

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta stavební

DISERTAČNÍ PRÁCE

Brno, 2022

Ing. Ondřej Slowik



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

PRAVDĚPODOBNOSTNÍ OPTIMALIZACE KONSTRUKCÍ

RELIABILITY-BASED STRUCTURAL OPTIMIZATION

DISERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Ondřej Slowik

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. DRAHOMÍR NOVÁK, DrSc.

BRNO 2022

ABSTRAKT

Předkládaná dizertační práce se věnuje problematice spolehlivostní optimalizace konstrukcí a problémům spojeným s automatizací rozmanitých algoritmů řešení různě definovaných úloh spolehlivostní optimalizace. V textu práce je popsána obecná definice úloh spolehlivostní optimalizace následně doplněná o popis současného stavu poznání jak celého oboru spolehlivostní optimalizace konstrukcí, tak i vybraných dílčích metod používaných či rozvíjených autorem v rámci práce při plnění cílů doktorského studia. Teoretická část práce je doplněna popisem vyvíjených softwarových prostředků a příklady aplikace prezentovaných postupů a nástrojů při řešení praktických úloh spolehlivostní optimalizace nelineárních numerických modelů a úloh inverzní analýzy.

KLÍČOVÁ SLOVA

Heuristická optimalizace, Spolehlivostní posouzení, Cílené víceúrovňové vzorkování, Monte Carlo, Latin Hypercube Sampling, Optimalizační metody, Pravděpodobnost poruchy, Spolehlivostní optimalizace, Genetické algoritmy, Index spolehlivosti, Aproximační metody, Analýza s malým počtem vzorků.

ABSTRACT

Presented PhD thesis deals with reliability-based optimization of structures and problems related to automatization of various algorithms of solution for various reliability-based optimization task definitions. The text presents a general definition of the reliability-based optimization problem, followed by a description of state of the art within the broad field of reliability-based optimization as well as the current state of the art of selected methodology utilized or developed by the author during his work in order to meet objectives of his dissertation. The theoretical part of the thesis is supplemented by a description of developed software tools and by examples of described methodology applications during a solution of practical problems of nonlinear numerical models reliability-based optimization and problems of inverse analysis.

KEYWORDS

Heuristic optimization, Reliability assessment, Aimed Multilevel Sampling, Monte Carlo, Latin Hypercube Sampling, Optimization methods, Probability of failure, Reliability based design optimization, Genetic algorithms, Reliability Index, Approximation methods, Small sample analysis.

Spolehlivostní optimalizace konstrukcí: Dizertační práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, 2022. 193 s. Vedoucí práce byl prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem dizertační práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

Brno

.....

Ing. Ondřej Slowik
(podpis autora)

Poděkování:

Rád bych poděkoval především prof. Ing. Drahomíru Novákovi, DrSc. za odborné vedení a cenné rady během tvorby této práce. Dále pak doc. Ing. Davidu Lehkému, Ph.D. a Ing. Lukáši Novákovi za spolupráci při řešení vybraných úloh. V neposlední řadě patří můj vděk mé partnerce Lucii a rodičům, kteří mi poskytli potřebnou podporu během celého období mého studia.

OBSAH

Úvod	15
0.1 Motivace	15
0.2 Stav poznání	17
1 Teoretický základ	23
1.1 Modelování návrhových nejistot	23
1.1.1 Pravděpodobnostní prostor	23
1.1.2 Náhodné proměnné	24
1.1.3 Náhodné vektory	27
1.2 Základy spolehlivostní analýzy konstrukcí	31
1.2.1 Vývoj přístupů k hodnocení spolehlivosti konstrukcí	31
1.2.2 Elementární problém konstrukční spolehlivosti	33
1.2.3 Zobecněný problém konstrukční spolehlivosti	36
1.2.4 Systémová spolehlivost	38
1.3 Simulační metody	39
1.3.1 Monte Carlo	40
1.3.2 Latin Hypercube Sampling (LHS)	41
1.3.3 Simulace korelovaných veličin	42
1.3.4 Natafova transformace	43
1.3.5 Korelace pomocí kombinatorické optimalizace	44
1.3.6 Výpočet pravděpodobnosti poruchy pomocí simulačních metod	44
1.4 Metody aproximační	47
1.4.1 First Order Reliability Method (FORM)	48
1.4.2 Polynomiální aproximace plochy odezvy	49
1.4.3 Umělé neuronové sítě	50
1.4.4 Rozvoj polynomiálním chaosem	51
1.5 Analýza citlivosti	51
1.5.1 Neparametrická pořadová korelace	52
1.5.2 Citlivost vyjádřená parciálními variačními koeficienty	53
1.5.3 Sobolovy indexy	54
1.6 Matematická optimalizace	54
1.6.1 Heuristické optimalizační techniky	56
1.7 Pravděpodobnostní formulace optimalizačního problému	62
1.7.1 Dvojsmyčkový přístup	64
1.7.2 Spolehlivostní optimalizace s inverzně definovanou vnitřní smyčkou (IRBO)	64

2	Softwarové prostředky	68
2.1	ATENA interface	68
2.2	SOFiSTiK interface	70
2.3	SEAN	70
2.4	Uzlový Editor pro spolehlivostní optimalizaci	71
2.4.1	Motivace	71
2.4.2	Grafické uživatelské rozhraní (GUI)	72
2.4.3	Komunikační protokol - mechanismus přenosu dat	75
2.4.4	Simulační procesor	75
2.4.5	Řešiče	76
2.4.6	Spolehlivostní analýza (vnitřní smyčka)	78
2.4.7	Optimalizační uzel	79
2.4.8	Citlivostní analýza	81
2.4.9	Filtr výsledků	81
2.4.10	Aproximátor	81
2.4.11	Objekty pro zobrazení generovaných dat	82
3	Příklady aplikace navržených postupů	85
3.1	Optimalizace průřezu konzolového nosníku	85
3.2	Jednosměrně vyztužená železobetonová deska	87
3.3	Inverzní analýza dodatečně předpjatého mostu	91
3.4	IRBO - Analytické úlohy	95
3.4.1	Příklad 1	95
3.4.2	Příklad 2	97
3.4.3	Příklad 3	99
3.4.4	Příklad 4	100
4	Komplexní přístup k vývoji předpjatých střešních nosníků	103
4.1	Úvod	103
4.1.1	Motivace	103
4.1.2	Analýza smykové únosnosti - stav poznání	106
4.2	Experimentální program	108
4.2.1	Lomově mechanické experimenty	108
4.2.2	Experimenty se skutečnými konstrukčními prvky	112
4.3	Numerické modelování	119
4.3.1	Geometrie vytvořených modelů	120
4.3.2	Materiálové modely	122
4.3.3	Zatížení a model předpětí	125

4.3.4	Optimalizace numerických modelů ve snaze vystihnout provedené experimenty	128
4.3.5	Výsledky modelování destruktivních zkoušek	137
4.3.6	Nelineární numerický model nosníku LDE7	140
4.4	Stochastické modelování	145
4.4.1	Analýza citlivosti numerického modelu nosníku LDE7	153
4.5	Optimalizace vyztužení nosníku LDE7	156
4.5.1	Kombinatorická optimalizace - definice návrhového prostoru	159
4.5.2	Vnitřní smyčka	163
4.5.3	Citlivostní analýza a ANN náhradní modely	165
4.5.4	Optimalizační úloha a rozhodující kritéria	167
4.5.5	Výsledky optimalizace	170
5	Závěr	173
	Literatura	175
	Seznam symbolů, veličin a zkratk	191

SEZNAM OBRÁZKŮ

1	Srovnání optimalizačních přístupů s různými způsoby zohlednění návrhových nejistot	18
1.1	Srovnání spolehlivostních přístupů k návrhu a) Deterministický přístup b) Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti c) a d) Plně-pravděpodobnostní přístup (převzato z [120])	34
1.2	PDF $Z = R - S$ a index spolehlivosti β	36
1.3	Princip výběru realizací náhodných veličin metodou Monte Carlo	40
1.4	Princip výběru realizací náhodných veličin metodou LHS	41
1.5	Simulace Monte Carlo – 2D případ	45
1.6	Metoda FORM – aproximace hranice oblasti poruchy tečnou v návrhovém bodě – převzato z [105]	49
1.7	Příklad struktury umělých neuronových sítí	50
1.8	Příklad struktury umělých neuronových sítí - převzato z [65]	51
1.9	Algoritmus metody AMS	58
1.10	Optimalizace Ackleyho funkce ve 2D pomocí metody AMS	60
1.11	Energetický graf	61
1.12	Algoritmus IRBO s ANN náhradním modelem substituujícím vnitřní smyčku	65
1.13	Vývojový diagram popsané metodiky IRBO	67
2.1	Náhled dialogu programu ATENA – FReET interface	69
2.2	Náhled dialogu Rozhraní SOFiSTiK-FReET	70
2.3	Základní stavební bloky a komunikační uspořádání navrhované softwarové architektury	72
2.4	Základní komponenty GUI uzlového editoru pro RBDO	74
2.5	Mapování simulovaných dat na rozhraní vnější a vnitřní smyčky	76
2.6	Obecný pracovní postup pro softwarová rozhraní třetích stran	77
2.7	Architektura vnitřní smyčky	79
2.8	Architektura optimalizačního uzlu	80
2.9	Zapojení Aproximátoru v rámci RBDO	82
2.10	Náhled rozhraní uzlového editoru při řešení úlohy popsané v kapitole 4.5	84
3.1	Statické schéma konzolového nosníku	85
3.2	Průřez navrhované desky s statické schéma úlohy	88
3.3	Postupná konvergence výpočtu směrem k hledanému řešení	90
3.4	Příčný a podélný řez mostovkou	92
3.5	Výpočtový numerický model konstrukce vytvořený v programu ATENA [28]	92

3.6	Postupná konvergence hodnot indexů spolehlivosti směrem k hledanému řešení	94
3.7	Statické schéma řešené úlohy a geometrie průřezu	101
4.1	Postup prací při modelování a optimalizaci předpjatých prefabrikovaných prvků vyráběných firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG	105
4.2	Fotografie experimentálního rozložení při testech tříbodovým ohybem [180]	110
4.3	Schéma zkoušky vtlačováním klínu do zářezu zkušebního tělesa [180] .	110
4.4	Srovnání jedné z realizací lomového experimentu a simulace pomocí hodnot parametrů identifikovaných ANN [180]	114
4.5	Schéma 1. cyklu zatěžovacích zkoušek nosníku LDE7	114
4.6	Schéma 2. cyklu zatěžovacích zkoušek nosníku LDE7	114
4.7	(a) Rozložení experimentu, průřez, zatížení a způsob uložení; (b) Rozmístění vnitřních elektrických tenzometrů – detailní popis geometrie je k dispozici v [152]; (c) Systém vnějších elektrických tenzometrů; (d) Systém LVDT senzorů pro záznam vertikální deformace (všechny uvedené rozměry jsou v cm)	117
4.8	Vyztužení nosníku T30 150V2 (uvedené rozměry jsou v mm)	118
4.9	Cyklický průběh destruktivní zkoušky (diagram zatěžování)	119
4.10	Reálný vs. Idealizovaný průřez	121
4.11	Geometrický model vytvořený v programu GiD	122
4.12	Model vyztužení vytvořený v programu GiD	122
4.13	Pracovní diagramy ocelových výztuží	123
4.14	Výsledné LD křivky: (F) – zat. silou; (D) - zat. deformací vs experiment	127
4.15	(a) – integrální srovnání experimentálních a numericky odvozených LD křivek (viz vztah 4.1); (b) – kumulativní vliv častých modelových zjednodušení na velikost kvantifikačního kritéria daného vztahem 4.1 (značení jednotlivých verzí modelů je popsáno v rámci následujícího odstavce)	129
4.16	Srovnání LD křivek modelů V1 a V2 s experimentálně získanými daty	130
4.17	Srovnání trhlin modelů V2 (a) a V3 (b) v bočním pohledu na zónu smykového porušení	131
4.18	Srovnání LD křivek modelů V4 a V5 s experimentálně získanými daty	133
4.19	Srovnání LD křivek modelů V6 a V7 s experimentálně získanými daty	134
4.20	(a) – (c) Postupný vývoj odchylek sledovaných parametrů zjednodušených modelů od experimentálně získaných hodnot, (d) vyznačení prahových hodnot pro kontrolu relevance modelovaných trhlin	135

4.21 Srovnání modelovaných a skutečných výstupů tenzometrů 5 a 7 (přesné pozice viz 4.7) se naměřenými daty pro jednotlivá vývojová stádia modelu (V1 – V7)	136
4.22 Srovnání LD křivek jednotlivých modelů v rámci jednoho grafu	136
4.23 Výstupní LD křivky finální verze numerického modelu	137
4.24 Srovnání obrazců trhlin – numerický model vs. experiment	137
4.25 Srovnání výstupů tenzometrů s výsledky numerického modelování	138
4.26 srovnání experimentálně získaných a numericky extrahovaných LD nosníků R45 14V1 a R30 S	139
4.27 Detail vyztužení spodní části stojiny nosníku LDE7	141
4.28 Schéma zatížení nosníku LDE7 v rámci simulovaného destruktivního experimentu	142
4.29 3D model experimentu spolu s okrajovými podmínkami	142
4.30 3D model vyztužení nosníku LDE7	143
4.31 LD křivka popisující smykovou odezvu výsledného modelu	144
4.32 Trhliny MKP modelu při zatížení dle 4.28	144
4.33 Zatížení v konfiguraci 3PB	144
4.34 Trhliny MKP modelu při ohybovém zatížení dle 4.33	145
4.35 LD křivky simulaci odezvy konstrukce - pro veličiny korelované pomocí kombinatorické optimalizace [154]	150
4.36 LD křivky simulaci odezvy konstrukce - pro veličiny korelované Natafovy transformace [154]	150
4.37 EN 1992-1-1 návrhová hodnota únosnosti, návrhová hodnota únosnosti plně pravděpodobnostního přístupu a LD křivky modelů se středními a návrhovými hodnotami materiálových parametrů [154]	152
4.38 Srovnání výsledné odezvy konstrukce vyčíslené dostupnými metodami s různými způsoby zohlednění konstrukční spolehlivosti	152
4.39 Srovnání výsledků MKP modelu a jeho aproximací pomocí ANN a PCe - převzato z [83]	153
4.40 Srovnání hodnot Spearmanových indexů senzitivity získaných pro případ korelovaných a nekorelovaných veličin simulací s využitím původního MKP modelu a aproximace ANN - převzato z [83]	155
4.41 Srovnání faktorů citlivosti získaných různými metodami citlivostní analýzy - převzato z [83]	157
4.42 Absolutní vliv náhodných veličin získaný metodou parciálních variačních koeficientů - převzato z [83]	157
4.43 Pozice výztuží v průřezu nosníku LDE7	160
4.44 Srovnání výsledků generovaných ANN aproximací se skutečnými výsledky MNMKP modelu pro F_{wlim}	167

4.45	Algoritmus řešení dané úlohy RBDO	169
4.46	Srovnání relativní změny výkonnosti Pareto-optimálních řešení	171

SEZNAM TABULEK

2.1	Struktura dat v tabulkách výsledků	82
3.1	Stochastický model úlohy	86
3.2	Definice návrhového prostoru pro simulaci v optimalizačním cyklu	86
3.3	Výsledné střední hodnoty výšky průřezu h v souladu s definicí případu 1	87
3.4	Výsledné směrodatné odchylky výšky průřezu h v souladu s definicí případu 2	87
3.5	Náhodné proměnné pro výpočet spolehlivosti	89
3.6	Návrhový prostor optimalizační úlohy	89
3.7	Výsledky optimalizace	90
3.8	Použitý stochastický model	93
3.9	Korelační matice úlohy	94
3.10	Výsledky optimalizace	95
3.11	Stochastický model příkladu 1	96
3.12	Definice veličin pro randomizaci v optimalizačním cyklu	96
3.13	Výsledky pro různé hodnoty indexu spolehlivosti	97
3.14	Stochastický model proměnných funkce mezního stavu definované vztahem 3.17	98
3.15	Model pro simulaci v rámci optimalizačního cyklu úlohy	98
3.16	Výsledky optimalizace pro různé hodnoty indexu spolehlivosti	98
3.17	Stochastický model úlohy	99
3.18	Model pro simulaci v rámci návrhového prostoru optimalizační úlohy	100
3.19	Výsledky optimalizace	100
3.20	Stochastický model úlohy	102
3.21	Model pro simulaci v rámci návrhového prostoru optimalizační úlohy	102
3.22	Výsledky optimalizace pro různé hodnoty cílových indexů spolehlivosti	102
4.1	Složení testovaných betonových směsí [180]	109
4.2	Výčet lomových experimentů [165]	111
4.3	Materiálové parametry identifikované pomocí ANN [180]	112
4.4	Testovací program destruktivních experimentů se zmenšenými nosníky	115
4.5	Materiálové parametry použité pro modelování konkrétní realizace destruktivního experimentu	124
4.6	Jednotlivé numerické modely a aplikovaná zjednodušení	129
4.7	Analyticky určené hodnoty materiálových parametrů betonu	132
4.8	Korelační matice betonu C50/60 [190], [162]	133
4.9	Stochastický model destruktivních experimentů	147
4.10	Korelační matice stochastického modelu	148
4.11	Dostupné průměry betonářské výztuže	159

4.12	Dostupné třídy betonu	160
4.13	Vypočtené střední hodnoty materiálových parametrů betonu	162
4.14	CoV a PDF jednotlivých materiálových parametrů betonových směsí	162
4.15	Celkový počet možných kombinací v rámci návrhového prostoru optimalizace	163
4.16	Stochastický model pro simulaci v rámci vnitřní smyčky	164
4.17	Spearmanovy koeficienty korelace mezi vstupními parametry a optimalizovanými veličinami	166
4.18	Optimální řešení pro různé kombinace vah	170
4.19	Srovnání výkonnosti původní konstrukce a jednotlivých optim	171
4.20	Optimální řešení pro různé kombinace vah	172
4.21	Srovnání verifikačních analýz Optima 3 přímým NLMKP výpočtem a výpočty s využitím ANN náhradních modelů	172

ÚVOD

0.1 Motivace

Rozvoj konkurenčního prostředí trvající od konce 18. století a z něj vyplývající požadavek na efektivní výrobu kvalitních výrobků ve všech průmyslových odvětvích nutí výrobce investovat nemalé prostředky do optimalizace výrobních procesů, logistiky a výrobků samotných tak, aby ekonomické náklady spojené s výrobou a distribucí byly co možná nejnižší. Ke zmíněnému konkurenčnímu tlaku se navíc pomalu přidává i tlak společenský. Prudkému nárůstu zalidnění v průběhu 20. století je úměrné navýšení spotřeby dostupných přírodních zdrojů, jež je navíc umocněno rostoucími životními nároky obyvatelstva. Efektivní využívání ekonomických zdrojů se stává nezbytným pro pokrytí potřeb světového obyvatelstva. Matematická optimalizace se proto stále více uplatňuje na všech úrovních plánování produkce napříč průmyslovými obory.

Současně s enormním populačním nárůstem a technologickou revolucí 20. století dochází k budování stále složitějších konstrukcí budov a infrastruktury k zajištění potřeb rostoucích městských aglomerací. V důsledku velkého významu těchto staveb vznikla potřeba kvantifikovat jejich spolehlivost a riziko spojené s případným selháním. V průběhu dvacátého století byly vyvinuty tři základní normové metody návrhu staveb dnes běžně užívané po celém světě: metoda dovolených namáhání, metoda stupně bezpečnosti a metoda dílčích součinitelů spolehlivosti [171]. Ačkoli se zmíněné postupy snaží spolehlivost implicitně postihnout, žádná z těchto metod nevyovídá nic o spolehlivosti konstrukce jako celku. V extrémních případech tak stavby navržené dle výše zmíněných metod mohou být nevhodně předimenzovány či naopak spolehlivostně deficitní. Výkonné počítače dnes umožňují poměrně přesnou kvantifikaci pravděpodobnosti poruchy. Plně pravděpodobnostní přístup k posuzování konstrukcí se také již stal součástí normových předpisů vyspělých zemí. Existuje mnoho variant softwaru umožňujících spolehlivostní modelování. Pokročilé spolehlivostní posuzování konstrukcí je tedy předpokládaným budoucím trendem [163].

Pomocí vyspělých matematických metod jsme dnes schopni modelovat široké spektrum reálných problémů. Analytické řešení je však možné pouze u malé skupiny těchto úloh za současného přijetí specifických zjednodušení. Komplexní “přesné” řešení složitých modelů je možné díky různým variantám algoritmů převádějících řešení na systémy lineárních rovnic (především různé varianty metody konečných prvků). Takové řešení je samo o sobě náročné na výpočetní výkon. Samotné optimalizační problémy se dále dělí dle své složitosti (bez ohledu na výpočetní ná-

ročnost optimalizované funkce) na deterministické (tedy řešitelné v polynomiálním čase pomocí daného deterministického algoritmu) a nedeterministické polynomiální problémy (řešitelné pravděpodobně pouze heuristicky [37], dále jen NP). Příkladem NP úlohy je dobře známý problém obchodního cestujícího viz. [26] Je zřejmé, že NP úlohy jsou v důsledku nutnosti heuristického řešení výpočetně extrémně náročné i v případě relativně jednoduché formulace optimalizované funkce. I přes rychlý rozvoj výpočetní techniky je optimalizace složitých modelů stále časově náročná a vyčíslení všech možných variant heuristického řešení není reálné (zvláště u spojitě definovaných problémů). Je proto rozvíjeno mnoho postupů, jež zkracují optimalizační fázi procesu a jsou schopny s určitou pravděpodobností nalézt hledané optimum. Vzhledem k vývoji stále přesnějších a náročnějších matematických modelů existuje předpoklad, že dostupný výpočetní výkon deterministických počítačů nebude ani v dohledné době dostačovat k přesnému řešení složitých optimalizačních úloh. Vývoj účinných heuristických optimalizačních metod je tedy nezbytný.

Metody výpočtu spolehlivosti využívají podobných simulačních postupů a heuristických metod jako optimalizační techniky – jedná se také zpravidla o opakované řešení problému s cílem konvergence k hledané hodnotě (v tomto případě indikátoru spolehlivosti). Mnohé části spolehlivostních výpočtů jsou formulovány jako optimalizační úlohy (např. výpočet indexu spolehlivosti dle Hasofera a Linda [60], nebo zavedení požadovaných statistických závislostí mezi veličinami [179]). Spojení optimalizace modelu s jeho spolehlivostním posouzením ve formě omezující podmínky není novou myšlenkou [104]. Z důvodu výpočetní náročnosti obou procedur však bylo toto spojení v minulosti jen obtížně realizovatelné. Díky rozvoji výpočetní techniky a samotných stochastických, simulačních a aproximačních metod dnes již spojení spolehlivostního posouzení s optimalizačním procesem možné je. S ohledem na rychlé navyšování dostupného výpočetního výkonu a vývoj příslušných softwarových nástrojů má dnes spolehlivostní optimalizace konstrukcí (anglicky reliability-based design optimization, dále jen RBDO) velký potenciál praktického využití.

Stavební průmysl má mezi jinými obory zvláštní postavení. Téměř všechny oblasti ekonomické činnosti jsou na stavebnictví do jisté míry závislé. Průběh stavebního procesu je ovlivňován okolním prostředím stavby, ať už se jedná o klimatické, ekologické, geologické nebo sociálně ekonomické faktory. Jejich vzájemné spolupůsobení znemožňuje pouhou replikaci dříve realizovaných konstrukcí a vyžaduje individuální přístup ke každému novému projektu. Budovy a inženýrské konstrukce jsou navíc největšími strukturami, které člověk vytváří. Objemy finančních prostředků, prací a materiálu jsou proto ve stavebnictví vyšší než v kterémkoli jiném průmyslovém oboru. S ohledem na každodenní užívání stavebních konstrukcí velkým počtem osob je bezpečnost a spolehlivost staveb základním aspektem každého návrhu. Pokročilé softwarově automatizované prostředky umožňují komplexní modelování kon-

strukcí metodou konečných prvků. Výpočetní čas potřebný pro přesnou nelineární analýzu konstrukcí je značný, což znemožňuje pracovat s velkým počtem simulací, jež vyžadují klasické optimalizační techniky. Zavedení plně pravděpodobnostního přístupu navrhování pak výpočetní náročnost dále navyšuje. Pro praktickou optimalizaci vstupních hodnot stavebního návrhu je nutné vyvíjet a zdokonalovat postupy RBDO s co nejnižším počtem simulací (tzv. small sample analysis, dále jen SSA). Kapitola 1.6.1 je proto věnována popisu optimalizačního algoritmu vyvinutého pro efektivní SSA.

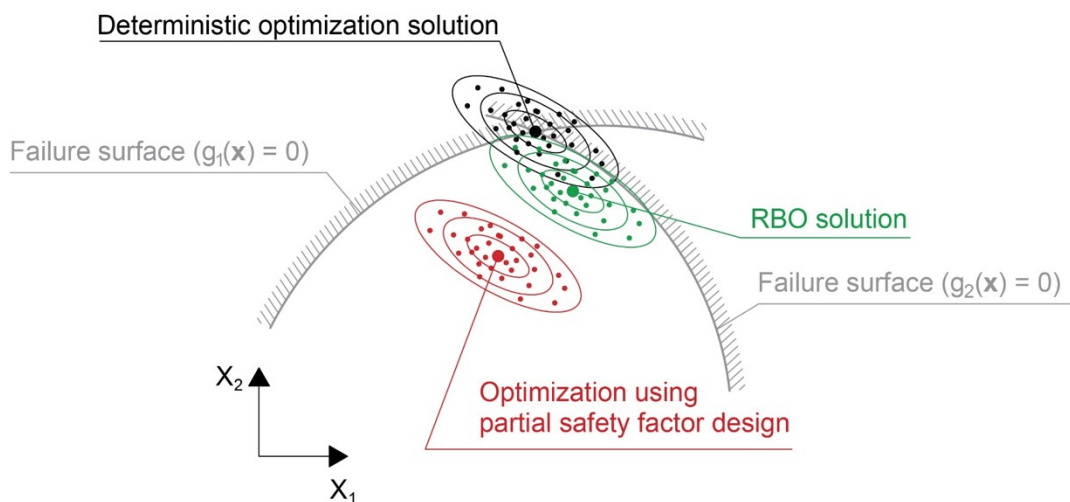
Značná výpočetní náročnost RBDO úloh však dnes již není hlavní překážkou rutinní aplikace RBDO v inženýrské praxi. Vývoji efektivních optimalizačních algoritmů a metod pro analýzu spolehlivosti je věnována značná pozornost. Každoročně lze zaznamenat nové či modifikované algoritmy RBDO či dílčích numerických metod. Výpočetní výkon, který dnes máme k dispozici je značný. Problémem však zůstává nízká úroveň automatizace a implementace dílčích částí RBDO v ucelených programových strukturách použitelných pro řešení praktických úloh.

Dostupné softwarové prostředky pro RBDO ([122], [41], [133], [53]) jsou často náročné uživatelsky i finančně. Jejich propojení s programy pro analýzu konstrukcí je komplikované. RBDO úlohy pak mohou mít velké množství různých algoritmů řešení (viz kapitola 0.2) v závislosti na jejich definici. V těchto algoritmech je pak na všech úrovních užitá celá řada matematických metod. Jejich stručný (neúplný) přehled je podán v kapitole 1 která shrnuje metodiku použitou při řešení úloho popsaných v rámci této práce. Obecná softwarová řešení pro RBDO pak často vyžadují alespoň minimální znalosti programování. Širší uplatnění RBDO ve stavebnictví je podmíněno hlavně lepší softwarovou automatizací, efektivním využitím dostupného výpočetního výkonu a nízkými nároky na kvalifikaci uživatelů a investovaný čas. Vývoj modulární softwarové architektury, jež by uvedenými vlastnostmi disponuje je jedním z cílů této práce (viz kapitola 2.4).

0.2 Stav poznání

RBDO je výpočetně náročný proces hledání ideálního kompromisu mezi spolehlivostí a ekonomickou náročností konstrukce zohledňující přirozené návrhové nejistoty použitých modelů. Tradiční deterministická optimalizace dnes využívá k zajištění spolehlivosti navrhovaných konstrukcí hlavně metody dílčích součinitelů bezpečnosti jež implicitně definují “bezpečný“ prostor formou jednoznačně definovaných mezních hodnot sledovaných parametrů konstrukční odezvy. Tyto součinitele jsou v rámci normových podkladů (např. [23], [13]) kalibrovány s ohledem na zajištění spolehlivosti širokého spektra konstrukcí. Požadavek na obecně definovaná kritéria spo-

lehlivosti pak v mnoha případech vede k předimenzování navrhovaných konstrukcí. Deterministická optimalizace vede často k řešením ležícím na hranici “bezpečné“ oblasti návrhového prostoru. Ve specifických (ačkoli velmi ojedinělých) případech takto optimalizovaných konstrukcí nemusí nalezené řešení vykazovat požadovanou úroveň spolehlivosti. Obrázek (1) graficky (orientačně) srovnává výsledky optimalizace s různými způsoby zohlednění návrhových nejistot.



Obr. 1: Srovnání optimalizačních přístupů s různými způsoby zohlednění návrhových nejistot

RBDO pracuje s přímým hodnocením spolehlivosti optimalizovaných konstrukcí a získaná řešení jsou zároveň spolehlivá i efektivní. Přestože je RBDO velmi aktivní oblastí výzkumu, pouze několik málo prací podává souhrnný přehled o jednotlivých metodách a srovnává jejich výpočetní náročnost. Srovnání je pak často omezeno na konkrétní aspekty metodiky, což vede k dílčím závěrům a neumožňuje podat úplnou analýzu použitých algoritmů RBDO [4]. Porozumění jednotlivým formulacím a jejich rozdílům spolu s vymezením domén použitelnosti jsou zásadní pro výběr metodiky, která má být použita pro řešení konkrétních inženýrských problémů. Následující odstavce poskytují stručný výčet nejvýznamnějších algoritmů užívaných k řešení úloh RBDO. Text se přitom soustředí na přehled vybraných prací a základní kategorizaci postupů RBDO. Teoretická definice obecných úloh RBDO je podána v rámci kapitoly 1.7.

Pravděpodobnostní omezení je klíčovým omezením v RBDO protože vyžaduje značný výpočetní výkon a přináší obvyklé problémy s efektivitou, přesností a stabilitou výpočtu. Dle přehledné srovnávací studie metodik RBDO podané v [4] lze algoritmy rozdělit do tří skupin:

- **Dvojsmyčkový přístup** (double loop) zohledňuje pravděpodobnostní omezení uvnitř optimalizační smyčky. Tento přístup vede k vnoření výpočtu spolehlivosti do standardního optimalizačního procesu. U každé simulace vnější optimalizační smyčky je v rámci vnitřní smyčky provedeno hodnocení spolehlivosti.
- **Jednosmyčkový přístup** (single loop) řeší úlohy RBDO pouze v jedné smyčce ve které se vyhýbá přímému vyhodnocení spolehlivosti jednotlivých realizací. Spolehlivostní omezení jsou nahrazena podmínkami optimality a úloha RBDO přeformulována s cílem získat jediný optimalizační cyklus.
- **Oddělený přístup** (decoupled approach) spočívá v separátním řešení spolehlivostní a optimalizační úlohy. Úloha RBD je zde transformována do sekvence deterministických optimalizačních úloh v nichž jsou deterministická omezení spojena se spolehlivostí analýzou prováděnou před či po deterministickém návrhu.

Je možné konstatovat, že RBDO využívající přímé hodnocení spolehlivosti (např. pomocí indexu spolehlivosti dle Hasofer a Lindy [60]) lze zařadit mezi dvojsmyčkové [43], [104]. Funkce mezního stavu je zde aproximován v tzv. návrhovém bodě který odpovídá bodu na hranici oblasti poruchy s nejvyšší četností (most probable failure point - MPFP - viz kapitola 1.4.1). Nevýhodou uvedeného způsobu hodnocení spolehlivosti je značná výpočetní náročnost “hledání“ návrhového bodu (nejčastěji heuristickou optimalizací). V případě praktických modelů konstrukcí často tvořených pomocí metody konečných prvků je problém vysoké výpočetní náročnosti nadále umocněn. Bylo navrženo mnoho aproximací za účelem redukovat vysoké výpočetní nároky. Reddy a kol.[130] navrhli zjednodušený index spolehlivosti založený na pokročilé metodě druhých momentů. Li a Yang [90] provedli linearizaci index spolehlivosti a použili optimalizaci pomocí lineárního programování k řešení RBDO pro příhradové konstrukce. Grandhi a Wang [56] navrhli nahradit funkci mezního stavu dvoubodovou adaptivní nelineární aproximací, jež je zkonstruována pomocí funkčních hodnot a gradientů prvního řádu funkcí mezního stavu. Index spolehlivosti je pak vyhodnocen pomocí nelineární aproximace redukující výpočetní náročnost spolehlivostní analýzy. Gasser a Schuëller [49] představili duální metodu která aproximuje funkci mezního stavu polynomiální funkcí (tzv. response surface - viz kapitola 1.4.2). Analýzu spolehlivosti je pak možné provádět pomocí simulačních metod (např. Importance sampling).Pravděpodobnost poruch je zde dále aproximována interpolačními funkcemi. Tato aproximace pak umožní formální oddělení analýzy spolehlivosti a optimalizačního procesu. Optimalizační problém pak lze řešit standardními optimalizačními technikami. Aproximace spolehlivostních omezení je zde explicitně definovanou funkcí. Nahrazení implicitního numerického modelu

explicitně definovanými analytickými vztahy umožňuje efektivní aplikaci RBDO i u komplikovaných konstrukcí. Standardní polynomiální aproximace implicitního modelu je však stále výpočetně náročná a chyby aproximace nelineárních modelů mohou být značné. Novější přístupy se zaměřují na pokročilé aproximační techniky založené na umělých neuronových sítích [84] či aproximace modelu založené na tzv. polynomiálním chaosu [116] jež nabízejí zajímavý poměr výpočetní náročnosti spojené s přípravou "učící množiny simulací" a přesnosti výsledné aproximace.

Hlavní nevýhoda dvojsmyčkové RBDO s přímým hodnocením indexu spolehlivosti (reliability index approach - RIA) spočívá v numerickém úsilí, které je třeba vynaložit na výpočet spolehlivosti systému. Numerické aplikace ukazují, že klasická RBDO konverguje pomalu, nebo dokonce selhává kvůli obtížím spojeným s výpočtem spolehlivostních omezení. K překonání těchto obtíží navrhli Tu a Choi [176] koncept míry minimální výkonnosti (performance measure approach - PMA). Spolehlivostní omezení jsou zde užita k definici bodů návrhového prostoru zajišťujících minimální požadovanou spolehlivost (minimum performance target point - MPTP). Jedná se tedy o inverzní úlohy analýzy spolehlivosti. Myšlenka tohoto přístupu vyplývá ze skutečnosti, že optimalizace složité účelové funkce při jednoduchém omezení je mnohem snazší než optimalizace jednoduché cílové funkce při složitém omezení. Příkladem obdobně definované úlohy je problém řešený v kapitole 3.3 této práce. Mnoho prací se zaměřuje na rozvoj účinných formulací RBDO, založených na jednosmyčkových technikách. Tyto přístupy se vyhýbají analýze spolehlivosti ve vnitřní smyčce nahrazením spolehlivostních omezení ekvivalentními podmínkami optimality. Práce Madsena a Friise Hansena [95] patří k dřívějším studiím na toto téma. Spolehlivostní omezení klasické RBDO jsou zde nahrazeny Karush-Kuhn-Tuckerovými (KKT) [15] podmínkami optimality v rámci analýz metodou prvního řádu (FORM). Tímto způsobem lze dosáhnout paralelní konvergence v návrhovém i náhodném prostoru a ušetřit tak výpočetní náklady. Kuschel a Rackwitz [76] vylepšili tento přístup a formulovali problém maximalizace spolehlivosti za existence omezujících podmínek spojených s náklady na realizaci konstrukce a rozšířili uvedenou metodiku na časově proměnné problémy spolehlivostní optimalizace [77]. Autoři v [73] přeformulovali problém RBDO jako posloupnost aproximativních návrhových problémů, kde je každé spolehlivostní omezení transformováno do nekonečného počtu deterministických mezních stavů. Problém je pak řešitelný pomocí tzv. semi-infinite programming (SIP) [52]. Práce v [72] kombinuje návrhové a náhodné veličiny v hybridním optimalizačním prostoru násobením funkce ceny konstrukce cílovou funkcí FORM analýzy (optimalizovaná funkce v problému nalezení návrhového bodu). Hybridní prostor tak umožňuje spojit optimalizaci za účelem dosažení minimální ceny s optimalizační úlohou nalezení návrhového bodu v rámci spolehlivostního posouzení. Chen a kol. [30] navrhuje přístup s jednou smyčkou a jedním vektorem (single loop

single vector - SLSV), který je založen na kvantilové aproximaci mezního stavu. Míra minimální výkonosti (viz výše) je zde spíše než inverzní analýzou definována pomocí cílové hodnoty indexu spolehlivosti a derivaci funkce mezního stavu. Problém se zde převádí na standardní deterministickou optimalizaci. Liang a kol. [91] použili tuto koncepci k vypracování přístupu s jednou smyčkou (single loop approach - SLA), který zohledňuje systémovou spolehlivost konstrukčního celku. Kaymaz a Marti [68] vyvinuli specifickou formulaci RBDO založenou na jednosmyčkovém přístupu, která se aplikuje k optimalizaci pružně-plastických konstrukcí. Tato metodika předpokládá složitou formulaci problému a velký počet proměnných (daných součtem optimalizovaných proměnných a proměnných pravděpodobnostního prostoru). Shan a Wang [144] představili nový přístup založený na konceptu tzv. spolehlivého návrhového prostoru. V této metodě se problém RBDO stává jednoduchým deterministickým problémem omezeným na doménu "spolehlivého návrhového prostoru", nikoliv na původní doménu celého návrhového prostoru úlohy. Spolehlivostní optimalizace s inverzně definovanou vnitřní smyčkou popisovaná v rámci kapitoly 1.7.2 a užitá při řešení úloh v kapitole 3.4 je také příkladem pokročilého jednosmyčkového přístupu, kde je inverzní vnitřní smyčka pro nalezení míry minimální výkonosti (MPTP) nahrazena umělou neuronovou sítí [148].

Paralelně s vývojem dvoj a jednosmyčkových přístupů byly rozvíjeny také postupy stavějící spolehlivostní analýzu mimo strukturu optimalizační úlohy (oddělené přístupy). Royset a kol. [136] použili např. koncept SIP [73] k vytvoření oddělené metodiky, kdy jsou omezení pravděpodobnosti poruchy nahrazena parametrizovanou analýzou FORM pro zohlednění spolehlivosti. Wu a Wang [182] použili dílčí součinitele bezpečnosti, aby nahradili RBDO sérií deterministických optimalizací, kde se spolehlivostní omezení nahrazují ekvivalentními deterministickými omezeními (safety factor approach - SFA). Tyto součinitele bezpečnosti jsou vyhodnoceny pomocí spolehlivosti analýzy na začátku každé z optimalizačních smyček. Qu a Haftka [127] navrhli obdobnou koncepci součinitele bezpečnosti, nazvaného probabilistic sufficiency factor (PSF), s cílem propojit požadavek na spolehlivost s deterministickou optimalizací. PSF se počítá pomocí Monte Carlo simulací v kombinaci s aproximací plochy odezvy, za zohlednění systémové spolehlivosti i rozdílných způsobů porušení konstrukce. Du a Chen [40] navrhli sekvenční optimalizaci a hodnocení spolehlivosti (sequential optimization and reliability assessment -SORA), která je jedním z nejslibnějších oddělených přístupů. Klíčovou myšlenkou SORA je transformovat problém RBDO na posloupnost deterministických optimalizačních a spolehlivostních cyklů (nikoli smyček). Jinými slovy, spolehlivostní omezení v tradičním RBDO jsou nahrazena deterministickými funkcemi vztahující se k míře minimální výkonosti (MPTP), zatímco hranice porušených deterministických omezení jsou posunuty do bezpečné oblasti na základě informací o spolehlivosti získaných v předchozím cyklu.

MPTP se kontroluje a aktualizuje při každém cyklu deterministické optimalizace. Je třeba poznamenat, že SORA a SFA jsou výpočetně srovnatelně náročné. Jejich implementace se pak mohou lišit [184]. Cheng a kol. [31] navrhli koncept sekvenčního přibližného programování (sequential approximate programming - SAP), kde je RBDO formulován jako problém dílčího programování. Spolehlivostní omezení jsou nahrazena Taylorovým rozvojem prvního řádu v aktuálním návrhovém bodě, přibližný index spolehlivosti je získán z rekurentního vzorce odvozeného z podmínek optimální spolehlivosti. Problém RBDO se tedy transformuje na posloupnost dílčích problémů přibližného programování, přičemž optimální návrh se v každém kroku dílčího programování zlepšuje. Stejní autoři formulovali sekvenční aproximační programování s PMA, kde jsou podmínky optimality stanoveny na MPTP místo MPFP [186]. Přístup SAP lze klasifikovat jako oddělený přístup, protože jsou v něm spolehlivostní omezení nahrazena Taylorovým rozvojem prvního řádu. Tato aproximace je založena na odhadu indexu spolehlivosti a jeho citlivostí. Jeho vyhodnocení se pak provádí mimo proces dílčího programování. V práci [32] Ching a Hsu navrhli metodu transformace spolehlivostního omezení na deterministické omezení zavedením tzv. faktoru mezního stavu a nominálního mezního stavu. Tato transformace je založena na technice simulace podmnožiny (subset simulation [5]). Zou a Mahadevan [191] navrhli oddělený přístup založený na efektivním postupu simulace, kde je spolehlivost systému zahrnuta do přímo do formulace RBDO. Jiné studie převádí problém nelineárního programování RBDO na posloupnost dílčích problémů deterministického lineárního programování [29].

Jednotlivé metodiky RBDO jsou testovány a vzájemně porovnány v [4]. Dvojsmyčkové přístupy lze označit za výpočetně náročné (v porovnání se zbylými dvěma kategoriemi RBDO). Jsou však nejrobustnější, mají vysokou přesnost nalezených řešení a velký konvergenční potenciál. Jejich implementace je přímočará a umožňuje přistupovat k obecně (explicitně i implicitně) definovaným optimalizovaným modelům bez podrobných informací o povaze optimalizovaných funkcí. Vzhledem k rychlému rozvoji výpočetní techniky a nových přístupů ([116], [148], [87]) je dnes dvojsmyčkový přístup použitelný i pro praktické inženýrské aplikace. Softwarová aplikace pro RBDO vyvíjená autorem v rámci doktorského studia (popsaná v kapitole 2.4) umožňuje (v různé míře) pracovat se všemi definicemi RBDO. Pro příklady uvedené v kapitole 3 byl však převážně využit dvojsmyčkový přístup (viz kapitola 1.7.1) v kombinaci s pokročilými aproximacemi implicitních FEM modelů.

1 TEORETICKÝ ZÁKLAD

Návrhové nejistoty jsou přirozeně přítomny v modelech každé z částí jakéhokoli konstrukčního systému, a to jak na straně modelované odezvy konstrukce, tak v modelech zatěžovacích stavů. V rámci analýzy chování konstrukce by zmíněné nejistoty měly být zohledněny. Klasický přístup ke spolehlivostní analýze je založen na odhadu spolehlivosti (nejčastěji v podobě výpočtu teoretické pravděpodobnosti poruchy a/nebo indexu spolehlivosti, viz kapitola 1.2) na základě známých vstupních veličin a jejich stochastických vlastností (např. předem definovaná geometrie návrhu, parametry numerických modelů materiálů). Praktický návrh konstrukce vyžaduje znalost takové množiny vstupních parametrů, která povede k požadované úrovni spolehlivosti navrhované konstrukce. Nalezení odpovídající množiny vstupních parametrů je výpočetně náročnou úlohou. V rámci optimalizace je pak rovněž nutné vynaložit značný výpočetní výkon za účelem nalezení takové sady vstupních parametrů modelu, jež zajistí optimální výstup (s ohledem na definici omezujících podmínek). Kombinace optimalizace a přímého hodnocení spolehlivosti komplexních modelů reálných konstrukcí zpravidla naráží na limity běžně dostupné výpočetní techniky. Následující kapitola shrnuje základní teoretické předpoklady potřebné k řešení úloh spolehlivostní optimalizace. Podrobný popis teoretických základů užitých metod lze nalézt v rámci odkazované literatury a není předmětem této práce. Poznamenejme, že pozornost textu této kapitoly je soustředěna na teoretický popis metod implementovaných v softwarech popsanych v kapitole 2 a použitých při řešení praktických úloh popsanych v kapitolách 3 a 4.

1.1 Modelování návrhových nejistot

Prvním krokem při hodnocení spolehlivosti konstrukčních systémů je pravděpodobnostní popis vstupních veličin analyzovaného numerického modelu, u nichž se přirozeně očekává nejisté chování. Tato kapitola shrnuje matematické pojmy a postupy, které se používají pro modelování náhodných veličin. Prezentované poznatky jsou omezeny na základy teorie pravděpodobnosti. Podrobný popis matematických základů teorie pravděpodobnosti je k dispozici v klasické literatuře (např. [121]).

1.1.1 Pravděpodobnostní prostor

Uvažujme vzorkovací prostor S , který obsahuje všechny možné výsledky experimentu. Událost E je definována jako jakákoli podmnožina S ($E \subseteq S$). Sada všech událostí ve vzorkovacím prostoru S definuje σ -algebru F . Pravděpodobnostní prostor ω přidružený vzorkovacímu prostoru S je měrným prostorem skládajícím se z

trojice (S, F, P) , kde $P : F \rightarrow [0, 1]$ je pravděpodobnost výskytu jakékoli události $E \in F$. Kvantita P je založena na tzv. Kolmogorovových axiomech:

$$P(E) \geq 0 \quad \forall E \in F \quad (1.1)$$

$$P(S) = 1 \quad (1.2)$$

$$P\left(\bigcup_i E_i\right) = \sum_i P(E_i) \quad (1.3)$$

Uvedené axiomy a z nich vyplývající důsledky [121] pro práci s pravděpodobnostmi událostí v rámci pravděpodobnostního prostoru ω tvoří základy teorie spolehlivosti a jsou podstatou operací při analýze spolehlivosti systémů (viz kapitola 1.2.4).

1.1.2 Náhodné proměnné

Náhodná proměnná X je definována jako funkce, která mapuje prvky vzorkovacího prostoru S (tj. jednotlivé výsledky experimentu) na množinu reálných čísel $X : S \rightarrow \mathbb{R}$. Prostor S a náhodná proměnná X , mohou být buď diskrétní nebo spojité. Označíme-li jednotlivé výstupy v rámci vzorkovacího prostoru S jako x , můžeme definovat následující událost:

$$E = \{X \leq x\} \quad (1.4)$$

Funkce, která vyjadřuje pravděpodobnost $P(E)$ výskytu této události z hlediska výsledku x je kumulativní distribuční funkce (CDF) $F_X(x)$ náhodné proměnné X , např.:

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (1.5)$$

Náhodná proměnná je zcela definována její CDF. Ta je neklesající funkcí s následujícími vlastnostmi:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0 \quad \text{and} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1 \quad (1.6)$$

U diskrétních náhodných proměnných můžeme definovat pravděpodobnostní funkci (PMF) následovně:

$$p_X(x) = P(X = x) \quad (1.7)$$

kde pravděpodobnost $P(X = x)$ má konečnou hodnotu s ohledem na diskrétní povahu vzorkovacího prostoru. Pro PMF platí následující normalizační pravidlo:

$$\sum_{\forall i} p_X(x_i) = 1 \quad (1.8)$$

Pro diskrétní náhodnou proměnnou je CDF definována takto:

$$F_X(x) = \sum_{\forall x_i \leq x} p_X(x_i) \quad (1.9)$$

Ve spojitém vzorkovacím prostoru jsou pravděpodobnosti typu $P(X = x)$ nulové. Pro spojitě náhodné proměnné je proto uvažována tzv. funkce hustoty pravděpodobnosti (PDF) definována takto:

$$f_X(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{P(x < X \leq x + dx)}{dx} \quad (1.10)$$

PDF tak lze získat diferenciací CDF:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (1.11)$$

CDF lze tedy definovat jako:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(z) dz \quad (1.12)$$

Smysluplným měřítkem pravděpodobnosti je pak integrál 1.12 nikoli PDF. Podobně jako u vztahu 1.8 platí pro PDF normalizační pravidlo:

$$F \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1 \quad (1.13)$$

Fyzikální veličiny jsou obvykle spojeny se spojitými vzorkovacími prostory. Další text se proto bude většinou soustředit na popis spojitých náhodných proměnných. Necht $g(X)$ je libovolná funkce náhodné veličiny X . Očekávanou hodnotu (hodnotu nastávajíc s největší četností) $E[g(X)]$ lze pro diskrétní náhodnou proměnnou definovat jako:

$$E[g(X)] = \sum_{\forall i} g(x_i) p_X(x_i) \quad (1.14)$$

pro spojitou náhodnou proměnnou jako:

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_X(x) dx \quad (1.15)$$

Střední (očekávaná) hodnota náhodné proměnné může být definována jako:

$$\mu_X = E[X] \quad (1.16)$$

n -tý statistický moment μ_n a n -tý centrální statistický moment μ'_n jsou definovány jako:

$$\mu_n = E[X^n] \quad (1.17)$$

$$\mu'_n = E[(X - \mu_X)^n] \quad (1.18)$$

Rozptyl (druhý centrální statistický moment) $Var(X)$ a směrodatnou odchylku σ_X náhodné veličiny X lze definovat následovně:

$$Var(X) = E[(X - \mu_X)^2] \quad (1.19)$$

$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)} \quad (1.20)$$

Hodnota $Var(X)$ je měřítkem rozptylu PDF. Pro náhodné proměnné s nenulovým průměrem hodnotu ($\mu_X \neq 0$), můžeme definovat bezrozměrný variační koeficient CoV_X jako:

$$CoV_X = \frac{\sigma_X}{|\mu_X|} \quad (1.21)$$

Analytické řešení praktických úloh analýzy spolehlivosti konstrukcí je ve většině případů obtížné či dokonce nemožné. Návrhový prostor těchto úloh bývá spojitý a jeho jednotlivé dimenze jsou popsány parciálními PDF jednotlivých proměnných. Jejich vzájemnou interakcí vzniká sdružená funkce hustoty pravděpodobnosti která popisuje rozdělení odezvy analyzovaného modelu. Ve většině praktických aplikací nelze přímo odvodit analytický popis sdružené PDF a pro stochastickou analýzu odezvy je potřeba přistoupit k numerické integraci (viz kapitola 1.2) pro stanovení prvních dvou statistických momentů odezvy je pak potřeba použít bodové odhady střední hodnoty μ_g a směrodatné odchylky σ_g definované jako:

$$\mu_g \approx \frac{1}{N_{sim}} \sum_{i=1}^{N_{sim}} g(\mathbf{X}_i) \quad (1.22)$$

$$\sigma_g \approx \sqrt{\frac{1}{N_{sim} - 1} \sum_{i=1}^{N_{sim}} (g(\mathbf{X}_i) - \mu_g)^2} \quad (1.23)$$

kde \mathbf{X}_i je i -tý vektor realizací vstupních veličin (viz kapitola 1.1.3) a N_{sim} je počet simulací provedený v rámci numerické integrace. Třetím normalizovaným centrálním statistickým momentem náhodné veličiny X je koeficient šikmosti γ_X , definován takto:

$$\gamma_X = \frac{E[(X - \mu_X)^3]}{\sigma_X^3} \quad (1.24)$$

Pokud má náhodná proměnná $\gamma_X = 0$, pak je její PDF symetrická dle osy procházející střední hodnotou. Pokud $\gamma_X < 0$, pak je levá okrajová část delší, zatímco pokud $\gamma_X > 0$ je pravá okrajová část delší. Čtvrtým normalizovaným centrálním statistickým momentem je koeficient špičatosti κ_X , definovaný jako:

$$\kappa_X = \frac{E[(X - \mu_X)^4]}{\sigma_X^4} \quad (1.25)$$

Koeficient špičatosti je měřítkem plochosti PDF. Existuje řada PDF jež se často uplatňují při stochastickém popisu reálných jevů. Příkladem mohou být Gaussovo, Lognormální, Weibullovo či Gumbelovo rozdělení. Jejich podrobný popis je uveden např v [120] a je nad rámec tohoto textu. Rozdělení, užitá v rámci softwarových prostředků uvedených v kapitole 2 jsou popsána v [113].

1.1.3 Náhodné vektory

O náhodném vektoru \mathbf{X} hovoříme je-li alespoň jedním prvkem vektoru \mathbf{X} náhodná proměnná. V případě reálných aplikací stochastického modelování je náhodným vektorem \mathbf{X} vektor vstupních veličin uvažovaného matematické modelu řešeného problému.

Funkce sdružené hustoty pravděpodobnosti

Náhodný vektor \mathbf{X} je mapováním $\mathbf{X} : S \rightarrow \mathbb{R}^n$, kde n je velikost vektoru. Složky náhodného vektoru jsou pak náhodné proměnné, tj. $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_n]^T$, kde $[.]^T$ operátor transpozice. Vektor \mathbf{X} lze zcela definovat jeho sdruženou CDF:

$$F_X(\mathbf{X}) = F_{X_1, \dots, X_n}(X_1, \dots, X_n) = P(X_1 \leq x_1 \cap \dots \cap X_n \leq x_n) \quad (1.26)$$

Odpovídající společné PDF lze získat diferenciací sdružené CDF:

$$f_X(\mathbf{X}) = f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = \frac{\delta^n F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n)}{\delta_{X_1} \dots \delta_{X_n}} \quad (1.27)$$

Marginální PDF jednotlivých komponent náhodného vektoru $X_i (1 \leq i \leq n)$ lze získat integrací sdružené funkce hustoty pravděpodobnosti skrze všechny zbylé komponenty:

$$f_{X_i}(x_i) = \int_{D_{\mathbf{X}}^{-1}} f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{X}_{-i} \quad (1.28)$$

kde $D_{\mathbf{X}}^{-1} = \mathbb{R}^{n-1}$ a $d\mathbf{X}_{-i} = dx_1 \dots dx_{i-1} dx_{i+1} \dots dx_n$. Sdruženou funkci hustoty pravděpodobnosti dvou komponent X_i, X_j náhodného vektoru můžeme získat takto:

$$f_{X_i, X_j}(x_i, x_j) = \int_{D_X^{-2}} f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{X}_{-ij} \quad (1.29)$$

Podmíněnou PDF [120] libovolného vektoru obsahujícího podmnožinu složek náhodného vektoru \mathbf{X} , např. $\mathbf{X}_k = [X_1, \dots, X_k]^T$, s ohledem na sdruženou PDF zbývajících komponent $\mathbf{X}_{n-k} = [X_{k+1}, \dots, X_n]^T$ lze definovat jako:

$$f_{X_k|X_{n-k}}(\mathbf{X}_k|\mathbf{X}_{n-k}) = \frac{f_{X_k, X_{n-k}}(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{n-k})}{f_{X_{n-k}}(\mathbf{X}_{n-k})} = \frac{f_X(\mathbf{X})}{f_{X_{n-k}}(\mathbf{X}_{n-k})} \quad (1.30)$$

Sdruženou PDF $f_X(\mathbf{X})$ lze vyjádřit pomocí vztahu:

$$\begin{aligned} f_X(\mathbf{X}) &= f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) \\ &= f_{X_1|X_2, \dots, X_n}(x_1|x_2, \dots, x_n) \dots f_{X_{n-1}|X_n}(x_{n-1}|x_n) f_{X_n}(x_n) \\ &= f_{X_n|X_1, \dots, X_{n-1}}(x_n|x_1, \dots, x_{n-1}) \dots f_{X_2|X_1}(x_2|x_1) f_{X_1}(x_1) \end{aligned} \quad (1.31)$$

Vztah 1.31 naznačuje, že sdruženou PDF lze sestavit v případě znalosti všech podmíněných PDF. Dvě náhodné proměnné X_1, X_2 jsou statisticky nezávislé pokud platí:

$$f_{X_1|X_2}(x_1|x_2) = f_{X_1}(x_1) \quad (1.32)$$

rovnice 1.32 implikuje, že v případě statistické nezávislosti proměnných X_1, X_2 platí:

$$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \quad (1.33)$$

Poté můžeme získat sdruženou PDF vektoru \mathbf{X} vzájemně statisticky nezávislých náhodných proměnných násobením marginálních PDF jednotlivých dimenzí náhodného vektoru \mathbf{X} :

$$f_X(\mathbf{X}) = f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1) \dots f_{X_n}(x_n) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i) \quad (1.34)$$

Uvažujme funkci $g(\mathbf{X})$ náhodného vektoru \mathbf{X} . Očekávaná hodnota $E[g(\mathbf{X})]$ je definována analogicky s definicí uvedenou v rovnici 1.15 takto:

$$E[g(\mathbf{X})] = \int_{D_X} g(\mathbf{X}) f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{X} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} g(x_1, \dots, x_n) f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (1.35)$$

Variační koeficient $CoV[X_i, X_j]$ náhodných proměnných X_i, X_j je definován jako:

$$CoV[X_i, X_j] = E[(X_i - \mu_{X_i})(X_j - \mu_{X_j})] \quad (1.36)$$

Korelované veličiny

Bezrozměrný (Pearsonův) korelační koeficient X_i, X_j je vyjádřen normalizací variačního koeficientu 1.36 součinem směrodatných odchylek uvedených náhodných proměnných:

$$\rho_{X_i, X_j} = \frac{CoV[X_i, X_j]}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} \quad \rho_{X_i, X_j} \in [-1, 1] \quad (1.37)$$

Pearsonův korelační koeficient aplikován na vzorová data produkovaná náhodnými veličinami X_i, X_j je obvykle označován jako korelační koeficient vzorku r_{X_i, X_j} . Vzorec pro výpočet r_{X_i, X_j} získáme nahrazením středních hodnot a směrodatných odchylek ve vztazích 1.36 a 1.37 jejich bodovými odhady:

$$r_{X_i, X_j} = \frac{\sum_{u=1}^{N_{sim}} (X_{iu} - \bar{X}_i)(X_{ju} - \bar{X}_j)}{\sqrt{\sum_{u=1}^{N_{sim}} (X_{iu} - \bar{X}_i)^2} \sqrt{\sum_{u=1}^{N_{sim}} (X_{ju} - \bar{X}_j)^2}} \quad (1.38)$$

Kovarianční a korelační koeficient jsou měřítka lineární závislosti dvou náhodných proměnných. Dvě náhodné proměnné X_i, X_j jsou považovány za nekorelované, pokud:

$$CoV[X_i, X_j] = 0 \quad (1.39)$$

Lze snadno ukázat, že pokud jsou dvě náhodné proměnné statisticky nezávislé, jsou také nekorelované. Opačný výrok přitom nemusí platit. Pearsonův korelační koeficient vyjadřuje pouze pozorovanou (nikoli přímo kauzálně související) míru lineární závislosti mezi analyzovanými náhodnými veličinami. Jinými slovy definuje, jak dobře lze vzájemný vztah mezi pozorovanými realizacemi dvou veličin popsat lineární funkcí. Existují pak i odlišné definice korelačního koeficientu. Spearmanův korelační koeficient r_s pracuje s dosazením pořadí jednotlivých pozorování v rámci setu realizací dvou proměnných vyhodnoceným dle numerické hodnoty do vztahu 1.37 místo simulovaných hodnot. Spearmanův korelační koeficient má využití v rámci analýzy citlivosti a je popsán v kapitole 1.5.1. Další alternativou korelačního koeficientu je Kendallovo τ [69]. Spearmanův index a Kendallovo τ jsou pak speciálními případy obecného korelačního indexu [70]. Uvedené korelační koeficienty pak na rozdíl od Pearsonova koeficientu popisují pozorovanou míru funkční závislosti dvou veličin popsanou libovolnou monotonní funkcí.

Popis vzájemné (pozorované) souvislosti mezi náhodnými proměnnými pomocí korelačního koeficientu neumožňuje analýzu komplexních souvislostí definovaných funkcemi obecné složitosti. Pokročilejší přístupy popisu statistické závislosti aplikované pro řešení komplexních úlohy stochastické analýzy pracují z tzv. kopulemi [185], [188]. Podrobný popis rozsáhlého oboru statistické korelace není předmětem této práce.

Transformace náhodných vektorů

Uvažujme náhodný vektor \mathbf{X} se známou sdruženou PDF $f_X(\mathbf{X})$ a náhodný vektor \mathbf{Y} jehož komponenty Y_i mají funkční souvislost s komponenty vektoru \mathbf{X} definovanou množinou známých funkcí, např:

$$y_i = g_i(x_1, \dots, x_n) \quad \forall i : 1 \leq i \leq n \quad (1.40)$$

za předpokladu, že výše definované mapování je jedna k jedné, pak sdružená PDF \mathbf{Y} může být odvozena na základě požadavku na zachování pravděpodobnostního obsahu užitím tzv. iso-pravděpodobnostní transformace:

$$f_Y(\mathbf{Y}) = f_X(\mathbf{X}) |det \mathbf{J}_{\mathbf{X}, \mathbf{Y}}| \quad (1.41)$$

kde $\mathbf{J}_{\mathbf{X}, \mathbf{Y}}$ je Jakobián transformace definovaný:

$$\mathbf{J}_{\mathbf{X}, \mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \frac{\delta x_i}{\delta y_j} \end{bmatrix} \quad (1.42)$$

Natafův model

V mnoha případech praktických úloh je náhodný vektor \mathbf{X} popsán marginálními distribučními funkcemi jeho jednotlivých komponent $F_{X_i}(x_i)$ a kovarianční maticí $\Sigma_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$. Sdruženou PDF můžeme často aproximovat s využitím Natafova rozdělení [103]. Toho lze docílit za předpokladu náhodných proměnných Z_i odvozených iso-pravděpodobnostní transformací:

$$Z_i = \Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i)] \quad \forall i : 1 \leq i \leq n \quad (1.43)$$

jež tvoří “Gaussovský“ (standardní normální) [120] náhodný vektor $\mathbf{Z} = [Z_1, \dots, Z_n]^T$ s korelační maticí \mathbf{R} [94]. Aplikací vztahu 1.41 můžeme sdruženou PDF vektoru \mathbf{X} zapsat jako:

$$f_X(\mathbf{X}) = \varphi_n(\mathbf{z}, \mathbf{R}) |det \mathbb{J}_{\mathbf{Z}, \mathbf{X}}| = f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) \frac{\varphi_n(\mathbf{z}, \mathbf{R})}{\varphi(z_1) \varphi(z_2) \dots \varphi(z_n)} \quad (1.44)$$

kde $z_i = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i)]$ a $f_{X_i}(x_i)$ jsou marginální PDF vektoru sdružené PDF vektoru \mathbf{Z} . Korelační koeficienty $\rho_{i,j}$ matice \mathbf{R} jsou vyhodnoceny tak, aby odpovídaly korelačním koeficientům ρ_{X_i, X_j} vektoru \mathbf{X} . Výpočet pak probíhá dle integrálního vztahu:

$$\begin{aligned}
\rho_{X_i, X_j} &= \frac{CoV[X_i, X_j]}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \right) \left(\frac{X_j - \mu_{X_j}}{\sigma_{X_j}} \right) f_{X_i}(x_i) f_{X_j}(x_j) \frac{\varphi_2(z_i, z_j, \rho_{i,j})}{\varphi(z_i) \varphi(z_j)} dx_i dx_j \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \right) \left(\frac{X_j - \mu_{X_j}}{\sigma_{X_j}} \right) \varphi_2(z_i, z_j, \rho_{i,j}) dz_i dz_j
\end{aligned} \tag{1.45}$$

Uvedený vztah je pro $\rho_{i,j}$ implicitní lze jej řešit iterativně. Alternativně pak lze využít existující empirické vztahy (uvedeny v [38], [94]) popisující souvislost mezi $\rho_{i,j}$ a ρ_{X_i, X_j} pro několik různých kombinací rozdělení. Natafův model lze využít za předpokladu že všechny marginální CDF $F_{X_i}(x_i)$ jsou spojité, rostoucí a korelační matice \mathbf{R} odvozená dle vztahu 1.45 je pozitivně definitní [94].

1.2 Základy spolehlivostní analýzy konstrukcí

V následující kapitole budou stručně nastíněny základní principy vyhodnocení pravděpodobnosti poruchy a podmínek spolehlivosti v oblasti posuzování stavebních konstrukcí, jež tvoří základní rámec pro aplikaci metod popsanych v kapitolách 1.3 a 1.4.

1.2.1 Vývoj přístupů k hodnocení spolehlivosti konstrukcí

Po dlouhou dobu byl proces návrhu stavebních konstrukcí postaven téměř výhradně na empirických znalostech získaných prostou metodou pokusu a omylu. Postupný vývoj teorie konstrukcí, materiálů a obecné rozšíření základní aplikované matematiky umožnil vznik prvních rigorózně definovaných návrhových postupů. První technologické předpisy zasazující dříve získané poznatky do jednotného rámce byly postupně rozvinuty v komplexní systém národních norem. Jednou z hlavních motivací standardizace návrhových postupů bylo plošné zajištění vysoké úrovně bezpečnosti navrhovaných konstrukcí a jasné vymezení “systematicky správné“ podoby návrhu. Koncept systému posouzení bezpečnosti návrhu se postupně vyvíjel spolu s rozvojem výpočetních možností a teorie spolehlivosti v návaznosti na získané praktické poznatky.

V současnosti přijímané návrhové postupy lze z hlediska způsobu hodnocení spolehlivosti rozdělit na deterministické, polo-pravděpodobnostní a plně-pravděpodobnostní. Společným základem všech zmíněných postupů je snaha kontrolovat obrovské množství inherentních návrhových nejistot. Tyto nejistoty (modelově popsané v rámci

kapitoly 1.1) vznikají přirozenou variací vlastností materiálů, aplikovaných zatížení a působením náhodných jevů v průběhu výstavby a životnosti konstrukce. Cílem spolehlivého návrhu je pak omezit pravděpodobnost konstrukčního selhání na přijatelnou úroveň.

Definujme tedy dvě základní veličiny konstrukčního posuzování – odolnost konstrukce R a účinek zatížení S . Uvážíme-li nejistoty, jimiž je vyhodnocení obou zmíněných veličin zatíženo, bude k jejich popisu vhodné použít funkce hustoty pravděpodobnosti, tedy $f_R(r)$ a $f_S(s)$. Stav při němž dojde k poruše konstrukce pak nastane jestliže:

$$R - S \leq 0 \quad (1.46)$$

Odolnost konstrukce R a účinek zatížení S pak mohou být časově závislými funkcemi času.

$$R(t) - S(t) \leq 0 \quad \forall t \in [0, T] \quad (1.47)$$

kde T představuje očekávanou dobu životnosti konstrukce. Deterministický přístup k návrhu předpokládá jednoduchou podmínku spolehlivosti:

$$R/\gamma \geq S \quad (1.48)$$

kde γ je empiricky definovaný globální součinitel bezpečnosti ($\gamma > 1$) jež má zohlednit všechny návrhové nejistoty. Tento přístup nezohledňuje PDF veličin R a S (viz obrázek 1.1 a)). Propracovanější zohlednění návrhových nejistot umožňuje hodnocení návrhu pomocí dílčích součinitelů spolehlivosti [23]:

$$R_k/\gamma_R \geq S_k\gamma_s \quad (1.49)$$

Návrhové nejistoty na straně odezvy konstrukce a zatížení jsou zde zohledněny samostatně pomocí faktoru zatížení $\gamma_s (> 1)$ a faktoru odezvy konstrukce $\gamma_R (> 1)$ (viz obrázek 1.1 b)). Hodnoty R_k a S_k jsou charakteristické hodnoty volené většinou jako 5% resp. 95% kvantily PDF odezvy R a akcí zatížení S . Hodnocení dle kritéria 1.49 zůstává plně deterministické. Normované hodnoty dílčích součinitelů spolehlivosti jsou však kalibrovány tak, aby bylo u většiny případů dosaženo požadované úrovně pravděpodobnosti poruchy P_d .

Výše uvedené přístupy jsou dnes nejvíce užívány a mají tradiční oporu v normových standardech [23]. Výhradně implicitní zohlednění návrhových nejistot zaručuje jednoduchý výpočet kritéria spolehlivosti s pomocí jediného vektoru vstupních hodnot modelu. V případě analýzy nelineárních numerických modelů konstrukce sestavených metodou konečných prvků (dále jen NMMKP) však může zavedení charakteristických hodnot vstupních parametrů vést k nerealistickým výsledkům (dokonce i ke

změně módu porušení modelované konstrukce). Normové standardy (např. [24]) v těchto případech doporučují pracovat s předepsaným globálním součinitelem bezpečnosti 1.48, alternativně pak nabízejí polo-pravděpodobnostní metodiku ECoV [13], pro stanovení návrhové únosnosti konstrukce R_d na základě analyticky hodnocené pravděpodobnosti poruchy pro předpokládané lognormální či normální rozdělení funkce odezvy a odhadnutou hodnotu variability odezvy v_R . Uvedená metodika byla dále rozpracována v [140] a [118]. Dostupné polo-pravděpodobnostní metody ulehčily práci s NMMKP modely a poskytly základní normalizovaný rámec pro návrh konstrukcí s využitím pokročilých numerických modelů. Vyžadují jen minimum simulací pro odhad variability odezvy v_R . S ohledem na zavedené předpoklady je však nelze v určitých situacích aplikovat.

Plně-pravděpodobnostní přístup je nejobecnějším a nejpokročilejším přístupem hodnocení spolehlivosti. Pracuje s přímým vyhodnocením pravděpodobnosti poruchy P_f na základě stochastického výpočtu:

$$P_f = P(R - S \leq 0) < P_d \quad (1.50)$$

přímé hodnocení pravděpodobnosti je univerzální metodikou aplikovatelnou pro všechny mezní stavy. Umožňuje detailní modelování stochastické povahy modelovaných procesů, zohlednění korelovaných veličin případně i náhodných polí a procesů.

1.2.2 Elementární problém konstrukční spolehlivosti

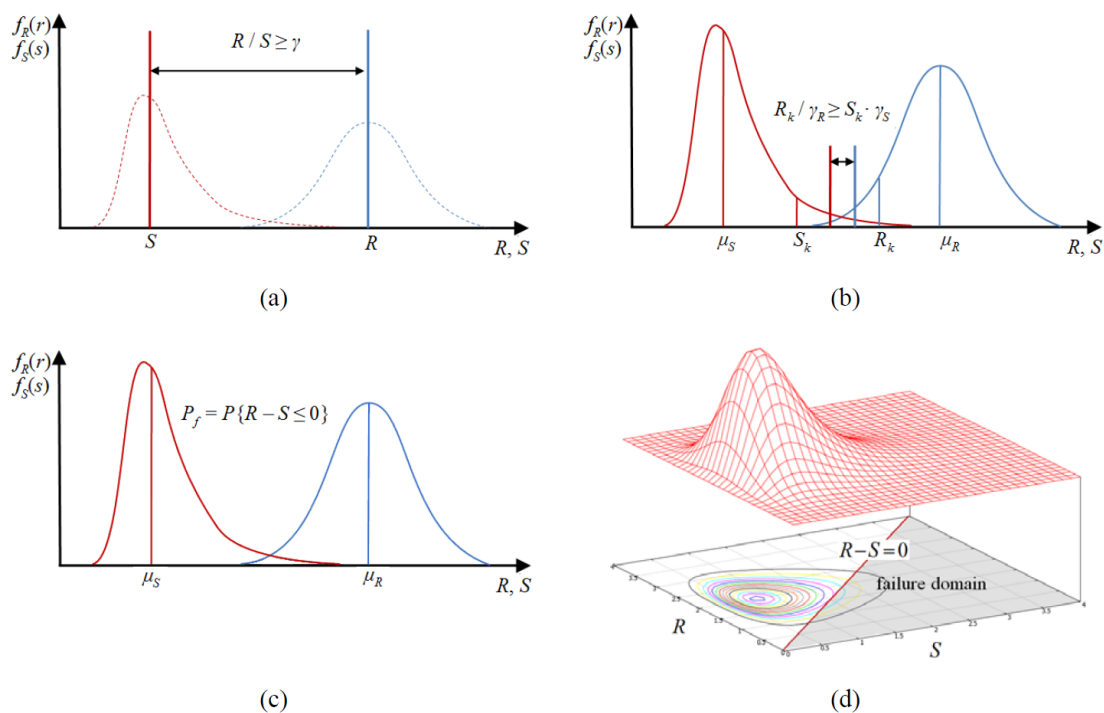
Uvažujme problém konstrukční spolehlivosti definovaný dle vztahu 1.50. Zájmový mezní stav je definován účinkem zatížení S a odezvou (či odolností) konstrukce R , Každá z těchto veličin je pak popsána známou PDF $f_S(s)$ resp. $f_R(r)$. Pro zjednodušení uvažujme pouze mezní stav odpovídající selhání pouze jediné konstrukční části. V takovém případě lze pravděpodobnost poruchy definovat takto:

$$P_f = P(R - S \leq 0) = P[g(R, S) \leq 0] \quad (1.51)$$

kde $g(\cdot)$ je funkcí mezního stavu. Negativní doména funkce mezního stavu je pak označována jako oblast poruchy. Náhodné proměnné R , S mají sdruženou PDF $f_{R,S}(r, s)$. Obrázek 1.1 d) zachycuje sdruženou PDF a vyšrafovanou oblast poruchy. Pravděpodobnost poruchy lze určit integrací sdružené PDF v mezích oblasti poruchy:

$$P_f = P(R - S \leq 0) = \int \int_{r-s \leq 0} f_{R,S}(r, s) dr ds \quad (1.52)$$

Jsou-li R a S statisticky nezávislé, lze jejich sdruženou PDF vyjádřit takto:



Obr. 1.1: Srovnání spolehlivostních přístupů k návrhu a) Deterministický přístup b) Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti c) a d) Plně-pravděpodobnostní přístup (převzato z [120])

$$f_{R,S}(r, s) = f_R(r)f_S(s) \quad (1.53)$$

Poznamenejme, že obrázek 1.1 předpokládá statistickou nezávislost zobrazených veličin. Pravděpodobnost poruchy pak lze definovat jako:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{r \leq s} f_R(r)f_S(s)drds \quad (1.54)$$

Uvažujme nyní kumulativní distribuční funkci $F_R(x)$ proměnné R závislou na vstupní proměnné x :

$$F_R(x) = \int_{-\infty}^x f_R(z)dz \quad (1.55)$$

rovnici 1.54 pak lze přepsat takto:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(x)f_S(x)dx \quad (1.56)$$

Vztah 1.56 vyjadřuje pravděpodobnost poruchy jako sumu infinitesimálních oblastí $f_S(x)$ násobenou integrálem $f_R(z)$ v mezích $[-\infty, x]$. Vztah lze interpretovat jako nekonečný součet všech pravděpodobností, že odolnost konstrukce je menší než efekt aplikovaných zatížení pro kompletní množinu všech možných zatížení. Alternativně lze vztah 1.56 zapsat (s využitím doplňkového jevu):

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_S(x)]f_R(x)dx \quad (1.57)$$

Vztah 1.57 lze pak interpretovat jako nekonečný součet všech pravděpodobností že zatížení překročí mez odolnosti konstrukce pro všechny možné hodnoty odolnosti. Ve speciálních případech je možné integrál 1.52 řešit analyticky. Definujme nyní náhodnou veličinu Z jako rezervu spolehlivosti $Z = R - S$. Pokud jsou R a S normálně rozdělenými náhodnými proměnnými se středními hodnotami μ_R , μ_S a směrodatnými odchylkami σ_R a σ_S lze střední hodnotu μ_Z a směrodatnou odchylku σ_Z určit jako:

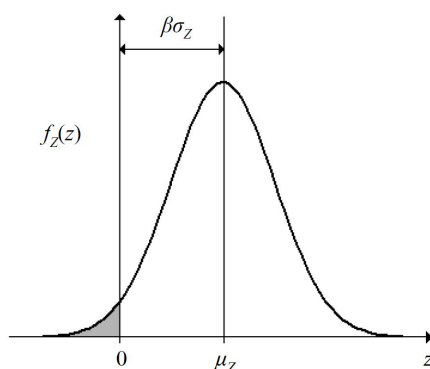
$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad (1.58)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2 - 2CoV[R, S]} \quad (1.59)$$

v obecném případě, kdy R a S mohou být korelovány je vztah 1.52 upraven takto:

$$P_f = P(R - S \leq 0) = P(Z \leq 0) = F_Z(0) = \Phi\left(\frac{-\mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta) \quad (1.60)$$

Kde $\Phi(\cdot)$ představuje standardní normální CDF. Hodnota $\beta = \mu_Z/\sigma_Z$ určuje kolikrát se (pro PDF Z) vejde směrodatná odchylka σ_Z mezi hranicí poruchy ($Z = 0$) a střední hodnotu μ_Z (viz Obr 1.2). Hodnota β (poprvé představena v [36]) je nazývána Cornellův index spolehlivosti a je alternativním indikátorem spolehlivosti konstrukce. Uvedená definice indexu spolehlivosti je však platná pouze za předpokladu normální PDF pro R a S .



Obr. 1.2: PDF $Z = R - S$ a index spolehlivosti β

1.2.3 Zobecněný problém konstrukční spolehlivosti

V praktických případech většinou není definice pravděpodobnosti poruchy uvedená v rovnici 1.51 dostačující. Podmínky spolehlivosti nelze obecně redukovat na jednoduchý vztah R versus S . V obecném kontextu lze očekávat existenci mnoha vstupních náhodných parametrů problému konstrukční spolehlivosti. Typickými příklady jsou rozměry, zatížení, vlastnosti materiálu a jakékoli jiné proměnné, užívané při modelování problémů spolehlivosti konstrukcí. Proměnné, jež definují chování a spolehlivost konstrukce se nazývají “vstupní” proměnné. Volba PDF vstupních proměnných by měla záviset na dostupných datech a inženýrském úsudku. V některých případech lze využít Centrální limitní větu (pokud je rozdělení náhodné proměnné dáno působením mnoha různých vzájemně nezávislých proměnných). V jiných případech lze volbu PDF zdůvodnit fyzikálně. Mnohé z návrhových parametrů mají horní či dolní extrémní mez (například Youngův modul pružnosti nabývá pouze kladných hodnot). V takových případech lze použít Lognormální rozdělení pravděpodobnosti. Parametry rozdělení mohou být odhadnuty statistickým zpracováním dostupných dat (bodovými odhady statistických momentů, metodou maximalizace pravděpodobnosti pozorování či metodami Bayesovy statistiky [3]). Uvažujme vektor $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ zahrnující všechny vstupní náhodné proměnné úlohy. Necht $f_X(\mathbf{X})$ je sdruženou PDF vektoru vstupních hodnot \mathbf{X} . Jakékoli uvažované kritérium relevantní pro spolehlivé řešení lze vyjádřit pomocí a odpovídající funkce mezního

stavu $g(\mathbf{X})$, závislé na vektoru \mathbf{X} . Funkce mezního stavu $g(\mathbf{X})$ je konvenčně definována tak, že k selhání modelu dojde, když, když $g(\mathbf{X}) \leq 0$. Naopak úspěšná realizace vektoru \mathbf{X} nastane, když $g(\mathbf{X}) > 0$. Mezním stavem je pak situace kdy $g(\mathbf{X}) = 0$. Tato rovnice definuje hranici mezi bezpečnou a nebezpečnou doménou v n -dimenzionálního návrhového prostoru.

Obecná definice pravděpodobnosti poruchy

Užitím obecné funkce mezního stavu $g(\mathbf{X})$ lze zapsat zobecnění vztahu 1.52 takto:

$$P_f = P[g(\mathbf{X}) \leq 0] = \int \dots \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_X(\mathbf{X}) dx_1 \dots dx_n = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (1.61)$$

Funkce $f_X(\mathbf{X})$ je sdruženou PDF vektoru \mathbf{X} a oblast $g(\mathbf{X}) \leq 0$ je oblastí poruchy. Vztah 1.61 je řešitelný analyticky pouze ve speciálních případech. Přímá numerická integrace či Gaussova kvadratura jsou aplikovatelné pouze u problémů s nízkým počtem dimenzí. Výpočetní náročnost numerické integrace roste geometrickou řadou s počtem dimenzí návrhového prostoru n . Praktické úlohy často využívají náročné modelování konstrukcí metodou konečných prvků (dále jen MKP). Výpočetní zátěž spolehlivostní analýzy takového modelu je pak zpravidla enormní. Pro praktický odhad pravděpodobnosti poruchy je pak potřeba využít některé z metod uvedených v kapitolách 1.4 a 1.3.

Kvantifikátory spolehlivosti

Krom samotné pravděpodobnosti poruchy (či pravděpodobnosti definovaného mezního stavu) P_f lze definovat i alternativní kvantifikátory spolehlivosti. Přímým měřítkem spolehlivosti je pravděpodobnost spolehlivého fungování konstrukce P_s . Tedy doplňkový jev pravděpodobnosti poruchy:

$$P_s = 1 - P_f \quad (1.62)$$

Dalším užívaným měřítkem spolehlivosti je zobecněný index spolehlivosti [39] definovaný jako:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (1.63)$$

kde $\Phi^{-1}(\cdot)$ je inverzní standardní normální CDF. Definice 1.63 vychází z inverze vztahu 1.60. Index spolehlivosti definovaný dle 1.63 však není závislý na metodice hodnocení pravděpodobnosti poruchy. Uvedený vztah zároveň předpokládá existenci invariantní hodnoty indexu spolehlivosti β korespondující s danou hodnotou pravděpodobnosti poruchy P_f . Obecnou definici indexu spolehlivosti dle 1.63 pak lze

zaměřovat s indexem spolehlivosti užívaným v aproximačních metodách prvního a druhého řádu (viz 1.4 a 1.3).

1.2.4 Systémová spolehlivost

Definice pravděpodobnosti poruchy v rovnici 1.61 je založena na funkci mezního stavu $g(\mathbf{X})$, která představuje poruchový stav jedné složky konstrukce, tj. jeden mód selhání. Uvažujme nyní případ, kdy struktura má m významných módů selhání, které lze vyjádřit m odpovídajícími funkcemi mezního stavu $\{g_i(\mathbf{X}), i = 1, \dots, m\}$, definovanými pomocí vektoru základních náhodných proměnných \mathbf{X} . Dosazením všech $g_i(\mathbf{X})$ za $g(\mathbf{X})$ v rovnici 1.61 získáme spolehlivostní problém systému m komponent. Při analýze spolehlivosti systémů nás zajímá pravděpodobnost určité kombinace poruchových událostí. Prvním krokem při analýze spolehlivosti systému je identifikace všech možných způsobů selhání systému a definice kombinace módů, které implikují selhání systému. Bylo navrženo několik přístupů k řešení úloh spolehlivostní analýzy systémů. Ve většině případů řešení pracuje se schémata vzájemných závislostí událostí a se stanovenými kritickými kombinacemi událostí (viz [160]). Označíme-li událost selhání spojenou s každou funkcí mezního stavu komponenty $g_i(\mathbf{X})$ jako F_i , můžeme definovat dvě odlišné struktury problému systémové spolehlivosti. Problém spolehlivosti sériově navázaných komponent je definován jako sjednocení událostí $\{F_i, i = 1, \dots, m\}$. Pravděpodobnost poruchy sériového systému $P_{f,ser}$, je vyjádřena jako:

$$P_{f,ser} = P\left(\bigcup_{i=1}^m F_i\right) \quad (1.64)$$

Sériové struktury systému lze interpretovat tak, že k selhání celého systému dochází v případě selhání každé jedné jeho komponenty. U systémů s paralelním zapojením komponent pak lze říci, že k selhání dojde jen v případě selhání všech komponent systému najednou. Pravděpodobnost poruchy paralelního systému $P_{f,par}$ lze vyjádřit jako průnik událostí selhání jednotlivých komponent $\{F_i, i = 1, \dots, m\}$:

$$P_{f,par} = P\left(\bigcap_{i=1}^m F_i\right) \quad (1.65)$$

výpočty pravděpodobností průniků a sjednocení jednotlivých událostí se pak řídí vztahy definovanými v kapitole 1.1.1. Uvažujme nyní K indexovaných setů $c_k \subseteq \{1, \dots, m\}$ definujících paralelně sdružené subsystémy spolehlivostního problému. Obecně lze pak pravděpodobnost poruchy systému vyjádřit jako:

$$P_{f,sys} = P\left(\bigcup_{k=1}^K \left(\bigcap_{i \in c_k} F_i\right)\right) \quad (1.66)$$

Ze vztahu 1.66 lze odvodit jednoduchý problém spolehlivosti jedné komponenty pro $m = 1$, čistě paralelní problém systémové spolehlivosti při $K = 1$ a čistě sériový problém systémové spolehlivosti definicí všech setů c_k jediným indexem. V některých případech je výhodně definovat Obecný problém systémové spolehlivosti 1.66 pomocí jedné zobecněné funkce mezního stavu:

$$g(\mathbf{X}) = \min_{1 \leq k \leq K} \left[\max_{i \in c_k} g_i(\mathbf{X}) \right] \quad (1.67)$$

Funkce mezního stavu pro paralelní a sériové systémy a jednotlivé komponenty mohou být odvozeny ze vztahu 1.67 stejným způsobem jako pravděpodobnosti poruchy konkrétních případů z obecného vztahu 1.66. Pravděpodobnost poruchy jakéhokoli systému či komponenty pak může být vyjádřena zavedením zobecněné funkce mezního stavu do vztahu 1.61:

$$P_{f,sys} = P\left(\min_{1 \leq k \leq K} \left[\max_{i \in c_k} g_i(\mathbf{X}) \right] \leq 0\right) = \int_{\min_{1 \leq k \leq K} \left[\max_{i \in c_k} g_i(\mathbf{X}) \right] \leq 0} f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (1.68)$$

Výsledný výraz 1.68 lze aplikovat při využití simulačních metod. V případě aproximačních metod jej však obecně použít nelze.

1.3 Simulační metody

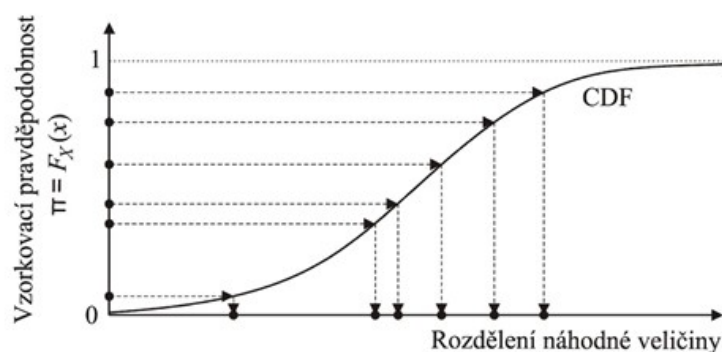
Simulační metody jsou základním nástrojem jak pro spolehlivostní posouzení, tak pro optimalizační proces a citlivostní analýzu. Jejich užití můžeme registrovat v mnoha dalších odvětvích numerické analýzy. Systematický základ numerické simulace realizací v rámci návrhového prostoru položil v průběhu 30. let 20. století Enrico Fermi při generování náhodných čísel k výpočtu vlastností neutronu. Později byla jeho metodika pojmenována Stanislawem Ulamem Monte Carlo [147]. Na základě metody Monte Carlo byly postupně odvozeny další simulační metody. Na konci 70. let se objevila metoda Latin Hypercube Sampling. V průběhu 80. let byly vyvinuty tzv. zdokonalené simulační metody sloužící k redukcí výpočetních nároků spolehlivostní analýzy. Mezi tyto metody patří např. Importance Sampling, Adaptive Sampling, Directional Sampling nebo Asymptotic Sampling. Popisu vybraných simulačních metod se věnují následující kapitoly.

1.3.1 Monte Carlo

Pro účely numerické simulace pomocí některého z typů metody Monte Carlo (dále jen MC) je nutné nadefinovat stochastický model problému a zajistit generování proměnných hodnot náhodných veličin v závislosti na jejich hustotě rozdělení pravděpodobnosti. K tomu je nezbytné užití generátoru náhodných čísel rovnoměrně rozdělených na intervalu $(0; 1)$ (generátory náhodných čísel na intervalu 0 až 1 jsou dnes standardně součástí mnoha programovacích jazyků, blíže v [171], [137]). Na základě vygenerovaného pseudonáhodného čísla $u_{i,j}$ se generuje realizace náhodné veličiny s daným pravděpodobnostním rozdělením tak, že se hledá realizace x_i v j -té simulaci, pro niž platí, že funkční hodnota distribuční funkce jejího pravděpodobnostního rozdělení v x_i je rovna vygenerovanému pseudonáhodnému číslu $u_{i,j}$ (viz Obr. 1.3 a vztah 1.69). Vygenerovaná čísla nejsou zcela náhodná, neboť proces generování lze kdykoliv zopakovat se stejnými vstupními podmínkami a řada vygenerovaných čísel se bude s určitou periodou opakovat, hodnota této periody musí být tudíž vysoká.

$$x_{i,j} = \Phi_{X_i}^{-1}(u_{i,j}) \quad (1.69)$$

kde $\Phi_{X_i}^{-1}(u_{i,j})$ je inverzní distribuční funkce náhodné veličiny X_i . Jednotlivé realizace vstupních veličin jsou následně sestaveny do vektorů vstupních hodnot $\mathbf{X} = (x_1; x_2; \dots; x_n)$ na základě nichž jsou dopočteny výstupní proměnné analyzovaného modelu.



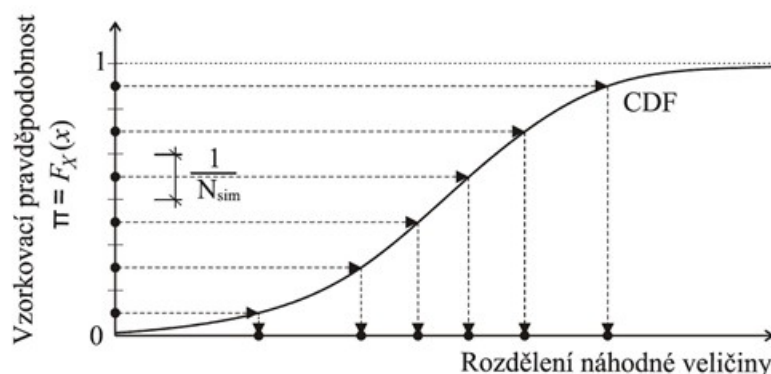
Obr. 1.3: Princip výběru realizací náhodných veličin metodou Monte Carlo

Výhodou metody MC je její transparentnost a srozumitelnost. Nevýhodou pak může být vysoký počet simulací, jež je činí obtížně použitelnými pro výpočetně náročné problémy. Výrazným nedostatkem metody MC je nerovnoměrné pokrytí návrhového

prostoru při analýze s malým počtem generovaných vzorků. Jsou-li počty vygenerovaných simulací nízké, pak histogramy simulací zpravidla neodpovídají zdrojovým funkcím hustot pravděpodobnosti, jež byly přiděleny jednotlivým proměnným. Tuto nevýhodu odstraňují metody typu Latin Hypercube Sampling (dále jen LHS).

1.3.2 Latin Hypercube Sampling (LHS)

LHS [98] jsou speciálními typy simulací MC využívající pravidelné rozvrstvení oboru hodnot pravděpodobnostní distribuční funkce náhodné proměnné na intervaly s ekvivalentní pravděpodobností $1/N_{sim}$, kde N_{sim} je počet realizací náhodné veličiny (viz. Obr. 1.4). Tyto metody jsou kategorizovány také jako metody redukce rozptylu statistik. Z každého sub-intervalu spojitě distribuční funkce ($j = 1, \dots, N_{sim}$) je vybrána právě jedna realizace náhodné proměnné $x_{i,j}$. Metody LHS zajišťují rovnoměrné pokrytí prostoru s mnoha náhodnými proměnnými pouze s minimálním počtem generovaných simulací. V závislosti na způsobu výběru hodnoty $x_{i,j}$ ze sub-intervalu rozlišujeme několik typů LHS:



Obr. 1.4: Princip výběru realizací náhodných veličin metodou LHS

Lattice sampling by Patterson (LHS median)

Realizace náhodné proměnné $x_{i,j}$ je v této variantě LHS generována jako:

$$x_{i,j} = F_i^{-1} \left(\frac{\pi_i(j) - 0,5}{N_{sim}} \right) \quad (1.70)$$

kde $\pi_i(1), \dots, \pi_{N_{sim}}$ je náhodná permutace z $1, \dots, N_{sim}$ a F_i^{-1} je inverzní distribuční funkce této náhodné proměnné. Nevýhodou této verze LHS je soustředění vzorků na středy sub-intervalů, to vede k redukci variability vzorků z okrajových částí (tails) PDF, které nejvíce ovlivňují šikmost a špičatost rozdělení veličin.

LHS random

Tato metoda je téměř analogická s metodou 1.70 s tím rozdílem, že reprezentant není vybírán jako střed sub intervalu, ale může být vybrána jakákoli realizace náhodné veličiny s funkční hodnotou distribuční funkce v mezích sub intervalu. Toto se projeví na vztahu 1.70 výměnou hodnoty 0,5 za hodnotu $u_{i,j}$ (náhodně generované číslo z intervalu 0 až 1).

LHS mean

Tato metoda odstraňuje problém variability vzorků z okrajových částí PDF výběrem vzorku odpovídajících střední hodnotě sub intervalu PDF. Realizace náhodných veličin jsou tak generovány podle vztahu:

$$x_{i,j} = \frac{\int_{\xi_{i,j-1}}^{\xi_{i,j}} x f_i(X) dx}{\int_{\xi_{i,j-1}}^{\xi_{i,j}} f_i(X) dx} = N_{sim} \int_{\xi_{i,j-1}}^{\xi_{i,j}} x f_i(X) dx \quad (1.71)$$

$f_i(X)$ je funkce hustoty pravděpodobnosti neznámé X_i . Hranice integrační oblasti $\xi_{i,j} = F_i^{-1}(j/N_{sim})$ pro $j = 1, \dots, N_{sim}$. Tuto simulační metodu lze s výhodou používat u proměnných s funkcí hustoty pravděpodobnosti, jež je snadno integrovatelná. V případech, kdy je analytické řešení náročné nebo nemožné, je nutné přistoupit k numerické integraci (tím vzroste výpočetní náročnost simulace). Vzorky vybírané dle vztahů 1.70 a 1.71 jsou téměř identické, vyjma reprezentantů sub-intervalů na krajích PDF.

Proti klasické metodě MC poskytují metody LHS uspokojivou přesnost i při malém počtu simulací. Jsou proto vhodné pro optimalizaci výpočetně náročných problémů s malým množstvím provedených simulací (dále jen SSA) běžných ve stavební praxi [147]. Drobnou nevýhodou metod typu LHS je, že neumožňují přidávání dodatečných simulací. Tuto nevýhodu se snaží odstranit metoda Hierarchical Subset Latin Hypercube Sampling (HSLHS), jež umožňuje hierarchicky přidávat vždy dvojnásobný počet simulací oproti předchozí úrovni vzorkování, blíže v [178]. S ohledem na generování vzorků v rámci každého sub-intervalu distribuční funkce náhodné veličiny odpovídá histogram generovaných vzorků definované funkci hustoty pravděpodobnosti i v případě malého množství simulací.

1.3.3 Simulace korelovaných veličin

K zavedení předepsané korelace mezi simulovanými hodnotami lze užít Natafovou či Rosenblattovu transformaci [78]. Alternativně lze užít iterativní kombinatorickou optimalizaci náhodných permutací generovaných návrhových vektorů s cílem minimalizovat rozdíl mezi předepsanou a generovanou korelační maticí [179]. Korelace

mezi návrhovými proměnnými je rozsáhlým výzkumným tématem jehož detailní popis je mimo rámec této práce. Uvedené podkapitoly proto poskytnou pouze základní popis metodiky užívané pro zavedení korelace mezi simulovanými kvantitami.

1.3.4 Natafova transformace

V obecném případě negaussovských korelovaných veličin lze požadovanou korelaci zavést pomocí komplikované Rosenblattovy transformace [135]. V praktických případech jsou většinou k dispozici informace pouze o marginálních PDF jednotlivých vstupních proměnných spolu s korelační maticí. Informace o sdružené PDF analyzovaného modelu tak nejsou kompletní a transformaci potřebnou pro zavedení korelace je potřeba provést za předpokladu konkrétní kopuly [79]. Speciálním případem Rosenblattovy transformace je Natafova transformace předpokládající Gaussovskou kopuli [103]. Natafova transformace je často užívaným prostředkem pro zavedení korelace mezi simulovanými veličinami. Natafova transformace do nekorelovaného standardního normálního prostoru je provedena ve třech krocích:

$$\xi = \mathbf{T}_{Nataf}(\mathbf{X}) = \mathbf{T}_3 \circ \mathbf{T}_2 \circ \mathbf{T}_1(\mathbf{X}) \quad (1.72)$$

První dva kroky představují iso-pravděpodobnostní transformaci do korelovaného normálního prostoru:

$$T_1 : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{W} = F_x(\mathbf{X}) \quad (1.73)$$

$$T_2 : \mathbf{W} \rightarrow \mathbf{Z} = \Phi^{-1}(\mathbf{W}) \quad (1.74)$$

Posledním krokem je lineární transformace do nekorelovaného prostoru prováděná s využitím Choleského rozkladu korelační matice:

$$\mathbf{R}_z = \mathbf{L}\mathbf{L}^T \quad (1.75)$$

$$T_3 : \mathbf{Z} \rightarrow \xi = \mathbf{\Gamma}\mathbf{Z} \quad (1.76)$$

\mathbf{R}_z je fiktivní korelační matice a $\mathbf{\Gamma}$ je inverzní matice ke spodní trojúhelníkové matici \mathbf{L} , získané pomocí Choleského rozkladu. Předpokládaná Gaussova kopule je parametrizována prvky $\rho_{i,j}$ korelační matice \mathbf{R}_z a vztah mezi fiktivními korelačními koeficienty ρ_{zij} a lineárními korelačními koeficienty definovanými ve fyzickém prostoru ρ_{X_i, X_j} je definován integrální rovnicí 1.45 (viz kapitola 1.1.3).

Celý proces může být obrácen pro transformaci realizací $\xi \rightarrow \mathbf{X}$. Existují kombinace vstupních parametrů a korelačních koeficientů pro něž není řešení pomocí Natafovy transformace použitelné. Detailní informace o Natafově transformaci a jejích omezeních jsou k dispozici v [179].

1.3.5 Korelace pomocí kombinatorické optimalizace

K zavedení korelace lze využít iterativní heuristické optimalizaci. V rámci [179] byl představen algoritmus využívající metodu Simulovaného žíhání (viz 1.6.1). Hledá se taková sada sloupcových permutací vstupních veličin v tabulce generovaných náhodných vektorů, pro niž platí, že norma rozdílové matice \mathbf{E} mezi požadovanou (cílovou) korelační maticí \mathbf{T} a simulovanou korelační maticí \mathbf{A} je minimální.

$$\mathbf{E} = \mathbf{T} - \mathbf{A} \quad (1.77)$$

Jedná se tedy o optimalizační problém řešitelný některým z optimalizačních algoritmů. Jako míru statistické závislosti dvou souborů je v obecném případě vhodné použít Spearmanův koeficient pořadové korelace daný vztahem 1.87. Detailní popis algoritmu zavedení korelace kombinatorickou optimalizací je k dispozici v [179]. V rámci uvedené publikace je k dispozici srovnání výkonnosti algoritmu s jinými způsoby zavedení korelace (Imanův a Conoverův Choleského rozklad a Owenova, Gram-Schmidtova ortogonalizace). Za zmínku stojí především stabilní výkonost algoritmu i v případě SSA a možnost přidávat dodatečné realizace při zachování korelačního schématu [178].

1.3.6 Výpočet pravděpodobnosti poruchy pomocí simulačních metod

Princip výpočtu pravděpodobnosti poruchy s použitím simulačních metod spočívá v opakovaném řešení funkce mezního stavu $g(\mathbf{X})$, pokaždé s jiným náhodně vygenerovaným vektorem vstupních náhodných veličin \mathbf{X} . V rámci j -té simulace, kde $j = 1, 2, \dots, N$ (N je celkový počet simulací) se pak obecně uplatňuje následující postup:

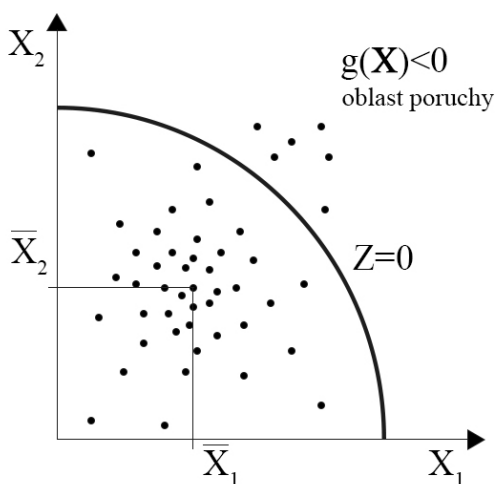
- Pomocí některé ze simulačních metod je vygenerována j -tá realizace náhodného vektoru $\mathbf{X} = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})$ v závislosti na použité simulační metodě a příslušných PDF vstupních proměnných.
- V tomto j -tém vygenerovaném bodě návrhového prostoru je pak vyčíslena hodnota funkce mezního stavu $g(\mathbf{X})$ a odpovídající hodnota rezervy spolehlivosti Z_j pro j -tou simulaci.

$$Z_j = g(\mathbf{X}_j) \quad (1.78)$$

- Po provedení všech simulací tak získáme statistický vzorek veličiny $Z - (Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_N)$. Tento pak zpracováváme postupy běžné matematické statistiky (viz kapitola 1.1.2).
- V případech $Z_j \leq 0$ dochází k poruše konstrukce. Označme celkový počet těchto případů jako N_f . Dle elementární definice pravděpodobnosti poruchy lze potom hodnotu P_f odhadnout jako poměr:

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (1.79)$$

Obr. 1.5 zachycuje průběh simulace metodou MC. Body představují jednotlivé realizace náhodného vektoru \mathbf{X} v dvoj-dimenzionálním prostoru.



Obr. 1.5: Simulace Monte Carlo – 2D případ

Je evidentní, že kvalita odhadu pravděpodobnosti poruchy stoupá s rostoucím počtem simulací N . Samotná pravděpodobnost poruchy je náhodnou veličinou, její odhad pak představuje jednu z realizací této veličiny. Použijeme-li k výpočtu pravděpodobnosti poruchy prostou simulaci metodou Monte Carlo, lze pro malé pravděpodobnosti poruchy zapsat vztah pro výpočet variačního koeficientu P_f takto:

$$v_{P_f} = \frac{1}{\sqrt{NP_f}} \quad (1.80)$$

Ze vztahu 1.80 vyplývá potřeba vysokého počtu simulací potřebných ke spolehlivému odhadu velmi malých pravděpodobností poruchy.

Pokročilé simulační metody pro výpočet pravděpodobnosti poruchy

Další část textu je věnována stručnému výčtu příkladů tzv. zdokonalených simulačních metod, jež jsou vyvíjeny od počátku 80. let především pro potřeby kvantifikace pravděpodobnosti poruchy. Zmíněné metody bývají v literatuře též označovány jako metody redukce rozptylu v okolí funkce mezního stavu a výrazně snižují počet simulací nutný k vyčíslení malých hodnot pravděpodobnosti poruchy. V praxi je dnes užíváno mnoho variant pokročilých simulačních metod a jejich úplný výčet není předmětem této práce.

Importance sampling jsou metody pro výpočet malých pravděpodobností. Oproti klasické Metodě Monte Carlo výrazně snižují počet simulací nutných ke spolehlivému odhadu pravděpodobnosti. Jejich využití je většinou spojeno s aproximačními metodami typu FORM nebo SORM, jedná se tedy o metody využívané především ve spolehlivostních postupech 2. úrovně [171]. Podrobný popis metod typu Importance sampling je nad rámec tohoto textu a nalezneme jej např. v [16], [19], [141] a [142].

Asymptotic sampling je poměrně nová technika popsána např. v [18] určená k odhadu indexu spolehlivosti na základě asymptotického chování pravděpodobnosti poruchy v n -dimenzionálním normovaném prostoru. Základní myšlenkou je navýšení počtu vzorků generovaných v oblasti poruchy pomocí zvětšení směrodatných odchylek náhodných veličin [124].

Adaptive sampling je souhrnné pojmenování metod vzorkování, jež využívají rozvrstvení vzorkovacího procesu do jednotlivých fází. Data získaná vyhodnocením vzorků fáze předchozí poté ovlivňují simulaci ve fázi následující. Jedná se o celou řadu často velmi složitých metod, jež mají široké uplatnění například v oblastech informatiky, farmaceutického testování, biologie, stochastické optimalizace atd., bližší informace jsou k dispozici např. v [172], [8].

Directional sampling je další ze zdokonalených simulačních metod. Podobně jako metody FORM a SORM využívá tzv. iso-pravděpodobnostní transformace návrhového prostoru. Na rozdíl od těchto metod si však zachovává charakter metody simulační a nelze ji považovat za metodu aproximační. V transformovaném prostoru je možné (transformované) náhodné proměnné považovat za nezávislé standardní proměnné se střední hodnotou rovnou 0 a jednotkovou směrodatnou odchylkou. Bližší informace k těmto postupům lze nalézt např. v [99].

1.4 Metody aproximační

Aproximační metody byly podobně jako pokročilé simulační metody vyvinuty za účelem redukce velkého množství simulací potřebných ke kvalitnímu odhadu malých pravděpodobností poruchy. Využívají nahrazení výpočetně náročného numerického modelu zjednodušenými aproximativními vztahy a modely. Tyto metody můžeme rozdělit na dvě základní skupiny:

- Metody typu FORM a SORM. Tyto metody aproximují funkci poruchy jednoduchými n -dimenzionálními rovinami a či parabolickými plochami, s nimiž dále pracují analyticky nebo pomocí zdokonalených simulačních metod (např. Importance sampling) [20].
- Metody typu Response surface, jež využívají aproximace empirické distribuční funkce rezervy spolehlivosti vhodným teoretickým modelem (většinou polynomičkou funkcí či umělou neuronovou sítí (dále jen ANN) [57], [89], [86], [119].

Detailní popis teoretických základů aproximačních metod je nad rámec této práce. Uvedené metody byly v praktických příkladech uvedených v kapitole 3 použity. Podrobný teoretický základ těchto metod lze nalézt v odkazované literatuře.

V případě, že funkce mezního stavu $g(\mathbf{X})$ je vyjádřena jako lineární kombinace základních proměnných $X_i (i = 1, \dots, n)$ a vektor \mathbf{X} má Gaussovskou sdruženou PDF, pak proměnná $Z = g(\mathbf{X})$ bude normálně rozdělena. Střední μ_Z a směrodatnou odchylku σ_Z lze vypočítat analyticky. V tomto případě není integrace v rovnici 1.61 nutná a pravděpodobnost poruchy lze vypočítat podle vztahu 1.60. Metody prvního (FORM) a druhého (SORM) řádu stručně popsané v dalším textu transformují původní problém na ekvivalentní problém v Gaussově prostoru a provádějí aproximaci funkce mezního stavu plochami prvního nebo druhého řádu v tomto prostoru. Tyto metody pracují s tzv. indexem spolehlivosti dle Hasofera a Linda [60] β jež je definován jako nejkratší vzdálenost mezi počátkem souřadnic transformované soustavy nekorelovaných normovaných normálních veličin a hranicí oblasti poruchy. Bod u^* ležící na hranici oblasti poruchy s nejkratší možnou vzdáleností od počátku soustavy transformovaných souřadnic (bod s nejvyšší relativní četností a pravděpodobností) je nazýván návrhovým bodem. Hasofer-Lindův index spolehlivosti nevyžaduje normální rozdělení pravděpodobnosti rezervy spolehlivosti. Je tedy obecnějším měřítkem spolehlivosti užívaným v rámci spolehlivostních metod druhé úrovně než Cornellův elementární index spolehlivosti.

1.4.1 First Order Reliability Method (FORM)

Pro výpočet Hasofer-Lindova indexu spolehlivosti metodami FORM nebo SORM je nutné transformovat všechny náhodné proměnné návrhového prostoru na standardní nekorelované normální veličiny. Metoda FORM se dá shrnout v následujících krocích:

1. Iso-pravděpodobnostní transformace všech veličin na standardní normální veličiny.
2. Odstranění korelace.
3. Hledání návrhového bodu a aproximace hranice poruchy tečnou v návrhovém bodě.

Existuje nekonečně mnoho bijektivních transformací, ale pouze jedna, jež je iso-pravděpodobnostní (zachovává si pravděpodobnost) [120]. Odstranění korelace můžeme provést například rozkladem korelační matice do vlastních vektorů. Nezávislé veličiny pak leží ve směrech vlastních vektorů [105]. Následuje lokalizace návrhového bodu. Nalezení návrhového bodu může být obecně velice problematické, může existovat více lokálních extrémů (minima) vzdálenosti k počátku souřadnic. Příspěvek k výsledné pravděpodobnosti poruchy nemusí být dominantní pouze v oblasti návrhového bodu. V případech silně nelineárních funkcí mezního stavu se mohou výsledky získané metodou FORM významně lišit od přesného řešení. Optimalizační úlohu nalezení návrhového bodu můžeme formulovat dle vztahu 1.81

$$\beta = \sqrt{\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}} \rightarrow \min \quad (1.81)$$

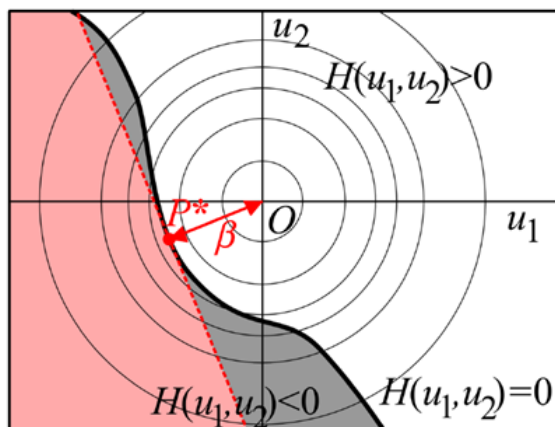
Za podmínky:

$$g(\mathbf{X}) = 0 \quad (1.82)$$

Jedná se obecně o složitý mnohodomenzionální problém řešitelný nelineárními optimalizačními postupy (např. genetickými algoritmy) [120]. Po nalezení návrhového bodu je hranice poruchy nahrazena tečnou vedoucí daným návrhovým bodem (viz. Obrázek 1.6). Přibližná pravděpodobnost poruchy je pak vypočtena dle vztahu:

$$P_f \approx 1 - \Phi_N(-\beta) \quad (1.83)$$

$H(u_1, u_2)$ je dvourozměrný prostor vzniklý transformací původního návrhového prostoru $G(x_1, x_2)$. Metoda FORM byla použita pro vyhodnocení spolehlivosti v úlohách popsaných v kapitolách 3.1, 3.2 a 3.4.



Obr. 1.6: Metoda FORM – aproximace hranice oblasti poruchy tečnou v návrhovém bodě – převzato z [105]

1.4.2 Polynomiální aproximace plochy odezvy

Přesnost výpočtu pravděpodobnosti poruchy s využitím simulačních technik je silně závislá na počtu provedených simulací. Vzhledem ke složitosti modelů pro výpočet odezvy konstrukce, jež jsou často spojeny s užitím výpočetně náročné metody konečných prvků, je provádění velkého množství simulací potřebných k určení pravděpodobnosti poruchy pomocí simulačních metod nemyslitelné. Metody prvního a druhého řádu stejně jako pokročilé simulační metody vyžadují nižší avšak stále vysoké počty prováděných simulací. V praktických případech je vhodné použít metody plochy odezvy (Response surface), jež jsou dnes běžně používány hned v několika variantách blíže např. v [20]. Tyto metody využívají aproximace hranice oblasti poruchy $g(\mathbf{X})$ vhodnou polynomiální funkcí $g_{ap}(\mathbf{X})$. Původní funkce mezního stavu je tak vyčíslována jen několikrát. Aproximační funkce může být např. tvaru:

$$g_{ap}(\mathbf{X}) = a + \sum_{i=1}^n b_i X_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{i,j} X_i X_j \quad (1.84)$$

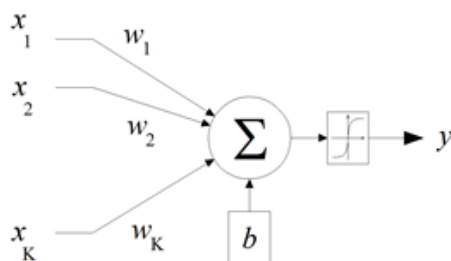
Interpolační body pro získání koeficientů polynomu musí být vhodně zvoleny. Aproximace by měla probíhat v prostoru blízkém hranici oblasti poruchy, kde funkce poruchy mění znaménko. Aproximační polynom lze získat řešením soustavy $(n+1)(n+2)/2$ lineárních rovnic. Po získání aproximačního polynomu lze aplikovat běžné simulační postupy k získání pravděpodobnosti poruchy. Místo původní funkce je pak vyčíslován pouze jednoduchý aproximační polynom. Tímto způsobem lze analyzovat i rozsáhlé, výpočetně náročné problémy.

1.4.3 Umělé neuronové sítě

Umělé neuronové sítě (artificial neural networks - ANN) jsou systémy zpracování informací nebo signálů složené z velkého počtu jednoduchých funkčních prvků nazývaných umělé neurony (nebo uzly). Ty jsou vzájemně propojeny přímými spoji a spolupracují při paralelním distribuovaném zpracování dat s cílem vyřešit danou výpočetní úlohu. Jednotlivé neurony představují jednoduché matematické objekty. Jedná se o funkce pracující se vstupními daty přicházejícími spoji připojenými k danému neuronu. Obrázek 1.7 zachycuje schématicky podobu neuronu/uzlu ANN. Výstupní hodnota emitovaná takovýmto neuronem je pak získána jako:

$$y = f(u) = f\left(\sum_k (w_k x_k + b)\right) \quad (1.85)$$

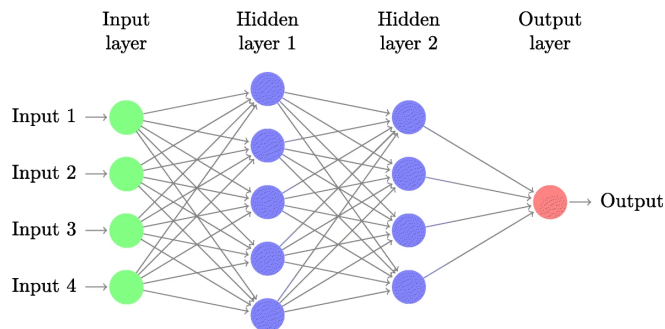
kde k označuje číslo vstupu, w_k je synaptická váha spojovací cesty z k -tého neuronu předchozí vrstvy, x_k je vstupní signál přicházející z k -tého neuronu předchozí vrstvy, b je “zkreslení“ neuronu a f je přenosová funkce neuronu; viz 1.7.



Obr. 1.7: Příklad struktury umělých neuronových sítí

Jednotlivé neurony jsou pak uspořádány do vrstev. Každá síť má vrstvu vstupních neuronů odpovídající počtu vstupních parametrů aproximovaného problému, vrstvu výstupních neuronů odpovídající počtu sledovaných výstupních parametrů a jednu či více skrytých vrstev v závislosti na definici dané sítě. Příklad struktury neuronové sítě je zachycen na obrázku 1.8.

ANN umožňuje aproximovat problém pouze s minimem předpokladů o povaze aproximovaného modelu. Jednotlivé parametry sítě (synaptické váhy, parametry přenosových funkcí a zkreslení jednotlivých neuronů) je možné metodami matematické optimalizace (viz kapitola 1.6) “naladit“ tak, aby síť aproximovala zájmový problém [59], [158], [143]. Postup optimalizace sítě je označován jako učení ANN. Pro potřeby učení je nutné simulovat/sesbírat data o vstupních parametrech a jim odpovídajících výstupech generovaných aproximovaným modelem. Tato data jsou označována jako učící množina a jsou určujícím prvkem numerické náročnosti prováděné aproximace. ANN použité v příkladech kapitoly 3 představují tzv. feed- forward multi-layer sítě. Neuronové sítě dnes představují rychle se rozvíjející téma s využitím napříč všemi



Obr. 1.8: Příklad struktury umělých neuronových sítí - převzato z [65]

průmyslovými oblastmi a vědními obory. Výčet možností využití a aktuálního stavu poznání v oblasti ANN je mimo rámec této práce. Teoretické základy a navazující literatura ke studiu ANN je k dispozici v [33].

1.4.4 Rozvoj polynomiálním chaosem

Slibnou kategorií polynomiálních aproximací je rozvoj polynomiálním chaosem (polynomial chaos expansion - PCE) [157]. Poprvé byl tento koncept představen již Norbertem Wienerem v roce 1938 [181]. Do povědomí inženýrské komunity se však dostal až v roce 1991 [51]. V roce 2002 byl pak zobecněn pro aproximaci problémů s různými funkcemi hustoty pravděpodobnosti vstupních veličin [183]. PCE umožňuje reprezentaci náhodné proměnné Y s konečným rozptylem (tedy $Var(Y) < \infty$) jako funkci M -rozměrného náhodného vektoru \mathbf{X} s využitím polynomiálních bází ortogonálních k rozdělení tohoto náhodného vektoru. PCE pak může být zapsán takto:

$$Y = \sum_{i \in \mathbb{N}} c_i \Psi_i(\mathbf{X}) \quad (1.86)$$

V tomto výrazu je c_i koeficient a Ψ_i označuje polynomickou bázovou funkci. V závislosti na rozdělení \mathbf{X} se rozlišují různé typy PCE.

PCE byl využit v rámci kapitoly 4.4.1 k efektivnímu vyčíslení sobolových indexů (viz kapitola 1.5.3) [170]. PCE reprezentuje komplexní matematický přístup k aproximaci náhodných funkcí. Aplikace této metodiky a její vývoj nejsou prací a zaměřením autora a jsou mimo rámec této práce.

1.5 Analýza citlivosti

Citlivostní analýza se zabývá určením vlivu vstupních veličin na funkční hodnotu zkoumané funkce. Matematický model je různě citlivý na změnu jednotlivých vstup-

ních parametrů. Například moment na mezi únosnosti v ohybu nosníku obdélníkového průřezu je závislý na velikosti průřezového modulu. Ve vzorci pro výpočet průřezového modulu $W = 1/6bh^2$ je hodnota výšky h umocněna zatímco šířka průřezu b ne. Je zřejmé, že změnou hodnoty h ovlivníme výslednou hodnotu momentu na mezi únosnosti více než změnou hodnoty b . Uvedená funkce je tedy citlivější na změnu hodnoty h . Popsaný příklad je velice jednoduchý a větší citlivost funkční hodnoty na změnu hodnoty parametru vyššího řádu je zřejmá na první pohled. V praxi se však setkáváme se složitými modely, u nichž je určení citlivosti vůči změnám vstupních veličin obtížné. U náhodných veličin nás většinou zajímá, jakým způsobem ovlivňují rozptyl např. odezvy konstrukce a jak se podílí na výsledné pravděpodobnosti poruchy. Citlivostní analýza nám tedy poskytuje informace o významu jednotlivých vstupních parametrů. Na jejím základě můžeme například určit, které z parametrů významně ovlivní pravděpodobnost poruchy a které naopak nemají na př. velký vliv a můžeme je tudíž definovat jen deterministicky, aniž bychom se dopustili významné chyby.

následující dvě sekce představují dvě základní metody implementované v programech popsaných v kapitolách 2.3 a 2.4 jež byly zároveň použity pro citlivostní analýzu v kapitole 4.4.1.

1.5.1 Neparametrická pořadová korelace

K určení relativního vlivu vstupní náhodné veličiny na odezvu konstrukce je možné využít hodnotu dílčího korelačního koeficientu mezi vstupní náhodnou veličinou a veličinou odezvy konstrukce. Existuje předpoklad, že veličina, jež ovlivňuje odezvu konstrukce nejvíce (ať už v pozitivním či negativním smyslu), bude mít hodnotu zmíněného dílčího korelačního koeficientu vyšší než vstupní náhodné veličiny ovlivňující odezvu konstrukce méně.

Při tomto způsobu stanovení citlivosti veličiny odezvy na změnu dané vstupní náhodné veličiny je možné využít jednoduché metody Monte Carlo, dokonalejší metody stratifikované simulace (např. metody LHS) jsou však výhodnější. Metoda využívá náhodné permutace čísel vrstev na distribučních funkcích vstupních náhodných veličin. Pro citlivostní analýzu je výhodné použít neparametrickou pořadovou korelaci, protože analyzovaný výpočetní model je v obecném případě nelineární a klasický korelační koeficient je použitelný pouze pro veličiny normálně rozdělené.

Neparametrickou pořadovou korelaci můžeme určit pomocí následujícího postupu: Místo skutečných hodnot ve statistických souborech vstupních náhodných veličin a veličiny odezvy se pracuje s pořadím jednotlivých realizací v souborech seřazených dle skutečných hodnot zmíněných veličin, tj. $1, 2, \dots, N$. Výsledný soubor čísel je pak vybírán ze známého rozdělení pravděpodobnosti – celá čísla mezi 1 a N jsou

rovnoměrně rozdělena.

Neparametrická korelace je ve srovnání s klasickou lineární korelací odolnější vůči defektům v datových souborech a je nezávislá na rozdělení pravděpodobnosti příslušných souborů. Pro potřeby statistické analýzy pomocí neparametrické pořadové korelace se používají Spearmanův korelační koeficient [159] a Kendallovo tau [69]. V rámci příkladů uvedených v kapitolách 3 a 4 se pracuje se Spearmanovým korelačním koeficientem jež získáme nahrazením simulovaných hodnot ve vztahu 1.37 pořadím (dle velikosti) dané hodnoty v rámci setu generovaných simulací:

$$r_{s,i} = \frac{\sum_{j=1}^{N_{sim}} x_{rj}y_{rj} - N_{sim}\bar{x}_r\bar{y}_r}{(N_{sim} - 1)\sigma_{xr}\sigma_{yr}}, \quad r_{s,i} \in \langle -1; 1 \rangle \quad (1.87)$$

kde x_{rj} a y_{rj} jsou dvě pořadí každého pozorování řazené vzestupně, N_{sim} je počet provedených simulací, \bar{x}_r a \bar{y}_r jsou aritmetickým průměrem získaných řad a σ_{xr} a σ_{yr} jsou směrodatné odchylky pořadí. Spearmanův korelační koeficient hodnotí, jak dobře lze popsat vztah mezi dvěma proměnnými pomocí monotónní funkce. Vyšší absolutní hodnoty označují větší pozitivní nebo negativní závislost. Výhodou je, že lze hodnotu Spearmanova korelačního koeficientu stanovit okamžitě po provedení simulace metodami typu Monte Carlo (viz kapitola 1.3) bez velkých výpočetních nároků.

1.5.2 Citlivost vyjádřená parciálními variačními koeficienty

Citlivost odezvy modelu na změnu vstupních parametrů lze kvantifikovat pomocí parciálních faktorů senzitivity α_i^{CoV} [112]. Uvažujme set realizací proměnné R_j ($j = 1, 2, \dots, N$) jež charakterizuje odezvu zkoumaného modelu a kde N je počet provedených simulací metodou typu Monte Carlo (viz kapitola 1.3). Statistickým hodnocením lze spočítat hodnotu variačního koeficientu odezvy CoV_R . Parciální variační koeficient každé ze vstupních proměnných modelu CoV_{Ri} ($i = 1, 2, \dots, M$), kde M je celkový počet proměnných, lze vyhodnotit pro M případů, kdy v modelu figuruje jako náhodná proměnná pouze zájmová veličina X_i jež je definována svou střední hodnotou a variačním koeficientem CoV_{X_i} . Zbylé proměnné jsou pak uvažovány jako deterministické kvantify reprezentované svou střední hodnotou. Parciální faktory senzitivity se pro každou z proměnných počítají jako poměr parciálního variačního koeficientu odezvy konstrukce CoV_{Ri} a variačního koeficientu zájmové proměnné CoV_{X_i} :

$$\alpha_i^{CoV} = \frac{CoV_{Ri}}{CoV_{X_i}} \quad (1.88)$$

Vyčíslení parciálních faktorů senzitivity je podmíněno nutností vyhodnotit M setů o N simulacích. Z důvodu vysoké výpočetní náročnosti je citlivostní analýza prováděna

touto metodikou aplikovatelná pouze na modely s nízkou výpočetní náročností. V případě komplexního MKP modelu je nutné provést aproximaci původního modelu některou z dostupných aproximačních metod (např. viz kapitola 1.4 a 1.4.2). Parciální faktory senzitivity α_i^{CoV} získané dle vztahu 1.88 hodnotí relativní vliv vstupní náhodné proměnné na variabilitu odezvy modelu CoV_R . Uvažujeme-li model o M náhodných proměnných můžeme pomocí parciálních faktorů senzitivity vyčíslit variabilitu odezvy modelu CoV_R jako:

$$CoV_R \approx \sqrt{\sum_{i=1}^M (\alpha_i^{CoV} CoV_{X_i})^2} \quad (1.89)$$

Ze vztahu 1.89 je zřejmé, že absolutní vliv proměnné X_i na variabilitu odezvy modelu lze vyhodnotit jako $CoV_{R_i}^2$. Takto vyjádřené kvantifikátory citlivosti lze přehledně zobrazit v koláčovém grafu (viz příklad aplikace v kapitole 4.4.1). Popsaná metoda rovněž umožňuje studium senzitivity odezvy na změny v rámci definovaných skupin vstupních proměnných. Lze počítat kumulativní parciální faktory senzitivity pro definované skupiny proměnných v rámci zájmového modelu.

1.5.3 Sobolovy indexy

Významnou techniku citlivostní analýzy představuje hodnocení citlivosti pomocí Sobolových indexů [156]. Sobolovy indexy spolu s citlivostí vyjádřenou parciálními variačními koeficienty patří mezi metody analýzy rozptylu (analysis of variance) založené na principu Hoeffding-Sobolovy dekompozice. Výpočet Sobolových indexů se nejčastěji provádí numericky s využitím simulačních metod typu Monte Carlo [156]. Tento přístup je však aplikovatelný pouze u jednoduchých modelů. V případě náročných modelů je nutné pracovat s náhradními modely. K přibližnému vyhodnocení Sobolových indexů v rámci citlivostní analýzy popsané v kapitole 4.4.1 byly využity náhradní modely připravené metodou PCe (viz kapitola 1.4.4). Podrobný popis této metody je mimo rámec této práce.

1.6 Matematická optimalizace

Matematická optimalizace je proces výběru nejlepšího prvku s ohledem na určitá kritéria z definované množiny dostupných alternativ. Optimalizační problémy se objevují ve všech kvantitativních disciplínách od informatiky a inženýrství až po operační výzkum a ekonomii. Vývoj optimalizačních metod je předmětem zájmu matematiky již po staletí. V nejjednodušším případě spočívá optimalizační problém v maximalizaci či minimalizaci reálné funkce (dále referována jako cílová funkce)

systematickým výběrem vstupních hodnot z přípustné množiny a následným vyhodnocením funkční hodnoty cílové funkce. Techniky optimalizace a jejich rozmanité formulace představují rozsáhlou oblast aplikované matematiky. Optimalizaci funkce lze zapsat jako:

$$o(\mathbf{X}) \rightarrow \min \quad (1.90)$$

S ohledem na omezující podmínky:

$$h_k(\mathbf{X}) \leq 0; k \in \langle 1, l \rangle \subset \mathbb{N}^+ \quad (1.91)$$

kde \mathbf{X} je vektor vstupních veličin (v obecném případě pak i složitých datových struktur). Symbol h_k představuje k -té omezení (např. omezení návrhového prostoru atd.). Písmeno l pak označuje počet definovaných omezení. V obecném případě může být cílem optimalizace i maximalizace funkční hodnoty cílové funkce. Problém maximalizace lze však jednoduše transformovat na minimalizaci. Převládající definice optimalizačních úloh pracuje s minimalizací dané cílové funkce [17].

Matematická optimalizace sdružuje celou řadu podoblastí jejichž výčet a podrobný popis je mimo rámce této práce [97]. Existuje také mnoho způsobů kategorizace optimalizačních technik. S ohledem na rozsah a zacílení této práce bude v rámci této kapitoly popsáno jen základní členění optimalizačních technik. Podrobněji jsou v této práci popsány pouze heuristické optimalizační metody přímo používané v algoritmech RBDO aplikovaných při řešení úloh prezentovaných v kapitolách 3 a 4. Podle způsobu práce s optimalizovanou funkcí lze optimalizační techniky rozdělit na:

- **Metody vyhledávací**, vyžadující pouze hodnoty cílové funkce $o(\mathbf{X})$. Tyto metody jsou také označovány jako Optimalizační algoritmy pracující v konečném čase. Jako příklad těchto metod lze uvést Simplexový algoritmus pro lineární programování [139], Kvadratické programování, Interpolací metody, tzv. Pattern search metody [173] či novější Kvantové optimalizační algoritmy [102].
- **Iterační techniky** se liší podle toho zda vyhodnocují, gradientní matici parciálních derivací prvního řádu \mathbf{G}_f (metody gradientní - tzv. strategie prvního řádu) či tzv. Hesián - matici parciálních derivací druhého řádu \mathbf{H}_f (Newtonovy metody - strategie druhého řádu). Příkladem gradientních metod je Metoda koordinovaného sestupu či metoda gradientního sestupu použitá v [82] a v kapitole 4.5.3 spolu s genetickými algoritmy pro jemné “naladění“ parametrů neuronových sítí. Příkladem strategií druhého řádu pak může být klasická Newtonova metoda či Sekvenční kvadratické programování. Iterační metody jsou dobře použitelné pro analyticky definované spojité funkce u nichž je možné

najít derivace analyticky. V případě implicitně definované cílové funkce je u iteračních metod nutné přistoupit k numerickému řešení parciálních derivací což je spojeno s neúměrným nárůstem výpočetní náročnosti. Iterační metody také obecně selhávají u multimodálních optimalizačních úloh kde je potřeba najít globální extrém funkce s několika lokálními extrémy.

- **Heuristické metody** matematicky negarantují nalezení extrému funkce. Nevyžadují však znalost charakteru a topologie cílové funkce ani její derivace. Cílovou funkcí tak mohou být i složité implicitně definované numerické modely (např. modely NLMKP) a komplexní nespojitě matematické problémy. Vzhledem ke složitosti většiny inženýrských úloh (zvláště pak NLMKP modelů) lze konstatovat, že k optimalizaci praktických konstrukcí jsou heuristické optimalizační techniky vhodné. Popisu a příkladům heuristických metod je věnována následující podkapitola 1.6.1.

Poznamenejme, že uvedené členění je jen jedním z mnoha způsobů kategorizace optimalizačních metod dostupných v literatuře [17]. Některé metody svým zařazením spadají do několika kategorií zároveň. Mnoho metod a algoritmů lze rovněž považovat za speciální případy jiných obecnějších postupů. Nové optimalizační techniky přibývají každoročně a jejich efektivita při řešení různých (konkrétních) problémů se zvyšuje. S ohledem na výsledek v [37] a začlenění mnoha optimalizačních úloh do kategorie NP problémů lze konstatovat, že neexistuje obecně “nejlepší” optimalizační algoritmus použitelný pro všechny možné typy úloh. Volba vhodné optimalizační techniky je tak věcí úsudku uživatele s ohledem na jeho znalosti o dané cílové funkci a návrhovém prostoru úlohy.

1.6.1 Heuristické optimalizační techniky

Cílem heuristických metod je najít v rozumném čase přibližné řešení optimalizační úlohy, které je dostatečně “dobré” z hlediska definice cílů optimalizace. Toto řešení nemusí být nejlepší ze všech možných řešení daného problému a může se pouze přiblížit přesnému řešení. Je však cenné, neboť jeho nalezení nevyžaduje neúměrně dlouhý čas. Heuristická funkce (také nazývaná heuristika) v algoritmech vyhledávání v každém kroku větvení řadí alternativy na základě dostupných informací a rozhoduje, kterou větev následovat v dalším kroku.

Existuje celá řada heuristických optimalizačních algoritmů a jejich kompletní výčet jde nad rámec tohoto textu. Stejně jako v případě obecného členění optimalizačních metod lze i heuristické metody kategorizovat mnoha různými způsoby. Jedno z možných členění těchto metod je:

- **Metody geometrické a energetické**, které využívají geometrických objektů

sestrojovaných v rámci Návrhového prostoru (např. metoda Pattern search [173] či Nelder-Mead simplexový algoritmus [54]) či cílení vyhledávání do oblastí s lepšími hodnotami cílové funkce (např. Horolezecký algoritmus, metoda AMS popsaná v kapitole 1.6.1 či metoda simulovaného žíhání 1.6.1).

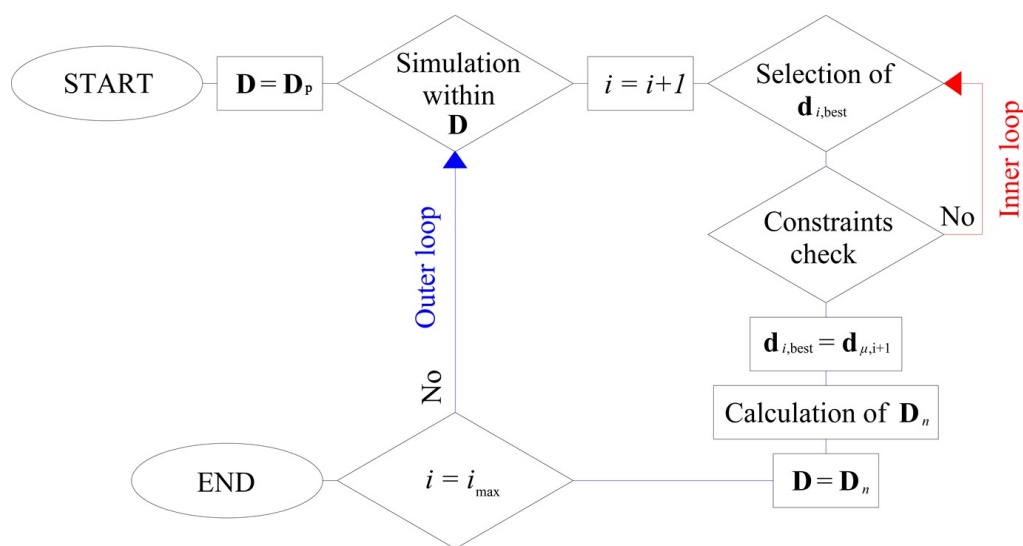
- **Evoluční strategie a genetické algoritmy** [129], [143] využívají algoritmů, jež imitují přírodní výběr k meta-heuristickému řešení výpočetně náročných problémů. Proces pracuje s náhodnými vektory \mathbf{X}_o v tzv. generaci rodičů a vektory \mathbf{X}_n tzv. generace potomků. Tato je získána mutací či vzájemnou kombinací nebo křížením z generace rodičů. Pro náhodné vektory \mathbf{X}_n je následně vypočtena hodnota jejich fitness funkce (určuje šanci vektoru \mathbf{X}_n na přijetí do další generace). Poté je provedena selekce řešení podle zvoleného selekčního mechanismu (blíže ve [125]). Náhodné vektory \mathbf{X}_n , jež mají nejlepší předpoklady přežít (nejlepší hodnoty fitness funkce vybrané zvoleným selekčním mechanismem), jsou v následujícím kroku přijaty do generace rodičů. Celý proces se iterativně opakuje a řešení se postupně zlepšují, dokud není splněna podmínka ukončení procesu iterace. Příkladem těchto metod může být Differential evolution method, Genetické a Evoluční algoritmy či tzv. Memetický algoritmus.
- **Metody založené na chování roje prvků** imitují přírodní společenstva či roje částic a jejich postupy při hledání optimálních cest, potravy či jiné optimalizační procesy. Příkladem těchto metod mohou být algoritmy založené na chování kolonií mravenců a včel či netopýrů, alternativně pak klasická optimalizace rojem částic [123]. Dostupných algoritmů tohoto typu je celá řada a jejich výčet jde nad rámec tohoto textu.

V dalším textu jsou popsány dvě heuristické optimalizační techniky používané pro řešení praktických úloh v popsaných v kapitolách 3 a 4.

Cílené víceúrovňové vzorkování (AMS)

Nejjednodušší metodou heuristické optimalizace je provedení simulace typu Monte Carlo v rámci návrhového prostoru a následný výběr nejvíce vyhovující realizace (vzhledem k daným kritériím optimalizace. Takový postup jednoznačně nekonverguje směrem k optimu funkce a kvalita řešení se odvíjí od počtu provedených simulací. Přesná lokalizace optima je při využití pouze prostých simulačních metod vysoce nepravděpodobná. Rozptyl výsledků takové optimalizace je v případě SSA velmi vysoký a silně závislý na počtu provedených simulací. Tento postup je však velice jednoduchý, nevyžaduje žádné znalosti topologie optimalizované funkce a je z inženýrského pohledu transparentní a snadno aplikovatelný.

Metoda cíleného víceúrovňového vzorkování (Aimed Multileve Sampling - AMS) byla autorem této práce představena v [147]. Její základní myšlenkou je seřadit průběh simulace do několika úrovní. Na každé úrovni poté proběhne v rámci definovaného prostoru simulace stratifikovanými simulačními metodami (1.3.2). Následně bude vybrán vzorek s nejlepšími vlastnostmi vzhledem k definici optimalizačního problému. Návrhový vektor $\mathbf{d}_{i,best}$ odpovídající nejlepšímu, v i -té úrovni vygenerovanému vzorku, je určen jako vektor středních hodnot náhodných veličin pro simulaci v rámci další úrovně. Následně je “zmenšen” vzorkovací prostor okolo nejlepšího vzorku. V tomto zmenšeném prostoru pak probíhá další simulace. Dochází tak ke stále podrobnějšímu prohledávání oblastí okolo vzorků s nejlepšími vlastnostmi. Obecný algoritmus představené metody je popsán ve vývojovém diagramu na 1.9.



Obr. 1.9: Algoritmus metody AMS

Hodnota \mathbf{D} na obrázku 1.9 představuje vzorkovací prostor o n dimenzích. \mathbf{D}_p je pak počáteční návrhový prostor optimalizační úlohy. \mathbf{D}_n je “zmenšený” vzorkovací prostor pro simulaci na úrovni $i + 1$. Čítač úrovní je reprezentován hodnotou i , kde i_{max} je maximální počet úrovní sloužící jako kritérium ukončení procesu. Vektor $\mathbf{d}_{i,best}$ představuje nejlepší realizaci návrhového vektoru na i -té úrovni a vektor $\mathbf{d}_{\mu,i+1}$ je vektorem středních hodnot náhodných veličin n -rozměrného návrhového prostoru \mathbf{D} pro simulaci v úrovni $i + 1$. Poznamenejme, že redukce vzorkovacího prostoru je založena na heuristických předpokladech a představuje klíčový bod pro přesnost a výkonnost metody AMS.

Pro zajištění maximální účinnosti algoritmu AMS je nutné zvolit vhodný způsob redukce návrhového prostoru na každé úrovni metody AMS. Základními parametry pro efektivní nastavení metody AMS jsou požadovaná přesnost řešení, zamýšlený

počet simulací N_{sim} a počet úrovní i_{max} . Pokud je redukce návrhového prostoru nastavena nesprávně, mohou nastat následující potíže:

- Velikost návrhového prostoru se zmenšuje příliš rychle a konvergenční potenciál je vyčerpán dříve, než algoritmus dosáhne poslední úrovně. Další simulace jsou generovány v příliš malém prostoru a proces nekonverguje k požadovanému optimu.
- Velikost návrhového prostoru na poslední úrovni algoritmu je příliš velká a rozptyl simulací provedených v rámci posledního cyklu je příliš velký.

Aby se zabránilo výše popsanému chování, je nutné zavést požadavek, aby velikost návrhového prostoru na poslední úrovni odpovídala požadované přesnosti. Velikost návrhového prostoru lze definovat pro každý optimalizovaný parametr na první a poslední úrovni. Velikost návrhového prostoru na ostatních úrovních lze vypočítat pomocí libovolné klesající funkce $s(i)$ procházející v souřadnicích $i = 1$ a $i = i_{max}$ přes známé funkční hodnoty (velikosti návrhového prostoru na první a poslední úrovni). Vektor D_i , jehož prvky představují velikosti návrhového prostoru pro každou proměnnou na i -té úrovni, lze vypočítat podle:

$$\mathbf{D}_i = (s_1(i), s_2(i), \dots, s_n(i)) \quad (1.92)$$

kde n je počet optimalizovaných parametrů. Příkladem redukční funkce $s(i)$ vhodné k automatizaci je konvergentní geometrická řada. Její členy jsou definovány:

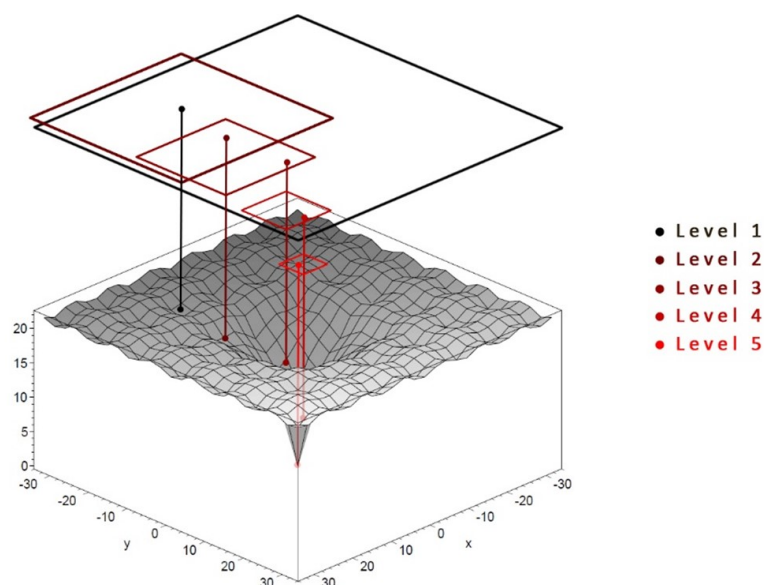
$$a_i = a_1 q^{i-1} \quad (1.93)$$

Při práci s metodou AMS uživatel zvolí požadovanou přesnost a definuje původní a konečnou velikost návrhového prostoru $(a_1, a_{i,max})$ pro každý parametr. Následně je třeba definovat počet provedených simulací N_{sim} a počet úrovní i_{max} . Hodnotu koeficientu q pro doplnění do vztahu 1.93 lze pak získat jako:

$$q = \sqrt[i_{max}-1]{\frac{a_{i,max}}{a_1}} \quad (1.94)$$

Tento postup lze podobně použít i při výběru jiné funkce $s(i)$. Algoritmus AMS je pak nucen konvergovat k lepšímu řešení v důsledku redukce návrhového prostoru kolem nejlepšího vzorku na současné úrovni algoritmu AMS. Pro výpočet velikosti návrhového prostoru na další úrovni algoritmu AMS se využívají vhodně zvolené redukční funkce. Profily těchto funkcí určují rychlost konvergence (např. klesající exponenciální funkce zajišťuje rychlejší konvergenci než klesající lineární funkce, na druhou stranu má menší schopnost vyhnout se lokálním extrémům). Metoda AMS byla vyvinuta pro analýzu s malým počtem vzorků a je stále ve fázi testování. Na

obrázku 1.10 je znázorněn axonometrický pohled na postup AMS při optimalizaci Ackleyho funkce ve 2D [101]. Byla provedena řada testů s cílem prokázat účinnost metody AMS. Testy byly provedeny pro standardní optimalizační etalony (jejich přehled je uveden v [101]). Metoda AMS konverguje rychle již od počátku optimalizačního procesu. Je efektivní pro řešení nízkorozměrných, avšak vysoce multimodálních problémů s velmi omezeným počtem provedených simulací. V případě mnohorozměrných problémů nebo u problémů s vysokými nároky na přesnost řešení bude efektivnější využít evoluční programování a genetické algoritmy. Pro analýzu s malým počtem simulací u nízkorozměrných problémů se však jako efektivnější jeví metoda AMS [147].



Obr. 1.10: Optimalizace Ackleyho funkce ve 2D pomocí metody AMS

Metoda simulovaného žíhání (SA)

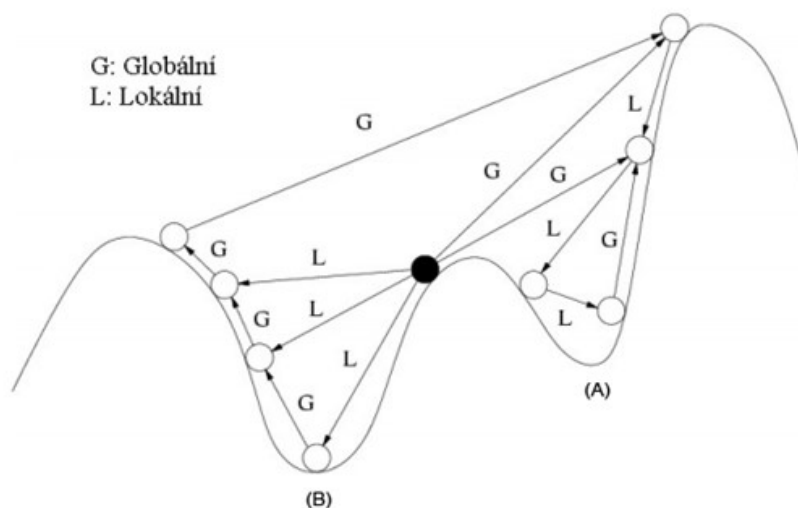
Metoda Simulovaného žíhání je přibližný stochastický algoritmus vycházející z Boltzmannova pravděpodobnostního rozdělení (vztah 1.95) [74] a [26].

$$P_r(E) \sim e^{(-E/k_B T)} \quad (1.95)$$

kde E je energetická hladina, T je teplota systému a k_B je Boltzmannova konstanta, jež zavádí souvislost mezi teplotou a energií. Tento algoritmus byl převzat z metalurgie a vychází z předpokladu, že systém v teplotní rovnováze o dané teplotě T má veškerou svou tepelnou energii rozloženou pravděpodobnostně mezi všechny různé energetické hladiny E . S určitou pravděpodobností (velmi malou) může být systém i při nízkých teplotách lokálně ve vyšším energetickém stavu. Tuto vlastnost můžeme

využít při rozhodování, zda nově vygenerovaný (některým z algoritmů mutace) náhodný vektor X_n přijmeme v následující generaci jako vektor rodičovský X_o či nikoli. Aplikace metody Simulovaného žíhání umožňuje vyhledávacímu procesu „vyskočit“ z lokálního minima funkce a pokračovat směrem k minimu globálnímu.

Podstatu Simulovaného žíhání lze demonstrovat na základě energetického grafu 1.11. Na obrázku je znázorněno minimum lokální (A) a globální (B). Najde-li vyhledávací algoritmus lokální minimum, pak v případě deterministických metod v něm vyhledávání většinou končí. U metody Simulovaného žíhání existuje určitá pravděpodobnost 1.95, že vyhledávání „vyskočí“ z minima lokálního a nasměruje se k minimu globálnímu. Systém však musí být dostatečně excitován (mít dost vysokou teplotu), aby energie potřebná k „vyskočení“ byla dostatečná



Obr. 1.11: Energetický graf

Metoda simulovaného žíhání patří mezi jednoduché heuristické optimalizační techniky. Vzhledem k vysokému počtu simulací, se kterým metoda simulovaného žíhání obvykle pracuje, a nutnosti provést další sadu simulací k určení optimálního nastavení lze konstatovat, že tato metoda není vhodná pro SSA. Oblast její využitelnosti lze tedy zúžit na optimalizaci analytických problémů s nízkými výpočetními nároky na vyhodnocení cílové funkce. Jedná se o robustní, jednoduše implementovatelný algoritmus. Tato metoda je užita v rámci softwaru FReET [114] pro zavedení definované korelace mezi generovanými simulacemi (viz kapitola 1.3.5) [179]. Stejná metodika je pak použita u všech korelovaných simulací popisovaných v rámci této práce.

1.7 Pravděpodobnostní formulace optimalizačního problému

Obecný optimalizační problém se zohledněním spolehlivosti lze vyjádřit jako minimalizaci cílové funkce:

$$o(\mathbf{X}, \mathbf{p}_f(\mathbf{X})) \rightarrow \min \quad (1.96)$$

S ohledem na omezující podmínky:

$$h_k(\mathbf{X}, \mathbf{p}_f(\mathbf{X})) \leq 0; k \in \langle 1, l \rangle \subset \mathbb{N}^+ \quad (1.97)$$

kde \mathbf{X} je vektor deterministických veličin, náhodných veličin a statistických parametrů náhodných veličin a \mathbf{p}_f je vektor uvažovaných pravděpodobností poruchy (viz rovnice 1.61). Symbol h_k představuje k -té omezení. Většinu myslitelných omezení (např. omezení spolehlivosti, omezení návrhového prostoru atd.) lze vyjádřit rovnicí 1.97. Písmeno l pak označuje počet omezení. V souvislosti se současnou aplikací posouzení spolehlivosti a heuristické optimalizace v rámci jednoho postupu je třeba poznamenat, že vektor \mathbf{X} může obsahovat dvě sady statistických parametrů náhodných veličin. První sada statistických parametrů popisuje přirozené nejistoty vstupních proměnných, vyhodnocené na základě experimentu. Tento soubor statistických parametrů se pak používá pro výpočty spolehlivosti. Druhý soubor statistických parametrů náhodných veličin může být (s ohledem na zvolenou optimalizační metodu) použit pro simulaci v rámci optimalizačního algoritmu. Tyto parametry jsou většinou voleny s ohledem na volbu optimalizační metody tak, aby byl návrhový prostor během simulace pokryt co nejrovnoměrněji.

Návrh konstrukce obecně závisí na parametrech kvantifikujících odezvu zkoumané konstrukce (např. deformace, napětí, průhyby atd.) při definovaných mezních stavech a na zatížení působícím na konstrukci. V důsledku toho je rezerva spolehlivosti Z (viz kapitola 1.2.2) funkcí odezvy konstrukce i působících zatížení. Související spolehlivostní omezení lze vyjádřit pomocí intervalu povolené pravděpodobnosti poruchy p_{fi} :

$$p_{fil} \leq p_{fi} \leq p_{fiu}; i \in \langle 1, m \rangle \subset \mathbb{N}^+ \quad (1.98)$$

s danými dolními a horními hranicemi reprezentovanými hodnotami p_{fil} a p_{fiu} pro m pravděpodobnostních omezení. Deterministická omezení pro (optimalizované) návrhové proměnné d_j lze zapsat jako:

$$d_{jl} \leq d_j \leq d_{ju}; j \in \langle 1, n \rangle \subset \mathbb{N}^+ \quad (1.99)$$

kde d_{jl} a d_{ju} jsou dolní a horní hranice a vymezují rozsah zkoumané oblasti návrhového prostoru a n představuje počet optimalizovaných parametrů. Pravděpodobnostní prostor ω pro výpočet spolehlivosti jednotlivých simulací pak odpovídá definici podané v kapitole 1.1.1.

Inverzní definice problémů spolehlivostní optimalizace (využívaná při RBDO postupech spadajících do kategorie PMA - viz kapitola 0.2) specifikuje množinu návrhových bodů pro niž platí, že odpovídají definované úrovni spolehlivosti $\mathbf{p}_{f,target}$. Optimalizaci je v tomto případě možné chápat jako minimalizaci rozdílu mezi úrovní spolehlivosti současného řešení \mathbf{p}_f a cílovou úrovní spolehlivosti:

$$o(\mathbf{X}, \mathbf{p}_f(\mathbf{X})) = \|\mathbf{p}_f(\mathbf{X}) - \mathbf{p}_{f,target}\| \rightarrow \min \quad (1.100)$$

Takto definované inverzní úlohy jsou v rámci této práce řešeny v příkladech 3.1, 3.2, 3.3. Pokud existuje více než jedna cílová funkce, stává se optimalizační problém multikriteriálním. V některých případech může být nalezeno tzv. dominantní řešení optimalizačního problému. Toto řešení minimalizuje všechny cílové funkce najednou a takové problémy by mohly být redukovány na jednokriteriální optimalizační úlohu definovanou rovnicí 1.96. U většiny multikriteriálních problémů lze identifikovat pouze množinu nedominantních řešení, známá jako Paretova množina. Tato množina se využívá v rozhodovacím procesu pro výběr optimálního návrhu na základě stanovených priorit shrnutých pomocí výběrové funkce:

$$F(o_1(\mathbf{X}, \mathbf{p}_{f,1}(\mathbf{X})), o_2(\mathbf{X}, \mathbf{p}_{f,2}(\mathbf{X})), \dots, o_h(\mathbf{X}, \mathbf{p}_{f,h}(\mathbf{X})), s_1, s_2, \dots, s_h) \rightarrow \min; h \subset \mathbb{N}^+ \quad (1.101)$$

kde $o_1 - o_h$ jsou uvažované účelové funkce, $s_1 - s_h$ jsou vybrané prioritní ukazatele (nebo váhy) a h je celkový počet kritérií. Škála možných definic výběrové funkce je široká a výběr té, která bude využita, je často subjektivní.

Vysoké výpočetní nároky RBDO jsou zřejmé. Pro účely stochastické optimalizace je nutné opakovaně generovat náhodné realizace v rámci návrhového prostoru. Pro každou z těchto realizací (v případě nejobecnějších dvojsmyčkových verzí RBDO) je pak nutné vypočítat pravděpodobnost poruchy v obecném případě prostřednictvím výpočetně náročné (většinou numerické) integrace rovnice 1.61. V mnoha praktických aplikacích navíc pracujeme s výpočetně náročnými implicitně definovanými numerickými modely konstrukcí. U řešených úloh je proto vhodné provést citlivostní analýzu s cílem identifikace významných vstupních parametrů a redukovat tak co možná nejvíce návrhový prostor rozumnou definicí okrajových podmínek a zvolit vhodnou kombinaci optimalizačních metod a metod hodnocení spolehlivosti.

1.7.1 Dvojsmyčkový přístup

Dvojsmyčkový přístup umožňuje přímé řešení RBDO problému definovaného vztahem 1.96. Vnější smyčka je užita k řešení optimalizačního problému ve smyslu nalezení nejvhodnějšího vektoru vstupních parametrů \mathbf{d} , zatímco vnitřní smyčka slouží k vyhodnocení spolehlivosti závislé na vektoru náhodných proměnných \mathbf{X} . Obecně existuje mnoho způsobů definice dvojsmyčkových algoritmů RBDO. Dle [4] lze dvojsmyčkové přístupy rozdělit do dvou základních kategorií:

- Přístup využívající přímého vyhodnocení indexu spolehlivosti (**Reliability Index Approach - RIA**) např. metodou FORM či Cornellova indexu spolehlivosti vyhodnoceného některou ze simulačních metod [43], [104]. Optimalizační úlohu řešenou v kapitole 4.5 lze zařadit do této kategorie RBDO. Definice tohoto typu RBDO je obecně dána vztahem 1.96. Navzdory nízké numerické účinnosti má RIA RBDO výhodu v robustnosti jednoduché implementaci v rámci obecně jakéhokoli optimalizačního softwaru. Jedná se proto o nejrozšířenější typ RBDO.
- Přístup založený na konceptu míry minimální výkonnosti (**Performance Measure Approach - PMA**) pracující s inverzní definicí spolehlivostního problému (viz vztah 1.100) [176]. Spolehlivostní omezení jsou transformována do výkonnostních kritérií jež korespondují požadovanou úroveň spolehlivosti. Úlohy řešené v kapitolách 3.1, 3.2 a 3.3 lze klasifikovat jako PMA RBDO. Definice tohoto typu RBDO je obecně dána vztahem 1.100. V rámci PMA algoritmů dochází k prohledávání hyperkoule s poloměrem rovným cílové hodnotě indexu spolehlivosti. V porovnání s RIA kde je pro stanovení indexu spolehlivosti hledán návrhový bod (viz kapitola 1.4.1) obecnými optimalizačními technikami [93]. Robustnost algoritmu PMA je hodnocena a porovnána s RIA v [80].

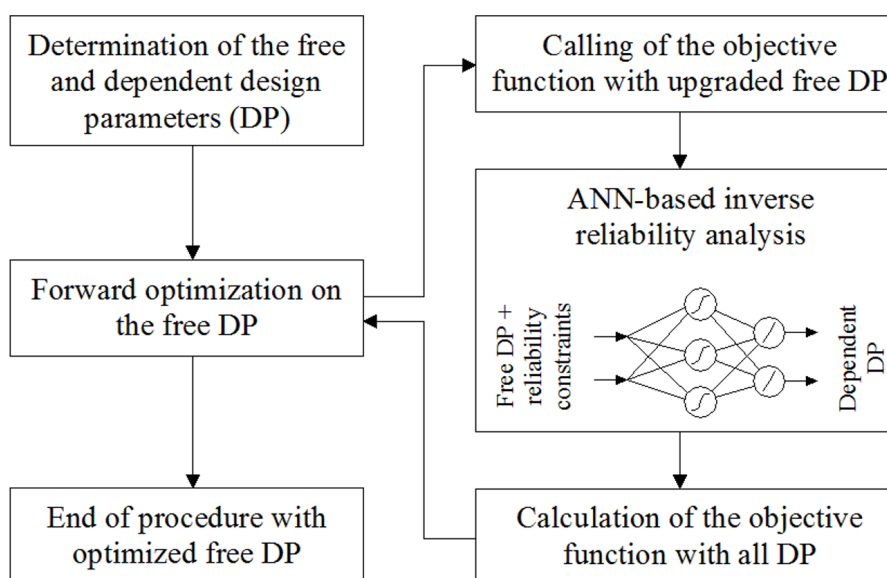
1.7.2 Spolehlivostní optimalizace s inverzně definovanou vnitřní smyčkou (IRBO)

V klasické RBDO jsou požadavky na spolehlivost při optimalizaci zohledněny jako nelineární omezující podmínky. To vyžaduje opakovanou analýzu spolehlivosti. Vzhledem k tomu, že výpočet spolehlivosti složitých konstrukčních systémů je obvykle časově velmi náročný, byl v [148] navržen alternativní přístup nazvaný spolehlivostní optimalizace s inverzně definovanou vnitřní smyčkou (IRBO). Na rozdíl od tradiční RBDO umožňuje IRBO oddělit běžnou optimalizační metodu od inverzní analýzy spolehlivosti [88]. Dále popsany algoritmus IRBO byl použit pro řešení úloh popsá-

ných v rámci kapitoly 3.4. V rámci navrženého postupu je klasická spolehlivostní analýza nahrazena inverzní analýzou ve formě ANN jež mapuje “vázané” návrhové parametry zajišťující danou úroveň spolehlivosti na set “volných” návrhových parametrů jejichž optimální kombinace je hledána ve vztahu k definici optimalizační úlohy. Jedná se tak o SLA přístup (viz kapitola 0.2) v němž je RBDO transformována na standardní optimalizační problém.

Navržený algoritmus IRBO je zachycen na obrázku 1.12 a lze jej shrnout do následujících kroků:

1. Podle počtu spolehlivostních omezení definujeme volné a závislé návrhové parametry.
2. Provede se nelineární optimalizace volných konstrukčních parametrů. Při vyhodnocení cílové funkce se k výpočtu závislých návrhových parametrů v závislosti na aktualizovaných volných parametrech používá inverzní analýza spolehlivosti založená na náhradním modelu ve formě ANN [82].
3. Iterace je opakována, dokud není dosaženo konvergence u volných návrhových parametrů.



Obr. 1.12: Algoritmus IRBO s ANN náhradním modelem substituujícím vnitřní smyčku

ANN náhradní model použitý v rámci analýzy umožňuje explicitní vyjádření závislých návrhových parametrů jako funkci parametrů volných. Tento model je konstruován před samotnou optimalizací na základě tréninkové množiny volných a vázaných parametrů a jim odpovídajícím úrovní spolehlivosti vyčíslených standardními postupy (simulačními metodami, FORM, atd.). Získaný ANN model je v následné

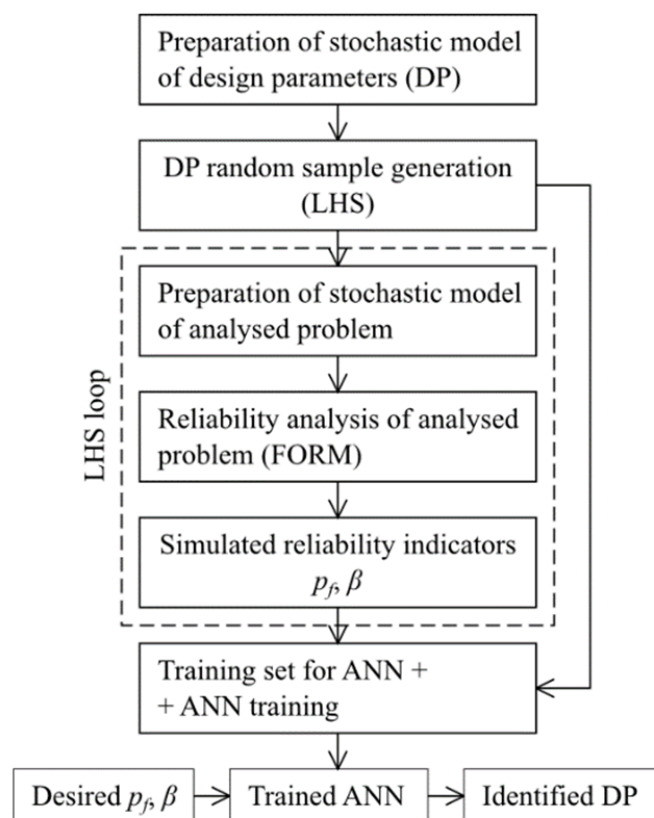
optimalizaci neměnný a plně nahrazuje výpočet spolehlivosti. Úspora výpočetního výkonu je z uvedeného zřejmá. Inverzní problém řešený aproximačně ANN pak lze definovat takto:

$$\mathbf{d} = F_{ANN}^{-1}(\mathbf{p}_f, \mathbf{x}) \quad (1.102)$$

Kde \mathbf{d} je vektor závislých návrhových proměnných, F_{ANN}^{-1} je inverzní funkce ANN závislá na vektoru pravděpodobností poruchy \mathbf{p}_f a vektoru nezávislých návrhových proměnných \mathbf{x} . Ve všech úlohách popisovaných v rámci této práce se pracuje s tzv. feed-forward neuronovými sítěmi. Při učení těchto ANN pro řešení konkrétní úlohy se běžnými heuristickými optimalizačními technikami hledá kombinace parametrů sítě jež minimalizují rozdíl výsledků generovaných sítí a skutečných výsledků v rámci tréninkové množiny vyhodnocených simulací (d_i, p_{fi}, x_i) , $d_i \in \mathbf{d}$, $p_{fi} \in \mathbf{p}_f$, $x_i \in \mathbf{x}$. Hledá se tedy funkce:

$$F_{ANN}^{-1} : \mathbf{p}_f, \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{d} \quad (1.103)$$

existující v rámci množiny dovolených funkcí jež odpovídají struktuře ANN. Cílové hodnoty pravděpodobnosti poruchy lze pak zaměnit za indexy spolehlivosti. Učení ANN je optimalizační úlohou, jež se obvykle řeší pomocí metod gradientních metod či heuristických metod (viz kapitola 1.6). Výpočet spolehlivosti se v případě úloh řešených v kapitole 3.4 provádí pomocí metody FORM (viz 1.4.1). Funkcionalitu popsaného algoritmu, ilustruje jednoduchý vývojový diagram na obrázku 1.13.



Obr. 1.13: Vývojový diagram popsané metodiky IRBO

2 SOFTWAREVÉ PROSTŘEDKY

Softwarové prostředky popsané v rámci této kapitoly byly vyvinuty autorem této práce za účelem automatizace dílčích procesů RBDO. Jednotlivé programy byly vyvíjeny samostatně v různých obdobích autorova doktorského studia s ohledem na aktuálně řešené problémy a úlohy. Všechny popsané programy však byly vyvíjeny s ohledem na jejich budoucí aplikaci v rámci obecného prostředí pro řešení RBDO jež je popsáno v kapitole 2.4. Vyvíjené programové prostředky pak všechny využívají program FReET jako simulační procesor.

FReET (Feasible Reliability Engineering Tool) slouží jako víceúčelový pravděpodobnostní software určený pro statistickou analýzu, analýzu citlivosti a analýzu spolehlivosti při řešení technických problémů [113]. Obsahuje nástroje pro modelování náhodných veličin a polí (databáze pravděpodobnostních rozdělení, editor parametrů přiděleného rozdělení atd.) pro simulaci v rámci návrhového prostoru užívá metod Monte Carlo a LHS (mean, median, random). Umožňuje zavedení požadované korelace mezi vygenerovanými náhodnými veličinami úpravou tabulky náhodných permutací simulovaných hodnot s využitím metody Simulovaného žíhání (viz kapitola 1.3.5). Disponuje také nástroji pro definici cílové funkce (editor rovnic či definice v rámci DLL). Díky možnosti definovat problém v DLL je FReET schopen pracovat se širokou škálou uživatelem definovaných problémů. Výpočty indexu spolehlivosti a pravděpodobnosti poruchy jsou v rámci FReETu realizovány metodou FORM.

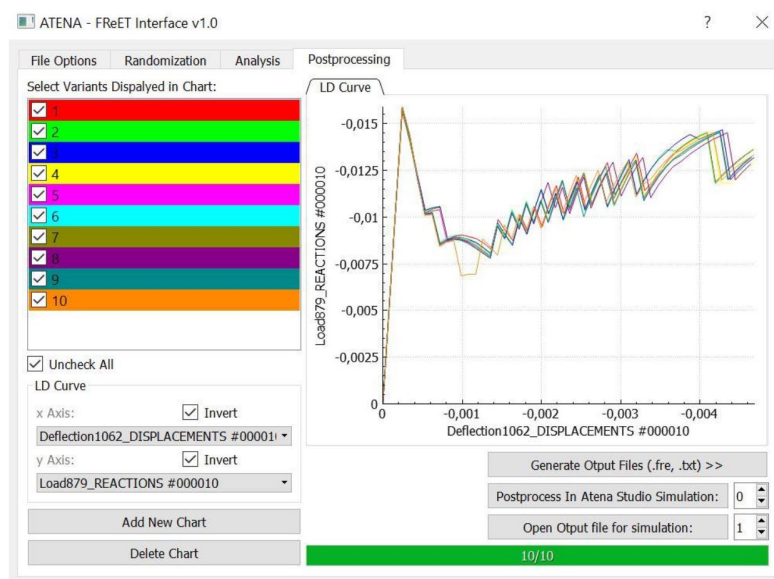
FReET pracuje se vstupním textovým formátem .fre. Vstupní soubory FReETu je možné jednoduše programově editovat. FReET také nabízí možnost rychlého softwarového přístupu ke klíčovým funkcím definovaným v dynamických knihovnách bez nutnosti vyvolání GUI rozhraní. Díky podpoře kontroly funkcí FReETu pomocí aplikací třetích stran je FReET ideálním prostředkem jež může být využit jako simulační procesor v rámci větších programových celků vyvinutých autorem této práce (viz kapitola 2.4).

2.1 ATENA interface

Program ATENA – FReET interface byl autorem vyvinut jako univerzitní software. Cílem vývoje bylo vytvořit grafické rozhraní mezi existujícími komerčně dostupnými programy ATENA (pro nelineární analýzu konstrukcí modelovaných metodou konečných prvků) a FReET (pro stochastickou simulaci a spolehlivostní analýzu). Program ATENA (ve verzích 2D, Engineering nebo Science – vždy generace 5.1 a vyšší) je využit k vytvoření numerického modelu zájmové konstrukce. Tento model je ve formě textového souboru s koncovkou .inp načten do vyvinutého rozhraní.

Stávající komerčně dostupný software FReET je následně využit pro tvorbu stochastického modelu a simulaci náhodných vektorů vstupních veličin. Získaná data jsou poté programem ATENA – FReET interface 1.0 použita pro generování jednotlivých variant (simulací) numerických modelů využívajících simulované vektory vstupních veličin.

Ambicí bylo vytvořit rozhraní pro spolehlivostní analýzu, jež bude uživatelsky přívětivé a umožní rutinní provádění spolehlivostních posudků nelineárních modelů bez nutnosti dalšího programování. K používání vyvinutého programu je potřeba nainstalovat rovněž oba výše zmíněné programy třetích stran. Program je zkompilován výhradně pro Windows (verze 7 až 10) – ostatní platformy zatím podporovány nejsou. Instalátor spolu s uživatelským manuálem jsou dostupné ke stažení na [146]. GUI aplikace je řešeno formou přehledně organizovaného dialogového okna. Program byl vyvíjen jako samostatně použitelný avšak s možností pozdější implementace v rámci obecného rozhraní pro řešení komplexních úloh spolehlivostní optimalizace jehož základní řešení je popsáno v [151]. GUI programu bylo navrženo tak, aby jej bylo možné využít i pro možná další rozhraní s jinými FEM řešiči (viz kapitola 2.2). Toto rozhraní bylo implementováno v uzlovém editoru pro vizuální programování popsaném v sekci 2.4 a

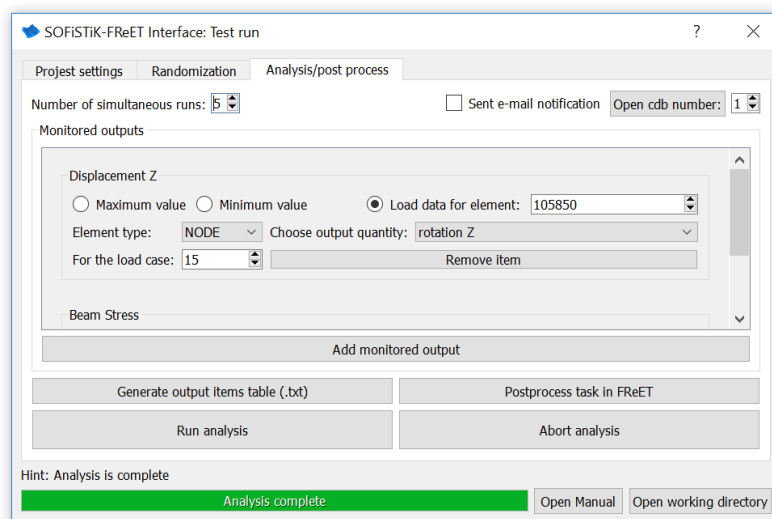


Obr. 2.1: Náhled dialogu programu ATENA – FReET interface

2.2 SOFiSTiK interface

Rozhraní SOFiSTiK-FReET (SoFi) je jednoduchým programem pro propojení softwarového balíčku SOFiSTiK se softwarem FReET jednoduchým a uživatelsky přívětivým způsobem. SOFiSTiK je softwarový balíček vyvinutý společností SOFiSTiK AG. Software zahrnuje nástroje pro komplexní analýzu konstrukcí metodou konečných prvků. SOFiSTiK je vyvíjen již 30 let a patří k nejpoblárnějším nástrojům pro statickou a dynamickou analýzu.

Rozhraní SOFiSTiK-FReET vyvinuté autorem této práce umožní randomizovat data označená v souboru .dat (vstupní textový formát souboru pro SOFiSTiK napsaný v jazyce CADINP [1]). Rozhraní také umožňuje uživateli automaticky extrahovat definovaná data z provedených simulací pomocí přímého přístupu k centrální databázi dané SOFiSTiK úlohy (tzv. CDB) prostřednictvím předdefinovaného C++ rozhraní [2]. Architektura GUI rozhraní vychází ze stejných principů jako ATENA interface a umožňuje začlenit tento jinak samostatný program do širšího rozhraní pro spolehlivostní optimalizaci obecných úloh.



Obr. 2.2: Náhled dialogu Rozhraní SOFiSTiK-FReET

2.3 SEAN

SEAN [150] je autorem vyvinutý software pro citlivostní analýzu umožňující analyzovat modely sestavené z obecně definovatelných algoritmů propojujících různé interpretory matematických výrazů a dll knihovny. SEAN umožňuje provádět citlivostní analýzu pomocí Spearmanova korelačních koeficientů (viz 1.5.1), parciálních variačních koeficientů (viz kapitola 1.5.2) a perturbační metody [85]. Program je

postaven na principech popsaných v následující kapitole a byl jedním z předstupňů vývoje Uzlového editoru pro spolehlivostní optimalizaci. Funkcionalita SEANu byla plně integrována v rámci obecnějšího prostředí popsaného dále.

2.4 Uzlový Editor pro spolehlivostní optimalizaci

2.4.1 Motivace

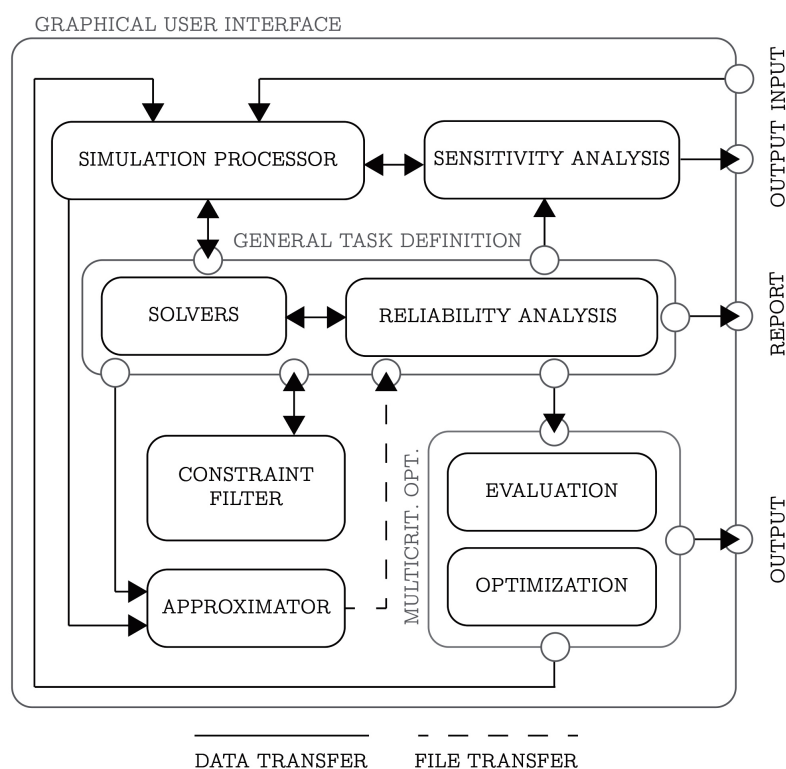
RBDO je v současnosti rychle se rozvíjejícím oborem. Navzdory rychlému rozvoji dílčích numerických nástrojů a algoritmů RBDO bylo v rámci dostupných softwarových nástrojů implementováno pouze několik “zavedených“ metod. Zkušenosti uživatelé RBDO a výzkumníci dávají v rámci dostupných prací přednost nízkourovňovým stochastickým programovacím jazykům (např. R [50]) nebo pokročilým matematickým nástrojům, jako je MATLAB [71], které jsou sice obecné, ale obtížně použitelné pro složité praktické aplikace. nízká úroveň široce využitelné softwarové automatizace činí spolehlivostní optimalizaci nákladnou z hlediska inženýrského času věnovaného danému problému. Dostupný výpočetní výkon je dnes značný a výpočetní náročnost RBDO přestává být hlavní překážkou její praktické aplikace. Současným největším problémem je nedostatečná automatizace procesů v rámci RBDO a složitý postup aplikace u praktických úloh. Rozvoj softwaru pro RBDO je v současné situaci (dle názoru autora) důležitější než vývoj dílčích metod a algoritmů RBDO.

Následující odstavce jsou věnovány popisu základní architektury univerzálního softwaru pro RBDO. Program by měl uživateli umožnit definovat řešený problém formou přehledného graficky reprezentovaného vývojového diagramu. Cílem je rozebrat elementární strukturu obecné úlohy RBDO a definovat základní stavební bloky softwaru, které zapouzdří jednotlivé metody aplikované při postupu RBDO. Program by měl umožnit integraci různých v současnosti existujících softwarových řešení pro simulaci, citlivostní analýzu, optimalizaci a analýzu spolehlivosti, jež jsou dnes vyvíjená separátně různými subjekty a výzkumníky. Implementované metody by měly být použitelné pro obecný problém reprezentovaný solvery třetích stran, uživatelsky definovanými vztahy a rutinami a jejich kombinacemi. Vzhledem k tomu, že zdrojové kódy solverů třetích stran nejsou (ve většině případů) otevřené, měl by s nimi program zacházet jako s “černou skříňkou“ (black-box) a manipulovat pouze s dostupnými vstupními a výstupními parametry. Software musí umožňovat snadné rozšiřování funkčnosti a přidávání nových metod bez požadavků na úpravu základní architektury softwaru.

Uvedené požadavky implikují komplexní softwarové řešení. Vývoj takového řešení “od nuly“ by byl náročný, zdlouhavý a bez velkého týmu a prostředků nemožný.

Architektura by proto měla umožnit vývoj jednotlivých částí jako samostatně použitelných programů, které lze přímo využít pro výzkumné účely a následně je implementovat v rámci obecnějšího programového prostředí.

Následující část si klade za cíl popsat základní stavební bloky programu, které by měly zapouzdřovat danou funkcionalitu a pracovat nezávisle na sobě. To umožní upravovat vlastnosti jednoho bloku bez nutnosti redefinování ostatních. Obrázek 2.3 shrnuje celkovou strukturu programu se zaoblenými obdélníky označujícími zapouzdřené nezávislé části softwaru. Šipky označují možné komunikační cesty mezi oddělenými částmi programu.



Obr. 2.3: Základní stavební bloky a komunikační uspořádání navrhované softwarové architektury

Popisované softwarové řešení je vyvíjeno autorem ve frameworku Qt [14] v jazyce C++. V následujících podkapitolách budou stručně popsány jednotlivé stavební bloky navrhovaného softwaru, jež jsou znázorněny na 2.3.

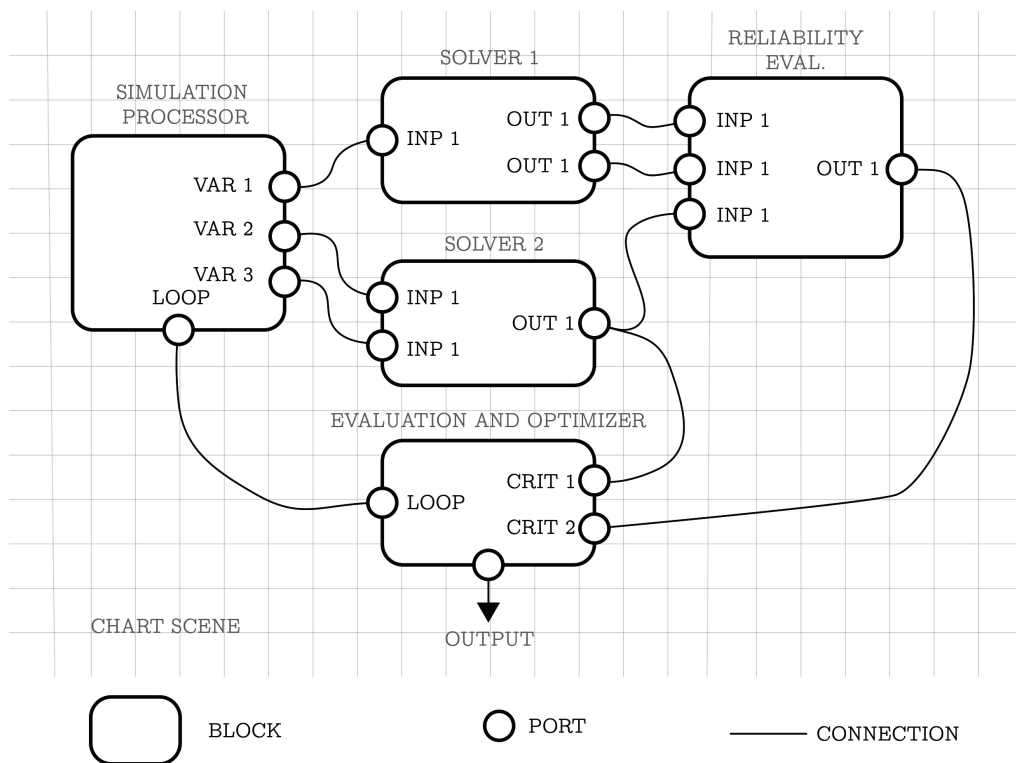
2.4.2 Grafické uživatelské rozhraní (GUI)

Klasická struktura programových oken využívající standardní ovládací prvky (např. tlačítka, combo-boxy, zaškrtávací políčka atd.) není použitelná pro komplexní software pracující s různými RBDO algoritmy, které musí být uživatelem definovány plně

dynamicky bez ohledu na GUI strukturu aplikace. Některá softwarová řešení se snaží zavést uživatelsky přívětivý pracovní postup organizovaný lineární stromovou strukturou [114] definující analýzu v rámci řady na sebe navazujících kroků. Toto řešení je přehledné a skvěle funguje pro klasické přímočaré úlohy, jako je statistická analýza, analýza citlivosti a spolehlivosti. RBDO (např. ve své dvojsmyčkové variantě) [147] vyžaduje obecně nelineární pracovní postup, který je složité implementovat v rámci lineární stromové struktury. Jiné programy se snaží překonat problém složitosti uživatelského rozhraní zavedením vlastní verze příkazových systémů, kde může uživatel pracovat v prostředí podobném programovacímu jazyku [122]. Tento přístup je obecný a efektivní. Není však příliš přehledný, vyžaduje velmi zkušeného uživatele a je velmi náchylný k lidským chybám. Nejpokročilejší dostupná softwarová řešení pomalu začínají implementovat plně dynamické GUI umožňující definovat strukturu algoritmu ve formě podobné vývojovému diagramu [41], [7]. Tato řešení jsou silně průmyslově zaměřená a přes výrazné zlepšení GUI jsou jejich uživatelská rozhraní stále poměrně komplikovaná a neumožňují nízkoúrovňovou definici algoritmu.

Hlavní inspirace pro níže navrženou strukturu GUI pochází z odvětví 3D grafiky. Program Blender 3D [47] přichází se zabudovaným grafickým systémem založeným na separovaných uzlech zapouzdřujících dílčí funkce a metody z nichž uživatel v dynamickém grafickém prostředí sestavuje složitější algoritmy. Stejný systém byl implementován v rámci Unreal Engine 4 [187] umožňující vývoj komplexních her i uživatelům, kteří nejsou programátory. Zmíněná rozhraní patří do kategorie vizuálních skriptovacích jazyků (VSL) [92] a jsou mezioborově využívána pro různá softwarová řešení. VSL představují novou úroveň programovacích jazyků. Podobně jako objektově orientované jazyky umožňují sdružit programovou funkcionalitu do objektů, umožní VSL “programování s hotovými programy“ tedy sdružovat kompletní programové celky (jež mohou fungovat i zcela nezávisle na prostředí VSL) do složitých algoritmů. Samotný VSL pak představuje komunikační protokol pro transport dat mezi jednotlivými programy a zavádí plně grafické dynamické GUI pro definici vazeb mezi dílčími programy. Na obrázku 2.4 jsou zobrazeny základní komponenty navrhovaného prostředí na benchmarku RBDO (odděleného přístupu [4]) provedené v trojrozměrném návrhovém prostoru s využitím 2 solverů, aproximovaného hodnocení spolehlivosti a 2 kritérií optimality.

Aplikace bude spuštěna ve standardním widgetu hlavního okna s dokovacími widgety záložek [14] pro scénu v níž je konstruován algoritmus dané úlohy (dále jen scéna grafu) a tabulky pro následné zpracování viz kapitola 2.4.11. Prostředí pro vizuální skriptování je obsaženo ve scéně grafu umožňující základní pohyb v rámci scény (posun, přiblížení/oddálení atd.) a umístění jednotlivých bloků zapouzdřujících dané metody. Mezi jednotlivými bloky pak lze definovat konexe určující směr toku dat. Blok je základní grafický proxy widget pro definici jedné metody s různými infor-



Obr. 2.4: Základní komponenty GUI uzlového editoru pro RBDO

mačnými a funkčními prvky a podřízenými widgety umístěnými v těle bloku. Ty umožňují zobrazovat dialogy s podrobnými informacemi o parametrech metod a jejich nastavení. Na základě svého účelu Blok uchovává pozice a čísla vstupních a výstupních portů odpovídající požadovaným informacím o vstupních a výstupních datech bloku.

Porty jsou zodpovědné za přenos dat vstupujících do Bloku a zapouzdřených metod a za odeslání informací z Bloku ve správném formátu. Vstupní Porty umožňují připojit pouze jedno spojení na každý port, aby se zabránilo míchání dat. Všechny vstupní Porty musí mít zapojeny konexe, aby byl zajištěn požadovaný počet vstupů do zapouzdřených metod (v popsaném případě nelze analýzu spustit). Výstupní porty umožňují odesílat data do neomezeného počtu konexí. Data generovaná uvnitř bloku tak lze odesílat do neomezeného počtu dalších bloků řazených dále v rámci sestavovaného algoritmu. Porty také definují svou grafickou interpretaci (a chování) v rámci scény grafu. Blok a jeho Porty spolu tvoří uzel dané metody/metodiky. Konexe definují vazbu mezi vstupními a výstupními Porty a definuje se jimi směr toku dat při analýze. konexe také obsahuje informace o jejich grafické reprezentaci a chování v rámci scény grafu.

2.4.3 Komunikační protokol - mechanismus přenosu dat

Data je v rámci analýzy potřeba distribuovat do jednotlivých metod podle definovaných vazeb. Bylo tedy nutné definovat jednotný formát přenášených dat a typy datových transferů v rámci aplikace.

Standardní výstupní Porty emitují vektory parametrů o rozměru odpovídajícímu počtu simulací provedených v rámci dané smyčky. Vstupní porty přijímají tato data a aktivují metody zapouzdřené v rámci Bloků. Konexe definují směry datových toků. Výstupní porty pak také ukládají data do tabulek výsledků, které obsahují všechny data generované výstupy Bloků ve scéně grafu (viz kapitola 2.4.11).

Spojení a porty “typu smyčka“ (viz 2.4 - LOOP) neslouží k přenosu dat, ale ke komunikaci mezi optimalizátorem a simulačním procesorem v rámci dané smyčky a nelze je připojit ke standardním portům (graficky jsou pak odlišeny barevně). Scéna grafu podporuje definici nezávislých nepropojených rutin a definici více paralelních smyček.

Optimalizátor (viz kapitola 2.4.7) může emitovat vektor optimálních návrhových parametrů spolu s dopočtenými funkčními hodnotami cílových funkcí, jež mohou být využity v dalších procesech (viz výstupní port Optimizeru na obrázku 2.4).

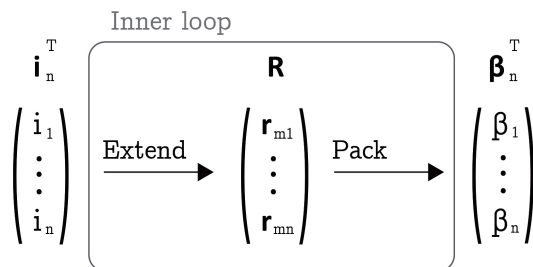
Aproximátor využívá standardní vstupní port k získání dat ze simulačního procesoru a řešičů. Na základě implementovaných aproximačních technik a jejich nastavení pak vytváří dynamickou knihovnu, kterou lze použít jako metamodel. Výstupní port může být propojen pouze se speciálním portem pro přenos .ddl souboru u řešiče pro interpretaci dynamických knihoven (viz sekce 2.4.5 a 2.4.10).

Implementace dvojsmyčkové RBDO vyžaduje přiřadit každé simulaci v rámci vnější smyčky také vektor simulovaných dat pro analýzu spolehlivosti \mathbf{r}_m (kde m je počet simulací provedených v rámci daného cyklu vnitřní smyčky). Rozšířená datová struktura tvoří matici \mathbf{R} používanou pro postupy prováděné v rámci vnitřní smyčky. Tento soubor dat je třeba na výstupu vnitřní smyčky zpracovat a zabalit do vektoru (vektorů) výstupních ukazatelů spolehlivosti β_n o rozměru n odpovídajícímu počtu simulací provedených v rámci optimalizačního cyklu. Popsaný postup je zobrazen na obrázku 2.5. Podrobnější informace o analýze spolehlivosti a definici vnitřní smyčky v rámci dvouúrovňového přístupu jsou k dispozici v oddíle 2.4.6.

Vzhledem k rozdílným dimenzím datových přenosů v rámci vnitřní a vnější smyčky není umožněno přímo propojovat uzly jednotlivých smyček. K přenosu dat mezi smyčkami jsou použity speciální uzly (viz kapitola 2.4.6).

2.4.4 Simulační procesor

Simulační procesor řídí simulaci dat na základě definovaného stochastického modelu. Měl by být schopen generovat korelovaná data na základě definic náhodných



Obr. 2.5: Mapování simulovaných dat na rozhraní vnější a vnitřní smyčky

proměnných a pracovat s většinou běžných typů funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti. Pro rovnoměrné pokrytí návrhového prostoru při optimalizaci je nutné pracovat s pokročilými typy stratifikovaných simulačních technik (např. LHS viz kapitola 1.3.2).

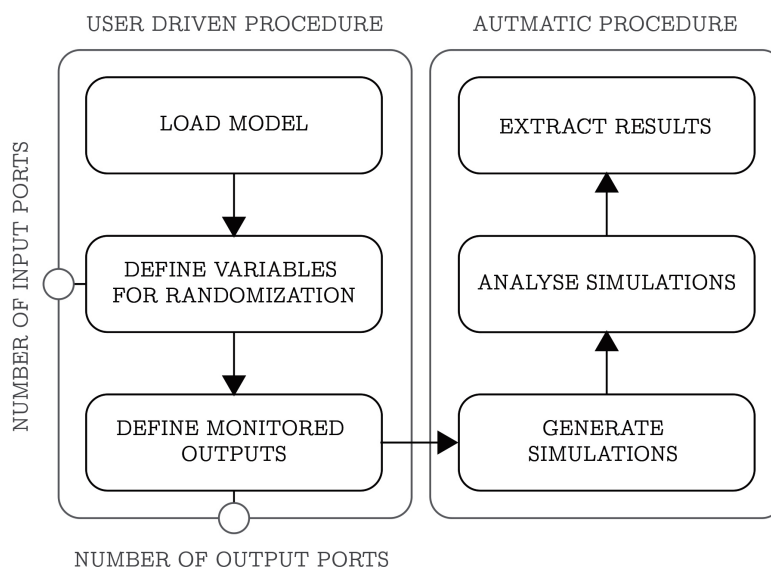
Spolehlivostní software FReET [114] umožňuje pracovat s textovými vstupními a výstupními soubory. Lze jej snadno ovládat z příkazového řádku operačních systémů, umožňuje definovat stochastický model, zavést definovanou statistickou korelaci [179] a simulovat data pomocí pokročilých technik typu LHS. Výše zmíněné vlastnosti činí FReET dobře využitelným v rámci zamýšlené aplikace. Pro potřeby práce s FReETem byly vytvořeny proxy uzly pro simulaci v optimalizačním cyklu, ve vnitřní smyčce a pro potřeby analýzy citlivosti. Další plán vývoje aplikace počítá s vytvořením vlastního simulačního procesoru, jež odstraní některé kompromisy spojené se současnou implementací FReETu jako simulačního procesoru (např. chybějící podpora více platforem).

2.4.5 Řešiče

Řešiče představují širokou skupinu bloků s různými funkcemi. Společným znakem řešičů je, že přiřazují sadě vstupních parametrů sadu výstupních hodnot, čímž z matematického pohledu reprezentují standardní funkci.

Nejzákladnějším řešičem, který je v současné době implementován v rámci vyvíjeného prostředí, je **Expression evaluator** umožňující zadat matematický výraz, který se má aplikovat na sadu vstupních parametrů. Současné softwarové řešení využívá muparser 2.2.5 [12]. Tato pokročilá knihovna umožňuje parsovat typizovaný matematický výraz. Použitá implementace analyzuje zadaný výraz, přímo identifikuje vstupní proměnné a generuje odpovídající sadu vstupních Portů Bloku. Programové řešení umožňuje užití kompletní sady binárních operátorů včetně těch logických a ternárního operátoru typu if-then-else [12]. Uzel pro vyhodnocování výrazů lze využít také jako emitore konstant, který nevyžaduje vstupní parametry. Aplikaci tak lze využít i k sestavení necyklického deterministického algoritmu.

Klíčovou složkou pro praktickou využitelnost vyvinutého VSL prostředí jsou **rozhraní k softwarům třetích stran** pro pokročilou analýzu stavebních konstrukcí, které jsou v inženýrské praxi běžně využívány. Základní grafické rozhraní pro práci s textovými vstupními a výstupními soubory již bylo zpracováno pro nelineární FEM řešiče ATENA [28] a SOFiSTiK [1] (viz kapitoly 2.1 a 2.2). GUI vyvinutého rozhraní tvoří dialog se záložkovými widgety logicky organizujícími pracovní postup při definici vstupních a výstupních dat. Předpokládá se obdobné GUI pro rozhraní u většiny aplikací třetích stran. Na obrázku 2.6 je zobrazen obecný pracovní postup softwarových rozhraní pro aplikace třetích stran.



Obr. 2.6: Obecný pracovní postup pro softwarová rozhraní třetích stran

Uživatel musí načíst model vytvořený v programu třetí strany, určit, které z dostupných vstupních parametrů mají být náhodné a které veličiny mají být extrahovány a odeslány do výstupních Portů. Rozhraní vytvoří vstupní a výstupní Porty podle zadaných parametrů, vygeneruje simulace modelu na základě dat přijatých vstupními Porty, spustí analýzu jednotlivých realizací v programu třetí strany, následně extrahuje výsledky a odešle je do výstupních Portů. Poznamenejme, že případné techniky simulace prostorové variability [177] by měly být implementovány v rámci rozhraní, protože pro zavedení dat náhodného pole do modelu je nezbytné přímé ovládání modelu v softwaru třetí strany.

Interpreter dynamických knihoven umožňuje uživateli načíst obecně definovaný problém reprezentovaný funkcemi v rámci dynamické knihovny (.dll). Předepsaná struktura využívaných dynamických knihoven odpovídá definici doporučené pro knihovny využívané v rámci softwaru FReET [114]. Tento uzel umožňuje snadné

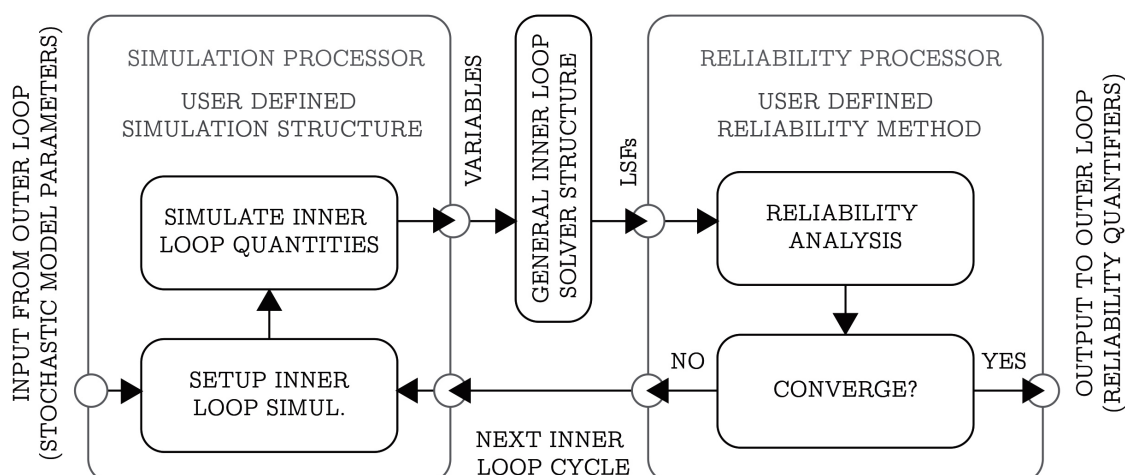
zavedení jakýchkoli uživatelem definovaných rutin mapujících výsledky na set vstupních hodnot.

Výčet výše uvedených řešičů je možné dále rozšířit a přidávat libovolné programy přiřazující set výsledků danému setu vstupních hodnot. Pro účely kombinatorické optimalizace byl například implementován diskretizační uzel, jež zaokrouhluje vstupní data vzhledem k diskrétně definované sadě hodnot (viz kapitola 4.5). Poznamenejme však, že uvedené tři kategorie řešičů mohou být užity k definici obecně jakéhokoli problému. Další implementované řešiče pak slouží pouze ke zjednodušení často opakovaných postupů a jejich funkcionalitu by bylo možné implementovat pomocí výše popsaných tří hlavních typů řešičů.

2.4.6 Spolehlivostní analýza (vnitřní smyčka)

Modulární struktura programu by měla umožnit definovat libovolný model sestavený z jednotlivých řešičů i v rámci vnitřní smyčky pro analýzu spolehlivosti. V implementovaném VSL proto není vnitřní spolehlivostní smyčka řešena jediným uzlem. Vyhodnocení spolehlivosti se provádí v rámci smyčky omezené speciálním simulačním procesorem pro generování simulací v rámci vnitřní smyčky a procesorem pro hodnocení spolehlivosti. “Rozšíření“ vstupních dat v rámci vnitřní smyčky je znázorněno na obrázku 2.5. Procesor pro hodnocení spolehlivosti spravuje tok dat v rámci vnitřní smyčky a řídí Simulační procesor na základě zvolené metody vyhodnocení spolehlivosti a jejího nastavení. Zpracovává také data přicházející z vnitřního modelu reprezentovaného obecnou strukturou řešičů definovanou uživatelem. poznamenejme, že v rámci vnitřní smyčky spolehlivosti mohou být připojeny pouze uzly typu řešič. Vstupní Porty procesoru spolehlivosti odpovídají funkcím mezního stavu (Limit State Function - dále jako LSF) vycházejícím z vnitřní struktury řešičů. Prostředí umožňuje definovat více LSF v rámci jedné vnitřní smyčky. Obrázek 2.7 zobrazuje logickou funkčnost mechanismu vnitřní smyčky. V případě více LSF je nutné provést více vyhodnocení vnitřní smyčky. V rámci jedné globální struktury algoritmu je rovněž možné definovat více smyček analýzy spolehlivosti.

Simulační procesor na počátku vnitřní smyčky získává informace o parametrech stochastického modelu (jako jsou střední hodnoty, směrodatné odchylky, typy rozdělení a jeho parametry) z procedur v rámci vnější smyčky. Uživatel musí určit počet proměnných, které se mají v rámci vnitřní smyčky použít, a invariantní parametry vnitřního stochastického modelu. Je umožněno definovat libovolný model složený z dostupných řešičů pro vyhodnocení funkčních hodnot LSF. Program automaticky rozpozná, že byla definována nová smyčka, a zakáže propojení uzlů umístěných v rámci dvou různých smyček. Je tak zamezeno “míchání“ datových vektorů různých dimenzí. Na konci každé vnitřní smyčky musí být připojen procesor pro hodnocení



Obr. 2.7: Architektura vnitřní smyčky

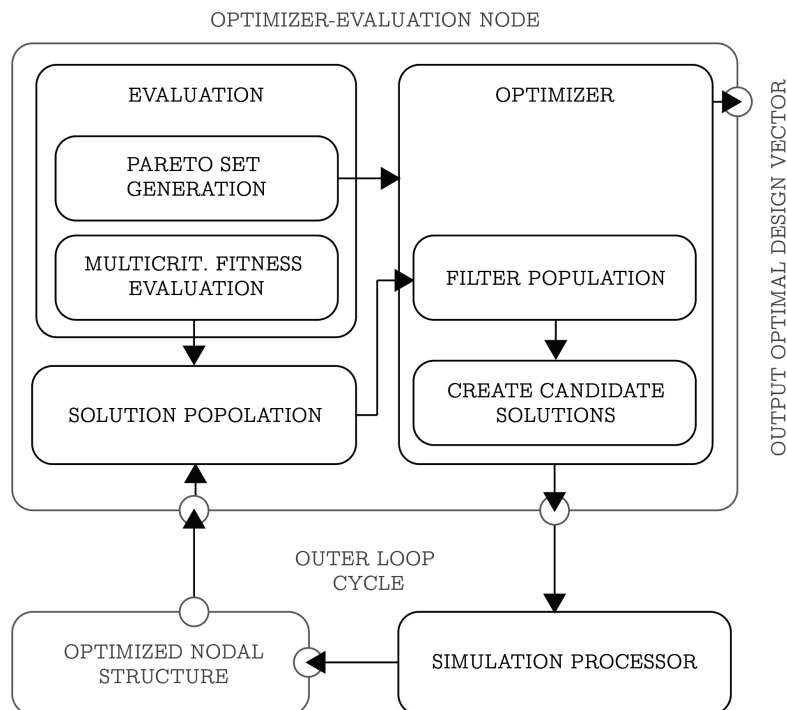
spolehlivosti. Tento uzel zapouzdřuje implementované metody analýzy spolehlivosti, jako je jednoduché statistické vyhodnocení, numerická integrace Monte Carlo [16], metoda FORM [60], či některé další techniky vyhodnocení spolehlivosti (např. [3], [19]). V současné verzi programu je implementováno pouze přímé statistické zpracování dat z LSF. Metody plochy odezvy by měl zpracovat uzel Approximátor (viz kapitola 2.4.10). Uživatel musí definovat parametry řešení pro každou LSF připojenou do procesoru spolehlivosti. Procesor pro hodnocení spolehlivosti poté vyhodnocuje vnitřní cykly a řídí Simulační procesor tím, že poskytuje informace o nových hodnotách proměnných (nebo nastaveních pro simulaci jednotlivých proměnných), které mají být v daném cyklu odeslány do modelu vnitřní smyčky.

2.4.7 Optimalizační uzel

Optimalizátor řídí procesy v rámci vnější smyčky postupů RBDO. Základní logická struktura uzlu optimalizace a vyhodnocení je znázorněna na obrázku 2.8.

Na vstupních portech přijímá optimalizační uzel funkční hodnoty vyčíslené obecně jakýmkoli modelem definovaným v rámci scény grafu. Vzhledem k tomu, že se v algoritmech definovaných před optimalizačním uzlem mohou objevit i implicitně definované modely reprezentované řešiči třetích stran, je architektura optimalizačního uzlu uzpůsobena výhradně pro aplikaci heuristických optimalizačních algoritmů jež nevyžadují žádné modifikace optimalizovaného problému (viz 1.6.1). V rámci optimalizačního uzlu je implementován také procesor multikriteriálního hodnocení variant jež je odpovědný za konečné vyčíslení fitness funkce jednotlivých simulací.

Uzel tak přijímá objektivní funkční hodnoty i pro více kritérií. Data se načítají do aktuální populace řešení. Následně je zavolán objekt pro multikriteriální hodnocení



Obr. 2.8: Architektura optimalizačního uzlu

variant, který přiřadí hodnotu fitness funkce každému členu populace na základě uživatelem definovaného systému důležitostí jednotlivých kritérií. **Optimalizační procesor** (Optimizer) v rámci uzlu zapouzdřuje pouze funkci pro filtrování populace a generování nových kandidátních řešení či simulačního etalonu, které budou využity v rámci následujícího cyklu na základě zvolené optimalizační techniky a jejího nastavení. Architektura zobrazená na obrázku 2.8 by měla být dostatečně obecná pro implementaci jakéhokoli typu heuristických optimalizačních technik, jako jsou jednoduché vyhledávací algoritmy [87], [54], genetické a evoluční algoritmy [145] nebo techniky založené na chování roje částic [45].

Procesor multikriteriálního hodnocení variant (Evaluation) pracuje nezávisle na zvolené optimalizační technice. Widget optimalizačního uzlu umožňuje nastavit strukturu důležitosti optimalizovaných kritérií podle zvolit metodiku multikriteriálního hodnocení [128], [11]. Tento programový objekt se využívá k hodnocení fitness funkce každého členu aktuální populace řešení podle zadaných kritérií (typ extrémů, hodnoty vstupních kritérií v kombinaci s přiřazenými váhovými koeficienty atd.). Funkční hodnota fitness kvantifikuje výkonnost každého řešení a umožňuje optimalizátoru filtrovat populaci s ohledem na zvolenou optimalizační techniku. Vyhodnocení by mělo rovněž obsahovat řídicí rutinu nutící optimalizátor provést více optimalizačních rutin s cílem získat množinu pareto-optimálních řešení podle požadavků definovaných uživatelem (viz 2.8).

2.4.8 Citlivostní analýza

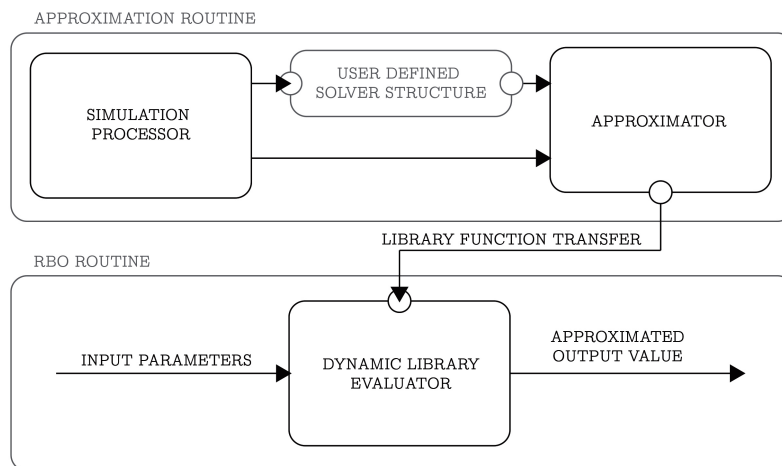
Analýza citlivosti pomáhá definovat důležitost vstupních parametrů dané úlohy. Na základě získaných dat je možné zaměřit časově náročné výpočty na důležité oblasti návrhového prostoru. V rámci představené softwarové implementace lze využít několik běžně používaných algoritmů. Spearmanův korelační koeficient je přímým vedlejším produktem simulace typu LHS (viz kapitola 1.5.1). Byla implementována i citlivostní analýza na základě parciálních variačních koeficientů 1.5.2. Sobolovy indexy lze extrahovat z náhradních modelů na bázi polynomiálního chaosu 1.5.3, 1.4.4. Citlivostní analýza představuje přímočarý (necyklický) postup. Algoritmus lze zkonstruovat v rámci scény grafu s využitím simulačního uzlu upraveného pro potřeby analýzy senzitivity. S výstupy uzlu se pracuje stejně jako v případě běžného simulačního uzlu. Za simulačním uzlem je model definovaný strukturou řešičů jehož monitorované výstupy se zapojují zpět do simulačního uzlu pro citlivostní analýzu.

2.4.9 Filtr výsledků

Filtr výsledků je jednoduchý uzel, který slouží k definici limitních rovností a nerovností pro hodnoty emitované z připojených výstupních Portů. Filtr umožňuje připojit libovolný typ výstupních veličin emitovaných v rámci vnější smyčky. Každá simulace distribuovaná přes scénu grafu obsahuje informaci o její validitě. Platnost simulací je řízena filtrem výsledků, který simulaci porušující předepsaná kritéria prohlásí za neplatnou. Neplatné simulace jsou následnými uzly ignorovány, takže nedochází k plýtvání výpočetním časem. Filtr omezení je reprezentován tabulkou mezních hodnot a přiřazeným binárním operátorem. Každý řádek tabulky odpovídá filtrované veličině připojené k přiřazenému Portu. Poznamenejme, že filtr omezení nelze připojit v rámci vnitřní smyčky pro analýzu spolehlivosti. Analýza spolehlivosti je neomezený problém podřízený pouze distribučním funkcím vstupních veličin.

2.4.10 Aproximátor

Aproximátor je speciální typ uzlu, který má výstupní port pro transport .dll knihoven do interpretoru dll (viz 2.4.5). Poznamenejme, že vytvořená dynamická knihovna může být také uložena pro následné využití v jiných aplikacích. Aproximátor shromažďuje data z připojené uzlové struktury a simulačního uzlu s nimiž nakládá jako s tréninkovou množinou. Může být implementováno hned několik metod. Výkonné a přesné náhradní modely lze vytvořit pomocí umělých neuronových sítí (viz kapitola 1.4.3) nebo rozvojem polynomiálním chaosem (viz kapitola 1.4.4). Obrázek 9 zachycuje možné zapojení aproximátoru v rámci algoritmu RBDO.



Obr. 2.9: Zapojení Aproximátoru v rámci RBDO

2.4.11 Objekty pro zobrazení generovaných dat

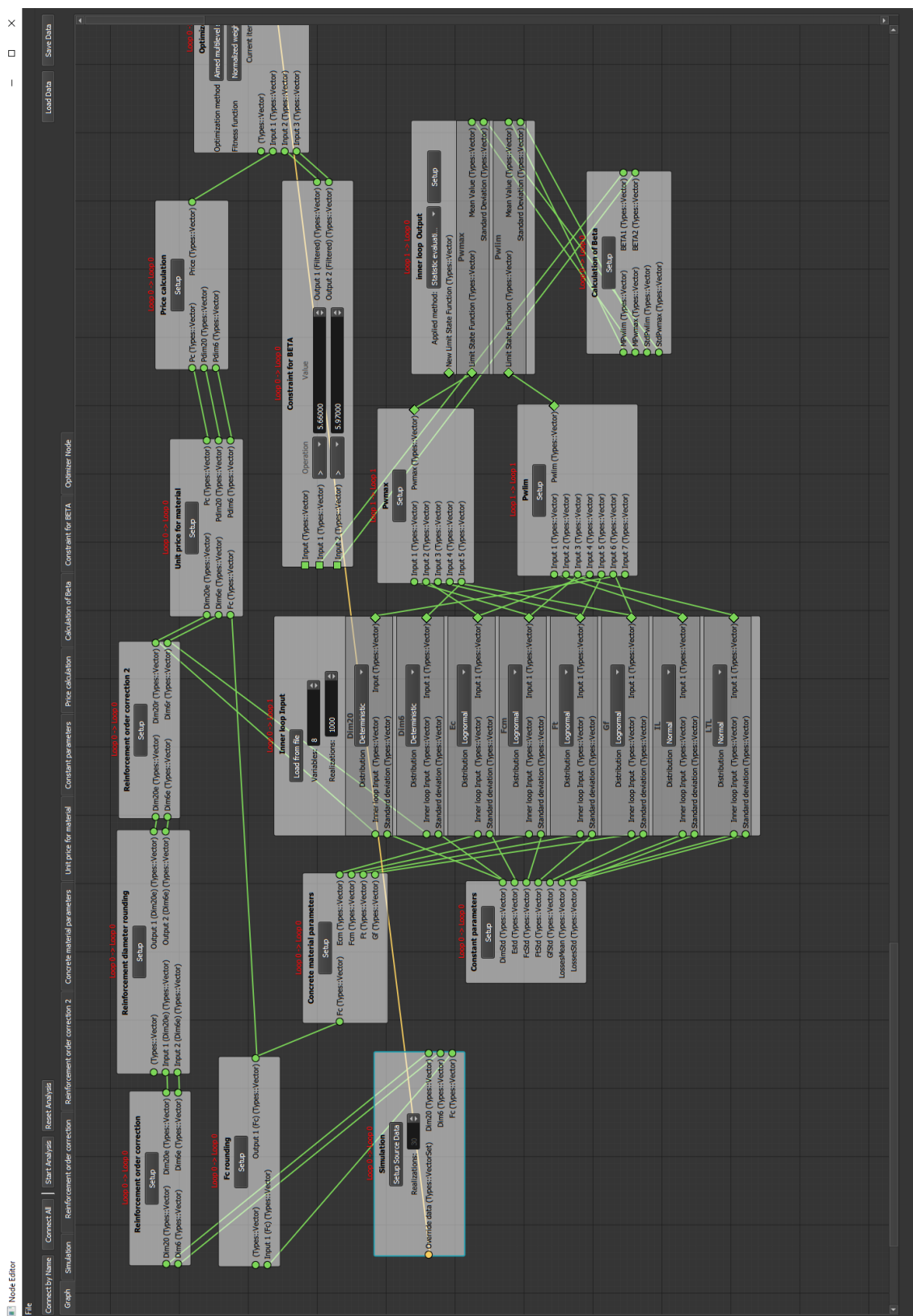
Data vytvořená uzlovými bloky během analýzy jsou uložena v datové struktuře a zobrazena v rámci hlavní tabulky výsledků. Každý analyzovaný vnější cyklus algoritmu má přiřazenou jednu tabulku výsledků. Databáze má v rámci hlavního okna aplikace záložkový dokovací widget [14]. Uživatel si po analýze může prohlédnout všechna data vytvořená v rámci optimalizačního cyklu. Tato funkce je důležitá pro kontrolu celého procesu. Uspořádání dat v tabulkách výsledků má pro n simulací a m uzlů zapojených v optimalizační smyčce následující podobu:

Tab. 2.1: Struktura dat v tabulkách výsledků

Solver/simulation	1	2	.	.	.	n
Solver 1	s_{11}	s_{12}	.	.	.	s_{1n}
Solver 2	s_{21}	s_{22}	.	.	.	s_{2n}
.
.
.
Solver m	s_{m1}	s_{m2}	.	.	.	s_{mn}

Ukládání dat vnitřního cyklu je volitelné a v zájmu úspory systémových paměťových zdrojů se doporučuje ukládat pouze data vytvořená v rámci vnějšího optimalizačního cyklu. Je možné zavést spoustu nástrojů pro postprocess dat zachycených v tabulce výsledků. Tyto nástroje mohou komunikovat přímo s tabulkami výsledků a jejich grafické rozhraní bude mít podobu jednoduchých dialogových oken s běžnými ovládacími prvky. Tento systém pak není přímo spojen s prezentovanou softwarovou architekturou, může být tedy vyvíjen samostatně a kdykoli včleněn do vyvíjeného

VSL prostředí. V této fázi vývoje aplikace není vývoj dalších nástrojů zobrazení dat prioritou. Prostředí Node editoru bylo užito pro řešení úlohy popsané v rámci kapitoly 4.5. Na obrázku 2.10 je zachyceno GUI Node editoru za běhu programu.



Obr. 2.10: Náhled rozhraní uzlového editoru při řešení úlohy popsané v kapitole 4.5

3 PŘÍKLADY APLIKACE NAVRŽENÝCH POSTUPŮ

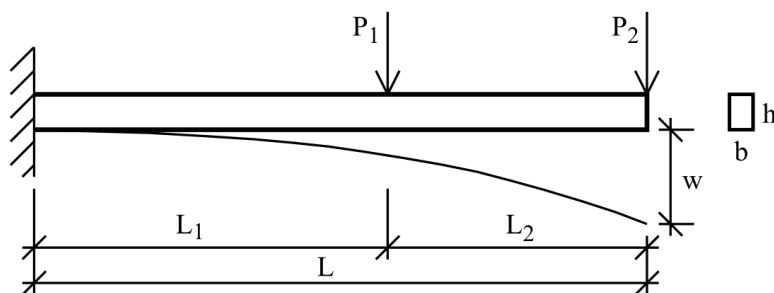
3.1 Optimalizace průřezu konzolového nosníku

První příklad představuje běžnou úlohu inverzní analýzy. Cílem je identifikovat takovou množinu vstupních parametrů návrhu, jež koresponduje s požadovanou úrovní spolehlivosti dané konstrukce. Jedná se tedy o inverzní úlohu RBDO definovanou dle vztahu 1.100. Použitý přístup spadá do kategorie PMA (viz kapitola 0.2). Mějme konzolový nosník obdélníkového průřezu výšky h a šířky b . Tento nosník je zatížen dvěma osamělými břemeny (silami P_1 a P_2) umístěnými na konci nosníku (P_2) a ve vzdálenosti L_1 od vetknutého konce nosníku (P_1). Statické schéma úlohy je zachyceno na Obrázku 3.1. Jako selhání nosníku je definována situace, kdy volný konec konzoly dosáhne limitního průhybu $w_{max} = L/100$, kde L je celková délka nosníku. Průhyb volného konce nosníku lze vyčíslit pomocí vztahu:

$$w = \frac{P_1 L_1^3}{3EI} \left(1 + \frac{3L_2}{2L_1}\right) + \frac{P_2 L^3}{3EI} \quad (3.1)$$

Funkce mezního stavu pak lze vyjádřit jako:

$$g = w_{max} - w = \frac{L}{100} - \frac{P_1 L_1^3}{3EI} \left(1 + \frac{3L_2}{2L_1}\right) + \frac{P_2 L^3}{3EI} \quad (3.2)$$



Obr. 3.1: Statické schéma konzolového nosníku

Náhodné proměnné popisující návrhový prostor úlohy jsou vertikální zatížení P_1 a P_2 , modul pružnosti E , pozice vertikální síly P_1 L_1 , šířka průřezu b a výška průřezu h . Celková délka konzoly L je uvažována jako deterministický parametr odpovídající hodnotě $L = 2m$. Byly uvažovány dva různé návrhové případy odpovídající následujícím cílům optimalizace:

1. Hledaným návrhovým parametrem úlohy je střední hodnota výšky průřezu h odpovídající indexu spolehlivosti identifikovanému metodou FORM $\beta_{target}=3$ a pevné hodnotě variačního koeficientu (CoV) výšky průřezu rovné 0.05.
2. Hledaným návrhovým parametrem úlohy je směrodatná odchylka výšky průřezu h pro střední hodnotu $h = 0.5m$ a požadovanou hodnotu indexu spolehlivosti identifikovaného metodou FORM $\beta_{target}=3$.

Stochastický model úlohy je zachycen v Tabulce 3.1. Všechny proměnné byly nejprve uvažovány jako nekorelované. Následně byly definované úlohy řešeny s uvážením existence korelace mezi P_1 a P_2 rovné 0.5 a 0.9. Uvedené korelační koeficienty představují hodnoty Spearmanových koeficientů pořadové korelace 1.1.3. Korelace byly v rámci simulace zaváděna metodikou popsanou v [179].

Tab. 3.1: Stochastický model úlohy

Proměnná	Rozdělení prav.	Střed. hod.	Std	CoV
P_1 [kN]	Lognormal (2 par.)	100	20	0.2
P_2 [kN]	Lognormal (2 par.)	200	50	0.25
E [GPa]	Lognormal (2 par.)	100	15	0.15
L_1 [m]	Rectangular	1	0.2887	0.2887
b [m]	Normal	0.1	0.005	0.05
h [m]	Normal	? / 0.5	- / ?	0.05 / -

Poznámka: Hodnoty h pro případ 1/případ 2

Vyhodnocení indexu spolehlivosti bylo provedeno metodou FORM [60] (viz kapitola 1.4.1). Inicializačními body simulace byly střední hodnoty náhodných proměnných. Hodnota tolerance konvergence byla nastavena na 10^{-6} [113]. Pro potřeby inverzní analýzy bylo pro simulaci hodnot návrhových proměnných v optimalizačním cyklu (viz kapitola 1.7.1) použito rovnoměrné rozdělení. Simulační model optimalizačního cyklu je zachycen v Tabulce 3.2. Parametry a a b představují spodní a horní hranici definovaného rovnoměrného rozdělení simulovaných veličin.

Tab. 3.2: Definice návrhového prostoru pro simulaci v optimalizačním cyklu

Návrhový parametr	Rozdělení prav.	střed. hod.	Std	a	b
střed. hod. (h)-případ 1	Rovnoměrné	0.5	0.0577	0.4	0.6
Std(h)-případ 2	Rovnoměrné	0.06	0.0231	0.02	0.1

Inverzní analýza byla provedena dvojsmyčkovým přístupem (viz kapitola 1.7.1). Výše definovaná hodnota indexu spolehlivosti byla nastavena jako cílová hodnota optimalizačního cyklu. Pro optimalizaci byla použita metoda AMS (viz kapitola 1.6.1).

Celkový počet provedených simulací byl 100. Algoritmus AMS dělil celkový počet simulací do 10 cyklů po 10 simulacích. Rozměr návrhového prostoru byl ve všech dimenzích zmenšován geometrickou řadou s koeficientem 0.45. hodnota koeficientu geometrické řady byla stanovena dle vztahu 1.94) v závislosti na požadované přesnosti řešení, celkovém počtu simulací a původní velikosti návrhového prostoru. Výsledné optimální střední hodnoty výšky průřezu h (v souladu s definicí případu 1) pro velikosti korelace mezi parametry P_1 a P_2 0, 0.5 a 0.9 jsou zachyceny v Tabulce 3.3.

Tab. 3.3: Výsledné střední hodnoty výšky průřezu h v souladu s definicí případu 1

korel. = 0		korel. = 0.5		korel. = 0.9	
střed. hod. (h)	β	střed. hod. (h)	β	střed. hod. (h)	β β_{target}
0.45555	3	0.45971	3	0.46335	3 3

Výsledky optimalizace provedené v souladu s definicí případu 2 jsou k dispozici v Tabulce 3.4. Analýza byla provedena pro stejné úrovně korelace mezi proměnnými P_1 a P_2 jako u případu 1.

Tab. 3.4: Výsledné směrodatné odchylky výšky průřezu h v souladu s definicí případu 2

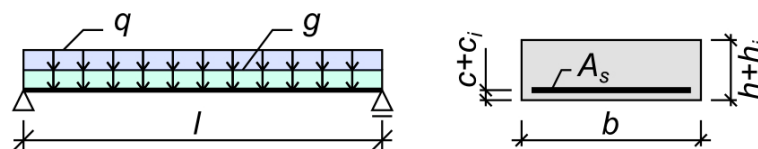
korel. = 0		korel. = 0.5		korel. = 0.9	
std(h)	β	std(h)	β	std(h)	β β_{target}
0.0451	3	0.04388	3	0.04283	3 3

Prezentované výsledky byly rovněž ověřeny inverzní analýzou za pomoci ANN (viz kapitola 1.4.3). Srovnání obou přístupů je k dispozici v [87].

3.2 Jednosměrně vyztužená železobetonová deska

I u následující úlohy jde o inverzní RBDO definovanou dle vztahu 1.100. Použitý přístup spadá do kategorie PMA (viz kapitola 0.2). Mějme jednosměrně vyztuženou železobetonovou desku zatíženou rovnoměrně stálým zatížením g a proměnným zatížením q (viz Obrázek 3.2). Pevnostní třída použitého betonu je C20/25, Ocelová výztuž je třídy B500B. Cílem inverzní úlohy je najít kombinaci výšky desky h a plochy vyztužení desky A_s (viz Obrázek 3.2), jež odpovídá níže definované úrovni spolehlivosti matematického modelu úlohy definovaného dle [24].

Spolehlivost navrhované desky je popsána dvěma mezními stavy. Za mezní stav únosnosti je považována situace, kdy ohybový moment vyvolaný akcemi zatížení M_e



Obr. 3.2: Průřez navrhované desky s statické schéma úlohy

překročí mezní moment únosnosti průřezu M_{Rd} . Cílová hodnota indexu spolehlivosti pro tento mezní stav je $\beta_{1,target} = 3,8$. Za mezní stav použitelnosti je považována situace, kdy průhyb uprostřed desky w_{fin} překročí limitní hodnotu $w_{lim} = l/250$, kde l je kratší rozpětí desky. Cílová hodnota indexu spolehlivosti pro tento mezní stav je $\beta_{2,target} = 1,5$ [24]. Oba mezní stavy jsou popsány následujícími funkcemi mezních stavů g_1 a g_2 :

$$g_1 = M_{Rd} - M_e \quad (3.3)$$

$$g_2 = w_{lim} - w_{fin} \quad (3.4)$$

Moment vyvolaný zatížením M_e a moment únosnosti průřezu M_{Rd} jsou vypočteny jako:

$$M_{Rd} = A_s f_y \left[(h + h_i - c - c_i - \frac{\varphi}{2}) - \frac{1}{2} \frac{A_s f_y}{b f_c} \right] \quad (3.5)$$

$$M_e = \frac{1}{8} (g + q) l^2 \quad (3.6)$$

Kde f_y je mez kluzu oceli, f_c pevnost v tlaku betonu, h_i je odchylka výšky desky, c je hodnota krytí výztuže, c_i je odchylka krytí, b je šířka desky a φ je průměr výztužných tyčí. Průhyb desky w_{fin} můžeme při předpokládané životnosti 50 let a odpovídajícímu zohlednění vlivu dotvarování a smrštění betonu vypočíst jako:

$$w_{fin} = \frac{5}{48} (f_{m1} + f_{m2}) l^2 + \frac{1}{8} r_{cs} l^2 \quad (3.7)$$

Kde M_m je maximální ohybový moment ve středu rozpětí desky, f_{m1} (f_{m2}) je ohybová poddajnost průřezu bez trhlin (s trhlami) a r_{cs} je poloměr křivosti od smrštění. Tabulka 3.5 shrnuje použitý stochastický model konstrukce. Všechny proměnné jsou uvažovány jako nekorelované. Výpočty spolehlivosti byly pro obě definované funkce mezních stavů provedeny metodou FORM. Výchozím bodem simulace byl vektor středních hodnot návrhových parametrů, tolerance konvergence byla nastavena na 10^{-6} . Proměnné A_s a h byly za účelem rovnoměrného pokrytí návrhového prostoru v rámci optimalizační smyčky použitého algoritmu uvažovány s rovnoměrným rozdělením.

Tab. 3.5: Náhodné proměnné pro výpočet spolehlivosti

Proměnná	Jednotka	Rozdělení	μ	σ
g	kN/m	Normální	4,85	0,15
q	kN/m	Gamma (2 par.)	1,87	2,81
h	mm	Deterministický	?	-
h_i	mm	Normální	0,36	4,72
b	m	Deterministický	1,0	-
l	m	Deterministický	3,02	-
c	mm	Deterministický	25	-
c_i	mm	Normální	0	5
A_s	mm^2	Deterministický	?	-
φ	mm	Deterministický	14	-
f_{cm}	MPa	Lognormální (2 par.)	26,78	4,55
f_{ctm}	MPa	Lognormální (2 par.)	2,20	0,37
E_s	GPa	Lognormální (2 par.)	200	10
f_{ym}	MPa	Lognormální (2 par.)	543,5	27,2

Popsaný problém inverzní analýzy je možné chápat jako úlohu spolehlivostní optimalizace definovanou následujícím vztahem:

$$\min(\beta_{1,form} - \beta_{1,target}) \wedge \min(\beta_{2,form} - \beta_{2,target}) \quad (3.8)$$

kde $\beta_{1,form}$ a $\beta_{2,form} \in \mathbb{R}$ představují indexy spolehlivosti získané metodou FORM pro funkce mezních stavů definované vztahy 3.3 a 3.4.

Za předpokladu existence omezujících podmínek definovaných vztahy:

$$h \in \langle 120, 160 \rangle \quad (3.9)$$

$$A_s \in \langle 900, 1300 \rangle \quad (3.10)$$

Návrhový prostor optimalizační úlohy byl definován v souladu s daty uvedenými v tabulce 3.6.

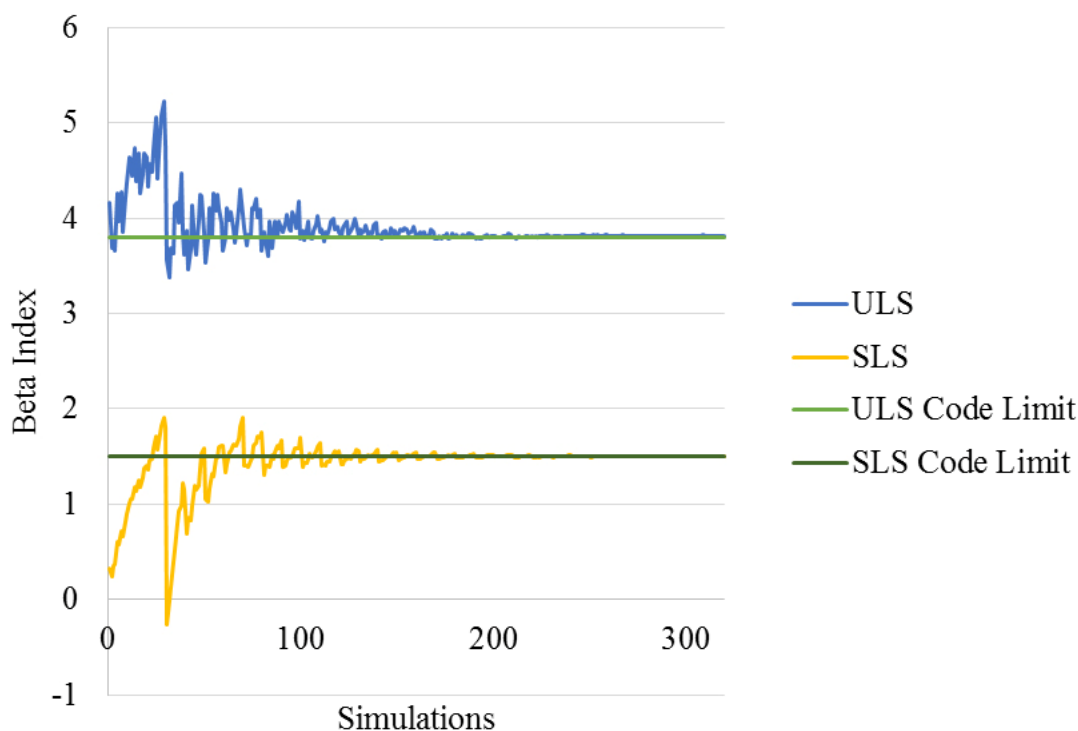
Tab. 3.6: Návrhový prostor optimalizační úlohy

Návrhový param.	Jednotka	Rozdělení	a	b
h	mm	Rovnoměrné	120	160
A_s	mm^2	Rovnoměrné	900	1300

Během řešení byl použit double loop přístup s využitím optimalizační metody AMS (viz kapitola 1.6.1). Celkový počet provedených simulací byl 300. Simulace byly rozděleny do 30 úrovní a k redukcí velikosti vzorkovacího prostoru byla použita konvergentní geometrická řada s koeficientem 0,815 stanoveným dle 1.94. Výsledky optimalizace jsou shrnuty v Tabulce 3.7. Na Obrázku 3.3 je zachycen graf zobrazující postupnou konvergenci jednotlivých realizací směrem k hledanému řešení.

Tab. 3.7: Výsledky optimalizace

Parametr	Výsledná hodnota	β_1	$\beta_{1,target}$	β_2	$\beta_{2,target}$
h [mm]	158.055	3.815	3.8	1.50001	1.5
A_s [mm ²]	673				



Obr. 3.3: Postupná konvergence výpočtu směrem k hledanému řešení

Popsaná úloha je příkladem multikriteriální spolehlivostní optimalizace analyticky definovaného modelu. Uvedené výsledky byly potvrzeny inverzní analýzou s využitím umělých neuronových sítí [87].

3.3 Inverzní analýza dodatečně předpjatého mostu

Zájmová stavba silničního mostu o jednom poli přes jednokolejnou železnici je situována poblíž vesnice Uherský Ostroh. V roce 2007 byla provedena diagnostická prohlídka mostu. Mostovka je vynášena dvanácti prefabrikovanými dodatečně předpínanými nosníky typu MPD3 (nosníky po stranách) a MPD4 (uprostřed) jež byly využívány pro konstrukce mostních desek do rozpětí 18m od roku 1955. Každý z MPD nosníků je složen z 6 segmentů spojených příčnými spárami (viz Obrázek 3.4). Jedná se opět inverzní úlohu RBDO definovanou dle vztahu 1.100. Použitý přístup spadá do kategorie PMA (viz kapitola 0.2).

Numerický model byl vytvořen v programu ATENA [28]. Pro beton byl použit materiálový model 3D NonLinear Cementitious 2. Předpínací kabely a ocelová výztuž byly modelovány pomocí rozptýleného vyztužení. Materiálový model výztuže pracoval s bilineárním pracovním diagramem se zpevněním. Byly modelovány tyto zatěžovací stavy: vlastní tíha konstrukce, podélné předpětí, sekundární stálé zatížení a nahodilé zatížení vlivem dopravy. Kritické zatěžovací schéma reflektuje situaci kdy je mostovka plně obsazena třinápravovými vozidly v obou jízdních pruzích a zatížena rovnoměrným zatížením podél šířky mostu (details jsou k dispozici v [126]). Výpočtový model konstrukce spolu se zatěžovacím schématem je zachycen na Obrázek 3.5. Zatížení vnášené jednotlivými nápravami je modelováno pomocí ekvivalentního přepočtu na rovnoměrné zatížení jízdních pruhů.

V rámci tvorby stochastického modelu byly vstupní parametry numerického modelu znáhodněny pomocí softwaru FReET [114]. Stochastické parametry návrhových proměnných byly definovány na základě výsledků diagnostické prohlídky a v souladu s doporučeními JCSS [66] a TP 224 [100]. Definice stochastického modelu je prezentována v rámci tabulky 3.8. Velikosti předpínacích sil jsou definovány pomocí jejich středních hodnot při zohlednění krátkodobých a dlouhodobých ztrát předpětí dle [24]. Stochastický model ztrát byl rovněž definován v souladu s doporučeními JCSS. Zatížení dopravou bylo uvažováno jako deterministické. Statistická korelace mezi jednotlivými parametry materiálových modelů byla zavedena pomocí optimalizace metodou Simulovaného žíhaní [179]. Použitá korelační matice je zachycena v Tabulce 3.9. Uvedené byly definovány na základě dřívějších testů a doporučení uvedených v [66]. Diagnostická prohlídka provedená in situ poukázala na částečnou degradaci konstrukce a nejistoty spojené s určením skutečné hodnoty pevnosti betonu příčných spár a skutečné ztráty předpětí. S ohledem na zásadní význam těchto veličin bylo cílem provedené analýzy určit kritické hodnoty modelových nejistot zajišťující minimální požadovanou úroveň spolehlivosti a minimální únosnost požadovanou provozovatelem mostu.

Byla provedena identifikace dvou parametrů stochastického modelu – střední hod-

noty tahové pevnosti betonu příčných spár f_{ts} a střední hodnoty předpínací síly ΔP . Byly uvažovány dva mezní stavy použitelnosti:

- Mez dekomprese průřezu (MSPD)
- Mez vzniku ohybových trhlin (MSPT)

Cílové hodnoty indexu spolehlivosti byly uvažovány jako $\beta_1 = 0$ pro MSPD a $\beta_2 = 1, 3$ pro MSPT. Na základě diagnostické prohlídky a požadavků provozovatele mostu byla stanovena omezující podmínka minimální požadované zatížitelnosti 25 tun.

Tab. 3.8: Použitý stochastický model

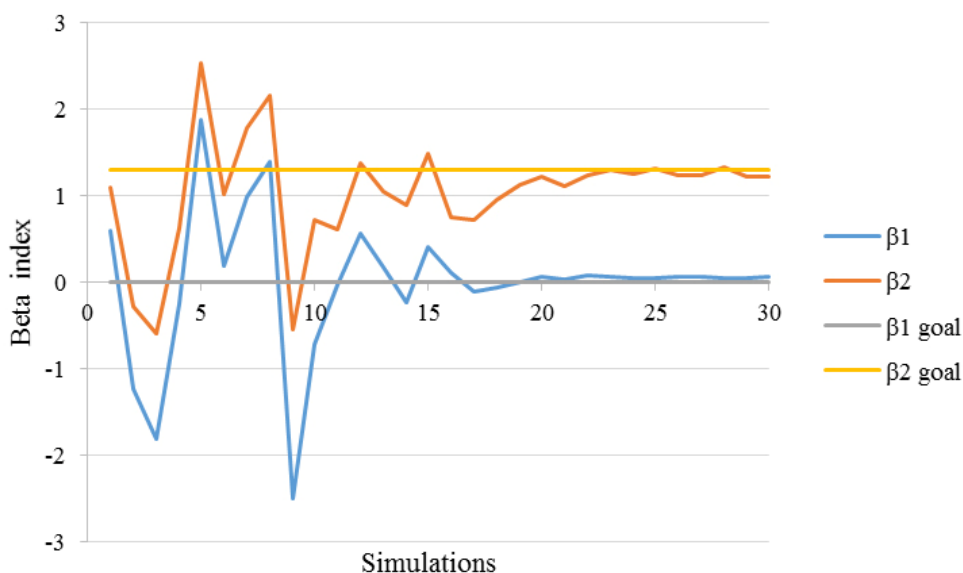
Parametr	Symbol	Jednotka	PDF	μ	CoV
Betonové segmenty:					
Modul pružnosti	$E_{c,s}$	[GPa]	Lognorm. (2 p.)	37.2	0.1
Tahová pevnost	$f_{t,s}$	[MPa]	Weibull min (2 p.)	3.301	0.15
Tlaková pevnost	$f_{c,s}$	[MPa]	Lognorm. (2 p.)	43.35	0.08
Lomová energie	$G_{f,s}$	[N/m]	Weibull min (2 p.)	82.51	0.15
Objemová hmotnost	ρ_s	[kN/m ³]	Normalní	23.8	0.04
Beton příčných spár:					
Modul pružnosti	$E_{c,j}$	[GPa]	Lognorm. (2 p.)	26.81	0.15
Tahová pevnost	$f_{t,j}$	[MPa]	Weibull min (2 p.)	1.913	0.35
Tlaková pevnost	$f_{c,j}$	[MPa]	Triangulární	19.13	0.23
Lomová energie	$G_{f,j}$	[N/m]	Weibull min (2 p.)	47.82	0.25
Objemová hmotnost	ρ_j	[kN/m ³]	Normalní	23.8	0.04
Předpínací kabely:					
Modul pružnosti	E_p	[GPa]	Normalní	190	0.03
Mez kluzu	$f_{y,p}$	[MPa]	Normalní	1248	0.03
Mez pevnosti	$f_{u,p}$	[MPa]	Normalní	1716	0.03
Předpínací síla 1	P_1	[MN]	Normalní	14.2	0.09
Předpínací síla 2	P_2	[MN]	Normalní	10.05	0.09
Předpínací síly 3 a 4	P_3, P_4	[MN]	Normalní	3.449	0.09
Zatížení:					
Ostatní stálé zatížení	g_1	[kN/m]	Normalní	65.55	0.05
Dopravní zatížení	V_n	[t]	Deterministické	V_n	-

Spolehlivostní optimalizace proběhla s využitím metody AMS. Celkový počet generovaných a vyčíslených simulací byl 960. Redukce velikosti vzorkovacího prostoru proběhla dle konvergentní geometrické řady s koeficientem definovaným dle vztahu 1.94. Hodnota první cílové funkce β_1 závisí čistě na velikosti předpínací síly a je

Tab. 3.9: Korelační matice úlohy

Parametr	E_c	f_t	f_c	G_f	ρ	$f_{y,p}$	$f_{u,p}$	E_p	$P_1 \sim P_4$
E_c	1	0	0.3	0	0	0	0	0	0
f_t	0	1	0.4	0.8	0	0	0	0	0
f_c	0.3	0.4	1	0	0	0	0	0	0
G_f	0	0.8	0	1	0	0	0	0	0
ρ	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$f_{y,p}$	0	0	0	0	0	1	0.9	0.5	0
$f_{u,p}$	0	0	0	0	0	0.9	1	0.5	0
E_p	0	0	0	0	0	1	0	1	0
$P_1 \sim P_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	1

zcela nezávislá na tahové pevnosti betonu příčných spár. Nejprve proto byla provedena identifikace předpínací síly odpovídající cílové hodnotě indexu spolehlivosti pro MSPD. Následně byla tato hodnota zafixována a výpočet pokračoval se známou střední hodnotou ΔP definovanou v dalším průběhu optimalizačního cyklu deterministicky. Následně byla identifikována střední hodnota tahové pevnosti betonu příčných spár f_{ts} . Optimalizované návrhové parametry spolu se srovnáním požadované a dosažené úrovně spolehlivosti jsou uvedeny v tabulce 3.10.



Obr. 3.6: Postupná konvergence hodnot indexů spolehlivosti směrem k hledanému řešení

Tab. 3.10: Výsledky optimalizace

Návrhový parametr	Hodnota	β_1	$\beta_{1,target}$	β_2	$\beta_{2,target}$
ΔP [%]	15.094	0.06382	0	1.30336	1.3
f_t [MPa]	2.88				

3.4 IRBO - Analytické úlohy

Následující kapitola obsahuje analyticky definované příklady aplikace metodiky popsané v kapitole 1.7.2. Použitá metodika spadá mezi SLA přístupy (viz kapitola 0.2). Uvedené příklady byly převzaty z [89]. Výsledky aplikace IRBO na vybrané příklady byly publikovány v [148]. Uvedené příklady demonstrují aplikovatelnost postupu popsaného v kapitole 1.7.2 na úlohy různé struktury. Získané výsledky byly ověřeny srovnáním s daty publikovanými v [89].

Uvedené optimalizační úlohy rozdělují set argumentů optimalizované funkce na sadu závislých a nezávislých proměnných. Před spuštěním optimalizačního algoritmu byla provedena simulace v rámci návrhového prostoru. Pro simulované vektory vstupních hodnot byla vyhodnocena spolehlivost ve formě hodnoty indexu spolehlivosti β získaného metodou FORM [60]. Výsledkem procesu jsou páry vstupních vektorů a příslušných hodnot indexu spolehlivosti. S pomocí získaných dat byla natrénována ANN (viz kapitola 1.4.3) tak, aby při zadání nezávislých argumentů a požadované úrovně spolehlivosti vrátila hodnoty závislých parametrů garantující definovanou hodnotu indexu spolehlivosti β . Uvedený přístup aproximuje vnitřní smyčku double loop přístupu (viz kapitola 1.7.1) neuronovou sítí a umožňuje zásadní redukci výpočetních nároků.

Všechny uvedené příklady využívají metody FORM ve verzi implementované v rámci spolehlivostní softwaru FReET [113]. Ve všech případech byly jako startovní bod optimalizační úlohy nalezení návrhového bodu (viz kapitola 1.4.1) použity střední hodnoty náhodných proměnných. Tolerance konvergence byla u všech příkladů nastavena na hodnotu 10^{-6} .

U všech prezentovaných příkladů prokázala metodika popsaná v kapitole 1.7.2 schopnost nalézt optimální řešení pro definované úrovně spolehlivosti.

3.4.1 Příklad 1

Příklad 1 demonstruje aplikaci IRBO na úlohu minimalizace analyticky definované cílové funkce. Úloha představuje trojdimenzionální optimalizační problém řešený za existence čtyřdimenzionální spolehlivostní úlohy pro definici jedné z omezujících

podmínek. Zbylé tři deterministicky definované omezující podmínky vymezují geometrii návrhového prostoru úlohy. Optimalizační problém je definována jako:

$$\arg \min(F = 2d_1^2 + 3d_2^2 + 5d_3^2) \quad (3.11)$$

kde:

$$d_1 \in \langle 0; 2 \rangle, d_2 > 0, d_3 > 0 \quad (3.12)$$

Funkce mezního stavu je definována vztahem 3.13. Stochastický model úlohy je zachycen v tabulce 3.11. Hodnoty d_1 , d_2 a d_3 odpovídají středním hodnotám parametrů x_1 , x_2 a x_3 uvedeným v rámci vztahu 3.13. Cílem optimalizace je identifikace takové sady uvedených argumentů d_1 , d_2 a d_3 jež minimalizuje definovaný problém a přibližně splní požadavek na definovanou hodnotu indexu spolehlivosti β_{target} vyhodnoceného metodou FORM pro funkci mezního stavu danou vztahem 3.13. Úloha byla řešena pro $\beta_{target} = 1, 2, 3$ a 4 . Mezi jednotlivými proměnnými stochastického modelu definovaného v Tabulce 3.11 není uvažována žádná korelace.

$$G = x_1^2 + x_2x_3 - x_4 \quad (3.13)$$

Tab. 3.11: Stochastický model příkladu 1

Proměnná	Rozdělení	Std	CoV
x1	Normální	?	0.2
x2	Lognormální (2par)	?	0.1
x3	Lognormální (2par)	?	0.1
x4	Lognormální (2par)	100	0.1

Tabulka 3.12 zachycuje definici návrhového prostoru optimalizační úlohy. Parametry d_1 a d_2 byly uvažovány jako nezávislé, zatímco parametr d_3 jako závislý. Pro každou kombinaci parametrů d_1 a d_2 byl v optimalizačním cyklu vyhodnocen pomocí ANN parametr d_3 zajišťující definovanou hodnotu indexu spolehlivosti. Hodnoty a a b uvedené v Tabulce 3.12 představují parametry rovnoměrného rozdělení optimalizovaných parametrů.

Tab. 3.12: Definice veličin pro randomizaci v optimalizačním cyklu

Argument	Rozdělení	Střed. hod.	Std	a	b
d_1 (nez.)	Rovnoměrné	1	0.577350269	0	2
d_2 (nez.)	Rovnoměrné	1.75	1.010362971	0	3.5
d_3 (zav.)	Rovnoměrné	5	1.732050808	2	8

Pro přípravu ANN bylo v rámci návrhového prostoru pomocí metody LHS mean (viz kapitola 1.3.2) vygenerováno 100 simulací pro něž byla vyčíslena hodnota indexu spolehlivosti (pomocí metody FORM). Struktura ANN obsahovala jednu skrytou vrstvu s 5 neurony obsahujícími nelineární funkce (transferové funkce v podobě hyperbolických tangent) a výstupní vrstvu s jedním lineárním neuronem korespondující s hledaným výstupním parametrem d_3 . Síť měla tři vstupy v podobě nezávislých argumentů d_1 , d_2 a požadované hodnoty indexu spolehlivosti β_{target} . Samotná optimalizační úloha byla řešena pomocí algoritmu AMS (viz kapitola 1.6.1). Celkový počet simulací provedený v optimalizačním cyklu byl 300 (10 cyklů po 30 simulacích). Koeficient geometrické řady redukce velikosti návrhového prostoru daný vztahem 1.94 byl roven 0,7. Dosažené výsledky optimalizace pro různě definované hodnoty β_{target} jsou shrnuty v Tabulce 3.13

Tab. 3.13: Výsledky pro různé hodnoty indexu spolehlivosti

β_{target}	d_1	d_2	d_3	F	β
1	1.9991	12.1542	9.46358	898.9610	1.0008
2	1.9990	13.2645	10.3309	1069.4700	1.9984
3	1.9991	14.5165	11.2518	1273.2000	3.0004
4	1.9999	15.8331	12.3114	1517.9100	4.0108

3.4.2 Příklad 2

Druhý uvedený příklad demonstruje schopnost algoritmu IRBO najít kombinaci různých statistických parametrů vstupních veličin. Řešená úloha je definována následujícím způsobem:

$$\arg \min(F = 2d_1^2 + 3(4 - d_2)^2 + 4d_3^2) \quad (3.14)$$

kde:

$$d_2 \in (0; 3.5), d_1 > 0, d_3 > 0 \quad (3.15)$$

za existence spolehlivostního omezení:

$$\beta \approx \beta_{target} \quad (3.16)$$

kde β je index spolehlivosti vypočtený metodou FORM pro funkci mezního stavu definovanou dle vztahu 3.17 a β_{target} je požadovaná hodnota indexu spolehlivosti.

$$G = x_1^2 + x_2x_3 - x_4 \quad (3.17)$$

náhodné veličiny x_1 , x_2 , x_3 a x_4 jsou definovány v Tabulce 3.14, přičemž hodnota argumentu d_1 odpovídá střední hodnotě náhodné veličiny x_1 , hodnota argumentu d_2 odpovídá směrodatné odchylce veličiny x_2 a hodnota argumentu d_3 odpovídá střední hodnotě veličiny x_3 . Příklad 2 uvažuje hodnotu Spearmanova korelačního koeficientu mezi proměnnými x_2 a x_3 rovnu 0,8.

Tab. 3.14: Stochastický model proměnných funkce mezního stavu definované vztahem 3.17

Proměnná	Rozdělení	Střed. hod.	CoV
x1	Normalní	?	0.1
x2	Lognormalní (2 par.)	40.0	?
x3	Lognormalní (2 par.)	?	0.2
x4	Lognormalní (2 par.)	100.0	0.1

Cílem optimalizace bylo opět nalezení takové sady uvedených argumentů d_1 , d_2 a d_3 jež minimalizuje problém definovaný vztahem 3.14 a přibližně splní požadavek na definovanou hodnotu indexu spolehlivosti β_{target} . Struktura ANN v rámci vnitřní smyčky odpovídá definici v příkladu 1 (viz kapitola 3.4.1). Pro potřeby optimalizace byl opět použit algoritmus AMS. Celkový počet simulací provedený v optimalizačním cyklu byl 3000 (10 cyklů po 300 simulacích). Koeficient geometrické řady redukce velikosti návrhového prostoru daný vztahem 1.94 byl roven 0,7. Tabulka 3.15 obsahuje definici návrhového prostoru optimalizační úlohy. Dosažené výsledky optimalizace pro různě definované hodnoty β_{target} jsou shrnuty v Tabulce 3.16.

Tab. 3.15: Model pro simulaci v rámci optimalizačního cyklu úlohy

Argument	Rozdělení	Střed. hod.	Std	a	b
d_1	Rovnoměrné	1	0.58	0	2
d_2	Rovnoměrné	1.75	1.01	0	3.5
d_3	Rovnoměrné	5	1.73	2	8

Tab. 3.16: Výsledky optimalizace pro různé hodnoty indexu spolehlivosti

β_{target}	d_1	d_2	d_3	F	β
1	0.001483	3.49917	3.37204	46.2351	0.96538
2	6.27E-06	2.94042	4.42049	81.531	1.9794
3	0.932401	1.56656	5.31305	132.418	2.9685
4	0.995156	0.33014	6.24832	198.55	3.994

3.4.3 Příklad 3

Příklad 3 představuje případ čtyřdimenzionální úlohy spolehlivostní optimalizace s vnořenou čtyřdimenzionální spolehlivostní úlohou v rámci vnitřní smyčky dvojsmyčkového přístupu (viz kapitola 1.7.1). Oproti ostatním uvedeným příkladům zahrnuje příklad 3 dvě spolehlivostní omezení. Optimalizační problém je definován následujícím způsobem:

$$\arg \min(F = d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + (6 - d_4)^2) \quad (3.18)$$

za předpokladu existence spolehlivostních omezení:

$$\beta_1 \approx \beta_{1,target}, \beta_2 \approx \beta_{2,target} \quad (3.19)$$

kde β_1 a β_2 jsou indexy spolehlivosti vypočtené metodou FORM pro funkce mezního stavu definované vztahy 3.20 a 3.21. $\beta_{1,target}$ a $\beta_{2,target}$ jsou požadované hodnoty indexů spolehlivosti.

$$G_1 = 4x_1x_3 + 2x_2 - x_4^2 \quad (3.20)$$

$$G_2 = x_1x_2x_3 + 2x_2x_4 \quad (3.21)$$

Argument výrazu 3.18 d_1 , d_2 , d_3 a d_4 odpovídají středním hodnotám proměnných x_1 , x_2 , x_3 a x_4 . Stochastický model úlohy je zachycen v Tabulce 3.17.

Tab. 3.17: Stochastický model úlohy

Proměnná	Rozdělení.	Střed. Hod.	CoV
x_1	Normální	?	0.2
x_2	Lognormální (2par)	?	0.1
x_3	Lognormální (2par)	?	0.1
x_4	Normální	?	0.1

Argumenty d_1 a d_2 byly uvažovány jako nezávislé proměnné. Argumenty d_3 a d_4 představují závislé proměnné. ANN byla natrénována pomocí sady 100 simulací. Struktura ANN obsahovala 1 skrytou vrstvu s 5 nelineárními neurony (transferové funkce v podobě hyperbolických tangent) a výstupní vrstvu se dvěma lineárními neurony korespondujícím s hledanými výstupními argumenty d_3 a d_4 . Síť měla 4 vstupy v podobě nezávislých argumentů d_1 , d_2 a požadovaných hodnot indexů spolehlivosti $\beta_{1,target}$ a $\beta_{2,target}$. Tabulka 3.18 obsahuje popis proměnných pro simulaci v rámci návrhového prostoru optimalizační úlohy.

Tab. 3.18: Model pro simulaci v rámci návrhového prostoru optimalizační úlohy

Argument	Rozdělení	Střed. hod.	Std	a	b
d_1	Rovnoměrné	2.25	0.433012702	1.5	3
d_2	Rovnoměrné	2.25	0.433012702	1.5	3
d_3	Rovnoměrné	2.25	0.433012702	1.5	3
d_4	Rovnoměrné	3.75	0.721687836	2.5	5

Pro optimalizaci byla použita metoda AMS. Průběh optimalizace byl rozdělen do 30 cyklů po 1000 simulacích. Koefficient geometrické řady cílení nastavený dle vztahu 1.94 byl roven 0.66. Výsledky optimalizace pro různě definované cílové hodnoty indexů spolehlivosti jsou k dispozici v tabulce 3.19.

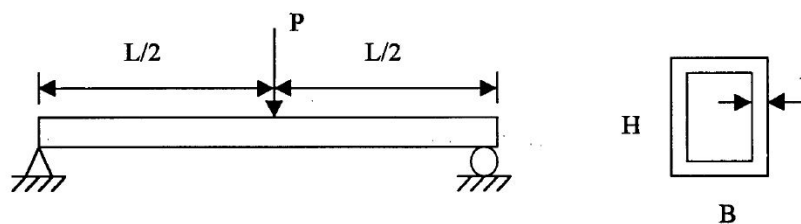
Tab. 3.19: Výsledky optimalizace

$\beta_{1,target}$	$\beta_{2,target}$	d_1	d_2	d_3	d_4	F	β_1	β_2
2	2.5	2.74319	2.62824	2.72537	4.45494	24.2475	2.0001	2.491
2.5	2.5	2.69924	2.50194	2.63235	4.01811	24.4028	2.504	2.4986
3	2.5	2.61711	2.39156	2.54392	3.58697	24.8631	3.0047	2.5068
3	2	2.41963	2.14698	2.36201	3.33614	23.1394	3.0185	2.0072
3	1.5	2.2527	1.93287	2.25505	3.1426	22.0606	3.0339	1.5192
3	1	2.10863	1.74846	2.18266	2.99708	21.285	3.0213	1.0237

3.4.4 Příklad 4

Příklad 4 představuje ukázkou praktické aplikace IRBO. Mějme prostě podepřený nosník zachycený na Obrázku 3.7, tvořený obdélníkovým tenkostěnným profilem. Nosník je zatížen osamělým břemenem ve středu rozpětí. Osová vzdálenost podpor nosníku je uvažována jako deterministická hodnota rovna $3.048m$. Modul pružnosti E , síla vyvolaná osamělým břemenem P a rozměry průřezu t , B , H jsou uvažovány jako náhodné proměnné. Statistický popis náhodných proměnných je uveden v rámci Tabulky 3.20. Tloušťka stěny průřezu t a šířka průřezu B jsou uvažovány jako nezávislé proměnné. Výška průřezu H je závislou proměnnou. Cílem optimalizace je minimalizovat průřezovou plochu A_c s omezující podmínkou danou definovanou pravděpodobností překročení limitní hodnoty průhybu ve středu nosníku rovné $0.00102m$. Požadovaná hodnota pravděpodobnosti překročení tohoto mezního stavu je vyjádřena cílovou hodnotou indexu spolehlivosti β_{target} . Úloha byla řešena pro hodnoty $\beta_{target} = 1, 3.09$ a 5 .

Popsaná úloha tedy může být definována takto:



Obr. 3.7: Statické schéma řešené úlohy a geometrie průřezu

$$\arg \min(A_c = B_m H_m - (B_m - 2t_m)(H_m - 2t_m)) \quad (3.22)$$

omezeno:

$$0.00254m \leq t_m \leq 0.0127m, B_m \geq 0.0127m, H_m \leq 0.381m \quad (3.23)$$

kde index m u hodnot t , B a H indikuje užití středních hodnot těchto veličin. Definice úlohy předpokládá existenci spolehlivostního omezení:

$$\beta \approx \beta_{target} \quad (3.24)$$

kde β je index spolehlivosti vypočtený metodou FORM pro funkci mezního stavu definovanou dle vztahu 3.25 a β_{target} je požadovaná hodnota indexu spolehlivosti.

$$G = 1.016 - \frac{PL^3}{48EI} 10^9 \quad (3.25)$$

kde:

$$I = \frac{1}{12}BH^3 - \frac{1}{12}(B - 2t)(H - 2t) \quad (3.26)$$

Tabulka 3.20 obsahuje stochastický model úlohy. Postup řešení a způsob přípravy ANN koresponduje s postupem výše uvedených příkladů (1 a 2, viz kapitoly 3.4.1 a 3.4.2). Tabulka 3.21 zachycuje model pro simulaci v rámci návrhového prostoru optimalizační úlohy.

Tabulka 3.22 shrnuje výsledky optimalizace pro definované hodnoty indexu spolehlivosti β_{target} .

Tab. 3.20: Stochastický model úlohy

Proměnná	Rozdělení	Střed. hod.	CoV
L	Deterministický par.	3.048	-
E	Normální	200	0.1
P	Normální	4.448	0.1
t	Normální	?	0.1
B	Normální	?	0.1
H	Normální	?	0.1

Tab. 3.21: Model pro simulaci v rámci návrhového prostoru optimalizační úlohy

Argument	Rozdělení	Střed. hod.	Std	a	b
t_m	Rovnoměrné	3.25	0.433013	2.5	4
B_m	Rovnoměrné	210	51.96152	120	300
H_m	Rovnoměrné	325	43.30127	250	400

Tab. 3.22: Výsledky optimalizace pro různé hodnoty cílových indexů spolehlivosti

β_{target}	t_m	B_m	H_m	F	β
1	2.54	127	259.511	1937.67	0.99656
3.09	2.54	127	350.395	2399.36	3.0847
5	2.54	297.053	381	3418.7	5.0005

4 KOMPLEXNÍ PŘÍSTUP K VÝVOJI PŘEDPJTÝCH STŘEŠNÍCH NOSNÍKŮ

4.1 Úvod

Smyková únosnost předpjatých betonových nosníků je ovlivňována řadou netriviálních faktorů. Jedná se úlohy víceosé napjatosti. Posuzované kontinuum je silně anizotropní vlivem přítomnosti diagonálních smykových trhlin. Postupné narůstání smykových trhlin má navíc za následek silnou nelinearitu analyzovaného problému. Další komplikace pak představují složité modely popisující interakci mezi betonem a výztuží (bond) a zpravidla křehké porušení předpjatých prvků na mezi únosnosti. Během posledních desetiletí byla provedena celá řada experimentů (souhrn je k dispozici v [35] s cílem objasnit mechanismus smykového porušení předpjatých prvků. Doposud používané výpočetní postupy a normová doporučení jsou nyní postupně revidovány. Většinu nově navrhovaných modelů tvoří aproximace odvozené na základě empiricky získaných dat [6], 25, zjednodušených fyzikálních modelů [96] či lomově mechanických popisů betonu. Dostatečně přesného popisu chování smykem namáhaných předpjatých nosníků je možné docílit využitím nelineárního modelování metodou konečných prvků (dále NMMKP) [165].

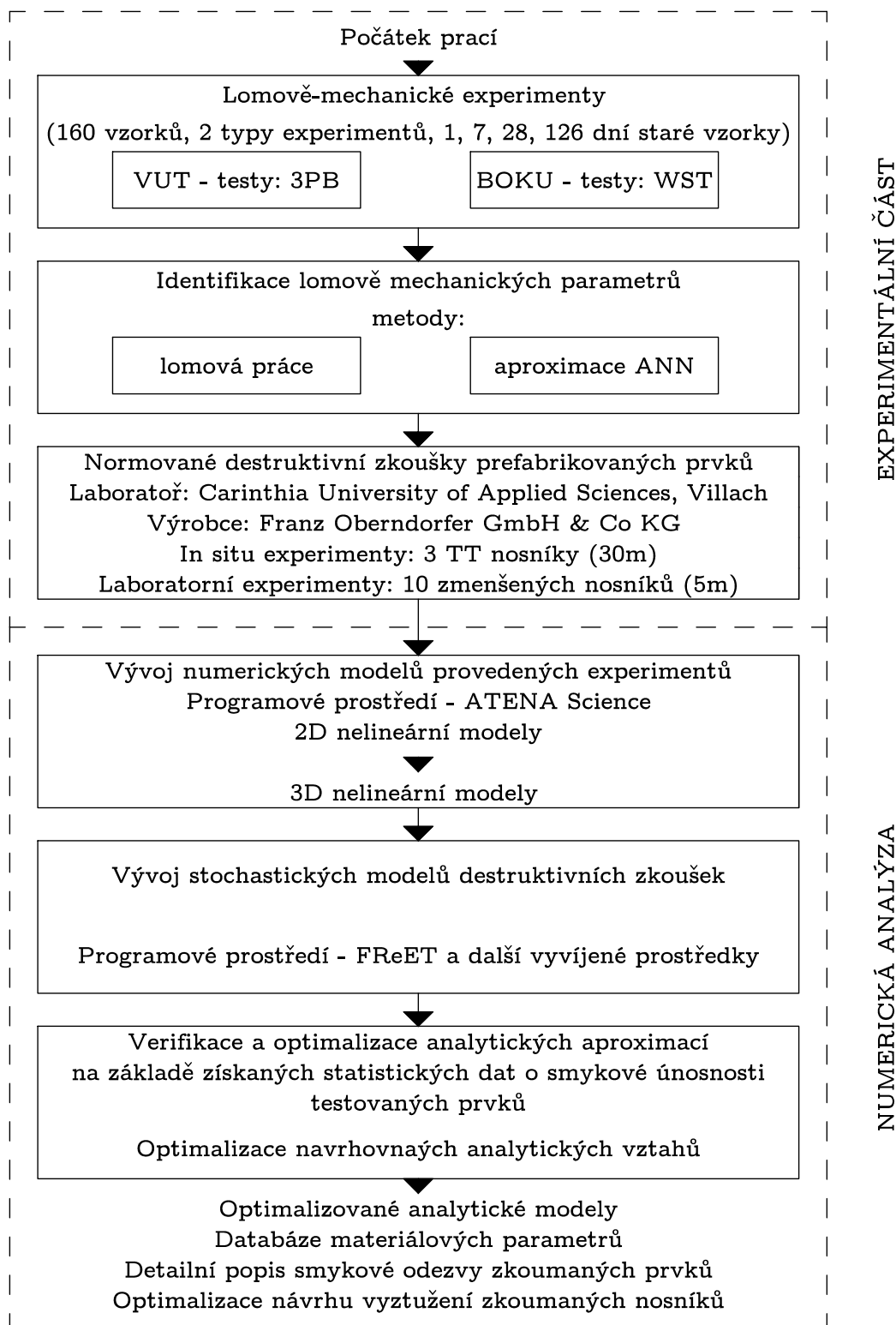
4.1.1 Motivace

Účinná aplikace NMMKP vyžaduje podrobné znalosti experimentálně získaných lomově mechanických parametrů používané betonové směsi. Vývoj nelineárního modelu konstrukce rovněž představuje zdoluhavý proces, jehož výsledky lze plně ověřit pouze v případě dostupnosti dat o průběhu destruktivního experimentu se skutečným konstrukčním prvkem. Potřebné experimenty představují nemalou finanční a časovou investici. Náročnost analýz často vede projektanty k přijetí zjednodušujících předpokladů. Tato zjednodušení pak mohou vést ke značnému zkreslení dosažených výsledků (viz kapitola 4.3.4). Současné normové předpisy stále nedefinují jasný rámec pro využití praktické NMMKP. Odpovědné posouzení výsledků pak může být provedeno pouze zkušeným odborníkem. Popsané komplikace brání rutinnímu využití NMMKP při analýze smykového chování konstrukcí navrhovaných v praxi.

NMMKP lze dnes s výhodou používat v oblastech, kde zisky plynoucí z opakované výroby optimálně navržených (detailně analyzovaných) prvků vyváží nemalé náklady na provedení potřebných experimentů a analýz. Ideální aplikační oblastí pro NMMKP je vývoj prefabrikátů ve velkých betonárnách. NMMKP ve spojení

se znalostí stochastických atributů vstupních parametrů pak může sloužit k virtuálnímu rozšíření množiny reálně provedených (nákladných) experimentů. Stochastické NMMKP může poskytnout informace nejen o konkrétních hodnotách sledovaných výstupů (např. odezvy konstrukce) spojených s jednotlivými realizacemi, ale i o jejich statistických parametrech (např. středních hodnotách, směrodatných odchylkách atd.) [167]. Další oblasti využití pokročilých modelů pak může být spolehlivostní optimalizace konstrukce předpjatých prvků. Data získaná stochastickým NMMKP lze rovněž využít ke kalibraci analytických aproximací pro výpočet smykové únosnosti používaných ve stavební praxi [75]. Dlouhodobý vývoj v oblasti výpočetní techniky, softwaru, metodiky modelování a v neposlední řadě normového rámce pomalu posouvá NMMKP směrem k rutinnímu využití ve stavební praxi.

Tato kapitola je věnována popisu dlouhodobého vývoje postupů numerického modelování produktů firmy Franz Oberndorfer GmbH & Co KG zabývající se výrobou prefabrikovaných betonových konstrukčních prvků. V první fázi spolupráce s uvedenou firmou došlo k provedení lomových experimentů u dvou betonových směsí běžně používaných pro výrobu prefabrikátů (viz kapitola 4.2.1). Tyto experimenty byly provedeny ve spolupráci dvou laboratoří. Testy tříbodovým ohybem byly provedeny na Vysokém Učení Technickém v Brně [180]. Testy vtláčováním klínu do zářezu zkušebního vzorku byly provedeny na University of Natural Resources and Life Sciences ve Vídni [169]. Výsledky experimentů byly následně použity k identifikaci materiálových parametrů [106], [134], [161] užívaných v rámci numerických modelů betonu v balíku programů ATENA [28]. Následně byly v laboratoři Carinthia University of Applied Sciences provedeny a vyhodnoceny smykové destruktivní zkoušky 10 zmenšených modelů předpjatých střešních nosníků vyráběných firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG [162]. Testy byly dále doplněny in situ zatěžovacími zkouškami předpjatých TT nosníků plné velikosti. Následovalo podrobné numerické modelování provedených experimentů [152] (viz kapitola 4.2). S pomocí vytvořených deterministických modelů a na základě znalosti stochastických vlastností materiálových parametrů používaných betonových směsí byly vytvořeny stochastické modely smykové odezvy testovaných nosníků [167] viz kapitola 4.4. Celý proces byl zakončen spolehlivostní optimalizací konstrukce předpjatého střešního nosníku LDE7 (viz kapitola 4.5). Schéma celého postupu je zachyceno na Obrázku 4.1. V rámci popsaného procesu byly vytvořeny podkladové materiály sloužící jako návod pro deterministické a stochastické modelování produktů uvedené firmy [111]. Vytvořené numerické modely rovněž slouží výukovým a výzkumným účelům [83] a jsou používány pro účely parametrických studií na University of Natural Resources and Life Sciences.



Obr. 4.1: Postup prací při modelování a optimalizaci předpjatých prefabrikovaných prvků vyráběných firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG

4.1.2 Analýza smykové únosnosti - stav poznání

V současnosti máme k dispozici řadu komplexních modelů schopných popisu nelineární odezvy betonových konstrukčních prvků na smykové namáhání. Pro účely praktického využití při návrhu nově budovaných konstrukcí je však numerické modelování příliš nákladné a zdlouhavé. Vzniklo proto množství zjednodušených částečně empirických vztahů z nichž některé byly později implementovány European Committee for Standardization's design codes [24] do normových standardů. Je třeba podotknout, že oblast účinného využití zjednodušených analytických aproximací může být omezena pouze na problémy přibližně odpovídající experimentálním situacím, jež byly použity k odvození těchto vztahů. Můžeme se tedy setkat s případy, kdy je rozptyl předpovědí získaných zjednodušenými normovými vztahy výrazně vyšší než u výsledků ověřených experimenty [132]. Dříve publikované studie [138] poukazují na skutečnost, že analytické vztahy použité v rámci Eurocode 2 (Dále jen EC-2) v určitých případech nadhodnocují či dokonce podhodnocují hodnotu smykové únosnosti posuzovaných prvků v závislosti na typu použitého kameniva či geometrii posuzovaného průřezu a nezohledňují tak klíčové aspekty návrhu [34].

Modely výpočtu smykové únosnosti prvků namáhaných posouvající silou

Lze tedy konstatovat, že doposud není k dispozici obecně přijímaný zjednodušený mechanický model pro výpočet smykové únosnosti železobetonových prvků. Problém je nejvíce patrný v případech stanovení smykové únosnosti předpjatých prvků bez smykové výztuže. Normové definice a vztahy by měly v rámci vymezené oblasti své definice pokrýt všechny možné alternativy konstrukčního návrhu. Je proto přirozené, že návrhy konstrukcí prováděné dle dané normy jsou většinou konzervativní. Míra konzervativismu normových přístupů je daná rozptylem predikce normových vztahů srovnaným s empiricky získanými daty o chování vzorové konstrukce. V případech s vyššími rozptily normovaných analýz se pak aplikují vyšší hodnoty spolehlivostních součinitelů. Uvedené součinitele pak umožňují použití tradičních zjednodušených návrhových vztahů v rámci obecně užívaných normových předpisů. Snahou tvůrců normových předpisů je aplikace jednoduchých obecných návrhových vztahů místo velkého množství detailních modelů konkrétních návrhových situací. Popsaný přístup je široce aplikovatelný v případě návrhu nových konstrukcí.

Při posuzování stávajících konstrukcí pohledem současných (konzervativních) normových standardů mohou být tyto konstrukce nesprávně vyhodnoceny jako nebezpečné a případná navržená opatření mohou být technicky a ekonomicky neopodstatněná. Podrobné nelineární modelování odezvy na smykového zatížení může v takových případech pomoci verifikovat spolehlivost posuzované konstrukce [46].

Přestože je nelineární numerické modelování vhodným nástrojem k posouzení odezvy stávajících konstrukcí je důležité definovat rovněž jednoduché obecně přijímané vztahy, jež mohou být využity v běžné praxi a zakotveny v rámci normových standardů. Tyto modely by měly být schopny s uspokojivou přesností reprodukovat fyzikální chování posuzované konstrukce s cílem bezpečného a ekonomicky přijatelného posouzení odezvy stávajících konstrukcí.

Modely výpočtu smykové únosnosti prvků namáhaných posouvající a normálovou silou

V dostupné literatuře lze najít mnoho modelů pro výpočet odezvy prvků namáhaných posouvající silou [55], [62], [63],[131]). Dostupné modely pracují převážně s kombinacemi namáhání posouvající silou a torzním zatížením a/nebo s interakcemi normálových sil a ohybových momentů spolu s uvedeným smykově-torzním zatížením či v samostatně působících kombinacích. Tradiční přístupy pak nabízí jen minimální možnosti zohlednění spolupůsobení posouvajících a normálových sil, posouvajících sil a ohybových momentů či všech tří zmíněných složek zatížení najednou. NMMKP v kombinaci s využitím vhodných materiálových modelů jsou ideálním nástrojem pro modelování stavů napjatosti a polí poměrných přetvoření konstrukčních prvků s namáhaných kombinacemi různých typů zatížení. U všech dostupných numerických modelů je základní podmínkou realistického modelování konstrukční odezvy prvků namáhaných kombinací posouvajících a normálových sil dobrá znalost materiálových parametrů v ideálním případě podložená experimentálně získanými daty. Předpjaté konstrukční prvky bývají vystaveny vysokým napětím vneseným do konstrukce v raných fázích tuhnutí betonového kompozitu. Předpínací kabely bývají u prvků se soudržně působící předpínací výztuží uvolněny zpravidla během prvních 24 hodin od vybetonování prvku. Časově závislé materiálové vlastnosti betonového kompozitu dané jeho reologickým chováním (deformace vlivem dotvarování a smrštění či vlivem rozdílné tuhosti materiálu v čase tvrdnutí) proto mají zásadní význam pro realistický popis chování modelované konstrukce. Dalšími oblastmi podstatnými pro správné modelování konstrukční odezvy předpjatých prvků z cementových kompozitů jsou modely soudržnosti betonu a výztuže (tzv. bond) ovlivněné Hoyerovým efektem, modelování tahového zpevnění a změkčení, tzv. hmoždinkový efekt a modely tření působícího v rámci vzniklých trhlin. Přestože popsání aspektů byly analyzovány v několika vědeckých článcích [189], detailní výzkum jejich vzájemného spolupůsobení je stále na počátku. Modelovací a simulační strategie volené v rámci dále popisovaného experimentálního programu byly voleny s cílem popsat a objasnit vzájemné spolupůsobení posouvajících a normálových sil působících na konstrukci zkoumaných nosníků. Cílem provedené studie bylo ověření a rozšíření stávajících

postupů pro nelineární modelování smykem namáhaných předpjatých konstrukcí a optimalizace návrhu stávající konstrukce střešních nosníků LDE7.

4.2 Experimentální program

Přesné numerické modelování chování reálných konstrukčních prvků vyžaduje co nejúplnější znalost lomově mechanických parametrů použitých materiálových modelů. Podrobné informace o těchto parametrech a jejich statistických vlastnostech lze získat pouze provedením lomově mechanických experimentů na betonové směsi použité pro výrobu modelovaného prvku. V praxi tyto informace většinou nejsou dostupné a projektant musí při modelování vycházet z informací dostupných v literatuře. Pro stochastické modelování odezvy konstrukce na daná zatížení je navíc nutný kompletní statistický popis materiálových parametrů užívaných numerických modelů. V případě materiálového modelu CC3DNonLinCementitious2 [28] použitého v rámci níže popsané studie jsou klíčovými parametry jejichž statistiky bylo třeba identifikovat tlaková pevnost f_c , tahová pevnost f_{ct} , lomová energie G_f a Youngův modul pružnosti E_c .

4.2.1 Lomově mechanické experimenty

V rámci lomově mechanických experimentů byly provedeny standardní testy tříbodovým ohybem zkušebního hranolu se zářezem (na Vysokém učení technickém v Brně) a testy vtlačováním klínu do zářezu kubického zkušebního tělesa (na University of Natural resources and Life sciences ve Vídni) [180]. V rámci provedeného experimentálního programu byly testovány dvě betonové směsi standardně využívané firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG k výrobě prefabrikovaných předpjatých prvků C50/60 (I) a C40/50 (II) Provedené lomové experimenty byly sestaveny v souladu s normou ÖNORM EN 206: 2014 12 01. Tabulka 4.1 zachycuje složení obou testovaných směsí.

Jedna část testovaných vzorků byla skladována v podmínkách odpovídajících uskladnění skutečných konstrukčních prvků, zatímco druhá v podmínkách odpovídajících normovaným standardům (s vyšší vlhkostí vzduchu). Jedním z cílů experimentálního programu bylo sledování lomově mechanických parametrů v průběhu různých fází tuhnutí. Jednotlivé vzorky (obou dále popisovaných typů experimentů) proto byly rozděleny do skupin testovaných po 7, 28 a 126 dnech od vybetonování. Celkový počet testovaných vzorků byl 134. Pro přípravu numerických modelů popsaných v kapitole 4.3 byla využívána data získaná pro vzorky stáří 28 dní.

Tab. 4.1: Složení testovaných betonových směsí [180]

Složka	Jednotka	I – C50/60	II – C40/50
Kamenivo 0/4 hranaté	kg	101.85	61.00
Kamenivo 0/4 oblé	kg	849.17	567.61
Kamenivo 4/8 oblé	kg	370.79	242.61
Kamenivo 4/8 oblé	kg	550.64	364.66
Obsah vody	kg	181	130
Cement CEM 52.5 R	kg	464.90	308.89
Sky 657	kg	6.67	4.32
w/c	-	0.39	0.42

Testy třibodovým ohybem

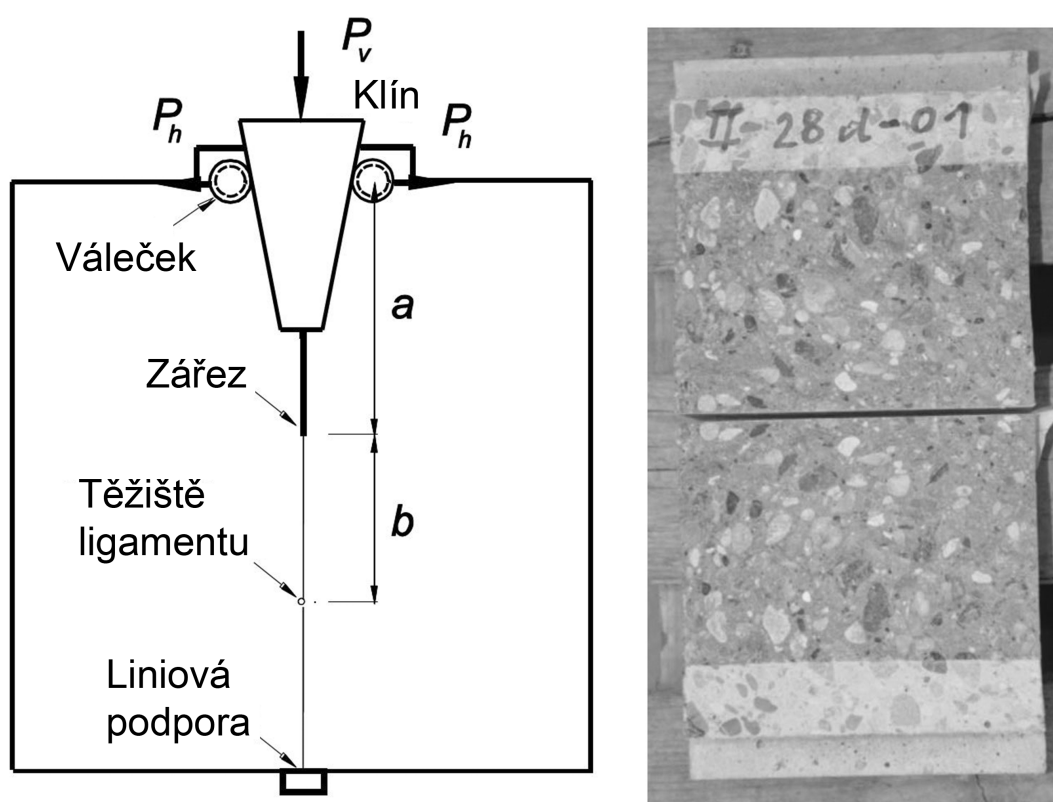
Testy třibodovým ohybem byly provedeny na standardních zkušebních nosnících nominálních rozměrů $100 \times 100 \times 400 \text{ mm}$. Ve středu rozpětí byly nosníky na spodní hraně opatřeny zářezem hloubky odpovídající přibližně $1/3$ výšky průřezu. Rozpětí podpor odpovídalo 300 mm . Obrázek 4.2 zachycuje jeden ze zkušebních vzorků připravený ve zkušebním zařízení k provedení experimentu. Výsledky testů byly analyzovány metodami efektivní trhliny a lomové práce [67],[42]. Testy měly poskytnout přesnou reprezentaci křivek zatížení vs. přetvoření (dále jen LD), jež musely popsat chování nosníku jak před vrcholem aplikované síly, tak i v sestupné větvi pracovního diagramu. Vzorky byly zatěžovány pomocí kontrolovaně vnášeného přetvoření. V důsledku malé tuhosti celkového experimentálního rozložení může docházet ke ztrátám stability v sestupné větvi pracovního diagramu experimentu. Tato ztráta stability se projevuje jako “skok“ ve výsledné LD křivce. K řešení tohoto problému byla využita metodika popsána v [48]. Výsledky provedených experimentů sloužily k identifikaci výše uvedených materiálových parametrů testovaných betonových směsí [106], [134], [161].

Testy vtlačováním klínu do zářezu zkušebního vzorku

Testy vtlačováním klínu do zářezu zkušebního tělesa byly prováděny za účelem získání dat o statistických parametrech specifické lomové energie (G_f). Testovací procedura byla stanovena v souladu s normou ÖN B 3592. Obrázek 4.3 zachycuje základní rozložení experimentu. Tato procedura byla popsána v [175]. Strana krychlového zkušebního vzorku byla 150 mm dlouhá. Hloubka provedeného zářezu odpovídala $a = 43 \text{ mm}$. Vzdálenost konce centrálního zářezu od těžiště vzorku byla $b = 50 \text{ mm}$. Úhel hrany vtlačovaného klínu byl 15° . Výsledky testů byly opět analyzovány metodami efektivní trhliny a lomové práce [67].



Obr. 4.2: Fotografie experimentálního rozložení při testech tříbodovým ohybem [180]



Obr. 4.3: Schéma zkoušky vtláčováním klínu do zářezu zkušebního tělesa [180]

Bližší informace k provedeným experimentům spolu s kompletní sadou získaných dat a příslušných statistik jsou k dispozici v [180].

Tabulka 4.2 obsahuje kompletní výčet testovaných vzorků (značení vzorků je převzato z EC-2 [24]). Původní experimentální program byl rozšířen o sérii kubických vzorků betonovaných spolu s laboratorně testovanými nosníky (viz kapitola 4.2.2). Tyto vzorky byly připraveny a testovány dle normy EN 206 s cílem získat informace o krychelné pevnosti v tlaku f_c , modulu pružnosti E_c , a výpočetní tahové pevnosti $f_{ct,(sp)}$, pro jednotlivé realizace betonové směsi použité při betonáži daného nosníku. Krychelná pevnost v tlaku byla navíc testována rovněž pro vzorky staré 28 dní, rovněž betonované spolu s nosníky.

Tab. 4.2: Výčet lomových experimentů [165]

Lomové zkoušky vzorků skladovaných v běžných podmínkách:
C50/60
14 vzorků: $7 \times \beta_{BZ}$ $100 \times 100 \times 400$ (f_c , E_c , G_f); $7 \times G_f$ $150 \times 150 \times 150$ (G_f)
Testováno po: 28 dnech tuhnutí (β_{BZ} , G_f)
C40/50
Shodně s C50/60
Krychlové vzorky betonované spolu s testovanými nosníky C50/60
19 vzorků: $10 \times \beta_D$ $150 \times 150 \times 150$ (f_c);
$5 \times GF$ $150 \times 150 \times 150$ (G_f); $4 \times \beta_{BZ}$; $120 \times 120 \times 360$ (f_c , E_c , G_f)
Testováno po 7 dnech tuhnutí (β_D), 21 dnech tuhnutí (β_D , G_f , β_{BZ})
Lomové zkoušky vzorků skladovaných v normovaném prostředí:
C50/60
70 vzorků: $21 \times \beta_D$ $150 \times 150 \times 150$ (f_c); $28 \times \beta_{BZ}$ $100 \times 100 \times 400$ (f_c , E_c , G_f);
$21 \times G_f$; $150 \times 150 \times 150$ (G_f)
Testováno po: 28 dnech (β_{BZ} , G_f); 7 dnech (β_D , β_{BZ}); 28 dnech (β_D , β_{BZ} , G_f);
126 dnech (β_D , β_{BZ} , G_f)
C40/50
Shodně s C50/60
Krychlové vzorky betonované spolu s testovanými nosníky C50/60
120 vzorků: $6 \times \beta_D$ $150 \times 150 \times 150$ (f_c); $3 \times \beta_{EM}$ $100 \times 100 \times 360$ (E_c);
$3 \times \beta_{SZ}$ $120 \times 120 \times 360$ ($f_{ct,(sp)}$)
Testováno po: 28 dnech (β_D), 33 dnech (β_D , β_{EM} , β_{BZ})

Identifikace vybraných lomově-mechanických parametrů inverzní analýzou

Během práce na deterministickém modelování destruktivních experimentů popsaných v rámci kapitoly 4.2.2 bylo využíváno programové prostředí ATENA Science [28]). Pro samotné modelování betonu byl v rámci zmíněného prostředí použit materiálový model CC3DNonLinCementitious2 (popsán v rámci kapitoly 4.3). Na základě citlivostní analýzy byly určeny klíčové parametry tohoto modelu: tlaková pevnost f_c , tahová pevnost f_{ct} , lomová energie G_f a Youngův modul pružnosti E_c . Pro identifikaci uvedených lomově mechanických parametrů byla využita inverzní analýza pomocí umělé neuronové sítě (dále jen ANN). Neuronová síť byla trénována pomocí sady dříve provedených lomových zkoušek tříbodovým ohybem. Na základě těchto zkoušek byly přesně kalibrovány jejich numerické modely využívající materiál CC3DNonLinCementitious2. Síť byla natrénována pomocí těchto přesně kalibrovaných modelů tak, aby při zadání experimentálně získané křivky zatížení vs. přetvoření (dále jen LD) vracela na výstupu příslušné hodnoty výše uvedených klíčových parametrů materiálového modelu. Detailní popis principů provedené inverzní analýzy přesahuje rámec tohoto textu a je k dispozici v [106]. Samotná analýza byla provedena pomocí programu FraMePID-3PB [81]. Vzhledem k aplikaci materiálového modelu CC3DNonLinCementitious2 byla ze všech sad materiálových parametrů popsaných v [180] pro modelování destruktivních experimentů využita sada získaná popsanou inverzní analýzou (zobrazena v Tabulce 4.3). Srovnání jedné z realizací lomového experimentu a simulace pomocí hodnot parametrů identifikovaných ANN je zachyceno na Obrázku 4.4.

Tab. 4.3: Materiálové parametry identifikované pomocí ANN [180]

Parametr	Střední hodnota	CoV	PDF
Tlaková pevnost	77 MPa	6.4%	GMB min EV1
Tahová pevnost	3.9 MPa	10.6%	GMB max EV 1
Modul pružnosti	34.8 GPa	10.6%	WBL min (3par)
Lomová energie	219.8 Jm ⁻²	12.8%	GMB max EV 1

4.2.2 Experimenty se skutečnými konstrukčními prvky

Databáze materiálových parametrů získaná na základě provedených lomových experimentů byla implementována v rámci programu FReET [115] a sloužila jako základ pro předběžné nelineární modelování nosníků LDE produkovaných firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG. První zpracovávané modely měly napomoci upřesnit

rozsah a způsob provedení nedestruktivních experimentů na střešním nosníku LDE7 a definovat podobu a způsob vyztužení zmenšených modelů tohoto nosníku, jež měly být podrobeny destruktivním zkouškám smykové únosnosti. Nelineární modelování bylo použito k definici celkové geometrie zmenšených modelů, jejich vyztužení a rozložení senzorů. K částečné verifikaci prvních modelů pak byly použity výsledky níže popsaných nedestruktivních experimentů provedených na nosnících LDE7.

Nedestruktivní experimenty na skutečném střešním nosníku LDE7

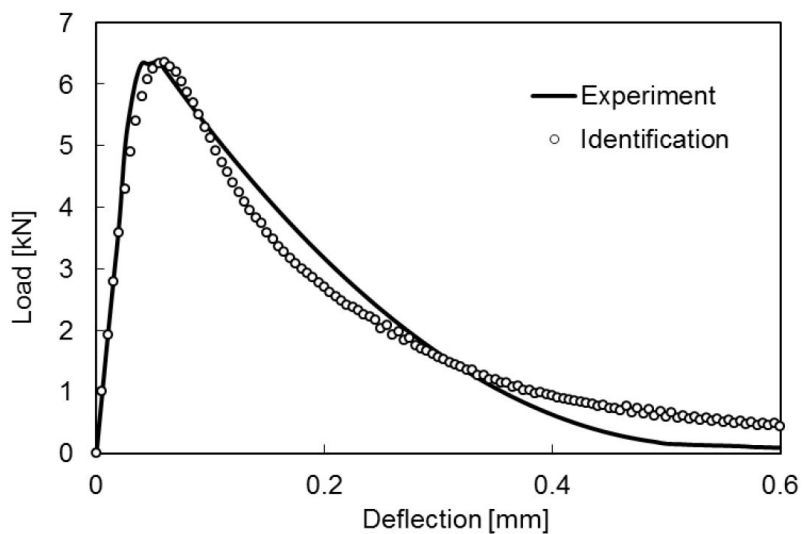
Jedním z hlavních cílů prováděných studií je podrobný výzkum vzájemné interakce smykového a normálového zatížení předpjatých střešních nosníku LDE7 průřezu TT. Tyto nosníky jsou vyráběny z betonu třídy C50/60. Délka nosníků odpovídá 30m, nad podporami jsou uvedené nosníky vysoké 0,5m, Výška jejich průřezu pak plynule narůstá až na 0,9m ve středu rozpětí. Obě stojiny pak mají tloušťku odpovídající 0,14m. Šířka horní pásnice prvku je 3m při tloušťce odpovídající 0,07m. Na těchto nosnících byly provedeny zatěžovací zkoušky v souladu s CEB-FIP Model Code 2010 [13] (dále jen MC 2010). Během experimentu byly nosníky zatěžovány drátěnými svitky. Zatěžování probíhalo ve dvou cyklech. První zatěžovací cyklus proběhl po 7 dnech od vybetonování nosníků, druhý pak po 28 dnech tvrdnutí betonu. Obrázek 5 zachycuje rozložení zatížení v rámci prvního zatěžovacího cyklu. Svitky vnějšího průměru $\Phi_O = 1,1m$ a vnitřního průměru $\Phi_I = 0,63m$ byly pokládány na roznášecí dřevěné hranoly. Váha jednotlivých svitků pokládaných během prvního cyklu na nosník byla: 1. 2505kg, 2. 2445kg, 3. 2480kg, 4. 2400kg. Číslování svitků odpovídá číslování na Obrázku 4.5.

Ve druhém cyklu (viz Obrázek 4.6) bylo na nosník postupně uloženo 6 drátěných svitků s váhami: 1. 2505kg, 2. 2445kg, 3. 2480kg, 4. 2400kg, 5. 2410kg, 6. 2400kg. Číslování svitků odpovídá číslování na Obrázku 4.6.

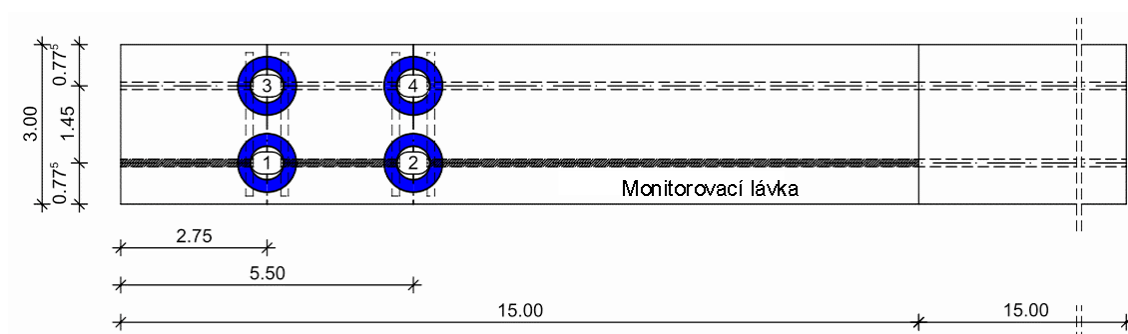
V rámci testovacího programu nosníků plné velikosti byly provedeny 3 zatěžovací zkoušky různě vyztužených nosníků. První z testovaných nosníků byl plně předpjatý se standardním rozložením smykové výztuže. Druhý plně předpjatý nosník neobsahoval standardní vyztužení proti smykovému namáhání. Třetí z nosníků byl rovněž plně předpjatý vybetonovaný z vláknobetonu.

Destruktivní experimenty se zmenšenými verzemi střešních nosníků

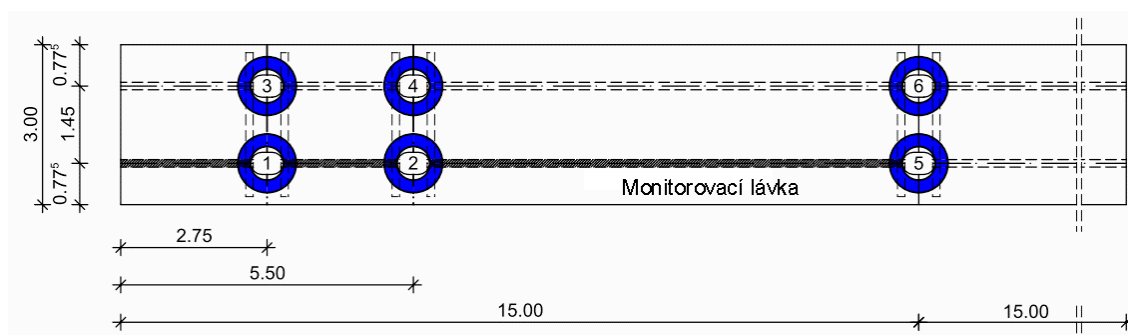
Smyslem návrhu experimentů se zmenšenými nosníky bylo docílit módu smykového porušení a obdobných stavů napjatosti vlivem předpjetí a vlastní tíhy jako v případě nosníků plné velikosti LDE7. Zmenšené modely střešních nosníků měly shodnou délku 5m a rektangulární průřezy výšek 0,3, 0,45 a 0,6m a shodné tloušťky 0,14m nebo průřez tvaru T s výškou 0,3m šířkou pásnice 1,5m, tloušťkou pásnice



Obr. 4.4: Srovnání jedné z realizací lomového experimentu a simulace pomocí hodnot parametrů identifikovaných ANN [180]



Obr. 4.5: Schéma 1. cyklu zatěžovacích zkoušek nosníku LDE7



Obr. 4.6: Schéma 2. cyklu zatěžovacích zkoušek nosníku LDE7

0,07m a tloušťkou stojiny 0,14m. Nosníky byly předepnuty 4 – 8 předpínacími kabely St1570/1770. Celý testovací program 10 provedených destruktivních zkoušek je popsán v rámci Tabulky 4.4.

Tab. 4.4: Testovací program destruktivních experimentů se zmenšenými nosníky

Série experimentů	Nosník	Typ vyztužení		
1	T30 150	S	V1	V2
	R30 14	S	-	-
2	T45 150	-	-	-
	R45 14	S	V1	V2
3	T60 150	-	-	-
	R60 14	S	V1	V2

S - bez předpětí

V1 - 50% plného předpětí

V2 - 100% předpětí

V0 - 0% předpětí, avšak předpínací kabely jsou v nosníku

Destruktivní zkoušky byly monitorovány 4 monitorovacími systémy [162]. Všechny provedené destruktivní experimenty byly modelovány Nelineární metodou konečných prvků. Provedené experimenty sloužily k přesné kalibraci modelovacích postupů. Podrobný popis všech testovaných nosníků a vytvořených nelineárních modelů jde nad rámec tohoto textu. Celý postup kalibrace numerických modelů bude v další části popsán na příkladu Nosníku T30 150V2, jehož geometrii a způsob předpětí lze považovat za nejkomplicovanější. Destruktivní experimenty byly provedeny týmem Prof. Randla v laboratoři Carinthia University of Applied Sciences ve Villachu [162].

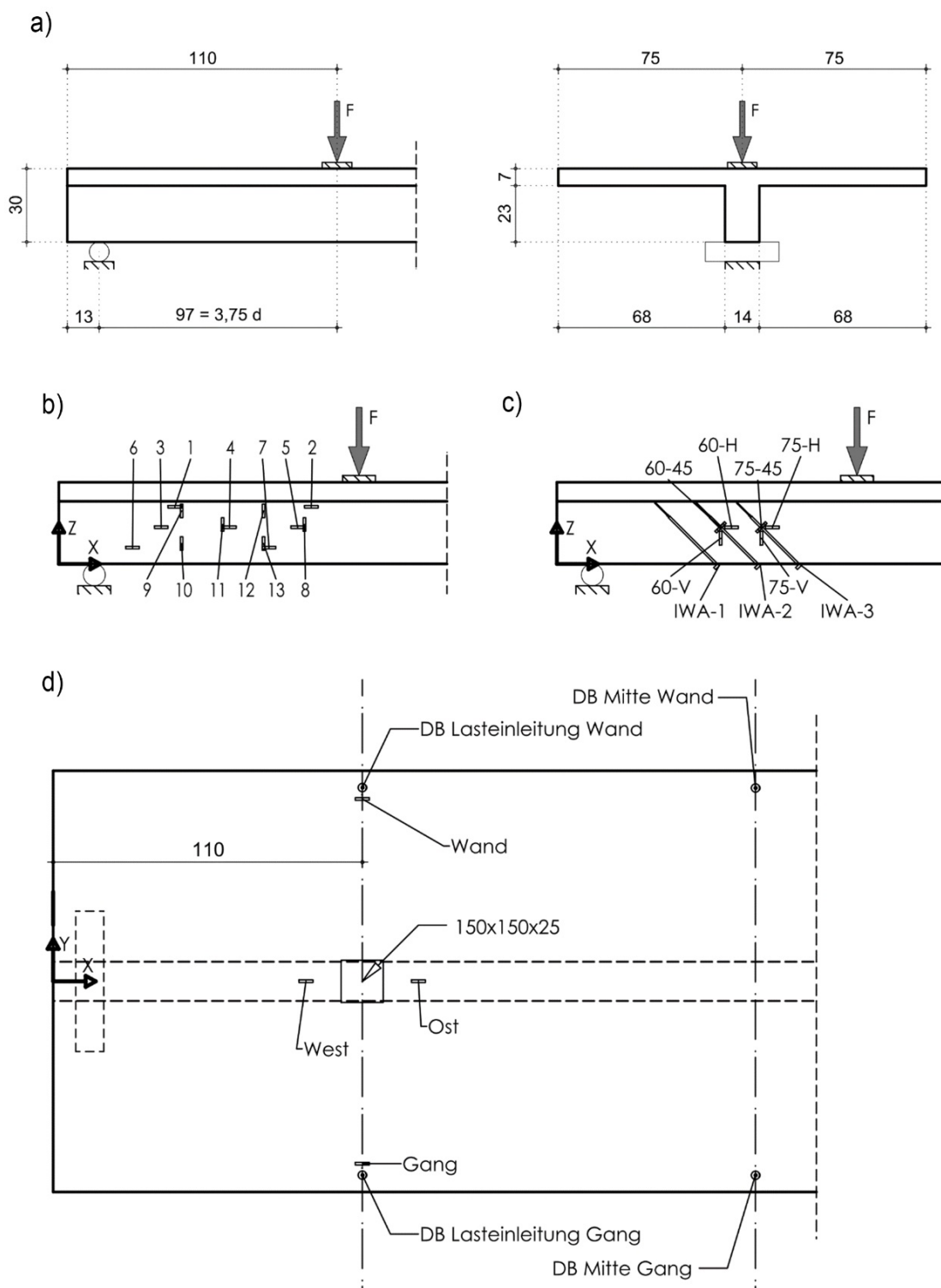
Destruktivní testy nosníků T30 150V2

Nosník T30 150V2 má průřez tvaru T se stojinou tloušťky 0,14m a pásnicí tloušťky 0,07m. Výška průřezu je 0,3m a šířka pásnice 1,5m. Geometrie nosníku, rozložení senzorů na povrchu nosníku a rozložení experimentu jsou zachyceny na Obrázku 4.7 (a). Během experimentu byl nosník osazen na dvou válcích situovaných v osové vzdálenosti 0,13m od okrajů nosníku. Zatěžování probíhal postupným vnášením kontrolované deformace přes válcovou hlavu lisu tlačící na ocelovou roznášecí podložku 0,15 × 0,15m, umístěnou ve vzdálenosti 1,1m od okraje nosníku. Vyztužení nosníku je zachyceno na Obrázku 4.8. Nosník je předepnut pomocí 8 sedmi-drátových předpínacích kabelů St1570/1770 na výsledné napětí 898MPa (pozice (S1) + (S2) na Obrázku 4.8). Kabely pozice (S2) jsou izolovány (nespojeny s betonem) 2m od počátku nosníku ze strany aplikovaného zatížení (viz Obrázek 4.7). Izolování horních

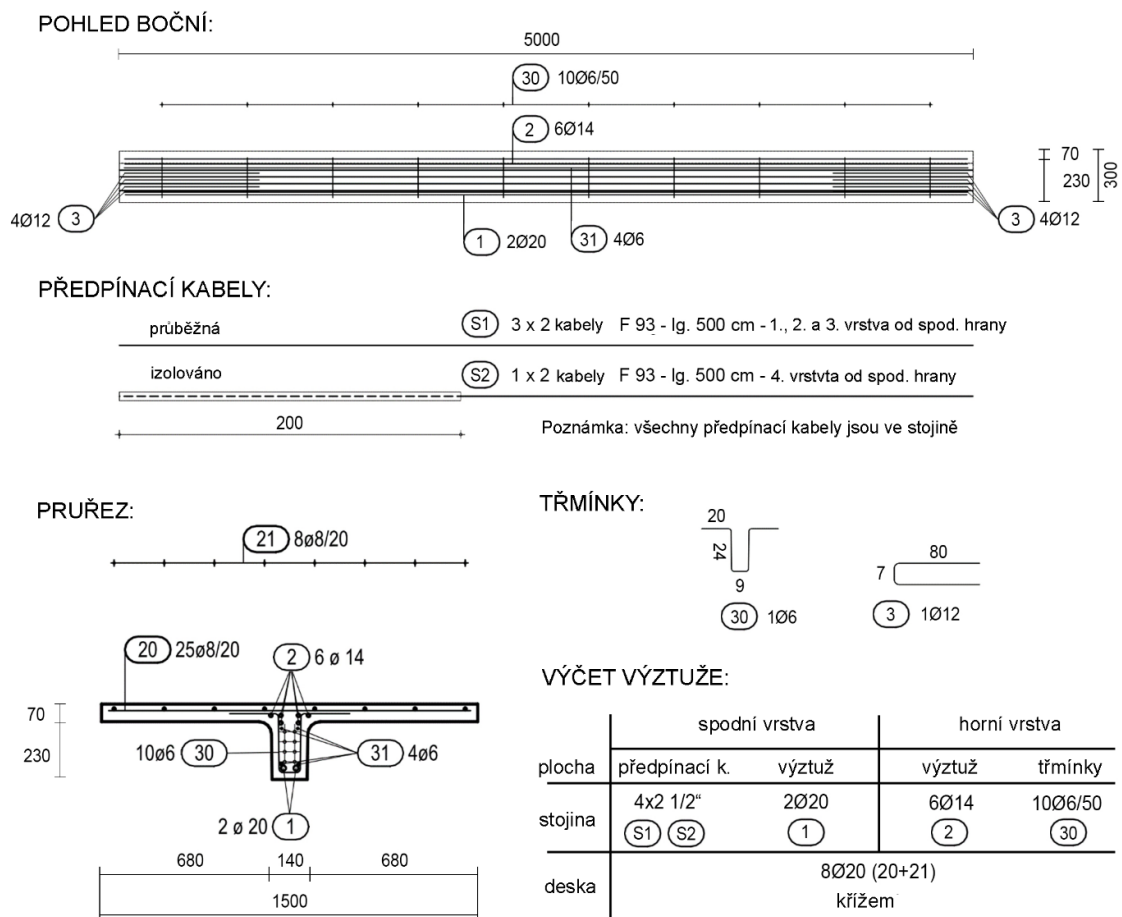
předpínacích kabelů má za následek asymetrické zatížení prvku vlivem vneseného předjetí. Vyjma předpínacích kabelů je nosník dále vyztužen dvěma profily průměru 20mm umístěnými ve spodní části stojiny (pozice (1) na Obrázku 4.8), šesti profily průměru 14mm na přechodu mezi stojinou a pásnicí (pozice (2) na Obrázku 4.8), Sítí profilů průměru 8mm v rámci pásnice (pozice (20) + (21) na Obrázku 4.8), čtyřmi horizontálními třmínky průměru 12mm na obou koncích (pozice (3) na Obrázku 8) a deseti svislými třmínky po délce nosníku (pozice (26) na Obrázku 4.8). Krom popsané výztuže byla do oblasti předpokládaného smykového porušení prvku instalována svislá a vodorovná výztuž průměru 6mm pro osazení 13 senzorů poměrného přetvoření přímo do objemu nosníku (viz Obrázek 4.7 (b)).

Systém instalovaných senzorů je zachycen na Obrázku 4.7 (b) – (d). elektrické tenzometry (Obrázek 4.7 (b)) umístěné v místě předpokládaného smykového porušení prvku měly poskytnout informace o redistribuci zatížení přenosu sil v kontaktní oblasti mezi předpínacími kabely a betonem (tzv. Bond). Tato data byla následně použita ke kalibraci numerických modelů. Na povrchu nosníku bylo instalováno dalších 10 elektrických tenzometrů (Obrázek 4.7 (c)). Tyto senzory byly umístěny ve svislém směru, vodorovném směru a pod úhlem 45° s cílem zaznamenat vývoj napětí na povrchu zóny smykového porušení a efekty spojené se vznikem trhlin [162]. Obrázek 4.7 (d) zachycuje pozice LVDT senzorů umístěných na povrchu nosníku pro zachycení nastalých deformací. Nosníky výšek průřezu $0,45$ a $0,65\text{m}$ byly dále osazeny doplňkovou sadou tří LVDT senzorů pro měření výškových deformací v oblasti předpokládaného smykového porušení [162]. Pro rekonstrukci svislých deformací po délce nosníku byl ve středu spodní části nosníku osazen systém snímačů sklonu [28]. Pro přesný monitoring vnášené deformace byl pod válec zatěžovacího zařízení osazen LVDT sensor. Výčet použitých monitorovacích zařízení uzavírá systém „Digital Image Corelation (DIC) pro záznam vzniku a vývoje trhlin a deformací v oblasti předpokládaného smykového porušení během aplikace zatížení.

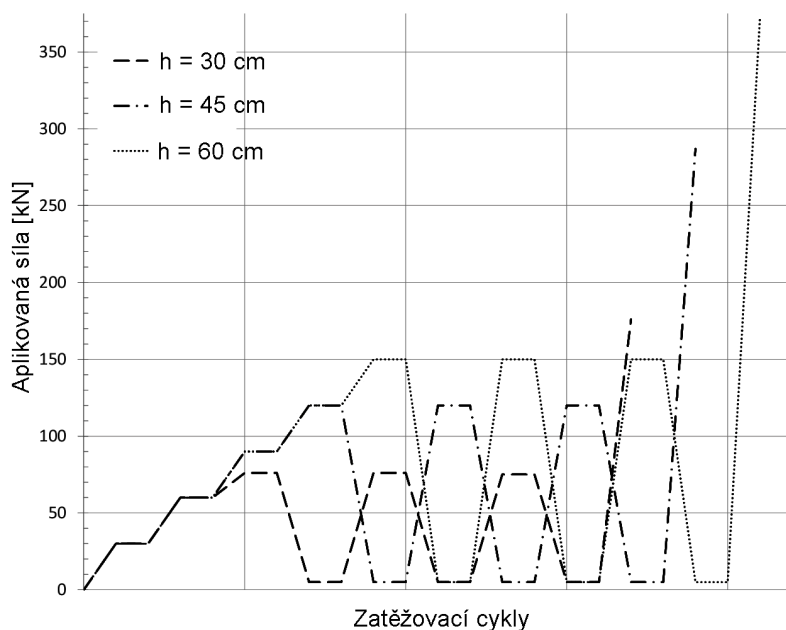
Během destruktivního experimentu byly nosníky zatěžovány cyklickým vnášením kontrolovaného přetvoření. Průběh zatěžovacích cyklů pro nosníky různých výšek je zachycen v grafu na Obrázku 4.9. Celý proces zatěžování byl rozdělen do 4 zatěžovacích cyklů. V prvním z cyklů bylo zatížení nosníku T30 150V2 skokově zvyšováno na 30 , 45 , 60 a následně 75kN . Tento postu byl zvolen pro identifikaci hranice elastického chování nosníku. Na každé z úrovní pak došlo ke kontrole přítomnosti trhlin. Po dosažení hranice 75kN došlo k odtížení konstrukce. V dalších dvou cyklech došlo k zatížení konstrukce na 75kN a následnému odtížení. V posledním cyklu pak zatížení narůstalo až do úplného porušení prvku. Během posledního cyklu bylo zatěžování rozděleno do tří částí s cílem dokumentovat postupný vývoj trhlin v závislosti na aplikovaném zatížení [162].



Obr. 4.7: (a) Rozložení experimentu, průřez, zatížení a způsob uložení; (b) Rozmístění vnitřních elektrických tenzometrů – detailní popis geometrie je k dispozici v [152]; (c) Systém vnějších elektrických tenzometrů; (d) Systém LVDT senzorů pro záznam vertikální deformace (všechny uvedené rozměry jsou v cm)



Obr. 4.8: Vyztužení nosníku T30 150V2 (uvedené rozměry jsou v mm)



Obr. 4.9: Cyklický průběh destruktivní zkoušky (diagram zatěžování)

4.3 Numerické modelování

Provedené destruktivní experimenty a následně vytvořené nelineární numerické modely by měly pomoci lépe pochopit proces přenosu přepínací síly mezi kabely a okolním betonem, proces vzniku a vývoje smykových trhlin a rozložení napětí a poměrných přetvoření v zóně smykového porušení nosníku. Numerické modely destruktivních experimentů měly pomoci ověřit správnost modelovacích postupů jež byly uplatněny při modelování střešních nosníků TT LDE7 skutečné velikosti. Výsledky provedených analýz mají rovněž umožnit verifikaci analytických popisů smykové únosnosti dostupných v rámci MC 2010.

NMMKP je dnes hojně využívaným nástrojem pro modelování odezvy předpjatých konstrukčních prvků na působící zatížení. Uživatelé modelovacích programů postavených na bázi metody konečných prvků se často motivováni časovou úsporou uchylují k práci se zjednodušenými modely skutečných návrhových situací. Přesný vliv přijímaných zjednodušení na výsledky prováděných analýz není možné předem určit. V praxi rovněž dochází k přijetí hned několika zjednodušujících předpokladů u jediného modelu. Kombinovaný vliv několika současně přijatých zjednodušení daného problému často vede k výraznému zkreslení získaných výsledků. Popsaný problém bývá umocněn faktem, že uživatel ve fázi návrhu zpravidla nedisponuje informacemi skutečném chování modelované konstrukce. Ověření výsledků provedených analýz pomocí experimentu pak není možné, nebo je příliš nákladné. Hlavním cílem této kapitoly je popis vlivu nejčastěji přijímaných zjednodušujících předpokladů (či mo-

delovacích chyb) na chování numerického modelu a získané výsledky. Nejfrekventovanější modelovací chyby a zjednodušení numerických modelů konstrukcí jsou:

- Využití 2D numerických modelů pro konstrukční prvky komplexních průřezů
- Zjednodušená idealizace či nepřesné modelování okrajových podmínek
- Zjednodušené modelování geometrie průřezu (např. nahrazování oblých přechodů hran a rohů průřezu pravouhlými zlomy)
- Užítí příliš hrubé sítě konečných prvků v místech lokalizace porušení
- Použití nesprávných hodnot materiálových parametrů
- Zanedbání okamžitých ztrát předpětí
- Zanedbání ztrát předpětí v důsledku reologických jevů (dotvarování a smršťování betonu)

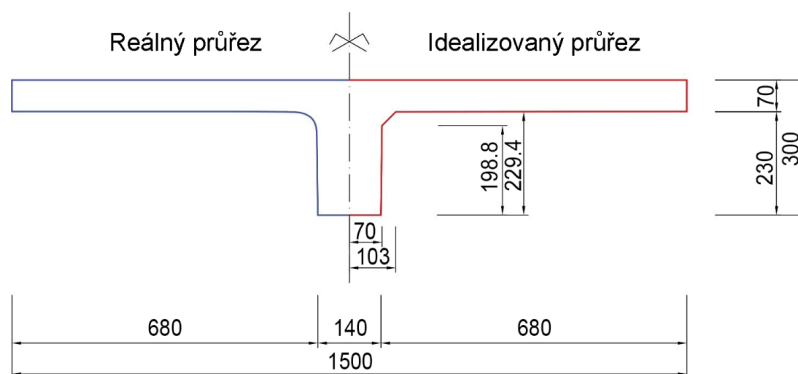
Text kapitoly 4.3.4 se soustředí na popis postupného vývoje numerického modelu destruktivního experimentu provedeného na nosníku T30 150V2. V textu je popsán kumulativní vliv výše uvedených zjednodušení na výslednou podobu LD křivek získaných z monitorů na pozicích odpovídajících umístění senzorů v provedeném destruktivním testu (viz Obrázek 4.7). Numerický model nosníku T30 150V2 byl postupně zpřesňován až na úroveň odpovídající výsledkům provedená destruktivní zkoušky. Kalibrovaný postup modelování byl následně aplikován a ověřen na modelech zbylých devíti destruktivních experimentů (viz Tabulka 4.4) a nosníku plné velikosti LDE7. Následující kapitoly se věnují popisu vlastností finálního modelu destruktivního experimentu na nosníku T30 150V2.

4.3.1 Geometrie vytvořených modelů

Geometrický model nosníku T30 150V2 měl co nej přesněji vystihnout reálnou geometrii provedených experimentů (viz Obrázek 4.7). Geometrie nosníku i vyztužení byla modelována přesně dle výkresů poskytnutých výrobcem prvku (Obrázek 4.8). Jediná aplikovaná zjednodušení geometrie byla:

- Oblý přechod mezi stojinou a pásnicí nosníku byl nahrazen polygonální aproximací při zachování shodné průřezové plochy nosníku. Toto zjednodušení bylo přijato s ohledem na využití šestistěnných konečných prvků jejichž poměr stran neměl pro zajištění korektní funkce přesáhnout hodnotu 3:1. Srovnání reálného a idealizovaného průřezu je zachyceno na Obrázku 4.10.
- Bylo uvažováno dokonalé provázání betonu a výztuže (Bond)
- Konvenční a předpínací výztuž byly modelovány pomocí 1D reinforcement [28] materiálu dostupného v prostředí Atena Science pro modelování prutů

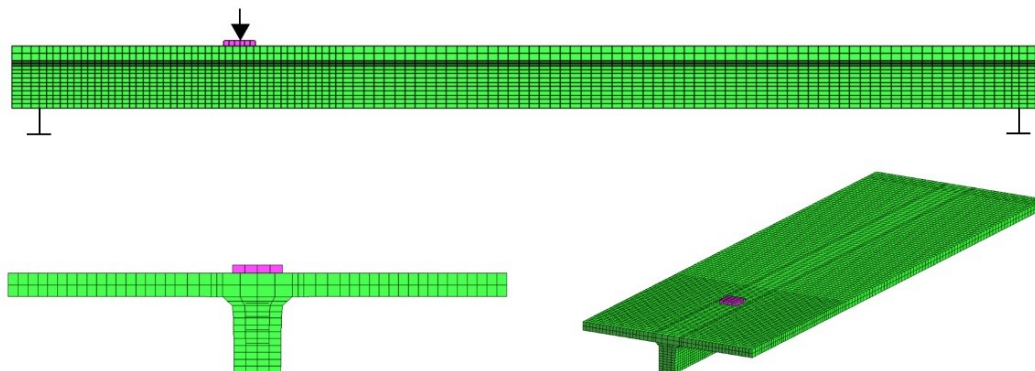
výztuže. Tento materiál je aplikován na 1D liniové konečné prvky. Vlastnosti tohoto materiálu jsou definovány multilineárním pracovním diagramem a průměrem dané výztuže (viz kapitola 4.3.2).



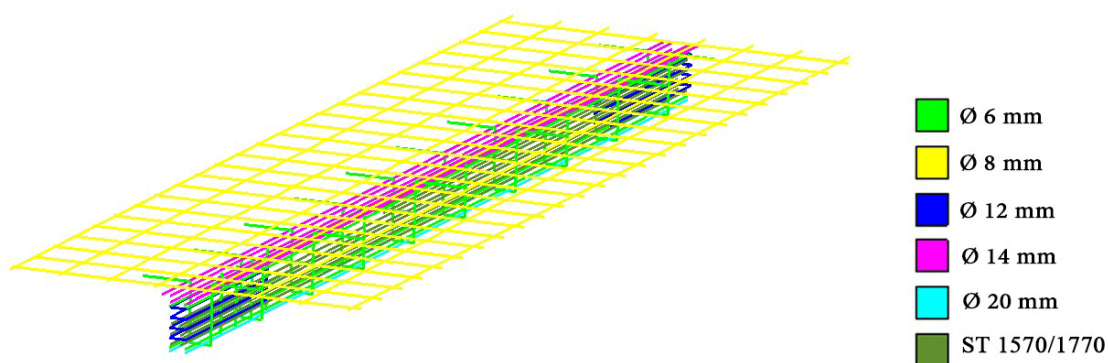
Obr. 4.10: Reálný vs. Idealizovaný průřez

Nosník byl během testu umístěn na válcích, okrajové podmínky proto byly definovány jako liniové podpory situované v místě os skutečných válců. Celková geometrie vytvořeného 3D numerického modelu je zachycena na Obrázku 4.11. Pravá podpora (dle zobrazení na Obrázku 4.11) zamezuje v pohybu vertikálním směrem i oběma horizontálními směry s cílem vyhnout se singularitám během prováděných výpočtů. Generovaná síť konečných prvků se skládá z 16 728 šestistěnných elementů. Použitá síť byla optimalizována s cílem redukovat výpočetní náročnost modelu a zhuštěna pouze v místě předpokládaného smykového porušení nosníku, tak aby byla zachována dostatečná přesnost výpočtů. Oblast předpokládaného porušení nosníku byla určena na základě provedených destruktivních experimentů. Velikost hran užitých prvků nepřekračuje hodnotu $0.05m$ a vzájemný poměr stran jednotlivých elementů je vždy menší než 3:1. V místě zahuštění sítě odpovídá velikost hrany použitých prvků cca $0.02m$. Během prací na vývoji modelu byly rovněž testovány varianty s hustější i řidší sítí konečných prvků. V rámci provedených simulací se popsáný model sítě prvků jevil jako ideální kompromis s dostatečnou přesností řešení a rozumným výpočetním časem. Pro modelování objemů betonu a ocelového plátu podložky pro vnášení zatížení byly použity šestistěnné lineární konečné prvky s osmi uzly (CCIsoBrick) [28]. Tyto isoparametrické elementy využívají Gausovy integrace v daných integračních bodech. Pro betonovou stojinu i pásnici nosníku byly použity stejné elementy (pro modelování pásnice nebyly použity skořepinové elementy). Výztuž nosníku byla modelována pomocí lineárních příhradových elementů (CCIsoTruss) se dvěma uzly [28]. Síť konečných prvků generovaná preprocesorem GiD spolu s modelem uložení a zatížení je zachycena na Obrázku 4.11. Síť 1D elementů výztužení

byla generována automaticky programem GiD dle rozložení generovaných prvků betonového objemu. Modelovaná výztuž je zachycena na Obrázku 4.12. V modelu bylo uvažováno dokonalé provázání betonu a výztuže.



Obr. 4.11: Geometrický model vytvořený v programu GiD

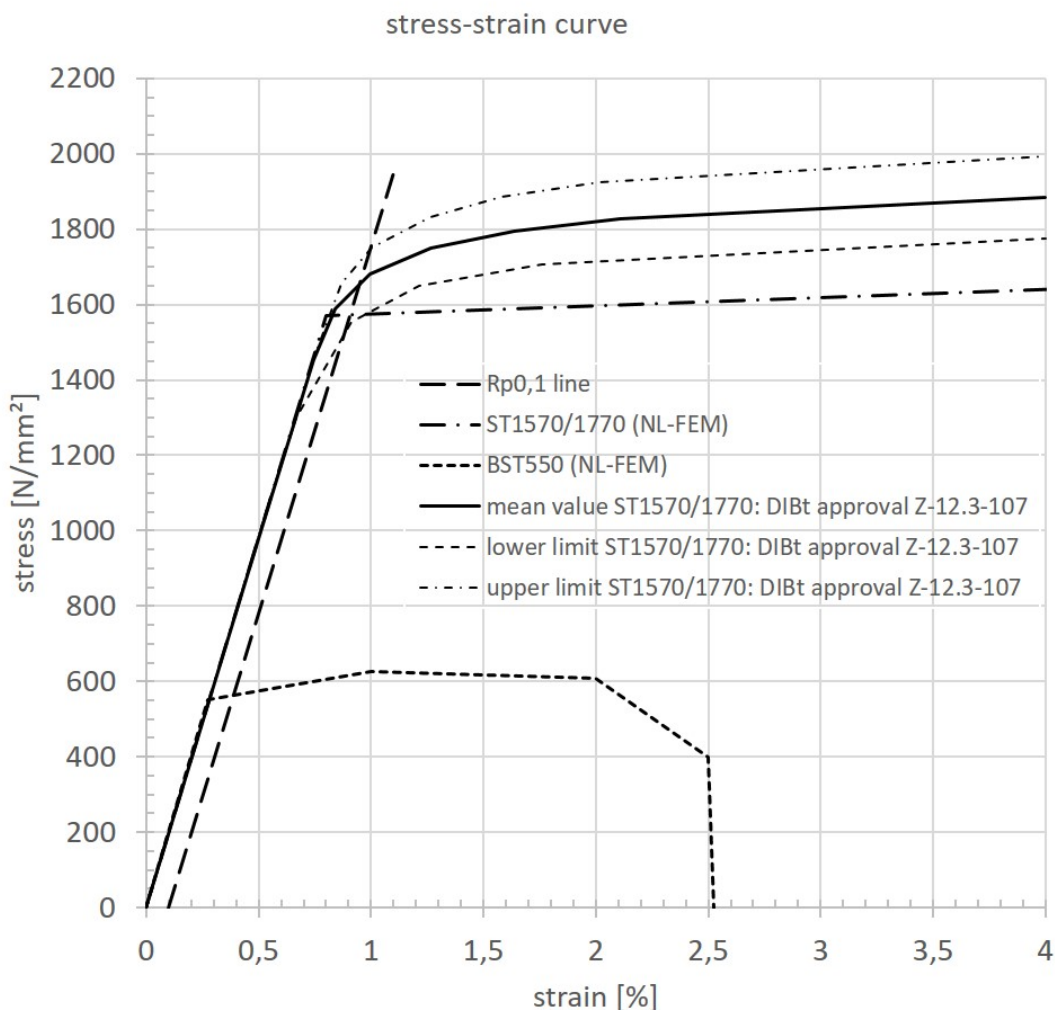


Obr. 4.12: Model výztužení vytvořený v programu GiD

Během experimentu bylo zatížení aplikováno skrze roznášecí ocelový plát $150 * 150 * 25\text{mm}$ (viz Obrázek 4.7). K modelování roznášecího plátu byl použit materiálová model Steel VonMises 3D dostupný v prostředí Atena Science v jeho defaultním nastavení. Roznášecí plát byl k betonu nosníku připojen pomocí definované okrajové podmínky typu master/slave s tuhým propojením.

4.3.2 Materiálové modely

Ocelová výztuž a předpínací kabely byly modelovány pomocí 1D reinforcement materiálu [28]. použité pracovní diagramy jsou zachyceny na Obrázku 4.13 spolu s s reálnými pracovními diagramy použitých předpínacích kabelů.



Obr. 4.13: Pracovní diagramy ocelových výztuží

Pro běžnou betonářskou výztuž byl použit multilineární pracovní diagram (viz Obrázek 4.13 křivka BST550 (NMMKP)). Hodnota Youngova modulu pružnosti betonářské oceli byla nastavena dle informací poskytnutých výrobcem na 200GPa . Uvažovaná hustota oceli výztuže byla 7850kg/m^3 . Koeficient tepelné roztažnosti (α) byl nastaven na $1,2e^{-5}\text{C}^{-1}$. Geometrická nelinearita materiálu a její vliv na úroveň předpětí byly zanedbány. Bylo uvažováno dokonalé provázání předpínací výztuže a okolního betonu (bond). Pro modelování předpínacích kabelů byl použit multilineární diagram se zpevněním (viz Obrázek 4.13 křivka St1570/1770 (NMMKP)). Hodnota Youngova modulu pružnosti oceli předpínacích kabelů byla stanovena na 195GPa . Uvažovaná průřezová plocha předpínacích kabelů byla $9,3e^{-5}\text{m}^2$. Hustota oceli a součinitel tepelné roztažnosti byly u předpínacích kabelů nastaveny shodně s hodnotami použitými u betonářské oceli.

Relativně krátká délka vnesení plného předpětí do betonu ($< 400\text{mm}$) která končí ještě před zónou smykového porušení byla odhadnuta na základě výsledků destruktivních zkoušek a přesného numerického modelování. V souběhu s destruktivními experimenty proběhly také testy soudržnosti mezi betonem a výztuží pro beton stáří 7, 28 a 56 dní. Na základě těchto experimentů lze konstatovat, že u vzorků starých 28 dní došlo k selhání vlivem roztržení předpínací výztuže ještě před ztrátou soudržnosti s okolním betonem. V numerických modelech tedy lze uvažovat dokonalou soudržnost betonu a výztuže. Vytvořené numerické modely indikovaly selhání vlivem porušení vertikálních třmínků. K dosažení meze kluzu předpínací výztuže modelů nedošlo. Uvedený způsob porušení odpovídá experimentálně získaným poznatkům.

Pro modelování betonu byl použit materiálový model CC3DNonLinCementitious2 (blíže popsán v [28]). Tento materiál je charakterizován Rankine-Hordijkovým přístupem k popisu tahových porušení a Collins – Vecchiovým přístupem k popisu blokace šíření existujících trhlin zrny agregátu. V rámci popisované materiálové aproximace je použit Rankinův model pro popis praskání betonu a Hordijkův model tahového změkčení. Pro modelování plastického chování materiálu je použit Menétry-Williamův a Van Mayerův přístup [28]. Na základě dříve provedené citlivostní analýzy (viz kapitola 4.2.1) byly identifikovány klíčové parametry popsaného materiálového modelu betonu. Pro přesné modelování výsledků konkrétního experimentu je nutné identifikovat danou realizaci vektoru vstupních parametrů použitého materiálového modelu. K identifikaci použité sady materiálových parametrů zachycených v rámci Tabulky 4.5 byl využit stochastický model materiálu CC3DNonLinCementitious2 identifikovaný pomocí inverzní analýzy s využitím ANN [81] (viz Tabulka 4.3). Postup identifikace parametrů na základě stochastického modelu je popsán v rámci kapitoly 4.3.4.

Tab. 4.5: Materiálové parametry použité pro modelování konkrétní realizace destruktivního experimentu

Parametr	Hodnota	Jednotka
Tlaková pevnost	-69,7	<i>MPa</i>
Tahová pevnost	3.9	<i>MPa</i>
Modul pružnosti	34.8	<i>GPa</i>
Lomová energie	219.8	<i>Jm⁻²</i>

4.3.3 Zatížení a model předpětí

Zatížení jsou v rámci programového prostředí Atena Science aplikována v tzv. intervalech. V každém z intervalů je definována skupina zatížení, okrajových podmínek a monitorovacích bodů jež budou v rámci definovaného množství výpočtových kroků do modelu vneseny. Zatížení aplikována v rámci intervalu lze rovněž násobit pevným koeficientem. Pro potřeby deterministického modelování destruktivních experimentů byly definovány 4 intervaly:

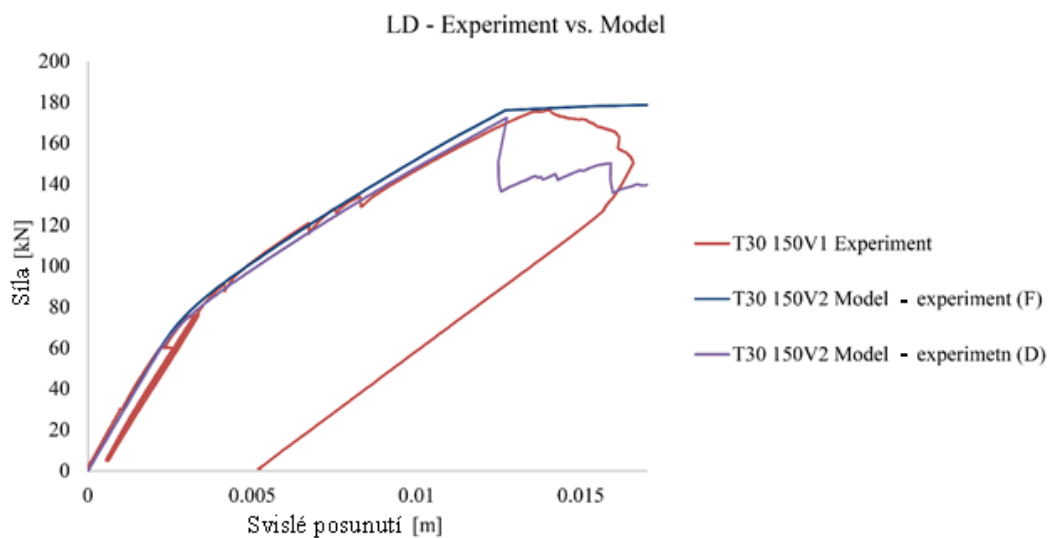
1. definovaný interval byl rozdělen do 10 výpočtových kroků a sloužil k definici monitorovacích bodů, okrajových podmínek (tyto musí být zavedeny v každém z aplikovaných intervalů) a vnesení vlastní tíhy konstrukce vypočtené na základě definované hustoty železobetonového kompozitu ($2300\text{kg}/\text{m}^3$). V rámci numerického modelu byly definovány pomocné výztuže nesoucí 13 tenzometrů monitorujících poměrná přetvoření v souladu s rozvržením během destruktivního testu nosníku T30 150V2 [152]. Chování a výstupy těchto tenzometrů bylo nutné modelovat pomocí 4 mm dlouhých segmentů pomocné výztuže na něž byl aplikován monitor vracející maximální hodnotu poměrného přetvoření na těchto segmentech. Monitory snímající vnější deformace nosníku byly definovány shodně se skutečným rozvržením LVDT senzorů během destruktivní zkoušky (viz Obrázek 4.7).
2. definovaný interval byl rovněž rozdělen do 10 zatěžovacích kroků a sloužil k aplikaci zatížení vlivem předpětí. Obecně je doporučována souběžná aplikace vlastní tíhy a předpětí. U nosníků velkých rozponů není separátní aplikace vlastní tíhy a předpětí možná. Velká tíha těchto nosníků neeliminovaná vnesenou přepínací silou vede v případě separátní aplikace těchto zatížení k selhání konstrukce. Obdobný problém nastává i v případě vnesení předpínací síly bez simultánní aplikace vlastní tíhy. Z důvodu specifické architektury programů použitých ke stochastické analýze provedených experimentů však bylo nutné aplikovat předpínací sílu a vlastní tíhu v rámci oddělených intervalů. Tento problém byl u nosníků plné velikosti LDE7 řešen zavedením 20 úvodních intervalů o jediném výpočtovém kroku v rámci nichž byla střídavě aplikována vždy 1/10 vlastní tíhy a následně 1/10 předpínací síly. Vzhledem k malé velikosti zmenšených modelů testovaných v rámci destruktivních experimentů (délka pouze 5 m) byla separátní aplikace vlastní tíhy a předpjetí možná. Byly vytvořeny srovnávací modely zmenšených nosníků se společnou i separátní aplikací vlastní tíhy a předpínací síly. Výsledky analýzy byly v obou případech totožné. Samotné předpětí bylo aplikováno jako počáteční poměrné přetvoření vnesené

do předpínacích kabelů. Tento způsob aplikace by měl zajistit explicitní zohlednění ztrát předpětí vlivem okamžitého pružného přetvoření betonu. V rámci modelu je však podstatné zohlednit časově proměnné chování betonu. Předpětí je do konstrukce vnášeno přibližně po 14 hodinách tvrdnutí betonu. V tomto období je hodnota Modulu pružnosti betonu $E_{c,14h}$ vlivem krátké doby tuhnutí přibližně poloviční [58] oproti hodnotě $E_{c,41d}$ dosažené po 41 dnech tvrdnutí směsi, tedy v den provedení destruktivního experimentu. Počáteční poměrné přetvoření vnášené do předpínacích kabelů by proto mělo být redukováno o rozdíl okamžitého pružného přetvoření betonu starého 14 hodin vystaveného dané předpínací síle a okamžitého pružného přetvoření betonu starého 28 dní. Zanedbání popsaného efektu vede k hrubému zkreslení konstrukční odezvy (viz kapitola 4.3.4). Pro popisovaný numerický model nosníku byla vypočtená hodnota poměrného přetvoření vnesená do předpínacích kabelů 0.00403833.

3. interval byl opět rozdělen do 10 výpočtových kroků. Tento interval byl určen k aplikaci teplotního zatížení, jež má simulovat deformace vzniklé vlivem reologických vlastností betonu (deformace vlivem dotvarování a smršťování betonu). Tyto deformace vedou k dlouhodobým ztrátám předpětí a hrají klíčovou roli v přesném modelování konstrukční odezvy [10]. Pro výpočet celkových deformací vlivem reologického chování betonu lze využít mnoho dostupných modelů [13], [24], [9]. Přesnost většiny analytických modelů však klesá s rostoucím časovým intervalem reologického vývoje konstrukce. Přesnějších výsledků v dlouhodobých intervalech pak lze dosáhnout časově náročným modelováním reologického chování metodou konečných prvků. Všechny destruktivní experimenty probíhaly v relativně krátkém období po vybetonování jednotlivých nosníků. U popisovaného nosníku T30 150V2 proběhl destruktivní test po 41 dnech tvrdnutí betonu. Nosník byl v tomto období uložen na podložkách rozmístěných shodně s rozložením následného experimentu a zatížen pouze vlastní vahou. Pro výpočet deformací vlivem dotvarování a smrštění betonu lze v takovém případě použít s dostatečnou přesností model popsany v rámci MC 2010. Reologické deformace nosníku vypočtené tímto způsobem byly vyčísleny ve formě odpovídajících poměrných přetvoření. Tato přetvoření byla následně přepočtena na odpovídající teplotní zatížení aplikované na konstrukci. Tento způsob aplikace dlouhodobých ztrát předpětí zajistí genezi odpovídajících stavů napjatosti v betonu i betonářské výztuži.
4. interval byl využit k aplikaci experimentálního zatížení nanášeného na konstrukci v malých krocích až do úplného smykového porušení nosníků. V průběhu experimentálního programu byly testovány dva způsoby zatěžování. Numerické modely zatěžované silou vykazovaly menší časovou náročnost výpočtu. Nastává u nich ovšem problém s přesnou identifikací vrcholu pracovního dia-

gramu (aplikovaná síla vs. příslušná deformace). Modely zatížené postupným vnášením malých deformací umožňují modelování sestupné větve pracovního diagramu a přesnou identifikaci vrcholu LD křivky. Pro stochastickou analýzu odezvy nosníku T30 150V2 byly s důvodu nižší časové náročnosti a téměř křehkého způsobu porušení předpjatých prvků využity modely zatěžované silou. Z důvodu vyšších nároků na přesnost pak byly při analýzách nosníku plné velikosti využívány výhradně modely zatěžované vnesenou deformací.

Výsledné LD křivky kalibrovaných modelů nosníku T30 150V2 zatěžovaných silou i vnesenou deformací jsou v rámci grafu na Obrázku 4.14 srovnání s experimentálně získanými daty. Zobrazené křivky zachycují výstup sensorů svislé deformace na spodní hraně nosníku v místě aplikace zatížení. Pro zatěžování silou byl zvolen inkrement zatížení v rámci jednoho kroku roven $2kN$. Pro zřetězování deformací byl zvolený inkrement v rámci výpočtového kroku roven $0,1mm$. LD křivky získané z LVDT sensorů rozmístěných na zbylých místech po obvodu průřezu pod místem zatěžování (viz Obrázek 4.7) se od vybrané zachycené v grafu na Obrázku 4.14 liší jen minimálně. Křivky získané ze sensorů svislých posunutí umístěných ve středu rozpětí nosníku vykazují obdobnou shodu experimentálně a numericky derivovaných dat.



Obr. 4.14: Výsledné LD křivky: (F) – zat. silou; (D) - zat. deformací vs experiment

4.3.4 Optimalizace numerických modelů ve snaze vystihnout provedené experimenty

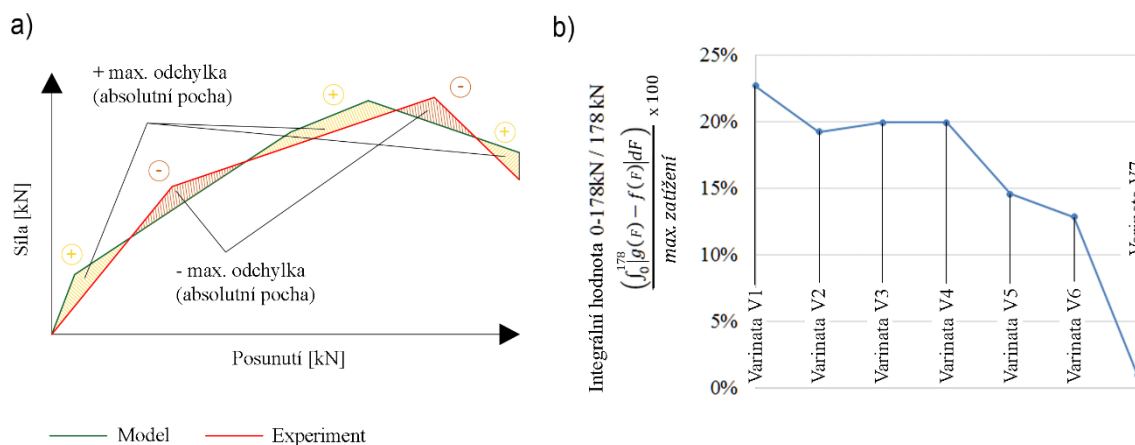
NMMKP analýza byla provedena s cílem vystihnout co nejpřesněji výsledky provedených experimentů. Kalibrace numerických modelů probíhala na základě několika typů experimentálních výstupů. Výstupy senzorů svislé deformace LVDT (LD křivky) posloužily pro hrubou kalibraci numerického modelu v počátečních fázích modelování. K přesné kalibraci pak byly využity výstupy 13 tenzometrů umístěných v tělese nosníku v oblasti předpokládaného smykového porušení. Předmětem kalibrace byl rovněž vzor vzniklých smykových trhlin a jejich postupný vývoj, jež byl srovnáván s trhlinami zachycenými CCD kamerou během provedených experimentů. Základním monitorovacím systémem použitým ke kalibraci numerických modelů byly LD křivky získané z LVDT senzorů svislého posunutí umístěných na povrchu nosníku (viz Obrázek 4.7). Cílem kalibrace byla minimalizace kvantifikačního kritéria definovaného rovnicí 4.1. Monitorovaný interval tohoto kritéria byl u nosníku T30 150/V2 stanoven na 0 až $178kN$:

$$\min \int_0^{178} |g(F) - f(F)| dF \quad (4.1)$$

Kde symbol F vyjadřuje aplikovanou sílu, $g(F)$ reprezentuje funkční závislost mezi posunutím a zmíněnou silou získanou z experimentálních výstupů a $f(F)$ vyjadřuje tutéž hodnotu vypočtenou pomocí numerického modelu. Obrázek 4.15 (a) zachycuje cílovou kalibrační funkci ve formě minimalizace rozdílů mezi experimentálně získanými a numericky analyzovanými LD křivkami. Obrázek 4.15 (b) pak zobrazuje postupnou konvergenci popsání kritéria směrem k nulové hodnotě pro sedm vývojových stádií 3D nelineárního modelu v rámci nichž byla postupně odstraňována modelová zjednodušení popsaná v kapitole 4.3. Ve zobrazeném grafu je tedy vidět kumulativní efekt jednotlivých zjednodušení na optimalizovanou kvantitu danou vztahem 4.1. Z grafu je patrné, že zásadní efekt na výslednou podobu LD křivek má zohlednění správných ztrát předpětí, správné modelování okrajových podmínek a užití vhodné sady lomově-mechanických parametrů betonu. Zbylé úpravy modelu (viz tabulka 6) nejsou z pohledu popisovaného kvantifikačního kritéria zásadní, tyto však ovlivňují konečnou podobu kritických trhlin a jejich zanedbání vede ke zkreslení výsledné podoby trhlin. Vizualní porovnání trhlin se tak ukázalo být zásadním kritériem hodnocení kvality vytvořených 3D modelů. Výstupy elektrických tenzometrů byly použity k jemné kalibraci materiálových parametrů betonu. Míra shody numerického řešení s experimentem byla v tomto případě s ohledem na vysokou časovou náročnost danou množstvím experimentálně získaných dat hodnocena pouze optickým srovnáním numericky a experimentálně získaných křivek (viz kapitola 4.3.5).

V opodstatněných případech je možné použít kritérium dané vztahem 4.1 i pro hodnocení shody výstupů osazených tenzometrů.

Následující text se věnuje popisu jednotlivých verzí zjednodušených modelů vytvořených za účelem studia kumulativního vlivu často se vyskytujících modelových zjednodušení a chyb. Pro účely níže popsání studie bylo vytvořeno 7 numerických modelů destruktivního experimentu provedeného na nosníku T30 150V2. Modely byly seřazeny dle počtu aplikovaných zjednodušení. Model 1 reprezentuje vůbec první numerický model experimentu. S narůstajícím číslem verze popisovaného modelu jsou postupně odstraňována modelová zjednodušení až k finální verzi V7 dostatečně přesně popisující skutečné chování nosníku během provedeného experimentu. Tabulka 4.6 sumarizuje jednotlivé verze a s ohledem na aplikovaná zjednodušení.



Obr. 4.15: (a) – integrální srovnání experimentálních a numericky odvozených LD křivek (viz vztah 4.1); (b) – kumulativní vliv častých modelových zjednodušení na velikost kvantifikačního kritéria daného vztahem 4.1 (značení jednotlivých verzí modelů je popsáno v rámci následujícího odstavce)

Tab. 4.6: Jednotlivé numerické modely a aplikovaná zjednodušení

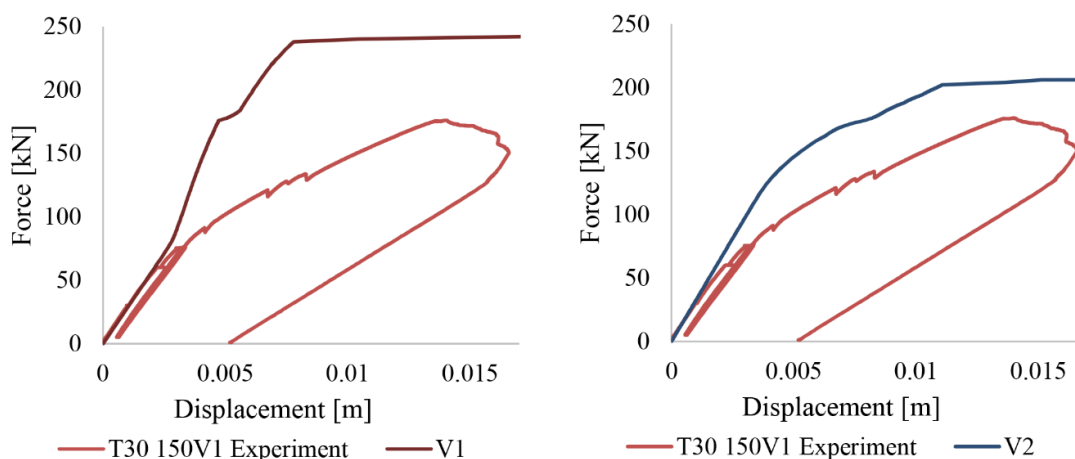
Vylepšení modelu:	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7
Změna podmínek uložení	Ne	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
Změna tvar průřezu	Ne	Ne	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
Optimalizovaná síť KP	Ne	Ne	Ne	Ano	Ano	Ano	Ano
Upravené materiálové parametry	Ne	Ne	Ne	Ne	Ano	Ano	Ano
Zahrnutý krátkodobé ztráty předp.	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	Ano	Ano
Zahrnutý reologické vlivy	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	Ano

3D NMMKP model V1

nosníku T30 150V2 byl vytvořen převedením 2D modelu dříve zpracovaného studenty BOKU v prostředí Atena 2D do 3D prostředí Atena Science. Vytvořený model disponoval poměrně přesnou reprezentací skutečného vyztužení nosníku T30 150V2. Nastavení všech materiálových charakteristik bylo přímo převzato z 2D modelu. Ztráty předpětí nebyly nijak zohledněny a model disponoval poměrně hrubou sítí konečných prvků. Nosník byl v rámci modelu V1 uložen na ocelových plátech což neodpovídalo skutečným okrajovým podmínkám během experimentu.

3D NMMKP model V2

zohlednil proti modelu V1 skutečné uložení nosníku na ocelových válcích. Tento způsob uložení byl v modelu reprezentován liniovými podporami umístěných v myšlených osách podkladních válců použitých během experimentu. Obrázek 4.16 zachycuje srovnání LD křivek modelů V1 a V2. Provedená změna měla zásadní dopad na celkovou tuhost nelineárního modelu a pomohla přiblížit Numericky získané výstupy experimentálně naměřeným hodnotám.

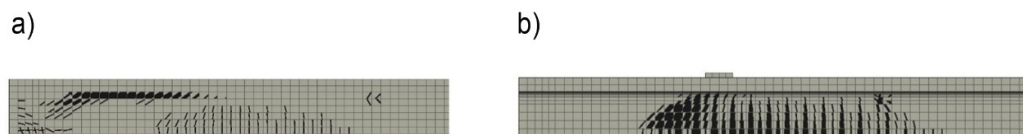


Obr. 4.16: Srovnání LD křivek modelů V1 a V2 s experimentálně získanými daty

3D NMMKP model V3

má na rozdíl od předchozích verzí upravený tvar průřezu. Porovnání modelových obrazců trhlin s experimentálními výsledky ukázalo, že numerický model V2 se poruší místo v experimentu zaznamenanými šikmými smykovými trhlinami oddělením pásnice od stojiny v místě jejich pravouhlého přechodu. Tento přechod tak působí jako koncentrátor napětí a způsobí šíření trhliny po směru kontaktu pásnice a stojiny. V modelu V3 byl proto přechod pásnice a stojiny modelován pomocí lineárního

náběhu tak, aby výsledná plocha průřezu přesně odpovídala té reálné. Srovnání obrazce trhliny modelů V2 a V3 je k dispozici na Obrázku 17. LD křivky modelů V2 a V3 nevykazují podstatné rozdíly.



Obr. 4.17: Srovnání trhlin modelů V2 (a) a V3 (b) v bočním pohledu na zónu smykového porušení

3D NMMKP model V4

pracuje v porovnání s modelem V3 s jemnější sítí konečných prvků. Sítí byly navíc zhuštěna v místě předpokládaného selhání nosníku. Podrobnější popis upravené sítě je k dispozici v rámci kapitoly 4.3.1. V rámci programu byly testovány i varianty modelů s ještě jemnější distribucí sítě. Tyto modely však vykazovaly pouze zanedbatelný přínos ke zpřesnění výsledků. Zvolená velikost sítě konečných prvků tak představuje vhodný kompromis mezi dosaženou přesností řešení a potřebným výpočetním časem. Změna velikosti sítě způsobila „zahmlazení“ vypočtených LD křivek. Pokles tuhosti před dosažením mezního stavu patrný u LD křivky modelu V3 se u modelu V4 již nevyskytuje.

3D NMMKP model V5

zohledňuje fakt, že kombinace vstupních parametrů materiálových modelů popisujících přesně průběh destruktivní zkoušky reprezentuje pouze jednu realizaci v rámci návrhového prostoru definovaného stochastickým modelem úlohy. Experimentální kampaň popsána v kapitole 4.2 přinesla potřebné poznatky o statistických vlastnostech materiálových parametrů numerického modelu betonu CC3DNonLinear Cementitious2 shrnuté v rámci Tabulky 4.3. Modely V1 – V4 pracovaly vždy se sadou klíčových materiálových parametrů odpovídající středním hodnotám definovaným v Tabulce 4.3. Souběžně s betonáží testovaných nosníků byly ze shodných betonových směsí vytvořeny standardní krychlové vzorky (krychle o hraně 150 mm) pro testy krychelné tlakové pevnosti betonu. Po provedení destruktivních zkoušek jednotlivých nosníků byly vykonány rovněž testy tlakové pevnosti realizace betonu, z něhož byl daný nosník vyroben. Na základě naměřených hodnot tlakových pevností pak byly dle normovaných postupů vypočteny ostatní materiálové parametry betonu.

Tyto parametry stanovené pro beton nosníku T30 150V2 jsou k dispozici v Tabulce 4.7.

Tab. 4.7: Analyticky určené hodnoty materiálových parametrů betonu

Parametr	Hodnota [MPa]	Získáno
Krychelná tlaková pevnost	69.7	Měřením
Tahová pevnost	4.4	Vyp. dle [64]
Youngův modul pružnosti	35300	Vyp. dle naměřené LD křivky

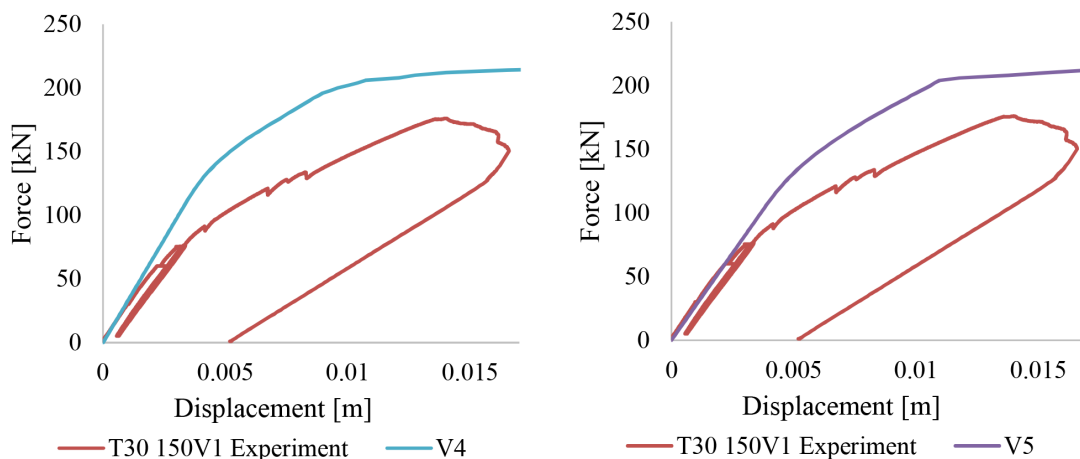
Normové modely pro výpočet lomových parametrů na základě tlakové pevnosti však nedisponují dostatečnou přesností pro odhad konkrétní sady parametrů popisujících danou realizaci. Pro přesný odhad realizace parametrů je pak možné použít metody heuristické optimalizace. Nutno poznamenat, že přesná identifikace vstupních parametrů realizace experimentu nemá při stochastické analýze význam. K randomizaci v rámci návrhového prostoru zde postačuje znalost stochastického modelu (definovaného např. v Tabulce 4.3). Přesná identifikace vstupních parametrů dané realizace však může hrát roli např. v při nutnosti aproximovat model pomocí ANN podobně jako v případě aproximace testů tříbodovým ohybem dostupné v rámci softwaru FraMePID-3PB [81]. Pro verifikaci kalibrovaného modelu bylo vhodné prokázat, že sada vstupních materiálových parametrů vystihujících provedené experimenty zapadá s rozumnou pravděpodobností do oblasti vymezené identifikovaným stochastickým modelem materiálu. K identifikaci vstupních parametrů modelu je pak možné využít některou z běžných optimalizačních metod (viz kapitola 1.6.1). Vzhledem k enormní časové náročnosti stochastické optimalizace je vhodné vybrat efektivním způsobem počáteční simulaci (či generaci simulací v závislosti na vybrané metodě). Tato simulace (alt. generace simulací) může být vybrána pomocí známého stochastického modelu materiálu a známé hodnoty tlakové pevnosti dané realizace betonové směsi. Návrhový prostor úlohy může být pomocí stochastického modelu a známé korelační matice pokryt velkým množstvím simulací. Simulace (či skupina simulací) jejíž laková pevnost je nejbližše experimentálně získané hodnotě pak tvoří první generaci řešení optimalizační úlohy. V případě modelu nosníku T30 150V2 byl pro odhad počáteční generace řešení použit identifikovaný stochastický model zobrazený v Tabulce 4.3. Užitá korelační matice je zachycena v tabulce 4.8

Návrhový prostor byl pokryt pomocí metody LHS mean 10 000 simulacemi. Realizace s hodnotou tlakové pevnosti odpovídající krychelné pevnosti betonu testovaného nosníku (v našem případě $69,7\text{ MPa}$) vybraná jako počáteční bod pro optimalizaci je zachycena v rámci Tabulky 4.5. Nutno poznamenat, že v případě nosníku T30 150V2 realizace materiálových parametrů zachycená v rámci Tabulky 4.5 odpovídá finálnímu odhadu a bez nutnosti další optimalizace vystihuje materiálové

Tab. 4.8: Korelační matice betonu C50/60 [190], [162]

Variable	E_c	f_t	f_c	G_f
E_c	1	0.7	-0.9	0.5
f_t	0.7	1	-0.8	0.9
f_c	-0.9	-0.8	1	-0.6
G_f	0.5	0.9	-0.6	1

parametry dobře popisující provedený destruktivní test. Srovnání LD křivek verzí nosníku V4 a V5 s experimentálně získanými daty je k dispozici na Obrázku 18. Je zřejmé, že úpravou materiálových parametrů došlo k dalšímu přiblížení numericky modelovaných LD křivek k výsledkům testů. Model V5 však stále vykazuje nadměrnou tuhost a příliš vysokou hodnotu meze únosnosti. Pro přesné modelování odezvy nosníků je nutné celkovou tuhost systému redukovat vnesením ztrát předpětí.



Obr. 4.18: Srovnání LD křivek modelů V4 a V5 s experimentálně získanými daty

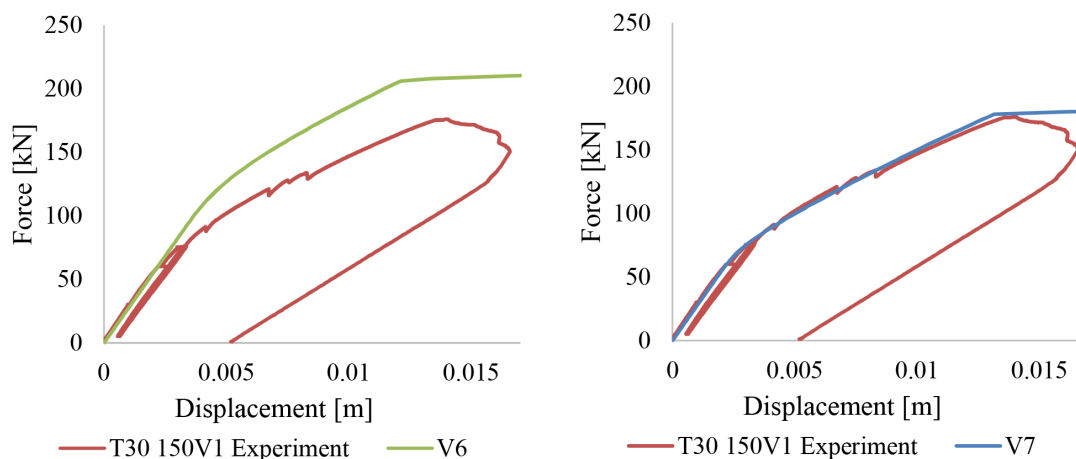
3D NMMKP model V6

zohledňuje na rozdíl od předešlých verzí ztrátu okamžitým pružným přetvořením betonu po vnesení předpínací síly. Předpětí bylo v rámci modelu aplikováno jako počáteční poměrné přetvoření vnesené do předpínacích kabelů. Tento způsob aplikace by měl zajistit explicitní zohlednění ztráty okamžitým pružným přetvořením betonu. Předpětí však bylo do betonu vneseno po přibližně 14 hodinách tuhnutí. Samotný experiment proběhl po 41 dnech od vybetonování nosníku. Rozdíl v tuhosti betonu různého stáří je nutné v tomto případě zohlednit. Způsob aplikace této

ztráty je podrobně popsán v rámci kapitoly 4.3.3. Ztráty předpětí vlivem relaxace předpínací výztuže vypočtené dle MC2010 byly v modelu V6 rovněž zohledněny.

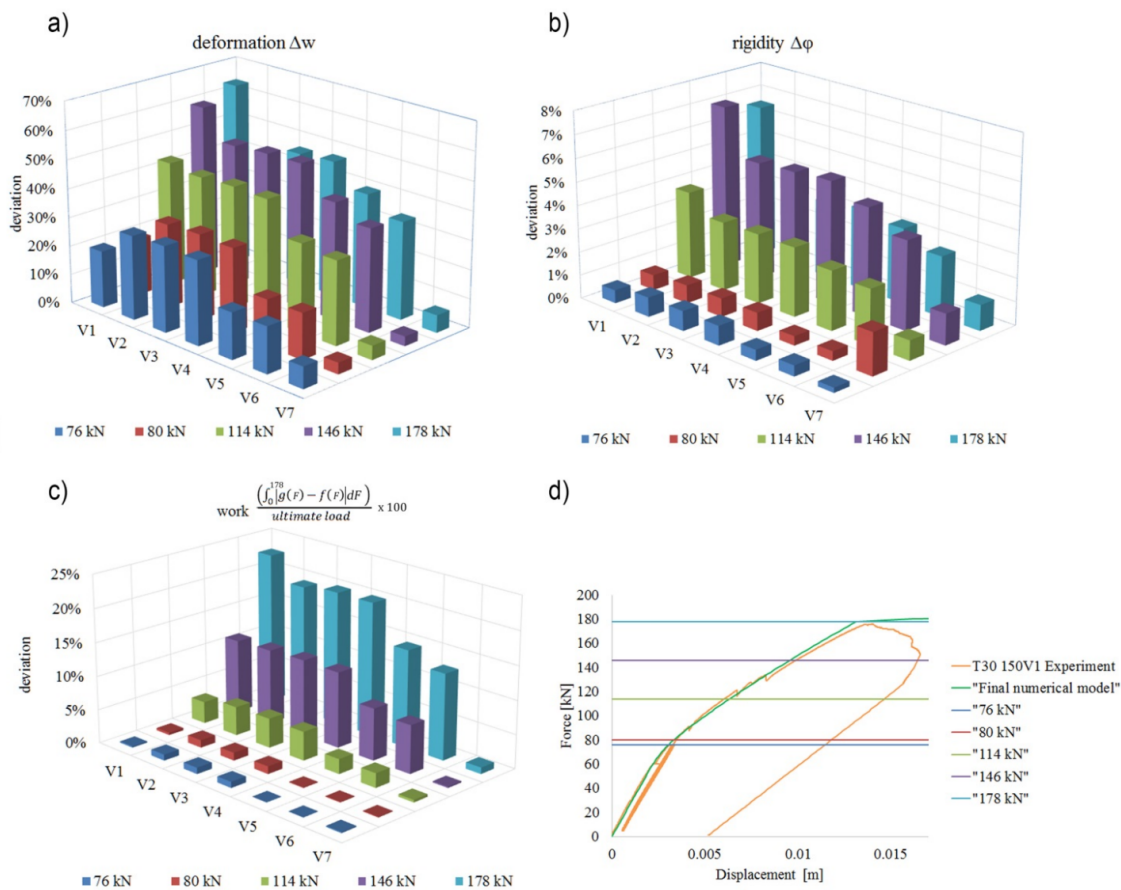
3D NMMKP model V7

pak zahrnuje i ztrátu předpjetí vlivem reologického chování betonu. Srovnání Modelů V6 a V7 je k dispozici na Obrázku 4.19.

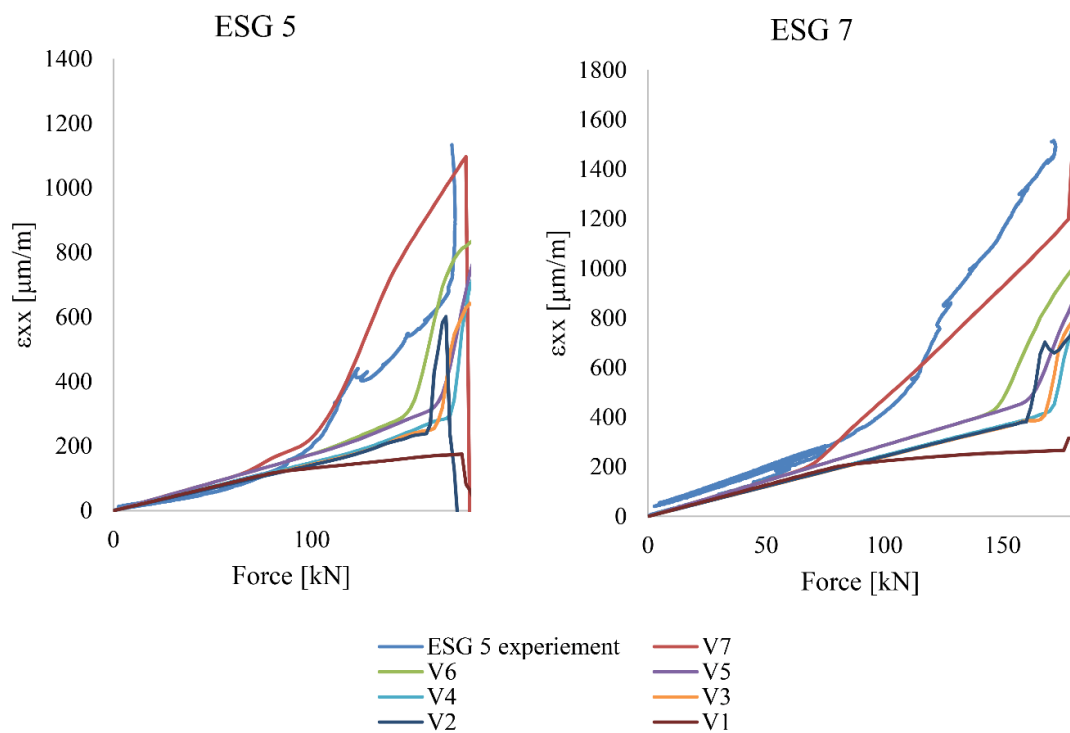


Obr. 4.19: Srovnání LD křivek modelů V6 a V7 s experimentálně získanými daty

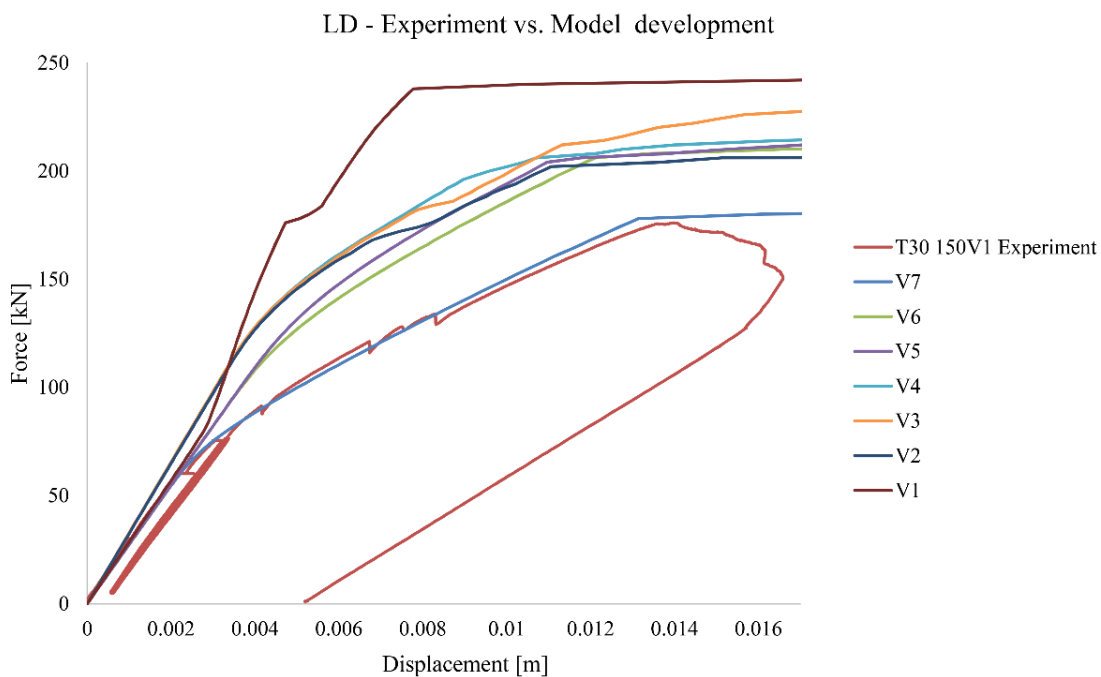
Model V7 je finálním modelem nosníku T30 150V2, který uspokojivě koresponduje se všemi výstupy provedeného destruktivního testu. Deformace vlivem dotvarování a smršťování betonu vypočtené dle MC2010 byly do modelu vneseny formou aplikace teplotního zatížení s ekvivalentním efektem. Podrobný popis stanovení ekvivalentního teplotního zatížení je k dispozici v rámci kapitoly 4.3.3. Obrázek 4.20 (a) – (c) ukazuje postupný vývoj odchylek jednotlivých zjednodušených modelů od experimentálně získaných hodnot na příkladu několika sledovaných parametrů (svislá deformace pod působící silou δw , tuhost $\delta\Phi$ a hodnota integrálního kritéria definovaného vztahem 4.1). Obrázek 4.20 (d) ukazuje hodnoty aplikované síly při kterých byla kontrolována míra shody modelovaných trhlin s experimentálními záběry CCD kamery. Srovnání výstupů vybraných tenzometrů (ESG) umístěných ve stojině nosníku (viz Obrázek 4.7) s modelovanými hodnotami pro verze V1 – V7 je k dispozici na Obrázku 4.21. Obrázek 4.22 zachycuje srovnání LD křivek (závislosti svislého posunutí spodní hrany nosníku pod působící silou na velikosti této síly). Jednotlivých vývojových fází modelu v rámci jediného grafu.



Obr. 4.20: (a) – (c) Postupný vývoj odchylek sledovaných parametrů zjednodušených modelů od experimentálně získaných hodnot, (d) vyznačení prahových hodnot pro kontrolu relevance modelovaných trhlin



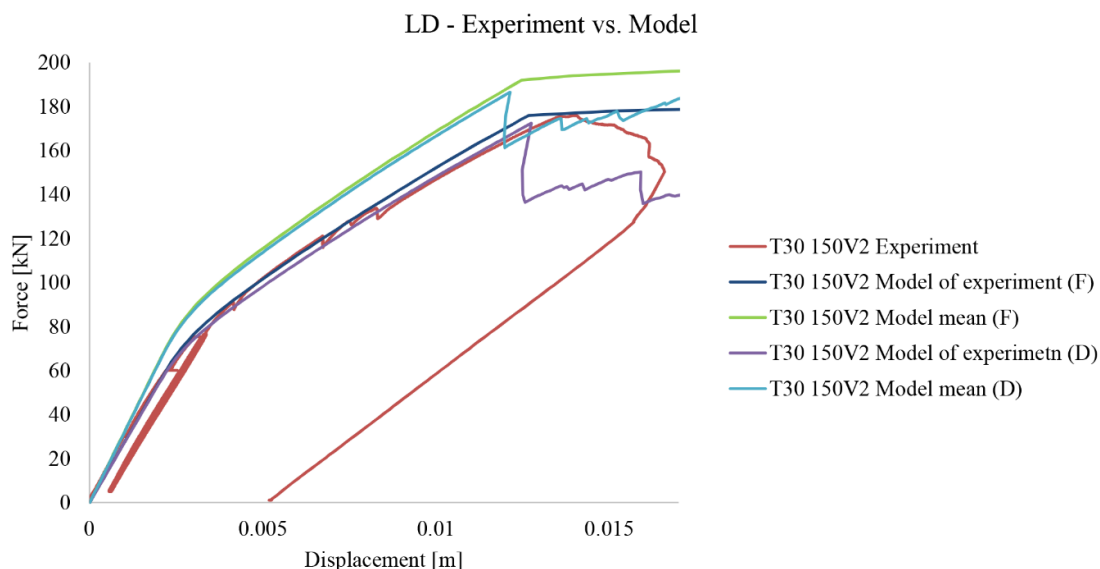
Obr. 4.21: Srovnání modelovaných a skutečných výstupů tenzometrů 5 a 7 (přesné pozice viz 4.7) se naměřenými daty pro jednotlivá vývojová stádia modelu (V1 – V7)



Obr. 4.22: Srovnání LD křivek jednotlivých modelů v rámci jednoho grafu

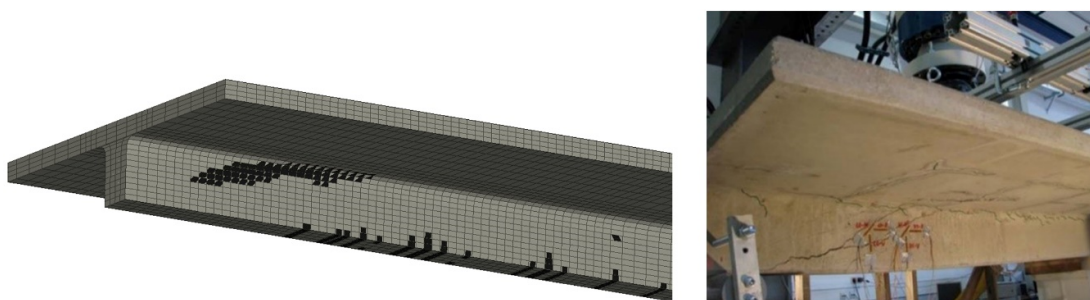
4.3.5 Výsledky modelování destruktivních zkoušek

Obrázek 4.23 zachycuje finální LD křivky modelu V7. Na obrázku jsou srovnány výsledné křivky modelů zatěžovaných silou (F) a kontrolovanou deformací (D) se středními hodnotami materiálových parametrů (zelená a tyrkysová křivka) a s hodnotami materiálových parametrů optimalizovanými pro popis dané realizace experimentu (modrá a fialová křivka).



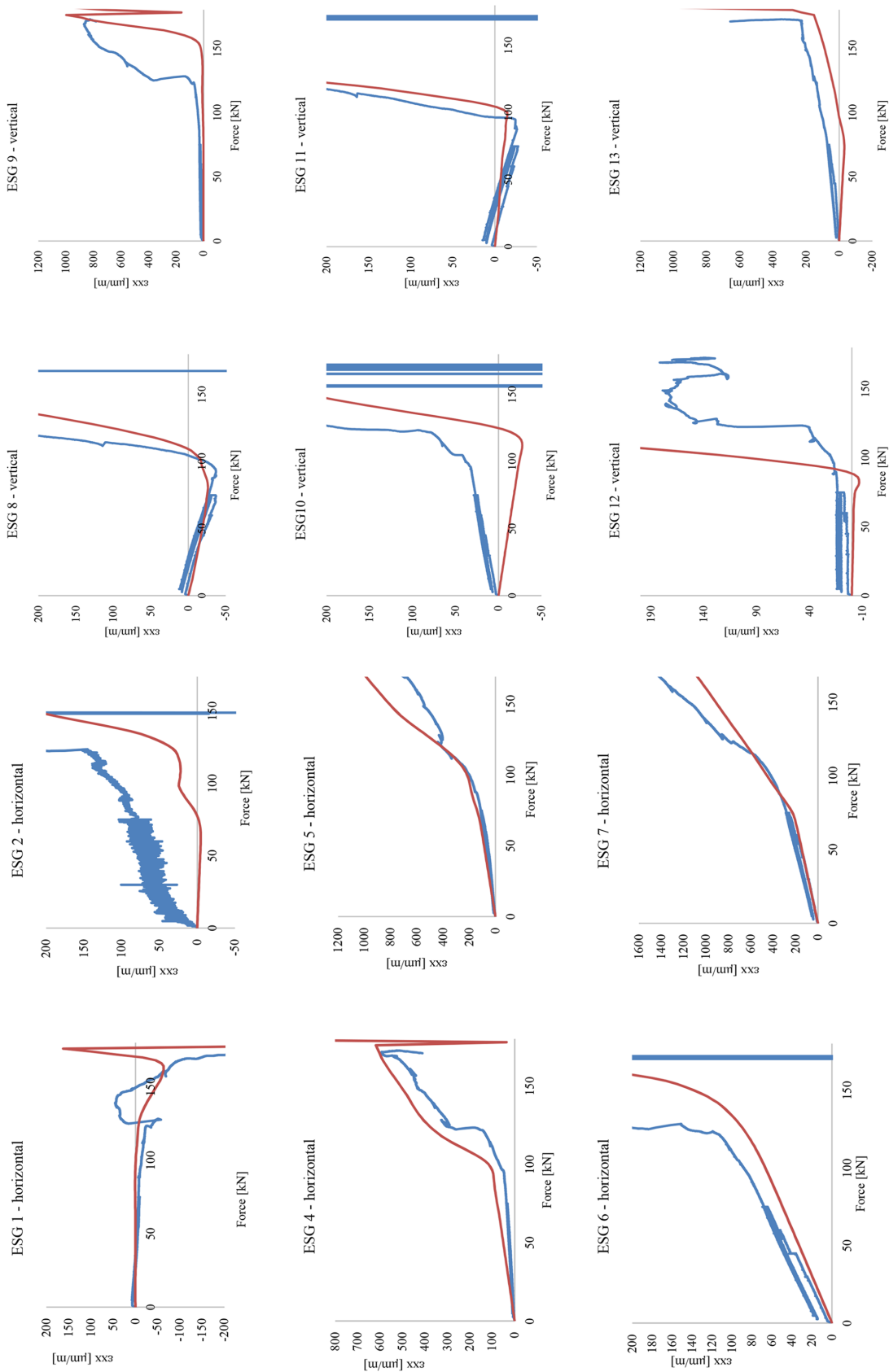
Obr. 4.23: Výstupní LD křivky finální verze numerického modelu

Obrázek 4.24 ukazuje srovnání numericky získané podoby trhlin se skutečným obrazem trhlin pozorovaných během provedení destruktivního testu.



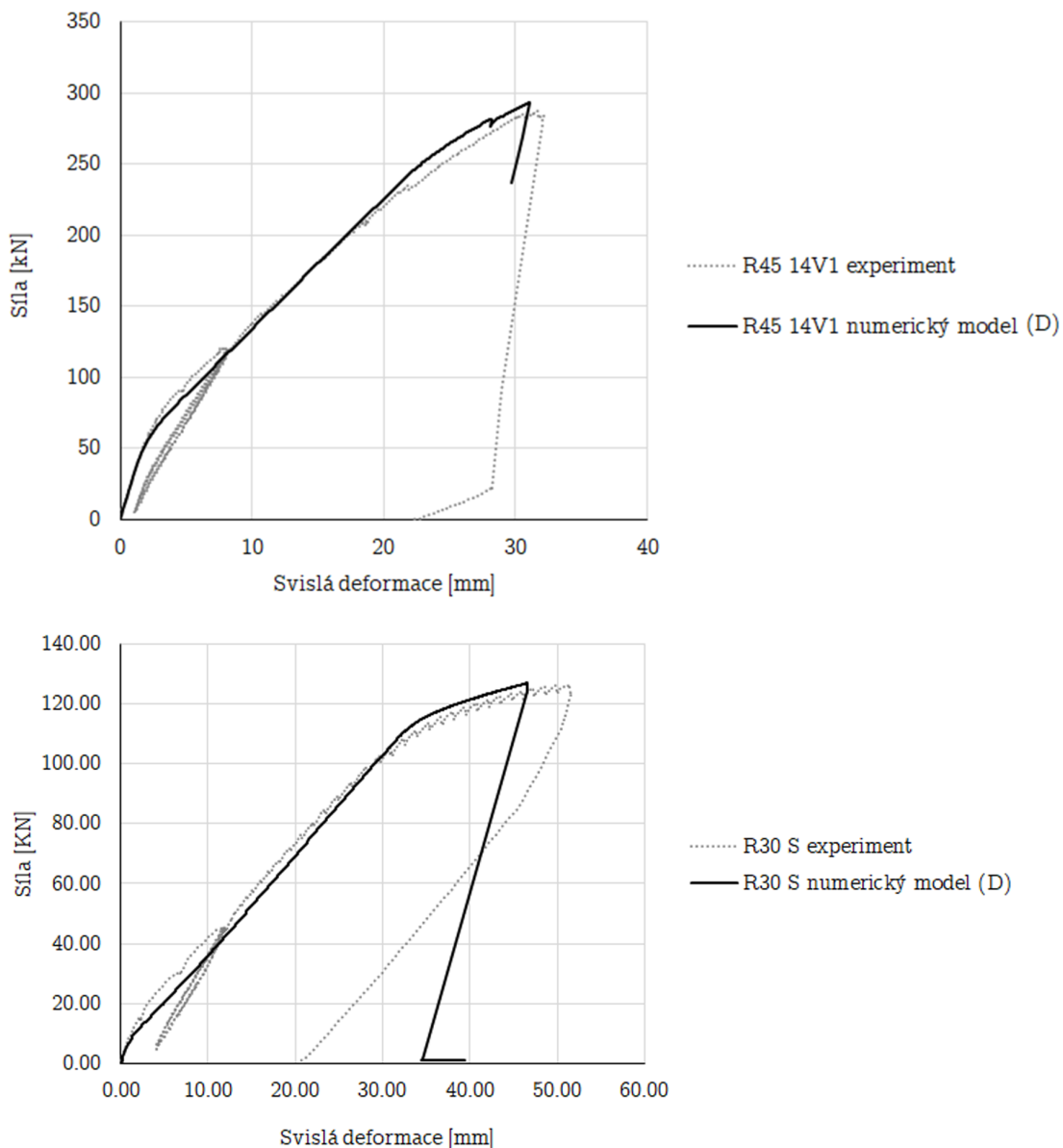
Obr. 4.24: Srovnání obrazců trhlin – numerický model vs. experiment

Výstupy 12 tenzometrů umístěných v oblasti předpokládaného smykového porušení nosníku T30 150V2 byly rovněž srovnány s modelovanými daty. Obrázek 4.25 zachycuje srovnání výstupů tenzometrů s výsledky numerického modelování.



Obr. 4.25: Srovnání výstupů tenzometrů s výsledky numerického modelování

Popsaná metodika modelování byla aplikována rovněž při tvorbě modelů zbylých destruktivních experimentů uvedených v Tabulce 4.4. Obrázek 4.26 Zachycuje výsledné srovnání experimentálně získaných a numericky extrahovaných LD křivek pro vybrané typy nosníků. U všech modelovaných nosníků dosahovaly výsledky numerických modelů dobré shody s experimentálně získanými daty. Výčet výsledků všech modelovaných experimentů je mimo rámec tohoto textu.



Obr. 4.26: srovnání experimentálně získaných a numericky extrahovaných LD nosníků R45 14V1 a R30 S

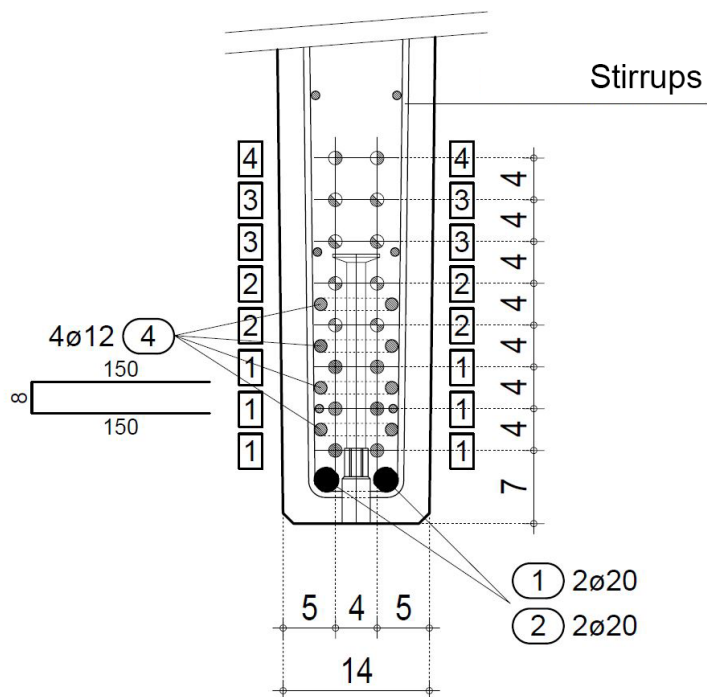
4.3.6 Nelineární numerický model nosníku LDE7

Postupy vývoje modelu ověřené při modelování destruktivních zkoušek popsané v rámci kapitoly 4.3 byly aplikovány při tvorbě nelineárního numerického modelu skutečného střešního nosníku LDE7 produkovaného firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG. Následující kapitola je věnována popisu numerického modelu tohoto nosníku.

Vzhledem k poměrně velkým rozměrům nosníku LDE7 (viz níže) by provedení destruktivních experimentů na skutečném nosníku bylo obtížné a neúměrně nákladné. V rámci experimentálního programu blíže popsáno v kapitole 4.2.2 byly proto provedeny pouze zatěžovací zkoušky [162]. Informace získané na základě těchto zkoušek popisují pouze lineární větev pracovního diagramu (křivky zatížení versus přetvoření) pro dané zatížení. Data byla použita k verifikaci výsledků numerického modelování a chování modelu v lineární oblasti.

Nosník má průřez tvaru TT, délka nosníku činí $30m$, výška nosníku na koncích je $0.5m$, uprostřed rozpětí pak $0.9m$, tloušťky stojin průřezu jsou $0.14m$ (na spodní hraně - průřez se směrem vzhůru mírně rozšiřuje), šířka horní desky průřezu je $3m$ a její tloušťka odpovídá $0.07m$. Geometrie nosníku a jeho vyztužení je symetrická podle roviny středového průřezu a podle svisle orientované středové roviny kolmé na průřez. Nosník je předepnut 32 předpínacími kabely (16 v každé ze stojin) na úroveň napětí v předpínacích kabelech odpovídající $1107.53MPa$. Pro předepnutí nosníku byly použity kabely ST 1570/1770 (sedmi drátová lana celkové průřezové plochy $93mm^2$). Kabely vnášejí předpínací sílu do okolního betonu přímým kontaktem (třením). Stávající návrh vyztužení nosníku respektuje podmínku, aby napětí v betonové části libovolného průřezu nepřekročilo 45% tlakové pevnosti betonu f_{ck} . V takovém případě norma EC-2 [24] umožňuje uvažovat lineární hodnoty deformace způsobené dotvarováním betonu. Vzhledem k proměnné výšce průřezu nosníku je s ohledem na definovaný požadavek maximálního přípustného tlaku v betonové části průřezu předpínací výztuž rozdělena do 4 vrstev. 6 nejnižší položených kabelů v každé ze stojin je spojeno s okolním betonem po celé délce nosníku. 4 kabely v následující vrstvě každé ze stojin jsou izolovány v délce $2m$ od konců nosníku. 4 kabely třetí vrstvy jsou izolovány $4m$ od konců nosníku. 2 kabely nejvyšší vrstvy jsou pak izolovány $5.6m$ od konců nosníku. Kromě předpínací výztuže nosník obsahuje také konvenční vyztužení ocelovými (BST550) pruty. U spodní hrany průřezu jsou stojiny vyztuženy 2 pruty průměru $20mm$. Oblast přechodu mezi stojinami a deskou je vyztužena 6 pruty průměru $14mm$. Oblasti na koncích nosníků jsou vyztuženy 4 vodorovně orientovanými třmínky průměru $12mm$. Původní návrh nosníku nepočítá se smykovou výztuží. Vertikální výztužné prvky jsou zastoupeny pouze v podobě konstrukční výztuže 13 svislými třmínky průměru $6mm$ rozmístěných po $0.5m$ na

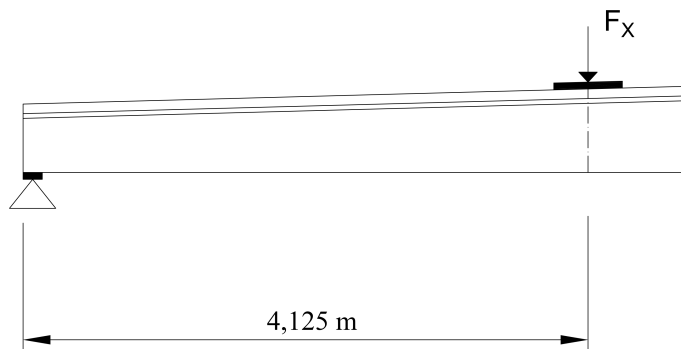
koncích nosníku a 16 svislými třmínky průměru 6mm rozmístěnými po 0.5m ve střední části nosníku. Deska byla vyztužena sítí prutů průměru 8mm s okem velikosti 0.2m . Schéma vyztužení spodní části stojiny je zachyceno na obrázku 4.27 kde čísla 1-4 po stranách průřezu označují jednotlivé vrstvy předpínací výztuže (viz výše).



Obr. 4.27: Detail vyztužení spodní části stojiny nosníku LDE7

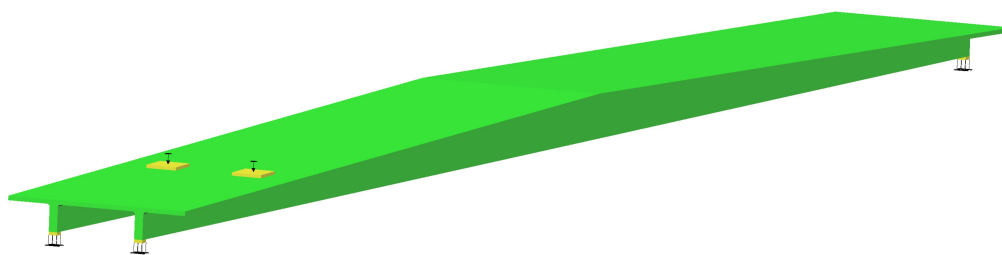
Deterministický model nosníku LDE7 využívá definice materiálových parametrů ověřené při modelování destruktivních experimentů se zmenšenými modely nosníků. Nosník je vybetonován z betonové směsi C50/60 popsané v Tabulce 4.1. Použité materiálové modely odpovídají definicím uvedeným v rámci kapitoly 4.3.2. Pro potřeby ověření chování modelu v lineární oblasti pracovního diagramu byl nosník nejprve zatížen analogicky k provedeným zatěžovacím zkouškám (viz kapitola 4.2.2). Pro potřeby analýzy smykové únosnosti byla následně definována hypotetická experimentální situace zachycená na Obrázku 4.28.

Nosník byl zatížen dvěma bodovými silami aplikovaným nad každou ze stojin ve vzdálenosti 4.125m od konce nosníku. Síly byly aplikovány na ocelovou roznášecí podložku $0.5 \times 0.5 \times 0.05\text{m}$. Předpokládá se uložení nosníku na 4 ocelové podložky $0.14 \times 0.14 \times 0.05\text{m}$. Experimentální schéma počítá s prostým podepřením nosníku. Reologické chování nosníku a korespondující ztráty předpětí byly modelovány dle analytické definice převzaté z MC2010 [13]. Samotné ztráty byly definovány v sou-



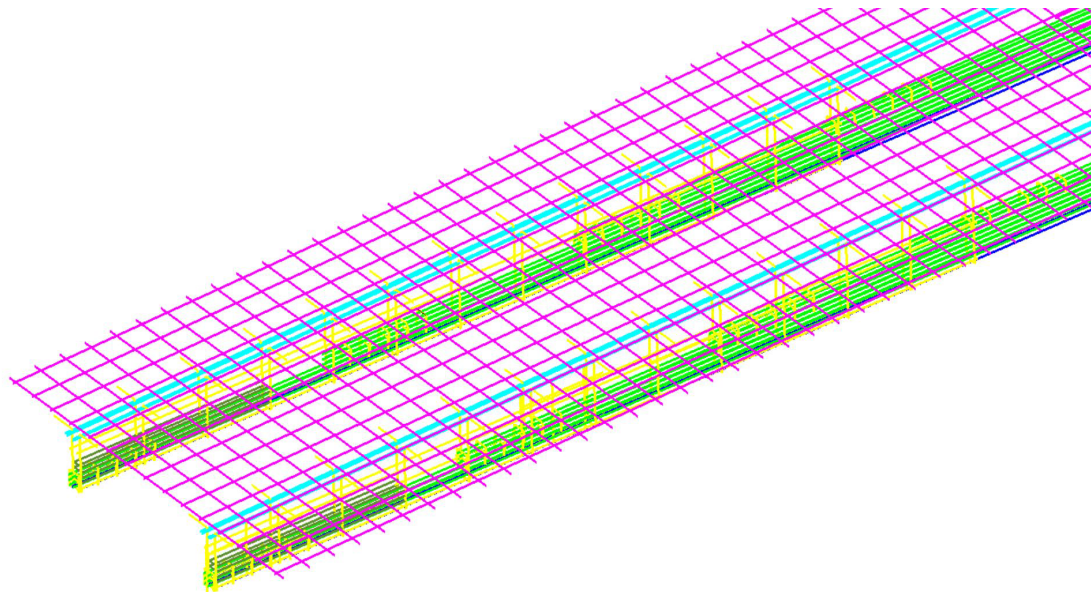
Obr. 4.28: Schéma zatížení nosníku LDE7 v rámci simulovaného destruktivního experimentu

ladu s popisem uvedeným k kapitole 4.3.3. Vytvořený model předpokládá aplikaci zatížení po 28 dnech tvrdnutí betonu. Numerický model byl vytvořen v programovém prostředí Atena Science [27]. Nastavení parametrů nelineárního řešiče je popsáno v kapitolách 4.3.1 (geometrie podepření a konečných prvků), 4.3.2 (nastavení a vlastnosti materiálových modelů) a 4.3.3 Způsob zatěžování a vnesení předpětí. V rámci preprocesoru GID byl vytvořen 3D model nosníku o 61784 konečných prvcích. Sít konečných prvků byla zahuštěna v místě předpokládaného smykového porušení. Obrázek 4.29 zachycuje náhled na vytvořený 3d model spolu s okrajovými podmínkami. Obrázek 4.30 zachycuje použitý 3D model geometrie vyztužení.



Obr. 4.29: 3D model experimentu spolu s okrajovými podmínkami

LD křivka popisující závislost velikosti sumy aplikovaných sil a přetvoření měřeného na spodní hraně stojin v místě aplikace zatížení je zobrazena na Obrázku 4.31. Vodorovná linka v grafu vyznačuje mezní únosnost vyhodnocenou pro danou úlohu



Obr. 4.30: 3D model vyztužení nosníku LDE7

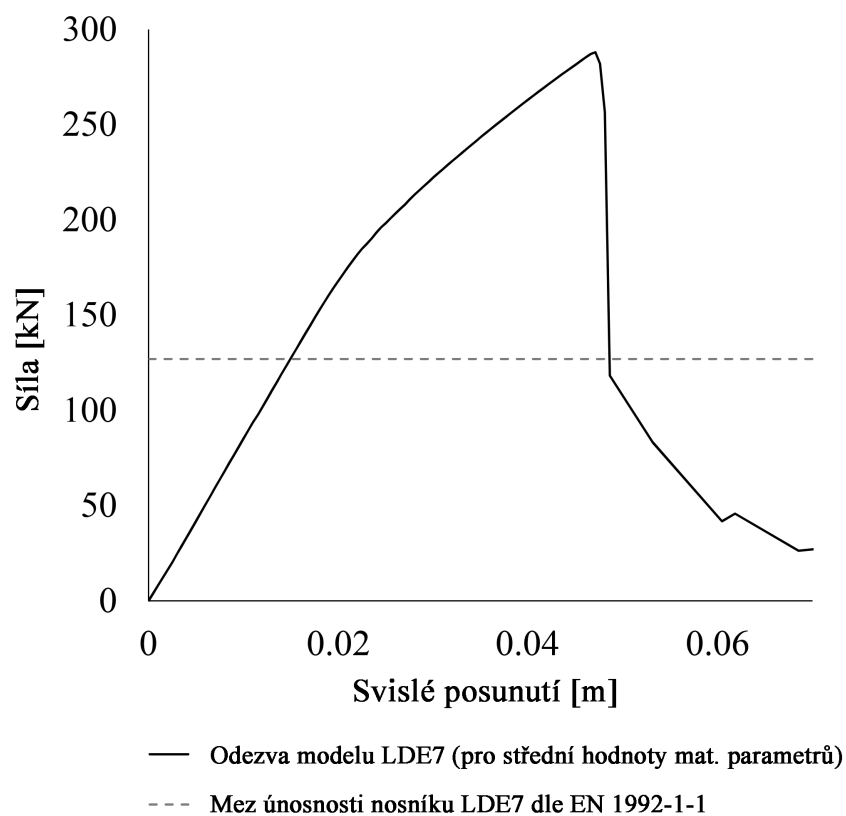
pomocí modelu dle EC-2 [24].

Numerický model vytvořený pro zatěžovací model definovaný na obrázku 4.28 ukazuje smykové porušení zkoumaného nosníku. Výsledná smyková trhлина na mezi únosnosti předpovězená numerickým modelem je zachycena na obrázku 4.32. Stochastická analýza popsaná v rámci kapitoly 4.4 byla provedena pouze pro výrobcem definovaný zatěžovací model (viz obrázek 4.32).

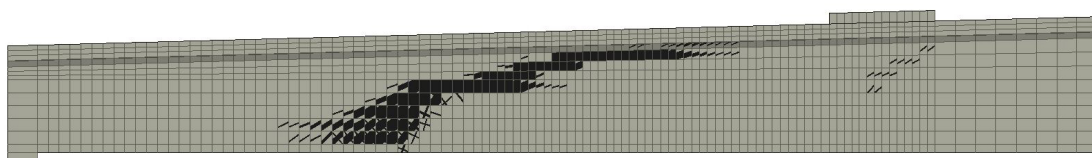
Pro potřeby spolehlivostní optimalizace popsané v kapitole 4.5 bylo modelováno také zatížení nosníku v konfiguraci tříbodového ohybu zachycené na obrázku 4.33. Trhliny a způsob porušení odpovídající této konfiguraci jsou zachyceny na obrázku 4.34. Všimněme si, že nosník LDE7 selže v důsledku smykové trhliny i v případě zatížení tříbodovým ohybem.

Vytvořený model je symetrický podle vertikální středové roviny kolmé na průřezu nosníku. Pro potřeby stochastické analýzy bylo využito této symetrie a model byl redukován na nosník průřezu T se zamezením vodorovného posunu ve směru normály středové podélné roviny průřezu desky. Původní model pak posloužil k verifikaci aplikovatelnosti uvedeného zjednodušení a k ověření správné definice okrajových podmínek.

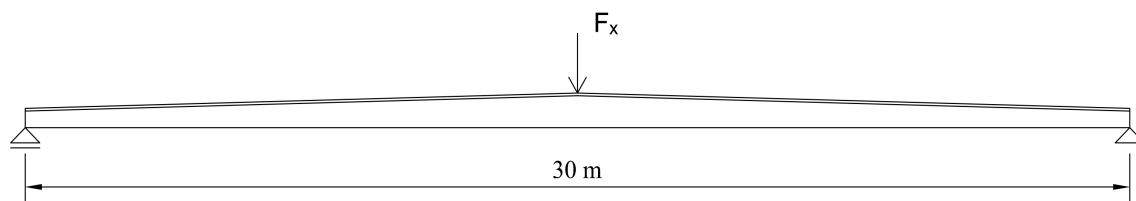
Postup modelování popsáný v této kapitole byl detailně popsán rámci příručky pro nelineární numerické modelování předpjatých prvků [111]. Vytvořené numerické a stochastické modely byly využity pro potřeby dalšího výzkumu postupů deterministického nelineárního modelování předpjatých konstrukcí [107], [168], [152], [165],



Obr. 4.31: LD křivka popisující smykovou odezvu výsledného modelu



Obr. 4.32: Trhliny MKP modelu při zatížení dle 4.28



Obr. 4.33: Zatížení v konfiguraci 3PB



Obr. 4.34: Trhliny MKP modelu při ohybovém zatížení dle 4.33

stochastických parametrů smykové odezvy modelovaných prvků [115], [153], [167], [155], [154], metod analýzy senzitivity [85], [110], [109], [83], aproximačních metod [119], [83], [116], polo-pravděpodobnostních metod [117], [108], [166], metod monitorování a hodnocení poškození betonových konstrukcí [164], [22], [162] a spolehlivostní optimalizace [149].

4.4 Stochastické modelování

Postup stochastického modelování popsany v rámci této kapitoly byl publikován v [154]. Experimentální program popsany v kapitole 4.2.1 poskytl informace o statistikách materiálových parametrů užitých betonových směsí. Následná identifikace lomově-mechanických parametrů materiálového modelu 3D NonLinear Cementitious 2 pomocí ANN [180] určila základní stochastický model materiálových parametrů směsi C50/60 použité pro betonáž zkoumaných nosníků (viz Tabulka 4.3). Přestože byl počet provedených lomově-mechanických experimentů poměrně velký, nelze s dostatečnou jistotou potvrdit správnost identifikace jednotlivých funkcí hustoty rozdělení pravděpodobnosti uvedených v Tabulce 4.3. Pro potřeby stochastického modelování destruktivních experimentů tak byly využity pouze identifikované střední hodnoty a variační koeficienty. Rozdělení jednotlivých materiálových parametrů pak byla určena na základě převažujících definic v rámci dostupné literatury.

Statistické parametry betonářské výztuže a předpínacích kabelů byly stanoveny na základě informací získaných od výrobců. Zbylé parametry stochastického modelu destruktivních experimentů zachycené v Tabulce 4.9 byly převzaty z doporučení JCSS [66]. Proměnné modelu jsou E - Youngův modul pružnosti (E_c - beton, E_s - ocelová výztuž, E_t - předpínací výztuž), f_t - pevnost betonu v tahu, f_c - pevnost betonu v tlaku, G_f - lomová energie, ρ - hustota betonové směsi, f_{ys} - mez kluzu ocelové výztuže, f_{yt} - mez kluzu předpínací výztuže, IL - modelová nejistota pro okamžité ztráty předpětí, LTL - modelová nejistota pro dlouhodobé ztráty předpětí a P - předpínací síla. Střední hodnota předpínací síly byla definována takto výrob-

cem, zatímco variabilita a funkce hustoty pravděpodobnosti byly definovány podle [66]. Geometrické nejistoty jsou vzhledem k použitému výrobnímu postupu pouze minimální a jejich vliv může být zanedbán.

Pro každou realizaci byly vypočteny ztráty předpětí podle MC 2010 [13]. Nejistoty spojené s užitím uvedeného modelu výpočtu ztrát předpětí jsou neznámé. V ideálním případě by měly být modelové nejistoty získány přímo ze souboru reprezentativních laboratorních experimentů a měření provedených na skutečných konstrukcích, u nichž jsou všechny vstupní hodnoty monitorovány. V takových případech má modelová nejistota povahu přirozené nejistoty. Je-li počet provedených měření malý, je tato statistická nejistota zpravidla velká. Kromě toho může existovat nejistota způsobená chybami měření jak na vstupu, tak na modelovaném výstupu. Vhodným nástrojem pro kvantifikaci nejistot je obvykle Bayesovská regresní analýza. V mnoha případech však chybí konzistentní soubor experimentů a statistické vlastnosti nejistot modelu jsou postaveny čistě na inženýrském úsudku [66]. Nejběžnější způsob zavedení modelové nejistoty do výpočtového modelu je:

$$Y = \theta_l \times f(X_1 \dots X_n) \quad (4.2)$$

kde Y je nová modelová odezva zahrnující nejistotu modelu. Proměnné θ_l představují parametry, které zohledňující modelové nejistoty jež jsou uvažovány jako náhodné veličiny. $f(X_1 \dots X_n)$ je původní odezva modelu. Modelové nejistoty byly zavedeny pouze pro výpočet ztrát předpětí dle [13].

Hodnoty CoV pro ztráty předpětí uvedené v Tabulce 4.9 neodpovídají doporučení JCSS, jež udává příliš široký rozptyl ztrát odpovídající CoV = 30%. Použitý model však sám pracuje s náhodnými vstupy v podobě randomizovaných materiálových parametrů betonu a předpínací síly. Část variability ztrát předpětí pak explicitně zahrnuje samotný model výpočtu ztrát. Hodnoty variability modelových nejistot ztrát předpětí doporučené JCSS tak byly v rámci aplikovaného stochastického modelu sníženy na 10%. Přesná kvantifikace variability modelové nejistoty ztrát předpětí jde nad rámec tohoto textu.

Mezi jednotlivými proměnnými stochastického modelu je nutné zavést statistické korelace. K zavedení požadovaných statistických korelací byla použita optimalizační metoda simulovaného žíhání [179]. Použitá korelační matice je uvedena v tabulce 4.10. Korelace materiálových parametrů betonu byla stanovena na základě údajů kombinovaných z více různých zdrojů. Výsledky experimentální kampaně popsané v části 4.2 vedly k výsledkům shrnutým v [190]. Získaná data však nemusí představovat přesvědčivý statistický soubor. Použité korelační koeficienty byly proto upraveny na základě údajů z jiných zdrojů [174]. Korelace mezi materiálovými parametry betonu je předmětem mnoha diskusí a vyžaduje další experimentální výzkum. Korelace

Tab. 4.9: Stochastický model destruktivních experimentů

Proměnná	Střed. Hod.	CoV	Rozdělení
Beton:			
E_c	34.8 GPa	10.60%	Lognormální (2 par.)
f_t	3.9 MPa	10.60%	Lognormální (2 par.)
f_c	77 MPa	6.4%	Lognormální (2 par.)
G_f	219.8 $J.m^{-2}$	12.80%	Lognormální (2 par.)
ρ	0.0023 $kton/m^3$	4%	Normální
Betonářská výztuž:			
E_s	200 GPa	2%	Normální
f_{ys}	610 MPa	4%	Normální
Předpínací kabely:			
E_t	195 GPa	2.50%	Normální
f_{yt}	1387.88 MPa	2%	Normální
Přepínací síla:			
P	0.0835 MN	6%	Normální
Ztráty předpětí			
IL	1	10%	Lognormální (2 par.)
LTL	1	10%	Lognormální (2 par.)

dalších parametrů, jako je modul pružnosti a mez kluzu výztuže, byla uvažována dle doporučení v [66]. V rámci využitých analytických modelů [13] jsou okamžité i dlouhodobé ztrát předpětí závislé na materiálových parametrech betonu a počáteční předpínací síle. Tato vzájemná provázanost by se měla projevit i v nejistotách použitých pro model ztrát předpětí. Proto bylo empiricky rozhodnuto, že korelace mezi nejistotou krátkodobých ztrát (IL) a dlouhodobých ztrát (LTL) bude uvažována hodnotou 0,5 (viz tabulka 4.10).

Tab. 4.10: Korelační matice stochastického modelu

Parametr	E_c	f_t	f_c	G_f	ρ	E_s	f_{ys}	E_t	f_{yt}	P	IL	LTL
E_c	1	0.5	-0.8	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0
f_t	0.5	1	-0.7	0.8	0	0	0	0	0	0	0	0
f_c	-0.8	-0.7	1	-0.6	0	0	0	0	0	0	0	0
G_f	0.5	0.8	-0.6	1	0	0	0	0	0	0	0	0
ρ	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
E_s	0	0	0	0	0	1	0.6	0	0	0	0	0
f_{ys}	0	0	0	0	0	0.6	1	0	0	0	0	0
E_t	0	0	0	0	0	0	0	1	0.6	0	0	0
f_{yt}	0	0	0	0	0	0	0	0.6	1	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
IL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.5
LTL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5	1

Standardní definice indikátoru spolehlivosti v podobě pravděpodobnosti poruchy vyžaduje znalost zatěžovacích stavů a jejich statistických parametrů. Rezervu spolehlivosti Z definovanou v kapitole 1.2.2 jako $Z = R - S$ vyčíslíme na základě znalosti odezvy konstrukce R a působících zatížení S . Definice pravděpodobnosti poruchy 1.61 vyžaduje kvantifikaci veličiny Z . Hodnotu S nelze v případě návrhu prefabrikovaných prvků dopředu znát, protože podmínky prostředí a zatížení působící během životnosti konstrukce závisí na konkrétních návrhových situacích. V případě popsané stochastické analýzy nosníku LDE7 bude proto pozornost zaměřena pouze na statistické vyhodnocení návrhové hodnoty odezvy konstrukce R_d . Pro praktické hodnocení střední hodnoty a směrodatné odchylky odezvy na základě simulovaných realizací byly užity bodové odhady definované vztahy 1.22 a 1.23. Pro stanovení návrhové hodnoty odezvy konstrukce R_d uvažujme požadovanou úroveň indexu spolehlivosti β pro mezní stav únosnosti konstrukce se středními následky selhání a uvažovanou dobou životnosti 50 let dle [66] jako $\beta_n = 3,8$. Odpovídající hodnotu pravděpodobnosti poruchy pak lze dle [24] zapsat jako:

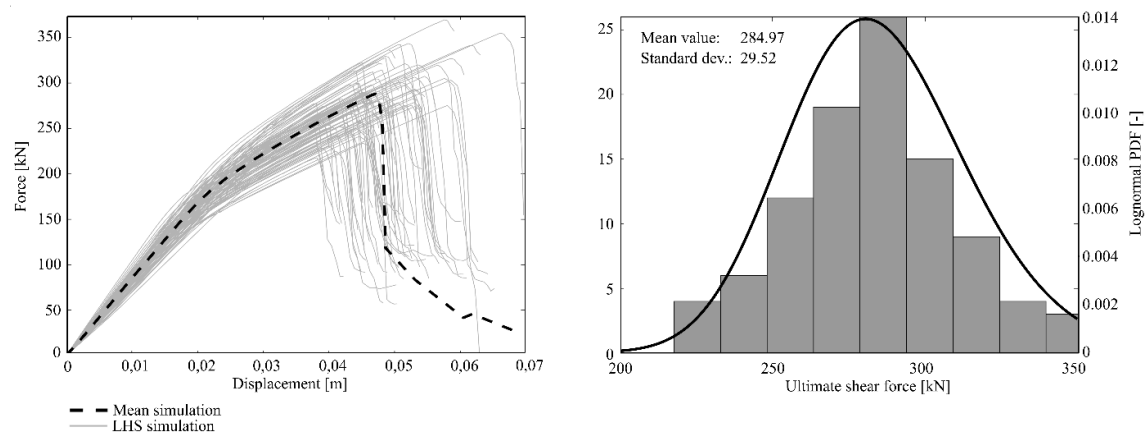
$$p_f = \phi_N^{-1}(-\beta_n \alpha_R) = \phi_N^{-1}(3, 8 \times 0, 8) = 0,0012 \quad (4.3)$$

kde ϕ_N^{-1} Je inverzní distribuční funkce normálního rozdělení, α_R představuje směrový kosinus odvozený z metody FORM (hodnota doporučená v [24] je 0,8). Po vyhodnocení střední hodnoty a směrodatné odchylky bylo pomocí softwaru FReET [114] nalezeno odpovídající předpokládané lognormální rozdělení odezvy konstrukce. Návrhová hodnota odezvy konstrukce značená jako FP byla stanovena jako kvantil výsledného rozdělení odezvy odpovídající pravděpodobnosti poruchy $p_f = 0,0012$ (viz vztah 4.3).

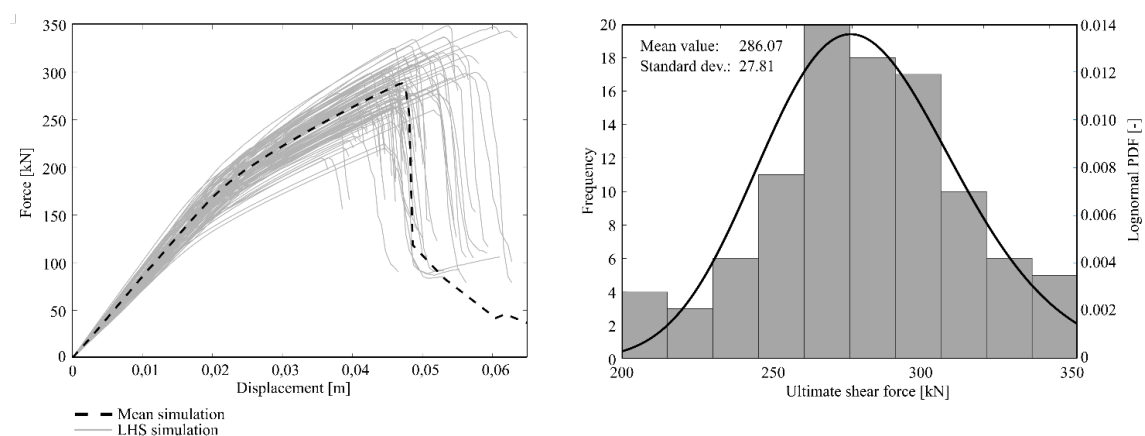
Cílem stochastického modelování bylo získat informace o statistických parametrech smykové odezvy zkoumaných nosníků. Vyhodnocená data pak měla sloužit ke kalibraci a úpravě dostupných analytických vztahů pro výpočet prvků namáhaných smykovou a normálovou silou s minimálním množstvím smykové výztuže [75].

Vzhledem k velké časové náročnosti vyhodnocení numerických modelů (kde jedna simulace trvá 6-10 h) nebylo možné pracovat s velkými počty prováděných simulací. Způsob předpětí a aplikace modelu ztrát závislého na náhodných vstupech vyžaduje vyhodnocení ztrát předpětí v preprocesoru NLMKP. Uvedená definice úlohy zne-možnila využití existujícího spolehlivostního rozhraní SARA [61]. Pro řešení úlohy proto bylo vytvořeno nové komunikační rozhraní mezi prostředím ATENA Science [27] a spolehlivostním softwarem FReET [114]. Popis vytvořeného rozhraní je k dispozici v kapitole 2.1. S ohledem na časovou náročnost prováděných výpočtů bylo nutné minimalizovat riziko vzniku lidské chyby při manipulaci s daty. Softwarová automatizace je tedy nutností. V rámci testování celého postupu byla metodou LHS mean (viz kapitola 1.3.2) nasimulována zkušební sada prvních 30 simulací, jež měla sloužit k ověření definovaného stochastického modelu a k předběžné analýze senzitivity. Výsledky předběžného stochastického modelování byly publikovány v [153]. Výsledky citlivostní analýzy jsou popsány v kapitole 4.4.1.

Po finálním ověření modelu bylo provedeno 100 simulací metodou LHS mean (viz kapitola 1.3.2). Pro zavedení korelace mezi jednotlivými parametry modelu byla použita metodika využívající kombinatorické optimalizace popsaná v [179] implementovaná v simulačním modelu softwaru FReET [113] (viz kapitola 1.3.5). Pro srovnání bylo vygenerováno také 100 simulací se zavedením korelace pomocí Natafovy transformace. Použitá korelační matice je zachycena v Tabulce 4.10. Pro obě množiny simulací byla následně statisticky vyhodnocena odezva konstrukce pro konfiguraci zatížení zachycenou na obrázku 4.29. Výsledky simulací (LD křivky) s korelací pomocí kombinatorické optimalizace jsou k zobrazeny na obrázku 4.35. Výsledky simulací s korelací pomocí Natafovy transformace jsou zachyceny na obrázku 4.36.



Obr. 4.35: LD křivky simulaci odezvy konstrukce - pro veličiny korelované pomocí kombinatorické optimalizace [154]



Obr. 4.36: LD křivky simulaci odezvy konstrukce - pro veličiny korelované Natafovou transformací [154]

Získané výsledky jsou téměř totožné pro obě metody zavedení korelace. Lze tedy konstatovat, že kombinatorický optimalizační přístup je účinnou alternativou pro stochastickou analýzu malého počtu simulací výpočetně náročných matematických modelů a lze jej doporučit zejména v případech s komplikovanou sdruženou funkcí rozdělení pravděpodobnosti vstupních náhodných veličin, kde by tradiční Natafova transformace mohla selhat. Na druhou stranu v případě lognormálně nebo normálně rozdělených náhodných veličin je výhodné použít Natafovou transformaci vzhledem k možnosti zpětné transformace do nekorelovaného prostoru. To může mít zásadní význam pro analýzu citlivosti, jak je popsáno v následující podkapitole [154]. Pro potřeby vyhodnocení statistických parametrů odezvy konstrukce byly dále využity simulace korelované pomocí kombinatorické optimalizace.

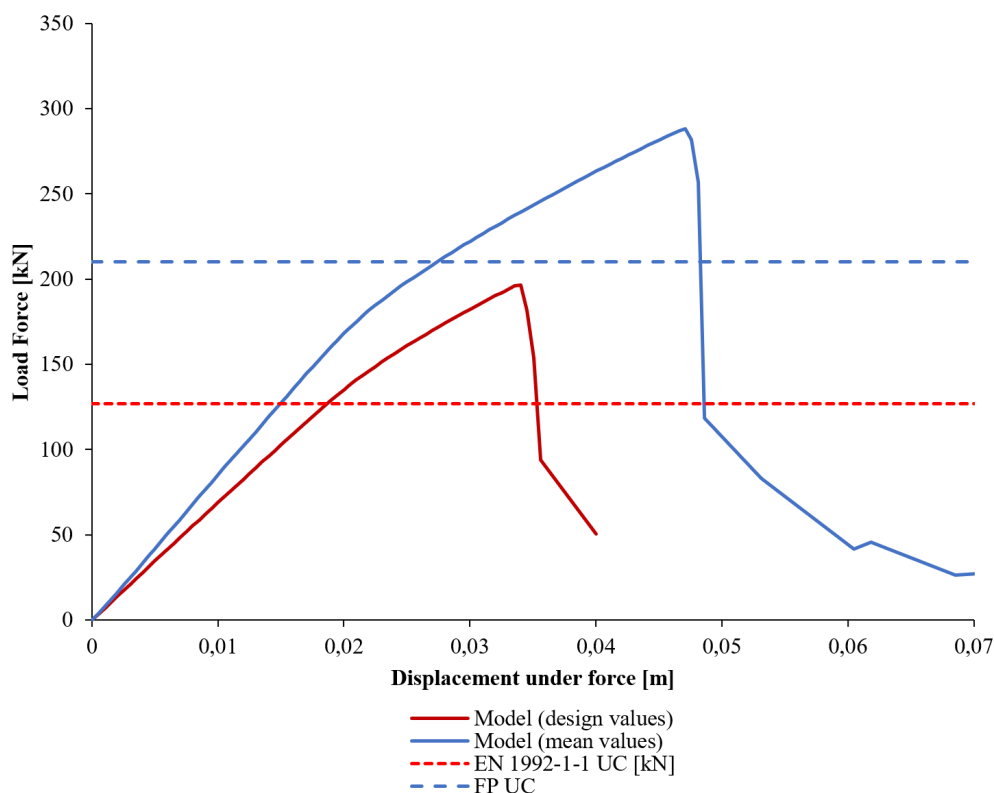
Obrázek 4.37 zachycuje návrhové hodnoty únosnosti dle EN 1992-1-1 [24] a plně pravděpodobnostního přístupu (FP) a LD křivky modelů se středními a návrhovými hodnotami materiálových parametrů. Z uvedeného srovnání vyplývá, že v nelineární větvi vypočtené LD křivky existuje značná nevyužitá kapacita. Poznamenejme, že nevyužitou kapacitu lze zohlednit jen do návrhové hodnoty odvozené pomocí plně pravděpodobnostního přístupu (FP - fully probabilistic) podle doporučení v [24].

V souladu s doporučeními v [24] lze pro stanovení návrhové hodnoty odezvy konstrukce modelované NMMKP použít obecný součinitel bezpečnosti γ_{R_d} . Tento součinitel může být určen na základě dalších dostupných informací (např. doporučení v rámci vědeckých prací [21]), nebo pomocí dodatečné analýzy, která je obvykle založena na Bayesovské kalibraci [44]. Výpočet návrhové hodnoty odezvy pak může být redukován na následující vztah:

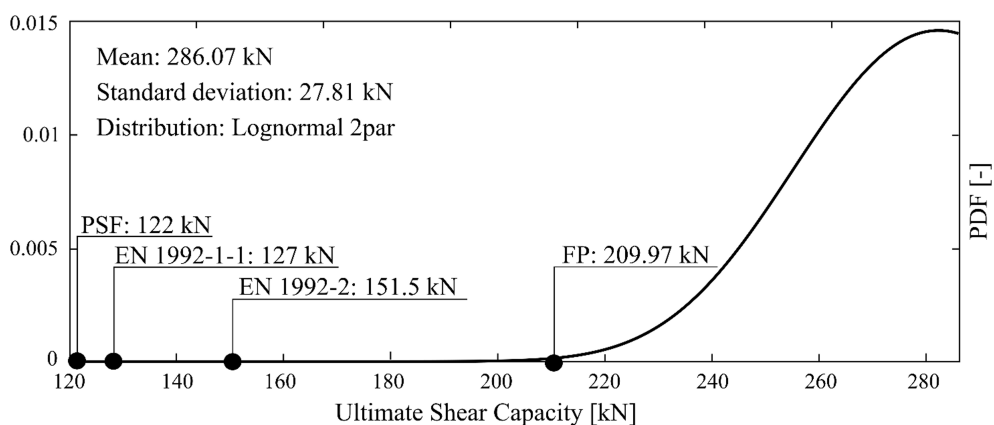
$$R_d = \frac{\mu_{Rd} \exp(-\alpha_R \beta_n \nu_f)}{\gamma_{R_d}} \quad (4.4)$$

Na obrázku 4.38 je výsledná návrhová hodnota odezvy získaná plně pravděpodobnostním přístupem (FP) srovnána s výsledky normativních metod uvedených v EN 1992-1-1, metodou globálního součinitele bezpečnosti (GSF) uvedenou v EN 1992-2 pro nelineární analýzu betonových konstrukcí a standardní metodou dílčích součinitelů bezpečnosti (PSF) v EN 1990. Plně pravděpodobnostní přístup je výpočetně mnohem náročnější než ostatní uvedené metody. Pro potřeby prefabrikovaných konstrukcí, jež jsou vyráběny opakovaně ve velkých sériích, je však hodnocení odezvy metodou FP dobře ospravedlnitelné.

Uvážíme-li FP jako referenční metodu (209,97 kN = 100 %) s nejvyšší návrhovou hodnotou odezvy, pozorujeme výrazný pokles návrhové únosnosti ve smyku v případě konzervativnějších normativních přístupů: EN 1992-2 - pokles o 28 %, EN 1992-1-1 - 40 % a PSF - 42 %. Normativní metody jsou dnes nejvíce užívanými přístupy pro návrh a analýzu konstrukcí reprezentovaných NLMKP modely. Metoda FP



Obr. 4.37: EN 1992-1-1 návrhová hodnota únosnosti, návrhová hodnota únosnosti plně pravděpodobnostního přístupu a LD křivky modelů se středními a návrhovými hodnotami materiálových parametrů [154]

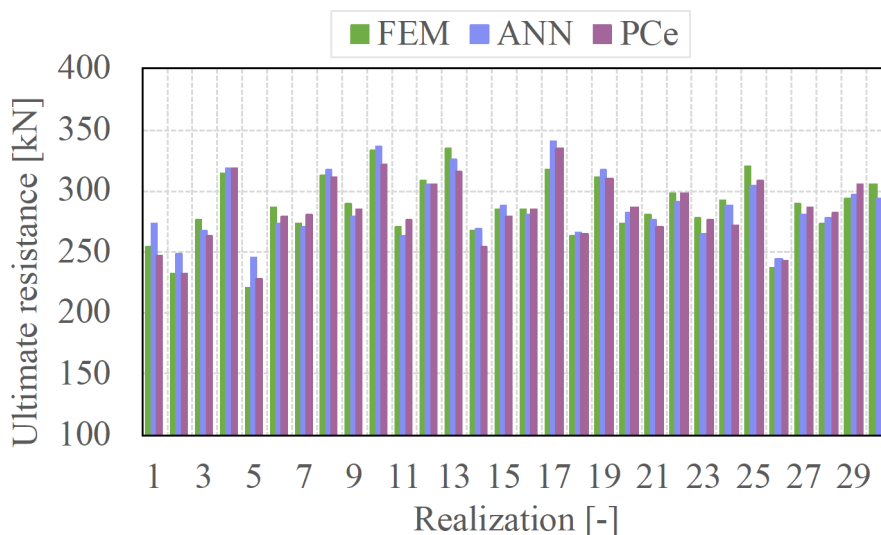


Obr. 4.38: Srovnání výsledné odezvy konstrukce vyčíslené dostupnými metodami s různými způsoby zohlednění konstrukční spolehlivosti

je však nejvíce obecným a nejméně konzervativním přístupem zohledňujícím přímo stochastickou definici vstupních proměnných včetně jejich vzájemné korelace.

4.4.1 Analýza citlivosti numerického modelu nosníku LDE7

Vytvořené stochastické modely byly podrobeny analýze senzitivity pomocí několika metod. Podrobný popis provedených analýz byl podán v [83]. Tato kapitola shrnuje pouze základní výsledky prezentované v uvedené publikaci. Analýza senzitivity pomocí Spearmanovy neparametrické pořadové korelace byla provedena na původním MKP modelu pro sadu 30 úvodních simulací s veličinami korelovanými dle matice v Tabulce 4.10 a sadu 30 simulací s nekorelovanými veličinami. Provedené simulace s nekorelovanými veličinami pak sloužily jako trénigová množina pro aproximaci původního MKP modelu pomocí ANN a PCe (viz kapitoly 1.4.3 a 1.4.4). 30 simulací provedených s využitím korelovaných veličin pak sloužilo k verifikaci výsledků provedených aproximací. Aproximace MKP modelu pomocí ANN byla využita k Analýze senzitivity pomocí parciálních variačních koeficientů (viz níže). Aproximace modelu PCe složila k efektivnímu vyčíslení hodnot Sobolových citlivostních indexů [170]. Srovnání výsledků numerického MKP modelu a jeho aproximací ANN a PCe je k dispozici na Obrázku 4.39. Obě provedené aproximace vykazují dobrou shodu s výsledky simulace původního MKP modelu.



Obr. 4.39: Srovnání výsledků MKP modelu a jeho aproximací pomocí ANN a PCe - převzato z [83]

Analýza pomocí Spearmanova koeficientu pořadové korelace

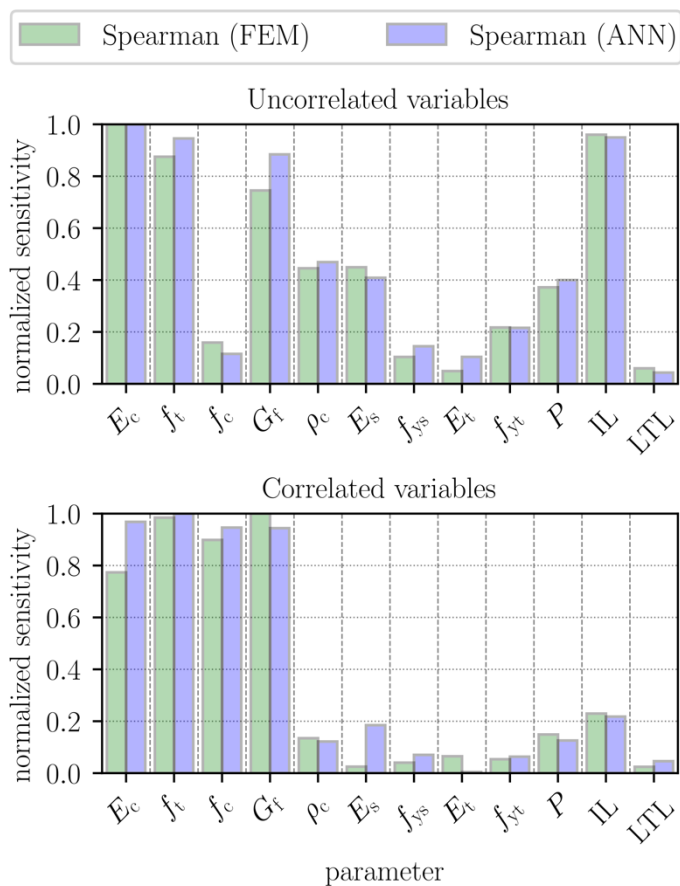
Základní vyhodnocení citlivosti modelu na změny hodnot vstupních parametrů bylo provedeno pomocí Spearmanova koeficientu neparametrické pořadové korelace (viz kapitola 1.5.1). Na rozdíl od ostatních metod je tato metoda schopna respektovat původní korelace mezi vstupními náhodnými veličinami. Je také nejefektivnější z hlediska času, protože nevyžaduje další simulace. Hodnoty Spearmanových koeficientů lze získat dle vztahu 1.87. V případě užití simulace typu LHS (viz kapitola 1.3.2) jsou hodnoty Spearmanových koeficientů korelace mezi jednotlivými vstupními parametry a odezvou konstrukce vedlejším produktem simulace. Pro vyhodnocení senzitivity kvantifikované Spearmanovými korelačními koeficienty bylo využito standardní rozhraní spolehlivostního softwaru FReET [113]. Takto získané hodnoty senzitivity byly porovnány s hodnotami získanými s využitím aproximací původního modelu ANN a PCe (viz kapitoly 1.4.3 a 1.4.4). Hodnocení senzitivity pomocí neparametrické pořadové korelace má za následek zkreslení vlivu vstupních parametrů posuzovaného numerického modelu vlivem zavedené korelace mezi jednotlivými proměnnými. Jako příklad lze uvést výše popsané modely destruktivních smykových experimentů. Obrázek 4.40 zachycuje srovnání hodnot indexů senzitivity v podobě spearmanových koeficientů neparametrické pořadové korelace pro případ nekorelovaných vstupních parametrů modelu a případ s uvážením korelace dle korelační matice uvedené v Tabulce 4.10.

Z grafu na Obrázku 4.40 je například zřejmé nadhodnocení významu tlakové pevnosti betonu f_c vlivem její vysoké korelace s tahovou pevností f_t a lomovou energií G_f . Hodnota Spearmanova citlivostního indexu vypočtená pro korelované veličiny lépe vystihuje reálný význam vstupních parametrů implicitním zahrnutím nepřímou vyjádřených souvislí modelu definovaných pouze korelačními koeficienty mezi jednotlivými parametry. Analýza senzitivity nekorelovaného modelu naopak poskytuje přesný popis významu jednotlivých vstupních parametrů v rámci definovaného matematického modelu úlohy.

Analýza pomocí parciální variačních koeficientů a Sobolových indexů

Při citlivostní analýze pomocí parciální variačních koeficientů je potřeba vyčíslit poměr mezi variačním koeficientem odezvy konstrukce a parciálním variačním koeficientem získaným simulací s vždy jedinou náhodnou vstupní veličinou X_i pro níž hledáme hodnotu citlivostního koeficientu α_i^{COV} danou vztahem 1.88 (viz kapitola 1.5.2). Pro užití této metody bylo nutné provést další simulace pro výpočet parciálních variačních koeficientů COV_{X_i} .

Pro efektivní vyčíslení Sobolových indexů bez nutnosti dalších simulací je možné využít aproximaci PCe [170]. Toto vyčíslení bylo provedeno pro potřeby verifikace



Obr. 4.40: Srovnání hodnot Spearmanových indexů senzitivity získaných pro případ korelovaných a nekorelovaných veličin simulací s využitím původního MKP modelu a aproximace ANN - převzato z [83]

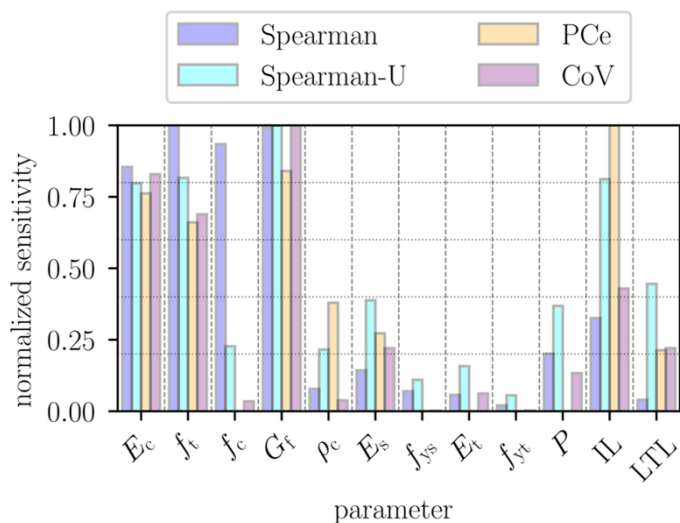
výsledků získaných ostatními uvedenými metodami. Podrobný popis provedených analýz jde nad rámec této práce a je k dispozici v [83]. Normalizované srovnání výsledků všech popsaných metod citlivostní analýzy je znázorněno na obrázku 4.41. Obrázek 4.42 ukazuje absolutní vliv náhodných veličin získaný metodou parciálních variačních koeficientů. Z výsledků citlivostních analýz lze vyvodit následující závěry:

- Nejdominantnějšími vstupními parametry jsou materiálové parametry betonu. S ohledem na smykové porušení předpjatých střešních nosníků LDE7 je tento výsledek shodný s očekáváním.
- Z materiálových parametrů betonu jsou nejdůležitějšími lomová energie G_f , pevnost v tahu f_t a modul pružnosti E_c .
- Druhá dominantní skupina parametrů souvisí s předpětím a zahrnuje předpínací sílu, její okamžité a dlouhodobé ztráty. Poznamenejme, že ztráty předpětí rovněž zohledňují nejistoty modelu předpětí.
- Vliv materiálových parametrů betonářské výztuže i předpínacích kabelů je pouze malý.
- Při porovnání tří metod citlivosti můžeme mezi jednotlivými metodami pozorovat drobné rozdíly. Tyto odpovídají odlišným principům jednotlivých metod. Například Sobolovy indexy oproti parciálním variačním koeficientům zohledňují interakce mezi jednotlivými parametry modelu. Všechny přístupy však identifikovaly stejné dominantní proměnné, ostatní proměnné jsou pak výrazně potlačeny.
- Statistická korelace výrazně ovlivňuje výsledky citlivostní analýzy. Vliv jinak numericky nevýznamných materiálových parametrů jako tlaková pevnost f_c může být v případě některých metod citlivostní analýzy amplifikován v důsledku korelace s významnými materiálovými parametry (v tomto případě G_f a f_t).
- Metoda parciálních variačních koeficientů může poskytnout přehled o absolutním vlivu náhodných proměnných, jak ukazuje obrázek 4.42.

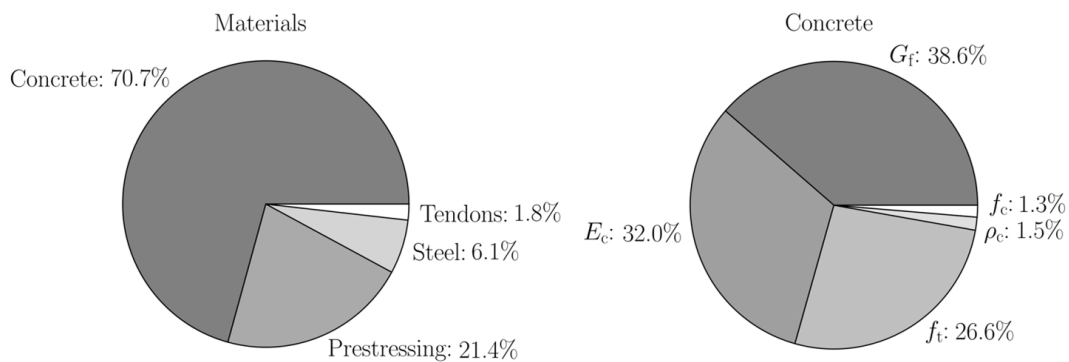
Provedená citlivostní analýza pomohla definovat význam jednotlivých parametrů stochastického modelu. Získané informace usnadnily práci s numerickým modelem v rámci dalšího výzkumu a poskytly výrobcí informace o významu jednotlivých parametrů pro únosnost nosníku LDE7 v dané konfiguraci zatížení.

4.5 Optimalizace vyztužení nosníku LDE7

Pro potřeby spolehlivostní optimalizace popsané v rámci této kapitoly byly modelovány dvě experimentální rozložení s cílem zachytit chování nosníku při dvou různých



Obr. 4.41: Srovnání faktorů citlivosti získaných různými metodami citlivostní analýzy - převzato z [83]



Obr. 4.42: Absolutní vliv náhodných veličin získaný metodou parciálních variačních koeficientů - převzato z [83]

modelech zatížení. Vyvinuté NLMKP modely (viz kapitola 4.3) ukázaly, že nosníky selhávají ve smyku pro zatěžovací situace s nesymetrickým silovým zatížením i pro symetrické uspořádání zatížení tříbodovým ohybem (dále jen 3PB). Modelovaný nosník byl nejprve zatížen deformačním zatížením působícím ve vzdálenosti 4,125 m od podpory (viz obrázek 4.28). Zatížení působilo na ocelové desky o rozměrech $0,50 \times 0,50 \times 0,05m$. Pásky nosníku byly podepřeny čtyřmi ocelovými deskami (rozměry $0,14 \times 0,14 \times 0,05m$). Pro výše popsanou zatěžovací situaci byla pro potřeby optimalizace sledována mezní zatěžovací síla F_{max} na vrcholu diagramu závislosti zatížení na průhybu (dále jen LD) jako rozhodující mezní stav únosnosti (MSU).

Před smykovým porušením nosníku LDE7 při 3PB (viz obrázek 4.34) je dosaženo mezního průhybu definovaného pro mezní stav použitelnosti (MSP) jako $l/200$, kde l je délka rozpětí nosníku. Dalším sledovaným výstupem pro zatěžovací uspořádání 3PB byla zatěžovací síla F_{wlim} , při níž došlo k meznímu průhybu konstrukce. Nosníky LDE7 se používají především pro konstrukci střech montovaných hal. Ve většině aplikací jsou tyto prvky vystaveny pouze vnitřním podmínkám s neagresivním prostředím. Další mezní stavy (jako je dekomprese předpínací výztuže, nebo maximální šířka trhlin s ohledem na možnou korozi výztuže) byly v rámci dále popsané spolehlivostní optimalizace zanedbány.

Spolehlivostní optimalizace reálného výrobku by měla respektovat možnosti výrobce z pohledu výrobních procesů a ekonomického hlediska. Vzhledem k zavedeným postupům výroby nosníků LDE7 a s ohledem na související podpurné dokumenty související s návrhem a propagací daného výrobku, by bylo příliš komplikované měnit celkový tvar nosníku, nebo základní uspořádání jeho výztuže. Proto byla optimalizace nosníku LDE7 zaměřena na hledání nejvhodnější kombinace průměrů výztuže na jednotlivých pozicích a použité třídy betonu. Jednou z motivací výzkumného programu shrnutého v pracích [169], [180], [81], [162], [165] a [154] bylo snížení množství trmínek sloužících jako smyková výztuž nosníku LDE7. Experimentálně zkoušené nosníky byly proto odlity pouze s minimálním (konstrukčním) množstvím smykové výztuže s ohledem na předpoklad, že samotné předpětí nosníku by mělo zajistit jeho dostatečnou smykovou únosnost. Dále popsaný postup RBDO naopak ukázal, že zvýšení množství smykové výztuže by mohlo napomoci zmenšit průměry výztuže na jiných pozicích, zvýšit smykovou únosnost a využít plnou ohybovou kapacitu nosníku v kombinaci s nižšími výrobními náklady.

Cílem provedené optimalizace bylo maximalizovat smykovou únosnost reprezentovanou silou F_{max} na mezním stavu únosnosti NLMKP modelu zatíženým podle schématu na obrázku 4.28, maximalizovat ohybovou únosnost F_{wlim} reprezentovanou mezním stavem použitelnosti odpovídajícím meznímu průhybu $0,15m$ pro rozložení zatížení konfigurací 3PB (viz obrázek 4.33) a minimalizovat celkovou cenu za použitý materiál. Detailní popis provedené RBDO byl podán v [149].

Dále popsaná spolehlivostní optimalizace nosníku LDE7 byla provedena standardním dvojsmyčkový přístupem s přímým hodnocením spolehlivosti v rámci vnitřní smyčky (RIA - viz kapitola 1.7.1). Na počátku procesu byl definován diskrétní návrhový prostor optimalizační úlohy (viz kapitola 4.5.1). Spolehlivostní analýza v rámci vnitřní smyčky byla prováděna přímým hodnocením statistik odezvy náhradního modelu vytvořeného pomocí ANN (viz kapitola 4.5.2).

4.5.1 Kombinatorická optimalizace - definice návrhového prostoru

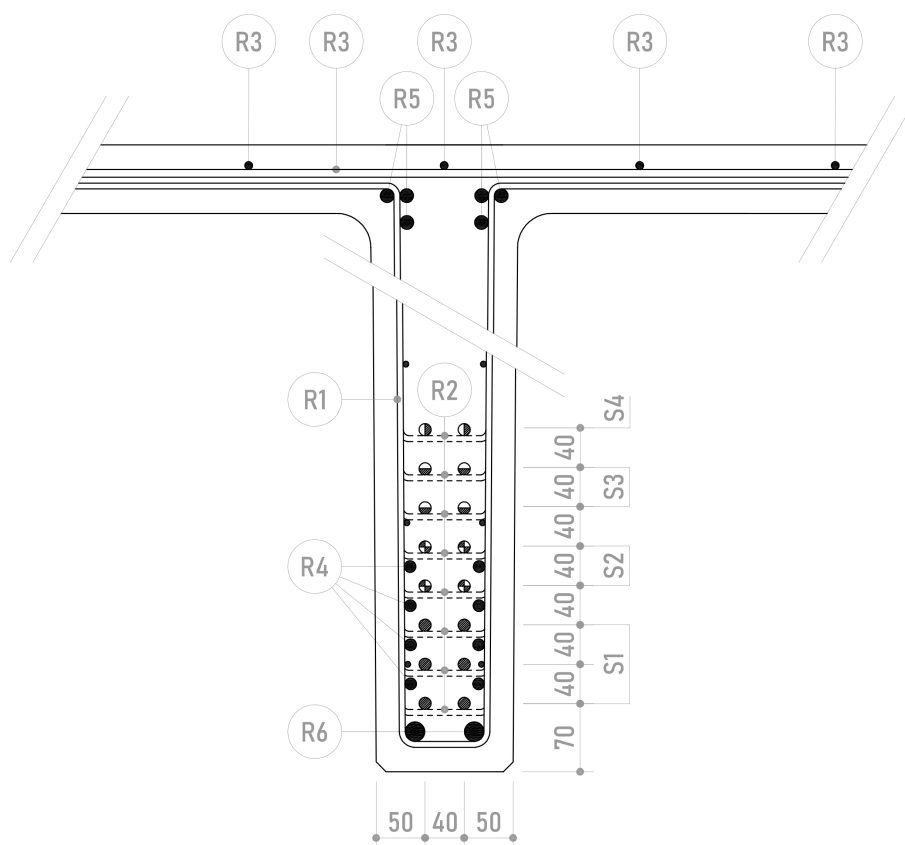
Vzhledem k tomu, že stavební materiály a prvky jsou definovány určitými sortimentními třídami nebo rozměry a že nelze jednoduše koupit položky, které neodpovídají dostupným specifikacím, je optimalizace reálných konstrukcí často redukována na kombinatorický problém v diskrétním návrhovém prostoru. Jedním z deklarovaných optimalizačních cílů je upravit průměry výztuže ve skupinách výztuže na pozicích R1-R6 zachycených na obrázku 4.43 a zvolit správnou třídu betonu s cílem minimalizovat cenu materiálu. Tabulka 4.11 shrnuje diskrétní možnosti dostupných prutů betonářské výztuže, jejich průměry a odpovídajících jednotkové ceny. Tabulka 4.12 zachycuje dostupné třídy betonu, které může výrobce využít pro výrobu prefabrikovaných prvků. Informace zobrazené v uvedených tabulkách byly poskytnuty výrobcem nosníku LDE7. Při optimalizaci by bylo možné zvážit rovněž typ použitých předpínacích lan. Existují však pouze tři typy vhodných lan s totožnou cenou. Randomizací typu předpínací výztuže tedy nelze očekávat další přínos ke snížení ceny materiálu. S ohledem na další kritéria optimalizace je pak vhodné zvolit předpínací výztuž s nejvyšší pevností.

Tab. 4.11: Dostupné průměry betonářské výztuže

Průměr	Jednotková cena (EUR/m)
6 mm	0,19
8 mm	0,21
10 mm	0,52
12 mm	0,65
14 mm	0,83
16 mm	1,13
20 mm	1,68
26 mm	2,72
C 30 mm	3,63

Tab. 4.12: Dostupné třídy betonu

Třída betonu	Jednotková cena (EUR/ m^3)
C 30/37	64,46
C 35/45	68,06
C 40/50	74,98
C 45/55	79,00
C 50/60	83,93



Obr. 4.43: Pozice výztuží v průřezu nosníku LDE7

Původní návrh vyztužení nosníku LDE7 počítá pouze s konstrukčními svislými třmínky. Na obou koncích nosníku bylo osazeno 13 třmínků o průměru 0,006 m (skupina R1) ve vzdálenosti 0,50 m od sebe. Dalších 16 třmínků o průměru 0,006 m (skupina R1) bylo osazeno symetricky podél středu nosníku. V místech, kde předpínací lana vnášejí předpínací sílu, je beton vyztužen 6 malými třmínky ve tvaru písmene U na každý pár lan (skupina R2). Deska nosníku byla opatřena ortogonálními výztužnými pruty o průměru 0,008 m umístěnými v podélném a příčném směru ve vzdálenosti 0,20 m od sebe (skupina R3). Spodní vrstva předpínací výztuže byla v na koncích nosníku doplněna čtyřmi vodorovnými třmínky ve tvaru U o průměru 0,012 m (skupina R4). V horní vrstvě výztuže na styku stojin a desky je šest výztužných prutů o průměru 0,014 m (skupina R5) a ve spodní vrstvě výztuže stojin jsou pak dva ztužující pruty o průměru 0,02 m (skupina R6).

Pouze betonové směsi tříd C40/50 a C50/60 (viz tabulka 4.1) byly podrobeny lomovým zkouškám popsaným v kapitole 4.2.1. Vzhledem k tomu, že podrobné statistické informace o skutečných hodnotách materiálových parametrů byly známy pouze pro dvě testované směsi, bylo rozhodnuto využít doporučení [13] pro odhad lomově mechanických parametrů betonu na základě charakteristické pevnosti v tlaku stanovené ze standardní zkoušky tlakové pevnosti na krychlích. Pro všechny směsi pak byl použit shodný postup pro určení materiálových parametrů betonu. Střední hodnota pevnosti v tlaku f_{cm} byla vyhodnocena jako:

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad (4.5)$$

kde $\Delta f = 8MPa$. Střední hodnotu pevnosti v tahu lze vypočítat (pro třídy pevnosti betonu $\leq C 50/60$) jako:

$$f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3} \quad (4.6)$$

Střední hodnota lomové energie byla vypočtena podle následujícího vzorce:

$$G_{fm} = 73f_{cm}^{0,18} \quad (4.7)$$

Střední hodnota Youngova modulu byla vypočtena takto:

$$E_{cm} = E_{c0}\alpha_E \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad (4.8)$$

kde $E_{c0} = 21,5e3MPa$ a $\alpha_E = 1,0$ (pro křemenné kamenivo). Mezi experimentálně získanou ($77MPa$ - pro C50/60) a vypočtenou ($58MPa$ pro C50/60) střední pevností v tlaku je významný rozdíl. Proto bylo rozhodnuto pracovat s kubickou pevností v tlaku $f_{c,cube}$ namísto standardně uvažované cylindrické pevnosti f_{ck} v rovnicích 4.5-4.8, aby se zohlednila vyšší kvalita vyrobeného betonu ve srovnání s

doporučeními v předpisu [13]. Tabulka 4.13 shrnuje vypočtené materiálové parametry betonu. Hodnoty odpovídají 28 dnům tvrdnutí betonu.

Tab. 4.13: Vypočtené střední hodnoty materiálových parametrů betonu

Třída betonu	$E_{cm}(MPa)$	$f_{ctm}(MPa)$	$G_{fm}(Jm^{-2})$	$f_{cm}(MPa)$
30/37	35,496	3.6	1.4484E-04	45.0
C 35/45	37,486	3.9	1.4917E-04	53.0
C 40/50	38,629	4.1	1.5161E-04	58.0
C 45/55	39,709	4.2	1.5389E-04	63.0
C 50/60	40,733	4.4	1.5602E-04	68.0

Pro stochastickou simulaci v rámci vnitřní smyčky RBDO (viz kapitola 1.7.1) bylo nutné definovat stochastický model všech použitých tříd betonu. Protože pro tři z pěti betonových směsí nebyly k dispozici žádné relevantní informace o variabilitě materiálových parametrů, byly přijaty následující zjednodušující předpoklady:

Všechny směsi mají stejné variační koeficienty (CoV) a stejné funkce hustoty pravděpodobnosti (PDF). Použité hodnoty CoV odpovídají průměrným hodnotám CoV parametrů odvozených ze zkoušených betonů C40/50 a C50/60. Použité PDF byly získány pomocí testů dobré shody provedených pro tyto dvě testované směsi. Stochastický popis směsí se tedy liší pouze v průměrných hodnotách materiálových parametrů. Informace o použitých CoV a PDF pro parametry betonu jsou k dispozici v tabulce 4.14.

Tab. 4.14: CoV a PDF jednotlivých materiálových parametrů betonových směsí

Parametr	CoV (%)	PDF
f_c	6	Lognormální (2 par.)
E_c	12	Lognormální (2 par.)
f_t	14	Lognormální (2 par.)
G_f	15	Lognormální (2 par.)

Předpínací síla byla pro každou simulaci vypočtena na základě zvolené třídy betonu s ohledem na požadavek, aby stav napětí v betonu nepřekročil hodnotu $0,45f_{ck}$, tedy aby nebylo nutné provést nelineární hodnocení reologického chování betonu dle [24]. Stav napětí byl hodnocen pro zatěžovací situaci s rovnoměrně rozloženým zatížením předepsanou výrobcem. Předpínací síla je tedy plně závislá na pevnosti betonu v tlaku. Výše popsané předpoklady definují diskrétní návrhový prostor optimalizace. Celkový výčet možných variantních řešení je shrnut v rámci tabulky 4.15.

R1-R6 jsou jednotlivé skupiny betonářské výztuže (viz obrázek 4.43). Poznamejme, že počet možností pro danou skupinu výztuží odráží rovněž geometrická

Tab. 4.15: Celkový počet možných kombinací v rámci návrhového prostoru optimalizace

Parametr	Min.	Max.	Možností
f_c [MPa] (Původní hodnota: 68)	45	68	5
R1 (Původní hodnota: 6 mm)	6	10	3
R2 (Původní hodnota: 6 mm)	6	10	3
R3 (Původní hodnota: 8 mm)	6	10	3
R4 (Původní hodnota: 12 mm)	6	16	6
R5 (Původní hodnota: 14 mm)	6	26	8
R6 (Původní hodnota: 20 mm)	6	30	9
Celkem kombinací:			58 320

omezení konstrukce. Celkový počet kombinací v rámci návrhového prostoru se nemusí jevit jako významný ve srovnání s optimalizačními problémy spojitého kontinua. Výpočetní čas potřebný k výpočtu jedné simulace reprezentované NLMKP modelem popsáním v části 4.3 však činí přibližně 10 hodin. Je také potřeba vyhodnotit dva modely pro dva různé zatěžovací stavy, takže analýza všech možných variant není prakticky proveditelná. Problém se dále zhoršuje v důsledku stochastického vyhodnocení spolehlivosti v rámci vnitřní smyčky každé simulace prováděné v rámci optimalizačního cyklu (viz kapitola 4.5.2).

4.5.2 Vnitřní smyčka

Zatímco výše popsáný návrhový prostor optimalizace je diskretní, pravděpodobnostní prostor pro statistické vyhodnocení veličin odezvy je přirozeně spojitý a nekonečný. Konkrétní zatěžovací situace nejsou v době výroby nosníku LDE7 definovány. V souladu s popisem uvedeným v kapitole 4.4 je u prefabrikovaných výrobků možno provést pouze polo-pravděpodobnostní posouzení návrhu založené na oddělení zatěžovacích účinků a odolnosti konstrukce podle EC2 [24]. Kritériem optimality je mezní únosnost v definovaných zatěžovacích stavech (viz obrázky 4.28 a 4.33) a zatížení je postupně zvyšováno až do dosažení daného mezního stavu. Optimalizace byla tedy provedena pouze na straně odolnosti konstrukce.

Přirozené nejistoty by mohly být vyjádřeny bodovými odhady střední hodnoty a směrodatné odchylky odezvy konstrukce. Pro obě výše uvedené zatěžovací konfigurace lze střední hodnoty a směrodatné odchylky sledovaných veličin (F_{max} a F_{wlim}) odhadnout na základě poměrně malého počtu simulací N_{sim} pomocí metody LHS mean (viz kapitola 1.3.2) a následného statistického vyhodnocení. Střední hodnotu odezvy lze na základě simulovaných dat získat užitím vztahu 1.22. Směrodatnou

odchylku lze pak odhadnout dle vztahu 1.23. Stochastický model pro simulaci v rámci vnitřní smyčky vychází z modelu zachyceného v tabulce 4.9. V souladu s diskrétní definicí návrhového prostoru kombinatorické optimalizace podanou v kapitole 4.5.1 byl tento model upraven do podoby zachycené v tabulce 4.16. Korelace mezi proměnnými byla uvažována dle korelační matice uvedené v tabulce 4.10. Zavedení korelace proběhlo metodou kombinatorické optimalizace (viz kapitola 1.3.5). Odhady statistických parametrů musely být vyčísleny pro dvě sledované hodnoty odezvy konstrukce u každé simulace optimalizačního cyklu. Výpočetní náročnost popsané analýzy je tedy značná. Analýza vnitřní smyčky byla proto provedena na náhradních modelech definovaných zatěžovacích situacích vytvořených pomocí ANN (viz kapitola 1.4.3).

Tab. 4.16: Stochastický model pro simulaci v rámci vnitřní smyčky

Proměnná	Střed. Hod.	CoV	Rozdělení
Beton:			
$E_c(GPa)$	E_{cm}	12%	Lognormální (2 par.)
$f_t(MPa)$	f_{ctm}	14%	Lognormální (2 par.)
$f_c(MPa)$	f_{cm}	6%	Lognormální (2 par.)
$G_f(Jm^{-2})$	G_{fm}	15%	Lognormální (2 par.)
$\rho(kton/m^3)$	0.0023	4%	Normální
Betonářská výztuž:			
$E_s(GPa)$	200	2%	Normální
$f_{ys}(MPa)$	610	4%	Normální
Předpínací kabely:			
$E_t(GPa)$	195	2.50%	Normální
$f_{yt}(MPa)$	1387.88	2%	Normální
Přepínací síla:			
$P(MN)$	0.0835	6%	Normální
Ztráty předpětí			
IL (-)	1	10%	Lognormální (2 par.)
LTL (-)	1	10%	Lognormální (2 par.)

ANN je třeba trénovat pomocí sady referenčních řešení, která se získají provedením omezeného počtu simulací a jejich vyhodnocením. Protože optimalizované parametry konstrukce popsané v tabulce 4.15 jsou diskrétní, byly i vektory vstupních hodnot pro učící simulace generovány v rámci diskrétního návrhového prostoru, aby se simulace zaměřily pouze na důležité oblasti. Náhodné realizace optimalizovaných parametrů byly generovány pomocí spojitých rektangulárních rozdělení s rozsahy definovanými v tabulce 4.15 (hodnoty Min. a Max. odpovídají parametrům a a b

rektangulárního rozdělení). Vygenerované hodnoty byly následně zaokrouhleny na nejbližší diskrétní hodnoty definované v tabulce 4.11 a tabulce 4.12. Počet simulací kolem diskrétní dolní a horní hranice užitých rektangulárních rozdělení by byl přirozeně nižší než u jiných diskrétních kategorií, protože simulace zaokrouhlené na mezní hodnoty by mohly být generovány právě z polovičního intervalu ve srovnání s jinými diskrétními intervaly. Řešení optimalizačních problémů často leží v blízkosti hranic návrhového prostoru (např. požadavek na nižší cenu vyvolává preferenci výztuže s nižšími průměry). Aby se zabránilo diskriminaci krajních intervalů rektangulárních rozdělení, byly parametry rozdělení uvedené v tabulce 4.15 posunuty (rozšířeny) o 10 % odpovídajících středních hodnot. Náhodné realizace vstupních parametrů pro vyčíslení spolehlivosti byly generovány podle stochastického modelu popsaného v tabulce 4.16. Poznamenejme, že střední hodnoty parametrů betonu i průměrů výztuže odpovídaly výše uvedeným diskrétním hodnotám návrhových parametrů. Celkem bylo provedeno 100 simulací návrhového vektoru X_i . Pro každou simulaci byly vyhodnoceny dva NLMKP modely (pro dvě konfigurace zatížení). Vytvořený soubor dat pak posloužil k tréninku dvou náhradních modelů na bázi ANN [149].

4.5.3 Citlivostní analýza a ANN náhradní modely

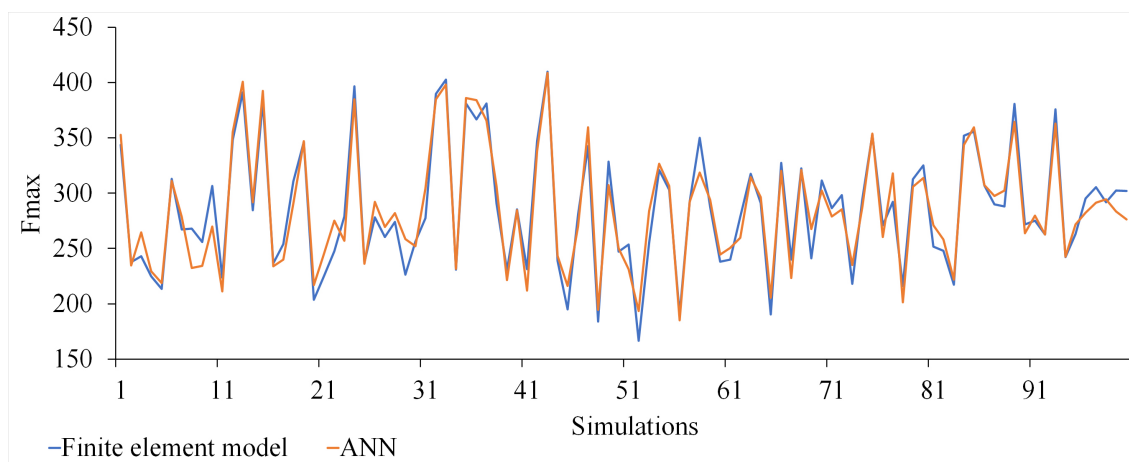
Vytvořené numerické modely obsahují 18 vstupních parametrů - 12 parametrů týkajících se vlastností materiálu a předpětí (viz stochastický model v tabulce 4.16) a šest průměrů výztuže ve skupinách R1-R6. Před samotnou definicí struktury užitých ANN je výhodné provést analýzu citlivosti s cílem redukovat návrhový prostor. Náhradní modely pracující s menším počtem (pouze důležitých) vstupních parametrů jsou robustnější a výsledky lépe odpovídají numerickým simulacím. Analýza citlivosti v podobě Spearmanových korelačních koeficientů mezi vstupními parametry a výstupní veličinou je přirozeným vedlejším produktem simulace LHS a nevyžaduje další výpočetní úsilí (viz kapitola 1.5.1). Tabulka 4.17 shrnuje Spearmanovy koeficienty korelace mezi vstupními parametry a optimalizovanými veličinami.

Provedená analýza citlivosti nám již pomáhá optimalizovat konstrukční prvek. Skupiny výztuže R2 - R5 mají na vlastnosti nosníku pouze zanedbatelný vliv. U těchto skupin by tedy mohla být použita výztuž o průměru 6 mm. Při vytváření náhradních modelů (ANN) byly uvažovány pouze dominantní vstupní parametry. Náhradní model pro F_{max} používá jako vstupy pouze nejistoty ztráty předpětí, materiálové parametry betonu a průměr skupiny R1, zatímco model pro F_{wlim} pracuje s průměrem skupiny výztuží R1 namísto skupiny R6 (viz tučně značené Spearmanovy indexy v tabulce 4.17). Předpínací síla je plně závislá na hodnotě f_c . Vzhledem k jejich malému vlivu na pozorované výstupy mohou být ostatní parametry v rámci vytvořených aproximací zanedbány. Aproximace založené na ANN a redukce návrhového

Tab. 4.17: Spearmanovy koeficienty korelace mezi vstupními parametry a optimalizovanými veličinami

	Fmax	Fwlim	Cena
I.L.	0,107	0,356	0,031
L.T.	0,147	0,219	0,092
f_c	0,571	0,884	0,175
E_c	0,486	0,746	0,14
P	0,571	0,884	0,175
f_t	0,472	0,610	0,099
G_f	0,466	0,536	0,118
ρ	-0,081	-0,136	0,036
E_s	0,062	-0,016	-0,056
$-f_{ys}$	0,022	0	-0,028
E_t	0,071	0,063	-0,025
f_{yt}	-0,004	0,063	0,034
R1 (původně 6 mm)	0,707	0,108	0,126
R2 (původně 6 mm)	0,037	0,076	0,002
R3 (původně 8 mm)	-0,013	0,11	0,408
R4 (původně 12 mm)	-0,025	-0,025	0,03
R5 (původně 14 mm)	-0,112	0,036	0,813
R6 (původně 20 mm)	-0,074	0,172	0,395

prostoru umožňují provést přímé heuristické vyhodnocení optimalizační smyčky. Po zpracování výsledků analýzy citlivosti byly vytvořeny náhradní modely ANN pro oba uvažované mezní stavy. Obě ANN jsou vícevrstevné sítě typu feed-forward. Skládají se z jedné skryté vrstvy s pěti nelineárními neurony (s hyperbolickou tangenciální přenosovou funkcí) a výstupní vrstvy s jedním výstupním neuronem (s lineární přenosovou funkcí). To odpovídá jedné návratové hodnotě odezvy (F_{max} v případě MSÚ a F_{wlim} v případě MSP). Obě sítě mají sedm vstupů sítě - viz parametry s vysokými faktory citlivosti pro oba mezní stavy v tabulce 4.17 (tučný text). Pro přípravu učící sady bylo vygenerováno 100 simulací metodou LHS dle stochastického modelu v tabulce 4.16. Následně byly provedeny deterministické analýzy metodou konečných prvků, pro vyhodnocení odpovídajících hodnot odezvy konstrukce F_{max} a F_{wlim} . Dále byla vygenerována a vyhodnocena testovací sada 10 simulací za účelem ověření kvality vytvořených aproximací. Trénování ANN bylo provedeno pomocí kombinace genetických algoritmů a gradientní metody [82]. Parametry ANN byly postupně aktualizovány, dokud nebylo dosaženo požadované přesnosti pro obě sady dat. Obrázek 4.44 ukazuje dobrou shodu simulovaných dat s výsledky získanými pomocí ANN pro F_{max} . Náhradní model pro F_{wlim} vykazuje srovnatelnou přesnost jak pro trénovací, tak pro testovací datové sady.



Obr. 4.44: Srovnání výsledků generovaných ANN aproximací se skutečnými výsledky MNMKP modelu pro F_{wlim}

4.5.4 Optimalizační úloha a rozhodující kritéria

Provedená optimalizace byla omezena požadavkem na odezvu pro hodnocené zatěžovací situace alespoň na úrovni současného návrhu. Vzhledem k tomu, že F_{max} a F_{wlim} jsou náhodné veličiny, není možné kvantifikovat odezvu pouze pomocí střední hodnoty a je třeba zohlednit i rozptyl v podobě směrodatné odchylky. Pro hodnocení

“výkonnosti“ byl zaveden poměr mezi střední hodnotou a směrodatnou odchylkou sledovaných veličin (analogicky ke Cornellovu indexu spolehlivosti). Tyto poměry byly vypočteny pro současnou konstrukci a stanoveny jako prahové hodnoty pro optimalizaci. Omezující podmínka pro smykovou odezvu byla předepsána jako:

$$c_1 = \frac{\mu_{F_{max}}}{\sigma_{F_{max}}} \geq c_{1,lim} = 5,661 \quad (4.9)$$

zatímco omezení pro ohybovou únosnost nosníku LDE7 bylo definováno jako:

$$c_2 = \frac{\mu_{F_{wlim}}}{\sigma_{F_{wlim}}} \geq c_{2,lim} = 5,969 \quad (4.10)$$

kde mezní hodnoty $c_{1,lim}$ a $c_{2,lim}$ byly získány statistickým vyhodnocením chování původního modelu nosníku LDE7. Střední hodnoty a směrodatné odchylky byly vyhodnoceny jako bodové odhady pomocí rovnic 1.22 a 1.23. Popsaný optimalizační problém je multikriteriální s více nedominantními řešeními. Pro vyhodnocení “výkonnosti“ daného řešení bylo nutné definovat výběrovou funkci (také označována jako fitness funkce) závislou na více sledovaných výstupech (analogickým způsobem, jako v rovnici 1.101):

$$F_i = w_1 \frac{c_{1i}}{\bar{c}_1} + w_2 \frac{c_{2i}}{\bar{c}_2} + w_3 \frac{c_{3i}}{\bar{c}_3} \quad (4.11)$$

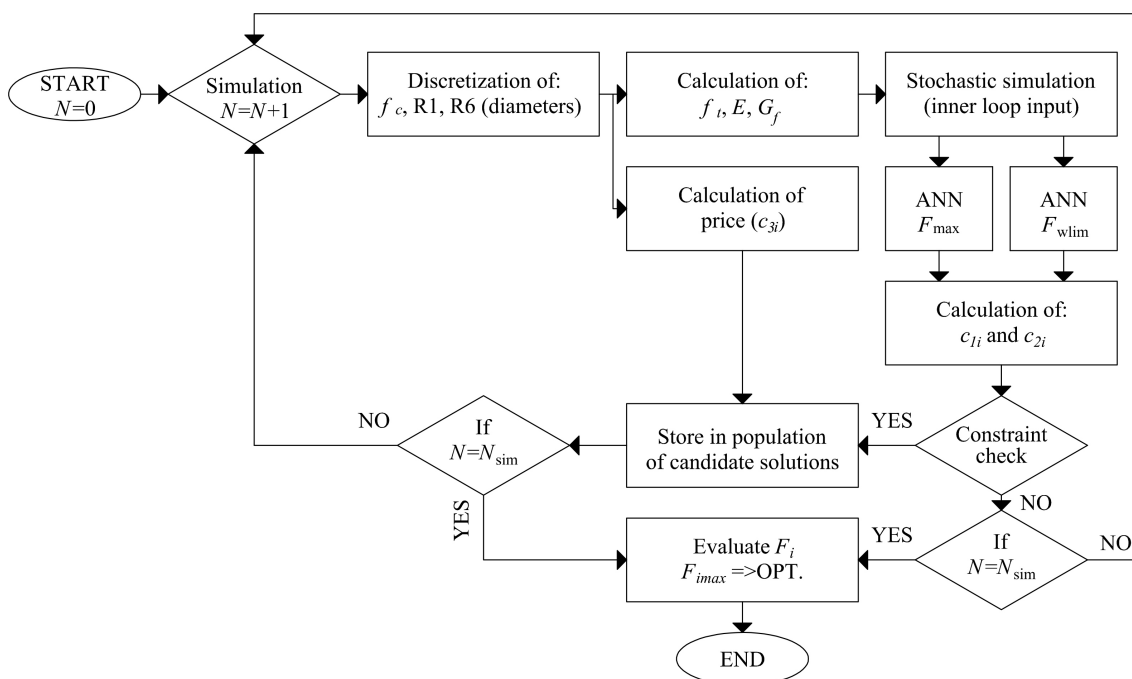
kde každý člen v rámci celkového součtu představuje vážené normalizované kritérium optimality. w_1 , w_2 a w_3 jsou váhy určené na základě subjektivní důležitosti a preferencí uživatele. c_{1i} je kritérium vyhodnocené pro i -tou simulaci podle rovnice 4.9, c_{2i} je kritérium vyhodnocené pro i -tou simulaci podle rovnice 4.10 a c_{3i} je cena vypočtená pro i -tou simulaci. \bar{c}_1 , \bar{c}_2 , \bar{c}_3 představují aritmetické průměry mezi aktuálními generacemi řešení. Výslednou definici optimalizačního problému lze označit jako maximalizaci hodnoty fitness funkce definované rovnicí 4.11:

$$F(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \mathbf{C}_3) \rightarrow \max \quad (4.12)$$

kde \mathbf{C}_1 , \mathbf{C}_2 , \mathbf{C}_3 jsou vektory kritérií hodnocených v aktuální generaci.

Náhradní ANN modely pomohly významně snížit výpočetní zátěž spojenou s dvou-smyčkovou RBDO. Výše definovanou optimalizační úlohu tak bylo možné řešit heuristicky pomocí algoritmu znázorněného na obrázku 4.45. Redukovaný diskretní návrhový prostor optimalizační úlohy se soustředí pouze na významné parametry uvedené tučně v tabulce 4.17. Celkový počet diskretních možností uvedený v tabulce 4.15 se tak sníží pouze na 135 variant. Pro získání kandidátního řešení se provede simulace v návrhovém prostoru. V dalším kroku jsou simulované návrhové vektory diskretizovány. Následně jsou vyhodnoceny závislé vlastnosti materiálu jako nezbytný vstup pro stochastický model v rámci vnitřní smyčky spolu za současného

vyhodnocení ceny konstrukce. Náhradní ANN modely jsou využity ke zpracování dat simulovaných v rámci vnitřní smyčky a k vrácení přibližných hodnot F_{max} a F_{wlim} . Na každou simulaci vnější smyčky pak připadá 10 000 simulací vnitřní smyčky. Tyto výstupy jsou statisticky zpracovány a pomocí rovnic 4.9 a 4.10 jsou vypočteny hodnoty kritérií c_1 a c_2 . Nejsou-li porušeny omezující podmínky, je řešení uloženo v populaci kandidátních řešení. Celý proces se opakuje pro každé diskrétní řešení. Na konci procesu se vyhodnotí výběr kandidátních řešení a návrhovému vektoru s nejvyšší hodnotou výběrové funkce 4.11 odpovídá hledané Pareto-optimální řešení, závislé na hodnotách uživatelem definovaných vah w_1 , w_2 a w_3 .



Obr. 4.45: Algoritmus řešení dané úlohy RBDO

Protože pro tento typ problému nelze nalézt žádné dominantní řešení, různé kombinace preferencí (vah w_1 , w_2 a w_3) povedou obecně k různým optimálním variantám. Heuristické řešení úlohy umožňuje samostatné hodnocení výběrové funkce, aniž by bylo nutné opakovat řešení celé RBDO úlohy.

Řešení předložené úlohy vyžaduje kombinaci několika stávajících a nově vyvinutých softwarových nástrojů. Numerická analýza nosníku LDE7 byla provedena v prostředí ATENA Studio [28]. Simulace dat dle definovaných stochastických a simulačních modelů probíhala v pravděpodobnostním programu FReET [114]. Obě prostředí byla propojena pomocí autorem nově vyvinutého obecného rozhraní pro spolehlivostní optimalizaci popsaného v kapitole 2.4. Obrázek 2.10 zachycuje běh tohoto rozhraní při řešení popsané úlohy.

4.5.5 Výsledky optimalizace

Dvacet osm ze sto třiceti pěti simulací vyhovělo optimalizačním omezením. Pro určení množiny Pareto-optimálních řešení bylo testováno více kombinací vah. Lze konstatovat, že pro různé kombinace vah bude nalezené optimum s největší pravděpodobností oscilovat mezi třemi řešeními shrnutými v tabulce 4.18. Všechna optima pracují s betonem pevnostní třídy C50/60. To odráží skutečnost, že cenové rozdíly mezi jednotlivými betony nejsou tak významné jako vliv vyšší pevnosti betonu na únosnost v definovaných mezních stavech.

Tab. 4.18: Optimální řešení pro různé kombinace vah

Varianta	Beton	R1 (mm)	R6 (mm)	$w_1(F_{max})$	$w_2(F_{wlim})$	$w_3(Cena)$
Optimum 1	C50/60	8	8	0.1	0.1	0.8
Optimum 2	C50/60	10	30	0.45	0.45	0.1
Optimum 3	C50/60	10	16	0.35	0.35	0.3

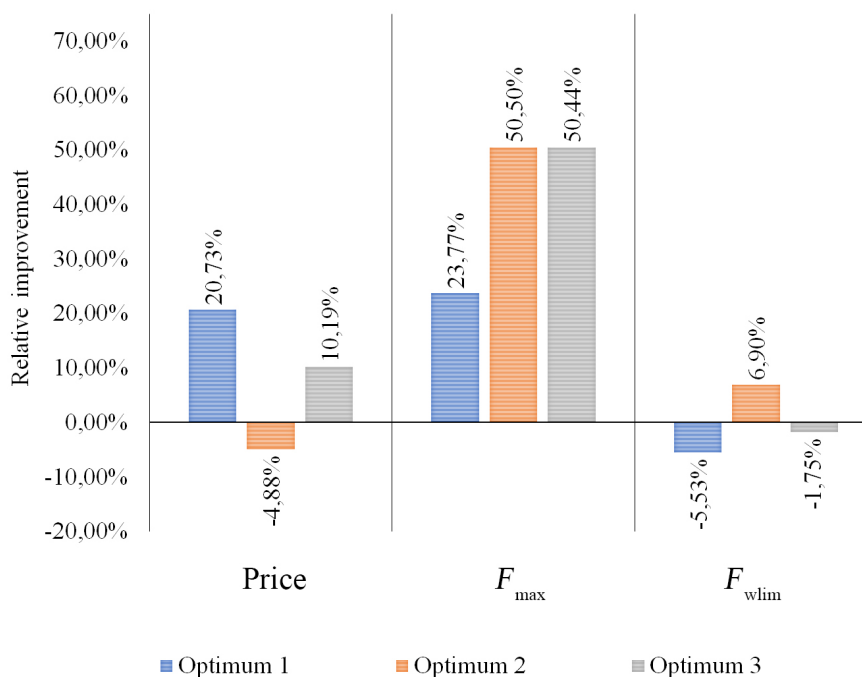
V tabulce 4.19 jsou uvedeny hodnoty výkonnosti pro tři identifikovaná optima a jejich porovnání s hodnotami pro současnou (původní) konstrukci nosníku LDE7. Hodnota Δr představuje relativní rozdíl mezi současným návrhem a identifikovaným optimem. Veličiny s horšími výkony ve srovnání se současným návrhem jsou indikovány červeně. Poznamenejme, že malé snížení střední hodnoty odezvy je u dvou ze tří optim doprovázeno také snížením (zlepšením) variability, což v konečném důsledku vede k požadované spolehlivosti optimalizované konstrukce (viz hodnoty kritérií c_1 a c_2). Optimum 1 představuje extrémní volbu, která je zaměřena především na snížení ceny, a zvolené váhy vedou ke stejnému řešení jako jedno-kriteriální definice úlohy odpovídající vahám $w_1 = 0$, $w_2 = 0$ a $w_3 = 0$. Optimum 2 je řešením nejvíce zaměřeným na únosnost v definovaných mezních stavech. Toto řešení je spojeno se zanedbatelným zvýšením ceny a odpovídá definici s kombinací vah $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,5$ a $w_3 = 0$. Optimum 3 pak představuje rozumný kompromis mezi únosností a cenou materiálu konstrukce. Řešení shrnutá v tabulce jsou graficky porovnána na obrázku 4.46 (relativní zlepšení středních hodnot).

Vybrané optimální návrhy je třeba zpětně ověřit pomocí NLMKP analýzy. Vzhledem k vysoké výpočetní náročnosti numerického modelu nosníku LDE7 bylo možné provést pouze omezený počet simulací pro vybraný optimální návrh. Ověření bylo provedeno pro referenční model Optimum 3 (viz upravený návrh v tabulce 4.20) pomocí 30 simulací pro MSP (F_{wlim}) i MSÚ (F_{max}).

Výsledné statistiky odezvy pro upravený návrh jsou shrnuty v tabulce 4.21. Stejný soubor simulací byl použit také náhradními ANN modely pro výpočet odezvy konstrukce. Výsledné statistiky odezvy získané na základě analýzy s ANN modely jsou

Tab. 4.19: Srovnání výkonnosti původní konstrukce a jednotlivých optim

Sledovaná kvantita	Současná konstrukce	Optimum 1		Optimum 2		Optimum 3	
	Návrhová hodnota	Návrhová hodnota	Δr	Návrhová hodnota	Δr	Návrhová hodnota	Δr
$\mu_{F_{wlim}} (kN)$	202.05	190.886	-5.53%	215.983	6.90%	198.524	-1.75%
$\sigma_{F_{wlim}} (kN)$	33.849	31.899	5.76%	30.085	11.12%	31.558	6.77%
c_2	5.969	5.9841	0.25%	7.179	20.27%	6.291	5.39%
$\mu_{F_{max}} (kN)$	237.79	294.321	23.77%	357.87	50.50%	357.727	50.44%
$\sigma_{F_{max}} (kN)$	42.005	24,818	40,92%	19.525	53.52%	19.248	54.18%
c_1	5.661	11.859	109.49%	18.329	223.77%	18.586	228.30%
$c_3(EUR)$	2126.70	1685.76	20.73%	2230.43	-4.88%	1910.02	10.19%



Obr. 4.46: Srovnání relativní změny výkonnosti Pareto-optimálních řešení

Tab. 4.20: Optimální řešení pro různé kombinace vah

Parametr	Původní model	Optimalizovaný model
Třída betonu	C 50/60	C 50/60
R1 (mm)	6	10
R2 (mm)	6	6
R3 (mm)	8	6
R4 (mm)	12	6
R5 (mm)	14	6
R6 (mm)	20	16

rovněž uvedeny v tabulce 4.21. Při porovnání výsledků obou modelů je patrná dobrá shoda s mírně vyššími relativními rozdíly ve směrodatných odchylkách ve srovnání s průměrnými hodnotami. To lze očekávat, protože počet provedených simulací je poměrně nízký a rychlost konvergence se pro vyšší statistické momenty obecně zpomaluje [149].

Tab. 4.21: Srovnání verifikačních analýz Optima 3 přímým NLMKP výpočtem a výpočty s využitím ANN náhradních modelů

MSÚ - F_{max} (kN)	NLFEM (30 Sim.)	ANN (30 Sim.)	Relativní rozdíl
μ :	339,573	351,204	3,43%
σ :	27,732	22,57	18,61%
MSP - F_{wlim} (kN)	NLFEM	ANN	Relativní rozdíl
μ :	213,477	198,678	6,93%
σ :	37,808	36,904	2,39%

5 ZÁVĚR

Pro širší praktické využití RBDO je nutné překonat několik překážek. Výpočetní čas RBDO na složitém numerickém modelu je často enormní. Tento problém je částečně adresován rychlým rozvojem metodiky RBDO i dílčích metod používaných v rámci algoritmů RBDO. Další úspory výpočetního času bude pravděpodobně dosaženo budoucím využitím paralelních, distribuovaných a cloudových výpočetních procesů a pokračujícím rozvojem informačních technologií. Aplikace RBDO vyžaduje odborné znalosti aplikovaných metod. Dostupná softwarová řešení jsou často použitelná pouze pro omezený okruh problémů a obvykle vyžadují, aby měl uživatel alespoň základní znalosti programování. Zkušení uživatelé a výzkumní pracovníci často dávají přednost nízkourovňovým stochastickým programovacím jazykům nebo pokročilým matematickým nástrojům, jako je MATLAB, které jsou sice obecné, ale obtížně použitelné pro složité praktické aplikace. Výše uvedené skutečnosti činí RBDO nákladným nástrojem z hlediska inženýrského času, který je třeba do problému investovat.

Kapitola 2 prezentuje sadu softwarových prostředků vyvinutých autorem pro automatizaci RBDO. Složité procesy RBDO spoléhají na aplikaci mnoha různých metod v jediném komplexním algoritmu specificky sestaveném pro řešení dané úlohy RBDO. Rychlý vývoj jednotlivých podoblastí a samotné metodiky RBDO je obtížné efektivně promítnout do starších softwarových řešení. Softwarová architektura představená v této práci je sestavena z pohledu dlouhodobého uživatele RBDO a má za cíl zajistit obecnou použitelnost programu a jeho nelimitovaný budoucí rozvoj. Navržené prostředí lze chápat jako komunikační rámec pro více samostatných programů umožňující uživateli definovat vzájemné vazby mezi dílčími programovými bloky. Základní koncepce programového prostředí formou VSL představená v kapitole 2.4 by měla umožnit snadnou implementaci nových metod a funkcí bez zásadního vlivu na stávající architekturu. Nespornou výhodou VSL je pak přehledné grafické prostředí v němž uživatel přímo sestavuje algoritmus řešení dané úlohy RBDO v podobě graficky reprezentovaného vývojového diagramu. První verze softwaru již byla vyvinuta a testována na příkladech uvedených v rámci kapitol 3 a 4.

Kapitola 4 pak popisuje komplexní přístup k návrhu prefabrikovaných předpjatých prvků s využitím popisované metodiky aplikované na příkladu předpjatých střešních nosníků vyvíjených rakouskou firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG. Pro přípravu stochastického modelu byla provedena identifikace lomově-mechanických parametrů betonu pomocí inverzní analýzy s využitím ANN. Samotná konstrukce střešních nosníků byla modelována pomocí NLMKP. Vytvořené modely byly kalibrovány na základě dat získaných z provedených destruktivních zkoušek zmenšených modelů střešních nosníků. Pro stochastické modelování a simulaci dat byly vyu-

žity pokročilé simulační metody typu LHS s korelací zaváděnou kombinatorickou optimalizací. Následně bylo provedeno statistické hodnocení smykové únosnosti nosníku LDE7. Lze konstatovat, že stochastické posouzení odezvy vede k výrazně vyšší návrhové smykové únosnosti (210 kN) ve srovnání jinými metodami. V posledním kroku byl sestaven koncept kombinatorické RBDO a byla provedena multikriteriální optimalizace konstrukce s cílem zvýšit ohybovou a smykovou kapacitu nosníku a redukovat výrobní náklady. Optimalizovaný návrh konstrukce výrazně navyšuje smykovou i ohybovou únosnost prvku v mezním stavu použitelnosti a snižuje cenu užitého materiálu o 10%. Analýza byla provedena s využitím autorem vyvíjených softwarových prostředků popsanych v kapitole 2.

Práce demonstruje použitelnost dvojsmyčkového přístupu RBDO na praktické kombinatorické optimalizaci složitého nelineárního numerického modelu. Prezentované výsledky byly získány s využitím několika softwarových nástrojů a rozhraní pro komplexní analýzu RBDO a náhradní modelování pomocí umělých neuronových sítí, jež byly vyvinuty s cílem zjednodušit a automatizovat aplikaci popsané metodiky ve stavební praxi. Vyvinuté rozhraní je nyní ve fázi alfa testování a je plánován jeho další rozvoj s cílem rozšířit paletu implementovaných metod a rozhraní k využití dalších programů třetích stran.

V rámci byla rovněž aplikována nově vyvinutá optimalizační metoda Aimed Multilevel Sampling na příkladech reálných úloh ze stavební praxe. Metoda AMS je schopna rychlé konvergence směrem k vhodnějším řešením, je dobře použitelná pro nízko-dimenzionální výpočetně náročné úlohy řešitelné pouze s malým počtem generovaných vzorků a je tedy vhodná pro optimalizaci nelineárně modelovaných betonových konstrukčních prvků.

LITERATURA

- [1] AG, S.: *SOFiSTiK manual: Basics*. SOFiSTiK AG, 2018.
- [2] AG, S.: *SOFiSTiK manual-CDB Interfaces*. SOFiSTiK AG, 2018.
- [3] AMBARTZUMIAN, R.; DER KIUREGHIAN, A.; OHANIAN, V.; aj.: Multinormal probability by sequential conditioned importance sampling: theory and application. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1998: s. 299–308.
- [4] AOUES, Y.; CHATEAUNEUF, A.: Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization. *Struct Multidiscipl Optim*, 2010, 41:277–294.
- [5] AU, S. K.; BECK, J. L.: Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2001, 16 (4): 263–277.
- [6] BAIRAN, G.; MARÍ, A.: Coupled model for the non-linear analysis of anisotropic sections subjected to general 3D loading. Part 1: theoretical formulation. *Computers and Structures*, 2006.
- [7] BARTOSZ, K.; MANKA, M.; UHL, T.; aj.: Validation and optimization of the leaf spring multibody numerical model. *Arch. Appl. Mech.*, 2015, 1899-1914. 10.1007/s00419-015-1024-5.
- [8] BASU, D.: *Role of the sufficiency and likelihood principles in simple survey theory*. Sankhya, 1969.
- [9] BAŽANT, Z.; KIM, J. K.: Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: part 2—basic creep. *Materials and Structures*, 1991.
- [10] BAŽANT, Z.; PANULA, L.: Creep and shrinkage characterization for prestressed concrete structures. *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, 1980.
- [11] BEREZOVSKIJ, B. A.; BARYSHNIKOV, Y.; BORZENKO, V. I.; aj.: *Multicriterial optimization. Mathematical aspects*. 1989.
- [12] BERG, I.: muParser.
URL <http://beltoforion.de/article.php?a=muparser>
- [13] BETON, C. E.-I. D.: *CEB-FIP Model Code 2010: “Design Code”*. Comité Euro-International Du Béton (HRSG.), 2012.

- [14] BLANCHETTE, J.; SUMMERFIELD, M.: *C++ GUI Programming with Qt 4*. 2015, second Edition.
- [15] BOLTYANSKI, V.; MARTINI, H.; SOLTAN, V.: *Geometric Methods and Optimization Problems*. New York: Springer, 1998, iISBN 0-7923-5454-0.
- [16] BOURGUND, U.; BUCHER, C. G.: *Code for importance sampling procedure using design points – ISPUD: A user manual*. 1988, report No. 8, 1986.
- [17] BOYD, S. P.; VANDENBERGHE, L.: *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004, iISBN 0-521-83378-7.
- [18] BUCHER, C.: Asymptotic sampling for high-dimensional reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009.
- [19] BUCHER, C. G.: Adaptive sampling: an iterative fast Monte-Carlo procedure. *Structural safety*, 1988, vol. 5, No. 2.
- [20] BUCHER, C. G.; BOURGUND, U.: *Efficient use of Response surface methods*. 1988, report No. 9, 1987.
- [21] CASTALDO, P.; GINO, D.; BERTAGNOLI, G.; aj.: Resistance model uncertainty in nonlinear finite element analyses of cyclically loaded reinforced concrete systems. *Eng. Struc.*, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110496>.
- [22] CASTILLO, P.; JIROVSKÝ, L.; MARCON, M.; aj.: Investigation of shear fracture mechanism by digital image correlation systems. *Life-Cycle of Engineering Systems: Emphasis on Sustainable Civil Infrastructure*, 2017: s. 338–346, iISBN 978-1-138-02847-0.
- [23] CEN: *EN 1990 - Eurocode: basis of structural design*. European Committee for Standardization – ECS, 2002.
- [24] CEN: *EN 1992 - Eurocode: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. European Committee for Standardization – ECS, 2005.
- [25] CERESA, P.; PETRINI, L.; PINHO, R.: Flexure-shear fiber beam-column elements for modeling frame structures under seismic loading—state of the art. *Journal of Earthquake Engineering*, 2007.
- [26] ČERNÝ, V.: Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1985, vol. 45, issue 1, p. 41-51. DOI: 10.1007/BF00940812.

- [27] ČERVENKA, V.; ČERVENKA, J.; JANDA, Z.; aj.: *ATENA Program Documentation – Part 8: User’s Manual for ATENA-GiD Interface*. Červenka Consulting s.r.o., 2017.
- [28] ČERVENKA, V.; JENDELE, L.; ČERVENKA, J.: *ATENA Program Documentation – Part 1: Theory*. Červenka Consulting s.r.o., 2012.
- [29] CHAN, K.; SKERLOS, S.; PAPALAMBROS, P.: An adaptive sequential linear programming algorithm for optimal design problems with probabilistic constraints. *J Mech Des*, 2007, 129(2):140–149.
- [30] CHEN, D.; HASSELMAN, T.: Reliability-based structural design optimization for practical applications. In *Proceedings of the 38th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics, and material conference, Kissimmee*, 1997, aIAA-97-1403.
- [31] CHENG, G.; XU, L.; JIANG, L.: A sequential approximate programming strategy for reliability-based structural optimization. *Comput Struct*, 2006, 84(21):1353–1367.
- [32] CHING, J.; HSU, W.: Transforming reliability limit-state constraints into deterministic limit-state constraints. *Struct Saf*, 2008, 30(1):11–33.
- [33] CICHOCKI, A.; UNBEHAUEN, R.: *Neural networks for optimization and signal processing*. Stuttgart: John Wiley & Sons Ltd. & B.G. Teubner, 1993.
- [34] CLADERA, A.; A., M.: Shear strength in the new Eurocode 2. A step forward? *Structural Concrete*, 2007.
- [35] COLLINS, M. P.; BENTZ, E. C.; SHERWOOD, E. G.: Where is shear reinforcement required? A review of research results and design procedures. *Aci Structural Journal*, 2008.
- [36] CORNELL, C. A.: A probability-based structural code. *Journal of the American Concrete Institute*, 1969: s. 974–985.
- [37] DEOLALIKAR, V.: $P \neq NP$. HP Research Labs, Palo Alto, s. 50.
URL <http://www.scribd.com/doc/35539144/pnp12pt>
- [38] DER KIUREGHIAN, P. L., A. and LIU: Structural reliability under incomplete probability information. *Journal of Engineering Mechanics*, 1986.
- [39] DITLEVSEN, O.: Generalized second moment reliability index. *Journal of Structural Mechanics* 7, 1979: s. 435–451.

- [40] DU, X.; CHEN, W.: Sequential optimization and reliability assessment method for efficient probabilistic design. *J Mech Des*, 2004, 126(2):225–233.
- [41] DYNARDO: Optislang.
URL www.dynardo.de
- [42] ELICES, M.; GUINEA, G. V.; PLANAS, J.: Measurement of the fracture energy using three-point bend tests: Part 3–Influence of cutting the P– δ tail. *Material and Structures*, 1992.
- [43] ENEVOLDSEN, I.; SORENSEN, J. D.: Reliability-based optimization in structural engineering. *Struct Saf*, 1994, 15(3):169–196.
- [44] ENGEN, M.; HENDRIKS, M. A.; KOHLER, J.; aj.: A quantification of the modelling uncertainty of non-linear finite element analyses of large concrete structures. *Struct. Saf.*, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2016.08.003>.
- [45] ERDOGMUS, P.: Particle Swarm Optimization with Applications. 2018.
- [46] FERREIRA, D.; BAIRÁN, J.; MARÍ, A.: Numerical simulation of shear-strengthened RC beams. *Engineering Structures*, 2013.
- [47] FOUNDATION, T. B.: Blender 3D.
URL www.blender.org
- [48] FRANTÍK, P.; PRŮŠA, J.; KERŠNER, Z.; aj.: About stability loss during displacement-controlled loading, In Fibre Concrete. In *Proceedings of In Fibre Concrete 2007*, ISBN 978-80-227-4463-8,, Prague, 2007.
- [49] GASSER, S. G., M.: Reliability-based optimization of structural systems. *Math Methods Oper Res*, 1997, 46(3):287–307.
- [50] GENTLEMANM, R.; IHAKA, R.: The R language. *Computing Science and Statistics*, 1996, vol. 28.
- [51] GHANEM, R.; SPANOS, D.: *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*. New York, NY: Springer New York, 1991, pp. 101–119.
- [52] GOBERNA, M. A.; LOPEZ, M. A.: *Linear Semi-Infinite Optimization*. Wiley, 1998.
- [53] GOLLWITZER, S.; KIRCHGASSNER, B.; FISCHER, R.; aj.: PERMAS-RA/STRUREL system of programs for probabilistic reliability analysis. *Structural Safety*, 2005, 28. 108-129. [10.1016/j.strusafe.2005.03.008](https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2005.03.008).

- [54] GONCALVES-E-SILVA, K.; ALOISE, D.; XAVIER-DE-SOUZA, S.; aj.: Less is more: Simplified Nelder-Mead method for large unconstrained optimization. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 2018, 28. 14-14. 10.2298/YJOR180120014G.
- [55] GÖRTZ, S.; HEGGER, J.; WALRAVEN, J. C.; aj.: Shear-cracking behaviour of prestressed and nonprestressed beams made of normal- and high-performance concrete. In *Proceedings of the 5th International PhD Symposium in Civil Engineering*, Prague, 2004.
- [56] GRANDHI, R.; WANG, L.: Reliability-based structural optimization using improved two point adaptive nonlinear approximations. *Finite Elem Anal Des*, 1998, 29(1):35–48.
- [57] GRIGORIU, M.: Methods for approximate reliability analysis. *Structural safety*, 1983, no. 1, 1982/1983.
- [58] GRÜBEL, P.; WEIGLER, H.; KARL, S.: *Beton, Arten - Herstellung - Eigenschaften*. Berlin: Ernst & Shon, 2001.
- [59] GURNEY, K.: *An introduction to neural networks*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Taylor & Francis Group, 1997.
- [60] HASOFER, A. M.; LIND, N. C.: Exact and invariant second-moment code format. *Journal of Eng. Mech. Division*, 1974, vol. 100. ASCE.
- [61] HAVLÁSEK, P.; PUKL, R.: *SARA Studio – User’s Manual*. Červenka Consulting s.r.o., 2015.
- [62] HEGGER, J.; GÖRTZ, S.: Querkraftmodell für Bauteile aus Normalbeton und Hochleistungsbeton. BBeton- Stahlbetonbau. *Material and Structures*, 2006.
- [63] HEGGER, J.; GÖRTZ, S.; BEUTEL, R.: *Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 1045-1*. 1999, abschlussbericht für das DIBT-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98; DE-89 TIB/UB.
- [64] HENDRIKS, M. A. N.; UIJL, J. A.; DE BOER, A.; aj.: *Guidelines for nonlinear finite element analyses of concrete structures*. Rijkswaterstaat Technisch Document (RTD). 2012.

- [65] HOLMGREN, G.; ANDERSSON, P.; JAKOBSSON, A.: Artificial neural networks improve and simplify intensive care mortality prognostication: a national cohort study of 217 289 first-time intensive care unit admissions. *Intensive care*, 2019.
- [66] JCSS: *JCSS Probabilistic Model Code*. Joint Committee on Structural Safety, 2001.
- [67] KARIHALOO, B. L.: *Fracture mechanics of concrete*. New York: Longman Scientific & Technical, 1995.
- [68] KAYMAZ, I.; MARTI, K.: Reliability-based design optimization for elastoplastic mechanical structures. *Comput Struct*, 2007, 85(10):615–625.
- [69] KENDALL, M. G.: A New Measure of Rank Correlation. *Biometrika*, 1938.
- [70] KENDALL, M. G.: *Rank Correlation Methods (4 ed.)*. Griffin, 1970, iISBN 9780852641996.
- [71] KEVICZKY, L.; BARS, R.; RUTH, J.; aj.: *Introduction to MATLAB*. 2019, 10.1007/978-981-10-8321-1-1.
- [72] KHARMANDA, G.; MOHAMED, A.; LEMAIRE, M.: Efficient reliability-based design optimization using a hybrid space with application to finite element analysis. *Struct Multidiscipl Optim*, 2002, 24(3):233–245.
- [73] KIRJNER-NETO, C.; POLAK, E.; DER KIUREGHIAN, A.: An outer approximation approach to reliability-based optimal design of structures. *J Optim Theory Appl*, 1998, 98(1):1–16.
- [74] KIRKPATRICK, S.; Jr., C. D., GELATT; VECCHI, M. P.: *Optimization by Simulated annealing*. 1982, research report RC 9355.
- [75] KRUG, B.: Monitoring basierte, nichtlineare, probabilistische Analyse der Querkrafttragfähigkeit von Spannbetonfertigteilen.
- [76] KUSCHEL, N.; RACKWITZ, R.: Two basic problems in reliability-based structural optimization. *Math Methods Oper Res*, 1997, 46(3):309–333.
- [77] KUSCHEL, N.; RACKWITZ, R.: Optimal design under time-variant reliability constraints. *Struct Saf*, 2000, 22(2):113–127.
- [78] LEBRUN, R.; DUTFOY, A.: Do Rosenblatt and Nataf isoprobabilistic transformation really differ? *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009.

- [79] LEBRUN, R.; DUTFOY, A.: An innovating analysis of the Nataf transformation from the copula viewpoint. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009.
- [80] LEE, J.; YANG, Y.; RUY, W.: Comparative study on reliability index and target performance based probabilistic structural design optimization. *Comput Struct*, 1999, 80(3–4):257–269.
- [81] LEHKÝ, D.; KERŠNER, Z.; NOVÁK, D.: FraMePID-3PB Software for Material Parameters Identification Using Fracture Test and Inverse Analysis. *Advances in Engineering Software*, 2013.
- [82] LEHKÝ, D.; NOVÁK, D.: Solving Inverse Structural Reliability Problem Using Artificial Neural Networks and Small-Sample Simulation. *Advances in Structural Engineering*, 2012, 15(11), S. 1911–1920.
- [83] LEHKÝ, D.; NOVÁK, D.; NOVÁK, L.; aj.: Prestressed concrete roof girders: Part II – Surrogate modeling and sensitivity analysis. In *Proceedings of The Sixth International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering*, Ghent, 2018.
- [84] LEHKÝ, D.; NOVÁK, D.; SLOWIK, v. M., O.; aj.: Soft Computing and Stochastic Optimization Approaches for Uncertain Design Parameters Determination of Post-Tensioned Composite Bridge. In *Proceedings of Structural Reliability and its Applications (APSSRA '16)*, ISBN 978-7-5608-6303-0, Shanghai, 2016.
- [85] LEHKÝ, D.; PAN, N. D., L.; CAO, M.; aj.: A comparison of sensitivity analyses for selected prestressed concrete structures. *Structural Concrete*, ISSN: 1751-7648, 2018: s. 1–14.
- [86] LEHKÝ, D.; ŠOMODÍKOVÁ, M.: Reliability calculation of time-consuming problems using a small-sample artificial neural network-based response surface method. *Neural computing and applications*, 2016.
- [87] LEHKÝ, D.; SLOWIK, O.; NOVAK, D.: Reliability-based design: Artificial neural networks and double-loop reliability based optimization approaches. *Advances in engineering software*, 2018, iISSN: 0965-9978.
- [88] LI, H.: An inverse reliability method and its applications in engineering design. 1999.
- [89] LI, K. S.; LUMB, P.: Reliability analysis by numerical integration and curve fitting. *Structural safety*, 1985, vol. 3.

- [90] LI, W.; YANG, L.: An effective optimization procedure based on structural reliability. *Comput Struct*, 1994, 52(5):1061–1067.
- [91] LIANG, J.; MOURELATOS, Z.; NIKOLAIDIS, E.: A single-loop approach for system reliability-based design optimization. *J Mech Des*, 2007, 129(12):1215–1224.
- [92] LIU, N.; HOSKING, J.; GRUNDY, J.: A visual language and environment for specifying user interface event handling in design tools. In *Conferences in Research and Practice in Information Technology*, 2007, series, 60.
- [93] LIU, P.; DER KIUREGHIAN, A.: Optimization algorithms for structural reliability. *Struct Saf*, 1991, 9(3):161–177.
- [94] LIU, P. L.; DER KIUREGHIAN, A.: Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1986.
- [95] MADSEN, H.; FRIIS HANSEN, F.: A comparison of some algorithms for reliability-based structural optimization and sensitivity analysis. In *PRackwitz R, Thoft-Christensen P (eds) Proceedings of the 4th IFIPWG 7.5 conference, Munich. Springer-Verlag, Berlin*, 1992, pp 443–451.
- [96] MARÍ, A.; BAIRÁN, J.; CLADERA, A.; aj.: Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2014.
- [97] MARTINS, J. R.; NING, A.: *Engineering Design Optimization*. Cambridge University Press, 2021, ISBN 978-1108833417.
- [98] MCKAY, M. D.; CONOVER, W. J.; BECKMAN, R. J.: A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 1979, vol. 21.
- [99] MELCHERS, R. E.: Structural system reliability assessment using directional simulation. *Structural Safety*, 1994.
- [100] MINISTERSTVO DOPRAVY, O. S. I.: *TP 224: Ověřování existujících betonových mostů pozemních komunikací*. MINISTERSTVO DOPRAVY, Praha, 2010.
- [101] MOLGA, M.; SMUTNICKI, C.: Test functions for optimization needs. URL <http://www.zsd.ict.pwr.wroc.pl/files/docs/functions.pdf>

- [102] MONTANARO, A.: Quantum algorithms: an overview. *Npj Quantum Information*, 2016, doi:10.1038/npjqi.2015.23.
- [103] NATAF, A.: Determination des distribution dont les marges sont données. *Comptes Rendus del'Académie des Sciences*, 1962.
- [104] NIKOLAIDIS, E.; BURDISSO, R.: Reliability-based optimization: a safety index approach. *Comput Struct*, 1988, 28(6):781–788.
- [105] NOVÁK, D.; ELIÁŠ, J.: *Přednášky z předmětu Spolehlivost stavebních konstrukcí*. Brno, 2012.
- [106] NOVÁK, D.; LEHKÝ, D.: ANN inverse analysis based on stochastic small-sample training set simulation. *Engineering Application of Artificial Intelligence*, 2006.
- [107] NOVÁK, D.; LEHKÝ, D.; SLOWIK, O.; aj.: From fracture experiments to advanced design and assessment of precast structural members. In *Proceedings of the 13th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Building*, ISBN 978-80-227-4463-8,, Bratislava, 2015.
- [108] NOVÁK, D.; NOVÁK, L.; SLOWIK, O.; aj.: Prestressed concrete roof girders: Part III – Semi-probabilistic design. In *Proceedings of the Sixth International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering (IALCCE 2018)*, ISBN: 9781138626331, Ghent, Belgium, 2018.
- [109] NOVÁK, D.; PAN, L.; SLOWIK, O.; aj.: Advanced reliability and sensitivity analysis of prestressed concrete girders failing in shear. In *In Proc. of 12th fib International PhD Symposium in Civil Engineering*, ISBN: 978-80-01-06401-6, Prague, Czech Republic, 2018.
- [110] NOVÁK, D.; SLOWIK, O.; NOVÁK, L.; aj.: Statistical and sensitivity analysis of prestressed concrete girders failing in shear. In *12th International Conference on Structural Safety and Reliability*, ISBN: 978-3-903024-28-1, Vienna, 2017.
- [111] NOVÁK, D.; STRAUSS, A.; LEHKÝ, D.; aj.: *Shear strength design of prestressed concrete roof girders based on numerical testing: PART I, Concept and deterministic approach*. Advanced Materials, Structures and Technologies, 2017.
- [112] NOVÁK, D.; TEPLÝ, B.; SHIRAIISHI, N.: Sensitivity analysis of structures: A review. In *Conf. CIVIL COMP'93*, Edimburg, 1993, p. 14.

- [113] NOVÁK, D.; VOŘECHOVSKÝ, M.; RUSINA, M.: FReET version 1.6 - program documentation. 2015, user's and Theory Guides.
- [114] NOVÁK, D.; VOŘECHOVSKÝ, M.; TEPLÝ, B.: FReET: Software for the statistical and reliability analysis of engineering problems and FReET-D: Degradation module. *Advances in Engineering Software*, 2014.
- [115] NOVÁK, D.; ŘOUTIL, L.; NOVÁK, L.; aj.: Database of Fracture-Mechanical Concrete Parameters and its Implementation into Reliability Software Freet. In *Proc. of the 13th International Probabilistic Workshop (IPW 2015)*, ISBN 978-981-09-7963-8, Liverpool, UK, 2015.
- [116] NOVÁK, L.; NOVÁK, D.: Polynomial chaos expansion for surrogate modelling: Theory and software. *Beton und Stahlbeton*, 2018: s. 27–32, iSSN: 0005-9900.
- [117] NOVÁK, L.; NOVÁK, D.: Shear Strength Design by Stochastic Simulation and Semi-probabilistic Methods. *AIP Conference Proceedings*, 2018: s. 500–5004, iISBN: 978-0-7354-1690-1.
- [118] NOVÁK, L.; NOVÁK, D.: Estimation of coefficient of variation for structural analysis: The correlation interval approach. *Structural Safety*, 2020, 92 (2021) 102101.
- [119] NOVÁK, L.; NOVÁK, D.; SLOWIK, O.: Application of polynomial chaos expansion to reliability analysis of prestressed concrete roof girders. *Engineering Mechanics*, 2018: s. 609–612, iISBN: 978-80-86246-91-8.
- [120] PAPAIOANNOU, I.: Reliability Analysis Methods. 2012.
- [121] PAPOULIS, A.; UNNIKRISHNA, S.: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [122] PHIMECA: Phimeca.
URL <http://www.phimeca.com/>
- [123] POLI, R.: Analysis of the Publications on the Applications of Particle Swarm Optimisation. *Journal of Artificial Evolution and Applications*, 2008, doi:10.1155/2008/685175.
- [124] POSPÍŠILOVÁ, A.; MYŠÁKOVÁ, E.; LEPŠ, M.: Multi-objective adaptive design of experiments for reliability-based design optimization. In *Proc. of the 11th International Probabilistic Workshop (IPW 2013)*, ISBN 978-80-214-4800-1, Brno, CZ, 2013.

- [125] POŠTÍK, P.: Paralelní genetické algoritmy. 2001.
- [126] ÚŘAD PRO TECHNICKOU NORMALIZACI, M. A. Z.: *Únosnost silničních mostních konstrukcí*. Úřad pro technickou normalizaci, meteorologii a zkoušení, 2013.
- [127] QU, X.; HAFTKA, R.: Reliability-based design optimization using probabilistic sufficiency factor. *Struct Multidiscipl Optim*, 2004, 27(5):314–325.
- [128] RABINOVITCH, M.: *Multicriterial Optimization in Production and Management*. 1994, 10.1007/978-3-642-46955-8-99.
- [129] RECHENBERG, I.: *Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*. Stuttgart-Bad Cannstatt: Frommann-Holzboog, 1973, iSBN 37-728-0373-3.
- [130] REDDY, M.; GRANDHI, R.; HOPKINS, D.: Reliability based structural optimization: a simplified safety index approach. *Comput Struct*, 1994, 53(6):1407–1418.
- [131] REINECK, K. H.: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung. *Bauing Band*, 2001.
- [132] REINECK, K. H.; KUCHMA, D. A.; KIM, K. S.; aj.: Shear database for reinforced concrete members without shear reinforcement. *A Structures Journal*, 2003.
- [133] RELIASOFT: Reliasoft.
URL <http://www.reliasoft.com/>
- [134] RILEM: *Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams*. *Materials and Structures*. 1985, tC – 50 FMC (Recommendation), 18 (4): 285–290.
- [135] ROSENBLATT, M.: Remarks on a multivariate transformation. *Ann Math Stat*, 1952.
- [136] ROYSET, J.; DER KIUREGHIAN, A.; POLAK, E.: Reliability-based optimal structural design by the decoupling approach. *Reliab Eng Syst Saf*, 2001, 73(3):213–221.
- [137] RUBINSTEIN, R.: *Simulation and Monte Carlo method*. Oxford: John Wiley and Sons, New Press, 1981.

- [138] SAGASETA, J.; VOLLUM, R. L.: Influence of beam crosssection, loading arrangement and aggregate type on shear strength. *Magazine of Concrete Research*, 2011.
- [139] SCHITTKOWSKI, K.: Theory, implementation, and test of a nonlinear programming algorithm. *Euromech-Colloquium 164 on "Optimization methods in structural design"*, 1982.
- [140] SCHLUNE, H.; GYLLTOFT, M., K. and PLOS: Safety formats for non-linear analysis of concrete structures. *Mag Concrete Res*, 2012.
- [141] SCHUËLLER, G. I.; BUCHER, C. G.; U., B.; aj.: On efficient computational-schemes to calculate structural failure probabilities. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1989, p. 8.
- [142] SCHUËLLER, G. I.; STIX, R.: A critical appraisal of methods to determine failure probabilities. *Structural Safety*. 1987, p. 58.
- [143] SCHWEFEL, H. P.: *Numerical optimization for computer models*. Chichester: Wiley, 1981.
- [144] SHAN, S.; WANG, G.: Reliable design space and complete single-loop reliability-based design optimization. *Reliab Eng Syst Saf*, 2008, 93(8):1218–1230.
- [145] SIVANANDAM, S. N., S. N. and DEEPA: Genetic Algorithm Optimization Problems. 2008, 10.1007/978-3-540-73190-0-7.
- [146] SLOWIK, O.: ATENA-FReET Interface.
URL <https://atenafreetinterface.weebly.com/>
- [147] SLOWIK, O.: Pravděpodobnostní optimalizace konstrukcí. 2014.
- [148] SLOWIK, O.; LEHKÝ, D.; NOVÁK, D.: Reliability-based design optimization using artificial neural network inverse analysis. In *Proc. of International Probabilistic Workshop 2018 (IPW 2018)*, Vienna, Austria, 2018.
- [149] SLOWIK, O.; LEHKÝ, D.; NOVÁK, D.: Reliability-based optimization of a prestressed concrete roof girder using a surrogate model and the double-loop approach. *Structural Concrete*, 2021, roč. 22, č. 4, s. 2184-2201. ISSN: 1464-4177.
- [150] SLOWIK, O.; LEHKÝ, D.; NOVÁK, D.; aj.: SEAN.
URL <https://www.fce.vutbr.cz/stm/lehky.d/sean/>

- [151] SLOWIK, O.; NOVÁK, D.: Node based software concept for general purpose reliability-based optimization tool. In *2019 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE 2019)*, Zhangjiajie, Hunan, China, 2019.
- [152] SLOWIK, O.; NOVÁK, D.; KRUG, B.; aj.: Shear failure of pre-stressed concrete T-shaped girders: Experiment and nonlinear modeling. In *IABSE 2015 conference of International Association for Bridge and Structural Engineering*, DOI: <https://doi.org/10.2749/222137815818358411>, Geneva, Switzerland, 2015.
- [153] SLOWIK, O.; NOVÁK, D.; NOVÁK, L.; aj.: Shear Resistance of Prestressed Girders: Probabilistic Design. In *14th International Probabilistic Workshop*, ISBN 978-3-319-47886-9, 2017.
- [154] SLOWIK, O.; NOVAK, D.; NOVAK, L.; aj.: Stochastic modelling and assessment of long-span precast prestressed concrete elements failing in shear. *Engineering Structures*, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111500>.
- [155] SLOWIK, O.; NOVÁK, D.; STRAUSS, A.; aj.: Stochastic analysis of precast-structural members failing in shear. In *In Proc. of 12th fib International PhD Symposium in Civil Engineering*, ISBN: 978-80-01-06401-6, Prague, Czech Republic, 2018.
- [156] SOBOL, I.: Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates. *Math and Comput in Simulation*, 2001, s. 271-280.
- [157] SOIZE, C.; GHANEM, R.: Physical systems with random uncertainties: chaos representations with arbitrary probability measure. *J Sci. Comput*, 2004, 26(2), 395–410.
- [158] SPALL, J. C.: *Introduction to stochastic search and optimization: Estimation, simulation, and control*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2003.
- [159] SPEARMAN, C.: The proof and measurement of association between two things. *American Journal of Psychology*, 1904.
- [160] STEWART, M. G.; MELCHERS, R. E.: *Probabilistic Risk Assessment of Engineering Systems*. London: Chapman and Hall, 1997.
- [161] STIBOR, M.: Fracture Parameters of Quasi-Brittle Materials and Their Determination. PhD Thesis.

- [162] STÖERZEL, J.; RANDL, N.; STRAUSS, A.: Monitoring shear degradation of reinforced and pre-tensioned concrete members. In *IABSE Conference 2015: Structural Engineering*. Geneva: International Association for Bridge and Structural Engineering, Geneva, 2015.
- [163] STRANG, G.; FIX, G. J.: *An analysis of the finite element method*. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, 1973, iISBN 01-303-2946-0.
- [164] STRAUSS, A.; CASTILLO, P.; BERGMEISTER, K.; aj.: Shear performance mechanism description using digital image correlation. *Structural Engineering International*, 2018, DOI: 10.1080/10168664.2018.1458585.
- [165] STRAUSS, A.; KRUG, B.; SLOWIK, O.; aj.: Combined shear and flexure performance of prestressing concrete T-shaped beams: Experiment and deterministic modeling. *Structural Concrete*, 2017, <https://doi.org/10.1002/suco.201700079>.
- [166] STRAUSS, A.; KRUG, B.; SLOWIK, O.; aj.: Computational modeling and experimental testing of shear and flexure performance of prestressing concrete T-shaped beams-safety formats. In *Proceedings of the Conference on Computational Modelling of Concrete and Concrete Structures (EURO-C 2018)*, DOI: <https://doi.org/10.2749/222137815818358411>, Bad Hofgastein, Austria, 2018.
- [167] STRAUSS, A.; KRUG, B.; SLOWIK, O.; aj.: Prestressed concrete roof girders: Part I – deterministic and stochastic model. In *Proceedings of the Sixth International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering (IALCCE 2018)*, ISBN: 9781138626331, Ghent, Belgium, 2018.
- [168] STRAUSS, A.; SLOWIK, O.; KRUG, B.; aj.: Monitoring system for shear capacity assessment. In *SHMII Torino, Italy, 2015*, Torino, 2015.
- [169] STRAUSS, A.; ZIMMERMANN, T.; LEHKÝ, D.; aj.: Stochastic fracture-mechanical parameters for the performance based design of concrete structures. *Structural Concrete*, 2014.
- [170] SUDRED, B.: Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions. *Reliab Eng and System Safety*, 2008, 93: p. 964-979.
- [171] TEPLÝ, B.; NOVÁK, D.: *Spolehlivost stavebních konstrukcí*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 1999.
- [172] THOMPSON, S. K.; SEBER, G.: *Adaptive sampling*. New York: Wiley, 1996, iISBN 04-715-5871-0.

- [173] TORCZON, V. J.: On the convergence of pattern search algorithms. *Journal on Optimization*, 1997, doi:10.1137/S1052623493250780.
- [174] TRAUTWEIN, L.; SANABRIA, R.; SARMIENTO, S.; aj.: Reliability analysis of shear strength of reinforced concrete deep beams using NLFEA. *Eng. Struct.*, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109760>.
- [175] TSCHEGG, E.: New equipments for fracture tests on concrete. *Materials Testing*, 1991.
- [176] TU, J.; CHOI, K.: A new study on reliability-based design optimization. *J Mech Des*, 1999, (ASME) 121(4):557–564.
- [177] VANMARCKE, E. H.: *Random Fields: Analysis and Synthesis*. MIT Press, 1983.
- [178] VOŘECHOVSKÝ, M.: Hierarchical refinement of Latin Hypercube Samples. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2015.
- [179] VOŘECHOVSKÝ, M.; NOVÁK, D.: Correlation control in small sample Monte Carlo type simulations I: A Simulated Annealing approach. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009.
- [180] ŘOUTIL, L.; LEHKÝ, D.; ŠIMONOVÁ, H.; aj.: Experimental-computational determination of mechanical fracture parameters of concrete for probabilistic life-cycle assessment. In *Proceedings of eE 2014 – Fourth International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering*, Tokyo, 2014.
- [181] WIENER, N.: The Homogeneous Chaos. *American Journal of Mathematics*, 1938, s. 897–936.
- [182] WU, Y.; WANG, W.: Efficient probabilistic design by converting reliability constraints to approximately equivalent deterministic constraints. *J Integr Des Process Sci*, 1998, 2(4):13–21.
- [183] XIU, D.; KARNIADAKIS, G.: The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations. *J Sci. Comput*, 2002, 24(2):619–44.
- [184] YANG, R.; GU, L.: Experience with approximate reliability-based optimization methods. *Struct Multidiscipl Optim*, 2004, 26(1–2):152–159.
- [185] YANG, S.; LIU, H., T.J. and HONG: Reliability of Tower and Tower-Line Systems under Spatiotemporally Varying Wind or Earthquake Loads. *Journal of Structural Engineering*, 2017.

-
- [186] YI, P.; CHENG, G.; JIANG, L.: A sequential approximate programming strategy for performance-measure-based probabilistic structural design optimization. *Struct Saf*, 2008, 30(2):91–109.
- [187] ZELINKA, I.; NĚMEC, M.; SENKERIK, R.: Gamesourcing: Perspectives and Implementations. 2018, 10.5772/intechopen.71703.
- [188] ZHANG, Y.; BEER, M.; QUEK, S. T.: Long-term performance assessment and design of offshore structures. *Computers and Structures*, 2015.
- [189] ZIMMERMANN, T.; STRAUSS, A.; BERGMEISTER, K.: Numerical investigation of historic masonry walls under normal and shear load. *Construction and Building Materials*, 2010.
- [190] ZIMMERMANN, T.; STRAUSS, A.; LEHKÝ, D.; aj.: Stochastic fracture-mechanical characteristics of concrete based on experiments and inverse analysis. *Construction and building materials*, 2014.
- [191] ZOU, T.; MAHADEVAN, S.: A direct decoupling approach for efficient reliability-based design optimization. *Struct Multidiscipl Optim*, 2005, 31(3):190–200.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

ANN	Umělé neuronové sítě
CoV	Variační koeficient náhodné veličiny
E_c	Modul pružnosti betonu
E_s	Modul pružnosti betonářské výztuže
E_t	Modul pružnosti Předpínacích kabelů
EC-2	Eurocode 2
ESG	Elektrický tenzometr
f_c	Tlaková pevnost betonu
f_{ck}	Charakteristická hodnota tlakové pevnosti betonu
MKP	Metoda konečných prvků
f_t	Tahová pevnost betonu
f_{ys}	Mez kluzu betonářské oceli
f_{yt}	Mez kluzu předpínacích kabelů
G_f	lomová energie
GMB	Gumbelovo rozdělení pravděpodobnosti
LSF	Limit State Function
VSL	Visual Scripting Language
IL	Okamžitá ztráta předpětí
IRBO	Inverse Reliability-Based Optimization
LD	Křivka zatížení vs. přetvoření
LTL	Dlouhodobá ztráta předpětí
3PB	Tříbodový ohyb (three point bending)
MC 2010	CEB-FIP Model Code 2010
NMMKP	Nelineární modelování metodou konečných prvků

- PCe Rozvoj polynomiálním chaosem
- RBO Reliability-Based Optimization
- ρ Objemová hmotnost betonové směsi
- Std Směrodatná odchylka náhodné veličiny
- WBL Weibullovo rozdělení pravděpodobnosti
- ω Pravděpodobnostní prostor
- CDF Kumulativní distribuční funkce
- PMF Pravděpodobnostní funkce
- PDF Funkce hustoty pravděpodobnosti
- N_{sim} Počet simulací (vzorků)
- R náhodná veličina odezvy (odolnosti) konstrukce
- S náhodná veličina účinek zatížení konstrukce
- Z náhodná veličina rezervy spolehlivosti konstrukce
- LHS metoda Latin Hypercube Sampling
- P_f pravděpodobnost poruchy
- Φ distribuční funkce normalizovaného normalního rozdělení
- β index spolehlivosti dle Cornella
- μ střední hodnota náhodné veličiny
- σ^2 rozptyl náhodné veličiny
- σ směrodatná odchylka náhodné veličiny
- MC metoda Monte Carlo
- SSA Analýza s malým počtem simulací
- SA Analýza s malým počtem simulací
- GUI Graphical user interface
- RBDO Reliability-based design optimization (spolehlivostní optimalizace)

FORM First Order Reliability Method

SORM Second Order Reliability Method

SIP Semi-Infinite Programming

PSF Probabilistic Sufficiency Factor

MPTP Minimum Performance Target Point

RIA Reliability Index Approach

SLA Single Loop Approach

SLSV single Loop Single Vector

SFA Safety Factor Approach

SORA Sequential Optimization and Reliability Assessment

PMA Performance Measure Approach

MPFP Most Probable Failure Point

SAP Sequential Approximate Programming