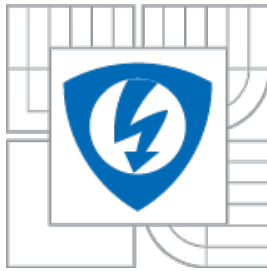




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF BIOMEDICAL ENGINEERING

VLNKOVÝ WIENEROVSKÝ FILTR EKG SIGNÁLŮ

WAVELET WIENER FILTER OF ECG SIGNALS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

Bc. Eva Sedláčková

AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE

Ing. Lukáš Smital

SUPERVISOR

BRNO, 2014



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav biomedicínského inženýrství

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Biomedicínské inženýrství a bioinformatika

Studentka: Bc. Eva Sedláčková

ID: 125073

Ročník: 2

Akademický rok: 2013/2014

NÁZEV TÉMATU:

Vlnkový wienerovský filtr EKG signálů

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1) Seznamte se s vlnkovou transformací a zaměřte se na možnosti jejího využití pro filtraci EKG signálů. 2) V programovém prostředí Matlab navrhnete a realizujete vlnkový wienerovský filtr pro odstranění svalového rušení z EKG signálů. 3) Algoritmus doplňte o různé metody prahování vlnkových koeficientů a různé způsoby výpočtu prahu. Realizujte i práh adaptivní a funkci ověřte na datech z CSE databáze. 4) Vhodnou metodou optimalizujte všechny číselné parametry navrženého filtru, ostatní parametry volte na základě zkušeností jiných autorů. 5) Filtr s optimálními parametry zhodnoťte na kompletní CSE i MIT-BIH Arrhythmia databázi a srovnajte s výsledky dalších autorů.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] KOZUMPLÍK, J. Vlnkové transformace a jejich využití pro filtraci signálů EKG. Habilitační práce ÚBMT FEKT VUT v Brně, 2004.
- [2] ZELINKA, I., Z. OPLATKOVÁ, M. ŠEDA, P. OŠMERA a F. VČELAŘ. Evoluční výpočetní techniky: principy a aplikace. 1. české vyd. Praha: BEN, 2009, 534 s. ISBN 978-80-7300-218-3.

Termín zadání: 10.2.2014

Termín odevzdání: 23.5.2014

Vedoucí práce: Ing. Lukáš Smital

Konzultanti diplomové práce:

prof. Ing. Ivo Provazník, Ph.D.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Cílem práce je seznámení s metodou filtrace EKG signálů pomocí vlnkové transformace a její využití k filtraci signálů zarušených myopotenciály. Práce nejprve pojednává o obecných vlastnostech a vzniku EKG signálu a popisuje EKG křivku. Dále se zaměřuje na vlnkovou transformaci, její typy a různé druhy výpočtu prahu a rozdílné metody prahování. Návrhová část práce je zaměřena na návrh wienerovského vlnkového filtru pro odstranění myopotenciálů z EKG signálu a nalezení optimálních parametrů tohoto filtru pomocí optimalizačního algoritmu. Pro optimalizaci je použita simplexová metoda. Nalezené optimální parametry jsou zhodnoceny na databázích CSE a MIT-BIH Arrhythmia a porovnány s výsledky jiných autorů.

Klíčová slova

EKG, empirický práh, myopotenciály, Nelder-Meadův algoritmus, SNR, vlnková transformace, wienerovský filtr

Abstract

The aim of this work is introduction with method of filtering the ECG signals using wavelet transformation and use of this method for filtering of signal disturbed with myopotentials. The work deals with general properties and with genesis of ECG signals and describes ECG curve. Next part of work is focused on wavelet transformation, types of wavelet transformation and different methods calculation thresholds and thresholding. Design part of work is focused on design Wiener filter for remove myopotentials from ECG signals and finding optimal parameters of this filter using optimization algorithm. For optimization is used simplex method. Discovered optimal parameters are assessed on CSE and MIT-BIH Arrhythmia database and compared with results of other authors.

Key words

ECG, an empirical threshold, myopotentials, Nelder-Mead algorithm, SNR, wavelet transformation, Wiener filter

SEDLÁČKOVÁ, E. Vlnkový wienerovský filtr EKG signálů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2014. 71 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Lukáš Smital.

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Vlnkový wienerovský filtr EKG signálů jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 20. května 2014

.....
podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu mé diplomové práce Ing. Lukáši Smitalovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne 20. května 2014

.....
podpis autora

Obsah

1 Úvod.....	7
2 EKG (ELEKTROKARDIOGRAFIE).....	8
2.1 Převodní systém srdce.....	8
2.2 EKG svody.....	9
2.3 EKG křivka.....	11
2.4 Typy EKG.....	12
2.5 Rušení EKG signálu.....	13
3 Vlnková transformace	17
3.1 Vlnková transformace spojitého signálu.....	17
3.2 Diskrétní vlnková transformace.....	17
3.3 Reálná dyadická vlnková transformace s diskrétním časem.....	18
3.4 Inverzní transformace (IDTWT).....	21
3.5 Redundantní DTWT.....	22
3.6 Paketová DTWT.....	23
4 Využití DWT pro filtraci signálů EKG.....	24
4.1 Výběr typu DTWT.....	25
4.2 Prahování koeficientů reálné DTWT.....	26
4.3 Stanovení prahových hodnot pro vlnkovou filtraci.....	30
4.3.1 Univerzální práh.....	31
4.3.2 Empirický práh.....	31
4.3.3 Práh vycházející ze zobecněného Gaussova rozložení koeficientů.....	32
5 Wienerovská filtrace.....	33
5.1 Metoda pilotního odhadu.....	34
5.2 Zarušení signálu.....	35
5.3 Hodnocení výsledků filtrace.....	36

5.4 Databáze CSE.....	36
5.5 MIT-BIH Arrhythmia databáze.....	37
5.6 Vlnkový wienerovský filtr.....	38
5.6.1 Parametry filtru a jeho výsledky.....	40
6 Optimalizace.....	45
6.1 Klasifikace optimalizačních metod.....	46
6.2 Optimalizace vícerozměrné hladké funkce.....	46
6.3 Simplexová metoda.....	47
6.4 Globální optimalizace.....	49
6.5 Postup optimalizace.....	51
6.6 Výsledky optimalizace.....	55
6.7 Testování parametrů.....	56
6.8 Srovnání dosažených výsledků.....	63
7 Závěr.....	67
8 Literatura	69
9 Seznam zkratk.....	71

1 Úvod

Elektrokardiografie (EKG) je v dnešní době jednou z nejvyužívanějších metod vyšetření srdce. I když je to pouze jedna z mnoha metod, je velice často využívána pro poměrnou jednoduchost vyšetření a její přínosy. Umožňuje odhalení většiny závažnějších srdečních onemocnění, jako například známky nedokrevnosti srdečního svalu, proběhlý infarkt myokardu, chlopenní vady atd. Význam má i při studiu poruch srdečního rytmu. Jedná se o funkční vyšetření elektrické aktivity, které je neinvazivní, leč má velkou výpovědní diagnostickou hodnotu. Vzhledem k tomuto je však důležité, aby data byla kvalitní a reprezentativní. Lidské tělo ale samo o sobě generuje celou řadu rušení například v podobě myopotenciálů. Signál, zvláště ze zátěžového EKG je tak vždy zašuměn, nemusí se však jednat pouze o svalové rušení, ale také o úzkopásmové rušení síťovým brumem či driftem. Na každý typ rušení je však vhodný jiný typ filtrace. Běžně používaná lineární filtrace je vhodná při zarušení brumem či driftem. Při potlačení myopotenciálů z elektrokardiogramu je však vhodné využití nelineární filtrace, která na rozdíl od lineární filtrace, nevede k výraznému ořezání extrémů v signálu, kterými jsou kmity QRS komplexů. K tomuto účelu mohou sloužit vlnkové filtry, které využívají pro filtraci úpravu koeficientů. Jedná se o metodu, která dovede úspěšně odstranit neúčinnou složku signálu, aniž by zásadně poškodila či změnila užitečnou složku signálu i v případě, že se spektrum rušení výrazně překrývá se spektrem užitečného signálu. Z tohoto důvodu je pro odstranění myopotenciálů z EKG signálů v této práci použita vlnková transformace, konkrétně wienerovský vlnkový filtr.

Vlnkový wienerovský filtr se jeví ideálním řešením pro filtraci EKG a v této práci je navržen konkrétně pro odstranění myopotenciálů. Zvláště důležité pro ideální filtraci svalového rušení jsou jednotlivé parametry wienerovského filtru. Největší vliv mají zvláště volba bank filtrů a stupeň dekompozice pro vlnkovou transformaci. Ve druhé části práce jsou tyto parametry zvoleny a optimalizovány jsou zbývající číselné parametry, kterými jsou empirická konstanta pro volbu prahu a počet stupňů dekompozice. Cílem optimalizace je nalezení ideálních parametrů pro získání maximálního SNR filtrovaného signálu.

2 EKG (ELEKTROKARDIOGRAFIE)

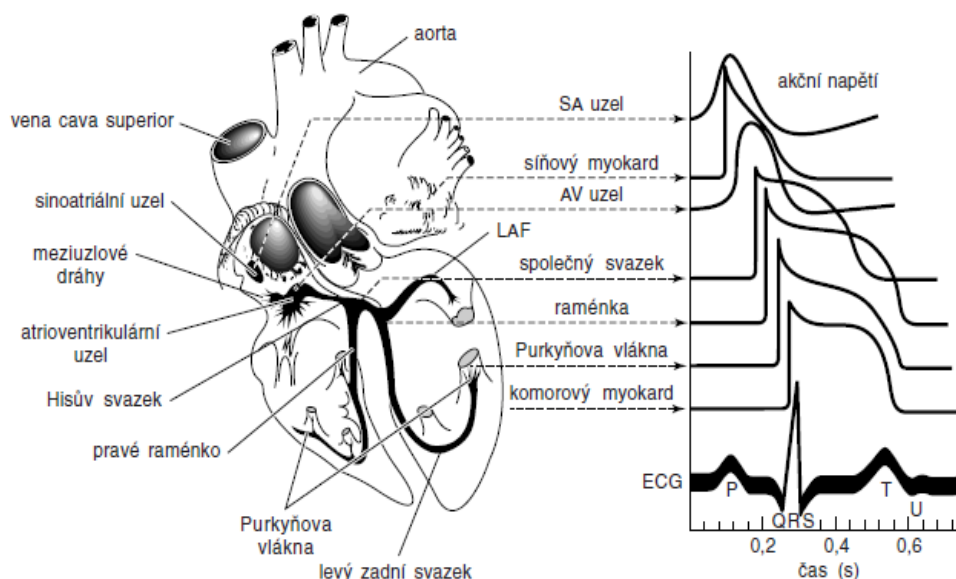
Elektrokardiogram je grafická reprezentace časové závislosti rozdílu elektrických potenciálů snímaných zpravidla z povrchu hrudníku, které vznikají jako důsledek šíření elektrického vzruchu svalovou tkání srdečních síní a komor. Srdce je sval, který pracuje jako pumpa řízená elektrickými stimuly, které vycházejí ze sinoatriálního uzlu. Rozdíly elektrických potenciálů pak vytvářejí napětí, které můžeme měřit i na povrchu různých částí lidského těla [7]. Tyto rozdíly vznikají sumací elektrických projevů všech srdečních buněk. Protože jednotlivé buňky nemají v daném okamžiku stejnou hodnotu akčního potenciálu a nepracují zcela synchronně, tečou po povrchu membrán a všude kolem srdce elektrické proudy. Vzhledem k tomu, že tkáň lidského těla jsou díky obsahu velkého množství elektricky nabitých iontů vodivé, vznikají mezi různými místy povrchu těla napětí, jejichž průběh v čase se zaznamenává na elektrokardiogram [23].

2.1 Převodní systém srdce

Srdeční vzruch vzniká v sinoatriálním (SA) uzlu, který je primárním pacemakerem, neboť má vyšší frekvenci než ostatní „potenciální pacemakery“, kterými jsou atrioventrikulární (AV) uzel nebo komory (obr. 2.1). SA uzel tedy určuje srdeční rytmus, v tomto případě je sinusový, 70 až 80 cyklů /min. Z SA uzlu se pak šíří vzruch na síně, po kterých se rozbíhá všemi směry, přednostně však využívá preferenční síňové dráhy (Thorelův, Wenckenbachův, Jamesův a Bachmanův svazek), které vedou vzruch rychleji než ostatní pracovní myokard. Vzruch z SA uzlu přechází postupně na AV uzel, který leží pod endokardem na spodině pravé síně nad septálním cípem trikuspidální chlopně. Jeho dolní část plynule přechází v Hisův svazek, který prostupuje elektricky nevodivou vazivovou přepážkou na mezikomorové septum. AV uzel a horní část Hisova svazku se označují jako síňokomorová junkce (AV junkce). Přenos vzruchu se šíří na komory jen cestou AV junkce, vzhledem k vazivovému skeletu mezi síněmi a komorami.

Při vyřazení SA uzlu přejímá AV uzel funkci pacemakeru – sekundární pacemaker s tzv. nodálním – junkčním srdečním rytmem. AV uzel má důležitý význam u fibrilace a flutteru síní, kdy aktivace síní je cca 300 krát za minutu a AV uzel chrání komory před touto vysokou frekvencí, která by vedla k jejich vyčerpání a srdečnímu selhání. AV uzel zde působí jako fyziologický blok a převede jen vzruchy, které nespádají do refrakterní fáze.

V mezikomorovém septu přechází Hisův svazek v pravé a levé Tawarovo raménko. Záhy po rozdělení se levé raménko dělí na silnější zadní fascikulus a slabší přední větev. Z přední větve levého Tawarova raménka odstupují větve pro aktivaci septa.



Obr. 2.1: Anatomie srdce a šíření napětí jednotlivými částmi

Každé raménko aktivuje určitou část srdečních komor, pravé raménko aktivuje pravou komoru, přední fascikulus aktivuje septum, přední papilární sval a anterolaterální část levé komory. Zadní fascikulus aktivuje posterolaterální oblast levé komory srdeční a zadní papilární sval.

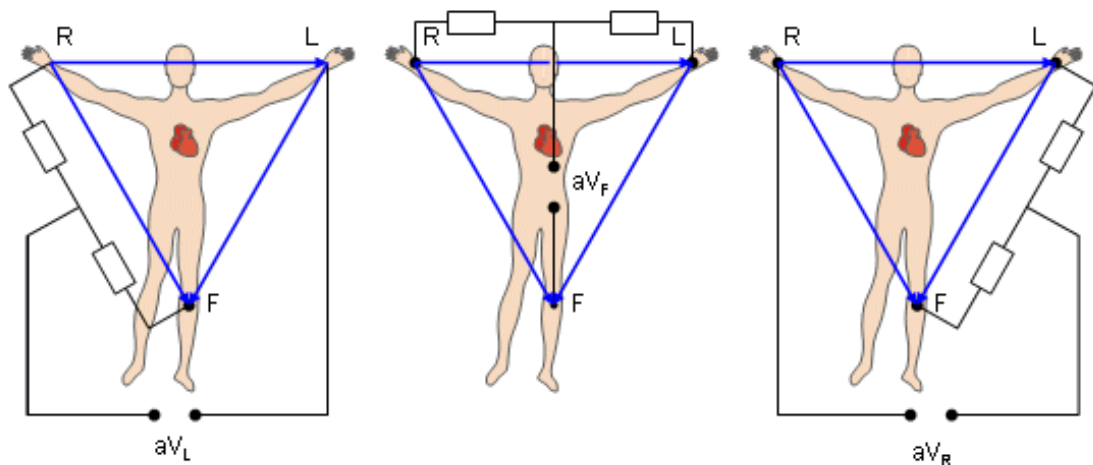
Frekvence je řízena nervovou činností, parasympatikus neboli nervus vagus činnost srdce zpomaluje, sympatikus ji naopak zrychluje [9],[23].

2.2 EKG svody

Místa snímání elektrického signálu z povrchu těla i jejich značení se v elektrokardiografii ustálily. Běžný záznam se v dnešní době skládá z 12 svodů, které lze rozdělit do tří skupin.

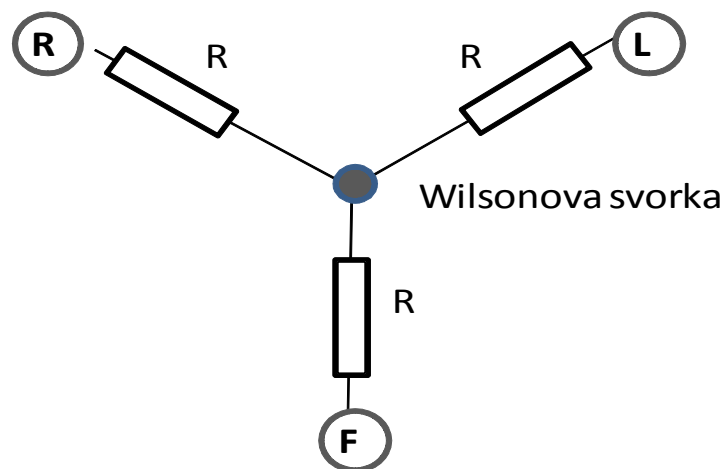
- Bipolární končetinové svody podle Einthovena (standardní svody) - při tomto zapojení se měří rozdíl potenciálů mezi dvěma aktivními elektrodami. Elektrody jsou umístěny na obou horních končetinách a levé dolní končetině, tím tvoří tři standardní svody, tzv. Einthovenův trojúhelník. Svody se označují I, II a III. Jelikož je měrná vodivost končetin asi 8krát větší než vodivost plic, jsou potenciály elektrod umístěných na horních končetinách téměř rovny potenciálům ramena. Potenciál levé nohy odpovídá průměrnému potenciálu bránice [9].

- Unipolární zvětšené končetinové svody podle Goldberga - původní zapojení s indiferentní nulovou elektrodou vytvořenou spojením všech tří končetinových elektrod přes odpor do centrální svorky s aktivní elektrodou umístěnou na příslušné končetině Goldberg modifikoval tak, že od centrální svorky odpojil vždy končetinu zapojenou současně na měřící elektrodu. Centrální svorka tak již nemá nulový potenciál a amplituda záznamu je zvýšena. Tyto svody se označují aVR, aVL a aVF. Písmeno *a* znamená augmentovaný = zesílený. Uspořádání tohoto zapojení je na obr. 2.2.

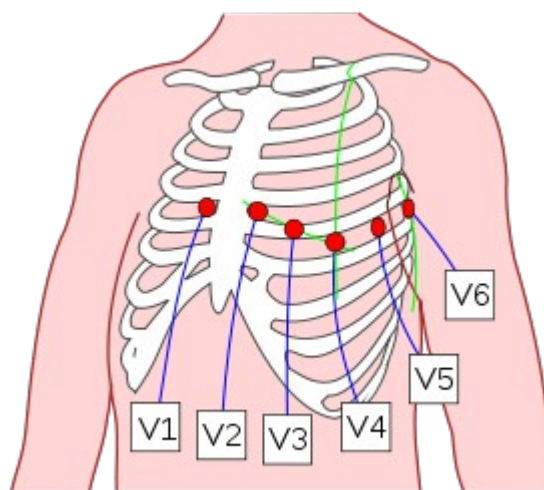


Obr. 2.2: Zapojení unipolárních svodů podle Goldberga

- Unipolární hrudní svody podle Wilsona - tyto svody sledují aktivitu srdce v horizontální rovině. Dohromady tedy všechny tři typy svodů umožňují vcelku přesnou představu o elektrickém poli srdce. Referenční elektroda unipolárních svodů je vytvořena spojením tří končetinových elektrod přes odpor a aktivní snímací elektroda je umístěna v jednom ze šesti specifických míst na hrudníku. Svody se označují V₁-V₆. Zapojení Wilsonovy svorky je na obr. 2.3 a rozmístění aktivních elektrod je znázorněno na obr. 2.4 [8], [23].



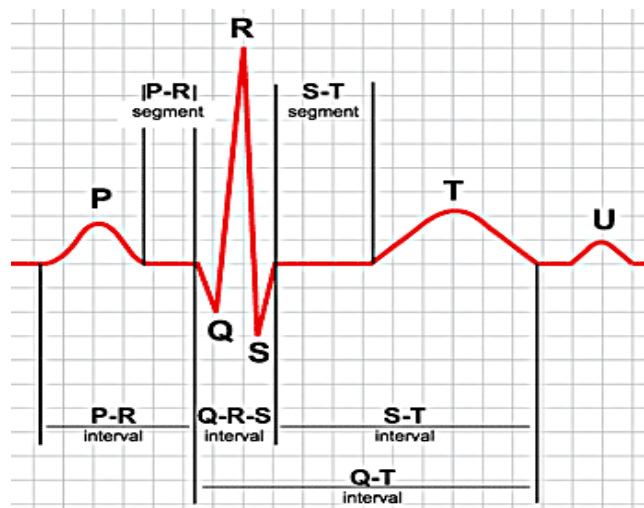
Obr. 2.3: Zapojení Wilsonovy svorky



Obr. 2.4: Rozmístění hrudních svodů

2.3 EKG křivka

EKG křivka, která se zobrazí na elektrokardiogramu má svůj předepsaný fyziologický průběh. Veškeré zobrazené části mají při určeném měřítku odpovídající interval svého trvání a píky mají určenou výchylku. Na obr. 2.5 je znázorněn průběh křivky zobrazené elektrokardiografem. Na této křivce lze rozeznat vlny P, T případně U a kmity Q, R a S. Vzdálenosti mezi vlnami a kmity se nazývají úseky. Úseky společně s vlnami tvoří intervaly.



Obr. 2.5: EKG křivka

Při popisu iniciálního komorového komplexu QRS se první negativní výchylka označuje Q, první pozitivní výchylka R a negativní výchylka následující po kmitu R se označuje S. Amplituda výchylky, která je naměřena v určitém EKG svodu, závisí jednak na velikosti okamžitého vektoru a jednak na jeho orientaci vůči tomuto svodu. U unipolárních svodů platí, že směřuje-li vlna depolarizace směrem k elektrodě, registruje se kladná výchylka, směřuje-li vlna depolarizace od elektrody, znamená to zápornou výchylku. Při repolarizaci toto platí obráceně.

Vlna P zaznamenává vzruch vycházející ze sinoatriálního uzlu, kdy se vlna depolarizace šíří svalovinou předsíní. Vlna P je nejvyšší ve svodu II.

Úsek PQ zobrazuje fázi, kdy vlna depolarizace dorazí do atrioventrikulárního uzlu, kde dojde ke zbrzdění jejího postupu.

QRS komplex – po zbrzdění v atrioventrikulárních uzlu přejde vzruch Hisovým svazkem a Tawarovými raménky na myokard mezikomorového septa a vyvolá depolarizaci ve směru od levé komory k pravé. V I. a II. svodu se tedy píše negativní Q kmit a ve III. svodu pozitivní R kmit.

ST úsek – po rozšíření depolarizace po celé svalovině komor je po krátkou dobu aktivita srdce nulová, srdeční vlákna komor jsou ve fázi plató, mají tedy stejný elektrický náboj a nikde netečou žádné elektrické proudy. Na EKG záznamu je tedy izoelektrický úsek ST.

Vlna T – na fázi plató navazuje repolarizace komorového myokardu, která na rozdíl od depolarizace probíhá od epikardu k endokardu. Repolarizace je ale děj opačný k depolarizaci, proto má sumační vektor směr od endokardu k epikardu stejně jako při depolarizaci [23].

2.4 Typy EKG

Pro různé indikace existuje vícero možností použití EKG. Nejčastěji používaným je krátkodobé klidové EKG. Jedná se o jednorázové vyšetření, trvající řádově několik minut, kdy pacient leží na lůžku. Používá se rutinně u dospělých i dětí k morfologické analýze a analýze rytmu. Jejich zajímavé frekvenční pásmo je do 125 Hz (u dětí do 150 Hz). Při převodu do číslicové podoby bývá doporučována vzorkovací frekvence $f_{vz} = 500 \text{ Hz}$ a kvantovací krok obvykle $2,5 \mu\text{V}$ [9].

Zátěžové EKG

Při zátěžovém EKG se zaznamenávají a sledují změny způsobené zatížením srdce námahou šlapáním na ergometru. Při zúžení nebo úspání cév, které zásobují srdce krví, dochází při zátěži k horšímu prokrvení srdečního svalu a ke změnám na EKG. Zátěžovým vyšetřením se dá posoudit i tělesná výkonnost nebo sledovat výskyt srdečních arytmii spouštěných při zátěži. Využívá se také fyzické i mentální zátěže ke komplexnějšímu vyšetření. Vyšetření jsou potom řízená systémy podle standardních protokolů.

Vzhledem k pohybu pacienta je vždy nutné počítat kromě brumu i s výraznějším driftem a s přítomností myopotenciálů. Úroveň rušení roste s rostoucím stupněm zátěže [13].

Holterovské EKG

Ambulantní dlouhodobá (obvykle 24 hodinová) monitorace EKG podle Holtera je jedno ze základních vyšetření poruch srdečního rytmu. Pacientovi se nalepí obvykle 6 snímacích elektrod, pomocí kterých se zaznamenává EKG křivka do speciálního registračního zařízení. Obsah tohoto zařízení je poté podroben počítačové analýze, čímž lze vyhodnotit vývoj srdeční frekvence, ale i sledovat EKG křivku v případě obtíží pacienta a hledat krátce trvající poruchy rytmu [6].

Jícnové EKG

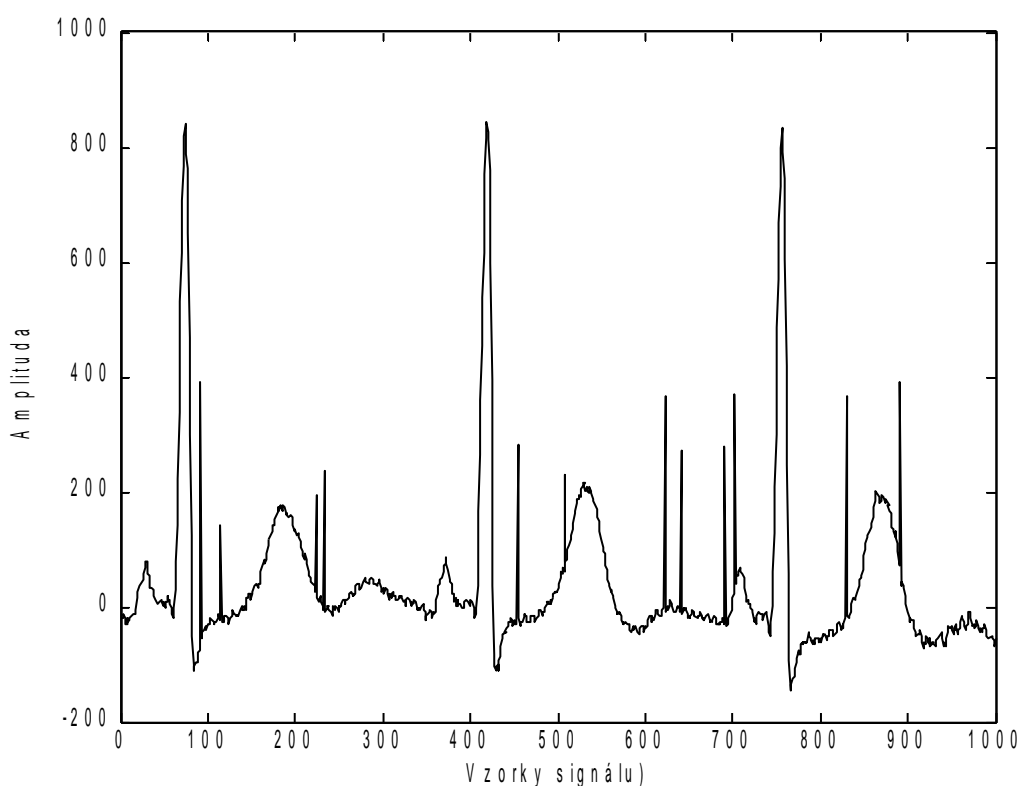
Při jícnovém EKG se pacientovi zavede elektroda do jícnu ústy nebo nosem. Elektroda se takto dostane velmi blízko levé síně a získává se kvalitnější křivka než při klasickém EKG. Jícnové svody používají diferenciální Wilsonovu elektrodu umístěnou na vrcholu gumové sondy. Postavení elektrody se udává od kraje zubů při podání ústy nebo od vstupu do nosu, při zavádění nosem. Elektroda je umístěná zhruba 37 cm od zubů, ve výši levé síně. Zavede-li se sonda ještě níže, přicházíme do oblasti zadní stěny levé komory. Jícnová elektroda je schopna svou přítomností u levé síně snímat relativně vysoké síňové potenciály a tak přesně určovat chování elektrického pole vytvářeného aktivitou síní a její vztah k aktivitě komor. To má význam například u fibrilace, flutteru síní, nodálního rytmu a podobně [4].

2.5 Rušení EKG signálu

Při měření EKG dochází k rušení a znehodnocování užitečného signálu několika způsoby. Může se jednat o rušení ze sítě či o rušení biologického původu a přítomnosti šumu se nelze vyhnout. Toto rušení komplikuje další zpracování signálu. Před dalším zpracováním se tedy nejčastěji potlačují úzkopásmová rušení na velmi nízkých kmitočtech (drift) a síťový brum. Tyto typy rušení lze úspěšně odstranit klasickými lineárními filtry – horní propustí případně pásmovou zádrží. Složitější situace nastává, pokud je signál rušen myopotenciály, které vznikají při svalové činnosti. Rušení můžeme rozdělit podle toho, zda se jedná o úzkopásmové (zasahuje jenom malý rozsah spektra užitečného signálu) či širokopásmové.

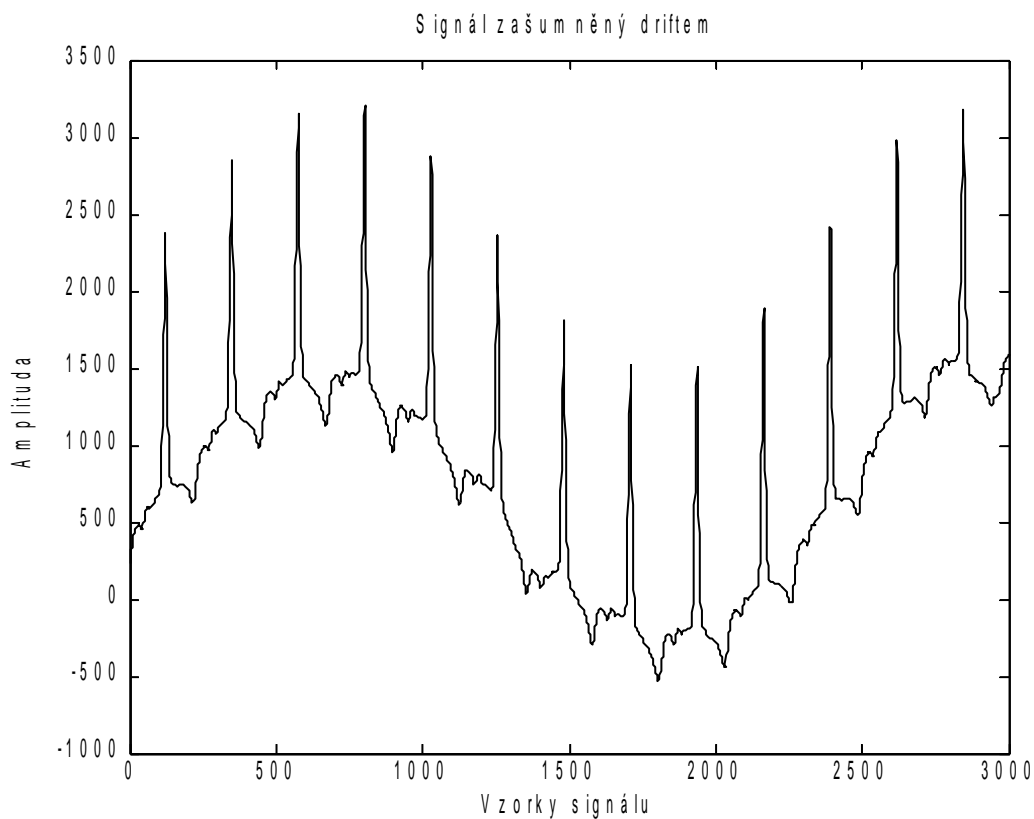
Úzkopásmové rušení

Je tvořeno kolísáním základní izoelektrické linie (driftem) či síťovým rušením (brumem). Brum je téměř harmonické rušení způsobené elektrickou sítí. Rušení má frekvenci 50 Hz (v USA je kmitočet 60 Hz) a objevují se i harmonické frekvence frekvence základní. Jedná se o nejčastější typ rušení. Síťovému brumu se dá předejít lepším uzemněním používaných přístrojů nebo odstíněním měřené oblasti. K ochraně před brumem lze využít i lepšího stínění kabelů elektrod. Pro odfiltrování brumu z EKG signálů se používají úzkopásmové IIR filtry (s nekonečnou impulsní charakteristikou). Ukázka EKG signálu zarušeného brumem je na obr. 2.6.



Obr. 2.6: EKG signál se síťovým rušením

Kolísání izoelektrické linie (obr.2.7) nebývá obvykle vyšší než 1 Hz. Je způsobeno pomalými elektrochemickými procesy na rozhraní elektroda a pokožka (0,8 Hz), dýcháním pacienta (do 0,5 Hz) či pomalými pohyby pacienta (až do 1,5 Hz). Příčinou driftu může být také pocení pacienta či špatný kontakt elektrody s pokožkou. Velké kolísání může způsobovat ořezání kladných nebo i záporných kmitů EKG. K odstranění driftu lze použít filtraci horní propustí s velmi nízkou mezní frekvencí. Dochází tak ale k nežádoucímu zkreslení signálu. Je možné použít také FIR filtr (s konečnou impulsní charakteristikou) vycházející z dolní propustí [12].

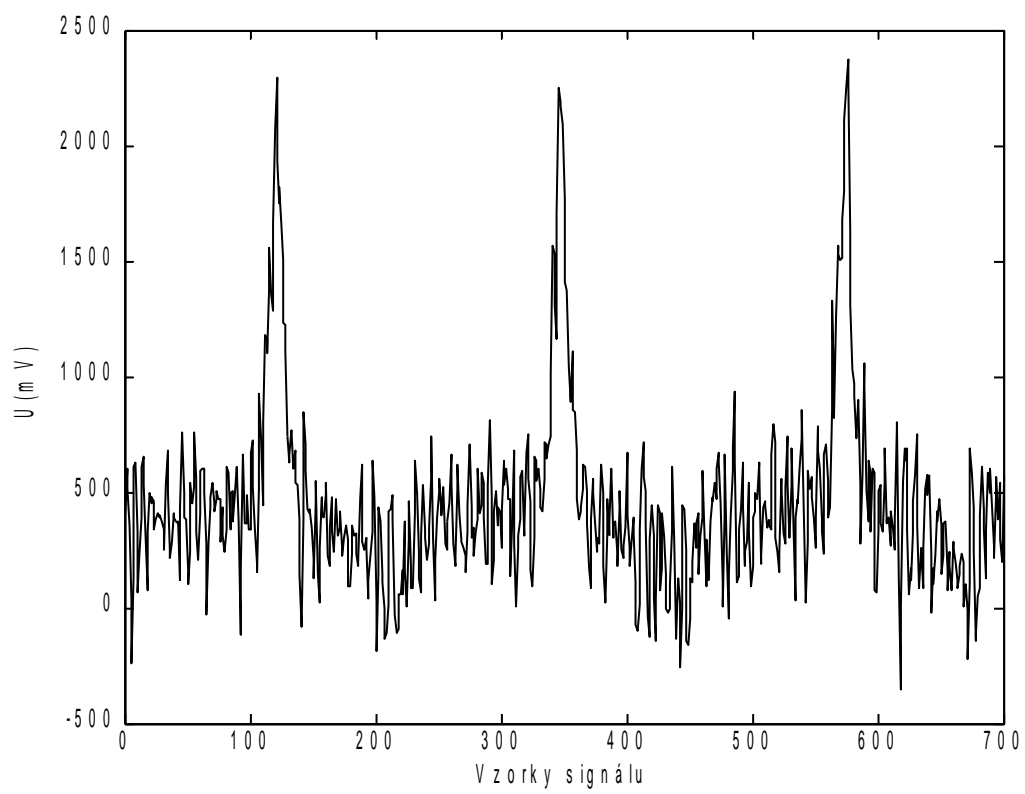


Obr. 2.7: Ukázka driftu EKG signálu

Širokopásmové rušení

Širokopásmové rušení je tvořeno myopotenciály, pohybovými artefakty, rychlými skokovými změnami izoelektrické linie a impulzním rušením. Myopotenciály (obr. 2.8) vznikají při aktivním pohybu svalů a pacienta mají proto víceméně náhodný charakter, jejich frekvence se pohybuje od 20 Hz do 500 Hz. Myopotenciály se tedy vyskytují v celém spektru EKG signálu a nejvíce se projevují při zátěžovém EKG.

Lineární dolní propusti (s mezní frekvencí 35 Hz - 45 Hz), které se používají k částečnému potlačení svalových potenciálů vedou ke snížení extrémů kmitů v komplexech QRS a také k rozšíření těchto komplexů. Může za to výrazný překryv šumové a užitečné složky signálu. Z tohoto důvodu je výhodné využít vlnkovou transformaci, pomocí které lze EKG signál rozložit do několika frekvenčních pásem a vzniklé koeficienty vlnkové transformace modifikovat v každém pásmu zvlášť [20].



Obr. 2.8: Ukázka signálu zarušeného myopotenciály

3 Vlnková transformace

Vlnková transformace je typ transformace se společnými rysy, které se liší hlavně v použitých báзовých funkcích – vlnkách. Vlnkovou transformací získáme frekvenčně časový popis signálu. Tímto způsobem jsme schopni k určité hodnotě spektra přiřadit konkrétní časový interval. Vlnková transformace je založená na stanovení míry podobnosti vlnky s analyzovaným signálem v určitém časovém okamžiku. Tuto míru podobnosti reprezentují hodnoty koeficientů transformace pro různě posunuté či dilatované vlnky. Tato vlastnost odlišuje vlnkovou transformaci od Fourierovy transformace.

3.1 Vlnková transformace spojitého signálu

Vlnková transformace se spojitým časem (WT – Wavelet Transform) signálu $x(t)$ je definována jako

$$y(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (3.1)$$

Jedná se o časově-frekvenční rozklad, který můžeme interpretovat jako korelaci signálu $x(t)$ s báзовými funkcemi (vlnkami - z angl. wavelets) odvozenými z obecně komplexní mateřské vlnky $\psi(t)$. Pro funkce $\psi(t)$ se vžil název vlnky s ohledem na jejich tvary. Vlnky musí mít nulovou střední hodnotu, musí být nenulové jen na konečném časovém intervalu, nebo se zanedbatelnými hodnotami mimo tento interval. Vlnka musí mít konečnou energii. Symbol * značí komplexně sdruženou funkci. Výsledná funkce $y(a, b)$, stejně jako jednotlivé vlnky $\psi_{a,b}(t)$, je popsána dvěma (spojitě proměnnými) parametry, časovým posunutím b a dilatací a , která určuje frekvenční spektrum příslušné vlnky. Konstanta $a^{-1/2}$ normalizuje energii jednotlivých vlnek [12].

3.2 Diskrétní vlnková transformace

Diskrétní vlnkovou transformaci (Discrete Wavelet Transform DWT) získáme záměnou parametrů a, b z předchozí rovnice za následující: $a = a_0^m, b = a_0^m kT$, kde $a_0 > 1, T > 0$ a m i k jsou celočíselné. Nejčastěji používaná je dyadická DWT pro koeficienty $a = 2^m, b = 2^m kT, m > 0$. Po této úpravě je rovnice WT

$$y(m, k) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^*(2^{-m} t - kT) dt. \quad (3.2)$$

Kmitočtové měřítko je reprezentováno indexem m , časové měřítko indexem k . Hustotu vzorkování koeficientů na časové ose pro jednotlivé kmitočtové úrovně dané indexem m určuje konstanta T .

Fourierův obraz mateřské vlny označme jako $\psi(\omega)=F\{\psi(t)\}$. Z Fourierova obrazu m -té vlnky (s normalizovanou energií)

$$F\left\{\frac{1}{\sqrt{2^m}}\Psi\left(\frac{t-2^m kT}{2^m}\right)\right\}=\sqrt{(2^m)}\int_{-\infty}^{\infty}\Psi(x)e^{-j\omega(2^m x+2^m kT)}dx=\sqrt{2^m}\omega e^{-j\omega 2^m kT} \quad (3.3)$$

vyplývá, že časová expanze vlnky na 2^m – násobnou délku se projeví kompresí jejího spektra na $1/2^m$ - násobek výchozí šířky a jeho posunem k nižším frekvencím, se středním kmitočtem na $1/2^m$ - násobku výchozího.

Charakteristická pro dyadickou DWT je oktávová podoba spekter soustavy vlnek. Zvýšením indexu m se krok a zvýší 2^m -krát. Z tohoto vyplývá, že množina koeficientů $y(m,k)$ je nerovnoměrně rozložena v časově-frekvenční rovině.

Jiným vyjádřením můžeme dyadickou DWT zapsat takto:

$$y(m, k)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h_m(2^{-m}kT-\tau)dt=\int_{-\infty}^{\infty}h_m(2^{-m}kT-\tau)dt. \quad (3.4)$$

Realizace se provádí rozkladem signálu pomocí banky lineárních spojitých oktávových filtrů, které mají impulzní charakteristiku rovnu $h_m(t)$. Pro přesnou rekonstrukci signálu musí být jednotlivé koeficienty $y(m,k)$ vzájemně nezávislé, což je splněno, tvoří-li vlnky ortogonální systém.

Nevýhodou klasické diskrétní transformace DTWT oproti spojitě je, že výsledek transformace je závislý na volbě počátku transformovaného signálu. To je způsobeno podvzorkováním, kvůli kterému není DTWT invariantní vůči posunu v čase. Jako odpověď na snahu odstranit vznikla stacionární vlnková transformace SWT. Ta patří mezi formy diskrétní vlnkové transformace a vynechává podvzorkování (decimaci) signálu. Namísto toho nadvzorkovává filtry zředěním jejich impulzních charakteristik nulami. Jedná se o redundantní formu DWT. Nevýhodou je tedy vyšší počet koeficientů transformace, který narůstá úměrně s počtem pásem, na které je signál rozkládán [12].

3.3 Reálná dyadická vlnková transformace s diskrétním časem

Dyadickou vlnkovou transformaci DTWT $y_m(n)$ diskrétního signálu $x(n)$ můžeme definovat jako

$$y_m(n)=\sum_{i=-\infty}^{\infty}x_i(i)h_m(2^m n-i)=\int_{-\infty}^{\infty}h_m(i)x(2^m n-i) . \quad (3.5)$$

Rozklad signálu zajistíme bankou diskrétních oktávových filtrů, které budou mít impulzní charakteristiky $h_m(n)$. Tyto filtry jsou odvozeny ze základní dvojice filtrů – dolní propusti pro kmitočtové pásmo od 0 do $f_{vz}/4$ a horní propusti s pásmem od $f_{vz}/4$ do $f_{vz}/2$.

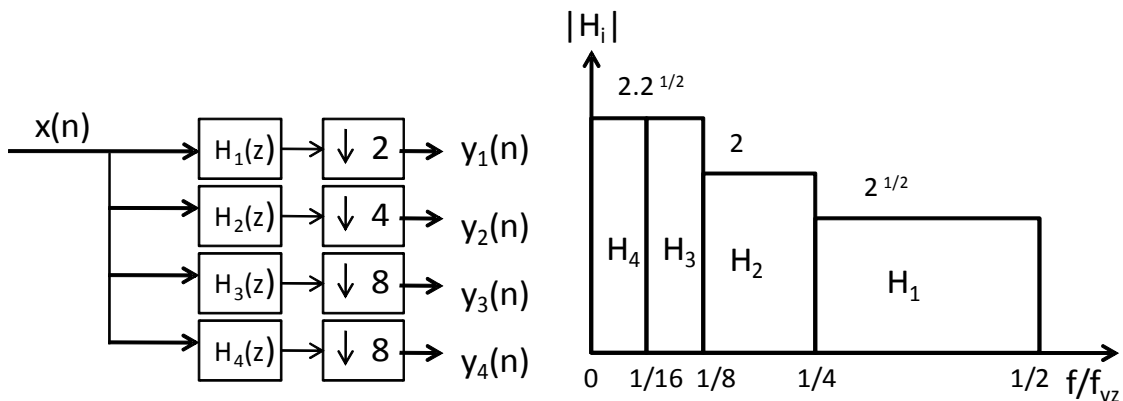
Použitím filtrů s reálnými impulzními charakteristikami bude vzorkovací frekvence signálu $y_m(n)$ na výstupu m -tého filtru 2^m -krát nižší než vzorkovací frekvence f_{vz} vstupního signálu $x(n)$.

Při použití kauzálních FIR filtrů s impulsními charakteristikami $h_m(n)$, $n=0,1,\dots,N_m-1$ a při předem zvoleném stupni rozkladu M , kdy $m=1,2,\dots,M$, můžeme psát

$$y_m(n) = \sum_{i=0}^{N_m-1} h_m(i) x(2^m n - i) \quad m=1,2,\dots,M, \quad (3.6)$$

$$y_{M+1}(n) = \sum_{i=0}^{N_{M+1}-1} h_{M+1}(i) x(2^m n - i), \quad (3.7)$$

kde $y_{M+1}(n)$ jsou koeficienty korespondující s nejnižším frekvenčním pásmem po M . Stupňovém rozkladu. Transformace s třístupňovým rozkladem ($M=3$) s modulovými frekvenčními charakteristikami odpovídajících ideálních oktákových filtrů jsou je na obr. 3.1.



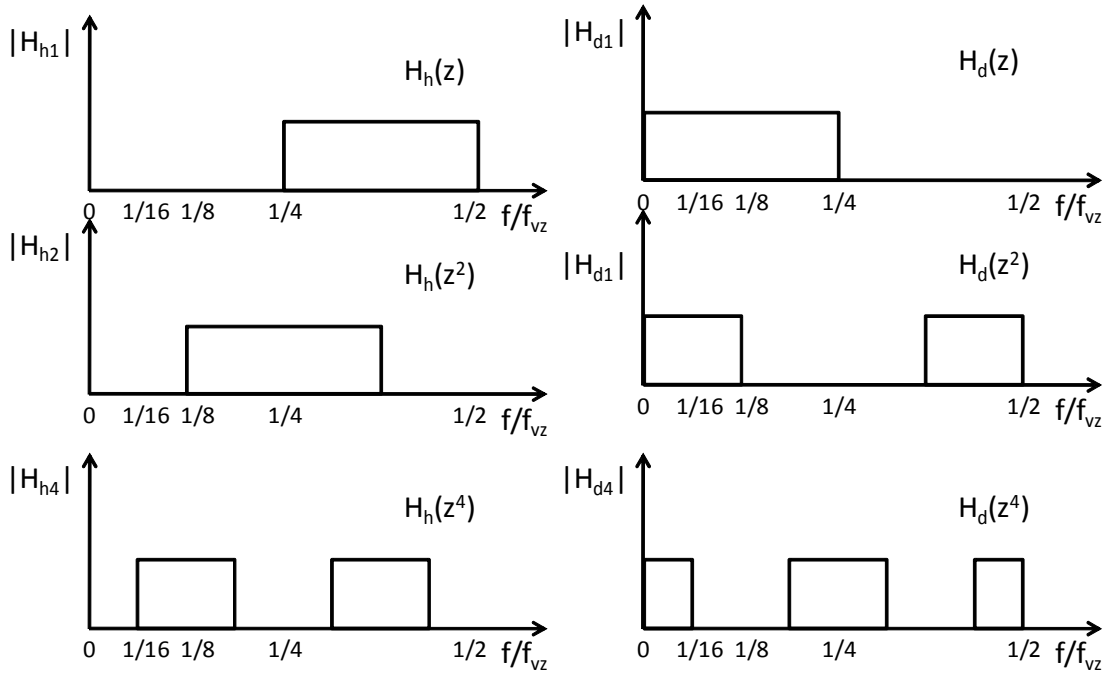
Obr. 3.1: Třístupňová dyadická DTWT s bankou oktákových filtrů s podvzorkováním výstupů

Koeficienty dyadické DTWT jsou tvořeny vstupními vzorky banky filtrů. Vzhledem k tomu, že jsou výstupy filtrů podvzorkovány, je počet koeficientů transformace shodný s počtem vzorků vstupního signálu $x(n)$.

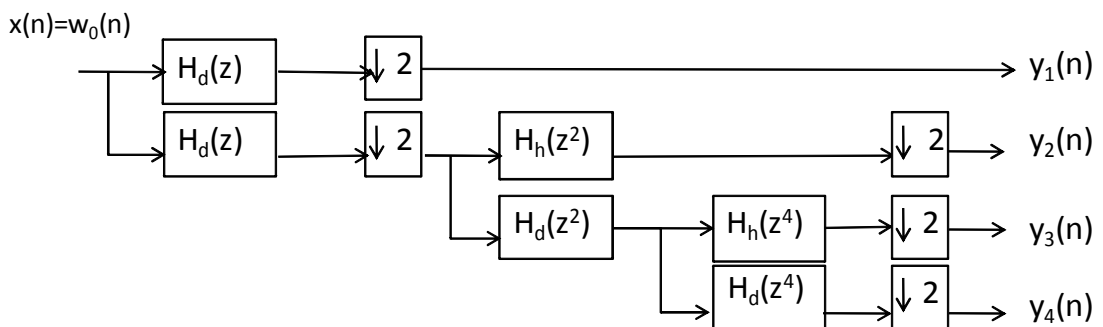
Předpokládejme dvojici zrcadlových filtrů – ideální dolní propust H_d a ideální horní propust H_h s modulovými charakteristikami navzájem symetrickými okolo $\omega_{vz}/4 = \pi/2$,

$$|H_d(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1 & \text{pro } \omega \in \langle 0, \pi/2 \rangle \\ \frac{1}{2} & \text{pro } \omega = \pi/2 \\ 0 & \text{pro } \omega \in \langle \pi/2, \pi \rangle \end{cases} \quad |H_h(e^{j\omega})| = \begin{cases} 0 & \text{pro } \omega \in \langle 0, \pi/2 \rangle \\ \frac{1}{2} & \text{pro } \omega = \pi/2 \\ 1 & \text{pro } \omega \in \langle \pi/2, \pi \rangle \end{cases} \quad (3.8)$$

Na obr.3.2 jsou zobrazeny frekvenční charakteristiky filtrů odvozených z výchozích ideálních dolních a horních propustí (3.8). Na obr. 3.3 je potom blokové schéma realizace z obr. 3.1.

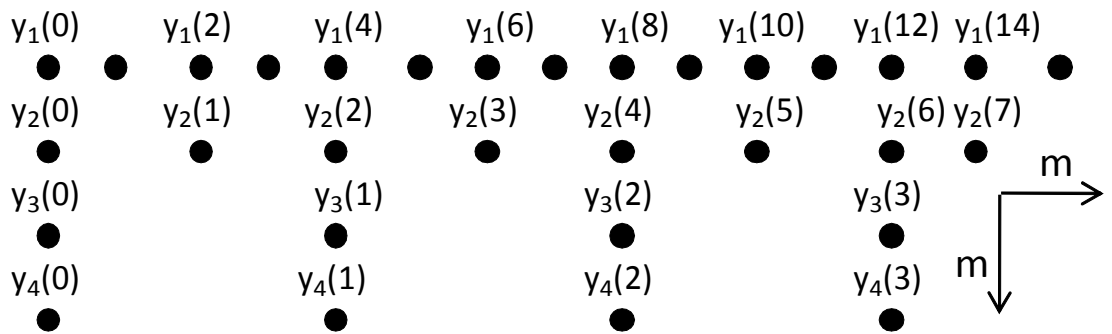


Obr. 3.2: Filtry odvozené z výchozích dolních a horních propustí



Obr. 3.3: Rychlá třístupňová dyadická DTWT s filtry odvozenými ze zrcadlových dolních propustí H_d a horních propustí H_h

..

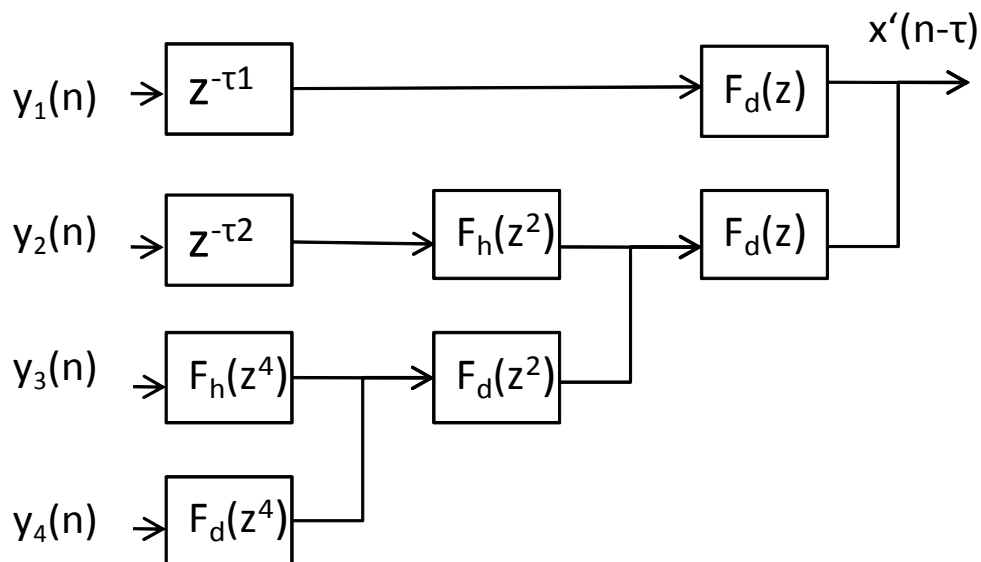


Obr. 3.4: Nerovnoměrné rozložení koeficientů $y_m(n)$ dyadické DTWT v časově frekvenční rovině při třístupňovém rozkladu

Realizace dyadické DTWT pomocí stromové struktury bank filtrů (obr. 3.3) bývá nazývána rychlou DTWT. Výsledkem dyadické transformace při M -stupňovém rozkladu jsou koeficienty $y_m(n)$, $m=1,2,\dots,M+1$, které jsou nerovnoměrně rozloženy v časově-frekvenční rovině, jak je naznačeno pro $M = 3$ na obr. 3.4.

3.4 Inverzní transformace (IDTWT)

Postup inverzní transformace třístupňové dyadické DTWT je zachycen na obr. 3.5. Podvzorkované posloupnosti (koeficienty transformace) je nutné interpolovat, každý interpolátor je tvořen expanderem, který vkládá nulové vzorky mezi sousední vzorky posloupnosti a interpolačním (rekonstrukčním) filtrem, kterým je buď dolní nebo horní propuště. Příslušný rekonstrukční filtr musí být vhodným protějškem korespondujícího filtru rozkladového. Pro dodržení kauzality musíme použít zpožďovací členy.



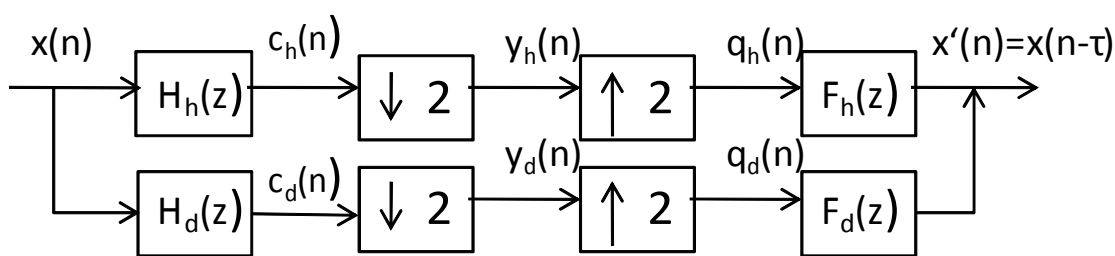
Obr. 3.5: Princip iDTWT pro třístupňovou DTWT

Základem transformace DTWT a IDTWT je dvoukanálová banka rozkladových (H_h , H_d) a rekonstrukčních (F_h , F_d) filtrů (obr. 3.6). Tyto filtry musí splňovat podmínku inverzibility zajišťující totožný výstupní signál se zpožděným vstupním signálem

$$x'(n) = x(n-\tau). \quad (3.9)$$

Pro skutečné filtry s neideálními frekvenčními charakteristikami povede podvzorkování k aliasingu. Obrazy výstupních rozkladových filtrů jsou

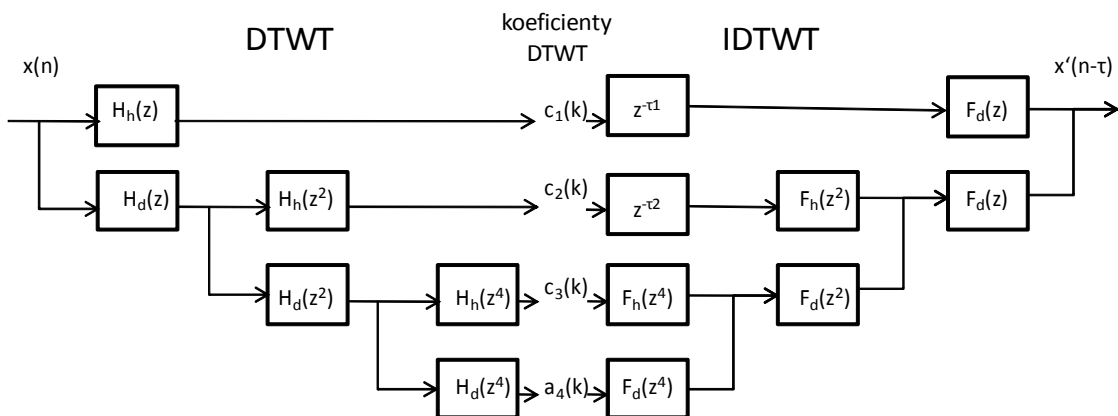
$$C_i(z) = H_i(z)X(z), \text{ kde } i = h, d \text{ [13]}. \quad (3.10)$$



Obr. 3.6: Dvoukanálová banka rozkladových a rekonstrukčních filtrů

3.5 Redundantní DTWT

Redundantní DTWT je varianta vlnkové transformace, která vynechává podvzorkování signálu, místo toho nadvzorkovává filtry, jak je vidět na obr. 3.7.



Obr. 3.7: Redundantní DTWT a iDTWT pro třístupňový rozklad

Tato transformace se také nazývá „shift-invariant“ - koeficienty transformace nezávisí, na rozdíl od transformace s decimací, na posunutí vstupního signálu. Nezáleží proto na volbě počátku filtrace. Využívá se pro filtraci nebo analýzu signálů, případně pro detekci charakteristických útvarů v signálech. V případě redundantní DTWT počet koeficientů narůstá úměrně s počtem pásem, na které je signál rozkládán [13]. Následkem toho může být přílišný objem zpracovaných dat a větší pracnost výpočtu. Tuto nevýhodu lze částečně kompenzovat použitím banky filtrů s kratšími impulsními charakteristikami.

Výhodou redundantní verze vlnkové transformace je, že nedochází k interpolaci. To vede k lepším výsledkům a menší citlivosti na výběr banky filtrů.[20]

Rekonstrukční a rozkladové filtry musí splňovat podmínky

$$Y(z) = X(z)[H_d(z) F_d(z) + H_h(z) F_h(z)] \quad (3.11)$$

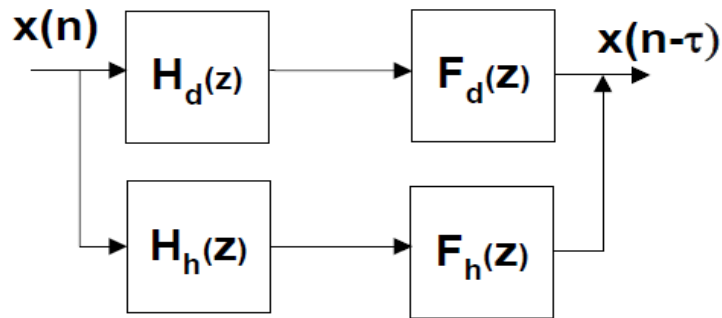
$$H_d(z) F_d(z) + H_h(z) F_h(z) = z^{-\tau} \quad (3.12)$$

Pokud platí podmínky rekonstrukce u DTWT s decimací

$$F_d(z) = H_h(-z) \text{ a } F_h(z) = -H_d(-z), \quad (3.13)$$

potom získáme $P_d(z) - P_h(z) = z^{-\tau}$. (3.14)

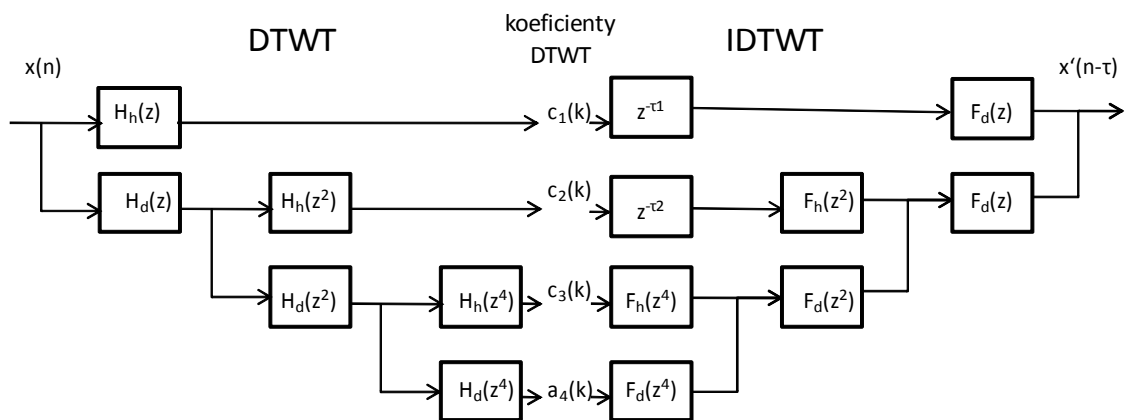
Podmínka pro věrnou rekonstrukci vstupu je, až na konstantu 2 chybějící na pravé straně, shodná jako u DTWT s decimací, maximální modul přenosu každého filtru je tedy 1 a ne $2^{1/2}$.



Obr. 3.8: Dvoukanálová banka rozkladových a rekonstrukčních filtrů redundantní DTWT

3.6 Paketová DTWT

Paketová DTWT je varianta, kdy je rozklad realizován úplným stromem. Frekvenční pásma jsou výstupů jsou stejně široká. Strom může být i libovolně neúplný, podle volby uživatele [12]. Paketová DTWT rozkládá v každém stupni stromové struktury nejen výstup dolní propusti $H_d(z)$ (u dyadické transformace), ale také výstup horní propusti $H_h(z)$, jak je znázorněno na obr. 3.9.

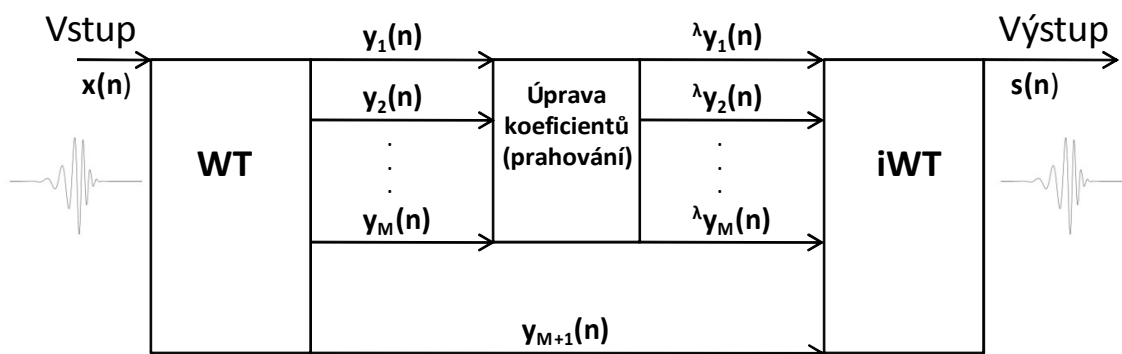


Obr. 3.9: Přímá a zpětná paketová DTWT

4 Využití DWT pro filtraci signálů EKG

Cílem filtrace bývá vyhlazení signálu, v ideálním případě úplné odstranění aditivního šumu, případně potlačení šumové složky, jejíž spektrum zasahuje výrazně do spektra užitečného signálu. Lineární filtrace vede ke globálnímu vyhlazení signálu, užitečné frekvenční složky jsou potlačovány stejnou měrou jako složky šumové. Vlnkový nelineární filtr je vhodnější pro širokopásmový šum, jehož spektrum významně koliduje se spektrem užitečného signálu. Tento filtr lze přizpůsobit úrovni šumu v daném pásmu a může tak být šetrný k užitečným úsekům signálu. Jeho výhodnost spočívá především při filtraci neperiodických velmi zašuměných signálů nestacionárního charakteru, kdy lze snadno odhadnout úroveň šumu v jednotlivých pásmech. Takovým signálem může být například i EKG signál, jehož cyklus je jen asi z deseti procent tvořen relativně vysokofrekvenčními komplexy QRS (spektra těchto komplexů sahají přibližně do 125 Hz). Zbývá část, zhruba 90 % délky cyklu signálu EKG, tvořená vlnami T a P, obsahuje dominantní frekvenční složky v dolní části spektra asi do 10 Hz a jejich nejvyšší složky dosahují přibližně 40 Hz. V nejvyšších frekvenčních pásmech vlnkového rozkladu signálu EKG je tedy užitečná informace lokalizována v krátkých úsecích, které korespondují s komplexy QRS. Tohoto faktu lze ve spojení s DTWT využít k více účelům – např. k filtraci, ke kompresi dat nebo k detekci komplexů QRS [12].

Vlnkový filtr rozkládá signál na jednotlivá frekvenční pásma a vzniklé koeficienty se modifikují (prahují) v každém pásmu zvlášť. (obvykle jen v nejvyšších pásmech) a poté je provedena zpětná transformace. Schéma vlnkové filtrace je nastíněno na obr. 4.1. Protože prahování je nelineární úprava, je vlnkový filtr nelineární přestože DTWT je lineární. Při návrhu vlnkového filtru je samozřejmou podmínkou reverzibilita DTWT, transformace může být biortogonální nebo ortogonální.



Obr. 4.1: Princip vlnkové filtrace

4.1 Výběr typu DTWT

Při návrhu vlnkového filtru je potřeba vybrat vhodný typ DTWT a zvolit vhodnou strategii úpravy koeficientů DTWT. Pro filtraci máme na výběr z několika typů transformace. Z hlediska objemu dat po transformaci volíme mezi

- klasickou DTWT s decimovanými výstupy rozkladových filtrů
- DTWT redundantní

Z hlediska rozkladových a rekonstrukčních filtrů se rozhodujeme mezi

- filtry s reálnými impulsními charakteristikami
- filtry s komplexními impulsními charakteristikami

Oba typy filtrů nabízejí mnoho různých variant. Pro výběr mohou být důležité tvary modulových i fázových frekvenčních charakteristik nebo také podoby impulsních charakteristik použitých filtrů.

Z hlediska rozkladového stromu se rozhodujeme mezi

- dyadickou DTWT
- paketovou DTWT (s úplným či neúplným rozkladovým stromem)

Nejjednodušším způsobem vlnkové filtrace je nulování koeficientů DTWT (zpravidla nejvyšších) frekvenčních pásem. Může to být vhodný způsob, pokud jsou v těchto pásmech zanedbatelné nebo v šumu zcela skryté užitečné složky.

Výsledek filtrace DTWT s decimací je citlivý na použité filtry, rekonstrukční DP by měla mít delší impulzní charakteristiku.

Pro filtraci je vhodnější použít redundantní DTWT než DTWT s decimací. Volba mezi dyadickou a paketovou DTWT závisí na vlastnostech užitečného signálu a rušení.

Výběr typu a bank filtrů také závisí na konkrétní aplikaci. U redundantní DTWT nebývá závislost na výběru filtrů příliš velká, zatímco při použití decimace je závislost značná. Kvalitnější výsledky lze očekávat od filtrace s redundantní DTWT. Nevýhodou použití redundantní DTWT však může být velký objem dat, který roste přímo úměrně s počtem stupňů rozkladu, či větší pracnost výpočtu, protože filtry pracují se vstupním vzorkovacím kmitočtem [12].

Pro filtraci je důležitá podobnost tvaru vlnky s charakteristickými úseky signálu.

- Komplexní vlnky dobře detekují oscilace.
- Reálné vlnky dobře detekují špičky a singularity (ale bez oscilací).
- Antisymetrické vlnky jsou vhodné k detekci změn gradientu.
- Symetrické vlnky nezpůsobují fázový posun [20].

Použití bank filtrů s delšími impulzními charakteristikami (*Db10* nebo *Bior3.9*) vede k oscilacím výstupu před a za QRS komplexem a následkem toho k jeho rozšiřování. Příčinou jsou kmity které vznikají v rozkladových pásmech při interakci dekompozičního filtru a komplexem QRS. Tyto artefakty vnáší do signálu jejich artefakty.

Banky s filtrů s kratšími impulzními charakteristikami oscilace nezpůsobují. Jejich použití navíc vede k vyšším SNR výstupního signálu. Proto jsou pro vlnkovou filtraci vhodnější právě banky s kratšími impulzními charakteristikami [20].

4.2 Prahování koeficientů reálné DTWT

Nulování všech koeficientů celého pásma není vhodné, jsou-li v něm výrazné úseky užitečného signálu, které se zruší také. Práh pro prahování koeficientů v daném pásmu je vhodné nastavit s ohledem na úroveň šumu, obvykle se vychází ze směrodatné odchylky šumu. Na vstupu lineární DTWT je

$$x_m(n) = s_m(n) + w_m(n), \quad (4.15)$$

kde $s(n)$ je užitečný signál, $w(m)$ je šum a index m označuje posloupnost koeficientů DTWT v m -tém pásmu.

Základní typy prahování koeficientů DTWT jsou tvrdé (obr. 4.2) a měkké prahování (obr. 4.3). Pro tyto metody je společné nulování podprahových koeficientů (v absolutní hodnotě). Liší se však zacházení s koeficienty nad prahem.

Označme vstupní hodnotu jako x , práh jako λ a výstupní hodnotu jako ${}^\lambda x$. Pak pro tvrdé prahování platí

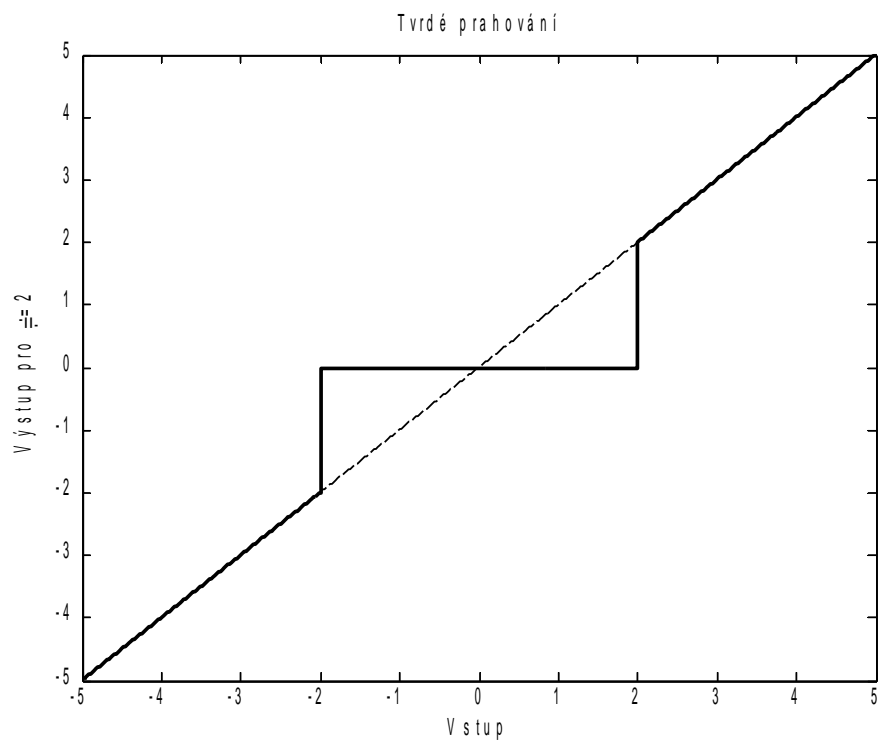
$${}^\lambda x = \begin{cases} x & \text{pro } |x| > \lambda \\ 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \end{cases} \quad (4.16)$$

Tvrdé prahování (obr. 4.2) porovnává každou hodnotu s prahem. Pokud je hodnota menší než práh, nahradí se nulou. V opačném případě zůstává hodnota původní. Výhodou je, že nedochází ke zkreslení QRS komplexů. Nevýhodou tvrdého prahování jsou nežádoucí artefakty, které zůstávají po nadprahových šumových špičkách [11].

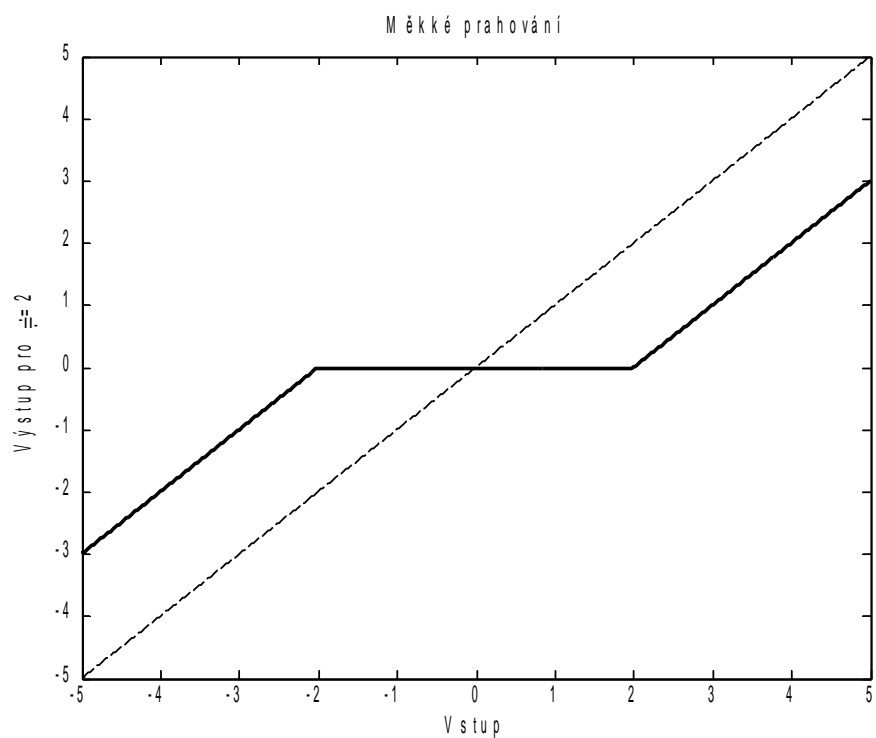
Pro měkké prahování platí

$${}^\lambda x = \begin{cases} \text{sign}(x)(|x| - \lambda) & \text{pro } |x| > \lambda \\ 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \end{cases} \quad (4.17)$$

Měkké prahování (obr. 4.3) také nuluje podprahové hodnoty. Nadprahové hodnoty jsou posouvány blíž k nule. U tohoto typu prahování se nadprahové šumové špičky snižují, ale dochází k ořezání extrémů kmitů v komplexech QRS. Dochází ale k lepšímu vyhlazení signálu než u tvrdého prahování.



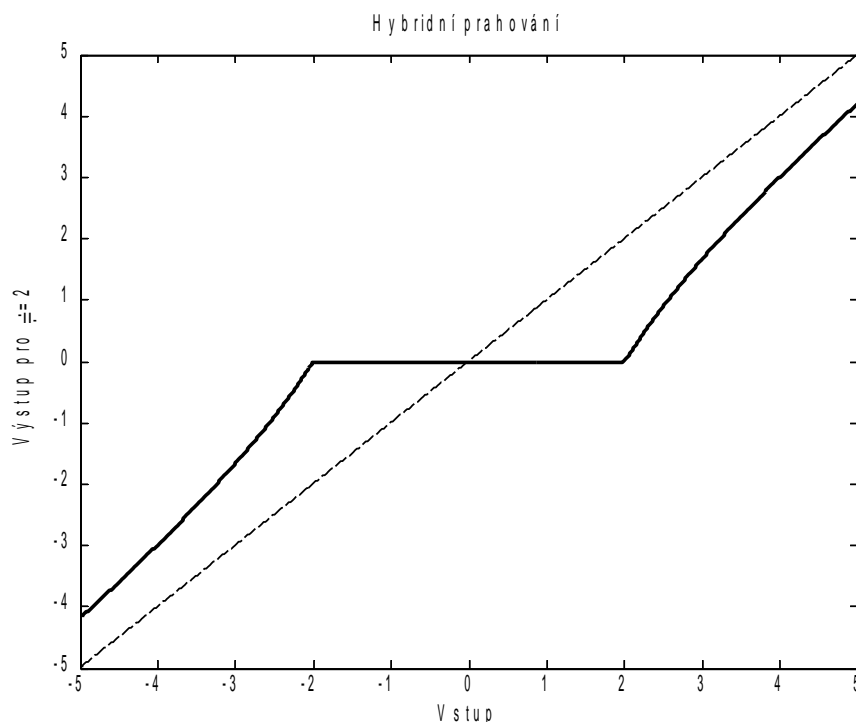
Obr. 4.2: Tvrde prahovani



Obr. 4.3: Mekke prahovani

Non negative Garotte (hybridní prahování) má výstupní hodnotu vyjádřenou jako:

$$\lambda_x = \begin{cases} x - \frac{\lambda^2}{x} & \text{pro } |x| > \lambda \\ 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \end{cases} \quad (4.18)$$



Obr. 4.4: Hybridní prahování

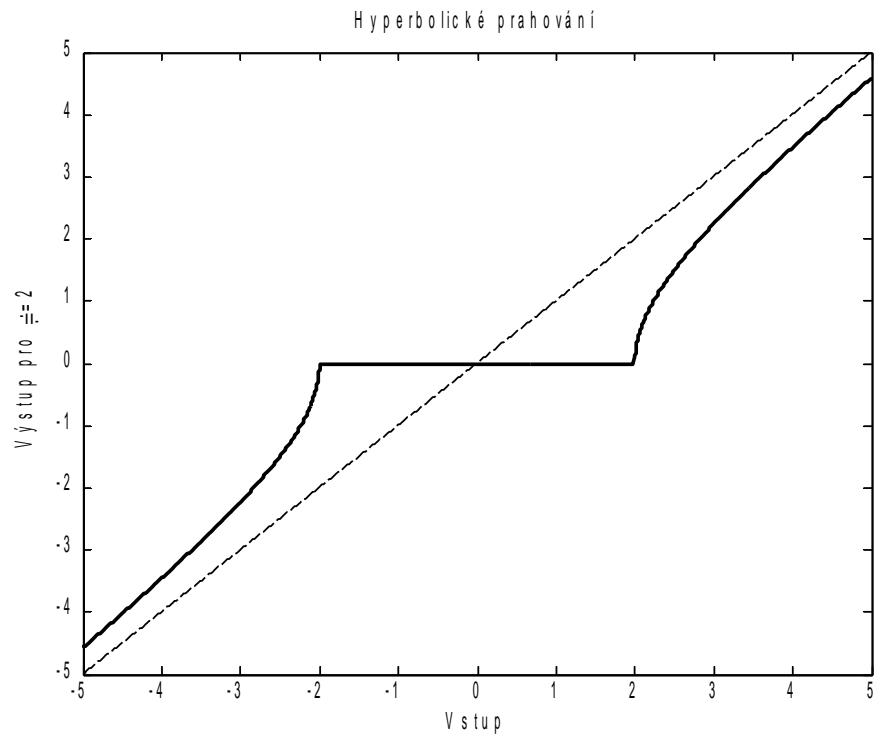
Hybridní prahování (obr. 4.4) je kompromisem mezi tvrdým a měkkým prahováním, i přes to dochází k ořezání extrémů malých kmitů v komplexech QRS, jejichž hodnoty jen nepatrně převyšují úroveň šumu. Pro mírně nadprahové hodnoty (v absolutní hodnotě) je výsledek blízký měkkému prahování, s rostoucími hodnotami se výsledek stále více blíží prahování tvrdému.

Hyperbolické prahování (obr. 4.5) má práh definovaný

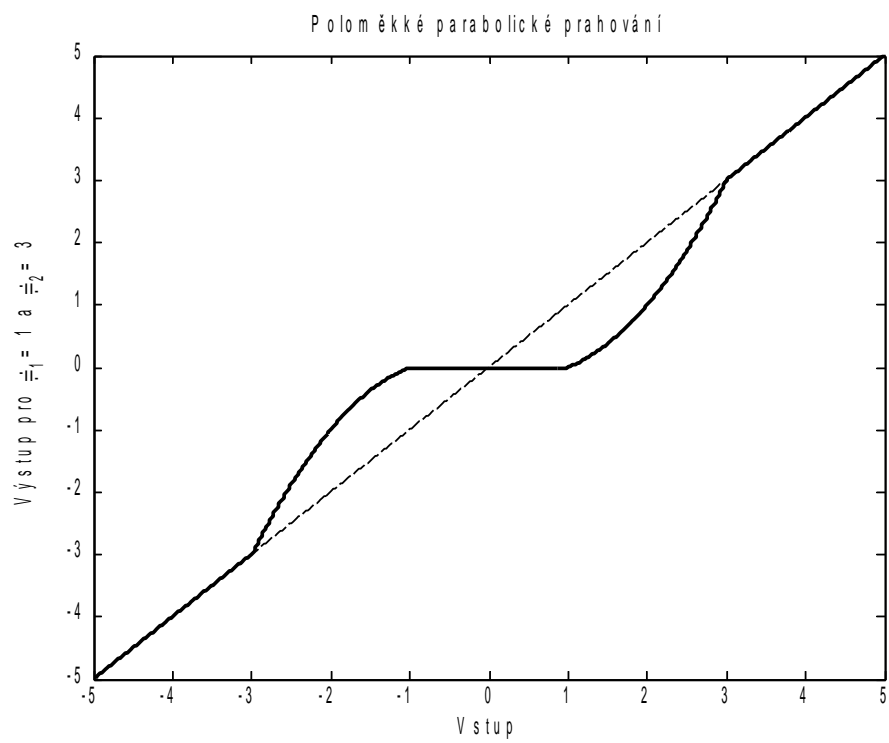
$$\lambda_x = \begin{cases} \text{sign}(x) \sqrt{x^2 - \lambda^2} & \text{pro } |x| > \lambda \\ 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \end{cases} \quad (4.19)$$

a poloměkké parabolické (obr. 5.6) prahování

$$\lambda_x = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ x \frac{(|x| - \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} & \text{pro } \lambda_1 < |x| \leq \lambda_2 \\ x & \text{pro } |x| > \lambda_2 \end{cases} \quad (4.20)$$



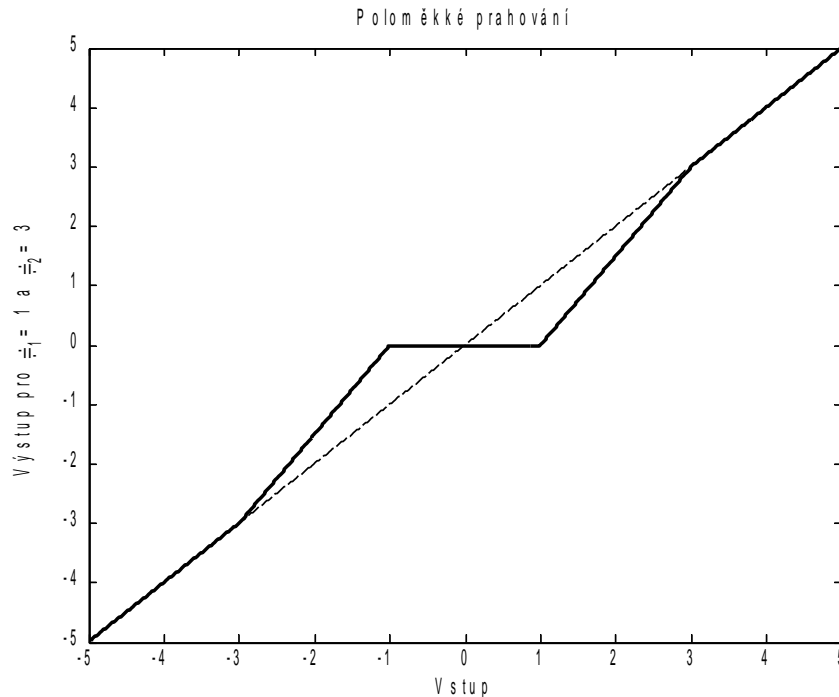
Obr. 4.5: Hyperbolické prahování



Obr. 4.6: Poloměkké parabolické prahování

Výstupní hodnota pro poloměkké prahování (obr. 4.7) je vyjádřena jako

$$\lambda x = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ \text{sign}(x) \frac{\lambda_2(|x| - \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} & \text{pro } \lambda_1 < |x| \leq \lambda_2 \\ x & \text{pro } |x| > \lambda_2 \end{cases} \quad (4.21) \quad [11],[19].$$



Obr. 4.7: Poloměkké prahování

4.3 Stanovení prahových hodnot pro vlnkovou filtraci

Prahy pro úpravu koeficientů při vlnkové filtraci je žádoucí nastavit s ohledem na úroveň šumu w (směrodatné odchylky). Zároveň je vhodné stanovovat prahové hodnoty pro každé pásmo zvlášť. Je-li úroveň šumu nižší, jsou také prahové hodnoty menší a snižuje se i poškození užitečného signálu.

Předpokládejme aditivní směr $x(n)$ užitečného signálu $s(n)$ a šumu $w(n)$

$$x(n) = s(n) + w(n). \quad (4.22)$$

Označíme-li koeficienty DTWT vstupního signálu $x(n)$ jako $y_m(n)$, užitečného signálu jako $u_m(n)$ a šumu jako $v_m(n)$, kde n je index koeficientu m -té úrovně rozkladu, můžeme díky linearitě DTWT psát

$$y_m(n) = u_m(n) + v_m(n). \quad (4.23)$$

Dále předpokládejme, že je rušivým signálem bílý šum, tj. stochastický signál, který je charakterizován

- nulovou střední hodnotou

$$\mu_w = E\{w(n)\} = 0$$

- středním výkonem rovnajícím se rozptylu

$$P_w = E\{w^2(n)\} = E\{(w(n) - \mu_w)^2\} = \sigma_w^2$$

- autokorelační posloupností

$$r_{ww}(n) = \sigma_w^2 \delta(n), \text{ kde } \delta(n) = \begin{cases} 1 & \text{pro } n=0 \\ 0 & \text{pro } n \neq 0 \end{cases}, \quad (4.24)$$

ze které vyplývá, že je nekorelovaný [12].

4.3.1 Univerzální práh

Pro bílý šum s Gaussovým rozložením byla odvozena hodnota prahu

$$\lambda = \sigma_w \sqrt{2 \ln(N)}, \quad (4.25)$$

kteřá minimalizuje riziko, že se liší od optimální, ale neznámé prahové hodnoty. N je počet vzorků signálu, což znamená, že práh roste (i když velmi pomalu) s délkou signálu. Původně byla tato hodnota odvozena pro dyadickou DTWT s decimací jako univerzální, tj. stejná pro všechna pásma rozkladu. V praktických aplikacích bývá někdy univerzální práh používán pro každé m -té pásmo zvlášť

$$\lambda_m = \sigma_{w_m} \sqrt{2 \ln(N_m)}. \quad (4.26)$$

Obvykle bývá univerzální práh považován za příliš vysoký, při jeho odvození bylo sledováno spíše vyhlazení signálu než minimalizace střední kvadratické odchylky filtrovaného signálu od signálu užitečného.

4.3.2 Empirický práh

Nedává-li univerzální práh uspokojivé výsledky, nabízí se jako nejjednodušší možnost násobit směrodatnou odchylku šumu empirickou konstantou K , a výsledkem je prahová hodnota

$$\lambda = \sigma_w K, \quad (4.27)$$

popř. prahové hodnoty pro každé pásmo zvlášť

$$\lambda = \sigma_{w_m} K_m. \quad (4.28)$$

4.3.3 Práh vycházející ze zobecněného Gaussova rozložení koeficientů

Metoda byla odvozena původně pro filtraci 2D dat. Vychází se z poznatku, že rozložení koeficientů DTWT v jednotlivých pásmech lze u obecných obrazů popsat tzv. zobecněným Gaussovým rozložením, jehož zvláštní případy jsou Laplaceovo i Gaussovo rozložení.

Byl vytvořen statistický model, na jehož základě byla minimalizována střední kvadratická odchylka filtrovaného signálu od signálu užitečného a po zjednodušení lze vyjádřit prahové hodnoty pro jednotlivá pásma v podobě

$$\lambda_m = \frac{\sigma_{vm}^2}{\sigma_{um}}, \quad (4.29)$$

tedy jako podíl rozptylu a šumu a směrodatné odchylky užitečného signálu v m -tém pásmu. Za robustní odhad směrodatné odchylky šumu je považován výpočet

$$\bar{\sigma}_{vm} = \frac{\text{median}(|v_m|)}{0,6745}, \quad (4.30)$$

který bývá někdy počítán jen pro koeficienty DTWT v nejvyšším pásmu, tj. pro $m=1$, kde se očekává především přítomnost šumu. Za předpokladu, že jsou šum a užitečný signál v m -tém pásmu vzájemně nezávislé, lze psát

$$\sigma_{ym}^2 = \sigma_{um}^2 + \sigma_{vm}^2, \quad (4.31)$$

kde lze odhadnout rozptyl koeficientů m -tého pásma signálu před filtrací pomocí vztahu

$$\bar{\sigma}_{ym}^2 = \frac{1}{N_m} \sum_{n=0}^{N_m-1} y_m^2(n) \quad (4.32)$$

a odtud pak směrodatnou odchylku koeficientů m -tého pásma užitečného signálu jako

$$\bar{\sigma}_{um} = \sqrt{\max(\bar{\sigma}_{ym}^2 - \bar{\sigma}_{vm}^2, 0)}. \quad (4.33)$$

Výsledný odhad prahové hodnoty je

$$\bar{\lambda}_m = \frac{\bar{\sigma}_{vm}^2}{\bar{\sigma}_{um}}. \quad (4.34)$$

5 Wienerovská filtrace

Pro potlačení šumu $w(n)$, jehož spektrum se výrazně prolíná se spektrem užitečného signálu $s(n)$, se využívá právě Wienerova filtru. Za předpokladu, že je vstupní signál aditivní směsí nekorelovaných složek, Wienerův filtr je ve frekvenční oblasti optimálním korekčním faktorem $H_{opt}(\omega)$ pro korekci spektra $X(\omega)$ vstupu, aby spektrum

$$Y(\omega) = X(\omega) H_{opt}(\omega) \quad (5.35)$$

bylo optimální aproximací spektra $S(\omega)$ užitečného signálu ve smyslu nejmenší střední kvadratické odchylky výstupu $y(n)$ a $s(n)$, tedy $y(n) = s(n) + e(n)$, kde $E\{e^2(n)\} \rightarrow \min$. Wienerův korekční faktor má podobu

$$H_{opt}(\omega) = \frac{R_{ss}(\omega)}{R_{ss}(\omega) + R_{ww}(\omega)}, \quad (5.36)$$

kde $R_{ss}(\omega)$ je výkonové spektrum užitečného signálu a $R_{ww}(\omega)$ je výkonové spektrum šumu. Vzhledem k nedostupnosti $R_{ss}(\omega)$ má předchozí vztah praktičtější podobu

$$H_{opt}(\omega) = \frac{R_{xx}(\omega) - R_{ww}(\omega)}{R_{xx}(\omega)}, \quad (5.37)$$

protože předpokládaná nekorelovanost oddělovaných složek vede k možnosti vyjádření výkonového spektra $R_{xx}(\omega) = R_{ss}(\omega) + R_{ww}(\omega)$. Pro každou konkrétní hodnotu kmitočtu ω nabývá korekční faktor vždy reálnou hodnotu z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. V tomto případě se jedná o analogii wienerova filtru (který se používá ve frekvenční oblasti) ve vlnkové oblasti, korekční faktor po odvození má tvar

$$g_m(n) = \frac{u_m^2(n)}{u_m^2(n) + v_m^2(n)}, \quad (5.38)$$

kde ale neznáme hodnoty šumových koeficientů $v_m(n)$ v m -tém pásmu a proto jejich kvadrát musíme nahradit alespoň odhadem v podobě rozptylu šumu σ_{vm}^2 v m -tém pásmu, takže dostaneme

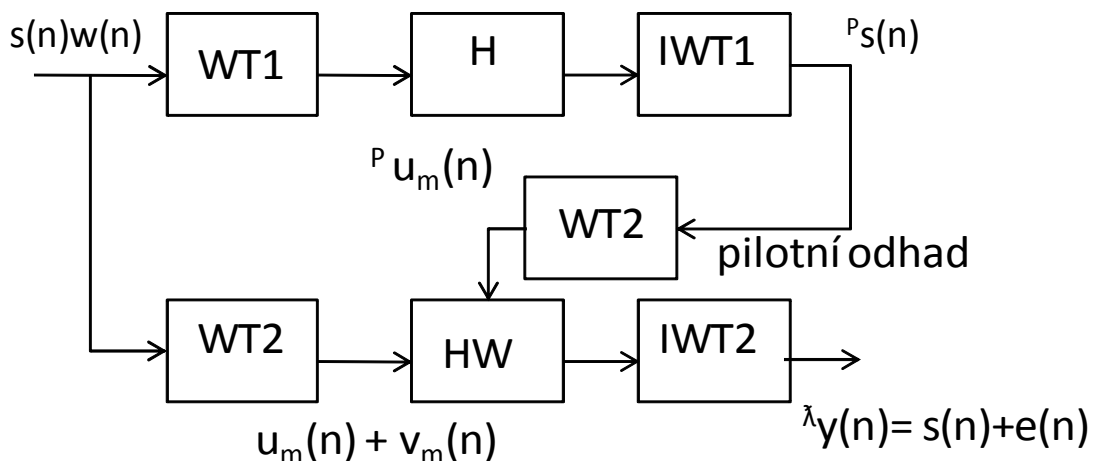
$$g_m(n) = \frac{u^2(n)}{u^2(n) + \sigma_{vm}^2}. \quad (5.39)$$

5.1 Metoda pilotního odhadu

Po vlnkové transformaci užitečného signálu $s(n)$ získáme metodou pilotního odhadu ${}^P s(n)$ odhady ${}^P u_m(n)$ koeficientů transformace užitečného signálu. Princip je naznačen na obr.5.1. V horní větvi schématu je realizována vlnková transformace $WT1$, následuje úprava koeficientů v bloku H a zpětná transformace $IWT1$. Výsledkem je pilotní signál, který odpovídá přibližně užitečnému signálu bez šumu. Transformaci $WT2$, která je základem wienerovské vlnkové filtrace, je podroben jak vstupní signál, tak i výstup horní větve a oba výstupy jsou zpracovány blokem HW , ve kterém je aplikován korekční faktor

$$g_m(n) = \frac{{}^P u_m^2(n)}{{}^P u_m^2(n) + \sigma_{vm}^2}, \quad (5.40)$$

kde ${}^P u_m(n)$ jsou koeficienty transformace užitečného signálu získaných z pilotního odhadu ${}^P s(n)$. Výsledkem jsou upravené koeficienty ${}^{\lambda P} y_m(n)$, po zpětné transformaci $IWT2$ získáme výstup ${}^{\lambda} y(n) = s(n) + e(n)$.



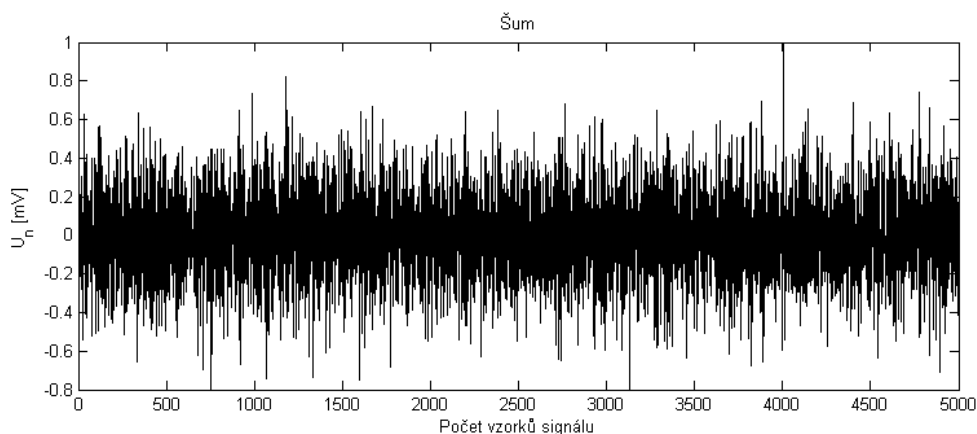
Obr. 5.1: Metoda pilotního odhadu

Na vzájemném vztahu šumových a užitečných koeficientů by měla záviset i volba prahování. V případě, že jsou užitečné koeficienty výrazně vyšší než koeficienty šumové, zdá se být výhodnější využití tvrdého prahování. V místech, kde jsou užitečné koeficienty srovnatelné nebo nižší než směrodatná odchylka šumu, můžeme po tvrdém prahování očekávat zachování hodnot s výrazným podílem šumu a tyto hodnoty pilotního odhadu pak budou po transformaci $WT2$ vydávány mylně za koeficienty užitečné. V tomto případě by bylo vhodnější spíše měkké prahování. Za rozumný kompromis lze považovat hybridní prahování ve filtru pro pilotní odhad [11].

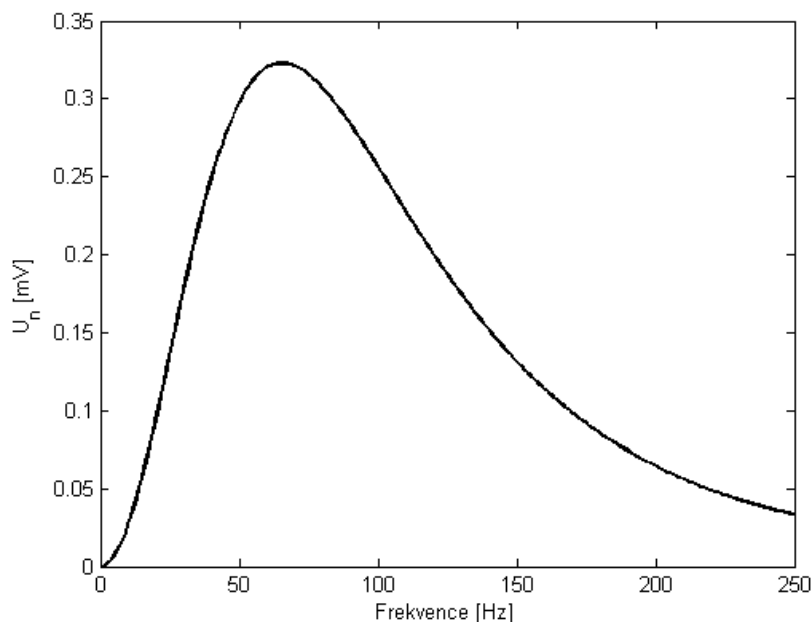
5.2 Zarušení signálu

Pro zarušení čistého signálu EKG byl použit přídavný šum. Šum by měl co nejvíce odpovídat reálnému myopotenciálovému rušení, tzn. dominantní frekvence by se měly nacházet mezi frekvencemi 20 – 250 Hz. Svalové rušení vychází z modelu bílého gaussovského šumu, ale je vytvořeno s použitím tvarovacího filtru.

Vytvořeným rušením je kontaminován každý signál zvlášť. Po filtraci signálu zašuměněného známou úrovní SNR můžeme určit hodnotu SNR (5.40) vstupního i výstupního signálu a tudíž i zlepšení SNR.



Obr. 5.2: Ukázka myopotenciálového rušení vygenerovaného EMG simulátorem



Obr. 5.3: Výkonové spektrum použitého šumu [2]

5.3 Hodnocení výsledků filtrace

Zvoleným kritériem kvality pro hodnocení výsledku různých nastavení wienerovského filtru je hodnocení dosaženého poměru signál/šum (SNR). Jedná se o číselnou hodnotu vypovídající o změně signálu. Hodnotu výstupního SNR lze spočítat podle rovnice

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_{n=1}^{N-1} (s(n))^2}{\sum_{n=1}^{N-1} (y(n) - s(n))^2} \quad [dB]. \quad (5.41)$$

5.4 Databáze CSE

Pro testování wienerovského filtru byly použity signály z databáze CSE (The Common Standards for Electrocardiography). Jedná se o databázi, obsahující 2x 125 reálných záznamů po 15-ti svodech, pro testování různých filtračních a detekčních algoritmů. Předpokládáme, že všechny signály mají nulovou šumovou složku, což znamená, že průběhy obsahují pouze užitečný signál. Jedná se o databázi, jejíž hlavním cílem je standardizované hodnocení programů pro analýzu EKG [3].

Databáze se skládá ze tří samostatných částí. První dvě byly navrženy pro testování a vývoj algoritmů, třetí část slouží pouze pro jejich hodnocení [22]. První část databáze obsahuje 250 originálních a 310 umělých signálů, které jsou vytvořeny ze signálů originálních opakováním jednoho srdečního cyklu. U všech signálů v této skupině byly zaznamenány pouze tři svody současně. Signály jsou rozděleny do dvou stejně velkých setů 1 a 2 [26],[28]. Ve druhé části databáze se nachází celkem 250 signálů originálních a stejný počet umělých, opět rozdělených do dvou setů 3 a 4. V této části databáze jsou signály snímány zároveň v 15 svodech. Jedná se o standardní 12 svodový systém a 3 svody ortogonální [27],[28]. Třetí část databáze obsahuje tzv. diagnostická data, označovaná jako set 5. Je zde zahrnuto celkem 1220 vícesvodových záznamů, které slouží především pro testování programů diagnostiky EKG a VKG [22].

Pro testování je v této práci využito originálních záznamů z druhé části databáze, tzn. set 3 a 4. Signály mají délku 5000 vzorků. To při vzorkovací frekvenci $f_{vz}=500$ Hz odpovídá délce záznamu 10 sekund. Kvantovací krok je $5 \mu V$.

5.5 MIT-BIH Arrhythmia databáze

MIT-BIH Arrhythmia databáze byla vytvořena jako volně dostupný set standardních materiálů pro hodnocení detektorů arytmií. EKG signály pro MIT-BIH Arrhythmia databázi byly vybrány ze 4000 dlouhodobých Holterovských záznamů, které byly pořízeny v Beth Israel Hospital Arrhythmia Laboratory v Bostonu mezi roky 1978 a 1979. Databáze obsahuje 23 záznamů (čísla od 100 do 124), které byly náhodně vybrány a také 25 záznamů (čísla od 200 do 234), které obsahují méně obvyklé, ale klinicky významné jevy, které nejsou dostatečně zastoupeny v Holterovských záznamech. Každý ze 48 záznamů má 30 minut. První skupina signálů je zastoupena reprezentativními vzorky tvarů EKG a artefaktů, se kterými se můžeme běžně setkat při detekci arytmií v klinické praxi.

Záznamy jsou z populace subjektů složených z 60 % z hospitalizovaných pacientů a 40 % z ambulantních pacientů. Testovacími subjekty bylo 25 mužů ve věku od 32 do 89 let a 22 žen ve věku od 23 do 89. Záznamy číslo 201 a 202 jsou pořízeny od stejné osoby – ženy. Vzorkovací frekvence signálů je 360 vzorků za sekundu (360 Hz) a rozsah je 10 mV. Ve většině signálů je horní signál druhý svod získaný z hrudních elektrod. Druhý signál záznamu (spodní) je svod V1 případně V2, V5, v jednom případě V4. I tyto signály jsou pořízeny hrudními elektrodami [15].

5.6 Vlnkový wienerovský filtr

Úkolem práce je navržení vlnkového wienerovského filtru pro filtraci myopotenciálů z EKG signálu. K tomuto je využito prostředí MATLAB. Testovací signály byly vytvořeny zarušením čistých signálů z databáze CSE šumem vygenerovaným programem *EMG_maker*. Je možné použít libovolný signál z knihovny CSE. Lze nastavit libovolné hodnoty vstupního zarušení (vstupního SNR).

Funkce je volaná ze skriptu, kde lze nastavit veškeré potřebné parametry, kterými jsou banky filtrů pro pilotní odhad a výpočet korekčních členů, stupně rozkladu, vstupní SNR a také konkrétní testovaný signál.

Samotný filtr je realizován funkcí *wiener_filtr*. Tato funkce má více vstupů. Funkce používá uměle zašuměný signál x z CSE databáze. Dalšími vstupy jsou stupně rozkladu pro pilotní odhad *stupen_roz1* a počet stupňů rozkladu pro wienerovský filtr *stupen_roz2*. Volitelný je také typ prahování *typ_prahovani* a typ prahu *typ_prahu*, kde máme na výběr z univerzálního výpočtu prahu a z empirického prahu.

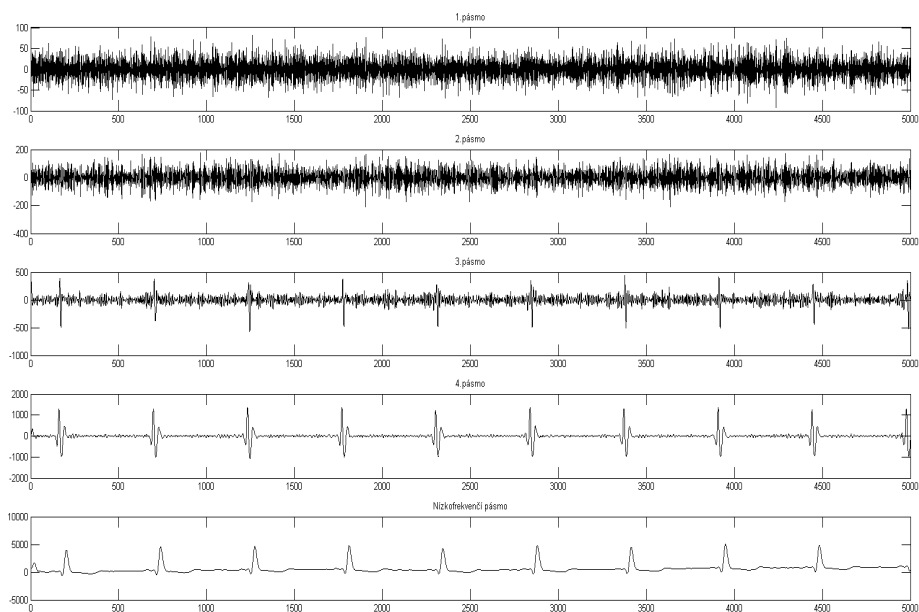
Pro realizaci filtru je využita redundantní dyadická DTWT (stacionární vlnkové transformace *swt*). Pomocí funkce *swt* byl proveden rozklad vstupního zašuměného signálu na jednotlivá pásma. Tato funkce požaduje, aby délka signálu byla dělitelná $2^{\text{stupen rozkladu}}$. Z tohoto důvodu, pokud je jeden ze stupňů rozkladu větší než 3, se signál automaticky prodlouží zrcadlením na konci a na začátku o 60 vzorků. Signál má tedy výslednou délku 5120 vzorků.

Takto upravený signál přivedeme na vstup *swt* bloku WT1. Pro tento blok je použita banka filtrů *vlnka1* a stupeň rozkladu *stupen_roz1*. Výstup y_m (vstupní signál x rozložený na požadovaný počet pásem) je poté upraven funkcí *prahovani*, která tvoří blok H. Signál rozložený na jednotlivá pásma je zobrazen na obr. 5.4.

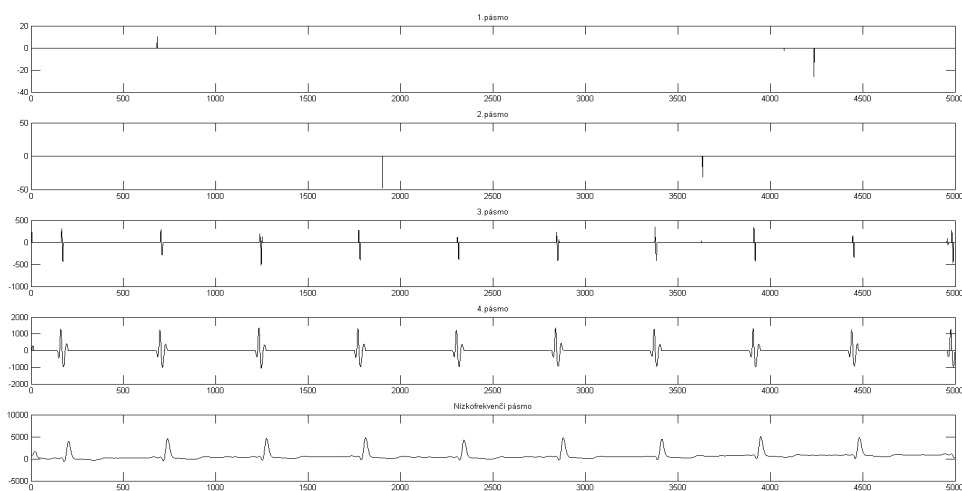
Prahování upravuje jednotlivá pásma zvolenou metodou. Na výběr je celkem z 5 metod. Lze využít tvrdého prahování, měkké prahování, poloměkké, hyperbolické, poloměkké parabolické nebo hybridní prahování. Pro samotné prahování je potřebná směrodatná odchylka *směr_odch*, kterou funkce počítá pomocí vztahu pro robustní odhad (4.30). Pro odhad je využito plovoucí okno. To způsobuje časovou závislost směrodatné odchylky, která je následně využita pro výpočet prahu.

Hodnotu prahu lze určit dvěma způsoby - Univerzálním prahem (4.26) nebo empirickým výpočtem s použitím konstanty K (4.28) a směrodatné odchylky signálu.

Upravena jsou všechna pásma kromě posledního (nejnižšího). Jednotlivá upravená pásma jsou znázorněna na obr. 5.5.



Obr. 5.4: Signál rozložený stacionární vlnkovou transformací pro 4 stupně rozkladu



Obr. 5.5: Jednotlivá prahovaná pásma signálu

Na všechna pásma je poté aplikována zpětná vlnková transformace *iswt*, jejímž výstupem je pilotní odhad signálu. Ten je zároveň výstupem horní větve filtru.

Spodní větev filtru, WT2 aplikuje na pilotní odhad horní větve vlnkovou transformaci *swt*, kde se použijí parametry *stupen_roz2* a *vlnka2*. Stejné parametry jsou aplikovány i na původní vstupní signál.

Blok HW tvoří základ wienerovského filtru a dochází v něm k výpočtu korekčních členů. Korekční členy jsou následně aplikovány na koeficienty vstupního signálu. Korekční členy jsou spočítány pro všechny koeficienty ve všech pásmech, kromě nejnižšího, kde by se měl v ideálním případě nacházet pouze užitečný signál.

Při spuštění programu dojde k vykreslení chybového signálu a zarušeného signálu spolu s pilotním odhadem a vyfiltrovaným signálem. Vypíše se i vstupní a výstupní hodnota SNR.

5.6.1 Parametry filtru a jeho výsledky

Filtr je závislý na použitých vstupních hodnotách. Jeho výstup může ovlivnit zvolený typ vlnky, hodnota empirické konstanty, metoda výpočtu prahu i samotné prahování. Optimalizace těchto parametrů je úkolem další části této práce. Ovšem vhodně zvolená metoda prahování může ovlivnit kvalitu rekonstruovaného signálu, kdy může dojít k významnému zkreslení užitečné složky signálu.

Jak je patrné z tabulky 5.1, různé metody prahování mají pouze malý vliv na výsledek filtrace ve smyslu maximalizace výsledného SNR. Metody mají velice podobné výsledky, horší filtraci však vykazuje poloměkké a poloměkké parabolické prahování. Zvláště pro vysoké hodnoty vstupního SNR je rozdíl ve výsledcích poměrně výrazný.

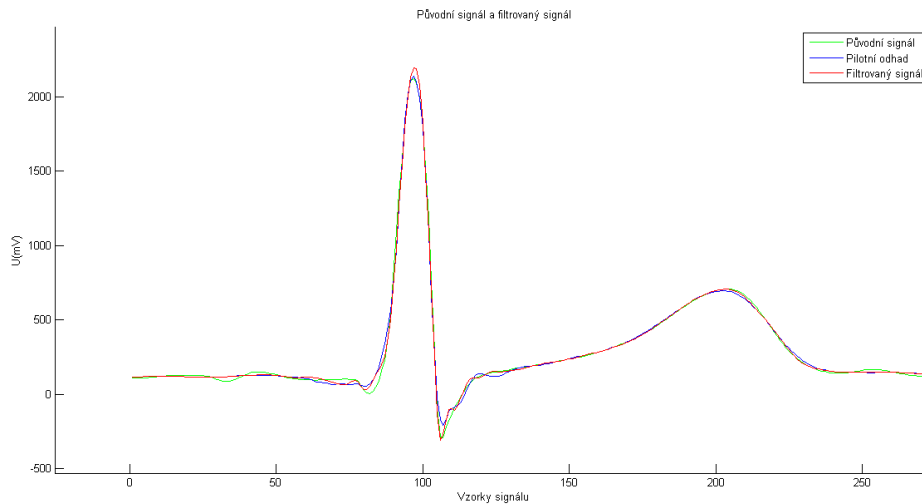
Hodnoty v tabulce výsledky použití vlnky *db4* pro první rozklad a vlnky *sym4* pro druhý rozklad. Stupeň rozkladu je v tomto případě nastaven na 3 pásma.

Tabulka 5.1: Výsledky filtrace pro různé metody prahování

Prahování	Výstupní SNR pro univerzální práh					Výstupní SNR pro různá K		
						2,8	3	2,8
Vstupní SNR	15	20	25	30	40	15	15	40
Garotte	28.7850	33.2763	37.7364	42.0458	50.2892	28.9039	28.9562	50.5118
Měkké	28.7253	33.2053	37.8097	42.1109	50.3621	28.9873	29.0079	50.6180
Tvrdé	28.7982	33.2231	37.6067	41.8953	50.2458	28.0185	28.2832	50.2816
Poloměkké	28.6065	32.8214	36.9506	40.7261	47.3755	28.7417	28.7419	47.7238
Hyperbolické	28.8095	33.2669	37.7023	42.0015	50.2911	28.7137	28.8459	50.5009
Poloměkké parabolické	28.5694	32.7787	36.8608	40.6873	47.9981	28.6224	28.6582	47.8280

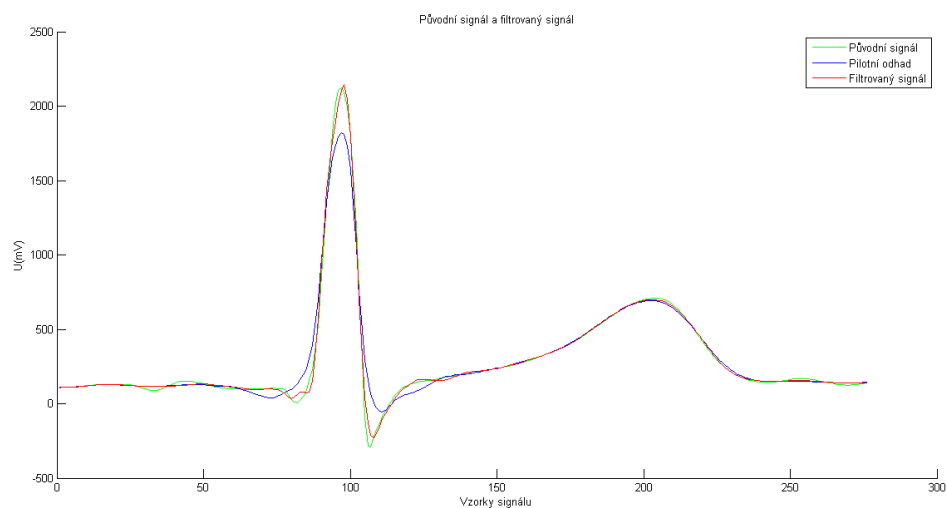
Zatímco číselné hodnoty SNR podávají metody velice podobné, kvalita zrekonstruovaných signálů se velmi podstatně liší. Pro porovnání jednotlivých typů prahování je použit signál *MO2_002_12* se stupněm zarušení 10 dB.

Na obr. 5.6 je zobrazen jeden cyklus z EKG signálu se vstupním SNR 10 dB, na kterém je patrné zkreslení QRS komplexu. Rovněž P vlna a zákmity v původním signálu nejsou obnovené zcela bezchybně. Toto je výsledek použití tvrdého prahování pro pilotní odhad.

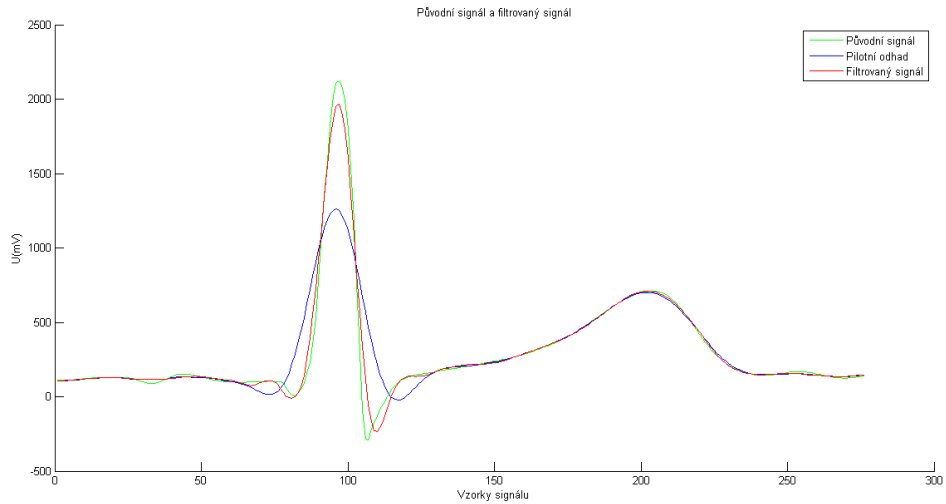


Obr. 5.6: Signál rekonstruovaný s použitím metody tvrdého prahování

Na obr. 5.7 je stejný signál rekonstruovaný s využitím měkkého prahování. I zde dochází k deformaci QRS komplexu, odchylka ale není natolik velká jako v předchozím případě. Ostatní deformace jsou srovnatelné s tvrdým prahováním. Předchozí metody způsobovaly mírné deformace užitečného signály.

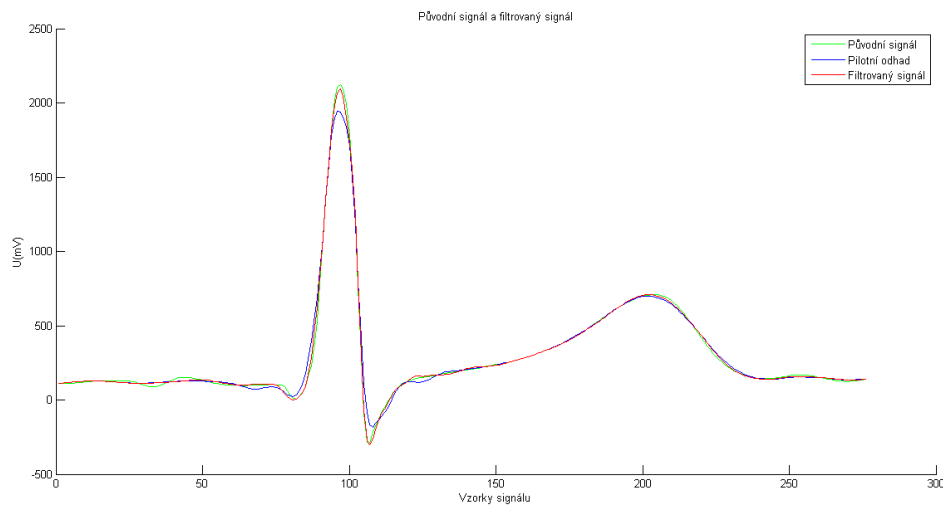


Obr. 5.7: Signál rekonstruovaný s použitím metody měkkého prahování



Obr. 5.8: Signál rekonstruovaný s využitím poloměkkého prahování

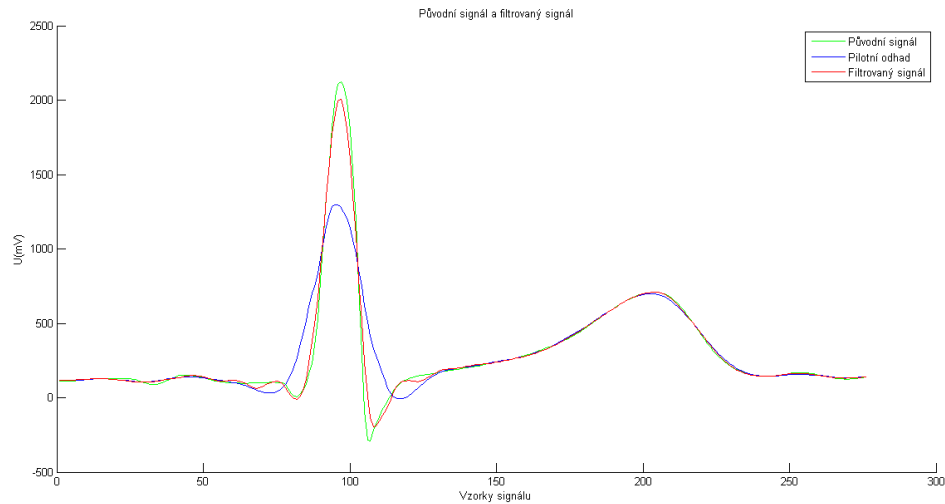
U poloměkkého prahování (obr. 5.8) i v případě správného nastavení prahů dochází k velice podstatnému znehodnocení R a S složky. Naopak s Q kmitem a ostatními mírnými záškvy si tato metoda poradila lépe než předchozí metody. Je to způsobeno dvouprahovou podstatou této metody.



Obr. 5.9: Signál rekonstruovaný s využitím hyperbolického prahování

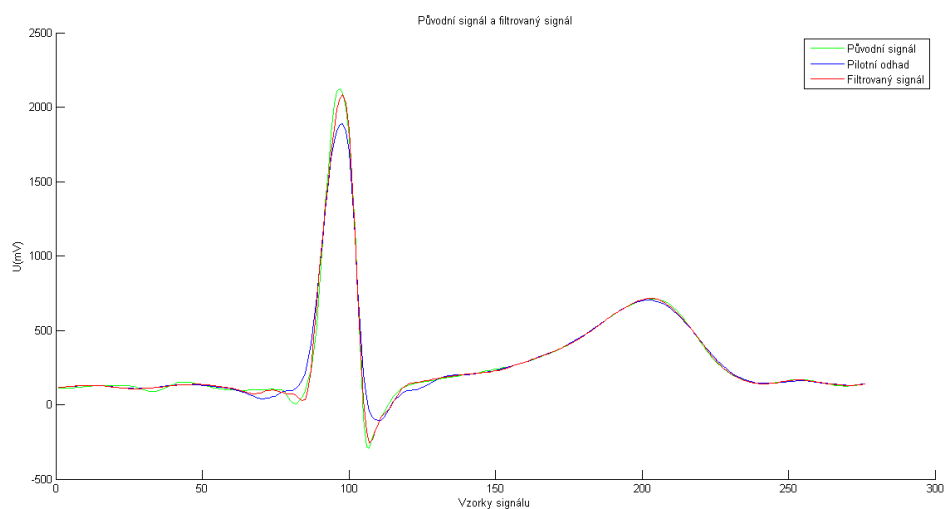
Hyperbolické prahování zobrazené na obr. 5.9 znehodnocuje užitečnou složku pouze minimálně. QRS komplex je zrekonstruován téměř bezchybně, Stejně jako zbývající část signálu.

Další dvouprahovou metodou je poloměkké parabolické prahování (obr. 5.10). Stejně jako v předchozím případě u poloměkkého prahování, i zde dochází k výrazné deformaci signálu. Pozvolné změny signálu jsou ale zrekonstruovány dobře.



Obr. 5.10: Signál rekonstruovaný s využitím poloměkkého parabolického prahování

Hybridní prahování (obr. 5.11) je kompromisem mezi měkkým a tvrdým prahováním, zároveň má nejvyšší zisk výstupního SNR. Z obrázku je také patrná kvalitní rekonstrukce pozvolných částí signálu stejně jako minimálně zkreslený RS úsek. Z tohoto důvodu je hybridní prahování využíváno často u filtrace, kdy se spojují výhody a eliminují nevýhody měkkého a tvrdého prahování.



Obr. 5.11: Signál rekonstruovaný s využitím hybridního prahování

Pro optimalizaci parametrů je zvolen právě tento typ prahování. Neboť kombinuje výhody tvrdého a měkkého prahování. Tvrdé prahování proti tomu zavádí impulzní rušení způsobené myopotenciály jejichž hodnoty jsou nad prahem a tudíž prochází bez prahováním nezměněny. Měkké prahování je pro wienerův filtr vhodnější, ale signál zkresluje.

Samostatným problémem u wienerovského filtru jsou použité vlnky. Použití jednotlivých vlnek závisí na délce jejich impulsních charakteristik a účinnost filtrace se potom liší i v různých kombinacích s jednotlivými metodami prahování. Jak již bylo zmíněno, těchto vlnek a kombinací je celá řada.

6 Optimalizace

Optimalizace je proces hledání toho nejvhodnějšího (optimálního) řešení či nejkratší cesty. Při optimalizaci měníme tzv. stavové proměnné optimalizovaného objektu a sledujeme, jaký vliv má změna těchto proměnných na výsledné parametry. Optimalizací se tedy rozumí hledání takových hodnot stavových proměnných systému, které zajistí, že systém bude dosahovat požadovaných parametrů, nebo že se parametry systému budou co možná nejvíce blížit parametrům žadáným. Odchylka aktuálních parametrů systému od parametrů žadáných v závislosti na stavových proměnných systému je popisována kriteriální (účelovou, chybovou) funkcí. Samotnou optimalizaci tak lze chápat, jako hledání minima nebo maxima kriteriální funkce změnou hodnot stavových proměnných. Označme stavové proměnné optimalizovaného systému symboly x_1, x_2, \dots, x_n , parametry optimalizovaného systému y_1, y_2, \dots, y_m a žadané hodnoty těchto parametrů d_1, d_2, \dots, d_m . Obecný optimalizační problém pak lze popsat jako minimalizaci $F(x)$.

Přitom předpokládáme, že prvky stavového vektoru jsou reálná čísla - vektor x je prvkem n -rozměrného reálného prostoru.

Aktuální hodnota parametrů optimalizovaného systému, a tudíž i hodnota minimalizované kriteriální funkce, závisejí na stavovém vektoru (sloupcový vektor stavových proměnných)

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T. \quad (6.42)$$

Kriteriální funkci můžeme vyjádřit jako součet kvadrátů odchylek mezi aktuálními hodnotami parametrů a hodnotami požadovanými

$$F(x) = \sum_{i=1}^m [y_i(x) - d_i]^2 \quad (6.43)$$

Tento optimalizační problém nazýváme neomezenou optimalizací, tzn. že prvky stavového prostoru se se mohou během optimalizace měnit bez jakýchkoliv omezení. Prakticky tomu tak ovšem většinou nebývá a v takových případech hovoříme o optimalizaci omezené.

Omezující podmínky můžeme obecně vyjádřit vztahy:

$$c_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, k' \quad (6.44)$$

Tuto podmínku nazýváme omezením rovností. Omezení říká, že stavová proměnná nebo funkce stavových proměnných musí být větší nebo rovna nule. Vynásobením obou stran koeficientem -1 dostáváme podmínku, že stavová proměnná nebo funkce stavových proměnných je menší nebo rovna nule.

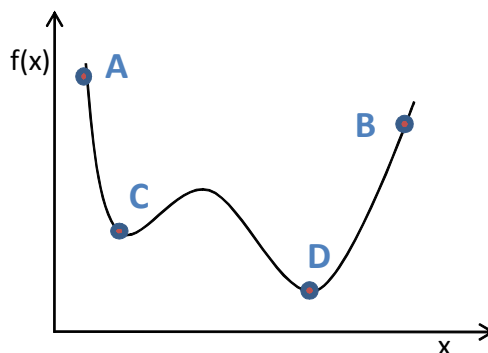
$$c_i(x) \geq 0, \quad i = k' + 1, \dots, k \quad (6.45)$$

Soustavu obou vztahů nazýváme nelineárně omezený problém [18].

6.1 Klasifikace optimalizačních metod

Způsobů dělení metod optimalizace je celá řada. Nejzákladnější je dělení na globální metody a metody lokální.

Pokud minimum definujeme jako bod, od něž nalevo i napravo kriteriální funkce roste, můžeme termínem minimum označit jak bod C tak i D. Minimum, v němž kriteriální funkce nabývá nejmenší funkční hodnoty, nazveme globálním minimumem. Minima, v nichž je funkční hodnota větší, nazveme minimy lokálními.



Obr. 6.1: Globální a lokální minimum funkce

U metod, které kloužou po průběhu funkce tak dlouho, dokud se nedostanou do minima, může dojít k uváznutí v minimu lokálním, i když globální minimum nemusí být daleko. Vezmeme-li jako počáteční bod optimalizace bod A, dojde k uváznutí v lokálním minimu C. Pokud je však optimalizace zahájena v bodě B, metody dospějí do globálního minima D. Popsaná vlastnost je typická pro lokální optimalizační metody. Metody globální jsou naproti tomu schopny překonat lokální minima a přiblížit se k minimu globálnímu. Nevýhodou globálních metod je ovšem jejich nesrovnatelně vyšší výpočetní náročnost [18].

6.2 Optimalizace vícerozměrné hladké funkce

Hladkou funkcí rozumíme funkci, který má spojitou první a druhou derivaci. Pokud minimalizujeme takovou funkci, postupujeme podle obecného algoritmu:

1. Testujeme konvergenci: Testujeme, zda aktuální odhad optima x_k je odhadem dostatečně přesný, tzn. zda je funkční hodnota kriteriální funkce $F(x_k)$ dostatečně malá. Pokud tomu tak je, minimalizaci ukončíme. V opačném případě přejdeme ke kroku 2.
2. Počítáme směr hledání: Naším úkolem je vypočítat směr (n -rozměrný vektor p_k), kterým je zapotřebí posunout aktuální odhad optima x_k , abychom se přiblížili ke skutečnému optimu x^* .

3. Počítáme délku kroku: když známe směr, kterým posuneme odhad optima x_k ke skutečnému optimu x^+ , musíme vypočítat délku kroku, který máme v tomto směru udělat, abychom optimum nepřeskočili. Délkou kroku rozumíme skalární hodnotu a_k , která zajistí dostatečný pokles funkční hodnoty kriteriální funkce. Matematicky :

$$F(x_k + a_k p_k) < F(x_k) \quad (6.46)$$

4. Aktualizace odhadu optima: Starý odhad optima nahradíme novým, zvýšíme číslo kroku o jedničku

$$x_{k+1} \leftarrow x_k + a_k p_k, \quad k \leftarrow k+1 \quad (6.47)$$

Abychom měli jistotu, že aktuální odhad optima x_k skutečně posouváme ke skutečnému optimu x^+ , musíme zajistit, aby gradient $g(x_k) = g_k$ a směr hledání $p(x_k) = p_k$ vyhovovaly podmínce $g_k^T p_k < 0$.

To znamená, že směr hledání je opačný vzhledem směru gradientu kriteriální funkce. Gradient je směrem nejstrmějšího růstu hodnoty kriteriální funkce, potom je zřejmé, že při hledání minima musíme kráčet právě opačným směrem [18].

6.3 Simplexová metoda

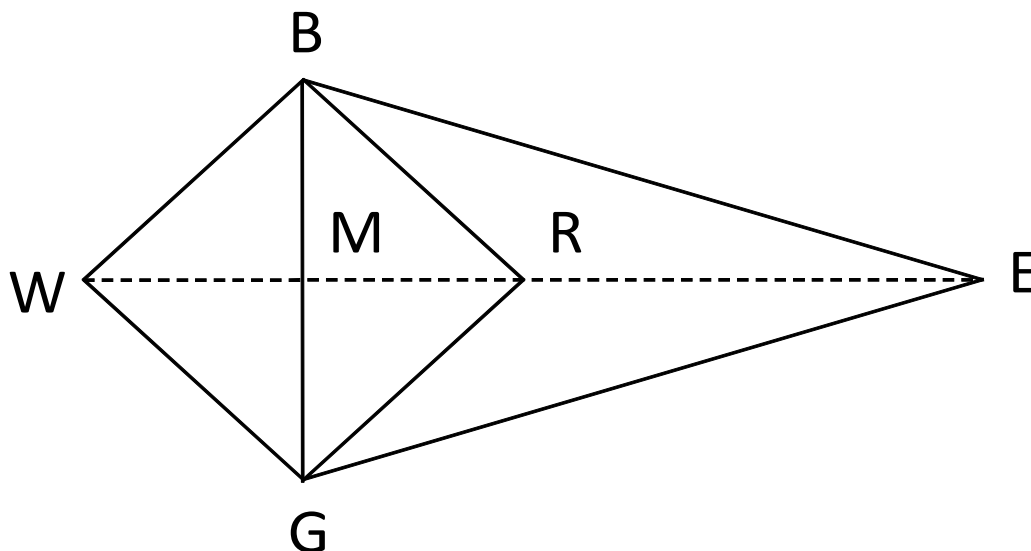
Simplexová metoda je optimalizační metoda vhodná jak pro lokální tak i pro globální optimalizaci. Jedná se o heuristickou metodu, která nevyužívá derivace ani gradienty minimalizovaných funkcí (či aproximace) těchto derivací (či gradientů), tudíž je výpočetně nenáročná. Není tedy třeba hledat ani Hessián ani gradient během iteračního procesu.

Nejjednodušší variantou simplexové metody je Nelder-Meadův algoritmus. Simplex je zjednodušením trojúhelníku do libovolného n -rozměrného prostoru a rozumíme jím obecný útvar v n -rozměrném prostoru, který vznikne spojením $N+1$ vertexů. Dle definice je n -simplex konvexní obal množiny $n+1$ afinně nezávislých bodů v eukleidovském prostoru dimenze n nebo vyšší [18]. Pro 2D prostor ($N=2$) máme 3 body, jejich spojením vznikne trojúhelník, analogicky ve 3D prostoru dostaneme čtyřstěn.

Základní postup Nelder-Meadova algoritmu:

- Máme $N+1$ bodů v n -rozměrném prostoru, vybereme N nejlepších z nich a poslední bod nahradíme bodem s nejlepšími vlastnostmi.
- Pro hledání extrému funkce dvou proměnných, kdy $N=2$, pracujeme s trojúhelníkem, jehož jeden vrchol vždy nahradíme lepším bodem.

- V každém kroku hledáme body následovně:
 - B (best) – nejlepší bod z hlediska řešené úlohy
 - G (good) – dobrý bod z hlediska řešené úlohy
 - W (worst) – nejhorší bod z hlediska dané úlohy
- Za řešení v daném kroku považujeme bod B nebo těžiště trojúhelníku BGW.



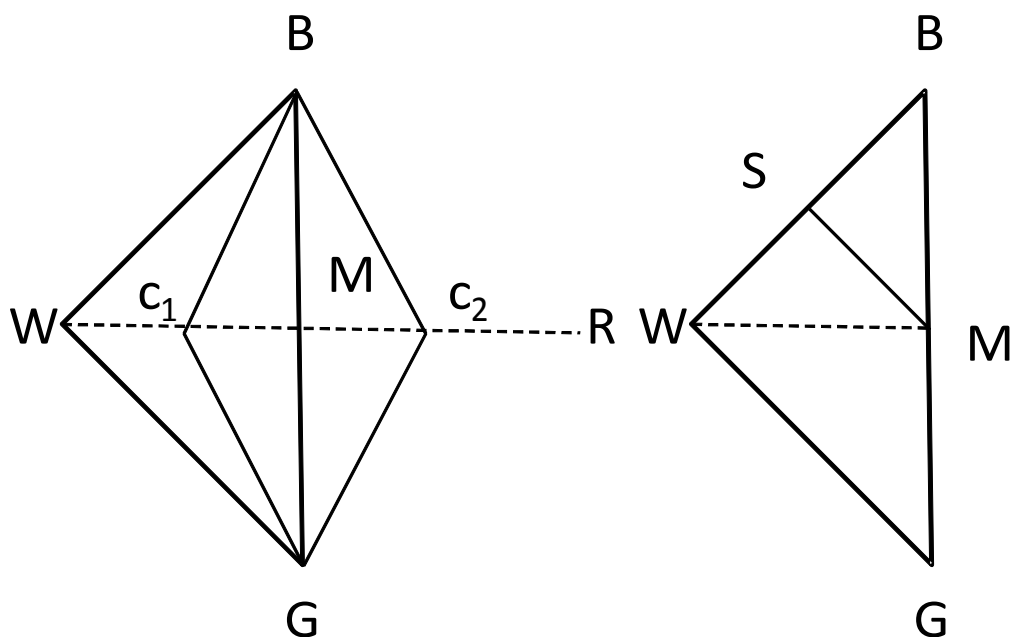
Obr. 6.2: Reflexe (R) a extenze (E) simplexu

Jednou ze základních operací je reflexe simplexu.

- Bod W nahradíme bodem R.
- Pokud je bod R lepší z hlediska řešení dané úlohy, zkusíme provést extenzi do bodu E.
- Jako nový simplex vybereme trojúhelník BGR nebo BGE.
- Pokud není bod R lepší než bod W, provedeme kontrakci nebo zkrácení.

Pro tři proměnné je princip stejný. Nejhorší bod se snažíme nahradit lepší aproximací.

- Máme 4 body, ty tvoří čtyřstěn.
- Body označíme stejně jako u dvou proměnných B (best), W (worst) a dva body G_1 a G_2 (good).
- Bod W se snažíme nahradit pomocí reflexe, extenze, kontrakce nebo zkrácení [10],[14].



Obr. 6.3: Kontrakce a zkrácení simplexu

6.4 Globální optimalizace

Nemožnost nalézt deterministický algoritmus obecně řešící úlohu globální optimalizace vedla k využití algoritmů stochastických, které sice nemohou garantovat nalezení řešení v konečném počtu kroků, ale často pomohou nalézt v přijatelném čase řešení prakticky použitelné.

Stochastické algoritmy pro globální optimalizaci heuristicky prohledávají prostor. Heuristikou rozumíme postup, ve kterém se využívá náhoda, intuice, analogie a zkušenost. Rozdíl mezi heuristikou a deterministickým algoritmem je v tom, že na rozdíl od deterministického algoritmu heuristika nezajišťuje nalezení řešení. Většina stochastických algoritmů pro hledání globálního optima v sobě obsahuje zjevně či skrytě proces učení. Inspirace k užití heuristik jsou často odvozeny ze znalostí přírodních nebo sociálních procesů. Značná část stochastických algoritmů pracuje současně s více kandidáty řešení, tj. s více body v prohledávaném prostoru. Tyto body vytvářejí skupinu (populaci), která se v průběhu hledání v prohledávaném prostoru pohybuje a přitom nachází lepší kandidáty řešení [24], [25].

Mezi nejpopulárnější metody globální optimalizace patří genetické algoritmy. Optimalizační metody s genetickými algoritmy jsou z podstaty stochastické a jsou tedy méně náchylné ke sklouznutí do lokálního extrému. Stochastická podstata ale neznamená, že se k výsledku dochází zcela náhodně. V přírodě hraje sice náhoda velkou roli, ale vývojový proces probíhá cíleně – přežívají především dokonalejší individua.

Optimalizační metody využívající GA jsou zvláště účinné, je-li cílem nalezení přibližného globálního optima při velkém počtu vstupních parametrů. Genetický algoritmus vyhledá řešení z celého oboru možných stavů (globálně), a kromě toho přibližných řešení může nalézt vícero. Některá z nich, i když v matematickém smyslu nejsou skutečná optima, mohou být optimální z hlediska praxe.

Mezi tradičními optimalizačními metodami a genetickými algoritmy existují dva podstatné rozdíly.

1. Genetické algoritmy obvykle nepracují s hodnotami parametrů systému, ale pracují s jejich symbolickou reprezentací, která se nazývá chromozom.
2. Genetický algoritmus neoptimalizuje najednou jediné řešení úlohy, nýbrž pracuje současně s celou skupinou (populací) různých řešení.

Jak již bylo řečeno, genetické algoritmy nepracují přímo s hodnotami parametrů systému, nýbrž s tzv. chromozomy. Hodnoty parametrů jsou v nich zakódovány, obvykle v binární soustavě. Jeden chromozom (sled nul a jedniček s délkou rovnající se počtu alel v jednom genu krát počet parametrů) představuje jeden konkrétní systém, resp. jedno řešení optimalizační úlohy (třeba i nedokonalé).

GA pracuje současně se skupinou několika chromozomů. Tento soubor se nazývá populace a každý její prvek je jedinec. Proces optimalizace začíná výchozí populací, která má obvykle několik desítek jedinců. Vytvoří se počítačem jako zcela náhodná kombinace nul a jedniček. V průběhu optimalizace se počet jedinců v populaci obvykle nemění, ale mění se postupně její jedinci tak, že se celá populace zkvalitňuje (z hlediska maximalizace nebo minimalizace hodnotové funkce). Každá nová (obměněná) populace vytváří další generaci [18].

Pro globální optimalizaci lze využít Nelder-Meadovu metodu, modifikaci simplexové metody. Výhodou je i to, že zatímco metody prvního a druhého řádu selhávají při minimalizaci nediferencovatelných či nespojitých funkcí, metody globální optimalizace jsou schopny najít maxima i těchto funkcí. Metoda využívá simplexů a je vhodná i pro vícerozměrnou optimalizaci [1].

Vzhledem k faktu, že úkolem je nalezení optimálního nastavení pouze tří parametrů, lze využít simplexovou metodu. V případě vícero parametrů by bylo vhodnější použití genetického algoritmu, jelikož více rozměrný vertex by byl příliš výpočetně náročný. Použití simplexové metody si můžeme dovolit i proto, že známe závislosti SNR jak na K tak i na stupních rozkladu. Navíc simplexová metoda nám zaručuje nalezení řešení.

6.5 Postup optimalizace

Tato kapitola je zaměřena na nalezení optimálních parametrů wienerovského filtru. Ty jsou důležité pro maximální účinnost filtrace bez nežádoucího poškození užitečného signálu. Wienerovský filtr využívá několik parametrů, jsou to:

- počet stupňů rozkladu (vlnková dekompozice) pilotního odhadu
- počet stupňů rozkladu samotného wienerovského filtru
- nastavení prahu - empirická konstanta K pro výpočet prahu
- metoda prahování
- banka filtrů pro pilotní odhad (vlnková transformace WT1)
- banka filtrů pro wienerovský filtr (vlnková transformace WT2)

Ovšem právě dva poslední parametry jsou nečíselného rázu, proto je nelze optimalizovat optimalizačním algoritmem. Použití vhodné banky filtrů má velký vliv na výsledky filtrace. Pokud změním banku filtrů, mohou být ostatní optimální parametry úplně jiné a výsledky filtrace podstatně odlišné. Neexistuje zde žádná funkční závislost mezi změnou nečíselných parametrů a výsledným SNR. Z tohoto důvodu byly vlnky pro banku filtrů převzaty z [20]. Parametry této práce jsou zobrazeny v tabulce 6.1. Parametry jsou optimalizovány právě pro tyto volby bank filtrů.

Tabulka 6.1: Parametry použité pro adaptivní wienerův filtr

Vstupní SNR [dB]	Typ prahování	Banka filtrů pro pilotní odhad	Banka filtrů pro spodní větev
-5	Garotte	Rbio3.3	Rbio4.4
0,5,10	Garotte	rbio1.3	Rbio4.4
15,20	Garotte	db4	sym4
25,30,35	Garotte	Bior4.4	sym4
40,45	Garotte	Bior3.9	sym4
50,55	Garotte	sym6	Bior3.3

Dalším nečíselným parametrem je typ prahování. Tato práce využívá hybridního prahování. Toto prahování bylo využito při testování, jelikož se v porovnání s ostatními metodami (kapitola 5.6.1) ukázalo jako nejlepší jak z hlediska filtrace (nejvyšší SNR výstupů) tak i v šetrnosti k filtrovaným signálům.

Pro optimalizaci tedy zbývají tři číselné parametry. Empirická konstanta K , stupeň rozkladu pro pilotní odhad a stupeň rozkladu pro wienerovský filtr. Empirická konstanta K může nabývat jakýchkoliv (kladných) hodnot, jedná se o spojitou proměnnou, tudíž je vhodná pro optimalizaci. Problémem mohou být stupně rozkladu, které mohou nabývat

pouze kladných celočíselných hodnot. Tento problém je v algoritmu ošetřen zaokrouhlením volaných hodnot. Nicméně to nikterak nezhoršuje výsledky optimalizace.

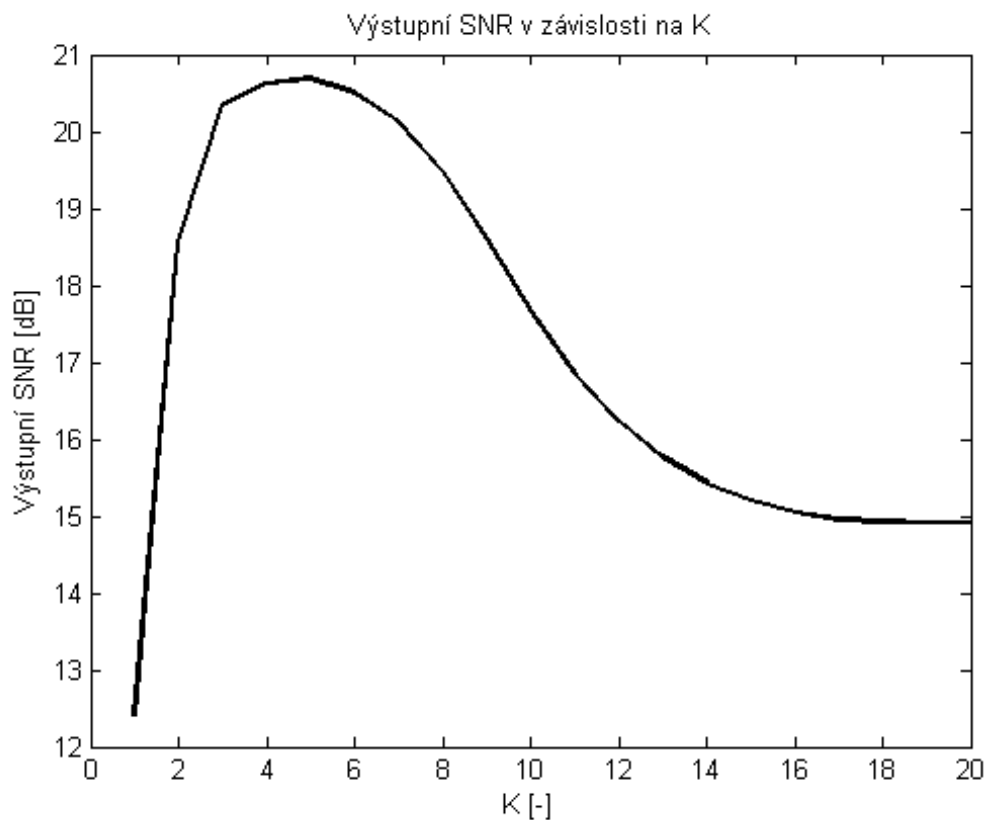
Pro optimalizaci byla využita již zmiňovaná simplexová metoda, konkrétně Nelder-Meadův algoritmus. Tento algoritmus byl použit jak pro optimalizaci dvou parametrů (K , společné stupně rozkladu), tak i všech tří parametrů. Tato metoda, stejně jako mnoho jiných může uvíznout v lokálním minimu, přesto může být velice spolehlivá. Záleží hlavně na volbě vhodného počátečního bodu a kroku. V tomto případě si můžeme pomoci dvěma úvahami.

Empirická konstanta K může sice nabývat jakýchkoliv hodnot, ovšem pokud má prahování plnit svoji funkci, neměla by se rovnat jedné, ani být menší než jedna. V tomto případě by se znehodnocoval užitečný signál, jelikož prahem by byla samotná směrodatná odchylka (případně hodnota menší). Vyšší práh více vyhlazuje vstupní signál, odstraňuje více šumu ale také může poškodit menší útvary v signálu, jako je kmit Q . Nižší prahy méně zkreslují kmity QRS komplexu, ale při jejich použití hrozí větší riziko vzniku šumových impulzů [20]. Z tohoto důvodu je počáteční hodnota K nastavena na 1 a začíná se prohledávat od začátku systému). Závislost SNR na K je zobrazena na obr. 6.4.

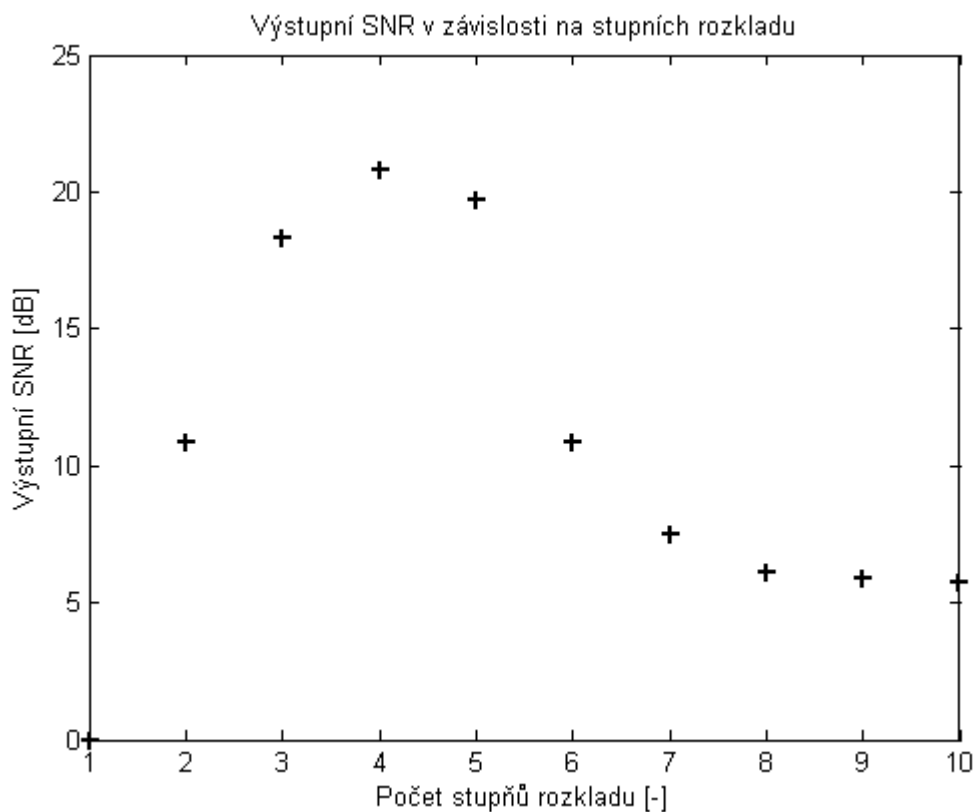
Stupně rozkladu významně ovlivňují kvalitu filtrace. Zároveň s rostoucím počtem stupňů rozkladu roste výpočetní náročnost. Prostor, ve kterém má smysl vyhledávat je zobrazen na obr. 6.5. Z grafu je patrné, že maximálního SNR je dosaženo pro čtyři stupně rozkladu a poté SNR klesá. Tato informace nám rázem dělá z problému globální optimalizace úlohu optimalizace lokální. Na základě předchozího byl zvolen prostor pro vyhledávání od 2 do 6 stupňů rozkladů, jelikož pro odlišné stupně zašumění se mohou optimální stupně rozkladu lišit od optima v grafu, které je vykresleno pro vstupní SNR 5 dB.

Volba parametrů závisí na vstupním SNR a proto parametry byly vyhledávány pro různé hladiny zarušení v rozsahu SNR od -5dB do 55 dB s krokem 5 dB. Parametry byly vyhledávány v celé databázi CSE a výsledným výstupem byl brán průměr SNR těchto parametrů pro všechny signály.

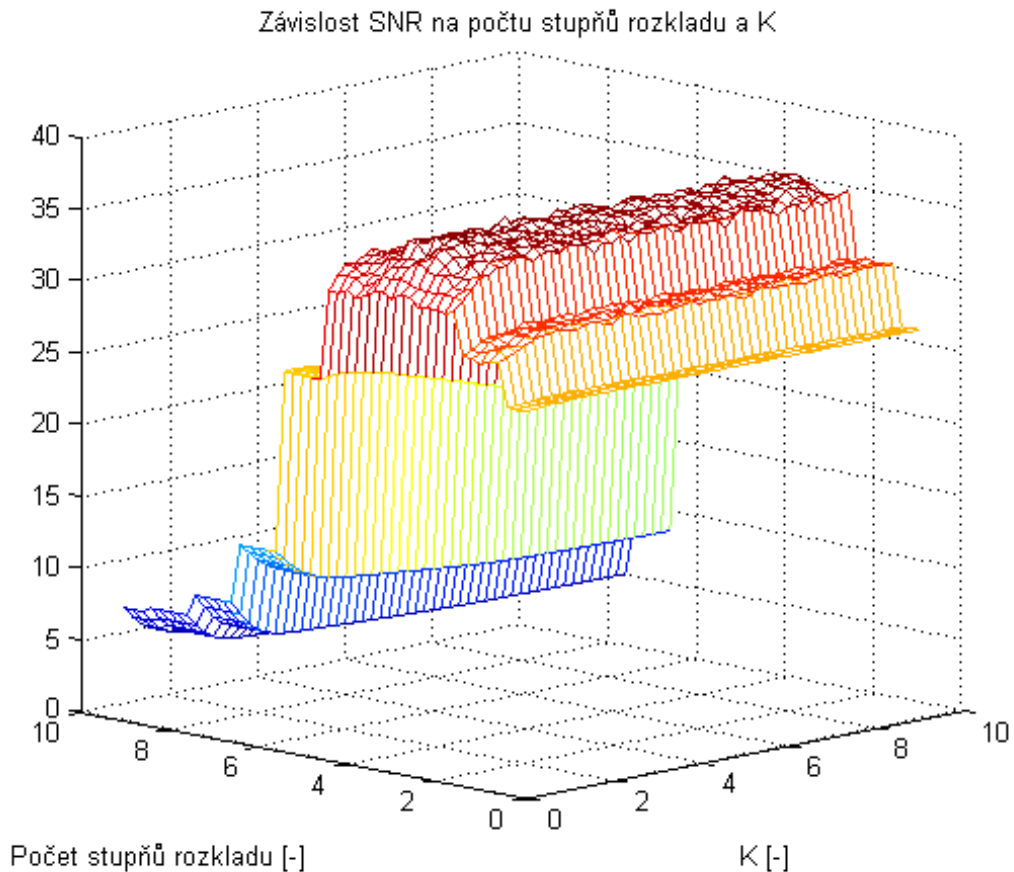
Kriteriální funkce vyhodnocuje výstupní SNR v závislosti na stupních rozkladu a empirické konstantě. Výstupní poměr signál-šum chceme maximalizovat.



Obr. 6.4: Závislost výstupního SNR na K pro vstupní SNR 5 dB a 4 stupně rozkladu



Obr. 6.5: Závislost SNR na počtu stupňů rozkladu pro vstupní SNR 5dB a $K = 3,4$



Obr. 6.6: Zobrazení závislosti SNR na počtu rozkladů a K při vstupním SNR 25 dB

Při vykreslení závislosti SNR na počtu rozkladů i K (obr. 6.6) zjistíme, že závislost má velmi mnoho lokálních maxim. Zjistit, které je maximum globálním je obtížný úkol. Je ale zjevné, že SNR se mění s rostoucím K pouze minimálně a dá se předpokládat zlepšení (případně zhoršení) pouze v řádu setin decibelů. Počet stupňů rozkladu má schodovitý průběh, jelikož dochází k zaokrouhlení neceločíselných hodnot stupňů rozkladu na celočíselné. Pokud by tento fakt nebyl ošetřen, průběh funkce by nebyl spojitý a optimalizace by byla značně zkomplikována.

6.6 Výsledky optimalizace

Nejdříve byl použit algoritmus pro optimalizaci všech tří parametrů – K , stupně rozkladu pilotního odhadu a stupně rozkladu pro výpočet korekčních členů. Tímto způsobem bylo zjištěno, že rozdílné stupně rozkladu pro pilotní odhad a wienerovský filtr nepřináší žádné zlepšení SNR, aby bylo nutné optimalizovat počet stupňů rozkladu zvlášť. Nejlepší výsledky metoda dává pro stejně nastavené stupně rozkladu. Tímto se úloha zjednodušila na dvě proměnné – K a stupeň rozkladu. Metodou optimalizace dvou proměnných bylo dosaženo stejných hodnot empirické konstanty K i počtu stupňů rozkladu jako u optimalizace tří proměnných. Metoda poměrně rychle konverguje ke globálnímu maximu, ovšem je závislá na počtu iterací. Pokud nastavíme příliš velký počet iterací, může se stát, že sklouzne do lokálního maxima případně nalezené maximum není maximem globálním, ale lokálním. Z tohoto důvodu je nastavena ukončovací podmínka. Pokud je rozdíl výsledků SNR ve dvou po sobě jdoucích iteracích menší než absolutní hodnota nastaveného prahu, vyhledávací algoritmus se ukončí. Výsledky optimalizace jsou uvedeny v tabulce 6.2

Tabulka 6.2: Výsledky optimalizace simplexovou metodou

Vstupní SNR [dB]	Typ prahování	K	Stupeň rozkladu pro pilotní odhad	Stupeň rozkladu pro spodní větev	Banka filtrů pro pilotní odhad	Banka filtrů pro spodní větev
-5	Garotte	3,6	4	4	Rbio3.3	Rbio4.4
0	Garotte	3,5	4	4	rbio1.3	Rbio4.4
5,10	Garotte	3,3	4	4	rbio1.3	Rbio4.4
15,20	Garotte	3,1	4	4	db4	sym4
25,30,35	Garotte	2,8	3	3	Bior4.4	sym4
40,45	Garotte	2,5	3	3	Bior3.9	sym4
50,55	Garotte	2,3	2	2	sym6	Bior3.3

Z tabulky je patrná sestupná tendence konstanty K pro výpočet prahu se vzrůstajícím SNR. To je pravděpodobné vzhledem ke zmenšujícímu se zašumění vstupního signálu, kterému nepřímo úměrně odpovídá právě SNR. Zároveň s rostoucím SNR se zmenšuje i potřebný počet stupňů rozkladu.

6.7 Testování parametrů

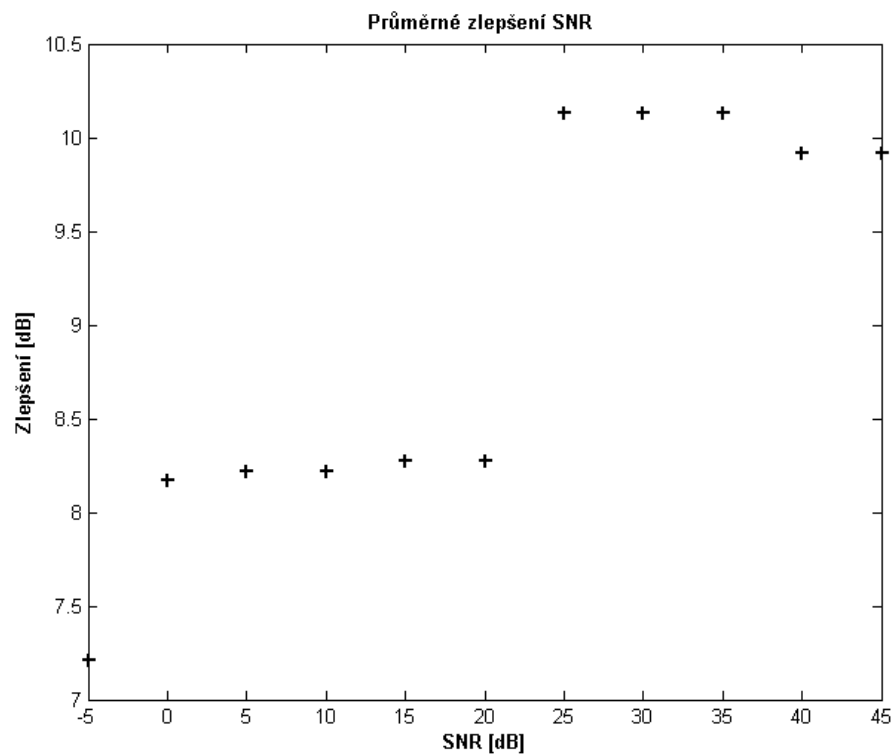
Pro vyhodnocení účinnosti filtru a ověření správnosti navržených parametrů wienerovského filtru, byly tyto parametry otestovány. Na všechny EKG záznamy obsažené v CSE databázi byly aplikovány nalezené parametry. Program využívá původní zarušenou databázi CSE a porovnává ji s referenční databází, kterou je CSE databáze s vyčištěnými daty obsahující užitečné signály bez zarušení. Cílem je dosáhnout co největšího zlepšení SNR zároveň s co nejmenší směrodatnou odchylkou.

Tabulka 6.3: Výsledky testování parametrů

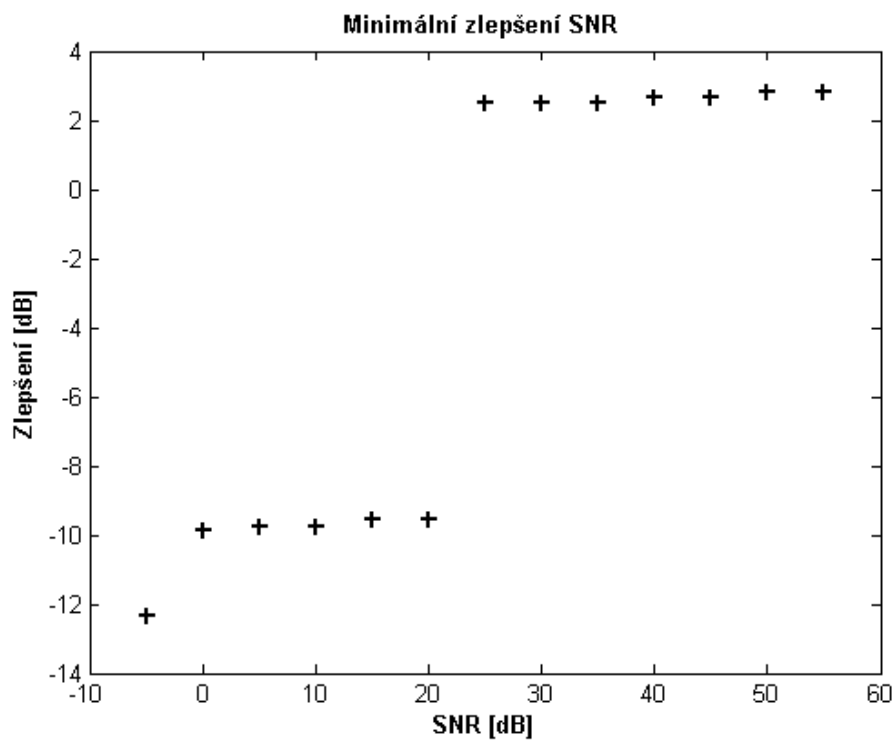
Vstupní SNR [dB]	Průměrné zlepšení SNR [dB]	Směrodatná odchylka SNR [dB]	Maximální zlepšení SNR [dB]	Minimální zlepšení SNR [dB]
-5	7,21	4,27	17,68	-12,34
0	8,17	4,08	19,89	-9,85
5,10	8,22	4,05	19,29	-9,78
15,20	8,27	4,01	19,28	-9,56
25,30,35	10,13	1,73	15,24	2,52
40,45	9,92	1,66	15,15	2,66
50,55	-	-	6,26	2,83

V tabulce 6.3 jsou zaneseny výsledky testování databáze CSE. Je patrné, že nejlepších výsledků dosahují parametry nalezené pro vstupní SNR 25 dB až 35 dB. Tyto parametry v databázi dosáhly průměrného zlepšení 10,13 dB se směrodatnou odchylkou 1,73 dB. Důvod největšího průměrného zlepšení právě v této oblasti je způsoben faktem, že průměrné SNR v CSE databázi je 27 dB. Naopak nejmenšího průměrného zlepšení dosahují parametry pro nejvíce zašuměné signály – se vstupním SNR -5 dB. Ke zhoršení SNR některých signálů došlo pro stupně zarušení od -5 dB do 20 dB. Toto zhoršení činí maximálně 12,34 dB.

Obr. 6.7 vykresluje průměrné zlepšení SNR v závislosti na parametrech nalezených pro různá vstupní SNR. Je patrné, že nejvyšší průměrné zlepšení nastalo pro parametry použité pro SNR 25 dB až 35 dB. Těmito parametry jsou tři stupně rozkladu pro obě vlnkové transformace a použité vlnky *bior4.4* a *sym4*. Konstanta K se rovná 2,8.



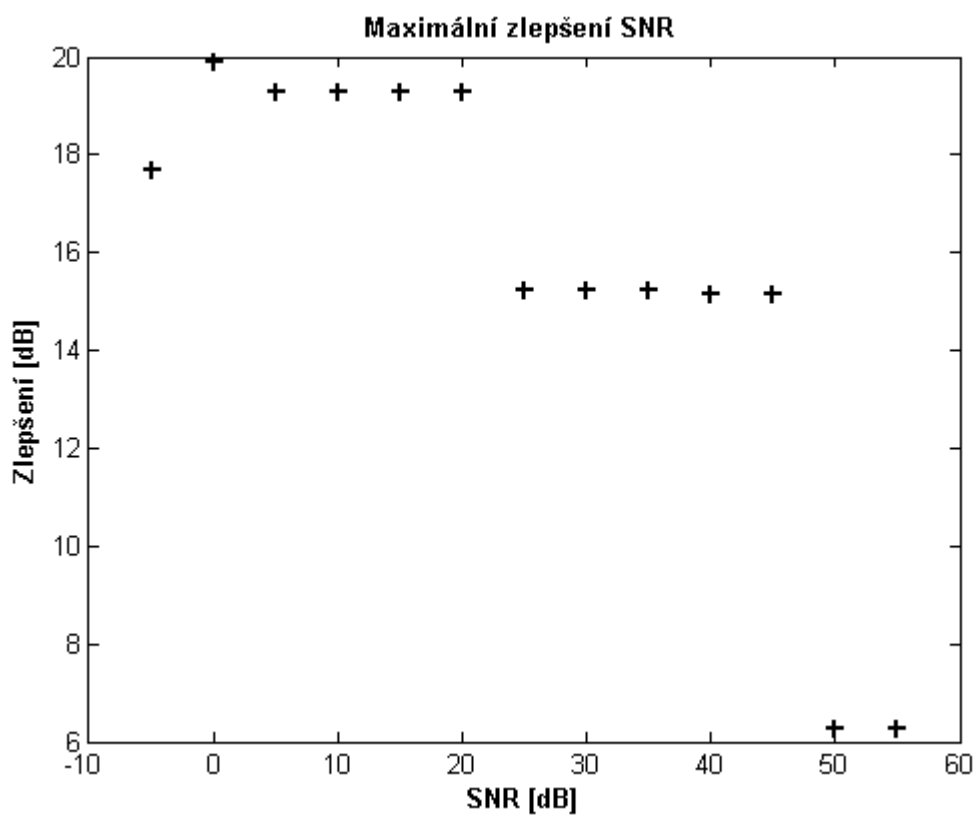
Obr. 6.7: Průměrné zlepšení SNR v závislosti na optimálních parametrech vstupního SNR



Obr. 6.8: Minimální zlepšení SNR v závislosti na optimálních parametrech vstupního SNR

Rovněž závislost minimálního zlepšení SNR na obr. 6.8 ukazuje nejvyšší zlepšení v oblasti SNR rovnajícímu se 25 dB. Toto zlepšení se rovná více než 12 dB. Při zvyšujícím se poměru signál-šum dochází k pozvolnému růstu minimálního zlepšení.

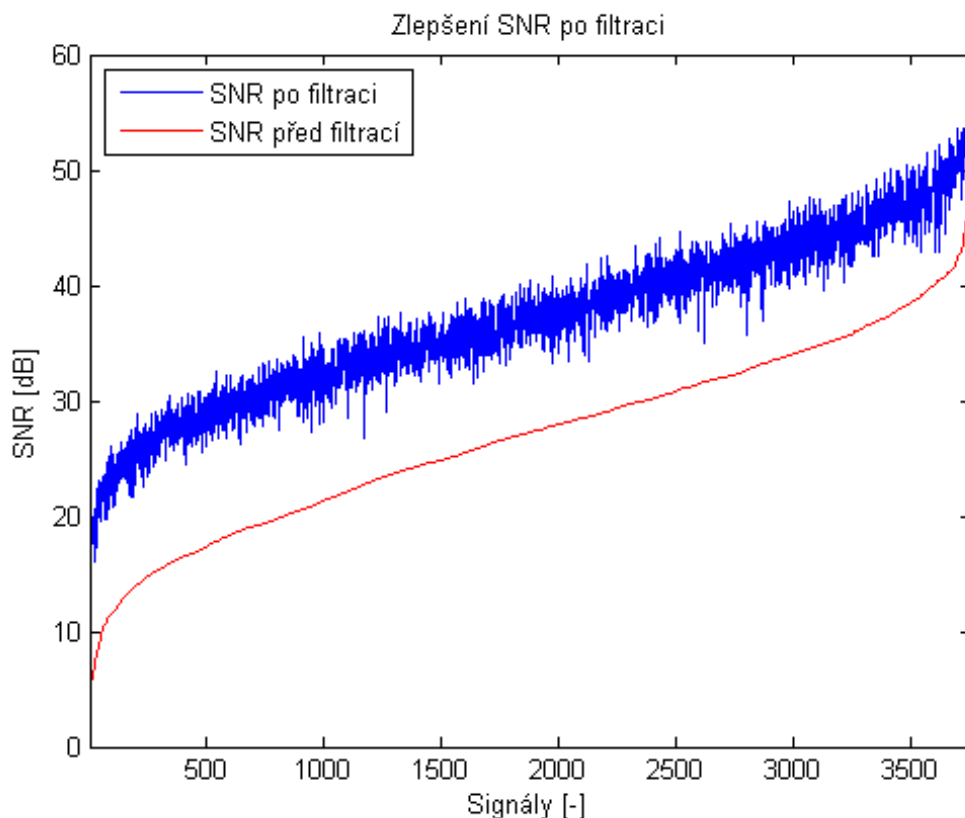
Maximální zlepšení, zobrazené na obr. 6.9, má na rozdíl od předchozích závislostí sestupnou tendenci. Nejvyššího zlepšení téměř 20 dB bylo dosaženo pro vstupní SNR = 0 dB. Čím nižší SNR signál má, tím větší je potenciál ke zlepšení v případě dobře fungujícího filtru. Pro SNR 50 dB je zlepšení pouhých 6 dB, což je úměrné malému stupni zarušení signálu. I v případě maximálního zlepšení parametrů dochází k výraznému skoku mezi parametry pro SNR 20 dB a 25 dB.



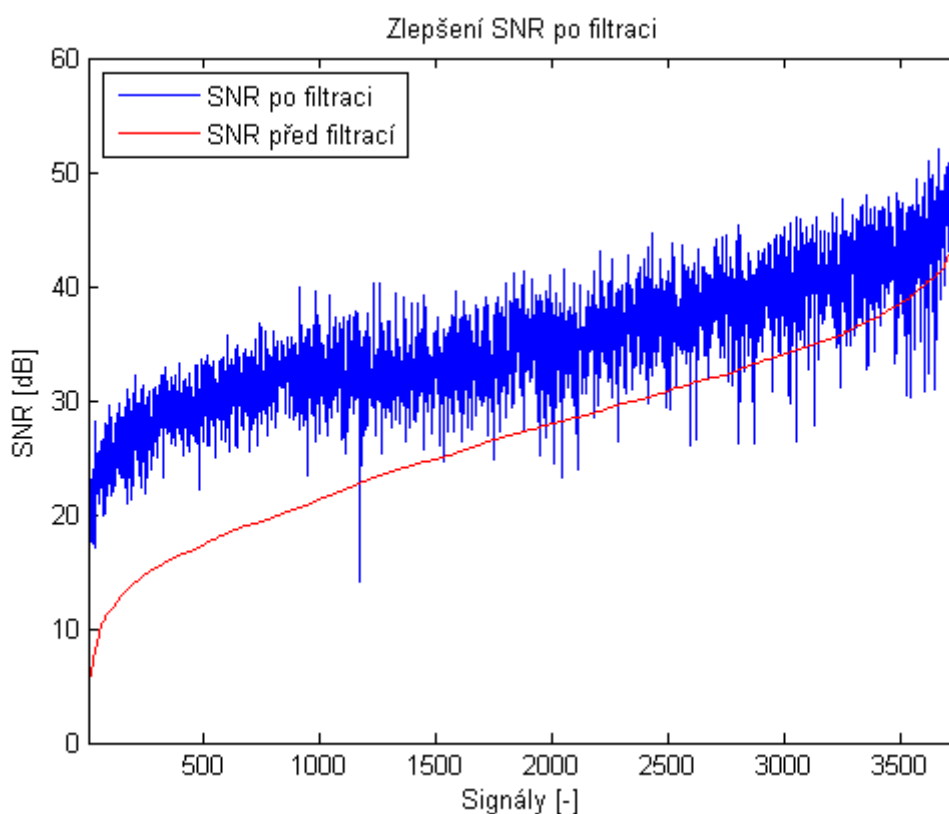
Obr. 6.9: Maximální zlepšení SNR v závislosti na optimálních parametrech vstupního SNR

Výstup z testování celé CSE databáze je zobrazen na obr. 6.10. Červeně je v grafu znázorněno vstupní SNR signálu před filtrací. Modře je zobrazeno SNR signálů po filtraci. V tomto případě se jedná o nastavení s optimálními parametry zjištěnými optimalizačním algoritmem. Průměrné zlepšení SNR je 10,13 dB se směrodatnou odchylkou 1,73 dB. Již z obrázku je patrné, že u žádného ze signálů nedošlo ke zhoršení SNR. To potvrzuje i výpočet, kdy je nejmenší zlepšení SNR rovno 2,52 dB a nejvyšší zlepšení je 15,24 dB. Nastavené parametry jsou: $K=2,8$, tři stupně rozkladu pro obě vlnkové transformace a banky filtrů bior4.4 a sym4.

Na snímku 6.11 je zobrazeno SNR před a po filtraci pro všechny signály CSE, stejně jako v předchozím případě, ale pro optimální parametry nalezené pro vstupní SNR 0 dB. Zde došlo k patrnému zlepšení pro signály s parametry pro SNR od 0 dB do 25 dB. U ostatních signálů došlo k nepatrnému zlepšení, či dokonce zhoršení. Pro tyto parametry bylo průměrné zlepšení 8,17 dB se směrodatnou odchylkou 4,27. Maximální zlepšení dělá téměř 20 dB. Toto zlepšení ale nastalo právě v oblasti kolem SNR 0 dB. Zhoršení SNR signálů znamená jejich ořezání či znehodnocení.



Obr. 6.10: Zlepšení SNR CSE databáze po filtraci s optimálními parametry



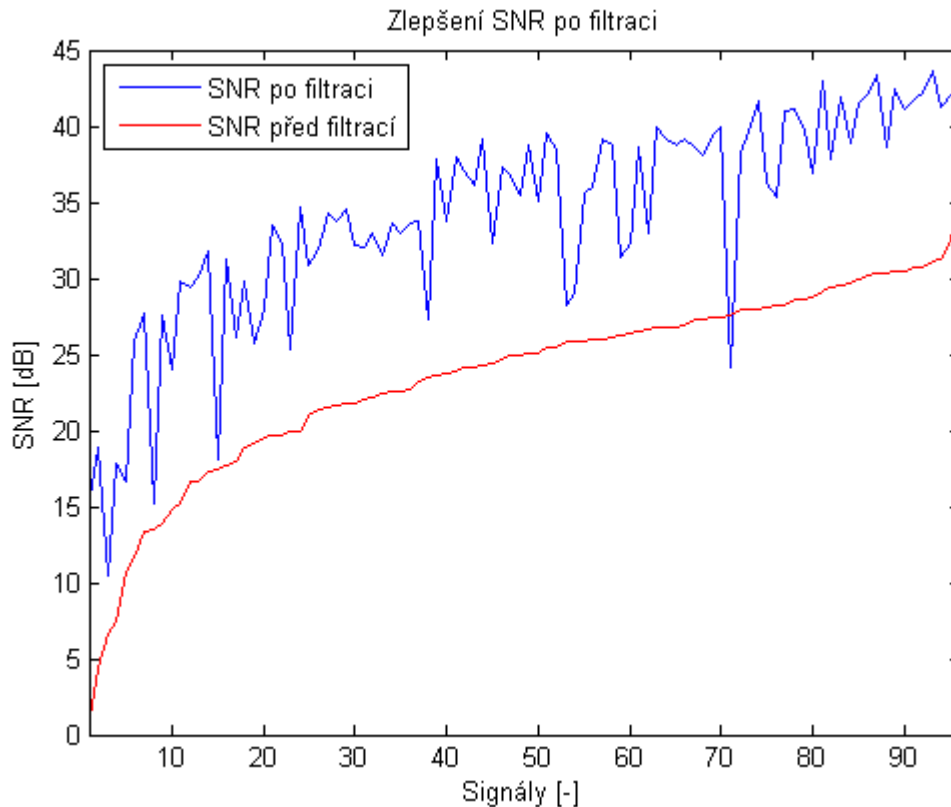
Obr. 6.11: Zlepšení SNR CSE databáze pro parametry vstupního SNR 0 dB.

Funkčnost navrženého wienerovského filtru byla otestována kromě CSE databáze i na databázi MIT-BIH Arrhythmia. Parametry nalezené v CSE databázi pro jednotlivé stupně SNR byly postupně otestovány na celé databázi.

Výsledky parametrů filtrace jsou v tabulce 6.4. Z hlediska maximálního průměrného SNR se jako optimální nastavení parametrů ukázala stejná kombinace stupňů rozkladu, empirické konstanty K a bank filtrů jako u CSE databáze. Těmito parametry jsou tři stupně rozkladu pro obě vlnkové transformace, empirická konstanta s hodnotou 2,8 a banky Bior4.4 a sym4. Výsledky filtrace pro parametry nalezené jako optimální pro CSE databázi jsou zobrazeny na obr. 6.12.

Tabulka 6.4: Výsledky filtrace pro MIT-BIH Arrhythmia databázi

Vstupní SNR [dB]	Průměrné zlepšení SNR [dB]	Směrodatná odchylka SNR [dB]	Maximální zlepšení SNR [dB]	Minimální zlepšení SNR [dB]
-5	8,18	4,27	14,56	-13,61
0	8,85	4,08	16,52	-13,29
5,10	8,92	4,05	16,52	-13,03
15,20	9,23	4,01	16,12	-13,39
25,30,35	10,51	3,45	16,17	-3,35
40,45	9,85	3,94	15,46	-5,19
50,55	7,19	1,56	9,45	0,62

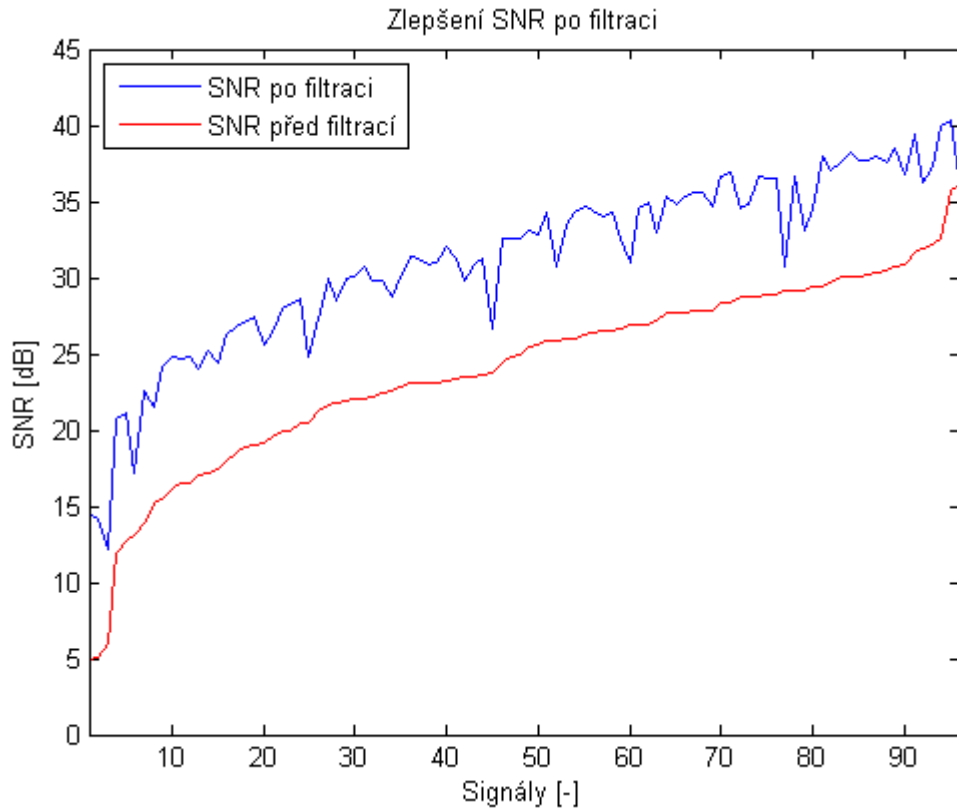


Obr. 6.12: Zlepšení SNR MIT-BIH databáze po filtraci optimálními parametry

Z výsledku filtrace a z obr. 6.12 je patrné, že pro nastavené parametry došlo ke zlepšení u 95 signálů z celkových 96 signálů. U některých signálů se jedná o zlepšení pouze minimální avšak průměrné zlepšení SNR signálů činí 10,51 dB se směrodatnou odchylkou 3,45 dB. Maximální zlepšení SNR je 16,17 dB a minimální zlepšení činí podle očekávání -3,35 dB. To v tomto případě reprezentuje již zmiňované zhoršení u jednoho ze signálů.

Zajímavé výsledky poskytují také parametry nalezené pro SNR 50 dB a 55 dB v CSE databázi. Průměrné zlepšení SNR MIT-BIH pro tyto parametry je sice nejmenší ze všech parametrů a také maximální zlepšení nepatří k nejvyšším, zato jeho minimální zlepšení na MIT-BIH databázi činí 0,62 dB. Jelikož je tato hodnota kladná, znamená to, že nedošlo ke zhoršení SNR žádného ze signálů. Výsledky filtrace pro tyto parametry jsou na obr. 6.13.

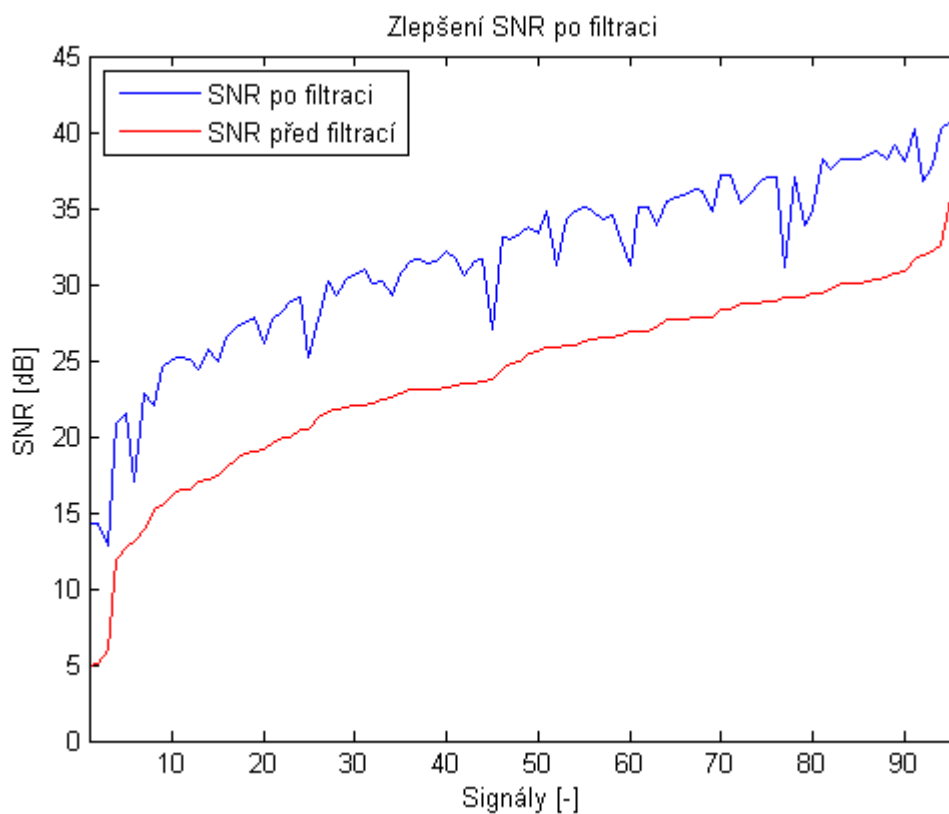
Úspěch těchto parametrů může být zapříčiněn jinou vzorkovací frekvencí MIT-BIH a CSE databáze a tudíž i různými frekvenčními pásmy, do kterých spadá užitečná složka signálu. Zatímco vzorkovací frekvence CSE databáze je 500 Hz, MIT-BIH má pouze 360 Hz. Popisované zlepšení má tedy na svědomí rozklad vlnkové transformace na 2 pásma místo 3 pásem.



Obr. 6.13: Průběh zlepšení SNR po filtraci s parametry pro 50 dB a 55 dB.

V případě, že u parametrů snížíme stupeň rozkladu, sníží se průměrné zlepšení SNR signálů, minimální zlepšení je ale ve všech případech kladné. Pro optimální parametry, při snížení počtu stupňů rozkladu dochází k průměrnému zlepšení SNR 7,65 dB se směrodatnou odchylkou 1,55 dB. Maximální zlepšení je 9,34 dB a minimální zlepšení činí 0,64 dB. Výsledky této filtrace jsou zobrazeny na obr. 6.14.

Z porovnání výsledků (obr. 6.13 a 6.14) je patrné, že pokud zvolíme dva stupně dekompozice, bez ohledu na parametry, průměrná zlepšení SNR jsou srovnatelná, liší se pouze v rámci setin decibelů.



Obr. 6.14: Průběh zlepšení SNR MIT-BIH databáze po filtraci s parametry pro 25 dB -35 dB a se dvěma stupni rozkladu

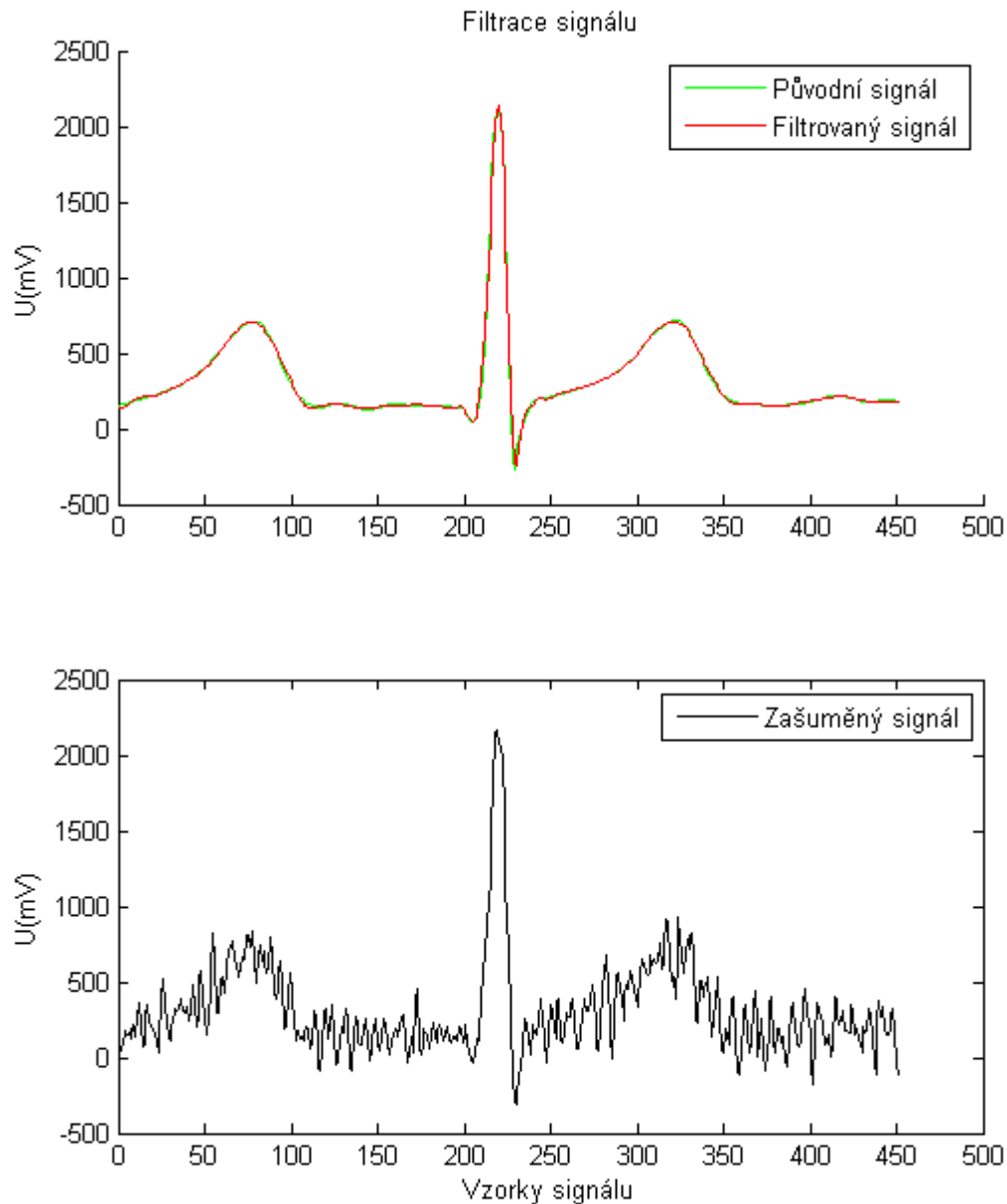
6.8 Srovnání dosažených výsledků

Pro porovnání účinnosti navrženého filtru dále využijeme srovnání s metodami jiných autorů. Výsledky filtrace navrženého filtru pro CSE databázi jsou v tabulce 6.5.

Tabulka 6.5: Výstupní SNR v závislosti na vstupním SNR a jeho parametrech

Vstupní SNR [dB]	Průměrné výstupní SNR [dB]
-5	18.37
0	21.14
5	24.32
10	25.72
15	28.62
20	32.24
25	35.51
30	39.27
35	43.17
40	47.12
45	50.24
50	54.78
55	58.95

Parametry pro jednotlivá SNR jsou v tabulce 6.2 v kapitole 6.6. Porovnání je provedeno na jednom stupni zarušení, konkrétně SNR 10 dB, aby byly dostupné výsledky od více autorů. Výsledné SNR navrženého filtru je pro tuto hodnotu 25,72 dB. Kvalitu filtrace, resp. věrnost rekonstrukce signálů znázorňuje obr. 6.15, na kterém je zobrazen jeden cyklus signálu *MO2_002_12*. Je patrné, že rekonstrukce signálu je téměř bezchybná a nedošlo ke znehodnocení signálu.



Obr. 6.15: Rekonstrukce signálu pro vstupní SNR 10 dB.

Shrnutí výsledků autorů jiných prací je v tabulce 6.5.

Tabulka 6.5: Výsledky filtrace filtrů jiných autorů

Typ filtru	Banky filtrů	Typ prahování	Průměrné zlepšení SNR [dB]
Vlnkový filtr [16]	Db2/Spline2	Tvrdé	15,8
TWDDWF [17]	Haar / Symlet4	Tvrdé	17,88
TIWS [17]	Haar / Symlet4	Tvrdé	17,5
WDWF [17]	Symlet4	Tvrdé	16,7
Vlnkový filtr [20]	Haar	Hybridní	18,31
Vlnkový filtr [20]	Bior1.3	Hybridní	19,32
AWWF [21]	Bior4.4 / Symlet4	Hybridní	10,6
WWF [21]	Bior3.3 / Bior2.2	Hybridní	6,6
WWF s pilot. Odhadem [5]	Bior2.2 / Nior2.2	Hybridní	22,8
WWF s pilot. Odhadem [5]	Bior6.8 / Bior 6.8	Hybridní	22,8
WWF s pilot. Odhadem [5]	Db2 / Db2	Hybridní	22,6

Autoři práce [20] využívají k filtraci signálů zarušených myopotenciálovým šumem standardní vlnkovou transformací. Konkrétně se jedná o redundantní vlnkovou transformaci s diskretním časem. Vlnkový filtr využívá banky filtrů *Haar* společně s hybridním prahováním a empirickým prahem, kde $K=3$. Pomocí této metody je dosažené výstupní SNR 18,31 dB pro vstupní SNR 10 dB. V případě změny banky filtrů na biortogonální *Bior1.3* dochází ke zlepšení SNR na 19,32 dB. Při porovnávání různých typů prahování vychází nejlépe právě již zmíněné hybridní prahování. Jako nejlepší banka filtrů se v citované práci ukázaly právě banky s kratšími impulsními charakteristikami.

Autoři [17] využívají tři typů vlnkového filtru. Pro porovnání opět použijeme dosažených výsledků pro vstupní SNR 10 dB. Vlnkový wienerovský filtr využívající tvrdého prahování dosahuje SNR 16,7 dB, s použitím bank filtrů *Symlet4*. Vlnkový wienerovský filtr s časově - frekvenčně závislým prahováním (vyhledávání QRS komplexů) s využitím vlnek *Haar* a *Symlet4* má výstupní SNR 17,88 dB a poslední vlnkový filtr s tvrdým prahováním dosahuje 17,5 dB. Taktéž ani jeden těchto navržených filtrů nedosahuje hodnot navrženého wienerovského filtru s adaptivním prahem.

Práce [16] využívá pro filtraci signálů opět vlnkový wienerovský filtr s časovo-frekvenčně závislým prahem. Zisk výstupního SNR je v tomto případě 15,8 dB.

V [21] je využito adaptivního wienerovského filtru se stacionární vlnkovou transformací. Autoři využívají hybridního prahování s empirickým prahem. Průměrné zlepšení SNR na celé CSE databázi je 10,6 dB se směrodatnou odchylkou 2,2 dB. V případě využití standardního vlnkového wienerovského filtru s empirickou konstantou $K=3$ a bankami filtrů *Bior3.3* a *Bior2.2* došlo k průměrnému zlepšení SNR

CSE databáze o 6,6 dB se směrodatnou odchylkou 3,8 dB. Adaptivní wienerovský filtr vykazuje nepatrně lepší výsledky než navržený wienerovský filtr. V tomto případě dochází ke zlepšení 10,13 dB se směrodatnou odchylkou 1,73 dB.

Hybridního prahování pro wienerovský filtr s dyadickou vlnkovou transformací využívá [5]. Je zde využito několik typů vlnek, výsledky filtrace z pohledu zisku SNR mají minimální rozdíly. Výstupní SNR wienerovského filtru s pilotním odhadem pro různé banky filtrů se pohybují od 21,1 dB do 22,8 dB při vstupním SNR 10 dB. V případě vlnkového filtru s hybridním prahováním je SNR 21,3 dB. Obě tyto metody mají nižší SNR než navržený filtr, ten dosahuje SNR 25,72 dB.

Pouze v jenom případě má filtr lepší výsledky výstupního SNR. Je to případ adaptivního wienerovského filtru z práce [21]. V ostatních případech navržený filtr úspěšností filtrace srovnávané filtry předčí.

7 Závěr

Práce měla za úkol seznámit se s vlnkovou transformací a zhodnotit její význam a využití při filtraci EKG signálů. V rámci této práce byl zrealizován wienerovský filtr založený na stacionární vlnkové transformaci s dyadickým rozkladovým stromem pro odstranění myopotenciálového rušení z EKG signálu. Wienerovský filtr je aplikován na koeficienty vlnkových transformací.

Navržený wienerovský filtr umožňuje využít jakékoliv typy vlnek, ať už se jedná o ortogonální či biortogonální vlnky. Pro vlnkovou transformaci WT1, sloužící pro výpočet pilotního odhadu užitečného signálu, lze využít odlišné parametry nastavení než pro vlnkovou transformaci WT2 ve větvi samotného wienerovského filtru, sloužící k výpočtu korekčních členů. Filtr může využívat jeden z pěti typů prahování.

V prvotním testování filtru byl vybrán typ prahování pro optimalizaci ostatních parametrů. Jako kritérium kvality byly zvoleny hodnoty dosaženého SNR výstupního signálu. Bylo zohledněno nejenom výsledné SNR, ale také zkreslení filtrovaného signálu.

Metody prahování mají velmi podobné výsledky, z hlediska výsledného SNR, ale zvláště u parabolického a poloměkkého hyperbolického prahování dochází ke zkreslení signálu oproti ostatním metodám a k velmi rozporuplným výsledkům. Toto specifikum je způsobeno dvouprahovou podstatou těchto metod a pravděpodobně nevhodným nastavením obou prahů, které nebylo nijak zvlášť zkoumáno. Pro nízké hodnoty SNR vstupního signálu jsou výsledky filtrace srovnatelné a v některých případech dokonce lepší oproti tvrdému, měkkému, poloměkkému, nebo i hybridnímu prahování a to aniž by došlo k ořezání či znehodnocení užitečné složky signálu.

Pro testování parametrů wienerovského filtru bylo využito hybridního prahování, které se ukázalo jako nejšetrnější k užitečnému signálu v porovnání s ostatními typy prahování a poskytuje nejlepší výsledky výsledného SNR. Optimální parametry jsou zjištěny právě pro hybridní prahování, ale lze využít také měkké, tvrdé, poloměkké, hyperbolické a poloměkké parabolické prahování.

Pro lepší filtraci bylo využito empirického prahu. Právě nalezení optimálního prahu, respektive empirické konstanty K pro výpočet prahu se stalo cílem optimalizace parametrů filtru, spolu s nalezením odpovídajících stupňů rozkladu pro pilotní odhad a pro wienerovský filtr. Pro optimalizaci byla zvolen Nelder-Meadův algoritmus. Byly otestovány dvě možnosti optimalizace. Optimalizace tří parametrů - empirické konstanty K , stupně rozkladu pro pilotní odhad a stupně rozkladu pro wienerovský filtr. Tato možnost ukázala, že rozdílné hodnoty stupňů rozkladu nemají přílišný vliv na výsledky filtrace, resp. vedou ke zlepšení, případně ke zhoršení SNR v řádu setin

decibelů. Poté byly stupně rozkladu sloučeny a brány jako jeden parametr. Tímto způsobem dokázal algoritmus v poměrně krátké době nalézt optimální hodnoty jak pro K , tak pro stupně rozkladu pro SNR od -5 dB do 55dB s krokem 5dB.

Pro univerzální použití na celé databázi byly nalezené parametry poté otestovány na celé databázi CSE. Jako nejlepší se na kompletní databázi pro wienerovský filtr ukázala kombinace vlnky *bior4.4* a *sym4* se třemi stupni rozkladu a empirickou konstantou $K=2.8$. Tato kombinace parametrů byla nalezena optimalizačním algoritmem jako nejlepší pro rozsah vstupního SNR od 25 dB do 35 dB. Nalezené parametry udávaly nejlepší zlepšení pro celou databázi CSE. Toto zlepšení je 10,13 dB. Tento výsledek je způsoben faktem, že největší počet signálů byl zarušen právě v rozsahu 25-35 dB.

Tyto výsledky korespondují s výsledky [20], odkud byla převzata nastavení pro banky rozkladových a rekonstrukčních filtrů. Výsledky výstupního SNR autoři udávají 10,6 dB. Tento rozdíl může být způsoben i odlišností použitých metod. Zatímco autoři používají adaptivní wienerovský filtr, kde není třeba nastavovat práh ručně, v této práci je tento parametr nastaven napevno. Zároveň je tento adaptivní filtr jediný z porovnávaných, který má lepší výsledky filtrace než navržený wienerovský filtr s pilotním odhadem. Metoda použitá v [17] dosahuje maximálního SNR 17,88 dB a v [16] je SNR pro 10 dB vstupního SNR 15,6 dB. V těchto případech se jedná o jednoduché vlnkové filtry. Nejpodobnějších výsledků dosáhl wienerovský filtr s pilotním odhadem v [5], kde bylo dosaženo SNR 22,8 dB. I tento výsledek je ale o téměř 3 dB nižší, ačkoliv se jedná o stejné filtry.

Z výsledků porovnání vyplývá, že navržený wienerovský filtr s pilotním odhadem dosahuje velice dobrých výsledků filtrace.

8 Literatura

- [1] BEREMLIJSKI, P. a Z. DOSTÁL. *Metody optimalizace*, Technická univerzita Ostrava, 2012
- [2] FARINA, D. a R. MERLETTI. Comparison of algorithms for estimation of EMG variables during voluntary isometric contractions. *Journal of Electromyography and Kinesiology*. 2000, roč. 10, č. 5, s. 337–349. ISSN 1050-6411.
- [3] FAYN, J., P. RUBEL a P.W. MACFARLANE. Can the lessons learned from the assessment of automated electrocardiogram analysis in the Common Standards for quantitative Electrocardiography study benefit measurement of delayed contrast-enhanced magnetic resonance images?. *Journal of Electrocardiology*. 2007, roč. 40, č. 3, s. 246–250. ISSN 0022-0736.
- [4] HAMAN, Petr. Výukový web EKG [online]. 2011 [cit. 2013-12-17]. Dostupné z: <http://ekg.kvalitne.cz/>.
- [5] CHMELKA, L. a J. KOZUMPLÍK. Wavelet-based Wiener filter for electrocardiogram signal denoising. *Computers in Cardiology*. 2005, roč. 32, s. 771–774. ISSN 0276-6574.
- [6] IKEM. IKEM [online]. 2006 [cit. 2013-12-17]. Dostupné z: www.ikem.cz
- [7] KOLÁŘ, Radim. Lékařská diagnostická technika: Elektrokardiografie – EKG [Přednáška], Brno: VUT FEKT, 2011.
- [8] KOLÁŘ, Radim. Lékařská diagnostická technika.. Brno: VUT FEKT, 2006.
- [9] KOZUMPLÍK, J. Analýza biologických signálů. Brno: VUT FEKT, 2004.
- [10] KOZUMPLÍK, J. Evoluční algoritmy 4 [Přednáška], Brno: VUT FEKT, 2013
- [11] KOZUMPLÍK, J. Filtrace signálů EKG s využitím redundantní vlnkové transformace s diskretním časem. [Přednáška], Brno VUT FEKT, 2009
- [12] KOZUMPLÍK, J. Multitaktní systémy. Brno: VUT FEKT, 2005
- [13] KOZUMPLÍK, J. Vlnkové transformace a jejich využití pro filtraci signálů EKG: habilitační práce. Brno: VUT FEKT, 2004. 53 s
- [14] MÉZL, M. Evoluční algoritmy - cvičení 3. [Přednáška], Brno: VUT FEKT, 2013
- [15] MOODY, G.B. a R.G. MARK. The impact of the MIT-BIH Arrhythmia Database. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*. 2001, roč. 20, č. 3, s. 45–50. ISSN 0739-5175.
- [16] NIKOLAEV, N. a A. GOTCHEV. ECG signal denoising using wavelet domain Wiener filtering. *Proceedings of the European Signal Processing Conf. EUSIPCO-2000*. Tampere, Finland, 2000.

- [17] NIKOLAEV, N., Z. NIKOLOV, A. GOTCHEV a K. EGIASARIAN. Wavelet domain Wiener filtering for ECG denoising using improved signal estimate. 2000 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 2000, č. 6, s. 3578–3581. ISSN 1520-6149.
- [18] RAIDA, Z. Optimalizace v elektrotechnice, [online], VUT FEKT v Brně, Dostupné z: <http://www.urel.feec.vutbr.cz/~raida/optimalizace/index.htm>
- [19] RAJMÍČ, P. "Exact risk analysis of wavelet spectrum thresholding rules", Electronics, circuits and Systems, 2003. ICECS 2003. *Proceedings of the 2003 10th IEEE International Conference on*, vol.2, no., pp. 455- 458 Vol.2, 14-17 Dec. 2003.
- [20] SMITAL, L. a J. KOZUMPLÍK. Filtrace signálů EKG s využitím vlnkové transformace. *Elektrorevue*. 2009, roč. 2009, č. 54, s. 1–6. ISSN 1213-1539.
- [21] SMITAL, L., M. VÍTEK, J. KOZUMPLÍK a I. PROVAZNÍK. Adaptive Wavelet Wiener Filtering of ECG Signals. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2013, roč. 60, č. 2, s. 437–445. ISSN 0018-9294.
- [22] The CSE working party. *Common standards for quantitative electrocardiography: CD-ROM version of the CSE data bases*. 1990.
- [23] TROJAN, S. Lékařská fyziologie. 4. vydání. Praha : Grada Publishing, a.s., 2003. 772 s. ISBN 80-247-0512-5.
- [24] TVRDIK, J. Evoluční algoritmy. Ostravská univerzita, 2004
- [25] TVRDIK, J. Stochastické algoritmy pro globální optimalizaci. Ostravská univerzita, 2010. 80 s.
- [26] WILLEMS, J.L., P. ARNAUD, J.H. VANBEMMEL, P.J. BOURDILLON, R. DEGANI, B. DENIS, F.M. A. HARMS, P.W. MACFARLANE, G. MAZZOCCA, J. MEYER, H.J. RITSEMA VAN ECK, E.O. ROBLES DE MEDINA a C. ZYWIETZ. Establishment of a reference library for evaluating computer ECG measurement programs. *Computers and Biomedical Research*. 1985, roč. 18, č. 5, s. 439–457. ISSN 0010-4809.
- [27] WILLEMS, J.L., P. ARNAUD, J.H. VANBEMMEL, P.J. BOURDILLON, R. DEGANI, B. DENIS, I. GRAHAM, F.M.A. HARMS, P.W. MACFARLANE, G. MAZZOCCA, J. MEYER a C. ZYWIETZ. A reference database for multilead electrocardiographic computer measurement programs. *Journal of the American College of Cardiology*. 1987, roč. 10, č. 6, s. 1313–1321. ISSN 0735-1097.
- [28] WILLEMS, J.L., P. ARNAUD, J.H. VANBEMMEL, R. DEGANI, P.W. MACFARLANE a C. ZYWIETZ. Common standards for quantitative electrocardiography: goals and main results. *Methods of Information in Medicine*. 1990, roč. 29, č. 4, s. 263–271. ISSN 0026-1270.

9 Seznam zkratek

a	Měřítko vlnky
b	Posun vlnky
CSE	Standardní databáze signálů EKG
DTWT	Dyadická vlnková transformace s diskretním časem
DWT	Diskrétní vlnková transformace
DWT	Vlnková transformace s diskretním časem (Discrete wavelet transform)
EKG	Elektrokardiograf
$F_d(z)$	Rekonstrukční dolní propust
$F_h(z)$	Rekonstrukční horní propust
FIR	Filtr s konečnou impulzní charakteristikou
f_{vz}	Vzorkovací frekvence
$H_d(z)$	Dekompoziční dolní propust
$H_h(z)$	Dekompoziční horní propust
$h_m(t)$	Impulsní charakteristika
iDTWT	Inverzní dyadická vlnková transformace v diskretním časem
iDWT	Inverzní diskretní vlnková transformace
IIR	filtr s nekonečnou impulzní charakteristikou
iSWT	Inverzní stacionární vlnková transformace
iWT	Inverzní vlnková transformace
K	konstanta pro empirický práh
M	stupeň vlnkové dekompozice
MIT-BIH	standardní databáze signálů EKG
N	délka signálu (počet vzorků)
SNR	Poměr signál/šum
SWT	Stacionární vlnková transformace
$w(m)$	Šum
WT	Vlnková transformace (Wavelet transform)
$x(m)$	Vstupní signál
$y(m)$	Výstupní signál
λ_m	Prahová hodnota m - tého pásma vlnkového rozkladu
σ	Směrodatná odchylka

τ Fázové zpoždění filtru
 $\psi(t)$ Mateřská vlnka