

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ENERGETICKÝ ÚSTAV
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
ENERGY INSTITUTE

OPTIMALIZACE PARAMETRŮ SEKUNDÁRNÍHO CHLAZENÍ PLYNULÉHO ODLÉVÁNÍ OCELI

OPTIMIZATION OF SECONDARY COOLING PARAMETERS
OF CONTINUOUS STEEL CASTING

DIZERTAČNÍ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Ing. LUBOMÍR KLIMEŠ

ŠKOLITEL
SUPERVISOR

doc. Ing. JOSEF ŠTĚTINA, Ph.D.

BRNO 2014

Abstrakt

Plynulé odlévání je dominantní způsob výroby oceli, pomocí kterého je v současné době vyráběno více než 95 % veškeré celosvětové produkce oceli. Matematické modelování a optimální řízení provozu lícího stroje patří mezi klíčové úlohy při plynulém odlévání oceli, které významným způsobem ovlivňují produktivitu a kvalitu vyráběné oceli, konkurenceschopnost ocelárny, bezpečnost při provozu lícího stroje a jeho dopad na životní prostředí. Tato práce se zabývá vývojem a implementací numerického modelu teplotního pole plynule odlévaného sochoru a jeho využitím při optimálním řízení dynamického provozu lícího stroje. Počítačový model byl vytvořen a implementován v MATLABu. Z důvodu vysoké výpočetní náročnosti byl model paralelizován pomocí výpočtu na grafických kartách NVIDIA s využitím architektury CUDA. Ověření modelu bylo provedeno na základě provozních dat z Třineckých železáren. Vyvinutý model byl následně použit jako základ prediktivního řídicího systému pro řízení dynamických změn při provozu lícího stroje. Činnost vyvinutého řídicího systému byla ověřena na modelových dynamických situacích, které potvrdily schopnost navrženého řídicího systému optimálně řídit dynamický provoz lícího stroje. Počítačový model teplotního pole a prediktivní řídicí systém byly vytvořeny tak, že je lze modifikovat pro libovolný lící stroj, což umožňuje jejich případné komerční použití.

Klíčová slova

plynulé odlévání oceli, numerický model teplotního pole, paralelizace, grafické karty, GPGPU, CUDA, optimální řízení, prediktivní řízení pomocí počítačového modelu

Summary

Continuous casting is a dominant production technology of steelmaking which is currently used for more than 95% of the world steel production. Mathematical modelling and optimal control of casting machine are crucial tasks in continuous steel casting which directly influence productivity and quality of produced steel, competitiveness of steelworks, safety of casting machine operation and its impact on the environment. This thesis concerns with the development and implementation of the numerical model of temperature field for continuously cast steel billets and its use for optimal control of the casting machine. The numerical model was developed and implemented in MATLAB. Due to computational demands the model was parallelized by means of the computation on graphics processing units NVIDIA with the computational architecture CUDA. Validation and verification of the model were performed with the use of operational data from Trinecke zelezarny steelworks. The model was then utilized as a part of the developed model-based predictive control system for the optimal control of dynamic situations in the casting machine operation. The behaviour of the developed control system was examined by means of dynamic model situations that have confirmed the ability of the implemented system to optimally control dynamic operations of the continuous casting machine. Both the numerical model of the temperature field and the model-based predictive control system have been implemented so that they can be modified for any casting machine and this allows for their prospective commercial applications.

Keywords

continuous steel casting, numerical model of temperature field, parallelization, graphics processing units, GPGPU, CUDA, optimal control, model-based predictive control

Bibliografická citace

KLIMEŠ, L. *Optimalizace parametrů sekundárního chlazení plynulého odlévání oceli*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 192 s., 13 s. příloh. Školitel doc. Ing. Josef Štětina, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem dizertační práci *Optimalizace parametrů sekundárního chlazení plynulého odlévání oceli* vypracoval samostatně pod vedením svého školitele doc. Ing. Josefa Štětiny, Ph.D. s použitím podkladů uvedených v seznamu použitých zdrojů.

Ing. Lubomír Klimeš

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval svému školiteli a vedoucímu dizertační práce doc. Ing. Josefu Šetinovi, Ph.D. za odborné vedení, podporu, cenné rady a připomínky po celou dobu řešení tématu dizertační práce a za svůj čas, který mi věnoval. Poděkování patří rovněž Ing. Tomáši Mauderovi, Ph.D. za nesčetné diskuze a brainstorming nad dílčími problémy tématu dizertační práce.

Současně bych chtěl také poděkovat svým rodičům za podporu, kterou mně během celého vysokoškolského studia poskytovali. Poděkování také patří Tereze za její lásku, pochopení a trpělivost.

Ing. Lubomír Klimeš

Obsah

Vymezení cílů dizertační práce	5
Úvod	7
1 Plynulé odlévání oceli	9
1.1 Charakteristika výroby oceli plynulým odléváním	9
1.2 Historický vývoj plynulého odlévání oceli	10
1.3 Zařízení pro plynulé odlévání	10
1.3.1 Formáty předlitků odlévaných na ZPO	10
1.3.2 Konstrukční provedení ZPO	11
1.4 Hlavní části ZPO a princip jeho činnosti	13
1.5 Parametry charakterizující provoz ZPO	19
1.6 Vady předlitků při plynulém odlévání oceli	20
2 Základy metalurgie a výroby oceli	23
2.1 Železo a jeho slitiny	23
2.2 Hutnická výroba oceli	24
2.3 Krystalizace	26
2.4 Přísadové prvky a jejich vliv na vlastnosti oceli	28
3 Matematický model teplotního pole plynule odlévaného předlitku	31
3.1 Model teplotního pole s fázovými změnami	31
3.1.1 Metoda entalpie	32
3.1.2 Metoda efektivní tepelné kapacity	33
3.2 Počáteční a okrajové podmínky matematického modelu teplotního pole	33
3.3 Geometrické a fyzikální podmínky matematického modelu teplotního pole	36
3.4 Metody řešení matematického modelu teplotního pole	37
3.4.1 Analytické metody řešení	37
3.4.2 Numerické metody řešení	37
3.5 Numerická diskretizace matematického modelu teplotního pole	39
3.5.1 Diskretizace metodou entalpie	42
3.5.2 Diskretizace metodou efektivní tepelné kapacity	43
3.5.3 Stabilita explicitní časové diskretizace	45
3.6 Srovnání metod entalpie a efektivní tepelné kapacity a jejich implementace	47
3.7 Modelování přenosu tepla v krystalizátoru	47
3.8 Modelování taveniny v jádře předlitku	51
3.9 Modelování přenosu tepla pod chladičími tryskami	52
3.9.1 Experimentální stanovení součinitele přestupu tepla pod chladičí tryskou	58

3.10	Modelování přenosu tepla pod vodícími válci	58
3.11	Modelování přenosu tepla radiací a přirozenou konvekci	59
4	Termofyzikální veličiny odlévané oceli	61
4.1	Termofyzikální veličiny a plynulé odlévání oceli	61
4.2	Softwarové solidifikační modely a empirické vztahy	65
4.2.1	Interdendritic Solidification Model IDS	65
4.3	Experimentální stanovení termofyzikálních veličin	66
4.3.1	Měrná tepelná kapacita a entalpie	66
4.3.2	Tepelná vodivost	67
4.3.3	Hustota	69
4.4	Metody a zařízení pro měření teploty a teplotních polí	70
4.5	Analýza vlivu chemického složení	72
4.5.1	Analyzované značky oceli	73
4.5.2	Výsledky analýzy	74
4.5.3	Závěr provedené analýzy	78
5	Počítačová implementace matematického modelu teplotního pole	79
5.1	Podstata matematického modelu teplotního pole	79
5.2	Zpracování experimentálních dat měření součinitele přestupu tepla	85
5.2.1	Bilineární interpolace experimentálních datových souborů	91
5.3	Paralelizace výpočtu teplotního pole na grafické kartě	96
5.3.1	Grafické karty nVIDIA a architektura CUDA	98
5.3.2	Implementace počítačového modelu teplotního pole v CUDA	99
5.3.3	Benchmarking paralelního a neparalelního počítačového modelu teplotního pole plynule odlévaného předlitku	100
5.3.4	Benchmarking obecného CPU a GPU modelu se změnou fáze	103
5.4	Vizualizace výsledků modelu teplotního pole	106
6	Verifikace a validace počítačového modelu teplotního pole	109
6.1	Metodika ověření počítačového modelu	109
6.2	Nízkouhlíková ocel 9SMN28	111
6.3	Středněuhlíková ocel TERMEX-1	113
6.4	Vysokouhlíková ocel K70CAR	115
6.5	Zhodnocení ověření počítačového modelu teplotního pole	117
7	Optimální řízení sekundárního chlazení a provozu lícího stroje	119
7.1	Úvod do matematického programování a optimalizace	120
7.2	Optimální řízení model-based predictive control	121
7.2.1	Prediktivní řízení pomocí počítačového modelu	121
7.2.2	Princip přístupu model-based predictive control	121
7.3	Implementace model-based predictive control systému pro řízení lícího stroje	124
7.3.1	Základní východiska implementace	124
7.3.2	Popis struktury a činnosti řídicího systému	125
7.3.3	Princip efektivní lící rychlosti pro odhad průtoků chladicí vody	129
7.4	Optimální řízení dynamického provozu lícího stroje	132
7.4.1	Konfigurace řídicího systému a počítačového modelu teplotního pole	132
7.4.2	Případová studie 1 — mírný nárůst lící rychlosti	135

7.4.3	Případová studie 2 — skokový pokles licí rychlosti	138
7.4.4	Případová studie 3 — příznak vzniku průvalu v krystalizátoru	141
7.4.5	Případová studie 4 — nová tavba	144
7.4.6	Případová studie 5 — letmá výměna mezipánve	146
7.5	Porovnání prediktivního řízení se řízením dle chladicích křivek	150
7.5.1	Případová studie 1 — mírný nárůst licí rychlosti	150
7.5.2	Případová studie 2 — skokový pokles licí rychlosti	150
7.5.3	Případová studie 3 — příznak vzniku průvalu v krystalizátoru	153
7.5.4	Případová studie 4 — nová tavba	153
7.5.5	Případová studie 5 — letmá výměna mezipánve	156
7.5.6	Zhodnocení a závěr řízení pomocí prediktivního řídicího systému a použitím chladicích křivek	158
	Závěr	159
	Seznam použitých zdrojů	163
	Vlastní publikace vztahující se k tématu dizertační práce	175
	Ostatní vlastní publikace	177
	Seznam použitých symbolů a zkratk	183
	Seznam obrázků	189
	Seznam tabulek	192
	Příloha A Analýza vlivu chemického složení	195
	Příloha B Modifikace split-normálního rozdělení pro modelování chlazení tryskou	205
	B.1 Vstupní parametry	205
	B.2 Split-normální rozdělení	205
	B.3 Programátorský funkční předpis	206

Vymezení cílů dizertační práce

Dílčí cíle dizertační práce lze v souladu se závěry státní doktorské zkoušky formulovat do následujících bodů:

- Rešerše přístupů matematického modelování teplotních polí plynule odlévaných předlitků.
- Vývoj a implementace počítačového modelu teplotního pole plynule odlévaného předlitku čtvercového formátu podle reálné geometrie licího stroje.
- Zpracování experimentálních dat měření součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami na tzv. teplém modelu a implementace zpracovaných dat do počítačového modelu teplotního pole.
- Zpracování reálných provozních dat z ocelárny a následná validace a verifikace počítačového modelu teplotního pole pomocí těchto dat.
- Vývoj a implementace počítačového systému pro optimální řízení provozu licího stroje se zaměřením na dynamické situace během odlévání.
- Zhodnocení a porovnání dosažených výsledků a závěrů.

Úvod

PLYNULÉ odlévání patří v současné době k dominantnímu způsobu výroby oceli. Plynulým odléváním se dnes vyrábí více než 95 % veškeré světové produkce oceli, navíc je tato technologie využívána např. k odlévání slitin hliníku nebo mědi. Požadavky na zvyšování produktivity výroby oceli, její kvality a jakosti a současné nároky na snižování výrobních nákladů vedoucí k posílení konkurenceschopnosti jednotlivých výrobních provozů není možné splnit bez použití numerických modelů teplotních polí plynule odlévaných předlitků a implementace optimalizačních algoritmů. Na mezinárodní konferenci se zaměřením na plynulé odlévání oceli *European Continuous Casting Conference ECCO 2014*, které se autor dizertační práce zúčastnil, byla rovněž jako jeden z hlavních cílů v oblasti plynulého odlévání a výroby oceli zmíněna nutnost snižování uhlíkové stopy, jejího dopadu na životní prostředí a s tím související snižování emisí a škodlivin vznikajících při výrobě oceli. Rovněž byl během keynote přednášek konference zmíněn současný trend oceláren ve vyspělých průmyslových zemích, které se více zaměřují na výrobu vysoce zhodnotitelných značek ocelí se speciálními vlastnostmi, např. pro výrobu karoserií automobilů se snahou snížit jejich hmotnost nebo odolných offshore ocelí pro konstrukce umístěné v příbřežních mořských vodách. Matematické modely a optimální řízení patří mezi významné nástroje, jak tyto požadavky a trendy uskutečnit.

Prudký rozvoj výpočetní techniky a numerických metod umožnil rozšíření matematických modelů do provozů a v současné době jsou dynamické solidifikační modely běžně využívány v ocelárnách se zařízeními plynulého odlévání pro řízení, monitoring výroby a snižování výskytu a predikce vad. V případě nízké kvality odlité oceli nebo výskytu vad předlitku jsou data teplotních polí z numerických modelů zpětně analyzována a podrobena kontrole, aby se v budoucnu uvedeným nedostatkům zabránilo. Současným trendem je rovněž numerické modely teplotních polí využívat nejenom pro řízení a sledování provozu lícího zařízení, ale také pro optimalizaci nastavení parametrů zařízení pro plynulé odlévání a jeho optimální řízení.

Předkládaná dizertační práce se věnuje vývoji a implementaci numerického modelu teplotního pole plynule odlévaného předlitku. Počítačový model je následně použit jako základní kámen prediktivního řídicího systému, který umožňuje optimálně řešit a řídit dynamické stavy během plynulého odlévání, např. průval nebo letmou výměnu mezipánve. Počítačový model teplotního pole byl implementován pro předlitek čtvercového průřezu (sochor). Vytvořený počítačový model, jenž je obecně výpočetně značně náročný, byl navrhnout, vytvořen a masivně paralelizován pomocí implementace v CUDA architektuře, která umožňuje jeho spuštění na grafických kartách (GPU) NVIDIA. Zmíněná GPU implementace umožnila výrazné zrychlení výpočtu modelu a tedy zkrácení jeho výpočetního času. Pro verifikaci a validaci modelu byla použita provozní data z lícího stroje v Třineckých železárnách, pro který byl model nakonfigurován. Implementovaný počítačový model pak tvoří základ prediktivního řídicího systému pro optimální řízení dynamických stavů při odlévání. Pro vývoj a implementaci řídicího systému byl využit přístup *model-based predictive control*, jenž využívá rychlého počítačového GPU

modelu pro predikci budoucího tepelného stavu a vývoje předlitku při použití dané řídicí strategie. Činnost vyvinutého řídicího systému je v závěru práce demonstrována na pěti případech dynamických stavů při odlévání, které jsou následně vyhodnoceny a srovnány s běžným řízením podle chladicích křivek.

1

Plynulé odlévání oceli

PŘED rokem 1950 byla ocel v hutích odlévána do stacionárních forem – kokil na tzv. ingoty. Tato metoda však nebyla příliš efektivní a produktivní, protože ocel ve formách tuhla poměrně dlouhou dobu a pro další zpracování musela být opětovně ohřívána, což bylo energeticky nevhodné. V 50. letech minulého století byla vyvinuta metoda plynulého odlévání oceli, která se zařadila mezi moderní hutnické výrobní metody a významným způsobem přispěla ke zvýšení produktivity, kvality a efektivnosti výroby oceli. Z tohoto důvodu se metoda plynulého odlévání stala dominantní technologií pro výrobu oceli.

V současné době je více než 95 % celosvětové produkce oceli vyráběno metodou plynulého odlévání oceli [191]. Mimo ocel je možné také tuto technologii výroby použít pro hliník, měď a jejich slitiny. Od roku 2009 (po ukončení světové finanční krize) výroba oceli meziročně roste, v roce 2014 bylo vyrobeno přibližně $1,6 \cdot 10^9$ tun oceli. Mezi největší producenty patří Čína (cca 50 %), Japonsko (cca 7 %), USA (cca 5,5 %), Indie (cca 5 %), Rusko (cca 4,3 %) a Jižní Korea (cca 4 %) [190]. Výrobci oceli se zaměřují především na ušlechtilé oceli vyšší jakosti, které nabízí vyšší zhodnocení a vyšší přidanou hodnotu. Jedná se například o mikrolegované oceli, ocel pro výrobu plechů pro kotle a tzv. offshore ocel pro konstrukce na pobřeží v přímořských vodách.

Cílem této kapitoly je popsat základní principy metody plynulého odlévání, typy licích strojů využívaných pro plynulé odlévání a jejich hlavních částí a rovněž charakterizovat nejdůležitější parametry provozu zařízení pro plynulé odlévání. Závěrem kapitoly je diskutována problematika vad plynule odlévaných předlitků a jejich hlavních příčin.

1.1 Charakteristika výroby oceli plynulým odléváním

Technologický proces výroby oceli lze rozdělit na dva na sebe navazující kroky: (a) zpracování vstupních surovin v podobě ocelářské vsázky pomocí rafinace v tavících zařízeních a zařízeních pánvové metalurgie a (b) samotný proces odlévání oceli, tj. přeměna taveniny tuhnutím na tzv. předlitky požadovaného tvaru, které jsou určeny pro další zpracování [13].

Plynulé odlévání oceli je technologický postup, při kterém je roztavená ocel, tzv. tavenina, postupně transformována v zařízení pro plynulé odlévání (ZPO) na tuhý polotovár požadovaného tvaru (resp. průřezu) a délky, který je následně dále zpracováván na finální výrobky, nejčastěji tvářením za tepla. Charakteristickým rysem metody plynulého odlévání a hlavní odlišností ve srovnání s odléváním oceli do forem na ingoty je plynulost: přestože je roztavená ocel dopravována periodicky v pánvích do mezipánve ZPO, licí stroj umožňuje kontinuálně

odlévat předlitek polonekonečné délky, který je ovšem z důvodu manipulovatelnosti a dalšího zpracování periodicky dělen na požadovanou délku [13, 32, 191].

1.2 Historický vývoj plynulého odlévání oceli

Počátky principu metody plynulého odlévání se objevují již v první polovině 19. století, kdy v roce 1840 a posléze v roce 1843 zkonstruovali G. E. Sellers a J. Laring zařízení pro plynulé odlévání olověných trubek [13]. V roce 1857 si nechal H. Bessemer patentovat zařízení pro odlévání ocelových plechů mezi dva otáčivé válce, které byly chlazeny vodou [191, 13]. Na tuto myšlenku následně navázali další vynálezci a inženýři, např. v roce 1934 A. V. Ulitovskij, který zkonstruoval zařízení založené na principu Bessemerova stroje, na kterém odléval pásy z oceli i litiny [13, 32]. Následný vývoj opustil myšlenku použití otáčejících se chlazených válců a následovalo použití speciálních forem, tzv. krystalizátorů, pomocí kterých bylo možné lépe řídit solidifikaci oceli. V roce 1886 si nechal B. Atha patentovat princip vertikálního plynulého odlévání [191], J. T. Rowley a A. McKee navrhli a zkonstruovali v roce 1915 zařízení pro plynulé odlévání s licím obloukem a rovnacím zařízením [191], asynchronní oscilaci krystalizátoru navrhl jako první v roce 1933 S. Junghaus [13].

Od třicátých let 20. století se začínají objevovat poloplynulé provozy zařízení pro plynulé odlévání, zejména pro nezelezné kovy [92]. Rozmach metody plynulého odlévání oceli nastává po druhé světové válce a v 60. a 70. letech 20. století je plynulé odlévání oceli již rozšířenou celosvětovou technologií pro výrobu oceli, jejíž podíl výroby stále roste [92]. První zařízení pro plynulé odlévání bylo v Československu uvedeno do provozu v Podbrezové v roce 1961 [13]. V osmdesátých letech 20. století se metoda plynulého odlévání stala nejrozšířenější výrobní technologií pro výrobu oceli a překonala do té doby dominantní lití oceli do kokil. Důvodem rozšíření plynulého odlévání bylo zejména zlepšení kvality odlité oceli, vyšší výtěžnost, úspora energie a lidské pracovní síly. V současné době se plynule odlévá přibližně 95 % veškeré produkce oceli širokého spektra značek a mnoha formátů předlitků [92].

1.3 Zařízení pro plynulé odlévání

Termínem zařízení pro plynulé odlévání (ZPO) je označován licí stroj a jeho příslušenství, který slouží k přeměně taveniny na tuhé polotovary, tzv. předlitky. Hlavní dělení zařízení pro plynulé odlévání je možné provést podle průřezu odlévaného předlitku, tzv. formátu, a podle konstrukčního řešení licího stroje [191, 92, 13].

1.3.1 Formáty předlitků odlévaných na ZPO

Podle osového průřezu odlévaného předlitku, tzv. formátu, se ZPO dělí na (a) *bramové*, (b) *sochorové* a (c) *blokové* licí zařízení [92]. Bramou je nazýván předlitek, jehož průřez je tvořen obdélníkem s poměrem stran větším než 1,3, obvyklý poměr stran průřezu bramy se pohybuje mezi 4 až 10 (obvykle má brama šířku 1 000 mm až 2 000 mm a tloušťku 100 mm až 200 mm [92]). Předlitek se čtvercovým nebo kruhovým průřezem se nazývá sochorem (obvykle se sochory odlévají do rozměru 200×200 mm [92]) a blokem je označován předlitek s obdélníkovým průřezem, jehož poměr stran je menší než 1,5 [13, 32, 149]. Přestože se jednotlivé typy ZPO odlišují tvarem odlévaného předlitku, hlavní části licího stroje a jejich charakteristika popsané v následující části jsou shodné pro všechny zmíněné typy ZPO. Avšak jednotlivé části se mohou konstrukčně nebo technologicky lišit, např. konfigurací chladicích trysek sekundární chladicí

zóny z důvodu odlišných požadavků na ochlazování předlitku nebo systémem vodících válců z důvodu odlišně působícího ferostatického tlaku taveniny.

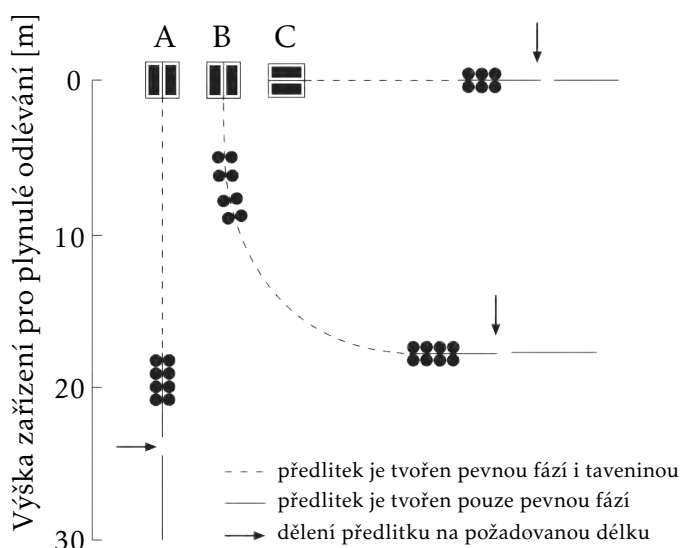
1.3.2 Konstrukční provedení ZPO

Zařízení pro plynulé odlévání je možné členit podle konstrukčního provedení a uspořádání jednotlivých částí liciho stroje na (a) *vertikální*, (b) *radiální* a (c) *horizontální* [92].

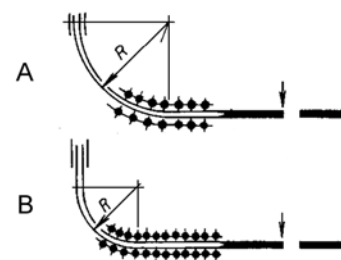
Vertikální ZPO

Historicky nejstarším konstrukčním řešením je *vertikální* ZPO, jehož hlavní části jsou umístěny na vertikální přímce, tj. svisle pod sebou. Koncepce uspořádání vertikálního liciho stroje vychází z technologie odlévání oceli do kokil a charakteristickým znakem je svislý pohyb předlitku a jeho ochlazování přes přímý vertikální krystalizátor, pod kterým následuje svislá sekundární a terciární chladicí zóna [13, 32]. Schématické znázornění vertikálního ZPO je na obrázku 1.1, pozice A. Tento typ ZPO se stavěl především na počátku druhé poloviny 20. století. Od 70. let 20. století bylo vertikální ZPO stavěno pouze výjimečně a nahradily jej jiné typy ZPO, především radiální.

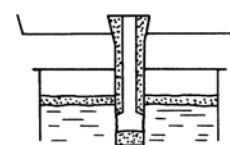
Výhodami vertikálního ZPO jsou např. snadnější dosažení čistoty předlitku (vměstky snadněji vyplouvají svislým tekutým jádrem). Výhodou vertikálního ZPO je také absence rovnání předlitku, která má pozitivní vliv na vznik mechanického napětí v předlitku a vznik především povrchových vad, např. trhlin [92]. Hlavní nevýhodou vertikálního ZPO je velká konstrukční výška celého zařízení (viz obrázek 1.1), což znamená vysoké stavební náklady. Dalšími nevýhodami jsou omezení lici rychlosti z důvodu výšky ZPO (v přímém vztahu k metalurgické délce) a s tím související omezené možnosti zvyšování produktivity, složitější zařízení pro dopravu odlitých předlitků, vyšší poruchovost a obtížná údržba zařízení [13, 32]. V případě odlévání rozměrných a dlouhých předlitků je závažným problémem rovněž deformace povrchu předlitku vlivem ferostatického tlaku tekutého jádra, tzv. *bulging* [92].



Obrázek 1.1: Typy ZPO podle konstrukce: (A) vertikální, (B) radiální, (C) horizontální [191].



Obrázek 1.2: Typy radiálního ZPO podle tvaru krystalizátoru: (A) zakřivený, (B) přímý [13].



Obrázek 1.3: Ponorná trubice [13].

Radiální ZPO

U radiálního¹ ZPO, který patří v současné době mezi nejrozšířenější typ ZPO [92], jsou hlavní části licího stroje umístěny na oblouku, nejčastěji na čtvrtkružnici, viz obrázek 1.1, pozice B. Na krystalizátor, který může být zakřivený nebo méně častěji přímý, navazují sekundární a terciární chladičí zóny, které leží na pomyslné kružnici, jejíž střed je nejčastěji ve stejné výšce jako horizontální osa krystalizátoru (viz obrázek 1.2, pozice A).

Nejčastějším typem krystalizátoru radiálního ZPO je zakřivený, tzv. *bow-type* krystalizátor [92], jehož podélná osa je částí kružnice a odlitek tedy není zapotřebí pod krystalizátorem při vstupu do radiální části stroje deformovat do obloukovitého tvaru (viz obrázek 1.2, pozice A). Naopak méně častěji se využívá přímý krystalizátor (viz obrázek 1.2, pozice B), jehož podélnou osou je přímka a který vyžaduje použití válcovací stolice pod krystalizátorem.

Podle provozních podmínek ZPO dochází k solidifikaci celého průřezu předlitku buď již na kruhové části ZPO, nebo až za místem rovnání² na horizontální části ZPO, což koresponduje s tendencí zvyšování licího výkonu a tedy i prodlužování metalurgické délky. Zároveň probíhá rovnání předlitku při jeho tekutém jádru, což přináší nižší nároky na mechanické namáhání předlitku a redukci vzniku případných vad způsobených rovnáním. Nároky na snižování celkové výšky ZPO a tedy snížení stavebních nákladů vedou ke zmenšování poloměru licího oblouku, což způsobuje posun metalurgické délky a odpovídající části předlitku na horizontální část ZPO [13]. Snižování výšky ZPO a zmenšování poloměru licího oblouku je na druhé straně omezeno rostoucí deformací předlitku v místě rovnání, což má nepříznivý vliv na kvalitu odlévaných předlitků. Hlavními výhodami radiálního ZPO jsou především možnost dosahovat vyšší produkce, menší stavební náklady ZPO, jednodušší zařízení pro dopravu odlitých předlitků, nižší poruchovost a snadnější obsluha. Nevýhodou radiálního ZPO jsou zejména vyšší nároky na čistotu oceli před odléváním³, nákladnější výroba krystalizátorů v případě ZPO se zakřiveným krystalizátorem a obtížnější údržba, kontrola a seřízení ZPO v licím oblouku [13, 32].

Horizontální ZPO

Nejméně rozšířeným typem je *horizontální* ZPO, u kterého jsou hlavní prvky licího stroje umístěny na horizontální přímce, viz obrázek 1.1, pozice C. Na horizontálních ZPO se odlévají spíše speciální a vysoce jakostní oceli, ale především pak měď a její slitiny [92]. Hlavní výhodou horizontálních ZPO jsou především nižší nároky na stavební výšku zařízení a s tím spjaté nižší stavební náklady, malý ferostatický tlak vznikající v předlitku, není nutné provádět rovnání předlitku a rovněž je umožněna snadná obsluha a seřizování stroje. Hlavními nevýhodami horizontálního ZPO jsou především vyšší náklady na provoz zařízení, nižší životnost krystalizátoru a omezení velikosti formátu odlévaného předlitku [92, 13].

Licí stroje typu *near-net-shape*

Výše uvedené tři typy licích strojů (vertikální, radiální a horizontální) lze považovat za běžné typy licích strojů, které se postupně vyvinuly z prostého odlévání oceli do kokil. Jejich hlavní

¹ často také nazýváno *obloukové* ZPO

² místo na ZPO, kde dochází k přechodu obloukové části na vodorovnou přímou část

³ vměstky a nečistoty mají obvykle nižší hustotu než odlévaná ocel a proto vlivem vztlakových sil vyplouvají na povrch menisku; na rozdíl od vertikálního ZPO se mohou tyto vměstky a nečistoty v případě radiálního ZPO zachytit u povrchu vnitřního oblouku a zůstat tak v odlitém předlitku [92]

předností ve srovnání s odléváním oceli do kokil na ingoty je zejména vyšší produktivita výroby a významná úspora energie spjatá především s následným zpracováním ingotů a jejich opětovným ohřevem nutným pro další zpracování, např. válcování.

Přestože metoda plynulého odlévání výrazně snížila energetickou náročnost výroby oceli, v posledních letech dochází k rozvoji tzv. *near-net-shape* metody odlévání (NNSC⁴) [92]. Principem této metody je odlévání předlitků tvarů a rozměrů, které jsou velmi blízké tvarům a rozměrům finálního produktu. Podstatou metody je tedy snížení energetické náročnosti výroby výraznou redukcí nebo dokonce vynecháním válcování. Metodu NNSC lze rozčlenit na dvě hlavní oblasti: odlévání tenkých bram a odlévání pásů [92].

Odlévání tenkých bram, tzv. *thin-slab casting* je v současné době v rychlém vývoji [92]. Podstatou metody je odlévání tenkých bram o tloušťce od 40 mm do 80 mm. Z důvodu zachování produktivity výroby probíhá odlévání tenkých bram licí rychlostí 4–20 mmin⁻¹. Výhodami odlévání tenkých bram jsou především nižší energetická náročnost z důvodu menšího tváření (válcování) za tepla a nižší investiční náklady na ZPO. Metoda *thin-slab* odlévání má v současné době četné využití v průmyslovém měřítku [92].

Odlévání tenkých pásů (plechů), tzv. *strip casting* je druhou hlavní oblastí metody NNSC [92]. Principem je odlévání velmi tenkých pásů a plechů, které není nutné dále válcovat za tepla, ale postačuje válcování za studena. Typická tloušťka odlévaného předlitku (pásu, plechu) je od 5 mm do 20 mm (odlévání mezi dva rotující válce), ale je možné dosáhnout dokonce tloušťky méně než 1 mm (odlévání na jeden rotující válec) [92]. Pro dosažení produktivity výroby je nutné odlévat vysokou licí rychlostí 10–40 mmin⁻¹. Vlivem vysoké licí rychlosti je nutné použít velmi intenzivní chlazení pro rychlou (okamžitou) solidifikaci oceli, což vede ke vzniku jemné mikrostruktury oceli s malým obsahem segregací. Metoda *strip casting* je v současné době stále ve vývoji a tedy prozatím průmyslově nerozšířená. Avšak několik oceláren využívající tuto metodu pro odlévání uhlíkových a nerezových ocelí lze již nalézt v USA [92].

Konstrukční uspořádání a srovnání licích strojů typu *near-net-shape* s konvenčním zařízením pro plynulé odlévání je zobrazeno na obrázku 1.4.

1.4 Hlavní části ZPO a princip jeho činnosti

Licí stroj pro plynulé odlévání se obvykle skládá z těchto hlavních částí:

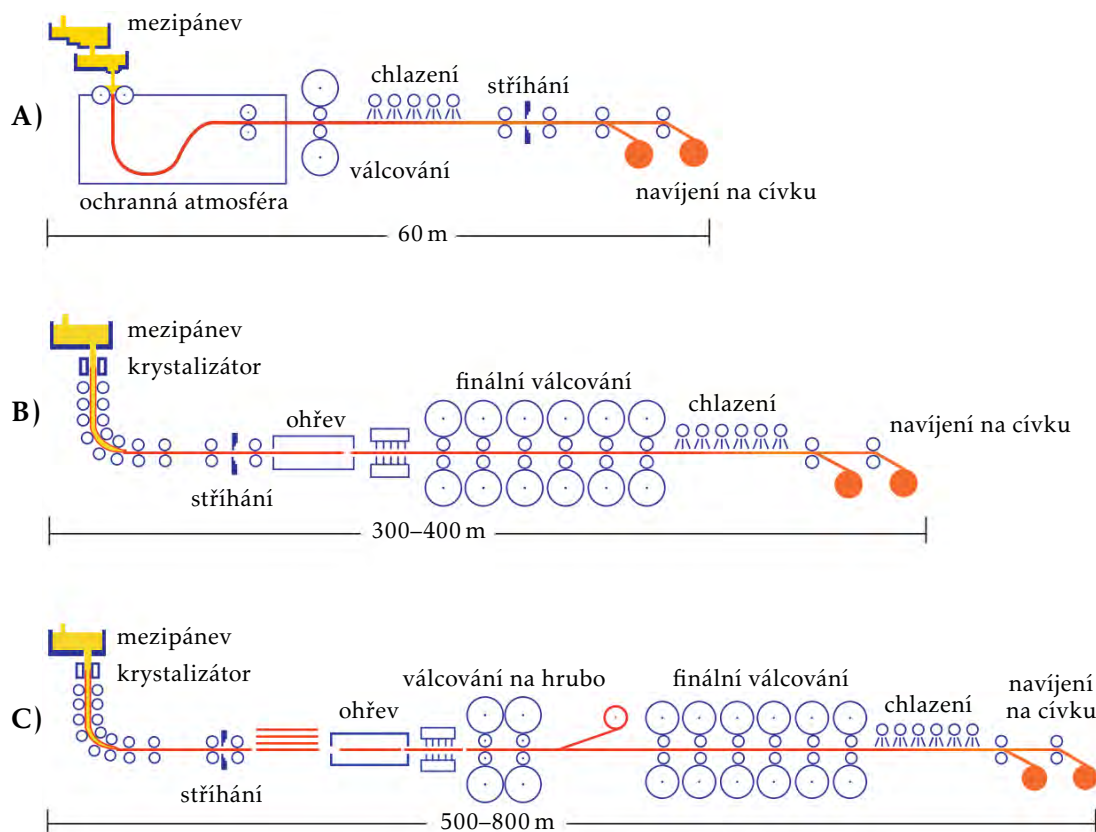
Pánev slouží k dopravě roztavené oceli z pece nebo konvertoru do ZPO. Pánve jsou obvykle periodicky dopravovány jeřábem do otočného licího stojanu, který umožňuje manipulaci s více pánvemi nad licím strojem tak, aby byl zabezpečen přísun dostatečného množství roztavené oceli do mezipánve. Výměna pánve probíhá obvykle každých 40 až 60 minut [92]. Velikost pánve se obvykle pohybuje v závislosti na tavbě řádově v desítkách až stovkách tun [13, 77].

Mezipánev je umístěna pod otočným stojanem s pánvemi, ze kterých přitéká přes stínící trubici⁵ roztavená ocel do mezipánve. Mezipánev je obvykle tvořena vyzdívkou ze žáruvzdorných materiálů a opatřena víkem pro zmenšení tepelných ztrát taveniny. Hlavními úkoly mezipánve jsou zajistit dostatečné množství⁶ taveniny pro provoz ZPO, homogenizace roztavené oceli

⁴near-net-shape casting

⁵stínící trubice, obvykle vyrobená z keramických žáruvzdorných materiálů (zejména oxidy křemíku, hořčíku a hliníku), zabraňuje reoxidaci a znehodnocení taveniny při její dopravě z pánve do mezipánve

⁶mezipánev je zároveň zásobníkem taveniny pro ZPO v okamžiku výměny pánví; v případě víceproudeho ZPO obsahuje často licí stroj pouze jednu pánev, která zásobuje taveninou všechny proudy, čímž je dosaženo vyšší homogenity odlévané oceli



Obrázek 1.4: Porovnání odlévání metodami near-net-shape (NNSC) s konvenčním radiálním ZPO [92]: A) odlévání tenkých pásů a plechů (strip casting), B) odlévání tenkých bram (thin-slab casting) a C) plynulé odlévání.

a její teploty, oddělení zbývající strusky od taveniny a redukce ferostatického tlaku taveniny [92, 32, 13, 154]. Tyto činitele významně ovlivňují celkovou produktivitu lícího stroje a kvalitu odlévaných předlitků a proto je mezipánev jednou z nejdůležitějších částí ZPO. Hladina taveniny v mezipánvi je obvykle pokryta vrstvou strusky, která brání reoxidaci oceli, snižuje tepelné ztráty a pohlcuje nečistoty z taveniny [92]. Velikost mezipánve se obvykle pohybuje řádově v desítkách tun. Podle konstrukce lícího stroje je možné oceli z jedné mezipánve zásobovat jeden nebo i více krystalizátorů a tedy plynule odlévat více předlitků současně. Takový lící stroj se pak označuje jako *víceproude* ZPO.

Krystalizátor je zařízení umístěné pod mezipánví, ze které je do krystalizátoru přiváděna tavenina pomocí ponorné trubice⁷, viz obrázek 1.3. Tvar ponorné trubice a především způsob jejího zakončení významným způsobem ovlivňují charakter proudění taveniny v krystalizátoru [157]. Hlavní úlohou krystalizátoru je počáteční odvod⁸ tepla z taveniny a vytvoření tuhé slupky na povrchu předlitku. Z tohoto důvodu se krystalizátor označuje jako primární chlazení (chladičí zóna) [92]. Ztuhlá vrstva na povrchu předlitku musí mít na výstupu z krystalizátoru

⁷SEN (submerged entry nozzle); podobně jako stínící trubice zabraňuje reoxidaci oceli a umožňuje ponorné lití roztavené oceli do krystalizátoru; často se využívá vstřikování argonu do SEN, které zabraňuje reoxidaci oceli a snižuje riziko ucpaní SEN [92]

⁸v závislosti na typu ZPO a odlévaného formátu se jedná o 30 až 40 % celkového tepla, které je z předlitku na ZPO odvedeno [157]

dostatečnu tloušťku a pevnost, aby zamezila svému protržení⁹ vlivem ferostatického tlaku taveniny a naopak umožnila průchod předlitku sekundární chladicí zónou, ve které je předlitek dále ochlazován [45, 13]. Krystalizátor patří mezi nejdůležitější části ZPO, neboť homogenita a způsob odvodu tepla v krystalizátoru ovlivňuje celkové teplotní pole předlitku, strukturu vznikající tuhé fáze, tepelné napětí působící na předlitek a další veličiny ovlivňující kvalitu odlévané oceli [32, 155, 37]. Nesprávná konfigurace krystalizátoru nebo jeho typ je obvykle příčinou vzniku vad předlitku, jejichž formování začíná právě v krystalizátoru [92]. Samostatnou problematikou je studium proudění taveniny v krystalizátoru, které významným způsobem ovlivňuje proces odlévání, zejména kvalitu a jakost odlité oceli [92]. Krystalizátory lze podle konstrukce rozdělit na *deskové* a *trubkové*. Krystalizátor, který je chlazený protékající vodou, je nejčastěji vyroben z mědi, případně ze slitin mědi pro jejich vysokou tepelnou vodivost. Z důvodu zamezení varu vody v krystalizátoru je nutné, aby voda proudila kanálky krystalizátoru rychlostí až 10 ms^{-1} nebo i více s teplotou na výstupu z krystalizátoru méně než 50°C [92]. Měrný tepelný tok na stěně krystalizátoru může dosahovat až 10 MW m^{-2} [157]. Vnitřní povrch krystalizátoru je niklováním opatřen ochrannou vrstvou a průřez krystalizátoru určuje odlévaný formát předlitku [13]. Z důvodu tepelné smrštivosti oceli je krystalizátor konstruován jako osově se zužující¹⁰, čímž se předchází vzniku mezer mezi krystalizátorem a předlitkem, které způsobují výrazný nežádoucí pokles odvodu tepla z předlitku [155]. Především v rozích však přesto dochází ke vzniku vzduchových mezer, které jsou velkým tepelným odporem (až 85 % celkového tepelného odporu) a výrazně tedy snižují odvod tepla z rohů předlitku [157]. Schéma trubkového krystalizátoru pro sochorové ZPO je zobrazeno na obrázku 1.9. Během provozu ZPO vykonává krystalizátor kmitavý oscilační pohyb¹¹ ve směru lití, který zabraňuje ulpívání předlitku na stěnách krystalizátoru, snižování tření mezi předlitkem a povrchem krystalizátoru, rozrušování povrchu předlitku a vzniklé kůry a počáteční tvorbě vad [13, 32, 191, 92]. Pro snížení tření mezi krystalizátorem a pohybujícím se předlitkem se během odlévání do krystalizátoru přidává mazací látka (olej) nebo licí prášek¹². Vyjma méně jakostních ocelí se upřednostňuje použití licího prášku, který kromě snížení tření vytváří po natavení v krystalizátoru na hladině taveniny, tzv. menisku, vrstvu, která brání reoxidaci oceli, pohlcuje vměstky a tepelně izoluje meniskus a taveninu od okolního prostředí [13, 112, 33]. Licí prášek rovněž významně ovlivňuje povrchovou kvalitu předlitku [92].

Protiprůvalový systém (BPS¹³) [87] slouží k minimalizaci vzniku průvalu, který se inicializuje v krystalizátoru. Principem BPS je sledování vnitřních povrchových teplot na stěnách krystalizátoru, nejčastěji pomocí instalovaných termočlánků. Jinou metodou detekce průvalu je měření tření mezi krystalizátorem a předlitkem, případně také měření vibrací krystalizátoru. Průval, který je způsoben porušením (protrhnutím) ztuhlé pevné kůry na povrchu předlitku, se projeví prudkým nárůstem povrchové teploty stěny krystalizátoru vlivem jejího intenzivního smáčení taveninou o vysoké teplotě. Protiprůvalový systém obvykle na tuto havarijní situaci reaguje snížením licí rychlosti, čímž dochází k delšímu setrvání předlitku v krystalizátoru a tím i k intenzivnějšímu odvodu tepla a zotavení kůry na povrchu předlitku.

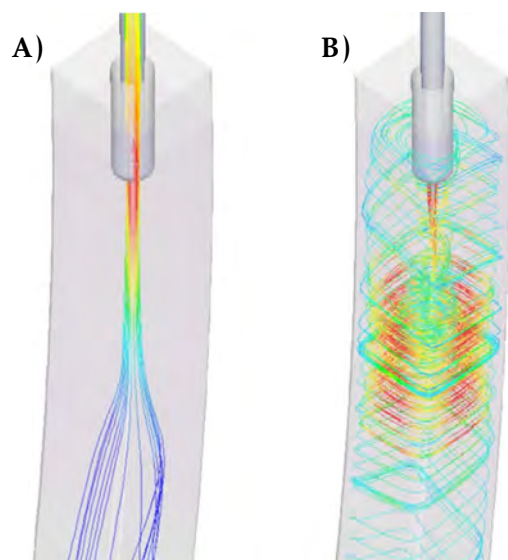
⁹tato závažná porucha při provozu ZPO se nazývá *průval* [32]

¹⁰úkos krystalizátoru se podle typu odlévaného formátu obvykle pohybuje od 0,5 do 1,5 % [13, 92]

¹¹nejčastěji ve využívá sinusoidní kmitání krystalizátoru s tzv. negativním stripem [149], kdy se krystalizátor ve směru lití předlitku pohybuje přibližně třikrát rychleji než při vratném protipohybu; frekvence kmitání krystalizátoru se obvykle pohybuje v jednotkách Hz; projevem kmitavého pohybu jsou na povrchu předlitku mělké příčné nerovnosti, tzv. oscilační vrásky [13]

¹²obvykle se jedná o jemnozrnnou směs oxidů křemíku, hliníku, manganu a vápníku s tavidlem

¹³breakout prediction system



Obrázek 1.5: Vizualizace proudění taveniny ponornou trubicí do krystalizátoru: A) bez použití MEMS a B) s využitím MEMS [92].

Elektromagnetické míchací zařízení (EMS¹⁴) je v současné době běžnou součástí licích strojů. EMS je technologie, která umožňuje promíchávat tekuté jádro odlévaného předlitku pomocí elektromagnetických sil indukovaných v tekutém jádru elektromagnetickou indukcí. Hlavním významem elektromagnetického míchání je homogenizace tekutého jádra, která vede k vyšší kvalitě odlité oceli¹⁵ a lepšímu odvodu tepla z předlitku [92]. Hlavní nevýhodou EMS jsou především vysoké pořizovací náklady. Elektromagnetické míchání může být konstrukčně umístěno přímo v krystalizátoru (MEMS¹⁶) nebo až pod krystalizátorem v sekundární chladicí zóně (SEMS¹⁷) [92]. EMS se využívá především u sochorového odlévání, které z důvodu symetrického průřezu předlitku umožňuje vyšší efektivitu míchání.

Sekundární chladicí zóna s vodícím systémem je umístěna pod krystalizátorem a je tvořena chladicími vodními nebo vodovzdušnými tryskami a vodícím systémem válců [13]. Teplo je v sekundární zóně odváděno z předlitku pomocí chladicích trysek, kontaktem předlitku s vodícími válci nebo jinými částmi vodícího systému, přirozenou konvekcí a radiací do okolního prostředí. Trysky v sekundární chladicí zóně odvádějí z předlitku asi 50 % až 60 % veškerého tepla, které je nutné z předlitku celkově odvést [157]. Sekundární chladicí zóna spolu s krystalizátorem odvádí z předlitku většinu tepla během jeho solidifikace, z něhož je cca 5 % teplo přehřátí, cca 20 % latentní teplo spjaté se změnou skupenství (tavenina → tuhá fáze) a zbývajících cca 75 % je součet tepel uvolněných během fázových změn v tuhém stavu a citelného tepla [157].

Vodící válce vedou předlitku licím strojem a brání nežádoucím deformacím předlitku, především pod krystalizátorem, kde hrozí vyboulení (*bulging*) předlitku vlivem ferostatického tlaku tekutého jádra. Tento jev způsobující makrosegregace je nežádoucí zejména v místě, kde dochází k solidifikaci posledního zbytku taveniny v předlitku, tj. ve vzdálenosti metalurgické délky od menisku. Z uvedeného důvodu jsou moderní licí stroje vybaveny zařízením pro tzv. *soft reduction*. Obecně rovněž musí vodící válce a jejich umístění reflektovat smrštění předlitku při jeho průchodu licím strojem, které je obecně u oceli 3–4 % [92].

¹⁴electromagnetic stirring

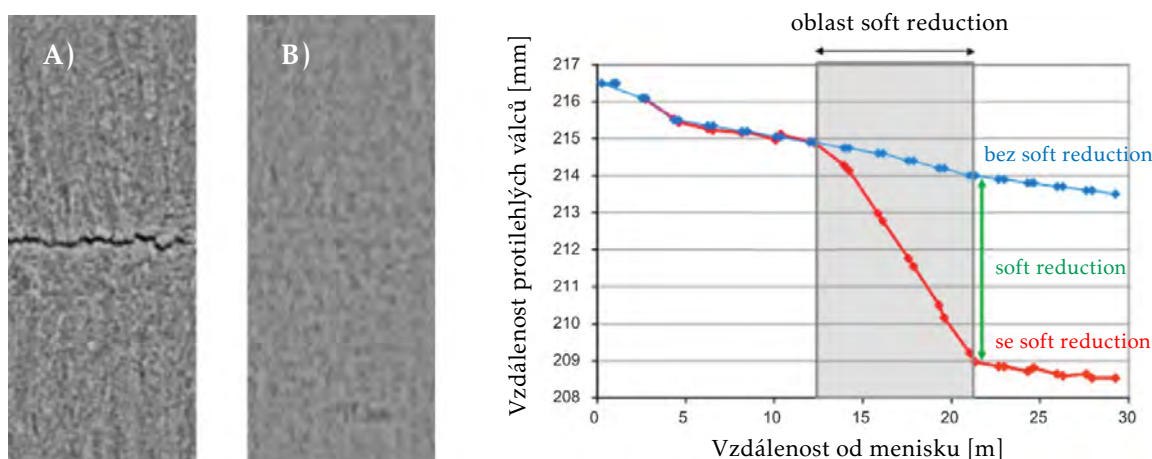
¹⁵snížení vzniku povrchových i podpovrchových vměstků, snížení výskytu vnitřních vad, zlepšení makrostruktury (sloupcovité × rovnoosé dendrity), snížení výskytu středové segregace a porozity [191, 92, 50]

¹⁶mould electromagnetic stirring

¹⁷strand electromagnetic stirring

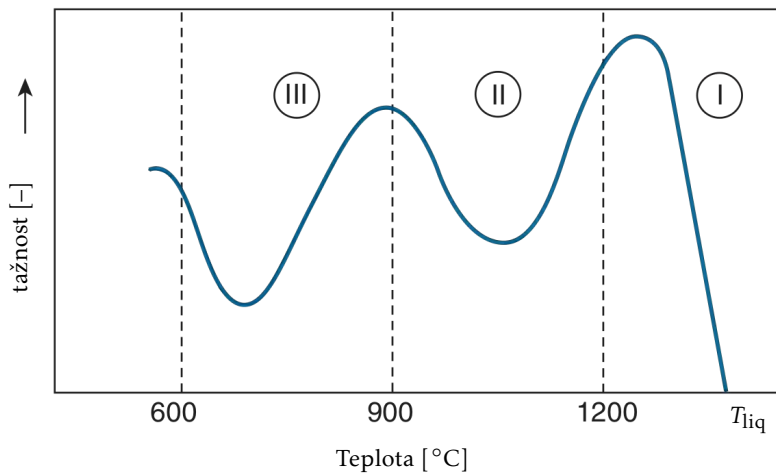
Chladicí trysky jsou v sekundární zóně uspořádány do chladicích okruhů, pro které jsou nastavovány jednotlivé parametry, např. tlak vody a průtočné množství vody v okruhu. Předlitka vstupuje do sekundární chladicí zóny s vytvořenou pevnou kůrou na svém povrchu, ale v jeho jádře je ocel stále v tekutém stavu. Hlavním cílem chladicích trysek je atomizace proudu vody na kapky, které dopadají na povrch předlitky a způsobují jeho postupné a rovnoměrné ochlazování v celém průřezu předlitky tak, aby na výstupu ZPO byl předlitka v celém průřezu již tuhém stavu vhodném k dělení na požadovanou délku [32, 45, 13]. Voda se při průchodu tryskou atomizuje na malé kapičky, jejichž průměrná velikost se pohybuje mezi 100 μm až 1 mm [156]. Chladicí trysky lze podle chladicího média rozdělit na *vodní* a *vodovzdušné* (water-air mist nozzles). Předností vodovzdušných chladicích trysek je především rovnoměrnější chladicí intenzita v oblasti ostříku a větší rozsah regulace průtoku chladicího média tryskou [92]. Z tohoto důvodu jsou vodovzdušné chladicí trysky vhodné pro odlévání oceli s vysokými nároky na kvalitu, které jsou náchylné na tvorbu vad předlitky. Vodící válce slouží k vedení předlitky sekundární zónou dle jejího tvaru a zabraňují deformacím předlitky vlivem ferostatického tlaku kapalné fáze v jádře předlitky. Vodící válce mohou být nechlazené, chlazené ostříkem trysek nebo chlazené vnitřně průtokem chladicího média [92]. Podle tvaru plochy ostříkované tryskou lze trysky rozdělit na *kuželové* (ostříkovaná plocha má tvar kruhu) a *ploché* (ostříkovaná plocha má tvar elipsy nebo obdélníku) [155, 45]. Způsob chlazení v sekundární zóně, který významně ovlivňuje kvalitu předlitky a tvorbu povrchových i vnitřních vad [37, 32, 45], je možné regulovat např. použitými typy trysek, umístěním trysek, tlakem a průtočným množstvím chladicí vody a tato nastavení je možné dále optimalizovat.

Zařízení pro soft reduction je běžnou součástí moderních licích strojů [65]. Principem soft reduction je mechanické stlačení (deformace) předlitky pomocí dvojic protilehlých válců v místě solidifikace posledního zbytku taveniny v jádře předlitky (tj. v oblasti mushy zóny), které umožňuje efektivně zvýšit kvalitu ve středu (jádre) předlitky a redukovat výskyt segregací a porozity [92], viz obrázek 1.6.



Obrázek 1.6: Využití metody *soft reduction* pro snížení výskytu středové porozity [92]. Vlevo: A) bez soft reduction, B) se soft reduction. Vpravo: vzdálenost válců a oblast soft reduction.

Terciární chladicí zóna s vodícím systémem je umístěna za sekundární chladicí zónou a ochlazování předlitky zde probíhá převážně radiací a v menší míře také přirozenou konvekcí do



Obrázek 1.7: Obecná závislost tažnosti oceli na teplotě [125].

okolního vzduchu [13]. Terciární chladicí zóna je vybavena systémem vodícím válců podobně jako sekundární chladicí zóna.

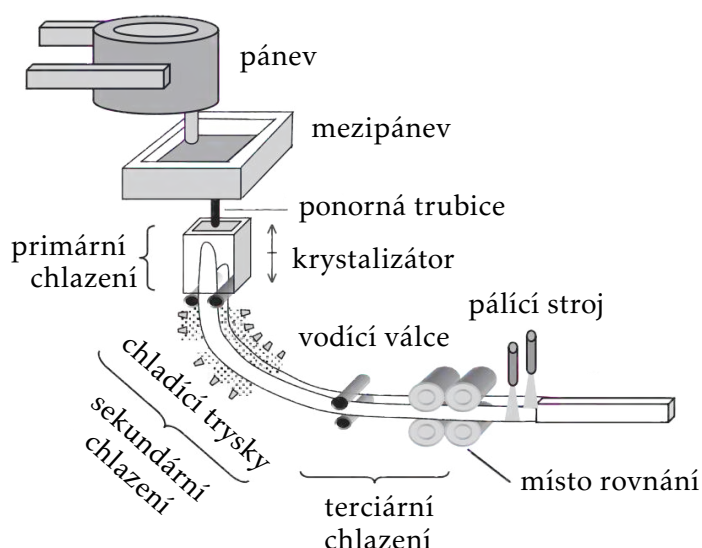
Tažné stolice a rovnací zařízení jsou dle celkového uspořádání ZPO často součástí sekundární nebo terciární chladicí zóny [32]. Tažná stolice je zařízení skládající se ze systému válců, které jsou poháněny nejčastěji elektromotorem a způsobují nucený pohyb předlitku licím strojem. V závislosti na typu ZPO a odlévaném formátu může být umístěno několik tažných stolic za sebou. Součástí radiálního ZPO je také rovnací zařízení, jehož umístění na ZPO se označuje jako místo rovnání [13, 32].

Rovnací zařízení slouží k rovnání zakřiveného předlitku v místě přechodu radiální části na přímou část ZPO. Rovnací zařízení je tvořeno systémem válců, který silovým působením vyvolává v předlitku plastické deformace a vyrovnává předlitek opouštějící obloukovou část ZPO. Místo rovnání je z kvalitativního pohledu velmi důležitým uzlem ZPO. Rovnání je nutné provádět tak, aby docházelo ke vzniku minimálního mechanického napětí v předlitku. Nesprávně provedené rovnání nebo nevhodné uspořádání rovnacího zařízení může vést ke vzniku vad na předlitku, zejména povrchových trhlin [92]. V místě rovnání je rovněž důležité, aby povrchová teplota předlitku byla mimo oblast teplot nízké tažnosti oceli¹⁸ z důvodu zamezení vzniku trhlin na povrchu předlitku [125], viz obrázek 1.7.

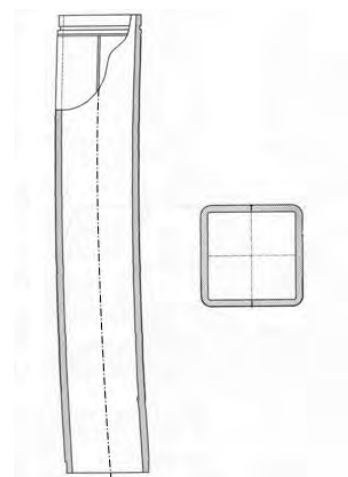
Dělicí zařízení je umístěno na výstupu ZPO a slouží k dělení předlitku na požadovanou délku. V současné době je pro dělení nejčastěji používán kyslíkovo-acetylenový pálící stroj, v minulosti se pro menší odlévané formáty používalo i mechanických nůžek, které však způsobovaly nežádoucí deformace předlitku [13].

Důležitými částmi ZPO jsou rovněž systém pro chladnutí a přepravu odlitých předlitků k dalšímu zpracování nebo uskladnění, systém pánvového hospodářství s tavicím agregátem (pecí, konvertorem) a systém vodního hospodářství (nádrže, čerpadla apod.) zajišťující distribuci chladicí vody do celého licího stroje [13, 32]. Schématický náčrt sochorového radiálního ZPO je na obrázku 1.8.

¹⁸v případě oceli obecně existují tři teplotní intervaly se sníženou tažností oceli během jejího ochlazování: I) v okolí teploty likvidu T_{liq} , II) přibližně mezi teplotami 1 200 °C a 900 °C a III) přibližně mezi teplotami 900 °C a 600 °C [92, 125], viz obrázek 1.7



Obrázek 1.8: Schéma radiálního sochorového ZPO [151].



Obrázek 1.9: Trubkový krystalizátor sochorového ZPO čtvercového formátu [180].

1.5 Parametry charakterizující provoz ZPO

Níže uvedené parametry jsou základními charakteristikami provozu lícího stroje, které zásadním způsobem ovlivňují kvalitu a produktivitu odlévaných předlitků. Tyto parametry rovněž patří mezi nejdůležitější parametry, které je nutné při provozu ZPO řídit a případně optimalizovat [92].

Licí rychlost je rychlost, kterou opouští předlitek krystalizátor. Licí rychlost, která je přímo spjata s produktivitou zařízení pro plynulé odlévání, je především závislá na formátu a rozměru odlévaného předlitku, značně odlévané oceli, přehřátí oceli a tloušťce a pevnosti ztuhlé kůry na povrchu předlitku na výstupu z krystalizátoru [13]. Licí rychlost musí být volena i v závislosti na metalurgické délce tak, aby na výstupu předlitku ze zařízení pro plynulé odlévání, kde dochází k dělení předlitku na požadovanou délku, byla ocel v tuhém stavu v celém průřezu předlitku [32]. Obecně platí, že bramové předlitky jsou odlévány pomaleji než předlitky sochorové nebo blokové z důvodu jejich větší náchylnosti ke vzniku trhlin na povrchu předlitku [13].

Primární chlazení (krystalizátor) významným způsobem ovlivňuje vznik tuhé fáze na povrchu předlitku, na kterou jsou kladené vysoké nároky dalšími částmi lícího stroje, zejména sekundární chladičí zónou. Při chybné činnosti krystalizátoru a vzniku nedostatečné tloušťky ztuhlé kůry na povrchu předlitku může dojít např. vlivem ferostatického tlaku k průvalu. Mezi hlavní parametry krystalizátoru a jeho činnosti patří zejména tepelný výkon odvodu tepla krystalizátorem z odlévané oceli, výška hladiny oceli v krystalizátoru (ovlivňuje odvod tepla krystalizátorem), frekvence oscilací krystalizátoru (ovlivňuje průchod formujícího se předlitku krystalizátorem a utváření povrchových vad předlitku vlivem kmitání krystalizátoru – oscilačních vrásek) a licí prášek (vliv na jakost povrchu odlévaného předlitku).

Sekundární chlazení. Jak již bylo popsáno v části 1.4, konfigurace sekundárního chlazení, tj. použitý typ chladičích trysek, jejich umístění, průtočné množství a teplota chladičí vody zásadně ovlivňují odvod tepla z předlitku a tím také kvalitu odlévané oceli a vznik případných

vad. Obecně lze říci, že sekundární chlazení a licí rychlost jsou dva nejdůležitější parametry provozu licího stroje a produkované oceli. Obvykle také tyto dva uvedené parametry patří ke stěžejním parametrům, které je nutné při provozu ZPO řídit a optimalizovat.

Hlavním cílem sekundárního chlazení je zajistit jistý tepelný stav, tj. ochlazování předlitku během jeho solidifikace při průchodu licím strojem. Chladicí strategie předlitku je závislá především na odlévané značce (chemickém složení) oceli, odlévaném formátu, licí rychlosti a celkovému uspořádání licího stroje [92]. Obecně platí, že je nutné se vyvarovat chlazení, které způsobuje velké fluktuace teplot po délce předlitku a velké změny intenzity chlazení (odvodu tepla z předlitku), tj. reohřevy. Především reohřevy na povrchu předlitku mohou způsobovat středové trhliny [92].

Metalurgická délka je definována jako maximální osová vzdálenost menisku a kapalně odlévaného předlitku [13, 32]. Metalurgická délka tedy určuje nejkratší vzdálenost od menisku, ve které je již veškerá ocel v tuhém stavu. Z technologického pohledu je metalurgická délka omezena místem rovnání předlitku a místem, kde dochází k dělení předlitku na požadovanou délku, tj. umístěním pálicího stroje. Metalurgická délka je přímo úměrná licí rychlosti a nepřímo úměrná součiniteli tepelné vodivosti oceli [157].

Licí formát určuje výsledný tvar odlévaného předlitku. Podle licího formátu rozlišujeme zařízení pro plynulé odlévání na (a) bramová, (b) sochorová a (c) bloková, viz část 1.3.1.

Přehřátí a licí teplota charakterizují stav oceli v mezipánvi, ze které je tavenina přiváděna do krystalizátoru. Přehřátím se nazývá rozdíl teploty oceli v mezipánvi a teploty tuhnutí, tzv. teploty likvidu, dané značky oceli [32, 13]. Z důvodu vyšších nároků na odvod tepla krystalizátorem a obtížnější inicializaci krystalizace taveniny na tuhou fázi je snahou minimalizace přehřátí, které se obvykle pohybuje v rozsahu 20–40 °C [92]. Licí teplotou se rozumí teplota taveniny, která je přiváděna do krystalizátoru.

Ocel, tavba a sekvence jsou základní charakteristiky odlévaného materiálu. Ocel je charakterizována především chemickým složením, zejména obsahem uhlíku. Tavbu tvoří tavenina jedné pánve a skupina na sebe navazujících taveb se nazývá sekvence.

1.6 Vady předlitků při plynulém odlévání oceli

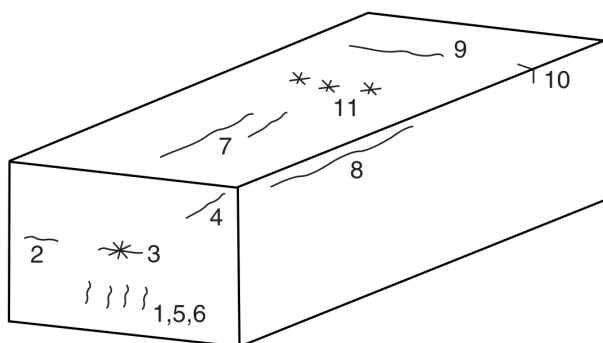
Záměrem použití optimalizace a matematických modelů solidifikace plynule litých předlitků je kromě optimálního řízení výroby na ZPO také zmenšení výskytu vad předlitku a jejich důsledků. Vady předlitků významným způsobem ovlivňují jakost výrobků (např. plechů nebo trubek), které se z plynule litých předlitků vyrábějí. Jakost výrobků je i jedním z hlavních parametrů zákazníka.

Vady plynule litých předlitků mohou být způsobeny mnoha faktory, např. chemickým složením oceli, nastavením licího stroje, provozními podmínkami a podobně [37, 32]. V dalším se zaměříme především na faktory v souvislosti s nastavením licího stroje, protože tato nastavení je možné pomocí numerických modelů teplotního pole předlitku řídit a optimalizovat.

Vady předlitků vyráběných plynulým odléváním lze rozdělit do tří skupin na povrchové, vnitřní a vady tvaru [32].

Povrchové vady vznikají na povrchu předlitku nebo těsně pod jeho povrchem [32, 37], např.

- *podélné trhliny*: způsobené vysokými licími teplotami, vysokou licí rychlostí, následkem vysokého opotřebení nebo poškození stěn krystalizátoru, nízkou jakostí licího prášku,



Obrázek 1.10: Druhy trhlin plynule odlévaných předlitků [125] – *vnitřní trhliny*: 1–6 (podpovrchové, hvězdicové, diagonální), *povrchové trhliny*: 7–11 (podélné, příčné, rohové).

nevhodnou kónicitou krystalizátoru, chybným nastavením intenzity chlazení krystalizátoru a sekundární zóny (viz obrázek 1.10),

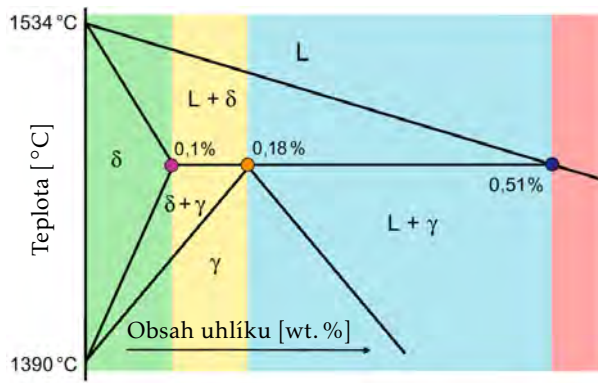
- *příčné trhliny*: způsobené nesouladem licí rychlosti a teploty stěn krystalizátoru, chybně seřízenou rovnací stolicí, chybným nastavením intenzity chlazení sekundární zóny; vznik příčných trhlin podporují oscilační vrásky, které vznikají v krystalizátoru vlivem jeho kmitavého pohybu (viz obrázek 1.10),
- *výronek* (průnik taveniny trhlinou na povrch předlitku): nevhodná intenzita chlazení v krystalizátoru a sekundární zóně; při protržení kůry taveninou dochází k tzv. průvalu,
- *přeplátování*: vytahování ztuhlé oceli povrchem krystalizátoru,
- *broky* (rozstřík): zoxidované částice oceli na povrchu předlitku,
- *podpovrchové bubliny*: dutiny pod povrchem předlitku,
- *bodliny*: malé dutiny vyskytující se ve shlcích pod povrchem předlitku.

Vnitřní vady vznikají uvnitř předlitku vlivem tepelného a mechanického napětí způsobeného fázovými změnami [32]. Vnitřní vady tedy nepronikají na povrch předlitku a proto jsou obtížně detekovatelné. Většina vnitřních vad se tvoří v teplotním intervalu tzv. *lámavosti za tepla*, který se vyskytuje těsně pod teplotou solidu. K výraznějšímu výskytu vnitřních vad dochází u feritických ocelí než u austenitických. Tvorbu vnitřních vad je možné výrazně redukovat použitím elektromagnetického míchaní. Vnitřní vady jsou nejčastěji způsobeny nerovnoměrnou intenzitou ochlazování předlitku na ZPO a nevhodně zvolenou licí rychlostí [32]. Mezi nejčastější povrchové vady patří

- *podpovrchové, hvězdicové a diagonální trhliny* (viz obrázek 1.10),
- *středová porozita*: dutiny v ose předlitku,
- *středová segregace*: vylučování příměsí v oceli, nejčastěji síry,
- *vměstky*: malé částice příměsí (např. sulfidu manganatého nebo oxidu hlinitého či křemičitého) v oceli.

Vady tvaru jsou spjaty s porušením pravidelného tvaru předlitku, které znesnadňují jeho další tváření a způsobují vznik nadbytečného odpadu při dalším zpracování. Hlavními příčinami tvarových vad jsou velký ferostatický tlak, vysoká licí rychlost, chybné nastavení intenzity chlazení licího stroje a nesouosost vodících válců [32]. Nejčastějšími vadami tvaru jsou

- *deformace do tvaru kosodélníku*,
- *deformace do tvaru oválu*,
- *vyboulení, vyduť*.



Obrázek 1.11: Oblast peritektické přeměny v Fe–Fe₃C diagramu a její využití pro predikci vzniku vad pomocí solidifikačních tras čtyř základních typů [92].

Náchylnost konkrétní oceli k různým typům vad lze obecně rovněž predikovat (a odhadnout) pomocí chemického složení. Principem je stanovení tzv. solidifikační trasy (*solidification path*) v rovnovážném diagramu metastabilní soustavy železo–karbid železa. Zásadní vliv na náchylnost oceli k vadám má oblast peritektické přeměny, viz obrázek 1.11, která zachycuje přeměnu taveniny na pevnou fázi. Obsah uhlíku v oceli určuje svislou přímkou – „trasu“ (*solidification path*), podle které probíhá solidifikace. Podle obsahu uhlíku existují 4 základní typy solidifikačních tras, viz barevně vyznačené významné body a oblasti v obrázku 1.11. Solidifikační trasa, její poloha vzhledem k charakteristickým bodům a typy struktur oceli, které během solidifikace vzniknou, umožňují predikci náchylnosti oceli na konkrétní druhy vad [92].

2

Základy metalurgie a výroby oceli

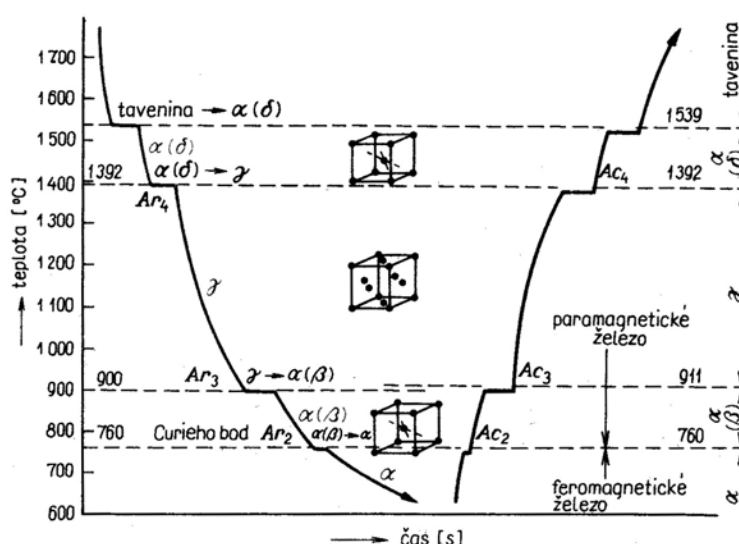
SPLITINY železa (tzv. *technické železo*) se řadí mezi nejpoužívanější materiály ve strojním inženýrství a jsou důležitým prvkem v dalších průmyslových odvětvích. V celkové produkci kovů tvoří slitiny železa asi 95 %. Avšak čisté železo nemá v technické praxi využití z důvodu jeho nevhodných vlastností. Přidáním přísadových prvků však vznikají slitiny, které významným způsobem mění vlastnosti samotného železa a umožňují vznik materiálů s různými vlastnostmi dle způsobu využití. Mezi přísadové prvky, které jsou cíleně přidávány k čistému železu a mění tak jeho vlastnosti, patří především uhlík a legující prvky. Podle obsahu uhlíku se technické železo dělí na *čisté železo* (velmi nízký obsah uhlíku), *oceli* (obsah uhlíku do 2,14 %) a *surová železa a litiny* (obsah uhlíku nad 2,14 % a do 6,69 %) [34].

2.1 Železo a jeho slitiny

V závislosti na teplotě se železo vyskytuje ve dvou krystalografických modifikacích, viz obrázek 2.1. Modifikace s krychlovou prostorově středěnou mřížkou, která je stabilní do teploty 912 °C, se nazývá železo α . Tato modifikace je feromagnetická do teploty 760 °C (Curieho bod), při vyšší teplotě ztrácí feromagnetické vlastnosti, stává se paramagnetickou (beze změny krystalické mřížky) a označuje se jako železo β . Při teplotě 912 °C dochází ke změně krystalické mřížky na krychlovou plošně středěnou, která je stabilní do teploty 1 392 °C a nazývá se železo γ . Při teplotě 1 392 °C dochází k modifikaci krystalické mřížky zpět na krychlovou prostorově středěnou a tato modifikace se nazývá železo δ . V modifikaci γ s krychlovou plošně středěnou krystalickou mřížkou jsou atomy v ní umístěné uspořádány těsněji než v modifikaci α , β a δ s krychlovou prostorově středěnou mřížkou, a proto se při přeměně z modifikace γ na α (β) či δ objem zvětšuje a naopak, při přechodu z modifikace α (β) nebo δ na γ se objem zmenšuje [135, 34].

Stejně jako další čisté kovy je i čisté železo velmi měkké, dobře tvárné a má malou pevnost. Ale i velmi malé množství uhlíku mění výrazně mechanické a technologické vlastnosti železa a jeho strukturu, čehož se využívá v technické praxi. Díky malé velikosti atomů uhlíku tvoří železo s uhlíkem intersticiální¹ tuhé roztoky. Intersticiální tuhý roztok uhlíku v železe α se nazývá *ferit*, v železe γ *austenit* a v δ železe hovoříme o *δ -feritu*. Kromě výše uvedených tuhých roztoků tvoří železo s uhlíkem tzv. eutektoid, který se nazývá *perlit*. Perlit vzniká roz-

¹atomy uhlíku se nachází ve volných prostorech krystalické mřížky, jejíž uzlové body jsou obsazeny atomy železa



Obrázek 2.1: Křivky chladnutí a ohřevu čistého železa [53].

padem austenitu při konstantní teplotě 723 °C na směs feritu a cementitu, která má nejčastěji lamelární² charakter [34].

Rozpustnost uhlíku v železe však díky poměru velikosti jejich atomů není velká. Největší rozpustnost uhlíku ve feritu je 0,018 % při 723 °C a klesá s teplotou až na $1,5 \cdot 10^{-6}$ % při teplotě 20 °C. Díky většímu parametru mřížky z důvodu vyšší teploty rozpouští δ -ferit maximálně 0,08 % uhlíku při teplotě 1499 °C. Rozpustnost uhlíku v austenitu je v porovnání s feritem značně vyšší, protože austenit rozpouští až 2,14 % uhlíku při teplotě 1147 °C [34]. V případě, že slitina obsahuje více uhlíku než je schopna při dané teplotě rozpustit, tvoří nadbytečný uhlík se železem intersticiální chemickou sloučeninu – karbid železa, tzv. *cementit*, nebo se vyskytuje chemicky volný jako *grafit*. Uhlík z důvodu svých dvou forem tvoří se železem slitiny ve dvou různých soustavách. Jedná se o metastabilní soustavu železo–karbid železa a stabilní soustavu železo–grafit. Z pohledu ocelí má větší význam metastabilní soustava železo–karbid železa a především její část pro oceli s obsahem uhlíku do 2,14 % [5].

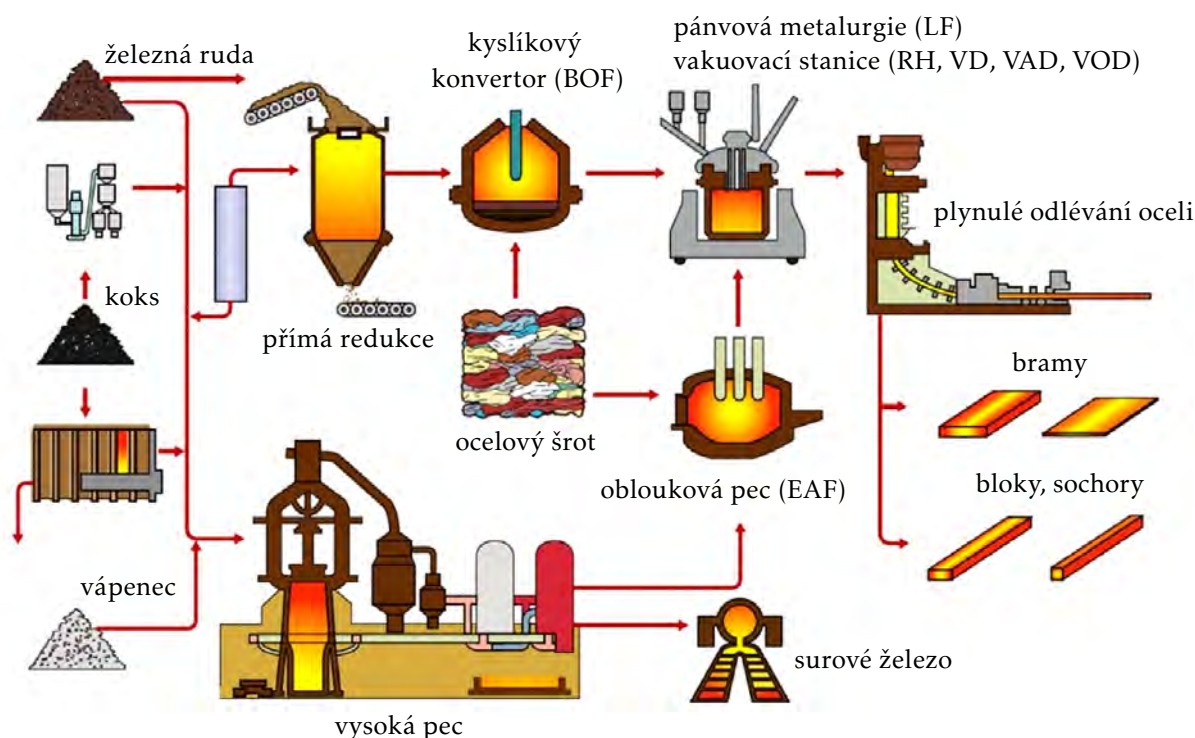
2.2 Hutnická výroba oceli

Výroba oceli je založena na průmyslovém zpracování přírodní suroviny, tzv. *rudy*, která je tvořena rudnými nerosty obsahujícími užitečné složky rudy a hlušinou. V převážné většině jsou kovy v rudách obsaženy ve formě chemických sloučenin a pro získání kovů je nutné tyto rudy podstoupit zpracování a chemickým reakcím, jejichž výsledkem je požadovaný kov. Obvykle však čistota takto získaných kovů není postačující a je nutné odstranit nežádoucí nečistoty pomocí rafinace. Mezi nejznámější železné rudy se řadí *magnetit* (magnetovec) Fe_3O_4 , *hematit* (krevel) Fe_2O_3 , *limonit* (hnědel) $\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot x\text{H}_2\text{O}$ nebo *siderit* (ocelek) FeCO_3 . Hlušina je tvořena zejména SiO_2 , Al_2O_3 , CaO a MgO [41].

Při výrobě kovů se využívá různých chemických pochodů v závislosti na chemickém složení kovu v rudě obsaženého a hlušiny. V případě výroby železa a oceli se využívá redukce kyslíkatých sloučenin (oxidů) železa uhlíkem nebo oxidem uhelnatým. Redukce je chemický proces, při kterém se v určitém atomu zvyšuje počtu elektronů a dochází tedy ke snižování oxidačního čísla. V hutnické praxi mezi představiteli s technickým významem patří například

²obě fáze jsou střídavě uloženy ve formě jemných pásků – lamel

redukce oxidů železa na surové železo³, oxidace uhlíku rozpuštěného v surovém železe (tzv. zkujňování) nebo oxidace síry pražením sulfidu železnatého [129]. Oxidy železa mohou být redukovány na železo pomocí uhlíku (přímá redukce) nebo oxidu uhelnatého (nepřímá redukce).



Obrázek 2.2: Schéma výroby oceli z železné rudy a ocelového šrotu [195].

Nejdůležitější změny a přeměna rudy na kovy probíhají za vysokých teplot a jsou schematicky zobrazeny na obrázku 2.2. Výchozí surovinou pro výrobu oceli je železná ruda, která se zpracovává především⁴ ve vysoké peci. Jejím produktem je tekuté surové železo, které se dále sekundární metalurgií [55] zpracovává na ocel zkujňováním. Tento proces probíhá nejčastěji v zásaditém kyslíkovém (Thomasově) konvertoru označovaném jako BOF⁵, který obvykle zpracovává směs tvořenou $\frac{3}{4}$ surového železa z vysoké pece a $\frac{1}{4}$ ocelového šrotu [195, 62]. Cílem je odstranění přebytečného množství uhlíku, kterého je dosaženo oxidací surového železa profukováním směsí kyslíku s argonem [111].

Jiným způsobem výroby oceli je využití elektrických pecí, nejčastěji elektrických obloukových pecí označovaných jako EAF⁶, ve kterých je zdrojem tepla elektrický oblouk [98]. Vstupní surovinou pro obloukové pece je obecně ocelový šrot, případně surové železo vyráběné přímou redukcí při teplotách kolem 900 °C [191, 195].

V současné době se pomocí vysoké pece a BOF zpracovává asi 66 % produkce oceli, v elektrických obloukových pecích EAF asi 31 % oceli a pouze 3 % produkce oceli se zpracovávají v otevřených Siemensových-Martinových pecích, které byly dominantní technologií v první polovině 19. století [195].

Zpracováním oceli v konvertoru nebo obloukové peci se kromě zkujňování dosahuje rovněž homogenizace a čištění. Zkujňovaná ocel se dále zpracovává obvykle v pánvových obloukových

³tzv. redukce železa uhlíkem

⁴v současné době cca 93 % veškeré produkce surového železa [195]

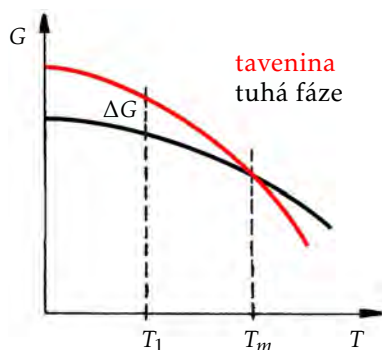
⁵basic oxygen furnace

⁶electric arc furnace

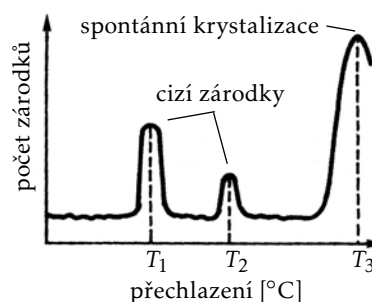
pecích označovaných jako LF⁷ a ve vakuovacích stanicích označovaných jako VD⁸, ve kterých dochází k odsíření, odfosfoření, legování oceli (LF) a odstranění vodíku, dusíku a dalších nežádoucích příměsí (VD) [195]. Produktem sekundární metalurgie je tedy ocel s konečnými parametry, která se cyklicky v pánvích dopravuje do mezipánve zařízení pro plynulé odlévání, jehož produktem jsou předlitky pro další zpracování.

2.3 Krystalizace

Fázová přeměna taveniny na tuhou krystalickou anizotropní fázi se nazývá *krystalizace* a má z technického pohledu velký význam. Samotný proces krystalizace, který je ovlivňován především stavem taveniny a teplotními podmínkami krystalizace, má značný dopad na jakost a vlastnosti materiálu k tuhému stavu [138]. Přítomnost doprovodných a legujících prvků v oceli ovlivňuje tuhnutí prostřednictvím *segregace*,⁹ čímž dochází rovněž k ovlivnění vlastností vyráběných ocelí. Segregaci lze rozdělit podle měřítka působnosti na *mikrosegregaci* (na úrovni velikostí dendritů nebo zrn) a *makrosegregaci* (určitá oblast odlitku nebo ingotu) [135]. V případě překročení rozpustnosti některého prvku v mezidendritické oblasti se vzniklé chemické sloučeniny nazývají *vměstky*, které negativně ovlivňují vlastnosti oceli.



Obrázek 2.3: Teplotní závislost volné entalpie taveniny a tuhé fáze [34].



Obrázek 2.4: Krystalizační spektrum [34].

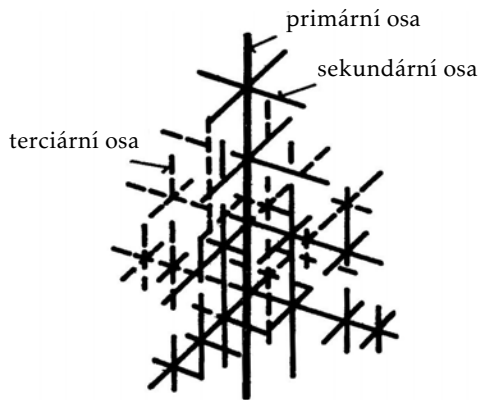
Podle zákonů termodynamiky [30] je při daných podmínkách stabilní fáze s nejnižší volnou entalpií G . Průběh volné entalpie pro kapalnou a tuhou fázi zachycuje obrázek 2.3, ze kterého je patrné, že nad teplotou T_m je díky nižší volné entalpii stabilní tavenina a pod teplotou T_m naopak tuhá fáze. Krystalizace ale nezačne okamžitě při poklesu teploty na teplotu T_m . Vzniku nové fáze předchází nukleace, během které vzniká zárodek při teplotě $T_1 < T_m$, kdy se energie ke zformování zárodku čerpá z volné entalpie [30, 27, 34]. Přechlazení $T_1 - T_m$ je kromě vzniku zárodků během nukleace rovněž potřebné pro dynamiku krystalizace a uvolňujícího se latentního tepla z taveniny [138, 92]. Podle způsobu tvorby zárodku lze nukleaci rozčlenit na homogenní (spontánní) a heterogenní (vynucenou) [34, 138]. Homogenní nukleace nastává v případě, že se nová fáze tvoří bez účasti cizích zárodků nebo stěn formy. K tomu je však potřeba velkého přechlazení, u kovů přibližně $0,8 T_m$ [34]. Při heterogenní nukleaci se tvoří zárodky za přítomnosti dalších tuhých fází (např. nerozpuštěné zbytky mateřské fáze), které mají stejnou nebo podobnou krystalickou mřížku jako krystalizující fáze. Přechlazení nutné ke

⁷ladle furnace

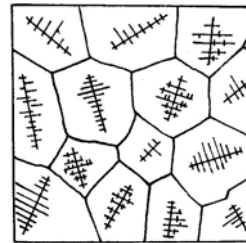
⁸vacuum degasser

⁹vylučování nové fáze na hranicích zrn při nasycení tuhého roztoku

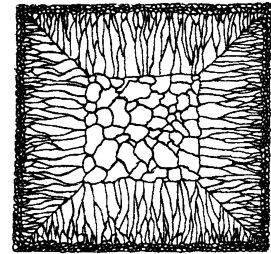
vzniku zárodku nové fáze je pak tím nižší, čím jsou si krystalické mřížky nového a cizího zárodku podobné [34]. Na obrázku 2.4 je zobrazeno krystalizační spektrum, přičemž podobnost krystalické mřížky zárodku vznikajícího při přechlazení T_1 je větší než podobnost krystalické mřížky zárodku vznikajícího při přechlazení T_2 .



Obrázek 2.5: Dendrit a jeho stavba [34].



Obrázek 2.6: Vznik zrn z dendritů [138].



Obrázek 2.7: Sloupcovité a rovnoosé typy dendritů [40].

Při krystalizaci slitin nedochází ke vzniku dokonalých krystalů, ale tzv. krystalitů, které rostou přednostně v určitých krystalografických směrech podle podmínek při krystalizaci [34]. Krystalit roste nejdříve v primární ose, na kterou kolmo krystalizují osy sekundární, na které pak analogicky krystalizují terciární osy a tak dále, viz obrázek 2.5. Vzniklý krystalit ve tvaru stromečku, tzv. dendrit, je pak základem pro tvorbu zrn, viz obrázky 2.5 a 2.6. V závislosti na rychlosti a intenzitě odvodu tepla z taveniny vznikají dendrity sloupcovité nebo rovnoosé [30, 34, 92, 138]. Sloupcovité dendrity se tvoří nejčastěji na stěnách formy či ochlazovaném povrchu, kde je odvod tepla nejintenzivnější. Z tohoto důvodu jsou hlavní osy dendritů kolmé na tyto stěny nebo povrchy a delší než sekundární a následné osy, které jsou kratší, viz obrázek 2.7. Oblast u povrchu, ve které vznikají sloupcovité dendrity, se nazývá transkrystalizační pásmo [34]. Po vzniku této oblasti je další krystalizace řízena podmínkami odvodu tepla a počátečním přechlazením. V dostatečné vzdálenosti od povrchu vznikají v tavenině zárodky rovnoosých dendritů, jejichž osy jsou přibližně stejně dlouhé [34, 138]. Struktura výsledného materiálu a jeho vlastnosti závisí především na vlastnostech jednotlivých krystalů a velikosti zrn [138]. Z výše uvedeného je tedy patrné, že konfigurace odvodu tepla z plynule odlévaného předlitku (především intenzita odvodu tepla v krystalizátoru a v sekundární chladicí zóně – typ, rozmístění a provozní parametry chladicích trysek) zásadním způsobem ovlivňuje kvalitu a strukturu odlévané oceli [115].

Při plynulém odlévání oceli začíná prvotní nukleace v krystalizátoru na rozhraní krystalizátor–předlitek. U povrchu předlitku je struktura oceli tvořena vrstvou jemných rovnoosých dendritů. Pod touto vrstvou (ve směru do jádra předlitku) se nachází pásmo tvořené sloupcovitými dendrity, které „rostou“ ve směru nejintenzivnějšího odvodu tepla z předlitku, tj. kolmo k jeho povrchu. Jádro předlitku je pak obvykle tvořeno oblastí rovnoosých dendritů, viz obrázek 2.7. Oblast tvořená rovnoosými dendrity v jádře předlitku je tím větší, čím je menší přehřátí taveniny [92]. Jednou z možností, jak zvětšit oblast tvořenou rovnoosými dendrity a naopak zmenšit méně žádoucí oblast sloupcovitých dendritů je použití elektromagnetického míchání, viz kapitola 1. Jemnost dendritické struktury se často vyjadřuje pomocí parametru *dendritic arm spacing* (DAS), který se typicky zmenšuje se vzrůstající intenzitou ochlazování [92]. Parametr DAS charakterizující solidifikaci je možné rovněž vložit do solidifikačních mo-

delů stanovujících termofyzikální vlastnosti oceli, např. do software IDS uvedeného v oddíle 4.2.1.

2.4 Přísadové prvky a jejich vliv na vlastnosti oceli

Při výrobě oceli je pozornost soustředěna především na přísady, které mohou nepříznivým způsobem ovlivnit jakost a kvalitu vyráběné oceli. Jedná se zejména o síru, fosfor, arsen, dusík a vodík. Vliv těchto prvků lze omezit přísadami jiných kovových prvků. Obecně lze příměsi k soustavě železo–uhlík rozdělit na prvky doprovodné (škodlivé: O₂, P, S, N₂, H₂ a prospěšné: Mn, Si, Al) a přísadové. Přísadové prvky (např. Ni, Cr, Ti, Mn, Al, Si, V, W, Co, Mo, Nb) jsou do oceli přidávány úmyslně z důvodu dosažení změn mechanických nebo technologických vlastností oceli, např. zvýšení pevnosti, tvrdosti, obrobitelnosti apod. [14, 92, 129, 130].

Přísadové a doprovodné prvky lze rovněž rozdělit podle jejich vlivu na stabilitu feritu (např. Cr, Si, W, Mo, V, P, Ti, Al, ...) a austenitu (Mn, Ni, Cu, N, ...). Dominantní obsah prvků stabilizujících austenit (např. v případě nerezových ocelí) napomáhá zachovat austenitickou strukturu až do nízkých teplot [92].

Obsahem tohoto oddílu je stručný přehled, charakteristika a vlivy nejdůležitějších přísadových prvků v oceli. Podrobnější informace včetně způsobů a metod pro regulaci (zejména snížení) obsahu jednotlivých přísadových prvků v oceli lze nalézt např. v [125, 135, 130, 179].

Uhlík hraje velmi důležitou roli při výrobě oceli, protože konečný obsah uhlíku významně ovlivňuje mechanické (např. mez kluzu, pevnosti, tvrdost) i technologické (např. svařitelnost) vlastnosti vyráběné oceli. Při výrobě surového železa a oceli je uhlík obsažen ve vsázce a koksu, který se užívá jako paliva a redukčního činidla [179, 125].

Kyslík je při výrobě oceli nezbytným prvkem, ale ve finálním produktu je vždy naprosto nežádoucí. Se silnými dezoxidovadly vytváří kyslík stabilní oxidy. Jejich tvar a rozdělení má stejně jako u sulfidů vliv na vlastnosti materiálu. Tvrdé vměstky oxidu hlinitého zhoršují obrobitelnost a shluky oxidických vměstků mohou být iniciátory trhlin při cyklickém namáhání [135]. Kyslík se spolu se sírou řadí mezi hlavní původce vměstků v oceli. Tekutá ocel je rovněž vystavena oxidaci při působení vzduchu a v něm obsaženého kyslíku během odpichu a lití, přičemž toto okysličení mohou kompenzovat exogenní vměstky z vyzdívkových materiálů [125].

Fosfor se do železa a oceli dostává zejména z železné rudy, případně z fosforaté strusky. Vliv fosforu na vlastnosti oceli je převážně negativní, což vede ke snaze o minimalizaci obsahu fosforu ve vyráběné oceli. Pouze při nízkém obsahu uhlíku 0,01 % zvyšuje fosfor tažnost, ale při vyšším obsahu uhlíku naopak fosfor zvyšuje křehkost. Obecně se požaduje obsah fosforu ve vyrobené oceli do 0,03 %. Avšak u některých ocelí (automatových a s nízkým obsahem uhlíku) obsah fosforu přibližně 0,1 % zlepšuje některé statické mechanické vlastnosti, např. mez kluzu a tažnost [130, 125]. U vysoce pevných ocelí snižuje fosfor mez únavy, ale zvyšuje sklon ke vzniku trhlin, prasklin a křehkých lomů [135]. Působení fosforu v oceli je tím nepříznivější, čím vyšší je obsah uhlíku v oceli. Odfosfoření a regulace obsahu fosforu v oceli je důležitou složkou sekundární metalurgie [130, 179].

Síra je v oceli nežádoucím prvkem, protože při překročení rozpustnosti síry v tavenině vznikají vměstky síry, které výrazně zvyšují křehkost a snižují houževnatost oceli. V odlitcích zvyšuje přítomnost síry příčinu vzniku trhlin a ztráty tvárlosti [125, 179]. Zdrojem síry je zejména

vsázka a také struskotvorné přísady. Při normální teplotě je rozpustnost síry v železe velmi nízká a její nadbytek tvoří s jinými prvky sulfidy. Síra může být příčinou lámavosti za červeního žáru, zhoršuje svařitelnost a korozivzdornost [135]. Odsíření oceli je stejně jako odfosfoření důležitou složkou sekundární metalurgie [130, 179].

Dusík a jeho přítomnost v oceli má velmi škodlivý vliv na vlastnosti běžných nelegovaných a nízkolegovaných ocelí. Dusík způsobuje křehnutí a stárnutí oceli a při určitých koncentracích dusíku a hliníku dochází ke vzniku lasturových lomů. Zhoršení některých materiálových vlastností, např. vrubové houževnatosti nebo tažnosti, je způsobeno tvorbou nitridů [179]. Nicméně dusík lze využít jako legující přísadu u některých vysoce legovaných ocelí díky jeho austenitotvornosti [125, 179].

Vodík je v oceli nežádoucí, protože způsobuje zhoršení plastických vlastností (zejména houževnatosti) bez zvýšení pevnosti. Ve vyšších koncentracích může vodík během tuhnutí způsobovat bubliny [179]. Obsah vodíku v oceli se obtížně reguluje a jeho vyšší obsah je příčinou vážných vad, např. stvolových vycezenin při tuhnutí oceli a při chladnutí již ztuhlé oceli je vodík hlavní příčinou vzniku tzv. vloček¹⁰ [130].

Mangan je v hutnických procesech významným a žádaným prvkem. Mangan v koncentraci 0,3 až 1 % příznivě ovlivňuje houževnatost, protože napomáhá vyloučení sulfidů, čímž dochází ke snížení jejich nepříznivého vlivu [135]. Dodáním nižšího obsahu manganu do oceli se dosahuje velmi výrazné prokalitelnosti a při vyšším obsahu manganu dochází díky jeho austenitotvornosti k tvorbě austenitických ocelí [130]. Mangan se rozpouští ve feritu, čímž dochází ke zvýšení pevnosti a tvrdosti při zachování plastických vlastností. Mangan rovněž způsobuje rozšíření oblasti austenitu, což má za následek zjemnění lamel cementitu v perlitu [125, 135].

Křemík se v hutnictví uplatňuje jako legující prvek pro některé oceli a chemicky odolné litiny. Křemíku se používá jako slitinového prvku při výrobě dynamových a transformátorových ocelí, protože křemík v obsahu až do 4,6 % zlepšuje magnetické vlastnosti. Přítomnost křemíku v oceli zlepšuje některé mechanické vlastnosti, ale snižuje tvářitelnost, tepelnou a elektrickou vodivost [130]. Křemík zvyšuje pevnost a mez kluzu, spolu s manganem podporuje za zvýšených teplot segregaci, např. fosforu. Přítomnost křemíku také snižuje kritickou rychlost ochlazování¹¹ [135].

Hliník se využívá při výrobě oceli při srážecí deoxidaci a jako slitinové přísady. Při deoxidaci hliník ovlivňuje prostřednictvím vměstků a svého přebytku některé vlastnosti oceli, s čímž je ale také spojena problematika jeho vyhořování a způsoby jeho přidávání do oceli. Díky vysoké afinitě hliníku k dusíku je možné hliník využít k vytváření tvrdých nitridů a nitridačních ocelí a při výrobě žárovzdorných ocelí [130].

Vápník je ve slitinách železa nerozpustný. Sloučeniny vápníku, např. silicid vápníku, je možné použít jako přísad k regulaci tvarů vměstků, které vzniknou při dezoxidaci hliníkem, čímž lze dosáhnout zlepšení mechanických vlastností [130]. Vápník ve formě karbidu vápníku je možné využít k odsíření [130].

¹⁰vada, při které vznikají vnitřní trhliny

¹¹rychlost ochlazování při tepelném zpracování, kdy dochází k potlačení difuzních pochodů a vzniku např. martenzitu

Měď se do oceli dostává nejčastěji ze špatně vytríděného kovového šrotu, případně také z rudy. Přidáním mědi lze dosáhnout zvýšené odolnosti proti korozi u konstrukčních ocelí, přičemž obsah mědi nesmí přesáhnout 0,4 %, kdy dochází ke snížení tvárnosti. Měď je nežádoucí přísadou při výrobě měkké magnetické oceli, protože způsobuje stárnutí [130].

Legovací přísady (tzv. legury) se do oceli přidávají pro zlepšení mechanických i technologických vlastností. Obsah legur v oceli může být velmi malý (setiny wt. %) až významný (desítky wt. %). Při vyšším obsahu legujících prvků již nehovoříme o ocelích, ale o slitinách [130]. Přidáním chromu, niklu, manganu, křemíku, vanadu, molybdenu a wolframu lze dosáhnout zlepšení mechanických vlastností bez výrazného snížení houževnatosti. Přítomnost chromu, molybdenu, vanadu a wolframu zvyšuje tvrdost a snižuje opotřebení oceli díky vzniku tvrdých karbidů. Zvýšení koroziodolnosti lze dosáhnout přidáním niklu, chromu, mědi, křemíku a molybdenu. Molybden, vanad, chrom a wolfram zvyšují žárovečnost oceli. Zlepšení prokalitelnosti je možné dosáhnout přidáním vanadu, chromu, manganu, molybdenu a chromu. Křemík a nikl také přispívají ke zvýšení odolnosti proti oxidaci oceli [135].

3

Matematický model teplotního pole plynule odlévaného předlitku

V současné době vedou požadavky na zvyšování kvality, snižování nákladů a zlepšení efektivnosti a konkurenceschopnosti k nutnosti optimálního řízení zařízení pro plynulé odlévání. Toho není možné dosáhnout bez implementace numerických modelů pro řešení teplotních polí odlévaných předlitků, protože není možné zkoumat a ověřovat nastavení lícího stoje a dalších vlivů experimentálně přímo během výroby při provozu ZPO. Numerické modely teplotního pole jsou tedy následně využity metodami optimálního řízení a optimalizačními algoritmy pro stanovení optimálních parametrů ZPO při daném stavu zařízení a dalších okolností.

Implementací modelů teplotního pole a jejich použití v problematice plynulého odlévání oceli se zabývala řada autorů, viz např. modely solidifikace a teplotního pole plynulého odlévání např. [104, 46, 158, 47, 182], implementace automatického chladicího systému sekundární zóny sochorového ZPO např. [21], model chladicího systému plynulého odlévání např. [128], modelování a optimalizace provozu ZPO genetickým algoritmem [151], numerická analýza sekundárního chlazení ZPO [26], numerická analýza tepelných procesů v krystalizátoru např. [19]. Autor dizertační práce mnohé své výsledky vývoje a implementace matematických modelů pro plynulé odlévání a jejich použití pro analýzu tepelného chování předlitku při plynulém odlévání již publikoval [A11, A1, A12, A18, A13, A14, A15, A17].

3.1 Model teplotního pole s fázovými změnami

Z fyzikálního hlediska se při plynulém odlévání a jeho numerickém modelování jedná o problematiku přenosu tepla a látky v nestacionárním režimu, ve kterém se uplatňuje především mechanismus kondukce [182, 57, 17]. Ostatní mechanismy vedení tepla, tedy konvektivní a radiční přenos, pak hrají roli především v okrajových podmínkách úlohy [128, 57]. Do numerického modelu je navíc nutné zahrnout i vliv fázových změn, ke kterým při ochlazování oceli dochází. Mezi fázové změny patří změny skupenství, tj. přechod z kapalné fáze do pevné, a změny struktury v pevném stavu¹. Důsledkem těchto fázových změn stavu materiálu je vývin latentního tepla, které významně ovlivňuje celý proces solidifikace odlévaného předlitku [163].

Při plynulém odlévání oceli je výchozím stavem tavenina, tj. kapalná fáze. Snížením teploty na teplotu tuhnutí, tzv. teplotu likvidu, dochází ke vzniku pevné fáze – v tavenině začínají

¹např. změna modifikace železa, peritektická přeměna, eutektoidní přeměna atp.

vznikat krystaly kovu. Mezi teplotou likvidu a teplotou tání, tzv. teplotou solidu, koexistují obě fáze současně. Ochlazením pod teplotu solidu je systém tvořen pouze pevnou fází [163].

Licí stroj je obvykle konstruován tak, že teplotní pole předlitku je možné považovat za symetrické vzhledem k podélné rovině procházející osou předlitku, viz obrázek 3.1. Z tohoto důvodu je postačující se zabývat symetrickou polovinou odlévaného předlitku s vhodně ošetřenou okrajovou podmínkou v rovině symetrie, viz níže oddíl 3.2.

Pro matematické modelování teplotního pole² materiálu s fázovou přeměnou existuje několik metod. Mezi nejrozšířenější³ patří metody entalpie a efektivní tepelné kapacity [163].

3.1.1 Metoda entalpie

Tato metoda je založena na použití termodynamické funkce objemové entalpie H , která umožňuje zahrnout vývin latentního tepla skupenských a strukturálních změn. Objemová entalpie je definována vztahem [163, 123, 166]

$$H(T) = \int_{T_{\text{ref}}}^T \left(\rho c - \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial \theta} \right) d\theta, \quad (3.1)$$

kde ρ je hustota, L_f je latentní teplo fázové přeměny, f_s je zlomek podílu tuhé fáze⁴ a T_{ref} je zvolená referenční teplota. Dle vztahu (3.1) je objemová entalpie funkce rostoucí s teplotou. Sklon funkce entalpie, tj. směrnice tečny $\frac{\partial H}{\partial T}$ ke grafu entalpie, je výrazně větší v teplotních rozmezí změn skupenství a struktury než vně těchto teplotních intervalů, viz obrázek 4.1. Tento prudký růst entalpie je spjatý s vývinem latentního tepla fázových změn.

Zavedením objemové entalpie do rovnice vedení tepla a přidáním členu $v_z \frac{\partial H}{\partial z}$ zohledňující pohyb předlitku v licím stroji lze odvodit⁵ Fourierovu-Kirchhoffovu rovnici [170, 182, 163], která popisuje teplotní pole odlévaného předlitku v kartézských souřadnicích:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + v_z \frac{\partial H}{\partial z}, \quad (3.6)$$

²tj. teploty jako funkce času a prostorových proměnných, tj. $T = T(x, y, z, t)$, resp. $T = T(r, \phi, \theta, t)$

³dalšími metodami jsou např. metoda front tracking (viz např. [85, 70]), nebo metoda zotavující se teploty (temperature recovery method, viz např. [172])

⁴tzv. solid fraction

⁵odvození Fourierovy-Kirchhoffovy rovnice vychází z rovnice nestacionárního vedení tepla

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q}_{\text{gen}}, \quad (3.2)$$

kde c je měrná tepelná kapacita a \dot{q}_{gen} je vnitřní zdroj tepla. Zdrojem tepla při ochlazování předlitku je fázová přeměna doprovázená v případě ochlazování uvolněním latentního tepla. Protože v případě oceli je množství latentního tepla fázové přeměny konstantní a zlomek podílu tuhé fáze f_s je pouze funkcí teploty [166, 123], pak platí

$$\dot{q}_{\text{gen}} = \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial t}, \quad (3.3)$$

kde L_f je latentní teplo fázové přeměny. Úpravou výchozí rovnice (3.2) platí

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \dot{q}_{\text{gen}} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\rho c - \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.4)$$

a zdiferencováním definičního vztahu (3.1) dostáváme

$$\frac{\partial H}{\partial T} = -\rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial T} + \rho c. \quad (3.5)$$

Substitucí vztahu (3.5) do rovnice (3.2) a přidáním členu $v_z \frac{\partial H}{\partial z}$ zohledňujícího pohyb taveniny v předlitku získáváme Fourierovu-Kirchhoffovu rovnici (3.6).

kde $T(x, y, z, t)$ je teplota v bodě (x, y, z) a čase t , $H(x, y, z, t)$ představuje entalpii v bodě (x, y, z) a čase t , k je tepelná vodivost a v_z je lící rychlost ve směru liti⁶, tj. osy z .

V případě radiálního ZPO je vhodné Fourierovu-Kirchhoffovu rovnici (3.6) pro obloukovou část transformovat zavedením cylindrických souřadnic⁷ (r, ϕ, ω) na tvar

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial \omega} \left(k \frac{\partial T}{\partial \omega} \right) + v_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial \phi}. \quad (3.7)$$

3.1.2 Metoda efektivní tepelné kapacity

Principem metody efektivní tepelné kapacity je zahrnutí latentního tepla fázových přeměn do měrné tepelné kapacity materiálu, která se nazývá efektivní tepelná kapacita [163] a lze ji definovat pomocí entalpie jako

$$c_{\text{eff}} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial H}{\partial T} = c - L_f \frac{\partial f_s}{\partial T}. \quad (3.8)$$

Substitucí definičního vztahu efektivní kapacity do rovnice (3.4) a přidáním členu $v_z c_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z}$ zohledňující pohyb předlitku lícím strojem získáváme rovnici

$$\rho c_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + v_z \rho c_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (3.9)$$

kteřá popisuje tepelné chování předlitku v kartézských souřadnicích. Transformací rovnice (3.7) do cylindrických souřadnic pro popis obloukové části předlitku lze odvodit

$$\rho c_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial \omega} \left(k \frac{\partial T}{\partial \omega} \right) + v_\phi \rho c_{\text{eff}} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi}. \quad (3.10)$$

V obou výše popsáních metodách entalpie a efektivní tepelné kapacity jsou ve výše uvedeních rovnicích zahrnuty mimo jiné rovněž tepelné toky ve směru liti, tj. v podélné ose předlitku. Podrobnější analýzou s využitím podobnostních čísel (Pécletova a Biotova) lze ukázat, že v případě plynulého odlévání oceli⁸ jsou konduktivní tepelné toky ve směru liti řádově menší než ostatní toky a je možné je zanedbat [157]. Tento přístup je základem pro implementaci tzv. *slice* modelů [152], které řeší teplotní pole ve 2D příčném řezu, který se „posouvá“ lící rychlostí ve směru liti.

3.2 Počáteční a okrajové podmínky matematického modelu teplotního pole

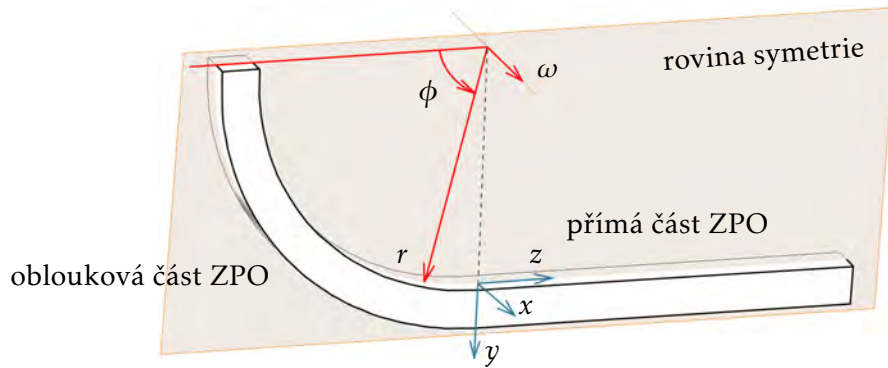
Protože je rovnice (3.6), resp. (3.7), popisující nestacionární tepelné chování předlitku parciální diferenciální rovnicí druhého řádu, je nutné ke korektní formulaci matematického modelu doplnit rovnici (3.6), resp. (3.7), počáteční a okrajovými podmínkami [38, 57, 17, 79].

Jak již bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, za hlavní mechanismus přenosu tepla uvnitř odlévaného předlitku je považována kondukce (vedení) a přenos hmoty je zanedbáván. Ostatní mechanismy přenosu tepla – konvekce (přenos tepla proudící tekutinou) a radiace (záření) hrají důležitou roli v okrajových podmínkách úlohy [182, 128, 57].

⁶pohyb taveniny ve směrech souřadných os x a y , které jsou kolmé na směr liti ve směru osy z , lze zanedbat a tedy $v_x = v_y = 0$

⁷mezi kartézskými a cylindrickými souřadnicemi platí vztahy $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$, $z = \omega$, detaily transformace Fourierovy-Kirchhoffovy rovnice do cylindrických souřadnic viz [57, kapitola 2]

⁸např. pro plynulé odlévání hliníku uvedené tvrzení neplatí [157]



Obrázek 3.1: Kartézský a cylindrický souřadný systém na radiálním ZPO.

Poznámka k označení souřadnic. Z důvodu použití kartézského a cylindrického souřadného systému v popisu matematického modelu bude v této části textu věnované počáteční a okrajovým podmínkám pro přehledný zápis souřadnic souřadného systému používán vektor \mathbf{x} . V přímé části ZPO, která využívá kartézský souřadný systém (viz obrázek 3.1), pak platí, že složky vektoru \mathbf{x} jsou kartézské souřadnice: $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$. V obloukové části ZPO popisované cylindrickým souřadným systémem (viz obrázek 3.1) jsou pak složky vektoru \mathbf{x} cylindrické souřadnice, tj. $\mathbf{x} = (r, \phi, \omega)^T$.

Počáteční podmínka. Protože matematický model teplotního pole odlévaného předlitku popisuje nestacionární děj v čase, je nutné pomocí počáteční podmínky [38, 57]

$$T(\mathbf{x}, t = 0) = T_0(\mathbf{x}) \quad (3.11)$$

definovat stav předlitku, tj. teplotu v každém jeho bodě $T(\mathbf{x}, 0)$, v počátečním okamžiku $t = 0$, kdy začínáme proces odlévání a solidifikace předlitku sledovat.

Okrajové podmínky. Pro popis tepelné interakce odlévaného předlitku s okolím se používají okrajové podmínky, které lze kategorizovat do pěti základních skupin dle veličiny a mechanismu přenosu tepla, které se v nich uplatňují [38, 17, 97].

- Okrajovou podmínkou *I. druhu*, rovněž nazývanou podmínkou *Dirichletovou* [38, 17], je předepsána teplota na povrchu tělesa ve tvaru $T(\mathbf{x}, t)|_{\text{povrch}} = f(\mathbf{x}, t)$. Tento typ podmínky se v matematickém modelu uplatňuje v okrajové podmínce (3.12) předepisující teplotu na menisku, která je rovna lící teplotě T_ℓ ,

$$T(\mathbf{x}, t)|_{\text{meniskus}} = T_\ell. \quad (3.12)$$

- Okrajová podmínka *II. druhu*, která je často nazývána podmínkou *Neumannovou* [38, 57], určuje měrný tepelný tok \dot{q} na povrchu tělesa. Podle Fourierova zákona lze tuto podmínku formulovat jako $-k \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = \dot{q}(\mathbf{x}, t)$. Speciálním případem je pak tepelně izolovaný povrch, kdy $\dot{q} = 0$. Neumannova okrajová podmínka se v modelu vyskytuje v podmínce (3.13) popisující odvod tepla z krystalizátoru

$$-k \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = \dot{q}(\mathbf{x}, t) \quad (3.13)$$

a v podmínce (3.14), která je použita v rovině symetrie předlitku (viz oddíl 3.1 a obrázek 3.1) a v místě dělení předlitku na výstupní části ZPO (viz dělicí zařízení, oddíl 1.4 a obrázek 1.8),

$$-k \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = 0. \quad (3.14)$$

- Okrajová podmínka III. druhu, nazývaná také podmínkou *Newtonovou* nebo *Robinovou* [38, 17], popisuje přenos tepla *konvekcí* na rozhraní povrchu tělesa a pohybující se tekutiny podle vztahu $-k \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = h(T - T_\infty)$.

Podle původu pohybu tekutiny podél povrchu rozlišujeme konvekci *přirozenou* (volnou), kdy je pohyb tekutiny způsoben gravitačním polem a současným gradientem hustoty v tekutině, a konvekci *nucenou*, při které je pohyb tekutiny vyvoláván vnější silou [57]. V okrajových podmínkách modelu teplotního pole předlitku se vyskytují oba typy konvekce: nucená konvekce pod chladicími tryskami v sekundární zóně a volná konvekce mezi tryskami a vodícími válci v sekundární a terciární chladicí zóně. Kvantitativně se uvedené dva typy konvekce odlišují především velikostí součinitele přestupu tepla h : u přirozené konvekce se h pohybuje v řádu desítek $\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$, zatímco u nucené konvekce běžně dosahuje hodnot v řádu tisíců $\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$ [17].

Do podmínky III. druhu se obvykle zahrnuje i přenos tepla z předlitku *radiací* (zářením, sáláním), který je na základě Stefanova-Boltzmannova zákona [57] kvantitativně popsán vztahem $-k \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = \sigma \varepsilon (T^4 - T_\infty^4)$, kde σ je Stefanova-Boltzmannova konstanta a ε je emisivita povrchu. Okrajovou podmínku v sekundární a terciární chladicí zóně lze tedy souhrnně zapsat jako kombinaci konvektivního a radiačního mechanismu přenosu tepla,

$$-k \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = h(T - T_\infty) + \sigma \varepsilon (T^4 - T_\infty^4). \quad (3.15)$$

Radiační složku $\sigma \varepsilon (T^4 - T_\infty^4)$ je možné také vyjádřit⁹ pomocí redukovaného součinitele přestupu tepla [182]

$$h_{\text{red}} = \sigma \varepsilon (T + T_\infty) (T^2 + T_\infty^2) \quad (3.16)$$

a okrajová podmínka (3.15) tedy přejde do tvaru

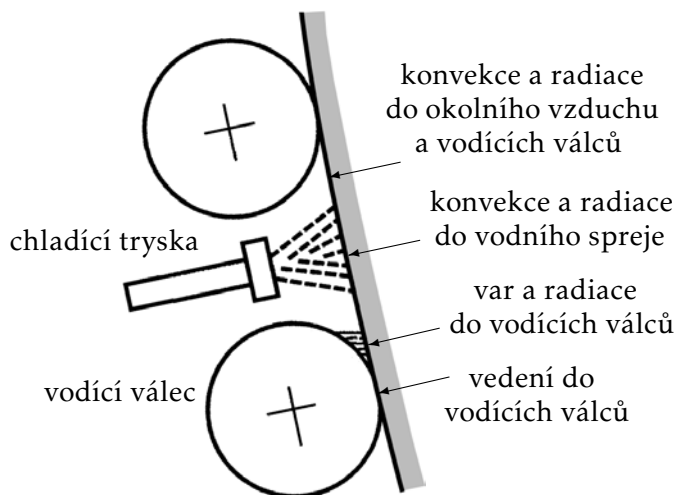
$$-k \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = (h + h_{\text{red}}) (T - T_\infty). \quad (3.17)$$

Schématické znázornění mechanismů přenosu tepla v sekundární zóně ZPO je uvedeno na obrázku 3.2. Obrázek 3.3 schématicky ilustruje průběh povrchové teploty v sekundární zóně v závislosti na poloze vzhledem k chladicím tryskám a vodícím válcům.

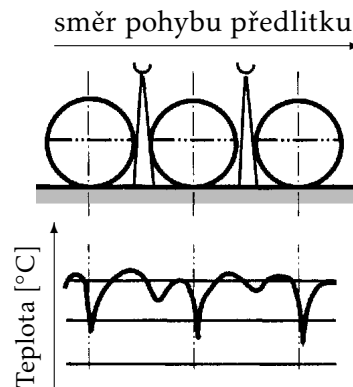
V místě kontaktu vodících válců se pro kvantifikaci přenosu tepla z povrchu obvykle používá předepsání odváděného tepelného toku do válce okrajovou podmínkou II. druhu (viz vztah (3.13)). Jinou možností je v místě dotyku válce s předlitkem uvažovat fiktivní přenos tepla konvekcí podle vztahu $-k \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = h_{\text{válec}} (T - T_\infty)$ a koeficient přestupu tepla $h_{\text{válec}}$ se poté určí empirickým vztahem, např. viz [202, 128].

- Podmínka IV. druhu se používá pro popis přenosu tepla na rozhraní styku dvou těles A a B [97]. Podle průběhu teploty na rozhraní lze rozdělit styk těles na (a) *dokonalý*, při kterém je teplota v místě styku spojitou veličinou, platí $-k_A \frac{\partial T_A}{\partial \mathbf{n}_A} = -k_B \frac{\partial T_B}{\partial \mathbf{n}_B}$ a tedy v místě styku $T_A = T_B$, a (b) *nedokonalý*, při kterém je teplota v místě styku nespojitá z důvodu

⁹s využitím algebraického rozkladu $(T^4 - T_\infty^4) = (T^2 - T_\infty^2)(T^2 + T_\infty^2) = (T - T_\infty)(T + T_\infty)(T^2 + T_\infty^2)$



Obrázek 3.2: Mechanismy přenosu tepla v sekundární zóně [45].



Obrázek 3.3: Průběh povrchové teploty v sekundární zóně [45].

teplotního propadu způsobeného tepelným odporem rozhraní styku těles A a B . Okrajová podmínka IV. druhu se v modelu teplotního pole odlévaného předlitku přímo neuplatňuje.

- Podmínkou V . druhu lze popsat fázovou přeměnu látky, např. změnu skupenství tuhnutím [97, 163]. Na rozhraní fází A a B pak platí $-k_A \frac{\partial T_A}{\partial n_A} = -k_B \frac{\partial T_B}{\partial n_B} + \rho_B L_f \frac{\partial f_B}{\partial t}$, kde f_B je fázový zlomek podílu fáze B . Okrajová podmínka V . druhu se v modelu teplotního pole přímo neuplatňuje, fázová přeměna a vývin latentního tepla jsou modelovány pomocí metod popsaných v oddílu 3.1.

3.3 Geometrické a fyzikální podmínky matematického modelu teplotního pole

Kromě rovnice popisující vlastní děj vedení tepla v předlitku doplněné o počáteční a okrajové podmínky je nutné matematický model teplotního pole odlévaného předlitku dále rozšířit o podmínky geometrické a fyzikální. Souhrnně se podmínky počáteční, okrajové, geometrické a fyzikální nazývají podmínkami *jednoznačnosti* úlohy [97].

1. *Geometrické podmínky* modelu slouží k definici tvaru uvažovaného tělesa, jeho konkrétních rozměrů a rovněž např. k definici povrchů tělesa pro popis okrajových podmínek [97]. V případě teplotního modelu předlitku jsou geometrickými podmínkami např. odlévaný formát a jeho rozměry, poloměr a délka lícího oblouku v případě radiálního ZPO, délka a umístění krystalizátoru, délka sekundární a terciární chladicí zóny, umístění chladicích trysek a vodících válců apod.
2. *Fyzikální podmínky* slouží ke specifikaci fyzikálních, případně termofyzikálních vlastností uvažovaného tělesa [97]. V případě odlévaného ocelového předlitku (viz vztahy (3.6), (3.9), (3.1), (3.8)) se jedná např. o teplotní závislost součinitele tepelné vodivosti, měrné tepelné kapacity, hustoty a entalpie oceli.

Zmíněné termofyzikální vlastnosti jsou v případě oceli závislé kromě teploty také na konkrétním chemickém složení [181]. Proto je nutné tyto materiálové charakteristiky stanovit pro každou značku oceli zvlášť podle konkrétního chemického složení. Nesprávně

určené termofyzikální vlastnosti mohou být příčinou chybné predikce teplotního pole, která může vést dokonce ke ztrátě kvality oceli a tvorbě povrchových vad [37, 181, 32]. Termofyzikální veličiny je možné stanovit experimentálně (pro velké množství odlévaných značek oceli drahé a časově náročné) nebo pomocí numerických solidifikačních modelů, např. IDS [108, 110], viz kapitola 4.

3.4 Metody řešení matematického modelu teplotního pole

Fourierovy-Kirchhoffovy rovnice (3.6) a (3.7), resp. (3.9) a (3.10), doplněné o podmínky jednoznačnosti (počáteční, okrajové, geometrické a fyzikální podmínky; viz oddíly 3.2 a 3.3) popisují chování teploty v každém bodě tělesa a každém časovém okamžiku. Pro stanovení hodnot teploty jako funkce časové a prostorových souřadnic $T(\mathbf{x}, t)$ je nutné výše popsany matematický model vyřešit. Metody řešení parciálních diferenciálních rovnic lze rozdělit na *analytické* a *numerické*.

3.4.1 Analytické metody řešení

Analytickým řešením úlohy je nazýváno řešení $T(\mathbf{x}, t)$, které popisuje *přesné* chování teploty v *každém* bodě tělesa [38]. Analytické metody řešení jsou založeny na postupném použití matematických vztahů a ekvivalentních úprav, které umožňují získat řešení úlohy. Bohužel, analytické metody řešení lze použít pouze pro specifické případy s velmi jednoduchými počáteční, okrajovými a geometrickými podmínkami. Mezi nejznámější analytické metody pro řešení nestacionárních úloh vedení tepla patří např. *metoda separace proměnných*, pomocí které lze sestavit řešení ve tvaru Fourierovy řady [38]; *metody Fourierovy* nebo *Laplaceovy integrální transformace* [38], které transformují parciální diferenciální rovnici na obyčejnou diferenciální rovnici a *metoda soustředěné kapacity*¹⁰ [57, 17, 79] pro úlohy splňující podmínku pro Biotovo číslo¹¹ $Bi \leq \frac{1}{10}$. Analyticky také lze řešit jednoduché případy vedení v polonekonečném pevném tělese [57], jejichž řešení obsahují Gaussovu chybovou funkci¹² $\operatorname{erf} x$. Pro odhad řešení lze využít *princip maxima a minima* [38].

3.4.2 Numerické metody řešení

Analyticky lze řešit úlohy vedení tepla pouze pro specifické případy a proto se v inženýrské praxi používají pro řešení modelu teplotního pole metody *numerické*. Charakteristikou těchto metod je nalezení *přibližného* řešení úlohy v *konečném počtu* předem definovaných bodů tělesa a v předem definovaných časových okamžicích [15, 38, 57, 124].

Pro numerické řešení úloh vedení tepla byla současně s rychlým rozvojem výpočetní techniky v druhé polovině 20. století vyvinuta celá řada numerických metod. Jejich softwarová implementace pak umožňuje vznik numerických modelů, které mohou být následně využity pro řízení provozu ZPO, predikci výroby a vad a především pro optimalizaci provozu ZPO.

¹⁰ang. *lumped capacitance method*

¹¹je bezrozměrné podobnostní číslo vyjadřující poměr tepelných odporů uvnitř a na povrchu tělesa: $Bi = L \frac{h}{k_b}$, kde L je charakteristický rozměr tělesa (obvykle stanoven jako podíl objemu a povrchu tělesa, $L = \frac{V}{S}$), h je koeficient přestupu tepla na povrchu tělesa a k_b je tepelná vodivost tělesa

¹²Gaussova chybová funkce je neelementární funkce definovaná jako

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Metoda konečných diferencí. Jedná se o jednu z nejjednodušších metod, při které je těleso diskretizováno společně s časovou proměnnou do sítě bodů a proto se také tato metoda někdy nazývá metodou sítě. Rovnice je diskretizována v jednotlivých uzlech sítě, přičemž parciální derivace z rovnice a okrajových podmínek jsou nahrazeny Taylorovými rozvoji, ve kterých se zanedbají členy vyšších řádů dle požadované přesnosti, např.

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{i,j,k} \approx \frac{T_{i-1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i+1,j,k}}{\Delta^2 x}, \quad (3.18)$$

kde $T_{i,j,k}$ je teplota v uzlu sítě (i, j, k) a Δx je diskretizační krok v ose x . Diskretizací rovnice ve všech bodech sítě tedy vznikne soustava algebraických rovnic, jejíž řešením je teplota tělesa $T(x, t)$ v uzlech sítě. Výhodou této metody je především její jednoduchost a snadná softwarová implementace. Nevýhodou je především obtížné lokální zjemnění sítě v místech tělesa např. s výskytem velkých teplotních gradientů, kde je požadována vyšší přesnost řešení. Více o metodě konečných diferencí viz např. [132, 57].

Metoda kontrolních objemů. Tato metoda je podobná předchozí metodě konečných diferencí. Principem je rozdělení tělesa na tzv. kontrolní objemy, které mohou být různých velikostí nebo i tvarů dle požadavků na hustotu sítě a přesnost řešení. Po rozčlenění tělesa do množiny disjunktních¹³ kontrolních objemů je pro každý kontrolní objem sestavena rovnice energetické bilance¹⁴ za časovou jednotku podle vztahu

$$\dot{E}_{\text{in}} + \dot{E}_{\text{gen}} - \dot{E}_{\text{out}} = \dot{E}_{\text{st}}, \quad (3.19)$$

kde \dot{E}_{in} je tok energie vstupující do kontrolního objemu z okolních kontrolních objemů za časovou jednotku, \dot{E}_{gen} představuje vnitřní zdroje energie v kontrolním objemu (např. latentní teplo fázových změn) za časovou jednotku, \dot{E}_{out} je tok energie vystupující z kontrolního objemu do okolních kontrolních objemů za jednotku času a \dot{E}_{st} vyjadřuje změnu energie uchované v kontrolním objemu za časovou jednotku. Z bilančních vztahů jednotlivých objemů je pak sestavena soustava algebraických rovnic, jejichž řešením je hledané teplotní pole. Výhodami metody kontrolních objemů jsou zejména fyzikální vzhled do řešení úlohy, relativní jednoduchost metody a její implementace a také možnost tvorby sítě s různou hustotou buněk, viz např. [57, 17, 79, 182]. Pro uvedené výhody bude tato metoda použita pro diskretizaci numerického modelu v této práci, viz oddíl 3.5.

Metoda konečných objemů. Principem této metody je rozdělení tělesa, na kterém se úloha řeší, na tzv. konečné objemy. Rovnice popisující děj je pak zintegrována¹⁵ přes všechny konečné objemy, čímž vzniknou tzv. bilanční rovnice. V těchto rovnicích jsou pak parciální derivace nahrazeny přibližnými numerickými formulami dle požadavků na přesnost a následně jsou integrální operace nahrazeny kvadraturními formulami. Aplikace uvedeného postupu na všechny konečné objemy pak vede na soustavu algebraických rovnic, jejichž vyřešením lze získat hledané řešení. Tato metoda se často používá při řešení úloh z oblasti mechaniky tekutin a kontinua a je základním principem pro oblast CFD (Computer Fluid Dynamics). Více o metodě konečných objemů viz např. [175, 84].

¹³bez vzájemného průniku

¹⁴aplikace zákona zachování energie

¹⁵integrace přes konečné objemy vede obecně na vícerozměrné integrály, které se integrací per-partes částečně transformují na plošné integrály přes hranice konečných objemů za současného snížení řádu derivací

Metoda konečných prvků. Tato metoda je založena na použití tzv. variačního principu a slabé formulace, které jsou z matematického hlediska náročnější než metody konečných diferencí a kontrolních objemů. Základní myšlenkou je rozdělení oblasti na tzv. konečné prvky, pro které je na základě slabé formulace problému sestavena soustava algebraických rovnic pro jednotlivé konečné prvky. Výhodou je možnost volby velikosti prvků podle požadavků uživatele, rychlost a přesnost řešení. Hlavní nevýhodou je zejména složitost metody a nutnost hlubší znalosti matematiky. Metoda konečných prvků se využívá zejména v mechanice těles pro napjatostní výpočty, deformační analýzu a podobné úlohy. Více o metodě konečných prvků viz např. [68, 52].

Metoda hraničních prvků. Principem této metody je převedení úlohy popsané parciální diferenciální rovnicí na řešení hraničních integrálních rovnic, které se řeší nikoliv v celém tělese jako např. u metody konečných prvků, ale pouze na jeho hranici. Hodnoty hledané funkce uvnitř tělesa se pak získají pomocí hodnot na jeho hranici, které jsou řešením hraničních integrálních rovnic. Pro sestavení hraničních integrálních rovnic lze použít např. tzv. přímou formulaci. Hlavní výhodou metody je nutnost diskretizovat pouze hranici studovaného tělesa a možnost řešit i problémy na neohraničených tělesech. Metoda hraničních prvků je využívána podobně jako metoda konečných prvků především v mechanice těles pro napjatostní výpočty, viz např. [153, 9].

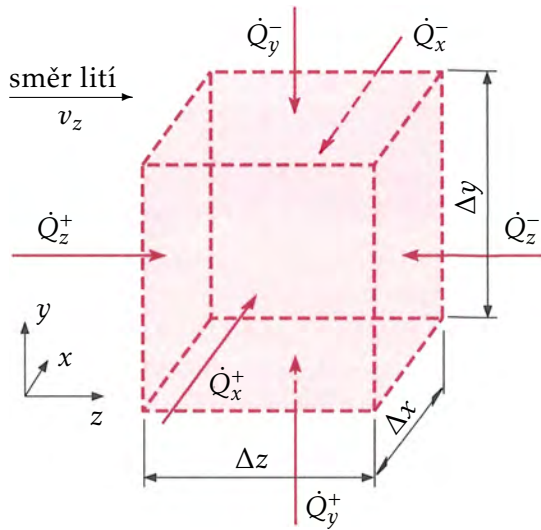
Bezsíťové metody. Tyto tzv. mesh-free metody, které se řadí mezi relativně nové, se od všech výše uvedených vyznačují tím, že pro řešení není nutná diskretizace oblasti na elementy či prvky. Tato vlastnost je velkou výhodou, protože tvorba sítě, tzv. meshování, je často jednou z nejobtížnějších a časově nejnáročnějších částí numerického řešení úlohy. Bezsíťové metody místo sítě vyžadují pouze libovolné rozmístění bodů v řešené oblasti a v těchto bodech se pak konstruuje přibližné řešení. Výhodou tedy je snadné hustší rozmístění bodů do míst, kde je nutné zpřesnit řešení (např. v místech s velkými teplotními gradienty), a naopak řidší rozmístění bodů v místech s malou změnou sledované veličiny. Více o bezsíťových metodách viz např. [162, 88, 127].

Principem bezsíťových metod je zavedení tzv. shape funkcí, pomocí kterých je sestaven tvar řešení úlohy. Dosazením navrženého tvaru řešení do řídicí rovnice úlohy se parciální derivace z neznámé funkce, tj. teploty, transformují na derivace shape funkce, které jsou známé. Tímto postupem lze pro všechny body sestavit algebraické rovnice, které tvoří soustavu. Jejím řešením je pak hledané přibližné řešení úlohy. Výhodou těchto metod je zmíněná možnost libovolného rozmístění bodů v oblasti bez nutnosti meshování. Další výhodou je také jejich rychlost a efektivnost. Nevýhodou je naopak jejich relativní složitost, náročnější matematická podstata a problémy v souvislosti s okrajovými podmínkami úlohy [88].

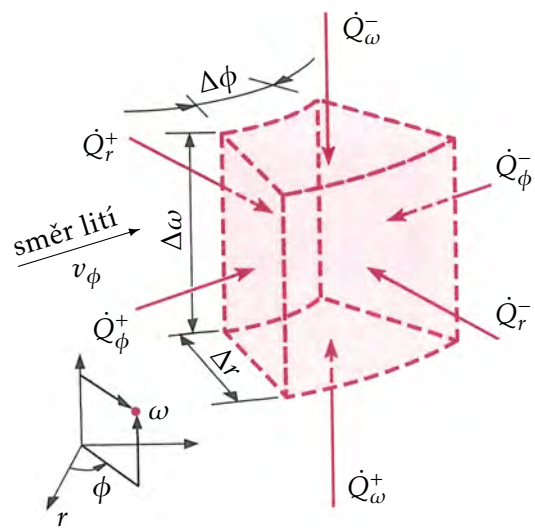
3.5 Numerická diskretizace matematického modelu teplotního pole

V tomto oddílu bude popsána diskretizace teplotního modelu plynule odlévaného předlitku metodou kontrolních objemů (viz oddíl 3.4.2) [57, 17, 79, 182], který je tvořen rovnicemi a podmínkami jednoznačnosti popsanými v oddílech 3.1, 3.2 a 3.3. Metoda kontrolních objemů je zvolena zejména pro její názorné odvození s fyzikálním vzhledem a možnost implementace různé hustoty objemů podle požadavků na přesnost řešení. V této části práce se omezíme na případ diskretizace numerického modelu teplotního pole radiálního ZPO pro sochorový předlitek se čtvercovým průřezem, nicméně uvedenou metodiku odvození diskretizačních rovnic

lze rovněž přímočaře použít i pro předlitky jiného tvaru a průřezu, např. sochorů s kruhovým průřezem nebo bram.



Obrázek 3.4: Kontrolní objem v kartézských souřadnicích [57].



Obrázek 3.5: Kontrolní objem v cylindrických souřadnicích [57].

Protože dopředu nejsou známy směry toků energie kontrolním objemem (tj. zda uvažovanou hranicí kontrolního objemu energie „vtéká“ dovnitř objemu nebo „odtéká“ vně tento objem), je vhodné sestavovat bilanční rovnice s předpokladem, že toky energií všemi hranicemi směřují *dovnitř* objemu. Tento předpoklad je fyzikálně nereálný, ale vede k sestavení konzistentních¹⁶ bilančních rovnic [57]. S využitím tohoto předpokladu se bilanční rovnice (3.19) transformuje na tvar

$$\dot{E}_{\text{in}} + \dot{E}_{\text{gen}} = \dot{E}_{\text{st}} = \frac{\Delta E_{\text{st}}}{\Delta t}, \quad (3.20)$$

kde výraz \dot{Q}_{gen} představuje vnitřní zdroj tepla v kontrolním objemu a člen ΔE_{st} reprezentuje změnu vnitřní energie kontrolního objemu za časový okamžik Δt . V případě kontrolního objemu uvnitř tělesa v kartézském souřadném systému (viz obrázek 3.4) přejde bilanční rovnice (3.20) do tvaru

$$\dot{Q}_x^+ + \dot{Q}_x^- + \dot{Q}_y^+ + \dot{Q}_y^- + \dot{Q}_z^+ + \dot{Q}_z^- + \dot{Q}_{\text{pohyb}} + \dot{Q}_{\text{gen}} = \dot{E}_{\text{st}} = \frac{\Delta E_{\text{st}}}{\Delta t}, \quad (3.21)$$

kde \dot{Q} jsou tepelné toky¹⁷, znaménko + nebo – v horním indexu označuje kladnou, resp. zápornou orientaci toku vzhledem k ose souřadného systému uvedené v dolním indexu, viz obrázek 3.4 a 3.5. Člen \dot{Q}_{pohyb} v bilanční rovnici (3.21) zohledňuje energii vstupující do kontrolního objemu vlivem pohybu předlitku licím strojem. V případě cylindrického souřadného systému (viz obrázek 3.5) použitím na obloukové části ZPO pak bilanční rovnice (3.20) přejde do tvaru

$$\dot{Q}_r^+ + \dot{Q}_r^- + \dot{Q}_\phi^+ + \dot{Q}_\phi^- + \dot{Q}_z^+ + \dot{Q}_z^- + \dot{Q}_{\text{pohyb}} + \dot{Q}_{\text{gen}} = \dot{Q}_{\text{st}} = \frac{\Delta E_{\text{st}}}{\Delta t}. \quad (3.22)$$

¹⁶přestože všechny toky energií směřují „dovnitř“ objemu, je energetická bilance zajištěna znaménkem teplotního gradientu, resp. rozdílu teplot, který je v rovnici zahrnut

¹⁷tj. energie ve formě tepla vstupující během časového okamžiku Δt do kontrolního objemu

Pro tepelné toky v bilančních rovnicích (3.21) a (3.22) lze podle Fourierova zákona $\dot{Q} = -kS\nabla T$ odvodit pro kartézský souřadný systém

$$\dot{Q}_x^+ = k_x \Delta y \Delta z \frac{T_{i-1,j,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta x}, \quad \dot{Q}_x^- = k_x \Delta y \Delta z \frac{T_{i+1,j,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta x}, \quad (3.23)$$

$$\dot{Q}_y^+ = k_y \Delta x \Delta z \frac{T_{i,j-1,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta y}, \quad \dot{Q}_y^- = k_y \Delta x \Delta z \frac{T_{i,j+1,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta y}, \quad (3.24)$$

$$\dot{Q}_z^+ = k_z \Delta x \Delta y \frac{T_{i,j,k-1}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta z}, \quad \dot{Q}_z^- = k_z \Delta x \Delta y \frac{T_{i,j,k+1}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta z} \quad (3.25)$$

a pro cylindrický souřadný systém

$$\dot{Q}_r^+ = k_r \left(r - \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta \phi \frac{T_{i-1,j,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta r}, \quad \dot{Q}_r^- = k_r \left(r + \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta \phi \frac{T_{i+1,j,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta r}, \quad (3.26)$$

$$\dot{Q}_\phi^+ = k_\phi \Delta r \Delta \omega \frac{T_{i,j-1,k}^* - T_{i,j,k}^*}{r \Delta \omega}, \quad \dot{Q}_\phi^- = k_\phi \Delta r \Delta \omega \frac{T_{i,j+1,k}^* - T_{i,j,k}^*}{r \Delta \omega}, \quad (3.27)$$

$$\dot{Q}_\omega^+ = k_\omega r \Delta r \Delta \phi \frac{T_{i,j,k-1}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta \omega}, \quad \dot{Q}_\omega^- = k_\omega r \Delta r \Delta \phi \frac{T_{i,j,k+1}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta \omega}. \quad (3.28)$$

Hvězdičky v horním indexu teplot ve vztazích (3.23)–(3.28) a ve vztazích níže jsou zástupným symbolem pro časový index. V případě použití explicitní metody diskretizace v časové proměnné pak platí $*$ = $\{t\}$, v případě implicitní metody pak $*$ = $\{t + \Delta t\}$.

Člen \dot{Q}_{pohyb} zohledňující pohyb předlitku licím strojem lze pak vyjádřit pro kontrolní objem v kartézském souřadném systému jako

$$\dot{Q}_{\text{pohyb}} = v_z \rho c \Delta x \Delta y \Delta z \frac{T_{i,j,k-1}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta z} \quad (3.29)$$

a pro kontrolní objem v cylindrickém souřadném systému vztahem

$$\dot{Q}_{\text{pohyb}} = v_\phi \rho c r \Delta r \Delta \phi \Delta \omega \frac{T_{i,j,k-1}^* - T_{i,j,k}^*}{r \Delta \phi} \quad (3.30)$$

Pro změnu vnitřní energie kontrolního objemu vlivem změny teploty pak lze podle vztahu $dU = mc_v dT$ odvodit pro kartézský souřadný systém

$$\Delta E_{\text{st}} = \rho c \Delta x \Delta y \Delta z \left(T_{i,j,k}^{t+\Delta t} - T_{i,j,k}^t \right) \quad (3.31)$$

a pro cylindrický souřadný systém

$$\Delta E_{\text{st}} = \rho c r \Delta r \Delta \phi \Delta \omega \left(T_{i,j,k}^{t+\Delta t} - T_{i,j,k}^t \right). \quad (3.32)$$

Posledním nevyjádřeným členem v bilančních rovnicích (3.21) a (3.22) zůstává člen \dot{Q}_{gen} , který představuje vnitřní zdroj tepla kontrolního objemu. V případě modelů pro plynulé odlévání oceli je tímto vnitřním zdrojem latentní teplo fázové přeměny [163]. V následujícím textu budou popsány diskretizace dvou popsaných metod, které umožňují vývin latentního tepla zahrnout do výpočtu: *metoda entalpie* a *metoda efektivní tepelné kapacity*. Podstata a základní principy těchto metod byly vyloženy v oddíle 3.1. V následujícím textu omezíme pouze na explicitní diskretizaci v časové proměnné, která umožňuje počítat hodnoty hledaných veličin postupně a nezávisle na sobě, čímž nabízí vhodné podmínky pro paralelizaci výpočtu, viz kapitola 5.

3.5.1 Diskretizace metodou entalpie

Základním principem tohoto přístupu je zahrnout vývin latentního tepla fázových přeměn do termodynamické funkce objemové entalpie H , která je definována vztahem (3.1), viz oddíl 3.1. Zavedením objemové entalpie do bilančních rovnic dojde k jejich transformaci, člen \dot{Q}_{gen} představující latentní teplo fázových přeměn je včleněn do objemové entalpie a bilanční rovnice pro kartézský souřadný systém (3.21) přejde do tvaru

$$\dot{Q}_x^+ + \dot{Q}_x^- + \dot{Q}_y^+ + \dot{Q}_y^- + \dot{Q}_z^+ + \dot{Q}_z^- + \dot{Q}_{\text{pohyb}}^H = \frac{\Delta E_{\text{st}}^H}{\Delta t} \quad (3.33)$$

a pro člen \dot{Q}_{pohyb}^H zohledňující pohyb předlitku platí

$$\dot{Q}_{\text{pohyb}}^H = v_z \Delta x \Delta y \Delta z \frac{H_{i,j,k-1}^* - H_{i,j,k}^*}{\Delta z}. \quad (3.34)$$

Změnu vnitřní energie ΔE_{st}^H kontrolního objemu v kartézském souřadném systému pak lze vyjádřit jako

$$\Delta E_{\text{st}}^H = \Delta x \Delta y \Delta z (H_{i,j,k}^{t+\Delta t} - H_{i,j,k}^t). \quad (3.35)$$

Bilanční rovnice pro cylindrický souřadný systém (3.22) přejde zavedením objemové entalpie do tvaru

$$\dot{Q}_r^+ + \dot{Q}_r^- + \dot{Q}_\phi^+ + \dot{Q}_\phi^- + \dot{Q}_\omega^+ + \dot{Q}_\omega^- + \dot{Q}_{\text{pohyb}}^H = \frac{\Delta E_{\text{st}}^H}{\Delta t} \quad (3.36)$$

a kde pro člen \dot{Q}_{pohyb}^H popisující pohyb předlitku lícím strojem platí

$$\dot{Q}_{\text{pohyb}}^H = v_\phi r \Delta r \Delta \phi \Delta \omega \frac{H_{i,j,k-1}^* - H_{i,j,k}^*}{r \Delta \phi}. \quad (3.37)$$

Pro změnu vnitřní energie ΔE_{st}^H kontrolního objemu v cylindrických souřadnicích pak platí

$$\Delta E_{\text{st}}^H = r \Delta r \Delta \phi \Delta \omega (H_{i,j,k}^{t+\Delta t} - H_{i,j,k}^t). \quad (3.38)$$

Za předpokladu explicitní diskretizace časové derivace (tj. dosazením za zástupný symbol $*$ = $\{t\}$ ve vztazích (3.23)–(3.28), (3.34) a (3.37)) lze substitucí vztahů (3.23)–(3.25), (3.34) a (3.35) do bilanční rovnice (3.33) odvodit explicitní vztah pro neznámou hodnotu entalpie $H_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ v časovém okamžiku $t + \Delta t$ stanovenou ze známých hodnot veličin v časovém kroku t pro kontrolní objem v kartézských souřadnicích,

$$H_{i,j,k}^{t+\Delta t} = H_{i,j,k}^t + \frac{\Delta t}{\Delta x \Delta y \Delta z} (\dot{Q}_x^+ + \dot{Q}_x^- + \dot{Q}_y^+ + \dot{Q}_y^- + \dot{Q}_z^+ + \dot{Q}_z^-) + v_z \Delta t \frac{H_{i,j,k-1}^t - H_{i,j,k}^t}{\Delta z}. \quad (3.39)$$

Podobně lze substitucí vztahů (3.26)–(3.28), (3.37) a (3.38) do bilanční rovnice (3.36) odvodit explicitní vztah pro výpočet v cylindrických souřadnicích,

$$H_{i,j,k}^{t+\Delta t} = H_{i,j,k}^t + \frac{\Delta t}{r \Delta r \Delta \phi \Delta \omega} (\dot{Q}_r^+ + \dot{Q}_r^- + \dot{Q}_\phi^+ + \dot{Q}_\phi^- + \dot{Q}_\omega^+ + \dot{Q}_\omega^-) + v_\phi \Delta t \frac{H_{i,j,k-1}^t - H_{i,j,k}^t}{r \Delta \phi}. \quad (3.40)$$

V případě diskretizace okrajového kontrolního objemu se vyjádří odpovídající toky v bilančních rovnicích pomocí předepsaných okrajových podmínek.

V krystalizátoru nebo v místě kontaktu vodícího válce s povrchem předlitku, kde je předepsán okrajovou podmínkou (3.13) měrný tepelný tok \dot{q} na povrchu, pak platí např. $\dot{Q}_x^+ = \dot{q}\Delta y\Delta z$ pro kontrolní objem v kartézských souřadnicích a $\dot{Q}_r^+ = \dot{q}(r - \frac{\Delta r}{2})\Delta\phi\Delta\omega$ pro kontrolní objem v cylindrických souřadnicích. Analogicky se provede vyjádření toků v dalších osách souřadného systému.

V případě okrajového kontrolního objemu v oblasti sekundární chladicí zóny, kde je okrajovou podmínkou (3.17) předepsán konvektivní a radiační odvod tepla, pak např. pro tok \dot{Q}_x^+ v kartézském souřadném systému platí $\dot{Q}_x^+ = (h + h_{\text{red}})(T - T_\infty)\Delta y\Delta z$. Pro kontrolní objem v cylindrických souřadnicích a např. tok \dot{Q}_r^+ platí $\dot{Q}_r^+ = (h + h_{\text{red}})(T - T_\infty)(r - \frac{\Delta r}{2})\Delta\phi\Delta\omega$.

Analogickým postupem lze odvodit toky pro další typy okrajových podmínek a po jejich dosazení do bilančních rovnic pak následně odvodit explicitní vztahy výpočet neznámých hodnot entalpií $H_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ v časovém okamžiku $t + \Delta t$.

Postup výpočtu. Počáteční podmínkou (3.11) modelu teplotního pole je určeno teplotní pole předlitku v počátečním čase $t_0 = 0$. Pomocí rovnic (3.39), (3.40) a rovnic odvozených pro okrajové kontrolní objemy se vypočítají hodnoty objemových entalpií $H_{i,j,k}^{t_0+\Delta t} = H_{i,j,k}^{t_1}$ v čase $t_1 = t_0 + \Delta t$ pro všechny kontrolní objemy tělesa. Ze známého vztahu objemové entalpie a teploty konkrétního chemického složení odlévané oceli jsou objemové entalpie $H_{i,j,k}^{t_1}$ přepočteny na hledané teploty $T_{i,j,k}^{t_1}$ v časovém okamžiku t_1 . Tímto přepočtem je výpočtová smyčka uzavřena, teploty $T_{i,j,k}^{t_1}$ jsou v další iteraci použity jako vstupní data pro výpočet hodnot objemových entalpií $H_{i,j,k}^{t_1+\Delta t} = H_{i,j,k}^{t_2}$ v časovém okamžiku $t_2 = t_1 + \Delta t$ a následně jsou opět přepočteny na teploty $T_{i,j,k}^{t_2}$. Toto výpočetní schéma se n -krát opakuje až do výpočtu teplotní pole v koncovém čase t_n . Smyčku výpočtu lze tedy souhrnně charakterizovat jako

$$T^t \rightarrow H^{t+\Delta t} \rightarrow T^{t+\Delta t}. \quad (3.41)$$

3.5.2 Diskretizace metodou efektivní tepelné kapacity

Podstatou této metody je zahrnout vývin latentního tepla fázových přeměn do tzv. efektivní tepelné kapacity c_{eff} , kterou lze definovat pomocí vztahu (3.8), viz oddíl 3.1. Protože je efektivní tepelná kapacita výrazně závislá na teplotě [163], bude v následujícím textu hodnota efektivní tepelné kapacity značena s explicitní závislostí na teplotě T jako $c_{\text{eff}}(T)$. Stejně jako v případě metody entalpie dojde zavedením efektivní tepelné kapacity do bilančních rovnic k jejich transformaci, člen \dot{Q}_{gen} zahrnující vývin latentního tepla fázových přeměn je zahrnut do efektivní tepelné kapacity a bilanční rovnice pro kontrolní objem v kartézských souřadnicích (3.21) přejde do tvaru

$$\dot{Q}_x^+ + \dot{Q}_x^- + \dot{Q}_y^+ + \dot{Q}_y^- + \dot{Q}_z^+ + \dot{Q}_z^- + \dot{Q}_{\text{pohyb}}^{\text{eff}} = \frac{\Delta E_{\text{st}}^{\text{eff}}}{\Delta t} \quad (3.42)$$

a člen $\dot{Q}_{\text{pohyb}}^{\text{eff}}$, který zohledňuje pohyb předlitku licím strojem, je pak

$$\dot{Q}_{\text{pohyb}}^{\text{eff}} = v_z \Delta x \Delta y \Delta z \frac{c_{\text{eff}}(T_{i,j,k-1}^*) \cdot T_{i,j,k-1}^* - c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^*) \cdot T_{i,j,k}^*}{\Delta z}. \quad (3.43)$$

Změnu vnitřní energie $\Delta E_{\text{st}}^{\text{eff}}$ kontrolního objemu v kartézském souřadném systému pak lze vyjádřit jako

$$\Delta E_{\text{st}}^{\text{eff}} = \Delta x \Delta y \Delta z \left(c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^{t+\Delta t}) \cdot T_{i,j,k}^{t+\Delta t} - c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^t) \cdot T_{i,j,k}^t \right). \quad (3.44)$$

Bilanční rovnice pro cylindrický souřadný systém (3.22) přejde zavedením efektivní kapacity do tvaru

$$\dot{Q}_r^+ + \dot{Q}_r^- + \dot{Q}_\phi^+ + \dot{Q}_\phi^- + \dot{Q}_\omega^+ + \dot{Q}_\omega^- + \dot{Q}_{\text{pohyb}}^{\text{eff}} = \frac{\Delta E_{\text{st}}^{\text{eff}}}{\Delta t}, \quad (3.45)$$

kde pro člen $\dot{Q}_{\text{pohyb}}^{\text{eff}}$, který zohledňuje pohyb předlitku licím strojem, platí

$$\dot{Q}_{\text{pohyb}}^{\text{eff}} = v_\phi r \Delta r \Delta \phi \Delta \omega \frac{c_{\text{eff}}(T_{i,j,k-1}^*) \cdot T_{i,j,k-1}^* - c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^*) \cdot T_{i,j,k}^*}{r \Delta \phi}. \quad (3.46)$$

Pro změnu vnitřní energie $\Delta E_{\text{st}}^{\text{eff}}$ kontrolního objemu v cylindrickém souřadném systému pak platí

$$\Delta E_{\text{st}}^{\text{eff}} = r \Delta r \Delta \phi \Delta \omega \left(c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^{t+\Delta t}) \cdot T_{i,j,k}^{t+\Delta t} - c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^t) \cdot T_{i,j,k}^t \right). \quad (3.47)$$

Předpokládejme explicitní diskretizaci časové derivace a tedy dosazení za zástupný symbol $*$ = $\{t\}$ ve vztazích (3.23)–(3.28), (3.43) a (3.46)). Protože je teplota $T_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ neznámá, nelze ji použít jako parametr při výpočtu efektivní tepelné kapacity $c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^{t+\Delta t})$ ve vztazích (3.44) a (3.47). Proto za předpokladu dostatečně malého časového kroku Δt a malého rozdílu teplot $T_{i,j,k}^t$ a $T_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ lze provést přibližné nahrazení

$$c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^{t+\Delta t}) \approx c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^t). \quad (3.48)$$

Pak lze substitucí vztahů (3.23)–(3.25), (3.43) a (3.44) do bilanční rovnice (3.42) s využitím vztahu (3.48) odvodit explicitní vztah pro neznámou hodnotu teploty $T_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ v časovém okamžiku $t + \Delta t$ stanovenou ze známých teplot $T_{i,j,k}^t$: pro kontrolní objem v kartézských souřadnicích platí

$$T_{i,j,k}^{t+\Delta t} = T_{i,j,k}^t + \frac{\Delta t}{\Delta x \Delta y \Delta z} \cdot \frac{1}{c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^t)} \left(\dot{Q}_x^+ + \dot{Q}_x^- + \dot{Q}_y^+ + \dot{Q}_y^- + \dot{Q}_z^+ + \dot{Q}_z^- \right) + v_z \frac{\Delta t}{\Delta z} \left(\frac{c_{\text{eff}}(T_{i,j,k-1}^t)}{c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^t)} T_{i,j,k-1}^t - T_{i,j,k}^t \right). \quad (3.49)$$

Podobně lze substitucí vztahů (3.26)–(3.28), (3.37) a (3.38) do bilanční rovnice (3.36) odvodit explicitní vztah pro výpočet teploty $T_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ kontrolního objemu v cylindrických souřadnicích

$$T_{i,j,k}^{t+\Delta t} = T_{i,j,k}^t + \frac{\Delta t}{r \Delta r \Delta \phi \Delta \omega} \cdot \frac{1}{c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^t)} \left(\dot{Q}_r^+ + \dot{Q}_r^- + \dot{Q}_\phi^+ + \dot{Q}_\phi^- + \dot{Q}_\omega^+ + \dot{Q}_\omega^- \right) + v_\phi \frac{\Delta t}{r \Delta \phi} \left(\frac{c_{\text{eff}}(T_{i,j,k-1}^t)}{c_{\text{eff}}(T_{i,j,k}^t)} T_{i,j,k-1}^t - T_{i,j,k}^t \right). \quad (3.50)$$

V případě diskretizace okrajového kontrolního objemu se vyjádří odpovídající toky v bilančních rovnicích analogicky jako v případě metody entalpie pomocí předepsaných okrajových podmínek, viz oddíl 3.5.1.

Postup výpočtu. Stejně jako v případě metody entalpie je počáteční podmínkou (3.11) určeno teplotní pole předlitku v počátečním čase $t_0 = 0$. Pomocí rovnic (3.49), (3.50) a rovnic odvozených pro okrajové kontrolní objemy pak lze přímo vypočítat hledané teploty $T_{i,j,k}^{t_0+\Delta t} = T_{i,j,k}^{t_1}$ v čase $t_1 = t_0 + \Delta t$ pro všechny kontrolní objemy tělesa. Tímto je výpočtová smyčka uzavřena

a teploty $T_{i,j,k}^{t_1}$ jsou v další iteraci použity jako vstupní data pro výpočet teplot $T_{i,j,k}^{t_1+\Delta t} = T_{i,j,k}^{t_2}$ v časovém okamžiku $t_2 = t_1 + \Delta t$. Toto výpočetní schéma se n -krát opakuje až do výpočtu teplotní pole v koncovém čase t_n . Smyčku výpočtu lze tedy souhrnně charakterizovat jako

$$T^t \rightarrow T^{t+\Delta t}. \quad (3.51)$$

3.5.3 Stabilita explicitní časové diskretizace

Důležitou vlastností explicitní diskretizace v časové proměnné je její *podmíněná stabilita* [57, 124]. Tato vlastnost je hlavní nevýhodou explicitní časové diskretizace, protože prostorové a časové dělení sítě, tj. velikosti prostorových diskretizačních kroků Δx , Δy , Δz a časového diskretizačního kroku Δt jsou vzájemně svázány a určitým způsobem omezeny. Při volbě prostorových diskretizačních kroků Δx , Δy a Δz uživatelem modelu je tedy nutné stanovit velikost diskretizačního kroku v časové proměnné Δt pomocí podmínek stability v závislosti na velikostech Δx , Δy , Δz , přičemž velikost diskretizačního kroku Δt je shora omezená. Se zjemněním prostorové sítě je tedy nutné zmenšit krok Δt , z čehož plyne provést více iterací výpočtu a tedy i vyšší výpočetní náročnost. Porušení podmínek stability vede k nestabilitě nebo dokonce oscilacím řešení.

Podmíněnou stabilitu redukuje použití implicitní metody diskretizace časové proměnné, které jsou sice nepodmíněně stabilní, tj. velikosti diskretizačních kroků nejsou nijak omezeny, ale tyto metody vyžadují řešit *soustavu* vzájemně provázaných algebraických rovnic [17, 57], což je pro velký počet kontrolních objemů výpočetně velmi náročné.

Podmínky stability explicitní metody lze odvodit pomocí explicitních vztahů (3.39), (3.40), (3.49), (3.50). Podmínku stability lze při explicitním vyjádření teploty $T_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ pro kontrolní objem (i, j, k) a časový okamžik $t + \Delta t$ ve tvaru

$$T_{i,j,k}^{t+\Delta t} = \Psi_{i,j,k} T_{i,j,k}^t + \Psi_{i-1,j,k} T_{i-1,j,k}^t + \Psi_{i+1,j,k} T_{i+1,j,k}^t + \Psi_{i,j-1,k} T_{i,j-1,k}^t + \dots \quad (3.52)$$

formulovat jako *nezápornost* koeficientu $\Psi_{i,j,k}$ teploty $T_{i,j,k}^t$ [17], tj. teploty kontrolního objemu (i, j, k) v předchozí časové iteraci t . Pro zaručení stability výpočtu je tedy nutné pro *všechny* kontrolní objemy (i, j, k) splnit podmínku

$$\Psi_{i,j,k} \geq 0. \quad (3.53)$$

Numerická stabilita řešení se obvykle vyjadřuje podmínkou pro časový krok, tj. pro zvolené parametry sítě, materiálu, okrajových podmínek a podobně se určí nejdelší časový krok, který zaručuje numerickou stabilitu. Při numerickém řešení úloh pomocí explicitních časových metod je nutné si uvědomit, že kritérium stability je nutné splnit pro všechny uzly sítě. V úlohách přenosu tepla totiž obvykle platí, že splnění podmínky časové stability pro vnitřní uzel (kontrolní objem) nezaručuje celkovou stabilitu řešení. Důvodem je zejména skutečnost, že stabilita je nejsnáze porušena pro okrajové kontrolní objemy, které jsou „vystaveny“ okrajovým podmínkám. Okrajové kontrolní objemy jsou totiž výrazně citlivější na numerickou stabilitu než vnitřní buňky. V případě plynulého odlévání oceli se toto chování týká zejména povrchových kontrolních objemů, které jsou chlazeny chladicími tryskami v sekundární chladicí zóně s vysokou hodnotou součinitele přestupu tepla. V tomto případě je totiž dosaženo velkých měrných tepelných toků na povrchu předlitku, které jsou funkcí povrchové teploty, čímž způsobují problémy se stabilitou (viz vztah (3.52)). Dalším vlivem, který negativně ovlivňuje stabilitu, je licí rychlost – čím je vyšší, tím menší musí být časový krok výpočtu.

Ze vztahů (3.39), (3.40), (3.49), (3.50) uvedených v oddíle 3.5 lze odvodit následující zjednodušené podmínky pro časové kroky různých typů kontrolních objemů.

Vnitřní kontrolní objem. Vztah (3.52) lze pro vnitřní kontrolní objem rozepsat jako

$$T_{i,j,k}^{n+1} = \underbrace{\left(1 - \frac{2k \Delta t}{\rho c \Delta^2 x} - \frac{2k \Delta t}{\rho c \Delta^2 y} - \frac{2k \Delta t}{\rho c \Delta^2 z} - \frac{v_z \Delta t}{\Delta z}\right)}_{\geq 0} T_{i,j,k}^n + \dots, \quad (3.54)$$

odkud je podmínka pro velikost časového kroku

$$\Delta t \leq \frac{1}{\frac{2k}{\rho c} \left(\frac{1}{\Delta^2 x} + \frac{1}{\Delta^2 y} + \frac{1}{\Delta^2 z} \right) + \frac{v_z}{\Delta z}}. \quad (3.55)$$

Povrchový kontrolní objem s konvekcí. Podobně jako pro vnitřní kontrolní objem lze vztah (3.52) rozepsat pro povrchový kontrolní objem zahrnující konvektivní tepelný tok. Pak pro uvažovaný tok v ose x platí

$$T_{i,j,k}^{n+1} = \underbrace{\left(1 - \frac{k \Delta t}{\rho c \Delta^2 x} - \frac{2k \Delta t}{\rho c \Delta^2 y} - \frac{2k \Delta t}{\rho c \Delta^2 z} - \frac{h \Delta t}{\rho c \Delta x} - \frac{v_z \Delta t}{\Delta z}\right)}_{\geq 0} T_{i,j,k}^n + \dots, \quad (3.56)$$

odkud je podmínka pro velikost časového kroku

$$\Delta t \leq \frac{1}{\frac{k}{\rho c} \left(\frac{1}{\Delta^2 x} + \frac{2}{\Delta^2 y} + \frac{2}{\Delta^2 z} \right) + \frac{h}{\rho c \Delta x} + \frac{v_z}{\Delta z}}. \quad (3.57)$$

Ze vztahů (3.55) a (3.57) lze vyvodit závěry o vlivu jednotlivých parametrů a veličin na numerickou stabilitu, které jsou uvedeny v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1: Vliv termofyzikálních veličin a parametrů na numerickou stabilitu.

Veličina/parametr	Uvažovaná změna	Vliv na stabilitu
Součinitel tepelné vodivosti k	roste	negativní
Hustota ρ	roste	pozitivní
Měrná tepelná kapacita c	roste	pozitivní
Velikost sítě $\Delta x, \Delta y, \Delta z$	zjemnění	negativní
Licí rychlost v_z	roste	negativní
Součinitel přestupu tepla h	roste	negativní

Pro správné určení numerické stability je rovněž nutné si uvědomit, že vztahy (3.55) a (3.57) neuvažují teplotní závislost termofyzikálních veličin, tj. skutečnost, že se jejich hodnota mění v čase s teplotou daného kontrolního objemu. Pro precizní určení podmínek numerické stability je tedy zapotřebí najít nejméně příznivé kombinace hodnot termofyzikálních veličin, tj. hledat maxima veličin, které negativně ovlivňují stabilitu při svém růstu a minima veličin, které pozitivně ovlivňují stabilitu při svém růstu, viz tabulka 3.1. Z výše uvedeného tedy plyne, že časový krok zajišťující úplnou numerickou stabilitu je nejmenší časový krok ze všech časových kroků $\Delta t_{i,j,k}$ stanovených pro jednotlivé kontrolní objemy (i, j, k) , tj.

$$\Delta t = \min_{i,j,k} \{\Delta t_{i,j,k}\}. \quad (3.58)$$

3.6 Srovnání metod entalpie a efektivní tepelné kapacity a jejich implementace

Metoda entalpie zavádí do rovnice popisující tepelné chování předlitku novou veličinu – objemovou entalpii, která je spolu s teplotou také neznámou veličinou. Aby bylo možné rovnici (3.6), resp. (3.7), vyřešit, je nutné model doplnit o vzájemný vztah mezi teplotou a entalpií. Závislost teplota-entalpie je pro značky ocelí s odlišným chemickým složením obecně různá a proto je nutné tuto závislost stanovit podle chemického složení oceli pomocí numerických solidifikačních modelů (např. programový balík pro analýzu solidifikace IDS, viz [110]) nebo experimentálně, což je časově i finančně náročné. Z důvodu dvou neznámých v rovnici je následně nutné numerický výpočet teploty provádět s mezivýpočtem entalpie podle schématu $T^t \rightarrow H^{t+\Delta t} \rightarrow T^{t+\Delta t}$, což prodlužuje výpočetní dobu a zvyšuje nároky na výpočetní výkon. Navíc je vztah teplota-entalpie obvykle znám nikoliv jako funkční závislost, ale jako sada tabelovaných hodnot [182]. Z tohoto důvodu je nutné používat sofistikované vyhledávací algoritmy $H \rightarrow T$, protože určení teploty z hodnoty entalpie je nutné provést v každém časovém kroku pro každý kontrolní objem modelu, kterých je až několik milionů. Díky nutnosti přepočtu je také obtížné implementovat implicitní diskretizační schéma v časově proměnné. Výhodou ve srovnání s metodou efektivní kapacity jsou pak lepší numerická stabilita a vyšší přesnost [116, 163].

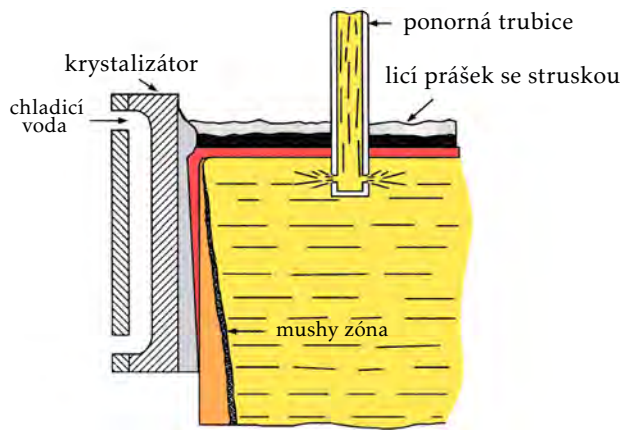
Metoda efektivní kapacity umožňuje řešit úlohy vedení tepla přímo zavedením efektivní tepelné kapacity podle schématu $T^t \rightarrow T^{t+\Delta t}$. Přímý výpočet je hlavní výhodou této metody ve srovnání s metodou entalpie. Touto vlastností je současně umožněno případné použití implicitní časové diskretizace, avšak z důvodu velké variability efektivní tepelné kapacity na teplotě je velikost časového kroku Δt z důvodu přesnosti limitována [163]. Rovněž nutnost řešit v případě implicitního schématu soustavu algebraických rovnic místo postupného řešení jednotlivých diskretizačních rovnic je výpočetně náročné a především limituje možnost paralelizace výpočtu. Nevýhodou ve srovnání s metodou entalpie jsou horší numerická stabilita a nižší přesnost [116, 163].

3.7 Modelování přenosu tepla v krystalizátoru

Jak již bylo zmíněno v kapitole 1, krystalizátor patří mezi klíčové uzly lícího stroje pro plynulé odlévání. V krystalizátoru dochází k počátečnímu odvodu tepla z taveniny a vzniká zde tuhá fáze na povrchu předlitku, která je zásadní pro celkovou finální kvalitu předlitku. Mechanické napětí, které v předlitku vzniká při průchodu krystalizátorem, je nutno minimalizovat z důvodu zamezení vzniku mikrotrhlin [45].

Odvod tepla z krystalizátoru je komplexním jevem zahrnující různé fyzikální procesy, viz obrázek 3.6. Na povrchu stěn krystalizátoru vznikají vrstvy¹⁸ strusky, které brání přímému styku taveniny s povrchem krystalizátoru a zhoršují odvod tepla z předlitku. Za určitých podmínek může také docházet k nesouvislému kontaktu předlitku se stěnami krystalizátoru, jehož výsledkem je vznik vzduchových/plynových mezer (kapes), které jsou dalším tepelným odporem a zhoršují odvod tepla z krystalizátoru [45].

¹⁸v horní části krystalizátoru u menisku se tvoří ztuhlá i tekutá vrstva strusky, zatímco v dolní části krystalizátoru je při běžném provozu pouze vrstva ztuhlé strusky [45]



Obrázek 3.6: Schématický řez krystalizátorem při provozu licího stroje [45]. Legenda barev:
 ■ tavenina, ■ ztuhlá kůra na povrchu předlitku, ■ roztavený licí prášek se struskou, ■ ztuhlý licí prášek se struskou.

Základní tepelnou bilancí¹⁹ krystalizátoru je tepelný výkon \dot{Q}_w , kterým je odváděno teplo chladičí vodou z krystalizátoru

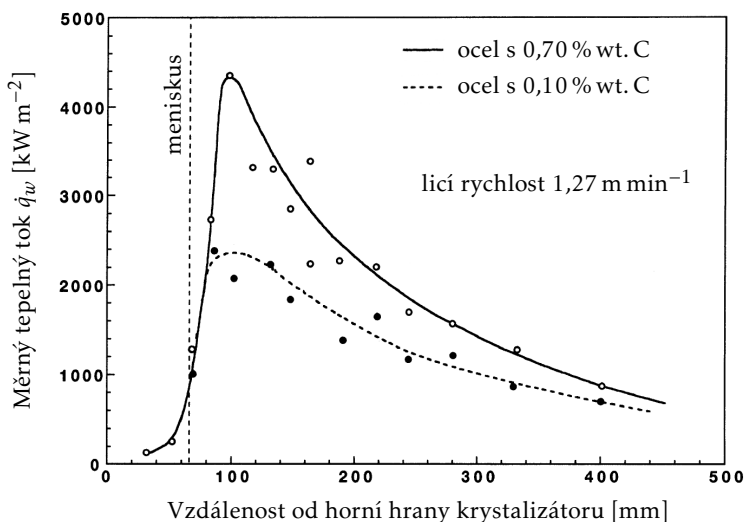
$$\dot{Q}_w = \dot{V}_w \rho_w c_w (T_{\text{out}} - T_{\text{in}}), \quad (3.59)$$

kde \dot{V}_w je objemový průtok chladičí vody krystalizátorem, ρ_w je hustota chladičí vody, c_w je měrná tepelná kapacita chladičí vody a T_{in} a T_{out} jsou teploty chladičí vody na vstupu a výstupu z krystalizátoru. Celkový tepelný výkon \dot{Q}_w je ale pro modelování krystalizátoru nedostatečný, protože neposkytuje informaci o rozložení tepelných toků na stěnách krystalizátoru, které není rovnoměrné. Pro tento účel je zapotřebí stanovit měrný tepelný tok \dot{q}_w jako funkci pozice na stěně krystalizátoru, který musí splňovat podmínku celkové tepelné bilance krystalizátoru (3.59), tj.

$$\dot{Q}_w = \dot{V}_w \rho_w c_w (T_{\text{out}} - T_{\text{in}}) = \int_S \dot{q}_w dS, \quad (3.60)$$

kde S je oblast vymezená stěnami krystalizátoru. Kromě pozice na stěně krystalizátoru je měrný tepelný tok \dot{q}_w rovněž funkcí licí rychlosti, konstrukčního uspořádání krystalizátoru a odlévané značky oceli, tj. chemického složení. Charakteristický průběh měrného tepelného toku pro dvě oceli s rozdílným obsahem uhlíku je zobrazen na obrázku 3.7.

¹⁹pro soustavu krystalizátor–předlitek platí celková tepelná bilance $\dot{Q} = \dot{Q}_w + \dot{Q}_{\text{amb}} + \dot{Q}_{\text{powder}}$, kde \dot{Q} je tepelný výkon generovaný solidifikací předlitku (citelná a latentní tepla), \dot{Q}_{amb} jsou tepelné ztráty soustavy do okolí a \dot{Q}_{powder} je tepelný výkon spotřebovaný na tavení licího prášku



Obrázek 3.7: Charakteristický průběh odváděného měrného tepelného toku chladičí vodou z krystalizátoru [45].

Měrný tepelný tok lze stanovit ze vztahu [45]

$$\dot{q}_w = \frac{T_{\text{sol}} - T_w}{R}, \quad (3.61)$$

kde T_{sol} je teplota solidu, T_w je teplota chladicí vody a R je celkový tepelný odpor odpovídající teplotám T_{sol} a T_w daný součtem tepelných odporů konvekce chladicí vody u stěny krystalizátoru, kondukce krystalizátorem, vrstvami strusky, vzduchovými/plynovými mezerami a ztuhlou kůrou na povrchu předlitku

$$R = \sum_i R_i = \frac{1}{h_w} + \frac{d_{\text{mould}}}{k_{\text{mould}}} + \sum_j \frac{d_{\text{slag},j}}{k_{\text{slag},j}} + R_{\text{air-gap}} + \frac{d_{\text{steel}}}{k_{\text{steel}}}. \quad (3.62)$$

Ve vztahu (3.62) je však často obtížné s dostatečnou přesností stanovit parametry pro výpočet některých tepelných odporů, které často vychází z empirických vztahů [199].

V praxi se obvykle pro stanovení měrného tepelného toku v krystalizátoru používá *empirických vztahů* nebo *experimentálního stanovení* z měřených teplotních profilů v krystalizátoru. V literatuře lze nalézt různé empirické vztahy pro \dot{q}_w krystalizátoru, např.

$$\dot{q}_w = A - B\sqrt{t}, \quad [96] \quad (3.63a)$$

$$\dot{q}_w = A \left(\frac{z}{t} \right)^B, \quad [155] \quad (3.63b)$$

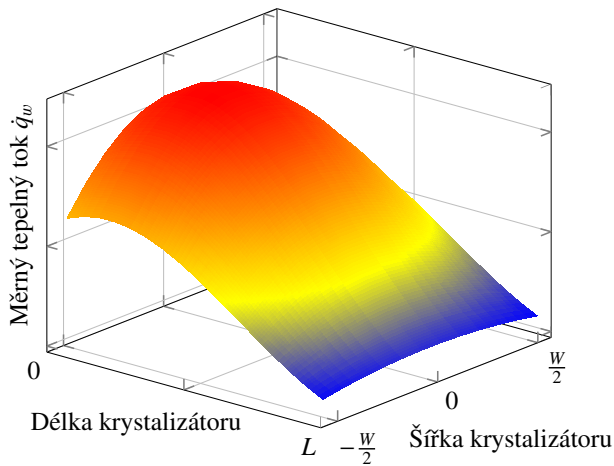
$$\dot{q}_w = \sum_i A_i e^{-B_i t} + C, \quad [187, 2] \quad (3.63c)$$

$$\dot{q}_w = A + Bt + Ct^2 + Dt^3 + Et^4, \quad [155] \quad (3.63d)$$

kde $t = \frac{z}{v_{\text{cast}}}$, z je vzdálenost od menisku ve směru lití, v_{cast} je lící rychlost a A , B , C , D a E jsou konstanty, obvykle experimentálně stanovené. Parametr t je tedy čas, po který předlitek setrvává v krystalizátoru při jeho posunu od menisku do vzdálenosti z od menisku lící rychlostí v_{cast} . Jak je patrné ze závislosti (3.63), empirické vztahy pro \dot{q}_w krystalizátoru jsou obvykle funkcí pouze podélné pozice z na stěně krystalizátoru ve směru lití a lící rychlosti v_{cast} . Konkrétní hodnoty konstant A až E pak charakterizují a zohledňují konstrukční řešení krystalizátoru, např. jeho rozměry a tepelný výkon. Ve skutečnosti je ale rozložení měrného tepelného toku na stěně krystalizátoru funkcí rovněž pozice na stěně krystalizátoru v příčné rovině na směr lití, která zohledňuje např. vliv rohů předlitku, kde je odvod tepla vzhledem ke středu (podélné ose) povrchu nižší. Charakteristické rozložení měrného tepelného toku v krystalizátoru \dot{q}_w je zobrazeno na obrázku 3.8.

Alternativou k empirickým vztahům je stanovení \dot{q}_w krystalizátoru pomocí experimentálního měření teplotních profilů v krystalizátoru [31]. Tato metoda je založena instalací termočlánků do stěn krystalizátoru a následné měření teplotních profilů během provozu krystalizátoru. Měrný tepelný tok \dot{q}_w a jeho rozložení na stěnách krystalizátoru se následně stanoví iterační metodou tak, aby byla splněna podmínka tepelné bilance (3.59). Výhodou tohoto přístupu je především přesnost stanovení \dot{q}_w , které odpovídá reálnému provozu a skutečným podmínkám při lití. Pokud je lící stroj vybaven protiprůvalovým systémem, lze teplotní čidla (termočlánky) protiprůvalového systému v krystalizátoru využít pro stanovení teplotních profilů a \dot{q}_w . Pokud lící stroj není vybaven protiprůvalovým systémem, tak je nevýhodou výše popsané metody nutnost vlastnit experimentální krystalizátor a měřicí vybavení.

Počítačový model teplotního pole vyvinutý autorem této dizertační práce umožňuje definovat měrný tepelný tok \dot{q}_w odvodu tepla z krystalizátoru pro každou ze čtyř stěn krystalizátoru. Celkový tepelný tok \dot{Q}_w stanovený ze vztahu (3.59) odváděný chladicí vodou z krystalizátoru

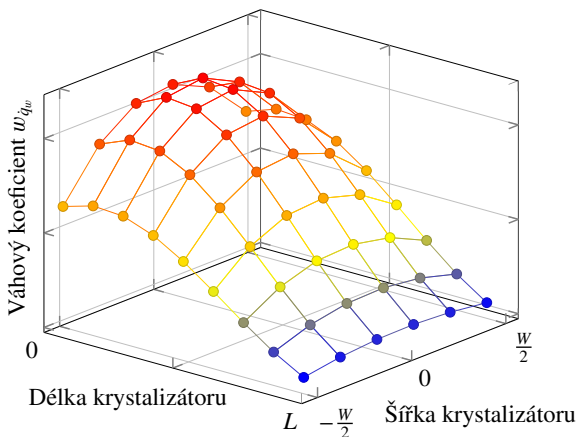


Obrázek 3.8: Charakteristické 2D rozložení odváděného měrného tepelného toku na stěně krystalizátoru s poklesem \dot{q}_w v rozích (styku jednotlivých stěn krystalizátoru).

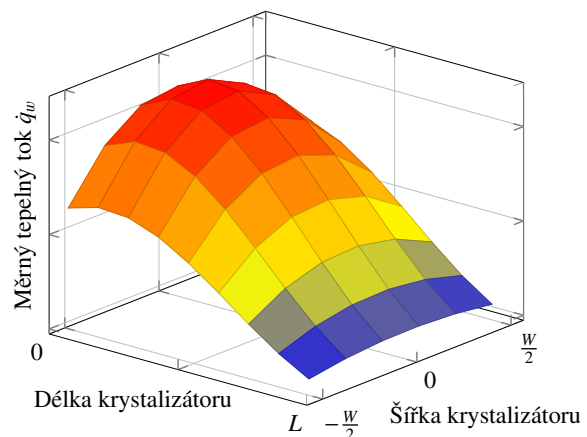
je pomocí čtyř váhových koeficientů W_k rozdělen mezi jednotlivé²⁰ stěny krystalizátoru na tepelné toky $\dot{Q}_w^k = \frac{W_k}{W} \dot{Q}_w$, kde $W = \sum_k W_k$. Na každé stěně krystalizátoru je pak uživatelem definována lokální síť (i, j) , v jejichž uzlech je definována diskrétní váhová funkce $w_k(i, j)$. Ukázka definice váhové funkce w_k korespondující s měrným tepelným tokem na obrázku 3.8 je zobrazena na obrázku 3.9 pro jemnou síť na stěně krystalizátoru a na obrázku 3.11 pro hrubou síť na stěně krystalizátoru. Měrný tepelný tok \dot{q}_w^k odváděný ze stěny k a jeho rozložení na stěně krystalizátoru jsou následně stanoveny bilineární interpolací na základě tepelného toku \dot{Q}_w^k a váhové funkce $w_k(i, j)$ tak, aby byla splněna celková tepelná bilance

$$\dot{q}_w^k = \int_{S_k} \dot{Q}_w^k \hat{w}_k dS_k, \quad (3.64)$$

přičemž integrál ze vztahu (3.64) je numericky nahrazen součinnou lichoběžníkovou kvadratickou formulí [173] a \hat{w}_k je modifikovaná váhová funkce.



Obrázek 3.9: Definice váhové funkce w_k na jemné síti.

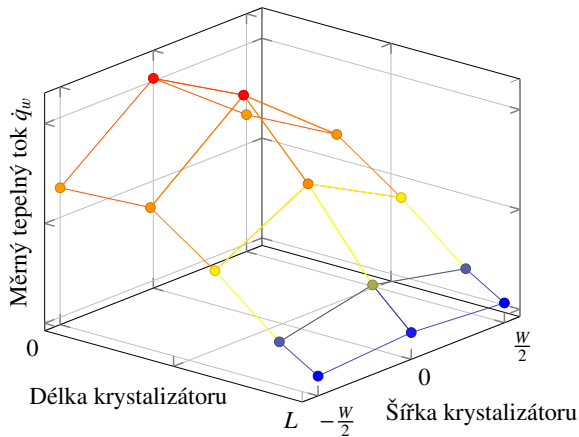


Obrázek 3.10: Bilineárně interpolovaný měrný tepelný tok \dot{q}_w^k na jemné síti.

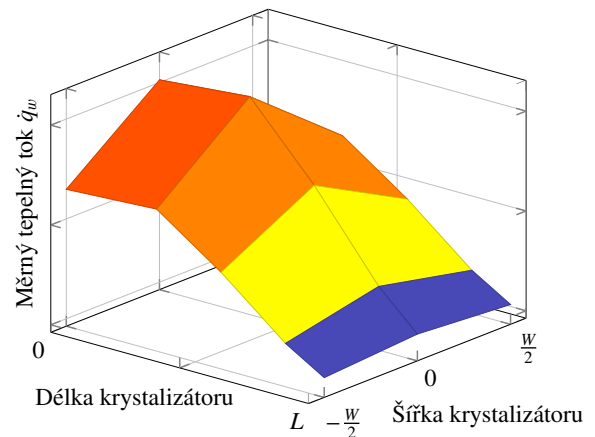
Bilineárně interpolovaný měrný tepelný tok \dot{q}_w^k na jemné síti korespondující váhovou funkcí na obrázku 3.9 je zobrazen na obrázku 3.10. Pro hrubou síť definovanou v krystalizátoru odpovídající váhové funkci na obrázku 3.11 je bilineárně interpolovaný měrný tepelný tok \dot{q}_w^k zobrazen na obrázku 3.12. Definice jemné a hrubé sítě v obrázcích 3.9–3.12 byly zvoleny ilustračně.

²⁰stěna na vnitřním oblouku (malém rádiusu), stěna na vnějším oblouku (velkém rádiusu) a dvě boční stěny

Popsaným způsobem lze variabilně a detailně naparametrizovat tepelné chování krystalizátoru podle požadavků uživatele modelu a dostupných dat.



Obrázek 3.11: Definice váhové funkce w_k na hrubé síti.



Obrázek 3.12: Bilineárně interpolovaný měrný tepelný tok q_w^k na hrubé síti.

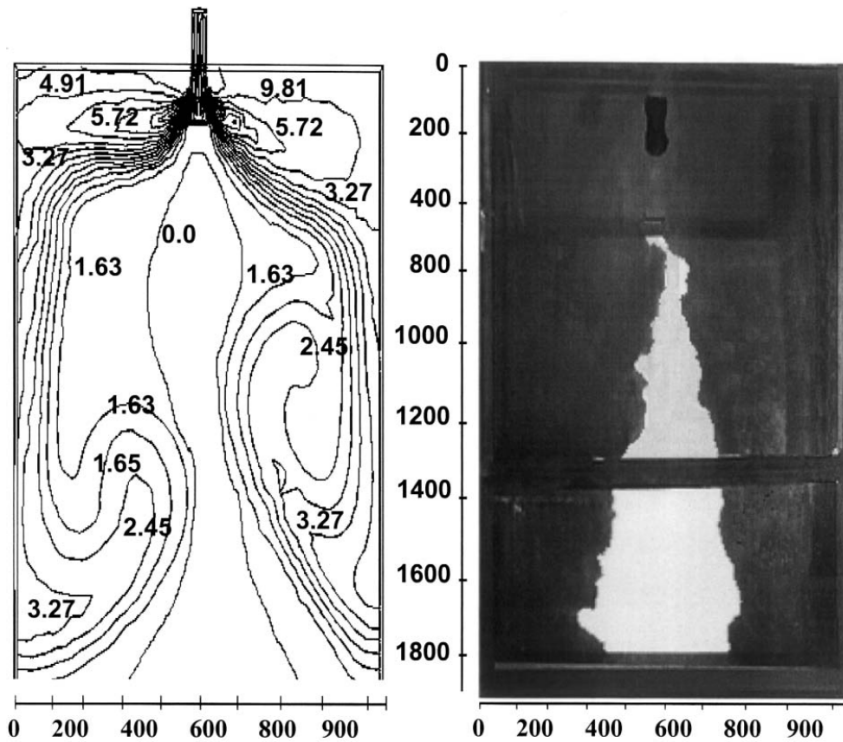
Proudění taveniny v krystalizátoru. Proudění taveniny ponornou trubicí do krystalizátoru a její další proudění v něm je samostatnou problematikou v úloze plynulého odlévání oceli. V literatuře lze nalézt matematické modely zahrnující detailní proudění taveniny v krystalizátoru, které jsou nejčastěji vytvořeny v komerčních software (Fluent, ProCast, apod.) nebo samostatně vyvinené, např. [23, 167]. Zmíněné detailní modely proudění taveniny jsou však značně matematicky a výpočetně složité a jejich numerické řešení vyžaduje velmi dlouhý výpočetní čas. Z tohoto důvodu se proudění taveniny v krystalizátoru řeší jako oddělený problém a pro zahrnutí proudění do matematických modelů teplotních polí předlitku se využívá zjednodušeného přístupu popsaného v oddíle 3.8.

Pro studium charakteru proudění taveniny v krystalizátoru se často využívá experimentální metody tzv. *vodních modelů*, viz např. [198, 139]. Tento přístup využívá fyzického modelu krystalizátoru, ve kterém je tavenina nahrazena vodou. Přitékající tavenina ponornou trubicí je pak simulována barvivem, které umožňuje charakter proudění v modelu pozorovat, viz obrázek 3.13.

3.8 Modelování taveniny v jádře předlitku

Modelování proudění taveniny v jádře předlitku, především však v krystalizátoru, lze považovat za samostatnou a značně rozsáhlou problematiku. V literatuře lze nalézt různé matematické modely (např. viz [23, 167]), které jsou obvykle poměrně komplikované a zejména jejich řešení je značně výpočetně náročné. Jejich složitost plyne především z kombinace jevů přenosu tepla a proudění, které zahrnují turbulentní modely. Z praktického pohledu je v současné době v podstatě nemožné vytvořit teplotní model předlitku, který by byl schopen počítat v reálném čase a který by zahrnoval jak jevy přenosu tepla a solidifikace předlitku (teplotní pole), tak i detailnější modelování proudění taveniny v krystalizátoru nebo dokonce i pod krystalizátorem (rychlostní pole taveniny).

Z výše uvedených důvodů se pro zahrnutí konvektivního přenosu tepla v tavenině a s tím spojených jevů proudění využívá konceptu tzv. *efektivní tepelné vodivosti*. Principem této výpočetně velmi jednoduché a nenáročné metody je umělé zvýšení součinitele tepelné vodivosti



Obrázek 3.13:
Počítačový model proudění v krystalizátoru (vlevo) a srovnání s vodním modelem (vpravo) [139].

taveniny (tj. pouze oceli o teplotě vyšší než teplota solidu T_{sol}), které se projeví intenzivnějším přenosem tepla v tavenině způsobeným konvekcí taveniny a jejího pohybu v jádře předlitku. Pro uvedený účel se nejčastěji využívá empirických vztahů, viz (3.65)

$$k_{\text{eff}}(f_s, k_s, k_\ell, m \geq 1) = f_s k_s + m(1 - f_s) k_\ell \quad [93, 94] \quad (3.65a)$$

$$k_{\text{eff}}(k, T, T_s, T_\ell, m \geq 1) = k \left[1 + (m - 1) \left(\frac{T - T_s}{T_\ell - T_s} \right)^2 \right] \quad [26] \quad (3.65b)$$

$$k_{\text{eff}}(k_s, k_\ell, T, T_s, T_\ell) = k_s + (k_\ell - k_s) \frac{T - T_s}{T_\ell - T_s} \quad [187] \quad (3.65c)$$

$$k_{\text{eff}}(k_s, f_\ell) = k (1 + m f_\ell) \quad [48] \quad (3.65d)$$

kde m je konstanta s obvyklým rozsahem $m \in \langle 4, 8 \rangle$ [93, 94, 26, 48]. Z uvedeného je patrné, že efektivní tepelná vodivost při zahrnutí jevů proudění v tavenině vzroste několikanásobně ve srovnání s původní hodnotou tepelnou vodivosti.

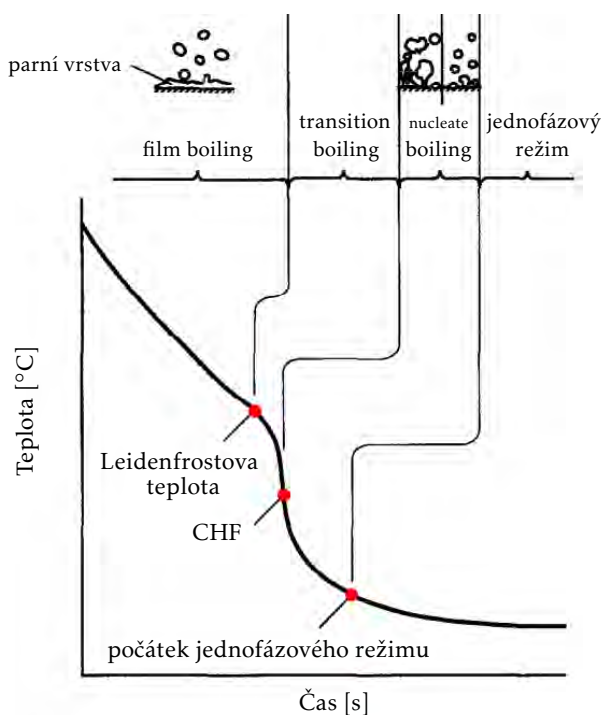
3.9 Modelování přenosu tepla pod chladicími tryskami

Sekundární chladicí zóna je stejně jako krystalizátor velmi důležitou částí lícího stroje, která má zásadní vliv na kvalitu a produktivitu odlité oceli [45]. Hlavním cílem sekundární chladicí zóny a chladicích trysek je postupné a rovnoměrné ochlazení předlitku při jeho průchodu lícím strojem. Kůra pevné fáze, která vznikla při průchodu předlitku krystalizátorem, tedy dalším ochlazením předlitku v sekundární chladicí zóně „narůstá“, až dojde ke kompletní solidifikaci celého průřezu předlitku ve vzdálenosti metalurgické délky od menisku.

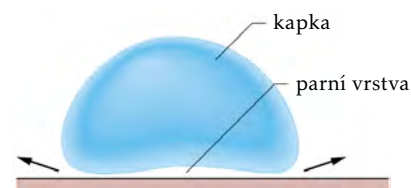
Při chlazení předlitku vodními nebo vodovzdušnými chladicími tryskami probíhá přenos (odvod) tepla pomocí konvekce a radiace. Zásadní otázkou při chlazení chladicími tryskami je pak stanovení součinitele přestupu tepla a jeho prostorové distribuce. Situace je navíc komplikována významnou závislostí součinitele přestupu tepla na dalších parametrech, zejména

pak na objemovém průtoku chladicí vody, teplotě ostříkovaného povrchu a rychlosti posuvu předlitku.

Odvod tepla při chlazení povrchu tryskami probíhá při různých režimech v závislosti na fyzikálním mechanismu, viz obrázek 3.14. Režim varu povrchového filmu²¹ nastává při vysokých teplotách chlazeného povrchu, kdy dochází ke krátkému kontaktu kapek (1 – 10 ms) s chlazeným povrchem za současného vzniku parní vrstvy, která vzniká mezi dopadajícími kapkami a chlazeným povrchem. Tato povrchová vrstva páry se chová jako „parní polštář“ (viz obrázek 3.15), který brání kapkám smáčet povrch a zabraňuje tedy intenzivnějšímu odvodu tepla z povrchu [157]. Tímto dochází pouze k relativně malé změně (ochlazení) teploty povrchu [10, 188], viz obrázek 3.14. V režimu varu povrchového filmu je součinitel přestupu tepla, na rozdíl od dalších níže popsanych režimů, nevýraznou funkcí povrchové teploty, tj. prakticky nezávislý na teplotě chlazeného povrchu. Odvod tepla v režimu povrchového varu může být intenzifikován použitím trysky tvořící větší kapky (narušením parního polštáře díky vyšší kinetické energii kapek) a zvýšením dopadové rychlosti kapek pro menší kapky o průměru 0,2 mm až 0,6 mm [168, 157]. Naopak u větších kapek může s rostoucí nárazovou rychlostí kapek docházet ke snížení odváděného tepelného toku [159].



Obrázek 3.14: Teplotní historie chlazeného povrchu v čase a režimy odvodu tepla [10].

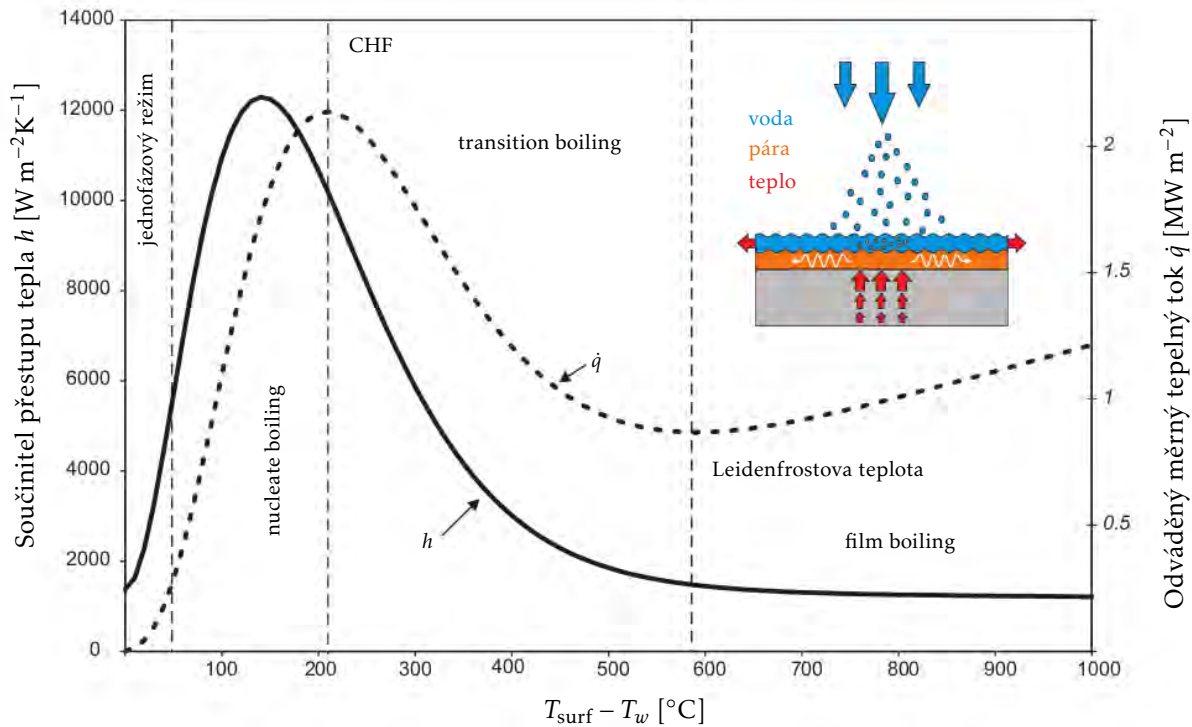


Obrázek 3.15: Vznik parní vrstvy v režimu varu povrchového filmu a omezení kontaktu kapky s chlazeným povrchem.

Režim varu povrchového filmu a parní vrstva je na chlazeném povrchu přítomna do teploty povrchu nazývané *Leidenfrostova teplota*, viz obrázky 3.14 a 3.16. Pod touto teplotou se výrazně mění mechanismus přenosu tepla z chlazeného povrchu na tzv. *přechodný režim varu*²², při kterém začne být parní vrstva bránící smáčení povrchu kapkami nestabilní [188] a postupně zaniká, přičemž efektivita a doba kontaktu kapek s povrchem a tedy i intenzita odvodu tepla z povrchu roste za současného výrazného poklesu teploty chlazeného povrchu [10]. Jak je patrné z obrázku 3.16, součinitel přestupu tepla přestává být nezávislý na teplotě povrchu, vý-

²¹ film boiling regime; někdy také označovaný jako blánový var

²² transition boiling regime



Obrázek 3.16: Závislost součinitele přestupu tepla a odváděného měrného toku na povrchové teplotě T_{surf} a teplotě chladicí vody T_w [188].

razně roste s klesající teplotou stejně jako měrný tepelný tok odváděný z chlazeného povrchu. Z obrázku 3.16 je také patrné, že při Leidenfrostově teplotě dosahuje měrný tepelný tok odváděný z chlazeného povrchu svého minima a s poklesem teploty povrchu roste.

Při dalším ochlazení a poklesu teploty povrchu dochází při teplotě T_{CHF} k tzv. *kritickému* (měrnému) tepelnému toku (CHF) [10], při kterém kapky začnou efektivně smáčet povrch za současného přechodu do tzv. nukleového režimu varu²³. V tomto režimu je odváděný tepelný tok z počátku relativně velký, ale rychle klesá s klesající teplotou povrchu díky prudkému poklesu v tvorbě výparných bublinek [10]. Z obrázku 3.16 rovněž vyplývá, že při teplotě T_{CHF} platí $\frac{\partial \dot{q}}{\partial T_{\text{surf}}} = 0$ a měrný tepelný tok odváděný z povrchu nabývá svého maxima v celém rozsahu provozních teplot. Teplota T_{CHF} se někdy rovněž označuje jako *burnout temperature* [157].

S dalším poklesem povrchové teploty postupně zaniká nukleace výparných bublinek, součinitel přestupu tepla i měrný tepelný tok se zmenšují a k přenosu tepla dochází mechanismem přirozené konvekce přes vodní film vytvořený dopadajícími kapkami [10, 188]. Součinitel přestupu tepla je v tomto režimu ve srovnání s výše popsány režimy velmi malý [157].

Součinitel přestupu tepla konvekcí h lze formálně stanovit z Newtonova ochlazovacího zákona [57] $\dot{q} = h(T_{\text{surf}} - T_w)$, kde T_{surf} je teplota chlazeného povrchu a T_w je teplota chladicí vody. Pak tedy platí

$$h = \frac{\dot{q}}{T_{\text{surf}} - T_w}. \quad (3.66)$$

Z praktického pohledu je však obtížné stanovit s odpovídající přesností veličiny ve vztahu (3.66), zejména pak odváděný měrný tepelný tok \dot{q} . Nejčastěji se proto využívá pro stanovení součinitele přestupu tepla *empirických vztahů* [140] a *experimentálního měření* [144, 143, 136].

²³nucleate boiling regime

Empirické vztahy pro stanovení součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou lze nalézt v literatuře, např. viz [140, 157, 28, 148, 158, 49]. Avšak empirické vztahy prezentované různými autory se vzájemně liší, a to mnohdy významně [80]. Hlavní proměnnou empirických funkcí pro součinitel přestupu tepla je lokální hustota vodního ostříku \dot{W} , $[\dot{W}] = \ell \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Někteří autoři korelací do empirických vztahů zahrnují rovněž další parametry, nejčastěji teplotu chladicí vody T_w , teplotu chlazeného povrchu T_{surf} (Leidenfrostův jev) a rychlost dopadajících kapek na chlazený povrch v_{droplet} . Ukázka několika charakteristických empirických vztahů pro součinitel přestupu tepla pod chladicí tryskou je zobrazena ve vztazích (3.67), kde A, B, \dots, F jsou konstanty.

$$h(\dot{W}) = A \dot{W}^B \quad [140, 157, 28] \quad (3.67a)$$

$$h(\dot{W}, T_{\text{surf}}) = A \dot{W}^B T_{\text{surf}}^C \quad [114, 48] \quad (3.67b)$$

$$h(\dot{W}, T_{\text{water}}) = A \dot{W}^B (1 - C \cdot T_{\text{water}}) \quad [203, 158, 197, 28] \quad (3.67c)$$

$$h(\dot{W}, v_{\text{droplet}}) = A v_{\text{droplet}} + (B + C v_{\text{droplet}}) \dot{W} \quad [148, 28] \quad (3.67d)$$

$$h(\dot{W}, T_{\text{surf}}) = A \dot{W}^B \left(C + \frac{T_{\text{surf}} - D}{\exp(E \cdot T_{\text{surf}}) + F} \right)^G \quad [49] \quad (3.67e)$$

kde v_{droplet} je rychlost kapek ve vodním spreji. V literatuře se velmi často, viz např. [140, 157, 28], vyskytuje vztah (3.67a). Jak je ale patrné z tohoto funkčního předpisu, součinitel přestupu tepla je funkcí pouze hustoty dopadající vody na chlazený povrch \dot{W} a proto lze tento vztah použít (a) pro povrch o teplotě vyšší než je Leidenfrostova teplota, tj. v režimu *film boiling*, při kterém je součinitel přestupu tepla téměř nezávislý na teplotě povrchu [188, 157, 1] a nebo (b) pro specifickou teplotu povrchu $T_{\text{surf}} < T_{\text{Leidenfrost}}$.

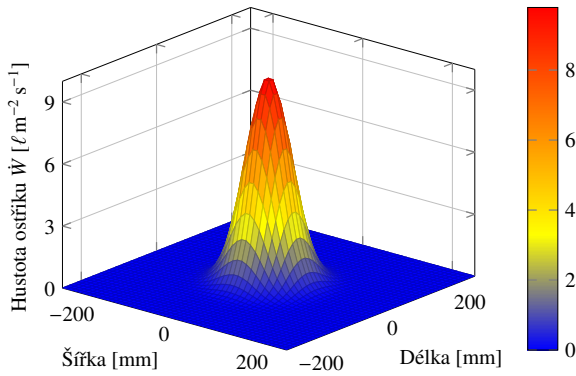
Uvažujme kuželovou vodní chladicí trysku JATO 6055L, pro kterou je při standardním provozním tlaku 280 kPa průtok chladicí vody tryskou $6 \ell \text{ min}^{-1}$. Pro modelování distribuce vody \dot{W} pod chladicí tryskou lze využít funkce odvozené z hustoty normálního (Gaussovského) rozdělení pravděpodobnosti

$$\dot{W}(\mathbf{x}, P) \sim c \cdot \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^2}{2\sigma} \right\} \quad (3.68)$$

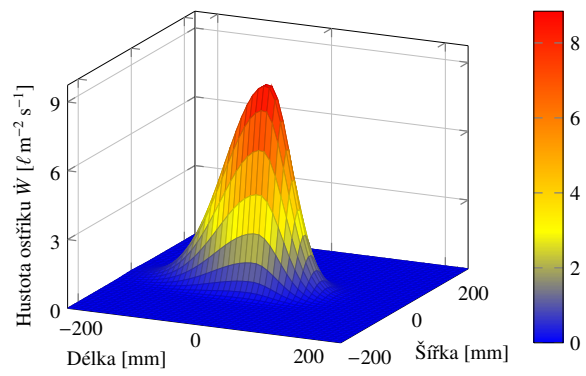
kde $\mathbf{x} = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ je pozice na chlazeném povrchu pod tryskou a $P = \{c, \boldsymbol{\mu}, \sigma\}$ je množina parametrů. Na obrázku 3.17 je zobrazen odhad rozložení chladicí vody pod tryskou JATO 6055L o průtoku $6 \ell \text{ min}^{-1}$ při tlaku 280 kPa a ve vzdálenosti 150 mm od chlazeného povrchu. V případě vyšších licích rychlostí (nebo pro získání reálnějších výsledků) lze zahrnout vliv pohybu předlitku vůči chladicí trysce využitím funkce odvozené z hustoty vícerozměrného split-normálního rozdělení pravděpodobnosti [176]:

$$\dot{W}(\mathbf{x}, P) \sim \begin{cases} c \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} s (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right\} & \text{pro } \mathbf{v}^T (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \leq 0 \\ c \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} s (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right\} & \text{pro } \mathbf{v}^T (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) > 0, \end{cases} \quad (3.69)$$

kde $\mathbf{x} = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ je pozice na chlazeném povrchu pod tryskou a $P = \{c, s, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}\}$ je množina parametrů. Hlavní výhodou tohoto přístupu je vytvoření odhadu distribuce chladicí vody kombinací dvou odlišných funkcí typu (3.68) o různých parametrech (a různých tvarů), které ale společně tvoří piecewise (po částech definovanou) funkci, která je ovšem hladká včetně přechodů mezi oběma definicemi. Ilustrační kontury pro \dot{W} vytvořené na základě hustoty split-normálního rozdělení pravděpodobnosti jsou zobrazeny na obrázku 3.18. Detailní implementační popis pro odhad \dot{W} pod chladicí tryskou odvozený dle [176] je uveden v příloze B na straně 205.

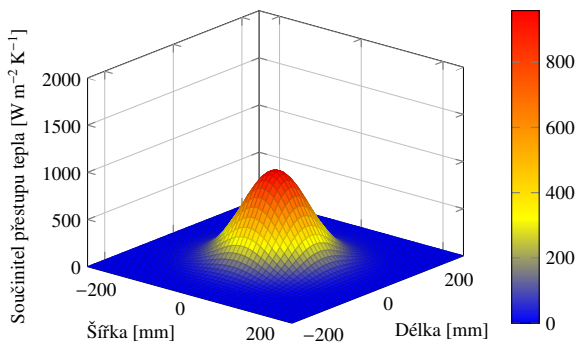


Obrázek 3.17: Odhad rozložení chladicí vody pod tryskou pomocí funkce odvozené z hustoty normálního rozdělení (3.68).

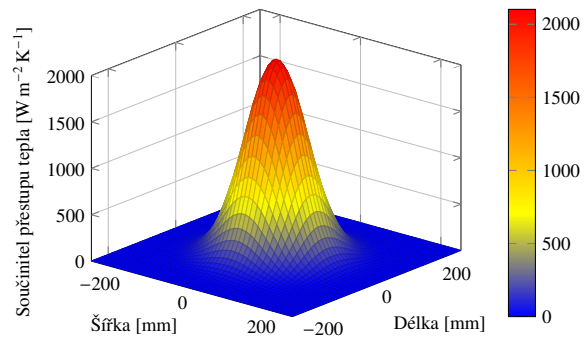


Obrázek 3.18: Odhad rozložení chladicí vody pod tryskou pomocí funkce odvozené z hustoty split-normálního rozdělení [176].

Za předpokladu využití vztahu (3.68) pro \dot{W} zobrazené na obrázku 3.17 je možné odhadnout součinitel přestupu tepla např. pomocí vztahu (3.67a) s konkrétními hodnotami koeficientů A a B např. dle [201] následovně: pro oblast povrchových teplot vyšších než Leidenfrostova teplota (režim *film boiling*) pomocí vztahu $h(\dot{W}) = 777\dot{W}^{0,436}$ (viz obrázek 3.19 odpovídající \dot{W} dle obrázku 3.17) a pro teplotu povrchu $T = 500^\circ\text{C} < T_{\text{Leidenfrost}}$ pomocí vztahu $h(\dot{W}) = 385\dot{W}^{0,4}$ (viz obrázek 3.20 odpovídající \dot{W} dle obrázku 3.17). Jak je patrné ze vzájemného srovnání obrázků 3.19 a 3.20, při vyšší teplotě chlazeného povrchu dochází ke tvorbě parní vrstvy na povrchu, která brání jeho smáčení a intenzivnějšímu odvodu tepla.



Obrázek 3.19: Součinitel přestupu tepla na povrchu o teplotě $T > T_{\text{Leidenfrost}}$ dle [201].

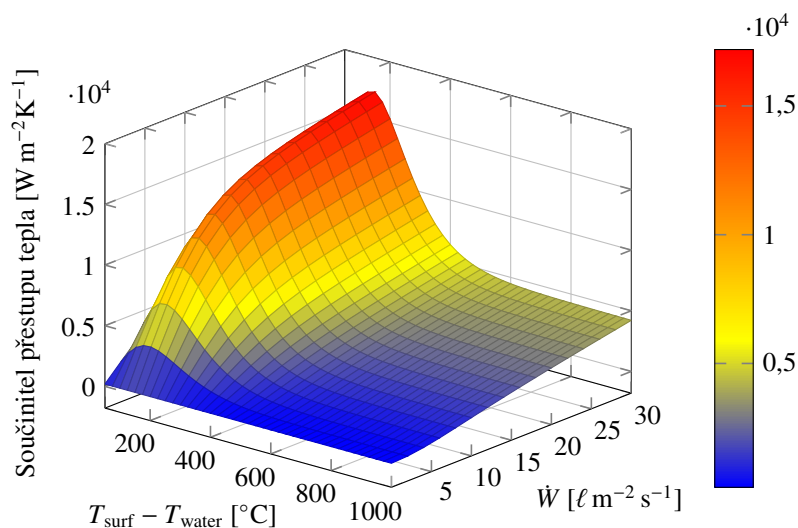


Obrázek 3.20: Součinitel přestupu tepla na povrchu o teplotě $T = 500^\circ\text{C} < T_{\text{Leidenfrost}}$ dle [201].

Jak vyplývá z výše uvedeného, praktickým problémem může být stanovení Leidenfrostovy teploty a tedy teplotní oblasti režimu *film boiling*. Pro tento účel lze využít experimentální stanovení nebo empirické korelační vztahy [196]. V literatuře je rovněž možné nalézt i korelační vztahy, které zachycují závislost povrchové teploty chlazeného povrchu, např. vztah [188]

$$h(\dot{W}, T_{\text{surf}}, T_{\text{water}}) = 190 + \tanh\left(\frac{1}{8}\dot{W}\right) \cdot \left\{ 140\dot{W} \left[1 - \frac{\dot{W}(T_{\text{surf}} - T_{\text{water}})}{72000} \right] + 3,26(T_{\text{surf}} - T_{\text{water}})^2 \left[1 - \tanh\left(\frac{T_{\text{surf}} - T_{\text{water}}}{128}\right) \right] \right\}. \quad (3.70)$$

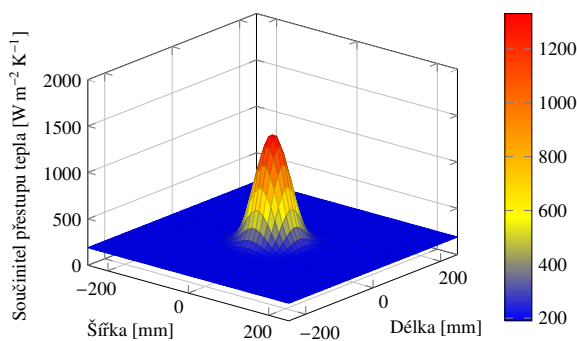
Vztah (3.70) byl jeho autory [188] verifikován s dostupnými daty jiných autorů se závěrem, že korelace (3.70) je jejich dobrou aproximací. Závislost součinitele přestupu tepla (3.70) na



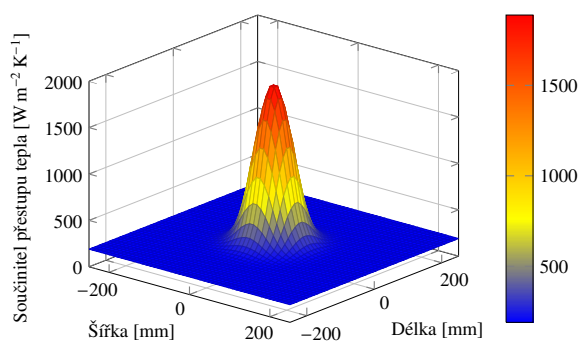
Obrázek 3.21: Závislost součinitele přestupu tepla (3.70) na hustotě ostříku, teplotě povrchu a teplotě chladicí vody dle [188].

rozdílu teploty chlazeného povrchu a teploty chladicí vody $T_{\text{surf}}, T_{\text{water}}$ a distribuce chladicí vody \dot{W} je zobrazena na obrázku 3.21. Hlavní výhoda použití vztahu (3.70) pro modelování součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou spočívá v zahrnutí hustoty dopadající vody na chlazený povrch i jeho teploty.

Jak je patrné z obrázku 3.21, při vyšších teplotách, resp. vyšším rozdílu teploty povrchu a chladicí vody, je nárůst součinitele přestupu tepla lineární s růstem \dot{W} . Při poklesu rozdílu teplot pod Leidenfrostovu teplotu dochází k prudkému nárůstu součinitele přestupu tepla, který má logaritmický charakter s růstem \dot{W} . Na obrázcích 3.22 a 3.23 jsou zobrazeny součinitele přestupu tepla pro povrchové teploty 920°C a 520°C a teplotu chladicí vody 20°C . Jak je patrné při srovnání s výsledky na obrázcích 3.19 a 3.20, různé empirické vztahy obecně poskytují různé odhady součinitele přestupu tepla. V některých případech (např. pro vztahy uvedené výše dle [201] a [188] a obrázky 3.19, 3.20, 3.22, 3.23) je shoda relativně dobrá, v některých případech se však hodnoty součinitele přestupu tepla stanovené podle vztahů různých autorů se vzájemně významně liší, a to dokonce i řádově [80]. Metoda empirických vztahů pro stanovení součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou může být kombinována a zpřesněna pomocí experimentálního měření rozložení vody pod chladicí tryskou pomocí tzv. paternátoru [137, 136].



Obrázek 3.22: Součinitel přestupu tepla na povrchu o teplotě 920°C a teplotě chladicí vody 20°C dle (3.70) [188].



Obrázek 3.23: Součinitel přestupu tepla na povrchu o teplotě 520°C a teplotě chladicí vody 20°C dle (3.70) [188].

3.9.1 Experimentální stanovení součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou

Alternativní možností stanovení součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou je experimentální měření. Příkladem experimentální metodiky je tzv. teplý model [56, 144, 145], viz obrázek 3.24. Tato experimentální metoda je založena na použití experimentální ocelové desky, ve které jsou v těsné blízkosti chlazeného povrchu instalovány termočlánky. Během experimentu je deska postupně ochlazována pohybující se chladicí tryskou a probíhá časově závislý záznam průběhu teplot z termočlánků. Tyto teplotní průběhy jsou následně vstupem pro numerickou inverzní úlohu přenosu tepla [120], při které se inverzně stanovuje součinitel přestupu tepla tak, aby bylo dosaženo naměřených teplot.

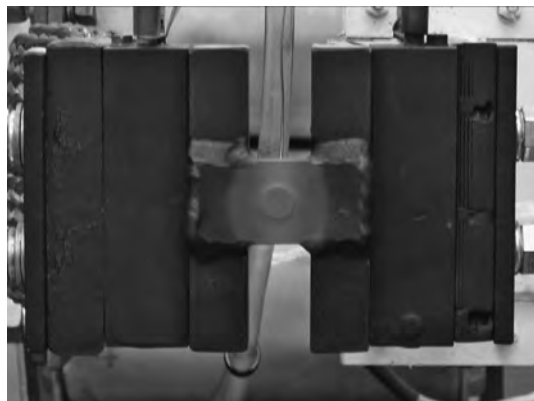
Jinou metodou je využití topného elementu, který je zahříván elektrickým proudem, viz obrázek 3.25. Na základě experimentu se pak stanovuje součinitel přestupu tepla pod chladicí tryskou na podle elektrického proudu, který je potřebný k udržení konstantní teploty topného elementu [136, 137].

Dalším možným přístupem je pak statistické zpracování experimentálně naměřených dat a použití interpolační funkce ve tvaru např. hustoty vícerozměrného split-normálního nesymetrického rozdělení pravděpodobnosti zmíněného výše (viz příloha B) pro stanovení koeficientu přestupu tepla v rozsahu provozních podmínek, pro které byly provedeny experimenty.

Hlavní výhodou experimentálního stanovení součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou je zejména vysoká vypovídací hodnota, která je mimo jiné dána přesnou specifikací typu použité trysky, průtoku chladicí vody, vzdálenosti trysky od povrchu a rychlosti posuvu (licí rychlosti) dle konkrétních požadavků ocelárny. Nevýhodou jsou pak především vysoké náklady na experimenty, proto je pro konkrétní trysku obvykle provedeno několik experimentů pro různé provozní situace (průtoky vody, vzdálenosti od chlazeného povrchu, rychlosti posuvu apod.), mezi kterými se provádí interpolace [182].



Obrázek 3.24: Teplý model provozovaný v LPTaP na FSI VUT v Brně [78, 144].



Obrázek 3.25: Topný element pro měření součinitele přestupu tepla [136, 137].

3.10 Modelování přenosu tepla pod vodícími válci

Vodící válce jsou obvykle instalovány podél celé délky licího stroje od krystalizátoru po terciární chladicí zónu a pálicí stroj. Kromě odvodu tepla z předlitku mají válce rovněž vliv na mechanický stav (napjatost) předlitku při jeho průchodu strojem. Odvod tepla válci do okolí zahrnuje především vedení tepla fyzickým kontaktem válce a předlitku, radiaci mezi povrchem předlitku a válcem, radiaci mezi válcem a okolím a konvekci mezi válcem a okolím. Na

válce může rovněž dopadat voda z chladicích trysek nebo mohou být válce vnitřně chlazeny protékající vodou. Z výše uvedeného je patrné, že se jedná o dosti komplikovaný jev.

V sekundární chladicí zóně s chladicími tryskami odvádí vodící válce až 25 % celkového odvedeného tepla z předlitku, v terciární zóně s přirozenou konvekcí až 35 % [45]. Válce způsobují lokální pokles povrchové teploty až 80 °C dle použitého typu válce, jeho rozměrů, přítlačné síly k předlitku a polohy vzhledem k licímu stroji [192].

Odvod tepla válce lze za zjednodušených předpokladů přibližně odhadnout tepelnou bilancí válce, která předpokládá, že tepelný tok \dot{Q}_{roll} odvedený válcem z předlitku je roven tepelnému toku, který válec předává do okolí konvekcí \dot{Q}_{konv} a radiací \dot{Q}_{rad} (a případně tepelnou výměnou $\dot{Q}_w = \dot{m}_w c_w \Delta T_w$ do chladicí vody protékající válcem), tj.

$$\dot{Q}_{\text{roll}} = \dot{Q}_{\text{konv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} + \dot{Q}_w = h_{\text{roll}} \pi \frac{D}{2} L (T_{\text{roll}} - T_{\infty}) + \sigma \varepsilon \pi \frac{D}{2} L (T_{\text{roll}}^4 - T_{\infty}^4) + \dot{m}_w c_w \Delta T_w, \quad (3.71)$$

kde h_{roll} je součinitel přestupu tepla konvekcí na povrchu válce, D je průměr válce, L je délka válce, T_{∞} je teplota okolí, \dot{m}_w je hmotnostní průtok chladicí vody válcem, c_w je měrná tepelná kapacita chladicí vody a ΔT_w je přírůstek teploty chladicí vody po průtoku válcem. Z praktického pohledu je ale poměrně složité přesně určit součinitel přestupu tepla na povrchu otáčejícího se válce h_w a teplotu povrchu válce T_{roll} . Termomechanické chování válce lze rovněž stanovit a analyzovat pomocí matematického modelování [66]. V praxi se pro stanovení odvodu tepla válci nejčastěji využívá empirických vztahů, které jsou založeny na experimentálně zjištěných datech. Dva vztahy pro odvod tepla válci, které lze nalézt v literatuře, jsou uvedeny ve vztahu (3.72)

$$q_{\text{roll}}(T_{\text{surf}}, v_{\text{cast}}, \theta) = 11\,514 T_{\text{surf}}^{0,76} v_{\text{cast}}^{-0,2} (2\theta)^{-0,16} \quad [200] \quad (3.72a)$$

$$q_{\text{roll}}(T_{\text{surf}}, v_{\text{cast}}, L_{\text{roll}}) = \frac{5\,757 T_{\text{surf}}^{0,7556} v_{\text{cast}}^{-0,201}}{(-0,3116 + 4,6105 L_{\text{roll}})^{0,1639}}, \quad [95] \quad (3.72b)$$

kde θ je úhel výseče, jejíž délka oblouku odpovídá podélné vzdálenosti kontaktu předlitku a válce.

3.11 Modelování přenosu tepla radiací a přirozenou konvekcí

V sekundární a terciární chladicí zóně ZPO mimo tryskami ostříkovaných ploch a míst dotyku válců s předlitkem dochází k odvodu tepla pomocí přirozené konvekce a radiace. Pro výpočet součinitele přestupu tepla přirozenou konvekcí lze použít empirický vztah [7, 51]

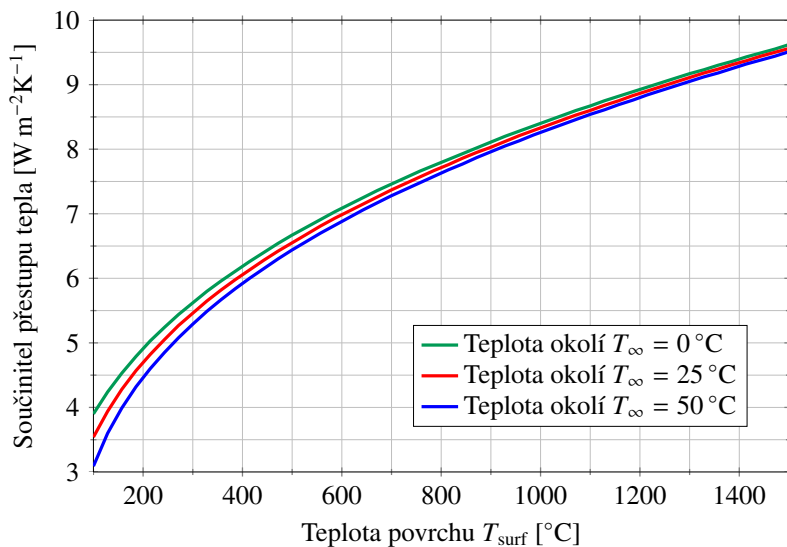
$$h_{\text{nat}}(T_{\text{surf}}, T_{\infty}) = 0,84 (T_{\text{surf}} - T_{\infty})^{\frac{1}{3}}. \quad (3.73)$$

Empirická závislost (3.73) pro tři teploty okolí 0 °C, 25 °C a 50 °C a teplotu povrchu od 100 °C do 1 500 °C je zobrazena na obrázku 3.26, ze kterého plyne, že teplota okolí v běžném rozsahu teplot má na emisivitu povrchu malý vliv.

Odvod tepla z předlitku probíhá rovněž radiací, která nastává na celém povrchu předlitku kromě míst dotyku vodících válců. Měrný tepelný tok radiací je určen na základě Stefanova-Boltzmannova zákona [57] jako

$$\dot{q}_{\text{rad}} = \sigma \varepsilon (T_{\text{surf}}^4 - T_{\infty}^4), \quad (3.74)$$

kde $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ je Stefanova-Boltzmannova konstanta a ε je emisivita povrchu. Algebraickou úpravou lze vztah (3.74) upravit a vyjádřit radiální složku ve formě Newtonova



Obrázek 3.26: Empirická závislost (3.73) pro součinitel přestupu tepla přirozenou konvekcí.

zákona spolu s konvekcí $\dot{q} = (h_{\text{konv}} + h_{\text{rad}}) \cdot (T_{\text{surf}} - T_{\infty})$, kde pro tzv. *redukovaný* součinitel přestupu tepla radiací platí

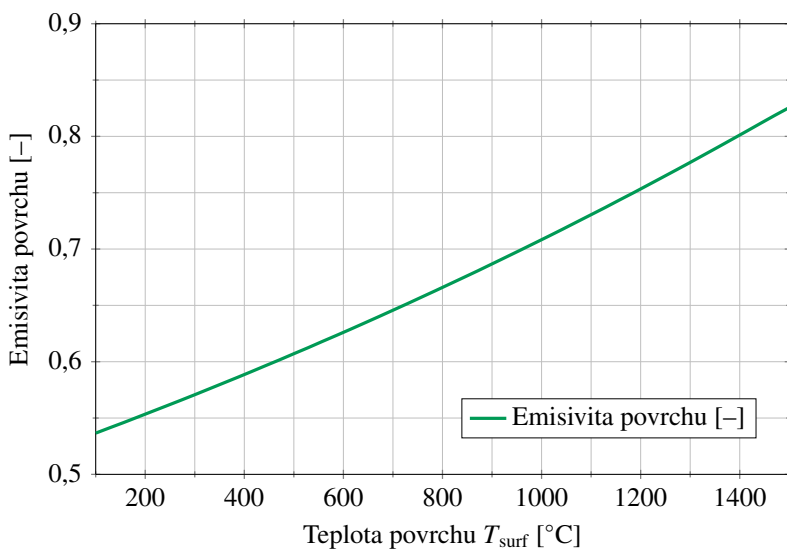
$$h_{\text{rad}} = \sigma \varepsilon (T_{\text{surf}}^2 + T_{\infty}^2) (T_{\text{surf}} + T_{\infty}). \quad (3.75)$$

Emisivita povrchu předlitku se nejčastěji volí mezi 0,8 a 0,9 (viz např. [63, 104, 160]) nebo se stanoví pomocí empirických korelací podle povrchové teploty předlitku, např. podle korelace [51]

$$\varepsilon = \frac{0,85}{1 + \exp(42,68 - 0,02682T_{\text{surf}})^{0,0115}}, \quad (3.76)$$

kde T_{surf} je povrchová teplota v Kelvinech. Grafická vizualizace korelačního vztahu (3.76) je na obrázku 3.27.

Důležitou vlastností emisivity je její závislost na teplotě, viz obrázek 3.27. Z tohoto důvodu je při implementaci počítačového modelu nutné uvažovat emisivitu proměnnou s teplotou a její hodnotu iterativně v čase přepočítávat dle povrchové teploty předlitku.



Obrázek 3.27: Empirická závislost (3.76) pro emisivitu povrchu.

4

Termofyzikální veličiny odlévané oceli

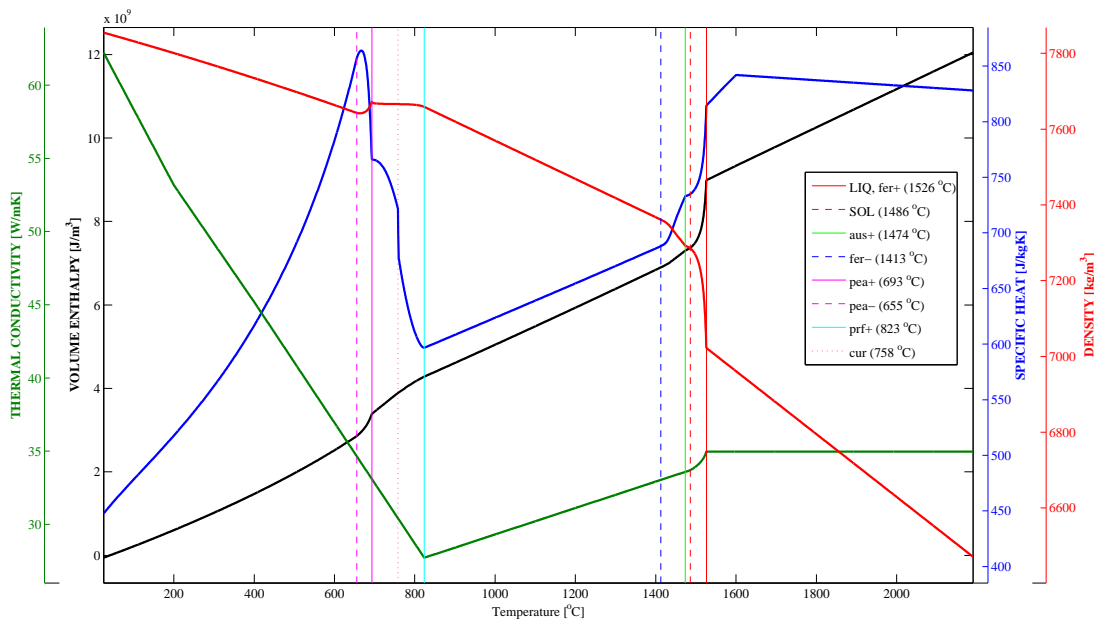
PŘESNOST a spolehlivost matematických modelů teplotních polí pro plynulé odlévání jsou významným způsobem ovlivněny daty vstupujícími do modelu. Jak je patrné z matematického modelu přenosu tepla a látky v plynule odlévaném předlitku, lze vstupní data v zásadě rozčlenit na *provozní parametry* licího stroje, *počáteční a okrajové podmínky* matematického modelu a na *termofyzikální veličiny*¹ odlévané oceli. Případné nepřesnosti a odchylky v řešení počítačového modelu teplotního pole lze tedy v zásadě kvantifikovat na chyby ve stanovení a popsání fyzikálních podmínek při odlévání a na chyby ve stanovení vlastností materiálu.

Tato kapitola je zaměřena na možnosti, které lze využít pro stanovení termofyzikálních veličin odlévaných ocelí. Jedná se zejména o využití numerických solidifikačních modelů nebo empirických vztahů a o experimentální stanovení termofyzikálních veličin s využitím laboratorního měření. Je rovněž nutné si uvědomit, že v případě plynulého odlévání oceli je situace navíc komplikovaná z důvodu velkého rozsahu teplot, pro které je nutné termofyzikální veličiny oceli stanovit. Zejména v případě experimentálního určení veličin oceli může být obtížné stanovit uvedené veličiny oceli při vyšších teplotách a zejména v tekutém stavu. Součástí této kapitoly je také základní analýza vlivu odchýleného (nepřesného) stanovení termofyzikálních veličin nebo chemického složení na utvářené teplotní pole odlévaného předlitku.

4.1 Termofyzikální veličiny a plynulé odlévání oceli

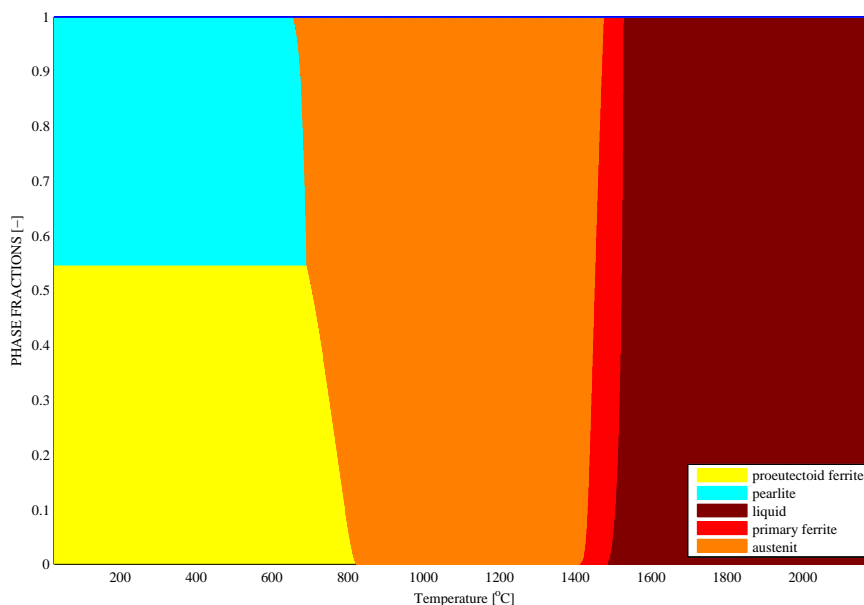
Termofyzikální veličiny oceli patří mezi důležité vstupní parametry vstupující do numerických modelů, které řeší teplotní pole předlitku v zařízení pro plynulé odlévání. Za předpokladu využití metody entalpie (oddíl 3.1.1) vyplývají termofyzikální veličiny přímo ovlivňující počítané teplotní pole a solidifikaci odlévaného předlitku z řídicích Fourierových-Kirchhoffových rovnic (3.6) a (3.7) pro kartézské a cylindrické souřadnice a z definičního vztahu (3.1): *objemová entalpie*, *měrná tepelná kapacita*, *součinitel tepelné vodivosti* a *hustota* (měrná hmotnost) oceli. V případě využití metody efektivní tepelné kapacity (oddíl 3.1.2) je možné závislost entalpie na teplotě využít pro stanovení efektivní tepelné kapacity podle vztahu (3.8). Případně je také možné efektivní tepelnou kapacitu stanovit experimentálně a pak tedy lze entalpii z výše uvedeného seznamu vyjmout.

¹obecně je veličina způsob pro kvantifikování vlastnosti látky, např. *součinitel tepelné vodivosti* je veličina kvantifikující vlastnost *tepelná vodivost* látky



Obrázek 4.1: Závislost termofyzikálních veličin oceli S235JRH na teplotě stanovená použitím software IDS ve verzi 1.3.1.

Dále je rovněž nutné poukázat na skutečnost, že všechny uvedené termofyzikální veličiny nelze v úloze matematického modelování plynulého odlévání oceli považovat za konstanty² a je nutné stanovit jejich závislost na teplotě. Tento fakt vyplývá především z velké variability uvedených vlastností s teplotou, viz ilustrační obrázek 4.1 pro nízkouhlikovou nelegovanou konstrukční ocel S235JRH³.



Obrázek 4.2: Závislost strukturálního složení oceli S235JRH na teplotě stanovená použitím software IDS ve verzi 1.3.1.

²v jiných typech úloh tepelných procesů s fázovými změnami, např. při modelování materiálů s fázovými změnami PCM [121, 206] lze některé veličiny s malou chybou považovat za konstantní [81, 174]

³obsah uhlíku 0,07 wt. %; ekvivalentní označení 11 375 (ČSN), 1.0038 (EN) a St37-2 (DIN)

Objemová entalpie H (viz definice (3.1) na straně 32) patří mezi fundamentální veličinu⁴ v úlohách přenosu tepla a látky s fázovými přeměnami [163]. Tato intenzivní veličina, která je záměrně zavedena do řídicí rovnice úloh, představuje zobecněnou celkovou energii soustavy a hlavní význam jejího zavedení spočívá ve schopnosti zahrnout latentní tepla, která se vyvíjí během tuhnutí předlitku z důvodu fázových a strukturálních změn, viz obrázek 4.2. V případě čistého železa je latentní teplo fázové přeměny se změnou skupenství (tavenina \rightarrow δ -ferit) přibližně 250 kJ kg^{-1} , zatímco latentní tepla fázových přeměn v tuhém stavu (δ -ferit \rightarrow austenit a austenit \rightarrow ferit) jsou pouze přibližně 15 kJ kg^{-1} [92]. Pro oceli se tyto hodnoty liší zejména v závislosti na chemickém složení.

V případě úloh přenosu tepla s fázovými a strukturálními změnami lze na entalpii pohlížet jako na zobecněnou energii systému – jedná se o součet vnitřní energie (v integrandu definičního vztahu entalpie (3.1) člen ρc) a energie ve formě latentních tepel fázových a strukturálních změn (v integrandu definičního vztahu entalpie (3.1) člen $\rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial T}$). Rovněž je vhodné poukázat na to, že entalpie není *absolutní* veličina, viz referenční teplota T_{ref} v dolní mezi integrálu v definičním vztahu (3.1). Z toho plyne, že u entalpie není důležitá její absolutní hodnota, ale pouze rozdíl entalpií mezi uvažovanými stavy. Důležitou vlastností entalpie, která má pozitivní vliv především na numerické řešení úloh, je její ryzí monotonie vzhledem k teplotě, tj. platí $\frac{dH}{dT} > 0$, viz obrázek 4.1.

Měrná tepelná kapacita c je významnou intenzivní fyzikální veličinou látky, která reprezentuje⁵ množství tepla, které je nutné látce o hmotnosti m dodat (nebo odebrat), aby teplota látky vzrostla (nebo poklesla) o rozdíl teplot ΔT . Podle kalorimetrické rovnice⁶ v diferenciálním tvaru $dQ = mc dT$ [58, 67] tedy platí

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}. \quad (4.1)$$

Podle fyzikálních podmínek výměny tepla se obecně rozlišuje měrná tepelná kapacita látky za konstantního tlaku c_p a za konstantního objemu c_v . Jejich význam je důležitý zejména v termodynamice plynů a par, přičemž c_p a c_v jsou navzájem svázány Mayerovým vztahem [18]. V případě oceli a obecně pevných látek je však z praktického pohledu obtížné zajistit, aby jejich ohřev nebo ochlazování probíhalo za konstantního objemu zejména z důvodu jejich teplotní roztažnosti a nutnosti potřebných vysokých tlaků [44]. V technické praxi probíhá podstatná většina dějů ve vztahu k přenosu tepla izobaricky. Z tohoto důvodu nemá měrná tepelná kapacita za konstantního objemu pro pevné látky velký praktický význam a v tabulkách vlastností pevných látek se uvádí pouze c_p [58]. Nicméně, měrnou tepelnou kapacitu za konstantního objemu c_v lze při znalosti c_p stanovit ze vztahu⁷ [44]

$$c_p - c_v = \frac{\alpha_v T}{\rho \beta}, \quad (4.2)$$

kde α_v je izobarický součinitel objemové roztažnosti a β je izotermický součinitel objemové stlačitelnosti [18, 44], případně lze použít přibližný vztah $c_p \approx c_v(1 + 10^{-4}T)$ [90]. Navíc, na rozdíl od ideálních plynů a par, je obecně u pevných látek včetně oceli rozdíl mezi měrnou te-

⁴objemová entalpie je entalpie vztažená na jednotku objemu, tj. na kubický metr; někteří autoři a především oblast termodynamiky plynů a par využívají *měrnou* entalpii, která je vztažena na jednotku hmotnosti, tj. kilogram

⁵měrnou tepelnou kapacitu lze rovněž interpretovat jako schopnost materiálu akumulovat teplo [58]

⁶kalorimetrická rovnice platí za předpokladu, že nedochází k přeměně druhu energie, tedy např. tepla na práci; obecnějším a univerzálnějším tvarem kalorimetrické rovnice je první termodynamický zákon

⁷v případě ideálních plynů lze ukázat, že $\frac{\alpha_v T}{\rho \beta} = r$, tj. vztah (4.2) se transformuje na Mayerův vztah [18, 44]

pevnou kapacitou za konstantního tlaku c_p a za konstantního objemu c_v relativně malý⁸. Z výše uvedeného tedy plyne, že u pevných látek a tedy i u oceli se uvažuje pouze o měrné tepelné kapacitě za konstantního tlaku c_p , pro kterou se obvykle vynechává přívlastek *za konstantního tlaku* a i v případě označení se vynechává index p , tj. $c_p \equiv c$. Pro běžnou uhlíkovou ocel a teplotu 25 °C je $c_p \in \langle 430, 450 \rangle \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ [58].

Součinitel tepelné vodivosti k patří mezi intenzivní termofyzikální veličiny a kvantifikuje tepelnou vodivost látky. Podle Fourierova zákona vedení tepla [67, 72, 4]

$$\dot{q} = -k \text{ grad } T = -k \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (4.3)$$

součinitel tepelné vodivosti lineárně ovlivňuje velikost tepelného toku (resp. měrného tepelného toku) kondukcí. Tepelnou vodivost⁹ lze tedy interpretovat jako „ochotu“ látky vést teplo mechanismem kondukce, tj. pohybem elementárních částic dané látky (v případě kovů především volných elektronů) a vibracemi krystalické mřížky [67, 58]. Uvedená vlastnost je pak kvantitativně vyjádřena součinitelem tepelné vodivosti. Tepelná vodivost je ovlivněna především chemickou stavbou látky a její strukturou [12]. Materiály s vysokou hodnotou součinitele tepelné vodivosti patří mezi dobré vodiče tepla (např. měď $k \approx 400 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$) a materiály s nízkou hodnotou součinitele tepelné vodivosti pak mezi tepelné izolanty (např. minerální vata $k \approx 0,05 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$)¹⁰. Pro běžnou ocel a teplotu 25 °C je $k \in \langle 40, 60 \rangle \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ [58].

Hustota $\rho = \frac{m}{V}$ (měrná hmotnost) látky je intenzivní fyzikální veličinou, která přímo i nepřímo (např. prostřednictvím objemové entalpie) kvantitativně ovlivňuje přenos tepla a látky, viz definiční vztah (3.1). Pro běžnou uhlíkovou ocel a teplotu 25 °C je $\rho \in \langle 7\,800, 8\,100 \rangle \text{ kg m}^{-3}$ [58].

Poznámka. V úlohách přenosu tepla je často vhodné posoudit poměr mezi schopností látky vést teplo mechanismem kondukce a schopností látky akumulovat (uchovat) teplo. Tento poměr se nazývá teplotní vodivost a popisuje jej termofyzikální veličina *součinitel teplotní vodivosti*¹¹,

$$a = \frac{k}{\rho c_p}. \quad (4.4)$$

Jak je patrné z definice (4.4), teplotní vodivost je funkcí součinitele tepelné vodivosti, hustoty a měrné tepelné kapacity za konstantního tlaku. Čím vyšší je hodnota teplotní vodivosti, tím rychleji látka reaguje na tepelné změny okolí a rychleji dosahuje tepelné rovnováhy [12]. Pro běžnou uhlíkovou ocel a teplotu 25 °C je $a \in \langle 11, 19 \rangle \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$ [58].

Přesné stanovení výše uvedených fyzikálních veličin je základní podmínkou pro korektní a přesnou predikci teplotního pole odlévaného předlitku pomocí numerických modelů a následné využití těchto numerických modelů pro optimální řízení provozu lícího stroje. V zásadě existují dvě možnosti stanovení termofyzikálních veličin požadované značky oceli. Jedná

⁸u ideálních plynů je c_p o 20 až 70 % vyšší než c_v [18] (např. pro acetylen $c_p : c_v = \kappa \approx 1,25$, vzduch $c_p : c_v = \kappa \approx 1,40$, helium $c_p : c_v = \kappa \approx 1,67$); naproti tomu pro ocel při teplotě 300 K je $c_p : c_v \approx 1,03$ (vypočteno za předpokladu $c_p = 450 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ s využitím vztahu (4.2), $\alpha_v = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\beta = 3,445 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$, $\rho = 7\,800 \text{ kg m}^{-3}$ je pak $c_v \approx 436 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)

⁹tepelnou vodivost je rovněž možné stanovit pomocí kinetické teorie látek podle vztahu $k = \frac{1}{3} \rho c_v v \Lambda$, kde v je rychlost pohybu částic a Λ je střední vzdálenost interagujících částic, tzv. *mean free path* [67, 58]

¹⁰hodnoty součinitelů tepelné vodivosti jsou uvedeny pro teplotu 25 °C

¹¹výstižnější, ale nepoužívaný název by byl součinitel tepelné difúze z ang. *thermal diffusivity*

se o využití *počítačových modelů* simulující solidifikaci oceli (případně využití empirických vztahů) a o *experimentální měření* v laboratoři. V případě plynulé odlévání oceli je obvykle nutné stanovit termofyzikální veličiny pro velké množství různých značek odlévané oceli s rozdílným chemickým složením. Z tohoto důvodu se používají především počítačové solidifikační modely, jejichž použití je rychlé a nenákladné ve srovnání s experimentálním měřením, které je naopak časově i finančně značně náročné.

4.2 Softwarové solidifikační modely a empirické vztahy

Solidifikační modely jsou numerické modely umožňující pomocí počítače modelovat a simulovat solidifikaci látky, tedy její fázovou přeměnu z taveniny na pevnou fázi i fázové přeměny v tuhém stavu. Tyto nástroje jsou schopny podle chemického složení a rychlosti ochlazování stanovit závislost termofyzikálních veličin na teplotě, fázové diagramy, strukturální diagramy, segregaci prvků a podobně. Pro oceli existuje několik solidifikačních modelů, např. *Interdendritic Solidification Model IDS* [110, 108] nebo *Thermo-Calc* [3, 193, 165].

Další možností je využití databází termofyzikálních vlastností oceli, např. *Temperature Dependent Elastic & Thermal Properties Database*¹² nebo *Network Database System for Thermophysical Property Data*¹³. Zmíněné databáze obsahují různé typy značek ocelí, ke kterým jsou dostupné především empirické vztahy. Použitím těchto vztahů lze pak stanovit hodnoty pro požadované termofyzikální veličiny a teplotní rozsah. V literatuře lze rovněž pro různé značky oceli nalézt empirické vztahy, např. [194, 146, 75, 86, 90, 100] nebo tabelované hodnoty, např. [82, 207].

4.2.1 Interdendritic Solidification Model IDS

Pro stanovení teplotní závislosti termofyzikálních veličin ocelí uvedených v této práci byl použit solidifikační model *Interdendritic Solidification Model IDS* ve verzi 1.3.1, viz obrázek 4.3. Tento model je simulačním nástrojem pro solidifikaci oceli zahrnující fázové změny a umožňuje stanovit závislost fundamentálních termofyzikálních veličin na teplotě pro danou značku oceli s konkrétním chemickým složením a pro požadované parametry ochlazování. Solidifikační model IDS je tzv. „gray box“, tj. kombinuje empirické nebo semiempirické submodely (např. CCT diagramy¹⁴) s fyzikálně koncipovanými (fundamentálními) submodely [110]. Model IDS je vyvíjen na technické univerzitě v Helsinkách¹⁵. Model IDS se skládá ze dvou hlavních submodelů pro simulaci interdendritické solidifikace (řeší solidifikaci od teploty likvidu po teplotu 1 000 °C, tj. vznik např. δ -feritu nebo austenitu) a pro simulaci rozpadu austenitu v tuhém stavu (řeší solidifikaci od teploty 1 000 °C do teploty 25 °C, tj. vznik proeutektoidního feritu, cementitu, perlitu, bainitu a martenzitu) [110, 108]. Kromě uvedených informací týkajících se termofyzikálních vlastností oceli a fázových zlomků poskytuje model IDS také teploty významných událostí, které během solidifikace nastanou. Z pohledu aplikovatelnosti pro plynulé odlévání oceli se jedná zejména¹⁶ o teploty solidu a likvidu. Model IDS umožňuje rovněž stanovit rozpustnost vodíku a dusíku v oceli [92].

Vstupem do modelu IDS je chemické složení oceli a parametry ochlazování. Kromě základních prvků, tj. obsahu železa, uhlíku, manganu a křemíku je možné volit obsah mikrolegujících

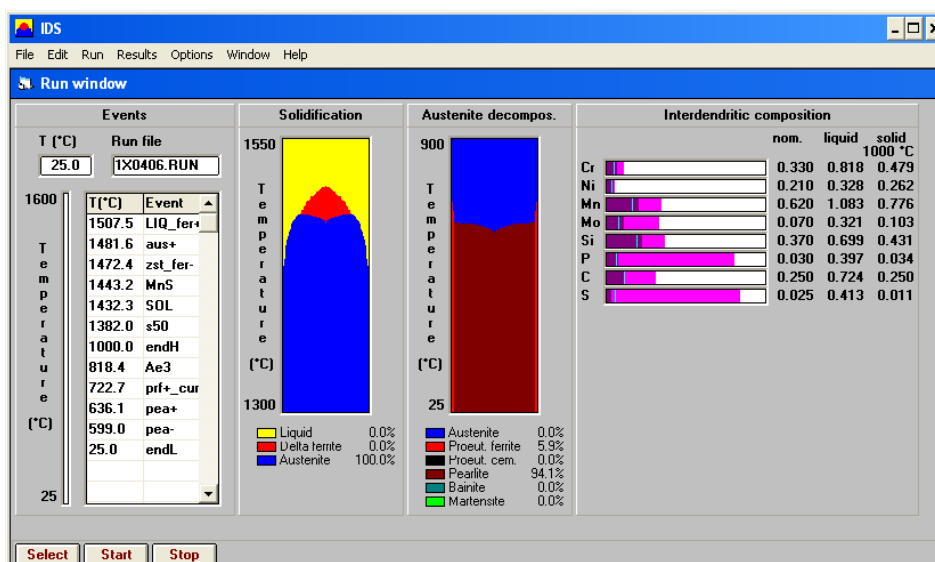
¹²dostupné na <http://www.jahm.com>

¹³dostupné na <http://tpds.db.aist.go.jp>

¹⁴continuous cooling transformation

¹⁵Laboratory of Metallurgy, Helsinki University of Technology, Finsko

¹⁶dále např. teploty začátku a konce strukturálních změn, Currieho bod atd.



Obrázek 4.3: Ukázka výpočtu v software Interdendritic Solidification Model IDS, verze 1.3.1.

prvků,¹⁷ nečistot¹⁸ a dalších příměsí.¹⁹ Dále je možné volit rychlost ochlazování (pokles teploty za jednotku času), velikost zrna v submodelu pro simulaci rozpadu austenitu a další parametry [109]. Výstupem modelu jsou pak datové soubory s vypočtenými údaji pro ocel daného chemického složení. Model IDS rovněž umožňuje základní vizualizaci výsledků. Výsledky modelu IDS byly validovány s výsledky z experimentálních měření, přičemž bylo dosaženo dobré shody [106, 107, 110].

4.3 Experimentální stanovení termofyzikálních veličin

Ve srovnání s počítačovými solidifikačními modely představuje experimentální stanovení hodnot termofyzikálních veličin časově i finančně podstatně náročnější proceduru. V souvislosti s prováděním experimentů je vysoce nákladné zejména technické vybavení laboratoří a nutnost vysoké kvalifikace pracovníků. Z uvedených důvodů se experimentální stanovení termofyzikálních veličin pro úlohu plynulého odlévání oceli používá spíše zřídka.

Cílem tohoto oddílu je základní přehled metod, které je možné využít pro stanovení termofyzikálních vlastností oceli. Součástí je rovněž i popis základních metod pro měření teploty, které mají význam např. při kontrole, ladění a verifikaci matematických modelů teplotních polí pro plynulé odlévání oceli.

4.3.1 Měrná tepelná kapacita a entalpie

Diferenční skenovací kalorimetrie²⁰ (DSC) je metoda pro měření měrné tepelné kapacity a entalpie látky. Princip metody je založen na měření měrného tepelného toku, který je potřeba dodat nebo odebrat vzorku materiálu k jeho ohřátí nebo ochlazení o ΔT . Výsledkem DSC měření je pak závislost měrného tepelného toku na teplotě $\dot{q} = f(T)$, viz obrázek 4.4. Experiment probíhá současně na vzorku měřeného materiálu a na referenčním vzorku, který je vyroben

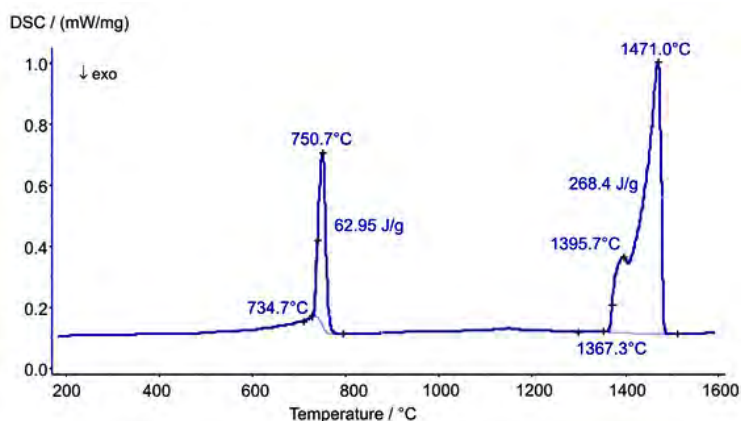
¹⁷např. Cr, Ni, Mo, Nb, Ti, V

¹⁸síra, fosfor

¹⁹např. H, N, O, Ca, Cu, Al

²⁰differential scanning calorimetry

z materiálu o známých termofyzikálních vlastnostech, zejména o známé měrné tepelné kapacitě. Ohřev vzorku a referenčního vzorku probíhá tak, aby teplota obou vzorků byla během experimentu totožná a lineárně rostla nebo klesala [54]. Fázové změny, tj. změny skupenství látky nebo strukturální změny bez změny skupenství, se pak projeví v nárůstu nebo poklesu teplotně závislého množství tepla potřebného k ohřátí nebo ochlazení. Entalpii látky, respektive její změnu, lze následně stanovit integrací záznamu z DSC měření, protože je úměrná velikosti plochy pod křivkou měrného tepelného toku [54].



Obrázek 4.4: Záznam z DSC měření oceli SAE 107.²¹

Obrázek 4.4 je záznamem z DSC měření oceli SAE 107. Teplota 735 °C je Currieho bodem, který je následován fázovou přeměnou v tuhém stavu s peakem při teplotě 751 °C a změnou krystalické mřížky oceli z prostorově středěné na plošně středěnou. Latentní teplo uvedené přeměny v tuhém stavu je 63 kJ kg⁻¹. Při teplotě 1 367 °C začíná fázová přeměna se změnou skupenství, tj. vznik taveniny. Tato fázová změna má peak při teplotě 1 471 °C a její latentní teplo je 268 kJ kg⁻¹.

DSC analýza na obrázku 4.4 byla provedena pomocí diferenciálního skenovacího kalorimetru DSC 404 F1 Pegasus, který vyrábí firma Netzsch, viz obrázek 4.5. Zařízení DSC 404 F1 Pegasus umožňuje stanovit měrnou tepelnou kapacitu a entalpii materiálu za vysokých teplot, zejména kovů a keramiky. V závislosti na typu píčky umožňuje uvedené zařízení provádět měření v rozsahu od -150 °C do 2 000 °C. Výrobce udává chybu měření ±3,5 %²¹.

Diferenční termická analýza²² (DTA) je stejně jako diferenční skenovací kalorimetrie metodou pro termickou analýzu látek, především pak pro stanovení měrné tepelné kapacity a entalpie. Princip činnosti metody DTA je velmi podobný činnosti metody DSC s tím rozdílem, že při DTA je ohřev nebo ochlazování prováděno s konstantním měrným tepelným tokem, zatímco je měřen teplotní rozdíl mezi analyzovaným a referenčním materiálem [54].

4.3.2 Tepelná vodivost

Metoda měření tepelného toku²³ je stacionární metoda pro rychlé a přesné měření tepelné vodivosti [12]. Metoda je založena na měření tepelného toku vzorkem materiálu, který je sendvičově umístěn mezi studeným a teplým povrchem. Pro uvedený účel jsou oba povrchy vybaveny



Obrázek 4.5: DSC 404 F1 Pegasus.²¹

²¹obrázky 4.4 a 4.5 a specifikace zařízení převzaty z <http://www.netzsch-thermal-analysis.com/>

²²differential thermal analysis

²³heat flow meter method

termočlánky, které měří teplotu na studeném i teplém povrchu vzorku. Tepelný tok je pak stanoven snímačem tepelného toku na základě naměřených teplot povrchů. Součinitel tepelné vodivosti je následně stanoven z Fourierova zákona vedení tepla (4.3). Nevýhodou metody je především malý teplotní rozsah měření a nutnost kalibrace.

Metoda stíněné teplé desky²⁴ je stacionární metoda odstraňující nedostatky metody měření tepelného toku, tj. zejména nutnost kalibrace a malého teplotního rozsahu měření [12]. Pro měření je zapotřebí dvou totožných vzorků materiálu, mezi které se sendvičově umístí elektricky ohřívající deska. Na povrchy obou měřených vzorků, které jsou vybaveny termočlánky pro měření teploty, se navíc ještě umístí pomocná topná tělesa, která jsou z vnější strany tepelně izolována. Celý měřicí systém je umístěn ve vakuované nádobě, která zabraňuje tepelným únikům při měření. Součinitel tepelné vodivosti je stanoven na základě Fourierova zákona (4.3) z tepelného toku mezi ohřívající deskou a pomocnými topnými tělesy.

Tato metoda umožňuje měření tepelné vodivosti materiálů, které mají malé až středně velké hodnoty součinitele tepelné vodivosti. Měření lze provádět dle typu měřicího zařízení v teplotním rozsahu -160°C až 700°C [12]. Nevýhodou metody je zejména časově náročné měření. Na obrázku 4.6 je zobrazeno zařízení pro měření tepelné vodivosti DTC-300 vyráběné společností TA Instruments. Zařízení DTC-300 využívá pro měření metodu stíněné teplé desky a umožňuje měřit součinitel tepelné vodivosti pevných látek, pastových hmot, a s využitím speciálních přípravků i kapalin a tenkých filmů. Teplotní rozsah měření je od -20°C do 300°C a rozsah součinitele tepelné vodivosti od $0,1\text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ do $40\text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$. Výrobce udává přesnost měření $\pm 3\%$ ²⁵.



Obrázek 4.6: DTC-300.

Metoda odporového drátu²⁶ je tranzientní metoda, která je založena na umístění odporového drátu generujícího teplo mezi dva vzorky materiálu a následném měření časového vývoje teploty v předem definovaném místě měřeného vzorku [12]. Součinitel tepelné vodivosti se následně určí řešením inverzní úlohy přenosu tepla $\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T$ pro neznámou hodnotu teplotní vodivosti a , ze které lze následně při znalosti hustoty a měrné tepelné kapacity stanovit součinitel tepelné vodivosti, viz vztah (4.4).

Laserová metoda²⁷ je tranzientní, bezkontaktní a nedestruktivní metoda pro měření teplotní a tepelné vodivosti a měrné tepelné kapacity, poprvé představená W. J. Parkerem *et al.* [122]. Podstatou metody je emitování krátkých světelných pulsů laserem, které dopadají na povrch měřeného materiálu, viz obrázek 4.7. Tyto světelné pulsy nesoucí energii jsou po dopadu povrchem absorbovány a přeměněny se na teplo. Na protilehlé straně vzorku materiálu je instalován infračervený senzor,²⁸ který zaznamenává teplotní historii neozařovaného povrchu v čase. Podobně jako v případě metody odporového drátu se součinitel tepelné vodivosti stanoví ze součinitele teplotní vodivosti, která se určí podle vztahu [122] $a = 0,1398 \frac{d^2}{t_{1/2}}$, kde d je tloušťka

²⁴ guarded hot plate method

²⁵ údaje a obrázek 4.6 převzaty z brožury k DTC-300 dostupné na <http://thermophysical.tainstruments.com/>

²⁶ hot wire method

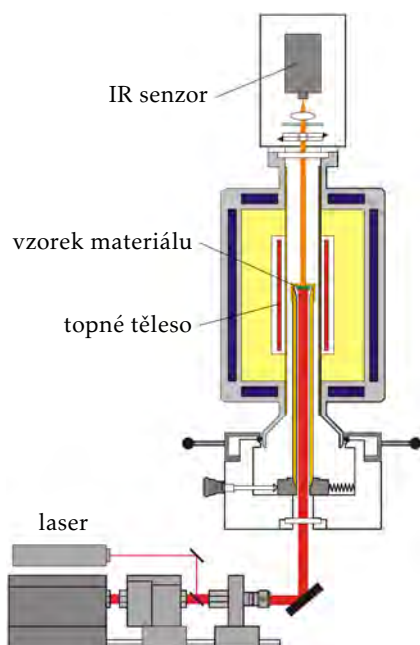
²⁷ laser flash method

²⁸ pro měření teplotní historie je rovněž možné použít např. termočlánky, což ale vyžaduje jejich instalaci do vzorku a komplikuje vlastní měření

vzorku (tj. vzdálenost mezi ozařovanou stranou a protilehlou stranou, na které probíhá měření) a $t_{1/2}$ je čas, za který teplota neozařované strany dosáhne poloviny své maximální hodnoty. Čím je teplotní vodivost vyšší, tím rychleji se materiálem „šíří“ tepelné pulzy z emitované strany na protilehlou stranu, na které probíhá měření teplot [12].

Laserová metoda je vhodná především pro materiály s vyšší tepelnou vodivostí, zejména tedy pro kovy. Výhodou uvedené metody je časová nenáročnost měření, jednoduchá příprava vzorků a vysoká přesnost měření [12]. Značnou výhodou metody je velký rozsah teplot, při kterých je možné měření provádět. Bezkontaktnost metody umožňuje provádět měření i za vysokých teplot, kdy jsou kovy již v kapalném stavu.

Na obrázku 4.8 je zobrazeno zařízení Flashline 4010 pro měření termofyzikálních vlastností, které vyrábí společnost Anter. Zařízení Flashline 4010 pracuje na principu laserové metody a umožňuje stanovit součinitel tepelné vodivosti a měrnou tepelnou kapacitu až do teploty 1 600 °C pro kovy, kapaliny nebo prášky. Zařízení se standardní konfigurací emituje laserem na měřený vzorek 200 – 300 μs světelné pulsy a umožňuje měření ve vysokém vakuu (až 10^{-4} Pa), se vzduchem, s inertním plynem nebo s vodíkem. Rozsah měření součinitele tepelné vodivosti je od $0,1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ do $2 000 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ s přesností $\pm 5 \%$ ²⁹.



Obrázek 4.7: Schéma principu laserové metody.³⁰



Obrázek 4.8: Flashline 4010.²⁹

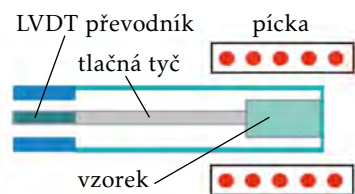
4.3.3 Hustota

Pro experimentální stanovení hustoty látky lze využít samotné definice hustoty, někdy také označované jako měrná hmotnost: $\rho = \frac{m}{V}$. Stanovení teplotní závislosti hustoty $\rho(T)$ pak probíhá se vzorkem materiálu o hmotnosti m , u kterého se během měření stanovuje jeho teplotně závislý objem $V(T)$, resp. změna jeho objemu ΔV jako funkce teploty.

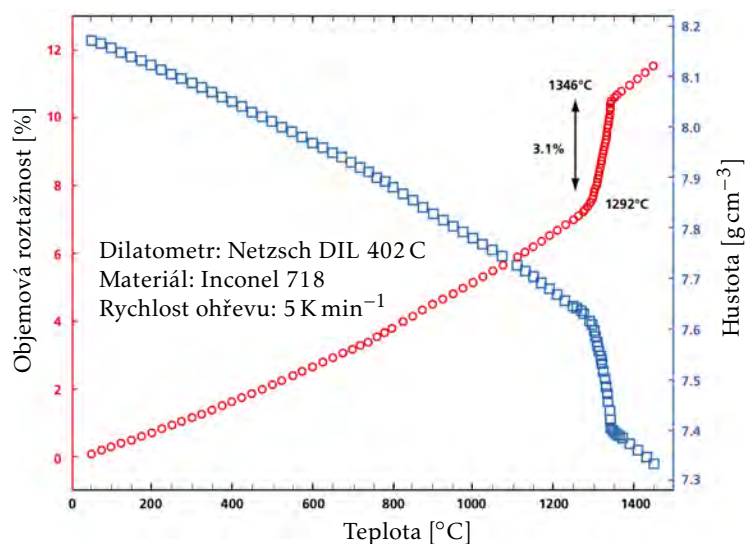
²⁹údaje a obrázek 4.8 převzaty z brožury k Flashline 4010 dostupné na <http://www.zpph.com/>

³⁰obrázek 4.7 převzat z prezentace W. Hohenauera *Laser flash method to determine thermal conductivity* dostupné na <http://www.phox.at/>

Dilatometrická analýza je metodou termické analýzy, která umožňuje stanovit teplotní roztažnost a tedy teplotně závislou změnu objemu analyzovaného materiálu [185]. Principem činnosti dilatometru je kontrolovaný ohřev vzorku v píce, během kterého jsou teplotně závislé objemové změny materiálu přenášeny pomocí tlačné tyče do LVDT převodníku,³¹ viz obrázek 4.9. Kromě pevných látek je možné pomocí přípravků a nástavců provádět i měření kapalin, případně provádět měření v teplotním rozsahu zahrnující změnu skupenství.



Obrázek 4.9: Princip činnosti dilatometru.³²



Obrázek 4.10: Záznam měření teplotní závislosti hustoty pomocí dilatometru Netzsch.³²

Na obrázku 4.10 je zobrazena experimentálně³² stanovená teplotní závislost objemové roztažnosti a z ní určená teplotní závislost hustoty pro niklovou slitinu Inconel 718. Uvedené měření bylo provedeno pomocí dilatometru Netzsch DIL 402 C v ochranné atmosféře helia s rychlostí ohřevu 5 K min^{-1} . Experiment byl proveden v teplotním rozsahu zahrnující přeměnu pevné fáze v taveninu. Dilatometr Netzsch DIL 402 C umožňuje provádět měření dle použitého typu vyměnitelné píčky v teplotním rozsahu od -180°C do 2000°C v ochranné atmosféře interních plynů nebo vysokém vakuu až 10^{-2} Pa .

Termomechanická analýza³³ (TMA) [36] je metoda termické analýzy, která je rozšířením dilatometrie [36, 133]. Na rozdíl od dilatometrické analýzy je měřený vzorek materiálu během měření navíc zatížen vnější silou. Využití TMA je poměrně široké, např. pro identifikaci fázových přechodů, analýzu tepelné historie vzorku nebo analýzu mechanických vlastností. Jednou z aplikací TMA je také stanovení teplotní roztažnosti, pomocí které lze určit hustotu látky v daném rozsahu teplot [133].

4.4 Metody a zařízení pro měření teploty a teplotních polí

V oblasti plynulého odlévání oceli má měření teploty zásadní význam pro validaci a „ladění“ numerických modelů teplotních polí. Obecně lze metody pro měření teploty rozdělit na *invasivní* (vyžadují instalaci měřicího zařízení nebo jeho části na měřený objekt nebo jeho povrch)

³¹linear variable displacement transducer

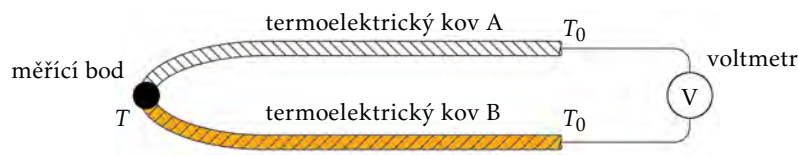
³²obrázky 4.9 a 4.10 a parametry dilatometrického měření slitiny Inconel 718 převzaty z brožury výrobce Netzsch *Dilatometry: Methods, Instruments, Applications* dostupné na <http://www.netzsch-thermal-analysis.com/>

³³thermomechanical analysis

a *neinvazivní* (bezkontaktní) [24, 25]. Mezi invazivní metody patří např. použití odporových a termoelektrických teploměrů (termočlánků), které lze využít např. pro stanovení teplotních profilů a odvodu tepla v krystalizátoru [31]. Zařízení pro neinvazivní měření teploty jsou především pyrometry a termovize. Jejich použití je zejména v případě kontroly povrchové teploty plynule odléváných předlitků a rovněž v případě validace a „ladění“ matematických modelů pro plynulé odlévání.

Odporové teploměry [24, 105] (RTD³⁴) jsou zařízení pro invazivní měření teploty. Principem činnosti odporových teploměrů je změna elektrického odporu vodiče se změnou teploty, která se obvykle uvažuje jako kvadratická. Pro výrobu odporových teploměrů se využívá zejména platina (−260 °C až 1 000 °C), nikl (−60 °C až 180 °C) a měď (−50 °C až 150 °C) [105]. Odporové teploměry se při plynulém odlévání oceli používají např. pro měření teplot chladicí vody.

Termoelektrické teploměry, tzv. *termočlánky*, jsou stejně jako odporové teploměry určeny pro invazivní měření teploty. Principem měření je termoelektrický jev objevený T. J. Seebeckem [24, 105]: v uzavřeném elektrickém obvodu tvořeném dvěma různými kovy dochází ke vzniku elektrického proudu, jestliže spoje mezi kovy mají vzájemně různou teplotu. Termočlánek je pak tvořen dvěma kovy (vodiči), které jsou vzájemně na jednom konci spojeny, viz obrázek 4.11. Na volných koncích obou vodičů je pak připojen voltmetr, který měří teplotně závislé napětí na termočlánku, které je funkcí měřené teploty T a referenční teploty T_0 . Použité kovy při výrobě termočlánku pak určují oblast jeho použití, např. slitiny platiny a rhodia (typ B: Pt + 30 % Rh / Pt + 6 % Rh) pro velký rozsah teplot až do 1 750 °C, niklové slitiny (typ K: Ni-Cr/Ni-Al) až do teploty 1 100 °C nebo konstantan³⁵ (typ J: konstantan/Fe) až do teploty 800 °C [24]. Termoelektrické teploměry nacházejí při plynulém odlévání oceli uplatnění např. v protiprůvalových systémech a při měření lící teploty.



Obrázek 4.11: Princip měření teploty termočlánkem [24].

Infračervené snímání teploty³⁶ (termografie) je oblast, která zahrnuje neinvazivní metody pro měření teploty [24]. Podle Stefanova-Boltzmannova zákona [58] $E = \sigma \varepsilon T^4$ každé těleso o teplotě vyšší než 0 K emituje tepelné záření v podobě elektromagnetického vlnění. Množství emitovaného tepelného záření a jeho vlnová délka závisí na teplotě a vlastnostech povrchu, který záření emituje [177]. Tepelné záření je elektromagnetické záření o vlnových délkách v rozmezí 100 nm až 100 μm a zahrnuje tedy spektrum viditelného záření (380 nm až 780 nm) a část spektra infračerveného záření (780 nm až 1 mm) [24]. Činnost termografických zařízení pro měření teploty je založena na použití infračerveného senzoru – tzv. bolometru, který převádí intenzitu emitovaného tepelného záření na měřitelný signál (např. elektrické napětí), jenž lze převést na teplotu. Termografická zařízení pro snímání teploty umožňují dle konkrétního typu měřit

³⁴resistance temperature device

³⁵slitina mědi (35–50 %) a niklu

³⁶infrared thermal imaging

teploty od 50 K do 6 000 K [24]. V případě infračerveného snímání teploty je rovněž pro měření skutečné teploty povrchu zásadní správně určit emisivitu měřeného povrchu [177].



Obrázek 4.12: Pyrometr SG-LO pro plynulé odlévání oceli.³⁷



Obrázek 4.13: Termokamera InfReC R500 Pro.³⁸

Pyrometr je infračervený snímač teploty, který umožňuje měřit teplotu tělesa v jednom bodě. Na obrázku 4.12 je pyrometr SG-LO vyráběný firmou LumaSense Technologies. Tento odolný vzduchem chlazený pyrometr je navržen speciálně pro použití v plynulém odlévání oceli, např. pro měření povrchové teploty v sekundární chladicí zóně.³⁷

Termokamera (termovize, infračervená kamera) je zařízení pro infračervené snímání teploty, které na rozdíl od pyrometru umožňuje stanovit rozložení teploty v prostoru, které zobrazuje graficky ve 2D v tzv. termogramu [177]. Na obrázku 4.13 je zobrazena termokamera InfReC R500 Pro vyráběná firmou Nippon Avionics, která umožňuje měřit teplotu v rozsahu od -40°C do $2\,000^{\circ}\text{C}$ při rozlišení termogramu $1\,280 \times 960$ pixelů, tj. 1,2 Mpx.³⁸ Termokamera umožňuje současně vytvořit termogram i fotografii měřeného objektu. Výrobce udává přesnost měření $\pm 1^{\circ}\text{C}$, citlivost snímače $0,03^{\circ}\text{C}$ a rozsah vlnových délek měřitelného záření od $8\ \mu\text{m}$ do $14\ \mu\text{m}$. Na obrázku 4.14 je ilustrováno využití termokamery v hutnictví při kontrole povrchových teplot odlévaného předlitku a při monitoringu tepelného zatížení pánve při odpichu roztavené oceli z pece.

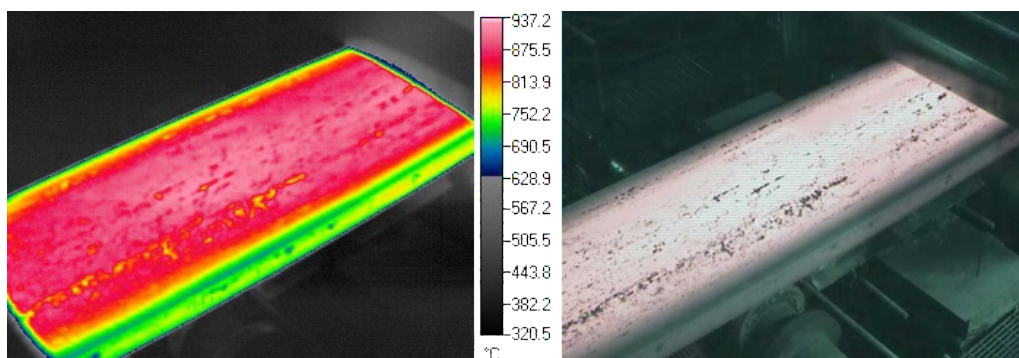
Zásadním a velmi důležitým problémem při infračerveném měření teploty, který ovlivňuje naměřené hodnoty, je správné určení emisivity měřeného povrchu. Chybné stanovení emisivity může způsobit značnou chybu a tedy degradovat měření. Dalším problémem při infračerveném měření povrchových teplot předlitku je rovněž vznik okujů na jeho povrchu. Okuje totiž mohou „zastínit“ měřený povrch, čímž dojde k naměření nikoliv povrchové teploty předlitku, ale povrchu okujů, které mají obvykle nižší teplotu než měřený povrch.

4.5 Analýza vlivu chemického složení na termofyzikální veličiny a teplotní pole předlitku

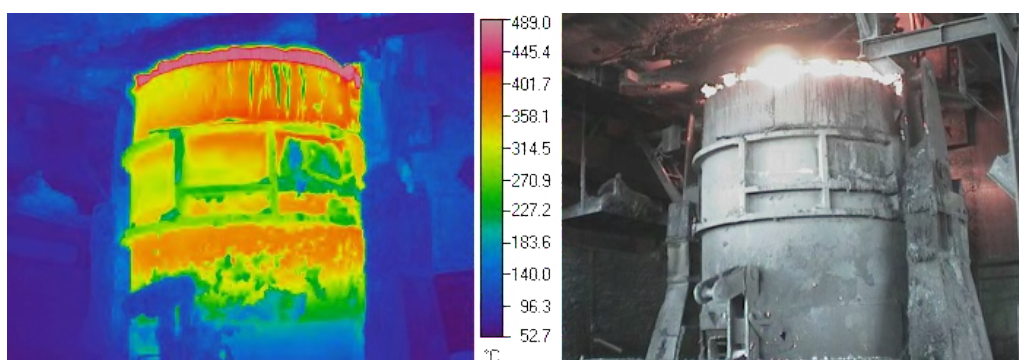
Jak již bylo zmíněno v předchozích oddílech, přesnost numerické predikce teplotního pole a jeho shoda s teplotním polem reálně odlévaného předlitku je kromě jiného závislá na vstupech do numerického modelu. Jedním ze vstupních parametrů numerického modelu je i chemické složení odlévané oceli, na základě kterého jsou stanoveny termofyzikální veličiny ovlivňující utváření teplotního pole odlévaného předlitku. V praxi je v ocelárně z každé tavby odebrán vzorek, který je podroben chemické analýze. Výsledek tohoto chemického rozboru pak

³⁷obrázek 4.12 a specifikace převzaty z webu výrobce dostupného na <http://www.lumasenseinc.com/>

³⁸obrázek 4.13, specifikace a termogramy na obrázku 4.14 převzaty z webu výrobce dostupného na <http://www.infrared.avio.co.jp/>



(a) Termogram povrchových teplot odlévaného předlitku.



(b) Termogram pánve s taveninou při odpichu pece.

Obrázek 4.14: Využití neinvazivního termovizního měření teploty v ocelárně.³⁸

mimo jiné vstupuje i do numerického modelu za účelem zvýšení přesnosti predikce teplotního pole a solidifikace oceli.

Obsahem tohoto oddílu je poukázat na odchylky a nepřesnosti v predikci teplotního pole a dalších parametrů, např. metalurgické délky, vlivem odchýleného chemického složení, tj. nepřesně stanovenými termofyzikálními vlastnostmi pro konkrétní odlévanou ocel [A12]. Pro provedenou analýzu byly vybrány tři značky oceli o různém obsahu uhlíku, které jsou odlévány v Železiárnách Podbrezová na Slovensku a které zde tvoří většinou část celkové produkce oceli. Termofyzikální veličiny pro všechny uvažované varianty chemického složení byly stanoveny s použitím solidifikačního modelu IDS verze 1.3.1, viz oddíl 4.2.1. Provedenou analýzu je možné rozšířit o další vlivy, které mohou ovlivňovat utvářené teplotní pole a solidifikaci předlitku, např. lící rychlost [A11].

4.5.1 Analyzované značky oceli

Pro analýzu byla vybrána nízkouhlíková ocel S235JRH, středněuhlíková ocel S355J2G3 a vysokouhlíková ocel C45. Pro každou značku oceli byly uvažovány tři varianty chemického složení: *běžné*, *minimální* a *maximální*. Běžné složení bylo stanoveno na základě chemického rozboru konkrétní odlévané tavby. *Minimální* a *maximální* chemické složení pak bylo převzato z materiálových norem. Všechny tři značky oceli patří mezi feriticko-perlitické podeutektoidní oceli [6]. V tabulce 4.1 je uveden přehled základního chemického složení uvažovaných ocelí. Úplné chemické složení je uveden v tabulce A.3 (příloha A, strana 196) včetně tzv. cíleného chemického složení, kterého se snaží pracovníci ocelárny dosáhnout při přípravě oceli v peci. Přehled

základních mechanických vlastností je uveden v tabulce A.2 (příloha A, strana 195) a přehled ekvivalentního značení oceli je uveden v tabulce A.1 (příloha A, strana 195).

Tabulka 4.1: Základní chemické složení analyzovaných značek oceli.

Ocel	Chemické složení [wt. %]										
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Al	Ti
S235JRH	0,07	0,21	0,44	0,011	0,007	0,06	0,05	0,01	0,17	0,026	0,002
S235JRH _{min}	0,07	0,17	0,40	0	0	0	0	0	0	0,020	0
S235JRH _{max}	0,09	0,25	0,50	0,015	0,015	0,10	0,15	0,03	0,25	0,030	0,010
S355J2G3	0,19	0,22	1,17	0,016	0,012	0,06	0,09	0,01	0,26	0,022	0,002
S355J2G3 _{min}	0,17	0,15	1,15	0	0	0	0	0	0	0,020	0
S355J2G3 _{max}	0,2	0,25	1,30	0,025	0,02	0,3	0,25	0,08	0,3	0,03	0,01
C45	0,46	0,23	0,63	0,009	0,011	0,05	0,05	0,01	0,19	0,017	0,021
C45 _{min}	0,44	0,17	0,6	0	0	0	0	0	0	0,01	0,015
C45 _{max}	0,5	0,35	0,8	0,025	0,025	0,25	0,25	0,03	0,3	0,03	0,025

S235JRH Nelegovaná konstrukční ocel obvyklé jakosti vhodná ke svařování pro ocelové konstrukce. Vhodná na součásti konstrukcí a strojů středních tlouštěk, namáhané staticky i dynamicky, na součásti z plechů a svařovaných dutých profilů a součásti kované pro tepelná energetická zařízení a tlakové nádoby.

S355J2G3 Nelegovaná konstrukční jemnozrnná ocel obvyklé jakosti, vhodná ke svařování. Vhodná na svařované konstrukce, ohýbané profily, svařované konstrukce z dutých profilů, strojní části staticky i dynamicky namáhané, na součásti tepelných energetických zařízení a tlakových nádob.

C45 Uhlíková konstrukční ocel k zušlechťování a povrchovému kalení. Vhodná na středně namáhané části strojů a zařízení, např. na hřídele těžkých strojů, ozubená kola, věnce, šneky, rotory, ojnice, pístnice, vřetena, zarážky, kolíky, vahadla.

Studie byla provedena pro lící podmínky odpovídající reálnému provozu v Železiárnách Podbrezová. Analyzován byl případ plynule odlévaného sochorového předlitku čtvercového formátu o rozměrech 200 × 200 mm, který byl odléván lící rychlostí 0,9 m min⁻¹. Sekundární chladicí zóna se skládala ze tří chladicích okruhů (v obrázcích A.5 a A.6 označené jako S-0, S-1 a S-2) zahrnujících 96 vodních chladicích trysek. Za sekundární chladicí zónou byly umístěny dvě tažné a rovnací stolice (v obrázcích A.5 a A.6 označené jako ST-1 a ST-2).

4.5.2 Výsledky analýzy

Vliv chemického složení na termofyzikální veličiny

Rozborem průběhů termofyzikálních veličin jednotlivých značek oceli a jejich mezních chemických složení (viz obrázky A.1–A.4 v příloze A na stranách 197–200) bylo zjištěno, že vliv přítomnosti přísad a chemického složení na entalpii, měrnou tepelnou kapacitu a hustotu je *mimo* teplotní intervaly fázových změn v pevném stavu se změnou struktury a fázové změny

Tabulka 4.2: Význam zkratk teplot strukturálních a fázových změn.

Označení	Popis události
LIQ	likvidus
SOL	solidus
fer+	počátek vylučování δ -feritu z taveniny
fer-	konec vylučování δ -feritu z taveniny
aus+	počátek přeměny δ -feritu na austenit
prf+	počátek vylučování proeutektoidního feritu
pea+	počátek rozpadu zbytkového austenitu na perlit
pea-	konec rozpadu zbytkového austenitu na perlit
bai+	počátek vzniku bainitu
mar+	počátek vzniku martenzitu
cur	Curieho bod

se změnou skupenství *zanedbatelný* a všechny uvedené termofyzikální vlastnosti a veličiny nabývají v uvedeném teplotním rozmezí téměř totožných hodnot. V případě tepelné vodivosti je s klesající teplotou součinitel tepelné vodivosti téměř nezávislý na odchylkách chemického složení, a to až do teploty vzniku proeutektoidního feritu. Pod touto teplotou je již součinitel tepelné vodivosti závislý na přítomnosti přísad a chemickém složení.

Níže uvedené závěry pro jednotlivé termofyzikální veličiny jsou platné pro analyzované třídy ocelí, tedy pro značky S235JRH, S355J2G3 a C45. Pro rozšíření platnosti závěrů na větší počet tříd oceli by bylo zapotřebí provést analýzu s větším počtem uvažovaných značek oceli.

Objemová entalpie. Na základě provedené analýzy a obrázku A.1 platí, že vyšší přítomnost přísad v oceli vede k vyšším hodnotám objemové entalpie v rozsahu teplot fázové změny v pevném stavu i v rozsahu teplot fázové změny se změnou skupenství, přičemž pro nižší přítomnost přísad platí pro hodnoty objemové entalpie opačné závěry.

Měrná tepelná kapacita. Z obrázku A.2 a rozboru lze vyslovit závěr, že vyšší přítomnost přísad v oceli vede k nižším hodnotám měrné tepelné kapacity v oblasti teplot fázové změny v pevném stavu a naopak k vyšším hodnotám měrné tepelné kapacity v rozsahu teplot fázové změny se změnou skupenství. Pro nižší přítomnost přísad lze formulovat analogické závěry s opačnými implikacemi.

Tepelná vodivost. Z analýzy a z obrázku A.3 je patrné, že od teploty likvidu až po teplotu začátku vzniku proeutektoidního feritu (prf+) nemá chemické složení a přítomnost přísad zásadní vliv na průběh součinitele tepelné vodivosti. Pod odpovídající teplotou prf+ pro všechny uvažované třídy ocelí platí, že vyšší přítomnost přísad v oceli způsobuje nižší hodnoty součinitele tepelné vodivosti, přičemž tento trend (lineární, případně lineárně lomený) je zachován i při opuštění teplotního intervalu strukturálních změn, tj. pod teplotou konce rozpadu zbytkového austenitu na perlit (pea-). Pro součinitel tepelné vodivosti v případě oceli s nižším obsahem přísad platí obrácený závěr.

Hustota. Dle provedené analýzy a obrázku A.4 lze vyslovit závěr, že vyšší přítomnost přísad v oceli vede k vyšším hodnotám hustoty v rozsahu teplot fázové změny v pevném stavu,

Tabulka 4.3: Teploty a velikosti teplotních intervalů fázových změn v tuhém stavu.

Ocel	Teplota [°C]			Velikost teplotního intervalu [°C]		
	prf+	pea+	pea-	⟨pea+, prf+⟩	⟨pea-, pea+⟩	⟨pea-, prf+⟩
S235JRH	823	693	655	130	38	168
S235JRH _{min}	829	697	660	132	37	169
S235JRH _{max}	803	681	641	122	40	162
S355J2G3	700	600	556	100	44	144
S355J2G3 _{min}	714	614	564	100	50	150
S355J2G3 _{max}	666	560	—	106	—	—
C45	676	637	602	39	35	74
C45 _{min}	682	644	608	38	36	74
C45 _{max}	655	613	584	42	29	71

ale naopak k nižším hodnotám hustoty v rozsahu teplot fázové změny se změnou skupenství. Pro nižší přítomnost přísad platí, stejně jako v předchozích případech, opačné závěry.

Vliv chemického složení na teplotní interval fázové změny v pevném stavu

Z provedené analýzy lze vyslovit závěr, že přítomnost chemických přísad v oceli má vliv na teploty strukturálních změn v tuhém stavu. Bylo zjištěno, že čím vyšší je podíl přísadových prvků na chemickém složení u všech sledovaných ocelí, tím více dochází k posunu teplot fázových změn v pevném stavu prf+, pea+, pea- k nižším teplotám, viz tabulka 4.3.

Z hodnot v tabulce 4.3 rovněž plyne, že přítomnost přísadových prvků v oceli ovlivňuje teplotní intervaly jednotlivých fázových změn. Tyto vlivy ale nemohou být na základě zjištěných údajů zobecněny, neboť vliv přítomnosti přísad je pro každou značku oceli odlišný.

Vliv chemického složení na teplotní interval fázové změny se změnou skupenství

Podobně jako v předchozím odstavci lze na základě provedeného rozboru vyslovit tvrzení, že chemické složení a podíl přísad v oceli má vliv na teploty fázových změn se změnou skupenství. Na základě hodnot uvedených v tabulce 4.4 bylo zjištěno, že vyšší přítomnost přísad způsobuje posun teplot fázových změn LIQ a SOL k nižším teplotám, a to pro všechny značky analyzovaných ocelí.

Z hodnot v tabulce 4.4 lze vyslovit závěr, že přítomnost přísad má vliv na šířku teplotního intervalu fázových změn. V případě teplotního intervalu mezi teplotou solidu a likvidu lze vyslovit závěr, že vyšší přítomnost přísad rozšiřuje teplotní interval ⟨SOL, LIQ⟩.

Vliv chemického složení na teplotní pole předlitku

Povrchová teplota předlitku. Na obrázku A.5 (příloha A, strana 201) jsou zobrazeny průběhy povrchových teplot pod chladičími tryskami na povrchu malého rádiusu. Na základě zmíněného obrázku lze vyslovit závěr, že přítomnost přísad a odchylka chemického složení mají vliv na průběh povrchových teplot odlévaného předlitku. U všech tří analyzovaných značek platí, že chemicky chudší ocel dosahuje vyšší povrchové teploty a naopak, ocel bohatá na

Tabulka 4.4: Teploty a velikosti teplotních intervalů fázových změn se změnou skupenství.

Ocel	Teplota [°C]				Šířka teplotního intervalu [°C]		
	LIQ	SOL	aus+	fer–	⟨LIQ, SOL⟩	⟨LIQ, aus+⟩	⟨LIQ, fer–⟩
S235JRH	1526	1486	1474	1413	40	52	113
S235JRH _{min}	1529	1500	1474	1432	29	55	97
S235JRH _{max}	1522	1447	1475	1414	75	47	108
S355J2G3	1512	1451	1484	1474	61	28	38
S355J2G3 _{min}	1517	1475	1488	1482	42	29	35
S355J2G3 _{max}	1508	1439	1481	1468	69	27	40
C45	1493	1406	1488	1486	87	5	7
C45 _{min}	1497	1422	1490	1489	75	7	8
C45 _{max}	1484	1378	1484	—	106	0	—

přísady dosahuje nižší povrchové teploty. Tento teplotní rozdíl je největší v případě oceli C45, kde je až 10 °C. Pro teplotní průběhy v jiné pozici vzhledem k předlitku (např. pro hranu) je možné vyslovit totožné závěry jako výše uvedené, nicméně největší teplotní rozdíly nastávají pod chladicími tryskami, kde dochází k největší intenzitě odvodu tepla z předlitku.

Křivky isolikvidu a isosolidu, velikost mushy zóny. Na obrázku A.6 (příloha A, strana 202) jsou zobrazeny isolikvidy a isosolidy v horizontálním podélném řezu odlévaného předlitku. Z obrázku je patrné, že odchylky v chemickém složení mohou způsobit nepřesnou predikci polohy a velikosti mushy zóny a s nimi souvisejícími parametry, např. metalurgické délky. Vyšší přítomnost přísadových prvků, tj. bohatší chemické složení způsobuje u všech tří analyzovaných ocelí kladný posun isosolidy, tj. prodloužení metalurgické délky. Přítomnost přísad má také vliv na polohu isolikvidy, kde dochází k vylučování prvních zrn tuhé fáze v tavenině.

Místní interval tuhnutí. Na obrázcích A.7 a A.8 (příloha A, strany 203 a 204) jsou zobrazeny 2D řezy a 3D vizualizace místního intervalu tuhnutí τ_{lps} . Tento parametr vyjadřuje poměr šířky mushy zóny (vzdálenosti mezi isosolidou a isolikvidou) a licí rychlosti v_z , tj. čas potřebný ke kompletní solidifikaci taveniny na pevnou fázi,

$$\tau_{lps}(x, y) = \frac{L_{sol}(x, y) - L_{lik}(x, y)}{v_z}, \quad (4.5)$$

kde $L_{sol}(x, y)$ a $L_{lik}(x, y)$ jsou vzdálenosti isosolidy a isolikvidy od menisku v daném bodě (x, y) průřezu předlitku.

Na základě obrázků A.7 a A.8 lze vyslovit tvrzení, že chemické složení má významný vliv na místní interval tuhnutí analyzovaných značek oceli a jeho charakter. Nejvýrazněji je tento vliv patrný pro ocel S355J2G3, viz obrázky A.7 (b), (d), (f) a A.8 (d): pro běžné chemické složení se místní interval tuhnutí zvětšuje ve směru od povrchu předlitku do jeho jádra. Pro minimální dovolené chemické složení je tento trend zachován, ale s celkovým zmenšením (zkrácením) místního intervalu tuhnutí. Avšak pro chemicky nejbohatší složení oceli se tvar místního intervalu tuhnutí a tedy i charakter solidifikace výrazně změní: místní interval tuhnutí dosahuje svého maxima ve čtyřech bodech mimo jádro předlitku, kde je solidifikace asi o 1 minutu rych-

lejší. Toto atypické chování může být indikátorem případných problémů ve vztahu ke kvalitě předlitku, např. tvorbě vnitřních vad.

4.5.3 Závěr provedené analýzy

Analýza byla provedena pro tři význačné značky oceli, které tvoří většinou produkci v Železiárnách Podbrezová na Slovensku. Přestože byla studie provedena pouze pro tři charakteristické značky oceli, bylo prokázáno, že *správné určení chemického složení* a následně odpovídajících teplotně závislých průběhů *termofyzikálních veličin* dle chemického složení je *nutným a zásadním požadavkem* pro přesnou a spolehlivou predikci teplotního pole a solidifikace odlévaného předlitku. Zanedbání stanovení chemického složení a korespondujících závislostí termofyzikálních veličin odlévané oceli pak může vést z nevhodnému nebo nepřesnému řízení plynulého odlévání, zvýšení zmetkovitosti apod.

5

Počítačová implementace matematického modelu teplotního pole

JEDNÍM z hlavních cílů dizertační práce bylo vytvořit a softwarově implementovat matematický model teplotního pole plynule odlévaného předlitku. Tohoto cíle bylo dosaženo ve dvou implementačních řešeních.

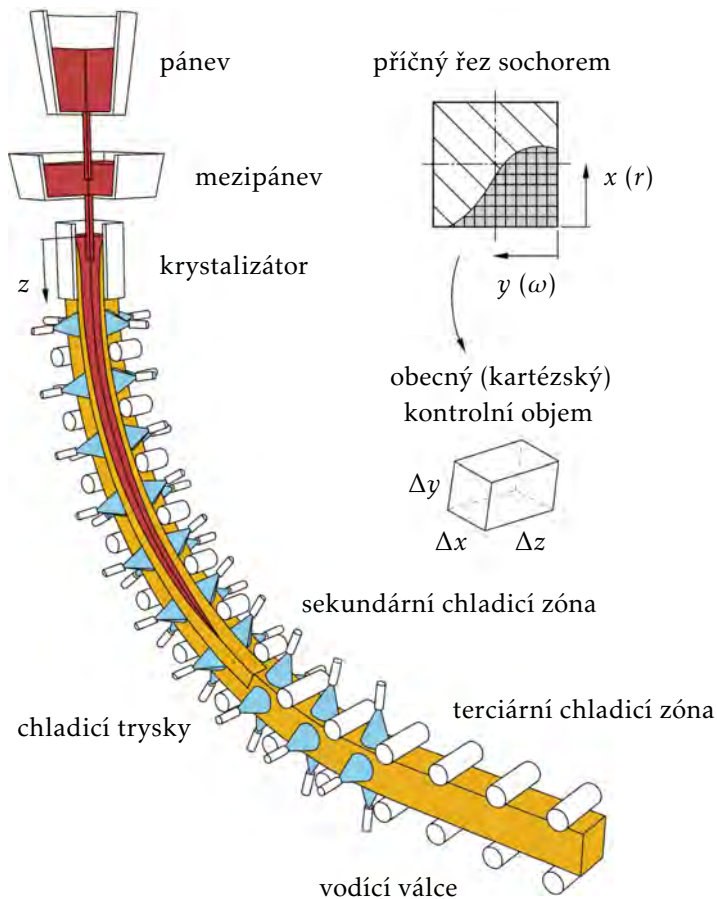
Pro první řešení bylo využito vědecko-technického software MATLAB, který umožňuje mimo jiné vytvářet programy pro řešení numerických problémů. Výhodou maticově založeného software MATLAB jsou jeho rozsáhlé build-in knihovny (toolboxy), které obsahují předprogramované a k přímočarému použití určené subprogramy – funkce. Tyto nástroje lze využít např. pro standardní matematické úkony (např. interpolace, maticové operace, řešení soustav rovnic, atd.), pokročilé matematické úkony (např. statistické zpracování dat a signálu, optimalizace, atd.) a grafickou vizualizaci (velké množství vizualizačních nástrojů pro jednorozměrná i vícerozměrná data). Pomocí MATLABu byl vytvořen numerický model, který byl implementován podle popisu a odvození uvedených v kapitole 3. Tento model lze považovat za tradiční řešení, které je využíváno i v komerčně vyvíjených modelech.

Druhé řešení použité pro implementaci numerického modelu lze považovat za originální a původní, které dosud nebylo v literatuře publikováno. Tato implementace totiž využívá masivní paralelizaci výpočetního jádra numerického modelu na grafické kartě, tzv. GPU¹. Z implementačního hlediska se jedná o model, jeho části zajišťující preprocessing a postprocessing jsou implementovány v MATLABu, ale vlastní výpočetní jádro modelu je implementováno v programovacím jazyku C++ a zkompilováno CUDA C++ kompilátorem, který zajišťuje jeho spustitelnost na grafických kartách NVIDIA. Paralelizací modelu na grafické kartě a následným benchmarkingem bylo zjištěno, že paralelizovaný GPU model je mnohonásobně výpočetně výkonnější než verze modelu implementovaná v MATLABu. Obrovský výpočetní výkon GPU modelu zároveň určil směr dalšího vývoje v oblasti využití modelu pro optimalizaci provozu lícího stroje.

5.1 Podstata matematického modelu teplotního pole

V tomto oddíle jsou uvedeny základní charakteristiky přístupu, které byly použity při tvorbě matematického modelu teplotního pole. Zde uvedené podrobnosti jsou platné pro obě verze implementovaného modelu (standardního a paralelizovaného s využitím GPU).

¹graphics processing unit



Obrázek 5.1: Schéma základních částí sochorového lícího stroje v částečném řezu pánvovým hospodářstvím, krystalizátorem a částí sekundární chladicí zóny. Vpravo nahoře detail sítě v příčném řezu.

Metoda pro modelování fázových změn

Matematický model teplotního pole byl implementován za základě popisu uvedeného v kapitole 3, oddíl 3.1. Po provedené analýze metod entalpie a efektivní tepelné kapacity byla pro implementaci modelu zvolena metoda entalpie (viz oddíl 3.5.1) z důvodů uvedených v oddíle 3.6. Metoda kontrolních objemů popsaná v oddíle 3.4.2 byla zvolena pro diskretizaci modelu a sestavení diskretizačních rovnic.

Matematický základ modelu teplotního pole

Základními stavebními kameny modelu tedy jsou odvozené vztahy (3.39) a (3.40). Matematický model teplotního pole se skládá z celkem 54 různých typů kontrolních objemů (např. vnitřní objemy, objemy na povrchu předlitku v krystalizátoru, objemy na hraně předlitku v krystalizátoru, přechodové objemy (přechod krystalizátoru na sekundární chladicí zónu, přechod radiální části na přímou část, apod.), povrchové a rohové objemy v sekundární chladicí zóně, objemy s rovině pálícího stroje, apod.). Pro každý z uvedených 54 typů objemů byla sestavena diskretizační rovnice, jejichž soustava tvoří jádro matematického modelu teplotního pole.

Termofyzikální vlastnosti oceli

Termofyzikální vlastnosti oceli, které jsou podrobně popsány v kapitole 4, jsou stanoveny podle aktuálního chemického složení pomocí solidifikačního modelu IDS (viz oddíl 4.2.1). Termofyzikální vlastnosti jsou pro každý kontrolní objem iterativně přepočítávány dle aktuální teploty v daném kontrolním objemu. Funkce pro převod objemové entalpie na teplotu, která je

nezbytnou částí modelu prováděnou v každé časové iteraci, je z důvodu výpočetní efektivity implementována nikoliv metodou půlení intervalů jako v [182, 101], nýbrž s využitím přímé indexace prvků v párovém poli entalpie-teplota. Pohyb a proudění taveniny v tekutém jádře předlitku jsou do modelu zahrnuty pomocí metody efektivní tepelné kapacity, viz kapitola 3, oddíl 3.8.

Pro efektivní zpracování dat pro teplotně závislé termofyzikální veličiny ze software IDS (viz oddíl 4.2.1) byla pomocí objektově orientovaného programování v MATLABu vytvořena třída `dataIDS`. Vytvořením instance této třídy (při vzniku instance se konstruktoru předává datový soubor z IDS) vznikne objekt, který vnitřně zpracuje surový datový soubor z IDS. Pomocí metod objektu pak lze získat libovolné termofyzikální vlastnosti při teplotě, která se předává jako parametr metod. Z popsaného nástroje pro zpracování datových souborů software IDS a jejich vizualizaci vznikl samostatný software *mIDStk*, který byl uplatněn jako výsledek do RIV.

Konfigurace výpočetní sítě

Vyvinutý a implementovaný matematický model řeší teplotní pole v celém průřezu předlitku. Jemnost sítě a tedy numerickou přesnost lze volit pomocí počtu kontrolních objemů v jednotlivých osách. V průřezu předlitku je možné volit počet kontrolních objemů (uzlů) v obou rozměrech průřezu (osy x a y , resp. r a ω), přičemž tato konfigurace je zachována v celé délce předlitku (tj. po délce předlitku nelze počet objemů v průřezu měnit). Teplotní gradienty v příčném směru dosahují především v krystalizátoru a pod chladicími tryskami vysokých hodnot, proto je nutné volit hustotu sítě v příčném směru dostatečnou, aby byl eliminován vznik numerických chyb. Naopak v podélném směru lití (osa z , resp. φ) je možné síť konfigurovat pomocí třech parametrů: (a) počet uzlů v krystalizátoru, (b) počet uzlů v radiální části licího stroje pod krystalizátorem a (c) v přímé části licího stroje vymezené radiální částí a pálícím strojem. Tento koncept umožňuje volit různou podélnou hustotu sítě dle požadavků uživatele na přesnost.

Z praktického hlediska výpočetní síť obvykle obsahuje stovky tisíc (hrubší síť) až miliony (jemnější síť) výpočetních uzlů. Volba konfigurace výpočetní sítě je závislá především na typu použití modelu – požadavky na vyšší přesnost a kratší výpočetní čas jsou protichůdné (podle podmínek pro numerickou stabilitu (3.55) a (3.57)). Proto lze např. pro analýzu tepelného chování předlitku použít jemnější síť, na které model přesněji spočítá teplotní pole za delší čas. Pro optimalizační výpočty v reálném čase nebo vyžadující iterativní přepočítávání teplotního pole se ale použije spíše hrubší síť, pro kterou model rychleji predikuje teplotní pole odlévaného předlitku.

Základní konfigurace výpočetní sítě matematického modelu teplotního pole (pro charakteristický vnitřní kontrolní objem) prezentovaného v této práci je uvedena v tabulce 5.1.

Tabulka 5.1: Základní konfigurace výpočetní sítě.

Umístění kontrolního objemu	Počet	Velikost
V ose x (r)	21	7,5 mm
V ose y (ω)	21	7,5 mm
V ose z (φ): krystalizátor	61	13,7–15,4 mm dle hladiny
V ose z (φ): oblouková část	900	15 mm
V ose z (φ): přímá část	857	15 mm

Konfigurace parametrů modelu licího stroje

Vyvinutý matematický model teplotního pole byl nakonfigurován v souladu s parametry reálného sochorového licího stroje provozovaného v Třineckých železárnách. Spárování matematického modelu s reálným licím strojem umožnilo základní verifikaci a ověření činnosti matematického modelu s využitím reálných provozních dat licího stroje. Verifikace modelu je podrobněji popsána v kapitole 6. V tabulce 5.2 jsou uvedeny základní charakteristické rozměry a parametry sochorového licího stroje v Třineckých železárnách.

Tabulka 5.2: Charakteristické parametry licího stroje v Třineckých železárnách.

Parametr	Hodnota
Formát sochoru (rozměry příčného řezu)	150×150 mm
Celková délka krystalizátoru	1 000 mm
Úhel obloukové části	90°
Velký rádius	9 000 mm
Malý rádius	8 850 mm
Přímá část	12 842 mm
Počet okruhů sekundárního chlazení	6
Počet chladicích trysek	194
Počet vodících válců	46

Konfigurace okrajových podmínek

Krystalizátor

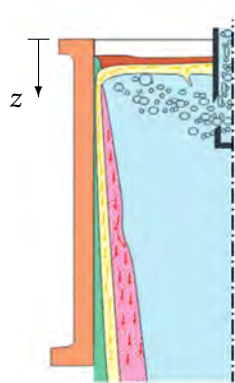
Vyvinutý matematický model umožňuje konfigurovat odvod tepla krystalizátorem metodami popsanými v kapitole 3, oddíl 3.7. Geometrie krystalizátoru je uvedena v tabulkách 5.2 a 5.3. Do modelu jsou zadány parametry uvedené ve vztahu (3.59), jmenovitě objemový průtok chladicí vody krystalizátorem, teplota vody před vstupem do krystalizátoru a teplota vody na výstupu z krystalizátoru. Pomocí vztahu (3.59) je pak stanoven celkový tepelný tok odváděný z krystalizátoru, který je „rozložen“ na jednotlivé stěny krystalizátoru pomocí váhové funkce w_k , viz oddíl 3.7 a obrázky 3.9–3.12. Hodnoty váhové funkce w_k použité v numerickém modelu jsou uvedeny v tabulce 5.4, které odpovídají polohám uvedeným v obrázku 5.2. Hodnoty v tabulce 5.4 byly stanoveny experimentálním měřením teplot ve stěnách krystalizátoru v rámci řešení výzkumného projektu MPO [73].

Sekundární chladicí zóna

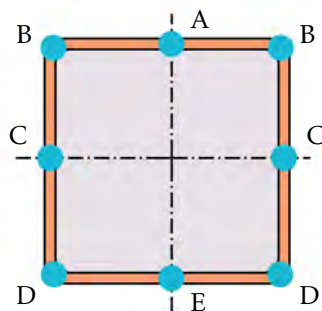
Jak již bylo uvedeno v kapitole 3, odvod tepla v sekundární chladicí zóně je charakterizován použitými typy chladicích trysek, jejich jednotlivými počty a především součinitelem přestupu tepla pod tryskami. Vyvinutý model teplotního pole plynule odlévaného předlitku umožňuje konfigurovat součinitel přestupu tepla dvěma základními způsoby uvedenými v oddíle 3.9: (a) empirickými vztahy např. dle (3.67), (3.70) a (b) zpracovanými experimentálními daty z měření na teplém modelu. Pro chladicí trysky instalované na licím stroji v Třineckých železárnách byly v Laboratoři přenosu tepla a proudění na Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně experimentálně stanoveny součinitele přestupu tepla na teplém modelu pro dostatečný rozsah

Tabulka 5.3: Parametry krystalizátoru licího stroje v Třineckých železárnách.

Parametr	Hodnota
Celková délka krystalizátoru	1 000 mm
Délka krystalizátoru nad osou oblouku	460 mm
Výška hladiny v krystalizátoru	80–280 mm
Typ krystalizátoru	trubkový
Obvyklý průtok chladicí vody	1 700–1 800 $\ell \text{ min}^{-1}$



vnitřní oblouk (malý rádius)



vnější oblouk (velký rádius)

Obrázek 5.2: Schéma umístění pozic váhových součinitelů odvedeného tepelného toku v krystalizátoru. Vlevo podélný řez [113], vpravo příčný řez.

Tabulka 5.4: Hodnoty váhové funkce w_k na stěnách krystalizátoru.

Poloha v ose z [mm]	Váhová funkce w_k				
	Bod A	Bod B	Bod C	Bod D	Bod E
80	0,90	0,50	1,00	0,50	1,00
300	0,90	0,50	1,00	0,50	1,00
450	0,90	0,50	1,00	0,50	1,00
600	0,80	0,50	0,90	0,50	1,00
750	0,60	0,40	0,60	0,40	0,70
900	0,50	0,30	0,50	0,30	0,60
1 000	0,25	0,15	0,25	0,15	0,30

Tabulka 5.5: Parametry instalovaných trysek JATO při standardním tlaku 2,8 bar.

Zóna	Typ trysky	Průtok tryskou	Úhel ostříku	Počet trysek
I	5065 L	5,0 ℓ min ⁻¹	65°	16
	4065 L	4,0 ℓ min ⁻¹	65°	16
II A	4565 L	4,5 ℓ min ⁻¹	65°	28
II B	3065 L	3,0 ℓ min ⁻¹	65°	26
III A	3065 L	3,0 ℓ min ⁻¹	65°	40
III B	2545 L	2,5 ℓ min ⁻¹	45°	36
IV	2045 L	2,0 ℓ min ⁻¹	45°	32

provozních podmínek. Experimentální měření poskytuje pro specifickou konfiguraci přesnější a realističtější odhad součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami než obecné empirické vztahy, a proto numerický model prezentovaný v této práci využívá zmíněné experimentálně stanovené součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami. Pro každou instalovanou trysku bylo provedeno několik experimentů pro různé provozní podmínky, tj. pro různé kombinace rychlosti posuvu (licí rychlost) a tlaku (průtoku) v trysce.

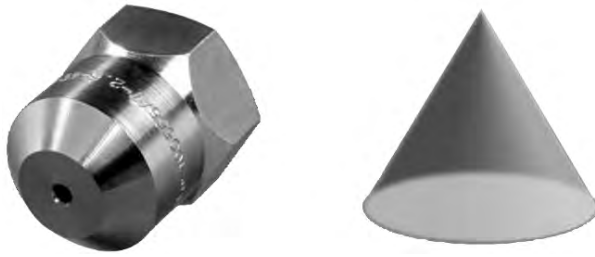
Ukázky výsledků experimentálního měření součinitele přestupu tepla pod instalovanými chladicími tryskami jsou zobrazeny na obrázcích 5.6, 5.7 a 5.8. Na těchto obrázcích jsou vždy pro konkrétní typ trysky a tlak v ní zobrazeny součinitele přestupu tepla pro teplotu povrchu 700 °C a 1 000 °C. Výsledky v uvedených obrázcích byly provedeny při rychlosti posuvu 1,5 m min⁻¹. Protože byly experimenty provedeny pouze pro specifické provozní konfigurace trysek, je nutné mezi těmito daty vhodně interpolovat. Zpracování experimentálních dat a způsob stanovení součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou na základě experimentálních dat je podrobněji popsáno v oddíle 5.2.

Sekundární chladicí zóna licího stroje v Třineckých železárnách se skládá ze 6 samostatně regulovaných chladicích okruhů, viz obrázek 5.4. Chladicí okruhy jsou v obrázku 5.4 označeny jako *zóna I*, *zóna II A*, *zóna II B*, *zóna III A*, *zóna III B* a *zóna IV*. Sekundární chladicí zóna je osazena chladicími tryskami švýcarského výrobce JATO. V každém chladicím okruhu jsou instalovány trysky shodného typu, kromě okruhu I, ve kterém jsou umístěny dva typy trysek, viz tabulka 5.5. Všechny instalované trysky jsou tzv. *full cone* vodní trysky typu L, tj. vodní sprej generovaný tryskou má tvar kuželu s kruhovou podstavou, viz obrázek 5.3. V chladicí zóně I jsou v příčném řezu na jedné straně sochoru umístěny dvě trysky vedle sebe s roztečí 70 mm, zatímco v ostatních zónách II A až IV je příčném řezu vždy jedna tryska na každé straně odlévaného sochoru, viz obrázek 5.4.

Závislost průtoku tryskou na tlaku. Průtok chladicí vody tryskou a tlak chladicí vody v okruhu jsou vzájemně svázány vztahem

$$\frac{\dot{V}}{\sqrt{p}} = f_p = \text{konst.} \quad (5.1)$$

kde f_p je součinitel tlakových ztrát, který je závislý na typu trysky, $[f_p] = \frac{\ell}{\text{min}\cdot\text{bar}^{1/2}}$. Při změně tlaku chladicí vody v trysce na p_2 se tedy změní průtok tryskou na $\dot{V}_2 = f_p \sqrt{p_2}$. Pro chladicí



Obrázek 5.3: Vlevo: chladicí tryska *full cone* JATO typu L, vpravo: tvar jejího ostříku. Obrázky převzaty z katalogu trysek JATO.

okruh s celkovým průtokem \dot{V}_{total} , n tryskami o součinitelích tlakových ztrát f_p^n a tlaku p zároveň platí, že

$$\dot{V}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n (f_p^n \sqrt{p}) = \sqrt{p} \sum_{i=1}^n f_p^n \quad (5.2)$$

odkud lze vyjádřit při známém celkovém průtoku \dot{V}_{total} a známých charakteristikách trysek f_p^n tlak p v chladicím okruhu.

Vodící válce, přirozená konvekce a radiace

Radiace a přirozená konvekce je ve vyvinutém modelu implementována v souladu s popisem uvedeným v oddíle 3.11, tj. pro výpočet emisivity povrchu je použit vztah (3.76) a pro stanovení součinitele přestupu tepla přirozenou konvekcí je použit vztah (3.73).

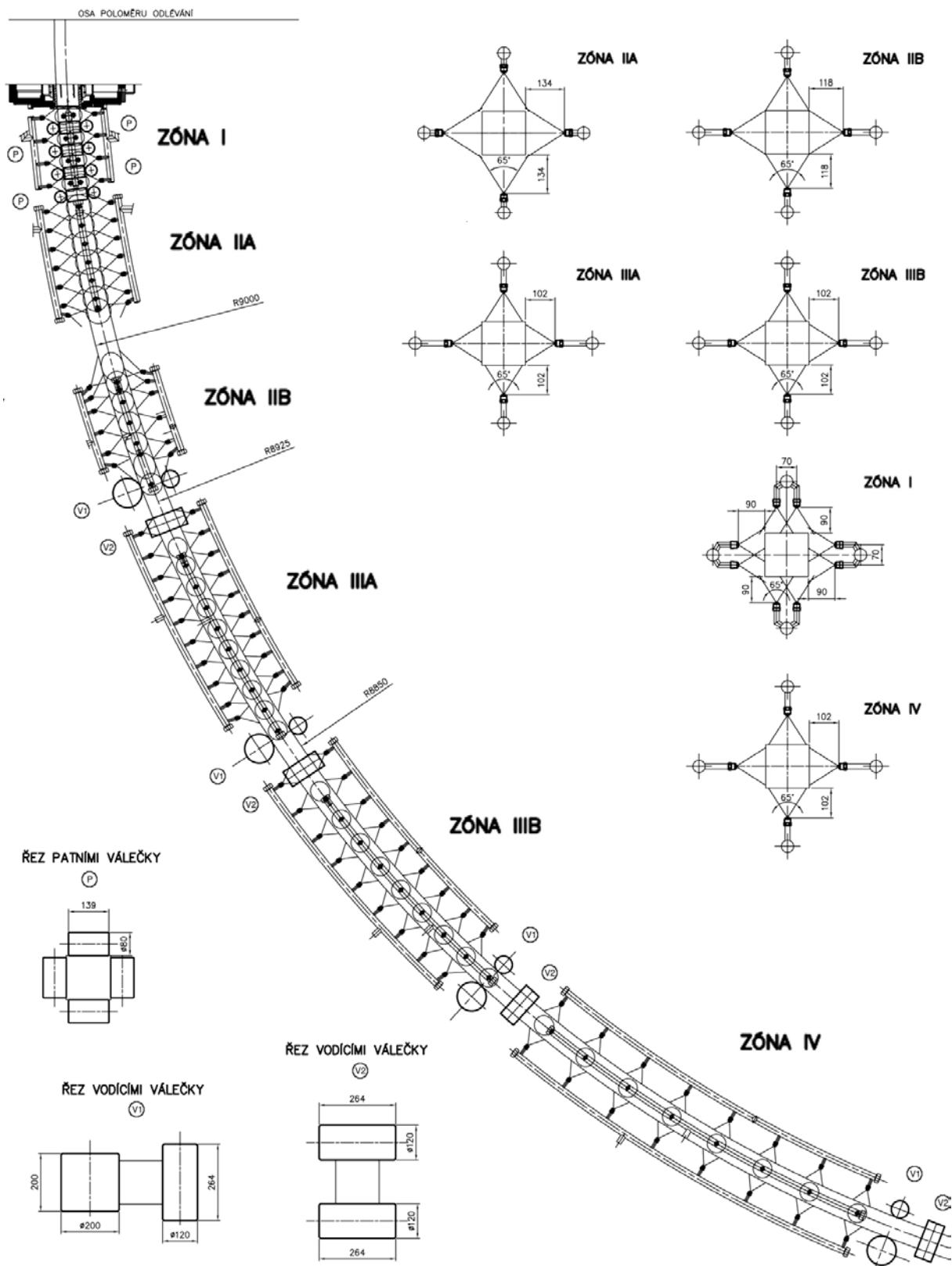
Pro modelování odvodu tepla vodícími válci je v modelu použit bilanční přístup (3.71), který byl využit a následně ověřen v [182, 180, 101], tj. odvod tepla vodícím válcem z předlitku je kvantitativně totožný odvodu tepla vodícím válcem do okolí konvekcí a radiací, tj. odvod tepla vodícím válcem lze odhadnout jako

$$\dot{Q}_{\text{roll}} = \pi DL \left[h_{\text{roll}} (T_{\text{roll}} - T_{\infty}) + \sigma \varepsilon (T_{\text{roll}}^4 - T_{\infty}^4) \right], \quad (5.3)$$

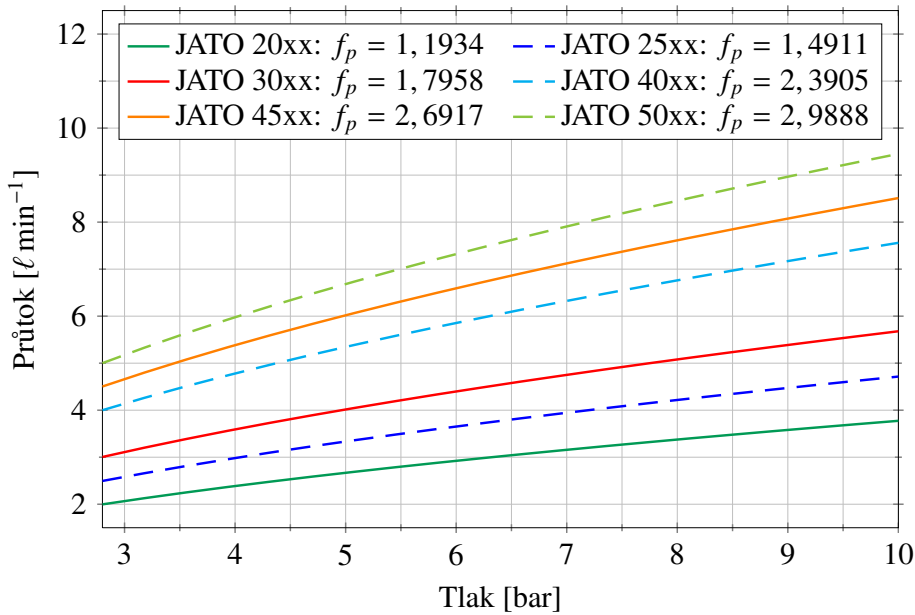
kde D je průměr vodícího válce, L je délka vodícího válce, h_{roll} je střední součinitel přestupu tepla na povrchu válce, T_{roll} je střední povrchová teplota válce a T_{∞} je teplota okolí.

5.2 Zpracování experimentálních dat měření součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami

Pro chladicí trysky JATO instalované na licím stroji v Tříneckých železárnách byla provedena sada měření součinitele přestupu tepla na tzv. teplém modelu v Laboratoři přenosu tepla a proudění na Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně, viz oddíl 3.9.1 a např. [56, 144]. Jeden provedený experiment zahrnuje proměření a následné stanovení součinitele přestupu tepla pro specifikovanou relativní rychlost pohybu trysky vůči chlazenému povrchu (tj. licí rychlost) a daný tlak chladicí vody. Při provozu licího stroje, modelování tepelného stavu předlitku a následné optimalizaci a řízení provozu ZPO je ale nutné znát součinitel přestupu tepla každé trysky pro různé licí rychlosti a různé průtoky chladicí vody, tj. pro různé tlaky. Je zřejmé, že by bylo časově a zejména finančně velmi náročné provést experimenty na teplém modelu pro všechny uvažované kombinace provozních podmínek. Z tohoto důvodu byla měření provedena pouze pro charakteristické (mezní) licí rychlosti a tlaky v tryskách, přičemž pro jiné provozní podmínky je nutné součinitel přestupu tepla predikovat pomocí dat z provedených experimentů.



Obrázek 5.4: Konfigurace sekundární chladicí zóny lícího stroje v Třineckých železárnách: umístění trysek a vodících válců [73].



Obrázek 5.5:
Součinitel f_p
a závislost průtoku
na tlaku pro trysky
JATO.

Implementovaný počítačový model teplotního pole využívá celkově 36 datových souborů z experimentů, které byly provedeny pro trysky JATO instalované na licím stroji. Datový soubor experimentu obsahuje hlavičku s podrobnostmi o experimentu a hodnoty součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou v diskretních bodech chlazeného povrchu pro různé intervaly teploty povrchu. Pro jednotlivé teplotní intervaly je uveden střední součinitel přestupu tepla v tomto intervalu, přičemž se předpokládá, že součinitel přestupu tepla se v daném intervalu s teplotou povrchu příliš nemění a zůstává přibližně konstantní, což platí zejména pro teploty povrchu vyšší než je Leidenfrostova teplota, viz obrázek 3.16 a oddíl 3.9.

Jak vyplývá z předchozího, experimentální měření poskytuje informaci o součiniteli přestupu tepla pod konkrétní chladicí tryskou v podobě diskretní funkce třech proměnných – licí rychlosti, tlaku chladicí vody a intervalu teplot chlazeného povrchu,

$$h = h(v, p, T_{\text{surf}}). \quad (5.4)$$

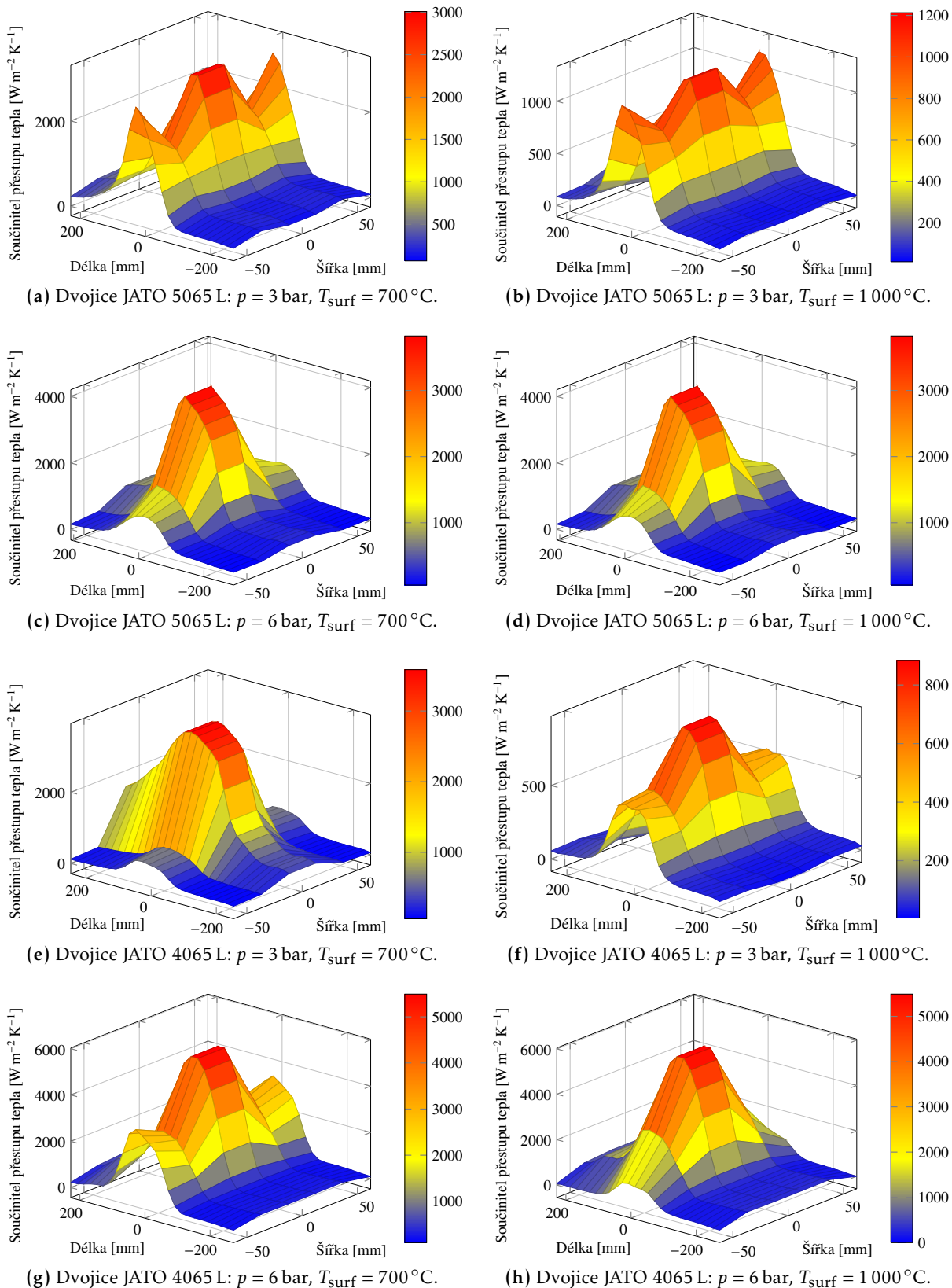
Z hlediska řízení provozu licího stroje jsou obvykle místo tlaků v jednotlivých chladicích okruzích nastavovány odpovídající celkové průtoky okruhy. V praxi je tedy účelné vyjádřit součinitel přestupu tepla jako funkci licí rychlosti, průtoku chladicí vody tryskou a intervalu teplot chlazeného povrchu,

$$h = h(v, \dot{W}, T_{\text{surf}}), \quad (5.5)$$

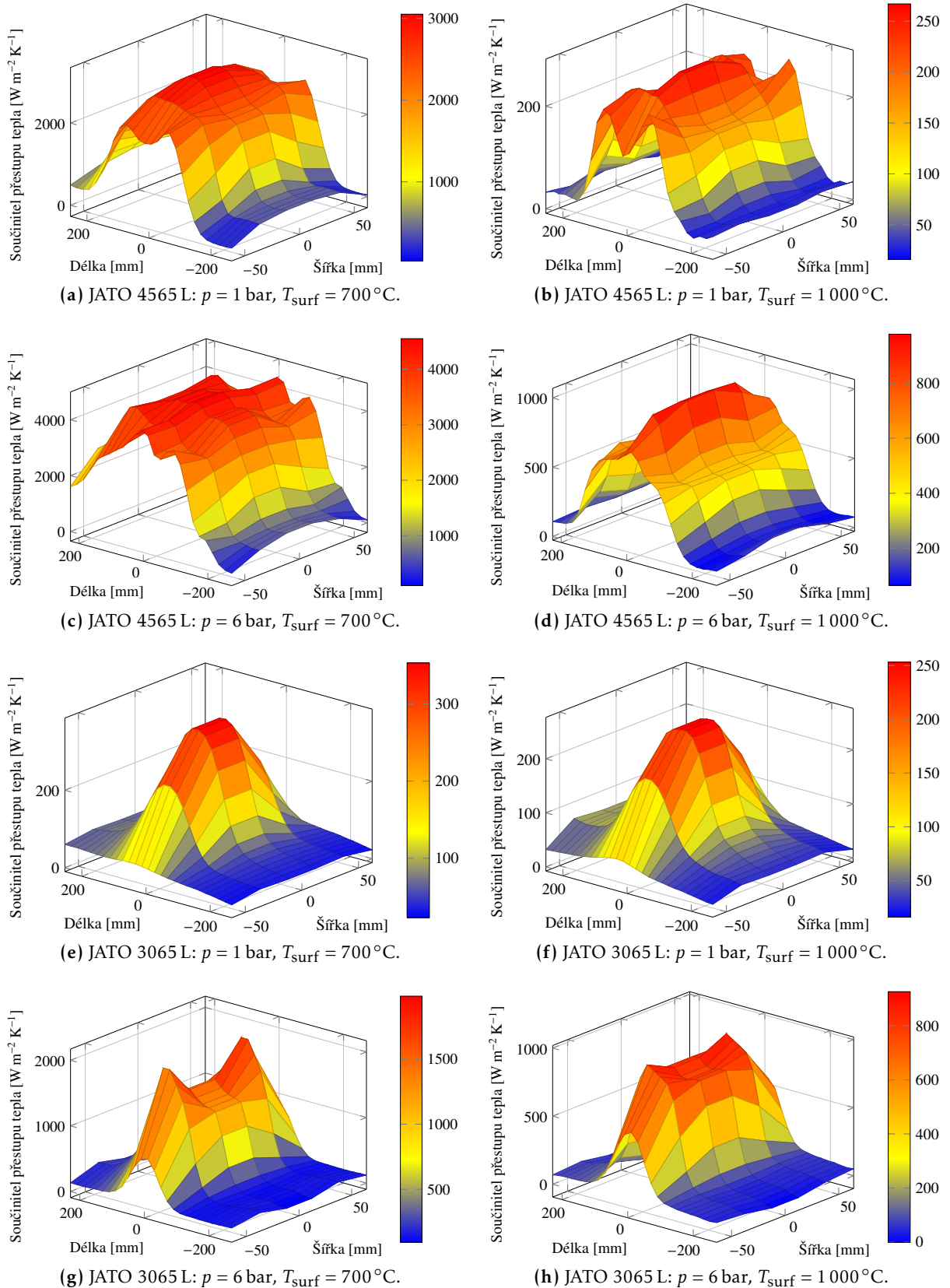
přičemž průtok a tlak chladicí vody jsou vzájemně provázány s tlakovou charakteristikou trysky podle vztahu (5.1).

Pro většinu chladicích trysek JATO bylo provedeno 6 experimentů pro dvě různé licí rychlosti v_1, v_2 a tři tlaky chladicí vody p_1, p_2, p_3 , viz obrázek 5.9, ve kterém jsou experimenty označeny A, B, C, D, E a F. Pro každou licí rychlost pak byl vytvořen fiktivní experiment s nulovým průtokem chladicí vody tryskou, pro který byl součinitel přestupu tepla nastaven součiniteli přirozené konvekce dle vztahu (3.73), viz experimenty G a H v obrázku 5.9.

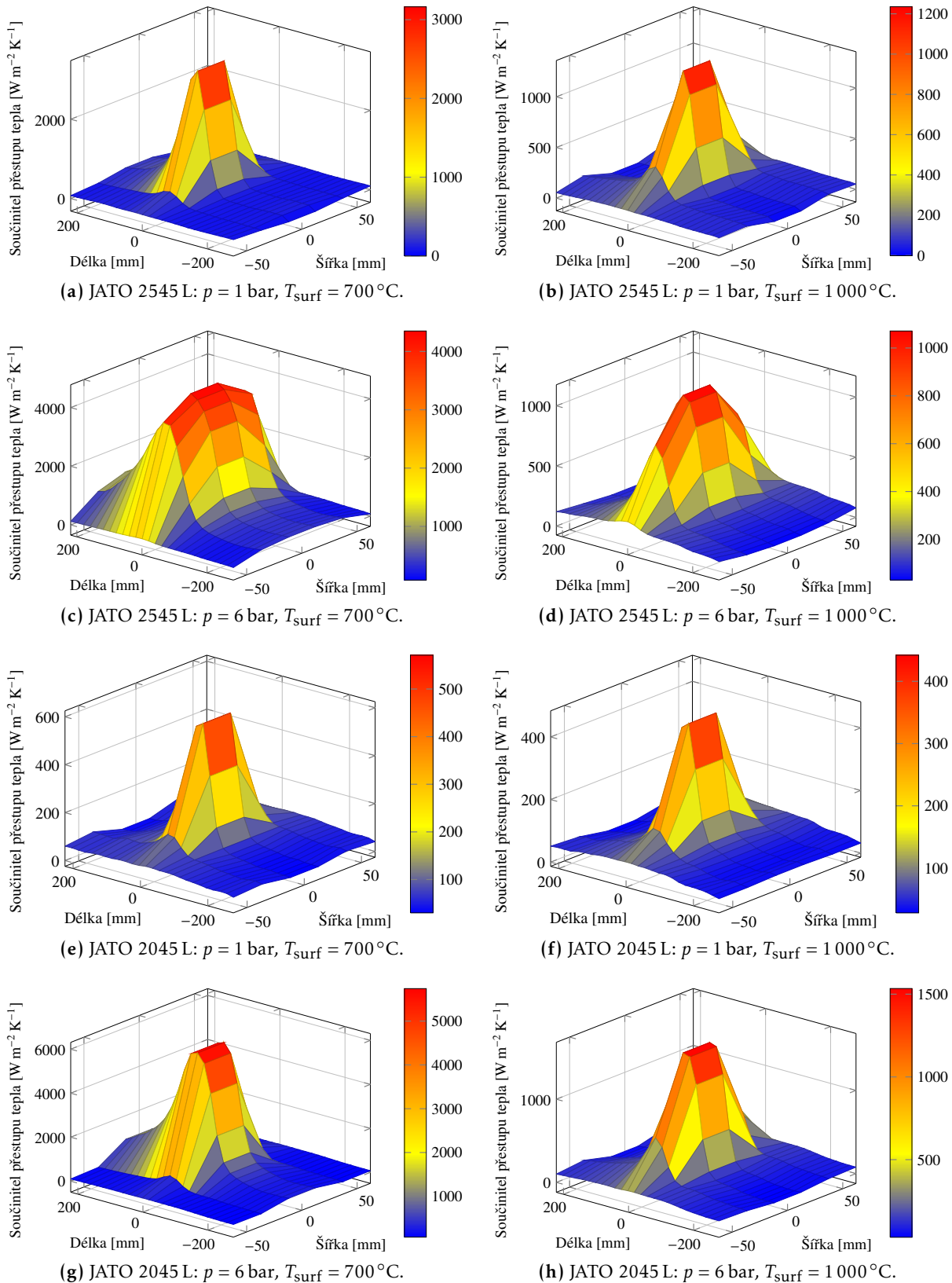
Při počtu 6 experimentů pro jednu chladicí trysku byla pro predikci součinitele přestupu tepla použita bilineární interpolace. Vyšší řád interpolační metody, bikvadratická interpolace, by vyžadovala alespoň 16 měření pro čtyři různé rychlosti a čtyři různé tlaky (průtoky), které ale pro žádnou z trysek nejsou k dispozici.



Obrázek 5.6: Experimentálně stanovené součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami JATO 5065 L a 4065 L (rychlost posuvu $1,5$ m min^{-1}).



Obrázek 5.7: Experimentálně stanovené součinitele přestupu tepla pod chladícími tryskami JATO 4565 L a 3065 L (rychlost posuvu $1,5 \text{ m min}^{-1}$).



Obrázek 5.8: Experimentálně stanovené součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami JATO 2545 L a 2045 L (rychlost posuvu $1,5 \text{ m min}^{-1}$).

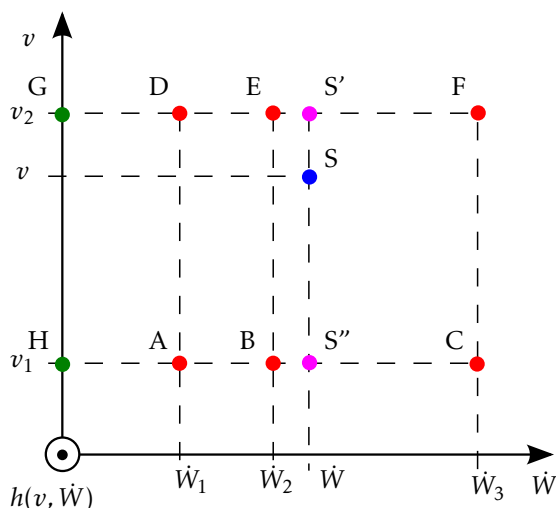
5.2.1 Bilineární interpolace experimentálních datových souborů

Principem bilineární interpolace je rozšíření jednorozměrné lineární interpolace do více dimenzí. Tento účel byla do vyvinutého počítačového modelu teplotního pole implementována funkce `setInterpExpHTC()`, jejíž vstupní parametry jsou experimentální data součinitelů přestupu tepla z měření, teplota povrchu, průtok chladicí tryskou, licí rychlost a parametry povrchových kontrolních objemů předlitku pod tryskou, pro které je interpolace počítána.

Uvažujme výpočet součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou pro licí rychlost, průtok a teplotu povrchu ($v, \dot{W}, T_{\text{surf}}$). Jelikož je teplota povrchu vnořenou proměnnou datového souboru experimentu, je možné úlohu zredukovat o jednu dimenzi, provést predikci datového souboru pouze pro licí rychlost a průtok (v, \dot{W}) a v něm následně určit součinitel přestupu tepla dle povrchové teploty.

Tento postup je schématicky znázorněn na obrázku 5.9, ve kterém je požadovaný stav S (modrý stav). Predikční funkce `setInterpExpHTC()` nejdříve určí nejbližší dvojici licích rychlostí v_{min} , v_{max} a průtoků \dot{W}_{min} , \dot{W}_{max} , pro které platí $v_{\text{min}} \leq v \leq v_{\text{max}}$ a $\dot{W}_{\text{min}} < \dot{W} < \dot{W}_{\text{max}}$, v obrázku 5.9 se jedná o datové soubory E, F, B a C. Funkce `setInterpExpHTC()` následně provede dvě lineární interpolace pro požadovaný průtok \dot{W} (mezi průtoky \dot{W}_{min} a \dot{W}_{max}) pro konstantní licí rychlosti v_{min} a v_{max} , viz interpolované datové soubory S' a S'' (fialová barva) v obrázku 5.9. Posledním krokem je lineární interpolace datových souborů S' a S'' mezi licími rychlostmi v_{min} a v_{max} , která poskytuje datový soubor S s predikcí součinitele přestupu tepla pro zadanou licí rychlost a průtok chladicí vody (v, \dot{W}).

Pokud by licí rychlost nebo průtok chladicí tryskou pro predikci byly větší nebo menší než mezní podmínky experimentů (tj. požadovaný stav S by byl vně části stavového prostoru vymezeného body G–D–E–F–C–B–A–H v obrázku 5.9), pak je vždy požadovaný stav „nejkratším“ způsobem posunut na mezní podmínky experimentů tak, aby bylo možné bilineární interpolaci provést.



Obrázek 5.9: Schéma principu bilineární predikce součinitele přestupu tepla z experimentálních dat.

Bilineární interpolaci datového souboru D pro licí rychlost a průtok chladicí vody (v, \dot{W}) ve dvojrozměrném prostoru licích rychlostí a průtoků chladicí tryskou lze tedy zapsat jako

$$D(v, \dot{W}) = D_{\min, \min} \frac{v_{\max} - v}{v_{\max} - v_{\min}} \frac{\dot{W}_{\max} - \dot{W}}{\dot{W}_{\max} - \dot{W}_{\min}} + D_{\min, \max} \frac{v_{\max} - v}{v_{\max} - v_{\min}} \frac{\dot{W} - \dot{W}_{\min}}{\dot{W}_{\max} - \dot{W}_{\min}} + D_{\max, \min} \frac{v - v_{\min}}{v_{\max} - v_{\min}} \frac{\dot{W}_{\max} - \dot{W}}{\dot{W}_{\max} - \dot{W}_{\min}} + D_{\max, \max} \frac{v - v_{\min}}{v_{\max} - v_{\min}} \frac{\dot{W} - \dot{W}_{\min}}{\dot{W}_{\max} - \dot{W}_{\min}}, \quad (5.6)$$

kde D s indexy min a max označuje datové soubory s nejbližší nižší a vyšší licí rychlostí a průtokem chladicí tryskou. Bilineárně interpolační vztah lze zapsat v kompaktnějším tvaru pomocí maticových operací jako

$$D(v, \dot{W}) = \frac{(v_{\max} - v_{\min})^{-1}}{\dot{W}_{\max} - \dot{W}_{\min}} \begin{bmatrix} \dot{W}_{\max} - \dot{W} & \dot{W} - \dot{W}_{\min} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{\min, \min} & D_{\max, \min} \\ D_{\min, \max} & D_{\max, \max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\max} - v \\ v - v_{\min} \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Činnost predikční funkce `setInterpExpHTC()` je ilustrována s tryskou JATO 2045 L, pro kterou byly provedeny čtyři experimenty pro licí rychlosti $1,5 \text{ m min}^{-1}$, 4 m min^{-1} a tlaky 1 bar, 6 bar. Stavový prostor datových souborů po stanovení průtoků tryskou dle vztahu (5.1) je tedy $D = (v, \dot{W})$: $D_{1,1} = (1,5 \text{ m min}^{-1}; 1,193 \text{ l min}^{-1})$, $D_{1,2} = (1,5 \text{ m min}^{-1}; 2,923 \text{ l min}^{-1})$, $D_{2,1} = (4 \text{ m min}^{-1}; 1,193 \text{ l min}^{-1})$, $D_{2,2} = (4 \text{ m min}^{-1}; 2,923 \text{ l min}^{-1})$. Součinitele přestupu tepla z datových souborů $D_{i,j}$ jsou zobrazeny v obrázcích 5.10 (a–d) a 5.11 (a–d).

Tabulka 5.6: Provozní parametry pro predikci součinitele přestupu tepla.

Stav	Licí rychlost	Průtok chladicí tryskou
S_1	$4,0 \text{ m min}^{-1}$	$2,40 \text{ l min}^{-1}$
S_2	$2,8 \text{ m min}^{-1}$	$1,65 \text{ l min}^{-1}$
S_3	$1,5 \text{ m min}^{-1}$	$1,35 \text{ l min}^{-1}$
S_4	$2,3 \text{ m min}^{-1}$	$2,60 \text{ l min}^{-1}$

Uvažujme dva případy s povrchovou teplotou pod tryskou 700°C a $1\,000^\circ\text{C}$. Zvolme čtyři stavy S_1, S_2, S_3 a S_4 s různými provozními podmínkami uvedenými v tabulce 5.6. Bilineární predikce součinitele přestupu tepla pro tyto stavy je zobrazena na obrázcích 5.10 (e–h) a 5.11 (e–h).

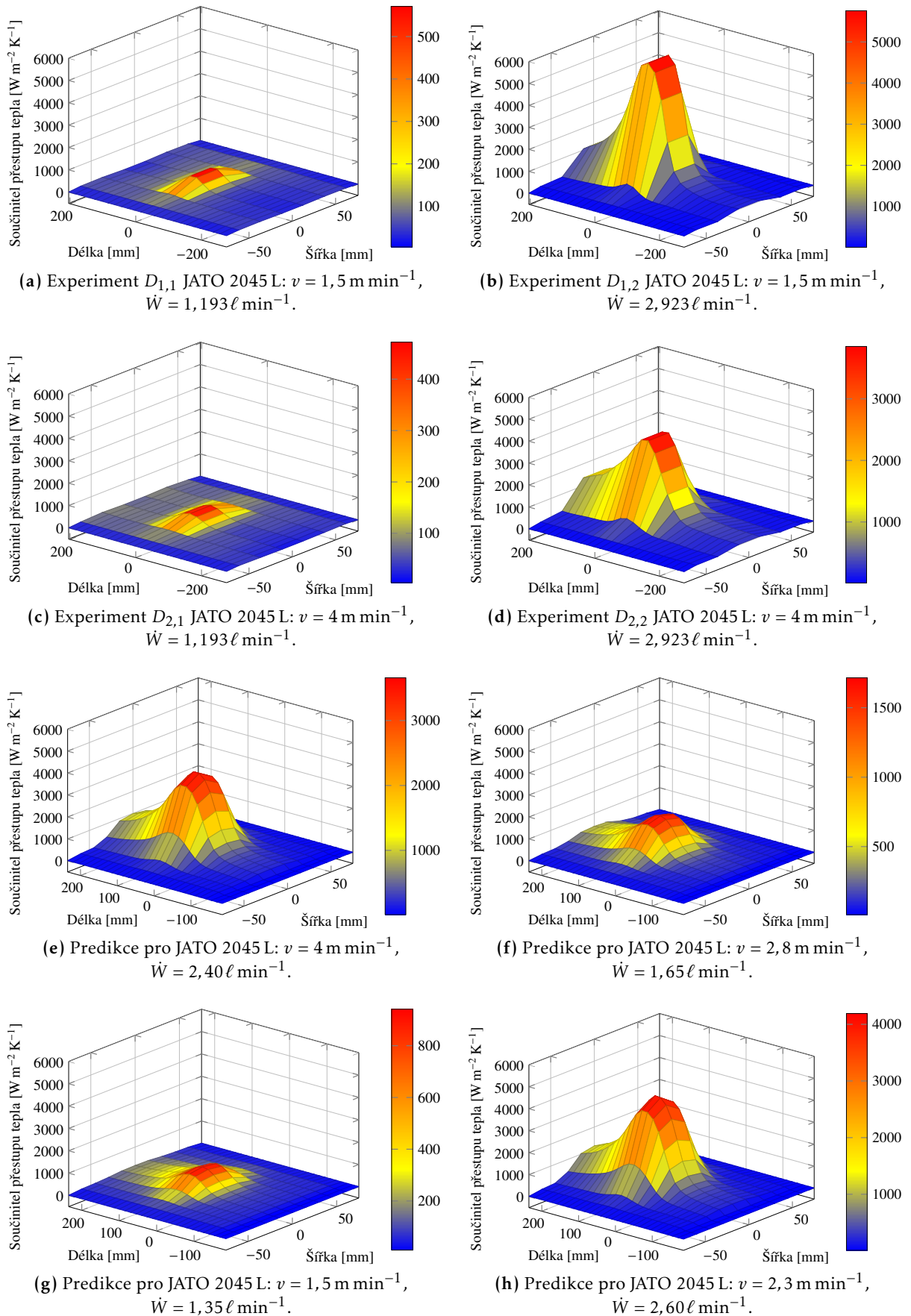
Obrázek 5.12 pak zobrazuje průběh součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami na vnitřním oblouku předlitku (malý rádius) pro reálnou konfiguraci licího stroje v Třineckých železárnách. Pro vykreslení obrázku byly použity dvě různé konfigurace průtoků chladicími okruhy: s velkým průtokem

$$\dot{W}_{\text{high}} = [\dot{W}_I \quad \dot{W}_{\text{IIA}} \quad \dot{W}_{\text{IIB}} \quad \dot{W}_{\text{IIIA}} \quad \dot{W}_{\text{IIIB}} \quad \dot{W}_{\text{IV}}] = [310 \quad 144 \quad 92 \quad 60 \quad 74 \quad 82] \text{ l min}^{-1}$$

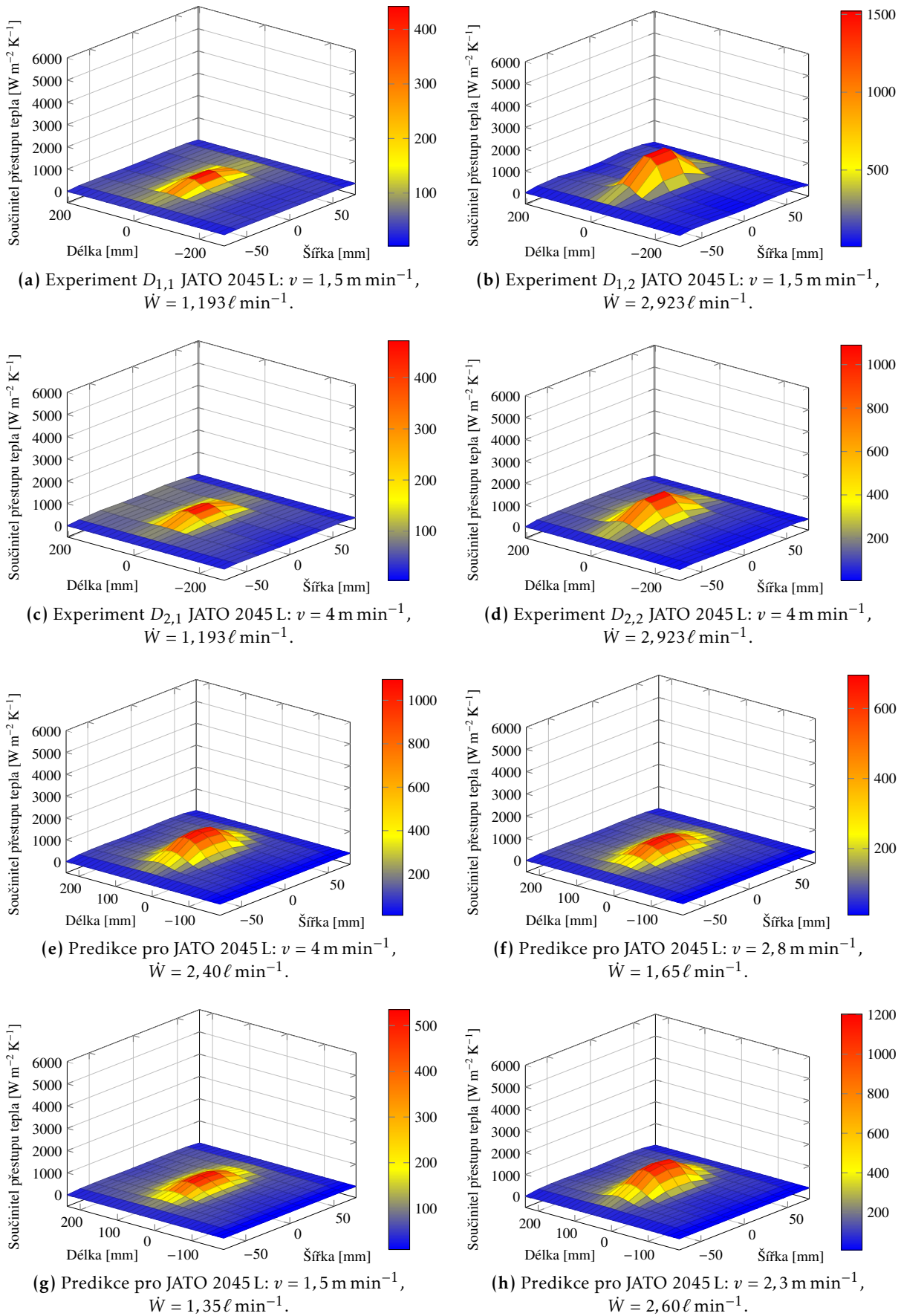
a s malým průtokem

$$\dot{W}_{\text{low}} = [\dot{W}_I \quad \dot{W}_{\text{IIA}} \quad \dot{W}_{\text{IIB}} \quad \dot{W}_{\text{IIIA}} \quad \dot{W}_{\text{IIIB}} \quad \dot{W}_{\text{IV}}] = [212 \quad 95 \quad 74 \quad 41 \quad 42 \quad 45] \text{ l min}^{-1}.$$

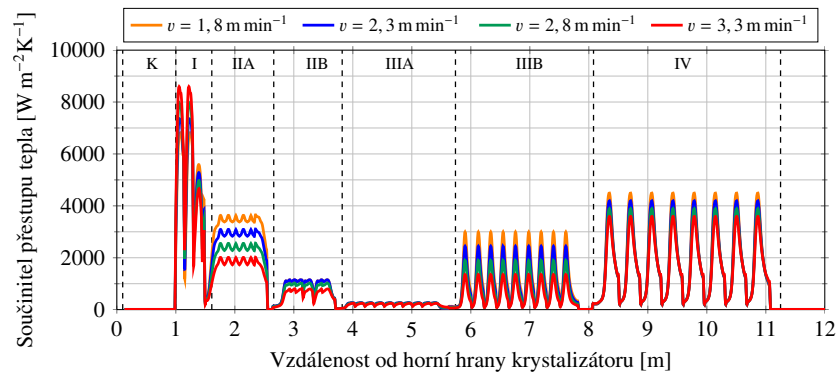
Obrázky zobrazují průběh součinitele přestupu tepla po délce licího stroje pro čtyři licí rychlosti $1,8 \text{ m min}^{-1}$, $2,3 \text{ m min}^{-1}$, $2,8 \text{ m min}^{-1}$ a $3,3 \text{ m min}^{-1}$ při povrchové teplotě 700°C (obrázky 5.12 (a),(c)) a při povrchové teplotě $1\,000^\circ\text{C}$ (obrázky 5.12 (b),(d)).



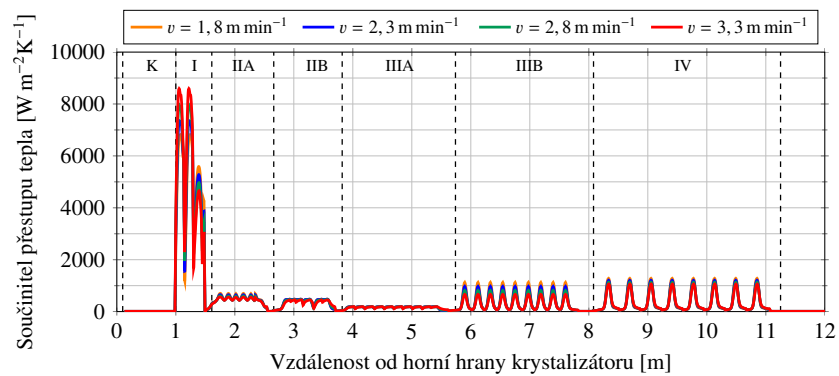
Obrázek 5.10: Experimentálně stanovené (a–d) a bilineárně predikované (e–h) součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou JATO 2045 L a teplotu povrchu $700 \text{ }^\circ\text{C}$.



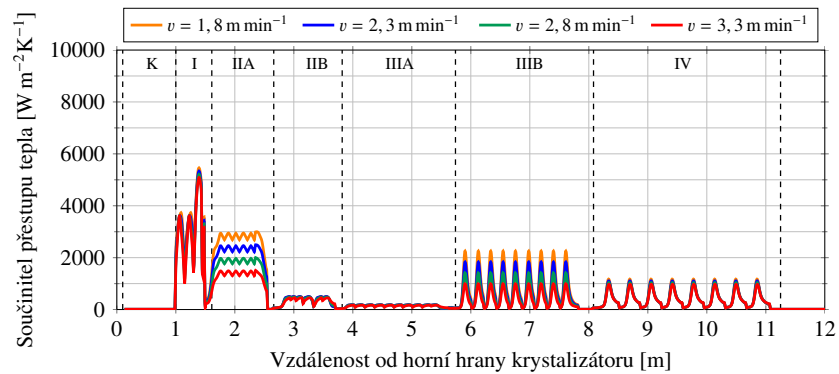
Obrázek 5.11: Experimentálně stanovené (a–d) a bilineárně predikované (e–h) součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou JATO 2045 L a teplotu povrchu 1 000 °C.



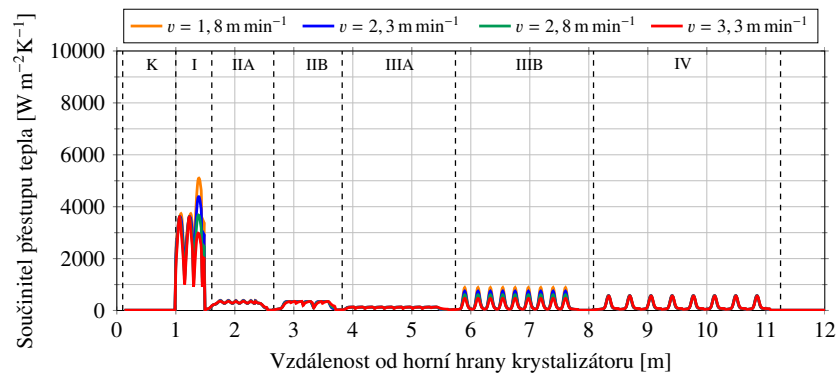
(a) Velké průtoky chladicí vody, teplota povrchu 700 °C.



(b) Velké průtoky chladicí vody, teplota povrchu 1 000 °C.



(c) Malé průtoky chladicí vody, teplota povrchu 700 °C.



(d) Malé průtoky chladicí vody, teplota povrchu 1 000 °C.

Obrázek 5.12: Součinitel přestupu tepla pod chladicími tryskami na povrchu vnitřního oblouku předlitku (malý rádius) pro různé průtoky chladicí vody a různé teploty povrchu.

5.3 Paralelizace výpočtu teplotního pole na grafické kartě

Výpočet teplotního pole plynule odlévaného předlitku je výpočetně velmi náročná úloha s vysokými požadavky na výkon výpočetní techniky. Zejména požadavky na jemnější diskretizaci, tj. na menší velikost kontrolních objemů a tedy přesnější řešení úlohy, vedou k nutnosti počítat v každé časové iteraci statisíce až miliony hodnot teplotního pole. Časových iterací, které je třeba vykonat, bývá řádově tisíce až desetitisíce a tedy řešit úlohu nestacionárního teplotního pole předlitku tedy znamená provést řádově až miliardy dílčích výpočtů [182]. Současně je kladen požadavek na schopnost modelu počítat teplotní pole v co nejkratším čase, který musí být v on-line verzi modelu kratší než reálný čas. Tento požadavek je současně podmínkou pro využití modelu pro on-line optimalizaci, regulaci a řízení plynulého odlévání, které často vyžadují přepočítávat teplotní pole předlitku pro různé licí parametry. Z uvedených důvodů je redukce výpočtového času modelu velmi žádoucí. Pro splnění uvedených požadavků je paralelizace jedním z možných prostředků.

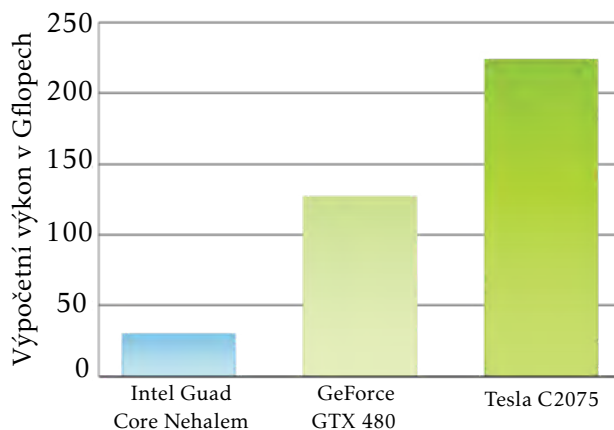
Současné komerčně používané modely teplotních polí a rovněž matematické modely prezentované v odborné a vědecké literatuře jsou implementovány a koncipovány jako neparalelní, tj. jejich výpočet probíhá na procesoru. Při výpočtu teplotního pole na výpočetním zařízení s jedním procesorem CPU probíhá výpočet sekvenčně, tj. požadované operace jsou procesorem prováděny postupně za sebou, tj. čas potřebný pro výpočet je dán součtem dílčích časů všech vykonaných operací. Naopak při výpočtu na výpočetním zařízení s více procesory je možné určitou část výpočtu provádět paralelně, tedy ve stejném časovém okamžiku. Charakteristické pro paralelizaci je vykonávání totožné části numerického kódu na odlišných výpočetních jednotkách, ale ve stejný časový okamžik a s různými daty.

Matematický model a jeho implementace pomocí explicitních metod časové diskretizace, které jsou popsány v kapitole 3, umožňuje výraznou paralelizaci numerického výpočtu nestacionárního teplotního pole odlévaného předlitku. V případě použití metody entalpie lze paralelizovat v každé časové iteraci výpočet objemových entalpií $H_{i,j,k}^{t+\Delta t}$, které jsou počítány vztahy (3.39), (3.40). Navíc lze v každé časové iteraci paralelně provádět i přepočet objemových entalpií na teploty podle schématu $H_{i,j,k}^{t+\Delta t} \rightarrow T_{i,j,k}^{t+\Delta t}$. Třetí, neméně důležitá a výpočetně náročná procedura, která může být v rámci jedné časové iteraci prováděna paralelně, je stanovení lokálních termofyzikálních vlastností oceli dle aktuální teploty. V každé časové iteraci je tedy možné vykonávat pro různé kontrolní objemy následující tři operace paralelně a nezávisle na jiných kontrolních objemech:

1. Stanovení teplotně závislých termofyzikálních vlastností pro specifickou teplotu daného kontrolního objemu.
2. Výpočet „nové“ objemové entalpie v čase $t + \Delta t$ z teplot v čase t dle vztahů (3.39) a (3.40).
3. Přepočet objemové entalpie v čase $t + \Delta t$ na teplotu v čase $t + \Delta t$ dle schématu (3.41).

Jak je zřejmé, výše tři uvedené operace patří k výpočetně nejnáročnějším částem matematického modelu, které musí být prováděny v každé časové iteraci pro každý kontrolní objem sítě. Při uvažování sítě s 1 milionem kontrolních objemů a 30 minutové simulaci s časovým krokem 0,1 s, pak výše uvedené tři operace musí být celkově provedeny $1,8 \cdot 10^{10}$ krát. To představuje obrovskou výpočetní zátěž a paralelizace je jednou z možností, jak tuto zátěž „rozprostřít“ mezi více výpočetních jednotek a zkrátit tak celkový čas výpočtu.

Paralelizaci je možné provádět např. na výpočetní technice, která je vybavena vícejádrovým procesorem. Pak je možné na každém jádře, kterých může být běžně např. 32, souběžně pro-



Obrázek 5.13: Srovnání výpočetního výkonu GPU nVIDIA Tesla C2075, GeForce GTX 480 a procesoru Intel Quad Core Nehalem na testovací n -body úloze ($n = 107\,520$) ve dvojité přesnosti (zdroj: <http://www.nvidia.com/>).



Obrázek 5.14: GPU nVIDIA Tesla C2075 s 448 CUDA jádry a 6 GB GDDR paměti (zdroj: <http://www.nvidia.com/>).

vádět výpočet. Daleko větší možnosti a především výpočetní výkon pak nabízejí grafické jednotky GPGPU², které v posledních letech zaznamenaly prudký rozvoj [150]. Tyto grafické jednotky a jejich výpočetní potenciál lze mimo jiné³ využít pro paralelizaci vědecko-technických výpočtů. Ilustrační srovnání výpočetního výkonu grafických jednotek NVIDIA Tesla C2075, GeForce GTX 480 a čtyřjádrového procesoru Intel Quad Core Nehalem ve dvojité přesnosti na testovací úloze n -body (viz např. [131]) pro $n = 107\,520$ je na obrázku 5.13. Z tohoto obrázku je patrný vysoký výpočetní potenciál grafických jednotek ve srovnání s vícejádrovými procesory.

V současné době mezi nejvýznamnější výrobce grafických jednotek GPU⁴ patří společnost NVIDIA, která ke svým GPU poskytuje výpočetní architekturu CUDA⁵ a společnost AMD, jejichž GPU využívají výpočetní architekturu OpenCL. V současné době jsou grafické karty a GPGPU computing široce využívány pro řešení masivně paralelizovatelných úloh, zejména v oblasti zpracování obrazu (např. [69]), Monte Carlo simulací (např. [134]) a simulací částic v molekulární dynamice, tzv. molecular dynamics (např. [164]). Výrazně méně prací lze nalézt z oblasti inženýrských úloh přenosu tepla, např. [42].

Pracoviště autora této práce vybaveno výkonnými grafickými kartami NVIDIA Tesla C2075, a proto byla pozornost soustředěna na tuto grafickou kartu a výpočetní architekturu CUDA, které byly využity pro paralelní implementaci modelu teplotního pole. Grafická karta NVIDIA Tesla C2075 (viz obrázek 5.14) je vybavena 448 CUDA jádry s frekvencí 1,15 GHz a 6 GB GDDR5 paměti s frekvencí 1,5 GHz, 384-bitovou sběrnicí a propustností 144 GB s^{-1} . Teoretický výkon GPU Tesla C2075 je 515 Gflops^6 ve dvojité přesnosti a $1\,030\text{ Gflops}$ v jednoduché přesnosti⁷. Autor dizertační práce výsledky vývoje, implementace a výpočetního výkonu modelu na GPU již publikoval [A7, A8, A6, A9, A10].

²zkratka z General-Purpose computing on Graphics Processing Units

³původně byly grafické jednotky určeny zejména pro počítačovou grafiku v souvislosti s graficky náročnými aplikacemi, především hrami

⁴Graphics Processing Unit

⁵Compute Unified Device Architecture

⁶Gflops je jednotka výpočetního výkonu: Giga Floating-point Operations per Second

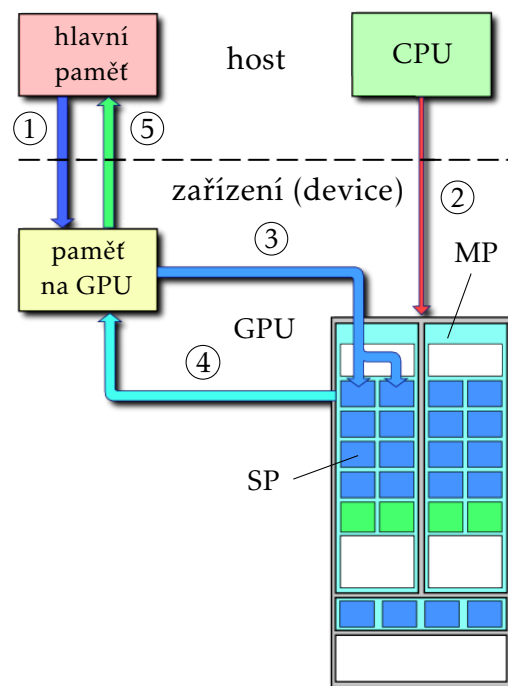
⁷zdroj: <http://www.nvidia.com/>

5.3.1 Grafické karty nVIDIA a architektura CUDA

V roce 2007 společnost NVIDIA uvolnila první verzi CUDA pro svoje grafické karty NVIDIA Tesla s architekturou G80, verze 3 umožnila nativní používání zdvojené přesnosti (double precision) [189]. Současná nejnovější verze je 6.0 a umožňuje provádět výpočty na GPU NVIDIA, podporovány jsou operační systémy Windows, Linux a Max OS X. Grafická karta GPU od společnosti NVIDIA je tvořena velkým počtem jednoduchých, tzv. skalárních procesorů, které jsou uskupeny do tzv. streamovacích multiprocessorů vybavených sdílenou pamětí, polem registrů, jednotkami load/store a speciálními jednotkami SFU⁸ pro výpočet standardních matematických funkcí [150]. Grafickou kartu a její výkon lze charakterizovat podle počtu CUDA jader, které se pohybují řádově ve stovkách až tisících. Pro implementaci CUDA kódu spustitelného na GPU je možné využít některého z podporovaných programovacích jazyků mezi které patří jazyk C/C++ nebo Fortran. Výhodou je podpora grafických karet v MATLABu, který umožňuje spouštět ze svého prostředí tzv. CUDA *kernely* na grafické kartě.

Kód využívající pro výpočty grafické karty NVIDIA a architekturu CUDA, lze rozdělit na dvě základní části. Jednou částí je kód, který je určen pro běh na lokálním zařízení, tzv. *host*, kterým je obvykle procesor CPU. Tato část kódu obvykle implementuje preprocessing, přípravu dat ke zpracování a postprocessing. Druhou částí je pak kód, který je určen pro běh na grafické kartě, tzv. *device*. Jedná se o výpočetní jádro, tzv. *kernel*, které provádí jistou sadu instrukcí paralelně na velkém počtu CUDA jader. Kernel je vždy na grafické kartě vykonáván dle požadavku *hosta*, který současně řídí běh celého algoritmu. Se spuštěním jádra vytvoří běhové prostředí CUDA podle požadavků a možností GPU tzv. vlákna (*threads*), ve kterých je totožný kód jádra paralelně vykonáván na různých datech. Vlákna je možné dále sdružovat do tzv. bloků (*blocks*), které tvoří mřížku (*grid*). Toto členění vláken do bloků a mřížky umožňuje např. využití speciálních typů paměti na GPU, např. paměť konstant nebo textur [150, 189].

Obecný postup výpočtu s využitím grafické karty NVIDIA a architektury CUDA je zobrazen na obrázku 5.15. V kroku ① se zkopírují data určená ke zpracování z paměti hosta do paměti zařízení (device) GPU, protože GPU nemůže přistupovat do paměti hosta. Tento krok zahrnuje rovněž veškerou přípravu dat a preprocessing potřebný před zkopírováním dat ke zpracování do paměti grafické karty. Následně je v kroku ② pomocí CPU hosta spuštěno jádro (kernel) obsahující kód, který je určen k paralelnímu provádění. Spuštěním kernelu vytvoří běhové prostředí CUDA dle konfigurace, požadavků uživatele a možnosti zařízení mřížku (grid) se specifikovaným počtem bloků a vláken, které následně přiřazuje jednotlivým multiprocessorům MP, resp. skalárním procesorům SP, viz obrázek 5.15. Následně v kroku ③ začne každé vlákno vykonávat kód jádra s odpovídajícími daty z paměti zařízení. Důležitou charakteristikou jádra je



Obrázek 5.15: Schéma provádění paralelních výpočtů na GPU s CUDA [189].

⁸special function unit

skutečnost, že každé vlákno vykonává totožný a jediný kernel. Pokud je požadavkem, aby kernel vykonával různé operace s různými daty, pak je nutné tyto činnosti implementovat v jádře. Po vykonání kódu jádra jsou data uložena vlákny zpět do paměti zařízení grafické karty GPU (krok ④), odkud jsou případně zkopírována požadavkem hosta zpět do paměti hosta k dalšímu zpracování (krok ⑤) [189, 150].

Pro běh jádra na grafické kartě musí být zaručeno, že jádro prováděné jistým vláknem i provádí svůj kód nezávisle na činnostech, které provádí jakékoliv jiné vlákno. To mimo jiné znamená, že všechna data potřebná pro výpočet musí být dostupná v okamžiku spuštění jádra v gridu. V praxi totiž probíhá paralelní výpočet zcela stochasticky, tj. nelze předem určit, jak běhové prostředí CUDA rozděluje vlákna jednotlivým skalárním procesorům.

5.3.2 Implementace počítačového modelu teplotního pole v CUDA

Idea paralelizace modelu teplotního pole nastíněná v oddílu 5.3.1 byla využita při implementaci paralelizované verze numerického modelu teplotního pole. Koncepce paralelizovaného modelu zahrnuje řídicí část modelu, která „běží“ na hostu v MATLABu. Řídicí část zajišťuje preprocessing i postprocessing a provádí spuštění výpočetního jádra. Výpočetní jádro modelu je implementováno v CUDA C++, kterým je kód v jazyku C++ využívající speciální CUDA funkce (prostřednictvím hlavičkového souboru `cuda.h`) umožňující běh na grafické kartě. Vlastní CUDA jádro (kernel) musí být pro spuštění na grafické kartě zkompileováno CUDA kompilátorem `nvcc`.

Jádro je koncipováno tak, aby provádělo *jednu* časovou iteraci výpočtu teplotního pole. Důvodem je především skutečnost, že je nutné přepočítat okrajové podmínky (zejména součinitel přestupu tepla pod chladicími tryskami), které jsou závislé na teplotě povrchu předlitku. V případě předpokladu konstantních okrajových podmínek by bylo možné implementovat jádro s vnitřním časovým cyklem, tj. výpočtem v čase (např. do stacionárního stavu), aniž by bylo nutné jádro po každé časové iteraci ukončit, což by vedlo pravděpodobně k dalšímu zrychlení výpočtů a ke zkrácení výpočetního času. Tento koncept však nebyl v rámci řešení dizertační práce ověřen nebo testován.

Řídicí část programu vykonávanou v MATLABu na hostu lze v bodech charakterizovat následujícím výčtem:

1. Proveď dle požadavků uživatele dělení předlitku na $n_x \times n_y \times n_z$ kontrolních objemů. Dle uživatele nastav časový krok Δt .
2. Na hostu načti/zpracuj počáteční podmínku (počáteční teplotní pole) a pro tuto počáteční podmínku načti/zpracuj okrajové podmínky závislé na teplotním poli (součinitel přestupu tepla pod tryskami a přirozené konvekce, emisivitu povrchu). Proveď potřebný preprocessing.
3. Alokuj paměť na grafické kartě metodou `gpuArray()` pro veškeré potřebné proměnné zahrnující teplotní pole, okrajové podmínky a další parametry výpočtu.
4. Překopíruj data z hosta do všech výše uvedených proměnných v paměti grafické karty.
5. Podle počtu kontrolních objemů $n_x \times n_y \times n_z$ a možností zařízení GPU nastav počet bloků `blocks` a jejich velikost `threads`.
6. Pokud tak již nebylo učiněno, zkompilej výpočetní jádro (kernel) kompilátorem `nvcc` pro daný typ zařízení a operační systém.

7. V časovém cyklu spusť v každé iteraci zkompilované jádro na grafické kartě (device). Každé vlákno mřížky nyní představuje jeden konkrétní kontrolní objem předlitku a s ním spjaté výpočty. Podle potřeby nebo požadavků aktualizuj okrajové podmínky a parametry modelu.
8. Po ukončení časové smyčky překopíruj potřebná data z paměti grafické karty do paměti hosta a proveď potřebný postprocessing.
9. Pokud je výpočet u konce, uvolni alokovanou paměť na grafické kartě.

V jádře (kernelu) `kernel.cu` je implementován samotný výpočet teplotního pole metodou entalpie pro všechny kontrolní objemy předlitku. Základním principem výpočtů a programování v CUDA je skutečnost, že jádro je implementováno pouze v jedné verzi, které je ale vykonáváno všemi vlákny. Při výpočtu teplotního pole odlévaného předlitku je zapotřebí iteračně řešit obecné rovnice (3.39) a (3.40), které ale mají různý konkrétní tvar dle typu kontrolního objemu (vnitřní, roh, hrana, povrchu v krystalizátoru, povrchu v sekundárním chlazení/terciárním chlazení apod.). Jádro tedy musí obsahovat kód, který zabezpečí jednoznačnou identifikaci počítaného objemu tak, aby byly všechny kontrolní objemy předlitku přepočítány podle odpovídajících vztahů.

Kód jádra lze bodově zapsat následovně:

1. Pomocí CUDA metod `threadIdx` a `blockIdx` urči „počítaný“ kontrolní objem, tj. konkrétní indexy i, j a k v celkové síti (i, j, k) .
2. Aktualizuj potřebné termofyzikální vlastnosti oceli v kontrolním objemu (i, j, k) dle teploty $T_{i,j,k}^t$ v čase t .
3. Podle indexů vlákna (i, j, k) stanovených v bodě 1 urči konkrétní tvar výpočtových vztahů (3.39) a (3.40).
4. Vypočti dle bodu 3 novou hodnotu objemové entalpie $H_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ pro časový okamžik $t + \Delta t$ ze známých hodnot teplotního pole a dalších parametrů v čase t .
5. Přepočítej vypočtenou hodnotu entalpie $H_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ pomocí vztahu entalpie-teplota na novou teplotu $T_{i,j,k}^{t+\Delta t}$ v čase $t + \Delta t$ a ulož ji do paměti na GPU.
6. Předej řízení běhovému prostředí CUDA.

5.3.3 Benchmarking paralelního a neparalelního počítačového modelu teplotního pole plynule odlévaného předlitku

Podle návrhu a popisu uvedeného v oddíle 5.3.2 byla implementována paralelizovaná verze teplotního modelu plynule odlévaného předlitku. Tento model využívá paralelizaci na grafických kartách NVIDIA prostřednictvím jádra, které je implementované v CUDA C++. Hlavním důvodem a motivací pro počáteční testování paralelizace na GPU a následný vývoj GPU modelu bylo zefektivnění výpočtu teplotního pole a zkrácení výpočetního času modelu. Tohoto cíle bylo dosaženo v míře, která předčila veškerá původní očekávání autora práce. Dosažené výpočetní zrychlení a výkon paralelizovaného GPU modelu pak dále určily směr a přístup k optimalizaci a optimálnímu řízení sekundárního chlazení, které je blíže popsáno v kapitole 7.

Testovací úloha. Pro vzájemné srovnání výpočetního výkonu mezi standardním CPU modelem a paralelizovaným GPU modelem byla navržena testovací úloha, která byla modely řešena. Materiálem použitým v testovací úloze byla uhlíková ocel běžné jakosti S275JR. Testovací úloha zahrnovala počáteční teplotní pole nastavené na teplotu 1550 °C. Parametry licího stroje byly nastaveny v souladu s licím strojem v Třineckých železárnách uvedeným v této kapitole. Testovací úloha zahrnovala výpočet stacionárního stavu teplotního pole ze stavu počátečního, který nastal za 28 minut reálného času.

Výpočetní síť. Pro srovnání výpočetního výkonu bylo uvažováno 6 různých hustot výpočetní sítě, tj. počet kontrolních objemů. Nejhrubší sítí byla síť o 10^5 kontrolních objemech, nejjemnější uvažovaná síť pak obsahovala 3 miliony kontrolních objemů. Mezi uvedenými mezními hustotami sítě byly zvoleny 4 další o $2 \cdot 10^5$, $5 \cdot 10^5$, 10^6 a $2 \cdot 10^6$ kontrolních objemech. Přehled uvažovaných výpočetních sítí je uveden v tabulce 5.7.

Tabulka 5.7: Benchmarking GPU modelu plynule odlévaného předlitku: výpočetní časy neparalelizovaného CPU modelu.

Počet kontrolních objemů	Konfigurace sítě	Výpočetní čas
10^5	(12 × 12 × 728)	1 min 24 s
$2 \cdot 10^5$	(15 × 15 × 890)	2 min 39 s
$5 \cdot 10^5$	(21 × 21 × 1 133)	7 min 5 s
10^6	(30 × 30 × 1 133)	15 min 33 s
$2 \cdot 10^6$	(30 × 30 × 2 205)	66 min 27 s
$3 \cdot 10^6$	(37 × 37 × 2 205)	202 min 59 s

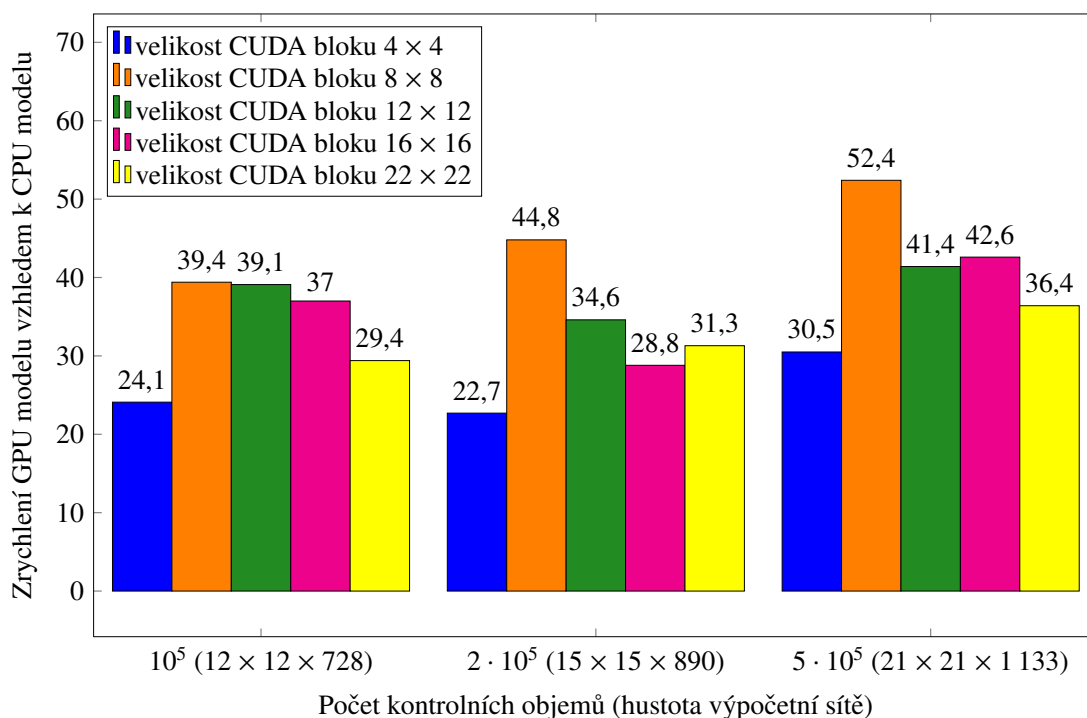
Výpočetní hardware. Pro benchmarking byl použit počítač s procesorem Intel Core 2 Quad (2,8 GHz) se 128 GB RAM paměti a s GPU NVIDIA Tesla C2075 (448 CUDA jader, každé o frekvenci 1,15 GHz) se 6 GB RAM paměti. Operační systém Windows 7.

Velikost CUDA bloku a mřížky (blocks, grid). Během benchmarkingu byla zjištěna významná závislost na konfiguraci běhového prostředí CUDA, které zajišťuje paralelizaci výpočtů. Jak je popsáno v oddíle 5.3.1, paralelizace výpočtů probíhá v mřížce (grid), jejíž základní jednotkou je blok. Aby bylo zajištěno provedení výpočtů pro všechny kontrolní objemy předlitku, je nutné vytvořit mřížku, která bude obsahovat alespoň tolik vláken (threads) jako je celkový počet kontrolních objemů. Velikost mřížky je sice omezená na 65 000 × 65 000, ale z praktického hlediska výpočtu teplotního pole není toto omezení limitující. Avšak velikost bloku je omezená vnitřní pamětí grafické karty, protože blok poskytuje speciální rychlou sdílenou paměť, která je ale dostupná pouze pro vlákna daného bloku. Z tohoto důvodu je velikost bloku striktně omezená, v případě GPU NVIDIA Tesla C2075 použité pro benchmarking je dovolená velikost bloku 512 vláken. Při benchmarkingu byly uvažovány tyto velikosti čtvercových bloků mající počet vláken menší než 512: 4 × 4, 8 × 8, 12 × 12, 16 × 16 a 22 × 22.

Vyhodnocení benchmarkingu. Výpočetní časy neparalelizovaného CPU modelu jsou uvedeny v tabulce 5.7. Výpočetní časy paralelního GPU modelu pro různé velikosti bloku jsou uvedeny v tabulce 5.8. Jak je vidět z tabulky 5.8, velikost bloku významně ovlivňuje výpočetní čas, a to

Tabulka 5.8: Benchmarking GPU modelu plynule odlévaného předlitku: vliv velikosti CUDA mřížky a bloku (grid, blocks) na výpočetní výkon GPU modelu.

Počet kontrolních objemů	Velikost bloku	Velikost mřížky	Výpočetní čas
10^5 ($12 \times 12 \times 728$)	4×4	82×82	3,48 s
	8×8	41×41	2,13 s
	12×12	28×28	2,15 s
	16×16	21×21	2,27 s
	22×22	16×16	2,86 s
$2 \cdot 10^5$ ($15 \times 15 \times 890$)	4×4	112×112	5,74 s
	8×8	56×56	3,55 s
	12×12	38×38	4,60 s
	16×16	32×32	5,53 s
	22×22	21×21	5,08 s
$5 \cdot 10^5$ ($21 \times 21 \times 1\,133$)	4×4	177×177	13,95 s
	8×8	89×89	8,11 s
	12×12	59×59	10,26 s
	16×16	45×45	9,98 s
	22×22	33×33	11,69 s
10^6 ($30 \times 30 \times 1\,133$)	4×4	253×253	26,11 s
	8×8	127×127	16,75 s
	12×12	85×85	17,89 s
	16×16	64×64	19,73 s
	22×22	46×46	24,04 s
$2 \cdot 10^6$ ($30 \times 30 \times 2\,205$)	4×4	354×354	97,45 s
	8×8	177×177	60,08 s
	12×12	118×118	71,27 s
	16×16	89×89	71,20 s
	22×22	65×65	85,95 s
$3 \cdot 10^6$ ($37 \times 37 \times 2\,205$)	4×4	435×435	256,35 s
	8×8	218×218	181,52 s
	12×12	145×145	200,65 s
	16×16	109×109	211,90 s
	22×22	80×80	244,24 s

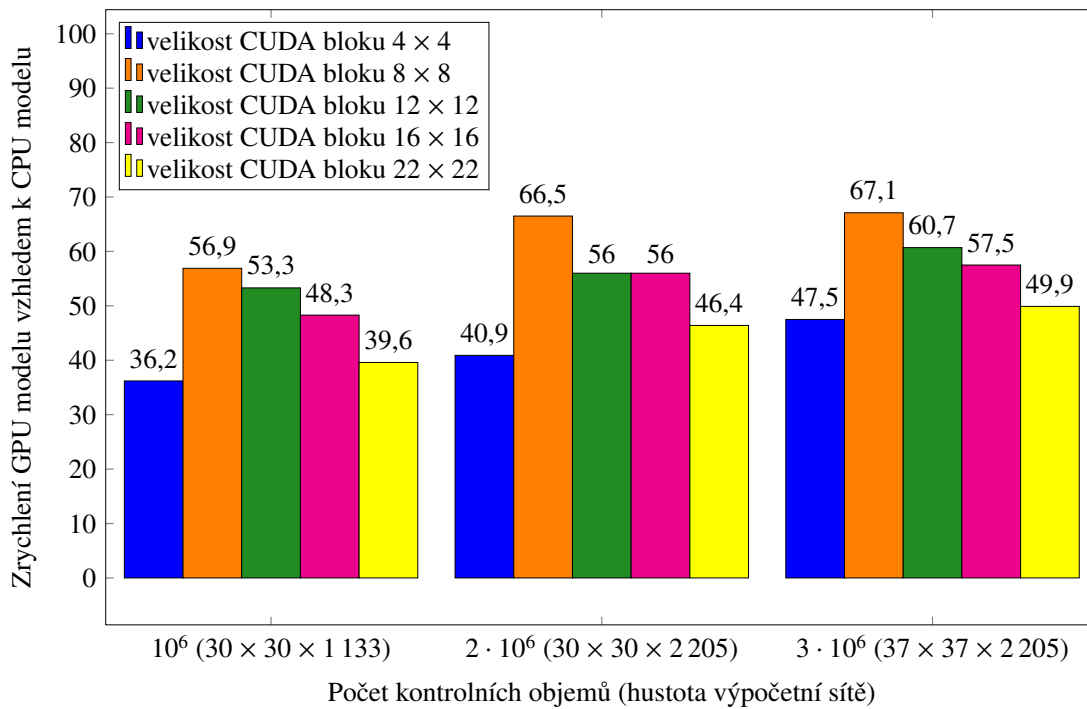


Obrázek 5.16: Benchmarking paralelního GPU a neparalelního CPU modelu teplotního pole plynule odlévaného předlitku: velikost sítě 10^5 , $2 \cdot 10^5$, $5 \cdot 10^5$.

až o přibližně 60% při srovnání výsledků pro bloky 4×4 a 8×8 , kde je rozdíl nejvýraznější. Nejkratšího výpočetního času a tedy nejlepšího výkonu paralelizovaného GPU modelu bylo ve všech případech hustoty sítě dosaženo pro velikost bloku 8×8 . Vzájemné srovnání neparalelizovaného CPU modelu a paralelizovaného GPU modelu je graficky znázorněno na obrázcích 5.16 a 5.17, ve kterých je zobrazen podíl výpočetních časů CPU a GPU modelů, tj. zrychlení GPU modelu. Jak je patrné z obrázku 5.16, v případě nejhrubší sítě o 10^5 kontrolních objemech lze s využitím velikosti bloku 8×8 dosáhnout zrychlení přibližně 40×. S rostoucím počtem kontrolních objemů a zjemněním výpočetní sítě však možné zrychlení GPU modelu dokonce roste díky efektivnosti paralelizace GPU modelu vůči sekvenčnímu přístupu CPU modelu. V případě modelu o síti s 200 tisíci kontrolních objemů je možné dosáhnout zrychlení cca 45×, pro model obsahující půl milionu uzlů je možné zrychlení asi 52×. Model pracující s milionem výpočetních uzlů je možné pomocí GPU modelu zrychlit přibližně 57× a modely se sítěmi o 2 a 3 milionech kontrolních objemů dosahuje možné zrychlení 67×, viz obrázek 5.17. Z těchto výsledků benchmarkingu je patrné, že grafické karty a paralelizované výpočty GP-GPU nabízí ohromný potenciál a výkon pro výpočet matematických modelů teplotních polí. Provedený benchmarking ukázal, že paralelizovaný model umožňuje zrychlit výpočty řádově v desítkách. Toto výrazné zrychlení přináší poměrně nové možnosti využití modelů v ocelárnách, zejména pro real-time aplikace, které vyžadují iterativní vyhodnocování teplotního pole.

5.3.4 Benchmarking obecného počítačového CPU a GPU modelu se změnou fáze

Výpočetní výkonnost různých implementačních přístupů byla rovněž studována na obecném modelu teplotního pole s fázovými změnami [A8]. Pro tento model byla zvolena dvojrozměrná

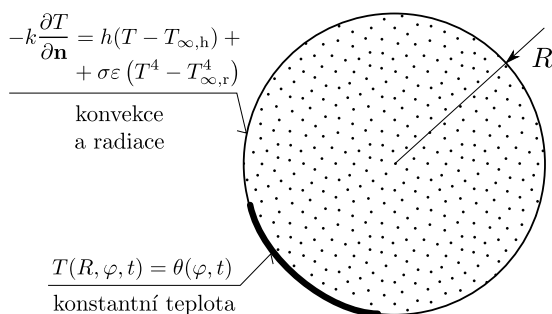


Obrázek 5.17: Benchmarking paralelního GPU a neparalelního CPU modelu teplotního pole plynule odlévaného předlitku: velikost sítě 10^6 , $2 \cdot 10^6$, $3 \cdot 10^6$.

kruhová oblast (viz obrázek 5.18), na které byla řešena rovnice vedení tepla v cylindrických souřadnicích (r, φ)

$$\rho c_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right). \quad (5.8)$$

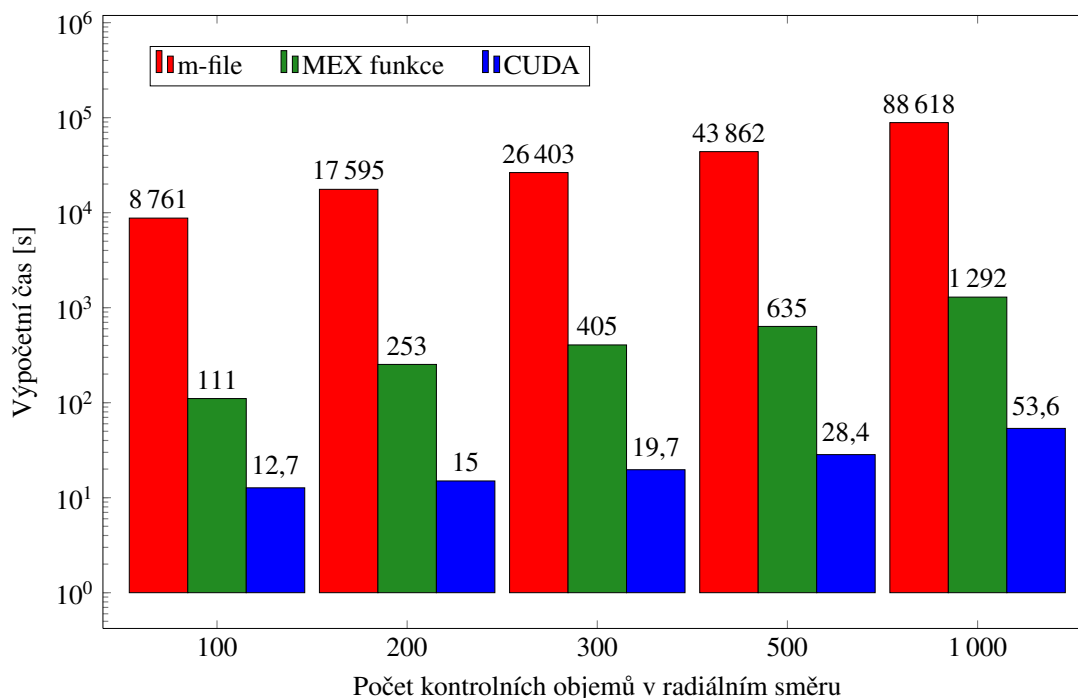
Pro modelování latentního tepla fázové změny byla použita metoda efektivní tepelné kapacity (viz oddíl 3.5). Počáteční teplota (počáteční podmínka) byla nastavena na teplotu T_0 v celé oblasti, okrajová podmínka zahrnovala na části kruhové hranice konstantní teplotu θ a na zbývající části hranice oblasti byla předepsána konvekce s radiací. Pro stanovení termofyzikálních vlastností materiálu byla uvažována ocel obvyklé jakosti.



Obrázek 5.18: Schéma výpočetní oblasti a použitých okrajových podmínek.

Matematický model byl vytvořen postupy uvedenými v kapitole 3 v MATLABu, přičemž pro implementaci vlastního výpočetního jádra byly použity tři metody: (a) standardní implementace v m-souboru, (b) využití MEX funkcí volaných z MATLABu a (c) implementace kernelu v CUDA spouštěného na GPU. Přístup (a) zahrnuje pro výpočet teplotního pole prosté

využití vnořených for-cyklů. Přístup (b) využívá výpočet pomocí tzv. MEX funkcí⁹. Tyto funkce zahrnují kód implementovaný v jazyku C++, který je zkompileován do MATLABem přímo spustitelného tvaru. Hlavním obvyklým rysem MEX funkcí je výrazné zrychlení výpočtů zahrnující vnořené cykly, které je způsobeno obecně vysokou výkonností kódu implementovaného v C++. Přístupem (c) bylo využití implementace výpočetního kernelu v CUDA C++, které je popsáno výše v oddílu 5.3.2. Více podrobností o implementaci modelů a použitých počátečních a okrajových podmínkách lze nalézt v [A8].



Obrázek 5.19: Benchmarking modelů: výpočetní čas.

Pro benchmarking modelů bylo zvoleno dělení sítě v obvodovém směru na 360 kontrolních objemů a v radiálním směru na (a) 100, (b) 200, (c) 300, (d) 500 a (e) 1 000 kontrolních objemů. Vzniklo tedy pět sítí o různých hustotách diskretizace, viz tabulka 5.9. Všechny modely byly v rámci benchmarkingu podrobeny simulaci trvající 10 minut reálného času. Z důvodu časové stability byl zvolen diskretizační krok $\Delta t = 0,01$ s a v rámci jedné simulace bylo tedy provedeno $6 \cdot 10^4$ časových kroků. Benchmarking modelů byl proveden na hardware totožném jako v případě benchmarkingu uvedeného v oddíle 5.3.3: počítač s procesorem Intel Core 2 Quad (2,8 GHz) se 128 GB RAM paměti a s GPU NVIDIA Tesla C2075 (448 CUDA jader 1,15 GHz) se 6 GB RAM paměti. Výsledky benchmarkingu jsou zobrazeny v obrázku 5.19 a v tabulce 5.9.

Jak je patrné z výsledků uvedených v obrázku 5.19 a tabulce 5.9, model (a) využívající vnořené for-cykly je výpočetně výrazně pomalejší než přístupy (b) využívající MEX funkce a (c) paralelizaci na grafické kartě. Zrychlení dosažené použitím MEX funkcí ve srovnání s přístupem (a) je v podstatě konstantní pro rozdílné hustoty sítě. Avšak při srovnání přístupů (a) a (b) s implementací (c) na grafické kartě platí, že s rostoucí hustotou sítě poměrný výkon CUDA modelu roste, viz tabulka 5.9. Z výsledků je tedy patrný významný výpočetní výkon modelu provádějící paralelizaci na grafické kartě, který je navíc umocněn se zjemňující se výpočetní sítí.

⁹MATLAB EXecutable funkce

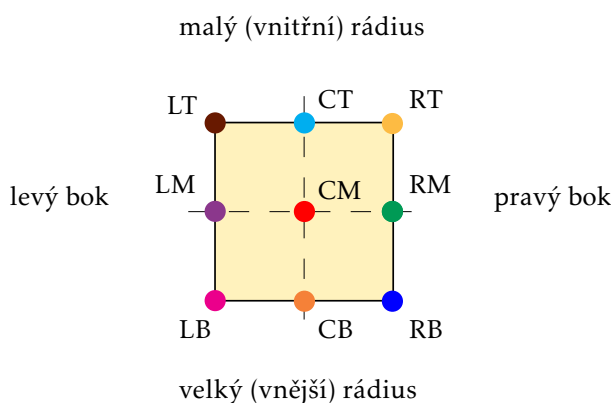
Tabulka 5.9: Benchmarking modelů: rovnání vzájemného zrychlení.

Počet uzlů v radiálním směru	Celkový počet uzlů	Zrychlení modelu		
		MEX vs. m-file	CUDA vs. m-file	CUDA vs. MEX
100	$3,6 \cdot 10^4$	79×	690×	8,7×
200	$7,2 \cdot 10^4$	69×	1 173×	16,8×
300	$1,1 \cdot 10^5$	65×	1 340×	20,6×
500	$1,8 \cdot 10^5$	69×	1 544×	22,3×
1 000	$3,6 \cdot 10^5$	69×	1 653×	24,1×

5.4 Vizualizace výsledků modelu teplotního pole plynule odlévaného předlitku

Teplotní pole a průběh teplot odlévaného předlitku, které jsou počítány teplotním modelem, je možné graficky vizualizovat několika způsoby.

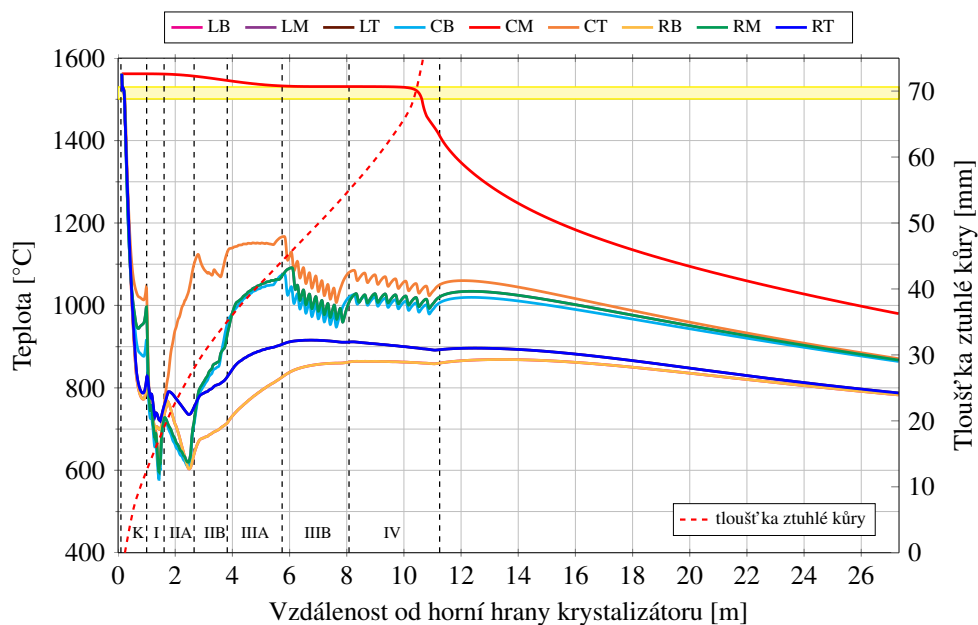
Průběh teplot ve směru lití. Nejčastěji se pro vizualizaci výsledků obvykle používá 2D graf průběhu teplot v charakteristických bodech průřezu předlitku ve směru odlévání. Ukázka uvedeného typu grafu pro stacionární tepelný stav tavby nízkouhlíkové oceli A06C005 je zobrazena na obrázku 5.21. Charakteristickými body v průřezu předlitku, které jsou v grafech tohoto typu obvykle zobrazeny, jsou povrchové teploty na stěnách předlitku v jeho ose (kolmo pod tryskami), v rozích předlitku a v jádře předlitku. Podle požadavků lze graf případně doplnit průběhem teploty v libovolném bodě předlitku. Grafy tohoto typu uvedené v této práci zobrazují průběhy v devíti výše vyjmenovaných základních bodech předlitku, tj. 4 povrchové teploty v polovině každé strany, 4 teploty v rozích a 1 teplota v jádře. Model prezentovaný v této práci je konfigurován symetricky vzhledem ke svislé ose průřezu předlitku (levá/pravá strana předlitku), proto jsou některé teploty totožné (levý a pravý roh na obou obloucích a levý a pravý střed obou bočních stran). Jednotlivé teplotní průběhy jsou označeny dvojicí písmen, kde první písmeno¹⁰ L, C nebo R označuje vodorovnou polohu a druhé písmeno¹¹ označuje svislou polohu. Např. CM označuje jádro předlitku, LT pak levý horní roh a RM střed pravého boku předlitku, viz obrázek 5.20.



Obrázek 5.20: Schéma umístění charakteristických bodů v průřezu předlitku pro vizualizaci teplotních průběhů podél předlitku.

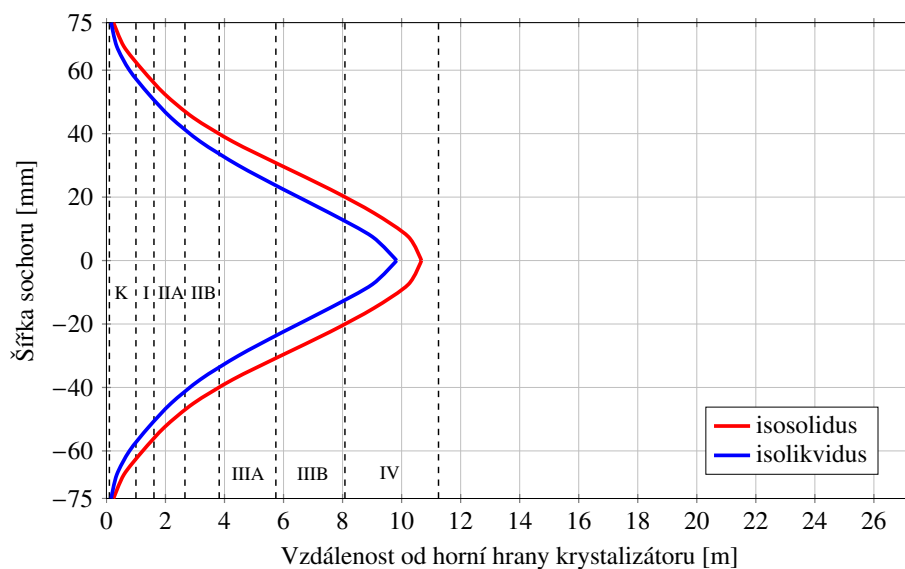
¹⁰L = left, C = center, R = right

¹¹B = bottom, M = middle, T = top



Obrázek 5.21: Graf průběhu teplot v charakteristických bodech předlitku ve směru lití.

Poloha isosolidy a isolikvidy. Druhým častým typem grafu se zobrazuje poloha isosolidy a isolikvidy v osovém podélném řezu předlitku. Tento graf zobrazuje hranice mezi taveninou, mushy zónou a pevnou (ztuhlou) fází a současně tedy i metalurgickou délku předlitku. Obecně se využívá vizualizace isosolidy a isolikvidy ve vodorovné¹² rovině procházející osou předlitku ve směru lití, viz obrázek 5.22 korespondující s obrázkem 5.21.

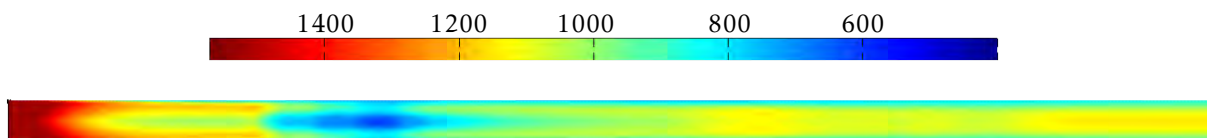


Obrázek 5.22: Isosolidus a isolikvidus v horizontálním osovém řezu předlitkem.

3D vizualizace teplotního pole. Třetím způsobem vizualizace je zobrazení 3D předlitku v reálné geometrii (se zakřivením v oblouku) nebo v napřímeném tvaru, na jehož povrchu nebo

¹²ve svislé rovině je průběh isokřivek vlivem symetrie předlitku velmi podobný; z uvedeného důvodu má smysl zobrazovat oba řezy např. u bram

i v řezech je zobrazeno teplotní pole. Ukázka tohoto způsobu vizualizace je na obrázku 5.23, která odpovídá stacionárnímu stavu tavby oceli A06C005, tj. korespondující s obrázkem 5.21. V této práci nebude tento typ vizualizace dále používán, protože není příliš praktický a je poměrně obtížné provést přesné odečítání teplot.

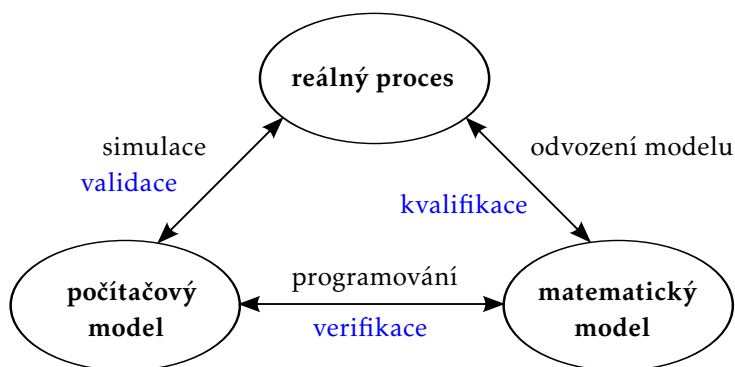


Obrázek 5.23: 2D vizualizace povrchových teplot v krystalizátoru (vlevo) a části sekundární chladicí zóny v rozvinutém stavu (směr lití zleva doprava).

6

Verifikace a validace počítačového modelu teplotního pole odlévaného předlitku

DŮLEŽITÝM obecným krokem při vývoji a implementaci matematických modelů a jejich dalším použití je verifikace a validace¹ modelů vzhledem k experimentálním datům získaných z reálného procesu. Schématicky je tento postup zachycen na obrázku 6.1.



Obrázek 6.1: Schéma metodologického postupu vývoje modelů.

Obsahem této kapitoly je ověření výsledků vyvinutého matematického modelu teplotního pole pomocí srovnání provozních dat měřených při reálném provozu lícího stroje v Třineckých železárnách.

6.1 Metodika ověření počítačového modelu

Ověření činnosti a správnosti počítaného teplotního pole vyvinutým teplotním modelem plynu odlévaného předlitku bylo provedeno pomocí reálných provozních dat z Třineckých železáren. Řídicí systém lícího stroje ukládá parametry odlévané tavby do databáze, ze které byla data převzata. Mezi tyto parametry patří i data důležitá pro nastavení modelu a jeho následnou validaci:

- odlévaná značka oceli a její chemické složení podle vzorku odebraného z mezipánve,
- lící rychlost,

¹verifikace ověřuje, zda-li je matematický model správně implementován v podobě počítačového programu (tj. jestli program správně řeší matematickou úlohu), zatímco validace ověřuje, jestli matematický model popisuje skutečný reálný proces

- licí teplota v mezipánvi,
- výška hladiny v krystalizátoru,
- průtok chladicí vody krystalizátorem, teploty vody na vstupu do krystalizátoru a na výstupu z krystalizátoru,
- průtoky jednotlivými okruhy sekundárního chlazení,
- teploty měřené pyrometry.

Pro validaci modelu byly vybrány tři charakteristické značky oceli odlévané v Třineckých železárnách: nízkouhlíková ocel 9SMN28, středně uhlíková ocel TERMEX-1 a vysokouhlíková ocel K70CAR, pro které bylo k dispozici dostatečné množství dostupných provozních dat z jejich taveb. Pro všechny tavby jsou dostupná dvě pyrometrická měření povrchových teplot [119] v ose boční stěny předlitku pomocí dvou pyrometrů umístěných

- (1) v sekundární chladicí zóně v okruhu IIIA mezi 4. a 5. chladicí tryskou ve vzdálenosti 4,69 m od horní hrany krystalizátoru a
- (2) na výběhu za tažně-rovnací stolicí ve vzdálenosti 17,70 m od horní hrany krystalizátoru.

Umístění obou pyrometrů je zobrazeno na obrázku 6.2. Validace a verifikace počítačového modelu tedy spočívala v ověření, že počítačový model nakonfigurovaný dle parametrů reálné tavby poskytuje v místech umístění pyrometrů totožné teploty jako jsou teploty těmito pyrometry naměřené.



(a) Pyrometr 1 v zóně IIIA během lití.



(b) Pyrometr 2 za tažně-rovnací stolicí během lití.

Obrázek 6.2: Umístění provozních pyrometrů na licím stroji.

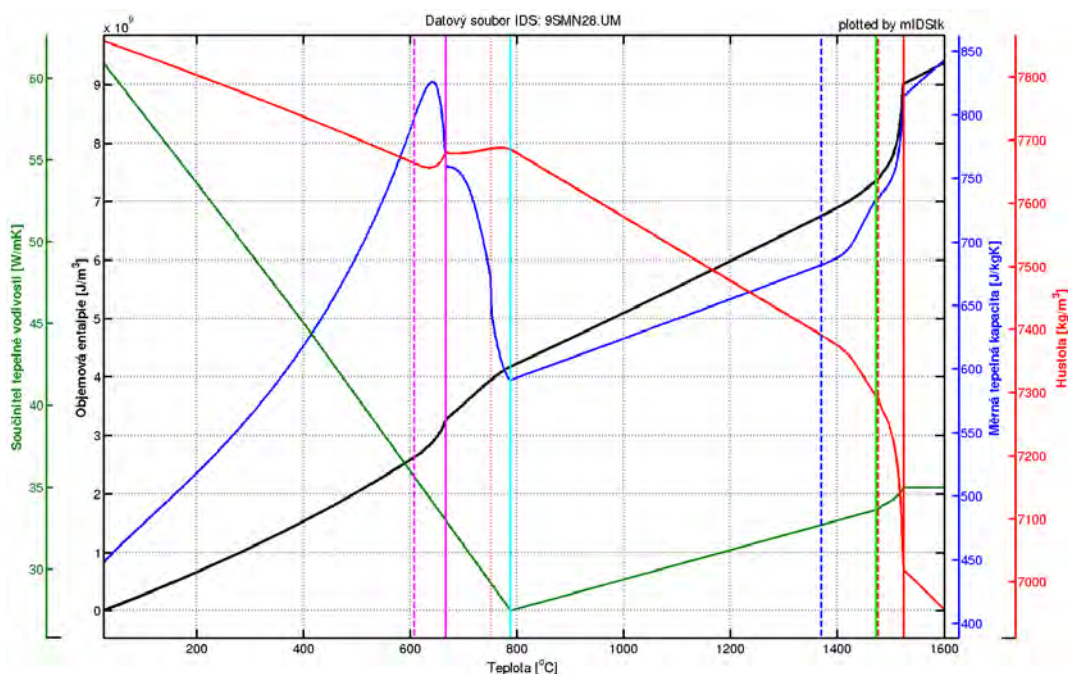
V následujících třech oddílech jsou pro každou ze tří značek ocelí uvedeny parametry tavby, průměrné měřené teploty z pyrometrů, počítačovým modelem spočítané teplotní pole a vizualizace průběhu teploty v místě pyrometru. Pro průměrnou teplotu T_p měřenou pyrometry je uvažována a místo umístění pyrometrů vykreslen teplotní interval $\langle T_p - 30^\circ\text{C}, T_p + 30^\circ\text{C} \rangle$, tj. toleranční hodnota $\pm 30^\circ\text{C}$. Všechny výsledky zde uvedené jsou vypočítány pro stacionární tepelný stav předlitku.

6.2 Nízkouhlíková ocel 9SMN28

Chemické složení nízkouhlíkové oceli 9SMN28 je uvedeno v tabulce 6.1 a teplotní závislost termofyzikálních veličin na obrázku 6.3. Parametry tavby oceli 9SMN28 jsou uvedeny v tabulce 6.2, průběh teplot po délce stroje včetně vyznačení teplotních intervalů měření pyrometrů jsou zobrazeny na obrázku 6.4 a isokřivky jsou zobrazeny na obrázku 6.5.

Tabulka 6.1: Chemické složení nízkouhlíkové oceli 9SMN28 použité pro ověření počítačového modelu teplotního pole.

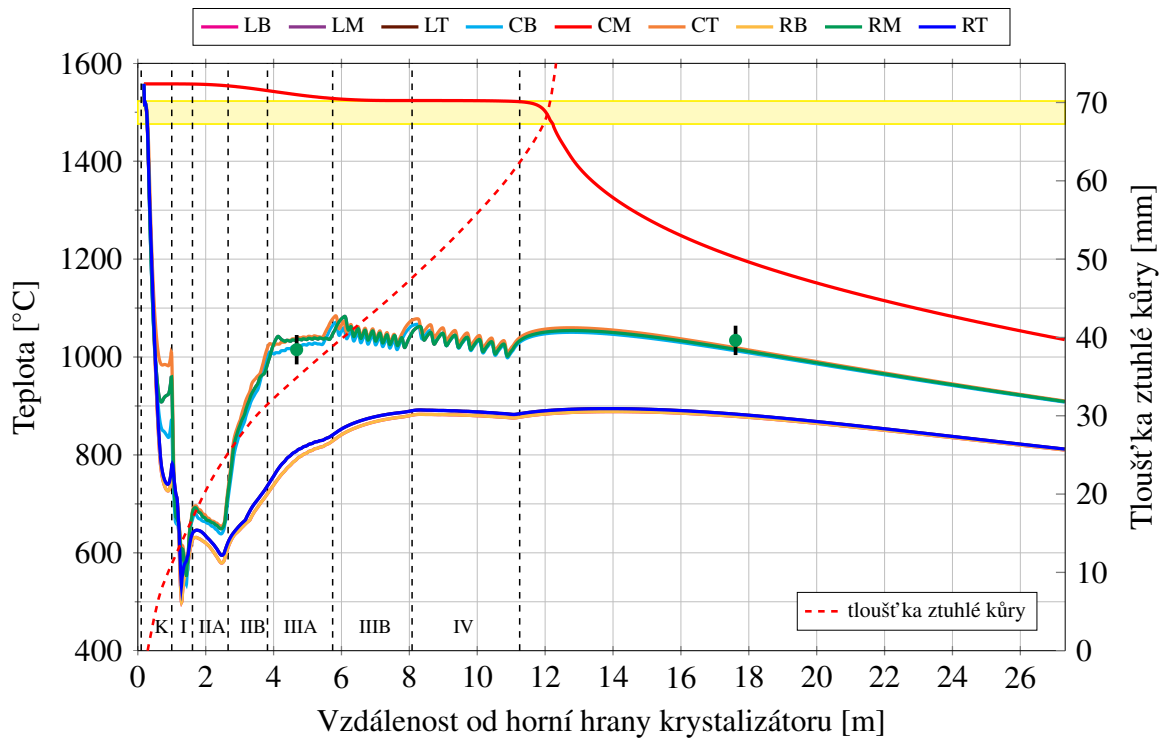
Chemické složení [wt. %]										
Ocel	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Al
9SMN28	0,07	0,025	1,100	0,050	0,050	0	0	0	0	0,003



Obrázek 6.3: Teplotní závislost termofyzikálních veličin nízkouhlíkové oceli 9SMN28.

Tabulka 6.2: Parametry lití pro validaci tavby oceli 9SMN28.

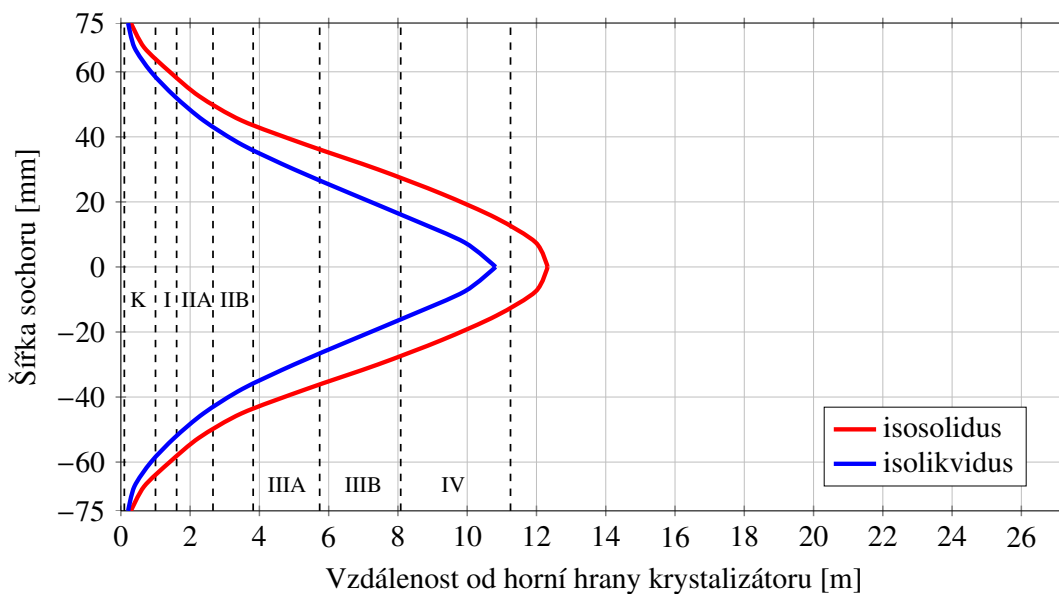
Ocel	Lící rychlost	Krystalizátor				T_{in}/T_{out}
		Lící teplota	Hladina	Průtok		
9SMN28	2,81 m min ⁻¹	1 558 °C	180 mm	1 783 ℓ min ⁻¹		32,9/41,2 °C
Průtoky chladicími okruhy sekundárního chlazení [ℓ min ⁻¹]						
Zóna I	Zóna IIA	Zóna IIB	Zóna IIIA	Zóna IIIB	Zóna IV	
278,2	125,6	65,1	82,3	34,4	39,0	



Obrázek 6.4: Průběh teplot podél předlitku pro tavbu oceli 9SMN28 s vyznačenými teplotními intervaly pyrometrů.

Tabulka 6.3: Teploty měřené pyrometry pro tavbu 9SMN28.

	Pyrometr 1	Pyrometr 2
Střední měřená teplota	1 015 °C	1 034 °C
Teplotní interval	⟨985 °C, 1 045 °C⟩	⟨1 004 °C, 1 075 °C⟩



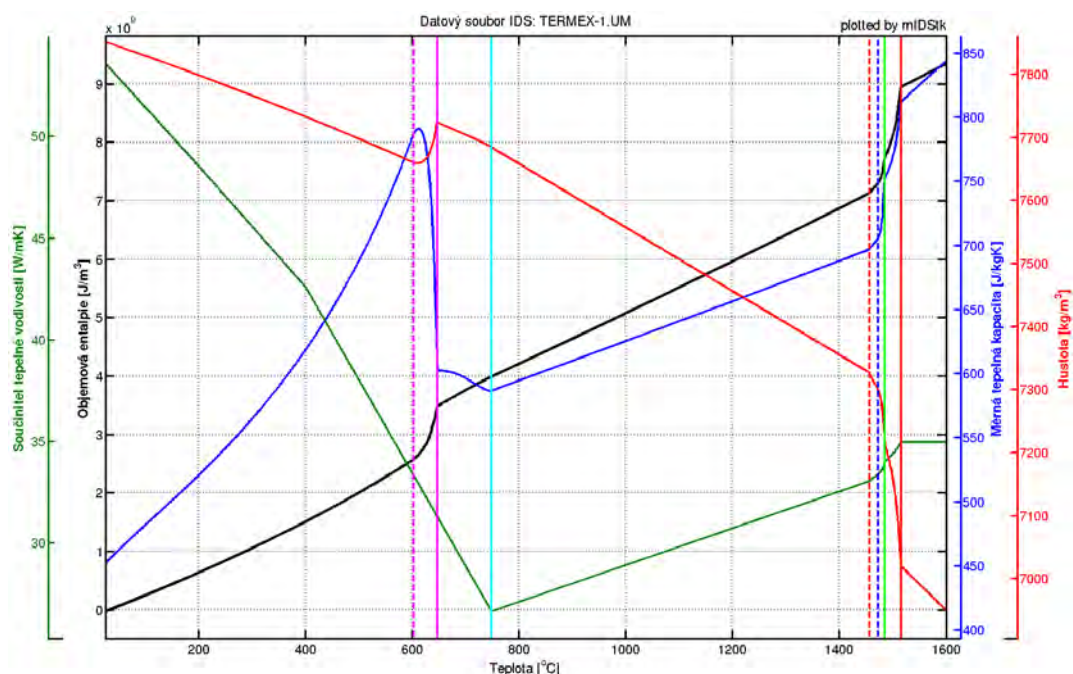
Obrázek 6.5: Isokřivky pro tavbu oceli 9SMN28.

6.3 Středněuhlíková ocel TERMEX-1

Chemické složení středněuhlíkové oceli TERMEX-1 je uvedeno v tabulce 6.4 a teplotní závislost termofyzikálních veličin na obrázku 6.6. Parametry tavby oceli TERMEX-1 jsou uvedeny v tabulce 6.5, průběh teplot po délce stroje včetně vyznačení teplotních intervalů měření pyrometru jsou zobrazeny na obrázku 6.7 a isokřivky jsou zobrazeny na obrázku 6.8.

Tabulka 6.4: Chemické složení středněuhlíkové oceli TERMEX-1 použité pro ověření počítačového modelu teplotního pole.

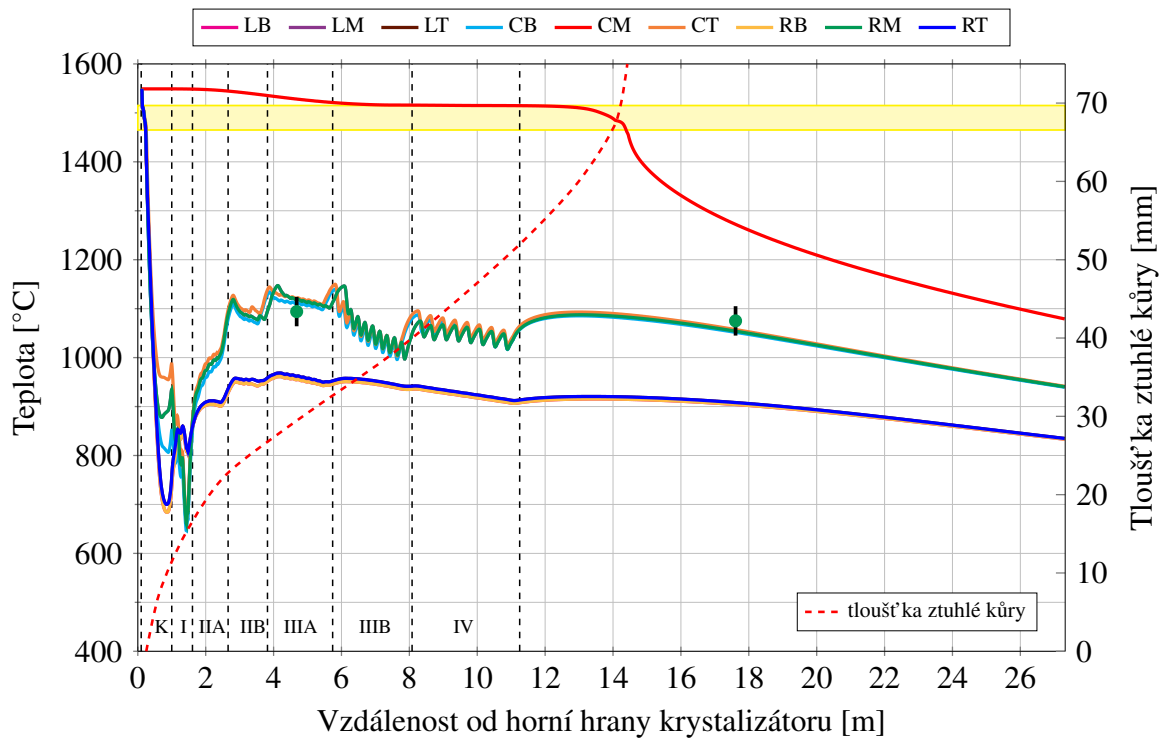
Ocel	Chemické složení [wt. %]									
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Al
TERMEX-1	0,18	0,200	0,725	0,020	0,020	0,075	0,075	0,0025	0,200	0,003



Obrázek 6.6: Teplotní závislost termofyzikálních veličin středněuhlíkové oceli TERMEX-1.

Tabulka 6.5: Parametry lití pro validaci tavby oceli TERMEX-1.

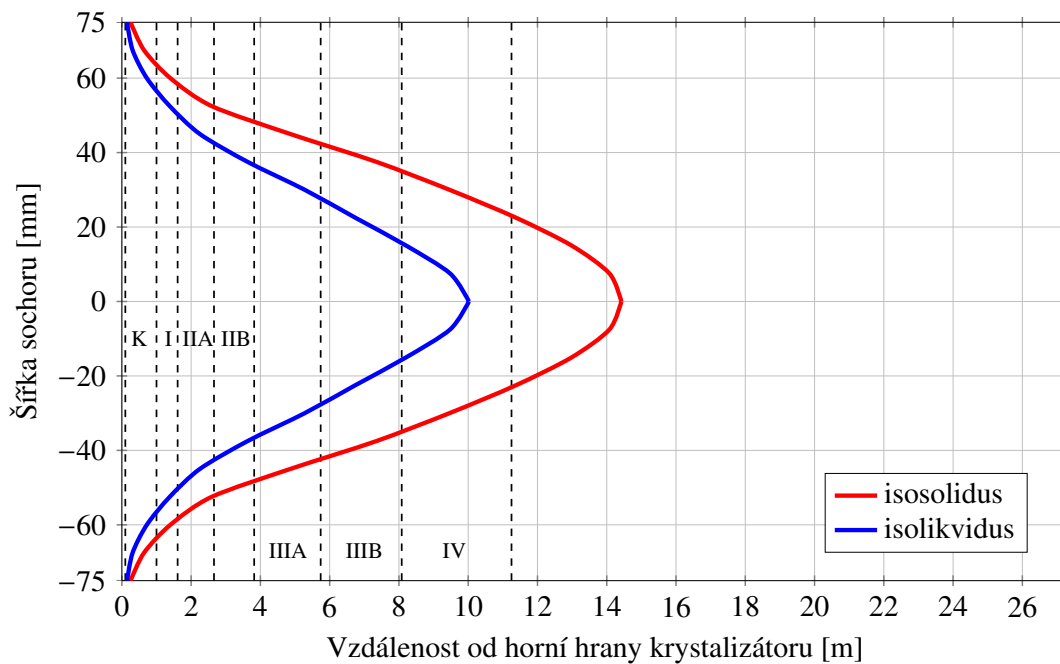
Ocel	Krystalizátor				
	Licí rychlost	Licí teplota	Hladina	Průtok	T_{in}/T_{out}
TERMEX-1	2,78 m min ⁻¹	1 549 °C	120 mm	1 790 ℓ min ⁻¹	33,5/42,1 °C
Průtoky chladicími okruhy sekundárního chlazení [ℓ min ⁻¹]					
Zóna I	Zóna IIA	Zóna IIB	Zóna IIIA	Zóna IIIB	Zóna IV
207,8	154,0	84,4	88,1	74,9	44,8



Obrázek 6.7: Průběh teplot podél předlitku pro tavbu oceli TERMEX-1 s vyznačenými teplotními intervaly pyrometrů.

Tabulka 6.6: Teploty měřené pyrometry pro tavbu TERMEX-1.

	Pyrometr 1	Pyrometr 2
Střední měřená teplota	1 079 °C	1 075 °C
Teplotní interval	(1049 °C, 1109 °C)	(1045 °C, 1105 °C)



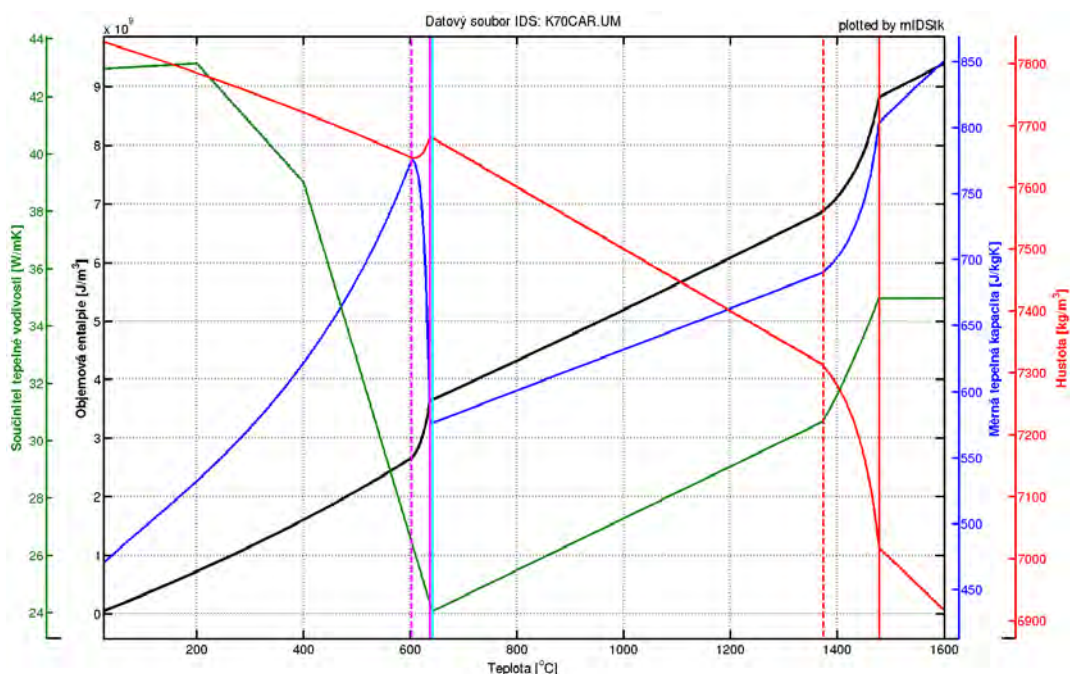
Obrázek 6.8: Isokřivky pro tavbu oceli TERMEX-1.

6.4 Vysokouhlíková ocel K70CAR

Chemické složení vysokouhlíkové oceli K70CAR je uvedeno v tabulce 6.7 a teplotní závislost termofyzikálních veličin na obrázku 6.9. Parametry tavby oceli K70CAR jsou uvedeny v tabulce 6.8, průběh teplot po délce stroje včetně vyznačení teplotních intervalů měření pyrometrů jsou zobrazeny na obrázku 6.10 a isokřivky jsou zobrazeny na obrázku 6.11.

Tabulka 6.7: Chemické složení vysokouhlíkové oceli K70CAR použité pro ověření počítačového modelu teplotního pole.

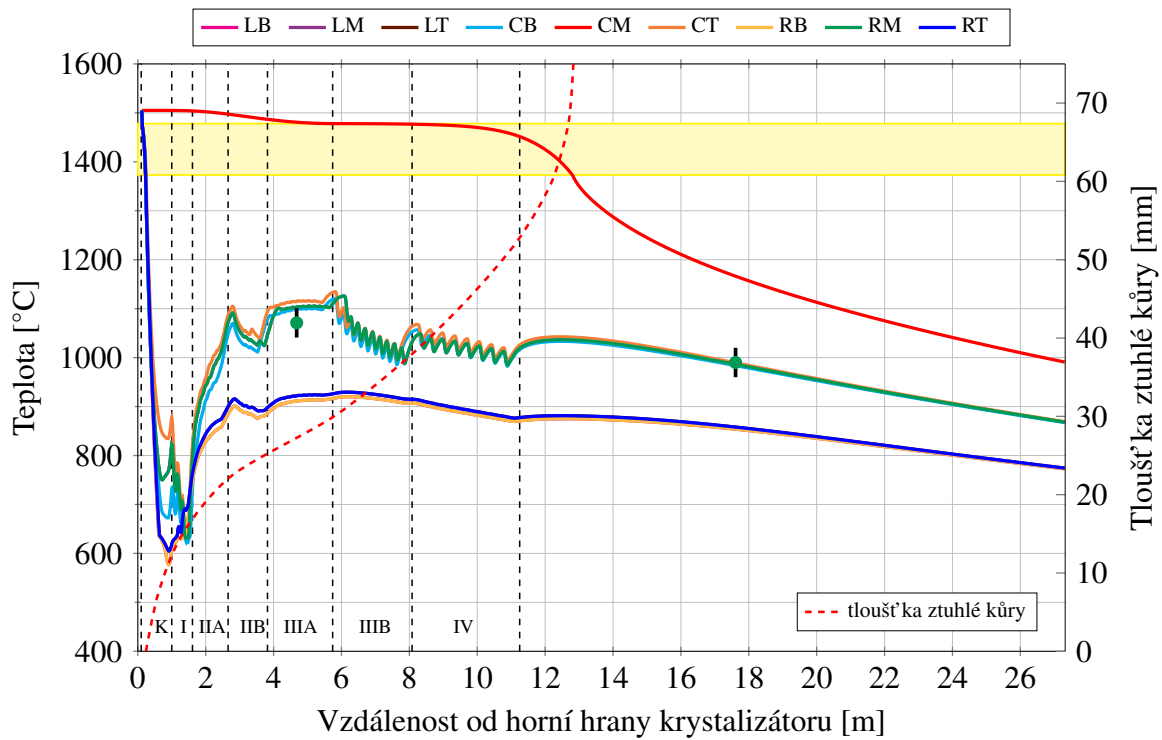
Ocel	Chemické složení [wt. %]									
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Al
K70CAR	0,68	0,240	0,600	0,007	0,007	0,050	0,060	0,020	0,060	0,005



Obrázek 6.9: Teplotní závislost termofyzikálních veličin vysokouhlíkové oceli K70CAR.

Tabulka 6.8: Parametry lití pro validaci tavby oceli K70CAR.

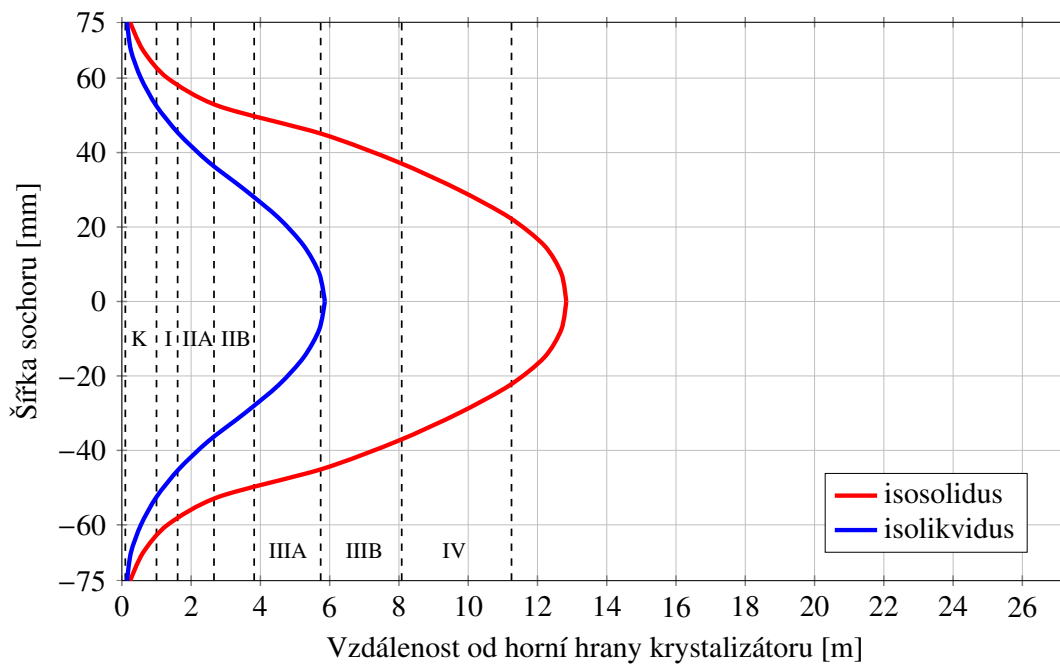
Ocel	Lící rychlost	Krystalizátor				T_{in}/T_{out}
		Lící teplota	Hladina	Průtok		
K70CAR	2,33 m min ⁻¹	1 505 °C	118 mm	1 765 ℓ min ⁻¹		34,0/42,5 °C
Průtoky chladicími okruhy sekundárního chlazení [ℓ min ⁻¹]						
Zóna I	Zóna IIA	Zóna IIB	Zóna IIIA	Zóna IIIB	Zóna IV	
178,3	92,6	81,9	39,0	37,4	38,8	



Obrázek 6.10: Průběh teplot podél předlitku pro tavbu oceli K70CAR s vyznačenými teplotními intervaly pyrometrů.

Tabulka 6.9: Teploty měřené pyrometry pro tavbu oceli K70CAR.

	Pyrometr 1	Pyrometr 2
Střední měřená teplota	1 071 °C	990 °C
Teplotní interval	(1 041 °C, 1 101 °C)	(960 °C, 1 020 °C)



Obrázek 6.11: Isokřivky pro tavbu oceli K70CAR.

6.5 Zhodnocení ověření počítačového modelu teplotního pole

Jak je patrné z výsledků teplotních průběhů uvedených v obrázcích 6.4, 6.7 a 6.10, vyvinutý a implementovaný počítačový model poskytuje predikci teplotního pole odlévaného předlitku, která se dobře shoduje s teplotami měřenými pyrometry během taveb odlévaných ocelí. Pro teploty měřené pyrometrem 2 na výběhu za tažně-rovnací stolicí model predikuje povrchové teploty, které jsou téměř totožné se střední naměřenou teplotou $T_{p,2}$. Shodu počítačové predikce a provozního měření lze v tomto případě označit jako velmi dobrou. V případě pyrometru 1 umístěného v chladicím okruhu IIIA sekundární chladicí zóny predikuje počítačový model pro všechny tři značky oceli povrchové teploty, které při zvolené teplotní toleranci 60°C ($\pm 30^\circ\text{C}$ od střední měřené teploty) tímto teplotním intervalem prochází v jeho horní části, tj. v blízkosti horní meze $T_{p,1} + 30^\circ\text{C}$. Tuto relativně malou odchylku lze vysvětlit ztíženými fyzikálními podmínkami, při kterých pyrometrické měření v chladicím okruhu IIIA probíhá. Mezi hlavní vlivy, které mohou měřenou teplotu ovlivňovat a způsobovat její pokles v měření, lze zařadit okuje na povrchu předlitku a značné množství vody, která je v místě instalace pyrometru přítomna z chladicích trysek a která stéká po předlitku, viz obrázek 6.2 (a). Především vznik okují na povrchu předlitku způsobuje naměření nižší povrchové teploty než je skutečná. Na základě výše uvedeného komentáře lze shodu mezi měřením a počítačovou predikcí modelem označit jako dobrou.

Z výše uvedeného tedy plyne, že implementovaný počítačový model teplotního pole poskytuje dobrou a přesnou predikci teplotního pole odlévaného předlitku, která se shoduje s výsledky z provozního měření pyrometry.

7

Optimální řízení sekundárního chlazení a provozu licího stroje

OPTIMALIZACE a optimální řízení se řadí mezi fundamentální nástroje umožňující zefektivnění výrobních procesů. Vyrábět s nižšími náklady, malou zmetkovitostí, s nižší spotřebou energie a surovin při dodržení kvality a jakosti produktů patří k základním snahám výrobců a producentů širokého spektra průmyslové činnosti. Dosažení zmíněných cílů významným způsobem přispívá k prosperitě a konkurenceschopnosti podniku.

Problematika optimálního řízení a provozu ZPO vyžaduje nutnost implementovat techniky optimalizace a optimálního řízení, které při své činnosti využívají numerického modelu teplotního pole. Numerický model lze při optimalizaci provozu licího stroje považovat za numerický senzor, který nahrazuje experimentální měření.

Obsahem této kapitoly je stručný základ optimalizace, matematického programování a optimálního řízení. Dále je podrobněji vysvětlen přístup optimálního řízení *model-based predictive control* (tzv. prediktivní řízení pomocí počítačového modelu), který byl využit pro návrh a implementaci řídicího systému plynulého odlévání pro řešení řízení dynamických stavů při odlévání. Nosná část kapitoly je pak tvořena původními optimalizačními výsledky provozu licího stroje při dočasných a náhlých změnách licích podmínek, které byly jedním z hlavních cílů dizertační práce.

Problematikou optimalizace provozu licího stroje a implementací optimalizačních algoritmů se zabývala řada autorů: implementace numerických modelů a jejich použití pro řízení provozu licího stroje např. [128, 20, 47, 183, 178, 64], optimalizace plynulého odlévání použitím genetických algoritmů např. [151, 205, 103], optimalizace metodami umělé inteligence např. [22], optimalizace nastavení sekundární chladicí zóny např. [95, 186], optimalizace procesu soft reduction např. [89], využití fuzzy logiky pro optimalizaci odlévání např. [171, 102], aplikace metod vícerozměrné statistické analýzy např. [204], optimalizace výšky hladiny taveniny v krystalizátoru např. [61], tepelná analýza krystalizátoru pomocí metody konečných objemů a genetických algoritmů [19], optimální chladicí strategie pro lití s různými licími rychlostmi s využitím metod prohledávání stavového prostoru např. [29], optimální řízení sekundárního chlazení podle licí rychlosti např. [35], optimalizace sekundárního chlazení pomocí prediktivního řízení [60], použití regresního modelu pro optimální distribuci chladicí vody v sekundárním chlazení [184], řízení plynulého odlévání pomocí optimalizace inspirované evolučním vývojem v přírodě [39], optimalizace plynulého odlévání pomocí zpětnovazebního řízení [47] a multikriteriální optimalizace [91]. Autor dizertační práce rovněž publikoval řadu

výsledků se zaměřením na optimalizaci plynulého odlévání a úpravy konfigurace licího stroje [A10, A9, A22, A20, A21, A19, A16].

7.1 Úvod do matematického programování a optimalizace

Matematické programování a optimalizace jsou interdisciplinárním vědním oborem, který se zabývá úlohami hledání extrémů účelové funkce vzhledem k daným omezením. Vyřešením optimalizační úlohy je nalezení optimálního řešení, které dle charakteru řešené úlohy minimalizuje nebo maximalizuje hodnotu účelové funkce za současného splnění předepsaných omezení [142, 141, 8]. Tato omezení ve tvaru nerovností nebo rovností specifikují tzv. množinu přípustných řešení, která je podmnožinou N -rozměrného konečnědimenzinálního prostoru. Optimální řešení úlohy tedy musí být prvkem množiny přípustných řešení. Obecně lze formulovat úlohu matematického programování a optimalizace s využitím vektorového zápisu následovně [117, 142, 8]:

Najdi (alespoň jedno) \mathbf{x}_{\min} takové, které

$$\begin{aligned} &\text{minimalizuje} && f(\mathbf{x}) \\ &\text{vzhledem k} && \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \\ &&& \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \\ &&& \mathbf{x} \in X, \end{aligned} \quad (7.1)$$

kde $X \subset \mathbb{R}^N$ je podprostor N -rozměrného prostoru \mathbb{R}^N , $f(\mathbf{x})$ je účelová funkce, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ je vektorová funkce $\mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^m$ popisující m omezení ve tvaru nerovnosti a $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ je vektorová funkce $\mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^n$ popisující n omezení ve tvaru rovnosti. Přestože je obecný tvar úlohy matematického programování formulován jako minimalizační úloha, lze v případě maximalizačního problému tuto úlohu převést na minimalizační [8, 141]. Množinu přípustných řešení úlohy (7.1) lze tedy zapsat jako

$$C = \{\mathbf{x} \in X \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\}. \quad (7.2)$$

Pro kompaktní zápis optimalizační úlohy lze také použít

$$? \in \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} \{f(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in C = X \cap \{\mathbf{x} \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\}\}, \quad (7.3)$$

kde „argmin“ označuje množinu všech optimálních řešení úlohy.

Optimalizaci a matematické programování lze rovněž rozčlenit podle typu dat vstupujících do úlohy. V případě konkrétních a přesně specifikovaných dat se jedná o deterministickou optimalizaci. Použití deterministické optimalizace v reálných aplikacích je často omezeno, protože úlohy reálného světa obvykle zahrnují jistý stupeň neurčitosti a náhodnosti a použití deterministické optimalizace pro řešení těchto úloh může vést k chybným nebo dokonce úplně nesprávným výsledkům a závěrům. Pro modelování optimalizačních úloh s neurčitostí lze použít několik přístupů. Jedním z nich je stochastická optimalizace, která pro popis neurčitosti a náhodnosti využívá náhodných veličin se známým rozdělením pravděpodobnosti z aparátu matematické statistiky [71, 11]. Výhodou je možnost modelování tzv. vícestupňových úloh pomocí scénářového přístupu. Značnou nevýhodou je složitost modelů a jejich obtížné řešení. Přístup stochastické optimalizace s využitím scénářového přístupu byl autorem dizertační práce studován v rámci diplomové práce [74] a na počátku doktorského studia [A3, A2, A4, A5]. Z důvodu specifického a rozsáhlého numerického modelu plynulého odlévání bylo od metod

stochastické optimalizace upuštěno, protože vzniklé modely by byly jen velmi obtížně řešitelné při značné výpočetní a časové náročnosti.

7.2 Optimální řízení model-based predictive control

Jak již bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, pro optimalizaci plynulého odlévání a provozu lícího stroje se nejčastěji využívá metod a principů optimalizace s genetickými algoritmy [151, 205, 103], umělé inteligence [22], prohledávání stavového prostoru [29], evolučními algoritmy [39] a zpětnovazebním řízením [47]. Pro optimální řízení lze také využít tzv. prediktivní řízení pomocí numerického modelu. V literatuře lze nalézt aplikaci prediktivního řízení pro optimalizaci plynulého odlévání oceli [60, 59].

Práce [59, 60], následná diskuze s autorkou těchto prací a dosahovaný výpočetní výkon vyvinutého velmi rychlého modelu teplotního pole využívajícího pro výpočet grafické karty se staly základní inspirací a východiskem pro vyvinutý řídicí systém prezentovaný v této práci. V tomto oddíle je popsán základní princip prediktivního řízení pomocí počítačového modelu – *model-based predictive control*. V následujícím oddíle je pak detailněji popsána struktura a činnost vyvinutého model-based predictive control systému. Kapitulu a dizertační práci pak uzavírají části 7.4 a 7.5, ve kterých jsou prezentovány výsledky optimálního řízení provozu lícího stroje s dynamickými změnami a jejich vyhodnocení.

7.2.1 Prediktivní řízení pomocí počítačového modelu

Model-based predictive control – prediktivní řízení pomocí počítačového modelu – patří do skupiny pokročilých řídicích a optimalizačních metod, které nachází široké uplatnění v inženýrských aplikacích, např. viz [161, 147, 118, 99, 83, 43, 16]. Obecně se prediktivní řízení považuje za pokročilejší metodu než využití značně rozšířené PID regulace. Charakteristickým rozdílem mezi prediktivním řízením a PID regulací je časový úsek, který je pro regulaci použit. V případě PID regulace probíhá řízení na základě odezvy řízeného systému na provedené změny na vstupu, tj. PID regulátor řídí podle vývoje systému v minulosti. Naopak prediktivní řízení řídí proces podle odhadu (predikce) reakce, kterou by systém zareagoval na změny na vstupu. Takové chování lze ilustrovat analogií k řízení automobilu: PID regulátor provádí řízení podle pohledu zpět (do minulosti) do zpětného zrcátka, zatímco prediktivní řízení používá pro řízení čelní sklo automobilu a pohled vpřed (do budoucnosti).

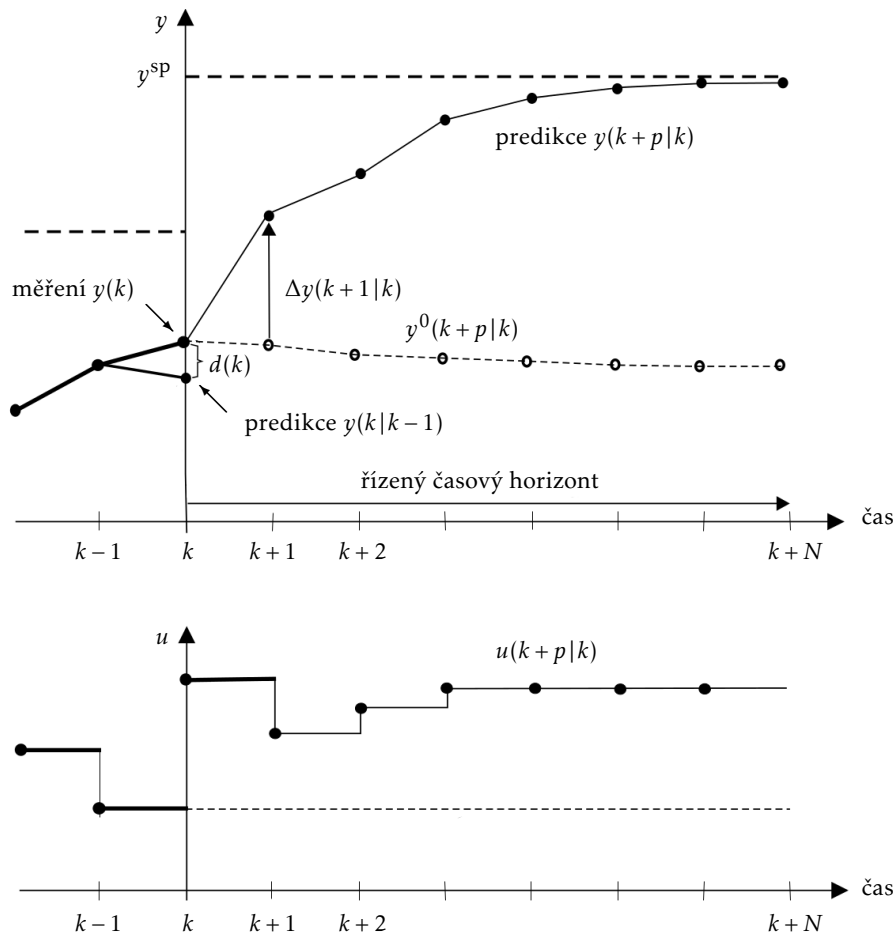
Mezi obecné výhody prediktivního řízení patří možnost přímé změny omezení a podmínek vstupních a výstupních parametrů dle aktuálního stavu řízeného systému, možnost začlenění vnitřních interakcí řízeného systému do počítačového modelu a jejich separace od vlastního řízení a rovněž také relativní názornost a podstata principu činnosti prediktivního řízení [169].

7.2.2 Princip přístupu model-based predictive control

Obecný princip prediktivního řízení lze popsat následovně [169]: rozděl časový úsek, pro který má být provedeno řízení, na k sousledných časových instancí, $k = 0, 1, 2, \dots$, přičemž pro každou z těchto instancí

- (1) existuje dynamický model řízeného systému včetně modelu nebo odhadu neřízených (náhodných) vstupů tohoto modelu a soustavy omezení (provozních podmínek),
- (2) jsou k dispozici výstupy (reakce) řízeného systému na vstupní data, přičemž tyto reakce jsou dostupné pro aktuální a všechny předchozí časové instance,

- (3) jsou známé cílové (optimální) trajektorie řízených veličin (tzv. set-pointy) pro předem definovaný časový úsek v budoucnosti o celočíselném násobku časových instancí, v tzv. řízeném časovém horizontu.



Obrázek 7.1: Princip prediktivního řízení pro systém s jednou vstupní (řídící) veličinou a jednou výstupní (řízenou) veličinou. Obrázek převzat z [169].

Pak v každé časové instanci k jsou spočítány (řídící) vstupy (tzv. control inputs) $u(k) = u(k|k)$, $u(k+1|k)$, \dots , $u(k+N-1|k)$ s předpokladem $u(k+p|k) = u(k+N-1|k)$ pro všechna $p \leq N$, kde N je řízený časový horizont, tzv. control horizon. Notace $u(k+p|k)$ označuje predikci řídicích veličin pro budoucí časovou instanci $k+p$, která je ale provedena v aktuální časové instanci k . Řídící vstupy jsou stanoveny (vypočítány) tak, aby rozdíl mezi predikovanými řízenými výstupy $y(k+p|k)$ a požadovanými cílovými hodnotami set-pointů $y^{SP}(k+p|k)$ byl minimální nebo splňoval předem definovanou podmínku tolerance $|y - y^{SP}| < \varepsilon_{k+p}$ pro časový horizont N , tj. pro $p = 1, 2, \dots, N$. Minimalizace rozdílu mezi y a y^{SP} , resp. splnění podmínky tolerance $|y - y^{SP}| < \varepsilon_{k+p}$ je zde ve významu splnění zvoleného kritéria optimality řízení systému. Po nalezení množiny řídicích vstupů $u(k+p|k)$ je na řízení procesu použit první (aktuální) řídicí vstup $u(k|k) = u(k)$. Použitím řídicího vstupu $u(k)$ pro aktuální časovou instanci se řízený systém přesune (vyvine) do nového stavu a následně časové instance $k+1$. V časové instanci $k+1$ jsou pozorovány reakce (řízené výstupy) y na řídicí vstup u , čímž se řídicí smyčka uzavře a je znovu opakována s časovým horizontem posunutým o jednu časovou instanci vpřed. Reakce řízeného systému lze získat pomocí počítačového modelu. Lepším přístupem k získání reakcí systému na změnu řídicí veličiny u s možností korigování modelu je rovněž fyzické naměření

reakcí na skutečném systému, na který byla použita řídicí strategie u . Toto je však možné pouze v případě, že je řídicí systém použit nejenom jako simulátor (tj. bez vazby na skutečný řízený systém), ale slouží k řízení skutečného systému.

Na obrázku 7.1 je ilustrován princip prediktivního řízení pro systém s jednou vstupní (řídicí) veličinou a s jednou výstupní (řízenou) veličinou [169]. Trajektorie $y^0(k+p|k)$ zobrazuje výstupní veličinu v případě, že vstupní veličina zůstane konstantní po celý řízený časový horizont. Jedná se tedy o případ, kdy v časové instanci k nedochází ke změně řídicí veličiny, tj. je převzata z předchozí časové instance. Výstupní veličina y se pak v tomto případě nazývá volný výstup (free output trajectory). Trajektorie odpovídající této situaci jsou zakresleny čárkovaně. Predikce trajektorie výstupní veličiny $y(k+p|k)$ zohledňuje vstupy již realizované v minulosti (tj. $u(k)$ pro $k=0, \dots, k-1$) i možné (přípustné) vstupy uskutečněné v budoucnosti, ale je stanovena v časové instanci k (tj. $u(k+p-1|k)$ pro $p=1, 2, \dots, N-1$). Cílová (optimální) hodnota, tzv. set-point y^{sp} pro výstupní veličinu a predikční horizont je zobrazena tučně a čárkovaně. V obrázku 7.1 je set-point konstantní během celého predikčního horizontu, ale obecně lze předepsat set-point v čase libovolně proměnný. Situace na obrázku 7.1 odpovídá řídicímu systému, který je spojen s reálným řízeným systémem. Z tohoto důvodu je v něm zakreslena predikce výstupní veličiny $y(k|k-1)$ v časové instanci k a měření výstupní veličiny $y(k)$ v časové instanci k na skutečném řízeném systému za použití totožné řídicí veličiny u . Rozdíl mezi predikcí a měřením je označen jako $d(k)$ a lze jej využít pro korekci modelu. V případě využití řídicího systému jako simulátoru bez vazby na reálný proces (což je i případ řídicího systému pro dynamické řízení provozu licího stroje popsaného v následujícím oddíle 7.3) není měření dostupné, reakcí systému je pouze predikce poskytnutá matematickým modelem a pak $d(k) = 0$.

Stanovení a výpočet vstupních (řídicích) parametrů v čase, které je hlavním cílem optimálního řízení systému, je uskutečňováno prediktivními algoritmy využívající model systému. Obvykle se jako účelová funkce používá tzv. *cost function*, která charakterizuje „kvalitu“ řízení systému v predikčním intervalu. Hlavní složkou je obvykle metrika, která vyjadřuje splnění základní podmínky řízení, tj. konvergence výstupní veličiny k set-pointu $|y - y^{\text{sp}}|$. Velmi často se rovněž do účelové funkce zahrnuje penalizační složka penalizující změnu řídicí veličiny, protože snahou bývá řídit systém s co možná nejmenšími změnami řídicí veličiny u . Zahrnutím obou výše zmíněných složek s kvadratickou charakteristikou (tzv. quadratic cost function) [169] lze účelovou funkci pro prediktivní řízení v časovém horizontu zapsat jako

$$\begin{aligned}
 J(k) &= \sum_{p=1}^N [y(k+p|k) - y^{\text{sp}}(k+p|k)]^T \Psi(p) [y(k+p|k) - y^{\text{sp}}(k+p|k)] + \\
 &\quad + \sum_{p=0}^{M-1} \Delta u(k+p|k)^T \Lambda(p) \Delta u(k+p|k) = \\
 &= \sum_{p=1}^N \|y(k+p|k) - y^{\text{sp}}(k+p|k)\|_{\Psi(p)}^2 + \sum_{p=0}^{M-1} \|\Delta u(k+p|k)\|_{\Lambda(p)}^2, \quad (7.4)
 \end{aligned}$$

kde N je řízený časový horizont a $M \leq N$ je horizont penalizace fluktuací řídicí veličiny u . Matice $\Psi(p)$ jsou váhové matice, které umožňují škálování (normování) kvantitativně odlišných veličin v účelové funkci, přičemž toto škálování je možné provést i v čase (matice Ψ mění se s p). Pokud není škálování zapotřebí, pak $\Psi = I$. Podobně matice Λ umožňuje škálování změny řídicí veličiny u a nastavení poměru mezi penalizačním členem a hlavním členem zohledňujícím vztah mezi y a y^{sp} .

Omezení, které musí být během prediktivního řízení systému splněny, lze rozčlenit na vnější a vnitřní. Vnější omezení jsou omezení na vstupní a výstupní veličiny v úrovni prediktivního řízení, tj.

- omezení amplitud vstupních (řídících) veličin

$$u_{\min} \leq u(k+p|k) \leq u_{\max}, \quad p = 0, 1, \dots, M-1, \quad (7.5)$$

- omezení inkrementace vstupních veličin

$$-\Delta u_{\max} \leq \Delta u(k+p|k) \leq \Delta u_{\max}, \quad p = 0, 1, \dots, M-1, \quad (7.6)$$

- omezení amplitud výstupních (řízených) veličin

$$y_{\min} \leq y(k+p|k) \leq y_{\max}, \quad p = 1, 2, \dots, N. \quad (7.7)$$

Vnitřní omezení jsou pak omezení kladené na veličiny nebo parametry, které jsou integrovány v počítačovém modelu, ale nevystupují z něj do úrovně prediktivního řízení.

Volba a použití konkrétního algoritmu pro minimalizaci účelové funkce (7.4) je značně závislá na typu řešené úlohy, její povaze a charakteru, které jsou určeny především vlastním modelem použitým pro predikci řízeného systému. Z tohoto důvodu nelze použití a volbu optimalizačního algoritmu příliš zobecnit z důvodu silné vazby na konkrétní situaci. Uvedené algoritmy lze však v zásadě rozčlenit na algoritmy pro řešení lineárních a nelineárních úloh, přičemž obecně platí, že nelineární úlohy jsou výrazně obtížněji řešitelné než lineární úlohy, u kterých lze využít důsledků např. konvexity [169]. Podrobnější popis prediktivního řízení, užití algoritmů pro nalezení extrémů účelové funkce (7.4) a s tím související problematiky lze nalézt např. v [169].

7.3 Implementace model-based predictive control systému pro řízení dynamického provozu licího stroje

7.3.1 Základní východiska implementace

Hlavním cílem bylo vytvořit řídicí systém sekundárního chlazení, který bude umožňovat stanovit časově závislé průtoky jednotlivými chladicími okruhy pro dynamické změny licích podmínek. Dynamickými změnami jsou myšleny stavy, při kterých dochází během relativně krátkého časového okamžiku k výrazné změně podmínek odlévání, jenž je charakterizovaná především výraznými změnami licí rychlosti. Mezi tyto dynamické změny lze zařadit např. průval, letmou výměnu mezipánve nebo skokovou změnu licí rychlosti.

Jako model využívaný prediktivním řídicím systémem byl použit vyvinutý a verifikovaný GPU numerický model teplotního pole s geometrií licího stroje v Třineckých železárnách, který je detailně popsán v předchozích kapitolách 3, 5 a 6.

Základním východiskem pro tvorbu řídicího systému byla podstata prediktivního řízení podrobněji popsána výše v oddíle 7.2. Do prediktivního řídicího systému byl integrován implementovaný počítačový model, který provádí výpočty na grafické kartě GPU. Použití GPU modelu popsaného v oddíle 5.3 umožnilo vytvořit relativně rychlý řídicí systém, který je schopen optimálně řešit většinu uvažovaných provozních situací v čase kratším než je simulovaný čas. Tato vlastnost je umožněna použitím GPU modelu a jeho výrazného výpočetního výkonu. Výpočetní náročnost řídicího systému je totiž značně závislá na rychlosti modelu a výpočtu

predikce, neboť model musí iterativně predikovat tepelné chování předlitku pro různé konfigurace sekundárního chlazení, dokud nejsou splněny předepsané podmínky optimality.

Řídicí systém byl implementován v podobě simulátoru, tj. bez přímého spojení na reálný lící stroj, který by systém ovládal. Důsledkem z hlediska prediktivního řízení je absence měření odezvy reálného systému na změnu vstupních veličin, které je nahrazeno predikcí numerickým modelem, viz oddíl 7.2.2. V případě implementace řídicího systému do ocelárny je pak možné využít provozní měření např. pro korekci predikce numerického modelu. Autor disertační práce některé výsledky z oblasti vývoje systému pro prediktivní řízení provozu lícího stroje již publikoval [A10, A9].

7.3.2 Popis struktury a činnosti řídicího systému

Vstupní, řídicí a řízené veličiny, omezení, podmínky optimality

Vstupní veličiny jsou parametry, které popisují lící podmínky v čase a vstupují do řídicího systému a následně do modelu jako vnější vstupy, které řídicí systém ani model nemohou měnit. Jedná se o parametry v čase konstantní a v čase nekonstantní. Mezi parametry v čase konstantní patří hladina oceli v krystalizátoru, odlévaná ocel (její chemické složení a teplotně závislé termofyzikální vlastnosti), teplota solidu a likvidu. Parametry, které mohou být v čase proměnné, jsou lící rychlost, lící teplota a konfigurace krystalizátoru (průtok chladicí vody krystalizátorem a rozdíl teplot na vstupu a výstupu z krystalizátoru). Lící rychlost a její časová závislost je základní veličinou, která charakterizuje dynamické lící podmínky.

Řídicími veličinami, tj. veličinami, pro které jsou hledány optimální hodnoty v čase, je 6 objemových průtoků chladicí vody v jednotlivých okruzích sekundárního chlazení. Základní otázku, na kterou prediktivní řídicí systém dává odpověď, lze tedy formulovat jako: „Jak by měly být upraveny průtoky v jednotlivých chladicích okruzích sekundárního chlazení během jisté dynamické změny lících podmínek tak, aby teplotní pole předlitku během této změny zůstalo v předem specifikovaném optimálním stavu?“

Řízenými veličinami byly zvoleny střední povrchové teploty v jednotlivých okruzích během odlévání. Střední povrchovou teplotou okruhu je zde myšlena střední hodnota z teplot v povrchových kontrolních objemech v ose předlitku náležících do daného chladicího okruhu. Protože se průběh teplot a tedy i středních povrchových teplot na všech čtyřech stěnách předlitku příliš neliší, bylo do řídicího systému implementováno řízení střední povrchové teploty pouze na vnitřním oblouku (malém radiusu) předlitku. Povrch vnitřního oblouku lze rovněž označit za povrch nejvíce náchylný ke vzniku povrchových vad a proto je zapotřebí jeho povrchové teploty sledovat a řídit s vyšší pozorností. V případě požadavků však lze rozšířit řízené veličiny o střední povrchové teploty na dalších stěnách předlitku. Snahou řídicího systému tedy je během dynamické změny podmínek odlévání měnit průtoky v jednotlivých chladicích okruzích tak, aby střední povrchové teploty v jednotlivých chladicích okruzích byly totožné s předem definovanými optimálními teplotami, tzv. set-pointy. Pro definici těchto set-pointů byl použit stacionární stav odlévání před dynamickou změnou, který byl rovněž považován za počáteční stav pro simulaci. V případě požadavku je samozřejmě možné tyto set-pointy a jejich hodnoty měnit, a to i v čase. Set-point se považuje za splněný, jestliže je absolutní velikost rozdílu střední povrchové teploty v okruhu a předepsané optimální povrchové teploty v okruhu menší než zvolená tolerance ε .

Omezeními pro řídicí systém jsou omezení (rozsah) velikosti průtoků v jednotlivých chladicích okruzích, omezení (rozsah) povolené metalurgické délky předlitku a omezení (rozsah)

povrchové teploty v místě rovnání. V případě požadavků je možné do řídicího systému implementovat další např. technologická omezení.

Podmínky optimality řízení v daném časovém horizontu jsou tedy tvořeny splněním set-pointů s danou tolerancí pro povrchové teploty v jednotlivých okruzích, metalurgické délky v povoleném rozsahu a povrchové teploty v místě rovnání licího stroje v povoleném rozsahu.

Princip činnosti prediktivního řídicího systému

Řídicí systém je implementován v MATLABu využívající model teplotního pole předlitku, který je počítán na grafické kartě. Princip činnosti prediktivního řídicího systému pro řízení dynamického provozu licího stroje je zobrazen ve vývojovém diagramu na obrázku 7.2.

Po spuštění prediktivního systému následuje načtení všech potřebných dat a parametrů potřebných pro výpočet. Jedná se např. o načtení datového UM souboru obsahujícího termofyzikální vlastnosti odlévané oceli, načtení databáze s experimentálně stanovenými součiniteli přestupu tepla pro všechny typy chladicích trysek instalovaných na licím stroji. Dále se načítá konfigurace numerického modelu teplotního pole, např. velikost sítě, geometrie licího stroje, konfigurace krystalizátoru, umístění chladicích trysek a vodících válců.

Dalším krokem je preprocessing a konfigurace řídicího systému a podmínek optimalizace. Jedná se především o načtení počátečního stavu předlitku a jemu odpovídajícím průtokům v okruzích sekundární chladicí zóny, načtení cílových set-pointů pro povrchové teploty v jednotlivých chladicích okruzích, specifikace tolerance pro posouzení „kvality“ řízení licího stroje, tj. vztahu mezi predikovanou střední povrchovou teplotou v okruzích a cílovou (optimální) set-point hodnotou střední povrchové teploty.

Řídicí systém pokračuje s konfigurací grafické karty GPU. V tomto kroku je provedena kompilace výpočetního CUDA jádra kompilátorem `nvcc` a nastavení velikosti výpočetní mřížky (gridu) a bloku grafické karty pro výpočet teplotního pole. Dále jsou v paměti grafické karty alokovány proměnné pro uložení a transfer potřebných dat mezi hostem na CPU (tj. řídicím systémem) a modelem na GPU.

Dalším krokem je spuštění smyčky iterující časové instance, tj. v čase řízení licího stroje. V každé iteraci časové instance je pak vytvořena vnitřní smyčka iterující přes jednotlivé chladicí okruhy sekundární chladicí zóny. Pro každý chladicí okruh je nejdříve vypočtena dle aktuální licí rychlosti efektivní licí rychlost, pomocí které je určen iniciální odhad (změna) nového průtoku v daném chladicím okruhu a dané časové iteraci (horizontu). Detailní popis principu, vlastního výpočtu a použití efektivní licí rychlosti je uveden v oddíle 7.3.3. Následně řídicí systém spustí numerický model teplotního pole a vypočte predikci teplotního pole se změněným průtokem v chladicím okruhu pro konec časové iterace (tj. vypočte teplotní pole, které by bylo dosaženo za dobu rovnající se trvání časového horizontu při provedené změně v konfiguraci chlazení). Provedená změna $\Delta \dot{W}_j$ v chladicím okruhu j se projeví jistou změnou střední povrchové teploty $\Delta \bar{T}_j$ v okruhu j , tj. střední povrchová teplota v okruhu j se změní z \bar{T}_j na $\bar{T}_j^* = \bar{T}_j + \Delta \bar{T}_j$. Pokud „nová“ střední povrchová teplota dostatečně aproximuje optimální set-point střední teplotu \bar{T}_j^{sp} v okruhu j , tj. je splněna podmínka $|\bar{T}_j^* - \bar{T}_j^{\text{sp}}| < \varepsilon_j$, pak lze regulaci průtoku v okruhu j s ohledem na set-point teplotu považovat za splněnou a řídicí systém pokračuje s regulací dalšího (následujícího) okruhu. Pokud podmínka pro set-point teplotu $|\bar{T}_j^* - \bar{T}_j^{\text{sp}}| < \varepsilon_j$ není splněna, pak je průtok v okruhu j modifikován úměrně podle změny, kte-

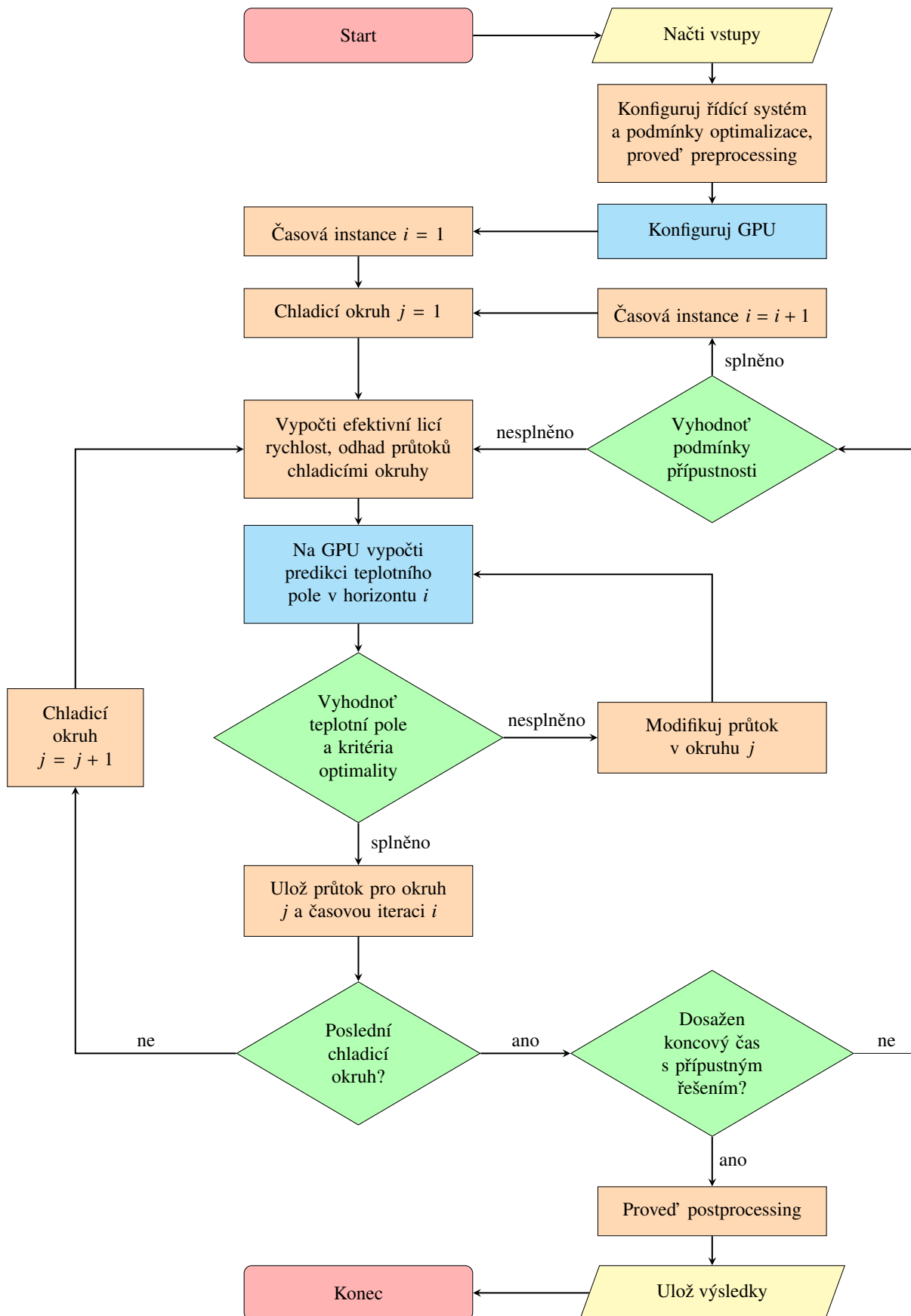
rou vyvolala předchozí změna průtoku a její dopad na střední povrchovou teplotu, tj. průtok je modifikován podle vztahu

$$\dot{W}_j = \dot{W}_j + |\Delta \dot{W}_j| \frac{\bar{T}_j^{\text{SP}} - \bar{T}_j^*}{|\bar{T}_j - \bar{T}_j^*|.} \quad (7.8)$$

Po výpočtu nového odhadu průtoku v okruhu j dle vztahu (7.8) se řídicí systém vrací zpět k výpočtu predikce teplotního pole, viz obrázek 7.2. Tento proces iterativně probíhá, dokud není splněna podmínka $|\bar{T}_j^* - \bar{T}_j^{\text{SP}}| < \varepsilon_j$. Řídicí systém obsahuje čítač těchto iterací se změnou průtoku. Pokud počet iterací přesáhne předem definovanou mez, pak řídicí systém akceptuje dočasné předem definované navýšení tolerance ε_j za předpokladu, že se pro daný okruh j jedná o dočasný (výjimečný stav), který je charakterizován trváním pouze v dané časové iteraci.

Uvedený postup regulace je postupně opakován pro každý z chladicích okruhů v sekundární chladicí zóně. Jakmile je zaregulován poslední chladicí okruh, je provedena kontrola přípustnosti nalezeného řešení. Tato kontrola spočívá v ověření, zda-li je po uplynutí časového horizontu s použitím nalezených průtoků splněna podmínka pro metalurgickou délku (zda-li je její hodnota v povoleném rozsahu) a podmínka pro povrchovou teplotu v místě rovnání (zda-li je povrchová teplota v místě rovnání v povoleném rozsahu). Pokud jsou podmínky přípustnosti splněny, pak řídicí systém považuje nalezené řešení pro průtoky za platné pro danou časovou instanci a teplotní pole předlitku dosažené použitím nalezených průtoků je uloženo jako výchozí (počáteční) pro další časovou iteraci, se kterou systém pokračuje dále v řízení. Pokud podmínka přípustnosti není splněna, je nutné provést postupnou regulaci průtoků v chladicích okruzích pro stávající časovou iteraci znovu (resp. provést korekci vypočtených průtoků) s ohledem na požadavky, které plynou z porušených podmínek přípustnosti. Pomocí váhové funkce lze definovat důraz na splnění podmínky pro metalurgickou délku s akceptováním dočasné změny (relaxace) set-pointů pro střední povrchové teploty v některých chladicích okruzích. Např. pokud metalurgická délka přeteče povolený rozsah (dosáhne větší hodnoty než je povolená) a je nutné dosáhnout ji zkrátit (tj. intenzivněji chladit předlitek), pak lze v předem definovaných mezích dočasně relaxovat hodnoty set-pointových středních povrchových teplot, dočasně (pro jednu nebo několik časových iterací) tyto set-pointy snížit, tím odvést více tepla z předlitku a zkrátit tak metalurgickou délku. Podobným postupem lze využít relaxaci rovněž pro splnění přípustnosti pro povrchovou teplotu v místě rovnání. Definováním váhové funkce lze rovněž specifikovat, v jakém poměru má řídicí systém klást důraz na splnění set-pointových povrchových teplot vůči ostatním podmínkám (např. podmínkám přípustnosti). Princip dočasné relaxace set-pointových středních povrchových teplot v několika okruzích je demonstrován v případě optimálního řízení během letmé výměny mezipánve licího stroje, který je uveden v následujícím oddíle 7.4.

Pokud jsou výše popsaným způsobem nalezeny optimální průtoky chladicí vody v poslední časové iteraci a je dosažen konec simulovaného časového období, pak řídicí systém opouští hlavní iterační smyčku iterující přes časové instance. Následně je proveden postprocessing vypočtených dat a jejich uložení. Hlavním výstupem jsou optimální časově závislé průtoky v jednotlivých okruzích. Řídicí systém rovněž ukládá i pomocná data a mezivýpočty získané během řídicího procesu k další vizualizaci nebo analýze, např. průběh povrchových teplot po délce předlitku v jednotlivých časových instancích, časový vývoj středních povrchových teplot, metalurgické délky a povrchové teploty v místě rovnání.



Obrázek 7.2: Vývojový diagram činnosti model-based predictive control systému pro optimální řízení dynamického provozu licího stroje.

7.3.3 Princip efektivní lící rychlosti pro odhad průtoků chladicí vody

Jednoduchým a v praxi často používaným přístupem k řízení průtočného množství chladicí vody v sekundárním chlazení je použití chladicích křivek. Chladicí křivka je závislost průtočného množství chladicí vody v konkrétním chladicím okruhu na lící rychlosti, tj. funkce typu $\dot{W}_j = f(v_{\text{cast}})$. Chladicí křivky jsou obvykle lineární, po částech lineární nebo kvadratické závislosti. Chladicí křivky jsou navrženy pro konkrétní lící stroj a především pro ustálený stav lící, kdy se charakter odlévání nemění. Při řízení dynamických změn během odlévání podle chladicích křivek však dochází k nevhodnému chlazení předlitku, které je způsobeno především setrvačností průchodu předlitku lícím strojem. Je nutné si totiž uvědomit, že při náhlé změně např. lící rychlosti dojde v prvním chladicím okruhu pod krystalizátorem k téměř okamžité změně teplotního pole předlitku, ale tato změna se ve vzdálenějších chladicích okruzích neprojeví hned, ale až s jistým zpožděním, které je vázáno na aktuální lící rychlost. Vhodnější úpravou chladicích průtoků je tedy postupná změna od prvního okruhu pod krystalizátorem ke vzdálenějším okruhům. Uvedený princip je základem metody efektivní lící rychlosti.

Metoda efektivní lící rychlosti [76, 35, 45, 126] je založena na výpočtu rezidenční doby, po kterou předlitek setrvává v jednotlivých chladicích okruzích. Pro tento účel je předlitek fiktivně rozdělen příčnými řezy na tenké vrstvy (slice) shodné tloušťky, které se pohybují stejně jako předlitek lící rychlostí. V krystalizátoru tedy vznikají nové vrstvy a naopak zanikají vrstvy, které dosáhly místa pálení lícího stroje. Pro každou vrstvu je pak dle aktuální lící rychlosti počítán rezidenční čas, po který je přítomen v daném chladicím okruhu.

Průměrná rychlost předlitku \bar{v}_j v chladicím okruhu j se určí podle vztahu

$$\bar{v}_j = \frac{L_j}{\frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} t_{j,i}^{\text{res}}}, \quad (7.9)$$

kde L_j je vzdálenost středu chladicího okruhu od hladiny taveniny v krystalizátoru, n_j je počet fiktivních vrstev v chladicím okruhu j a $t_{j,i}^{\text{res}}$ je čas, po který setrvá fiktivní vrstva i v chladicím okruhu j .

Efektivní lící rychlost \widehat{v}_j pro chladicí okruh j se pak stanoví podle vztahu

$$\widehat{v}_j = \psi_j \bar{v}_j + (1 - \psi_j) v_{\text{cast}}, \quad (7.10)$$

kde v_{cast} je skutečná lící rychlost, se kterou probíhá odlévání a $\psi_j \in (0, 1)$ je váhový koeficient. Hodnota koeficientu ψ_j je závislá na vzdálenosti (středu) chladicího okruhu od menisku, přičemž pro první chladicí okruh pod krystalizátorem je ψ_j nejmenší a roste s rostoucí vzdáleností chladicího okruhu od menisku.

Koncept efektivní lící rychlosti byl začleněn do vyvinutého model-based predictive control systému pro řízení provozu lícího stroje. Jak již bylo vysvětleno v oddíle 7.3, řídicí systém v čase iterativně reguluje průtoky vody v jednotlivých chladicích okruzích. Pro tuto regulaci je v každém časovém horizontu zapotřebí nejdříve *startovací* počáteční hodnota (odhad) průtoku chladicí vody, ze které začíná regulační proces tak, aby byly splněny předem definované optimální podmínky (střední povrchová teplota v okruzích, interval metalurgické délky, teplota v místě rovnání). Nejjednodušším přístupem by bylo použít konstantní startovací hodnoty průtoků, které by se shodovaly s předem známými optimálními průtoky ve stacionárním stavu. Avšak v případě dynamických změn při odlévání by zmíněné stacionární stavy průtoků do značné míry neodpovídaly průtokům, které jsou pro zajištění optimálního tepelného stavu zapotřebí. Důvody pro toto chování již byly vysvětleny v úvodu tohoto oddílu. Hlavním důsledkem tohoto přístupu by tedy v případě dynamických změn podmínek lícího stroje byla

Tabulka 7.1: Váhové koeficienty ψ_i pro stanovení efektivní licí rychlosti pro licí stroj v Třineckých železárnách.

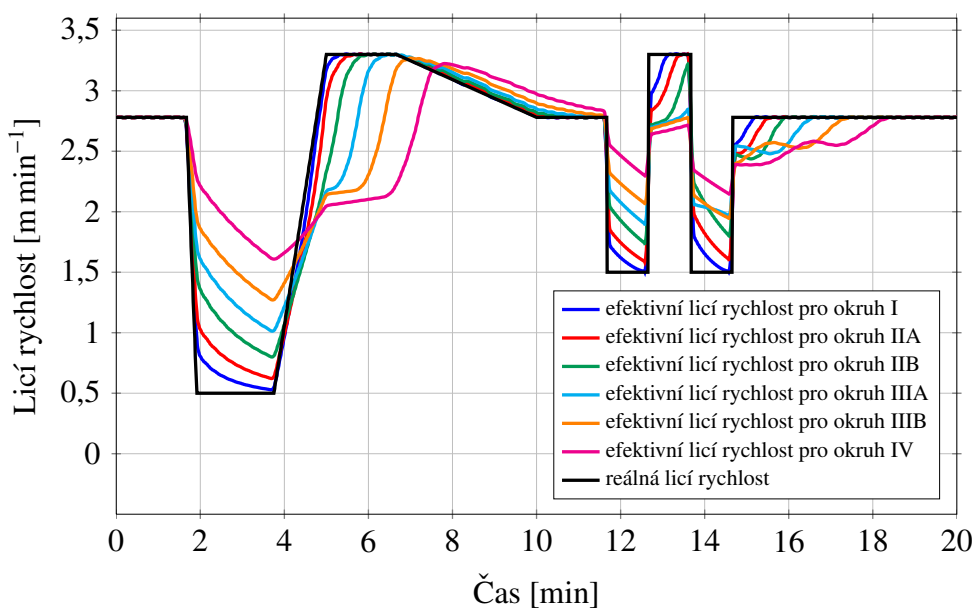
	Chladicí okruh					
	I	IIA	IIB	IIIA	IIIB	IV
Váhový koeficient ψ_i	0,20	0,30	0,45	0,55	0,65	0,80

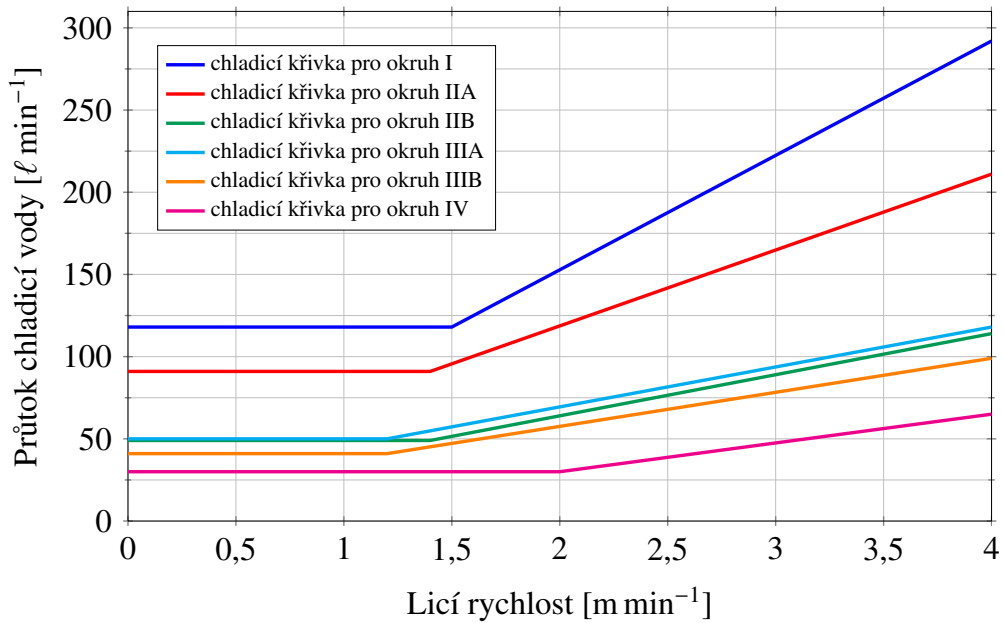
pomalejší konvergence regulace průtoků jednotlivých chladicích okruhů, nutnost vykonat více iterací s predikcí modelu a tedy i delší výpočetní čas. Z uvedeného důvodu tedy byla ve vyvinutém model-based predictive control systému implementována metoda, která pro počáteční odhad průtoků v jednotlivých chladicích zónách počítá a využívá efektivní licí rychlost v jednotlivých chladicích okruzích. Podle stanovené efektivní licí rychlosti se pak stanoví počáteční odhad průtoků dle chladicích křivek, které jsou v Třineckých železárnách používány při odlévání. Startovací odhad chladicích průtoků lze tedy schematicky znázornit jako

licí rychlost \rightarrow efektivní licí rychlosti v jednotlivých okruzích \rightarrow
 \rightarrow chladicí křivky \rightarrow odhad průtoků chladicími okruhy pro daný časový horizont. (7.11)

Tento postup odhadu počátečních chladicích průtoků v rámci časového horizontu napomáhá rychlejší konvergenci regulace, a to zejména ve vzdálenějších okruzích od menisku, pro které je odhad pomocí chladicích křivek a skutečné licí rychlosti při dynamických změnách značně odlišný od následně nalezených optimálních hodnot. Toto uspořádání tak pozitivně přispívá k redukci výpočetního času řídicího systému a tím ke zrychlení optimalizačního výpočtu.

Pro licí stroj provozovaný v Třineckých železárnách a prezentované výsledky v oddílech 7.4 a 7.5 byly stanoveny váhové součinitele ψ_i uvedené v tabulce 7.1. Na obrázku 7.3 je zobrazena ukázka chování konceptu efektivní licí rychlosti pro výrazně kolísající licí rychlost. Jak je vidět z obrázku 7.3, efektivní licí rychlost pro chladicí okruh I, který je umístěn pod spodní hranou

**Obrázek 7.3:** Ukázka konceptu efektivní licí rychlosti pro výrazně kolísající licí rychlost.



Obrázek 7.4: Chladicí křivky používané v Třineckých železárnách při odlévání oceli TERMEX-1.

krystalizátoru, téměř identicky sleduje průběh skutečné reálné rychlosti. Toto chování tedy reflektuje skutečnost, že tento chladicí okruh (vzdálenost středu chladicího okruhu I od menisku je 1,30 m) musí při změnách lící rychlosti reagovat prakticky okamžitě změnou průtoku chladicí vody. Naopak nejvzdálenější chladicí okruh IV, který je vzdálen od menisku 9,60 m, sleduje změnu lící rychlosti tlumeně a velmi pozvolna. Během poklesu lící rychlosti v čase 2–4 min (viz obrázek 7.3) poklesne lící rychlost z 2,78 m min⁻¹ na 0,5 m min⁻¹, efektivní lící rychlost pro okruh IV však poklesne na své minimum, které je pouze 1,63 m min⁻¹. Podobné dynamické chování a útlum skokově fluktuující (oscilující) lící rychlosti lze rovněž pozorovat v čase 11–15 min.

Na obrázku 7.4 jsou zobrazeny chladicí křivky, které jsou používány v Třineckých železárnách při tavně oceli TERMEX-1. Tato ocel byla použita při optimalizačních výpočtech uvedených v následujícím oddíle s výsledky optimálního řízení dynamického provozu lícího stroje. Po částech lineární chladicí křivky v obrázku 7.4 byly tedy při optimalizačních výpočtech použity dle postupu uvedeného výše a dle schématu (7.11) pro počáteční odhad chladicích průtoků při jejich regulaci v rámci časového horizontu.

Pro zhodnocení výsledků řízení dynamického provozu lícího stroje pomocí prezentovaného prediktivního řídicího systému bylo provedeno řízení vybraných modelových situací pomocí chladicích křivek uvedených na obrázku 7.4. Tímto postupem byly získány výsledky, které umožnily přímé srovnání a zhodnocení obou přístupů, viz oddíl 7.5.

7.4 Optimální řízení dynamického provozu licího stroje pomocí model-based predictive control systému

Pro demonstraci činnosti navrhnutého a implementovaného model-based predictive control systému pro optimální řízení dynamického provozu licího stroje bylo zvoleno pět modelových situací:

- (1) pozvolný lineární nárůst licí rychlosti,
- (2) skokový pokles licí rychlosti,
- (3) příznak vzniku průvalu v krystalizátoru,
- (4) odlévání nové tavby a
- (5) letmá výměna mezipánve licího stroje.

Kromě odlévání nové tavby jsou uvedené provozní situace charakteristické výraznou změnou licí rychlosti.

K pozvolnému lineárnímu nárůstu licí rychlosti (modelová situace (1)) dochází při počátku odlévání (tzv. „najíždění“ lití). Dalším případem je postupné lineární zvyšování licí rychlosti v průběhu lití, kdy tepelnými ztrátami do okolí klesá teplota oceli v mezipánvi, snižuje se teplota přehřátí a je zapotřebí rychleji odlít zbytkovou ocel v mezipánvi. Skoková změna licí rychlosti (modelová situace (2)) může nastat při technologických problémech, např. z důvodu poruchy regulace hladiny oceli v krystalizátoru nebo poruchy při otevření nové pánve. Modelová situace (3) simuluje příznak vzniku průvalu v krystalizátoru (tzv. *hot stick*) detekovaný protiprůvalovým systémem, který zareaguje dočasným snížením licí rychlosti, jenž umožní zotavení povrchu předlitku v krystalizátoru. Odlévání nové tavby (modelová situace (4)) patří mezi běžné provozní situace, které se periodicky opakují při provozu licího stroje. Modelová situace (5) je simulací letmé výměny mezipánve,¹ při které dochází v výrazném poklesu licí rychlosti na několik minut.

7.4.1 Konfigurace řídicího systému a počítačového modelu teplotního pole

Pro všechny případové studie byla použita středněuhlíková ocel TERMEX-1, pro kterou byl model validován a verifikován (viz kapitola 6). Počátečním stavem předlitku pro optimalizační výpočty byl uvažován stacionární stav tavby s parametry lití dle tabulky 7.2 a se stacionárním teplotním polem zobrazeným v obrázku 7.5. Tento tepelný stav předlitku byl rovněž při řízení dynamických změn považován za optimální stav, pomocí kterého byly stanoveny střední povrchové set-point teploty v jednotlivých okruzích uvedené v tabulce 7.3. Metalurgická délka pro tento stav je 14,4 m od horní hrany krystalizátoru. Střední povrchová teplota v místě rovnání, které je ve vzdálenosti 15 m od horní hrany krystalizátoru, je 1 085 °C. Zmíněný stav předlitku je v obrázcích obsažených v tomto oddíle zobrazen do času 0 min (tj. v čase –3 min až 0 min), v čase 0 min tedy vždy začíná dynamická změna licích podmínek. Více podrobností týkajících se stacionárního tepelného stavu předlitku a chemického složení oceli je detailněji uvedeno v oddíle 6.3 v kapitole 6 popisující validaci a ověření počítačového modelu teplotního pole.

¹ v případě licího stroje v Třineckých železárnách se jedná o pouze o simulaci provozní situace, protože k letmé výměně mezipánve nedochází z důvodu společné pánve pro více proudů; v případě víceproudeho licího stroje s oddělenými mezipánvemi však k jejich letmé výměně může docházet

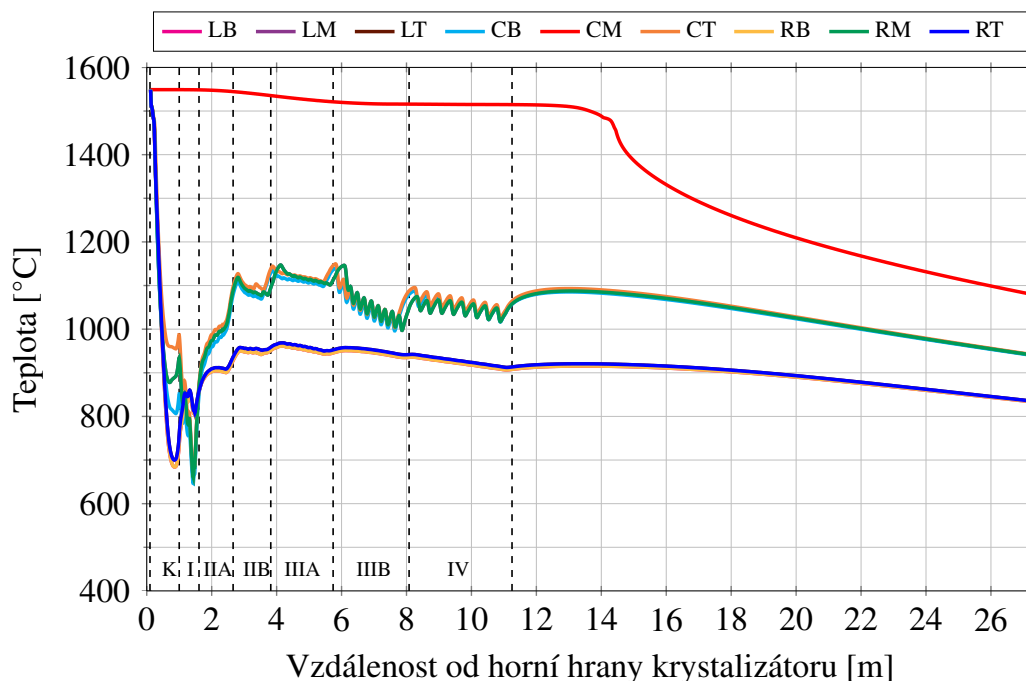
Tabulka 7.2: Stacionární počáteční parametry lití tavby oceli TERMEX-1.

Ocel	Lící rychlost	Krystalizátor			
		Lící teplota	Hladina	Průtok	T_{in}/T_{out}
TERMEX-1	2,78 m min ⁻¹	1 549 °C	120 mm	1 790 ℓ min ⁻¹	33,5/42,1 °C
Průtoky chladicími okruhy sekundárního chlazení [ℓ min ⁻¹]					
Zóna I	Zóna IIA	Zóna IIB	Zóna IIIA	Zóna IIIB	Zóna IV
207,8	154,0	84,4	88,1	74,9	44,8

Počítačový model teplotního pole odlévaného předlitku pro účely prediktivního řízení byl nakonfigurován totožně jako v případě jeho ověření a validace na geometrii lícího stroje v Třineckých železárnách odlevající sochory o průřezu 150 × 150 mm. Velikost výpočetní sítě byla 21 × 21 × 1818 = 801 738 kontrolních objemů o střední velikosti objemu 7,5 × 7,5 × 15 mm. Časový krok byl 0,15 s, ostatní parametry odlévání jsou uvedeny v tabulce 7.2.

Grafická karta použitá pro prediktivní výpočet teplotního pole byla NVIDIA Tesla C2075 s konfigurací bloku 7 × 7 vláken a mřížky (gridu) 128 × 128 bloků. Ostatní konfigurace grafické karty je totožná s konfigurací použitou při implementaci GPU modelu a jeho ověření, viz kapitoly 5 a 6.

Celková délka simulace řízení byla uvažována 15 minut pro případovou studii s letmou výměnou mezipánve a 10 minut pro ostatní případy. Uvedené doby simulací zaručují, že v koncovém čase je dosažen stacionární stav po provedené dynamické změně. Délka časové instance a řídicího horizontu byla zvolena 30 s, řídicí systém tedy provedl 30 časových instancí v případě situace s letmou výměnou mezipánve a 20 časových instancí v ostatních případech.

**Obrazek 7.5:** Průběh teplot podél předlitku pro tavbu oceli TERMEX-1 ve stacionárním stavu považovaném za počáteční a optimální stav při řízení dynamických stavů.

Tabulka 7.3: Nastavení set-pointů středních povrchových teplot pro optimalizační výpočty s ocelí TERMEX-1.

Set-pointy středních povrchových teplot [°C]					
Zóna I	Zóna IIA	Zóna IIB	Zóna IIIA	Zóna IIIB	Zóna IV
756,7	968,4	1 094,0	1 118,6	1 055,0	1 059,3

Cílové set-point povrchové teploty byly stanoveny ze stacionárního stavu, který byl použit jako počáteční stav simulací. Hodnoty set-pointů jsou uvedeny v tabulce 7.3. Rozsah povrchových teplot v místě rovnání, který se nachází ve vzdálenosti 15 m od horní hrany krystalizátoru, byl ve všech studovaných případech nastaven na interval $\langle 950^{\circ}\text{C}, 1150^{\circ}\text{C} \rangle$. Rozsah povoleného rozmezí metalurgické délky je uveden pro každou případovou studii samostatně. Omezení průtoků v jednotlivých chladicích okruzích použitých pro optimalizační výpočty je uvedeno v tabulce 7.4. Minimální hodnoty průtoků ve všech okruzích jsou nulové, což znamená stav, při kterém okruhem neprotéká žádná voda a neprobíhá tedy chlazení chladicími tryskami, ale pouze přirozenou konvekcí a radiací do okolí. Horní limity průtoků jsou pak určeny limitním výkonem čerpadel a limity vodního hospodářství licího stroje. Na tomto místě je nutné poznamenat, že v případě dolních limitů průtoků se jedná o zjednodušený přístup. Ve skutečnosti je totiž průtok v každé trysce zdola omezen svým minimem. Při průtoku menším než je minimální mez stanovená výrobcem nedochází z důvodu nízkého tlaku v trysce k tvorbě vodního spreje, ale vzniká tzv. souvislý kapalinový proud (unperturbed liquid jet), který je charakteristický značně nerovnoměrným odvodem tepla z předlitku a vznikem povrchových vad. Tomuto stavu je samozřejmě nutné při provozu licího stroje předcházet. Při reálném nasazení řídicího systému do ocelárny by tedy bylo vhodnější nastavit dolní omezení průtoku v okruhu na minimální průtok daný jednotlivými tryskami a případně pak povolit skokovou změnu na nulový průtok, kterým je odstavení celého chladicího okruhu z činnosti.

Základní teplotní tolerance pro regulace v chladicích okruzích (dosažení set-pointových středních povrchových teplot) byla nastavena na $\varepsilon = 5^{\circ}\text{C}$. Počáteční nastavení průtoků chladicí vody v jednotlivých okruzích koresponduje s počátečním stacionárním teplotním stavem předlitku a je uvedeno v tabulce 7.2. Pro výpočet efektivní licí rychlosti a iniciálního odhadu průtoku v chladicích okruzích v jednotlivých časových instancích bylo použito chladicích křivek z obrázku 7.4 a parametrů z tabulky 7.1.

Tabulka 7.4: Limity pro průtoky v jednotlivých chladicích okruzích použité pro řízení dynamických stavů.

Omezení průtoků v chladicím okruhu [$\ell \text{ min}^{-1}$]						
	Zóna I	Zóna IIA	Zóna IIB	Zóna IIIA	Zóna IIIB	Zóna IV
Minimum	0	0	0	0	0	0
Maximum	250	200	140	140	140	100

7.4.2 Případová studie 1 — mírný nárůst licí rychlosti

Případová studie 1 je simulací dynamického stavu odlévání s pozvolným lineárním nárůstem licí rychlosti. Tato situace běžně nastává při provozu licího stroje během „najíždění“ lití, kdy obsluha stroje pozvolna zvyšuje licí rychlost. Pro tuto dynamickou změnu byl zvolen lineární nárůst licí rychlosti ze stacionárního stavu s licí rychlostí $2,78 \text{ m min}^{-1}$ na licí rychlost $3,3 \text{ m min}^{-1}$ během 5 minut. Ostatní parametry lití zůstaly beze změny, tj. totožné s hodnotami ve stacionárním stavu. Rozsah povolené metalurgické délky byl nastaven na $\langle 14 \text{ m}, 17 \text{ m} \rangle$.

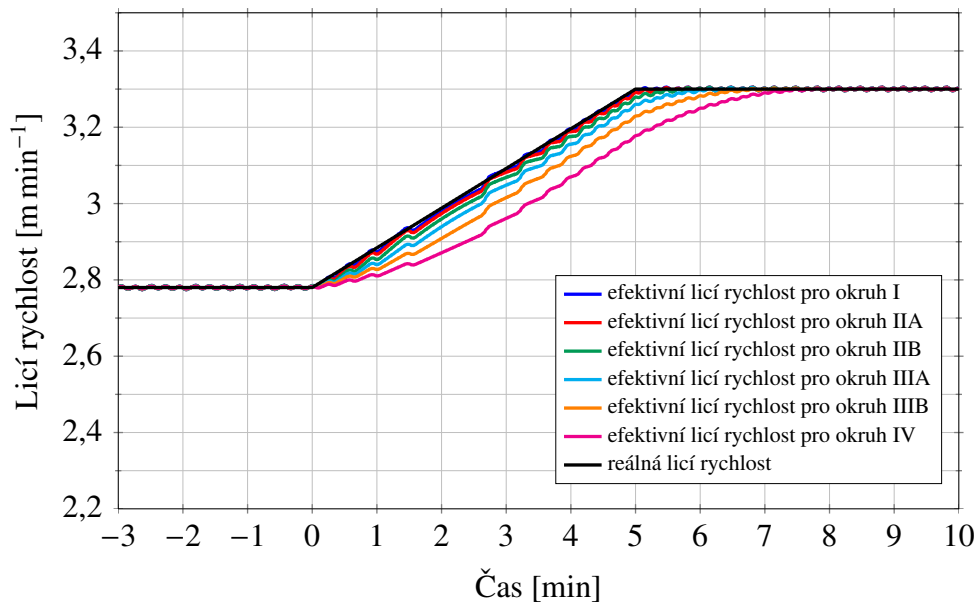
Časová závislost skutečné licí rychlosti a efektivních licích rychlostí pro jednotlivé průtoky je zobrazena na obrázku 7.6. Protože se jedná o dynamický stav lití s pozvolnou změnou licí rychlosti, efektivní licí rychlosti především v okruzích blízko krystalizátoru rychle „následují“ skutečnou licí rychlost. Největší rozdíl mezi skutečnou a efektivní licí rychlosti přibližně $0,13 \text{ m min}^{-1}$ je dosažen v posledním (nejvzdálenějším) šestém chladicím okruhu.

Výsledky optimálních průtoků v jednotlivých chladicích okruzích jsou zobrazeny na obrázku 7.7. Jak je patrné z obrázku, průtoky v okruzích I a IIA téměř lineárně vzrostly během 5 minut, po které nárůst rychlosti probíhal, na koncové hodnoty $227,6 \text{ l min}^{-1}$ (okruh I) a $184,9 \text{ l min}^{-1}$ (okruh IIA), které se dále v čase nemění. Podobná situace nastává i pro zbývající vzdálenější okruhy, pro které se ale průtoky ustálí na konstantní hodnoty v čase, ve kterém je již licí rychlost konstantní. Průtok IIB se ustálí v čase 5,5 min na hodnotě $96,3 \text{ l min}^{-1}$, průtok v okruhu IIIA se ustálí na hodnotě $112,3 \text{ l min}^{-1}$ v čase 6 min, průtok v okruhu IIIB se ustálí na hodnotě $123,1 \text{ l min}^{-1}$ v čase 5,5 min a průtok v posledním okruhu IV se ustálí na hodnotě $57,8 \text{ l min}^{-1}$ v čase 6,5 min. Zpoždění (časový rozdíl mezi dosažením konstantního průtoku v okruhu a ustálení licí rychlosti na hodnotě $3,3 \text{ m min}^{-1}$) ve chladicích okruzích vzdálenějších od krystalizátoru je způsobeno setrvačností řízeného systému, tj. pohybem předlitku licím strojem.

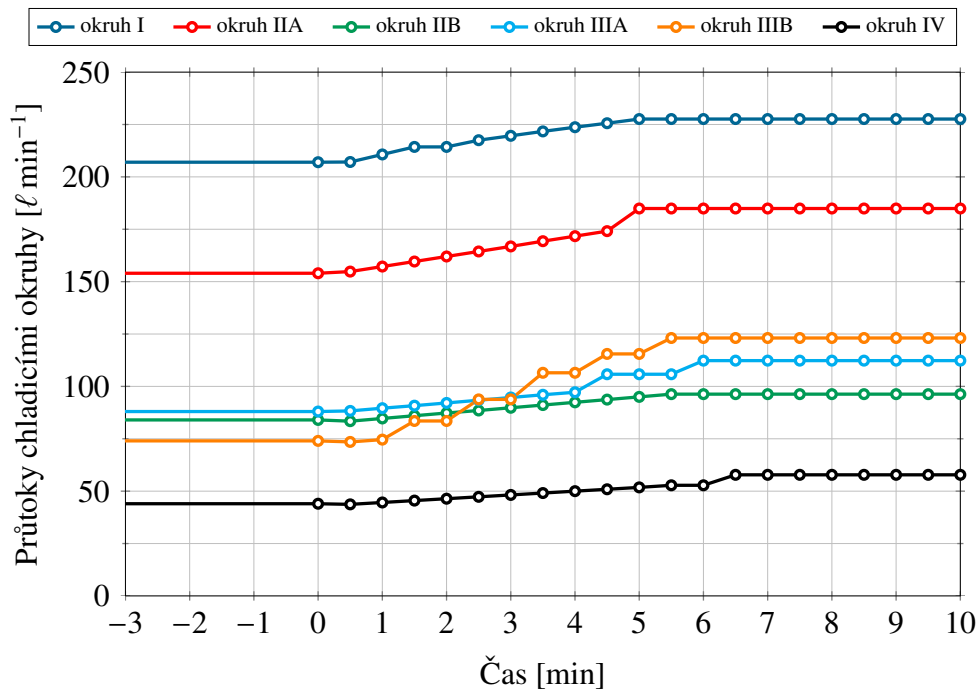
Časový průběh povrchové teploty na vnitřním oblouku (malém radiusu) předlitku, pro kterou probíhá řízení pomocí povrchových set-point teplot, je zobrazen na obrázku 7.8. Jak je patrné z obrázku, povrchová teplota velmi dobře sleduje předepsanou optimální teplotu. V ustáleném stavu v čase 10 min dochází za posledním okruhem ke nárůstu povrchové teploty o přibližně 40°C , přičemž podmínka na teplotu v místě rovnání je splněna ve všech časových instancích. Pokud by bylo požadavkem snížit povrchovou teplotu (a zkrátit metalurgickou délku) za sekundární chladicí zónou, pak by bylo nutné povolit a akceptovat podchlazení v některých chladicích okruzích.

Obrázek 7.9 pak ukazuje časový průběh středních povrchových teplot v jednotlivých chladicích okruzích a časový průběh metalurgické délky. Z obrázku je patrné, že řídicí systém během dynamické změny licí rychlosti zareguloval průtoky tak, že střední povrchové teploty zůstaly téměř konstantní. Dočasné fluktuace (vychýlení od set-pointových teplot) řídicí systém akceptoval (např. v čase 0,5 min a 2 min v okruhu I nebo v čase 6 min v okruhu IV), aniž by to mělo zásadní vliv na výsledné řízení. Metalurgická délka vzrostla během 8 minut na maximální povolenou hodnotu 17 m, na které se ustálila. Povrchová teplota v místě rovnání mírně vzrostla z hodnoty 1085°C na 1118°C , která je v povoleném rozsahu.

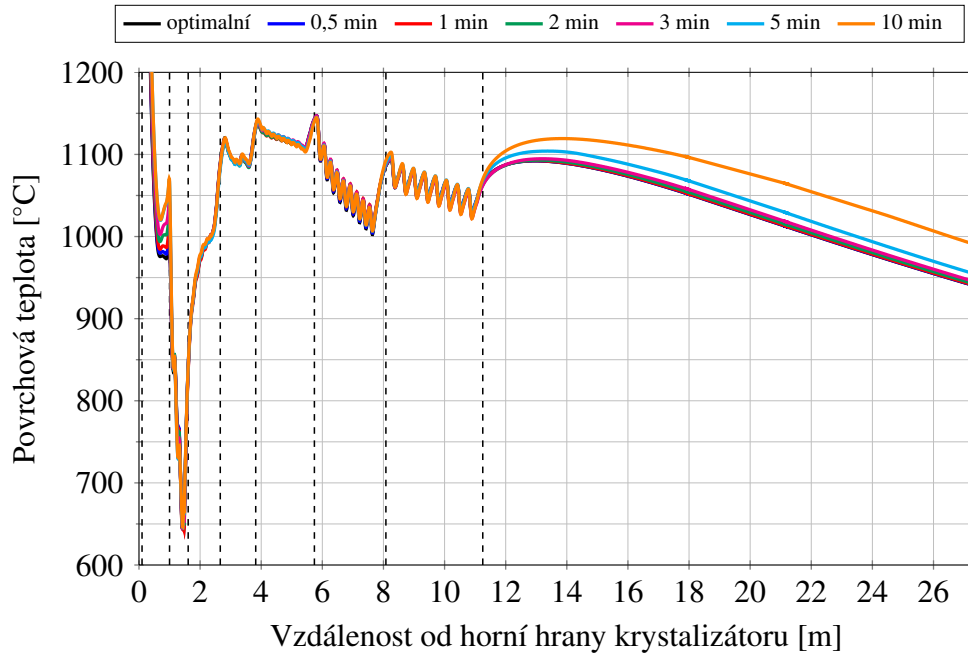
Výpočetní čas simulované dynamické změny o celkové délce 10 minut činil 6 minut a 17 sekund a řídicí systém provedl celkově 148 predikčních iterací, každou o délce horizontu 30 s.



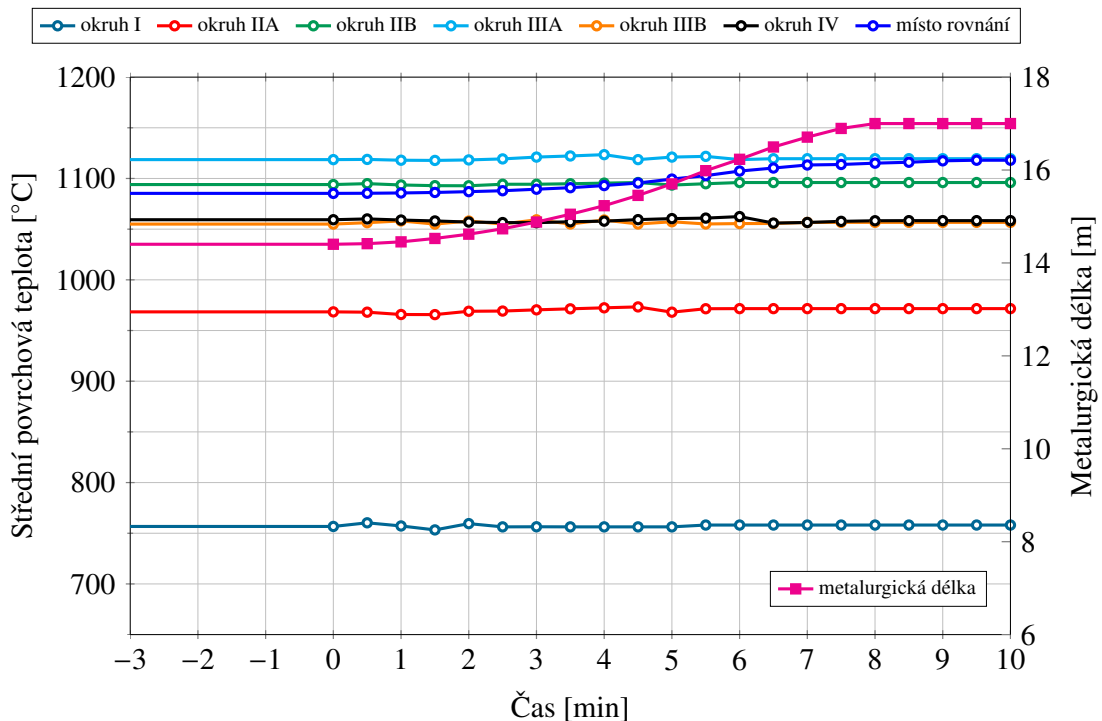
Obrázek 7.6: Průběh reálné a efektivních licí rychlostí jednotlivých chladicích okruhů v čase pro případovou studii 1 s mírným nárůstem licí rychlosti.



Obrázek 7.7: Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 1 s mírným nárůstem licí rychlosti.



Obrázek 7.8: Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél lícího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 1 s mírným nárůstem lící rychlosti.



Obrázek 7.9: Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metalurgické délky pro případovou studii 1 s mírným nárůstem lící rychlosti.

7.4.3 Případová studie 2 — skokový pokles licí rychlosti

Případová studie 2 je simulací dynamického stavu odlévání se skokovou změnou licí rychlosti. Tato situace může nastat například při havarijním stavu nebo poruše licího stroje, při které je zapotřebí náhle snížit licí rychlost. Pro tuto dynamickou změnu byla zvolena skoková změna licí rychlosti ze stacionárního stavu s licí rychlostí $2,78 \text{ m min}^{-1}$ na licí rychlost 2 m min^{-1} . Ostatní parametry lití zůstaly beze změny, tj. totožné s hodnotami ve stacionárním stavu. Rozsah povolené metalurgické délky byl nastaven na $\langle 10 \text{ m}, 15 \text{ m} \rangle$.

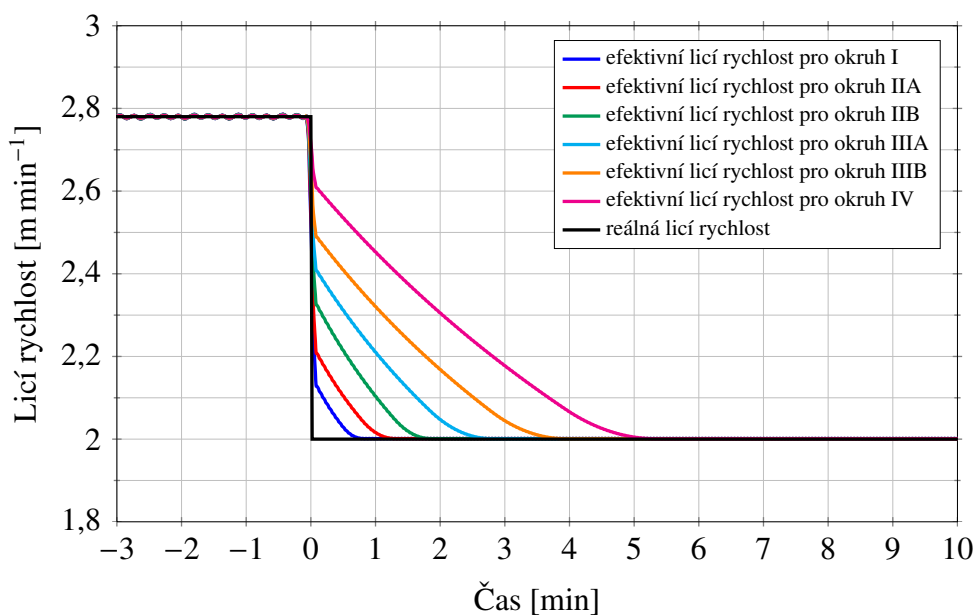
Časová závislost skutečné licí rychlosti a efektivních licích rychlostí pro jednotlivé průtoky je zobrazena na obrázku 7.10. Na rozdíl od předchozího případu se licí rychlost mění skokově, což způsobuje setrvačnost průběhů efektivních licí rychlostí než dosáhnou nové reálné licí rychlosti. Z obrázku je patrné, že efektivní licí rychlost pro okruh I dosáhne reálné licí rychlosti v čase přibližně 45 sekund od skokové změny. Naopak pro nejvzdálenější šestý chladicí okruh je zapotřebí cca 5 minut, aby jeho efektivní licí rychlost dosáhla reálné licí rychlosti.

Výsledky optimálních průtoků v jednotlivých chladicích okruzích jsou zobrazeny na obrázku 7.11. Z obrázku je patrné, že řídicí systém pro první chladicí okruh I během jedné minuty od skokové změny licí rychlosti téměř lineárně sníží průtok z počáteční hodnoty $207,8 \text{ l min}^{-1}$ na hodnotu $152,8 \text{ l min}^{-1}$, která se již dále v čase nemění. Regulace průtoků ve druhém chladicím okruhu IIA probíhá 1,5 min, přičemž pro první časovou instanci (čas 0,5 min) dochází nejprve k mírnému nárůstu průtoků z počáteční hodnoty $154,0 \text{ l min}^{-1}$ na $159,6 \text{ l min}^{-1}$, která dále v čase poklesne s exponenciálním charakterem na hodnotu $126,0 \text{ l min}^{-1}$, jenž se od času 1,5 min již dále nemění. K podobnému řízení průtoků dochází i v dalších chladicích okruzích, ale prodlužuje se doba, při které dosáhnou průtoky již dále konstantní hodnoty. V případě čtvrtého chladicího okruhu IIIA se průtok ustálí po 2,5 min na hodnotě $47,7 \text{ l min}^{-1}$, pro poslední šestý chladicí okruh IV se průtok ustálí na hodnotě $13,3 \text{ l min}^{-1}$ po uplynutí 5,5 min.

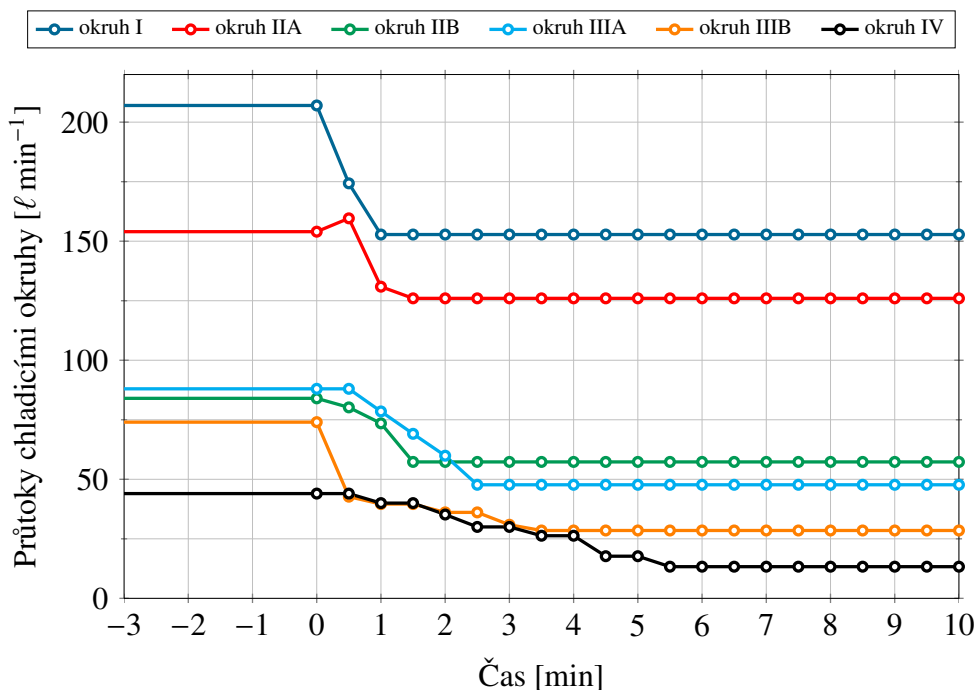
Časový průběh povrchové teploty na vnitřním oblouku (malém rádiu) předlitku, pro kterou probíhá řízení pomocí povrchových set-point teplot, je zobrazen na obrázku 7.12. Jak je patrné z obrázku, povrchová teplota velmi dobře sleduje předepsanou optimální teplotu v chladicích okruzích. S plynoucím čase dochází za posledním chladicím okruhem k poklesu povrchové teploty vzhledem k cílovému stavu, který je v ustáleném stavu přibližně 100°C . Podmínka na povrchovou teplotu v místě rovnání je však splněna ve všech časových instancích, proto je nalezené řešení akceptováno. Pokud by bylo požadavkem zvýšit povrchovou teplotu (a prodloužit metalurgickou délku) za sekundární chladicí zónou, pak by bylo nutné povolit a akceptovat zvýšení střední povrchové teploty v některých chladicích okruzích, např. v předposledním okruhu IIIB a posledním okruhu IV. Tato úprava by měla v praxi vzejít z požadavků (být kompromisem) metalurgů, technologů a materiálových inženýrů.

Obrázek 7.13 pak ukazuje časový průběh středních povrchových teplot v jednotlivých chladicích okruzích a časový průběh metalurgické délky. Z obrázku je patrné, že řídicí systém během dynamické změny licí rychlosti zareguloval průtoky tak, že střední povrchové teploty zůstaly téměř konstantní. Dočasné fluktuace a vychýlení od set-pointových teplot se vyskytují pouze minimálně a řídicí systém je akceptoval. Metalurgická délka poklesla během 5 minut na svoji minimální povolenou hodnotu 10 m, na které se ustálila. Povrchová teplota v místě rovnání poklesla z hodnoty 1085°C na 1010°C , která je v povoleném rozsahu.

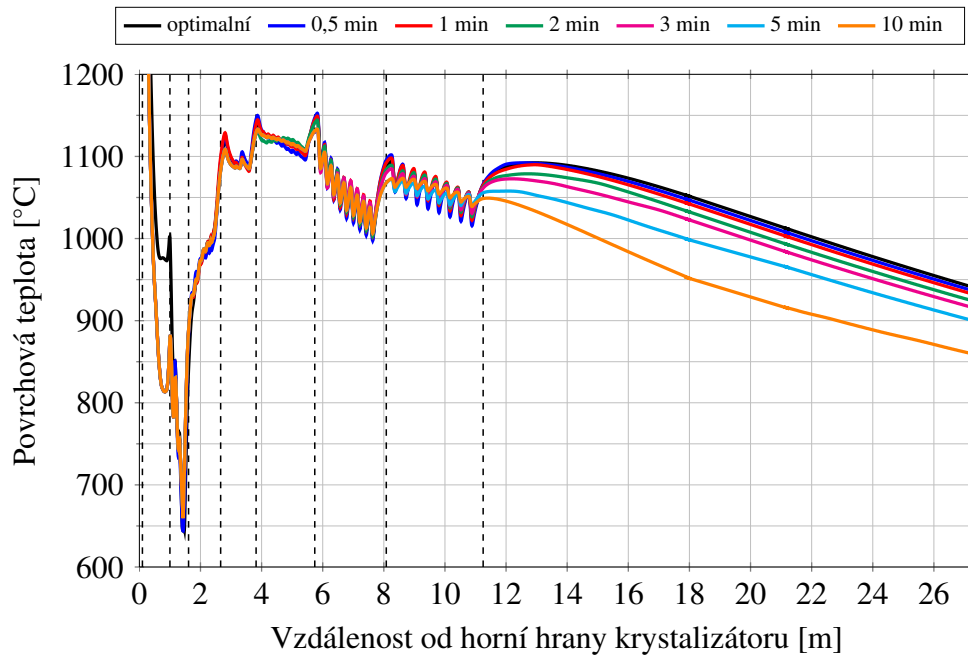
Výpočetní čas simulovaného dynamického stavu se skokovou změnou licí rychlosti o celkové délce 10 minut činil 7 minut 35 sekund a řídicí systém provedl celkově 174 predikčních iterací, každou o délce horizontu 30 s.



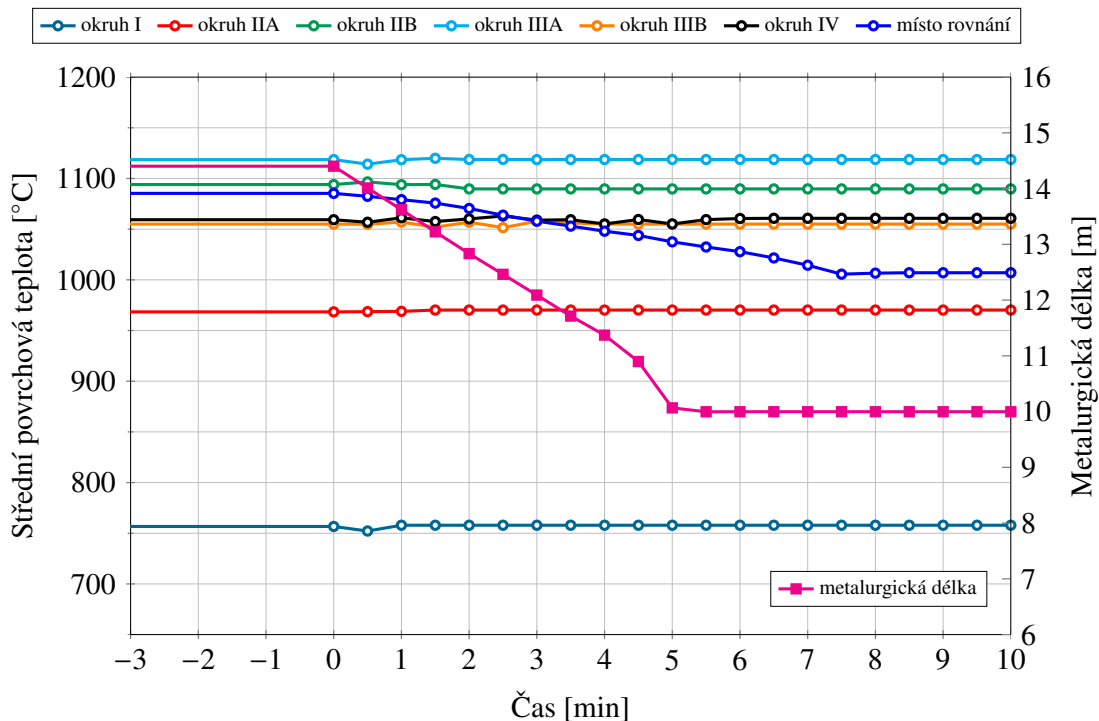
Obrázek 7.10: Průběh reálné a efektivních licí rychlostí jednotlivých chladicích okruhů v čase pro případovou studii 2 se skokovým poklesem licí rychlosti.



Obrázek 7.11: Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 2 se skokovým poklesem licí rychlosti.



Obrázek 7.12: Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél lícího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 2 se skokovým poklesem lící rychlosti.



Obrázek 7.13: Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metalurgické délky pro případovou studii 2 se skokovým poklesem lící rychlosti.

7.4.4 Případová studie 3 — příznak vzniku průvalu v krystalizátoru

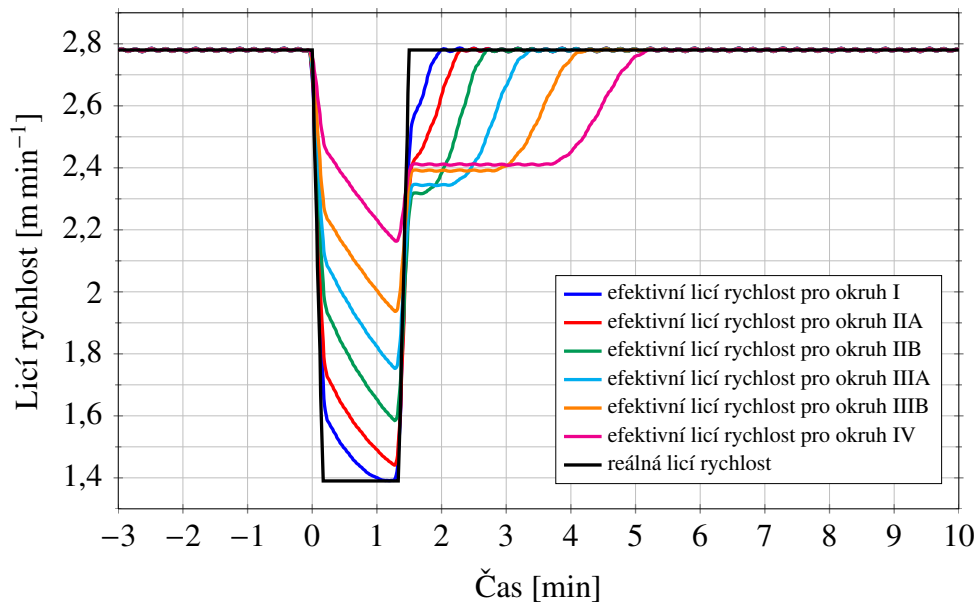
Případová studie 3 je simulací dynamického stavu s příznakem vznikem průvalu. Při tomto provozním stavu, který je řízen protiprůvalovým systémem, dochází k velmi rychlému snížení licí rychlosti, udržení této snížené rychlosti po relativně krátkou dobu a následnému zvýšení licí rychlosti zpět na původní hodnotu. Technologickou podstatou je zvýšit setrvání předlitku v krystalizátoru, zintenzivnit ochlazení jeho povrchu a dosáhnout tak zotavení (utuhnutí) porušené kúry a zamezení průvalu. Pro tuto dynamickou změnu byl zvolen lineární pokles z licí rychlosti $2,78 \text{ m min}^{-1}$ na 50 % její hodnoty, tj. na $1,39 \text{ m min}^{-1}$, během 10 sekund, následné setrvání na této licí teplotě po dobu 70 sekund a následný lineární nárůst zpět na původní licí rychlost $2,78 \text{ m min}^{-1}$ během 10 sekund. Celková doba změny licí rychlosti během průvalu tedy činí 1,5 minuty. Rozsah povolené metalurgické délky byl nastaven na (10 m, 15 m).

Časová závislost skutečné licí rychlosti a efektivních licích rychlostí pro jednotlivé průtoky je zobrazena na obrázku 7.14. Výsledky optimálních průtoků v jednotlivých chladicích okruzích jsou zobrazeny na obrázku 7.15. Z charakteru úlohy je patrné, že po zaregulování průvalu a jeho uplynutí by se průtoky v jednotlivých okruzích měly vrátit zpět na odpovídající hodnoty před průvalem. Jak vyplývá z obrázku 7.15, tohoto chování bylo nalezeným řízením dosaženo. Řídicí systém v okamžiku průvalu výrazně sníží průtok v okruhu I na hodnotu $107,8 \text{ l min}^{-1}$ během první minuty řízení, ale následně v čase 2 min je průtok opět zvýšen na původní hodnotu $207,8 \text{ l min}^{-1}$. Regulace druhého okruhu IIA probíhá pozvolněji, v čase 0,5 min je průtok dokonce zvýšen na 174 l min^{-1} . Následně dochází k propadu až na hodnotu $33,6 \text{ l min}^{-1}$ v čase 2 min a prudký návrat zpět na původní hodnotu $154,0 \text{ l min}^{-1}$ v čase 2,5 min. Řízení třetího a čtvrtého chladicího okruhu IIB a IIIA probíhá pozvolným snižováním průtoků až na $37,1 \text{ l min}^{-1}$ (okruh IIB v čase 2 min) a $23,2 \text{ l min}^{-1}$ (okruh IIIA v čase 2,5 min) a následným návratem zpět na původní dále již neměnné hodnoty v čase 3 min (okruh IIB) a 3,5 min (okruh IIIA). Při řízení pátého okruhu IIIB dochází k poklesu na hodnotu $30,9 \text{ l min}^{-1}$ v čase 1,5 min, následnému lokálnímu navýšení v čase 2,5 min a poklesu v čase 3–3,5 min. V čase 4 min průtok okruhu IIIB nabývá zpět hodnoty $74,9 \text{ l min}^{-1}$, která se již dále v čase nemění. Charakter řízení průtoku v posledním okruhu IV je podobný jako v případě okruhu IIB a IIIA, přičemž v čase 4 min je dosaženo minimálního průtoku $21,2 \text{ l min}^{-1}$, který je v čase 5 min zaregulován zpět do výchozího stavu s $44,8 \text{ l min}^{-1}$.

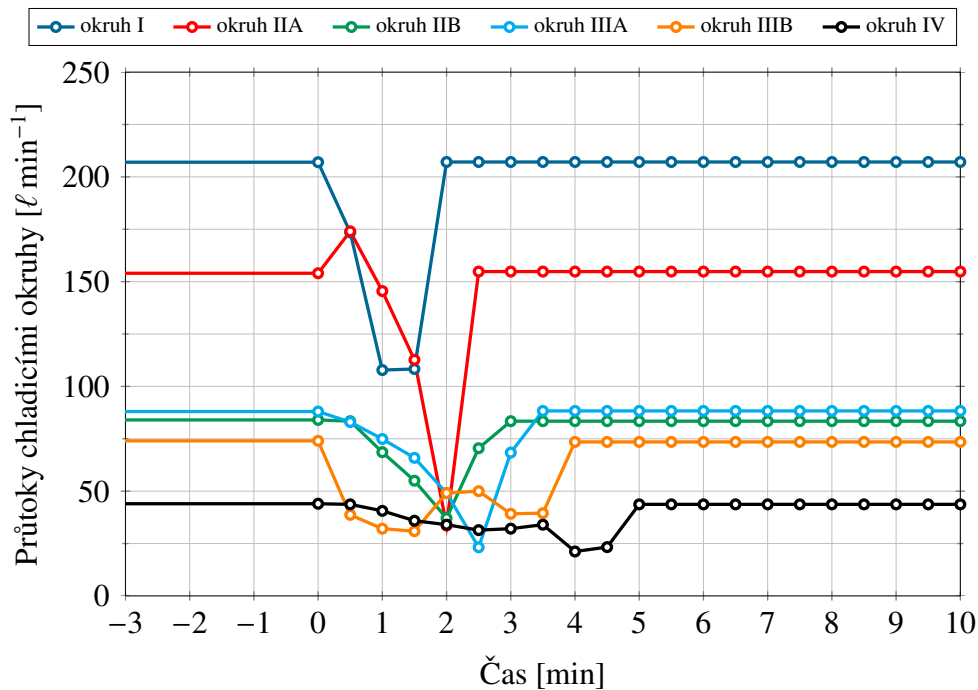
Časový průběh povrchové teploty na vnitřním oblouku předlitku je zobrazen na obrázku 7.16. Jak je patrné z obrázku, povrchová teplota poměrně dobře sleduje předepsanou optimální teplotu v chladicích okruzích, přestože jsou patrné fluktuace povrchové teploty v čase.

Obrázek 7.17 zobrazuje časový průběh středních povrchových teplot a metalurgické délky. Z obrázku vyplývá, že nalezené řízení průtoků během dynamické změny zaručuje téměř konstantní průběh středních povrchových teplot v jednotlivých okruzích. Pouze v okruhu I dochází v čase 1 min k fluktuaci povrchové teploty (lokálnímu zvýšení o cca 30°C než předepíše odpovídající set-point), ale řídicí systém tuto situaci akceptuje, protože se jedná o pouze dočasný stav, viz obrázek. Metalurgická délka postupně v povoleném rozsahu poklesla během 5 minut na 12,1 m a dále následoval návrat zpět na původní hodnotu 14,4 m. Povrchová teplota v místě rovnání poklesla v čase 6 min na 1029°C , která je v povoleném rozsahu.

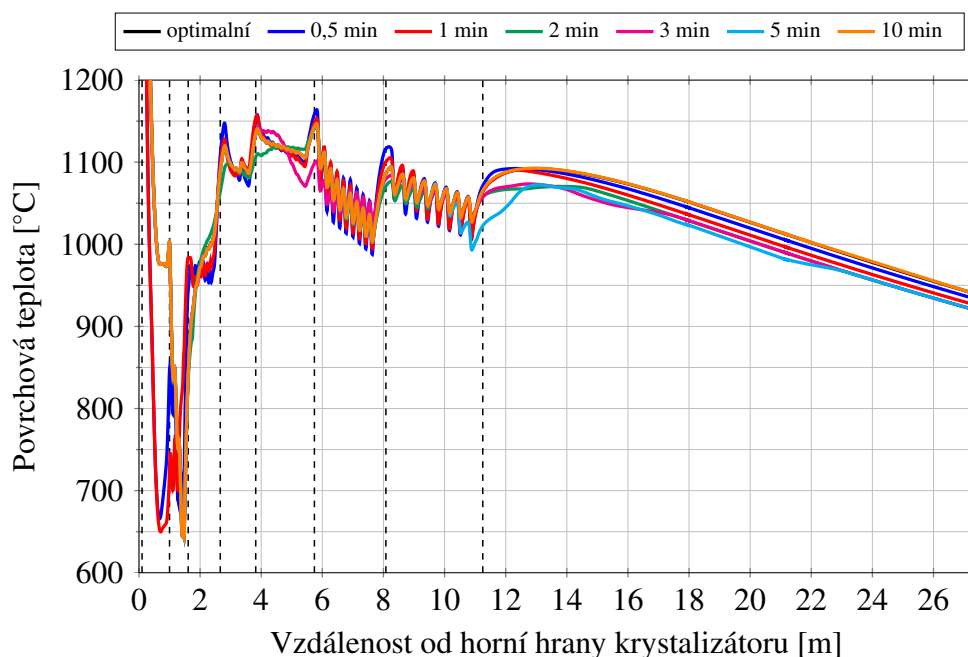
Výpočetní čas simulovaného dynamického stavu se vznikem průvalu o celkové délce 10 minut činil 8 minut a 15 sekund a řídicí systém provedl celkově 201 predikčních iterací, každou o délce horizontu 30 s.



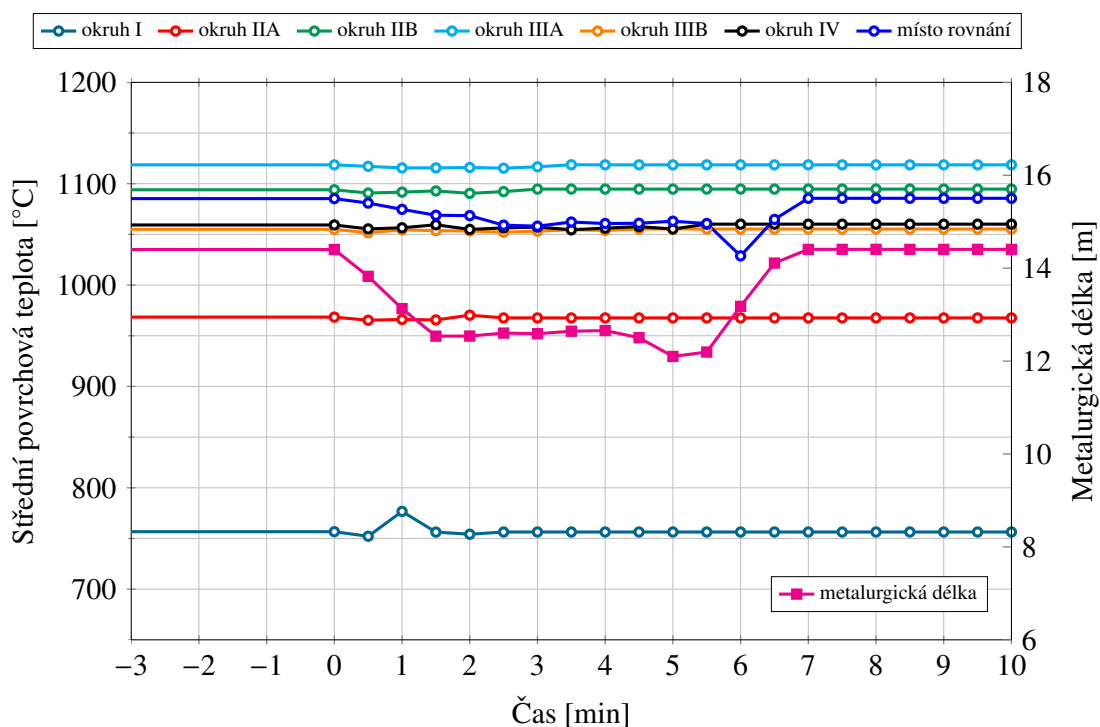
Obrázek 7.14: Průběh reálné a efektivních licí rychlostí jednotlivých chladicích okruhů v čase pro případovou studii 3 s průvalem.



Obrázek 7.15: Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 3 s průvalem.



Obrázek 7.16: Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél lícího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 3 s průvalem.



Obrázek 7.17: Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metallurgické délky pro případovou studii 3 s průvalem.

7.4.5 Případová studie 4 — nová tavba

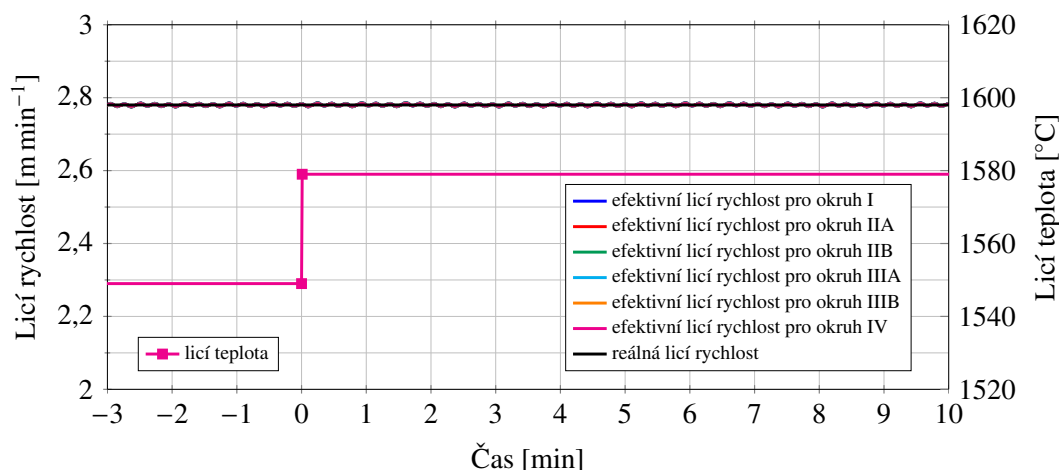
Případová studie 4 je simulací dynamického stavu s počátkem odlévání nové tavby. Při tomto stavu je do mezipánve dopravena tekutá ocel z nové pánve, která má vyšší teplotu než zbytková ocel v mezipánvi z předchozí tavby. Dynamický stav nové tavby se tedy projeví skokovou změnou teploty v mezipánvi. Pro simulaci této dynamické změny bylo zvoleno skokové navýšení lící teploty o 30°C z původní lící teploty 1549°C na teplotu 1579°C . Lící rychlost zůstala nezměněna, tj. $2,78\text{ m min}^{-1}$. Rozsah povolené metalurgické délky byl nastaven na $(13\text{ m}, 16\text{ m})$.

Skutečná a efektivní lící rychlosti jsou zobrazeny na obrázku 7.18, ale jak je patrné z konfigurace tohoto dynamického stavu, efektivní lící rychlosti jsou totožné se skutečnou lící rychlostí, jenž se v čase nemění. Výsledky optimálních průtoků v chladicích okruzích jsou zobrazeny na obrázku 7.19. Jak je patrné z obrázku, průtoky v okruzích jsou postupně zaregulovány na nové hodnoty, které se pak dále v čase nemění. Průtok v okruhu I je v čase 0–1 min téměř lineárně navýšen na hodnotu $212,3\text{ l min}^{-1}$, který dále zůstává prakticky konstantní. Průtok v okruhu IIA je v první časové instanci nejdříve mírně snížen na $145,5\text{ l min}^{-1}$, ale v čase 1 min vzroste na hodnotu $169,2\text{ l min}^{-1}$, která se dále mění jen nepatrně. Průtoky v okruzích IIB až IV jsou pozvolna zaregulovány na vyšší průtoky podobným způsobem a následně se ustálí nových hodnotách $88,5\text{ l min}^{-1}$ (okruh IIB v čase 1,5 min), $95,7\text{ l min}^{-1}$ (okruh IIIA v čase 3 min), $84,4\text{ l min}^{-1}$ (okruh IIIB v čase 4 min) a $46,9\text{ l min}^{-1}$ (okruh IV v čase 4,5 min).

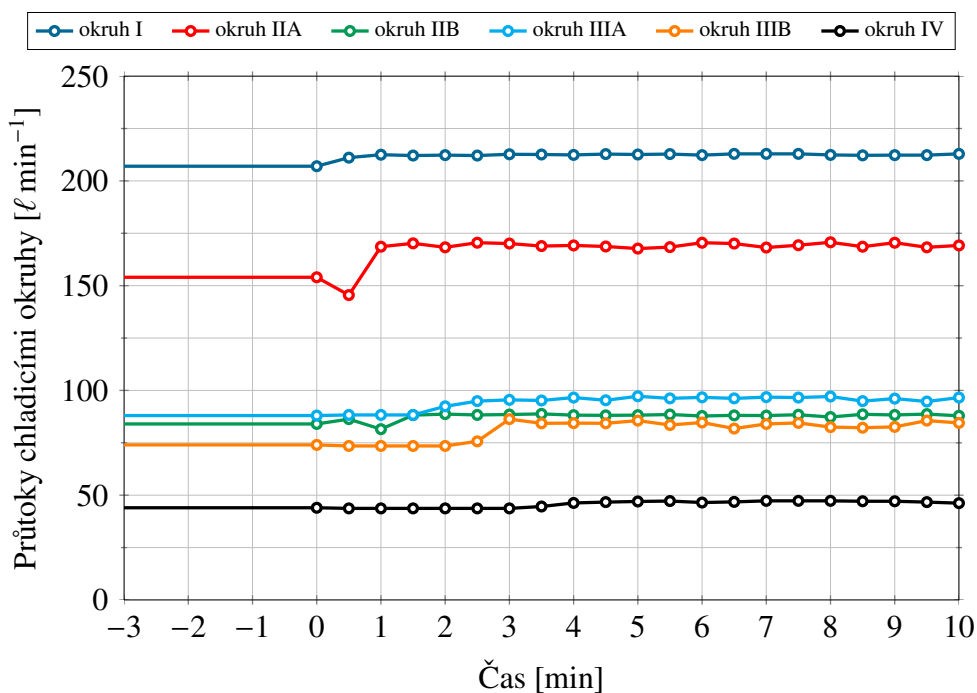
Časový průběh povrchové teploty na vnitřním oblouku (malém rádiusu) předlitku, pro kterou probíhá řízení pomocí povrchových set-point teplot, je zobrazen na obrázku 7.20. Jak je patrné z obrázku, povrchová teplota velmi dobře sleduje předepsanou optimální teplotu bez výskytu fluktuací. Rovněž za sekundární chladicí zónou je průběh povrchové teploty téměř identický s požadovaným (optimálním) průběhem ve stacionárním stavu.

Obrázek 7.21 pak ukazuje časový průběh středních povrchových teplot v jednotlivých chladicích okruzích a časový průběh metalurgické délky. Z obrázku je patrné, že řídicí systém během skokové změny lící teploty zareguloval jednotlivé průtoky tak, že střední povrchové teploty zůstaly prakticky konstantní bez výskytu (ani dočasných) fluktuací. Metalurgická délka vzrostla po 6 minutách o $0,45\text{ m}$ na hodnotu $14,85\text{ m}$, která splňuje podmínku přípustnosti a leží v povoleném intervalu. Povrchová teplota v místě rovnání nepatrně vzrostla z hodnoty 1085°C na 1090°C , jenž je v povoleném rozsahu a splňuje podmínku přípustnosti.

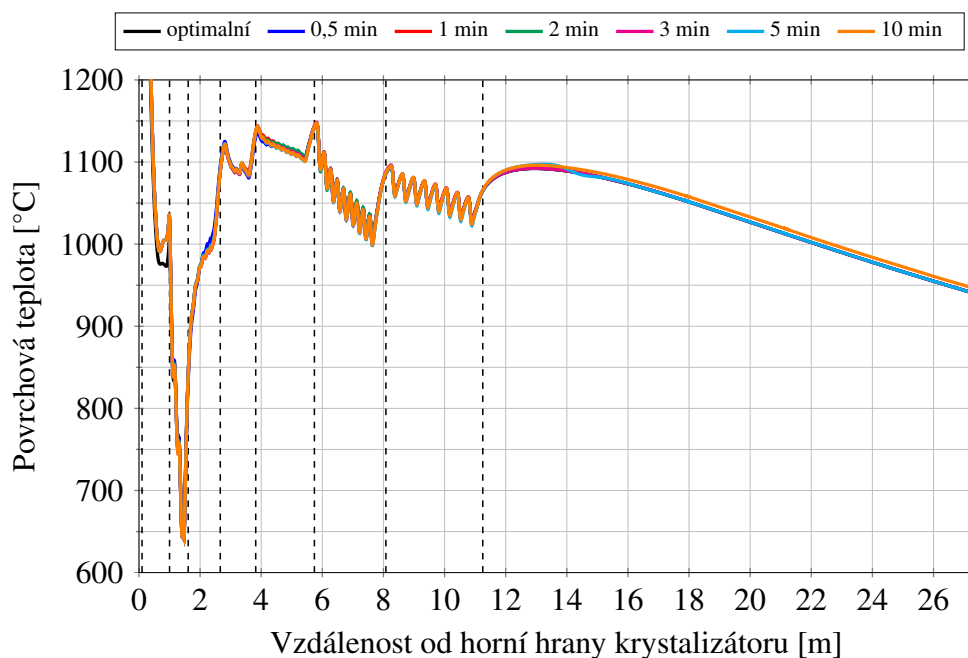
Výpočetní čas simulované nové tavby o celkové délce 10 minut byl 8 minut 52 sekund a řídicí systém provedl celkově 218 predikčních iterací, každou o délce horizontu 30 s.



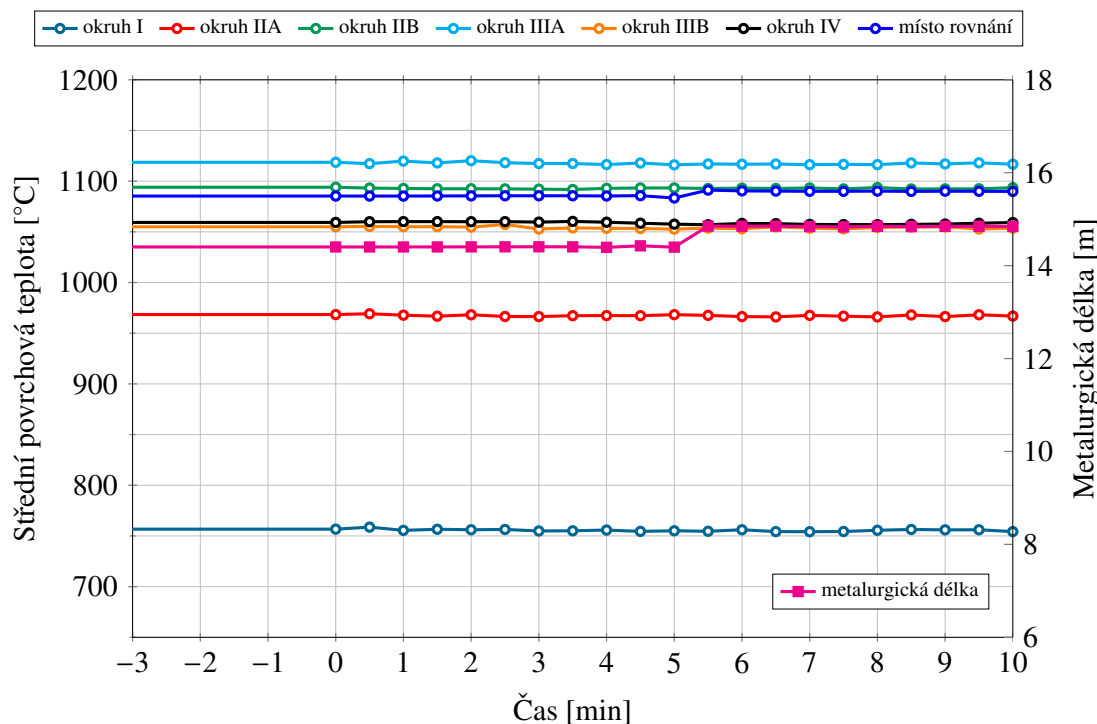
Obrázek 7.18: Reálná a efektivních lící rychlosti pro případovou studii 4 s novou tavbou.



Obrázek 7.19: Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 4 s novou tavbou.



Obrázek 7.20: Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél lícího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 4 s novou tavbou.



Obrázek 7.21: Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metalurgické délky pro případovou studii 4 s novou tavbou.

7.4.6 Případová studie 5 — letmá výměna mezipánve

Případová studie 5 je simulací dynamického stavu s letmou výměnou mezipánve o celkovém trvání simulace 15 minut. Při tomto provozním stavu výrazně poklesne licí rychlost na několik minut tak, aby byla umožněna výměna staré mezipánve na novou. Pro tuto dynamickou změnu byl zvolen lineární pokles z licí rychlosti $2,78 \text{ m min}^{-1}$ na $0,5 \text{ m min}^{-1}$ během 10 sekund, následné setrvání na této licí teplotě po dobu 220 sekund a následný lineární nárůst zpět na původní licí rychlost $2,78 \text{ m min}^{-1}$ během 10 sekund. Celková doba změny licí rychlosti během letmé výměny mezipánve tedy činila 4 minuty. Rozsah povolené metalurgické délky byl z důvodu značné dynamičnosti tohoto provozního stavu nastaven na $(6 \text{ m}, 15 \text{ m})$. V případě letmé výměny mezipánve byla využita dočasná horní relaxace set-pointů pro střední povrchové teploty v okruzích I, IIA a IIB, aby bylo dosaženo minimální metalurgické délky 6 m. V první časové instanci (čas 0-0,5 min) byla povolena horní relaxace (zvýšení hodnot set-pointů, viz oddíl 7.3.2) o 150°C (okruh I), 100°C (okruh IIA) a 50°C (okruh IIB). V druhé časové instanci (čas 0,5-1 min) byla povolena horní relaxace o 100°C (okruh I) a 50°C (okruh IIA), ve třetí časové instanci (čas 1-1,5 min) byla povolena horní relaxace o 50°C (okruh I) a 20°C (okruh IIA) a ve čtvrté časové instanci (čas 1,5-2 min) byla povolena horní relaxace o 20°C v okruhu I. V dalších časových instancích zůstaly již set-pointy nezměněny. Protože během výměny mezipánve dochází k postupnému poklesu hladiny oceli v krystalizátoru, kterou numerický model teplotního pole v současné verzi neumožňuje během lití měnit, byl během poklesu licí rychlosti fiktivně měněn průtok chladicí vody krystalizátorem tak, aby bylo dosaženo přibližně konstantní teploty pod krystalizátorem tak, jak k tomu dochází v praxi.

Časová závislost skutečné licí rychlosti a efektivních licích rychlostí pro jednotlivé průtoky je zobrazena na obrázku 7.22. Výsledky optimálních průtoků v jednotlivých chladicích okru-

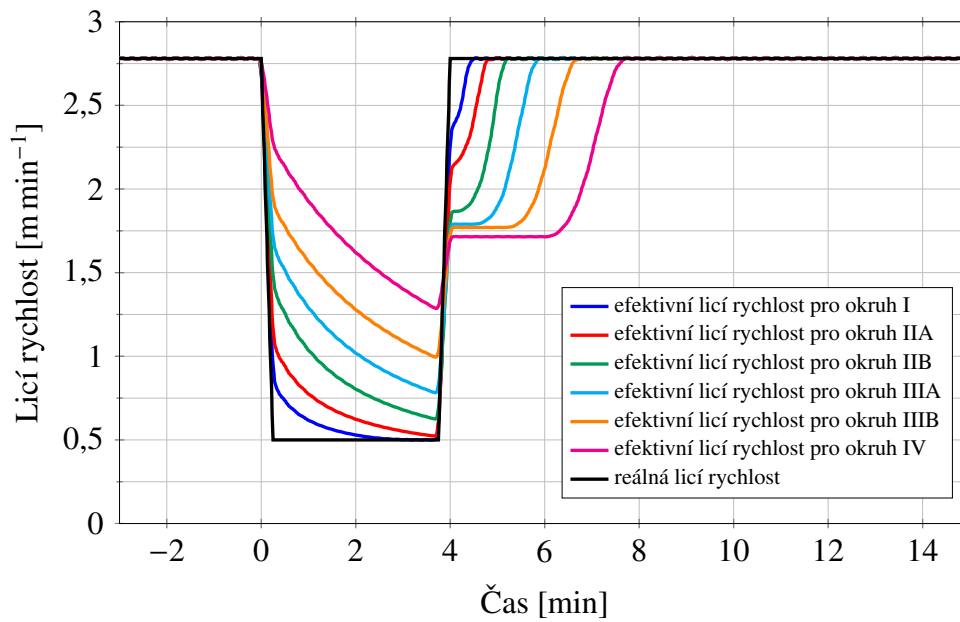
zích jsou zobrazeny na obrázku 7.23. Stejně jako v případě průvalu byly průtoky v jednotlivých okruzích po ukončení výměny mezipánve zaregulovány zpět na původní (stacionární) hodnoty.

Řídící systém se snížením licí rychlosti začne okamžitě snižovat průtoky v jednotlivých chladicích okruzích. Jak je patrné z obrázku 7.23, průtok v okruhu I poklesne během 3,5 minut na $79,4 \ell \text{ min}^{-1}$, přičemž dále začne narůstat zpět na původní hodnotu $207,8 \ell \text{ min}^{-1}$, kterou dosáhne v čase 6 min. Podobně i ve zbývajících okruzích dojde k postupnému snížení průtoků a to až na velmi malé až nulové hodnoty, které indikují dočasné odstavení celého chladicího okruhu, viz obrázek 7.23. Uvedených minimálních hodnot průtoků je dosaženo v časovém rozmezí 4–7 min podle vzdálenosti okruhu od krystalizátoru. Následně dochází, stejně jako v případě okruhu I, k návratu průtoků zpět na původní (stacionární) hodnoty, kterých je dosaženo v časech od 6 min (okruh IIA) až 7,5 min (okruh IV).

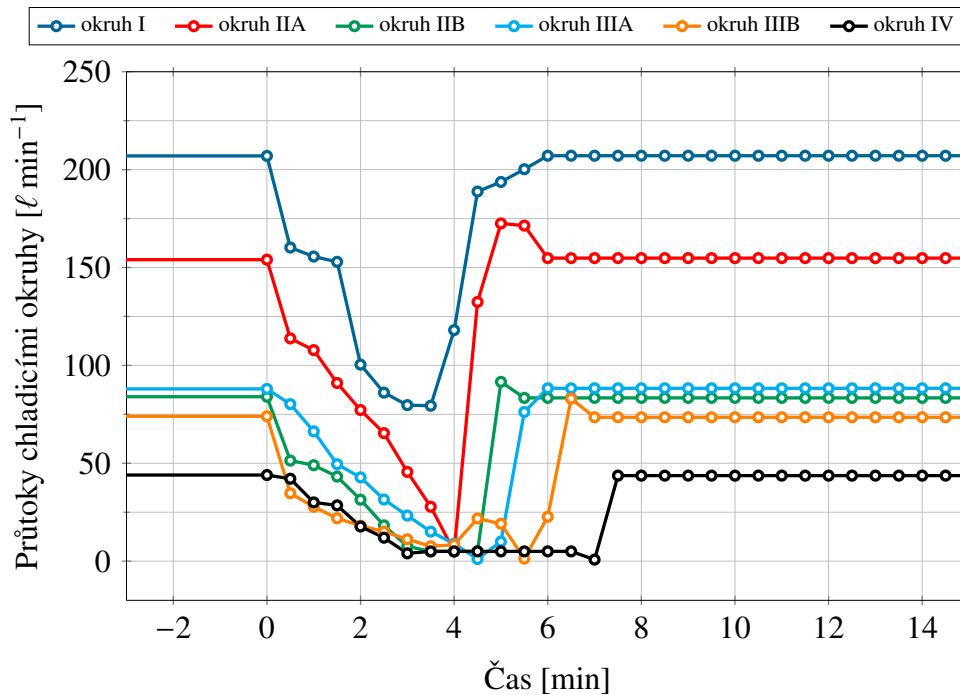
Časový průběh povrchové teploty na vnitřním oblouku předlitku je zobrazen na obrázku 7.24. Jak je patrné z obrázku, povrchová teplota vykazuje poměrně výrazné fluktuace, například rozkmit amplitudy povrchové teploty mezi chladicími tryskami v okruzích IIIB a IV v čase 0,5 min. Na obrázku je rovněž dobře viditelná horní relaxace v okruzích I, IIA a IIB v čase 0,5–2 min. Za sekundární chladicí zónou je také patrná poměrně velká fluktuace povrchové teploty (cca 100°C) během regulace výměny mezipánve, která však po ustálení odezní (srovnání průběhů pro 2 min, 3 min, 5 min a 15 min). Přes uvedené nedostatky lze však považovat regulaci během letmé výměny mezipánve za poměrně zdařilou, uvědomíme-li si podmínky a dynamičnost, které během výměny mezipánve nastávají.

Obrázek 7.25 zobrazuje časový průběh středních povrchových teplot a metalurgické délky. Z obrázku je jasně patrná horní relaxace v okruzích I, IIA a IIB, ke které dochází během výměny mezipánve. V okruhu IIB došlo v čase 4,5 min k výraznému lokálnímu porušení set-pointu povrchové teploty (cca 80°C), nicméně tento stav byl řídicím systémem akceptován, protože se jedná pouze o porušení v jedné časové instanci. Podobná situace nastala i v okruhu IIIA (čas 5 min) a okruhu IV (čas 6,5 min). Případná relaxace je jednou z možností, jak eliminovat tohoto chování. Metalurgická délka během regulace výrazně poklesne z důvodu zásadního poklesu licí rychlosti a to až na minimální povolenou hodnotu 6 m v čase 5 min. Dále se však metalurgická začne opět zvyšovat až na svoji původní hodnotu, které dosáhne v čase 10 min. Tento dočasný pokles metalurgické délky, který trvá přibližně stejnou dobu jako je vlastní výměna mezipánve (4 min), je akceptován. Rovněž povrchová teplota v místě rovnání poklesla v čase 8,5 min na minimální povolenou mez 950°C . Jedná se však pouze o lokální propad v jedné časové instanci a v následné časové instanci (9 min) povrchová teplota v místě rovnání již naroste na 1070°C .

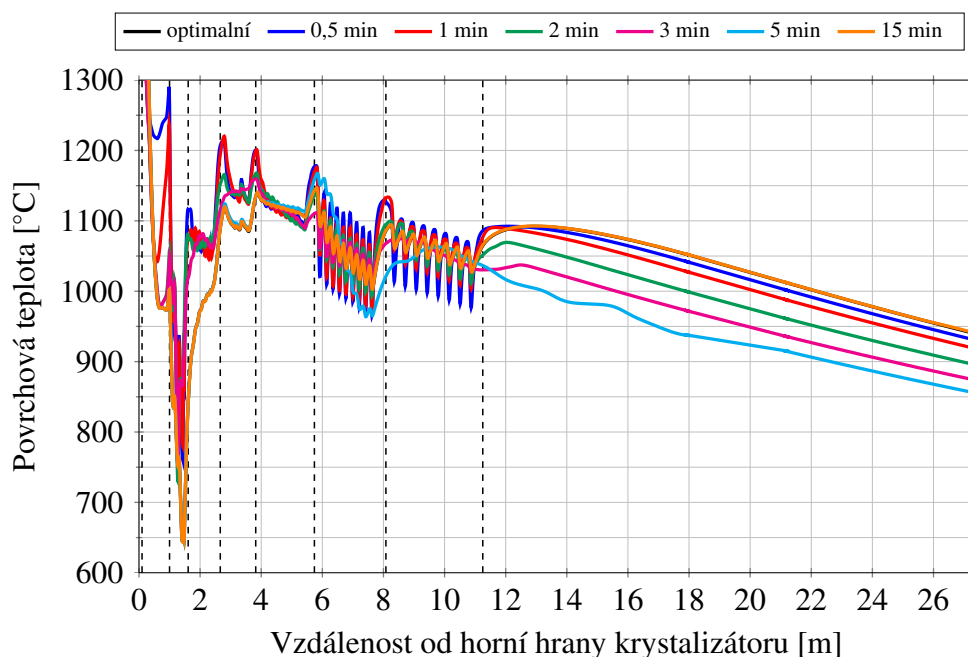
Z výše uvedeného komentáře a obrázků 7.23–7.25 je patrné, že řízení licího stroje během výměny mezipánve je ve srovnání s předchozími případy značně komplikovanější vlivem zásadní změny technologických podmínek i tepelného stavu předlitku během několikaminutového intervalu. Náročnost tohoto dynamického stavu se rovněž odráží i v celkovém výpočetním čase simulace a počtu provedených časových iterací predikce. Výpočetní čas simulované dynamické změny o celkové délce 15 minut činil 33 minut 28 sekund a řídicí systém provedl celkově 896 predikčních iterací, každou o délce horizontu 30 s. Přesto však lze říci, že prediktivní řídicí systém dokázal nalézt přípustné řešení pro řešení dynamického stavu s letmou výměnou mezipánve.



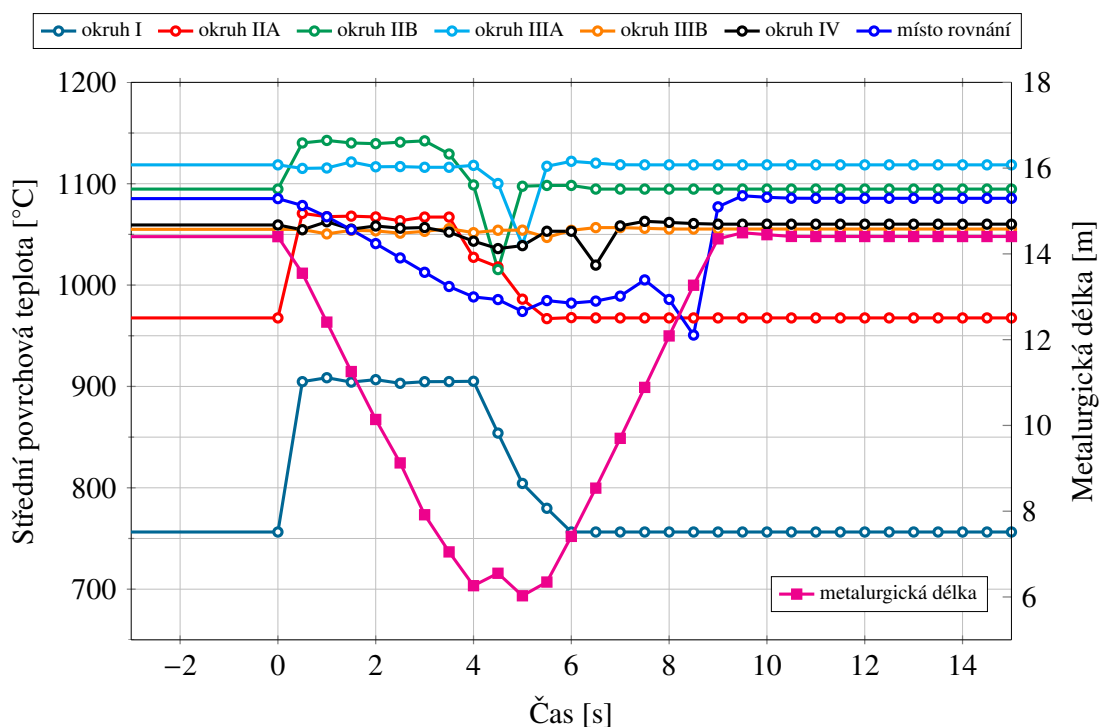
Obrázek 7.22: Průběh reálné a efektivních licí rychlostí jednotlivých chladicích okruhů v čase pro případovou studii 5 s výměnou mezipánve.



Obrázek 7.23: Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 5 s výměnou mezipánve.



Obrázek 7.24: Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél lícího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 5 s výměnou mezipánve.



Obrázek 7.25: Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metallurgické délky pro případovou studii 5 s výměnou mezipánve.

7.5 Porovnání řízení pomocí prediktivního řídicího systému a použitím chladicích křivek

Řízení chladicích průtoků v okruzích sekundárního chlazení uvedené v předchozím oddíle pomocí prediktivního řídicího systému bylo porovnáno s běžným postupem řízení pomocí chladicích křivek (viz obrázek 7.4), při kterém jsou průtoky regulovány dle licí rychlosti (a teploty přehřátí). Pro každou případovou studii je provedena vizualizace srovnání (1) časového vývoje průtoků v jednotlivých okruzích sekundárního chlazení a (2) průběhu středních povrchových teplot pod chladicími tryskami na povrchu vnitřního (malého rádiusu) předlitku včetně průběhu povrchové teploty v místě rovnání a metalurgické délky. V případě vizualizace průtoků v jednotlivých okruzích je použito čárkovaných křivek pro regulaci dle chladicích křivek a spojitých křivek pro regulaci stanovenou použitím prediktivního řídicího systému. V obrázcích se středními povrchovými teplotami je použito spojitých křivek s plnými body pro teploty a metalurgickou délku odpovídající řízení dle chladicích křivek a spojitých křivek s body s bílým středem pro regulaci dle prediktivního řídicího systému. Obě regulace jsou hodnoceny vzhledem k set-pointovým hodnotám (střední povrchové teploty, teplota v místě rovnání, metalurgická délka) ve stacionárním stavu, které byly považovány při prediktivním řízení za optimální.

7.5.1 Případová studie 1 — mírný nárůst licí rychlosti

Časově závislé průtoky v jednotlivých okruzích sekundárního chlazení jsou pro obě metody řízení zobrazeny na obrázku 7.26. Z tohoto obrázku je patrné, že průtoky v některých okruzích jsou zaregulovány velmi podobně pro obě použité metody (okruhy IIA, IIB a IV). Ve zbývajících okruzích je však regulace průtoků odlišná.

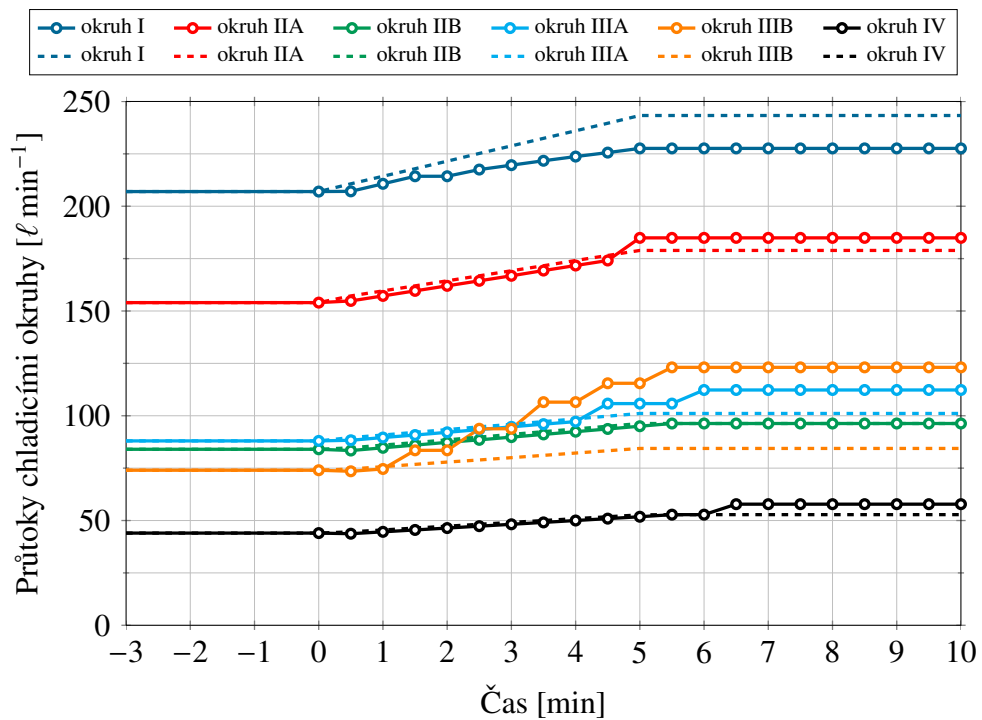
Průběhy středních povrchových teplot v jednotlivých okruzích, místě rovnání a metalurgické délky jsou zobrazeny na obrázku 7.27. Jak je z obrázku patrné, střední povrchové teploty při řízení dle chladicích křivek jsou v téměř všech okruzích srovnatelné s řízením pomocí prediktivního řídicího systému. Pouze v prvním okruhu I dochází v mírném podchlazení předlitku na přibližně 715 °C a naopak k mírnému přehřátí o přibližně 30 °C v chladicím okruhu IV. Metalurgická délka je při řízení dle chladicích křivek v čase 10 min od počátku dynamické změny přibližně o 0,5 m delší, povrchová teplota je srovnatelná v obou případech řízení.

V tomto případě je možné tedy regulaci dle chladicích křivek považovat za rovnocennou řízení podle prediktivního řídicího systému.

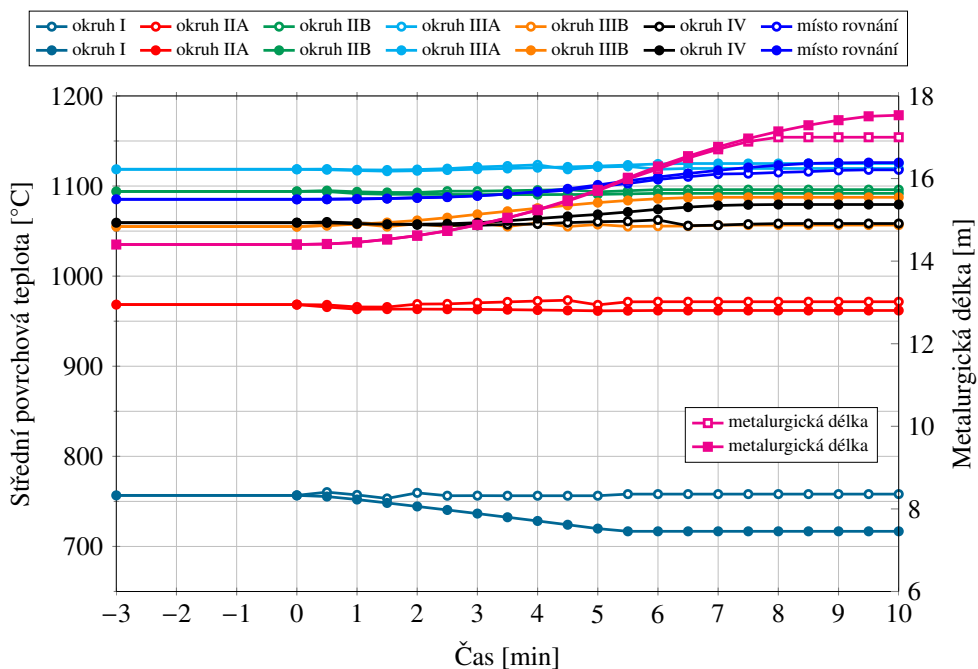
7.5.2 Případová studie 2 — skokový pokles licí rychlosti

Časový vývoj průtoků v jednotlivých okruzích sekundárního chlazení je pro oba přístupy řízení zobrazen na obrázku 7.28. Z tohoto obrázku je patrné, že průtok v okruhu I pod krystalizátorem je zaregulován podobně oběma metodami. Pro další okruhy se již regulace liší a to tím více, čím je chladicí okruh dále od krystalizátoru. Rovněž hodnoty jednotlivých průtoků po 10 minutách od skokové změny jsou odlišné, zejména v okruzích IIIA, IIIB a IV.

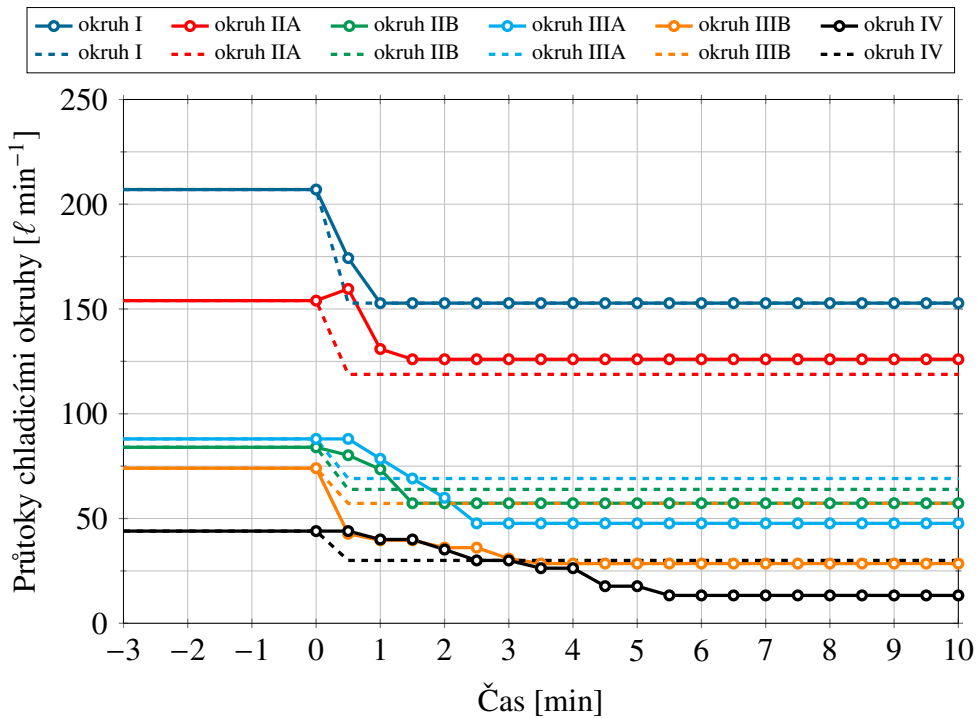
Průběhy středních povrchových teplot v jednotlivých okruzích, místě rovnání a metalurgické délky jsou zobrazeny na obrázku 7.29. Z obrázku vyplývá, že v případě regulace chladicími křivkami je přibližně konstantní střední povrchová teplota dosažena pouze v okruhu IIB a IIIA. V okruzích I a IIA dochází k postupnému přehřátí o cca 60 °C. Naopak v okruhu IV nastává podchlazení rovněž přibližně 60 °C a v okruhu IIIB dokonce přibližně 90 °C, které se přímo promítají do povrchové teploty v místě rovnání, která je o cca 50 °C nižší než cílová



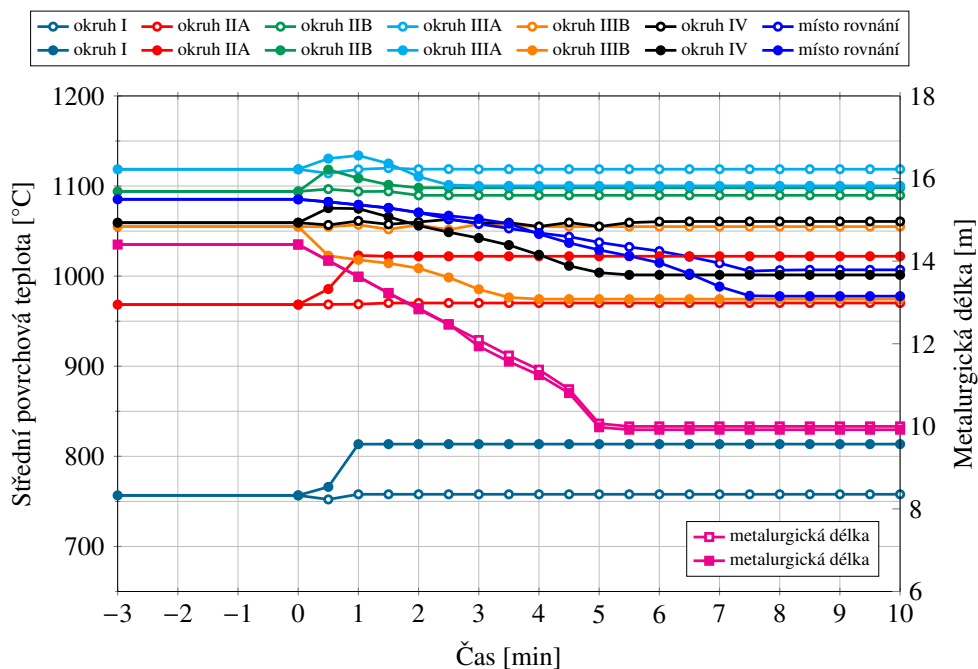
Obrázek 7.26: Srovnání řízení pro studii 1 s lineárním nárůstem lící rychlosti pomocí prediktivního systému (spojité křivky) a dle chladicích křivek (čárkované křivky): průtoky.



Obrázek 7.27: Srovnání řízení pro studii 1 s lineárním nárůstem lící rychlosti pomocí prediktivního systému (křivky s body s bílým středem) a dle chladicích křivek (křivky s plně vybarvenými body): střední povrchové teploty a metalurgická délka.



Obrázek 7.28: Srovnání řízení pro studii 2 se skokovou změnou lící rychlosti pomocí prediktivního systému (spojité křivky) a dle chladicích křivek (čárkované křivky): průtoky.



Obrázek 7.29: Srovnání řízení pro studii 2 se skokovou změnou lící rychlosti pomocí prediktivního systému (křivky s body s bílým středem) a dle chladicích křivek (křivky s plně vybarvenými body): střední povrchové teploty a metalurgická délka.

teplota v případě prediktivního řízení. Přes uvedené odlišnosti středních povrchových teplot má metalurgická délka velmi podobný průběh a hodnotu.

Z důvodu odlišných povrchových teplot v nadpolovičním počtu chladicích okruhů a poklesu teploty v místě rovnání lze označit regulaci dle chladicích křivek za méně vhodnou. Naopak regulace stanovená prediktivním řídicím systémem umožňuje zachovat konstantní průběh středních povrchových teplot v jednotlivých chladicích okruzích a vede k vyšší povrchové teplotě v místě rovnání.

7.5.3 Případová studie 3 — příznak vzniku průvalu v krystalizátoru

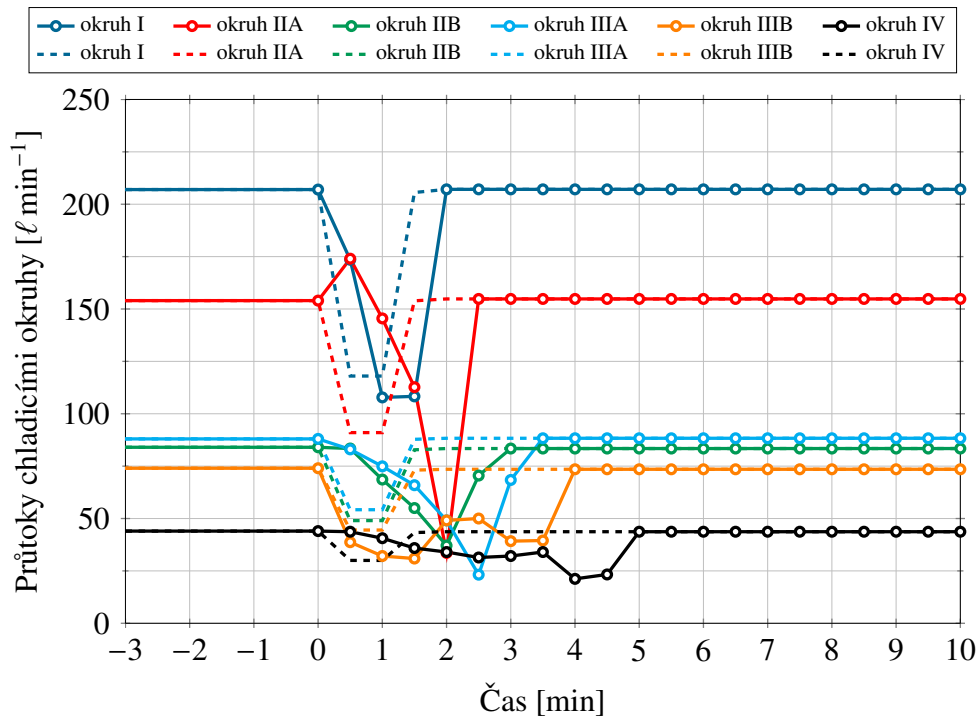
Časová závislost průtoků v jednotlivých chladicích okruzích sekundárního chlazení je pro obě metody řízení zobrazena na obrázku 7.30. Z obrázku je patrné, že regulace obou metod probíhá odlišně. Při řízení dle chladicích křivek dochází ke změně jednotlivých průtoků pouze během skutečného poklesu licí rychlosti, tj. v čase 0–1,5 min. Naopak regulace v jednotlivých okruzích dle prediktivního řídicího systému probíhá postupně a to podle vzdálenosti daného okruhu od krystalizátoru. Také minimální hodnoty průtoků při obou způsobech regulace jsou odlišné.

Průběhy středních povrchových teplot v jednotlivých okruzích a místě rovnání a metalurgické délky jsou zobrazeny na obrázku 7.31. Jak je z obrázku patrné, řízení dle chladicích křivek vede ke značně odlišnému teplotnímu poli, které se na rozdíl od případu prediktivního řízení navíc po navrácení licí rychlosti zpět na původní hodnotu dostává do nového stacionárního stavu. Jak je patrné z obrázku 7.31, ve druhém chladicím okruhu IIA dochází v čase 1 min nejdříve k výraznému zvýšení střední povrchové teploty o cca 110 °C. Následně však dochází v okruhu IIA ke strmému propadu teploty, která v čase 3 min nabývá přibližně 670 °C, tj. o přibližně 300 °C méně než je požadovaná teplota. Tento propad je způsoben poklesem povrchové teploty v okruhu I pod Leidenfrostovu teplotu, který způsobí prudké navýšení součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami. Tento stav se následně stává novým stacionárním stavem, neboť povrch předlitku vstupuje do okruhu IIA natolik podchlazen, že nedosáhne vyšší než Leidenfrostovy teploty, jenž by umožnila zmírnit odvod tepla. V dalších chladicích okruzích IIB, IIIA, IIIB a IV tak dochází rovněž k výraznému nežádoucímu podchlazení povrchu, které se postupně (s rostoucí vzdáleností od krystalizátoru) zmenšuje. V místě rovnání je povrchová teplota o cca 60 °C nižší než požadovaná teplota. Naopak prediktivní řídicí systém reguluje průtoky v jednotlivých okruzích tak, že střední povrchové teploty zůstávají téměř neměnné a shodné s optimálními set-point teplotami. Metalurgická délka v případě regulace podle chladicích křivek dosahuje minimální hodnoty 11,1 m, což je o 1 m nižší hodnota než v případě prediktivního řízení. Na rozdíl od prediktivního řízení však metalurgická délka nezíská původní hodnoty před dynamickou změnou, ale ustálí se na hodnotě 12,5 m, která je o přibližně 2 m kratší než v případě ustáleného stavu při prediktivním řízení.

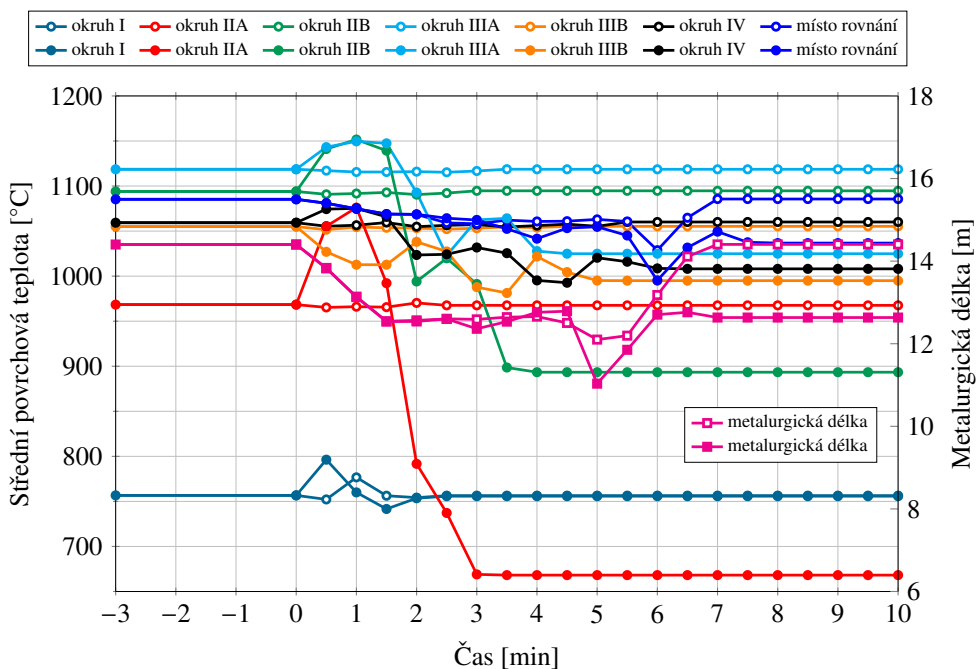
Z výše popsaného tepelného chování předlitku během regulace dle chladicích křivek lze prohlásit tento způsob řízení za jednoznačně nevhodný a nežádoucí. Naopak prediktivní řídicí systém zareguloval průtoky tak, že byly dosaženy přibližně konstantní střední povrchové teploty ve všech okruzích během simulace celé dynamické změny. Teplota v místě rovnání a metalurgická délka dočasně poklesly, nicméně následně bylo dosaženo návratu na jejich původní hodnoty.

7.5.4 Případová studie 4 — nová tavba

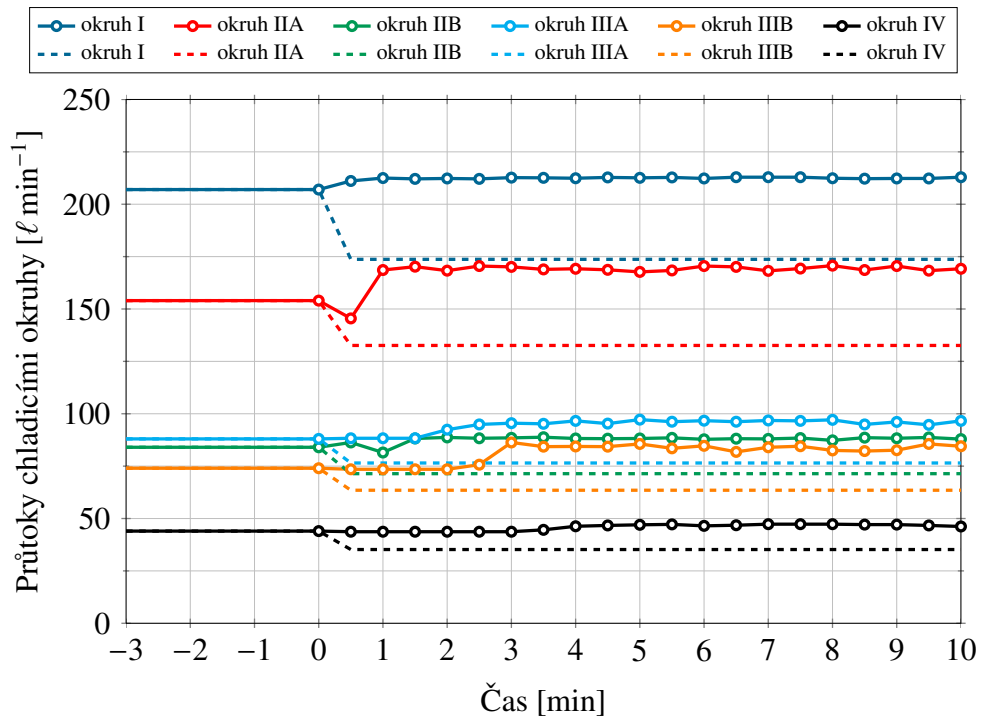
Při nové tavbě v reálném provozu licího stroje dochází ke snížení licí rychlosti dle předepsané závislosti mezi licí rychlostí a teplotou přehřátí oceli. Při řízení provozu licího stroje



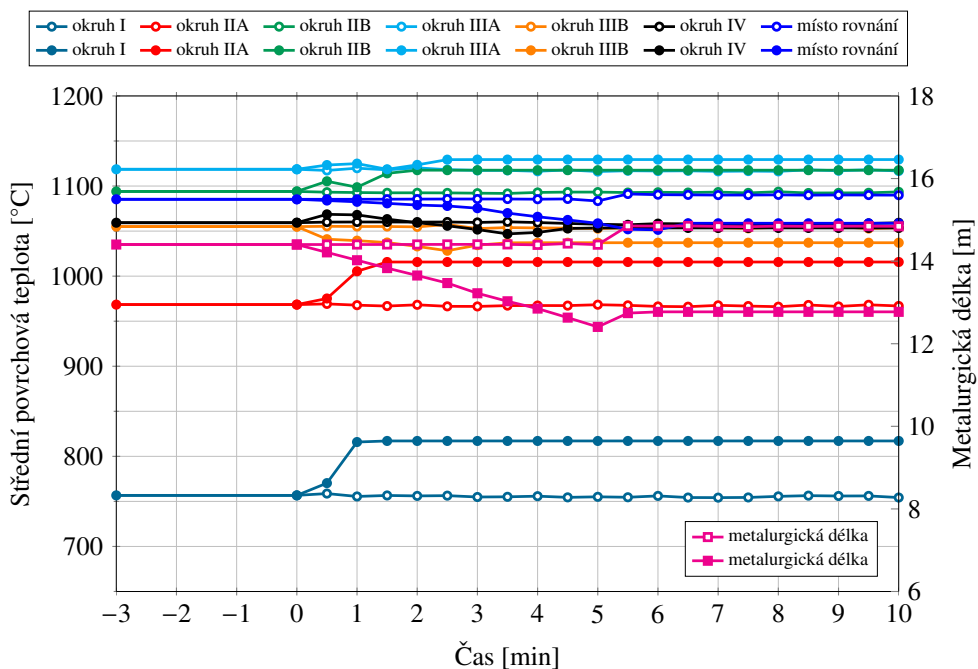
Obrázek 7.30: Srovnání řízení pro studii 3 s příznakem vzniku průvalu pomocí prediktivního systému (spojité křivky) a dle chladicích křivek (čárkované křivky): průtoky.



Obrázek 7.31: Srovnání řízení pro studii 3 s příznakem vzniku průvalu pomocí prediktivního systému (křivky s body s bílým středem) a dle chladicích křivek (křivky s plně vybarvenými body): střední povrchové teploty a metalurgická délka.



Obrázek 7.32: Srovnání řízení pro studii 4 s novou tavnou pomocí prediktivního systému (spojité křivky) a dle chladicích křivek (čárkované křivky): průtoky.



Obrázek 7.33: Srovnání řízení pro studii 4 s novou tavnou pomocí prediktivního systému (křivky s body s bílým středem) a dle chladicích křivek (křivky s plně vybarvenými body): střední povrchové teploty a metalurgická délka.

pomocí chladicích křivek bylo uvažováno snížení licí rychlosti o $0,5 \text{ m min}^{-1}$ na licí rychlost $2,28 \text{ m min}^{-1}$, která se v čase dále neměnila. Naopak při simulaci prediktivního řízení byla ponechána původní licí rychlost $2,78 \text{ m min}^{-1}$.

Časová závislost průtoků v jednotlivých chladicích okruzích sekundárního chlazení je pro obě metody řízení zobrazena na obrázku 7.32. Z obrázku je patrné, že při regulaci pomocí chladicích křivek dochází ve všech chladicích okruzích ke snížení průtoků vlivem snížení licí rychlosti, kterou je nová tavba doprovázena. Zejména v chladicích okruzích I a IIA dochází k poměrně velkému rozdílu mezi řízením průtoků, který se zmenšuje se vzdáleností okruhů od krystalizátoru.

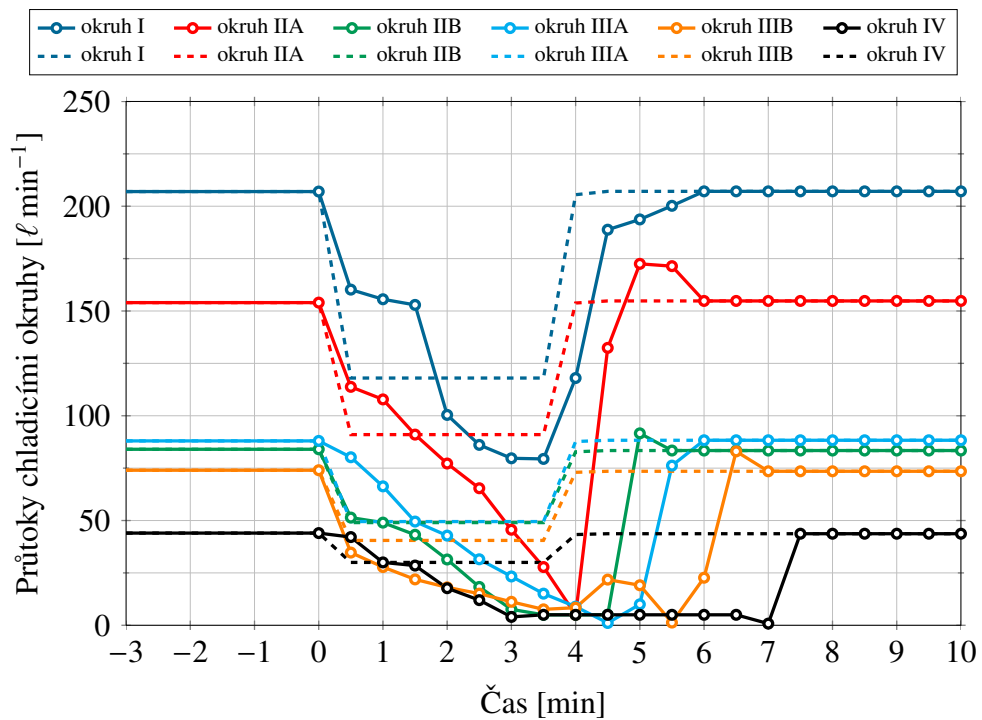
Průběhy středních povrchových teplot v jednotlivých okruzích a místě rovnání a metalurgické délky jsou zobrazeny na obrázku 7.33. Z obrázku je patrné, že vlivem snížení licí rychlosti doprovázené změnou průtoků v chladicích okruzích dochází v případě regulace pomocí chladicích křivek k nárůstu povrchových teplot především v okruzích blízko krystalizátoru (cca 60°C v okruhu I a přibližně 50°C v okruhu IIA). Postupně s rostoucí vzdáleností od krystalizátoru se rozdíl středních povrchových teplot dosažených regulací dle chladicích křivek a prediktivním řízením zmenšuje, v posledním chladicím okruhu IV jsou střední povrchové teploty obou regulací prakticky totožné. Avšak v místě rovnání dochází v případě regulace chladicími křivkami k mírnému podchlazení cca 50°C ve srovnání s prediktivním řízením. Naopak prediktivní řídicí systém řídí průtoky v čase tak, že střední teploty v okruzích i teplota v místě rovnání jsou prakticky neměnné a totožné s cílovými set-point hodnotami. Metalurgická délka při řízení pomocí chladicích křivek poklesne z původních $14,4 \text{ m}$ až na $11,9 \text{ m}$ a následně se ustálí na hodnotě $12,1 \text{ m}$. Naopak při prediktivním řízení metalurgická délka pouze mírně vzroste o $0,4 \text{ m}$ a ustálí se na hodnotě $14,8 \text{ m}$.

Z uvedeného popisu je zřejmé, že prediktivní řídicí systém umožnil zaregulovat průtoky v jednotlivých okruzích aniž bylo nutné snížit licí rychlost. Současně bylo na rozdíl od řízení chladicími křivkami dosaženo prakticky neměnných středních povrchových teplot v jednotlivých okruzích a v místě rovnání. Naopak řízení dle chladicích křivek lze označit za nevhodné z důvodu zvýšení teplot v některých okruzích a zkrácení metalurgické délky. Řízení pomocí chladicích křivek rovněž vyžadovalo snížit licí rychlost a tím snížit produktivitu výroby, zatímco prediktivní systém provedl vhodnou regulaci aniž by ke snížení licí rychlosti došlo.

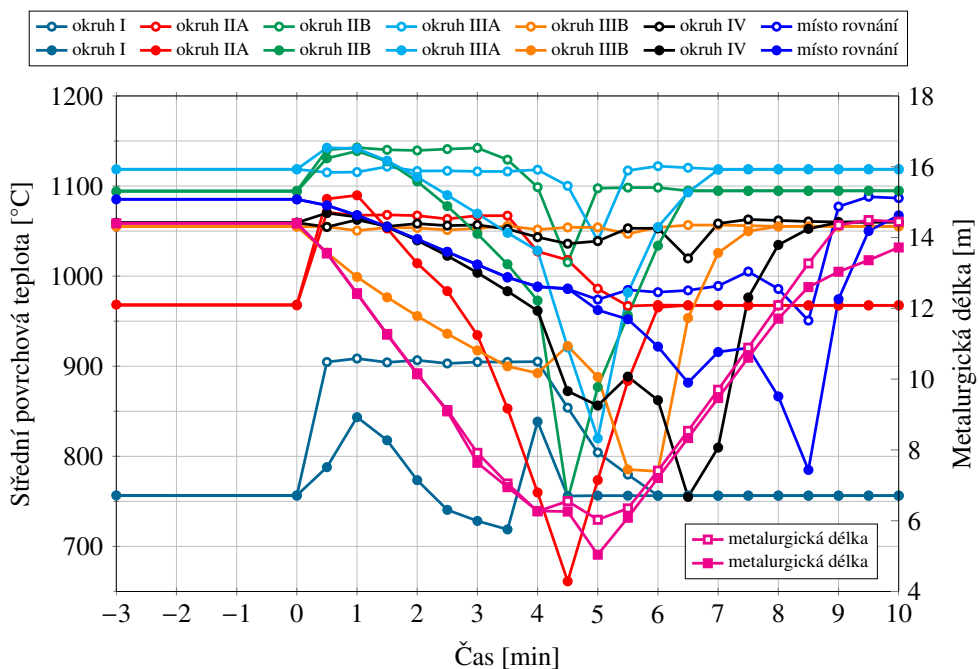
7.5.5 Případová studie 5 — letmá výměna mezipánve

Časová závislost průtoků v jednotlivých chladicích okruzích sekundárního chlazení je pro obě metody řízení letmé výměny mezipánve zobrazena na obrázku 7.34. Z obrázku je patrné, že regulace obou metod probíhá odlišně. Při řízení dle chladicích křivek dochází ke změně jednotlivých průtoků pouze během skutečného poklesu licí rychlosti v čase 0–4 min. Naopak regulace v jednotlivých okruzích dle prediktivního řízení probíhá postupně a to se setrvačností úměrné vzdálenosti daného okruhu od krystalizátoru. Rovněž hodnoty průtoků při obou způsobech regulace jsou do značné míry odlišné.

Průběhy středních povrchových teplot v jednotlivých okruzích, místě rovnání a metalurgické délky jsou zobrazeny na obrázku 7.35. Jak je patrné z obrázku, při řízení dle chladicích křivek střední povrchová teplota v okruhu I sice osciluje, nicméně i v případě prediktivního řízení byla povolena horní relaxace set-pointové teploty a dočasné zvýšení skutečné povrchové teploty. Nicméně v dalších chladicích okruzích IIA až IV dochází nejdříve (v první minutě od počátku výměny mezipánve) k navýšení středních povrchových teplot (v okruhu IIA dokonce až o cca 120°C), avšak dále následuje prudký pokles ve všech chladicích okruzích IIA–IV. V čase $4,5 \text{ min}$ poklesne střední povrchová teplota v okruhu IIA dokonce až na



Obrázek 7.34: Srovnání řízení pro studii 5 s letmou výměnou mezipánve prediktivního systému (spojité křivky) a dle chladicích křivek (čárkované křivky): průtoky.



Obrázek 7.35: Srovnání řízení pro studii 5 s letmou výměnou mezipánve pomocí prediktivního systému (křivky s body s bílým středem) a dle chladicích křivek (křivky s plně vybarvenými body): střední povrchové teploty a metalurgická délka.

660 °C a v okruhu IIB na teplotu 750 °C, které jsou přibližně o 300 °C nižší než optimální teploty. Podobné chování lze pozorovat rovněž ve zbývajících chladicích okruzích IIIA (pokles v čase 5 min na teplotu cca 820 °C), IIB (pokles v čase 5,5 min na teplotu cca 780 °C) a IV (v čase 6,5 min pokles na teplotu cca 750 °C). Naopak při prediktivní řízení sice během výměny mezipánve dochází k dočasnému zvýšení povrchových teplot v některých okruzích dle umožněné relaxace, nicméně teploty se postupně opět ustálí zpět na cílové set-point hodnoty. Teplota v místě rovnání při regulaci podle chladicích křivek výrazně poklesne až na teplotu cca 780 °C, naopak při prediktivním řízení je dodržen dolní limit 950 °C. Průběh metalurgické délky v čase je u obou způsobů řízení velmi podobný, pouze v nejkritičtějších čase 5 min je metalurgická délka při řízení chladicemi křivkami asi o 1 m kratší.

Z výše popsaného tepelného chování předlitku během regulace dle chladicích křivek lze prohlásit tento způsob řízení za jednoznačně nevhodný a nežádoucí. Naopak prediktivní řídicí systém dokázal zaregulovat průtoky tak, že z počátku došlo sice ke zvýšení středních povrchových teplot v některých okruzích, postupně ale toto navýšení teplot vymizelo a ve všech okruzích bylo dosaženo cílových povrchových teplot. Rovněž teplota v místě rovnání a metalurgická délka mají při prediktivním řízení příznivější průběh v čase než v případě řízení chladicemi křivkami.

7.5.6 Zhodnocení a závěr řízení pomocí prediktivního řídicího systému a použitím chladicích křivek

Jak vyplývá z výsledků a srovnání studovaných případů řízení dynamických změn uvedených v oddílech 7.4 a 7.5, vyvinutý prediktivní řídicí systém umožňuje výrazně lepší řízení provozu licího stroje s dynamickými změnami než řízení pomocí chladicích křivek. Pouze v případě mírného lineárního nárůstu licí rychlosti (případ s nejmenší dynamičností ze všech studovaných případů) lze považovat řízení dle chladicích křivek za přípustné a srovnatelné s prediktivním řízením. Naopak v ostatních případech bylo demonstrováno nevhodné použití chladicích křivek pro regulaci dynamických změn. V případě příznaku vzniku průvalu a letmé výměny mezipánve lze dokonce označit řízení chladicemi křivkami za naprosto nevhodné a nežádoucí. Naopak vyvinutý a implementovaný prediktivní řídicí systém dokázal pro všechny uvažované případy dynamických změn najít optimální řízení průtoků v sekundárním chlazení, které zajišťuje vhodný průběh středních povrchových teplot předlitku, teplotu v místě rovnání a metalurgickou délku. Vyvinutý prediktivní řídicí systém lze tedy považovat za dobrý nástroj pro řízení dynamického provozu licího stroje.

Závěr

OPTIMÁLNÍ provoz a řízení licího stroje pro plynulé odlévání oceli je v současné době nemyslitelné bez dokonalého porozumění fyzikální podstaty metody plynulého odlévání, numerických modelů teplotního pole plynule odlévaných předlitků a pokročilých metod optimalizace a optimálního řízení. Optimální řízení provozu licího stroje patří k základním úlohám v ocelárnách při výrobě oceli, které zásadním způsobem ovlivňují produktivitu výroby oceli, její kvalitu a jakost, konkurenceschopnost ocelárny a bezpečnost pracovníků a rovněž celkový dopad výroby oceli na životní prostředí.

V rámci dizertační práce byla provedena rešerše metody plynulého odlévání oceli a její počítačové modelování. Základním východiskem matematického popisu plynule odlévaného předlitku je Fourierova parciální diferenciální rovnice vedení tepla. Zahrnutím pohybu předlitku při jeho průchodu licím strojem vznikne Fourierova-Kirchhoffova rovnice, která je fundamentální částí modelu teplotního pole, jenž vznikl v rámci dizertační práce. Pro modelování vývinu latentních tepel fázových a strukturálních změn bylo použito metody entalpie, především z důvodu její přesnosti a numerické stability. Numerický model plynule odlévaného předlitku byl vytvořen a diskretizační rovnice byly odvozeny pomocí časově explicitní metody kontrolních objemů, která poskytuje přímý fyzikální vhled a paralelizaci výpočtu.

Matematický model teplotního pole a jeho numerické řešení je výpočetně velmi náročnou úlohou, která je dána především velikostí výpočetní sítě, nutností řešit nestacionární vývoj teplotního pole v čase a potřebou přepočítávat termofyzikální veličiny a okrajové podmínky v čase dle teploty oceli. Naopak pro optimalizaci a optimální řízení je vyžadován rychlý počítačový model, aby bylo umožněno provádět výpočty pro řízení a optimalizaci v reálném (pokud možno v co nejkratším) čase. Z uvedeného důvodu byla v rámci řešení dizertační práce provedena rešerše možností zrychlení výpočtu modelu pomocí jeho paralelizace. Jednou z možností je i vysoce masivní paralelizace na grafických kartách, které obsahují velké množství výpočetních jednotek a které jsou optimalizovány pro vykonávání identického kódu s různými daty. Přístup programování na grafických kartách (tzv. *general-purpose computing on graphics processing units*, GPGPU) NVIDIA s využitím výpočetní architektury CUDA byl použit pro implementaci počítačového modelu plynule odlévaného předlitku, čímž vznikl původní vysoce paralelizovaný GPU model. Při srovnání výpočetního výkonu paralelizovaného modelu provádějícího výpočet na grafické kartě a „obyčejného“ modelu počítajícího na CPU je paralelizovaný GPU model řádově v desítkách rychlejší než prostý CPU model.

Výpočetní výkon paralelizovaného GPU modelu byl využit pro vývoj systému pro prediktivní řízení plynulého odlévání oceli, který je prezentován v této dizertační práci. Potenciál využití velmi rychlého paralelizovaného GPU modelu je však mnohem širší. Model lze použít pro optimalizační výpočty dalšími řídicími systémy nebo algoritmy, které matematický model teplotního pole využívají. Díky výraznému zrychlení modelu teplotního pole je rovněž možné do vyvinutého modelu zakomponovat i např. model tepelného napětí nebo model struk-

tury, které jsou sami o sobě výpočetně velmi náročné. Existuje tedy realizovatelná možnost couplingu zmíněných modelů tak, že vzniklý model bude schopen počítat pole teplot, tepelného napětí a struktury v reálném čase. Takový model by otevřel další nové možnosti v oblasti řízení a optimalizace, např. s cílem minimalizovat tepelné napětí v předlitku nebo odlévat ocel s předem definovanou a požadovanou strukturou. Široké využití GPU modelu je rovněž i v reálném provozu v ocelárnách, např. pro případové studie, „předpočítávání“ provozních situací apod. Z výše uvedených důvodů a akademických i komerčních možností využití bude autor dizertační práce usilovat o patentní řízení a udělení ochranných patentových práv na vyvinutý GPU model teplotního pole plynule odlévaného předlitku. Tato skutečnost je také důvodem, proč dizertační práce neobsahuje CD se zdrojovými kódy počítačového modelu.

Přestože byl model nakonfigurován a ověřen pro geometrii a parametry licího stroje v Třineckých železárnách, je možné model snadno adaptovat na libovolný radiální licí stroj odlévající předlitky čtvercového formátu. Větší úpravou je rovněž možné model upravit a modifikovat pro Bramové lití. Model umožňuje simulovat odlévání libovolné oceli (nutností je pouze definování teplotně závislých termofyzikálních veličin), odvod tepla v krystalizátoru je možné pomocí váhové funkce libovolně specifikovat a model umožňuje pracovat s libovolnými chladicími tryskami, ke kterým jsou dostupná data z experimentálního měření, případně je možné použít empirickou definici součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami.

Přesnost numerického modelu je obecně do značné míry ovlivněna přesností vstupů do modelu. V případě modelu plynule odlévaného předlitku jsou jedním ze vstupů termofyzikální veličiny odlévané oceli. Z tohoto důvodu práce obsahuje základní přehled experimentálních metod a měřících přístrojů, které mohou být využity pro měření veličin ovlivňující teplotní pole předlitku: entalpie, tepelné vodivosti, tepelné kapacity a hustoty. V předkládané dizertační práci je rovněž uvedena analýza zabývající se vlivem odchylek chemického složení na teplotně závislý průběh termofyzikálních veličin a následně na utváření teplotního pole.

Vyvinutý a implementovaný počítačový model teplotního pole a jeho činnost byly ověřeny pomocí provozních dat a měření povrchových teplot pyrometry na licím stroji v Třineckých železárnách. Pro validaci a verifikaci modelu byly zvoleny tři značky oceli s různým chemickým složením a s odlišným obsahem uhlíku, pro jejichž tavby byl dostatek provozních a experimentálních dat z pyrometrických měření: nízkouhlíková ocel 9SMN28 s obsahem uhlíku 0,07 wt. %, středněuhlíková ocel TERMEX-1 s obsahem uhlíku 0,18 wt. % a vysokouhlíková ocel K70CAR s obsahem uhlíku 0,68 wt. %. Termofyzikální veličiny ocelí byly stanoveny pomocí solidifikačního modelu IDS. Konfigurace a odvod tepla z krystalizátoru v Třineckých železárnách byly převzaty z měření termočlánky na experimentálním krystalizátoru. Součinitel přestupu tepla pod chladicími tryskami v sekundární chladicí zóně a jeho stanovení bylo provedeno na základě provedených experimentů chladicích trysek za různých provozních podmínek na tzv. teplém modelu v Laboratoři přenosu tepla a proudění na Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně. Pro některé parametry byly rovněž využity empirické vztahy, např. v případě odvodu tepla z vodících válců nebo součinitele přirozené konvekce na povrchu předlitku v terciární chladicí zóně. Pro uvedené značky ocelí byla zpracována provozní data, pro které byl nakonfigurován model a parametry lití. Následně byly modelem vypočítány stacionární stavy teplotního pole a vzájemně porovnány povrchové teploty získané pyrometrickým měřením a modelem na dvou místech na boku předlitku, ve kterých pyrometrická měření probíhala. Pro všechny tři uvažované značky oceli bylo dosaženo dobré shody mezi pyrometrickým měřením povrchových teplot a teploty vypočítané vyvinutým počítačovým modelem. Tímto postupem byla ověřena správná činnost modelu a jeho validace s verifikací.

Vyvinutý počítačový model teplotního pole byl v poslední etapě řešení dizertační práce použit jako základní stavební kámen při tvorbě řídicího systému pro optimální řízení dynamických stavů provozu lícího stroje. Pro návrh a implementaci řídicího systému byl použit koncept prediktivního řízení pomocí počítačového modelu, tzv. *model-based predictive control*. Myšlenkou tohoto přístupu je využít počítačový model jako numerický senzor skutečného lícího stroje a pomocí něj predikovat pravděpodobný časový vývoj teplotního pole v budoucnosti na základě zvolené řídicí strategie. Hledání optimální strategie nastavení průtoků v chladicích okruzích probíhá iterativním způsobem v čase, při kterém je nutné opakovaně vyhodnocovat model a počítat predikci teplotního pole. Z tohoto důvodu se jedná o výpočetně náročnou úlohu. Do řídicího systému byl proto s výhodou začleněn vyvinutý velmi rychlý GPU model teplotního pole, který využívá pro výpočet grafické karty. Tímto bylo dosaženo poměrně rychlého systému, který dokáže některé situace řešit dokonce rychleji než je simulovaný reálný čas. Do vyvinutého predikčního řídicího systému byla implementována metoda efektivní lící rychlosti, která umožňuje kvalitativně lépe popsat způsob nastavení chladicích průtoků při dynamických změnách provozu lícího stroje než běžně používané chladicí křivky. Pomocí efektivní lící rychlosti byl pak v každé časové iteraci vypočten primární odhad optimálního průtoku, což umožnilo rychlejší konvergenci algoritmu hledajícího optimální průtoky v jednotlivých chladicích okruzích a tím i zrychlení celého výpočtu a zkrácení celkového výpočetního času.

Činnost vyvinutého predikčního řídicího systému byla demonstrována na pěti dynamických modelových situacích, ke kterým může při provozu lícího stroje docházet. Byla uvažována dynamická změna (1) mírného lineárního nárůstu lící rychlosti, ke které dochází při zrychleném chladnutí oceli v mezipánvi vlivem tepelných ztrát, (2) skokového poklesu lící rychlosti, ke kterému může dojít např. při havarijním stavu lícího stroje (porucha regulace hladiny v krystalizátoru, porucha otevření pánve při dodávce taveniny do mezipánve), (3) příznak vzniku průvalu v krystalizátoru, při kterém je protiprůvalovým systémem dočasně snížena lící rychlost na přibližně poloviční hodnotu než byla hodnota lící rychlosti před detekcí vzniku průvalu, (4) odlévání nové tavby v sekvenci, při které dochází ke skokové změně lící teploty vlivem nové taveniny dopravené do mezipánve a (5) letmá výměna mezipánve, při které dochází k výraznému poklesu lící rychlosti na dobu několik minut tak, aby byla technologicky umožněna výměna mezipánve. Pro všechny výše uvedené případy bylo nalezeno optimální řízení průtoků vody v chladicích okruzích sekundární chladicí zóny, které bylo následně okomentováno a zhodnoceno. Pro všechny studované případy dynamických změn bylo rovněž provedeno řízení sekundárního chlazení pomocí chladicích křivek. Vyhodnocením a srovnáním řízení pomocí chladicích křivek a pomocí vyvinutého predikčního řídicího systému bylo zřetelně prokázáno, že implementovaný predikční řídicí systém umožňuje výrazně lepší řízení uvažovaných dynamických stavů během lití než běžně používané řízení pomocí chladicích křivek, které v některých případech vedlo k naprosto nežádoucím tepelným stavům předlitku.

Závěrem lze konstatovat, že všechny cíle dizertační práce vymezené při státní doktorské zkoušce byly plně splněny a v některých ohledech i překročeny, především vyvinutým GPU modelem teplotního pole. Za hlavní přínos považuje autor práce především (1) vyvinutý velmi rychlý paralelizovaný model teplotního pole, který využívá k výpočtu grafické karty a (2) vyvinutý predikční řídicí systém, který umožňuje efektivně řešit optimální řízení dynamických stavů během provozu lícího stroje. Oba výstupy mohou být snadno modifikovány pro libovolný lící stroj čtvercového formátu (po větších úpravách i pro brambové lití). Z tohoto důvodu u obou výše uvedených výstupů práce současně existuje značný potenciál pro jejich další využití, a to jak v aplikacích se zaměřením na výzkum a vývoj, tak i pro komerčním použití v ocelárnách a hutích. Autor práce má rovněž v úmyslu provést patentní řízení nebo jiný způsob na ochranu

práv duševního vlastnictví zmíněných hlavních výstupů dizertační práce. Dílčí výsledky své práce průběžně během celého doktorského studia autor dizertační práce publikoval v příspěvcích na řadě tuzemských i zahraničních konferencí a v odborných vědeckých časopisech, viz [A1]–[A22]. Další činnost autora bude zaměřena na integraci modelu struktury a napětí do vyvinutého modelu teplotního pole, vývoj a modifikace modelu pro neat-net-shape licí stroje, jenž se vyznačují vysokými licími rychlostmi a další rozvoj predikčního řídicího systému pro řízení provozu licího stroje.

Autor dizertační práce se během svého doktorského studia rovněž zapojil do řešení související problematiky modelování materiálů s fázovými změnami, tzv. phase change materials (PCM), ve které uplatnil mnohé poznatky a znalosti získané při řešení dizertační práce. V rámci této činnosti byly vytvořeny počítačové modely, které byly následně použity pro analýzy nebo optimalizaci provozu zařízení s PCM, např. solárních kolektorů a tepelných výměníků. Z této a dalších souvisejících činností vznikla řada příspěvků na vědeckých konferencích a publikací v odborných časopisech, viz [B1]–[B21].

Dílčí výsledky práce byly rovněž součástí řešení projektů, na jejichž řešení se autor dizertační práce během svého doktorského studia podílel: výzkumné projekty GAČR 106/09/0940 *Numerický a stochastický model plynule odlévaných ocelových předlitků obdélníkového profilu*, GAČR P107/11/1566 *Analýza vlivu metalurgicko-materiálových a technologických parametrů kontinuálně litých ocelových předlitků na jejich kvalitu a na stabilitu pochodu*, GAČR 106/08/0606 *Modelování přenosu tepla a hmoty při tuhnutí rozměrných systémů hmotných kovových materiálů*, GAČR P101/11/1047 *Tlumení kolísání teploty tekutiny pomocí akumulace tepla při změně skupenství*, COST OC10051 *Využití materiálů se změnou skupenství pro vyšší efektivnost solárních vzduchových systémů* a juniorských projektů specifického výzkumu interní grantové agentury VUT v Brně FSI-J-13-1977 *Rozvoj numerických metod, paralelizace a optimalizace v problematické tepelných procesů s fázovými změnami*, FSI-J-12-22 *Aplikace metod numerického modelování a optimalizace v inženýrských úlohách se změnou skupenství a struktury*, FSI-J-11-7 *Optimalizace a modelování úloh s fázovými a strukturálními přeměnami* a FSI-J-10-8 *Matematické modelování a optimalizace v průmyslových aplikacích*. Získané dílčí výsledky byly rovněž uplatněny jako řešení projektů výzkumných infrastruktur OP VaVpI ED0002/01/01 NETME Centre a navažujícího projektu LO1202 NETME Centre PLUS. V letech 2011–2013 byl autor práce držitelem stipendia Brno PhD Talent pro doktorské studenty. Autor se rovněž podílel na spolupráci s průmyslovým partnerem Železiarne Podbrezová a ŽP VVC, Slovensko, na studii možností nasazení dynamického modelu teplotního pole do řídicího systému ocelárny.

Seznam použitých zdrojů

- [1] AL-AHMADI, H. M., YAO, S. C. Spray cooling of high temperature metals using high mass flux industrial nozzles. *Experimental Heat Transfer*, ročník 21, č. 1, 2008: s. 38–54. ISSN 0891-6152.
- [2] ALIZADEH, M., JAHROMI, A. J., ABOUALI, O. New analytical model for local heat flux density in the mold in continuous casting of steel. *Computational Materials Science*, ročník 44, č. 2, 2008: s. 807–812. ISSN 0927-0256.
- [3] ANDERSSON, J. O., HELANDER, T., HOGLUND, L. H., SHI, P. F., SUNDMAN, B. Thermo-Calc & Dictra, computational tools for materials science. *CALPHAD — Computer Coupling of Phase Diagrams and Thermochemistry*, ročník 26, č. 2, 2002: s. 273–312. ISSN 0364-5916.
- [4] ARPACI, V. S. *Conduction Heat Transfer*. První vydání. Addison Wesley, 1966. 550 s. ISBN 978-0201003598.
- [5] ASHBY, M. F., JONES, D. R. H. *Engineering Materials 1: An Introduction to Properties, Applications and Design*. Třetí vydání. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2005. 424 s. ISBN 0-7506-63804.
- [6] ASHBY, M. F., JONES, D. R. H. *Engineering Materials 2: An Introduction to Microstructures, Processing and Design*. Třetí vydání. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2006. 451 s. ISBN 0-7506-6381-2.
- [7] BATRAEVA, A., ISHMETEV, E., ANDREEV, S., PARSUNKIN, B., SALIKHOV, Z., SVETLOV, A. Dynamic control of the billet temperature in continuous-casting machines. *Steel in Translation*, ročník 37, č. 11, 2007: s. 908–913. ISSN 0967-0912.
- [8] BAZARAA, M. S., SHERALI, H. D., SHEETY, C. M. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. Druhé vydání. New York: John Wiley, 1993. 638 s. ISBN 0-471-55793-5.
- [9] BEER, G. *Programming the Boundary Element Method: An Introduction for Engineers*. První vydání. Chichester: Wiley & Sons, 2001. 472 s. ISBN 978-0471863335.
- [10] BERNARDIN, J. D., MUDAWAR, I. Film boiling heat transfer of droplet streams and sprays. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, ročník 40, č. 11, 1997: s. 2579–2593. ISSN 0017-9310.
- [11] BIRGE, J. R., LOUVEAUX, F. *Introduction to Stochastic Programming*. Springer Series in Operations Research, New York: Springer Verlag, 1997. 445 s. ISBN 0-387-98217-5.
- [12] BLUMM, J.: *Handbook of Measurement in Science and Engineering*, kapitola Thermal Conductivity of Engineering Materials. První vydání. Wiley, 2013, s. 1189–1212. ISBN 978-0-118-38464-0.
- [13] BÖHM, Z., CAGAŠ, J., DOLEJŠÍ, Z., KUČERA, J., PĚTROŠ, J., ŠMRHA, L. *Plynulé odlévání oceli*. První vydání. Praha: SNTL Nakladatelství technické literatury, 1992. 448 s. ISBN 80-03-00661-9.

-
- [14] BRANDT, D. A., WARNER, J. C. *Metallurgy Fundamentals*. Čtvrté vydání. Tinley Park: Goodheart-Willcox Publisher, 2005. 301 s. ISBN 1-59070-345-6.
- [15] CARSLAW, H. S., JAEGER, J. C. *Conduction of heat in solids*. Druhé vydání. New York: Oxford University Press, 1986. 510 s.
- [16] CASTILLA, M., ALVAREZ, J. D., BERENGUEL, M., RODRIGUEZ, F., GUZMAN, J. L., PEREZ, M. A comparison of thermal comfort predictive control strategies. *Energy and Buildings*, ročník 43, č. 10, 2011: s. 2737–2746. ISSN 0378-7788.
- [17] ÇENGEL, Y., GHAJAR, A. *Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications*. Čtvrté vydání. New York: McGraw-Hill, 2010. 924 s. ISBN 978-0077366643.
- [18] ÇENGEL, Y. A., BOLES, M. A. *Thermodynamics: An Engineering Approach*. 7. vydání. McGraw-Hill, 2011. 978 s. ISBN 978-007-131111-3.
- [19] CHAKRABORTI, N., KUMAR, K. S., ROY, G. G. A heat transfer study of the continuous caster mold using a finite volume approach coupled with genetic algorithms. *Journal of materials engineering and performance*, ročník 12, č. 4, 2003: s. 430–435. ISSN 1059-9495.
- [20] CHANG, Y.-H., ZHANG, J.-Q., Development and Application of Dynamic Secondary Cooling Control Model for Beam Blank Casting Based on FEM. In *Manufacturing processes and systems, Advanced Materials Research*, ročník 148-149, Zurich: Trans Tech Publications, 2011, s. 569–574. ISBN 978-0-87849-201-5.
- [21] CHAUDHURI, S., SINGH, R. K., PATWARI, K., MAJUMDAR, S., RAY, A. K., SINGH, A. K. P., NEOGI, N. Design and implementation of an automated secondary cooling system for the continuous casting of billets. *ISA Transactions*, ročník 49, č. 1, 2010: s. 121–129. ISSN 0019-0578.
- [22] CHEN, W., ZHANG, Y. Z., WANG, B. X. Optimisation of continuous casting process parameters based on coupled heat and stress model. *Ironmaking & Steelmaking*, ročník 37, č. 2, 2010: s. 147–154. ISSN 0301-9233.
- [23] CHEN, W., ZHANG, Y. Z., ZHU, L. G., ZHANG, C. J., CHEN, Y., WANG, B. X., WANG, C. Three-dimensional FEM study of fluid flow in mould for beam blank continuous casting: influence of straight through conduit type SEN. *Ironmaking & Steelmaking*, ročník 39, č. 8, 2012: s. 551–559. ISSN 0301-9233.
- [24] CHILDS, P. R. N. *Practical Temperature Measurement*. První vydání. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001. 368 s. ISBN 978-0750650809.
- [25] CHILDS, P. R. N.: *Handbook of Measurement in Science and Engineering*, ročník 1, kapitola Temperature Measurement. První vydání. Wiley, 2013, s. 483–526. ISBN 978-0-470-40477-5.
- [26] CHO, K.-H., KIM, B.-M. Numerical analysis of secondary cooling in continuous slab casting. *Journal of Materials Science and Technology*, ročník 24, č. 3, 2008: s. 389–390. ISSN 1005-0302.
- [27] CHVORINOV, N. *Krystalisace a nestejnorodost oceli*. První vydání. Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 381 s.
- [28] CICCUTTI, C. Heat transfer in the continuous casting of steels – Part 2. Secondary cooling. *Revista de Metallurgia*, ročník 33, č. 6, 1997: s. 393–402.
- [29] CONSTALES, D., KACUR, J., VAN KEER, R. On the optimal cooling strategy for variable-speed continuous casting. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, ročník 53, č. 3, 2002: s. 539–565. ISSN 0029-5981.
- [30] CRAMB, A. W.: *Fundamentals of metallurgy*, kapitola Solidification and steel casting. První vydání. Cambridge: Woodhead Publishing, 2005, s. 399–452. ISBN 978-1-85573-927-7.

- [31] DITTEL, D.: *Numerický model tuhnutí kruhového předlitku*. dizertační práce, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Ostrava, 2010, Školitel prof. Ing. Miroslav Příhoda, CSc.
- [32] DOLEJŠÍ, Z., JUREČKA, P., MOLÍNEK, J., PŘÍHODA, M., RÉDR, M. *Plynulé odlévání oceli (Poradenská příručka č. 42/1): díl I. Tepelně technické poměry při plynulém odlévání oceli*. Druhé vydání. Praha: Technickoekonomický výzkumný ústav hutního průmyslu, 1989. 383 s.
- [33] DOLEJŠÍ, Z., PŘÍHODA, M., MOLÍNEK, J., JUREČKA, P., VESELÝ, K. *Plynulé odlévání oceli (Poradenská příručka č. 42/2): díl II. Nové systémy v technologii plynulého odlévání oceli*. První vydání. Praha: Technickoekonomický výzkumný ústav hutního průmyslu, 1988. 383 s.
- [34] DORAZIL, E., AJ. *Nauka o materiálu I*. SNTL — Nakladatelství technické literatury, 1986. 248 s.
- [35] DOU, Z., LIU, Q., WANG, B., ZHANG, X., ZHANG, J., HU, Z. Evolution of Control Models for Secondary Cooling in Continuous Casting Process of Steel. *Steel Research International*, ročník 82, č. 10, 2011: s. 1220–1227. ISSN 1611-3683.
- [36] DUNCAN, J.: *Principles and Applications of Thermal Analysis*, kapitola Principles and Applications of Mechanical Thermal Analysis. První vydání. Oxford: Blackwell Publishing, 2008, s. 119–163. ISBN 978-1-4051-3171-1.
- [37] EMI, T.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Surface Defects on Continuously Cast Strands. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [38] EVANS, L. C. *Partial Differential Equations*. Druhé vydání. Rhode Island: American Mathematical Society, 2010. 749 s. ISBN 978-0821849743.
- [39] FENG, H., CHEN, L., XIE, Z., DING, Z., SUN, F. Generalized constructal optimization for solidification heat transfer process of slab continuous casting based on heat loss rate. *Energy*, ročník 66, 2014: s. 991–998. ISSN 0360-5442.
- [40] FLEMINGS, M. C., KOSEKI, T.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Solidification of Steel. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [41] FRUEHAN, R. J.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Steelmaking and refining*, kapitola Overview of steelmaking processes and their development. 11. vydání. Pittsburgh: AISE Steel Foundation, 1998, s. 1–12. ISBN 0-930767-02-0.
- [42] FU, W.-S., WANG, W.-H., HUANG, S.-H. An investigation of natural convection of three dimensional horizontal parallel plates from a steady to an unsteady situation by a CUDA computation platform. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, ročník 55, č. 17-18, 2012: s. 4638–4650. ISSN 0017-9310.
- [43] FUENTES, E. J., SILVA, C. A., YUZ, J. I. Predictive Speed Control of a Two-Mass System Driven by a Permanent Magnet Synchronous Motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, ročník 59, č. 7, 2012: s. 2840–2848. ISSN 0278-0046.
- [44] GASKELL, D. R. *Introduction to the Thermodynamics of Materials*. Čtvrté vydání. Taylor & Francis, 2003. 746 s. ISBN 0-203-42849-8.
- [45] GILLES, H. L.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Primary and Secondary Cooling Control. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [46] GONZALEZ, M., GOLDSCHMIT, M., ASSANELLI, A., BERDAGUER, E., DVORKIN, E. Modeling of the solidification process in a continuous casting installation for steel slabs. *Metallurgical*

- and materials transactions B: Process metallurgy and materials processing science*, ročník 34, č. 4, 2003: s. 455–473. ISSN 1073-5615.
- [47] GUO, B.-Z., SUN, B. Numerical solution to the optimal feedback control of continuous casting process. *Journal of Global Optimization*, ročník 39, č. 2, 2007: s. 171–195. ISSN 0925-5001.
- [48] HA, J., CHO, J., LEE, B., HA, M. Numerical analysis of secondary cooling and bulging in the continuous casting of slabs. *Journal of Materials Science and Technology*, ročník 113, č. 1-3, JUN 15 2001: s. 257–261. ISSN 0924-0136.
- [49] HAŁADA, B., CEBO-RUDNICKA, A., MALINOWSKI, Z., GOŁDASZ, A. The influence of thermal stresses and strand bending on surface defects formation in continuously cast strands. *Archives of Metallurgy and Materials*, ročník 56, č. 2, 2011: s. 367–377.
- [50] HANLEY, P. J., KOLLBERG, S. G.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Electromagnetic Methods for Continuous Casting. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [51] HARDIN, R. A., LIU, K., KAPOOR, A., BECKERMANN, C. A transient simulation and dynamic spray cooling control model for continuous steel casting. *Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science*, ročník 34, č. 3, 2003: s. 297–306. ISSN 1073-5615.
- [52] HEINRICH, J. C.: *Handbook of Numerical Heat Transfer*, kapitola Finite-Element Method. Druhé vydání. New York: Wiley & Sons, 2006, s. 91–124. ISBN 978-0471348788.
- [53] HLUCHÝ, M., KOLOUCH, J., KOPEC, R., MODRÁČEK, O. *Strojírenská technologie 1: Nauka o materiálu*. SNTL — Nakladatelství technické literatury, 1978.
- [54] HÖHNE, G. W. H., HEMINGER, W. F., FLAMMERSHEIM, H.-J. *Differential Scanning Calorimetry*. Druhé vydání. Springer, 2003. 298 s. ISBN 978-3-642-05593-5.
- [55] HOLAPPA, L.: *Treatise on Process Metallurgy: Industrial Processes*, kapitola Secondary steel-making. Elsevier, 2014, s. 301–345. ISBN 978-0-08-096988-6.
- [56] HORSKÝ, J., RAUDENSKÝ, M., Measurement of heat transfer characteristics of secondary cooling in continuous casting. In *Sborník příspěvků 14th Conference on Metallurgy and Materials METAL*, Ostrava: Tanger, s.r.o., 2005, s. 1–8. ISBN 80-86840-13-1.
- [57] INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P., BERGMAN, T. L., LAVINE, A. S. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 6. vydání. New York: Wiley & Sons, 2010. 886 s. ISBN 978-0470881453.
- [58] INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P., BERGMAN, T. L., LAVINE, A. S. *Principles of Heat and Mass Transfer*. 7. vydání. Wiley, 2013. 1048 s. ISBN 978-0-470-64615-1.
- [59] IVANOVA, A. A., Model predictive control of secondary cooling modes in continuous casting. In *Sborník příspěvků 22nd International Conference on Metallurgy and Materials METAL*, Ostrava: Tanger s.r.o., 2013, s. 1–6. ISBN 978-80-87294-39-0.
- [60] IVANOVA, A. A. Predictive control of water discharge in the secondary cooling zone of a continuous caster. *Metallurgist*, ročník 57, č. 7-8, 2013: s. 592–599. ISSN 0026-0894.
- [61] JABRI, K., DUMUR, D., GODOY, E., MOUCHETTE, A., BELE, B. Particle swarm optimization based tuning of a modified smith predictor for mould level control in continuous casting. *Journal of Process Control*, ročník 21, č. 2, 2011: s. 263–270. ISSN 0959-1524.
- [62] JALKANEN, H., HOLAPPA, L.: *Treatise on Process Metallurgy: Industrial Processes*, kapitola Converter steelmaking. Elsevier, 2014, s. 223–270. ISBN 978-0-08-096988-6.
- [63] JANIK, M., DYJA, H., BERSKI, S., BANASZEK, G. Two-dimensional thermomechanical analysis of continuous casting process. *Journal of Materials Processing Technology*, ročník 153–154, č. 1, 2004: s. 578 – 582. ISSN 0924-0136.

- [64] JANOSCH, E. Plynulé odlévání sochorových a blokových předlitků. *Hutnické aktuality*, ročník 30, č. 10, 1989: s. 1–44. ISSN 0322-8525.
- [65] JI, C., LUO, S., ZHU, M. Analysis and application of soft reduction amount for bloom continuous casting process. *ISIJ International*, ročník 54, č. 3, 2014: s. 504–510. ISSN 0915-1559.
- [66] JI, W., LI, J., LI, F.-S. Mathematical modeling of temperature field in continuous casting rolls for design optimization of internal cooling system. *Numerical Heat Transfer A – Applications*, ročník 56, č. 3, 2009: s. 269–285. ISSN 1040-7782.
- [67] JIJL, L. M. *Heat Conduction*. Třetí vydání. Springer, 2009. 418 s. ISBN 978-3-642-01266-2.
- [68] JOHNSON, C. *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*. První vydání. New York: Dover Publications, 2009. 288 s. ISBN 978-0486469003.
- [69] JOSTH, R., ANTIKAINEN, J., HAVEL, J., HEROUT, A., ZEMCIK, P., HAUTA-KASARI, M. Real-time PCA calculation for spectral imaging (using SIMD and GP-GPU). *Journal of Real-Time Image Processing*, ročník 7, č. 2, 2012: s. 95–103. ISSN 1861-8200.
- [70] JURIC, D., TRYGGVASON, G. A Front-Tracking Method for Dendritic Solidification. *Journal of Computational Physics*, ročník 123, č. 1, 1996: s. 127–148. ISSN 0021-9991.
- [71] KALL, P., WALLACE, S. W. *Stochastic Programming*. Druhé vydání. Chichester: John Wiley & Sons, 1994. 326 s.
- [72] KAVIANY, M. *Essentials of Heat Transfer: Principles, Materials, and Applications*. První vydání. Cambridge University Press, 2011. 722 s. ISBN 978-1-107-01240-0.
- [73] KAVIČKA, F., ŠTĚTINA, J., SEKANINA, B., STRÁNSKÝ, K.: Výzkum, vývoj a zavedení do výroby dynamického modelu řízení technologie pro plynulé odlévání sochorů. Závěrečná zpráva o řešení projektu výzkumu a vývoje MPO ČR č. FI-IM/021, FSI VUT v Brně, Brno, 2007.
- [74] KLIMEŠ, L.: *Stochastic Programming Algorithms*. Diplomová práce, Vysoké učení technické v Brně, 2010, 95 s. Vedoucí práce RNDr. Pavel Popela, Ph.D.
- [75] KODUR, V., DWAIKAT, M., FIKE, R. High-temperature properties of steel for fire resistance modeling of structures. *Journal of Materials in Civil Engineering*, ročník 22, č. 5, 2010: s. 423–434. ISSN 0899-1561.
- [76] KONDO, O., HAMADA, K., KURIBAYASHI, T., TANIZAWA, Y., SATO, A., INOUE, T., New dynamic spray control system for secondary cooling zone of continuous casting machine. In *Steelmaking Conference Proceedings*, Dallas, USA, 1993, s. 309–314.
- [77] KOR, G. J. W., GLAWS, P. C.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Ladle Operations. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [78] KOTRBÁČEK, P., LUKS, T., HORSKÝ, J.: Měření chladících účinků trysek konti, etapa I pro ŽP VVC s.r.o. Technická zpráva, Laboratoř přenosu tepla a proudění, FSI VUT v Brně, 2010.
- [79] KREITH, F., MANGLIK, R. M., BOHN, M. S. *Principles of Heat Transfer*. 7. vydání. Pacific Grove: CL Engineering, 2010. 784 s. ISBN 978-0495667704.
- [80] KUSHNAREV, A. V., SUPOV, A. V., KHRULEV, A. E., SHCHERBAKOV, S. P. Determination of the heat transfer factor characterizing sprayer cooling of continuously cast blanks. *Metal Science and Heat Treatment*, ročník 49, č. 9–10, 2007: s. 497–500.
- [81] KUZNIK, F., VIRGONE, J., ROUX, J.-J. Energetic efficiency of room wall containing PCM wallboard: A full-scale experimental investigation. *Energy and Buildings*, ročník 40, č. 2, 2008: s. 148–156. ISSN 0378-7788.

- [82] Лариков, Л. Н., Юрченко, Ю. Ф. Структура и свойства металлов и сплавов: ТЕРМОВЫЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ. Киев: Наукова думка, 1985. 439 с.
- [83] LEE, J. H. Model Predictive Control: Review of the Three Decades of Development. *International Journal of Control Automation and Systems*, ročník 9, č. 3, 2011: s. 415–424. ISSN 1598-6446.
- [84] LEVEQUE, R. J. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. První vydání. Cambridge University Press, 2002. 578 s. ISBN 978-0521009249.
- [85] LI, C.-Y., GARIMELLA, S. V., SIMPSON, J. Fixed-grid front-tracking algorithm for solidification problems, part I: Method and validation. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, ročník 43, č. 2, 2003: s. 117–141. ISSN 10407790.
- [86] LI, CH.: *Thermal-mechanical model of solidifying steel shell behavior and its applications in high speed continuous casting of billets*. Dizertační práce, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2005, vedoucí práce B. G. Thomas.
- [87] LI, Y., ZHAI, Y., WANG, Z., AO, Z. The application of breakout prediction system with thermal imaging. *Advances in Metallurgical and Mining Engineering*, ročník 402, č. 1, 2012: s. 386–389. ISSN 1022-6680.
- [88] LIU, G. R. *Mesh Free Methods: Moving Beyond the Finite Element Method*. Druhé vydání. Boca Raton: CRC Press, 2009. 792 s. ISBN 978-0849312380.
- [89] LIU, K., ZHANG, J. Numerical analysis of optimum soft reduction amount for continuous casting slab. *Metalurgia International*, ročník 17, č. 4, 2012: s. 14–18. ISSN 1582-2214.
- [90] ЛИВШИЦ, Б. Г., КРАПОШИН, В. С., ЛИНЕЦКИЙ, Я. Л. Физические свойства металлов и сплавов. Москва: Металлургия, 1980. 318 с.
- [91] LOTOV, A., KAMENEV, G., BEREZKIN, V., MIETTINEN, K. Optimal control of cooling process in continuous casting of steel using a visualization-based multi-criteria approach. *Applied Mathematical Modelling*, ročník 29, č. 7, 2005: s. 653–672. ISSN 0307-904X.
- [92] LOUHENKILPI, S.: *Treatise on Process Metallurgy: Industrial Processes*, kapitola Continuous casting of steel. Elsevier, 2014, s. 373–434. ISBN 978-0-08-096988-6.
- [93] LOUHENKILPI, S., LAITINEN, E., NIEMINEN, R. Real-time simulation of heat transfer in continuous casting. *Metallurgical Transactions B*, ročník 24, č. 4, 1993: s. 685–693. ISSN 0360-2141.
- [94] LUO, S., ZHU, M., LOUHENKILPI, S. Numerical simulation of solidification structure of high carbon steel in continuous casting using cellular automaton method. *ISIJ International*, ročník 52, č. 5, 2012: s. 823–830. ISSN 0915-1559.
- [95] MA, H., WANG, Q., LI, Y.-G., LU, Y.-J., HE, S. Optimization on the secondary cooling patterns for wide and thick continuous casting slab corner. *Metalurgia International*, ročník 17, č. 6, 2012: s. 30–34. ISSN 1582-2214.
- [96] MA, J. C., XIE, Z., CI, Y., JIA, G. L. Simulation and application of dynamic heat transfer model for improvement of continuous casting process. *Materials Science and Technology*, ročník 25, č. 5, 2009: s. 636–639. ISSN 0267-0836.
- [97] МАЧАЧКОВА, А., КОСИЧ, Р. *Сдѣленіє тепла а протѣніє*. První vydání. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2012. 187 s. ISBN 978-80-248-2576-2.
- [98] MADIAS, J.: *Treatise on Process Metallurgy: Industrial Processes*, kapitola Electric furnace steelmaking. Elsevier, 2014, s. 271–300. ISBN 978-0-08-096988-6.
- [99] MAESTRE, J. M., DE LA PENA, D. M., SAMACHO, E. F. Distributed model predictive control based on a cooperative game. *Optimal Control Applications & Methods*, ročník 32, č. 2, SI, 2011: s. 153–176. ISSN 0143-2087.

- [100] Маковский, В. А. Эмпирические формулы для выражения температурной зависимости теплофизических свойств стали. *Сталь*, роčník 41, č. 1, 1972: s. 87–89. ISSN 0038–920X.
- [101] MAUDER, T.: *Optimalizace Bramového plynulého odlévání oceli za pomoci numerického modelu teplotního pole*. Dizertační práce, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012, 150 s. Vedoucí práce prof. Ing. František Kavička, CSc.
- [102] MAUDER, T., ŠANDERA, Č., ŠTĚTINA, J. A fuzzy-based optimal control algorithm for a continuous casting process. *Materiali in tehnologije*, ročník 46, č. 4, 2012: s. 325–328. ISSN 1580-2949.
- [103] MAUDER, T., ŠANDERA, V., ŠTĚTINA, J., ŠEDA, M. Optimization of the quality of continuously cast steel slabs using the firefly algorithm. *Materiali in tehnologije*, ročník 45, č. 4, 2011: s. 347–350. ISSN 1580-2949.
- [104] MENG, Y. A., THOMAS, B. G. Heat-transfer and solidification model of continuous slab casting: CON1D. *Metallurgical and materials transactions B: Process metallurgy and materials processing science*, ročník 34, č. 5, 2003: s. 685–705. ISSN 1073-5615.
- [105] MICHALSKI, L., ECKERSDORF, K., KUCHARSKI, J., MCGHEE, J. *Temperature Measurement*. Druhé vydání. Chichester: Wiley, 2001. 501 s. ISBN 0-471-86779-9.
- [106] MIETTINEN, J. Mathematical simulation of interdendritic solidification of low-alloyed and stainless-steels. *Metallurgical Transactions A - Physical Metallurgy nad Materials Science*, ročník 23, č. 4, 1992: s. 1155–1170. ISSN 0360-2133.
- [107] MIETTINEN, J. Effect of alloying upon phase-transformation and the connected cracking susceptibility in special cast steels – A theoretical study. *Scandinavian Journal of Metallurgy*, ročník 22, č. 6, DEC 1993: s. 317–324. ISSN 0371-0459.
- [108] MIETTINEN, J. Calculation of Solidification-Related Thermophysical Properties for Steels. *Metallurgical and Materials Transactions B*, ročník 28B, č. 2, 1997: s. 281–297. ISSN 1073-5615.
- [109] MIETTINEN, J.: *IDS: Solidification analysis package for steels*. Laboratory of Metallurgy, Helsinki University of Technology, 1999, uživatelský manuál, 22 s.
- [110] MIETTINEN, J., LOUHENKILPI, S., KYTÖNEN, H., LAINE, J. IDS: Thermodynamic–kinetic–empirical tool for modelling of solidification, microstructure and material properties. *Mathematics and Computers in Simulation*, ročník 80, č. 7, 2010: s. 1536–1550. ISSN 0378-4754.
- [111] MILLER, T. W., JIMENEZ, J., SHARAN, A., GOLDSTEIN, D. A.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Steelmaking and refining*, kapitola Oxygen steelmaking processes. eleventh vydání. Pittsburgh: AISE Steel Foundation, 1998, s. 475–524. ISBN 0-930767-02-0.
- [112] MILLS, K. C.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Mold Powders for Continuous Casting. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [113] MILLS, K. C.: *Treatise on Process Metallurgy: Industrial Processes*, kapitola How mold fluxes work. Elsevier, 2014, s. 435–475. ISBN 978-0-08-096988-6.
- [114] MITSUTSUKA, M. Heat transfer coefficients in the surface temperature range of 400 to 800 °C during water-spray cooling of hot steel product. *Tetsu-to-hagane*, ročník 69, č. 2, 1983: s. 268–274.
- [115] MIZOGUCHI, S.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Structural Control of Casting. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.

- [116] MUHIEDDINE, M., CANOT, E., MARCH, R. Various Approaches for Solving Problems in Heat Conduction with Phase Change. *International Journal On Finite Volumes*, ročník 6, č. 1, 2009.
- [117] NOCEDAL, J., WRIGHT, S. *Numerical Optimization*. Druhé vydání. New York: Springer, 2006. 686 s. ISBN 978-0387303031.
- [118] OLDEWURTEL, F., PARISIO, A., JONES, C. N., AJ. Use of model predictive control and weather forecasts for energy efficient building climate control. *Energy and Buildings*, ročník 45, 2012: s. 15–27. ISSN 0378-7788.
- [119] OMACHT, D., KUBÁNEK, Z., HURNÍK, A., GLOSSMANN, P.: Měření povrchových teplot plynule litého sochoru. Technická zpráva, Třinecké železárny, Třinec, 2005, ZPO 2 – 8. proud.
- [120] ORLANDE, H. R. B., COLAÇO, M. J., MALTA, A. A. Estimation of the heat transfer coefficient in the spray cooling of continuously cast slabs. *ASME – Heat Transfer Division*, ročník 340, č. 1, 1997: s. 109–116. ISSN 0272-5673.
- [121] ORO, E., DE GRACIA, A., CASTELL, A., FARID, M. M., CABEZA, L. F. Review on phase change materials (PCMs) for cold thermal energy storage applications. *Applied Energy*, ročník 99, 2012: s. 513–533. ISSN 0306-2619.
- [122] PARKER, W. J., JENKINS, R. J., ABBOTT, G. L., BUTLER, C. P. Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity. *Journal of Applied Physics*, ročník 32, č. 9, 1961: s. 1679–1684. ISSN 0021-8979.
- [123] PASCON, F., CESCOTTO, S., HABRAKEN, A. M. A 2.5D finite element model for bending and straightening in continuous casting of steel slabs. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, ročník 68, č. 1, 2006: s. 125–149.
- [124] PATANKAR, S. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. První vydání. New York: Taylor & Francis, 1980. 214 s. ISBN 978-0891165224.
- [125] PAXTON, H. W.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Alloying Elements in Continuously Cast Steel Products. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [126] PENG, Z., HU, W., BAO, Y., WANG, M., ZHANG, L., ZHANG, C. Research and application of dynamic secondary cooling control system for a continuous steel billet caster. *Advanced Materials Research*, ročník 572, č. 1, 2012: s. 404–409.
- [127] PEPPER, D. W.: *Handbook of Numerical Heat Transfer*, kapitola Meshless Methods. Druhé vydání. New York: Wiley & Sons, 2006, s. 225–248. ISBN 978-0471348788.
- [128] PETRUS, B., ZHENG, K., ZHOU, X., THOMAS, B. G., BENTSMAN, J. Real-Time, Model-Based Spray-Cooling Control System for Steel Continuous Casting. *Metallurgical and materials transactions B: Process metallurgy and materials processing science*, ročník 42, č. 1, 2011: s. 87–103. ISSN 1073-5615.
- [129] PÍŠ, F., JENÍČEK, L. *Nauka o materiálu III: Přehled vývoje materiálů; Teorie hutnických pochodů; Obecné hutnictví*, ročník 1. Nakladatelství Československé akademie věd, 1962. 456 s.
- [130] PÍŠ, F., JENÍČEK, L. *Nauka o materiálu III: Výroba železa, oceli a neželezných kovů; nekovové materiály*, ročník 2. Nakladatelství Československé akademie věd, 1962. 916 s.
- [131] PLAYNE, D., JOHNSON, M., HAWICK, K.: Benchmarking GPU Devices with N-Body Simulations (CSTN-077). Technická zpráva, Massey University – Albany, Auckland, 2009.
- [132] PLETCHER, R. H.: *Handbook of Numerical Heat Transfer*, kapitola Finite-Difference Method. Druhé vydání. New York: Wiley & Sons, 2006, s. 53–90. ISBN 978-0471348788.

-
- [133] POLANSKÝ, R. Teoretické a praktické aspekty termomechanické analýzy. *Elektrorevue*, ročník 10, č. 2, 2008: s. 15–1–15–12. ISSN 1213-1539.
- [134] PREIS, T., VIRNAU, P., PAUL, W., SCHNEIDER, J. J. GPU accelerated Monte Carlo simulation of the 2D and 3D Ising model. *Journal of Computational Physics*, ročník 228, č. 12, 2009: s. 4468–4477. ISSN 0021-9991.
- [135] PTÁČEK, L., AJ. *Nauka o materiálu II*. Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 2002. ISBN 80-7204-248-3.
- [136] PŘÍHODA, M., MOLÍNEK, J., PYSZKO, R., VELIČKA, M., VACULÍK, M., BURDA, J. Heat transfer during cooling of hot surfaces by water nozzles. *Metalurgija*, ročník 48, č. 4, 2009: s. 235–238. ISSN 0543-5846.
- [137] PYSZKO, R., PŘÍHODA, M., BURDA, J., AJ. Cooling nozzles characteristics for numerical models of continuous casting. *Metalurgija*, ročník 52, č. 4, 2013: s. 437–440. ISSN 0543-5846.
- [138] PÍŠEK, F., JENÍČEK, L. *Nauka o materiálu I: Nauka o kovech - Obecná nauka o kovech*, ročník 1. ACADEMIA Nakladatelství Československé akademie věd, 1966.
- [139] RAMOS-BANDERAS, A., SANCHEZ-PEREZ, R., MORALES, R. D., PALAFOX-RAMOS, J., DEMEDICES-GARCIA, L., DIAZ-CRUZ, M. Mathematical simulation and physical modeling of unsteady fluid flows in a water model of a slab mold. *Metallurgical Transactions B – Process Metallurgy and Materials Processing Science*, ročník 35, č. 3, 2004: s. 449–460. ISSN 1073-5615.
- [140] RAMSTORFER, F., ROLAND, J., CHIMANI, C., MORWALD, K. Modelling of air-mist spray cooling heat transfer for continuous slab casting. *International Journal of Cast Metals Research*, ročník 22, č. 1–4, 2009: s. 39–42. ISSN 1364-0461.
- [141] RAO, S. S. *Engineering Optimization: Theory and Practice*. Čtvrté vydání. New York: Wiley & Sons, 2009. 840 s. ISBN 978-0470183526.
- [142] RARDIN, R. L. *Optimization in Operations Research*. První vydání. New Jersey: Prentice Hall, 1997. 990 s. ISBN 978-0023984150.
- [143] RAUDENSKÝ, M. Heat transfer coefficient estimation by inverse conduction algorithm. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, ročník 3, č. 3, 1993: s. 257–266. ISSN 0961-5539.
- [144] RAUDENSKÝ, M., HORSKÝ, J. Secondary cooling in continuous casting and Leidenfrost temperature effects. *Ironmaking & Steelmaking*, ročník 32, č. 2, 2005: s. 159–164. ISSN 0301-9233.
- [145] RAUDENSKÝ, M., POHANKA, M., HORSKÝ, J.: *Heat Transfer VII*, kapitola Combined inverse heat conduction method for highly transient processes. Southampton: WIT Press, 2002, s. 35–42. ISBN 1-85312-906-2.
- [146] REMPE, J. L., KNUDSON, D. L. High temperature thermal properties for metals used in LWR vessels. *Journal of Nuclear Materials*, ročník 372, č. 2-3, JAN 31 2008: s. 350–357. ISSN 0022-3115.
- [147] REWAGAD, R. R., KISS, A. A. Dynamic optimization of a dividing-wall column using model predictive control. *Chemical Engineering Science*, ročník 68, č. 1, 2012: s. 132–142. ISSN 0009-2509.
- [148] RYWOTYCKI, M., MIŁKOWSKA-PISZCZEK, K., TRĘBACZ, L. Identification of the boundary conditions in the continuous casting of steel. *Archives of Metallurgy and Materials*, ročník 57, č. 1, 2012: s. 385–393. ISSN 1733-3490.

- [149] SAMARASEKERA, I. V., CHOW, C.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Continuous Casting of Steel Billets. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [150] SANDERS, J., KANDROT, E. *CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Programming*. První vydání. Boston: Addison-Wesley Professional, 2010. 312 s. ISBN 978-0131387683.
- [151] SANTOS, C., SPIM, J., GARCIA, A. Mathematical modeling and optimization strategies (genetic algorithm and knowledge base) applied to the continuous casting of steel. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, ročník 16, č. 5–6, 2003: s. 511–527. ISSN 0952-1976.
- [152] SARLER, B., VERTNIK, R., LORBIECKA, A. Z., VUSANOVIC, I., SENCIC, B., A multiscale slice model for continuous casting of steel. In *Sborník příspěvků International Conference on Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes MCWASP XIII, IOP Conference Series-Materials Science and Engineering*, ročník 33, editace Ludwig, A., 2012.
- [153] SAUTER, S. A., SCHWAB, C. *Boundary Element Methods*. První vydání. New York: Springer, 2010. 517 s. ISBN 978-3540680925.
- [154] SCHADE, J. H., O'MALLEY, R. J., KEMENY, F. L., SAHAI, Y., ZACHARIAS, D. J.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Tundish Operations. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [155] SCHWERDTFEGER, K. J.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Heat Withdrawal in Continuous Casting of Steel. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [156] SCHWERDTFEGER, K. J.: *The Making Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Heat Withdrawal in Continuous Casting of Steel. 11. vydání. Assn for Iron & Steel Technology, 2003. ISBN 0-930767-04-7.
- [157] SENGUPTA, J., THOMAS, B. G., WELLS, M. A. The use of water cooling during the continuous casting of steel and aluminum alloys. *Metallurgical Transactions A – Physical Metallurgy nad Materials Science*, ročník 36A, č. 1, 2005: s. 187–204. ISSN 1073-5623.
- [158] SHEN, H. F., HARDIN, R. A., MACKENZIE, R., BECKERMANN, C. Simulation using realistic spray cooling for the continuous casting of multi-component steel. *Journal of Materials Science and Technology*, ročník 18, č. 4, 2002: s. 311–314. ISSN 1005-0302.
- [159] SHI, M. H., BAI, T. C., YU, J. Dynamic Behavior and Heat-transfer of A Liquid Droplet Impinging On A Solid-surface. *Experimental Thermal and Fluid Science*, ročník 6, č. 2, 1993: s. 202–207.
- [160] SIKDAR, S., MUKHOPADHYAY, A. Numerical determination of heat transfer coefficient for boiling phenomenon at runout table of hot strip mill. *Ironmaking & Steelmaking*, ročník 31, č. 6, 2004: s. 495–502.
- [161] SIROKY, J., OLDEWURTEL, F., CIGLER, J., PRIVARA, S. Experimental analysis of model predictive control for an energy efficient building heating system. *APPLIED ENERGY*, ročník 88, č. 9, 2011: s. 3079–3087. ISSN 0306-2619.
- [162] SLADEK, J., SLADEK, V. *Advances in Meshless Methods*. První vydání. Los Angeles: Tech Science Press, 2006. 320 s. ISBN 978-0971788022.
- [163] STEFANESCU, D. M. *Science and Engineering of Casting Solidification*. Druhé vydání. New York: Springer, 2009. 400 s. ISBN 978-1441945099.
- [164] STONE, J. E., PHILLIPS, J. C., FREDDOLINO, P. L., HARDY, D. J., TRABUCO, L. G., SCHULTEN, K. Accelerating molecular modeling applications with graphics processors. *Journal of Computational Chemistry*, ročník 28, č. 16, 2007: s. 2618–2640. ISSN 0192-8651.

- [165] SUNDMAN, B., JANSSON, B., ANDERSSON, J. O. The Thermo-calc databank system. *CALPHAD – Computer Coupling of Phase Diagrams and Thermochemistry*, ročník 9, č. 2, 1985: s. 153–190. ISSN 0364-5916.
- [166] SWAMINATHAN, C. R., VOLLER, V. R. A general enthalpy method for modeling solidification processes. *Metallurgical and materials transactions B: Process metallurgy and materials processing science*, ročník 23, č. 5, 1992: s. 651–664. ISSN 0360-2141.
- [167] TAKATANI, K., TANIZAWA, Y., MIZUKAMI, H., NISHIMURA, K. Mathematical model for transient fluid flow in a continuous casting mold. *ISIJ International*, ročník 41, č. 10, 2001: s. 1252–1261. ISSN 0915-1559.
- [168] TAKEUCHI, T., SENDA, J., YAMADA, K., Heat Transfer Characteristics and the Breakup Behavior of Small Droplets Impinging Upon a Hot Surface. In *Sborník příspěvků ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference*, ročník 1, editace Y. Mori; W. J. Yang, 1983, s. 165–172.
- [169] TATJEWSKI, P. *Advanced Control of Industrial Processes: Structures and Algorithms*. První vydání. *Advances In Industrial Control*, Springer, 2007. 332 s. ISBN 978-1846286346.
- [170] THOMAS, B. G.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Modeling of Continuous Casting. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [171] TIRIAN, G.-O., FILIP, I., PROSTEAN, G. Adaptive control system for continuous steel casting based on neural networks and fuzzy logic. *Neurocomputing*, ročník 125, č. SI, FEB 11 2014: s. 236–245. ISSN 0925-2312.
- [172] TSZENG, T., IM, Y., KOBAYASHI, S. Thermal analysis of solidification by the temperature recovery method. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, ročník 29, č. 1, 1989: s. 107 – 120. ISSN 0890-6955.
- [173] ČERMÁK, L. *Numerické metody II*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, Vysoké učení technické v Brně, 2004. 179 s. ISBN 80-214-2722-1.
- [174] VERMA, P., VARUN, SINGAL, S. Review of mathematical modeling on latent heat thermal energy storage systems using phase-change material. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, ročník 12, č. 4, 2008: s. 999–1031. ISSN 1364-0321.
- [175] VERSTEEG, H., MALALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Druhé vydání. New Jersey: Prentice Hall, 2007. 520 s. ISBN 978-0131274983.
- [176] VILLANI, M., LARSSON, R. The multivariate split normal distribution and asymmetric principal components analysis. *Communications in Statistics: Theory and Methods*, ročník 35, č. 6, 2006: s. 1123–1140. ISSN 0361-0926.
- [177] VOLLMER, M., MÖLLMANN, K.-P. *Infrared Thermal Imaging: Fundamentals, Research and Applications*. Weinheim: Wiley, 2010. 593 s. ISBN 978-3-527-40717-0.
- [178] ŠANDERA, V., MAUDER, T., Optimization algorithm for continuous casting process. In *Sborník příspěvků 17th International conference on soft computing MENDEL*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2011, s. 252–258. ISBN 978-80-214-4302-0.
- [179] ŠENBERGER, J. *Metalurgie oceli na odlitky*. Akademické nakladatelství CERM, Vysoké učení technické v Brně, 2003. ISBN 80-214-2509-1.
- [180] ŠTĚTINA, J.: *Optimalizace parametrů lití sochorů pomocí modelu teplotního pole*. Habilitační práce, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Ostrava, 2008.

- [181] ŠTĚTINA, J., KAVIČKA, F. The influence of the chemical composition of steels on the numerical simulation of a continuously cast slab. *Materiali in tehnologije*, ročník 45, č. 4, 2011: s. 363–367. ISSN 1580-2949.
- [182] ŠTĚTINA, J.: *Dynamický model teplotního pole plynule odlévané bramy*. Dizertační práce, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Ostrava, 2007.
- [183] ŠTĚTINA, J., KAVIČKA, F., DOBROVSKÁ, J., ČÁMEK, L., MASARIK, M. Optimization of a con-casting technology via a dynamic solidification model of a slab caster. *Materials Science Forum*, ročník 475-479, č. 5, 2005: s. 3831–3834. ISSN 0255-5476.
- [184] WANG, B., JI, Z.-P., LIU, W.-H., J.-CH., M., XIE, Z. Application of hot strength and ductility test to optimization of secondary cooling system in billet continuous casting process. *Journal of Iron and Steel Research International*, ročník 15, č. 4, 2008: s. 16–20. ISSN 1006-706X.
- [185] WANG, L., MEI, Q. Density measurement of liquid metals using dilatometer. *Journal of Materials Science & Technology*, ročník 22, č. 4, 2006: s. 569–571. ISSN 1005-0302.
- [186] WANG, X. Y., LIU, Q., WANG, B., WANG, X., QING, J. S., HU, Z. G., SUN, Y. H. Optimal control of secondary cooling for medium thickness slab continuous casting. *Ironmaking & Steelmaking*, ročník 38, č. 7, 2011: s. 552–560. ISSN 0301-9233.
- [187] WANG, Y.-C., LI, D.-Y., PENG, Y.-H., ZHU, L.-G. Computational modeling and control system of continuous casting process. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, ročník 33, č. 1-2, 2007: s. 1–6. ISSN 0268-3768.
- [188] WENDELSTORF, J., SPITZER, K. H., WENDELSTORF, R. Spray water cooling heat transfer at high temperatures and liquid mass fluxes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, ročník 51, č. 19-20, 2008: s. 4902–4910.
- [189] WIKIPEDIA: Wikipedia.org: CUDA. online, cit. 16. 7. 2012.
URL <http://en.wikipedia.org/wiki/CUDA>
- [190] WIKIPEDIA: Wikipedia.org: World steel production. online, cit. 20. 8. 2014.
URL http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_steel_production
- [191] WOLF, M. M.: *Making, Shaping and Treating of Steel: Casting*, kapitola Historical Aspects and Key Technologies. 11. vydání. Warrendale: Assn of Iron & Steel Engineers, 2003. ISBN 978-0930767044.
- [192] XIA, G., SCHIEFERMÜLLER, A. The influence of support rollers of continuous casting machines on heat transfer and on stress-strain of slabs in secondary cooling. *Steel Research International*, ročník 81, č. 8, 2010: s. 652–659. ISSN 1611-3683.
- [193] YAMASHITA, T., OKUDA, K., OBARA, T. Application of thermo-calc to the developments of high-performance steels. *Journal of Phase Equilibria*, ročník 20, č. 3, 1999: s. 231–237. ISSN 1054-9714.
- [194] YANG, J., XIE, Z., NING, J., LIU, W., JI, Z. A Framework for Soft Sensing of Liquid Pool Length of Continuous Casting Round Blooms. *Metallurgical and Materials Transactions B*, ročník 45, č. 4, 2014: s. 1545–1556. ISSN 1073-5615.
- [195] YANG, Y., RAIPALA, K., HOLAPPA, L.: *Treatise on Process Metallurgy: Industrial Processes*, kapitola Ironmaking. První vydání. Elsevier, 2014, s. 2–88. ISBN 978-0-08-096988-6.
- [196] YAO, S. C., COX, T. L. A general heat transfer correlation for impacting water sprays on high-temperature surfaces. *Experimental Heat Transfer*, ročník 15, č. 4, 2002: s. 207–219. ISSN 0891-6152.

- [197] YE, X., SAMARASEKERA, I. V. The role of spray cooling on thermal behavior and crown development in hot-strip mill work rolls. *Transactions of Iron and Steel Society of AIME*, ročník 16, č. 7, 1994: s. 53–64. ISSN 0737-0059.
- [198] YUAN, Q., THOMAS, B. G., VANKA, S. P. Study of transient flow and particle transport in continuous steel caster molds: Part I. Fluid flow. *Metallurgical Transactions B – Process Metallurgy and Materials Processing Science*, ročník 35, č. 4, 2004: s. 685–702. ISSN 1073-5615.
- [199] ZHANG, D., LEI, S., ZENG, S., SHEN, H. Thermo-mechanical modeling in continuous slab casting mould and its application. *ISIJ International*, ročník 54, č. 2, SI, 2014: s. 336–341. ISSN 0915-1559.
- [200] ZHANG, J., CHEN, D., WANG, S., LONG, M. Compensation control model of superheat and cooling water temperature for secondary cooling of continuous casting. *Steel Research International*, ročník 82, č. 3, 2011: s. 213–221. ISSN 1611-3683.
- [201] ZHANG, K., YUAN, W., CAI, K. Simulation of heat transfer by water spray cooling during continuous casting of low carbon steel. *Acta Metallurgica Sinica*, ročník 21, č. 6, 1985: s. B297–B302.
- [202] ZHANG, Q., YANG, L. D., WEN, H. A Mathematical Modeling of Heat Transfer in Continuous Casting Slab. *Applied Mechanics and Materials*, ročník 44-47, 2011: s. 33–37. ISSN 1662-7482.
- [203] ZHANG, X. Z., JIANG, Z. Y., TIEU, A. K., ZHU, H. T., TIAN, Z. W. Analysis of surface temperature and thermal stress field of slab continuous casting. *Advanced Materials Research*, ročník 76-78, č. 1, 2009: s. 554–559.
- [204] ZHANG, Y., DUDZIC, M. S. Online monitoring of steel casting processes using multivariate statistical technologies: From continuous to transitional operations. *Journal of Process Control*, ročník 16, č. 8, 2006: s. 819–829. ISSN 0959-1524.
- [205] ZHENG, P., GUO, J., HAO, X., Hybrid strategies for optimizing continuous casting process of steel. In *Sborník příspěvků IEEE International Conference on Industrial Technology ICIT*, 2004, s. 1156–1161. ISBN 0-7803-8662-0.
- [206] ZHOU, D., ZHAO, C. Y., TIAN, Y. Review on thermal energy storage with phase change materials (PCMs) in building applications. *Applied Energy*, ročník 92, 2012: s. 593–605. ISSN 0306-2619.
- [207] Зиновьев, В. Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. Москва: Металлургия, 1989. 384 с. ISBN 5-229-00260-3.

Vlastní publikace vztahující se k tématu dizertační práce

- [A1] KLIMEŠ, L., CHARVÁT, P., OSTRÝ, M. Challenges in computer modeling of phase change materials. *Materiali in tehnologije*, ročník 46, č. 4, 2012: s. 335–338. ISSN 1580-2949.
- [A2] KLIMEŠ, L., MAUDER, T., ŠTĚTINA, J., Numerical Modelling and Optimization Including Stochastic Approach in Engineering Problems. In *Sborník přednášek z konference Teorie a praxe výroby a zpracování oceli*, Ostrava: Tanger s.r.o., 2011, s. 70–76. ISBN 978-80-87294-21-5.
- [A3] KLIMEŠ, L., MAUDER, T., ŠTĚTINA, J., Stochastic Approach and Optimal Control of Continuous Steel Casting Process by Using Progressive Hedging Algorithm. In *Sborník příspěvků 20. mezinárodní konference METAL*, Ostrava: Tanger, s.r.o., 2011, s. 146–151. ISBN 978-80-87294-22-2.

- [A4] KLIMEŠ, L., POPELA, P., An Implementation of Progressive Hedging Algorithm for Engineering Problems. In *Sborník příspěvků 16th International Conference on Soft Computing MENDEL*, Vysoké učení technické v Brně, 2010, s. 459–464. ISBN 978-80-214-4120-0.
- [A5] KLIMEŠ, L., POPELA, P., ŠTĚTINA, J., Decomposition Approach Applied to Stochastic Optimization of Continuous Steel Casting. In *Sborník příspěvků 17th International Conference on Soft Computing MENDEL*, Vysoké učení technické v Brně, 2011, s. 314–319. ISBN 978-80-214-4302-0.
- [A6] KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J., GPGPU computing in engineering applications. In *Sborník příspěvků konference 32. stretnutie katedier mechaniky tekutín a termomechaniky*, Žilinská univerzita v Žilině, 2013, s. 129–130. ISBN 978-80-554-0715-9.
- [A7] KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J., Parallel dynamic solidification model of continuous steel casting on GPU. In *Sborník příspěvků 22. mezinárodní konference materiálů a metalurgie METAL*, Ostrava: Tanger, s.r.o., 2013, s. 34–39. ISBN 978-80-87294-39-0.
- [A8] KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J., Transient heat transfer problem with phase changes solved by means of GPGPU with CUDA and MATLAB. In *Sborník příspěvků 19th Conference on Soft Computing MENDEL*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2013, s. 397–402. ISBN 978-80-214-4755-4.
- [A9] KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J., Challenges in numerical modelling of continuous steel casting - very fast GPU dynamic solidification model and its use in continuous casting control. In *Sborník příspěvků 8th European Continuous Casting Conference ECCO*, ASMET, 2014, s. 266–275. ISBN 978-3-200-03664-2.
- [A10] KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J. Unsteady model-based predictive control of continuous steel casting by means of very fast dynamic solidification model on GPU. *Materiali in tehnologije*, ročník 48, č. 4, 2014: s. 525–530.
- [A11] KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J., BUČEK, P. Impact of casting speed on temperature field of continuously cast steel billets. *Materiali in tehnologije*, ročník 47, č. 4, 2013: s. 507–513.
- [A12] KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J., PARILÁK, L., BUČEK, P., Influence of chemical composition of cast steel on temperature field of continuously cast billets. In *Sborník příspěvků 21. mezinárodní konference materiálů a metalurgie METAL*, Ostrava: Tanger, s.r.o., 2012, s. 34–39. ISBN 978-80-87294-29-1.
- [A13] KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J., PARILÁK, L., BUČEK, P. Study of thermal behaviour of continuously cast billets. *Engineering Mechanics*, ročník 20, č. 3/4, 2014: s. 237–246. ISSN 1802-1484.
- [A14] KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J., PARILÁK, L., BUČEK, P., Study of thermal behaviour of continuously cast billets. In *Sborník příspěvků 31. mezinárodní konference Setkání kateder mechaniky tekutín a termomechaniky*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2012, s. 93–96. ISBN 978-80-214-4529-1.
- [A15] ŠTĚTINA, J., KAVIČKA, F., MAUDER, T., KLIMEŠ, L., Transient simulation of temperature field for continuous casting steel billet and slab. In *Sborník příspěvků konference METEC InSteelCon*, Düsseldorf, Německo: TEMA Technologie Marketing AG, 2011, s. 13–23.
- [A16] ŠTĚTINA, J., KAVIČKA, F., MAUDER, T., KLIMEŠ, L., MASARIK, M., ŠAŇA, Z., Optimization of secondary cooling in order to achieve higher surface temperatures at the slab unbending point. In *Sborník příspěvků 21. mezinárodní konference materiálů a metalurgie METAL*, Ostrava: Tanger, s.r.o., 2012, s. 36–41. ISBN 978-80-87294-29-1.
- [A17] ŠTĚTINA, J., KLIMEŠ, L., Nové možnosti řízení plynulého odlévání oceli na základě dynamického modelu tuhnutí. In *Sborník odborného semináře ŽP VVC*, Podbrezová: ŽP VVC, 2013, s. 20–21.

- [A18] ŠTĚTINA, J., KLIMEŠ, L., MAUDER, T., KAVIČKA, F. Final-structure prediction of continuously cast billets. *Materiali in tehnologije*, ročník 46, č. 2, 2012: s. 155–160. ISSN 1580-2949.
- [A19] ŠTĚTINA, J., MAUDER, T., KLIMEŠ, L., MASARIK, M., Increasing the surface temperature at the slab continuous casting straightening. In *Sborník příspěvků 31. mezinárodní konference Setkání kateder mechaniky tekutin a termomechaniky*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2012, s. 217–220. ISBN 978-80-214-4529-1.
- [A20] ŠTĚTINA, J., MAUDER, T., KLIMEŠ, L., KAVIČKA, F. Minimization of surface defects by increasing the surface temperature during the straightening of a continuously cast slab. *Materiali in tehnologije*, ročník 47, č. 3, 2013: s. 311–316. ISSN 1580-2949.
- [A21] ŠTĚTINA, J., MAUDER, T., KLIMEŠ, L., MASARIK, M., KAVIČKA, F., Operational experiences with the secondary cooling modification of continuous slab casting. In *Sborník příspěvků 22. mezinárodní konference materiálů a metalurgie METAL*, Ostrava: Tanger, s.r.o., 2013, s. 34–39. ISBN 978-80-87294-39-0.
- [A22] ŠTĚTINA, J., MAUDER, T., KLIMEŠ, L., MASARIK, M., Operational experiences with the optimization of secondary cooling. In *Sborník příspěvků 8th European Continuous Casting Conference ECCO*, ASMET, 2014, s. 1181–1190. ISBN 978-3-200-03664-2.

Ostatní vlastní publikace

- [B1] CHARVÁT, P., KLIMEŠ, L., MAUDER, T., An air-PCM heat exchanger for thermal storage in air-based solar thermal systems. In *Sborník příspěvků 31. mezinárodní konference Setkání kateder mechaniky tekutin a termomechaniky*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2012, s. 75–78. ISBN 978-80-214-4529-1.
- [B2] CHARVÁT, P., KLIMEŠ, L., MAUDER, T., OSTRÝ, M., Simulation of the performance of a solar air heating system with latent heat thermal storage. In *Sborník příspěvků 2nd International Conference on Sustainable Energy Storage in Buildings*, Trinity College Dublin, Solar Energy Society of Ireland, 2013, s. 55–56.
- [B3] CHARVÁT, P., KLIMEŠ, L., OSTRÝ, M. Numerical and experimental investigation of a PCM-based thermal storage unit for solar air systems. *Energy and Buildings*, ročník 68A, č. 1, 2014: s. 488–497. ISSN 0378-7788.
- [B4] CHARVÁT, P., KLIMEŠ, L., OSTRÝ, M., MAUDER, T., PCM-based thermal storage for solar air systems. In *Sborník příspěvků 10th International Conference on Phase-Change Materials and Slurries for Refrigeration and Air Conditioning*, Kobe: International Institute of Refrigeration, Japan Society of Refrigerating and Air Conditioning Engineers, 2012, s. 211–216. ISBN 978-2-913149-91-5.
- [B5] CHARVÁT, P., KLIMEŠ, L., PECH, O., Experimental and numerical study into solar air collectors with integrated latent heat thermal storage. In *Sborník příspěvků konference Central Europe towards Sustainable Building CESB*, ČVUT v Praze, Praha: Grada Publishing, 2013, s. 325–328. ISBN 978-80-247-5015-6.
- [B6] CHARVÁT, P., KLIMEŠ, L., ŠTĚTINA, J., OSTRÝ, M. Thermal storage as a way to attenuate fluid temperature fluctuations - sensible vs. latent heat storage materials. *Materiali in tehnologije*, ročník 48, č. 3, 2014: s. 423–427. ISSN 1580-2949.
- [B7] CHARVÁT, P., MAUDER, T., KLIMEŠ, L., OSTRÝ, M., Simulation of the performance of a solar air collector with an absorber containing phase change material. In *Sborník příspěvků 12th Conference on Energy Storage Innostock*, Lleida: GREA Innovacio Concurrent, University of Lleida, 2012, s. 146–152. ISBN 978-84-938793-3-4.

- [B8] CHARVÁT, P., OSTRÝ, M., MAUDER, T., KLIMEŠ, L. A solar air collector with integrated latent heat thermal storage. *EPJ Web of Conferences*, ročník 25, č. 1, 2012: s. 01028.1–01028.5. ISSN 2100-014X.
- [B9] CHARVÁT, P., ŠTĚTINA, J., KLIME, Solar air heating in buildings. In *Sborník příspěvků 11th International Conference on Heat Engines and Environmental Protection*, Budapešť: Budapest University of Technology and Economics, 2013, s. 111–115. ISBN 978-963-313-091-9.
- [B10] CHARVÁT, P., ŠTĚTINA, J., PECH, O., KLIMEŠ, L., OSTRÝ, M., A Solar Air Collector with Integrated Latent Heat Thermal Storage. In *Sborník příspěvků International Conference Experimental Fluid Dynamics EFM*, Jičín: Technická univerzita v Liberci, 2011, s. 688–692. ISBN 978-80-7372-784-0.
- [B11] CHARVÁT, P., ŠTĚTINA, J., PECH, O., KLIMEŠ, L., OSTRÝ, M., Experimental investigation of stabilization of flowing water temperature with a water-PCM heat exchanger. In *Sborník příspěvků International Conference Experimental Fluid Dynamics EFM*, Kutná Hora: Technická univerzita v Liberci, 2013, s. 312–315. ISBN 978-80-260-5375-0.
- [B12] KLIMEŠ, L., User' s Code Implementation for TRNSYS Simulations. In *Sborník příspěvků konference 30. setkání kateder mechaniky tekutin a termomechaniky*, Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2011, s. 93–96. ISBN 978-80-7372-747-5.
- [B13] KLIMEŠ, L., CHARVÁT, P., Heuristic optimization of fluid temperature attenuator design with phase change material. In *Sborník příspěvků 18th Conference on Soft Computing MENDEL*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2012, s. 338–343. ISBN 978-80-214-4540-6.
- [B14] KLIMEŠ, L., CHARVÁT, P., MAUDER, T., Attenuation of fluid temperature fluctuations with the use of phase change materials — a numerical model of a fluid-PCM heat exchanger. In *Sborník příspěvků 23rd International symposium on transport phenomena ISTP-23*, Auckland: University of Auckland, Nový Zéland, 2012, s. 86–91.
- [B15] KLIMEŠ, L., CHARVÁT, P., ŠTĚTINA, J., Mathematical model of multi-layer wall with phase change material and its use in optimal design. In *Sborník příspěvků konference Simulace budov a techniky prostředí SBTP*, Praha: IBPSA-CZ, 2012, s. 103–106.
- [B16] KLIMEŠ, L., CHARVÁT, P., ŠTĚTINA, J. Mathematical model of multi-layer wall with phase change material and its use in optimal design. *Advanced Materials Research*, ročník 649, 2013: s. 295–298. ISSN 1022-6680.
- [B17] KLIMEŠ, L., CHARVÁT, P., ŠTĚTINA, J., OSTRÝ, M., Stochastic optimization of a multi-layer wall design with phase change materials. In *Sborník příspěvků 12th Conference on Energy Storage Innostock*, Lleida: GREA Innovacio Concurrent, University of Lleida, 2012, s. 168–177. ISBN 978-84-938793-3-4.
- [B18] OSTRÝ, M., KLUBAL, T., CHARVÁT, P., KLIMEŠ, L., Comparison of different latent heat storage techniques integrated in building structures. In *Proceedings of 12th Conference on Energy Storage Innostock*, Lleida: GREA Innovacio Concurrent, University of Lleida, 2012, s. 140–145. ISBN 978-84-938793-3-4.
- [B19] OSTRÝ, M., KLUBAL, T., CHARVÁT, P., KLIMEŠ, L., Heat transfer in thermally activated gypsum plaster with low grade heat source. In *Sborník příspěvků 24rd International symposium on transport phenomena ISTP-24*, Tokio: Tokyo University of Technology Yamaguchi, 2013.
- [B20] PÍŠTĚK, V., MAUDER, T., KLIMEŠ, L., Identification of rheological model parameters by means of nonlinear optimization in GAMS. In *Sborník příspěvků 20th Conference on Soft*

Computing MENDEL, Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2014, s. 347–352. ISBN 978-80-214-4984-8.

- [B21] PÍŠTĚK, V., NOVOTNÝ, P., MAUDER, T., KLIMEŠ, L., Parameter identification of rheological models using optimization algorithms. In *Sborník příspěvků 10th International Conference Mechatronics 2013: Recent Technological and Scientific Advances*, Vysoké učení technické v Brně, Brno: Springer Verlag, 2013, s. 193–198. ISBN 978-3-319-02293-2.

Seznam použitých symbolů a zkratk

Symbol	Rozměr	Veličina
a	$[\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$	součinitel teplotní vodivosti
Bi	$[-]$	Biotovo číslo
C	$[-]$	množina přípustných řešení
c_p	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$	měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku
c_v	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$	měrná tepelná kapacita za konstantního objemu
c_{eff}	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$	efektivní tepelná kapacita
d	$[\text{m}]$	tloušťka
ΔE_{st}	$[\text{J}]$	změna vnitřní energie kontrolního objemu
\dot{E}_{in}	$[\text{W}]$	tok energie vstupující do kontrolního objemu za jednotku času
\dot{E}_{gen}	$[\text{W}]$	tok energie vnitřního zdroje kontrolního objemu za jednotku času
\dot{E}_{out}	$[\text{W}]$	tok energie vystupující z kontrolního objemu za jednotku času
\dot{E}_{st}	$[\text{W}]$	tok energie uchovaná v kontrolním objemu (ve formě vnitřní energie) za jednotku času
f_s	$[-]$	zlomek podílu tuhé fáze
H	$[\text{J m}^{-3}]$	objemová entalpie
h	$[\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}]$	součinitel přestupu tepla
h_{red}	$[\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}]$	reduovaný součinitel přestupu tepla
h_{roll}	$[\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}]$	fiktivní součinitel přestupu tepla v místě dotyku válce a předlitku
h_{nat}	$[\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}]$	součinitel přestupu tepla přirozenou konvekcí
(i, j, k)	$[-, -, -]$	indexy diskretizovaných kontrolních objemů v souřadných osách
\mathbf{I}	$[-]$	jednotková matice
J	[různé]	účelová funkce
k	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$	součinitel tepelné vodivosti
k_{eff}	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$	součinitel efektivní tepelné vodivosti
L	$[\text{m}]$	vzdálenost
L_f	$[\text{J kg}^{-1}]$	latentní teplo fázové přeměny
m	$[\text{kg}]$	hmotnost
\mathbf{n}	$[\text{m}, \text{m}, \text{m}], [\text{m}, \text{rad}, \text{m}]$	normálový vektor
n_α	$[-]$	počet kontrolních objemů v ose α souřadného systému
Q	$[\text{J}]$	teplo
\dot{q}_{gen}	$[\text{W m}^{-3}]$	měrný vnitřní zdroj tepla
\dot{Q}	$[\text{W}]$	tepelný tok
\dot{Q}_{gen}	$[\text{W}]$	tepelný tok generovaný uvnitř kontrolního objemu

\dot{Q}_{amb}	[W]	tepelný tok do okolí
\dot{Q}_{powder}	[W]	tepelný tok spotřebovaný k natavení licího prášku
\dot{Q}_{pohyb}	[W]	tepelný tok do kontrolního objemu vlivem pohybu předlitku
\dot{q}	[W m ⁻²]	hustota tepelného toku
(r, ϕ, ω)	[m, rad, m]	souřadnice cylindrického souřadného systému
$\Delta r, \Delta \phi, \Delta \omega$	[m, rad, m]	diskretizační kroky cylindrického souřadného systému
r	[J kg ⁻¹ K ⁻¹]	měrná plynová konstanta
R	[m ² K W ⁻¹]	tepelný odpor
S	[m ²]	plošný obsah
t	[s]	čas
Δt	[s]	časový diskretizační krok
T	[K, °C]	teplota
T_{ref}	[K, °C]	referenční teplota
$T_{\ell}, T_{\text{cast}}$	[K, °C]	licí teplota
$T_{\infty}, T_{\text{amb}}$	[K, °C]	teplota okolí, teplota volného proudu
T_w	[K, °C]	teplota chladicí vody
T_{surf}	[K, °C]	teplota povrchu předlitku
u	[různé]	řídící veličina
$v_z, v_{\text{cast}}, v, v_{\phi}$	[m s ⁻¹]	licí rychlost
\bar{v}	[m s ⁻¹]	střední licí rychlost
\hat{v}	[m s ⁻¹]	efektivní licí rychlost
V	[m ³]	objem
\dot{V}	[m ³ s ⁻¹]	objemový průtok
\dot{W}	[ℓ m ⁻² s ⁻¹] [ℓ min ⁻¹]	měrné množství dopadající vody na povrch průtok tryskou (lokální hustota vodního ostříku)
W, ψ	[—]	váhový součinitel
w	[—]	váhová funkce
(x, y, z)	[m, m, m]	souřadnice kartézského souřadného systému
\mathbf{x}	[m, m, m], [m, rad, m]	vektor prostorových souřadnic (kap. 3)
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	[m, m, m]	diskretizační kroky kartézského souřadného systému
y	[různé]	řízená veličina
α_v	[—]	izobarický součinitel objemové roztažnosti
β	[—]	izotermický součinitel objemové stlačitelnosti
ε	[—]	emisivita (poměrná zářivost)
\varkappa	[—]	Poissonova konstanta
Λ	[m]	střední vzdálenost interagujících částic
μ, Σ, σ, s	[různé]	parametry
$\Psi_{i,j,k}$	[—]	koeficient vztažený k teplotě $T_{i,j,k}$
Ψ, Λ	[—]	váhová matice
ρ	[kg m ⁻³]	hustota
σ	[W m ⁻² K ⁻⁴]	Stefanova-Boltzmannova konstanta, $\sigma = 5,671 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
τ	[—]	časový index diskretizace
τ_{Ips}	[s]	místní interval tuhnutí

Zkratka	Význam
AMD	Advanced Micro Devices
aus	austenit
bai	bainit
BPS	breakout prediction system
BOF	basic oxygen furnace
CCT	continuous cooling transformation
CFD	Computer Fluid Dynamics
CHF	critical heat flux
CPU	central processing unit
CUDA	Compute Unified Device Architecture
cur	Currieho bod
DAS	dendritic arm spacing
DSC	differential scanning calorimetry
DTA	differential thermal analysis
EAF	electric arc furnace
EMS	electromagnetic stirring
fer	ferit
GPGPU	General-Purpose computing on Graphics Processing Units
GPU	Graphics Processing Unit
IDS	Interdendritic Solidification Model
LF	ladle furnace
LIQ	likvidus
LVDT	linear variable displacement transducer
mar	martenzit
MEMS	mould electromagnetic stirring
MEX	MATLAB executable funkce
MP	multiprocessor
NNSC	near-net-shape casting
PID	proportional-integral-derivative regulátor
prf	proeutektoidní ferit
RH	Ruhrstahl-Heraus proces
RTD	resistance temperature device
SEMS	strand electromagnetic stirring
SEN	submerged entry nozzle
SOL	solidus
SP	single processor
TMA	thermomechanical analysis
VAD	vacuum arc degassing
VOD	vacuum oxygen decarburization
VD	vacuum degasser
ZPO	zařízení pro plynulé odlévání

Seznam obrázků

1.1	Typy licích strojů podle konstrukce	11
1.2	Typy radiálního licího stroje podle tvaru krystalizátoru	11
1.3	Ponorná trubice	11
1.4	Porovnání near-net-shape odlévání s konvenčním radiálním licím strojem	14
1.5	Vizualizace proudění taveniny ponornou trubicí do krystalizátoru	16
1.6	Využití metody soft reduction pro snížení výskytu středové porozity	17
1.7	Obecná závislost tažnosti oceli na teplotě	18
1.8	Schéma radiálního sochorového licího stroje	19
1.9	Trubkový krystalizátor sochorového licího stroje	19
1.10	Druhy trhlin plynule odlévaných předlitků	21
1.11	Oblast peritektické přeměny v Fe-Fe ₃ C diagramu a její využití pro predikci vzniku vad	22
2.1	Křivky chladnutí a ohřevu čistého železa	24
2.2	Schéma výroby oceli z železné rudy a ocelového šrotu	25
2.3	Teplotní závislost volné entalpie taveniny a tuhé fáze	26
2.4	Krystalizační spektrum	26
2.5	Dendrit a jeho stavba	27
2.6	Vznik zrn z dendritů	27
2.7	Sloupcovité a rovnoosé typy dendritů	27
3.1	Kartézský a cylindrický souřadný systém pro radiální licí stroj	34
3.2	Mechanismy přenosu tepla v sekundární zóně	36
3.3	Průběh povrchové teploty v sekundární zóně	36
3.4	Kontrolní objem v kartézských souřadnicích	40
3.5	Kontrolní objem v cylindrických souřadnicích	40
3.6	Schématický řez krystalizátorem při provozu licího stroje	48
3.7	Charakteristický průběh odváděného měrného tepelného toku chladicí vodou z krystalizátoru	48
3.8	Charakteristické 2D rozložení odváděného měrného tepelného toku na stěně krystalizátoru s poklesem v rozích	50
3.9	Definice váhové funkce na jemné síti	50
3.10	Bilineárně interpolovaný měrný tepelný tok na jemné síti	50
3.11	Definice váhové funkce na hrubé síti	51
3.12	Bilineárně interpolovaný měrný tepelný tok na hrubé síti	51
3.13	Počítačový model proudění v krystalizátoru a srovnání s vodním modelem	52
3.14	Teplotní historie chlazeného povrchu v čase a režimy odvodu tepla	53

3.15	Vznik parní vrstvy v režimu varu povrchového filmu a omezení kontaktu kapky s chlazeným povrchem	53
3.16	Závislost součinitele přestupu tepla a odváděného měrného toku na povrchové teplotě a teplotě chladicí vody	54
3.17	Odhad rozložení chladicí vody pod tryskou pomocí funkce odvozené z hustoty normálního rozdělení	56
3.18	Odhad rozložení chladicí vody pod tryskou pomocí funkce odvozené z hustoty split-normálního rozdělení	56
3.19	Součinitel přestupu tepla pod chladicí tryskou na povrchu o teplotě vyšší než Leidenfrostova teplota	56
3.20	Součinitel přestupu tepla pod chladicí tryskou na povrchu o teplotě nižší než Leidenfrostova teplota	56
3.21	Závislost součinitele přestupu tepla na hustotě ostříku, teplotě povrchu a teplotě chladicí vody	57
3.22	Součinitel přestupu tepla pod chladicí tryskou na povrchu o teplotě 920 °C a teplotě chladicí vody 20 °C	57
3.23	Součinitel přestupu tepla pod chladicí tryskou na povrchu o teplotě 520 °C a teplotě chladicí vody 20 °C	57
3.24	Teplý model provozovaný v LPTaP na FSI VUT v Brně	58
3.25	Topný element pro měření součinitele přestupu tepla	58
3.26	Empirická závislost pro součinitel přestupu tepla přirozenou konvekcí.	60
3.27	Empirická závislost pro emisivitu povrchu.	60
4.1	Termofyzikální veličiny oceli S235JRH	62
4.2	Strukturální složení oceli S235JRH	62
4.3	Ukázka výpočtu v software Interdendritic Solidification Model IDS	66
4.4	Záznam z DSC měření oceli SAE 107	67
4.5	Měřicí přístroj DSC 404 F1 Pegasus	67
4.6	Měřicí přístroj DTC-300	68
4.7	Princip laserové metody	69
4.8	Měřicí přístroj Flashline 4010	69
4.9	Princip činnosti dilatometru	70
4.10	Záznam měření teplotní závislosti hustoty pomocí dilatometru Netzsch	70
4.11	Princip měření teploty termočlánkem	71
4.12	Pyrometr SG-LO pro plynulé odlévání oceli	72
4.13	Termokamera InfReC R500 Pro	72
4.14	Využití neinvazivního termovizního měření teploty v ocelárně	73
5.1	Schéma základních částí sochorového lícího stroje v částečném řezu pánvovým hospodářstvím, krystalizátorem a částí sekundární chladicí zóny	80
5.2	Schéma umístění pozic váhových součinitelů odvedeného tepelného toku v krystalizátoru	83
5.3	Chladicí tryska <i>full cone</i> JATO typu L a tvar jejího ostříku	85
5.4	Konfigurace sekundární chladicí zóny lícího stroje v Třineckých železárnách	86
5.5	Součinitel f_p a závislost průtoku na tlaku pro trysky JATO	87
5.6	Experimentálně stanovené součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami JATO 5065 L a 4065 L	88

5.7	Experimentálně stanovené součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami JATO 4565 L a 4065 L	89
5.8	Experimentálně stanovené součinitele přestupu tepla pod chladicími tryskami JATO 2545 L a 2045 L	90
5.9	Schéma principu bilineární predikce součinitele přestupu tepla z experimentálních dat	91
5.10	Experimentálně stanovené a bilineárně predikované součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou JATO 2045 L a teplotu povrchu 700 °C	93
5.11	Experimentálně stanovené a bilineárně predikované součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou JATO 2045 L a teplotu povrchu 1 000 °C	94
5.12	Součinitel přestupu tepla pod chladicími tryskami na povrchu vnitřního oblouku předlitku (malý rádius) pro různé průtoky chladicí vody a různé teploty povrchu	95
5.13	Srovnání výpočetního výkonu GPU nVIDIA Tesla C2075, GeForce GTX 480 a procesoru Intel Quad Core Nehalem	97
5.14	GPU nVIDIA Tesla C2075	97
5.15	Schéma provádění paralelních výpočtů na GPU s CUDA	98
5.16	Benchmarking paralelního GPU a neparalelního CPU modelu teplotního pole plynule odlévaného předlitku: velikost sítě 10^5 , $2 \cdot 10^5$, $5 \cdot 10^5$	103
5.17	Benchmarking paralelního GPU a neparalelního CPU modelu teplotního pole plynule odlévaného předlitku: velikost sítě 10^6 , $2 \cdot 10^6$, $3 \cdot 10^6$	104
5.18	Schéma výpočetní oblasti a použitých okrajových podmínek	104
5.19	Benchmarking modelů: výpočetní čas	105
5.20	Schéma umístění charakteristických bodů v průřezu předlitku pro vizualizaci teplotních průběhů podél předlitku	106
5.21	Graf průběhu teplot v charakteristických bodech předlitku ve směru lití	107
5.22	Isosolidus a isolikvidus v horizontálním osovém řezu předlitkem	107
5.23	2D vizualizace povrchových teplot v krystalizátoru a části sekundární chladicí zóny v rozvinutém stavu	108
6.1	Schéma metodologického postupu vývoje modelu	109
6.2	Umístění provozních pyrometrů na licím stroji	110
6.3	Teplotní závislost termofyzikálních veličin nízkouhlíkové oceli 9SMN28	111
6.4	Průběh teplot podél předlitku pro tavbu oceli 9SMN28 s vyznačenými teplotními intervaly pyrometrů	112
6.5	Isokřivky pro tavbu oceli 9SMN28	112
6.6	Teplotní závislost termofyzikálních veličin středněuhlíkové oceli TERMEX-1	113
6.7	Průběh teplot podél předlitku pro tavbu oceli TERMEX-1 s vyznačenými teplotními intervaly pyrometrů	114
6.8	Isokřivky pro tavbu oceli TERMEX-1	114
6.9	Teplotní závislost termofyzikálních veličin vysokouhlíkové oceli K70CAR	115
6.10	Průběh teplot podél předlitku pro tavbu oceli K70CAR s vyznačenými teplotními intervaly pyrometrů	116
6.11	Isokřivky pro tavbu oceli K70CAR	116
7.1	Princip prediktivního řízení pro systém s jednou vstupní (řídící) veličinou a jednou výstupní (řízenou) veličinou.	122

7.2	Vývojový diagram činnosti model-based predictive control systému pro optimální řízení dynamického provozu licího stroje	128
7.3	Ukázka konceptu efektivní licí rychlosti pro výrazně kolísající licí rychlost . . .	130
7.4	Chladicí křivky používané v Třineckých železárnách pro tavbu oceli TERMEX-1	131
7.5	Průběh teplot podél předlitku pro tavbu oceli TERMEX-1 ve stacionárním stavu považovaném za počáteční a optimální stav při řízení dynamických stavů	133
7.6	Průběh reálné a efektivních licí rychlostí jednotlivých chladicích okruhů v čase pro případovou studii 1 s mírným nárůstem licí rychlosti	136
7.7	Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 1 s mírným nárůstem licí rychlosti	136
7.8	Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél licího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 1 s mírným nárůstem licí rychlosti	137
7.9	Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metalurgické délky pro případovou studii 1 s mírným nárůstem licí rychlosti	137
7.10	Průběh reálné a efektivních licí rychlostí jednotlivých chladicích okruhů v čase pro případovou studii 2 se skokovým poklesem licí rychlosti	139
7.11	Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 2 se skokovým poklesem licí rychlosti	139
7.12	Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél licího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 2 se skokovým poklesem licí rychlosti	140
7.13	Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metalurgické délky pro případovou studii 2 se skokovým poklesem licí rychlosti	140
7.14	Průběh reálné a efektivních licí rychlostí jednotlivých chladicích okruhů v čase pro případovou studii 3 s průvalem	142
7.15	Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 3 s průvalem	142
7.16	Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél licího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 3 s průvalem	143
7.17	Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metalurgické délky pro případovou studii 3 s průvalem	143
7.18	Průběh reálné a efektivních licí rychlostí jednotlivých chladicích okruhů v čase pro případovou studii 4 s novou tavbou	144
7.19	Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 4 s novou tavbou	145
7.20	Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél licího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 4 s novou tavbou	145
7.21	Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metalurgické délky pro případovou studii 4 s novou tavbou	146

7.22	Průběh reálné a efektivních licí rychlostí jednotlivých chladicích okruhů v čase pro případovou studii 5 s výměnou mezipánve	148
7.23	Průběh vypočtených optimálních průtoků chladicí vody v čase jednotlivými okruhy sekundárního chlazení pro případovou studii 5 s výměnou mezipánve	148
7.24	Průběh vypočtených povrchových teplot v čase podél licího stroje na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku pro případovou studii 5 s výměnou mezipánve	149
7.25	Průběh vypočtených středních povrchových teplot a povrchové teploty v místě rovnání na povrchu vnitřního oblouku (malého rádiusu) předlitku a časový průběh metalurgické délky pro případovou studii 5 s výměnou mezipánve	149
7.26	Srovnání řízení pro studii 1 s lineární nárůstem licí rychlosti pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: průtoky	151
7.27	Srovnání řízení pro studii 1 s lineární nárůstem licí rychlosti pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: střední povrchové teploty v okruzích, místě rovnání a metalurgická délka	151
7.28	Srovnání řízení pro studii 2 se skokovou změnou licí rychlosti pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: průtoky	152
7.29	Srovnání řízení pro studii 2 se skokovou změnou licí rychlosti pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: střední povrchové teploty v okruzích, místě rovnání a metalurgická délka	152
7.30	Srovnání řízení pro studii 3 s příznakem vzniku průvalu pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: průtoky	154
7.31	Srovnání řízení pro studii 3 s příznakem vzniku průvalu pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: střední povrchové teploty v okruzích, místě rovnání a metalurgická délka	154
7.32	Srovnání řízení pro studii 4 s novou tavbou pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: průtoky	155
7.33	Srovnání řízení pro studii 4 s novou tavbou pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: střední povrchové teploty v okruzích, místě rovnání a metalurgická délka	155
7.34	Srovnání řízení pro studii 5 s letmou výměnou mezipánve pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: průtoky	157
7.35	Srovnání řízení pro studii 5 s letmou výměnou mezipánve pomocí prediktivního systému a dle chladicích křivek: střední povrchové teploty v okruzích, místě rovnání a metalurgická délka	157
A.1	Závislost objemové entalpie v teplotních intervalech fázových změn	197
A.2	Závislost měrné tepelné kapacity v teplotních intervalech fázových změn	198
A.3	Závislost součinitele tepelné vodivosti v teplotních intervalech fázových změn	199
A.4	Závislost hustoty v teplotních intervalech fázových změn	200
A.5	Průběh povrchových teplot pod tryskami na povrchu malého radiusu	201
A.6	Křivky isolikvidu a isosolidu v horizontálním podélném řezu předlitku	202
A.7	3D vizualizace místního intervalu tuhnutí pro oceli S235JRH a S355J2G3	203
A.8	2D a 3D vizualizace místního intervalu tuhnutí	204

Seznam tabulek

3.1	Vliv termofyzikálních veličin a parametrů na numerickou stabilitu	46
4.1	Základní chemické složení analyzovaných značek oceli	74
4.2	Význam zkratk teplot strukturálních a fázových změn	75
4.3	Teploty a velikosti teplotních intervalů fázových změn v tuhém stavu	76
4.4	Teploty a velikosti teplotních intervalů fázových změn se změnou skupenství	77
5.1	Základní konfigurace výpočetní sítě	81
5.2	Charakteristické parametry licího stroje v Třineckých železárnách	82
5.3	Parametry krystalizátoru licího stroje v Třineckých železárnách	83
5.4	Hodnoty váhové funkce na stěnách krystalizátoru	83
5.5	Parametry instalovaných trysek JATO při standardním tlaku 2,8 bar	84
5.6	Provozní parametry pro predikci součinitele přestupu tepla	92
5.7	Benchmarking GPU modelu plynule odlévaného předlitku: výpočetní časy ne- paralelizovaného CPU modelu	101
5.8	Benchmarking GPU modelu plynule odlévaného předlitku: vliv velikosti CUDA mřížky a bloku na výpočetní výkon GPU modelu	102
5.9	Benchmarking modelů: srovnání vzájemného zrychlení	106
6.1	Chemické složení nízkouhlíkové oceli 9SMN28 použité pro ověření počítačo- vého modelu teplotního pole	111
6.2	Parametry lití pro validaci tavby oceli 9SMN28	111
6.3	Teploty měřené pyrometry pro tavbu 9SMN28	112
6.4	Chemické složení středněuhlíkové oceli TERMEX-1 použité pro ověření počítačo- vého modelu teplotního pole	113
6.5	Parametry lití pro validaci tavby oceli TERMEX-1	113
6.6	Teploty měřené pyrometry pro tavbu TERMEX-1	114
6.7	Chemické složení vysokouhlíkové oceli K70CAR použité pro ověření počítačo- vého modelu teplotního pole	115
6.8	Parametry lití pro validaci tavby oceli K70CAR	115
6.9	Teploty měřené pyrometry pro tavbu oceli K70CAR	116
7.1	Váhové koeficienty ψ_i pro stanovení efektivní licí rychlosti pro licí stroj v Tři- neckých železárnách	130
7.2	Stacionární počáteční parametry lití tavby oceli TERMEX-1	133
7.3	Nastavení set-pointů středních povrchových teplot pro optimalizační výpočty s ocelí TERMEX-1	134
7.4	Limity pro průtoky v jednotlivých chladicích okruzích použité pro řízení dyna- mických stavů	134

A.1	Přehled ekvivalentního označení analyzovaných značek oceli	195
A.2	Základní mechanické vlastnosti analyzovaných značek oceli	195
A.3	Chemické složení analyzovaných ocelí	196

Přílohy

A

Analýza vlivu chemického složení

Tabulka A.1: Přehled ekvivalentního označení analyzovaných značek oceli

Označení	Ekvivalent	Značka	Norma
S235JRH	ČSN	11 375	ČSN 41 1375
	EU	1.0038	EN 10025
	DIN	St37-2	DIN 17100
	USA	Gr. 36	ASTM A570
	Rusko	10	GOST 1050-88
S355J2G3	ČSN	11 523	ČSN 41 1523
	EU	1.0570	EN 10025
	DIN	St52-3	DIN 17120
	USA	Gr. 15180	ASTM A572
	Rusko	17G1S	GOST 19281-89
C45	ČSN	12 050	ČSN 41 2050
	EU	1.0503	EN 10083
	DIN	C45	DIN 17200
	USA	Gr. 1043	ASTM A510
	Rusko	45	GOST 1050-88

Tabulka A.2: Základní mechanické vlastnosti analyzovaných značek oceli

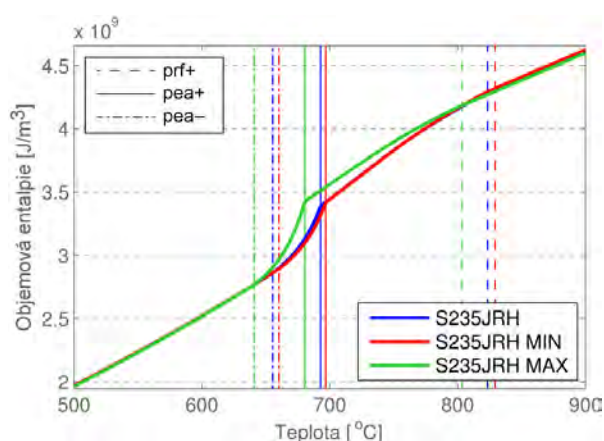
Vlastnost	Značka oceli		
	S235JRH	S355J2G3	C45*
Minimální mez kluzu R_{eH} [MPa]	215	335	370
Mez pevnosti R_m [MPa]	340–470	490–630	630–780
Minimální tažnost A_5 podél [%]	25	21	17
Nejnižší nárazová práce $KV_{20^\circ C}$ [J]	27	27	25
Nejvyšší tvrdost HB	199	236	231

* po zušlechtní

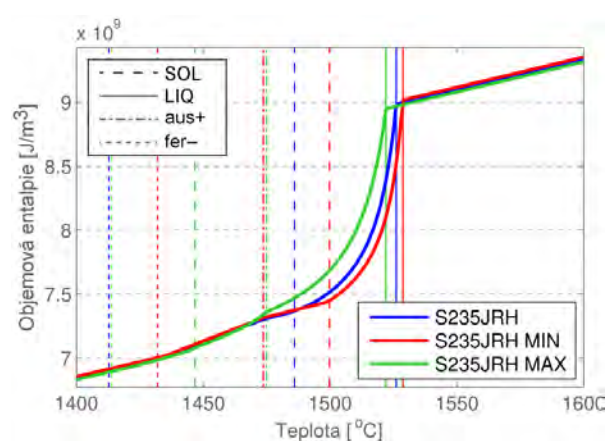
Tabulka A.3: Chemické složení analyzovaných ocelí.

Ocel	Chemické složení [wt. %]																
	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Al	Sn	Nb	Ti	V	As	Sb	W
S235JRH	0,07	0,21	0,44	0,011	0,007	0,06	0,05	0,01	0,17	0,026	0,012	0,002	0,002	0,004	0,007	0,003	0
Cílené CHS ^a	0,075	0,20	0,40	—	—	—	—	—	—	0,022	—	—	—	—	—	—	—
S235JRH _{min}	0,07	0,17	0,40	0	0	0	0	0	0	0,020	0	0	0	0	0	0	0
S235JRH _{max}	0,09	0,25	0,50	0,015	0,015	0,10	0,15	0,03	0,25	0,030	0,02	0,010	0,010	0,020	0,02	0,008	0,03
S355J2G3	0,187	0,22	1,17	0,016	0,012	0,06	0,09	0,01	0,26	0,022	0,016	0	0,002	0,004	0,008	0,004	0
Cílené CHS	0,18	0,22	1,17	—	—	—	—	—	—	0,024	—	—	—	—	—	—	—
S355J2G3 _{min}	0,17	0,15	1,15	0	0	0	0	0	0	0,020	0	0	0	0	0	0	0
S355J2G3 _{max}	0,2	0,25	1,30	0,025	0,02	0,3	0,25	0,08	0,3	0,03	0,022	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01
C45	0,455	0,23	0,63	0,009	0,011	0,05	0,05	0,01	0,19	0,017	0,013	0,001	0,021	0,004	0,007	0,004	0
Cílené CHS	0,45	0,20	0,63	—	—	—	—	—	—	0,02	—	—	0,018	—	—	—	—
C45 _{min}	0,44	0,17	0,6	0	0	0	0	0	0	0,01	0	0	0,015	0	0	0	0
C45 _{max}	0,5	0,35	0,8	0,025	0,025	0,25	0,25	0,03	0,3	0,03	0,022	0,01	0,025	0,02	0,02	0,01	0,05

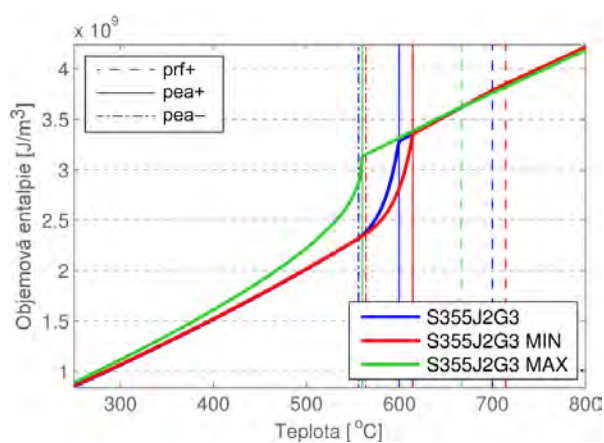
^a chemické složení



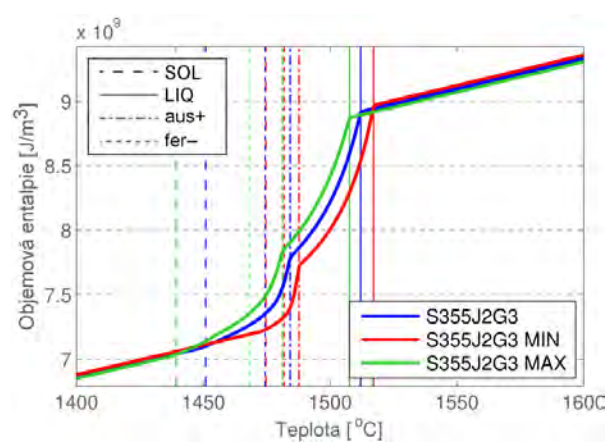
(a) Objemová entalpie pro ocel S235JRH a rozsah teplot fázové změny v pevném stavu



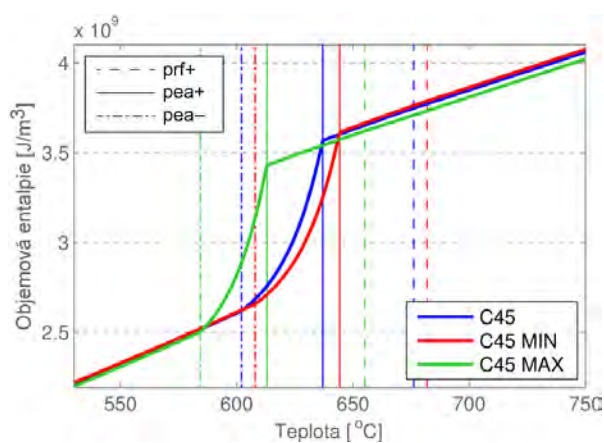
(b) Objemová entalpie pro ocel S235JRH a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství



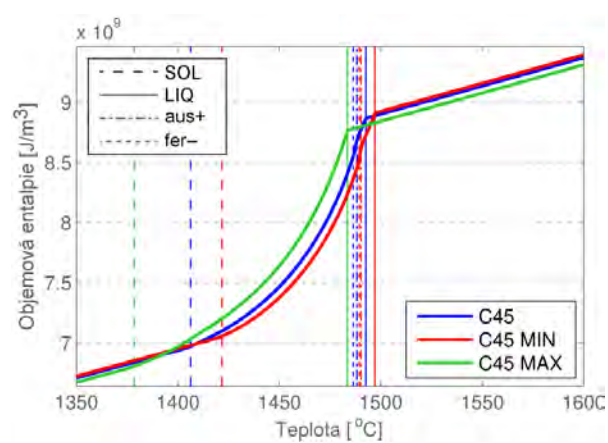
(c) Objemová entalpie pro ocel S355J2G3 a rozsah teplot fázové změny v pevném stavu



(d) Objemová entalpie pro ocel S355J2G3 a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství

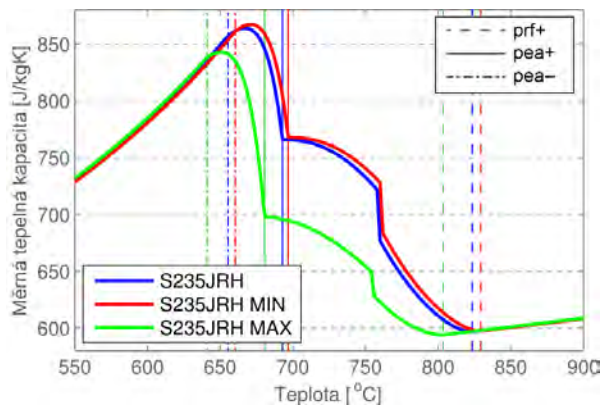


(e) Objemová entalpie pro ocel C45 a rozsah teplot fázové změny v pevném stavu

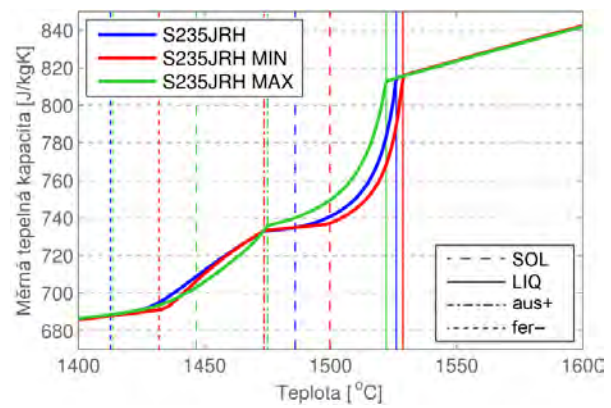


(f) Objemová entalpie pro ocel C45 a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství

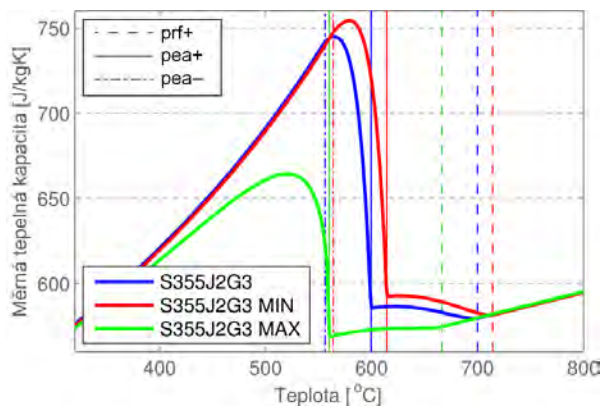
Obrázek A.1: Závislost objemové entalpie v teplotních intervalech fázových změn



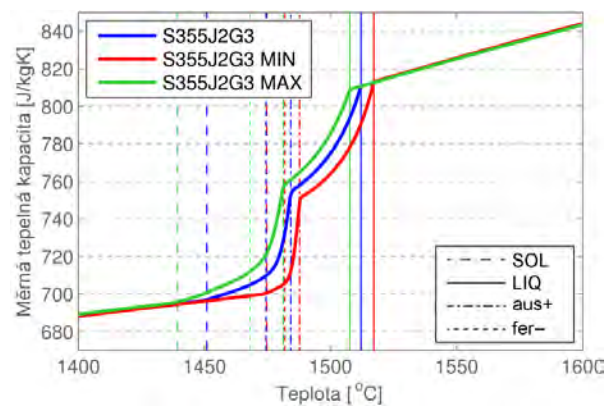
(a) Měrná tepelná kapacita pro ocel S235JRH a rozsah teplot fázové změny v pevném stavu



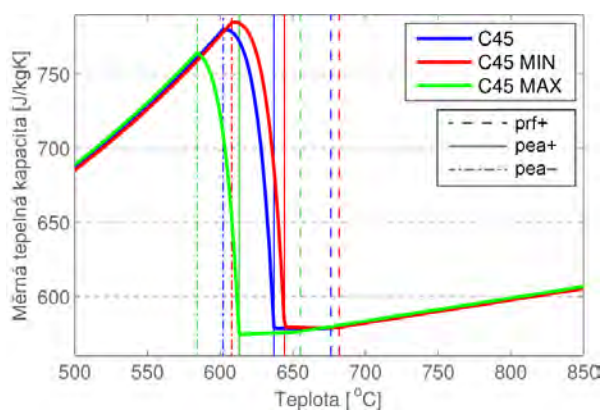
(b) Měrná tepelná kapacita pro ocel S235JRH a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství



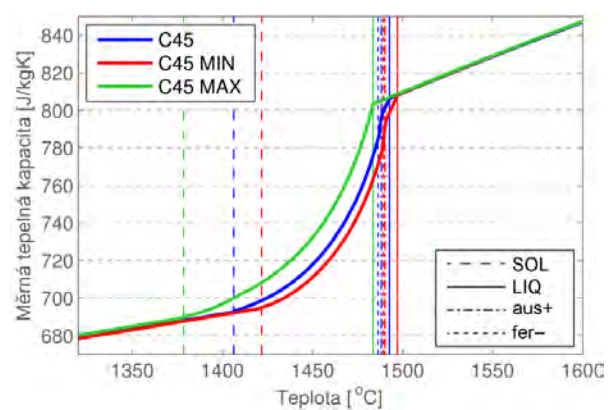
(c) Měrná tepelná kapacita pro ocel S355J2G3 a rozsah teplot fázové změny v pevném stavu



(d) Měrná tepelná kapacita pro ocel S355J2G3 a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství

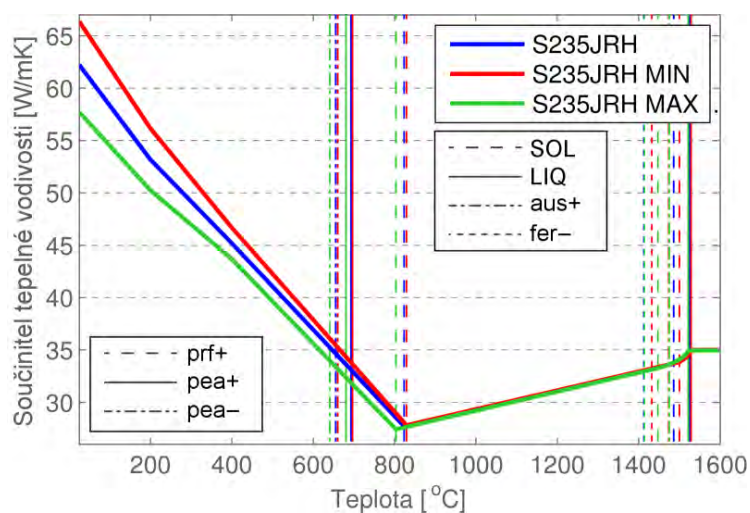


(e) Měrná tepelná kapacita pro ocel C45 a rozsah teplot fázové změny v pevném stavu

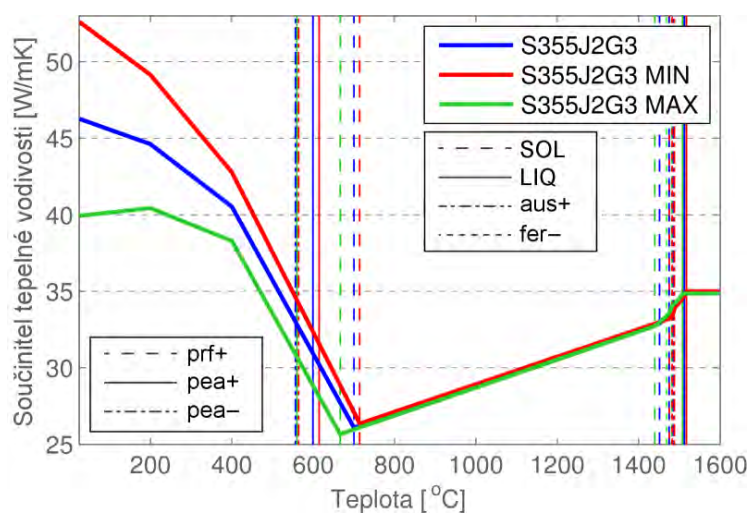


(f) Měrná tepelná kapacita pro ocel C45 a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství

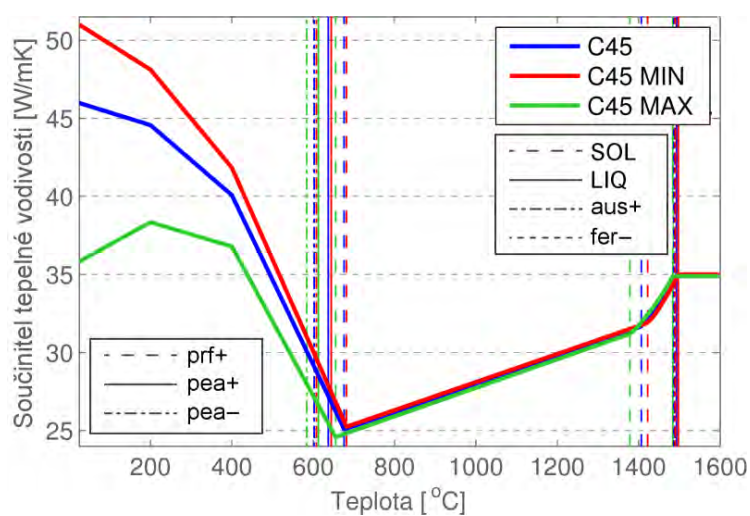
Obrázek A.2: Závislost měrné tepelné kapacity v teplotních intervalech fázových změn



(a) Součinitel tepelné vodivosti pro ocel S235JRH a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství

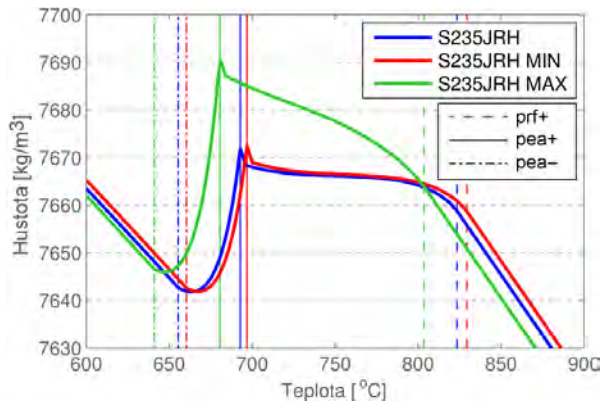


(b) Součinitel tepelné vodivosti pro ocel S355J2G3 a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství

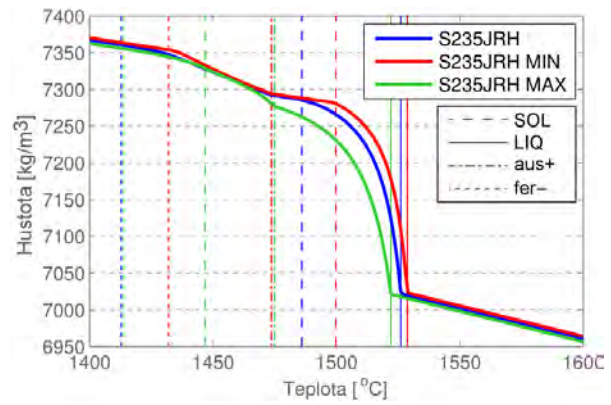


(c) Součinitel tepelné vodivosti pro ocel C45 a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství

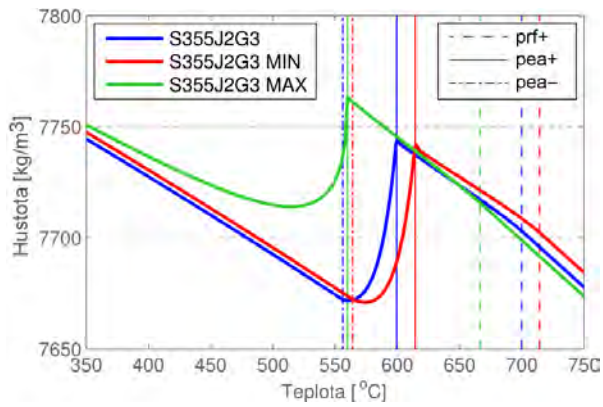
Obrázek A.3: Závislost součinitele tepelné vodivosti v teplotních intervalech fázových změn



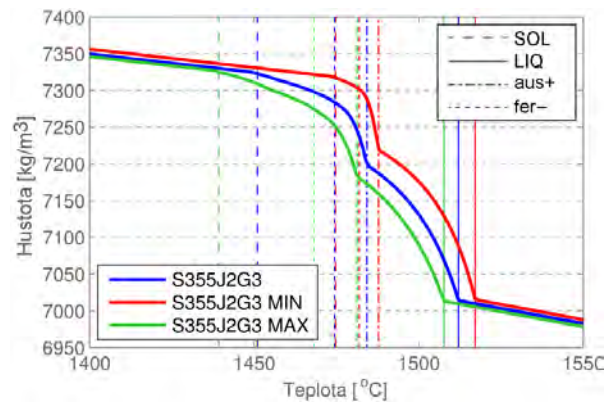
(a) Hustota pro ocel S235JRH
a rozsah teplot fázové změny v pevném stavu



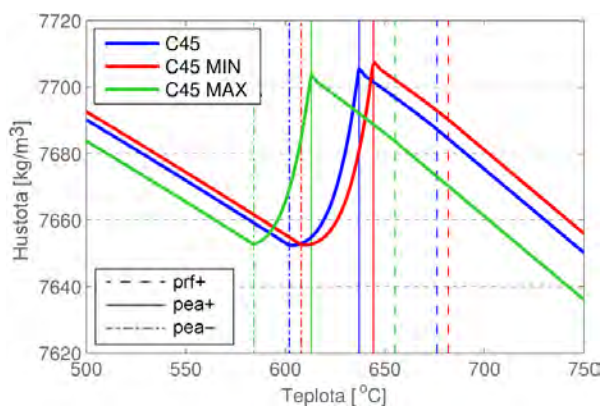
(b) Hustota pro ocel S235JRH
a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství



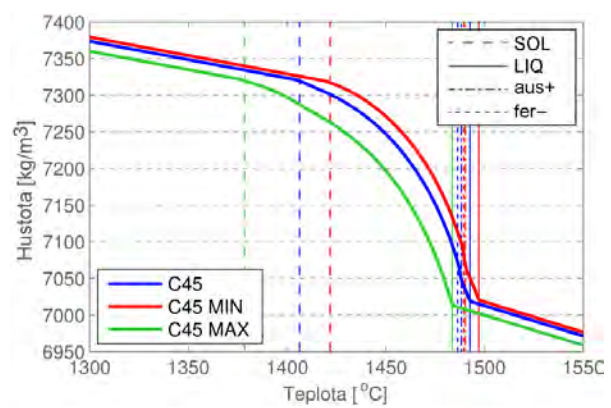
(c) Hustota pro ocel S355J2G3
a rozsah teplot fázové změny v pevném stavu



(d) Hustota pro ocel S355J2G3
a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství

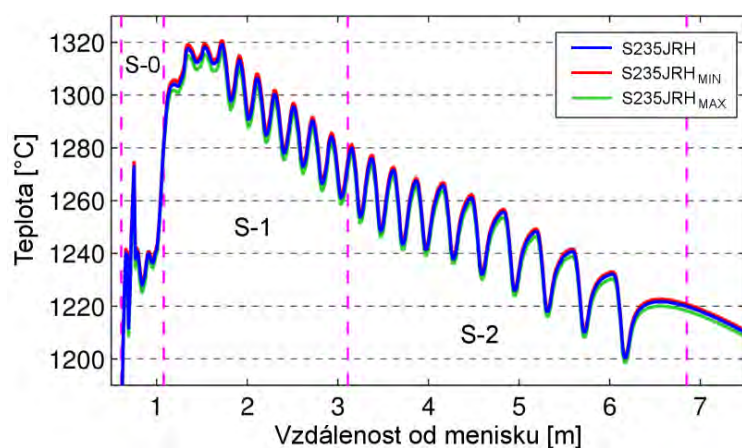


(e) Hustota pro ocel C45
a rozsah teplot fázové změny v pevném stavu

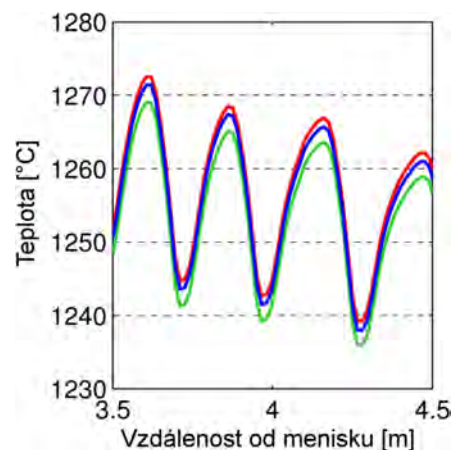


(f) Hustota pro ocel C45
a rozsah teplot fázové změny se změnou skupenství

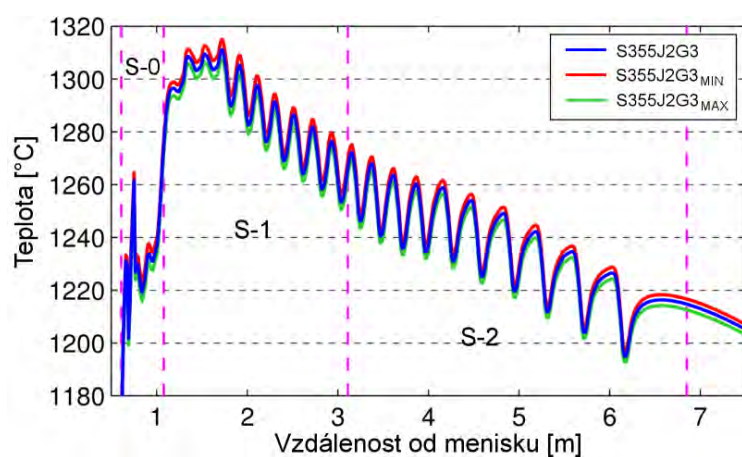
Obrázek A.4: Závislost hustoty v teplotních intervalech fázových změn



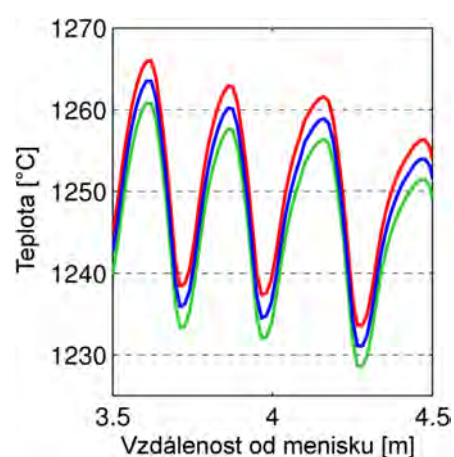
(a) Celkový průběh povrchových teplot pro ocel S235JRH



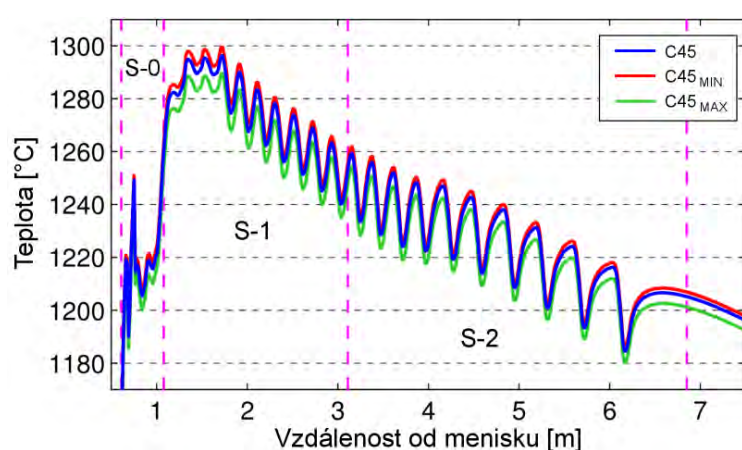
(b) Detail průběhu povrchových teplot pro ocel S235JRH



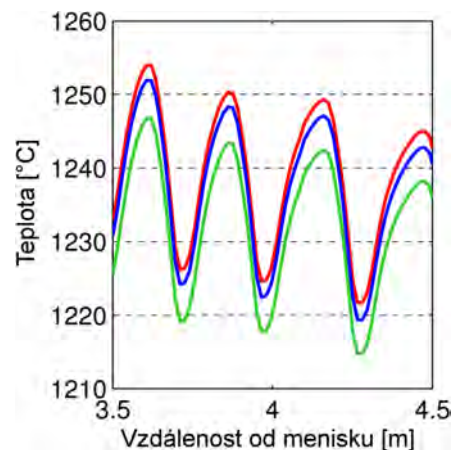
(c) Celkový průběh povrchových teplot pro ocel S355J2G3



(d) Detail průběhu povrchových teplot pro ocel S355J2G3

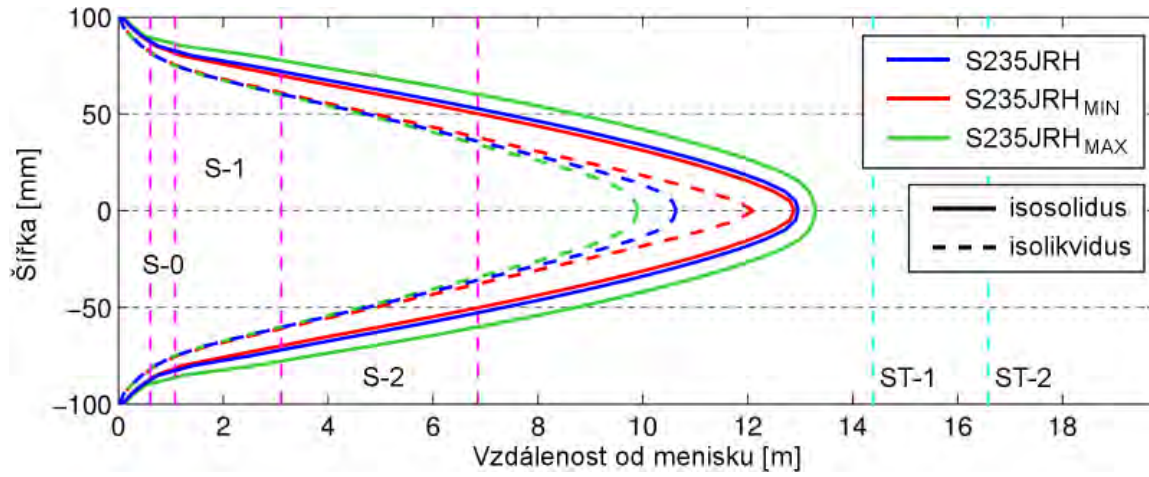


(e) Celkový průběh povrchových teplot pro ocel C45

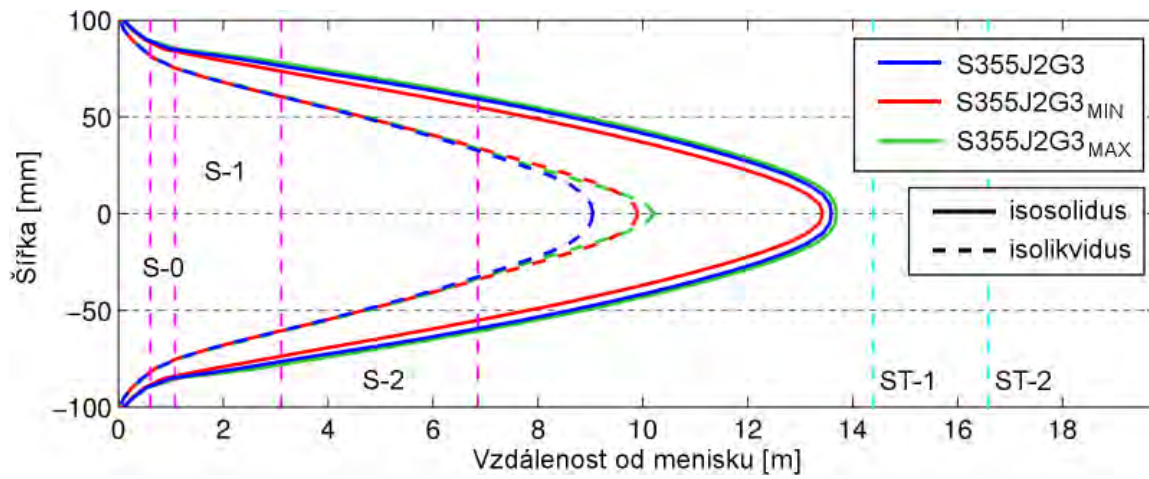


(f) Detail průběhu povrchových teplot pro ocel C45

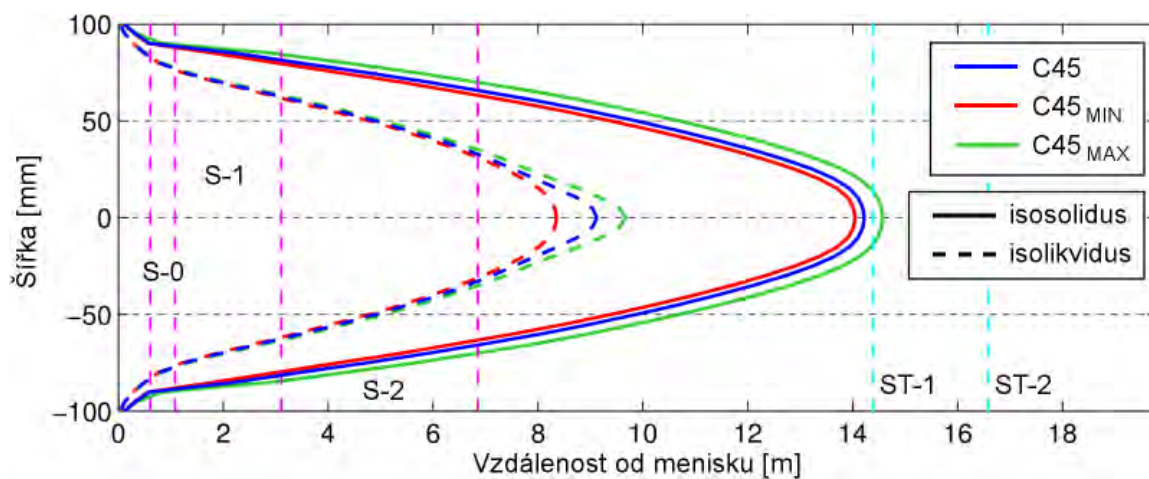
Obrázek A.5: Průběh povrchových teplot pod tryskami na povrchu malého radiusu



(a) Isokřivky pro ocel S235JRH

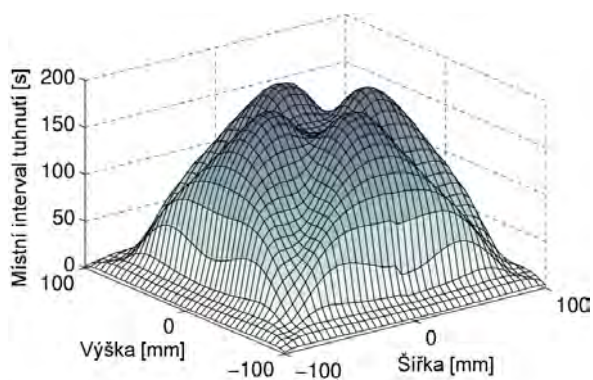


(b) Isokřivky pro ocel S355J2G3

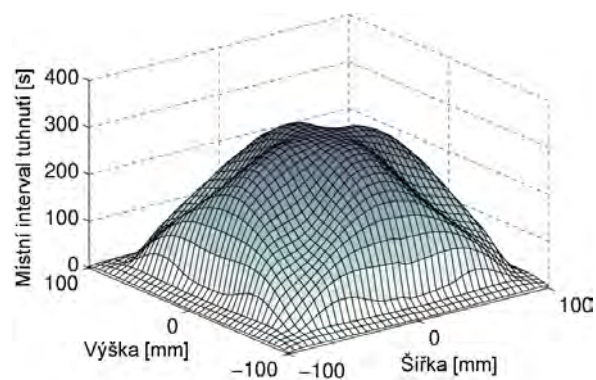


(c) Isokřivky pro ocel C45

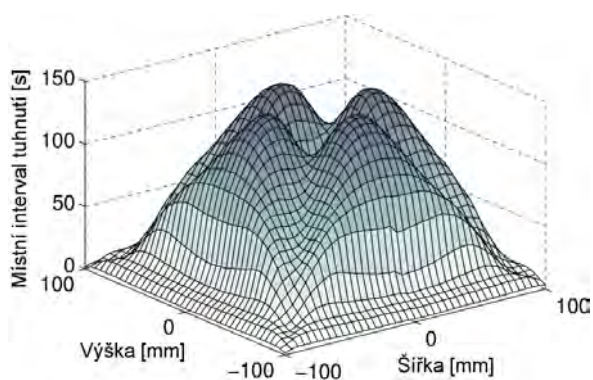
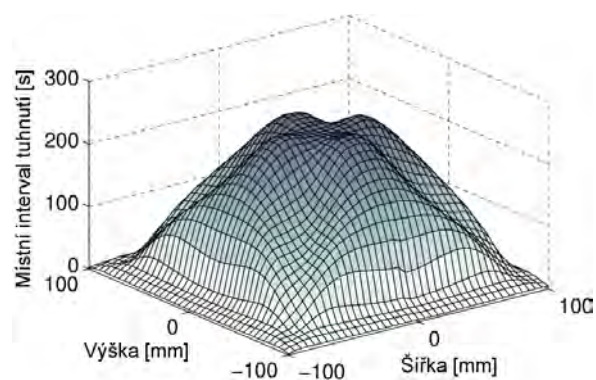
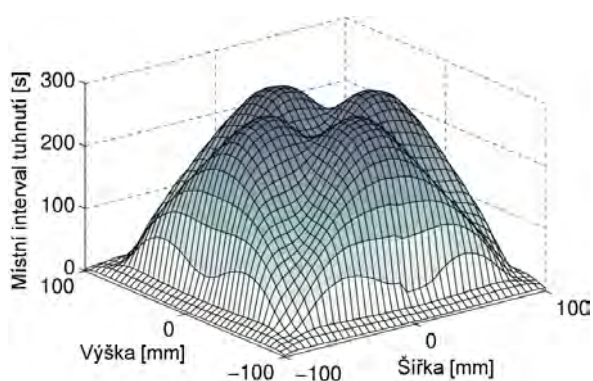
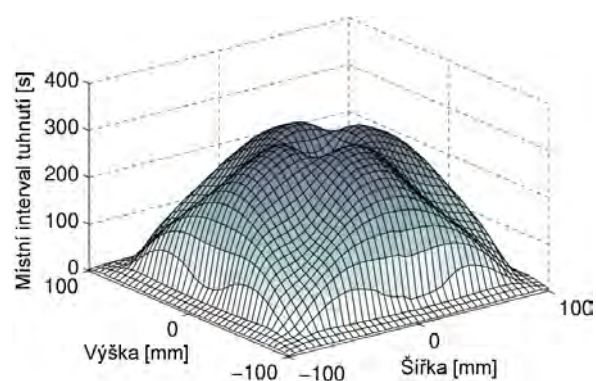
Obrázek A.6: Křivky isolikvidu a isosolidu v horizontálním podélném řezu předlitku

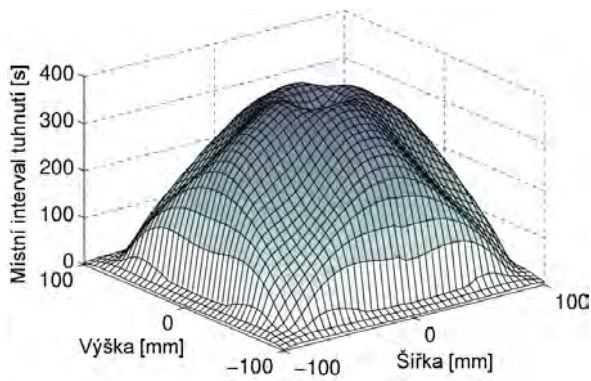


(a) 3D místní interval tuhnutí pro ocel S235JRH

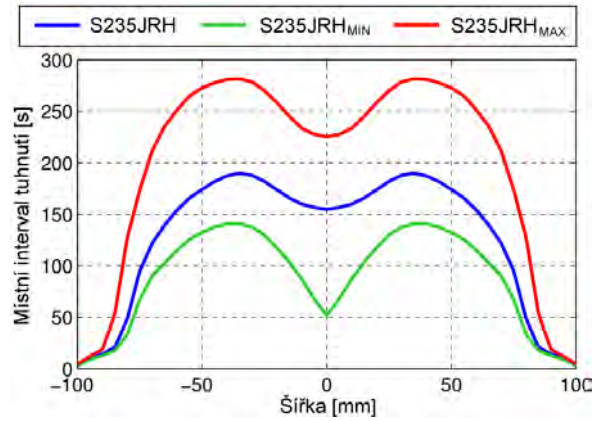


(b) 3D místní interval tuhnutí pro ocel S355J2G3

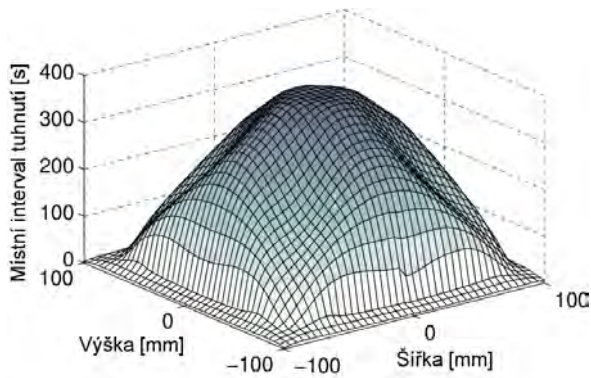
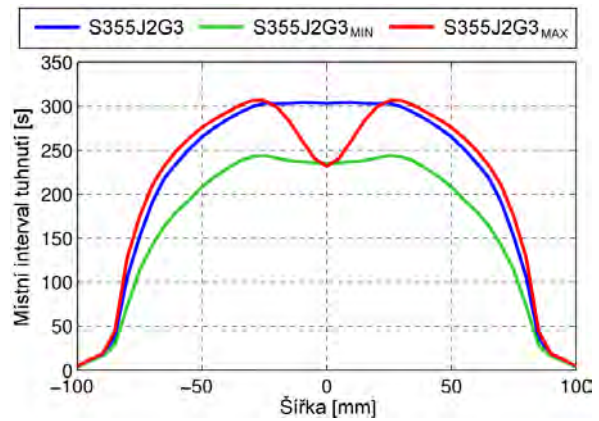
(c) 3D místní interval tuhnutí pro ocel S235JRH_{min}(d) 3D místní interval tuhnutí pro ocel S355J2G3_{min}(e) 3D místní interval tuhnutí pro ocel S235JRH_{max}(f) 3D místní interval tuhnutí pro ocel S355J2G3_{max}**Obrázek A.7:** 3D vizualizace místního intervalu tuhnutí pro oceli S235JRH a S355J2G3



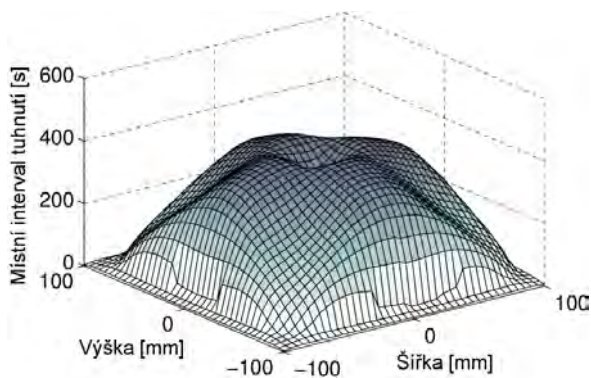
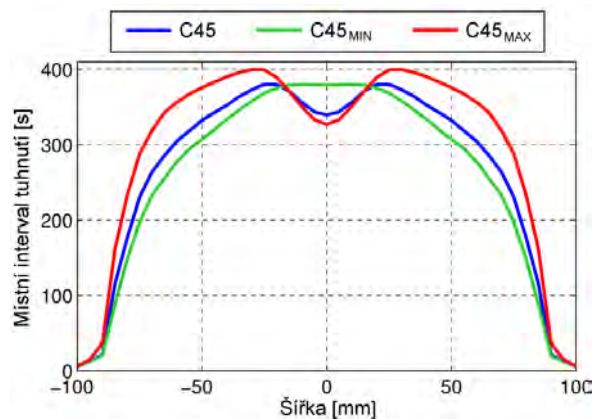
(a) 3D místní interval tuhnutí pro ocel C45



(b) 2D místní interval tuhnutí v osovém řezu pro ocel S235JRH

(c) 3D místní interval tuhnutí pro ocel C45_{min}

(d) 2D místní interval tuhnutí v osovém řezu pro ocel S355J2G3

(e) 3D místní interval tuhnutí pro ocel C45_{max}

(f) 2D místní interval tuhnutí v osovém řezu pro ocel C45

Obrázek A.8: 2D a 3D vizualizace místního intervalu tuhnutí

B

Modifikace dvojrozměrného split-normálního rozdělení pro modelování chlazení tryskou

Obsahem této přílohy je implementační popis funkce pro odhad rozložení chladicí vody pod tryskou, která je odvozena (inspirována) vícerozměrným split-normálním rozdělením pravděpodobnosti. Více podrobností lze nalézt v publikaci [176]: Villani M., Larsson R., The multivariate split normal distribution and asymmetric principal components analysis. *Communication in Statistics: Theory and Methods* 35 (2006) 6, 1123–1140.

B.1 Vstupní parametry

μ_1	střední hodnota A
μ_2	střední hodnota B
σ_{11}	rozptyl A; $\sigma_{11} > 0$
σ_{22}	rozptyl B; $\sigma_{22} > 0$
ρ	rotace, $\rho \geq 0$; bez rotace $\rho = 0$; pro $\rho > 0$ dochází ke změně poměru rozptylů;
τ	šikmost, $\tau > 0$; symetrické $\tau = 1$
s	strmost
c	funkční hodnota v peaku

B.2 Split-normální rozdělení

Hustota split-normálního rozdělení v \mathbb{R}^2 pro účely modelování rozložení součinitele přestupu tepla pod chladicí tryskou (tj. bez vlastnosti $\int_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} f(x) dx = 1$) je

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}s(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)\right\} & \text{pro } v^T(x-\mu) \leq 0 \\ c \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}s(x-\mu)^T \hat{\Sigma}^{-1}(x-\mu)\right\} & \text{pro } v^T(x-\mu) > 0, \end{cases}$$

přičemž $x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ a vlastní vektor $v = v_1$ je určen spektrálním rozkladem matice Σ ,

$$\Sigma = V D V^T,$$

kde $V = (v_1, v_2)$ je matice vlastních vektorů, $\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}$, $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \rho \\ \rho & \sigma_{22} \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ je matice vlastních čísel a musí (!) platit $VV^T = V^T V = E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Pro matici $\hat{\Sigma}$ platí $\hat{\Sigma} = V\hat{D}V^T$, kde

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} \tau^2 \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}.$$

B.3 Programátorský funkční předpis

Krok 1 – případ $\rho = 0$

V případě $\rho = 0$ platí

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 \\ 0 & \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad V = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E_2 \quad \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{11} & \hat{\sigma}_{12} \\ \hat{\sigma}_{21} & \hat{\sigma}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau^2 \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}.$$

Pro účely kroku 2 platí $A = -1$, $B = 0$.

Krok 1 – případ $\rho > 0$

V případě $\rho > 0$ platí $D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$, kde

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_{11} + \sigma_{22} - \sqrt{(\sigma_{11} + \sigma_{22})^2 - 4(\sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}\sigma_{21})} \right\}$$

a

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sqrt{(\sigma_{11} + \sigma_{22})^2 - 4(\sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}\sigma_{21})} \right\}.$$

Dále pro matici vlastních vektorů V s vlastností $VV^T = V^T V = E_2$ platí $V = \begin{pmatrix} -A & B \\ B & A \end{pmatrix}$, kde

$$B = \sqrt{\frac{\sigma_{22} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sigma_{11}}{\lambda_1 - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1}}},$$

$$A = \sqrt{\frac{\sigma_{11} - \lambda_2 B^2}{\lambda_1}}$$

a

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{11} & \hat{\sigma}_{12} \\ \hat{\sigma}_{21} & \hat{\sigma}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau^2 \lambda_1 A^2 + \lambda_2 B^2 & -\tau^2 \lambda_1 AB + \lambda_2 AB \\ -\tau^2 \lambda_1 AB + \lambda_2 AB & \tau^2 \lambda_1 B^2 + \lambda_2 A^2 \end{pmatrix}.$$

Krok 2

Pak pro rozložení koeficientu přestupu tepla v místě $x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ platí

$$f(x, y) = \begin{cases} c \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} s \frac{(x-\mu_1)^2 \sigma_{22} - (x-\mu_1)(y-\mu_2)(\sigma_{12} + \sigma_{21}) + (y-\mu_2)^2 \sigma_{11}}{\sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}\sigma_{21}} \right\} \\ \quad \text{pro } -A(x - \mu_1) + B(y - \mu_2) \leq 0 \\ \\ c \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} s \frac{(x-\mu_1)^2 \hat{\sigma}_{22} - (x-\mu_1)(y-\mu_2)(\hat{\sigma}_{12} + \hat{\sigma}_{21}) + (y-\mu_2)^2 \hat{\sigma}_{11}}{\hat{\sigma}_{11}\hat{\sigma}_{22} - \hat{\sigma}_{12}\hat{\sigma}_{21}} \right\} \\ \quad \text{pro } -A(x - \mu_1) + B(y - \mu_2) > 0. \end{cases}$$

Podmínka

$$-A(x - \mu_1) + B(y - \mu_2) \leq 0$$

určuje nadrovinu rozdělující \mathbb{R}^2 na dva poloprostory, pro které je použit odlišný funkční předpis hustoty $f(x, y)$ (použití hodnot σ nebo $\hat{\sigma}$). Tato nadrovina vychází z podmínky

$$\mathbf{v}_1^T(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \leq 0,$$

což pro $\mathbf{v} = (-A \ B)^T$ vede na $-A(x - \mu_1) + B(y - \mu_2) \leq 0$.