



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV KONSTRUOVÁNÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF MACHINE AND INDUSTRIAL DESIGN

ANIMACE ZÁBĚRU VÁLCOVÝCH OZUBENÝCH SOUKOLÍ

ANIMATION OF CYLINDRICAL GEARS MESHING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

DANIEL KVARDA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. MARTIN HARTL, Ph.D.

BRNO 2015

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav konstruování

Akademický rok: 2014/15

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Daniel Kvarda

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Základy strojního inženýrství (2341R006)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Animace záběru válcových ozubených soukolí

v anglickém jazyce:

Animation of cylindrical gears meshing

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Cílem práce je vytvoření animací objasňujících záběrové poměry (geometrii, kinematiku a silové působení) nastávající při záběru různých druhů válcových ozubených soukolí (kola s přímými a šikmými zuby).

Cíle bakalářské práce:

Bakalářská práce musí obsahovat: (odpovídá názvům jednotlivých kapitol v práci)

1. Úvod
2. Přehled současného stavu poznání
3. Analýza problému a cíl práce
4. Metody
5. Výsledky
6. Diskuze
7. Závěr
8. Seznam použitých zdrojů

Forma práce: průvodní zpráva, digitální data

Typ práce: teoretická; Účel práce: vzdělávání

Rozsah práce: cca 27 000 znaků (15 - 20 stran textu bez obrázků).

Zásady pro vypracování práce:

http://dokumenty.uk.fme.vutbr.cz/BP_DP/Zasady_VSKP_2015.pdf

Šablona práce: http://dokumenty.uk.fme.vutbr.cz/UK_sablona_praci.zip

Seznam odborné literatury:

SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R MISCHKE a Richard G BUDYNAS. Konstruování strojních součástí. 1. vyd. Editor Martin Hartl, Miloš Vlk. Brno: VUTIUM, 2010, 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.

RADZEVIČ, Stepan Pavlovič. Theory of gearing: kinematics, geometry, and synthesis. Boca Raton: CRC Press, c2013, xlviii 695 s. ISBN 978-1-4665-1448-5.

Vedoucí bakalářské práce: prof. Ing. Martin Hartl, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/15.

V Brně, dne 21. 11. 2014



v.ř. Hartl

prof. Ing. Martin Hartl, Ph.D.
ředitel ústavu

v.ř. Buděj

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá záběrovými poměry, geometrickým, kinematickým a silovým působením nastávajícím při záběru válcových ozubených kol s přímými a šikmými zuby. Tuto problematiku objasňují vytvořené animace, které jsou v této práci vysvětleny a popsány. Animace slouží k vzdělávacím účelům.

KLÍČOVÁ SLOVA

Válcová ozubená soukolí, animace, záběrové poměry, geometrie, kinematika, vytváření animací

ABSTRACT

This thesis deals with meshing relations, geometric, kinematic and force effects occurring during meshing of cylindrical gears with straight and helical teeth. This problematic is clarified with created animations, that are explained and described in this thesis. Animations serve for educational purposes.

KEY WORDS

Cylindrical gears, animations, gear meshing, geometry, kinematics, creation of animations

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

KVARDA, D. Animace záběru válcových ozubených soukolí. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 48 s. Vedoucí bakalářské práce prof. Ing. Martin Hartl, Ph.D.

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych chtěl poděkovat vedoucímu bakalářské práce prof. Ing. Martinu Hartlovi, Ph.D. za jeho odborné rady, náměty a konzultace poskytnuté během zpracování této práce.

PROHLÁŠENÍ

Čestně prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci na téma *Animace záběru válcových ozubených soukolí* vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a zdrojů uvedených v příslušném seznamu této práce.

V Brně dne 20.5.2015

.....
Daniel Kvarda

OBSAH

ÚVOD	12
1 PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ	13
1.1 Rychlostní poměry	13
1.1.1 Základní zákon ozubení	13
1.1.2 Skluz a měrný skluz	15
1.2 Záběrové poměry	17
1.2.1 Podmínky záběru	17
1.2.2 Dráha záběru a součinitel záběru	17
1.3 Napětí v dotyku boku zubů	19
1.3.1 Silové poměry v ozubení	20
1.3.2 Hertzův tlak	21
1.4 Výroba čelního ozubení kotoučovým obrážecím nožem	23
1.4.1 Odvalovací obrázení pomocí kotoučového nože (systém Fellows)	24
1.5 Vytváření přímkové evolventní plochy	25
1.5.1 Základní poznatky o evolventním profilu	25
1.5.2 Tvorba evolventy	25
1.6 Trvání záběru u šikmého ozubení	26
1.6.1 Záběrové poměry	26
1.6.2 Záběrová oblast	28
2 ANALÝZA PROBLÉMU A CÍL PRÁCE	29
3 METODY	30
4 VÝSLEDKY	32
4.1 Rychlostní poměry	32
4.2 Záběrové poměry	34
4.3 Napětí v dotyku boku zubů	36
4.4 Výroba čelního ozubení kotoučovým obrážecím nožem	38
4.5 Vytváření přímkové evolventní plochy	38
4.6 Trvání záběru u šikmého ozubení	40
5 DISKUZE	42
6 ZÁVĚR	43
7 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	44
8 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN	45
9 SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ	46
10 SEZNAM TABULEK	47

ÚVOD

Čelní ozubené převody jsou nejvýznamnější a nejrozšířenější převody využívané v praxi. Pracují na principu záběru (přenos sil kontaktem dvou spoluzabírajících členů). Jsou využívány pro přenos výkonů mezi hřídelemi. Zároveň umožňují změnu otáček a krouticího momentu. Může jít o malá plastová soukolí, které najdeme v běžných domácích spotřebičích, přes ocelová kola v průmyslových nebo automobilových převodovkách, až po speciální několikametrová kola používaná v továrnách, mlýnech nebo dopravních lodích. [1], [2]

Vysvětlení záběrových poměrů je důležité pro správné pochopení funkce ozubených převodů. Jako záběrové poměry lze charakterizovat například délku kontaktu zubů a jeho trajektorii, počet zubů v záběru, relativní pohyb odvalujících se zubů a silové působení na jednotlivé zuby. Kontakt spoluzabírajících kol se v čase mění, je tedy důležité vidět celý průběh záběru od počátku do konce. Statické obrázky z knih však zobrazují pouze klíčové okamžiky, zbytek je popsán slovně. Pro pochopení celého procesu je tedy třeba, aby student použil vlastní představivost.

Moderní technologie umožňují využít počítačových simulací a ručně vytvořených animací k popisu dějů, které nemusí být na první pohled jasné. Při využití správného teoretického základu doprovázeného animacemi lze studentům pomoci rychleji a snadněji pochopit záležitosti týkající se záběru ozubených kol. Zároveň mohou vytvořené animace obsahovat pomocné grafické prvky, které ulehčují porozumění a dávají doplňující informace. [3]

Tato práce je zaměřená na tvorbu animací pro vysvětlení záběrových poměrů čelních ozubených kol s přímými a šikmými zuby. Nezaměřuje se však pouze na záběr ozubených kol, ale i na jejich výrobu a geometrickou podstatu evolventních profilů zubů. Animace jsou určeny zejména pro vzdělávací účely studentům Fakulty strojního inženýrství na VUT.

1 PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ

V této kapitole jsou popsány teoretické podklady využívané při tvorbě animací. Všechny rovnice jsou odvozeny podle [1] a [2]. Ozubená kola jsou označena jako pastorek (2) a kolo (3).

1.1

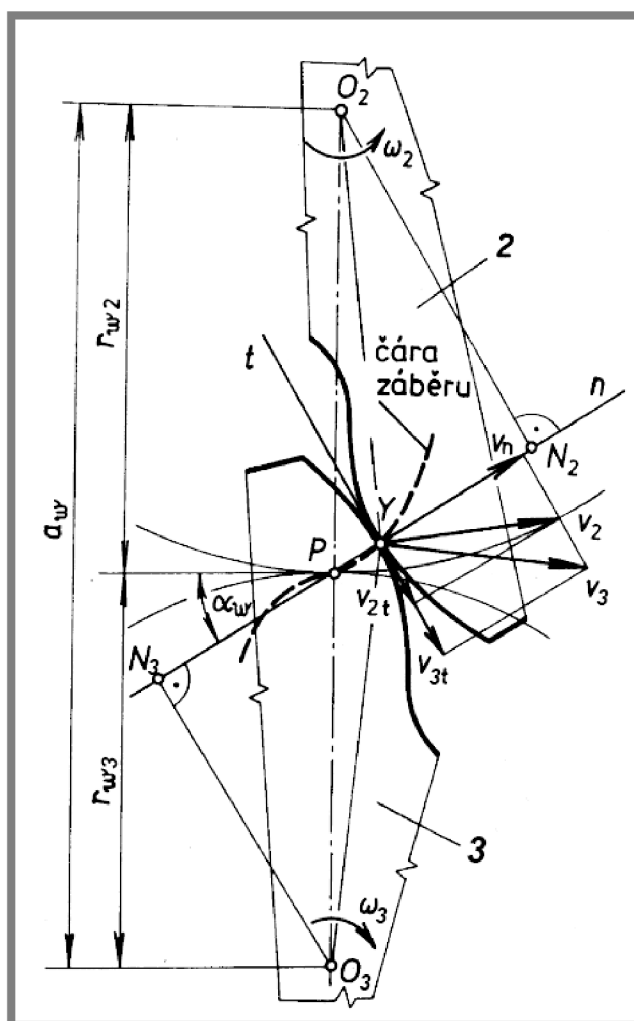
1.1 Rychlostní poměry

Chceme-li zaručit plynulý chod se stálým převodovým poměrem, je třeba dodržet základní zákon ozubení. Pro jeho pochopení je třeba vyšetřit průběh rychlostí při záběru. Tomuto zákonu vyhovují jen některé profily, nazývají se profily *sdužené*. [2]

1.1.1

1.1.1 Základní zákon ozubení

Převod rotačního pohybu ozubených soukolí je charakterizován odvalujícími se roztečnými kružnicemi. Je realizován kontaktem sdužených profilů (obr. 1-1), avšak reálné zuby zabírají i mimo roztečnou kružnici na obě strany. Proto je důležité, aby profil zubu zajišťoval stálý převodový poměr i mimo roztečnou kružnici. [4]



Obr. 1-1 Záběr dvou profilů [1]

Na obr. 1-1 je vidět záběr dvou profilů. Bod P je bod dotyku roztečných kružnic a zároveň pól relativního pohybu. Bod Y je obecný bod dotyku. V bodě Y mají oba profily společnou tečnu t a normálu n . Při konstantním úhlu záběru α_w přechází čára záběru v přímku záběru, která je společná s normálou dotyku. Rychlosti obou profilů v bodě dotyku jsou vyjádřeny rovnicemi (1-1) a (1-2). [1]

$$v_2 = O_2Y \cdot \omega_2 \quad (1-1)$$

$$v_3 = O_3Y \cdot \omega_3 \quad (1-2)$$

kde:

v_2, v_3 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ jsou obvodové rychlosti
 ω_2, ω_3 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ - úhlové rychlosti

Základní zákon ozubení tedy říká, že aby byly oba boky zubu stále v záběru, musí být elementární posuny obou profilů ve směru společné normály stejné. Tedy normálové rychlosti si musí být rovny dle rovnice (1-3). Po promítnutí rychlostí do normály a dosazení do rovnosti zjistíme, že normálovou rychlost vypočteme dle rovnice (1-4). Kde O_2N_2 je poloměr základní kružnice kola 2 a O_3N_3 je poloměr základní kružnice kola 3. Dojdeme tedy k převodovému poměru dle rovnice (1-5). [1]

$$v_{2n} = v_{3n} = v_n \quad (1-3)$$

$$v_n = \omega_2 \cdot O_2N_2 = \omega_3 \cdot O_3N_3 \quad (1-4)$$

kde:

v_2, v_3 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ jsou obvodové rychlosti
 v_{2n}, v_{3n} $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ - normálové rychlosti
 v_n $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ - normálová rychlost v bodě dotyku
 ω_2, ω_3 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ - úhlové rychlosti

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{O_3N_3}{O_2N_2} \quad (1-5)$$

kde:

i - je převodový poměr
 ω_2, ω_3 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ - úhlové rychlosti

Pokud jsou profily navrhnutы tak, že společná normála n prochází nehybným bodem P při celém záběru, je dosaženo konstantního převodového poměru. Nejpoužívanějším profilem je evolventa. Při záběru v bodě P směřují obě obvodové rychlosti stejným směrem a jejich tečné složky jsou nulové. Profily se tedy po sobě odvalují bez skluzu. [1], [4]

1.1.2 Skluz a měrný skluz

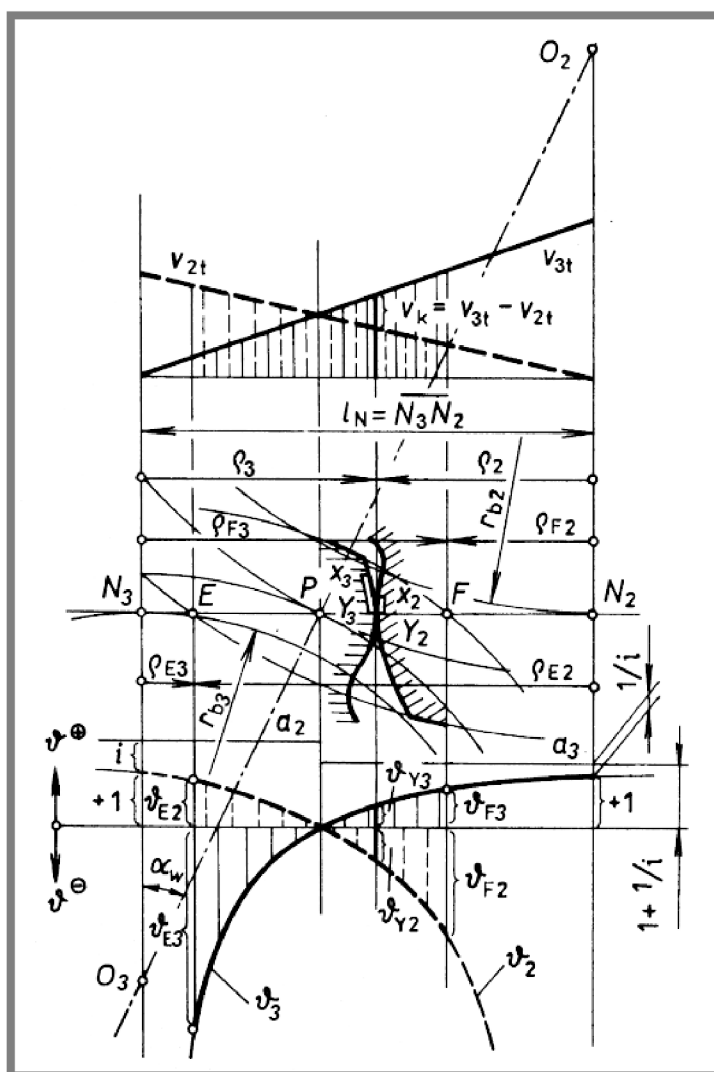
Skluz je důsledkem toho, že tečné rychlosti, na rozdíl od rychlostí normálových, obecně nejsou vždy stejné a v průběhu záběru mění svoje velikosti. Mezi oběma profily tedy nastává vzájemný pohyb v tečném směru způsobený rozdílem tečných rychlostí. Rozdíl těchto rychlostí se nazývá *skluz* a lze jej vypočítat: [1], [5]

$$v_k = v_{3t} - v_{2t} = PY \cdot (\omega_2 + \omega_3) \quad (1-6)$$

kde:

v_k $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ je skluzová rychlost
 v_{2t}, v_{3t} $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ - tečné rychlosti
 ω_2, ω_3 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ - úhlové rychlosti

Při neměnné úhlové rychlosti je jedinou proměnnou vzdálenost PY (obr. 1-1). Z toho tedy plyne, že skluzová rychlost je přímo úměrná vzdálenosti pólu otáčení od bodu záběru, přičemž její velikost je největší při vstupu a výstupu ze záběru. Při průchodu valivým bodem P mění skluzová rychlost svůj směr (obr. 1-2). Pro specifikaci skluzu profilů pastorku i kola byla zavedena bezrozměrná veličina zvaná *měrný skluz*. [1]



Obr. 1-2 Měrné skluzu [1]

Pokud na obr. 1-2 označíme délky oblouků X_2Y_2 a X_3Y_3 jako vzdálenosti Δs_2 a Δs_3 potom rozdíl $|\Delta s_2 - \Delta s_3|$ odpovídá délce tzv. oblouku skluzu. Pokud je tato hodnota rovna nule jedná se o dokonalé odvalování (tato situace nastává v bodě P). Pokud přejdeme limitně k elementárním obloukům ds_2 a ds_3 , jejich rozdíl vztažený k jednotlivým délkám vyjadřuje dvojici měrných skluzů ϑ_2 a ϑ_3 . [1], [6]

$$\vartheta_2 = \frac{ds_2 - ds_3}{ds_2} \quad (1-7)$$

$$\vartheta_3 = \frac{ds_3 - ds_2}{ds_3} \quad (1-8)$$

kde:

ϑ_2, ϑ_3 - jsou měrné skluzy
 ds_2, ds_3 m - elementární oblouky

Kladný měrný skluz je na hlavě zubu a záporný měrný skluz naopak na patě zubu. Kladný měrný skluz nedosahuje hodnot vyšších než +1. Záporný skluz se obecně blíží k hranici $-\infty$. Rozšířením rovnic (1-7) a (1-8) o zlomek $1/dt$ dostaneme rovnice umožňující praktický výpočet měrných skluzů. [1]

$$\vartheta_2 = \frac{v_{2t} - v_{3t}}{v_{2t}} \quad (1-9)$$

$$\vartheta_3 = \frac{v_{3t} - v_{2t}}{v_{3t}} \quad (1-10)$$

kde:

ϑ_2, ϑ_3 - jsou měrné skluzy
 v_{2t}, v_{3t} $m \cdot s^{-1}$ - tečné rychlosti

Pokud dosadíme za $v_{2t} = N_2Y \cdot \omega_2$ a $v_{3t} = N_3Y \cdot \omega_3$, kde $N_2Y = \rho_2$ a $N_3Y = \rho_3$. ρ_2 a ρ_3 jsou poloměry křivostí jednotlivých profilů a tedy $\rho_2 + \rho_3 = N_2N_3$. [1]

$$\vartheta_2 = 1 + i - \frac{i \cdot N_2N_3}{\rho_2} \quad (1-11)$$

$$\vartheta_3 = 1 + \frac{1}{i} - \frac{N_2N_3}{i} \cdot \frac{1}{\rho_3} \quad (1-12)$$

kde:

ϑ_2, ϑ_3 - jsou měrné skluzy
 i - převodový poměr
 ρ_2, ρ_3 m - poloměry křivostí

Tyto rovnice odpovídají posunutým rovnoosým hyperbolám. Z obou rovnic jsou skluzy v záběru vyčísleny jen pro $\rho_2, \rho_3 \in (E, F)$ kde E je bod kdy zuby vstupují do záběru a F vystupují. [1]

Měrné skluzy jsou důležitým parametrem při posuzování životnosti soukolí. Společně s Hertzovým napětím v dotyku způsobují značné opotřebení povrchu zubů. [7]

1.2 Záběrové poměry

1.2

Záběr čelních kol s přímými zuby je realizován sdruženými koly, která jsou schopna plynulého záběru s konstantním převodovým poměrem. Tuto podmínku splňují sdružené evolventní profily. U přímých zubů se v záběru nejčastěji střídají jeden a dva páry zubů. Změna mezi jedním a dvěma páry probíhá skokově (důsledkem toho je hluchost ozubení). [1]

1.2.1 Podmínky záběru

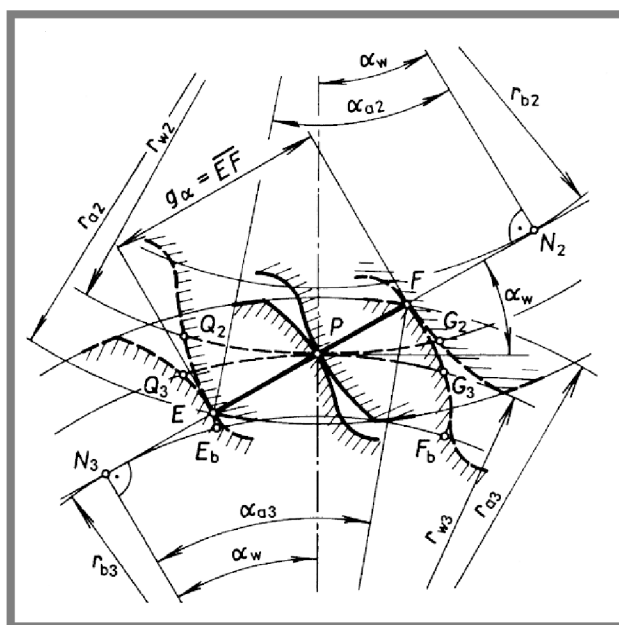
1.2.1

Zub ozubeného kola je tvořen evolventou, která začíná na základní kružnici a končí na kružnici hlavové. Pata zubu je tvořena přechodovou křivkou. Tuto křivku tvoří nástroj při výrobě a zároveň s ní je vytvořena hlavová vůle. Záběr ozubených kol probíhá na tvořící přímce, která současně tvoří přímku záběru. Zuby tedy vstupují a vystupují ze záběru na průsečíku přímky záběru a hlavové kružnice. Přímka záběru je tečná na obě základní kružnice a v těchto tečných bodech jsou body N_2 a N_3 . Orientace přímky záběru (tedy smysl jejího sklopení) je závislá na smyslu otáčení ozubených kol. [4]

1.2.2 Dráha záběru a součinitel záběru

1.2.2

Pokud by výška evolventy nebyla omezena hlavovou kružnicí probíhal by záběr na celé délce úseku N_2N_3 . U skutečných zubů probíhá záběr na úsečce, která leží na přímce záběru a je ohraničená body E a F (obr. 1-3). [1]



Obr. 1-3 Dráha záběru ozubení s přímými zuby [1]

Vzdálenost těchto bodů E a F se nazývá *dráha záběru*. Tato dráha se dá rozdělit na dvě části: 1) část kde zub vstupuje do záběru (EP) a 2) část kde zub vystupuje ze záběru (PF). Tyto vzdálenosti jsou určeny rovnicemi: [1]

$$EP = r_{b2} \cdot (tg\alpha_{a2} - tg\alpha_w) \quad (1-13)$$

$$PF = r_{b3} \cdot (tg\alpha_{a3} - tg\alpha_w) \quad (1-14)$$

kde:

r_{b2}, r_{b3}	m	jsou poloměry základní kružnice
α_{a2}, α_{a3}	°	- úhly profilu ve vrcholových bodech boků
α_w	°	- úhel záběru

Úhly α_{a2} a α_{a3} jsou určeny vztahy:

$$\cos\alpha_{a2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}} \quad (1-15)$$

$$\cos\alpha_{a3} = \frac{d_{b3}}{d_{a3}} \quad (1-16)$$

kde:

α_{a2}, α_{a3}	°	jsou úhly profilu ve vrcholových bodech boků
d_{b2}, d_{b3}	m	- průměry základních kružnic
d_{a2}, d_{a3}	m	- průměry hlavových kružnic

Dosazením za $EF = EP + PF = g_\alpha$ dostáváme vzorec pro výpočet dráhy záběru.

$$g_\alpha = r_{b2} \cdot tg\alpha_{a2} + r_{b3} \cdot tg\alpha_{a3} - (r_{b2} + r_{b3}) \cdot tg\alpha_w \quad (1-17)$$

kde:

g_α	m	je dráha záběru
r_{b2}, r_{b3}	m	- poloměry základní kružnice
α_{a2}, α_{a3}	°	- úhly profilu ve vrcholových bodech boků
α_w	°	- úhel záběru

Dráha, kterou opíše bod každého boku zubu na roztečné kružnici při záběru, se nazývá *oblouk záběru*. Na obr. 1-3 je to pro zub kola 2 oblouk Q_2G_2 a pro kolo 3 Q_3G_3 . [1]

Při průběhu záběru musí nový pár zubů vstoupit do záběru, předtím než předchozí pár vyjede. Jinak by nebylo zaručeno, že ozubení bude právě v každém okamžiku zaručovat konstantní převodový poměr. Průměrná hodnota počtu páru zubů v záběru se nazývá *součinitel záběru* ε_α .

Součinitel záběru se stanoví jako poměr délky záběru g_α k základní rozteči p_b . Převedením poloměrů na průměry¹ dostaneme vzorec pro výpočet součinitele záběru: [2]

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b} = \frac{\sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} + \sqrt{d_{a3}^2 - d_{b3}^2} - 2 \cdot a_w \cdot \sin \alpha_w}{2 \cdot \pi \cdot \cos \alpha_w} \quad (1-18)$$

kde:

ε_α	-	je součinitel záběru
g_α	m	- dráha záběru
p_b	m	- základní rozteč
d_{a2}, d_{a3}	m	- průměry hlavových kružnic
d_{b2}, d_{b3}	m	- průměry základních kružnic
a_w	m	- osová vzdálenost
α_w	°	- úhel záběru

Nejmenší doporučená hodnota součinitele záběru je 1,2. Nižší hodnoty by už vytvářeli riziko, že nepřesnou montáží dojde ke kritickému snížení ε_α a zároveň zvýšení hluku a rázu mezi zuby. [2]

Pro různé úhly záběru dosahuje součinitel záběru jiných maximálních hodnot. Tyto hodnoty jsou naznačené v tab. 1-1. [4]

Tab. 1-1 Součinitele záběru [3]

$\alpha_w = 15^\circ$	$\varepsilon_{amax} = 2,55$
$\alpha_w = 17,5^\circ$	$\varepsilon_{amax} = 2,22$
$\alpha_w = 20^\circ$	$\varepsilon_{amax} = 1,98$
$\alpha_w = 25^\circ$	$\varepsilon_{amax} = 1,66$

Hodnota ε_α roste s počtem zubů pastorku, kola a s růstem úhlu α_α . Klesá s rostoucím úhlem záběru α_w . Zároveň je možné tyto hodnoty ovlivnit posunutím výrobního nástroje. Pro nestandardní úhly záběru menší než 20° lze dosáhnout, aby se v záběru střídali najednou 2 a 3 páry zubů.

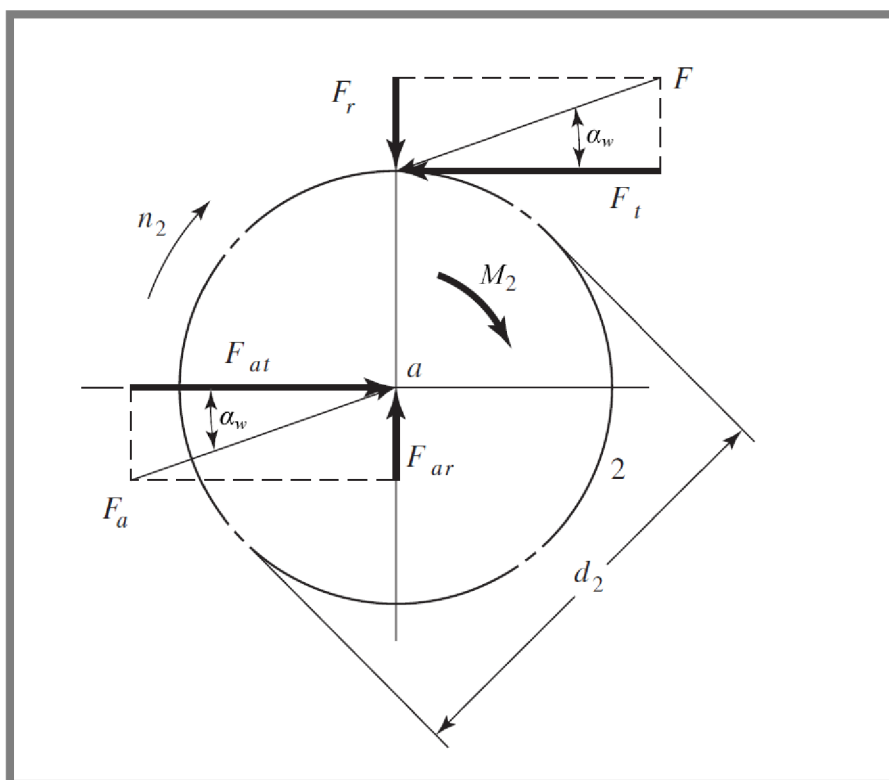
1.3 Napětí v dotyku boku zubů

Jeden z důležitých pevnostních výpočtů, které se při návrhu převodu ozubenými koly provádějí, je kontrola napětí v dotyku. Při přenosu krouticího momentu mezi dvěma ozubenými koly vzniká v místech dotyku spoluzabírajících zubů napětí. Toto napětí je způsobeno přenášením sil mezi zuby. U ozubených kol s přímými zuby se velikost této síly mění v závislosti na počtu zubů, které jsou v daném momentu v záběru. Pokud je v záběru pouze jeden zub je jím přenášena celá síla způsobená krouticím momentem. Pokud jsou v záběru dva zuby, je přenášena síla rozložena mezi oba tyto zuby. V kombinaci se skluzem zubů se jedná o hlavní příčinu odlamování částíček materiálu v kontaktních plochách. Toto únavové poškození se nazývá *pitting*. [2]

¹ převedení na průměry je hlavně proto, že tyto průměry se udávají na výkrese [4]

1.3.1 Silové poměry v ozubení

Na obr. 1-4 je znázorněno silové působení na čelní ozubené kolo s přímými zuby. Kolo se otáčí otáčkami n_2 a působí na něj krouticí moment M_2 . Silové působení na zub vytváří síla F_t , která se nazývá obvodová síla. Tuto sílu vypočítáme z krouticího momentu M_2 a průměru roztečné kružnice d_2 . Následně z pravoúhlého trojúhelníku a úhlu záběru α_w dopočítáme normálovou sílu F , která vytváří vzájemné působení mezi zabírajícími boky zubů. [2]



Obr. 1-4 Silové poměry [2]

$$F_t = \frac{2 \cdot M_2}{d_2} \quad (1-19)$$

$$F = \frac{F_t}{\cos \alpha_w} \quad (1-20)$$

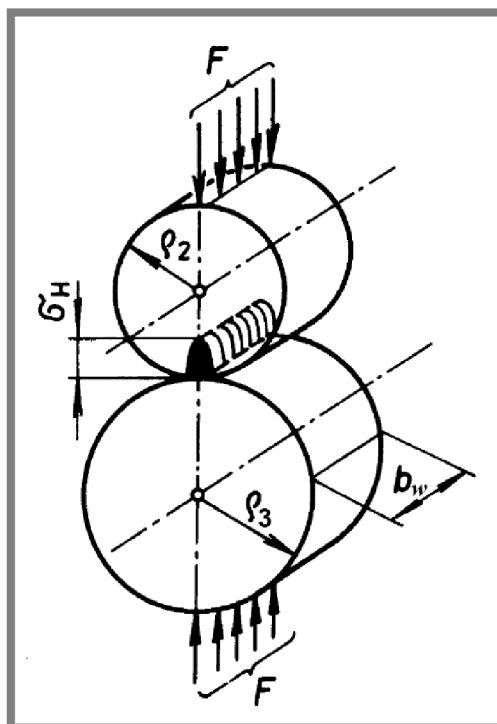
kde:

F_t	N	je obvodová síla
F	N	- normálová síla
M_2	N·m	- krouticí moment
d_2	m	- roztečná kružnice
α_w	°	- úhel záběru

Pro výpočet napětí v dotyku je důležitá pouze normálová síla F , která působí kolmo na bok zubu.

1.3.2 Hertzův tlak

Hertzova teorie využívá pro výpočet napětí dvě tělesa specifických tvarů. Nejblíže ke kontaktu zubů je kontakt dvou válců s rovnoběžnými osami (obr. 1-5). Protože však mají zuby tvar evolventy, zavádí se předpoklad, že poloměry válců ve výpočtu jsou rovny poloměrům křivostí jednotlivých zubů. Evolventa má v každém bodě jiný poloměr křivosti a proto i průběh Hertzova napětí je v každém bodě záběru jiný. Zároveň musí být zohledněn počet zubů v záběru, který se skokově mění a tím je skoková změna i v průběhu Hertzova napětí. [1], [2]



Obr. 1-5 Hertzův tlak [1]

Rovnice (1-21) popisuje kontaktní Hertzovo napětí.

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot b_w} \cdot \frac{\frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_3}}{\frac{1 - \mu_2^2}{E_2} + \frac{1 - \mu_3^2}{E_3}}} \quad (1-21)$$

kde:

σ_H	MPa	je napětí v dotyku
F	N	- normálová síla
b_w	m	- šířka ozubení
ρ_2, ρ_3	m	- poloměry křivosti
μ_2, μ_3	-	- Poissonovy konstanty
E_2, E_3	MPa	- moduly pružností

Pro zjednodušení výpočtu se zavádí redukovaný poloměr křivosti ρ_E a součinitel mechanických vlastností materiálu Z_E . [2]

$$\frac{1}{\rho_E} = \frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_3} \quad (1-22)$$

kde:

ρ_E m je redukovaný poloměr křivosti
 ρ_2, ρ_3 m - poloměry křivosti

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left(\frac{1 - \mu_2^2}{E_2} + \frac{1 - \mu_3^2}{E_3} \right)}} \quad (1-23)$$

kde:

Z_E $\text{kg}^{1/2} \cdot \text{m}^{-1/2} \cdot \text{s}^{-1}$ je součinitel mechanických vlastností
 μ_2, μ_3 - - Poissonovy konstanty
 E_2, E_3 MPa - moduly pružností

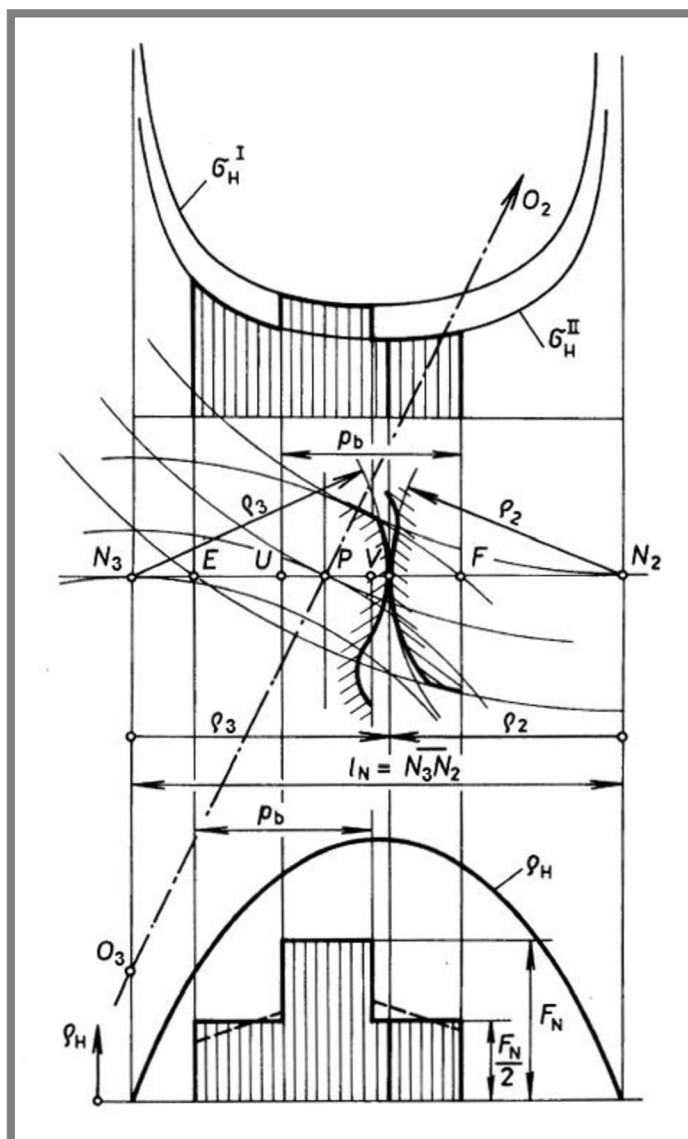
Potom zjednodušený vzorec pro Hertzovo kontaktní napětí vypadá následovně:

$$\sigma_H = Z_E \cdot \sqrt{\frac{F}{b_w \cdot \rho_E}} \quad (1-24)$$

kde:

σ_H MPa je napětí v dotyku
 Z_E $\text{kg}^{1/2} \cdot \text{m}^{-1/2} \cdot \text{s}^{-1}$ - součinitel mechanických vlastností
 F N - normálová síla
 b_w m - šířka ozubení
 ρ_E m - redukovaný poloměr křivosti

Na obr. 1-6 je vidět průběh Hertzova napětí. Záběr začíná v bodě E a končí v bodě F . V bodech U a V se mění dvoupárový záběr na jednopárový a naopak. Vzdálenost bodů E a V (respektive F a U) odpovídá vzdálenosti základní rozteče. Křivka σ_H^I odpovídá napětí pro jeden pár zubů v záběru a σ_H^{II} odpovídá dvěma páry zubů v záběru. Vzdálenost bodu záběru od bodů N_2 a N_3 odpovídá poloměrům křivosti souvisejících evolvent ρ_2 a ρ_3 . Tyto poloměry se v průběhu záběru mění a ovlivňují tedy velikost redukovaného poloměru křivosti dle rovnice (1-22). Dále je zobrazen průběh tohoto redukovaného poloměru křivosti ρ_E a skoková změna zatěžující síly F , která je závislá na počtu párů zubů v kontaktu. Čárkovane zobrazená síla F odpovídá přesnějšímu řešení, které respektuje měnící se ohybovou tuhost. Pro jednoduchost je však tato změna ve výpočtu zanedbávána. [1]



Obr. 1-6 Průběh napětí v dotyku [1]

1.4 Výroba čelního ozubení kotoučovým obráběcím nožem

Pro výrobu ozubení se používá mnoho metod, každá s jinými výhodami, které musí být zohledněny inženýry při navrhování ozubených kol. Hlavní procesy pro vytváření ozubení se dají rozdělit: 1) odlévání, 2) slinování, 3) tváření a 4) obrábění. Dominantní postavení má oblast obrábění ozubených kol. Mezi hlavní metody obrábění patří frézování, obrážení a protahování. Tyto metody se dají dále rozdělit na metody dělicí nebo odvalovací. Při obrábění dělicím způsobem má nástroj tvar zubové mezery a postupně se obrábí jedna zubová mezera za druhou. Obrobek musí být při každém obrobení zubové mezery pootočen o úhel odpovídající rozteči. Pro tento účel se využívá dělicí zařízení, od toho název dělicí metoda. Při obrábění odvalovacím způsobem je materiál ze zubové mezery postupně odebírán odvalováním nástroje. Tvar nástroje neodpovídá tvaru zubové mezery. Nástroj i obrobek se pohybují a jejich pohyb je svázán pomocí stroje, na kterém je ozubení vyráběno. [8]

1.4.1 Odvalovací obrážení pomocí kotoučového nože (systém Fellows)

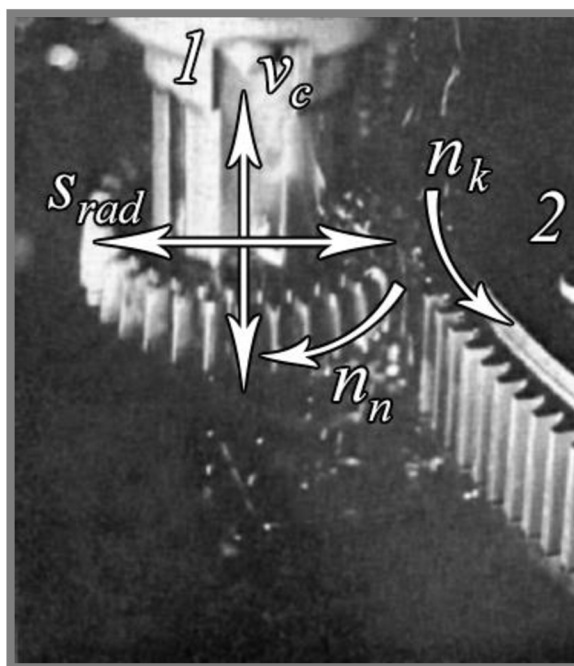
Tuto metodu vynalezl americký inženýr Edwin R. Fellows, který založil firmu na vyrábění ozubených kol Fellows Gear Shaper Company. Jako nástroj použil nůž o tvaru ozubeného kola s prodlouženou hlavovou kružnicí, jehož hlavní pohyb je přímočarý vratný a vedlejší pohyb je otáčivý a přímočarý (ten zajišťuje postupné najetí nástroje do celé hloubky zubové mezery). Obrobek je upnut a koná pouze otáčivý pohyb, který má opačný smysl než nástroj. Oba otáčivé pohyby musí být svázané převodem, aby došlo k odvalování mezi nástrojem a obrobkem. Výroba kola trvá obvykle jednu a čtvrt jeho otáčky, přičemž čtvrt otáčky je využito k najetí nástroje do celé hloubky zubu. Toto odvalování odpovídá záběru dvou ozubených kol. [8]

Obrábění odvalováním kotoučového nože přináší mnohé výhody. Protože má nástroj tvar ozubeného kola s upraveným čelem pro úběr materiálu, může vyrábět ozubená kola s různými rozměry o stejném modulu. Zároveň je výroba velice rychlá. K najetí a vyjetí ze záběru nástroje stačí malý prostor a tedy je možné obrábět ozubená kola napevno uložená za sebou. K tomu patří i obrábění šípovitých zubů s malým prostorem pro výjezd nástroje. Existují i obrážecí nástroje, které dokáží vytvořit šípovité ozubení bez mezery pro vyjetí nástroje a tedy nepřerušovaný tvar zubu. Nevýhodou je použití speciálního obráběcího stroje, který zaručí dosažení potřebných pohybů a jejich svázání. [8]

Přestože byla metoda obrábění kotoučovým nožem vynalezena na konci 19. století, výrazných pokroků, ovlivňujících výrobu metodou Fellows, bylo dosaženo po roce 1960. Mezi ty nejhlavnější patří: [8]

- Numericky řízené obráběcí stroje
- Ovládání vřetena nástroje hydraulickým systémem (namísto mechanicky)
- Vratný pohyb vřetena (namísto do tehdy používaného vratného pohybu stolu)
- Lepší materiály nástrojů a speciální povrchové vytvrzování

Na obr. 1-7 je proces obrábění, kde část 1 je nástroj a 2 je obrobek. v_c je řezná rychlost, s_{rad} je přísvuv nástroje, n_n jsou otáčky nástroje, n_k jsou otáčky obrobku. [8]



Obr. 1-7 Obrážení kotoučovým nožem (Fellows) [8]

1.5 Vytváření přímkové evolventní plochy

Standardní tvar boku zubu tvoří evolventa (involuta), která vyhovuje požadavkům základního zákona ozubení. Tento tvar boku zubu byl poprvé navrhnout Leonhardem Eulerem v roce 1754 [5]. Euler ukázal, že evolventa společně s epicykloidou jako jediné křivky vyhovují rovnicím popisující plynulý pohyb soukolí. Později v roce 1765 ukázal jak tyto profily zubů sestrojít. [5]

1.5.1 Základní poznatky o evolventním profilu

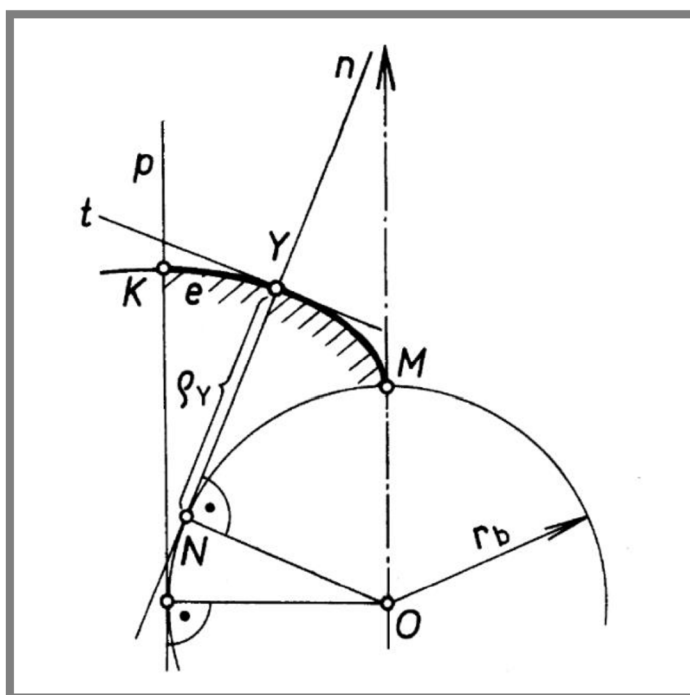
Evolventní převody našly široké využití v průmyslu, zejména díky jejich široké škále výhod: [7]

- Nástroje pro tvorbu evolventních profilů mohou být vyrobeny s vysokou přesností
- Jednoduchá změna tloušťky zubu a výroba nestandardní osové vzdálenosti
- Nestandardní ozubení může být vyrobeno standardními nástroji
- Změna osové vzdálenosti nezpůsobuje chyby v převodu

Teoretický popis ozubení říká, že evolventní ozubení s přímými zuby má v každém okamžiku čárový styk. Z toho důvodu jsou velice citlivá na špatné ustavení jejich os. [7]

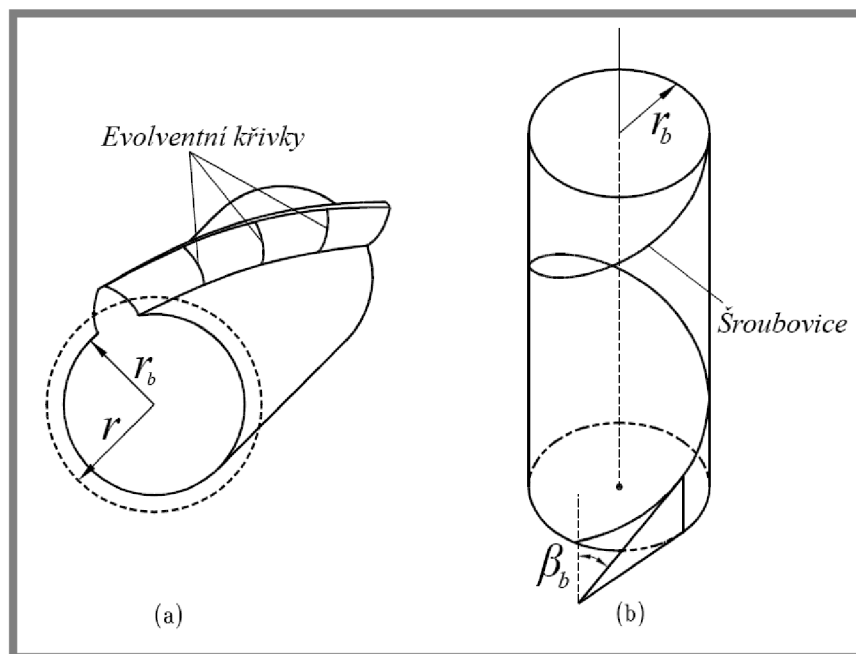
1.5.2 Tvorba evolventy

Evolventa e (obr. 1-8) vznikne jako trajektorie bodu K na tečně t , která se odvaluje po evolutě (základní kružnici) s poloměrem r_b . Počátek evolventy tvoří bod M , který leží na základní kružnici se středem O . V obecném bodě Y je odvalující se přímka zároveň normálou vytvořené křivky. Vzdálenost obecného bodu křivky (v tomto případě bod Y) od bodu dotyku křivky se základní kružnicí (bod N) je velikost křivosti tvořené evolventy ρ_Y v daném místě. [1]



Obr. 1-8 Tvorba evolventy [1]

Evolventní plocha ozubení s přímými zuby je přímou realizací rovinné evolventy vysunuté do prostoru o šířku kola. V případě ozubení se šikmými zuby se profil zubu natáčí po šroubovici (obr. 1-9a). Tato šroubovice je skloněna oproti ose válce o úhel sklonu zubu na základním válci β_b (obr. 1-9b). Tvorba takovéto plochy je realizována odvalováním roviny kde tvořící přímka je na této rovině skloněna o úhel β_b .



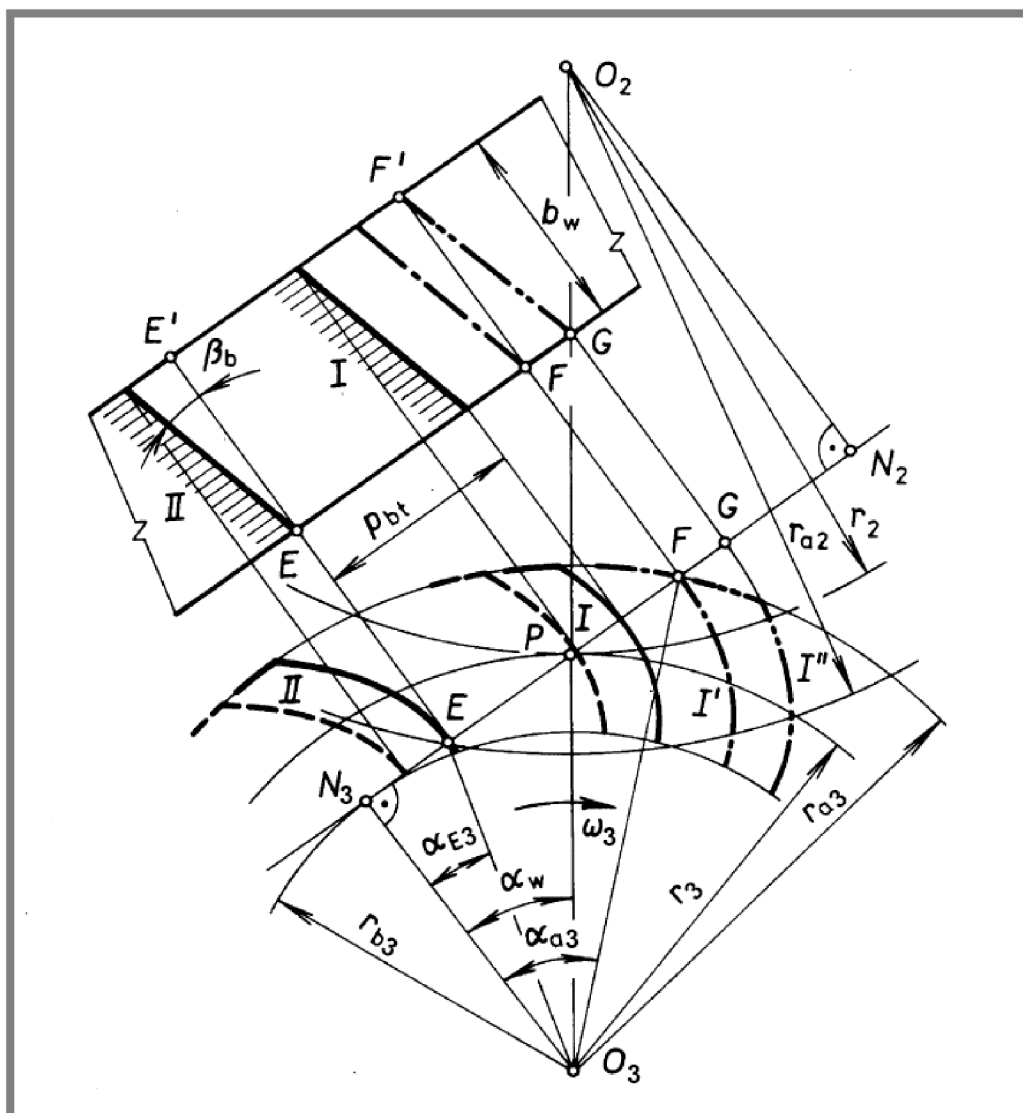
Obr. 1-9 Evolventní plocha šikmého ozubení [5]

1.6 Trvání záběru u šikmého ozubení

Záběr šikmého ozubení se velice liší od přímého ozubení. Skoková změna počtu zubů v záběru se u šikmého ozubení mění na postupnou změnu. Díky tomu je ozubení méně hlučné a namáhání zubů na dotyk je plynule se měnící.

1.6.1 Záběrové poměry

Záběr přímého ozubení začíná teoreticky v celé šířce spoluzabírajících boků. U šikmého ozubení začíná záběr dotykem spoluzabírající dvojice v té čelní rovině, která je posunutá dopředu k smyslu otáčení kola, na obr. 1-10 je to plně vyznačený profil, čárkovaně vyznačený profil je v čelní rovině, která je posunutá dozadu oproti otáčení kola. Na obr. 1-10 dojde k počátečnímu dotyku v bodě E . Jakmile tento čelní profil zubu dojde do bodu F končí tzv. *záběr profilem* (profil označený jako I'). Při dalším pootočení, kdy se i čárkovaný (zadní) profil dostane do bodu F , dojde k úplnému vyjetí zubu ze záběru a přední profil se dostane do polohy I'' . Tento záběr, kdy zub postupně vyjíždí ze záběru, se nazývá *záběr krokem* a dotyková úsečka se při tom zkracuje, až dosáhne pouze bodového dotyku na zadním (čárkovaném) profilu zubu. Sečtením záběru profilem a záběru krokem dostáváme *součinitel trvání záběru* ε_γ . Tento součinitel je vždy větší než ε_α u přímých zubů se stejnými parametry. [1]



Obr. 1-10 Trvání záběru ozubení se šikmými zuby [1]

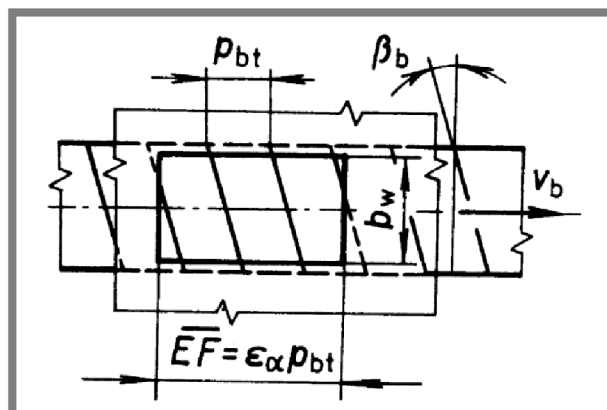
Výpočet součinitele záběru profilem je stejný jako u soukolí s přímými zuby a je popsán vzorcem (1-15). Součinitel záběru krokem je odvozen jako vzdálenost bodů FG k základní rozteči. Z obr. 1-10 tedy vychází rovnice: [1]

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b_w \cdot \operatorname{tg} \beta_b}{p_{bt}} = \frac{b_w \cdot \operatorname{tg} \beta}{p_b} \quad (1-25)$$

kde:

ε_{β}	-	je součinitel záběru krokem
b_w	m	- šířka ozubení
β_b	°	- sklon zubu na základním válci
β	°	- sklon zubu na roztečném válci
p_{bt}	m	- čelní rozteč
p_b	m	- základní rozteč

Běžně je součinitel trvání záběru $\varepsilon_\gamma > 2$. A to dává šikmému ozubení výhodu oproti ozubení s přímými zuby. Vyšší počet zubů v záběru snižuje namáhání jednotlivých zubů, zvyšuje plynulost chodu soukolí. Plynulý přechod zubů v záběru šikmého ozubení snižuje hlučnost. [1]

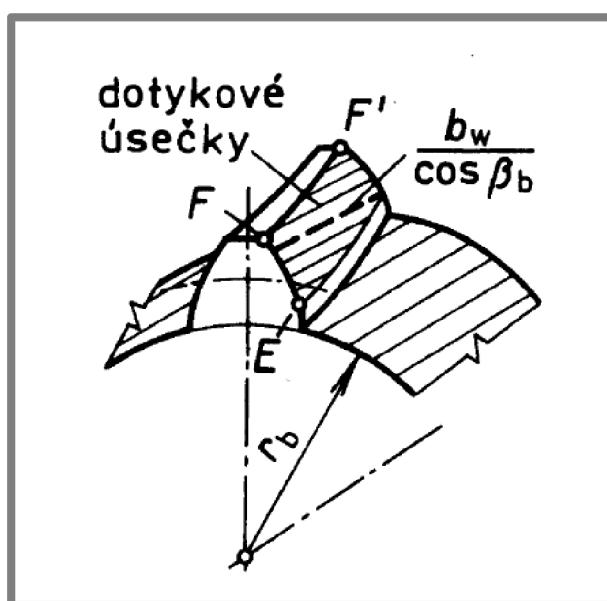


Obr. 1-11 Záběrová oblast [1]

1.6.2 Záběrová oblast

Jde o oblast, která vznikne jako dráha záběru EF a aktivní šířka boku zubu. Na obr. 1-11 je vidět obdélník záběrové oblasti. Pokud bychom ozubené kolo rozvinuli do roviny a táhli jej obvodovou rychlostí skrze záběrovou oblast, dostaneme přesné zobrazení okamžitého počtu zubů a jejich částí v záběru.

Boky zubů, které jsou uzavřené v této oblasti, znázorňují dotyk spoluzabírajících zubů. Dotykové úsečky lze vidět na obr. 1-12, kde bod E je počátek dotyku v čelní rovině předbíhajícího profilu. Jakmile dojde tento dotyk do bodu F končí záběr profilem a dotyková úsečka je při dostačujícím sklonu zubu β v celé délce šířky zubu. Poté se dotyková úsečka odsouvá po hlavě zubu až do bodu F' , kde se dostává do bodového dotyku a končí tím záběr tohoto zubu. [1]



Obr. 1-12 Dotyková úsečka [1]

2 ANALÝZA PROBLÉMU A CÍL PRÁCE

Kinematika záběru ozubených kol je složitý proces a je důležité znát jeho vývoj v čase. 2D obrázky používané v literatuře, zabývající se záběrem ozubených kol, nemusí být při výuce dostačující pro pochopení záběrových procesů. Z tohoto důvodu je vhodné doplnit tuto literaturu o názorné animace, které pomohou při vzdělávání studentů v oblasti převodů ozubenými koly.

Cílem této práce je vytvoření animací vysvětlujících základní záběrové (geometrické, kinematické a silové) poměry ve válcových ozubeních s přímými a šikmými zuby.

Název a zaměření jednotlivých animací je rozepsán v následujících odrážkách:

- Animace rychlostních poměrů - průběh rychlostí, měrných skluzů a vysvětlení základního zákona ozubení.
- Animace záběrových poměrů - dráha záběru a součinitel záběru ozubení s přímými zuby.
- Animace napětí v dotyku - průběh napětí u ozubení s přímými zuby za pomoci Hertzovi teorie.
- Animace výroba čelního ozubení kotoučovým obrážecím nožem - proces vyrábění ozubení za pomoci metody Fellows
- Animace vytváření přímkové evolventní plochy - geometrická podstata tvorby šikmých a přímých zubů.
- Animace trvání záběru u šikmého ozubení - záběrová oblast, součinitel záběru profilem, součinitel záběru krokem a dotykové úsečky u ozubení se šikmými zuby.

3 METODY

Animace byly vytvořeny v programu MAXON Cinema 4D R16 a pomocné výpočty v programu MathWorks Matlab R2014a. Na obr. 3-1 je schematicky zobrazen postup vytváření animací. V prvním kroku je zapotřebí navrhnout soukolí a určit jeho hlavní rozměry. K tomu je použit program Matlab R2014a. Zároveň jsou v něm vygenerovány grafy, které jsou poté převedeny do animovacího programu Cinema 4D R16. Po vypočítání všech hlavních parametrů je potřeba nachystat pomocné geometrie v animovacím programu. Mezi pomocné geometrie patří například: roztečné kružnice, osy, pomocné křivky určující průběhy grafů, osy grafů, kóty a jiné. Po vytvoření pomocné geometrie přichází na řadu hlavní geometrie. Jako hlavní geometrie se považuje obrys kola, šipky rychlostí (u animace k rychlostním poměrům), tvar zubu v prostoru (u animace šikmého ozubení) a jiné důležité prvky animací.



Obr. 3-1 Proces vytváření animací

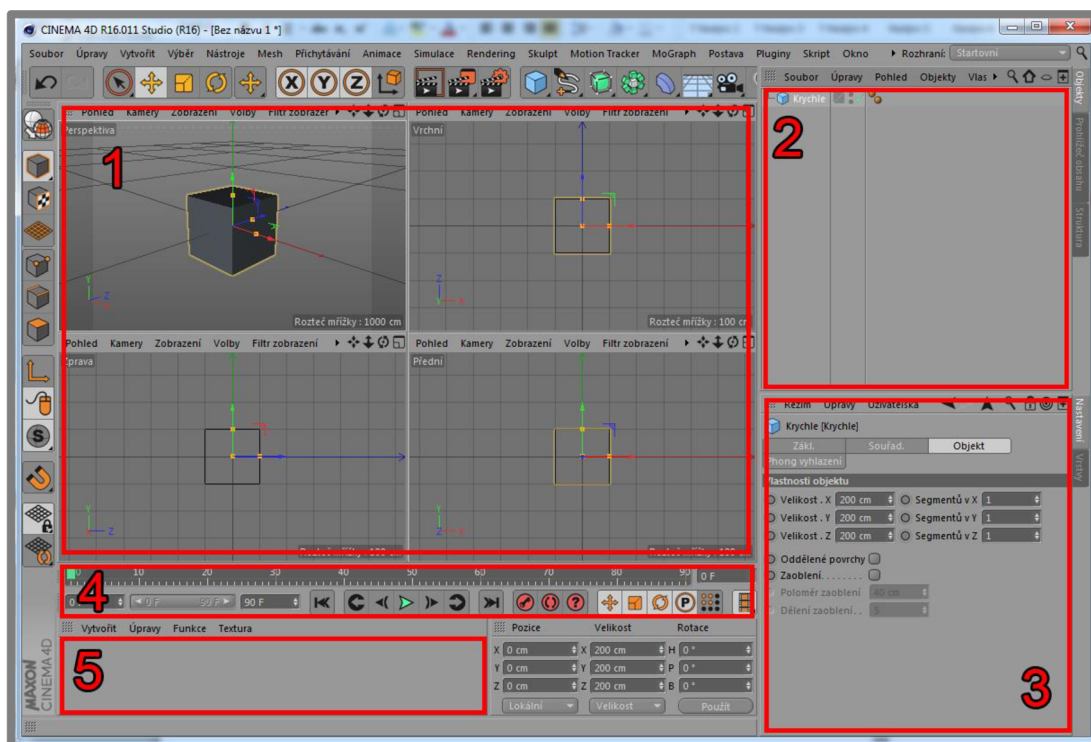
Profil zubu byl vytvořen pomocí parametrické rovnice evolventy. Po vytvoření pomocné a hlavní geometrie je zapotřebí přidělit všem prvkům, které se zobrazují v animaci, barevnou texturu (v případě ploch) nebo tloušťku a styl čáry (v případě čar). Další krok, který je nejvíce časově náročný, je animace. Animace se provádí pomocí klíčových snímků, kde ke každému snímku se přiřadí určitá hodnota animovaného parametru a lze nastavit i přechod mezi jednotlivými hodnotami (skokově, plynule, lineárně). Animuje se nejen pohyb ale například i viditelnost a rozměry. Pro ulehčení animování je použit skriptovací modul X-Presso a COFFEE. Oba tyto moduly využívají širokou škálu funkcí, které zpracovávají vlastnosti objektů a vytváří mezi nimi vazbu řízenou zvolenou funkcí. Po dokončení animace je zapotřebí nastavit a poté spustit render, neboli výpočet jednotlivých snímků a sestavení animace. Nastavení renderu určuje výsledný čas vytváření animace. Protože se jedná o 2D animace na bílém podkladu, byly vypnuty nepotřebné parametry a tím zkrácena doba výpočtu jednotlivých animací. Přibližná doba výpočtu

animace se pohybovala v rozmezí mezi hodinou a půl až pěti hodinami. Tabulka 3-1 ukazuje hlavní vlastnosti vytvořených animací.

Tab. 3-1 Vlastnosti animací

Rozlišení	1600x900
Rychlost přehrávání	60 snímků za vteřinu
Formát	AVI
Kodek	Xvid MPEG-4

Na obr. 3-2 je zobrazeno prostředí programu Cinema 4D R16. Oblast 1 je hlavní část, která zobrazuje náhled ve třech rovinách, případně i perspektivu pro 3D modely. Oblast 2 zahrnuje seznam objektů použitých v animaci a jejich základní vlastnosti. Pod tímto seznamem je oblast 3, která zobrazuje detailní vlastnosti vybraných objektů. Pod náhledem je časová osa (oblast 4), která zobrazuje jednotlivé snímky, a zároveň jsou na této ose zobrazeny klíčové snímky používané pro animaci. Pod časovou osou je oblast 5, která je vyhrazená pro seznam barevných materiálů (textur) a stylů čar. Nad oblastí 1 je pracovní lišta, která obsahuje veškeré nástroje, které jsou v programu Cinema 4D k dispozici.



Obr. 3-2 Prostředí programu Cinema 4D R16

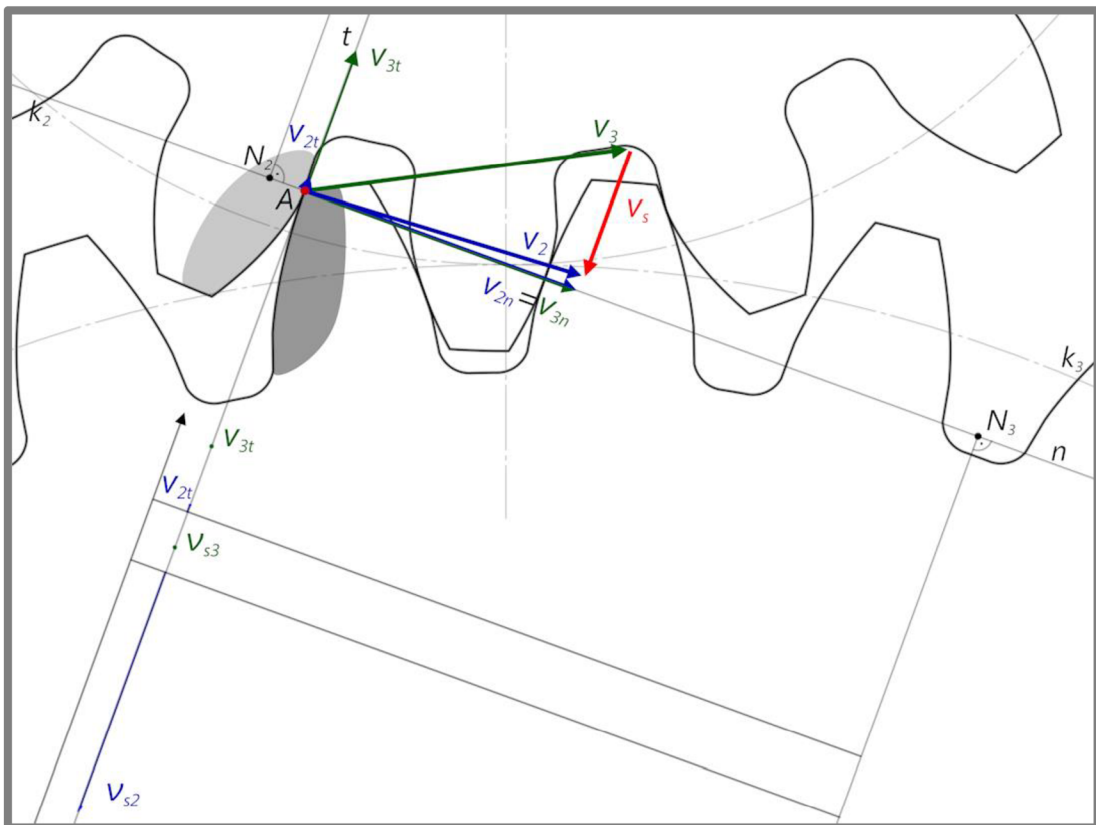
4 VÝSLEDKY

Výsledky této práce jsou animace vysvětlující záběrové poměry ozubených soukolí, popsanych v kapitole 1. Z každé animace jsou popsány důležité momenty.

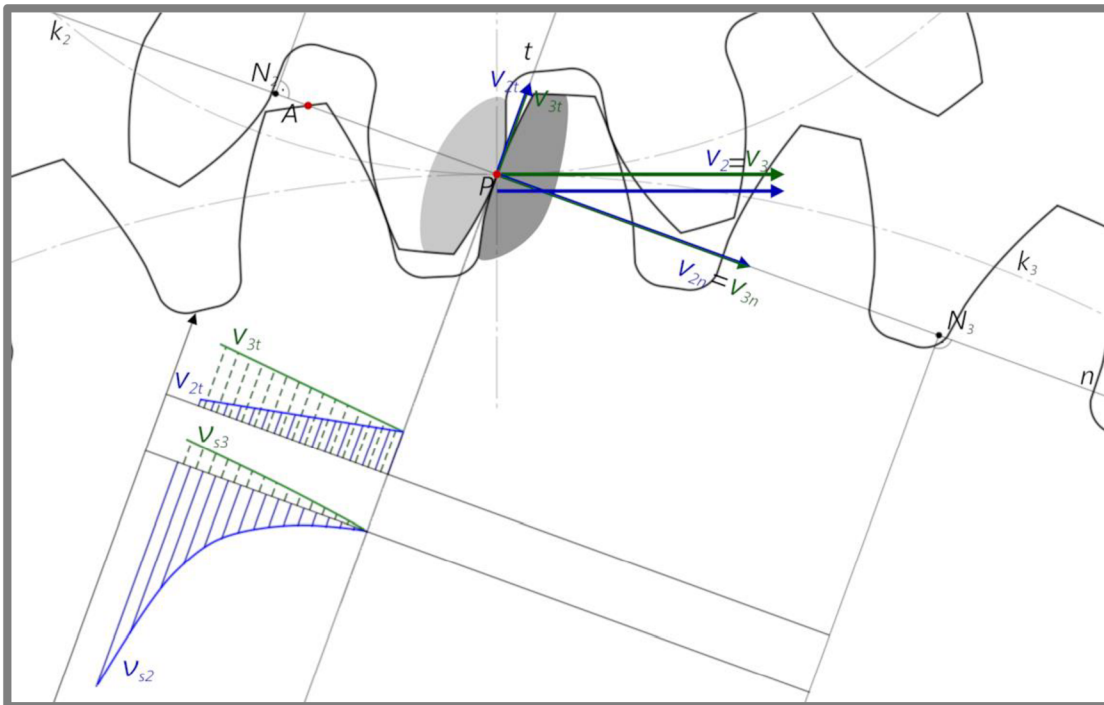
4.1 Rychlostní poměry

Animace rychlostních poměrů zobrazuje obvodové rychlosti spoluzabírajících boků zubů a jejich průměty do normály a tečny k dotyku. V grafech jsou zobrazeny tečné rychlosti a měrné skluzy obou spoluzabírajících profilů. Pastorek (vrchní kolo) má 17 zubů a kolo 30 zubů. Modul ozubení $m = 3 \text{ mm}$ a úhel záběru $\alpha_w = 20^\circ$.

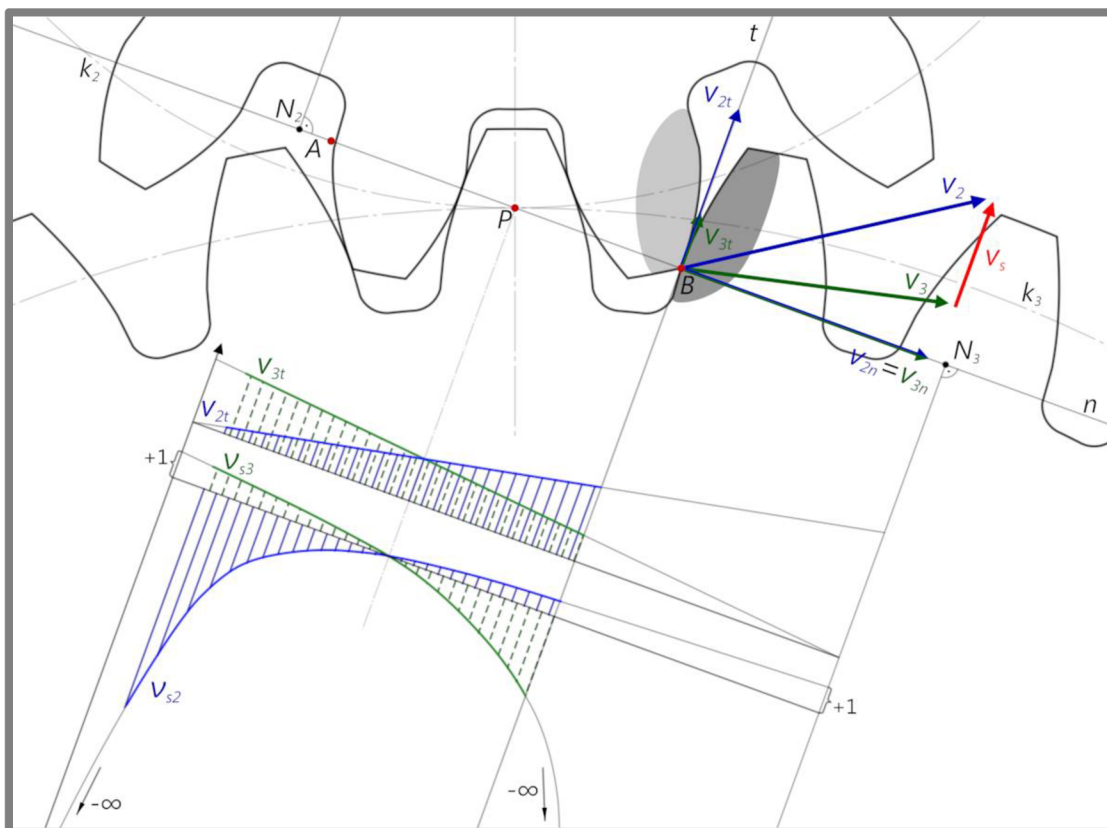
Na obr. 4-1 vstupuje vyznačený pár zubů do záběru. Protože největších skluzů je dosaženo u hlavové části zubu je tečná rychlost největší u kola 3 právě v momentu, kdy je dotyk na hlavové kružnici. Tečná rychlost kola 2 je v bodě, kdy pár zubů vstupuje do záběru, nejmenší a tedy skluzová rychlost je nejmenší a směřuje směrem k normále dotyku. Obrázek 4-2 ukazuje moment, kdy je bod záběru přesně v dotyku roztečných kružnic. Obvodové rychlosti jsou stejně velké. Skluzová rychlost je tedy nulová a nastává tzv. dokonalé odvalování. Na obr. 4-3 vystupuje sledovaný pár zubů ze záběru. Bod dotyku se dostal na hlavovou kružnici kola 2. Tečná rychlost je v tomto momentě maximální. Naopak u kola 3 se dotyk dostal do bodu nejbližší k patě zubu a tečná rychlost dosahuje minimální hodnoty. Skluzová rychlost je opět maximální, ale směřuje opačným směrem než při vstupu do záběru. V grafu na obr. 4-3 je vidět, že měrné skluzy se u bodů N_2 a N_3 (v bodech dotyku záběrové přímky a základní kružnice) asymptoticky blíží k hodnotě $-\infty$ a 1. Největší skluzy tedy nastávají u hlavových kružnic souvisejících zubů.



Obr. 4-1 Rychlostní poměry: vstup do záběru



Obr. 4-2 Rychlostní poměry: střed záběru

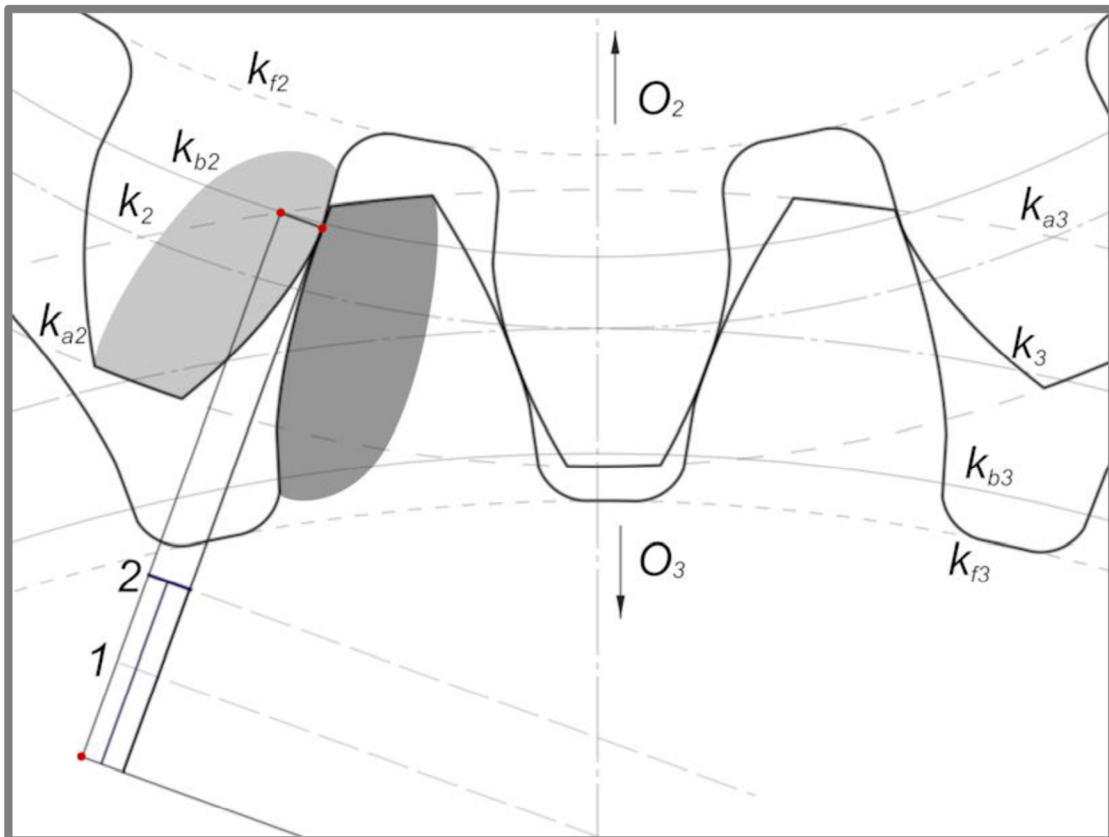


Obr. 4-3 Rychlostní poměry: výstup ze záběru

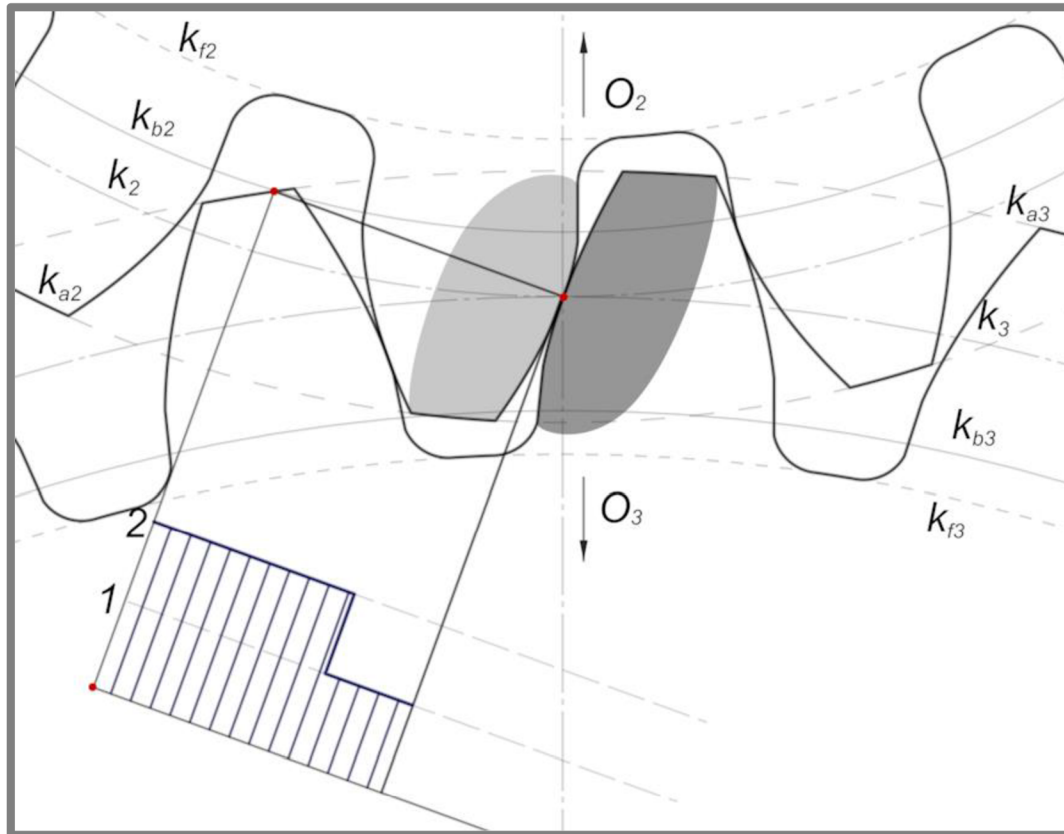
4.2 Záběrové poměry

Animace záběrových poměrů popisuje proces záběru přímého válcového ozubení. Protože jsou zuby přímé, je ozubení zobrazeno jako rovinné (obrys kol je promítnut do roviny kolmé k osám ozubených kol). Graf pod animací zobrazuje aktuální počet zubů v záběru. Pastorek (vrchní kolo 2) má 17 zubů a kolo (spodní kolo 3) má 30 zubů. Modul ozubení $m = 3 \text{ mm}$, úhel záběru $\alpha_w = 20^\circ$ a součinitel záběru $\varepsilon_\alpha = 1,6$.

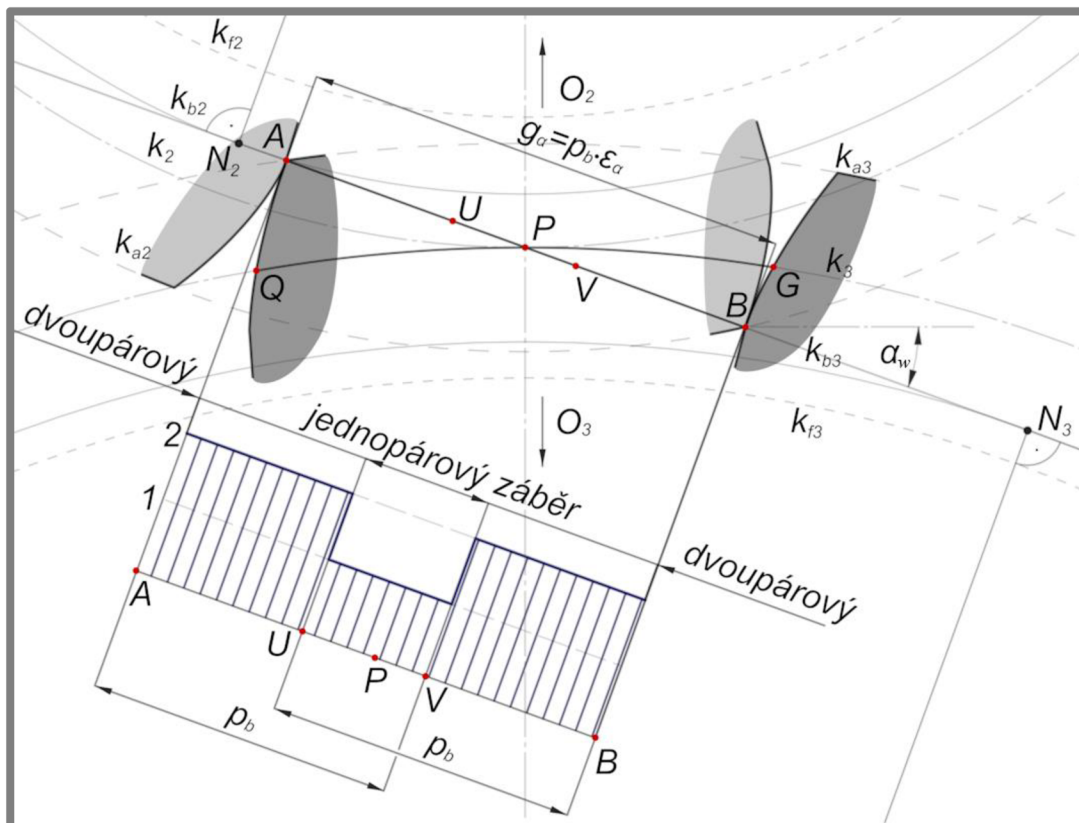
Na obr. 4-4 je vstup sledovaného páru zubu do záběru. Počáteční bod dotyku je na hlavové kružnici kola. Společně se sledovaným párem zubů je v záběru i předchozí pár. Jedná se tedy o dvoupárový záběr. Obrázek 4-5 zobrazuje sledované zuby v dotyku roztečných kružnic. V tento moment předchozí pár zubů vyjel ze záběru a následující pár zubů je mimo záběr. Jedná se tedy o jednopárový záběr. Změna počtu zubů, které se aktivně podílí na odvalování, je vždy ve vzdálenost základní rozteče p_b od krajních bodů záběru (viz obr. 4-6). Bod B označuje konec dráhy záběru sledovaného páru zubů. Tento bod leží na hlavové kružnici pastorku. Zároveň je na obr. 4-6 zobrazena dráha záběru g_α (dle rovnice (1-16)) a úhel záběru α . Pokud by dráha záběru byla rovna právě základní rozteči, potom by v každém okamžiku byl pouze jeden profil zubů v záběru. V bodech U a V se skokově mění počet zubů v záběru. Vzdálenost těchto bodů od krajních bodů A a B je již zmíněná rozteč. Oblouk QG se nazývá oblouk záběru a jde o dráhu dotyku na roztečné kružnici. Součinitel záběru ε_α tedy udává průměrný počet zubů v záběru.



Obr. 4-4 Záběrové poměry: počátek záběru



Obr. 4-5 Záběrové poměry: střed záběru

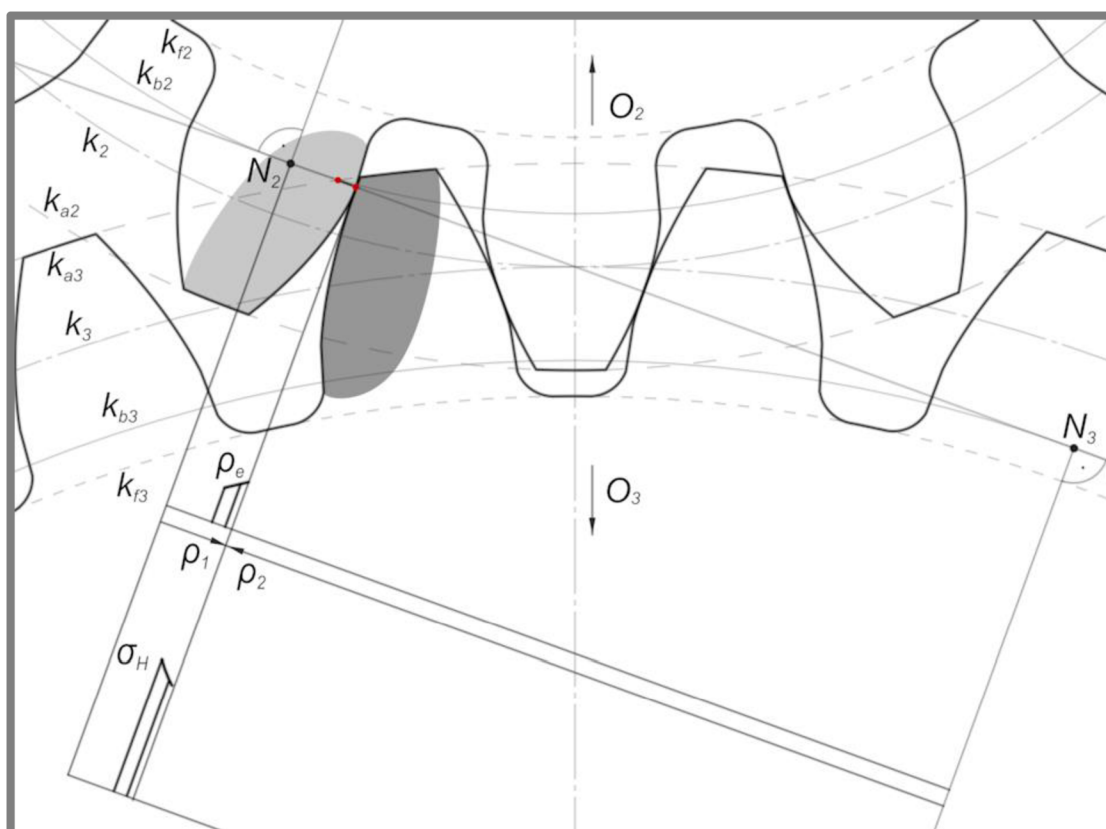


Obr. 4-6 Záběrové poměry: charakteristiky záběru

4.3 Napětí v dotyku boku zubů

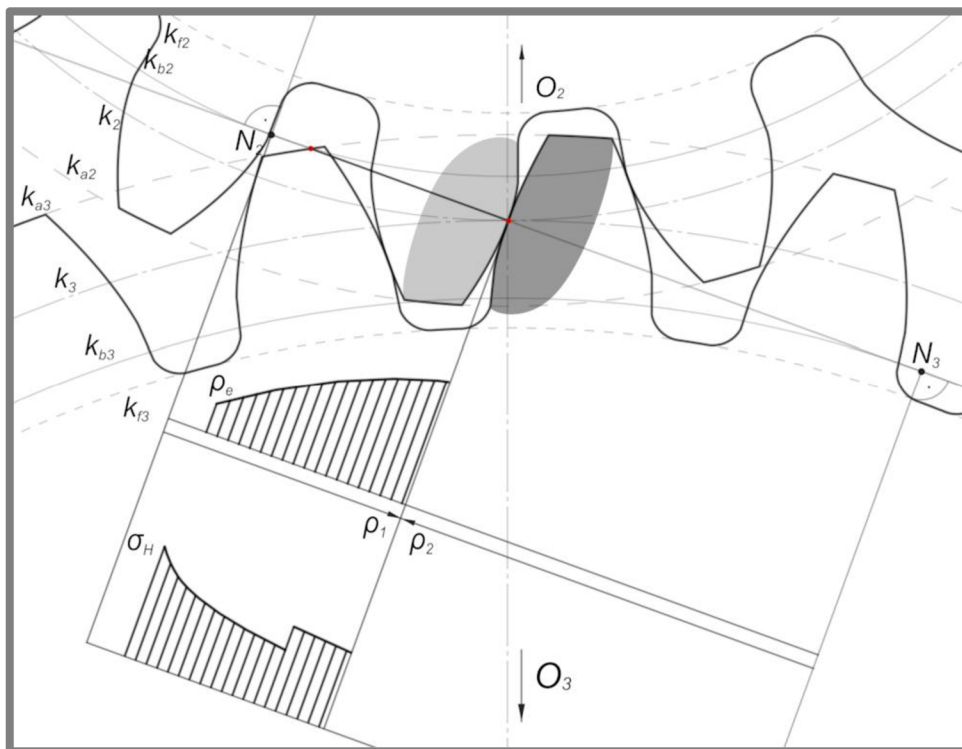
Animace napětí v dotyku za pomoci Hertzovi teorie pro dva rovnoosé válce popisuje průběh napětí v dotyku zubů. Průběh tohoto napětí pro přímé zuby úzce souvisí se záběrovými poměry. V horním grafu je zobrazen průběh redukovaného poloměru křivosti ρ_E , který je popsán rovnicí (1-22). Spodní graf zobrazuje průběh napětí v dotyku. Pastorek (vrchní kolo 2) má 17 zubů a kolo (spodní kolo 3) má 30 zubů. Modul ozubení $m = 3$ mm, úhel záběru $\alpha_w = 20^\circ$ a součinitel záběru $\varepsilon_\alpha = 1,6$.

Na obr. 4-7 jsou vidět počáteční hodnoty redukované křivosti ρ_E a napětí v dotyku σ_H . Redukovaný poloměr křivosti začíná v bodě N_2 od nuly, avšak záběr začíná až v určité vzdálenosti od tohoto bodu. Napětí se tedy od počátku dotyku snižuje. Protože záběr začíná se dvěma páry profilů, je přenášená síla na zub poloviční. Obrázek 4-8 zobrazuje sledované profily zubů v bodě dotyku roztečných kružnic. V tento moment je pouze jeden pár zubů v záběru. Tento pár tedy přenáší celý krouticí moment, a proto došlo ke skokové změně napětí. Jakmile následující profil zubu vstoupí do záběru, rozdělí se přenášená síla opět mezi oba boky zubů (obr. 4-9). Na obr. 4-9 jsou naznačeny průběhy obou grafů. Redukovaný poloměr křivosti je v bodech N_2 a N_3 nulový a ve středu těchto bodů je maximální². Díky nulovosti redukovaného poloměru v těchto bodech se i napětí v dotyku asymptoticky blíží k nekonečnu. Skoková změna napětí (související s předchozí kapitolou záběrových poměrů) je naznačena v grafu na obr. 4-9.

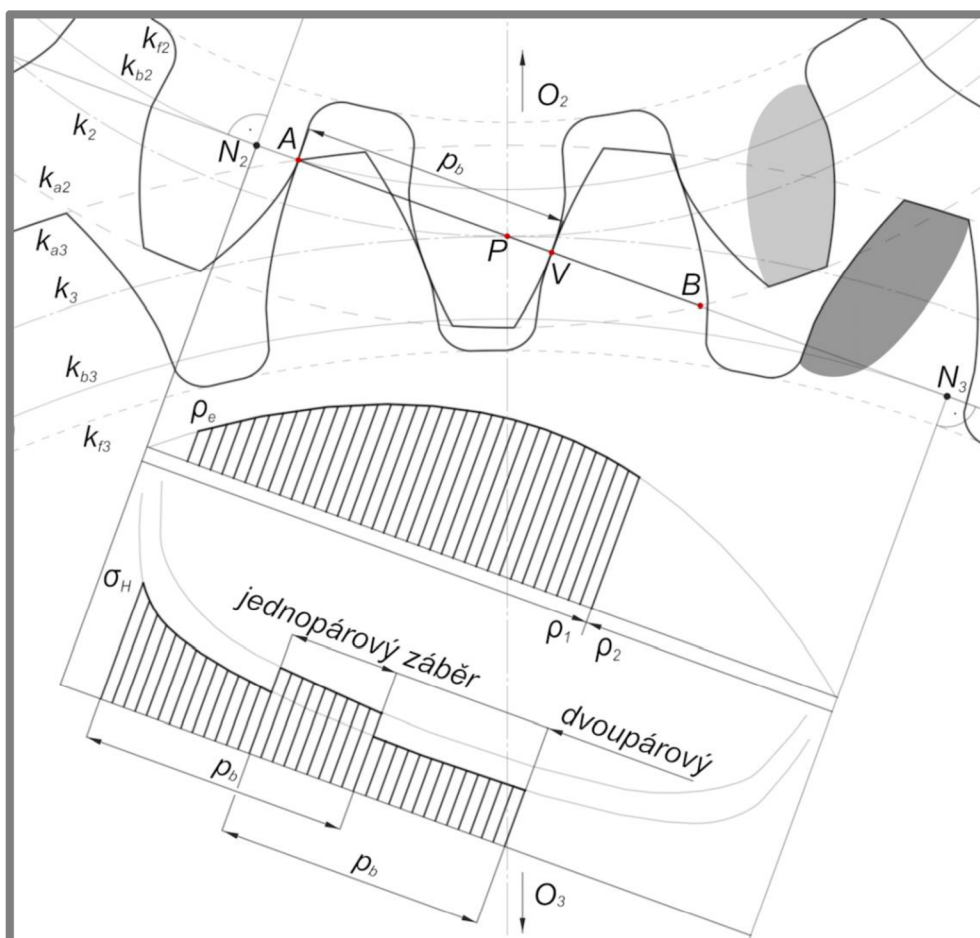


Obr. 4-7 Napětí v dotyku: počátek záběru

² protože není stejný počet zubů, tak ani průběh redukovaného poloměru není symetrický k dráze záběru



Obr. 4-8 Napětí v dotyku: střed záběru

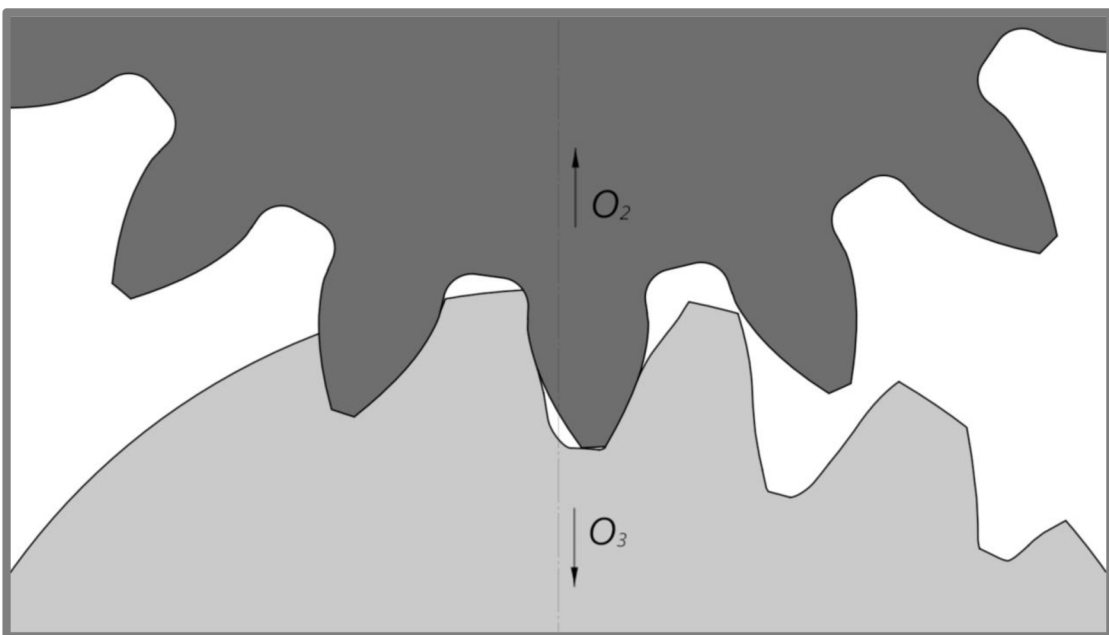


Obr. 4-9 Napětí v dotyku: průběh napětí

4.4 Výroba čelního ozubení kotoučovým obrážecím nožem

Animace výroby ozubení pomocí kotoučového obrážecího nože vysvětluje metodu výroby ozubení Fellows. Jako vzor je použit obrážecí nůž s označením Gear Shaper Cutter M3 Z17 B HSS PA 20Deg. Vyráběné ozubení má modul $m = 3 \text{ mm}$ a úhel záběru $\alpha_w = 20^\circ$. Počet zubů vyráběného kola je 17.

Na počátku procesu najede nástroj na dotyk k obrobku. Kombinací vratného pohybu nástroje ve směru jeho osy a otáčivého pohybu nástroje i obrobku dojde k úběru materiálu. Nástroj zajede do plné hloubky zubové mezery za přibližně $\frac{1}{4}$ otáčky obrobku. Na obr. 4-10 je v pravé části vidět postupný úběr materiálu a tedy nekompletní obrobení zubové mezery. Při vrácení nástroje do počáteční výšky nad obrobkem se vždy nástroj i obrobek pootočí o nepatrný úhel a dochází tedy k vytváření sdruženého profilu. Vyráběné ozubené kolo se celé obrobí za 1 a $\frac{1}{4}$ otáčky. Kde čtvrtina otáčky je vyhrazená právě pro najetí do plné hloubky.

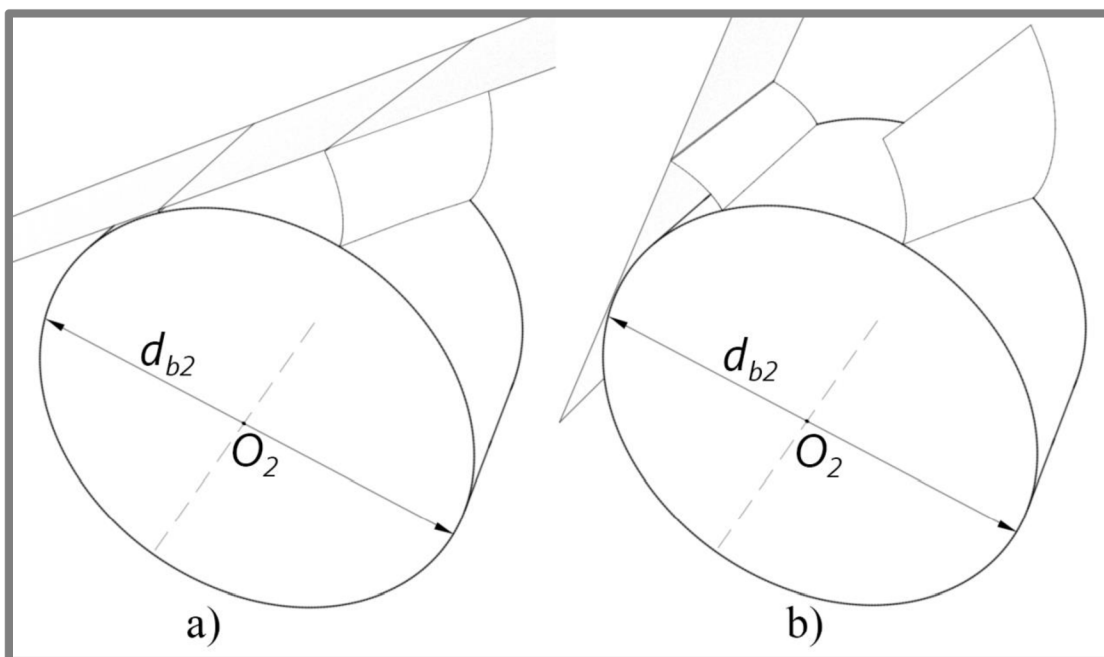


Obr. 4-10 Metoda Fellows

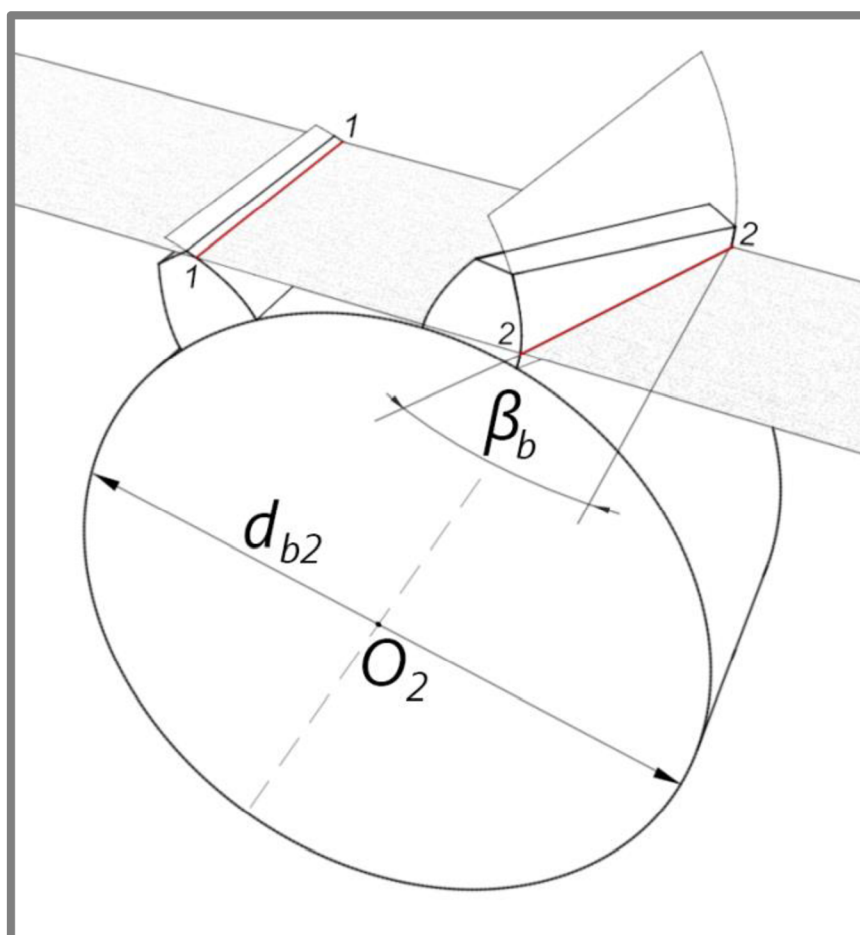
4.5 Vytváření přímkové evolventní plochy

Animace vytváření přímkové evolventní plochy se zaměřuje na geometrickou podstatu tvorby evolventního ozubení. Na základním válci je zobrazena tvorba přímého a šikmého zubu.

Evolventa se tvoří odvalováním přímky po kružnici. Ekvivalentem v prostoru je odvalování roviny po válci. Válec je o průměru základní kružnice d_b . U rovinné evolventy tvoří profil boku zubu bod. V prostoru je tento bod nahrazen úsečkou. Na obr. 4-11a je vidět, že bok šikmého zubu tvoří odvalující se úsečka různoběžná k ose základního válce. Přímý zub tvoří úsečka rovnoběžná s osou válce (obr. 4-11b). Obrázek 4-12 zobrazuje řez roviny s vytvořenými bočními plochami. Úsečka s hraničními body 1 a 1 je rovnoběžná s osou základního válce a tvoří přímý zub. Úsečka z bodů 2 a 2 je skloněná o úhel sklonu na základním válci β_b . Tento úhel je důležitý při návrhu šikmého ozubení, protože na něm závisí součinitel záběru krokem ε_β .



Obr. 4-11 Tvorba boků přímého a šikmého zubu

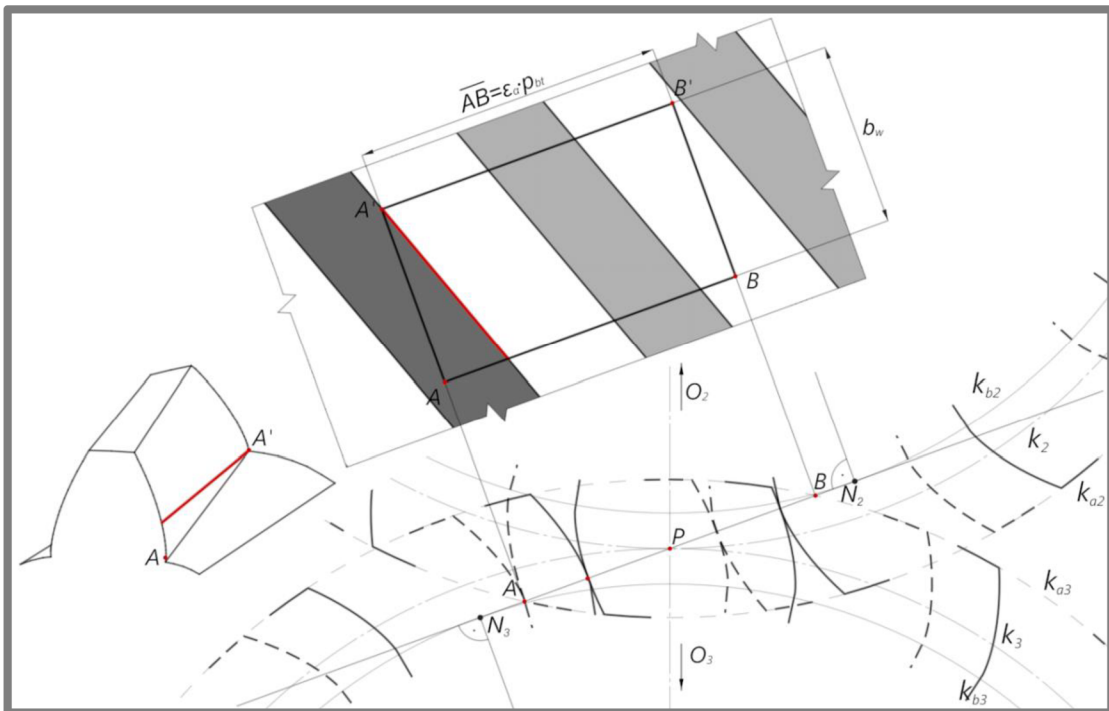


Obr. 4-12 Řez boky přímého a šikmého zubu

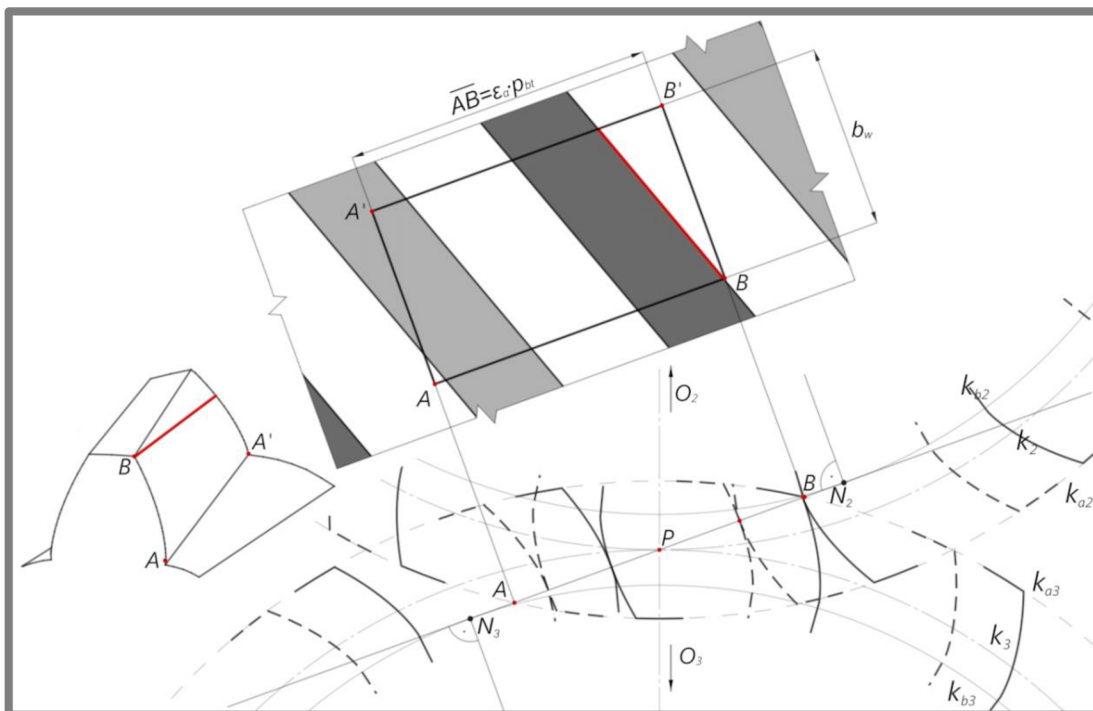
4.6 Trvání záběru u šikmého ozubení

Animace trvání záběru šikmého ozubení popisuje záběrové poměry při záběru ozubených kol s šikmými zuby. V horní části animace je zobrazena záběrová oblast a v levé části animace je naznačen šikmý zub v prostoru. Na tomto zubu jsou znázorněny dotykové úsečky. Obě kola mají 17 zubů. Modul ozubení $m = 3 \text{ mm}$, úhel záběru $\alpha_w = 20^\circ$ a úhel sklonu zubu $\beta = 20^\circ$.

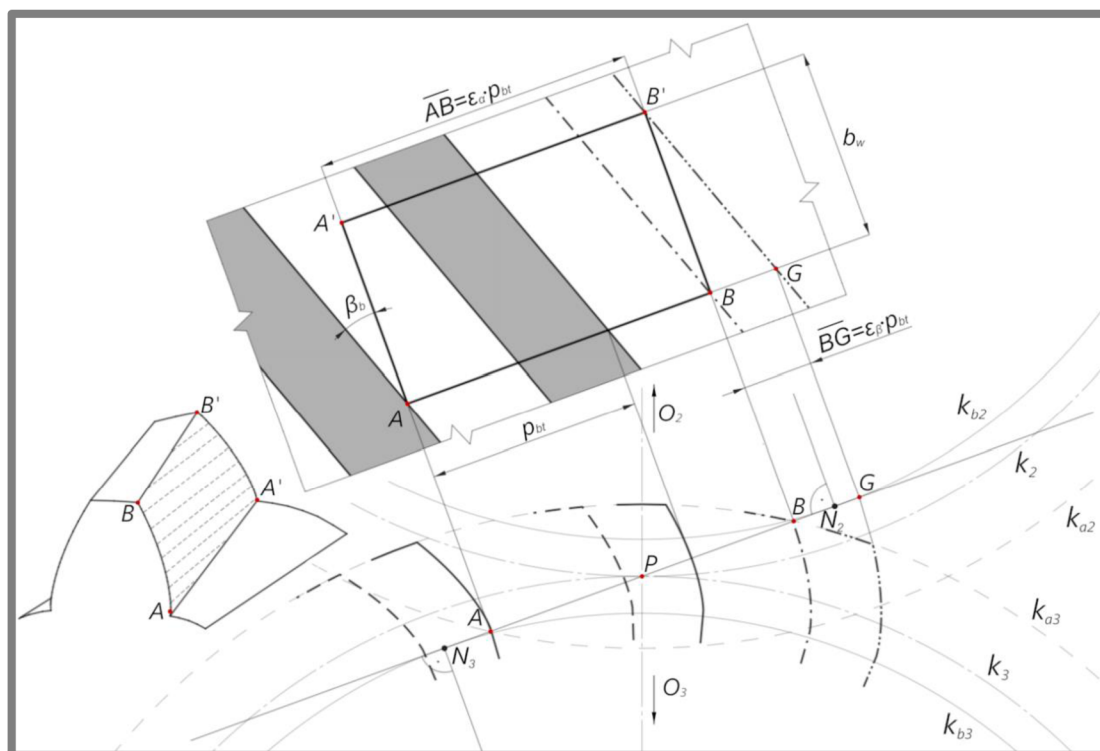
Na obr. 4-13 je počátek záběru. Profil zubu vyznačený plnou čarou předbíhá ve smyslu otáčení profil vyznačený přerušovanou čarou a je označován jako přední profil (čárkovaný jako zadní profil). Počáteční dotyk nastává u předního profilu v bodě A . Postupně se do záběru dostává celá šířka zubu, až dojde k zadnímu profilu, který vstupuje do záběru v bodě A' . Mezitím se na předním profilu posune dotyk po evolventě směrem k hlavě zubu. Dotyková úsečka se v průběhu záběru postupně posunuje k hlavě zubu, až dojde k vyjetí předního profilu ze záběru. To nastane v bodě B na obr. 4-14. Dotyková úsečka se při vyjíždění boku zubu ze záběru zmenšuje, až dojde k bodovému kontaktu na zadním profilu (bod B'). Na obr. 4-15 jsou zakótovány důležité parametry ozubení. Vzdálenost AB podělená čelní roztečí je rovna součiniteli záběru profilu. Čerchovaná čára, procházející bodem B , je bok zubu v momentě kdy přední profil vystupuje ze záběru. Dvojitě čerchovaná čára, procházející bodem B' , je bok zubu v momentě kdy zadní profil vystupuje ze záběru. Bod G označuje bod na předním profilu, kdy celý zub vystoupí ze záběru. Jak již bylo popsáno ve vzorci (1-25) je vzdálenost bodů BG podělená roztečí rovna součiniteli záběru kroku. Velikost tohoto součinitele určuje zejména úhel sklonu zubu na základním válci β_b . Na zubu v obr. 4-15 jsou čárkovaně zobrazeny dotykové křivky v průběhu záběru. Sklon a velikost těchto křivek je závislá na sklonu zubu β .



Obr. 4-13 Šikmé ozubení: vstup do záběru



Obr. 4-14 Šikmé ozubení: výstup ze záběru



Obr. 4-15 Šikmé ozubení: dotykové křivky a rozměry ozubení

5 DISKUZE

Využití animací pro výuku je v dnešní době velice populární. Možnost jednoduše vyobrazit dynamické procesy pomocí názorných a dobře vypadajících animací pomáhá vtáhnout studenty do dějů, které mohou být velice rychlé nebo špatně představitelné. Na rozdíl od statických obrázků mohou v animacích být zanedbány různé pomocné prvky, jako například šipky zobrazující pohyby. Díky tomu se animace stává přehlednější a vytváří místo pro dodatečné informace. Pomocí výrazného grafického zpracování (například výrazné obrysy, zvýrazněné důležité prvky) lze pozorovateli animacemi ulehčit od nutnosti přehrávání procesů v hlavě, protože veškeré podstatné informace popisující složitější proces jsou snadno podány prostřednictvím pohyblivé animace. [3]

Všechny animace byly vytvořeny jako skutečně odpovídající 2D vyobrazení reálných soukolí. Každá animace popisující záběrové poměry začíná zobrazením důležitých pomocných geometrií, jako jsou například roztečné kružnice nebo osy. Následuje zobrazení spoluzabírajících profilů a poté projede ozubení záběrem, kde zobrazuje pochody spojené s animací. Na konci animace se zobrazí důležité rozměry a případně i doplňující informace. Animace rychlostních poměrů popisuje průběh a změnu rychlostí, jak v tečném, tak v normálovém směru evolventy. Tyto rychlosti souvisejí zejména se zachováním stálého převodového poměru a tedy základním zákonem ozubení, ale také popisují relativní pohyb dvou spoluzabírajících profilů. Tento relativní pohyb je charakterizován skluzem. Animace záběrových poměrů je soustředěna na popis záběru ozubení s přímými zuby. Hlavní záměr je vysvětlení dráhy záběru a s ní související součinitel záběru. Zároveň lze vidět průběh skokové změny počtu zubů v záběru, na kterou částečně navazuje další animace. Tou je průběh napětí v dotyku. V grafech této animace je zobrazen redukovaný poloměr křivosti a průběh napětí v dotyku. Cílem je zobrazení závislosti napětí v dotyku na poloze zubu v záběru a počtu zubů v záběru. Další animace popisující výrobu ozubení využívá jako předlohu obráběcí nástroj metody Fellows. Pro jednoduchost je výroba zobrazena z horního pohledu kolmého k osám nástroje a obrobku. Aby animace nebyla zbytečně dlouhá, je zobrazeno obrobení pouze jedné poloviny ozubení. Pro pochopení geometrické podstaty tvorby boční křivky zubu byla vytvořena animace vytváření přímkové evolventní plochy. Tato animace zobrazuje odvalování roviny, na které je vyznačená tvořící úsečka, po základním válci. Byly zvoleny tvořící úsečky pro přímý i šikmý zub. Poslední animace vysvětluje záběr šikmého ozubení a s ním spojenou záběrovou oblast, součinitel záběru profilem a součinitel záběru krokem. V animaci jsou také v prostorovém pohledu zobrazeny dotykové úsečky.

Všechny animace byly vytvořeny na základě obrázků a rovnic v této práci. Společně s textem slouží animace jako doplňující materiály pro pochopení záběru čelních ozubených kol.

6 ZÁVĚR

Cílem této práce bylo vytvoření animací vysvětlujících základní záběrové poměry čelního válcového soukolí s přímými a šikmými zuby. Hlavními požadavky byla zřetelnost animací a důvěryhodné zobrazení probíhajících dějů.

Úvodní část se zabývá teoretickým rozбором jednotlivých animací a jejich matematický popis. Současně s tím jsou vysvětleny důležité pojmy popisující záběrové procesy. Dále jsou stanoveny cíle jednotlivých animací. Jaké informace by měli obsahovat a jaké procesy vysvětlují. Třetí kapitola popisuje proces přípravy a tvorby animací krok po kroku. Kapitola výsledky vysvětluje důležité momenty v každé animaci a popisuje průběh každé animace. V diskuzi jsou všechny animace zhodnoceny a je odůvodněna volba jednotlivých prvků animace.

Animace slouží jako doplňující materiál k přednáškám předmětu 6KT třetího ročníku bakalářského studia na Fakultě strojního inženýrství VUT.

7 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] BOLEK, Alfred a Josef KOCHMAN. *Části strojů*. 5. přeprac. vyd. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1990, 707 s. Technický průvodce. ISBN 80-030-0426-8.
- [2] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R MISCHKE a Richard G BUDYNAS. *Konstruování strojních součástí*. 1. vyd. Brno: VUT IUM, 2010, 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [3] BADI, Hana Jamal, Akram M. ZEKI, Waleed F. FARIS a Roslina Bt. OTHMAN. Animation as a Problem Solving Technique in Mechanical Engineering Education. *International Journal of Scientific & Engineering Research* [online]. 2013, (5) [cit. 2015-05-18]. ISSN 2229-5518. Dostupné z: <http://www.ijser.org/>
- [4] BOHÁČEK, František. *Části a mechanismy strojů III. Převody*. 2. vyd. Brno: VUT Brno, 1987, 267 s.
- [5] RADZEVICĚ, Stepan Pavlovič. *Theory of gearing: kinematics, geometry, and synthesis*. Boca Raton: CRC Press, 2013, xlviii 695 s. ISBN 978-1-4665-1448-5.
- [6] MAITRA, Gitin M. *Handbook of gear design*. 2nd ed. New Delhi, India: Tata McGraw-Hill, 1994. ISBN 00-746-0237-3.
- [7] LITVIN, Faydor L. *Gear geometry and applied theory*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004, 800 s. ISBN 05-218-1517-7.
- [8] RADZEVICH, Stephen P. *Dudley's handbook of practical gear design and manufacture*. 2nd ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 2012. ISBN 978-143-9866-023.

8 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN

a_w	[m]	- osová vzdálenost
b_w	[m]	- šířka ozubení
d_2	[m]	- roztečná kružnice
d_{a2}, d_{a3}	[m]	- průměry hlavových kružnic
d_{b2}, d_{b3}	[m]	- průměry základních kružnic
ds_2, ds_3	[m]	- elementární oblouky
E_2, E_3	[MPa]	- moduly pružností
F	[N]	- normálová síla
F_t	[N]	- obvodová síla
g_α	[m]	- dráha záběru
i	[-]	- převodový poměr
m	[m]	- modul
M_2	[N·m]	- krouticí moment
n_2	[s ⁻¹]	- otáčky pastorku
p_b	[m]	- základní rozteč
p_{bt}	[m]	- čelní rozteč
r_{b2}, r_{b3}	[m]	- poloměry základní kružnice
v_2, v_3	[m·s ⁻¹]	- obvodové rychlosti
v_{2n}, v_{3n}	[m·s ⁻¹]	- normálové rychlosti
v_{2t}, v_{3t}	[m·s ⁻¹]	- tečné rychlosti
v_k	[m·s ⁻¹]	- skluzová rychlost
v_n	[m·s ⁻¹]	- normálová rychlost
Z_E	[kg ^{1/2} ·m ^{-1/2} ·s ⁻¹]	- součinitel mechanických vlastností
α_{a2}, α_{a3}	[°]	- úhly profilu ve vrcholových bodech boků
α_w, α	[°]	- úhel záběru
β	[°]	- sklon zubu na roztečném válci
β_b	[°]	- sklon zubu na základním válci
ε_α	[-]	- součinitel záběru profilem
ε_β	[-]	- součinitel záběru krokem
ε_γ	[-]	- součinitel trvání záběru
μ_2, μ_3	[-]	- Poissonovy konstanty
ρ_2, ρ_3	[m]	- poloměry křivostí
ρ_E	[m]	- redukovaný poloměr křivosti
σ_H	[MPa]	- napětí v dotyku
σ_H^I	[MPa]	- napětí v dotyku při jednom zubu v záběru
σ_H^{II}	[MPa]	- napětí v dotyku při dvou zubech v záběru
ω_2, ω_3	[rad·s ⁻¹]	- úhlové rychlosti
ϑ_2, ϑ_3	[-]	- měrné skluzy

9 SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ

Obr. 1-1 Záběr dvou profilů [1]	13
Obr. 1-2 Měrné skluzu [1]	15
Obr. 1-3 Dráha záběru ozubení s přímými zuby [1]	17
Obr. 1-4 Silové poměry [2]	20
Obr. 1-5 Hertzův tlak [1]	21
Obr. 1-6 Průběh napětí v dotyku [1]	23
Obr. 1-7 Obrázení kotoučovým nožem (Fellows) [8]	24
Obr. 1-8 Tvorba evolventy [1]	25
Obr. 1-9 Evolventní plocha šikmého ozubení [5]	26
Obr. 1-10 Trvání záběru ozubení se šikmými zuby [1]	27
Obr. 1-11 Záběrová oblast [1]	28
Obr. 1-12 Dotyková úsečka [1]	28
Obr. 3-1 Proces vytváření animací	30
Obr. 3-2 Prostředí programu Cinema 4D R16	31
Obr. 4-1 Rychlostní poměry: vstup do záběru	32
Obr. 4-2 Rychlostní poměry: střed záběru	33
Obr. 4-3 Rychlostní poměry: výstup ze záběru	33
Obr. 4-4 Záběrové poměry: počátek záběru	34
Obr. 4-5 Záběrové poměry: střed záběru	35
Obr. 4-6 Záběrové poměry: charakteristiky záběru	35
Obr. 4-7 Napětí v dotyku: počátek záběru	36
Obr. 4-8 Napětí v dotyku: střed záběru	37
Obr. 4-9 Napětí v dotyku: průběh napětí	37
Obr. 4-10 Metoda Fellows	38
Obr. 4-11 Tvorba boků přímého a šikmého zubu	39
Obr. 4-12 Řez boky přímého a šikmého zubu	39
Obr. 4-13 Šikmé ozubení: vstup do záběru	40
Obr. 4-14 Šikmé ozubení: výstup ze záběru	41
Obr. 4-15 Šikmé ozubení: dotykové křivky a rozměry ozubení	41

10 SEZNAM TABULEK

Tab. 1-1 Součinitele záběru [3].....	19
Tab. 3-1 Vlastnosti animací	31