační metody pomohla zjistit mnohem výhodnější a efektivnější trasy. Za nejlepší trasu zjištěnou pomocí metody nejbližšího souseda je považována cesta: Ohrobec – Dolní Břežany – Hodkovice – Vestec – Kunratice – Lhotka – Modřany – Zbraslav – Vrané nad Vltavou – Jílové u Prahy – Ohrobec. Její celková délka je 65 kilometrů, a to je o 7,9 kilometrů kratší trasa nežli trasa, která vyšla za pomoci Vogelovy aproximační metody.

Dále ve shrnutí výsledků byla porovnána původní trasa rozvozu, kterou pekárna doposud používala ze zvyku a pohodlnosti. Tato původní trasa vedla z Ohrobec do Vraného nad Vltavou – Jílové u Prahy – Zbraslav – Hodkovice – Vestec – Kunratice – Lhotka – Modřany – Dolní Břežany – Ohrobec. Celková délka původního okruhu pekárny byla 83,3 kilometrů.

Při porovnání původní trasy realizované pekárnou s nově navrženou trasou zjištěnou metodou nejbližšího souseda bylo zjištěno, že pekárna ušetří celkem 18,3 kilometrů a celkový rozvoz tak bude každé ráno přibližně o půl hodiny kratší. Pokud bude firma denně realizovat svůj rozvoz s využitím nově zjištěné trasy, mohla by za naftu ušetřit až 18 980 Kč ročně. Nově zjištěná cesta byla vedením pekárny již navržena a měla by být co nejdříve vyzkoušena.

## 7 Seznam zdrojů

- APPLEGATE, D. L. 2006. *The traveling salesman problem: a computational study*. Princeton: Princeton University Press. ISBN 9780691129938.
- COOK, William. 2012. *Po stopách obchodního cestujícího: matematika na hranicích možností*. 1. vyd. v českém jazyce. Praha: Argo. ISBN 978-80-7363-412-4.
- DANĚK, Jan. 2004. *Logistika*. Ostrava: VŠB-Technická univerzita Ostrava. ISBN 80-248-0705-X.
- GROS, Ivan. 1993. *Logistika*: 1. vyd. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická. ISBN 80-7080-178-6.
- JABLONSKÝ, Josef. 2007. *Operační výzkum: kvantitativní metody pro ekonomické rozhodování*. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-86946-443.
- KOSKOVÁ, Ivanka. 2007. *Distribuční úlohy I*. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta ve vydavatelství Credit. ISBN 80-213-1156-8.
- LAMBERT, Douglas M., James R. STOCK a Lisa M. ELLRAM. 2005. *Logistika: příkladové studie, řízení zásob, přeprava a skladování, balení zboží*. 2. vyd. Brno: CP Books. ISBN 80-251-0504-0.
- OUDOVÁ, Alena. 2013. *Logistika-Základy logistiky*. Prostějov: Computer Media, 2013. ISBN 978-80-7402-149-7
- PELIKÁN, Jan. 1993. *Praktikum z operačního výzkumu*. Praha: Vysoká škola ekonomická. ISBN 80-7079-135-7.
- PERNICA, Petr. 2005. *Logistika pro 21. století: (supply chain management)*. 1. vyd. Praha: Radix. ISBN 80-860-3159-4.
- SIXTA, Josef a Václav MAČÁT. 2005. *Logistika: teorie a praxe*. Brno: CP Books. Business books (CP Books). ISBN 80-251-0573-3.
- STEHLÍK, Antonín a Josef KAPOUN. 2008. *Logistika pro manažery*. 1. vyd. Praha: Ekopress. ISBN 978-80-86929-37-8.
- SVOBODA, Vladimír. 2006. *Doprava jako součást logistických systémů*. 1. vyd. Praha: Radix. ISBN 80-86031-68-3.

ŠUBRT, Tomáš a kol. 2011. *Ekonomicko-matematické metody*. Plzeň: Aleš Čeněk, 2011. ISBN 978-80-7380-345-2.

ZELENÝ, Lubomír. 2007. *Osobní přeprava*. 1. vyd. Praha: ASPI. ISBN 978-80-7357-266-2.

ZÍSKAL, Jan a Jaroslav HAVLÍČEK. 2010. *Ekonomicko matematické metody II: studijní texty pro distanční studium*. 2. vyd. Praha: ČZU PEF Praha ve vyd. Credit. ISBN 978-80-213-0664-6.

### **Internetové zdroje**

Google Google mapy © 2020 [online]. [cit. 7. 2. 2020]. Dostupné z: <https://www.google.com/maps/>