



Diplomová práce

Studium úplavu za aerodynamickým profilem

Studijní program:

N0715A270019 Konstrukce strojů a zařízení

Autor práce:

Bc. Pavel Uhlíř

Vedoucí práce:

doc. Ing. Petra Dančová, Ph.D.

Katedra energetických zařízení

Liberec 2024



Zadání diplomové práce

Studium úplavu za aerodynamickým profilem

<i>Jméno a příjmení:</i>	Bc. Pavel Uhlíř
<i>Osobní číslo:</i>	S22000245
<i>Studijní program:</i>	N0715A270019 Konstrukce strojů a zařízení
<i>Zadávací katedra:</i>	Katedra energetických zařízení
<i>Akademický rok:</i>	2023/2024

Zásady pro vypracování:

Aerodynamický tunel katedry energetických zařízení je přizpůsoben k experimentálnímu výzkumu vnější i vnitřní aerodynamiky. Zkoumaným předmětem diplomové práce je aerodynamický profil studentské formule. Práce může být provedena pomocí kontaktních i optických metod. Volba metod je volná. Výsledek práce by měl umožnit následnou validaci numerických simulací.

Hlavní cíle:

1. Rešerše dané problematiky.
2. Návrh a výroba zkoumaných modelů.
3. Návrh a sestavení experimentu.
4. Provedení měření s vlastním experimentálním uspořádáním.
5. Analýza výsledků a jejich prezentace ve formě užitečné pro vývoj studentské formule.

Rozsah grafických prací: po domluvě
Rozsah pracovní zprávy: 60
Forma zpracování práce: tištěná/elektronická
Jazyk práce: čeština

Seznam odborné literatury:

J. Noskovič a kol.: Mechanika tekutin, SNTL, 1987
J. Janalík: Obtékání a odpor těles, VŠB-TUO, 2008
R.S. Johnson: Fluid mechanics and the theory of flight, Bookboon, 2012

Vedoucí práce: doc. Ing. Petra Dančová, Ph.D.
Katedra energetických zařízení

Datum zadání práce: 1. listopadu 2023
Předpokládaný termín odevzdání: 30. dubna 2025

doc. Ing. Jaromír Moravec, Ph.D.
děkan

L.S.

doc. Ing. Martin Bílek, Ph.D.
garant studijního programu

V Liberci dne 1. listopadu 2023

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucí této práce doc. Ing. Petře Dančové Ph.D. za poskytnuté rady a konzultantovi Ing. Jaroslavu Pulcovi za poskytnuté rady a pomoc při realizaci praktické části. Také bych rád poděkoval týmu studentské formule za vstřícnost projevenou napříč tvorbou této práce. Dále bych rád poděkoval rodině a přátelům, kteří byli mojí oporou.

Studium úplavu za aerodynamickým profilem

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá experimentálním měřením úplavu dvou modelů předního křídla týmu studentské formule. Cílem práce byl získání rychlostní a tlakových polí v okolí modelu a následné provedení validace simulací poskytnutých tímto týmem. Měření bylo provedeno pomocí stereoskopické uspořádání metody *Particle Image velocimetry* (PIV, česky také integrální laserová anemometrie) ve větrném tunelu katedry energetických zařízení. Pro účely experimentu byly vyrobeny modely velikostně uzpůsobené použitému větrnému tunelu tak, aby došlo k eliminaci vlivu mezních vrstev vznikajících na stěnách tunelu. Výsledky experimentu byly použity pro validaci dodaných simulací a jsou popsány v této práci.

Klíčová slova: úplav, aerodynamický profil, přední křídlo, studentská formule, Stereo PIV, větrný tunel, validace simulací

Study of the flow behind the aerodynamic profile

Abstract

This master's thesis focuses on experimental measurement of the flow behind two front wing models of the student formula team. The goal of the work was to obtain velocity and pressure fields around the model and subsequently validate the simulations provided by this team. The measurement was performed using the stereoscopic setup of the Particle Image velocimetry (PIV) method in the wind tunnel of the Department of Power Engineering Equipment. For the purposes of the experiment, models dimensionally adapted to the used wind tunnel were manufactured so that the influence of the boundary layers forming on the tunnel walls could be eliminated. The experiment results were used to validate the provided simulations and are described in this thesis.

Keywords: flow, aerodynamic profile, front wing, student formula, Stereo PIV, wind tunnel, simulation validation

Obsah

Seznam zkratek a symbolů	9
Úvod	11
1 Dynamické charakteristiky proudění	12
1.1 Vnější aerodynamika těles	12
1.2 Špatně obtékané těleso	12
1.3 Reynoldsovo číslo a teorie podobnosti	12
1.4 Bernoulliho rovnice	13
1.5 Síly působící na obtékaná tělesa	14
1.6 Odpor těles	16
1.7 Tělesa s kombinací třecího a tlakového odporu	16
1.8 Aerodynamické profily	17
1.9 Tlaková pole	17
2 Metody	19
2.1 Stereo PIV	19
2.1.1 Kalibrace stereo zobrazení	20
2.1.2 Kalibrace kamery	22
2.1.3 Tlak z PIV	25
2.2 Větrné tunely	25
2.3 Nízkorychlostní podzvukové větrné tunely	26
2.4 Odsávání mezní vrstvy	27
2.5 Validace	28
2.6 Metoda 3D tisku FFF	29
3 Příprava experimentu a použitá zařízení	30
3.1 Větrný tunel katedry energetických zařízení	30
3.2 Příprava modelů	32
3.3 Volba podmínek a míst měření	34
3.4 Ukotvení modelu	36
3.5 Eliminace odlesků	38
4 Provedení experimentu	39
4.1 Kalibrace	39
4.2 Záznam dat	40

5	Výsledky experimentu	41
5.1	Vyhodnocení naměřených dat	41
5.2	Vyhodnocená data experimentu	43
5.3	Porovnání výsledků experimentu a simulace	49
	Závěr	55
	Seznam obrázků	57
	Seznam grafů	57
	Seznam tabulek	59
	Bibliografie	61
	Přílohy	62

Seznam zkratek a symbolů

Symbol	Jednotka	Význam
Standardní symboly		
c	1	součinitel celkové aerodynamické síly
c_x	1	součinitel odporu
c_y	1	součinitel vztlaku
d	m	charakteristický rozměr
F_x	N	odporová síla
F_y	N	vztlaková síla
F_z	N	boční síla
f	mm	ohnisková vzdálenost objektivu
g	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	tíhové zrychlení
H	m	výška
M_o	1	jmenovitý faktor zvětšení
M_x	$\text{N} \cdot \text{m}$	klonivý moment
M_y	$\text{N} \cdot \text{m}$	zatačivý moment
M_z	$\text{N} \cdot \text{m}$	klopivý moment
p	Pa	tlak
Re	1	Reynoldsovo číslo
S	m^2	charakteristická plocha obtékaného profilu
v	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	rychlost
v_r	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	referenční rychlost
v_∞	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	rychlost volného proudění
W	m	šířka profilu křídla
X, Y	m	souřadný systém roviny obrazu
x, y	m	souřadný systém roviny objektivu
Řecké symboly		
θ	rad	úhel mezi rovinou objektu a objektivu
ν_r	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	referenční kinematická viskozita
ν_∞	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	kinematická viskozita volného proudění
ρ	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	hustota

σ	1	směrodatná odchylka relativní rychlosti
ϕ	rad	úhel mezi rovinou obrazu a objektivu

Zkratka

Význam

2D	2-dimensional
2D2C	2-dimensional, 2-component
2D3C	2-dimensional, 3-component
FFF	fused filament fabrication
CFD	computational fluid dynamics
MTF	modulation transfer function
PIV	particle image velocimetry
PLA	polylactic acid

Úvod

Tato práce se zabývá experimentálním měřením úplavu za předními křídly vytvořenými týmem studentské formule v letech 2023 a 2024. Výstupem tohoto měření jsou rychlostní vektorové mapy, které jsou použity pro validaci simulací poskytnutých tímto týmem. Z těchto rychlostních polí jsou následně vypočtena pole tlaková. Obtékání předního křídla formule je nejčastěji řešeno pouze pomocí CFD simulací [1], [2], zřídka jsou ovšem tyto simulace ověřeny pomocí experimentů, či jsou provedeny pouze experimenty [3]. Také existují studie, které se zabývají tématem návrhu a tvorby předních křídel [4], [5].

Měření proběhlo u každého modelu zvlášť. Aby bylo možné získat kompletní vektorové pole v okolí modelu, každé měření bylo nutné rozdělit na části, konkrétně spodní a horní. Měření proběhlo pomocí metody stereoskopického uspořádání *Particle Image Velocimetry* (PIV; česky též integrální laserová anemometrie). Pro měření byl použit větrný tunel katedry energetických zařízení. Pro účely experimentu proběhla výroba zmenšených modelů předních křídel. Toto zmenšení bylo provedeno kvůli velikostnímu uzpůsobení použitému větrnému tunelu kvůli odstranění vlivu mezních vrstev vznikajících na stěnách tunelu na výsledky měření. Výsledky experimentu byly dále využity pro validaci dodaných simulací.

1 Dynamické charakteristiky proudění

Některé charakteristiky proudění byly již z části popsány v bakalářské práci [6], která se zabývala podélným obtékáním rovinné desky. Témata viskozity, laminárního a turbulentního proudění či mezních vrstev zde tedy nebyly opakovány. V této kapitole se nachází rozšíření o teorii špatně obtékaných těles. Teoretický základ je rozšířen o Bernoulliho rovnici, síly působící na obtékaná tělesa, odpor těles a tlaková pole.

1.1 Vnější aerodynamika těles

Aerodynamika je obor fyziky, který se zabývá studiem sil působícími na těleso obtékané vzduchem. U závodních okruhových vozidel je důležitá minimalizace aerodynamického odporu a zvýšení aerodynamické přitlačné síly. Postupný vývoj aerodynamických komponent umožnil dosažení vyšších rychlostí či zlepšení adheze v zatáčkách [5].

1.2 Špatně obtékané těleso

Tělesa obtékaná způsobem rozporujícím optimálním podmínkám pro minimální odpor se nazývají špatně obtékaná. Jedná se o tělesa se složitou či nepravidelnou geometrií, obvykle jsou jejich součástí ostré hrany nebo různé výčnělky. Mezi špatně obtékaná tělesa je možné zařadit veškerou lidskou stavební činnost, příkladem mohou být mosty či budovy [7].

1.3 Reynoldsovo číslo a teorie podobnosti

Jedním z nejdůležitějších parametrů pro kategorizaci proudění je Reynoldsovo číslo. Jedná se o bezrozměrnou veličinu a používá se jako jeden z podobnostních parametrů v aerodynamice. Jeho základní tvar je

$$\text{Re} = \frac{v_r \cdot d}{\nu_r}, \quad (1.1)$$

kde v_r ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) je referenční rychlost, d (m) je charakteristický rozměr a ν_r ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) značí referenční kinematickou viskozitu [8].

Reynoldsovo číslo má zásadní roli, poněvadž udává relativní velikost setrvačných a viskózních účinků v proudění. Ovlivňuje tedy hlavně odpor vzduchu a aerodynamickou účinnost vozidla či letadla. Jako referenční rychlost je zde často brána rychlost volného proudění v_∞ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), funkci charakteristického rozměru zastává šířka profilu křídla W (m) a referenční kinematická viskozita je zde také vztažena k volnému proudění ν_∞ ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) [8]:

$$\text{Re} = \frac{v_\infty \cdot W}{\nu_\infty}. \quad (1.2)$$

V průmyslu poměrně často nastávají situace, kdy je třeba při experimentu využít kontrolované prostředí, které ovšem velikostně neodpovídá řešené úloze [9].

Pro dosažení podobnosti nebo srovnatelnosti toku mezi modelem či dílčím zkušebním tělesem a skutečnou aplikací jsou vyžadována určitá kritéria, jmenovitě geometrická, kinematická a dynamická podobnost. U geometrické podobnosti je důležité správné škálování modelu a zachování stejného geometrického tvaru. K tomu postačí pouze jeden parametr, a to měřítko. Dalším kritériem je kinematická podobnost, která zahrnuje, že posuny a rychlosti modelu i skutečné aplikace musí být stejné. Pro dodržení dynamické podobnosti je nutné dodržení poměrů všech sil a momentů mezi modelem a skutečnou aplikací. V případě dosažení dynamické podobnosti byly již splněny podobnosti geometrické i kinematické [9].

V případě Reynoldsova čísla je jeho velikost stejná jak u modelu, tak u reálné aplikace. Toho je dosaženo například tím, že v případě zmenšení charakteristického rozměru je nutné zvýšit referenční rychlost ve stejné míře [9].

1.4 Bernoulliho rovnice

Jedním z fundamentálních principů působících v mechanice tekutin je Bernoulliho rovnice, která vyjadřuje zákon zachování mechanické energie proudění ideální kapaliny. Pro její aplikaci musí být dodrženo několik podmínek, které zahrnují konstantní hustotu v celém proudění, zanedbatelné viskózní síly, časově nezávislé proudění. Dále je nutné, aby se tekutina pohybovala pouze po jedné proudnici. Energetický tvar rovnice spojuje tlakovou energii, kinetickou energii a potenciální energii:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gH = \text{konst}, \quad (1.3)$$

kde p (Pa) označuje tlak v daném bodě tekutiny, ρ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) hustotu tekutiny, v představuje rychlost tekutiny v daném bodě, g ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) je tíhové zrychlení a H (m) je výška daného bodu nad bodem referenčním. Každý člen rovnice reprezentuje různý druh energie. Tlaková energie vyjadřuje práci potřebnou k přemístění objemu tekutiny proti tlaku, kinetická energie je energie spojená s pohybem tekutiny a potenciální energie vyjadřuje energii spojenou s polohou tekutiny v gravitačním poli země. Alternativní tvar rovnice uvádí energii v tlakovém vyjádření

$$p + \rho \frac{v^2}{2} + \rho gH = \text{konst}. \quad (1.4)$$

Tato forma je užitečná při zaměření na rozdělení tlaků v systému. Zde p přímo reprezentuje statický tlak, zatímco zbylé členy představují tlak hydrostatický a dynamický. Za předpokladu zanedbatelného výškového rozdílu je možné rovnici dále zjednodušit na

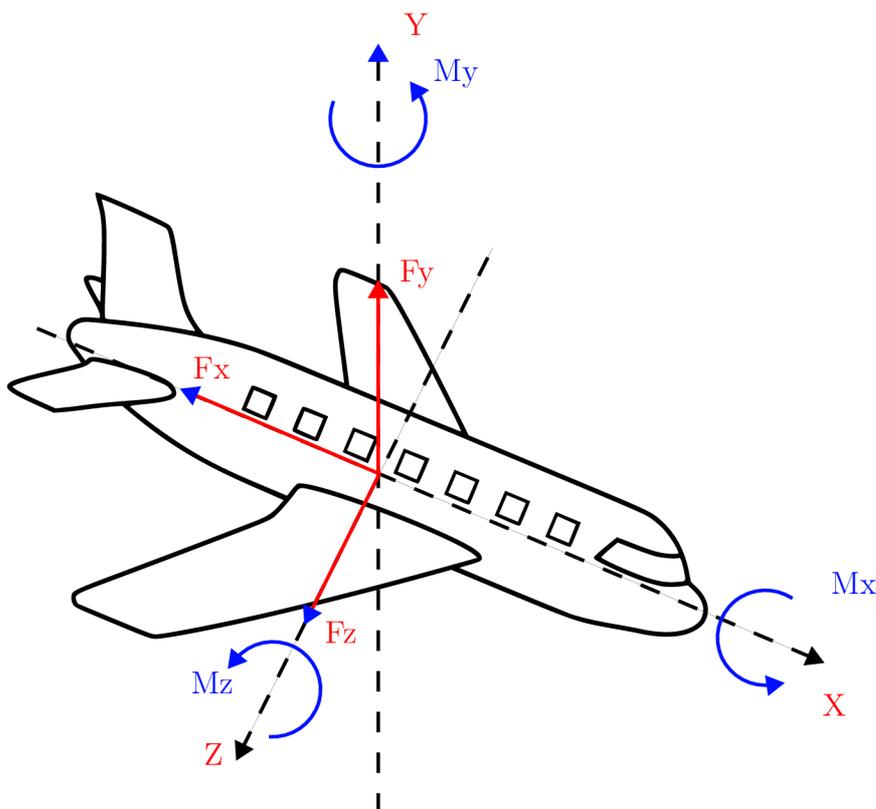
$$p + \rho \frac{v^2}{2} = \text{konst.} \quad (1.5)$$

Tento zjednodušený tvar rovnice popisuje vztah mezi statickým a dynamickým tlakem v horizontálně proudící tekutině. Dynamický tlak je vyjádřen jako člen závislý na rychlosti, tedy se zvyšující se rychlostí roste [10].

1.5 Síly působící na obtékaná tělesa

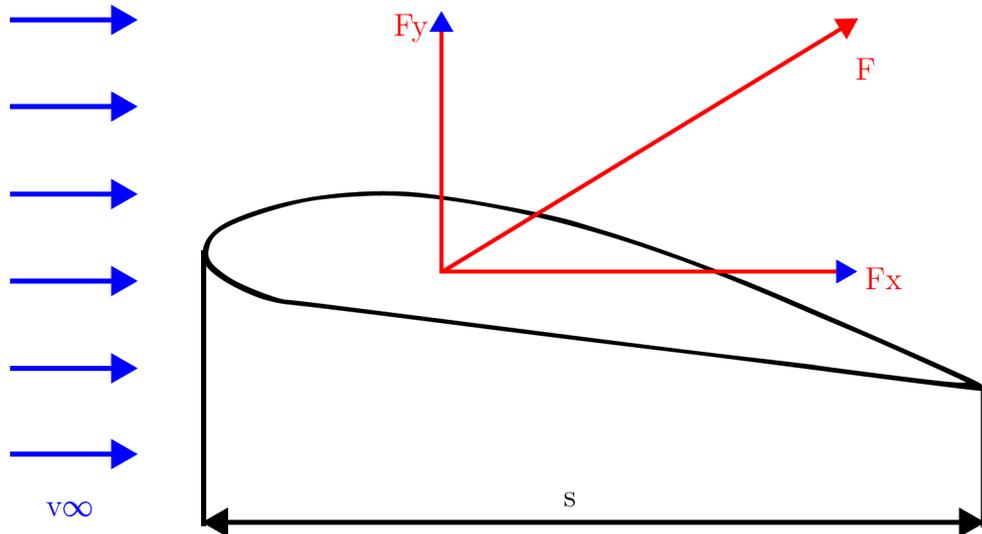
Když se těleso pohybuje reálnou (vazkou) tekutinou či je tekutinou obtékáno, působí na těleso síly a momenty.

Tyto síly a momenty mohou být rozloženy do několika složek, zahrnujících odpor F_x , vztlak F_y , boční sílu F_z a momenty klopivý M_z , klonivý M_x a zatáčivý M_y . Každá z těchto složek má svou vlastní velikost a směr, které jsou závislé na geometrii tělesa, jeho poloze ve vztahu k proudu kapalin a na podmínkách proudění. Obrázek 1 graficky znázorňuje rozložení sil a momentů a jejich vzájemný vztah v kontextu pohybu tělesa v tekutině.



Obr. 1 Síly a momenty působící na těleso

Při symetrickém obtékání těles se některé z těchto složek mohou vyrušit nebo být nulové. Tento jev je zřetelný zejména u symetricky obtékaných leteckých profilů, kde se síly působící na profil dělí na dvě hlavní složky. První složka je rovnoběžná se směrem pohybu (odpor) a druhá kolmá (vztlak). Výsledná síla působící na těleso, která zahrnuje jak odpor, tak vztlak, se označuje jako hydraulická či aerodynamická a je zobrazena na obrázku 2 [11].



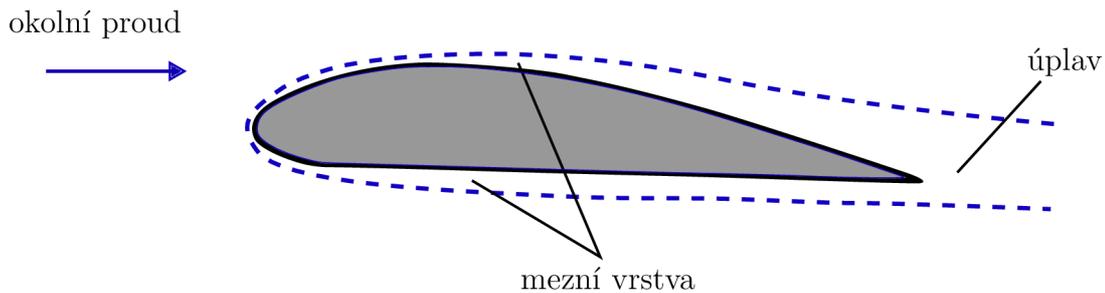
Obr. 2 Síly na obtékaný letecký profil

Odporová síla F_x , vztlaková síla F_y a výsledná aerodynamická síla F mohou být určeny pomocí vztahů:

$$F_x = c_x S \rho \frac{v_\infty^2}{2}, \quad F_y = c_y S \rho \frac{v_\infty^2}{2}, \quad F = c S \rho \frac{v_\infty^2}{2} \quad (1.6)$$

kde c_x (1) je součinitel odporu, c_y (1) součinitel vztlaku, c (1) součinitel výsledné aerodynamické síly, v_∞ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) rychlost volného proudu, S (m^2) je charakteristická plocha obtékaného tělesa $\frac{1}{2} \rho v_\infty^2$ představuje dynamický tlak [11].

U reálných těles s konečnou tloušťkou, která jsou symetrická k vektoru rychlosti v_∞ , bývají všechny složky sil kromě odporu F_x nulové. Teoretické určení odporu tělesa F_x je obtížné, obzvláště pokud se těleso nachází v rozlehlém proudu tekutiny. Jelikož zjednodušení na nevazkou tekutinu vede k nesprávným výsledkům (získáme nulový odpor), provádí se řešení těchto úloh nejčastěji za pomoci fyzikálních experimentů. Pomocí nich se došlo k závěru, že viskozita zasahuje pouze do malé oblasti blízko tělesa, která se nazývá mezní vrstva. Bylo také zjištěno, že po průchodu mezní vrstvou vytváří částice tekutiny za obtékaným tělesem úplav. Tento úplav a interakce s mezní vrstvou jsou klíčové pro porozumění odporovým silám, které na ně působí, a jsou vizualizovány na obrázku 3 [11].



Obr. 3 Schéma proudového pole

1.6 Odpor těles

Celkový odpor v kapalině se skládá ze dvou hlavních složek: odporu třecího, který je způsoben vlivem viskozity tekutiny působící na povrch tělesa, a odporu tlakového, vznikajícího nesymetrickým rozložením tlaku po povrchu tělesa. Oddělené určení těchto složek je ve většině případů složité, jelikož se navzájem ovlivňují a jsou provázány [11].

Rozdělení těles dle převládající složky odporu vede ke třem základním kategoriím. První skupina je tvořena deskovitými tělesy a tělesy paralelními s prouděním. U této skupiny převažuje odpor třecí. Ve druhé skupině se nachází deskovitá tělesa umístěná kolmo ke směru proudění, kde převažuje odpor tlakový vlivem velkých tlakových rozdílů vznikajících na jejich povrchu. Ve třetí a finální skupině se nachází spojitě zakřivená tělesa s relativně velkou tloušťkou, kde se na celkovém odporu podílí jak nesymetrické rozložení tlaku, tak viskozita tekutiny[11].

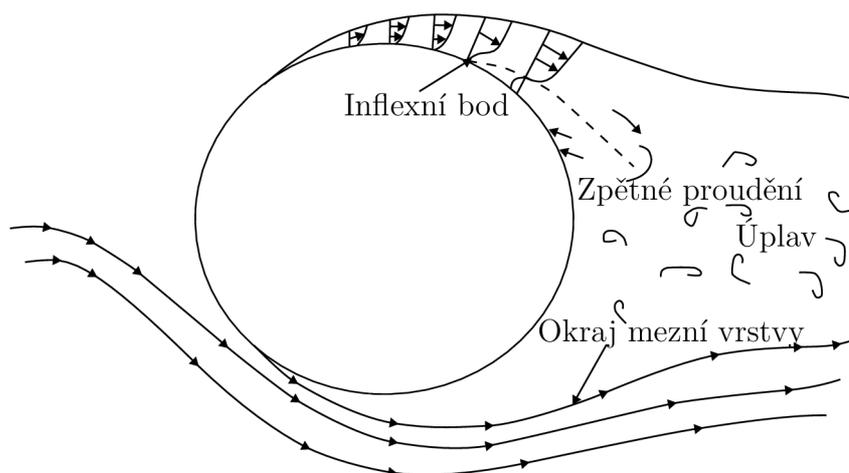
Vztah pro výpočet celkového odporu je zápisově stejný jako v předchozí kapitole, ovšem c_x je v tomto případě součinitel celkového odporu, zahrnuje tedy jak odpor třecí, tak tlakový. Charakteristická plocha S může být definována různě – jako příčný průřez, půdorysný průmět či omočená plocha, v závislosti na konkrétní situaci. Pro tuto práci jsou důležitá zejména tělesa s kombinací třecího a tlakového odporu [11].

1.7 Tělesa s kombinací třecího a tlakového odporu

Pro tělesa se spojitě zakřivenými tvary (koule, elipsoidy) a tvary aerodynamické jsou charakteristické výrazné změny součinitele odporu c_x při určitých hodnotách Reynoldsových čísel. Tyto změny jsou důsledkem posunutí bodu, kde dochází při změně charakteru proudění z laminárního na turbulentní k odtržení mezní vrstvy směrem dozadu. To má za následek zmenšení úplavu a tím i k poklesu odporu, který na těleso v tekutině působí[11].

Odtržení mezní vrstvy se obvykle objevuje v situacích, kdy se proudící tekutina dostává do oblasti s vyšším tlakem, což je typické například pro zadní části těles jako jsou válce. Tlakové a třecí síly působící proti pohybu částice jsou překonávány setrvačností částice tekutiny, což způsobuje pokles její rychlosti až k nule v určitém místě na povrchu tělesa, což je zobrazeno na obrázku 4. V tomto bodě se vytváří

takzvaný inflexní bod a za ním dochází ke zpětnému proudění tekutiny u stěny [11].



Obr. 4 Proudění při obtékání válce

Turbulentní charakter mezní vrstvy přispívá k tomu, že částice tekutiny v bezprostřední blízkosti stěny mají vyšší kinetickou energii v důsledku plnějšiho rychlostního profilu ve srovnání s laminárním prouděním. Z tohoto důvodu se bod odtržení posune dozadu, což má za následek zmenšení úplavu a tím i snížení odporu. Tento jev je klíčový pro pochopení dynamiky proudění okolo různých těles a pro efektivní návrh jak aerodynamických, tak hydrodynamických profilů [11].

1.8 Aerodynamické profily

Jedním z nejdůležitějších aerodynamických tvarů je profil křídla. Profil křídla je používán v leteckém průmyslu či průmyslu automobilovém.

V případě použití v leteckém průmyslu je jejich primárním úkolem tvorba vztlačku, což umožňuje letadlu stoupat či udržovat se ve vzduchu. Jinak je tomu ovšem v průmyslu automobilovém, kdy slouží především k vytváření přitlaku. Jeho důsledkem se zvyšuje trakce a stabilita vozidla při jeho jízdě po zemi.

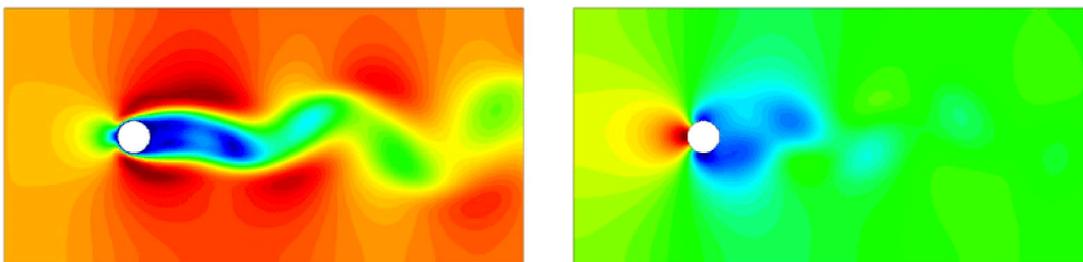
Obecně se dá říct, že po křídle v těchto dvou případech vyžadujeme opačnou funkci. Hlavním rozdílem profilů křídel je tedy jejich tvarová inverze při použití u automobilů. Obvykle se také umísťují především do přední části vozidla, v některých případech (spoiler) jsou ovšem umísťovány i do části zadní. Obvykle je volen menší úhel náběhu, především u aktivních aerodynamických prvků [5].

1.9 Tlaková pole

Tlakové pole v tekutině je ovlivňováno různými faktory, mezi které se řadí například hustota, rychlost či zrychlení tekutiny. K charakterizaci a analýze tlakového pole slouží Navierovy-Stokesovy rovnice, které jsou souborem parciálních diferenciálních rovnic poskytujících rámec pro popis pohybu tekutiny [12].

Vnější síly, mezi které se řadí i gravitační či elektromagnetické, také ovlivňují tlakové pole uvnitř kapaliny. Pokud tedy tomuto poli porozumíme, můžeme vypočítat síly působící na povrch nacházející se v tekutině. Tato tlaková síla se určí integrací tlaku přes povrch [12].

Vizualizace tlakového pole lze dosáhnout pomocí tlakových kontur či izobar (obrázek 5). Vzdálenost mezi izobarami slouží jako ukazatel tlakového gradientu, což je rychlost změny tlaku v závislosti na vzdálenosti. Ten dále úzce souvisí s rychlostí prostřednictvím Bernoulliho rovnice [12].



Obr. 5 Proudění kolem válce. Rychlostní (vlevo) a tlakové (vpravo) pole [13]

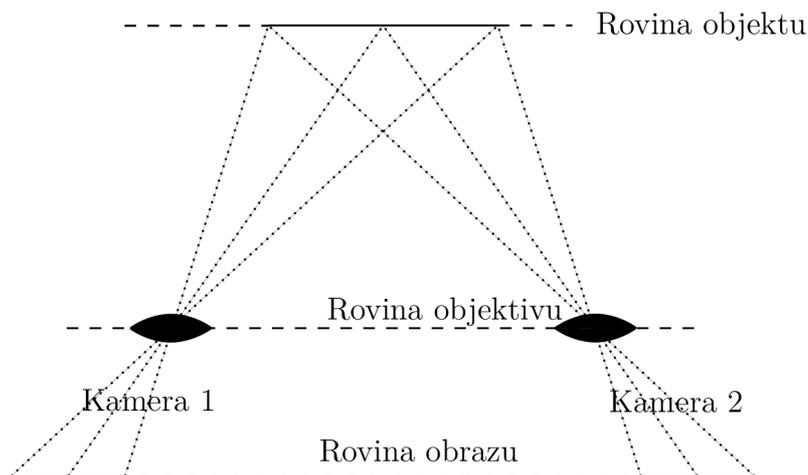
2 Metody

V této kapitole je popsána metodika použité optické metody *Particle Image Velocimetry*, česky někdy též integrální laserová anemometrie. Jelikož jsou základy této metody popsány v bakalářské práci [6], následující text je zaměřen na PIV ve stereoskopickém uspořádání (Stereo PIV). Dále jsou zde popsány principy a využití větrných tunelů.

2.1 Stereo PIV

Stereo PIV je metoda rozšiřující metodu 2D PIV, díky které lze získat v měřené rovině všechny tři složky rychlosti. Toho je docíleno použitím dvojice kamer, které snímají rovinu z různých úhlů. Primárně je tato metoda určena pro sledování vzduchového proudu, nicméně přizpůsobení tohoto přístupu pro aplikace v proudění kapalin lze snadno provést změnou úhlů mezi rovinou čočky a rovinou senzoru v závislosti na refrakci rozhraní vzduch-voda [14].

Jeden z problémů metody vzniká při použití čoček s velkou ohniskovou vzdáleností. Jejich omezená úhlová apertura omezuje vzdálenost mezi čočkami při translačním zobrazování (obrázek 6).

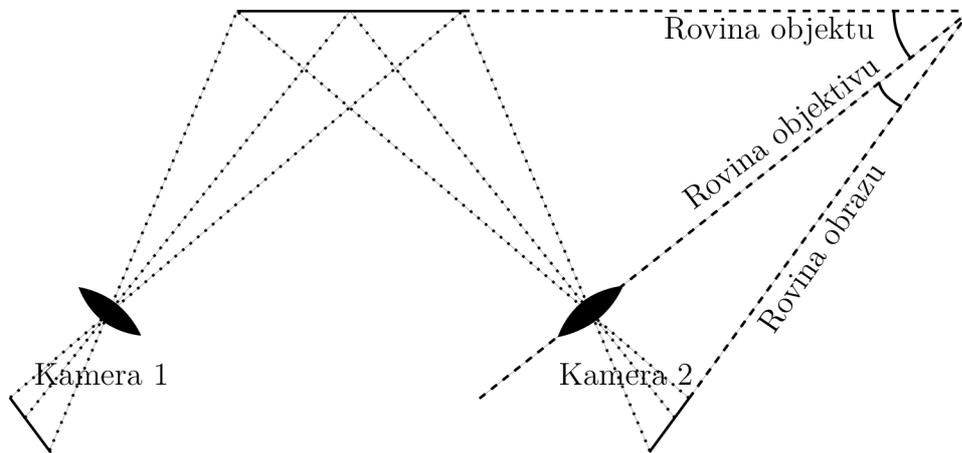


Obr. 6 Metoda posunu čoček [14].

Většina objektivů určených pro použití se snímačem pevného formátu se středem v optické ose objektivu má nejen omezenou optickou aperturu, ale vyznačuje se také silným poklesem modulační transferové funkce (MTF) směrem k okrajům zorného

pole. Pro adekvátní zobrazení malých částic je MTF při malých hodnotách f (nastavení clony objektivu) požadavkem. Kvůli tomu, že soustavy čoček se šikmou hlavní osou prakticky neexistují, je odklon od translační zobrazovací metody na obrázku nevyhnutelný [14].

Protože nejlepší MTF je obecně v blízkosti hlavní osy objektivu, alternativní metoda úhlového posunu (obrázek 7) vyrovnává objektiv s hlavním směrem pohledu. Další požadavek na malá čísla f je spojen s velmi malou hloubkou ostrosti, které lze vyhovět pouze dodatečným nakloněním zadní roviny dle Scheimpflugova kritéria, v němž se rovina obrazu, rovina objektivu a rovina objektu pro každou z kamer protínají ve společném bodě. Šikmý pohled na scénu je spojen s perspektivním zkreslením, které se ještě zvyšuje Scheimpflugovým zobrazovacím uspořádáním. Perspektivní zkreslení má v podstatě za následek faktor zvětšení, který již není konstantní v celém zorném poli a vyžaduje další způsob kalibrace, který bude popsán později. V následujících částech je nejprve uveden zobecněný, tedy nesymetrický, popis stereoskopického zobrazování PIV a po něm následuje metodika kalibrace perspektivního zkreslení [14].



Obr. 7 Metoda úhlového posunutí čočky s nakloněnou zadní rovinou [14].

2.1.1 Kalibrace stereo zobrazení

Pro rekonstrukci místního vektoru posunutí je třeba znát směr pohledu a faktor zvětšení pro každou kameru v každém bodě příslušných snímků. Tuto shodu mezi obrazem (x, y) a rovinou objektu (X, Y) lze ve skutečnosti popsat pomocí geometrické optiky; vyžaduje však přesnou znalost zobrazovacích parametrů, jako je ohnisková vzdálenost objektivu, f , úhly mezi různými rovinami, θ, ϕ (viz obrázek 7), skutečná poloha roviny objektivu (kterou není jednoduché určit) a jmenovitý faktor zvětšení, M_o (zvětšení podél hlavní optické osy) [14]:

$$X = \frac{f_x \sin \phi}{M_o \sin \theta (x \sin \phi + f M_o)} \quad (2.1)$$

$$Y = \frac{f_y}{x \sin \phi + f M_o} \quad (2.2)$$

Tyto přibližné formulace nezahrnují nelinearity, jako je zkreslení čočky, a jsou citlivé na malé změny jednotlivých parametrů. Robustnějším přístupem je přístup mapování obrazu druhého řádu:

$$X = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + \dots \quad (2.3)$$

$$Y = b_0 + b_1x + b_2y + b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2 + \dots \quad (2.4)$$

Výše uvedené rovnice nepředstavují mapování na základě dané geometrie. Nicméně dvanáct neznámých parametrů lze snadno určit pomocí metody nejmenších čtverců, pokud je k dispozici alespoň šest dvojic bodů obrazu a objektu. Výhodou tohoto přístupu je, že zobrazovací parametry, jako je ohnisková vzdálenost, faktor zvětšení atd. není třeba nikdy určovat. Také zkreslení objektivu nebo jiné nelinearity obrazu lze zohlednit pomocí členů vyššího řádu [14].

Pro rekonstrukci obrazů jsme implementovali projekční rovnice založené na perspektivních projekcích, které jsou vyjádřeny vztahem:

$$\begin{bmatrix} w_0X \\ w_0Y \\ w_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_ix \\ w_iy \\ w_i \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

kde w_o a w_i jsou konstanty a $a_{33} = 1$. Přepisem do standardních souřadnic získáme následující dva nelineární výrazy:

$$X = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}}{a_{31}x + a_{32}y + 1} \quad (2.6)$$

$$Y = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}}{a_{31}x + a_{32}y + 1} \quad (2.7)$$

Hlavní vlastností perspektivního promítání je, že zobrazuje obdélník na obecný čtyřúhelník. Jinými slovy, toto zobrazení zachovává pouze přímky. Nastavením a_{31} a a_{32} na nulu se rovnice perspektivní transformace (2.5) redukuje na častěji používanou afinní transformaci, která může mapovat pouze obdélník na rovnoběžník [14].

Pro zohlednění geometrických zkreslení způsobených nedokonalou zobrazovací optikou lze rovnici (2.6) rozšířit na vyšší řád:

$$X = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13} + a_{14}x^2 + a_{15}y^2 + a_{16}xy}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33} + a_{34}x^2 + a_{35}y^2 + a_{36}xy} \quad (2.8)$$

$$Y = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23} + a_{24}x^2 + a_{25}y^2 + a_{26}xy}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33} + a_{34}x^2 + a_{35}y^2 + a_{36}xy} \quad (2.9)$$

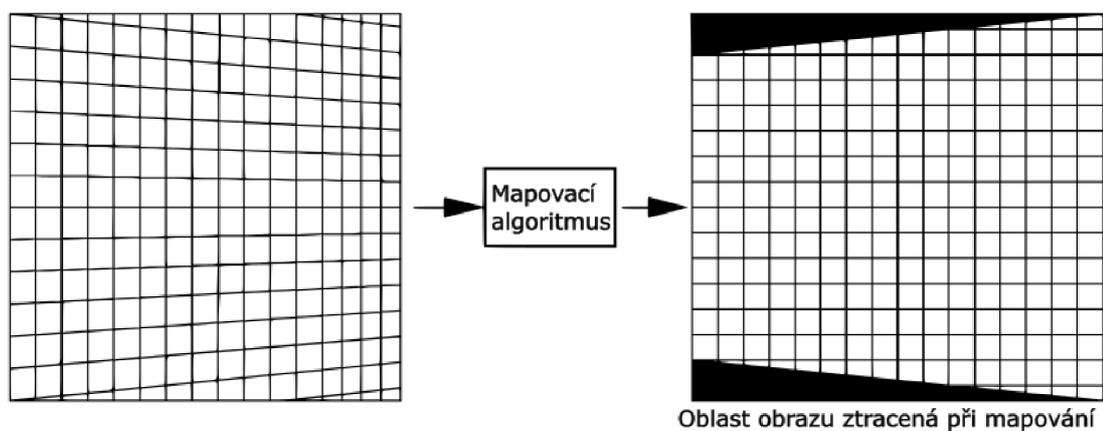
$$a_{33} = 1 \quad (2.10)$$

Určení neznámých v rovnici (2.6) a zejména v rovnici (2.8) pomocí lineární metody nejmenších čtverců není tak jednoduché jako v případě přístupu deformace

druhého řádu uvedeného v rovnici (2.3), protože rovnice již nepředstavují lineární polynomy, ale spíše poměry dvou polynomů stejného řádu. Silně odchýlené nebo chybné dvojice bodů způsobí, že se standardní metoda nejmenších čtverců rychle vzdálí od „skutečné“ nejlepší shody. K nalezení nejlepší shody osmi nebo sedmnácti neznámých je zapotřebí nelineární metoda nejmenších čtverců, jako je Levenberg-Marquartova metoda [14].

Levenberg-Marquartova metoda se provádí tak, že se nejprve vyřeší neznámé v projekčních rovnicích prvního řádu (2.6) a ty se pak použijí jako počáteční odhady řešení neznámých vyššího řádu v rovnici (2.8) [14].

Popsané projekční rovnice lze použít buď k zaznamenání obnovených dat o posunutí celých snímků do prostoru objektu, který je společný pro oba pohledy kamery. Zde je zpětná projekce obrazů poněkud empirická, protože operátor musí definovat společný faktor zvětšení obrazu pro rekonstruované obrazy (viz obrázek 8). Vzhledem k perspektivnímu zkreslení však původní surové obrazové pixely nelze nikdy mapovat v optimálních vzorkovacích vzdálenostech; může dojít k převzorkování, podvzorkování a zkreslení. Zde se navrhuje použití faktoru zvětšení, který zabrání ztrátě signálu v důsledku podvzorkování. Rekonstrukce obrazu se provádí interpolací intenzity obrazu v surovém obraze pomocí inverzních verzí mapovacích funkcí uvedených dříve. Zde má vhodná volba interpolátoru obrazu přímý vliv na kvalitu obnovených posunutých dat. Stejně vhodné jsou zde metody interpolace obrazu používané u iteračních algoritmů PIV pro deformaci obrazu. Dokonce je možné kombinovat deformaci obrazu a zpětnou projekci obrazu v jediném kroku [14].



Obr. 8 Algoritmus zpětné projekce mapuje nahraný obraz na obraz rekonstruovaný [14].

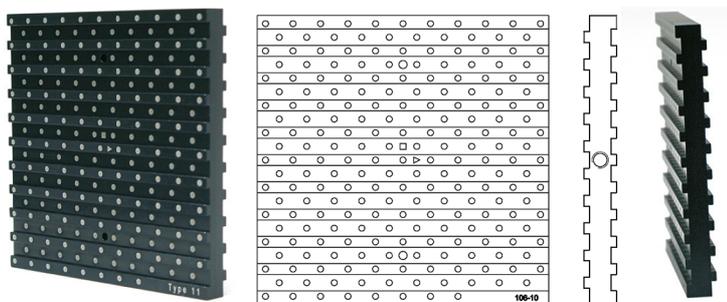
2.1.2 Kalibrace kamery

Doposud popsané kalibrační postupy mohou poskytnout odpovídající mapování z obrazového do objektového prostoru, ale neposkytují žádné informace o poloze samotných kamer (tedy směru pohledu), které by mohly být použity k rekonstruování vektoru rychlosti jejich složek. Pragmatickým přístupem je měření terče po-

mocí triangulace za předpokladu, že kamera víceméně dodržuje dírkové zobrazení, tj. všechny obrazové paprsky procházejí jedním bodem. V praxi se poloha dírkové komory nachází podél optické osy v objektivu kamery a lze ji snadno aproximovat pro větší pozorovací vzdálenosti [14].

Triangulace kamery pomocí měření vzdálenosti není vždy možná, zejména v přítomnosti překážek, jako jsou pozorovací okna nebo dokonce rozhraní vzduch-voda. Pro obnovení polohy kamery vzhledem k snímané rovině se prosadila dvě základní kalibrační řešení, z nichž jedno je zcela empiricky založené a druhé se spíše opírá o fyzikální modely. Třetí přístup, takzvaná auto-kalibrace kamery, pochází ze strojového vidění, ale není zde podrobně popsána, částečně proto, že se pokouší nalézt vhodné kalibrační parametry pro celý objem s velkou hloubkou ostrosti – podmínky, které nejsou typické pro PIV s velkými clonami objektivů zobrazujících rovinné oblasti [14].

Běžný přístup ke kalibraci stereo PIV se zakládá na snímcích rovinných kalibračních terčů, které jsou umístěny shodně s rovinou světelného řezu. Tyto kalibrační terče se obvykle skládají z přesné mřížky značek, které lze snadno detekovat pomocí jednoduchých technik zpracování obrazu. Jediný obraz rovinných kalibračních značek pak postačuje k výpočtu adekvátních přiřazení mezi obrazovým prostorem a prostorem objektu, ale zpravidla neposkytuje informace o úhlech pohledu kamery, které jsou nezbytné pro rekonstrukci vektoru posunutí tamní složky. Tento důležitý parametr lze vypočítat pouze ze sady odpovídajících bodů mezi obrazem a objektem, které nejsou koplanární. Takovou sadu kalibračních dat lze poměrně snadno vytvořit záznamem sady snímků s terčem mírně posunutým ve známých polohách ve směru normály k rovině světelného listu. Další metodou je použití víceúrovňových kalibračních terčů, které mají referenční značky v různých výškách. Příklad terče je uveden na obrázku 9 [14].

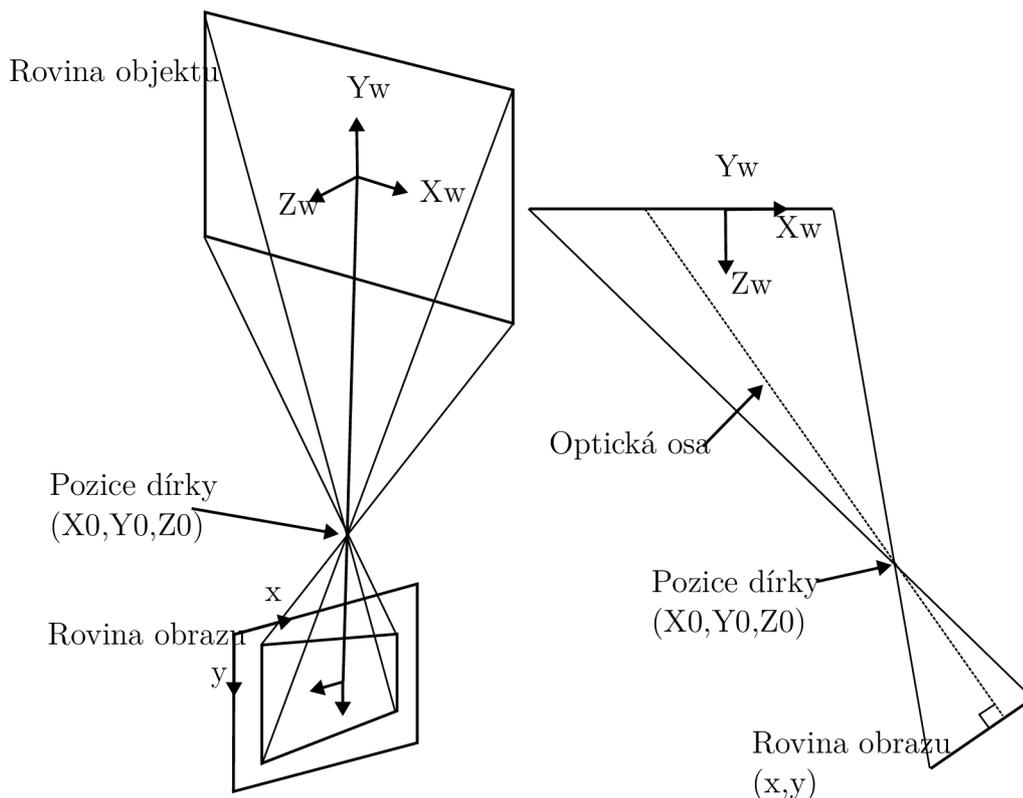


Obr. 9 Kalibrační terč [15]

Vzhledem k množině nekoplanárních odpovídajících bodů je nyní možné vztahovat dvourozměrné posuny v prostoru objektu. Dříve zmíněný empirický přístup používá dvourozměrné polynomy druhého nebo třetího řádu, které spojují objemové souřadnice objektu s rovinnými souřadnicemi obrazu, čímž zjednodušují vektorovou rekonstrukci ve stereo PIV. Jednou z nevýhod tohoto přístupu je, že rekonstrukce objemu využívá velký počet polynomických koeficientů, z nichž ne všechny jsou statisticky relevantní. Nedostatečná kalibrační data, zejména v blízkosti okrajů, mohou

ve skutečnosti vést k nežádoucím oscilacím mapovacích funkcí [14].

Fyzikálněji založená metoda kalibrace kamery pro stereo-PIV pochází z oblasti fotogrametrie a vidění obrazu, které často používají tzv. modely kamery pro popis geometrie snímání. Nejjednodušší model kamery redukuje proces zobrazování na dírkovou konfiguraci, v níž všechny paprsky procházející od objektu ke snímači musí procházet jediným bodem v prostoru (obrázek 10). Tento model lze rozšířit o další parametry, které zohledňují radiální zkreslení. Kalibrační postup zahrnuje nelineární přizpůsobení kalibrovaných bodů prvků v prostoru objektu danému funkčnímu modelu. Přizpůsobené parametry kamery lze tedy použít k získání místního zorného úhlu pro každý bod na snímači, a proto se dobře hodí pro stereo PIV [14].



Obr. 10 Jednoduchý dírkový zobrazovací model používaný k popisu šikmého pohledu kamery [14]

Ke kalibraci každého směru pohledu nezávisle na ostatních je v podstatě nutných pouze několik parametrů popisujících fyzikální model zobrazování. K úplnému popisu každého zobrazení je obvykle zapotřebí 11-12 parametrů ve srovnání s mnohem větším počtem parametrů u rekonstrukčních metod založených na polynomech. Zkreslení vyšších řádů lze korigovat přidáním dalších členů zkreslení do základních modelů. Pro mnoho praktických účelů (standardní objektivy s úzkým zorným polem) je místní zorný úhel obecně dostatečně dobře definován (v rozmezí $0,1^\circ$) pomocí samotného odhadu polohy dírkové komory. V důsledku toho by se při rekonstrukci obrazu (zpětné projekci) mohly používat funkce vyššího řádu, které by zohlednily zkreslení vyššího řádu, zatímco místní zorný úhel je dostatečně dobře odhadnut po-

mocí jednoduchého zobrazovacího modelu. Bylo dokonce pozorováno, že dodatečné korekční členy modelu kamery vedou k chybným výsledkům, protože model kamery se snaží přizpůsobit šumu v datech odpovídajících bodů [14].

2.1.3 Tlak z PIV

Pressure from PIV (Tlak z PIV) je modul programu DaVis. Jedná se o druh rekonstrukce rychlostních polí na pole tlaková v případě nestlačitelného proudění a výsledná tlaková pole vyjadřují kromě kinematických aspektů rychlostních polí také dynamické aspekty proudění[16].

Je tvořen dvěma různými přístupy: *time-averaged pressure* a *instantaneous pressure*. Pro každý z těchto přístupů jsou vhodné různé vstupy, například data získané metodami 2D PIV či Stereo PIV je možné vyhodnotit pouze přístupem *time-averaged pressure*[16].

Pro provedení výpočtu je potřeba nejprve nadefinovat použitou tekutinu a její teplotu během měření. Dále je nutné nastavit okrajové podmínky, zde je možná volba z několika různých přístupů. Specifikuje se průměrný tlak, využije se Bernoulliho principu nebo se specifikuje tlak v určitých bodech. Při využití Bernoulliho principu je nadefinována rychlost i celkový tlak volného proudění[16].

2.2 Větrné tunely

Větrné tunely hrají klíčovou roli ve výzkumu aerodynamiky, jelikož poskytují kontrolované prostředí pro studium proudění vzduchu kolem objektů. Tyto konstrukce, obvykle poháněné ventilátory, vytvářejí proudění napodobující reálné podmínky. Testovací model, který představuje studovaný objekt, je umístěn v testovací části tunelu. Základním principem větrných tunelů je galileovská invariance, která nám říká, že zákony pohybu zůstávají konzistentní v různých referenčních rámcích. To znamená, že se vytvoří stejné proudové pole bez ohledu na to, zda se model pohybuje vzhledem ke kapalině (jako při skutečném letu), nebo se kapalina pohybuje vzhledem k modelu (jako při zkouškách ve větrném tunelu) [17].

Měřicí systémy jsou nedílnou součástí větrných tunelů a umožňují kvantifikovat, zaznamenávat a vizualizovat vzorce proudění a síly působící na model. Větrné tunely mají pro aerodynamický výzkum několik značných výhod, mezi které se řadí nákladová efektivita, rychlost či přesnost. V leteckém průmyslu jsou neocenitelné pro studium aerodynamiky letadel, což vede ke snížení potřeby rozsáhlých a nákladných letových zkoušek. Tato skutečnost nejenže šetří čas a peníze, ale také zvyšuje bezpečnost minimalizací rizik spojených s nadměrným letovým testováním [17].

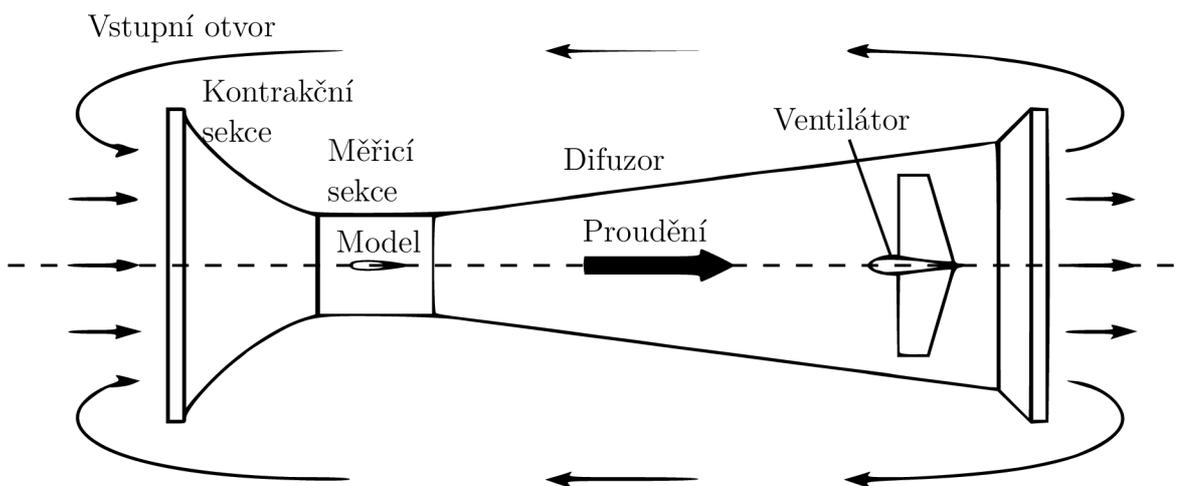
Vzhledem k tomu, že jsou větrné tunely primárně určeny k testování zmenšených tunelů, je volba vhodných testovacích parametrů zásadní pro zajištění toho, aby získaná měření přesně reprezentovala proudění vzduchu kolem objektů ve skutečném měřítku. Pečlivou volbou těchto parametrů lze získat výsledky reprezentativní pro skutečné podmínky, což napomáhá při návrhu a optimalizaci aerodynamických konstrukcí [17].

2.3 Nízkorychlostní podzvukové větrné tunely

Nízkorychlostní podzvukové větrné tunely pracující v nestlačitelném režimu s rychlostmi nižšími než $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ využívají jako pohonný systém axiální nebo odstředivé ventilátory či dmychadla, které pohánějí vzduch zkušebním úsekem. Tyto aerodynamické tunely se řídí zákonem zachování hmoty (rovnice kontinuity) a Bernoulliho rovnice. Využití těchto základních principů umožňuje přesně předvídat a analyzovat aerodynamické síly a vlastnosti ovlivňující modely testované ve větrném tunelu. Funkce pohonného systému je klíčová pro udržení řízeného a konzistentního proudění, které je nezbytné pro provádění přesných aerodynamických experimentů a výzkumu v podzvukových tunelech s nízkou rychlostí [17].

Tyto tunely se obvykle dělí na dvě základní konfigurace: otevřený tunel a uzavřený tunel.

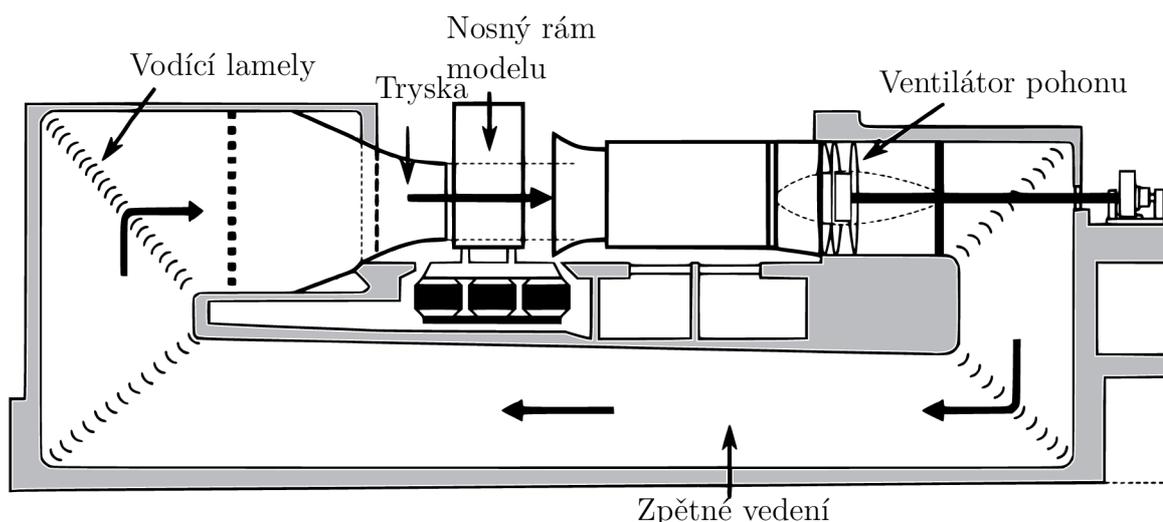
V konfiguraci otevřeného tunelu proudí vzduch přímou cestou ze vstupního hrdla do výstupu. Hlavními součástmi jsou vstupní hrdlo, které vede proud do tunelu; kontrakční sekce, kde se proudění urychluje až do rychlosti požadované v měřicí sekci; měřicí sekce, kde je umístěn testovaný model a kde probíhá měření; difuzor, kde se snižuje rychlost proudění pomocí jeho rozšíření a obnovení statického tlaku; a ventilátoru, který pohání tekutinu ve větrném tunelu. Měřicí sekce je buď s pevnými hranicemi (uzavřený tryskový nebo NPL typ) či bez pevných hranic (otevřená tryska nebo Eiffelův typ, viz obrázek 11) [17].



Obr. 11 Schéma otevřeného větrného tunelu Eiffelova typu [17]

V konfiguraci uzavřeného tunelu (Prandtlův či Göttingenský typ, viz obrázek 12) vzduch cirkuluje uvnitř tunelu nepřetržitě. Součásti těchto tunelů jsou v podstatě stejné jako u tunelů otevřených, výjimkou je zde ovšem zpětné vedení, které umožňuje vzduchu opouštějícímu ventilátorovou sekci vrátit se do testovací sekce. Toto zpětné vedení musí být vhodně navrženo tak, aby se snížily tlakové ztráty a zajistil se hladký průtok v měřicí sekci. Rohy jsou obvykle tvořeny koleny s pravým úhlem; kvůli zamezení tlakovým ztrátám a vzniku sekundárních recirkulačních proudů jsou obvykle opatřeny vodícími lamelami. V tomto případě může být také testovací sekce

jak otevřená, tak uzavřená [17].



Obr. 12 Schéma otevřeného větrného tunelu Göttingenského typu [17]

2.4 Odsávání mezní vrstvy

Charakteristiky proudění v mezní vrstvě hrají zásadní roli při řešení problémů mechaniky tekutin, zejména při odhadu třecího odporu těles ponořených do proudu tekutiny. Výška plně rozvinuté mezní vrstvy přímo souvisí s velikostí viskózního odporu, který těleso pocítuje. Při simulacích ve větrném tunelu může nadměrný nárůst mezní vrstvy vést k nereálným podmínkám proudění u vozidel v blízkosti země v důsledku rozdílů v relativních rychlostech mezi aerodynamickým tunelem a otevřenou silnicí [18].

V případě, kdy se vozidlo pohybuje po silnici vůči vzduchu i zemi (za předpokladu nulové rychlosti větru), se mezní vrstvy tvoří pouze na jeho karoserii, neboť vzduch je vůči zemi nehybný. Oproti tomu větrné tunely mají stěny a podlahy nehybné, přičemž vítr má nenulovou rychlost oproti stěnám i modelu vozidla uvnitř. Tato skutečnost vede ke vzniku mezních vrstev v místech, která se liší od reálných podmínek [18].

Pro zmírnění dopadu tvorby mezních vrstev na stěnách tunelu je vhodné umístit zkoušený model v dostatečné vzdálenosti od stěn tunelu. V případě pozemních vozidel, která se pohybují v blízkosti země však může mezní vrstva na podlaze tunelu způsobit odchylky výsledků zkoušek od reálných podmínek [18].

Ke snížení účinků tvorby mezní vrstvy bylo vyvinuto mnoho různých technik. Kompletní odstranění mezní vrstvy je nereálné, nicméně lze ji omezit až do takové míry, že má zanedbatelný vliv na pole proudění v blízkosti podlahy tunelu [18].

Nejjednodušší způsob je prosté zvednutí zkušební vozidla nad vrchol mezní vrstvy, která se vytváří na spodní části aerodynamického tunelu. Přestože toto řešení vypadá poměrně jednoduše, mezní vrstva se přesto vytvoří, ačkoli toto řešení

vede k menším nepříznivým účinkům nahromaděné mezní vrstvy než prosté umístění vozidla na podlahu tunelu. Další možností je vhánění vzduchu do měřicího úseku porézními štěrbinami v podlaze tunelu. Tento vzduch se stará o vyrovnání pomaleji se pohybujícího vzduchu v oblasti mezní vrstvy, přičemž při dostatečném objemu vháněného vzduchu můžeme docílit téměř jednotného rychlostního profilu uvnitř měřicího úseku. Další možností je využití opačného efektu, tedy nasávání vzduchu skrz podlahu měřicího úseku. Tím se účinně odstraní mezní vrstva a může se vytvořit rovnoměrnější profil bez větších geometrických nepravidelností v samotném tunelu. Ačkoli některé z těchto nápadů mohou pomoci zvýšit přesnost měření aerodynamických účinků, pouze použití valivé tratě v tunelu poskytuje nejrealističtější reprezentaci reálných podmínek proudění [18].

Větrné tunely s valivou tratí fungují tak, že se do měřicí sekce přidá pohyblivá podlaha. Pás pak funguje stejně jako pás běžecký, přičemž se otáčí stejnou rychlostí, jakou má volný proud v tunelu. Na povrchu pásu se pak nevytváří žádná mezní vrstva kvůli nulové relativní rychlosti mezi pásem a pohybujícím se vzduchem. Pokud je tedy možné vozidlo udržet na daném místě na pásu, je vliv mezní vrstvy eliminován, což vede ke zpřesnění výsledků zkoušek oproti stacionárnímu tunelu. Tento způsob se zdá být dokonalým řešením pro provádění zkoušek ve větrném tunelu pro pozemní vozidla, ovšem je nutné odstranění mezní vrstvy před dosažením vzduchu pásu pro zabránění přenosu mezní vrstvy na povrch pásu [18].

2.5 Validace

Validace numerických modelů je klíčovým aspektem každé studie výpočetní dynamiky tekutin (CFD, z anglického *Computational Fluid Dynamics*), včetně výzkumu proudění za aerodynamickým profilem. Validace zahrnuje porovnání výsledků numerických simulací s experimentálními údaji, aby se zajistilo, zda-li model přesně reprezentuje studované fyzikální jevy. V souvislosti se studiem proudění za aerodynamickým profilem je validace obzvláště důležitá vzhledem ke komplexní povaze proudění, které může být ovlivněno celou řadou faktorů, jako je tvar profilu, úhel náběhu a Reynoldsovo číslo [19].

Jedním z přístupů k validaci je porovnání výsledků numerických simulací s experimentálními údaji získanými v kontrolovaném prostředí. To lze provést měřeními různých parametrů proudění, jako je rychlost, tlak a intenzita turbulence, v různých bodech proudového pole. Experimentální údaje lze poté porovnat s odpovídajícími numerickými výsledky a posoudit tak přesnost modelu. Tento přístup je zvláště užitečný pro studium proudění za aerodynamickým profilem, protože umožňuje přímé porovnání numerických a experimentálních údajů za kontrolovaných podmínek [19].

Dalším důležitým aspektem validace je zvážení rozsahu použitelnosti numerického modelu. To zahrnuje určení rozsahu podmínek, za kterých se očekává, že model poskytne přesné výsledky. Například při studiu proudění za aerodynamickým profilem může být rozsah použitelnosti omezen Reynoldsovým číslem, úhlem náběhu nebo tvarem profilu. Určením rozsahu použitelnosti mohou výzkumní pracovníci zajistit, zda je model používán náležitě a zda jsou výsledky spolehlivé [19].

Kromě porovnání numerických výsledků s experimentálními údaji je také důležité zvážit citlivost numerického modelu na různé vstupní parametry. To zahrnuje posouzení dopadu změn vstupních parametrů na výsledky simulace, což může pomoci identifikovat případné zdroje chyb v modelu a zajistit, aby výsledky byly dostatečně přesné a spolehlivé. Pro vyhodnocení vysoce turbulentních oblastí se používají i směrodatná odchylka či korelační koeficient [19].

Dále je také důležitý výběr porovnávaných parametrů, což záleží na typu úlohy. V aerodynamice se může jednat například o střední rychlost či proudnice. Validace středních rychlostí probíhá pomocí porovnávání rychlostních polí. To může být provedeno pomocí jejich vizualizace či tvorbou grafů rychlostních profilů ze specifických míst [20].

Validace numerických modelů je složitý a nepřetržitý proces, který vyžaduje pečlivé zvážení celé řady faktorů. Při studiu proudění za aerodynamickým profilem je validace obzvláště důležitá vzhledem ke složité povaze proudění a potenciálnímu dopadu výsledků na návrh a provoz aerodynamických systémů. Dodržováním osvědčených postupů validace můžeme zjistit, jestli jsou naše numerické modely přesné a spolehlivé a jestli lze výsledkům výzkumu věřit [19].

2.6 Metoda 3D tisku FFF

Všechny typy 3D tisku jsou založeny na stejném principu: vytváření objektů pomocí vrstev na již existující vrstvy. V současné době neexistuje metoda 3D tisku, která by byla plně universální a vhodná pro veškeré aplikace [21].

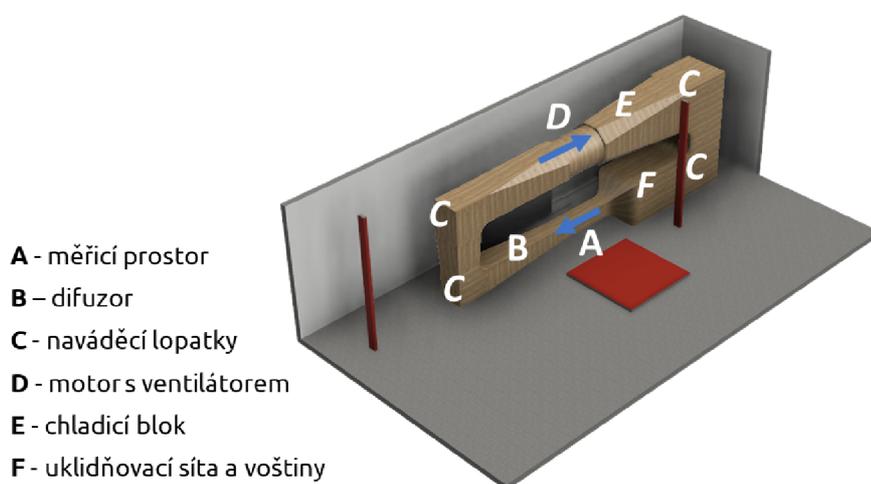
Jednou z nejrozšířenějších a cenově nejdostupnějších technologií je metoda FFF, která je vhodná pro tisk funkčních či mechanických dílů a prototypů. Tiskárna v tomto případě využívá jako zdroj plastová vlákna. Cívka plastového vlákna se nazývá filament a vlákno je obvykle o průměru 1,75 mm. Další varianta je o průměru 3 mm, ovšem při jejím použití výrazně klesá přesnost tisku, a proto se její použití nedoporučuje. Oproti tekutým pryskyřicím či práškovým materiálům jsou filamenty bezpečné a snadno se s nimi pracuje. Nevýhodou je že vrstvy na vtištěných objektech jsou obvykle viditelné pouhým okem [21].

3 Příprava experimentu a použitá zařízení

V této kapitole je popsáno použité zařízení, příprava modelu použitého pro vlastní měření a jednotlivé úpravy na něm provedené spolu se způsobem ukotvení. Dále je zde popsáno uspořádání experimentu, problematika odlesků a způsoby jejich eliminace.

3.1 Větrný tunel katedry energetických zařízení

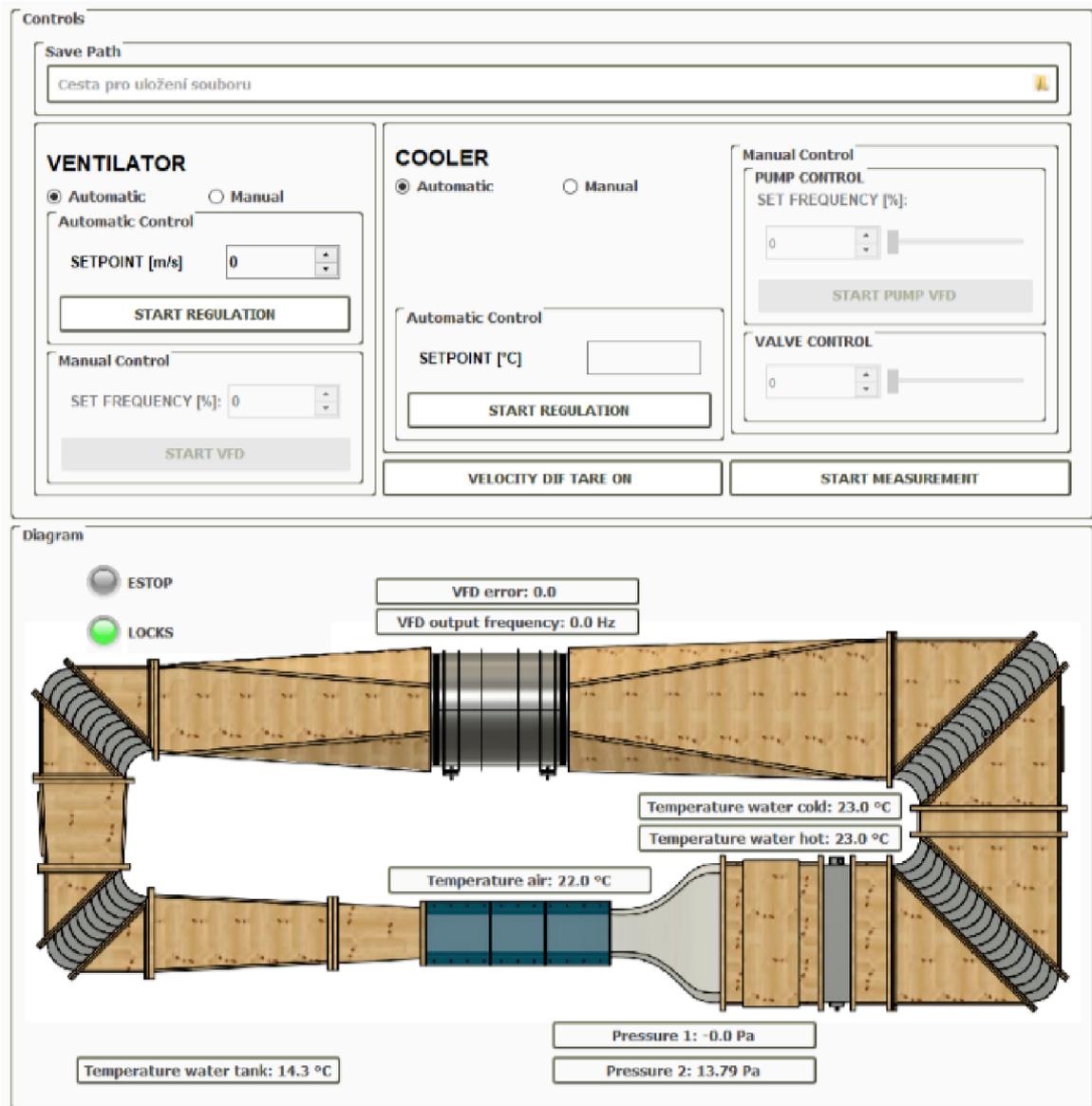
Pro měření byl použit cirkulační aerodynamický tunel (obrázek 13), který se nachází v laboratoři katedry energetických zařízení v budově K. Jedná se o uzavřený okruh s uzavřeným měřicím prostorem. Jeho Měřicí prostor má $(500 \times 500 \times 2000) \text{ mm}^3$ s možností odnímání stěn pro provozování jako otevřený měřicí prostor. Zaručenou stabilní rychlost v měřicím prostoru má $10 - 85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ s maximální nevyrovnaností rychlostního pole 0,5%. Velikost rychlosti je udržována s maximální odchylkou 1% a úroveň intenzity turbulence je při maximální rychlosti 5%.



Obr. 13 Model aerodynamického tunelu

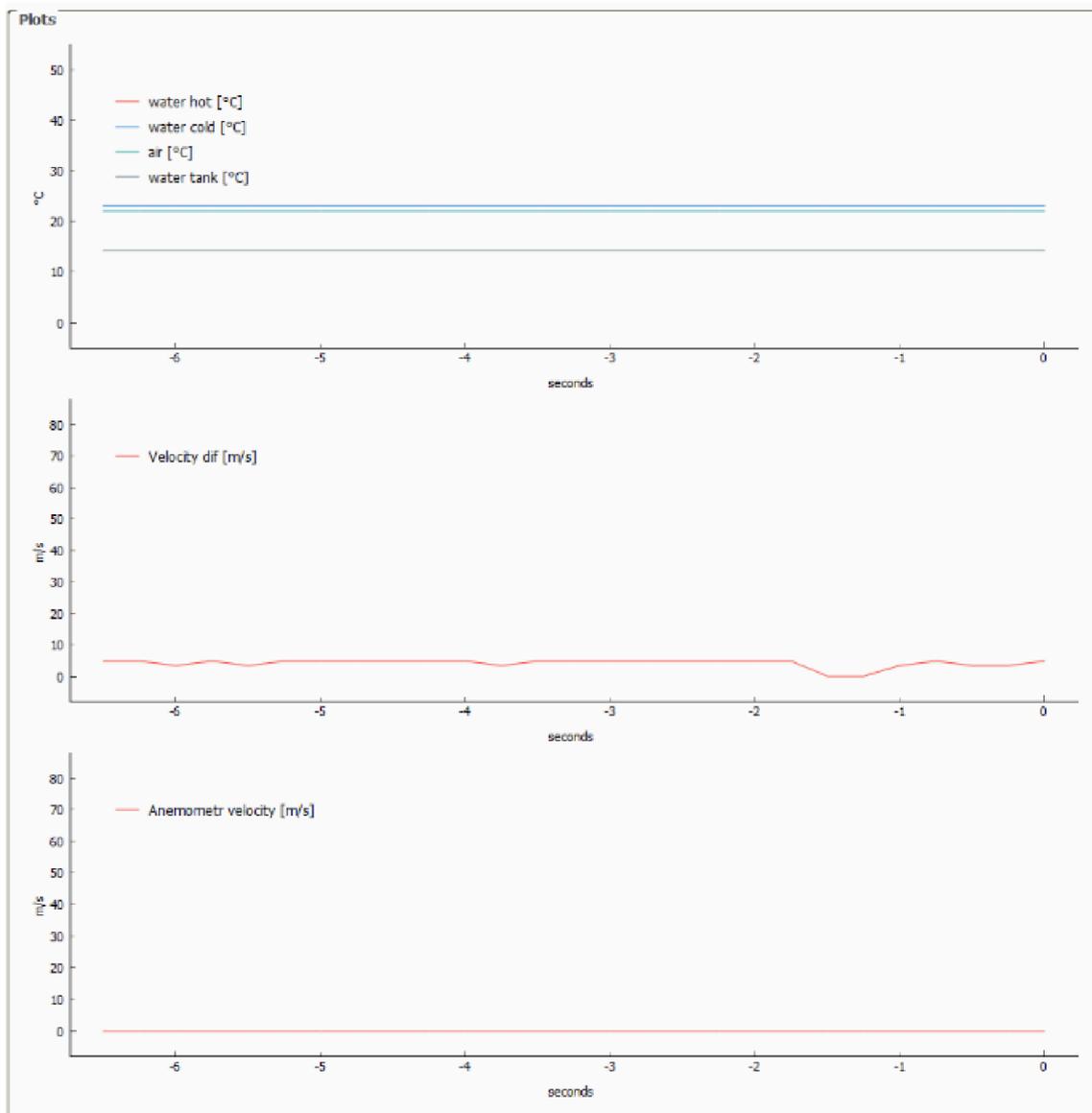
Součástí tunelu je ventilátor, který je poháněn elektromotorem o příkonu 75 kW. Tento motor je řízen frekvenčním měničem ovládaným z PC. Dále je tunel vybaven snímači teploty, rychlosti vzduchu a okolních podmínek. Dále je přítomno vybavení k odsávání mezní vrstvy. Jeho součástí je i systém chlazení vzduchu, nicméně ten pro měření nebyl uveden do provozu.

Řízení tunelu bylo prováděno za pomoci programu Aerodynamický tunel poskytnutým dodavatelem tunelu. V tomto programu je možné v části *Controls* nastavit žádanou rychlost proudění či řídit chlazení. Dále je zde v části *Diagram* vidět aktuální hodnota různých teplot či tlaků. Obě zmíněné části jsou na obrázku 14.



Obr. 14 Části *Controls* a *Diagram* programu Aerodynamický tunel

V části *Plots* (obrázek 15) jsou pak vidět grafy teplot a rychlostí v závislosti na čase.



Obr. 15 Části *Plots* programu Aerodynamický tunel

3.2 Příprava modelů

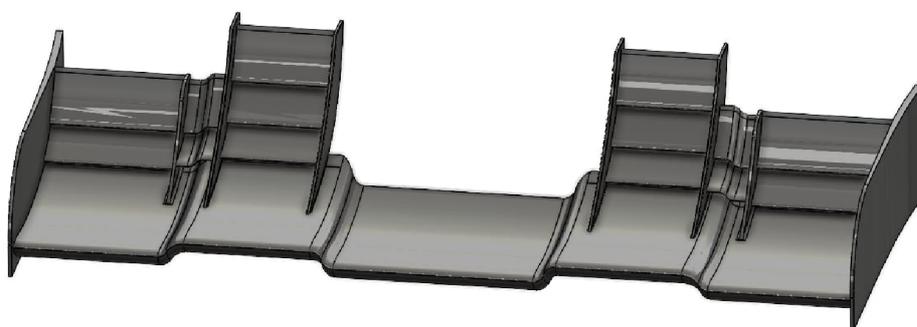
Příprava modelů zahrnovala několik klíčových kroků, které byly nezbytné pro zajištění přesných a spolehlivých výsledků měření. Nejprve bylo nutné přizpůsobit velikost obou modelů pro použití v dostupném měřicím prostředí. Díky symetrické povaze těchto dílů bylo možné využít roviny symetrie a měřit pouze polovinu křídel. Tento přístup snížil časovou náročnost přípravy a výroby modelů.

Dalším krokem bylo stanovení optimální velikosti křídel tak, aby bylo docíleno ideálních podmínek pro měření v dostupném větrném tunelu. Bylo nezbytné zajistit dostatečnou vzdálenost mezi okrajem křídel a stěnou měřicí části tunelu, aby bylo dosaženo co nejpřesnější simulace volného proudění. Proto byla zvolena velikost

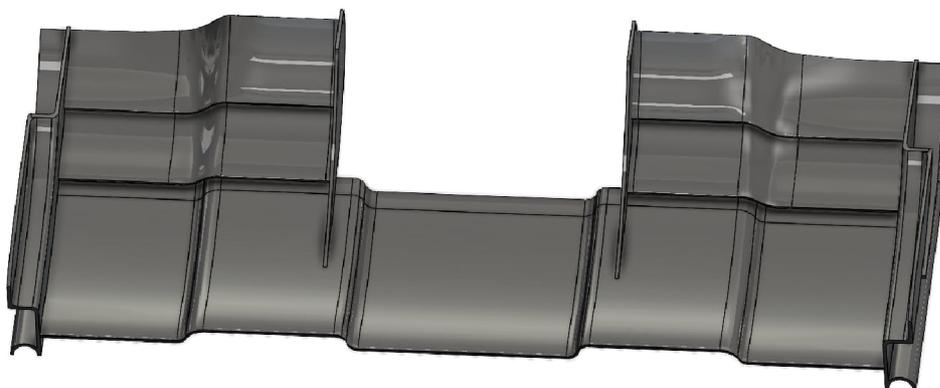
křidel ve poměru 1:2,7 vzhledem k jejich reálným rozměrům.

Modely byly z ekonomických a časových důvodů vyrobeny na 3D tiskárně Průša XL pomocí metody FFF (Fused Filament Fabrication) z materiálu PLA (Polylactic Acid). Tato volba materiálu a metody výroby umožnila efektivní a cenově dostupnou výrobu modelů s dostatečnou přesností pro potřeby experimentu. Volba PLA byla založena na jeho vysoké dostupnosti, jednoduché tisknutelnosti a schopnosti poskytnout potřebnou pevnost a stabilitu pro simulaci aerodynamických podmínek. Tím bylo dosaženo efektivního a cenově dostupného řešení pro přípravu modelů pro následné měření větrným tunelem.

Na obrázku 16 jsou zobrazeny modely křidel, které byly připraveny pro toto měření. Jedná se o aerodynamické profily tvořené hlavním tělem, lamelami, přídatnými klapkami a kaskádovým profilem mají za úkol vytvářet při návrhových rychlostech optimální přítlak k vozovce a optimálně rozvádět vzduch kolem kol a karoserie.



(a) Křídlo 2023



(b) Křídlo 2024

Obr. 16 Měřená křídla (poskytnuto týmem formule)

3.3 Volba podmínek a míst měření

Rychlostní parametry simulací dodaných týmem studentské formule byly zvoleny s ohledem na obvyklé rychlosti dosahované během jízdy. Kromě rychlosti $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ byly poté vybrány ještě rychlosti $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pro sledování vývoje proudění kolem předního křídla během postupné akcelerace. Pro určení podmínek měření bylo nutné se využít podobnostní teorie popsané v kapitole 1.3 a vypsané v tabulce 2. Pro získání škálovaných rychlostí bylo použito měřítka, tyto rychlosti byly dále upraveny kvůli možnostem nastavení použitého větrného tunelu.

Tab. 2 Úprava rychlostí v tunelu.

Návrhová rychlost ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	Měřítka (1)	Škálovaná rychlost ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	Nastavovaná rychlost ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
5	2,7	13,5	14
10	2,7	27	27
15	2,7	40,5	41

Následně bylo nutné upravit rychlosti použité při tvorbě simulací kvůli zachování měřítka. Toho bylo dosaženo prostým vynásobením nastavovaných hodnot rychlostí převrácenou hodnotou dříve použitého měřítka. Tímto způsobem tedy proběhl získání upravených okrajových podmínek pro úpravu nastavení prvotních simulací. Úprava jednotlivých hodnot je zobrazena v tabulce 3. Stejným způsobem bylo škálováno prostorové umístění modelů vůči stěně, viz tabulka 4.

Tab. 3 Přepočítání rychlostí simulace.

Rychlost v tunelu ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	Měřítka (1)	Škálovaná rychlost ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
14	0,37	5,2
27	0,37	10
41	0,37	15,2

Tab. 4 Úprava vzdálenosti.

Vzdálenost v simulaci (m)	Měřítka (1)	Vzdálenost v experimentu (m)
0,03	0,37	0,011

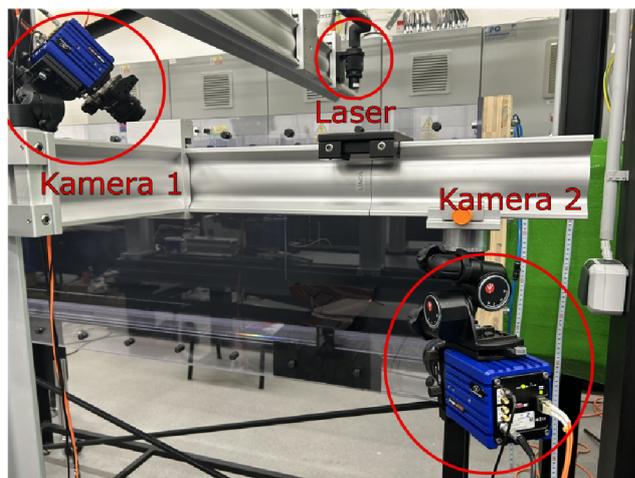
Při výběru míst měření bylo důležité zohlednit tvarové charakteristiky modelu a ve spolupráci s výpočtářem odhadnout signifikantní místa z hlediska aerodynamiky. Bylo vhodné se vyhnout místům s přechody kvůli dynamicky se měnícímu charakteru proudění. Také bylo vhodné zvolit místa v dostatečné vzdálenosti od vyztužujících prvků. Byla tedy vybrána místa se výrazně odlišnými průřezy, ve kterých se nacházely lamely. Na křídle 2024 jsou patrné stopy po vystavení modelu laserovému řezu kvůli degradaci barvy v místě jeho dopadu (obrázek 17).



Obr. 17 Křídlo 2024 se stopami způsobenými laserovým řezem

Kvůli zachování pozice kamer vůči stěně tunelu během výměny modelů byly řezy u modelu z roku 2024 ve stejné vzdálenosti od krajů, jako u modelu 2023.

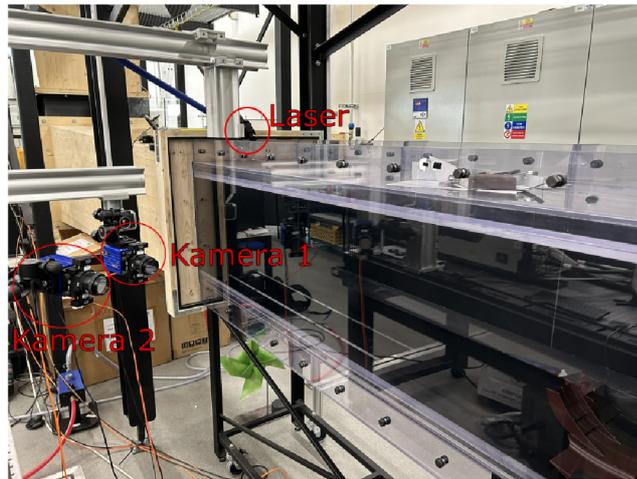
Jelikož nebylo možné získat kompletní rychlostní vektorové pole kolem křídla z jednoho měření, bylo nutné měření rozdělit na části. Kvůli zatemněné spodní a zadní části měřicí části větrného tunelu byly značně omezené možnosti umístění jak kamer, tak laseru. Měření tedy bylo rozděleno na horní a spodní část. U horní části byl zdroj laserového řezu nad horní stěnou měřicí části tunelu přímo nad modelem a kamery se nacházely před stěnou přední (obrázek 18).



Obr. 18 Umístění kamer pro měření horní části

U spodní části (obrázek 19) byl zdroj laserového řezu umístěn k zadnímu konci experimentální části tunelu tak, aby byla osvětlena oblast pod modelem.

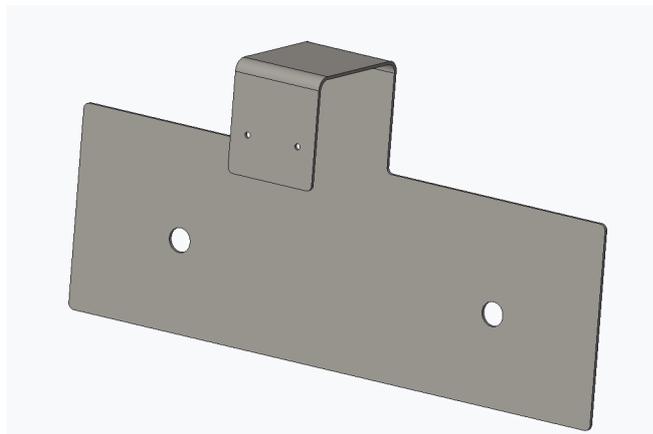
Kamery byly umístěny opět před přední stěnou, obě v ostrém úhlu vůči rovině šíření světla. Při výběru pozice kamer bylo důležité dbát na dodržení Scheimpflugova kritéria již popsaneho v kapitole 2.1.



Obr. 19 Umístění kamer pro měření spodní části

3.4 Ukotvení modelu

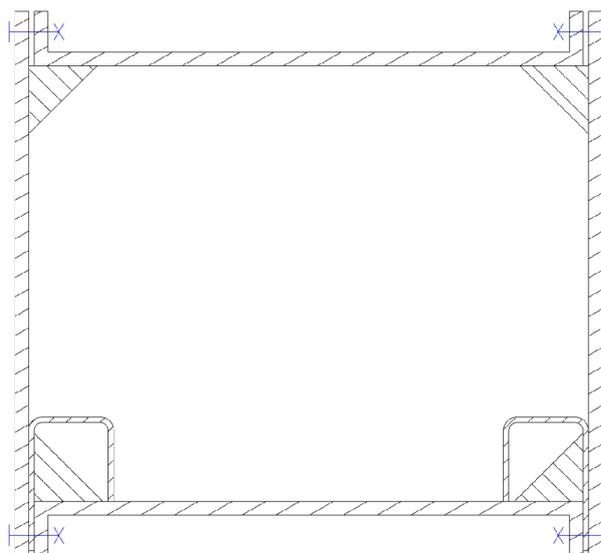
Ukotvení modelů v aerodynamickém tunelu vyžadovalo zvláštní pozornost, aby byly splněny základní podmínky pro zajištění kvalitního měření. Navržené držáky jsou na obrázku 20.



Obr. 20 Plechový držák

Bylo klíčové, aby systém upevnění modelu minimálně ovlivňoval proudění vzduchu, nevytvářel dodatečné odrazy a neomezoval zorné pole kamer. Tyto požadavky byly nejlépe splněny pomocí systému ukotvení založeného na použití závitových tyčí M6, které byly vlepeny do připravených děr v modelu pomocí konstrukčního lepidla AR 675, které zajišťuje vysokou odolnost a trvanlivost spoje, a jejich následného upnutí mezi ohýbané plechové držáky o tloušťce 1,5 mm.

Držáky byly navrženy s ohledem na konstrukci experimentální části tunelu tak, aby nebylo nutné zavádět dodatečné konstrukce narušující proudění. Držáky byly ukotveny (obrázek 21) pomocí šroubů mezi jednotlivé díly měřicí části tunelu.



Obr. 21 Průřez tunelu s ukotvenými držáky bez modelu

Model křídla 2024 po nástřiku matnou černou barvou umístěný v tunelu je zobrazen na obrázku 22.



Obr. 22 Křídlo ukotvené v tunelu

Tento způsob ukotvení tak umožnil optimální podmínky pro měření, minimalizoval možné rušivé faktory a zároveň poskytl stabilní a spolehlivou platformu pro další experimentální testy.

3.5 Eliminace odlesků

Jelikož je pro použitou metodu měření zásadní rozpoznání zeleného spektra světla, je důležité zabránit zeleným odleskům od stěn tunelu a modelu. K tomu byly provedeny různé úpravy modelů.

Model 2023 nejprve prošel nástřikem matnou tmavou barvou (viditelné na obrázku 22). Po zkušebním měření bylo zjištěno, že úprava není dostatečná, a proto byla nástřikem aplikována akrylová čirá barva s příměsí Rhodaminu 5G (obrázek 23), která byla použita již v bakalářské práci [6], kde se její vliv při záznamu dat v blízkosti rovinné stěny ukázal jako dostatečně přívětivý.



Obr. 23 Křídlo 2023 po nástřiku barvou s příměsí Rhodaminu 5G

Toto řešení přineslo významné, nikoliv však dostatečné zlepšení. Toho bylo dosaženo zdrsňením povrchu v koutech, lokálním přelepením matnou tmavou páskou, lokální aplikací vrstvy matné barvy pomocí spreje či zdrsňením povrchu na vybraných místech.

Model 2024 byl obdobným způsobem nejprve pokryt tmavou barvou, a následně barvou s příměsí Rhodaminu 5G. U tohoto modelu tedy nebylo potřeba rozsáhlejších úprav.

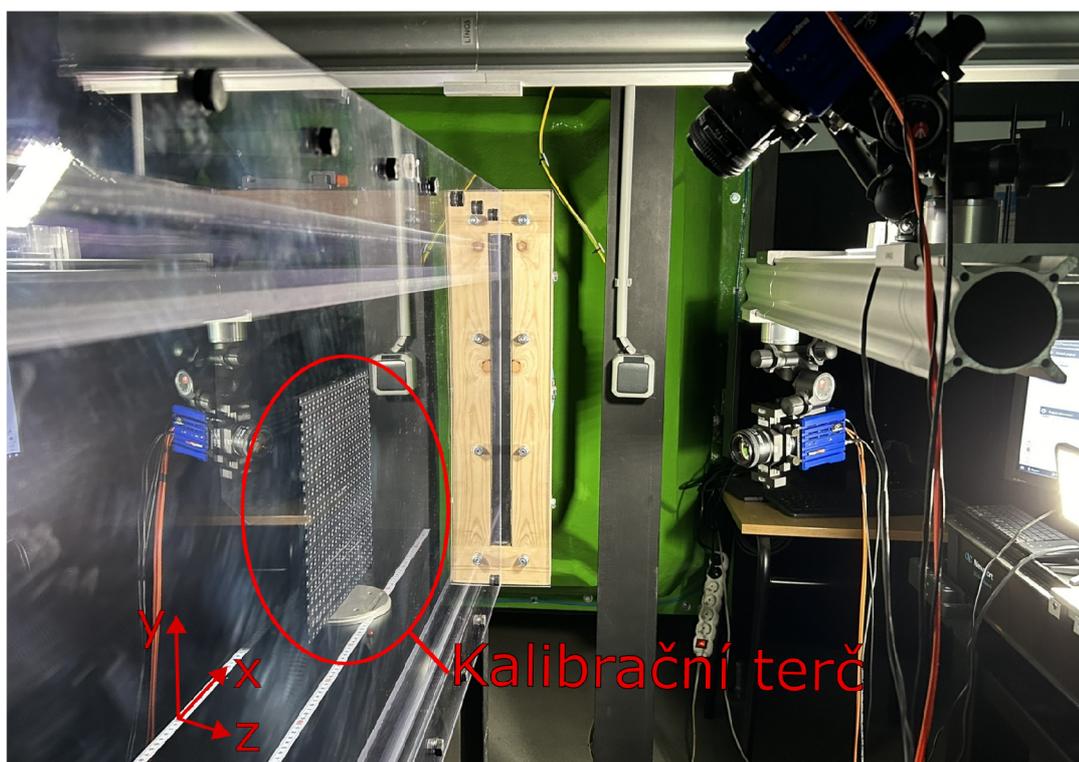
Přímé odlesky od stěny a modelů byly zastíněny černou páskou nalepenou na vnější straně přední stěny tunelu. Vzhledem k měnící se perspektivě kamer mezi jednotlivými fázemi měření bylo toto odstínění upravováno při každé změně polohy kamer oproti tunelu či výměně modelu.

4 Provedení experimentu

V této kapitole je přibližně průběh kalibrace a podmínky měření.

4.1 Kalibrace

Kalibrace kamer proběhla za použití kalibrační terče 309-15 (obrázek 24) umístěného do roviny laserového řezu. Kamery byly na terč zaostřeny a poté byla v rámci programu DaVis 10.2 proveden záznam a výpočet kalibračních konstant.



Obr. 24 Kalibrace

Kvůli snížení množství kalibrací byla nastavena fixní vzdálenost mezi polohou kamer a laseru ve všech osách, díky čemuž bylo nutné kalibrovat pouze při změně pozice kamer a laseru vůči sobě. Při přecházení mezi jednotlivými řezy bylo pohybováno stolem, na kterém se nacházela veškerá aparatura.

4.2 Záznam dat

Těsně před každým měřením došlo k nastavení světelných podmínek v místnosti a minimalizaci odlesků v dané poloze. Následovalo měření v dané poloze, během něhož byla zároveň zaznamenávána rychlost a teplota proudění vzduchu v tunelu v řídicím softwaru tunelu.

Nejdříve bylo provedeno měření horní části jak u křídla 2023, tak křídla 2024. Následně byla přestavěna pozice kamer a laseru, provedena recalibrace a měření části spodní.

Proud byl sycen aerosolem rostlinného oleje. Generátor aerosolu vytváří kapičky o průměru přibližně $1\ \mu\text{m}$. Pro záznam byla použita dvojice kamer *LaVision Imager sCMOS CLHS* uzpůsobená k záznamu dvojsnímků až o frekvenci 25Hz. Jako zdroj laserového řezu byl využit laser *Quantel Evergreen HP* s energií v pulsu až 340 mJ.

Pro účely slučování snímků dohromady byly zaznamenány také snímky s nezakrytým přímým odrazem laserového řezu kvůli viditelnosti předem vytvořených referenčních značek. Během jednoho měření bylo kvůli statistickému zpřesnění dat zaznamenáno 450 dvojsnímků se snímací frekvencí 15 dvojsnímků za sekundu.

5 Výsledky experimentu

Tato kapitola obsahuje detailnější popis následného zpracování naměřených dat. Také se zde nachází ukázky z již zpracovaných výsledků a následuje porovnání výsledků získaných experimentálně s výsledky simulací ve vybraných řezech.

5.1 Vyhodnocení naměřených dat

Vyhodnocení proběhlo v softwaru DaVis 10.2 s modulem FlowMaster pro 2D a Stereo PIV obdobně jako v bakalářské práci [6], kde je také možné nalézt detailnější popis postupu vyhodnocování.

Nejprve proběhlo vyhodnocení datových sad a poté posun souřadnicového systému v jednotlivých datových sadách do předem fyzicky vyznačeného referenčního bodu. To umožnilo spojení horní a spodní části jednotlivých měření.

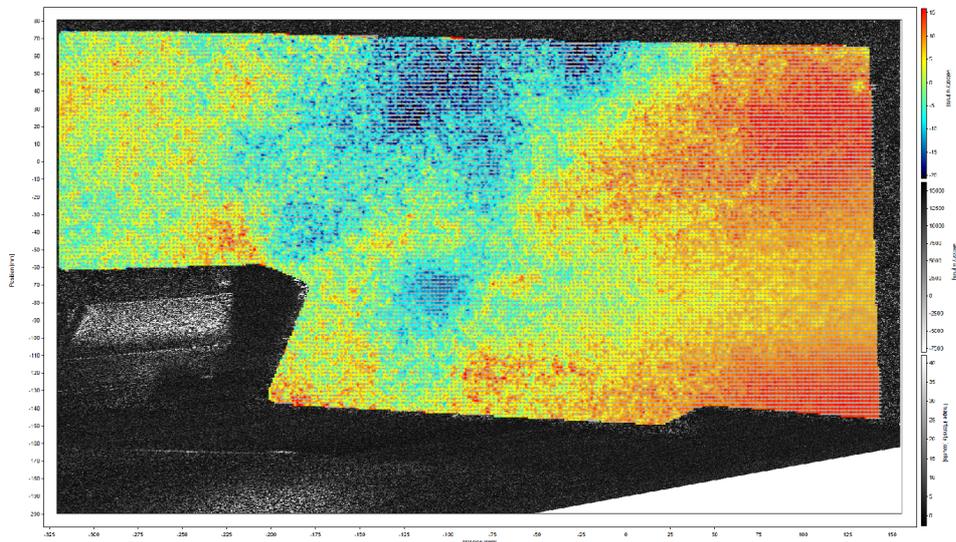
U vyhodnocení byla použita nejprve metoda Stereo PIV (2D3C, z anglického 2-dimensional, 3-component), která odpovídá použité metodě záznamu dat. Nastavení se měnilo pro jednotlivé datové sady kvůli minimalizaci vlivu zbytkových odlesků na data. Také bylo využito různých masek, které umožnily urychlení vyhodnocování pomocí omezení vyhodnocované oblasti. Tyto masky byly také později využity pro usnadnění následného spojení jednotlivých naměřených částí do prezentovatelného celku. Teprve po spojení těchto sad následovalo statistické zprůměrování získaných vektorů.

Převod rychlostních polí na pole tlaková proběhl ve stejném programu a byl založen na Bernoulliho rovnici (rovnice 1.5). V případě známé rychlosti v daném bodě a hustoty obtékané tekutiny je možné vypočítat dynamický tlak. Když je k tomuto vypočtenému tlaku přičtena hodnota tlaku statického, získáme hodnotu celkového tlaku v daném místě. Statický tlak byl odečítán na výstupu z difuzoru, který měl identický průřez s měřicí částí větrného tunelu. Pro tento převod byl tedy nejdříve vypočítán celkový tlak pro volné proudění, načež byla tato hodnota spolu s rychlostí volného proudění vložena do nastavení dané operace.

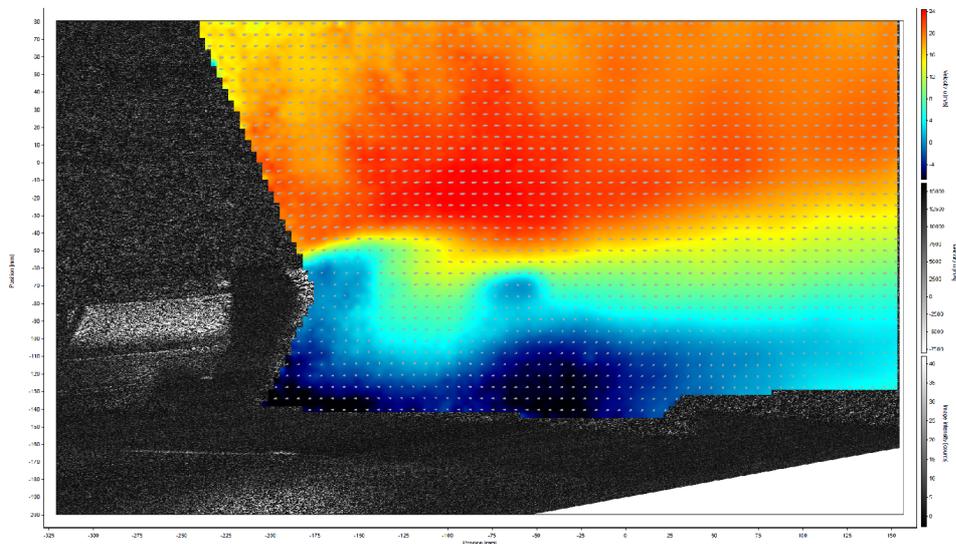
Během vyhodnocování spodní části u křídla 2023 byla zjištěna nepředvídatelnost vyhodnocení napříč jeho různými úpravami, což bylo způsobeno blíže nespecifikovanou chybou softwaru. V době odevzdání této práce je problém stále řešen s technickou podporou firmy LaVision. Důsledkem nestandardního chování při výpočtu byla vektorová pole vyhodnocena pouze ve 2D (2D2C) s využitím dat pouze jedné kamery. Stejná chyba se projevila při vyhodnocování spodní části u křídla 2024.

Na obrázku 25 je patrné zlepšení vyhodnocení při změně metody. Jednalo se

o spodní část vnějšího řezu modelu 2023 při rychlosti $14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Ve vrchní části tunelu, kde by mělo být proudění téměř paralelní a neměly by se zde vyskytovat žádné výrazné fluktuace rychlosti či proudové víry, se na obrázku 5.25(a) takovéto chování nenachází. Vypočtené vektory rychlosti jsou vzhledem k očekávanému chování irelevantní. Při použití 2D analýzy tento problém mizí, což je možné pozorovat na obrázku 5.25(b).



(a) Analýza Stereo PIV (2D3C)

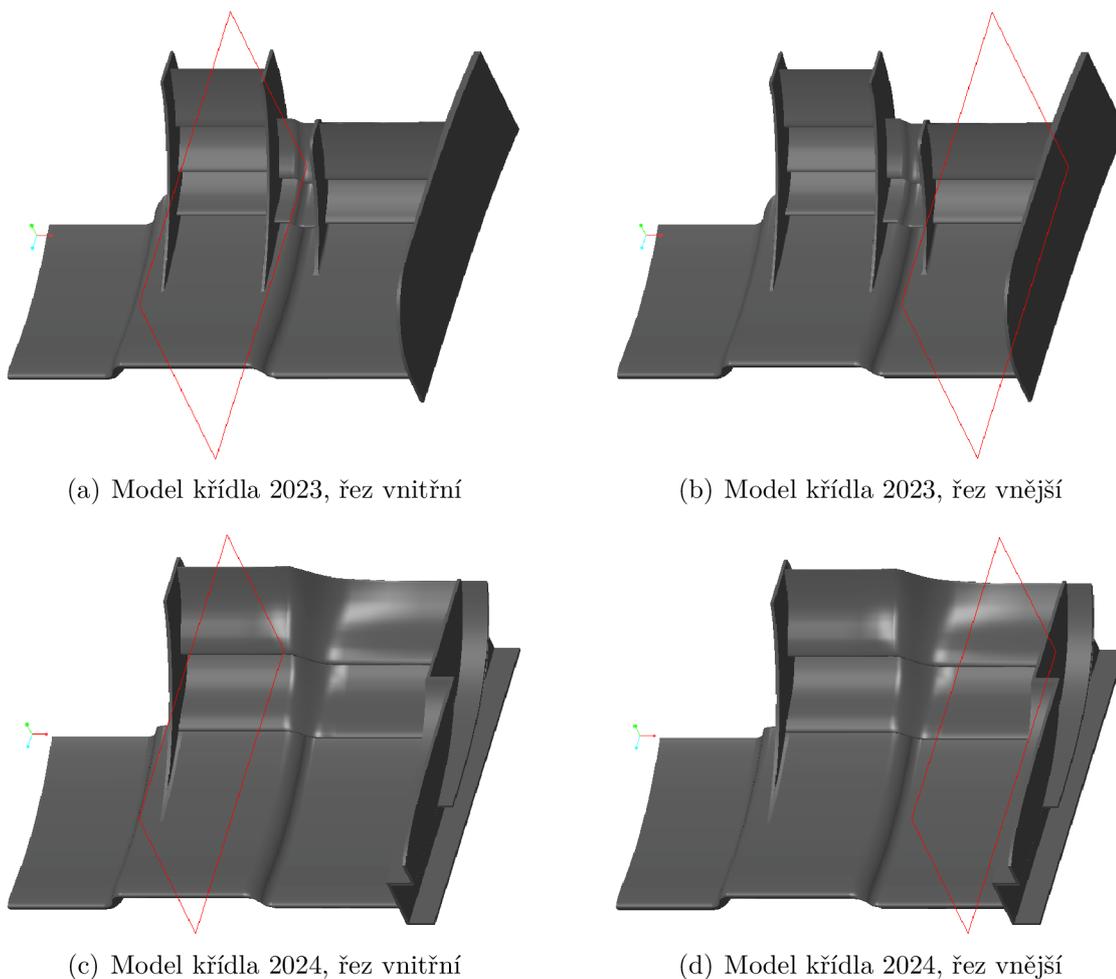


(b) Analýza 2D PIV (2D2C)

Obr. 25 Porovnání datové sady křídla 2023 vyhodnocené oběma metodami

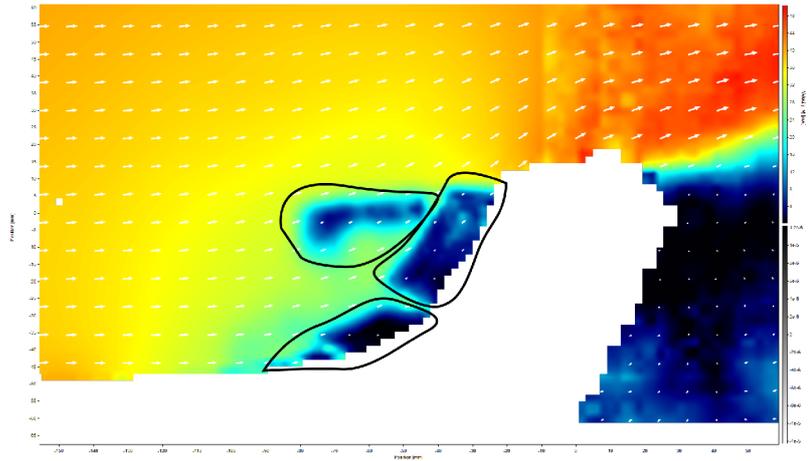
5.2 Vyhodnocená data experimentu

Kvůli přehlednosti prezentace vyhodnocených dat byla nejdříve vhodná tvorba přehledu s měřeními řezy. Roviny, v nichž se jednotlivé měřené řezy nacházely jsou zobrazeny na obrázku 26. U modelu křídla 2023 se jednalo o řez vnitřní (obrázek 5.26(a)) a vnější (obrázek 5.26(b)), u modelu křídla 2024 se taktéž jednalo o řez vnitřní (obrázek 5.26(c)) a vnější (obrázek 5.26(d)). Co se týče klarifikace dále používaných pojmů, tak samostatně měřená horní část se nachází na náběžné straně předního křídla, spodní část se nachází v oblasti za ním a částečně pod ním.

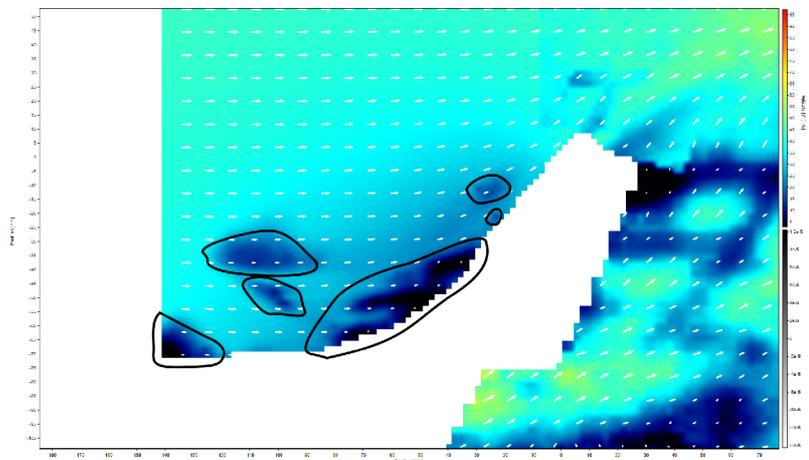


Obr. 26 Přehled pozic jednotlivých řezů na příslušných modelech

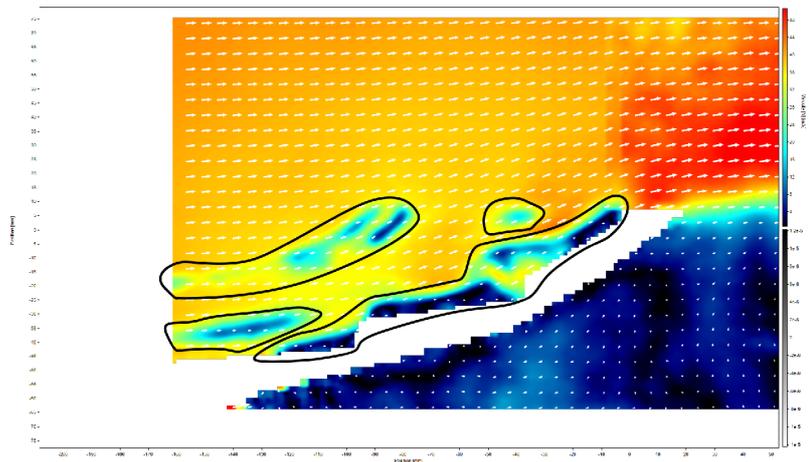
Dále je také nutné upozornit na místa, kde bylo měření ovlivněno difúzními odlesky. Tato metoda vyhodnocuje jednotlivé rychlostní vektory na základě odraženého světla od částic putujících oblastí měření, nicméně v místě odlesků vnika šum, který je nekorektně vyhodnocován jako světlo odražené od částic. Z tohoto důvodu byly v těchto místech vyhodnoceny výrazně nižší rychlosti, než které odpovídají danému místu. Tato místa jsou vyznačena na obrázku 27.



(a) Vektorové a skalární pole křídla 2023, řez vnější, $v_\infty=41 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$



(b) Vektorové a skalární pole křídla 2023, řez vnitřní, $v_\infty=41 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

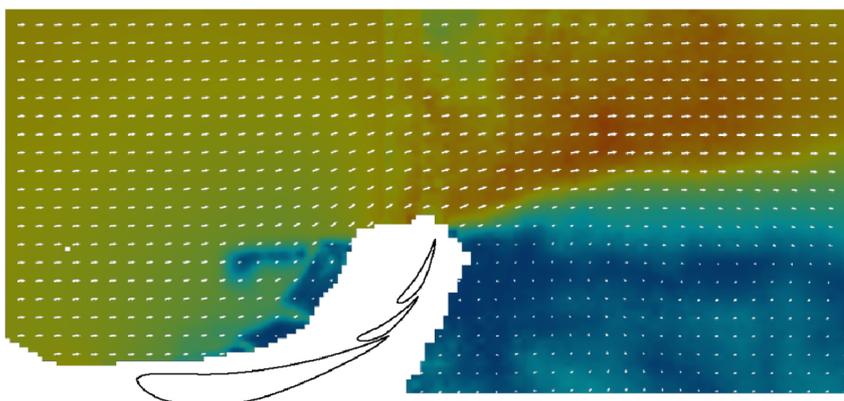


(c) Vektorové a skalární pole křídla 2024, řez vnější, $v_\infty=41 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

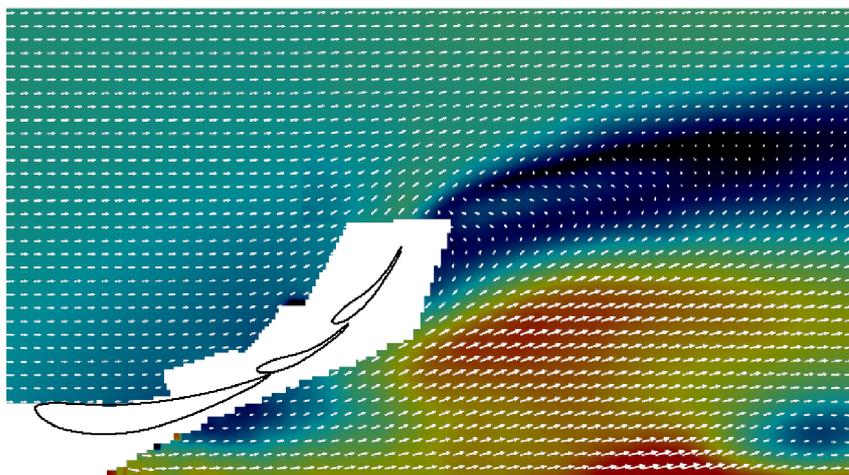
Obr. 27 Vyznačení největších odlesků napříč naměřenými vektorovými mapami

Z výše uvedeného obrázku je patrné, že největší vliv měly odlesky na měření při rychlosti volného proudění $41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. To bylo způsobeno působením největších sil na model křídla, což mělo za následek vibrace modelu, jejichž důsledkem nelze při výpočtu uspokojivě aplikovat korekční funkci *background subtraction* (odečtení pozadí).

Z obrázku 28 jsou patrné pozice modelu křídel vůči získaným vektorovým polím. Bílé oblasti jsou důsledkem mechanického odstraňování přímých odlesků, ale také jsou způsobena tím, že daná oblast je částečně v zákrytu svislé boční lamely křídla. Referenční bod se pro každou polohu nacházel na horní hraně nejvýše položené lamely.



(a) Křídlo 2023, řez vnější



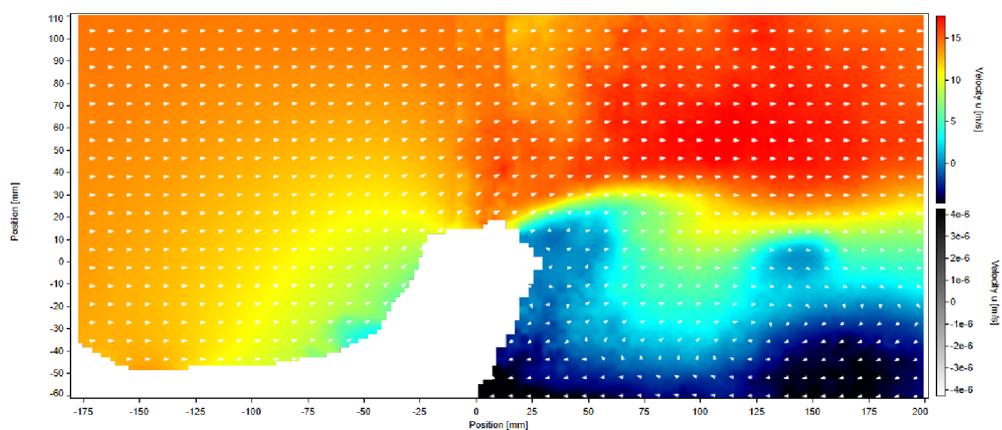
(b) Křídlo 2024, řez vnější

Obr. 28 Pozice křídel ve vektorovém poli

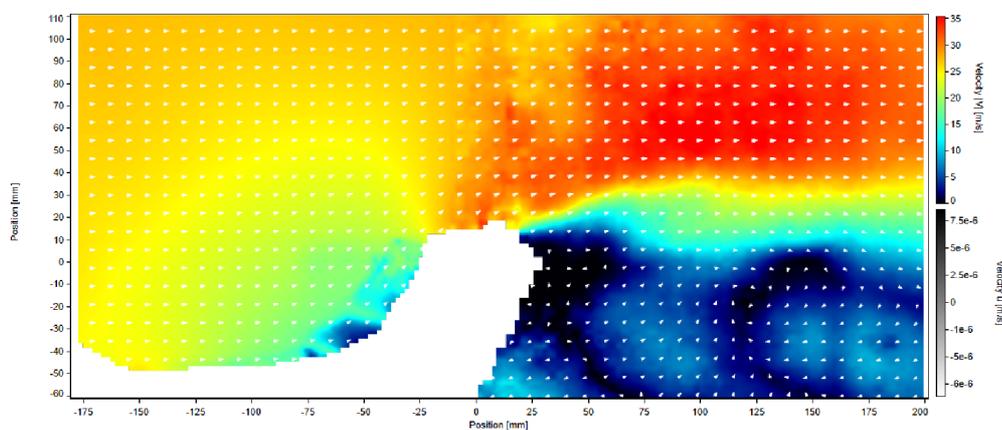
Poté již bylo možné přejít k porovnávání jednotlivých rychlostních a tlakových polí. To je zde ukázáno pouze ve vybraných pozicích, veškeré naměřené rychlostní a tlaková pole lze nalézt v přílohách.

Nejprve byla tedy porovnána vůči sobě rychlostní pole modelu křídla 2023 ve vnějším řezu, viz obrázek 29. Na porovnání je znatelné postupné rozšiřování a stou-

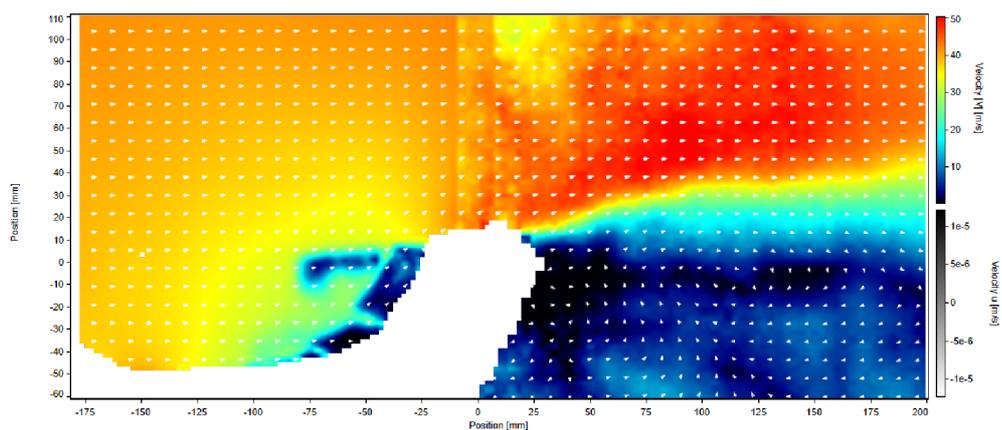
pání oblasti se sníženou rychlostí při postupném zvyšování rychlosti volného proudění. Kvůli zvyšujícím se silám působícím na model měly jednotlivé lamely tendenci se ohýbat směrem dolů, což způsobilo zmenšování mezery mezi nimi.



(a) $v_{\infty} = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



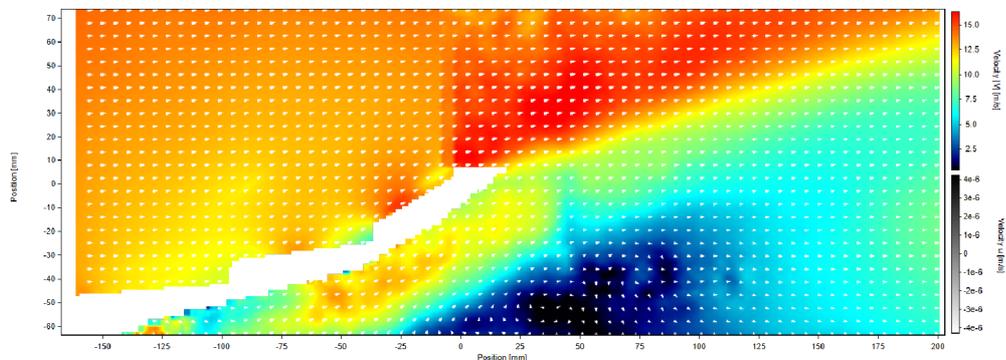
(b) $v_{\infty} = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



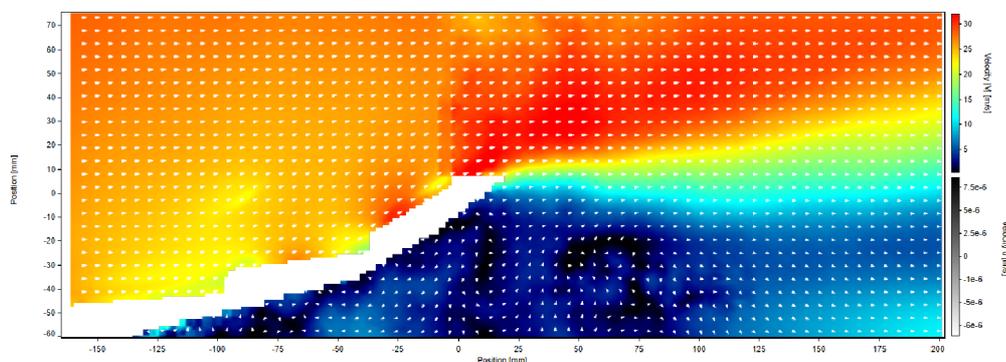
(c) $v_{\infty} = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Obr. 29 Křídlo 2023, řez vnější, rychlostní pole

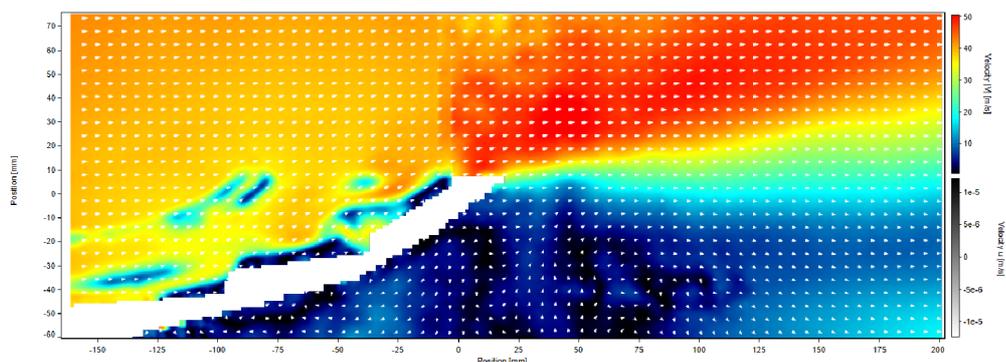
U modelu křídla 2024 docházelo ke stejnému jevu, který byl ovšem umocněn absencí výztužných prvků. Tyto průhyby lamel jsou z velké míry způsobeny druhem výroby modelu (3D tisk) a jeho materiálu (PLA), jehož mechanické vlastnosti jsou v porovnání s materiálem použitým u reálného křídla (karbon). Na obrázku 30 je zobrazen model křídla 2024 ve stejném řezu, jako model křídla 2023 na obrázku 29.



(a) $v_{\infty} = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



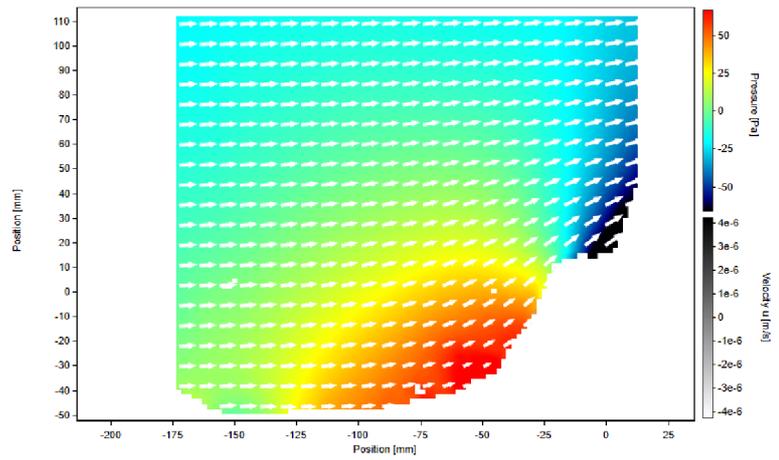
(b) $v_{\infty} = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



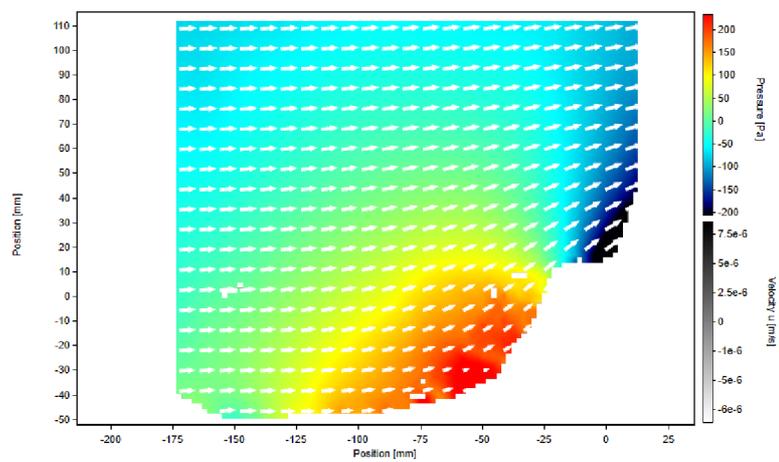
(c) $v_{\infty} = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Obr. 30 Křídlo 2024, řez vnější, rychlostní pole

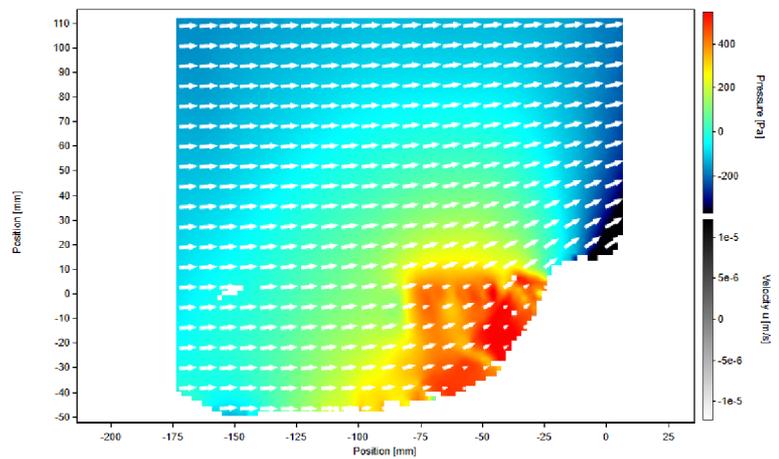
Na obrázku 31 jsou zobrazeny výsledky po převodu rychlostních polí horních částí na pole tlaková. Značně se zde snížila rozeznatelnost vlivu různých zbytkových odlesků.



(a) $v_{\infty} = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



(b) $v_{\infty} = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



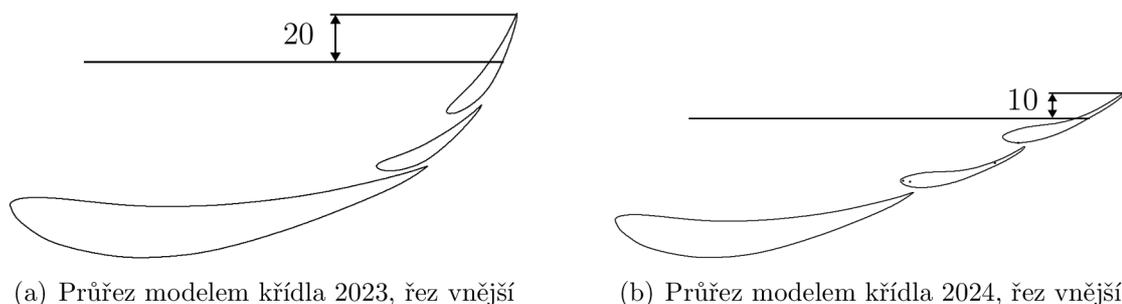
(c) $v_{\infty} = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Obr. 31 Křídlo 2023, řez vnější, tlakové pole, část horní

5.3 Porovnání výsledků experimentu a simulace

Tvorba sítě i simulace proběhla v programu SolidWorks. Typ proudění byl nastaven jako kombinace laminárního a turbulentního, při simulaci byl použit přednastavený model turbulentního proudění, tedy $k-\epsilon$. Velikost jednotlivých buněk přecházela z velikosti hrany jedné buňky 0,25 mm v místě kontaktu s modelem až do velikosti buňky $(5,4 \times 4,7 \times 5,6) \text{ mm}^3$. Celkový počet buněk v simulaci byl 10 milionů v objemu $6,3 \text{ m}^3$.

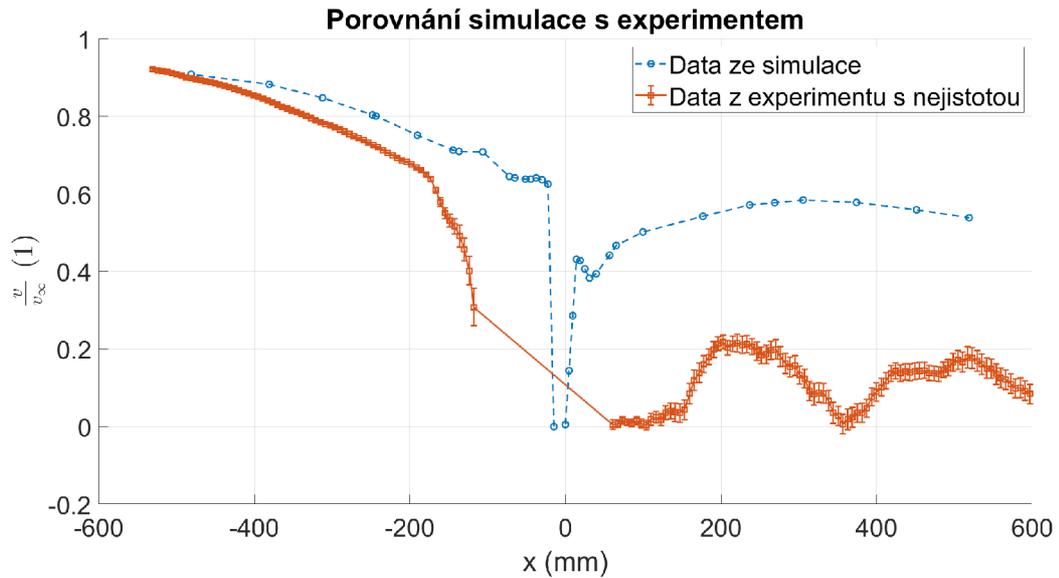
Pro porovnání získaných výsledků proběhl výběr vhodného místa a poté vzdálenosti od referenčního bodu, tj. nejvýše položeném cípu lamely v daném řezu. U obou modelů byl vybrán řez vnější, v případě modelu křídla 2023 byla zvolena vzdálenost 20 mm (obrázek 5.32(a)) a u modelu křídla 2024 byla zvolena vzdálenost 10 mm (obrázek 5.32(b)). Vnější řez byl vybrán kvůli minimálnímu zmenšení naměřené oblasti vlivem blokace pohledu kamery výztužnými prvky křídla. Tyto vzdálenosti byly zvoleny tak, aby byly porovnávány data v přibližně polovině výšky lamely, na které se nacházel referenční bod. Vzdálenosti byly zvoleny u experimentu, následně byly přepočteny pro nalezení stejného místa v simulaci.



Obr. 32 Místa vybrána pro porovnání výsledků

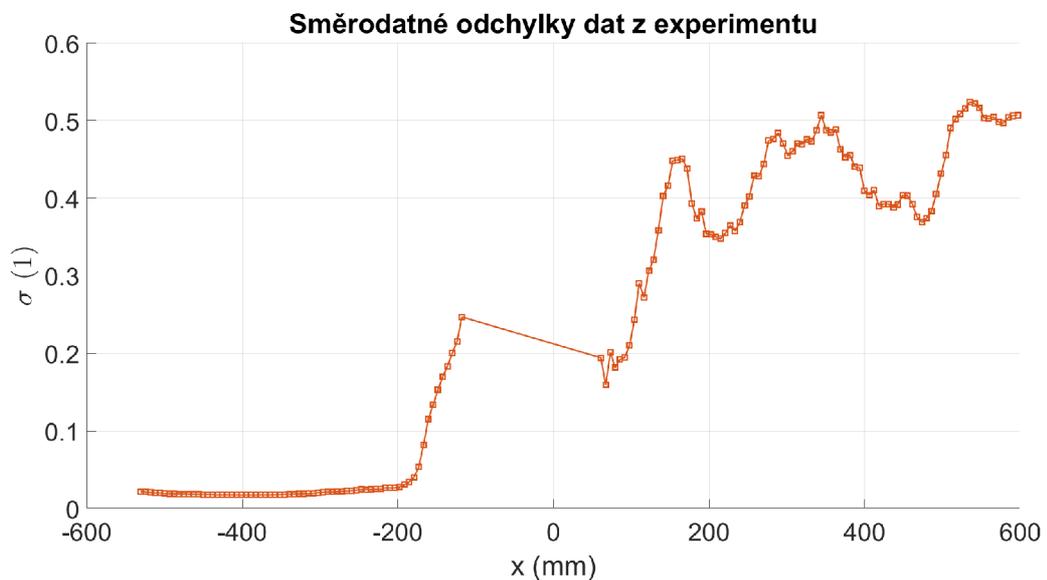
U všech porovnání se na x -ové ose nachází poloha souběžná s volným proudem x (mm), přičemž nulová hodnota značí střed lamely v daném místě. Směr proudění je totožný se směrem x -ové osy. Na y -ové ose se nachází poměr střední rychlosti v daném místě vůči rychlosti volného proudění $\frac{v}{v_\infty}$ (1). Každé porovnání začíná až v poklesu relativní rychlosti o 10%. U každého porovnání došlo také k vyhodnocení směrodatné odchylky relativní rychlosti σ (1), která se nachází na y -ové ose. Na x -ové ose opět nachází poloha x (mm),

Na grafu 5.1 lze nalézt porovnání dat při rychlosti volného proudění $27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Oblast nacházející se v okolí nuly (střed lamely) nebylo možné během experimentálního měření získat z důvodu odstranění přímého odrazu laserového řezu a šířce lamely. Z tohoto porovnání lze usoudit, že náběh simulace i experimentu je téměř totožné, z čehož vyplývá, že experiment i simulace měly stejné počáteční podmínky dle podobnostní teorie. V oblasti za křídlem se vyskytuje velká odchylka v datech, což může být z velké části způsobené použitím pouze jedné kamery při vyhodnocení těchto dat. Vliv na velikost nejistot měl převážně velmi ostrý úhel vůči rovině objektu či úhel mezi kamerami.



Graf 5.1 Křídlo 2023, řez vnější, v_{∞} experimentu $27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

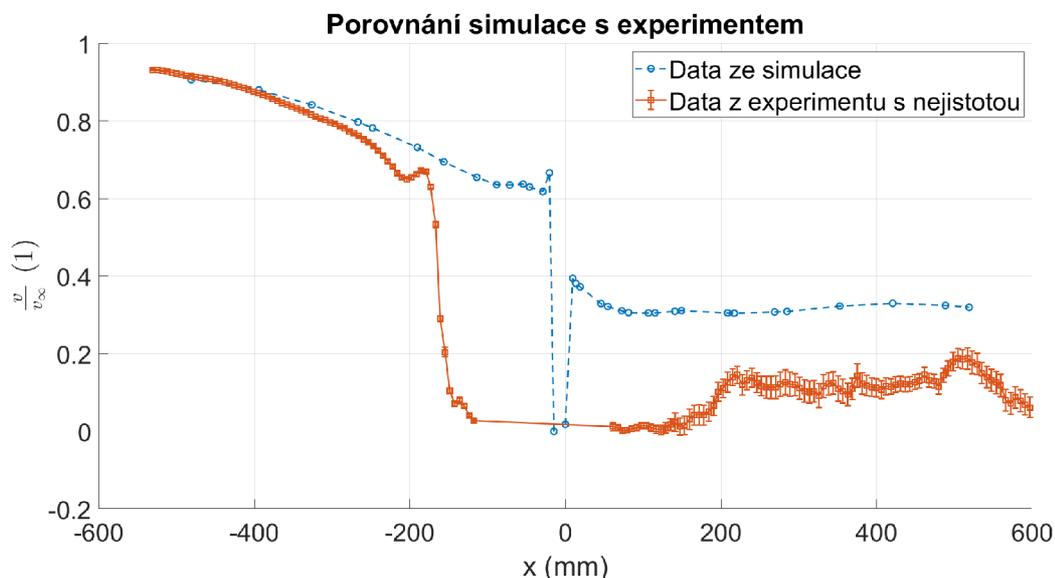
Pro data experimentu z grafu 5.1 byla vyhodnocena směrodatná odchylka, která je zobrazena na grafu 5.2. Z grafu je patrné, že v oblasti za křídlem byly výrazné rozdíly mezi jednotlivými hodnotami. To je způsobeno vysokou turbulencí a víry existujícími v této oblasti. Rozdíly mezi naměřenými daty na náběžné straně v těsné blízkosti křídla jsou způsobeny odlesky.



Graf 5.2 Křídlo 2023, řez vnější, $v_{\infty} = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, směrodatná odchylka

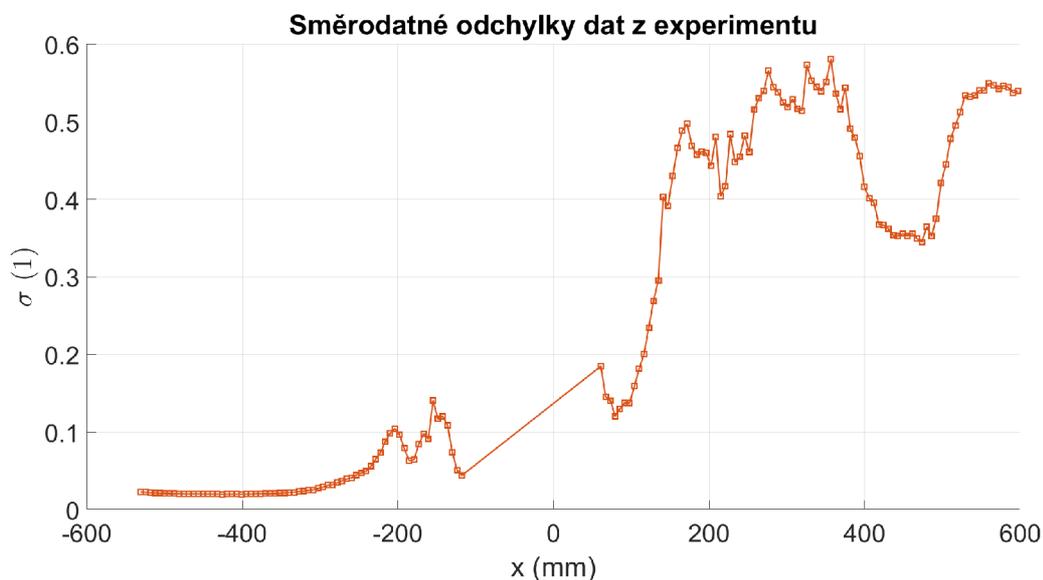
Obdobný případ nastává v grafu 5.3, kde byla rychlost volného proudění $41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Dochází zde k brzkému poklesu rychlosti na náběžné straně, to je ovšem způsobeno zbytkovými odlesky v daném místě. Zadní část je opět následuje obdobný trend jako

data ze simulace, vyskytl se zde také stejný problém jako v předchozím případě, což způsobilo zvýšené nejistoty v naměřených datech.



Graf 5.3 Křídlo 2023, řez vnější, v_∞ experimentu $41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

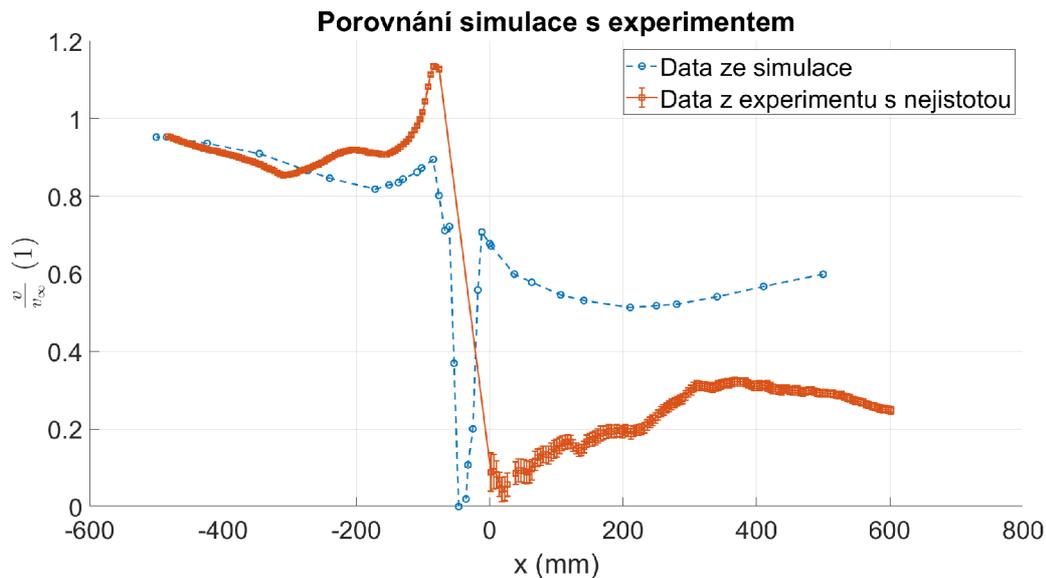
K tomuto grafu byla opět vyhodnocena směrodatná odchylka dat získaných experimentem (graf 5.4). V oblasti za křídlem je znatelný vliv turbulence a různých vírů zde se vyskytujících.



Graf 5.4 Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, směrodatná odchylka

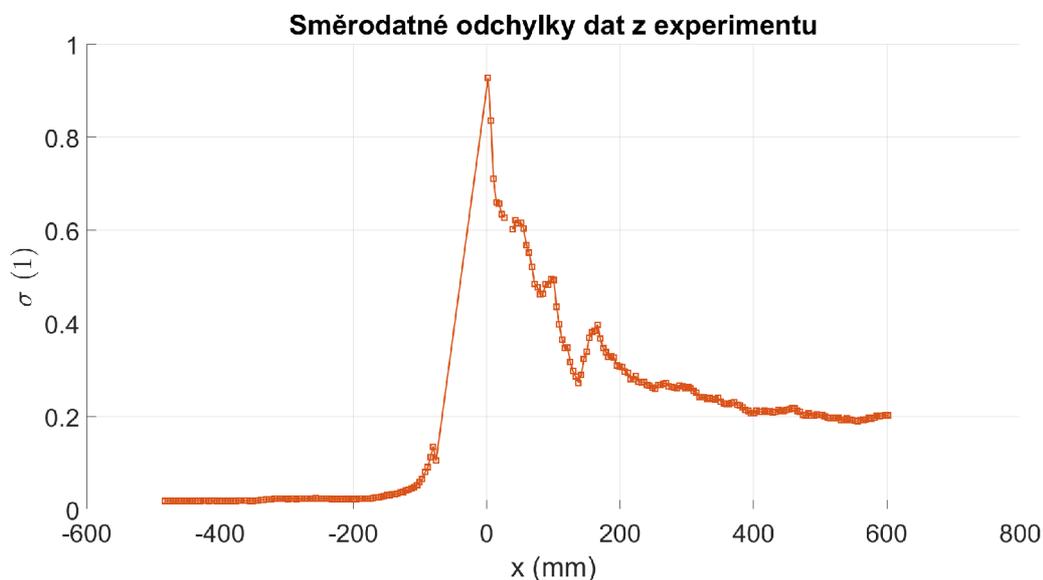
Dále proběhlo porovnání u modelu křídla 2024 při rychlosti $27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, které lze nalézt na grafu 5.5. Náběh je opět alespoň zpočátku totožný, následné navýšení

rychlosti je možné přisuzovat drobnému prohnutí lamel způsobeného technologií výroby. V zadní části došlo ke snížení nejistoty oproti předchozím případům.



Graf 5.5 Křídlo 2024, řez vnější, v_∞ experimentu $27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

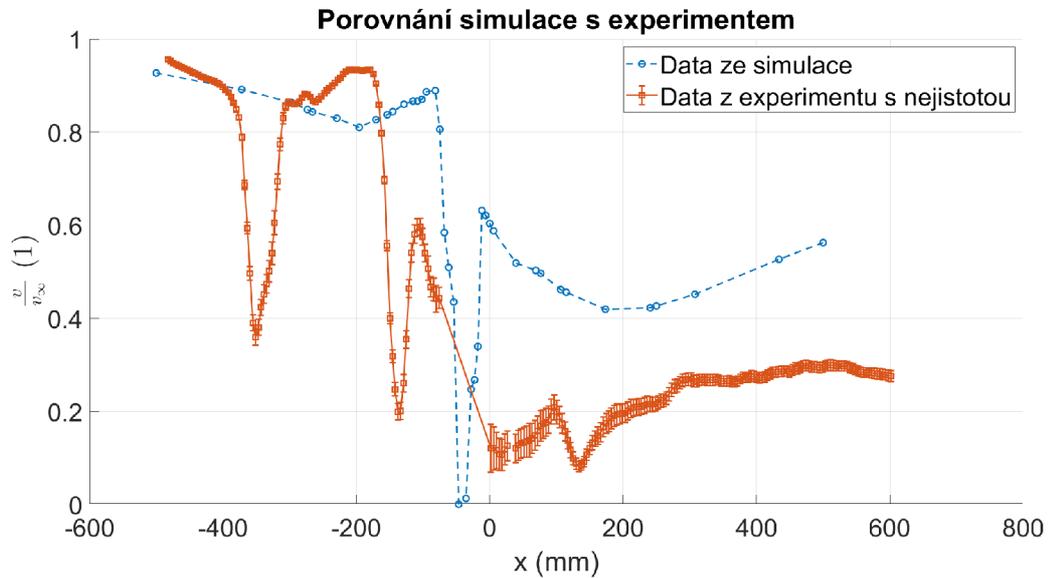
V případě vyhodnocení směrodatné odchylky pro experimentálně získané hodnoty (graf 5.6) pro graf 5.5 je velmi patrné prudké snižování rozptylu naměřených hodnot v oblasti za křídlem. Lze tedy předpokládat výrazný pokles intenzity turbulence se stoupající vzdáleností od křídla.



Graf 5.6 Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, směrodatná odchylka

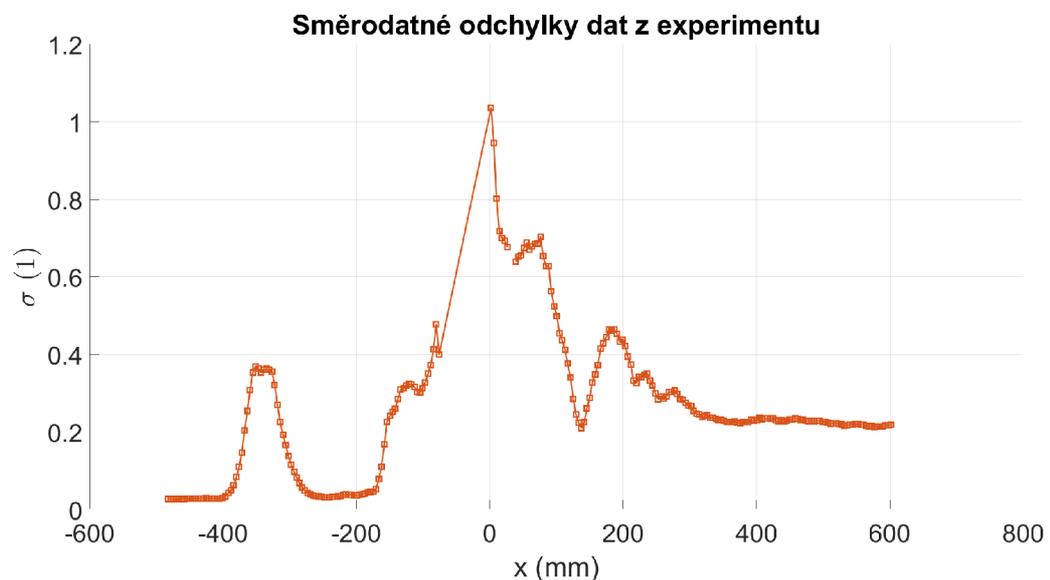
U grafu 5.7, kde byla rychlost volného proudění při experimentálním měření $41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, lze pozorovat dva různé propady u náběhu. Ty byly způsobeny zbytkovými

odlesky, které jsou viditelné na obrázku 5.27(c). Nastává zde opět ke snížení rychlosti v oblasti za křídlem.



Graf 5.7 Křídlo 2024, řez vnější, v_∞ experimentu $41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Pro tento graf byla taktéž vyhodnocena směrodatná odchylka (graf 5.8). Zde je patrný vliv odlesků na měřená data na náběžné straně. V oblasti za křídlem opět velmi rychle klesá intenzita turbulence, prudké navýšení ve vzdálenější oblasti od křídla je nejspíše způsobené výskytem většího víru.



Graf 5.8 Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, směrodatná odchylka

Napříč porovnáními lze pozorovat výskyt laminárního proudění na náběžné straně. V oblasti za křídlem se toto proudění mění na turbulentní, přičemž intenzita

turbulence klesá s rostoucí vzdáleností od modelu.

Dle předchozích porovnání je možné usoudit, že se počáteční podmínky shodují dle podobnostní teorie kvůli charakteru vývoje proudění na náběžné straně. V některých místech jsou značné odchylky, ty jsou nicméně způsobeny zbytkovými odlesky. V oblasti za křídlem je možné pozorovat značně nižší rychlost oproti proběhlé simulaci, která tedy v tomto místě neodpovídá realitě. To může být způsobeno nesprávnou reprezentací reality na straně modelu či simulace. U simulace mohla být nevhodně vymodelována použitá síť nebo nevhodně vybraný model turbulence. Nejčastější příčina chyb sítě je špatně zvolená velikost buněk nebo nesprávná tloušťka první vrstvy buněk v těsné blízkosti modelu. V oblasti za křídlem se vyskytuje vysoce turbulentní proudění, u kterého se velmi rychle projeví adekvátnost použitého modelu turbulence. Realistické sestavení těchto modelů je nicméně velmi složité, v současné době je nejvíce omezujícím faktorem výpočetní výkon. U modelu mohly být chyby způsobeny použitím odlišného materiálu či drobnými tvarovými změnami způsobenými technologií jeho výroby. Na základě porovnání je možné usoudit, že nižší rychlost byla způsobena nevhodným výběrem modelu turbulence.

Závěr

Cílem této práce bylo experimentální měření úplavu za obtékanými modely křídel 2023 a 2024 týmu studentské formule, výstupem tohoto měření byla rychlostní a tlaková pole ve vybraných pozicích. Rychlostní pole byla následně použita pro validaci simulací poskytnutých tímto týmem. Kvůli rozměrovým limitacím větrného tunelu katedry energetických zařízení bylo nutné modely proporcionálně zmenšit. Modely byly vyrobeny metodou 3D-tisku. Na základě podobnostní teorie byly poté nastaveny rychlosti volného proudění při experimentu. Měřeno bylo ve vybraných místech. Měření každé vektorové mapy bylo rozděleno na dvě části jelikož nebylo možné získat kompletní vektorová pole daného řezu během jednoho měření. Kvůli softwarové chybě bylo nutné během vyhodnocení využít pouze jedné ze dvou použitých kamer.

Na náběžné straně se podařilo ověřit podobnost počátečních podmínek mezi simulací a experimentem. V oblasti za křídlem se nacházely v simulaci vyšší rychlosti. To mohlo být způsobeno velkým množstvím vlivů, které se dají dělit na vlivy týkající se simulace a experimentu.

Mezi hlavní zdroje chyb u simulace se řadí například kvalita vymodelované sítě či volba nevhodného modelu turbulence. Turbulenci je obecně velmi obtížné správně nasimulovat kvůli její nepředvídatelnosti. U modelu mohlo dojít k projevu použití odlišného materiálu, zmenšení mezer mezi lamelami či volby technologie výroby. Na základě porovnání dat lze předpokládat volbu neodpovídajícího modelu turbulence.

Lepších výsledků by bylo možné dosáhnout použitím pevnějšího materiálu či změnou způsobu výroby modelů. Dále je vhodné zhodnotit úpravu použité sítě nebo změnu použitého modelu turbulence. Implementace těchto návrhů je ovšem finančně či časově nákladná.

Seznam obrázků

1	Síly a momenty působící na těleso	14
2	Síly na obtékaný letecký profil	15
3	Schéma proudového pole	16
4	Proudění při obtékání válce	17
5	Proudění kolem válce. Rychlostní (vlevo) a tlakové (vpravo) pole [13]	18
6	Metoda posunu čoček [14].	19
7	Metoda úhlového posunutí čočky s nakloněnou zadní rovinou [14]. . .	20
8	Algoritmus zpětné projekce mapuje nahraný obraz na obraz rekonstruovaný [14].	22
9	Kalibrační terč [15]	23
10	Jednoduchý dírkový zobrazovací model používaný k popisu šikmého pohledu kamery [14]	24
11	Schéma otevřeného větrného tunelu Eiffelova typu [17]	26
12	Schéma otevřeného větrného tunelu Göttingenského typu [17]	27
13	Model aerodynamického tunelu	30
14	Části <i>Controls</i> a <i>Diagram</i> programu Aerodynamický tunel	31
15	Části <i>Plots</i> programu Aerodynamický tunel	32
16	Měřená křídla (poskytnuto týmem formule)	33
17	Křídlo 2024 se stopami způsobenými laserovým řezem	35
18	Umístění kamer pro měření horní části	35
19	Umístění kamer pro měření spodní části	36
20	Plechový držák	36
21	Průřez tunelu s ukotvenými držáky bez modelu	37
22	Křídlo ukotvené v tunelu	37
23	Křídlo 2023 po nástřiku barvou s příměsí Rhodaminu 5G	38
24	Kalibrace	39
25	Porovnání datové sady křídla 2023 vyhodnocené oběma metodami . .	42
26	Přehled pozic jednotlivých řezů na příslušných modelech	43
27	Vyznačení největších odlesků napříč naměřenými vektorovými mapami	44
28	Pozice křídel ve vektorovém poli	45
29	Křídlo 2023, řez vnější, rychlostní pole	46
30	Křídlo 2024, řez vnější, rychlostní pole	47

31	Křídlo 2023, řez vnější, tlakové pole, část horní	48
32	Místa vybrána pro porovnání výsledků	49

Seznam grafů

5.1	Křídlo 2023, řez vnější, v_∞ experimentu $27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	50
5.2	Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, směrodatná odchylka	50
5.3	Křídlo 2023, řez vnější, v_∞ experimentu $41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	51
5.4	Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, směrodatná odchylka	51
5.5	Křídlo 2024, řez vnější, v_∞ experimentu $27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	52
5.6	Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, směrodatná odchylka	52
5.7	Křídlo 2024, řez vnější, v_∞ experimentu $41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	53
5.8	Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, směrodatná odchylka	53

Seznam tabulek

1	9
2	Úprava rychlostí v tunelu.	34
3	Přepočet rychlostí simulace.	34
4	Úprava vzdálenosti.	34

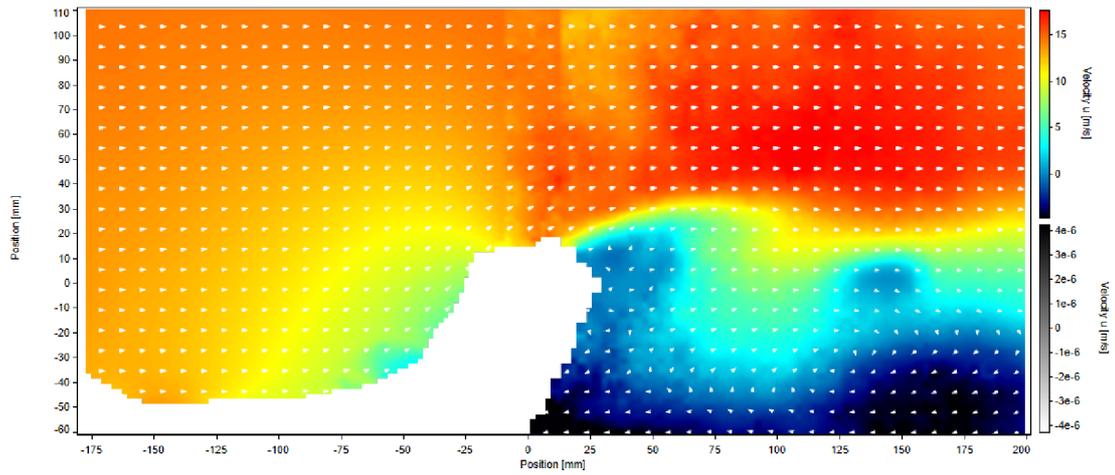
Bibliografie

- [1] Syed Muhammad Hamza. “CFD Analysis of the Front Wing of F1 Cars”. In: (2023). DOI: [10.13140/RG.2.2.31354.26561](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.31354.26561).
- [2] Aniruddha Patil, Siddharth Kshirsagar a Tejas Parge. “Study of front wing of formula one car using computational fluid dynamics”. In: *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research* 3.4 (2014), s. 282.
- [3] William J Jasinski a Michael S Selig. “Experimental study of open-wheel race-car front wings”. In: *SAE transactions* (1998), s. 2549–2557.
- [4] David Tyrrell. “Race-Car Front Wings: A Literature Review with F1 Case Studies”. In: (2023).
- [5] Joseph Katz. *Race Car Aerodynamics: Designing for Speed*. 2. vyd. Cambridge: Bentley Publishers, 1995. ISBN: 978-0-8376-0142-7.
- [6] Pavel Uhlíř. *Experimentální výzkum mezních vrstev metodou 2D PIV*. 2022-12-19. URL: <https://dspace.tul.cz/handle/15240/166663> (cit. 08.05.2024).
- [7] Veronika Barraclough. “Portálový Vír v Úplavu Hyperboloidního Modelu”. disertační práce. České vysoké učení technické v Praze, 2021.
- [8] J Gordon Leishman. “Mach Number & Reynolds Number”. In: *Introduction to Aerospace Flight Vehicles* (2023).
- [9] J Gordon Leishman. “Dynamic Similarity”. In: *Introduction to Aerospace Flight Vehicles* (2023).
- [10] Jaromír Noskiewič. *Mechanika tekutin*. 1. vyd. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1987.
- [11] S. Drábková a kol. *Mechanika tekutin*. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2007.
- [12] Frank M. White. *Fluid Mechanics*. 7th. (Vlastní překlad). New York: McGraw Hill Education, 2010. ISBN: 978-0-07-352934-9.
- [13] Joan Baiges, Ramon Codina a Sergio Idelsohn. “A domain decomposition strategy for reduced order models. Application to the incompressible Navier-Stokes equations”. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 267 (pros. 2013), s. 23–42. DOI: [10.1016/j.cma.2013.08.001](https://doi.org/10.1016/j.cma.2013.08.001).
- [14] Markus Raffel. *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide*. 2nd. (Vlastní překlad). Berlin: Springer, 2007. ISBN: 978-3-540-72307-3.

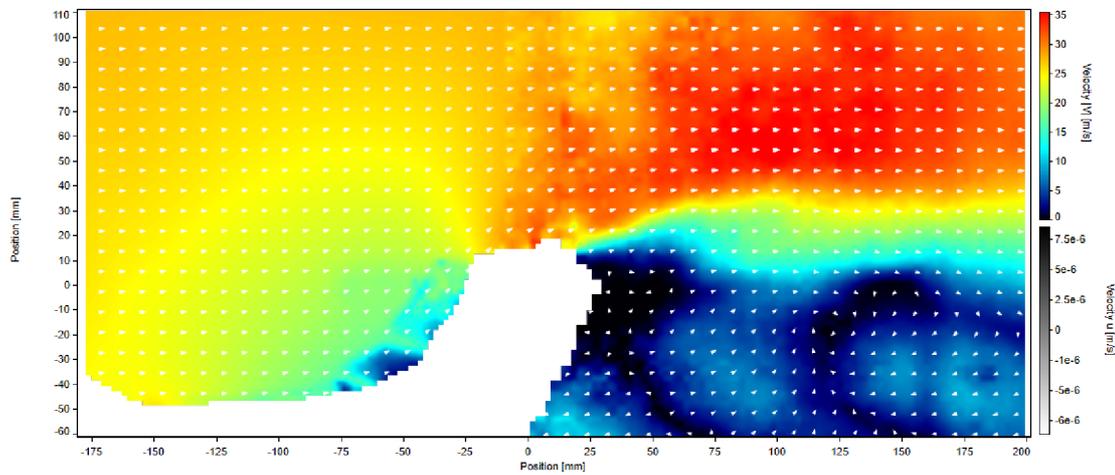
- [15] LaVision GmbH. *Calibration plates*. 2021. URL: <https://www.smart-piv.com/en/products/strainmaster/system-components/calibration-plates/>.
- [16] LaVision GmbH. *Pressure from PIV*. Göttingen, Germany, 2021.
- [17] S. Discetti a A. Ianiro, ed. *Experimental Aerodynamics*. 1st. (Vlastní překlad). CRC Press, 2017. DOI: [10.1201/9781315371733](https://doi.org/10.1201/9781315371733).
- [18] Daniel C. Glover, Liam M. Madden a Robert J. Cabri. *Leading Edge Boundary Layer Suction Device for the Cal Poly Rolling Road Wind Tunnel*. (Vlastní překlad). 2017.
- [19] William L. Oberkampf a Timothy G. Trucano. *Validation of CFD Predictions*. Technická zpráva. (Vlastní překlad). 2002. URL: https://www.southampton.ac.uk/~nwb/lectures/GoodPracticeCFD/Articles/Validation_SAND2002-0529.pdf.
- [20] Gnatowska, Renata, Sosnowski, Marcin a Uruba, Václav. “CFD modelling and PIV experimental validation of flow fields in urban environments”. In: *E3S Web Conf.* 14 (2017), s. 01034. DOI: [10.1051/e3sconf/20171401034](https://doi.org/10.1051/e3sconf/20171401034). URL: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20171401034>.
- [21] Ondřej Stříteský, Josef Průša a Martin Bach. *Základy 3D tisku s Josefem Průšou*. Prusa Research a.s., 2019.

Přílohy

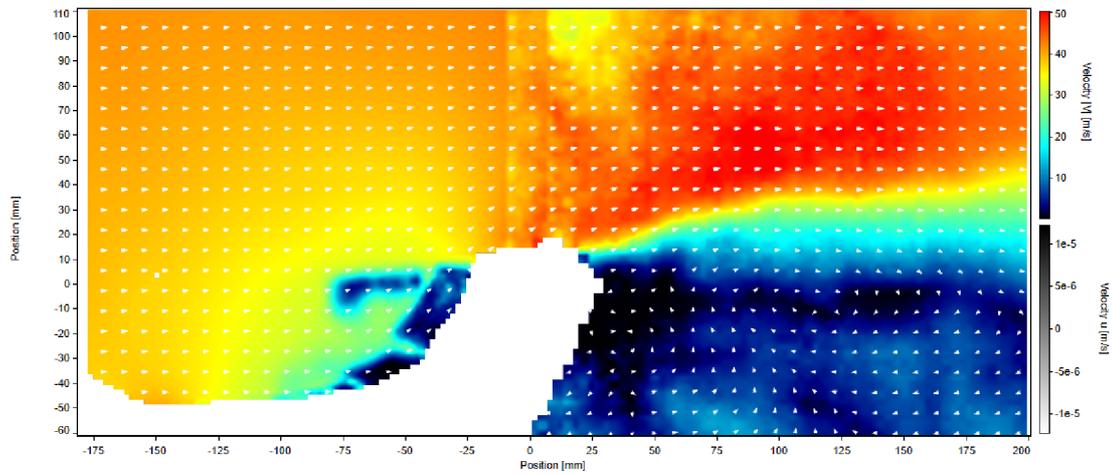
Příloha A	Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha B	Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha C	Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha D	Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha E	Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha F	Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha G	Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha H	Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha I	Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha J	Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha K	Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha L	Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha M	Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha N	Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha O	Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha P	Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha Q	Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha R	Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha S	Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha T	Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha U	Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole
Příloha V	Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha W	Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní
Příloha X	Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



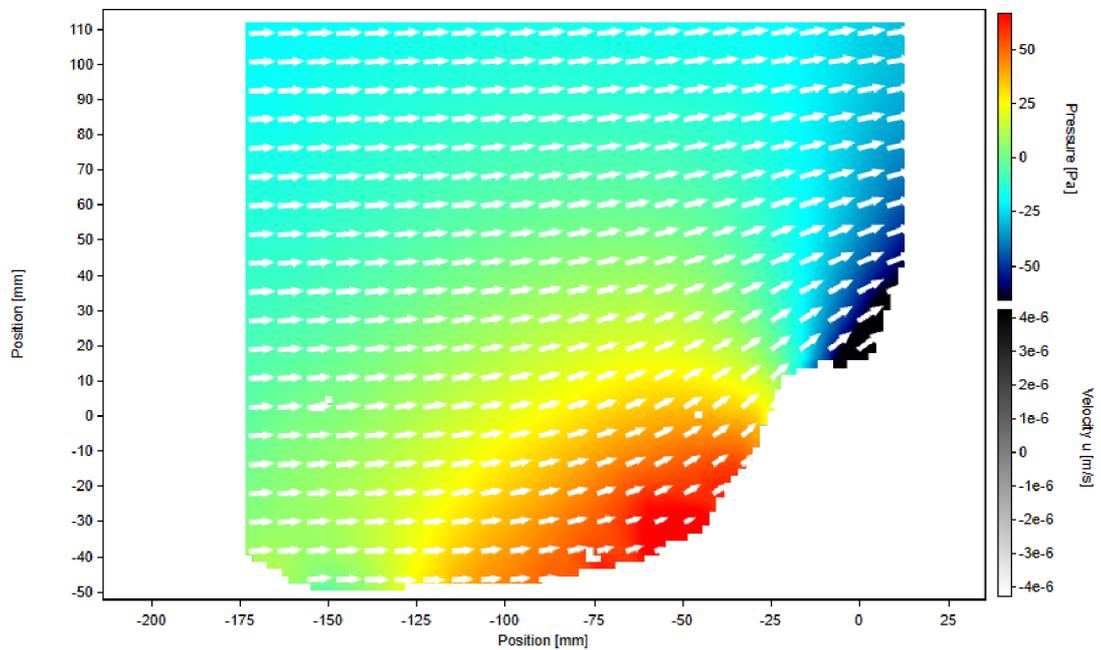
Příloha A: Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



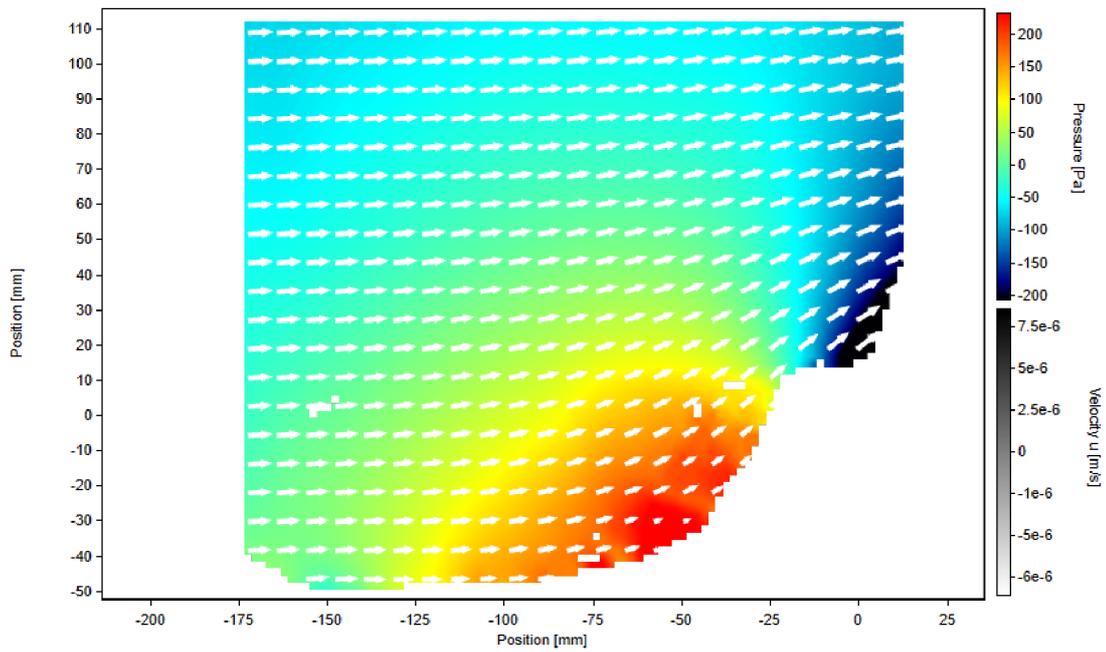
Příloha B: Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



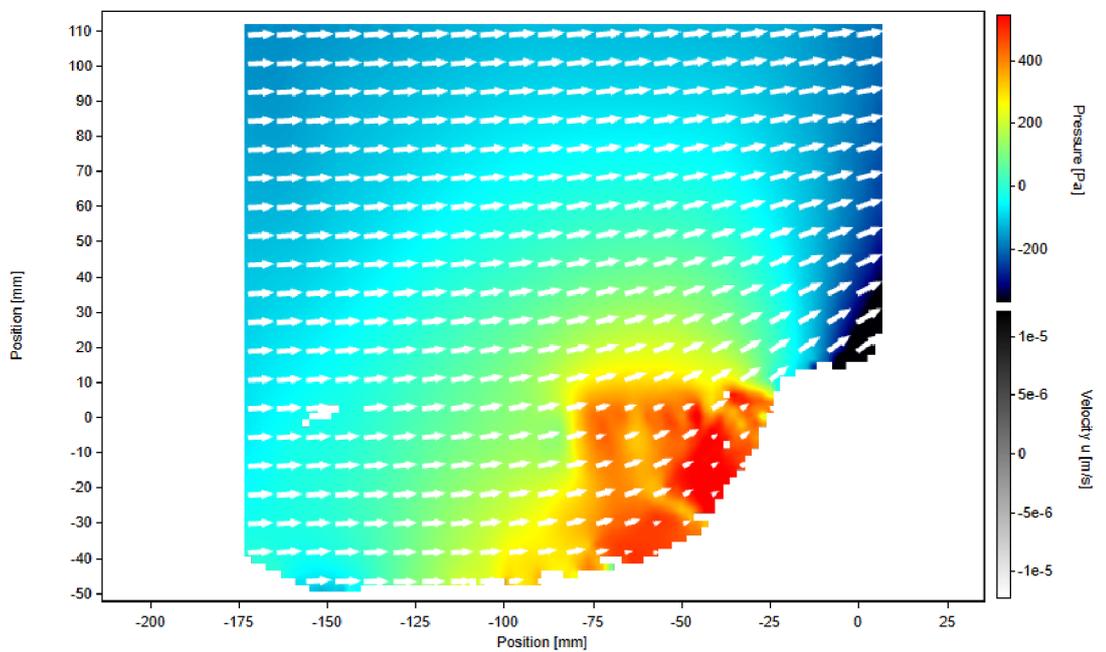
Příloha C: Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



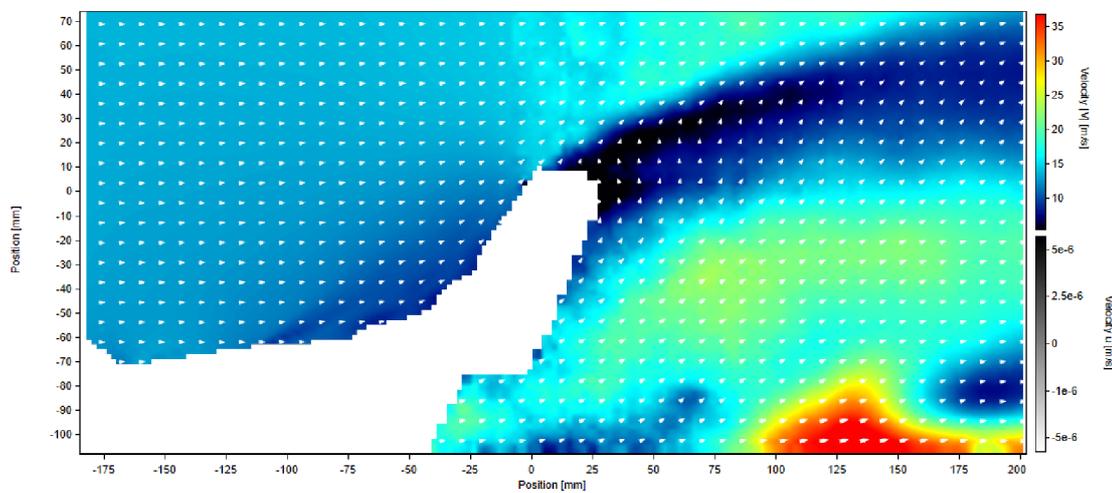
Příloha D: Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



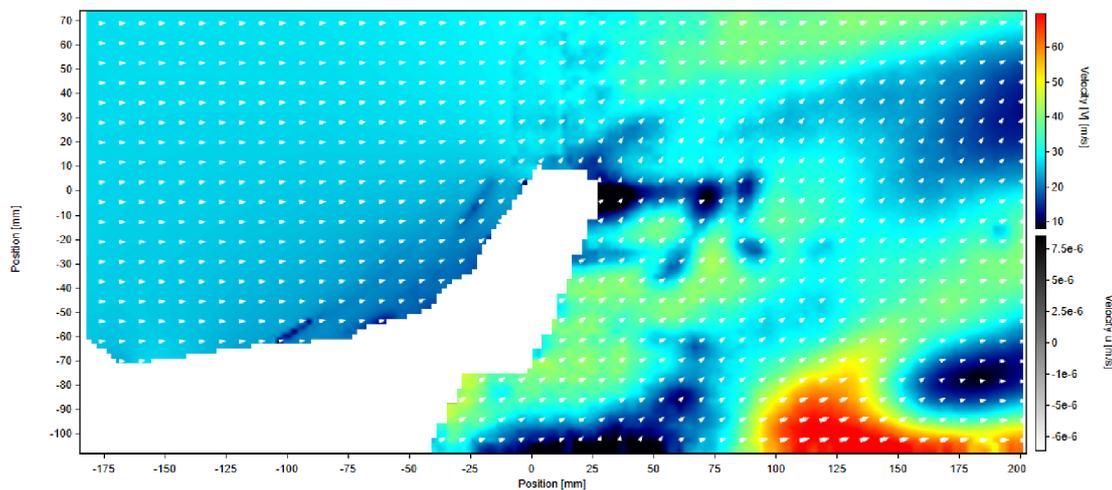
Příloha E: Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



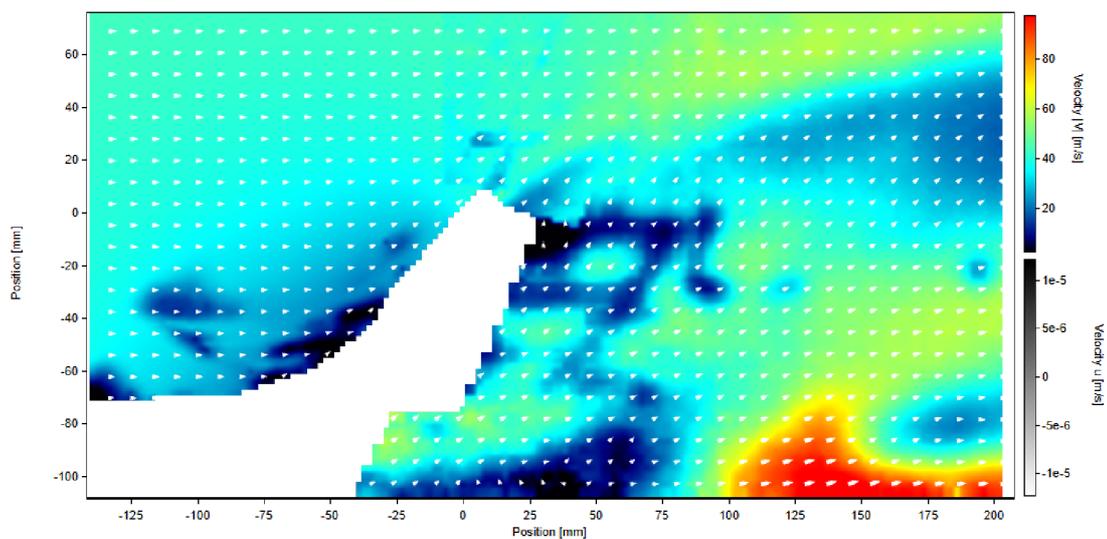
Příloha F: Křídlo 2023, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



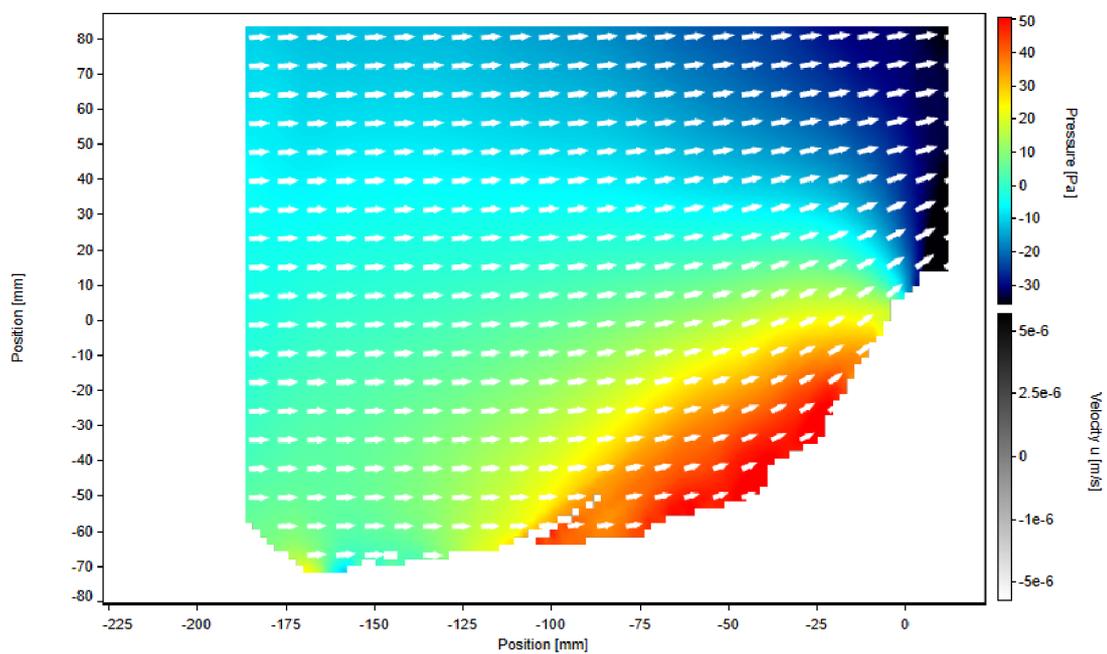
Příloha G: Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



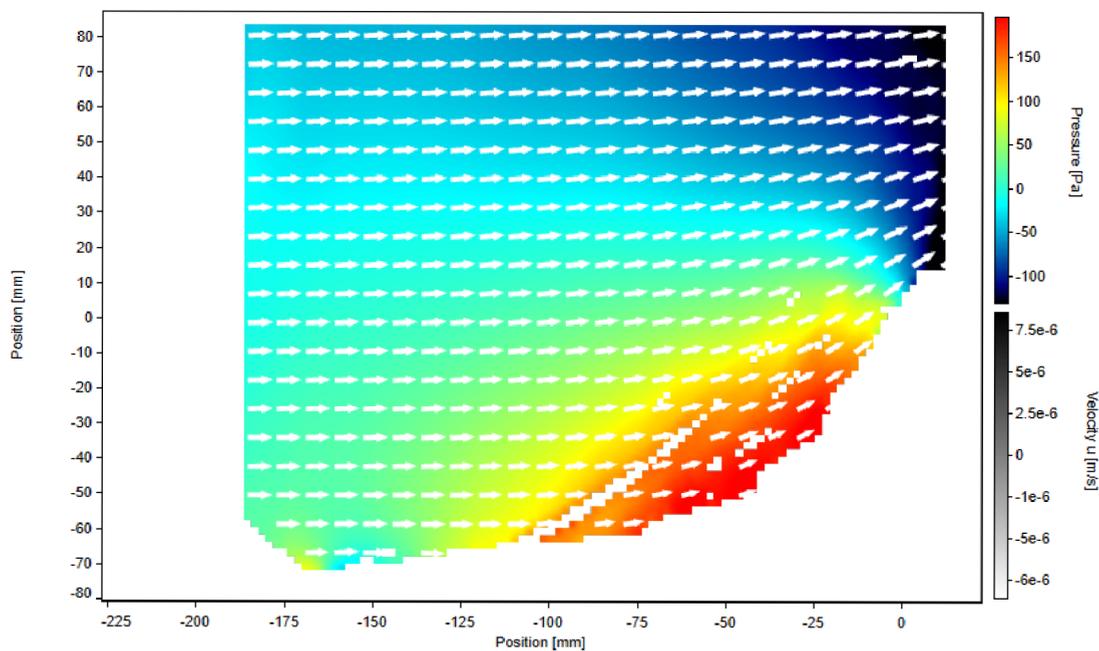
Příloha H: Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



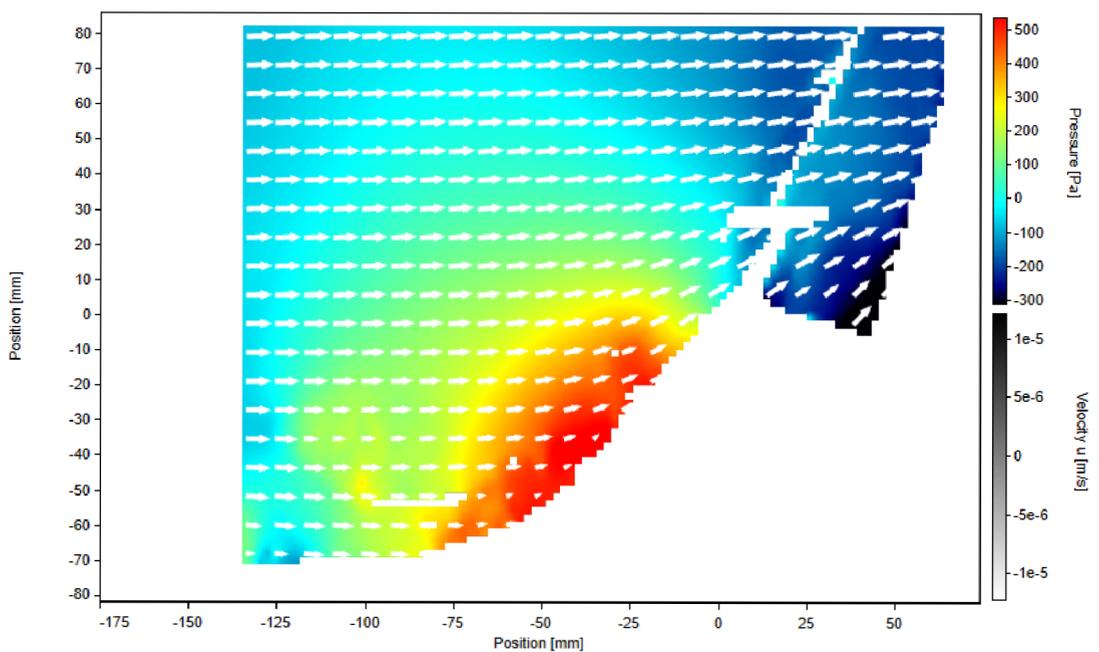
Příloha I: Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



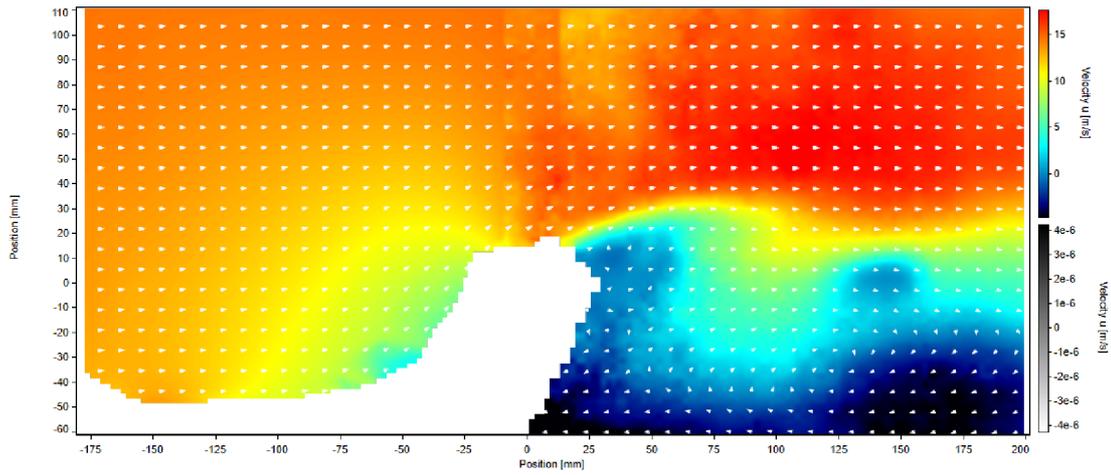
Příloha J: Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



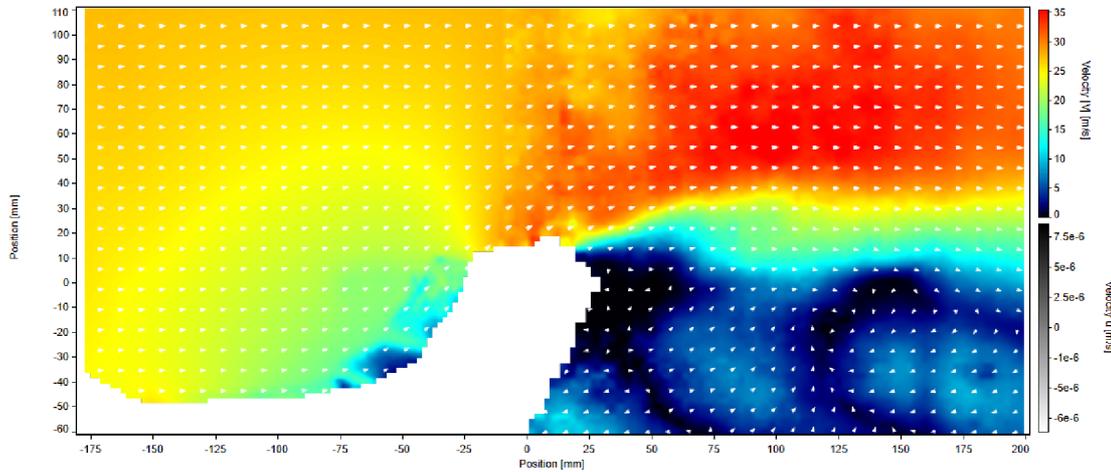
Příloha K: Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



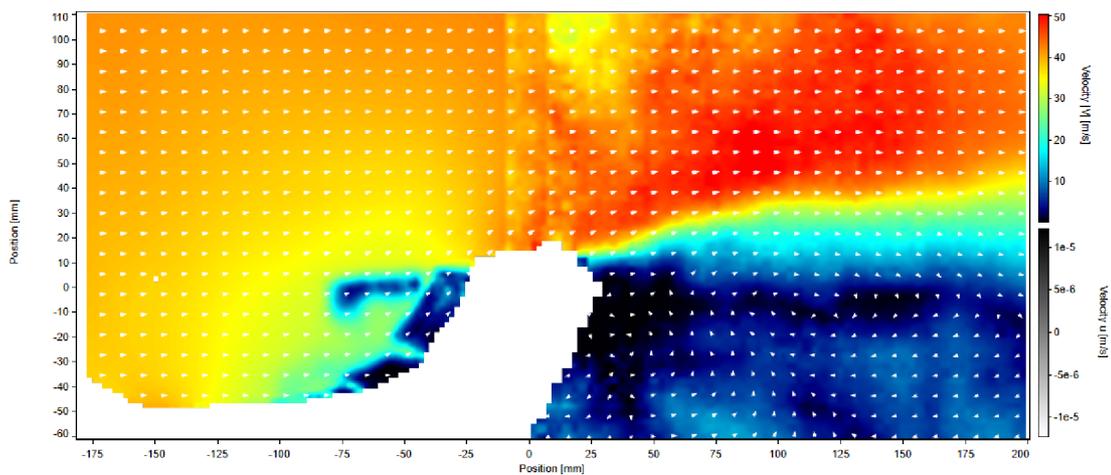
Příloha L: Křídlo 2023, řez vnitřní, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



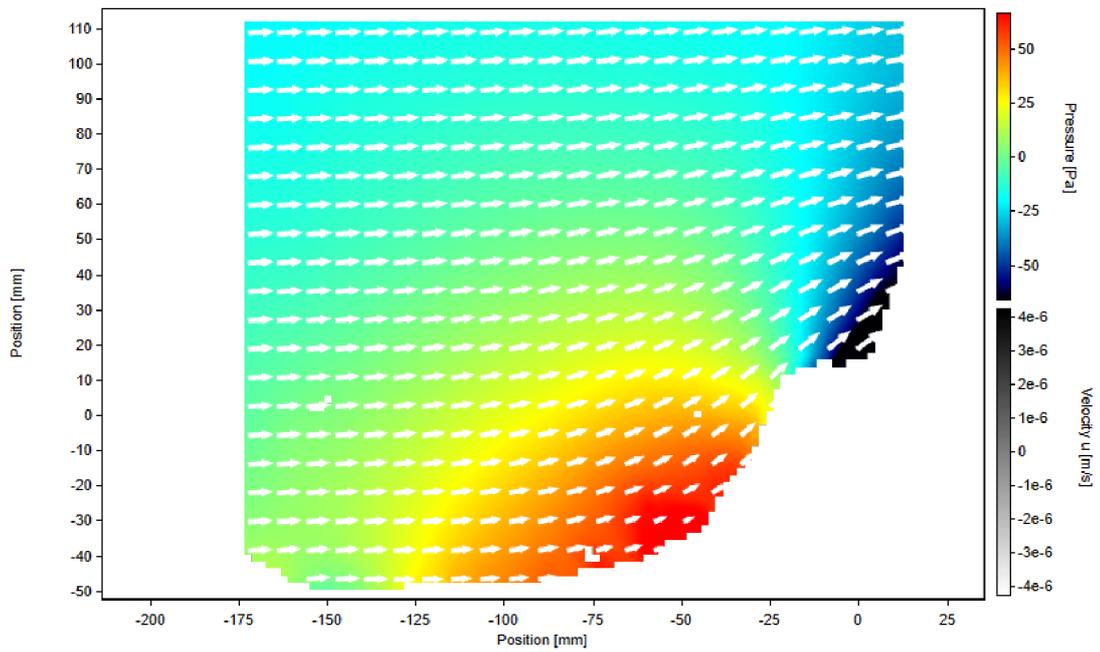
Příloha M: Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



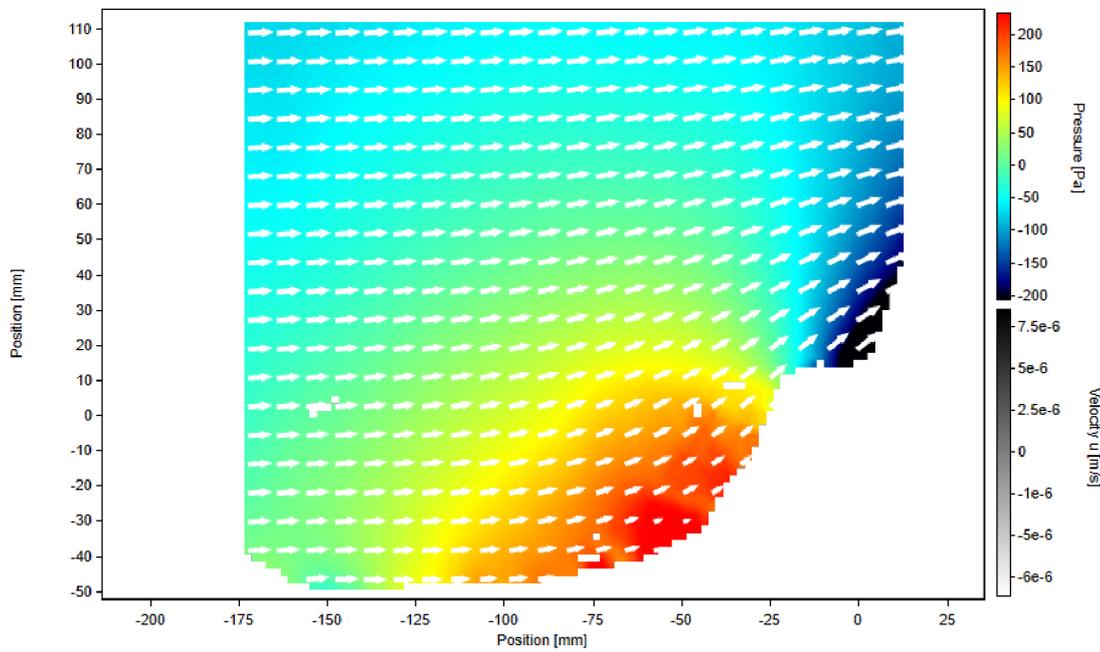
Příloha N: Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



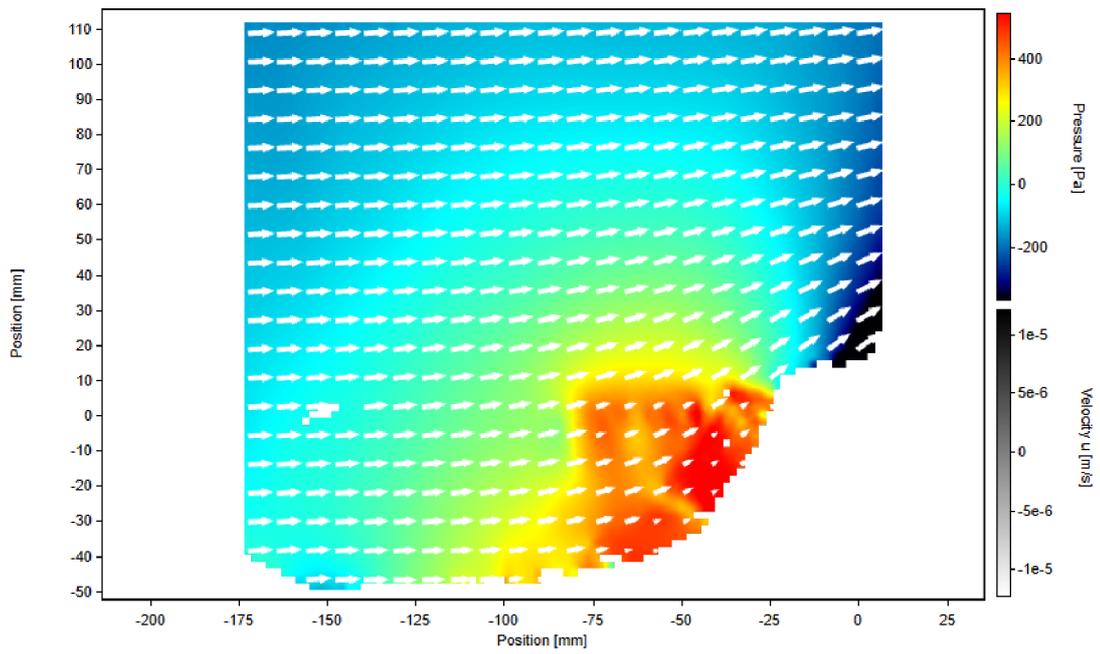
Příloha O: Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



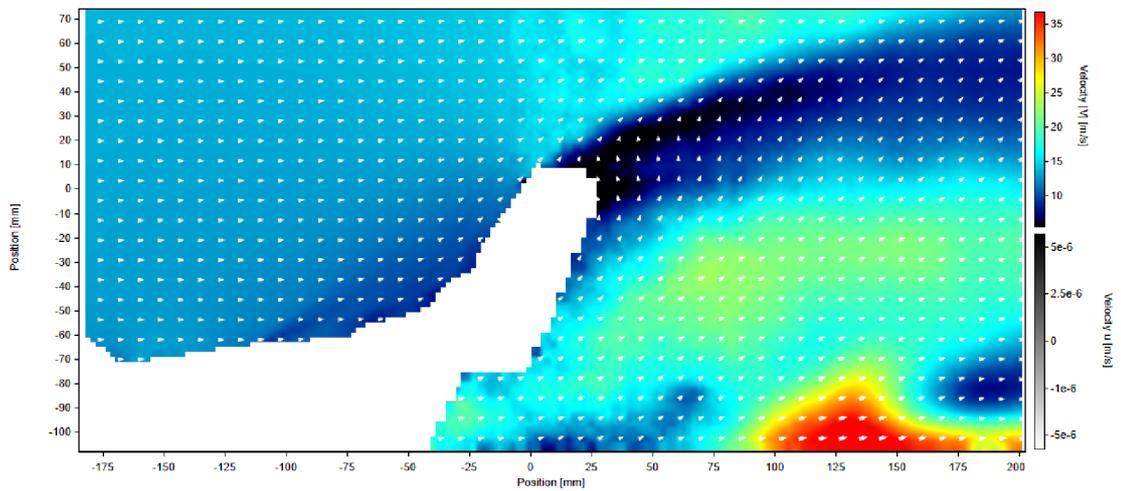
Příloha P: Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



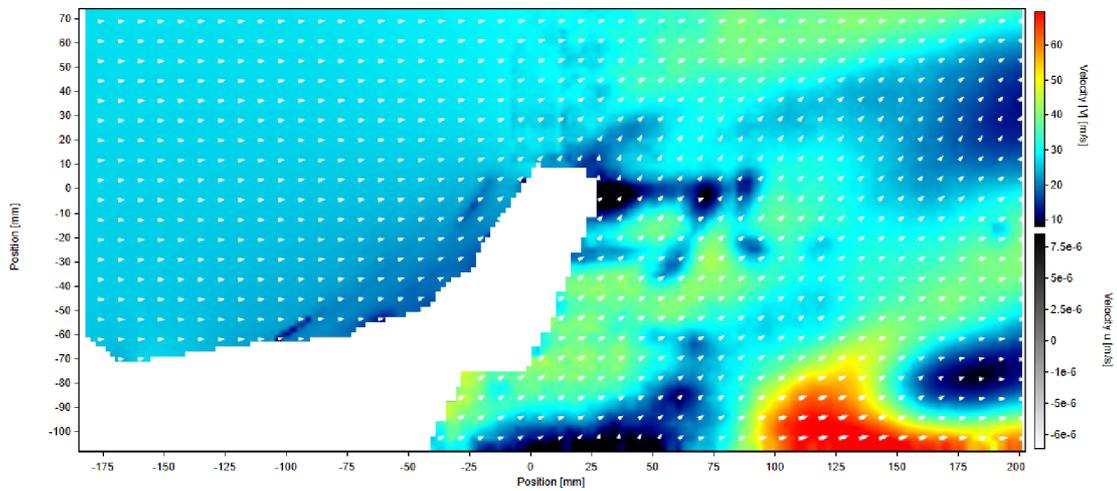
Příloha Q: Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



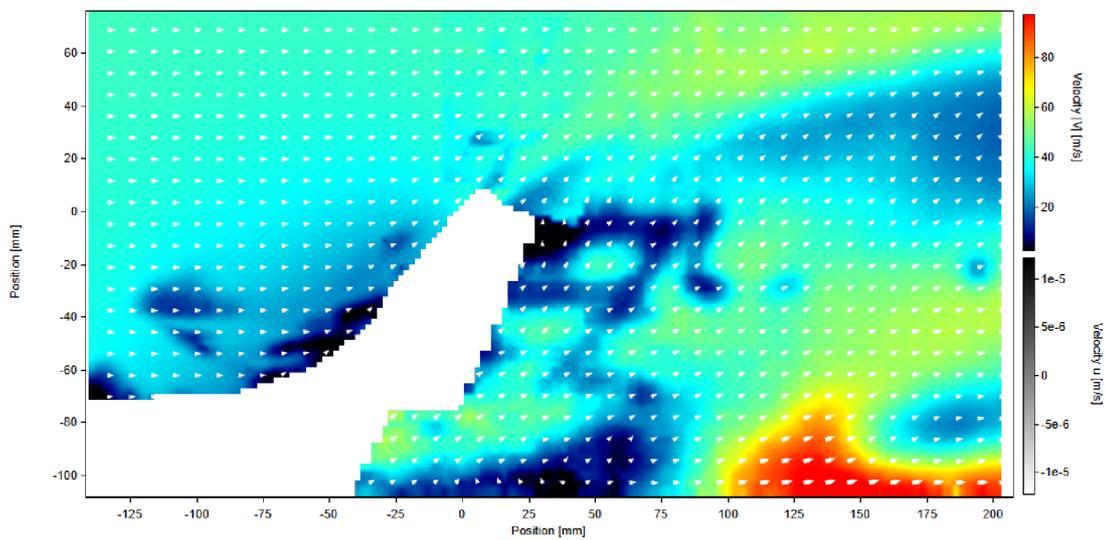
Příloha R: Křídlo 2024, řez vnější, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



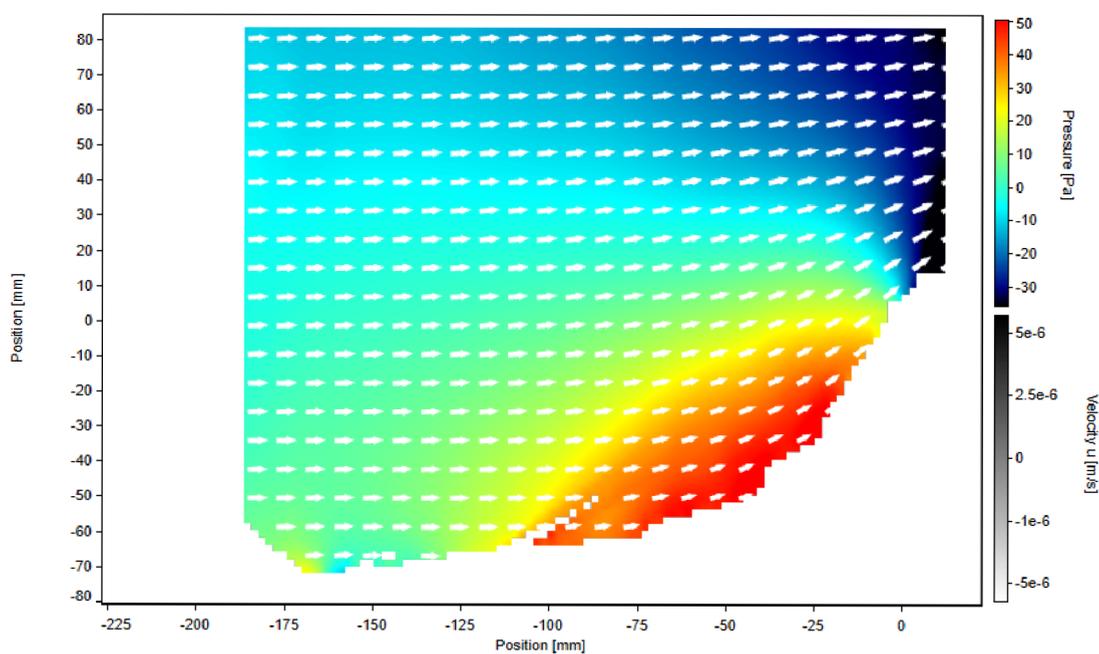
Příloha S: Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



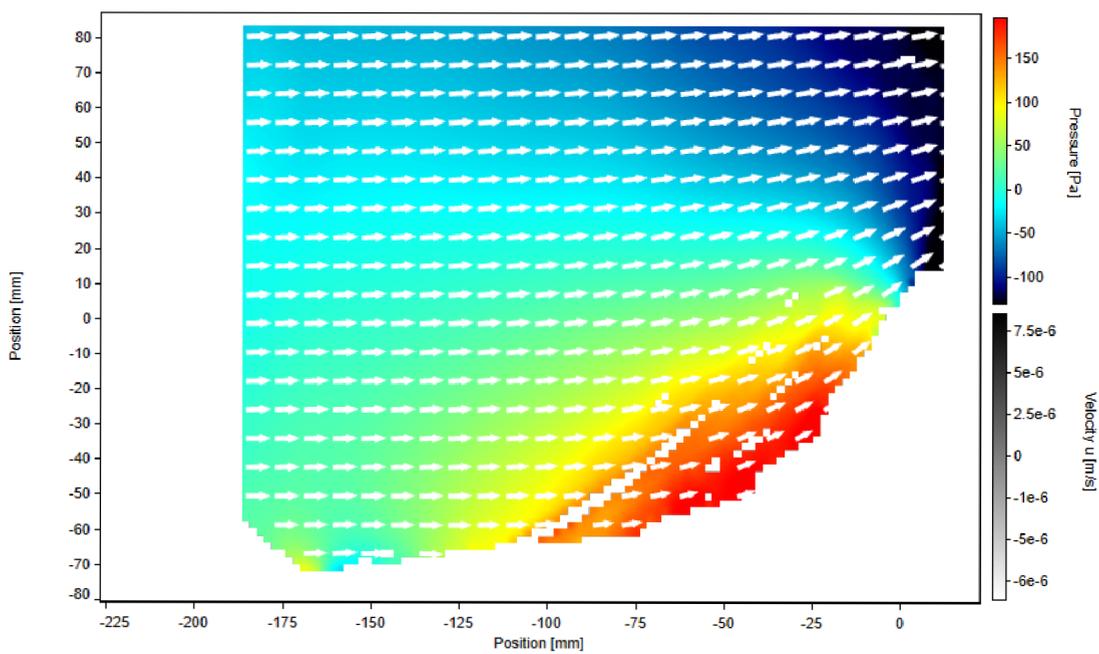
Příloha T: Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



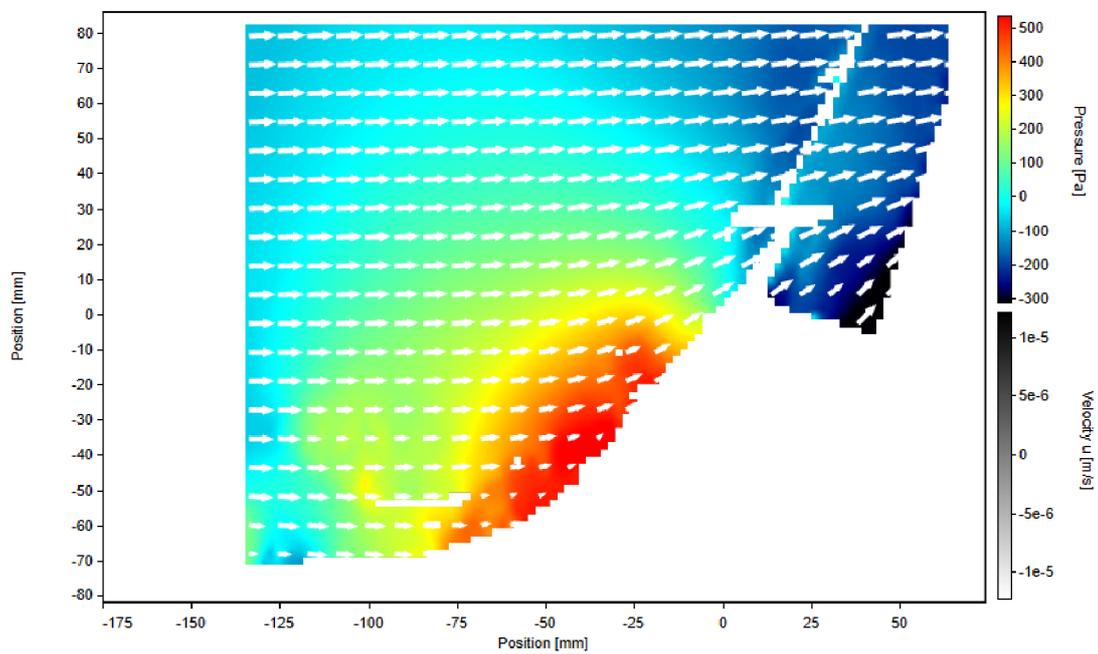
Příloha U: Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlostní pole



Příloha V: Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



Příloha W: Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní



Příloha X: Křídlo 2024, řez vnitřní, $v_\infty = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tlakové pole, část horní