

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Metody stanovení rezervy na pojistná plnění
v neživotním pojištění



Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

Vedoucí bakalářské práce: **RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.**

Vypracoval(a): **Ivana Pavlů**

Studijní program: B1103 Aplikovaná matematika

Studijní obor Matematika–ekonomie se zaměřením na bankovníctví/pojišťovnictví

Forma studia: prezenční

Rok odevzdání: 2018

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

Autor: Ivana Pavlů

Název práce: Metody stanovení rezervy na pojistná plnění v neživotním pojištění

Typ práce: Bakalářská práce

Pracoviště: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

Vedoucí práce: RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.

Rok obhajoby práce: 2018

Abstrakt: Tato bakalářská práce se zabývá rezervou na pojistná plnění, která je podstatnou součástí celkových technických rezerv vytvářených neživotními pojišťovnami. Teoretická část práce představuje oblast pojišťovnictví se zaměřením na neživotní pojištění a technické rezervy v neživotním pojištění. Dále popisuje tři metody výpočtu rezervy na pojistná plnění (metodu Chain-Ladder, metodu Cape Cod a Bornhuetterovu-Fergusonovu metodu), které využívají trojúhelníková schémata. V praktické části jsou popsány metody aplikovány na reálná data.

Klíčová slova: neživotní pojištění, technické rezervy, rezerva na pojistná plnění, vývojové trojúhelníky, metoda Chain-Ladder, metoda Cape Cod, Bornhuetterova-Fergusonova metoda

Počet stran: 46

Počet příloh: 1

Jazyk: český

BIBLIOGRAPHICAL IDENTIFICATION

Author: Ivana Pavlů

Title: Reserving in non-life insurance

Type of thesis: Bachelor's

Department: Department of Mathematical Analysis and Application of Mathematics

Supervisor: RNDr. Ondřej Pavlač̃ka, Ph.D.

The year of presentation: 2018

Abstract: This bachelor thesis deals with the claims reserve which is an important part of technical reserves created by non-life insurance companies. The theoretical part presents the insurance industry and focuses on non-life insurance and technical reserves in non-life insurance. It also describes three methods of calculating the claims reserve (Chain-Ladder method, Cape Cod method and Bornhuetter-Ferguson method), which use the run-off triangles. These methods are applied onto real data in the practical part.

Key words: non-life insurance, technical reserving, claims reserving, run-off triangles, Chain-Ladder method, Cape Cod method, Bornhuetter-Ferguson method

Number of pages: 46

Number of appendices: 1

Language: Czech

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracovala samostatně pod vedením pana RNDr. Ondřeje Pavlačky, Ph.D. a všechny použité zdroje jsem uvedla v seznamu literatury.

V Olomouci dne

.....

podpis

Obsah

Úvod	8
1 Základní pojmy	9
1.1 Pojištění	9
1.2 Komerční pojišťovna	11
1.3 Pojistná smlouva a její strany	12
1.4 Pojistné	12
1.5 Pojišťovnictví a pojistný trh v České republice	13
2 Neživotní pojištění	15
2.1 Druhy neživotního pojištění	15
2.1.1 Pojištění majetku	16
2.1.2 Pojištění osob	16
2.1.3 Pojištění odpovědnosti za škodu	17
2.1.4 Pojištění finančních ztrát a záruk	17
2.1.5 Pojištění právní ochrany	18
2.2 Likvidace pojistných událostí v neživotním pojištění	18
2.3 Technické rezervy v neživotním pojištění	19
3 Rezerva na pojistná plnění v neživotním pojištění	22
3.1 Rezerva na pojistná plnění a trojúhelníková schémata	22
3.2 Metody výpočtu rezervy na pojistná plnění v neživotním pojištění	25
3.2.1 Metoda Chain-Ladder	26
3.2.2 Metoda Cape Cod	30
3.2.3 Bornhuetterova-Fergusonova metoda	33
4 Aplikace metod na reálná data	37
4.1 Úprava dat	37
4.2 Metoda Chain-Ladder - aplikace	37
4.3 Metoda Cape Cod - aplikace	38
4.4 Bornhuetterova-Fergusonova metoda	41
4.5 Shrnutí	43

Závěr	44
Literatura	45

Poděkování

V prvé řadě bych ráda poděkovala panu RNDr. Ondřeji Pavlačkovi, Ph.D. za odborné vedení, věnovaný čas a cenné připomínky, které byly pro psaní práce nezbytné. Také děkuji svému bratrovi za pomoc s grafickou úpravou textu a celé rodině za podporu během studia.

Úvod

Pojišťovnictví bývá často označováno za jeden z pilířů ekonomiky a ekonomické stability země, a to právem. Pojišťovny jsou instituce, které by měly být schopny svým klientům poskytnout ochranu před určitými typy rizik. Protože rizika jsou nahodilá a realizace některého z nich může být pro člověka, rodinu nebo podnik velmi závažná, vkládají klienti do pojišťoven kromě úplaty za pojistnou ochranu také svou důvěru, že v případě pojistné události jim bude pojišťovnou poskytnuta adekvátní náhrada za utrpěnou škodu. Proto je nutné, aby pojišťovna dobře a zodpovědně spravovala své prostředky a mohla v případě potřeby těmto závazkům dostát.

Vzhledem k tomu, že nikdo dopředu nezná přesnou četnost realizací rizika, případně výši škod jimi způsobených, musí si pojišťovna tvořit adekvátní rezervy, ze kterých potom může poskytovat klientům pojistná plnění – tzv. technické rezervy. Postupy pro tvorbu rezerv se liší pro životní a neživotní pojištění, proto se v této práci soustředím jen na druhou jmenovanou oblast. Cílem práce je představit nejvýznamnější součást technických rezerv v neživotním pojištění, tj. rezervu na pojistná plnění v neživotním pojištění, a ukázat několik metod jejich výpočtu, které využívají tzv. trojúhelníkových schémat. Vybrané metody jsou 3 - metoda Chain-Ladder, metoda Cape Cod a metoda Bornhuetterova-Fergusonova¹. Tyto metody se v závěrečné kapitole aplikují na reálná data, kde bude snahou získané výsledky (tj. odhady výše rezervy) interpretovat a porovnat.

¹Metod založených na trojúhelníkových schématech je celá řada (kromě výše jmenovaných např. separační metoda, metoda průměrných nákladů) - při jejich představení by ovšem práce byla již příliš rozsáhlá.

Kapitola 1

Základní pojmy

Pro seznámení se s tématem je nutné začít představením oblasti pojišťovnictví jako celku a základních pojmů s ní souvisejících. Převážná část kapitoly byla vypracována pomocí zdrojů [3] a [5], legislativní základ problematiky je dán především v zákonu č. 277/2009 Sb. o pojišťovnictví [16], dále ve vybraných odstavcích tzv. nového občanského zákoníku č. 89/2012 Sb. [14] a v zákonu o pojistných zprostředkovatelích č. 38/2004 Sb. [15].

1.1. Pojištění

Pojištěním rozumíme efektivní způsob tvorby a užití finančních rezerv pro úhradu peněžních potřeb ekonomických subjektů, které jsou v jednotlivých případech výskytu náhodné, vcelku však odhadnutelné. Vyčíslení peněžních potřeb závisí na druhu sjednaného pojištění – podle zaměření je možné jej dělit na tzv. *životní* a *neživotní pojištění*. Pro životní pojištění jsou pojistnými nebezpečími a potenciálními pojistnými událostmi případy smrti nebo dožití se určitého věku. Vzhledem k jeho podstatě (škoda na zdraví či životě nemůže být dost dobře objektivně vyčíslena) jsou peněžní potřeby v tomto případě určeny pojistnou částkou uvedenou v pojistné smlouvě – jedná se zde o tzv. pojištění obnosové. Ostatní pojistné události lze krýt prostřednictvím neživotního pojištění², které bude v dalším textu přiblíženo podrobněji. Peněžními potřebami jsou zde vět-

²Některá pojištění neživotního charakteru (úraz, invalidita, nemoc) mohou být ovšem pojištěna doplňkově i v rámci životního pojištění.

šinou myšleny vyčíslené škody, které daný subjekt může utrpět (tzv. škodové pojištění). I v neživotním pojištění se ovšem lze setkat s obnosovým pojištěním, např. s úrazovým pojištěním v rámci pojištění osob.

Z právního hlediska se pojištění dělí do tří skupin, a to na smluvní dobrovolné, smluvní povinné a zákonné. V případě zákonného pojištění se neseписuje pojistná smlouva, protože všechny podmínky (včetně určeného pojistitele) jsou zahrnuty v zákoně, vyhlášce nebo jiném právním dokumentu. Legislativa České republiky [17] zahrnuje jediné zákonné pojištění, a to zákonné pojištění odpovědnosti zaměstnavatele za škodu při pracovním úrazu nebo nemoci z povolání. Na rozdíl od zákonného pojištění pro povinné smluvní platí, že jej určité osoby (což je opět explicitně stanoveno zákonem) musí mít uzavřené – je ale na nich, pro jakého pojistitele se rozhodnou. Typickým příkladem může být pojištění odpovědnosti z provozu vozidla (tzv. povinné ručení), kdy musí pojištění uzavřít každý vlastník motorového vozidla – může se ale rozhodnout pro pojistitele dle svých preferencí (např. limit pojistného plnění, míra spoluúčasti, doplňková pojištění, systém bonusů a malusů apod.). Dobrovolné smluvní pojištění pak dává pojistníkovi naprostou svobodu, zda a za jakých podmínek se pojistí – většina běžně nabízených komerčních produktů spadá právě do této sféry.

Pro jedince obvykle nejsme schopni určit, zda a případně kolikrát v jeho případě dojde k realizaci konkrétního rizika – ostatně právě tato podmínka je součástí definice pojistného rizika (pojistitelné riziko nesmí být spekulativní³, musí být identifikovatelné, nahodilé, vyčíslitelné a ekonomicky přijatelné pro pojišťující subjekt). V praxi se ovšem sledují velké skupiny subjektů, u nichž se pravděpodobnosti realizace rizika dají odhadnout za použití matematicko-statistických modelů. Pojišťovanými subjekty mohou být jak fyzické, tak právnické osoby (občané, domácnosti, obchodní závody, státy).

³Spekulativní riziko je specifické tím, že je podstupováno záměrně a zahrnuje kladné i záporné odchylky od původního stavu. Typickým případem je investice do cenných papírů, jejichž výnos je proměnlivý.

1.2. Komerční pojišťovna

Ačkoli existuje vícero způsobů, jak předcházet finančním škodám a tvořit si příslušné rezervy (namátkou samopojištění či činnost vzájemných pojišťoven), z hlediska této práce je nejpodstatnější fungování pojištění na komerční bázi, kterým se zabývají *komerční pojišťovny*. Výraz komerční pojišťovna není v zákoně o pojištnictví vymezen přímo – jsou pouze uvedeny subjekty, na které se zákon nevztahuje (např. různé pojišťovny vzájemnostního charakteru, Garanční systém finančního trhu, Garanční fond obchodníků s cennými papíry) [16]. Komerční pojišťovnou je myšlen subjekt, který má povolení k pojišťovací činnosti, tedy přebírání pojistných rizik na základě uzavřených pojistných smluv a plnění z nich. Součástí pojišťovací činnosti jsou správa pojištění, likvidace pojistných událostí, uzavírání smluv se zajišťovny o zajištění závazků pojišťovny vyplývajících z jí uzavřených pojistných smluv, zábranná činnost (aktivity směřující k předcházení vzniku škod a zmírňování následků), poskytování asistenčních služeb a v neposlední řadě nakládání s aktivy a jejich investování, přičemž zdrojem těchto aktiv jsou právě technické rezervy pojišťovny (těmto rezervám se bude více věnovat 2. kapitola).

Pro výkon pojišťovací činnosti musí pojišťovna dostat povolení ve formě licence od orgánu dozoru, kterým je pro oblast pojištnictví od roku 2006 Česká národní banka (ČNB). Mezi podmínky nutné k udělení licence patří kromě jiného splnění dané výše základního kapitálu (různé pro oblasti životního a neživotního pojištění, pohybují se mezi 70-200 mld. Kč) a právní forma pojišťovny v podobě akciové společnosti nebo družstva. Dnes u nás navíc mohou vznikat pouze pojišťovny životní nebo neživotní – pojišťovny *univerzální* (nabízející produkty životního i neživotního pojištění), kterým byla licence k provozování pojistné činnosti udělena dříve, ovšem ve své činnosti mohou pokračovat.

1.3. Pojistná smlouva a její strany

Vzhledem k tomu, že uzavřením komerčního pojištění vzniká právní vztah, musí být ve většině případů na jeho základě vyhotoven příslušný doklad – v tomto případě se jím rozumí *pojistná smlouva*⁴. Ta je uzavírána vždy mezi dvěma stranami – *pojistitelem* (tj. právnickou osobou s povolením provozovat pojišťovací činnost, která se zavazuje, že v případě nastání pojistné události uvedené ve smlouvě uhradí pojištěnému dohodnuté pojistné plnění) a *pojistníkem* (osobou, která se zavazuje platit pojistiteli pojistné ve smluvené výši a čase) [14]. Komerční pojišťovna obvykle v tomto právním vztahu vystupuje v roli pojistitele – kromě případů, kdy se sama nechává pojistit. Dalšími osobami, které mohou být ve smlouvě uvedeny, mohou být *pojištěný* (osoba, na jejíž život, zdraví, majetek, odpovědnost za škodu nebo jiné hodnoty pojistného zájmu se pojištění vztahuje), *oprávněná osoba* (osoba, které je v případě nastání události poskytnuto pojistné plnění) a *obmyšlený* (osoba, které je vyplaceno pojistné plnění v případě smrti pojištěného - tato osoba se objevuje pouze v životním pojištění).

1.4. Pojistné

Pojistným zmíněným v předchozím odstavci se rozumí úplata za pojistnou ochranu. Jedná se o částku, která může být pojistníkem placena běžně, tj. v pravidelných intervalech, nebo jednorázově na celou dobu trvání pojištění. Hodnota tvořena součtem pojistného, které má pojišťovně dle platně uzavřených smluv připadnout za sledované období, se nazývá *předepsaným pojistným* (např. za rok, čtvrtletí, měsíc). Pojistné přijaté, které pojišťovna již obdržela od svých klientů, lze z účetního hlediska dělit také na *zasloužené pojistné*, časově související s aktuálním účetním období, a *nezasloužené pojistné*, které se vztahuje k budoucímu účetnímu období. Výše bruttopojistného, tedy konečné částky, kterou pojistník platí pojistiteli, je dána součtem jeho základních složek, a to *nettopojistného*, kalkulovaných správních nákladů a kalkulovaného zisku pojišťovny (pouze v případě

⁴Výjimkou je tzv. zákonné pojištění – v tomto případě nemusí být pojistná smlouva sepsána (viz kapitola 1.1).

neživotního pojištění). Pro tuto práci bude nejpodstatnější částí nettopojistné, nebo také ryzí pojistné, tedy část pojistného, která je určena k pokrytí výdajů pojišťovny na pojistná plnění včetně tvorby rezerv.

1.5. Pojišťovnictví a pojistný trh v České republice

Pojmem *pojišťovnictví* se rozumí specifický nevýrobní ekonomický obor, který zabezpečuje finanční eliminaci rizik ovlivňujících lidskou činnost prostřednictvím pojištění. Zákony a ustanovení každé země zvlášť pak určují, které instituce do tohoto odvětví spadají a jsou v jeho rámci regulovány. Česká legislativa [16] mezi výjimky vyňaté z jeho platnosti řadí např. instituce provozující pojištění sociální a veřejné zdravotní, důchodové spoření a doplňkové penzijní spoření.

Pojišťovnictví je vedle bankovnictví podstatnou součástí finančního trhu a státní ekonomiky vůbec. Komerční pojišťovny spravují velký obnos financí (pro představu: podle metodiky ČNB celkový objem předepsaného pojistného v ČR za rok 2015 činil zhruba 153,4 mld. Kč, technické rezervy ve stejném roce asi 280 mld. Kč [11]) a jsou proto mimo jiné významnými investory a také zaměstnavateli. Pojistné produkty jsou navíc často stavěny tak, aby pomohly klientům v obtížných životních situacích (újma na majetku, znemožnění zabezpečit sebe nebo rodinu z důvodu zranění či smrti, způsobení majetkové i nemajetkové škody) – a právě klienti tak mohou mít obavy, aby jejich peníze byly v dobrých rukou a dostalo se jim takové pojistné ochrany, jakou očekávali. Není navíc možné očekávat, že jednotlivci disponují dostatečnými znalostmi a přehledem v tomto odvětví. Proto je v pojišťovnictví nutná určitá míra regulace, kterou zajišťuje orgán dozoru nad pojišťovnictvím. Jeho cílem je zejména ochrana klientů, kontrola finanční stability odvětví, nabídky produktů a solventnosti jednotlivých subjektů.

Jako orgán dozoru nad pojišťovnictvím funguje v České republice Česká národní banka (ČNB), a to od roku 2006. Pod její dohled tak spadají nejen komerční pojišťovny, ale také u nás působící zajišťovny, pojistní zprostředkovatelé a samostatní likvidátoři pojistných událostí. Od roku 1994 u nás dále funguje Česká

asociace pojistitelů (ČAP), což je dobrovolné sdružení komerčních pojišťoven. V současné době má 25 členů a dva členy se zvláštním statutem (Českou kancelář pojistitelů a Exportní garanční a pojišťovací společnost, a.s.). Podíl pojišťoven, které jsou členy ČAP, na českém pojistném trhu je velmi významný – stabilně se pohybuje nad 95 % (pro podíl na celkovém pojistném). ČAP kromě jiného každoročně uveřejňuje výroční zprávy a činnosti své a svých členů, které jsou veřejně přístupné a poskytují náhled na vývoj pojistného trhu v České republice – tato data budou také využita v dalších částech práce.

Kapitola 2

Neživotní pojištění

Protože cílem práce je představit některé metody výpočtů v rámci neživotního pojištění, bude nadále pozornost soustředěna právě na tuto oblast (neznamená to ovšem, že některé postupy zde popsané se nemohou vztahovat i k pojištění životnímu, např. některé součásti likvidace pojistné události apod.). Informace budou čerpány především z [3], [4] a [16]. Úvod kapitoly bude věnován různým typům neživotního pojištění. Na ně naváže popis likvidace pojistné události v neživotním pojištění, protože tento proces je důležitý nejen v samotné pojistné činnosti, ale i pro pochopení souvislostí s rezervou na pojistná plnění. Pak už bude připraven prostor k představení technických rezerv, přičemž rezervě na pojistná plnění v neživotním pojištění bude věnována celá samostatná kapitola.

2.1. Druhy neživotního pojištění

Už dříve v textu bylo zmíněno, že neživotní pojištění kryje obecně jakákoli jiná rizika než životní – v praxi se tedy jedná např. o pojištění majetku, osob, odpovědnosti atp. I neživotní pojištění se v čase vyvíjí, a to zejména v závislosti na poptávce po některých produktech a na vzniku či rozšíření určitých pojistných rizik (mezi vyhledávané produkty dnes patří např. pojištění právní ochrany nebo relativně nové pojištění kybernetických rizik). V praxi se navíc krytá rizika v rámci konkrétních pojistných produktů často různě kombinují (příkladem budiž cestovní pojištění, které nabízí pojištěným komplexní pojistnou ochranu během

cestování). V této části kapitoly budou jednotlivé druhy neživotního pojištění pro lepší představu blíže představeny.

2.1.1. Pojištění majetku

Pojištění majetku obvykle kryje řadu pojistných rizik (živelní, havarijní, riziko odcizení a vandalství,...), která mají za následek vznik přímých věcných škod. Jak konkrétní zahrnutá rizika, tak další specifikace (míra a způsob spoluúčasti, škodová forma pojištění) jsou dohodnuty v pojistné smlouvě. Dle zaměření produktů se pojištění majetku dále dělí na pojištění majetku obyvatelstva, pojištění podnikatelských a průmyslových rizik a pojištění zemědělských rizik. Co se kategorie pojištění majetku týče, nejvýznamnější produkty se týkají pojištění domácnosti, pojištění budov a tzv. havarijního pojištění (pojištění kryjící škody na motorových vozidlech). U pojištění podnikatelských a průmyslových rizik jsou to např. pojištění životní, strojní, pojištění montážních a stavebních rizik, proti odcizení a pojištění dopravní, u pojištění zemědělských rizik pak pojištění plodin (případně lesů) a pojištění hospodářských zvířat.

2.1.2. Pojištění osob

V rámci pojištění osob rozlišujeme tři kategorie, a to pojištění úrazové, soukromé nemocenské a soukromé zdravotní. Úrazové pojištění kryje riziko, že dojde k dočasnému nebo trvalému poškození nebo ke smrti pojištěného následkem úrazu – v případě smrti je pojistné plnění vyplaceno obmyšlené osobě. Soukromé nemocenské pojištění funguje jako doplněk povinného sociálního nemocenského pojištění – může krýt další potřeby pojištěných, případně poskytovat krytí vyššího rozsahu. Soukromé zdravotní pojištění v ČR funguje v rovině krytí doplňkových služeb – základní zdravotní péče je zajištěna prostřednictvím sociálního zdravotního pojištění.

2.1.3. Pojištění odpovědnosti za škodu

Základní myšlenkou pojištění odpovědnosti za škodu je krytí takových škod, kdy je pojištěný nějakým způsobem odpovědný za škodu způsobenou jinému subjektu, a to škodu na majetku, financích, zdraví či životě. Důležitost tohoto typu pojištění spočívá v tom, že vzniklé škody mohou často výrazně převyšovat finanční možnosti subjektu, který by měl škodu jinak hradit. Pojištěný a oprávněná osoba jsou v těchto případech dvě různé osoby – oprávněná osoba, která má nárok na pojistné plnění, přitom obvykle není v době sepsání pojistné smlouvy známa. Důležitými produkty této oblasti jsou pojištění odpovědnosti za škodu způsobenou provozem vozidla (tzv. povinné ručení, jedná se o smluvní povinné pojištění a největší produkt neživotního pojištění u nás co se předepsaného pojistného týče), profesní odpovědnostní pojištění (pro zákonem určené profese, např. pro advokáty, lékaře, notáře, auditory, pojišťovací zprostředkovatele) a obecné odpovědnostní pojištění, a to jak za škody pro jednotlivce, tak pro podnikatelské subjekty.

2.1.4. Pojištění finančních ztrát a záruk

Pro podniky je pojištění finančních ztrát a záruk jednou z možností, jak se chránit třeba před ušlým ziskem z důvodů, které často nemohly ovlivnit. Jde například o živelní pohromy, které mohou poškodit výrobní linky nebo zničit zásoby ve skladech, rizika při stavebních a montážních úpravách nebo selhání strojů. Pojištění těchto rizik se nazývá pojištěním pro případ přerušení provozu (tzv. šomážní pojištění). Pojištění úvěru je zajímavějším produktem i pro jednotlivce, kryje finanční ztráty v případě nesplacení poskytnutého úvěru. Úvěrové riziko bývá kryto v řadě dalších pojistných produktů, včetně produktů životního pojištění (např. může být ujednáno, že kromě vyplacení pojistné částky vzhledem k úmrtí pojištěného/dlužníka pojišťovna uhradí i jeho nesplacený úvěr). Jedním ze speciálních případů pak je pojištění cestovních kanceláří pro případ úpadku, které kryje škody klientů v souvislosti s finančními problémy v hospodaření kanceláří. Vzhledem k charakteru rizika zde zasahuje stát – cestovní kanceláře, které

nemají toto pojištění sjednáno, musí riziko krýt jiným způsobem (např. skrze tvorbu garančního fondu).

2.1.5. Pojištění právní ochrany

Jak už sám napovídá, předmětem tohoto typu pojištění je krytí nákladů pojištěného v souvislosti s právními úkony a nákladů spojených s prosazením požadavků na náhradu škod pojištěného. Tři základní podoby zahrnují pojištění právní ochrany motorového vozidla (pojištění jsou vlastník, držitel, řidič a přepravované osoby) nebo řidiče motorového vozidla (pojištěn je jen řidič), pojištění právní ochrany rodiny a pojištění právní ochrany podniků.

2.2. Likvidace pojistných událostí v neživotním pojištění

Likvidace pojistné události je souhrnný název pro činnosti týkající se vyřízení pojistné události, tedy šetření nutné ke zjištění povinnosti pojistitele plnit a rozsahu této povinnosti a případné poskytnutí pojistného plnění. Pro klienta pojišťovny může být právě likvidace pojistné události tou činností pojišťovny, kterou vnímá nejmarkantněji. Důvodem je to, že podstata komerčního pojištění, tedy vztahu mezi pojistníkem a pojistitelem, je založena na slibu pojistitele, že za okolností uvedených v pojistné smlouvě poskytne pojistné plnění. Tento vztah je charakteristický svou informační nerovnováhou, kdy pojistitel je výrazně lépe informován o problematice jednotlivých produktů, vývoji počtu škod a jejich výše atp. Omezíme-li se např. pouze na dobrovolné smluvní pojištění v neživotním pojištění, je jen na pojistníkovi, zda pojištění uzavře. Pokud už se ale k tomuto kroku rozhodne, je přirozené jeho očekávání, že mu za jeho peníze, tj. za zaplacené pojistné, bude poskytnuta adekvátní pojistná ochrana.

Na likvidaci pojistných událostí se podílejí jak likvidátoři přímo z řad zaměstnanců pojišťovny, tak tzv. likvidátoři samostatní. Jejich role je nesmírně důležitá zejména v případech, kdy se v krátkém období nashromáždí velké množství pojistných událostí (při živelních pohromách), nebo v případě dosti specifických rizik

– pojišťovna nemusí mít mezi svými zaměstnanci odborníka na danou oblast. Kvalitně provedená a rychlá likvidace pojistných událostí funguje pro pojišťovnu jako dobrá reklama – prohloubí tak důvěru svých klientů.

Proces likvidace pojistné události začíná oznámením vzniku škodné události, tj. události, při jejíž realizaci je možnost, že někomu vznikl nárok na pojistné plnění. Oznámit škodnou událost může kdokoli, kdo má na pojistném plnění právní zájem, a to různými formami (telefonicky prostřednictvím call center, na přepážce pojišťovny, skrze obchodní zástupce. . .). Následně dochází k registraci škodné události⁵, kdy je událost spárována s příslušnou pojistnou smlouvou. Zároveň je ověřena platnost pojištění, placení pojistného a další náležitosti. Výše nastalé škody se postupem času zpřesňuje – pojišťovny mohou využívat různé přístupy k likvidaci pojistných událostí (např. dají-li přednost urychlené likvidaci na úkor přesnosti určení výše škody nebo naopak). Po ukončení šetření škodné události dochází k revizi postupu likvidace a ukázalo-li se, že se skutečně jednalo o pojistnou událost, je poskytnuto pojistné plnění.

Jednotlivé dílčí části celého procesu mohou být různě časově náročné. Ačkoli má být škodná událost nahlášena neprodleně bez zbytečného odkladu, v extrémních případech to může trvat i měsíce či roky od jejího vzniku. Na šetření škodné události má pojistitel dle zákona [14] tři měsíce od jejího oznámení a po jeho ukončení dalších 15 dnů na poskytnutí pojistného plnění (není-li ve smlouvě uvedeno jinak). Vzhledem k možnosti velkých časových prodlev mezi samotnou pojistnou událostí a vyplacením celkové výše pojistného plnění si pojišťovna vytváří příslušné rezervy.

2.3. Technické rezervy v neživotním pojištění

Data, která má pojistitel, resp. komerční pojišťovna k dispozici, mohou být sebestopovější – stále ovšem dávají představu pouze o historickém průběhu. Odhad budoucího vývoje, který je určován na základě těchto dat společně s projevyujícími

⁵V této části procesu je také stanoven prvotní odhad výše škodní rezervy (součást tzv. RBNS rezervy, která bude vysvětlena dále).

se trendy, se tak více či méně liší od stavu, který opravdu nastane. Skutečný škodní průběh je totiž realizací náhodné veličiny, tím pádem může docházet jak ke kladným, tak k záporným odchylkám od odhadu škodního průběhu, se kterými se pojišťovna musí být schopna vyrovnat [5]. V extrémních případech se navíc může likvidace pojistné události a následná výplata pojistného plnění protáhnout až na několik let. Proto je nepostradatelnou součástí činnosti pojišťoven určení výše technických rezerv a jejich tvorba. Právě tyto prostředky pak slouží k úhradě budoucích závazků plynoucích z pojistných produktů.

Dle dříve platné zákonné úpravy, tzv. metodiky *Solvency I*, byly celkové technické rezervy v neživotním pojištění rozděleny na několik základních složek. V první řadě to byly rezervy na pojistná plnění, jejichž specifikaci a možnostem jejich kalkulace se bude práce nadále věnovat. Rezerva na nezasloužené pojistné se vztahovala k části předepsaného pojistného vázaného k budoucímu účetnímu období. Rezervou na prémie a slevy byla myšlena část technických rezerv určená k úhradám nákladů na slevy, prémie, různé formy bonusů apod. Rezerva pojistného neživotních pojištění sloužila ke krytí budoucích závazků z neživotního pojištění, přičemž byla tvořena k takovým produktům, u kterých je pojistné vztahováno mimo jiné k věku pojištěného. Vyrovnávací rezerva pak měla zohledňovat možné odchylky při kolísání škodního průběhu způsobeného vnějšími vlivy (tedy nezávislými na pojistiteli – přírodní vlivy, vývoj společnosti). Případné další rezervy pojišťovna mohla tvořit pouze se souhlasem orgánu státního dozoru. Vzhledem k funkci a charakteru technických rezerv byly navíc upraveny i podmínky pro nakládání s aktivy, jejichž zdrojem technické rezervy byly.

V prosinci roku 2016 vešla v České republice v platnost nová legislativní úprava, známá jako metodika *Solvency II* [4]. *Solvency II* opouští striktní dělení technických rezerv na jednotlivé složky. Zároveň explicitně nestanovuje minimální výši těchto rezerv, ale ukládá postup jejich výpočtu. Hodnota technických rezerv má být určena jako nejlepší odhad budoucích peněžních toků (cash flow) generovaných příslušným závazkem technických rezerv, který je diskontován a zvýšen o bezpečnostní přírážku - při výpočtech se má počínat obezřetně, spolehlivě a

objektivně [4]. Na rozdíl od *Solvency I*, kde byly vykazovány složky technických rezerv zvlášť, vyžaduje *Solvency II* od pojišťoven jen celkovou výši technických rezerv⁶. Vzhledem k zohlednění časové hodnoty peněžních toků a zrušení vyrovnávací rezervy jsou technické rezervy tvořené podle metodiky *Solvency II* znatelně nižší než za dříve platné legislativy. Zrušeny byly také horní limity pro finanční umístění příslušných aktiv – *Solvency II* je nahrazuje tzv. zásadou obezřetného investování. Podle ní může pojišťovna investovat pouze do aktiv, jejichž rizika je schopna řádně identifikovat, měřit, sledovat, spravovat, kontrolovat a vykazovat a odpovídajícím způsobem je zohlednit při posuzování svých celkových potřeb. Investiční portfolio by pak mělo být sestaveno tak, aby byla zajištěna bezpečnost, likvidita a rentabilita investovaných prostředků.

Ačkoli ze zákona už terminologie dle *Solvency I* není relevantní, v praxi je tomu jinak. Aby mohly pojišťovny vykázat výši technických rezerv, počítají i nadále jednotlivé složky - a to často s původním označením i postupem výpočtu. Dělení dle *Solvency I* dává navíc lepší představu o funkci technických rezerv, jejich skladbě a účelu jejich tvorby.

⁶Právě tato skutečnost a určitá neprůhlednost je častým námětem kritiků úpravy *Solvency II*.

Kapitola 3

Rezerva na pojistná plnění v neživotním pojištění

Zatímco závěr kapitoly 2 se věnoval technickým rezervám v neživotním pojištění obecně, tato část se podrobněji zabývá rezervou na pojistná plnění v neživotním pojištění. Kromě teoretického úvodu nabídne také seznámení s trojúhelníkovými schémata a také s výpočetními metodami, které tyto schémata využívají. Metody budou pro lepší představivost aplikovány na ilustrační data převzatá z [3].

3.1. Rezerva na pojistná plnění a trojúhelníková schémata

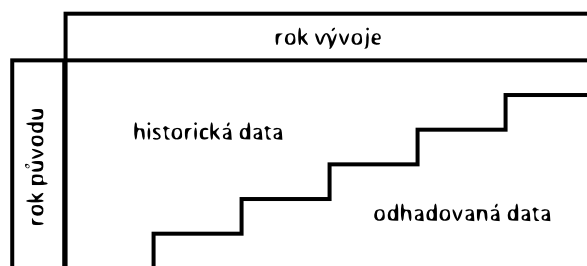
V případě rezervy na pojistná plnění se často jedná o nejvýznamnější technickou rezervu v rámci neživotního pojištění. Tento typ rezervy se dále dělí na dvě podskupiny, takzvané rezervy *IBNR* a *RBNS*. Rezervy *IBNR* (z anglického *incurred but not reported* – nastalé, ale neohlášené) jsou tvořeny z toho důvodu, aby byla pojišťovna připravena hradit pojistná plnění za pojistné události, které nastaly v aktuálním účetním období, ale z různých důvodů v něm nebyly nahlášeny. Lze se také setkat se zkratkou *IBNER* (*incurred but not enough reported*) používanou pro případy, kdy část škody již byla nahlášena, zatímco část ještě není známa. *RBNS* rezerva (*reported but not settled* – nahlášené, ale nezlikvidované) pak je určena pro hrazení pojistného plnění z pojistných událostí, které

byly ohlášeny v současném účetním období, ale do jeho konce nebyly zlikvidovány či vyplaceny (nebo případně jen částečně).

Skupiny se od sebe liší svým charakterem a tak, pokud jsou odhadovány zvlášť, jsou uplatňovány v obou případech různé metody. Rezerva *RBNS* je obvykle určována pro jednotlivé pojistné události příslušnými likvidátory – jejich prvotní odhad škody spolu se zohledněním postupů jednotlivých pojišťoven se postupně zpřesňuje [3]. Pro odhad rezervy *IBNR* pojišťovna používá matematicko-statistické metody, zároveň sleduje vývoje počtu a výše škod a externí vlivy (inflace, legislativa. . . .) [3]. Postupy uvedené výše mohou být v některých případech dosti časově náročné, v praxi se proto obě části určují dohromady jako celek. V této práci budou odhadovány pomocí metod založených na tzv. *trojúhelníkových schématech*. Metody používající trojúhelníková schémata jsou v praxi nejvíce používané, existují i jiné způsoby, např. využití simulací pomocí metody Monte Carlo (např. [8]) - ty už ovšem překračují rámec této práce.

Prvotními daty využitými v trojúhelníkových metodách jsou historické, a tedy přesně známé údaje o dosud vyplacených pojistných plněních pro jednotlivé pojistné události. U těchto částek se rozlišují vždy dva různé roky, ke kterým se konkrétní částka vztahuje: rok původu (*origin year*) a rok vývoje (*development year*). Rokem původu je obvykle myšlen rok, kdy nastala pojistná událost (může se ale jednat např. také o rok nahlášení pojistné události - tyto roky se nemusí vždy shodovat), rok vývoje pak označuje počet let, který uběhl od vzniku příslušné pojistné události (rok vývoje souvisí s již zmíněným dlouhým procesem likvidace pojistné události). Vyplacená pojistná plnění, která se vztahují ke stejnému roku původu i vývoje, se sečtou a tyto součty se uloží do tabulky, kde jsou hodnoty přehledně uspořádány podle roku původu v řádcích a podle roku vývoje ve sloupcích (z obrázku 3.1 je patrné, že pomocí historických dat jsme schopni vyplnit „levý horní roh“ tabulky, tedy trojúhelník, zatímco zbývající pole v „pravém dolním rohu“ se extrapolují.). Součet polí na jednotlivých diagonálách schématu přitom udává celkovou částku vyplacenou na pojistná plnění vždy v jednom konkrétním kalendářním roce.

Pro další potřeby budou roky původu a roky vývoje nahrazeny indexy i, j pro řádky, resp. sloupce tabulky, které budou oba číslovány od jedničky. Tyto indexy později zjednoduší zavádění matematických vzorců. Předejde se tak možným nesrovnalostem - ostatně i jednotlivé zdroje se v tomto liší. V některých se sloupce číslijí od nuly (rok původu je zároveň nultým rokem vývoje - [3], [4]), zatímco v jiných od jedné (pro ně je rok původu již prvním rokem vývoje pojistné události - [9]).



Obrázek 3.1: Znázornění fungování trojúhelníkového schématu.

Trojúhelník z „levého horního rohu“, který vznikne postupem popsáným výše, se nazývá vývojový trojúhelník (*run-off triangle*), rozlišují se dva jeho základní typy. Nekumulativní vývojový trojúhelník (NT) udává v každém poli tabulky částku vyplacenou právě v daném roce vzhledem k příslušnému roku vývoje pojistné události. Kumulativní vývojový trojúhelník (KT) naproti tomu udává celkovou částku vyplacenou za pojistné události v konkrétním roce původu během všech dosavadních let vývoje. Každý nekumulativní trojúhelník lze snadno přepočítat na kumulativní, protože pro jednotlivá pole kumulativního trojúhelníku platí:

$$KT_{(i,j)} = \sum_{k=1}^j NT_{(i,k)}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n - i + 1,$$

kde n je nejvyšší rok původu, pro který se nám dostává dat. Pokud naopak původní data tvoří kumulativní trojúhelník, lze z něj určit trojúhelník nekumulativní vztahem:

$$NT_{(i,j)} = KT_{(i,j)} - KT_{(i,j-1)}, i = 1, 2, \dots, n - 1, j = 2, 3, \dots, n - i + 1.$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	9	12	10	11	8	0
2	13	15	8	10	14	
3	14	15	15	16		
4	16	8	18			
5	12	14				
6	11					

Tabulka 3.1: Nekumulativní vývojový trojúhelník

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	9	21	31	42	50	50
2	13	28	36	46	60	
3	14	29	44	60		
4	16	24	42			
5	12	26				
6	11					

Tabulka 3.2: Kumulativní vývojový trojúhelník

Výše zakreslené trojúhelníky 3.1 a 3.2 budou použity v dalších částech kapitoly pro ilustraci jednotlivých metod. Číselná data byla převzata z [3] (uvedené hodnoty jsou v mil. Kč, ve stejných jednotkách budou i vypočtené rezervy).

3.2. Metody výpočtu rezervy na pojistná plnění v neživotním pojištění

Tato kapitola bude věnována představení několika způsobů určení rezervy na pojistná plnění. Všechny zde zmíněné metody budou využívat trojúhelníková schémata popsaná v předchozí části.

3.2.1. Metoda Chain-Ladder

Jednou z nejpoužívanějších metod využívajících vývojové trojúhelníky je tzv. metoda *Chain-Ladder*, nebo také stupňová metoda. Základní myšlenka tkví v předpokladu, že poměr kumulativních pojistných plnění mezi sousedními roky vývoje zůstává pro jednotlivé roky původu přibližně stejný [4]. Tento poměr je určen takzvaným *vývojovým koeficientem* (vývojovým faktorem) $\lambda_{(j)}$. Díky známým historickým datům lze tyto poměry určit a posléze pomocí nich dopočítat i hodnoty z „pravého dolního rohu“ tabulky.

Jak už bylo řečeno dříve, budoucí škodní průběh, a tedy i výše pojistného plnění, je realizací náhodné veličiny. Odhady, které nám metoda poskytuje, jsou pro každé pole dány jediným číslem, nikoli intervalem, ve kterém by se skutečně dosažená hodnota s určitou pravděpodobností nacházela. Toto číslo lze interpretovat jako střední hodnotu pojistného plnění pro rok vzniku i a rok vývoje j (pro odhadovanou část tabulky; historická data jsou dána deterministicky a tudíž se nejedná o náhodnou veličinu) [9]. Každá odhadnutá hodnota kumulativního pojistného plnění je proto určena na základě hodnot v předchozích polích téhož řádku, platí tedy:

$$E(KT_{(i,j+1)} | KT_{(i,1)}, KT_{(i,2)}, \dots, KT_{(i,j)}) = \lambda_{(j)} \cdot KT_{(i,j)}.$$

Pro historická data je možné spočítat koeficienty $\lambda_{(i,j)}$ jako poměr kumulativních pojistných plnění ve dvou po sobě jdoucích letech vývoje pro i -tý rok původu, tedy vztahem:

$$\lambda_{(i,j)} = \frac{KT_{i,j+1}}{KT_{i,j}}, i = 1, 2, \dots, n-1, j = 1, 2, \dots, n-i+1.$$

Takové koeficienty sice přesně popisují vývoj v minulosti, pro predikci budoucích hodnot ovšem vhodné nejsou - využití takto malého objemu informací, které jsou k dispozici ze známých hodnot, by vedlo k neobjektivním odhadům. Vhodnější a ve skutečnosti používanou cestou je určit jeden vývojový koeficient $\lambda_{(j)}$ pro každý rok vývoje $j = 1, 2, \dots, n-1$ tak, že se vzájemně podělí součty hodnot pojistných

plnění v jednotlivých rocích vývoje přes jednotlivé roky původu. Matematicky lze tuto myšlenku zapsat následovně:

$$\lambda_{(j)} = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} KT_{(i,j+1)}}{\sum_{i=1}^{n-j} KT_{(i,j)}}, j = 1, 2, \dots, n - 1. \quad (3.1)$$

Pro lepší představu lze uvést např. výpočet vývojového koeficientu $\lambda_{(2)}$:

$$\lambda_{(2)} = \frac{\sum_{i=1}^4 KT_{(i,3)}}{\sum_{i=1}^4 KT_{(i,2)}} = \frac{31 + 36 + 44 + 42}{21 + 28 + 29 + 24} = \frac{153}{102} = 1,5.$$

Schéma výpočtu je vidět v tabulce 3.3. Ostatní koeficienty $\lambda_{(1)}$, $\lambda_{(3)}$, $\lambda_{(4)}$ a $\lambda_{(5)}$ se vypočítají obdobně.

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	9	21	31	42	50	50
2	13	28	36	46	60	
3	14	29	44	60		
4	16	24	42			
5	12	26				
6	11					

Tabulka 3.3: Ilustrativní příklad výpočtu $\lambda_{(2)}$

j	$\lambda_{(j)}$
1	2,00
2	1,50
3	1,33
4	1,25
5	1

Tabulka 3.4: Vývojové koeficienty $\lambda_{(j)}$

S pomocí tabulky vývojových koeficientů 3.4 a kumulativního vývojového trojúhelníku 3.2 lze již snadno doplnit zbytek tabulky, neboť prázdná pole se vyplní hodnotami

$$KT_{(i,j)} = \lambda_{(j-1)} \cdot KT_{(i,j-1)}, i + j > n + 1. \quad (3.2)$$

Kompletní tabulku lze vidět na obrázku 3.5.

Z podoby vzorce (3.1) je patrné, že vývojový koeficient vyjadřuje, kolikrát se průměrně zvýšilo kumulativní pojistné plnění oproti předcházejícímu roku vývoje pro jednotlivé roky původu. Dále přirozeně vyplývá, že vývojový koeficient nejsme schopni vypočítat pro poslední rok vývoje v tabulce, kde by nám chyběla data. To ovšem nepředstavuje problém, protože koeficient $\lambda_{(n)}$ bychom využili až pro určení hodnoty v $(n + 1)$ -ním sloupci tabulky, který v tabulce není. Také je zřetelné, že zatímco pro $j = 1$ využíváme v každém součtu vzorce pro výpočet vývojového koeficientu $(n - 1)$ hodnot, pro $j = n - 1$ vycházíme z jediné hodnoty - pokud by byla tato hodnota nějakým způsobem extrémní, výrazně nám ovlivní poslední sloupec tabulky.

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	9	21	31	42	50	50
2	13	28	36	46	60	60
3	14	29	44	60	75	75
4	16	24	42	56	70	70
5	12	26	39	52	65	65
6	11	22	33	44	55	55

Tabulka 3.5: Kumulativní trojúhelník 3.2 doplněný metodou Chain-Ladder

Protože už jsou vypočítané odhady pojistných plnění i v budoucích letech, lze odvodit hledanou výši rezervy na pojistná plnění. Ta bude dána jako součet pojistných plnění v n -tém roce vývoje pro všechny roky vzniku, od nichž se odečtou všechna k aktuálnímu kalendářnímu roku již vyplacená pojistná plnění:

$$rez_{ChL} = \sum_{i=1}^n KT_{(i,n)} - \sum_{i=1}^n KT_{(i,n-i+1)}. \quad (3.3)$$

Pro zde použité schéma to bude součet hodnot v posledním sloupci tabulky, od něhož odečteme součet hodnot na diagonále. Potřebné údaje jsou zvýrazněny v tabulce 3.6. Výpočet dle (3.3) tedy vypadá následovně:

$$rez_{ChL} = \sum_{i=1}^6 KT_{(i,6)} - \sum_{i=1}^6 KT_{(i,6-i+1)} = 375 - 249 = 126.$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	9	21	31	42	50	50
2	13	28	36	46	60	60
3	14	29	44	60	75	75
4	16	24	42	56	70	70
5	12	26	39	52	65	65
6	11	22	33	44	55	55

Tabulka 3.6: Ilustrativní příklad výpočtu rezervy na pojistná plnění

Variantou této metody je metoda Chain-Ladder se zohledněnou inflací. Jak sám název napovídá, pojistná plnění v nekumulativním trojúhelníku jsou přepočítána pomocí měr inflace pro jednotlivé roky. Výsledkem jsou hodnoty očištěné od vlivu inflace - kumulativní trojúhelníky, vývojové koeficienty a celková rezerva se spočítají podle obdobných vzorců jako v „obyčejné“ metodě Chain-Ladder. Použitím metody Chain-Ladder se zohledněnou inflací dostáváme lepší, reálnější odhad rezervy. Blíže je tato metoda představena např. v [2]. Další možnou modifikací metody je počítat vývojové koeficienty odlišným způsobem při zachování ostatních postupů. Způsob výpočtu je následující [3]:

$$\lambda_{(j)} = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} \frac{KT_{(i,j+1)}}{KT_{(i,j)}}}{n-j}; j = 1, 2, \dots, n-1. \quad (3.4)$$

j	$\lambda_{(j)}^{mod}$
1	2,045
2	1,507
3	1,332
4	1,247
5	1

Tabulka 3.7: Modifikované vývojové koeficienty

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	9	21	31	42	50	50
2	13	28	36	46	60	60
3	14	29	44	60	74,8	74,8
4	16	24	42	55,9	69,8	69,8
5	12	26	39,2	52,2	65,1	65,1
6	11	22,5	33,9	45,2	56,3	56,3

Tabulka 3.8: Výpočet rezervy s využitím modifikovaných vývojových koeficientů

Při využití modifikovaných vývojových koeficientů dojdeme k následujícímu výsledku:

$$rez_{ChL}^{mod} = \sum_{i=1}^6 KT_{(i,6)} - \sum_{i=1}^6 KT_{(i,6-i+1)} = 376 - 249 = 127.$$

3.2.2. Metoda Cape Cod

Stejná výchozí data jako metoda Chain-Ladder využívá také *metoda Cape Cod*, dále však vyžaduje znalost tzv. *dlouhodobého škodního poměru* (combat ratio), což je podíl pojistného plnění a pojistného. Je-li ukazatel škodního poměru větší než 1, znamená to, že pojišťovna musela prostřednictvím pojistného plnění poskytnout více prostředků, než inkasovala v rámci plateb pojistného od jednotlivých subjektů. V opačném případě by se ukazatel nacházel v rozmezí mezi 0 a 1.

Hodnoty už vyplaceného pojistného plnění jsou již k dispozici v kumulativním trojúhelníku (součet polí na hlavní diagonále), ovšem pojistné za jednotlivé roky původu není možné z dat trojúhelníkového schématu odvodit - tato data je nutné mít zadána explicitně (v ilustrativních datech je problematika zjednodušena tím, že se předpokládá pro všechny roky původu konstantní pojistné ve výši 62,5 mil. Kč [3]). Zatímco hodnoty pojistného (uvažujeme zde zasloužené pojistné) za jednotlivé roky se už s postupem času nemění, celkové pojistné plnění za jednotlivé roky původu se v průběhu času nějakou dobu navyšuje (důvody už byly zmí-

něny dříve). Je proto potřeba pojistné přepočítat tak, aby jej šlo porovnat se známými hodnotami pojistného plnění. Hledá se tedy poměrná část pojistného, která odpovídá pojistnému plnění, které už bylo k danému kalendářnímu roku spotřebováno. K tomu přepočtu je potřeba zadefinovat další dva druhy koeficientů, a to *kumulativní koeficienty* a *inverzní koeficienty*, oba typy vycházejí z vývojových koeficientů z metody Chain-Ladder spočítaných dle vzorce (3.1). Pro kumulativní koeficienty $cum_{(j)}$ platí vztah:

$$cum_{(j)} = \prod_{k=1}^{n-j} \lambda_{(n-k)}, j = 1, 2, \dots, n - 1.$$

Inverzní koeficienty $inv_{(j)}$ se určí následovně:

$$inv_{(j)} = \frac{1}{cum_{(j)}}, j = 1, 2, \dots, n - 1. \quad (3.5)$$

j	$\lambda_{(j)}$	$cum_{(j)}$	$inv_{(j)}$
1	2,00	5,00	0,20
2	1,50	2,5	0,40
3	1,33	1,67	0,60
4	1,25	1,25	0,80
5	1,00	1,00	1,00

Tabulka 3.9: Vývojové, kumulativní a inverzní koeficienty pro trojúhelník 3.2

Právě inverzní koeficienty se využijí k vyjádření takové hodnoty pojistného, která odpovídá příslušnému pojistnému plnění. Pokud tedy známe poj_i , hodnoty pojistného pro jednotlivé roky původu pojistné události, lze část pojistného připadající k vyplacenému pojistnému plnění pro rok původu i (pro tuto hodnotu zde zavedeme výraz poj_i^{PP}) vyjádřit vztahem:

$$poj_i^{PP} = poj_i \cdot inv_{(n-i+1)}, i = 2, 3, \dots, n. \quad (3.6)$$

Ze vzorce (3.6) je patrné, že takovýmto způsobem není možné spočítat hodnotu poj_1^{PP} - důvodem je, že nemáme k dispozici příslušný inverzní koeficient,

i	poj_i	inv_{n-i+1}	poj_i^{PP}
1	62,5	1	62,5
2	62,5	1,00	62,5
3	62,5	0,80	50
4	62,5	0,60	37,5
5	62,5	0,40	25,0
6	62,5	0,20	12,5

Tabulka 3.10: Přepočtení pojistného pomocí inverzních koeficientů

$inv_{(n)}$. Ovšem vzhledem k tomu, že kumulativní pojistné plnění v 1. roce již pokládáme za konečné (v tabulce pro něj nepočítáme rezervu - předpokládáme, že během n let vývoje bylo veškeré pojistné plnění vyplaceno⁷ - výplata pojistného plnění tak pro pojistné události s rokem původu 1 skončila již v roce vývoje 5.), byl by příslušný inverzní koeficient roven jedné a tedy $poj_1^{PP} = poj_1 \cdot 1 = poj_1$. Výpočty poj_i^{PP} pro ilustrační data shrnuje tabulka 3.10. S pomocí předchozích vztahů tak lze dlouhodobý škodní poměr určit následovně:

$$sp^{dl} = \frac{\sum_{i=1}^n KT_{(i,n-i+1)}}{(\sum_{i=2}^n poj_i \cdot inv_{(n-i+1)}) + poj_1} = \frac{\sum_{i=1}^n KT_{(i,n-i+1)}}{\sum_{i=1}^n poj_i^{PP}} = \sum_{i=1}^n \frac{KT_{(i,n-i+1)}}{poj_i^{PP}}$$

S využitím již známých údajů je tedy možné spočítat dlouhodobý škodní poměr pro naše data:

$$sp^{dl} = \frac{(50 + 60 + 75 + 70 + 65 + 55)}{(62,5 + 50 + 37,5 + 25,0 + 12,5 + 62,5)} = \frac{249}{250} = 0,996.$$

Rezerva se podobně jako u metody Chain-Ladder počítá jako součet rezerv pro jednotlivé roky původu pojistné události. Jejich výpočet je dán tak, že se pojistné poj_i vynásobí dlouhodobým škodním poměrem - výsledkem je odhad celkového pojistného plnění pro pojistné události s rokem původu i .

Tento součin se následně znásobí rozdílem $(1 - inv_{(n-i+1)})$, tedy doplňkem inverzního koeficientu do jedné. Zatímco inv_k určoval část pojistného odpovídající vyplacenému pojistnému plnění za události s rokem původu k , doplněk $(1 - inv_k)$

⁷V datech z [3] je tento fakt umocněn číslem 0 na pozici $NK_{1,6}$

naopak vyjadřuje část vztahující se k zatím nevyplacenému pojistnému plnění⁸ - tedy tomu pojistnému plnění, na které musí pojišťovna tvořit rezervu.

Výsledkem této operace už je odhad rezervy na pojistná plnění pro rok původu i . Celkový odhad rezervy bude dán součtem těchto dílčích rezerv, tedy:

$$rez_{CC} = \sum_{i=1}^n sp^{dl} \cdot poj_i \cdot (1 - inv_{(n-i+1)}). \quad (3.7)$$

Opět zde uvedeme odhad rezervy pomocí metody Cape Cod pro zde používaná data (tabulka 3.11). Vzhledem k tomu, že výše pojistného byla ve všech letech původu stejná, je rezerva dána následovně:

$$rez_{CC} = \sum_{i=1}^6 sp^{dl} \cdot poj_i \cdot (1 - inv_{(6-i+1)}) = \frac{249}{250} \cdot 62,5 \cdot \sum_{i=1}^6 (1 - inv_{(6-i+1)}) = 124,50.$$

i	poj_i	inv_{n-i+1}	$1 - inv_{n-i+1}$	$sp^{dl} \cdot poj_i \cdot 1 - inv_{(n-i+1)}$
1	62,5	1	0	0
2	62,5	1,00	0	0
3	62,5	0,80	0,20	12,45
4	62,5	0,60	0,40	24,90
5	62,5	0,40	0,60	37,35
6	62,5	0,20	0,80	49,80
			Σ	124,50

Tabulka 3.11: Výpočet rezervy pomocí metody Cape Cod

Vzhledem k tomu, že metoda Cape Cod využívá oproti metodě Chain-Ladder navíc informaci o pojistném za jednotlivé roky, měl by tento odhad být přesnější než rezerva odhadnutá metodou Chain-Ladder.

3.2.3. Bornhuetterova-Fergusonova metoda

Na podobném principu jako metoda Cape Cod pracuje i tzv. *Bornhuetterova-Fergusonova metoda*, která k výpočtu rezervy také využívá škodní poměry, ten-

⁸Je logické, že s klesajícím k (tedy s dřívějším rokem původu) by měl inverzní koeficient růst a jeho doplněk naopak klesat. Zjednodušeně řečeno: čím delší doba uběhla od vzniku pojistné události (a tím pádem čím větší část již byla zlikvidována), tím menší rezervu je nutné pro tento rok původu tvořit.

tokrát ovšem nekumulativní *individuální škodní poměry*. Na rozdíl od dlouhodobého škodního poměru, který byl dán podílem součtů kumulativních pojistných plnění a hodnot pojistného, vzniknou nekumulativní individuální škodní poměry prostým vydělením hodnot v nekumulativním vývojovém trojúhelníku pojistným za daný rok původu (v našich datech bude tedy ve jmenovateli vždy číslo 62,5). Z našeho značení tedy vyplývá vztah:

$$sp_{(i,j)}^{ind} = \frac{NK_{(i,j)}}{poj_i}; i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n - i + 1. \quad (3.8)$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	0,144	0,192	0,160	0,176	0,128	0
2	0,208	0,240	0,128	0,160	0,224	
3	0,224	0,240	0,240	0,256		
4	0,256	0,128	0,288			
5	0,192	0,224				
6	0,176					

Tabulka 3.12: Nekumulativní individuální škodní poměry

Vzhledem k tomu, že metoda Cape Cod využívala dlouhodobý škodní poměr, nebylo zapotřebí si dělat starosti se situací v budoucnosti - předpokládalo se, že škodní poměr je i nadále konstantní. V Bornhuetterově-Fergusonově metoda je potřeba pro zbytek tabulky individuální škodní poměry odhadnout; způsobů je hned několik. Nejjednodušším z nich je vzít některou již spočítanou hodnotu podle vztahu (3.8) a aproximovat jí ostatní prázdná pole ve stejném sloupci - toto se vždy využije u posledního sloupce tabulky, kdy ani žádný jiný způsob nelze použít. Obvykle se použije buď poslední známá hodnota - tedy pole ležící na hlavní diagonále, případně nejvyšší hodnota ve sloupci (ve chvíli, kdy toto číslo výrazně převyšuje všechny ostatní, lze předpokládat, že bude na základě této aproximace vytvořena zbytečně vysoká rezerva). Také je možné všechny škodní poměry ve sloupci zprůměrovat a průměrem odhadnout hodnoty ve zbylých polích (případně lze průměrovat i jen některé hodnoty)⁹.

⁹Další možností je hledat v datech trend a odhadem tohoto trendu aproximovat další hod-

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	0,144	0,192	0,160	0,176	0,128	0
2	0,208	0,240	0,128	0,160	0,224	0
3	0,224	0,240	0,240	0,256	0,224	0
4	0,256	0,128	0,288	0,256	0,224	0
5	0,192	0,224	0,264	0,256	0,224	0
6	0,176	0,205	0,264	0,256	0,224	0

Tabulka 3.13: Nekumulativní individuální škodní poměry včetně odhadů

Odhady hodnot v tabulce 3.13 jsou opět převzaty z [3]. Hodnota 0,205 ve druhém sloupci je průměrem všech ostatních hodnot ve sloupci, třetí sloupec je doplněn průměrem posledních dvou hodnot, ostatní jsou doplněny škodním poměrem z hlavní diagonály. Individuální škodní poměry i jejich odhady se po řádcích sečtou, dostaneme tak celkové škodní poměry pro jednotlivé roky vývoje (tabulka 3.14):

$$sp_i = \sum_{j=1}^n sp_{(i,j)}^{ind}, i = 1, \dots, n$$

i	sp_i
1	0,800
2	0,960
3	1,184
4	1,152
5	1,160
6	1,125

Tabulka 3.14: Škodní poměry sp_i

Namísto jednoho celkového škodního poměru daného pro všechny roky původu tedy teď máme n škodních poměrů pro jednotlivé roky původu. Výpočet rezervy bude obdobný jako u metody Cape Cod - jediný rozdíl tkví právě v nahrazení dlouhodobého škodního poměru hodnotami sp_i :

noty. Záleží, jaký způsob zvolí která pojišťovna.

$$rez_{BF} = \sum_{i=1}^n sp_i \cdot poj_i \cdot (1 - inv_{(n-i+1)}) \quad (3.9)$$

Rezerva (v tabulce 3.15) vypočtená na základě našich dat tedy bude rovna:

$$rez_{BF} = \sum_{i=1}^6 sp_i \cdot poj_i \cdot (1 - inv_{(n-i+1)}) = 62,5 \cdot \sum_{i=1}^6 sp_i \cdot (1 - inv_{(n-i+1)}) = 143,34$$

i	sp_i	poj_i	$1 - inv_{n-i+1}$	$sp_i \cdot poj_i \cdot 1 - inv_{n-i+1}$
1	0,800	62,5	0	0
2	0,960	62,5	0	0
3	1,184	62,5	0,20	14,80
4	1,152	62,5	0,40	28,80
5	1,160	62,5	0,60	43,50
6	1,125	62,5	0,80	56,24
			Σ	143,34

Tabulka 3.15: Výpočet rezervy Bornhuetterovou-Fergusonovou metodou

Kapitola 4

Aplikace metod na reálná data

Tato kapitola je věnována aplikaci metod na data dostupná z projektu [9] Fakulty informatiky a statistiky Vysoké školy ekonomické v Praze. K dispozici je soubor dat o více než 300000 záznamech o pojistných událostech a pojistných plněních během let 2001-2014. Kromě tohoto souboru lze na stránkách projektu najít pomocný výukový skript pro statistický program R - tento skript i program jsem také ve své práci využila. Výpočty jsou přiloženy v souboru MS Excel s názvem PavluBP.xlsx.

4.1. Úprava dat

V prvé řadě bylo nutné data protřídit, k čemuž jsem využila zmíněný výukový skript. Pomocí něj jsem vyřadila data chybná a zbytečná (např. údaje se zápornými roky původu apod.). Následně jsem data sumarizovala do vhodné výchozí podoby pro budoucí výpočty, tedy do podoby nekumulativního a kumulativního vývojového trojúhelníku (list *Pomocné výpočty*). Vzhledem k délce období, ke kterému se data vztahovala, mají tato data 15 sloupců i řádků (nejvyšší rok n je tedy roven 15).

4.2. Metoda Chain-Ladder - aplikace

Metodě Chain-Ladder jsou v přiloženém souboru věnovány dva listy - první pro základní verzi (*Chain-Ladder*), druhý pro modifikovaný výpočet vývojových

koeficientů (*Chain-Ladder - modifikace*). Pro metodu Chain-Ladder byla dostupná všechna potřebná data - s využitím vztahu (3.1) jsem tedy mohla počítat vývojové koeficienty $\lambda_{(1)}, \lambda_{(2)}, \dots, \lambda_{(14)}$ a díky nim odhadnout hodnoty pojistných plnění v „pravém dolním rohu“ kumulativního vývojového trojúhelníku. Rozdílem odhadů kumulativních pojistných plnění z posledního sloupce tabulky a dosud vyplacených částek jsem se dostala k prvnímu odhadu rezervy ve výši 681 167 348 Kč. U modifikované metody jsem pracovala obdobně, pouze pro výpočet koeficientů jsem použila vzorec (3.4) (oba výpočty vývojových koeficientů viz list *Pomocné výpočty*). Použitím upravených vývojových koeficientů jsem došla k výsledku 843 733 240 Kč.

Odhady získané pomocí dvou podob stejné metody vyšly dosti odlišně. Důvodem je určitá „nekonzistence“ původního souboru - už z nekumulativního vývojového trojúhelníku je třeba patrné, že hodnoty s koeficientem $j = 1$ jsou často neporovnatelně nižší než ostatní (lze srovnat např. hodnoty $NK_{(1,1)}$ a $NK_{(1,2)}$, $NK_{(3,1)}$ a $NK_{(3,2)}$ apod). Zatímco klasická forma metody Chain-Ladder tyto rozdíly určitým způsobem zahradí prostřednictvím sloupcových součtů, pro modifikovanou metodu platí, že všechny roky původu mají ve výpočtu stejnou váhu a stejnou měrou tak ovlivňují výsledek. Extrémně vysoké hodnoty poměrů z některých roků původu proto zapříčiní, že i celkový modifikovaný koeficient je vyšší než koeficient počítaný původním způsobem.¹⁰

4.3. Metoda Cape Cod - aplikace

S metodou Cape Cod byla situace složitější. Ačkoli se opět využily vývojové trojúhelníky, nebyly k dispozici údaje o pojistném inkasovaném pojišťovnou v jednotlivých letech i . Nabízelo se několik variant, jak si s touto situací poradit.

První možností bylo využít hodnot z výročních zpráv České asociace pojišťoven [13], které poskytují agregované údaje za všechny své členy - v tomto případě by se využily hodnoty za oblast neživotního pojištění¹¹. Při znalosti pojistného a

¹⁰Tato skutečnost je nejvíce patrná u λ_1 a λ_1^{mod} .

¹¹Přes určité náznaky, že by se mohlo jednat o data v rámci pojištění odpovědnosti z provozu vozidla (tzv. povinné ručení), nebylo nikde specifikováno, jakého pojištění se data týkají.

pojistných plnění z ČAP a pojistných plnění z projektových dat bylo již možné mít alespoň přibližný odhad hodnot pojistného (samozřejmě s předpokladem, že odhad je velmi obecný). K výpočtu se vlastně využilo hodnot odhadů škodních poměrů pro jednotlivé roky, tj. podílů pojistného a pojistného plnění. Vycházelo se tedy z rovnice

$$\frac{poj_k^{CAP}}{PP_k^{CAP}} = \frac{poj_k^{data}}{PP_k^{data}}, k = 1, \dots, 15,$$

kde poj_k^{CAP} značí pojistné za k -tý rok a PP_k^{CAP} pojistné plnění za k -tý rok z výročních zpráv ČAP; výrazy poj_k^{data} a PP_k^{data} oproti tomu vyjadřují hodnoty pojistného, resp. pojistného plnění za k -tý rok z projektových dat).

Tento způsob v sobě navíc zahrnoval i úpravu hodnot pojistných plnění (právě z důvodu zkreslenosti a neúplnosti některých údajů). Vycházel ze znalosti nekumulativního vývojového trojúhelníku, resp. vývoje poskytování pojistného plnění v kalendářním roce $k = 15$. Tento rok (tvořící hlavní diagonálu trojúhelníkového schématu) jako jediný poskytuje kompletní informaci o tom, jak se události s jednotlivými roky vývoje podílejí na celkově poskytnutém pojistném plnění. Za předpokladu, že tyto podíly budou v čase přibližně stejné, bylo možné určit tyto procentní podíly a pomocí nich pak přepočítat hodnoty pojistných plnění.

Dalším možným způsobem bylo předpokládat stejně jako v [3], že předepsané pojistné bude v těchto letech konstantní, a odhadnout tedy pro všechny roky původu pouze jednu hodnotu pojistného¹². Nabízelo se vzít v úvahu hodnotu průměrného pojistného spočítanou předchozím způsobem, v průběhu jsem vyzkoušela i výpočet s maximální dosaženou hodnotou pojistného. Také se dal uvažovat konstantní škodní poměr a pomocí něj pojistné dopočítat.

Pro aplikaci metody Cape Cod jsem tedy použila výše zmíněný postup přepočtu pojistného plnění s využitím procentních podílů dle roku $k = 15$ (výpočty viz *Cape Cod - pojistné počítané*). Procentní podíly, vyjadřující podíl pojistného

¹²Vzhledem k tomu, jak výrazně se v datech mění hodnoty pojistného plnění, je tento předpoklad dost nerealistický. Lze však díky němu ilustrovat, jak se výše a proměnlivost pojistného odráží na celkovém odhadu rezervy.

plnění za j -tý rok vývoje na celku, jsem získala ze vztahu

$$\%podil_j = \frac{NT_{(15-j+1,j)}}{\sum_{l=1}^n NT_{(n-l+1,l)}}, j = 1, \dots, 15.$$

Postupné součty procentních podílů za roky vývoje j jsem získala následovně:

$$soucet\%podilu_j = \sum_{k=1}^j \%podil_k, j = 1, \dots, 15$$

a odhady pojistného plnění za jednotlivé kalendářní roky k pak podle vzorce

$$odhadPP_k = \frac{\sum_{i=1}^k NT_{(i,k-i+1)}}{soucet\%podilu_k}, k = 1, \dots, 15.$$

Tento způsob alespoň trochu zmírnil výrazné rozdíly v jednotlivých hodnotách. Z těchto upravených hodnot jsem pomocí zvoleného konstantního škodního poměru 0,8 dopočetala odhady pojistného za jednotlivé roky. Na listu *Cape Cod - pojistné počítané* jsem pracovala přímo s těmito hodnotami, pro výpočet na listu *Cape Cod - pojistné průměr* jsem odhady pojistného zprůměrovala a položila jako konstantní. V obou listech jsem dále postupovala obdobně: s pomocí dříve napočítaných vývojových koeficientů (z nemodifikované Chain-Ladder metody) jsem dopočetala koeficienty inverzní a později také dlouhodobý škodní poměr. Zajímavé je, že ačkoli byl v obou případech zvolen konstantní škodní poměr a dalo by se tedy očekávat, že dlouhodobý škodní poměr bude mít stejnou hodnotu (tj. 0,8), není tomu tak. Důvodem je, že „naše“ celkové pojistné plnění je napočítáno pomocí poměrů vztahujících se k roku $k=15$ - tyto poměry však v jednotlivých letech nejsou stejné, což způsobuje odchýlení od zvolené konstanty.

Nakonec jsem dle vzorce (3.7) spočetala oba odhady - při využití konstantního průměrného pojistného vyšel 532 360 614 Kč, ve druhém případě 626 229 898 Kč. Z výsledků je vidět poměrně velký rozdíl, ačkoli dlouhodobý škodní poměr vyšel u obou způsobů velmi podobně. Je to způsobeno hodnotami pojistného, resp. jejich násobením doplňkem inverzního koeficientu $1 - inv_{n-i+1}$. Z tabulek na listech *Cape Cod - pojistné počítané* a *Cape Cod - pojistné průměr* je vidět, že

odhad celkové rezervy nejvíce ovlivňují hodnoty pojistného s vysokým i , protože příslušný doplněk se s rostoucím i také zvyšuje. Proto hodnoty pojistného ve spodní polovině tabulky, které jsou vyšší než průměr, způsobí tento rozdíl.

Další skutečností je, že v případě výpočtu s použitím konstantního pojistného ve všech letech na této hodnotě v podstatě nezáleží (resp. minimálně v případě, že nemáme explicitně zadaný dlouhodobý škodní poměr a počítáme ho výše popsaným způsobem). Pokud je ve výpočtu použito konstantní pojistné, lze jeho hodnotu vytknout během výpočtu dlouhodobého škodního poměru (ve jmenovateli) - ta se pak zkrátí s pojistným ve vztahu (3.7).

Oba výsledky vyšly nižší než u metody Chain-Ladder. Metoda Cape Cod oproti Chain-Ladder využívá větší množství informací (pojistné za jednotlivé roky, dlouhodobý škodní poměr). Mělo by platit, že s vyšší využitou mírou informace se bude odhad zpřesňovat – využije-li pojišťovna i informace o pojistném atd., může lépe vysledovat historický průběh a tedy odhadnout nutnost budoucích plnění.

4.4. Bornhuetterova-Fergusonova metoda

U použití Bornhuetterovy-Fergusonovy metody se opět vycházelo z nekumulativního vývojového trojúhelníku. Individuální škodní poměry jsem pak určovala jak za pomoci průměrného pojistného (list BF - *pojistné průměr*), tak s napočítanými hodnotami pojistného z předchozí metody (listy BF š. p. *průměry* a $B-F$ š. p. *odhady trendu*). Na listu BF š. p. *průměry* jsem individuální škodní poměry odhadovala jednoduše pomocí průměru předchozích hodnot ve sloupci¹³. Na listu BF š. p. *odhady trendu* jsem se pokusila o sofistikovanější postup. Hodnoty ve sloupcích 2-4 jsem vykreslila do grafu a konec této časové řady proložila trendovou funkcí (v tomto případě exponenciální) - předpis této funkce pak posloužil pro výpočet příslušných škodních poměrů¹⁴. U sloupců 5-7 nešlo dost dobře najít

¹³Vynechávala jsem pouze první pole ve sloupci - tyto hodnoty byly v kontextu ostatních často zavádějící (nepoměrně vysoké či nízké a vymykající se trendu). Ponechala jsem je pouze u posledních dvou sloupců, tedy $j=14$ a $j=15$.

¹⁴Aby prokládání trendovou funkcí dávalo smysl, bylo nutné, aby ve sloupci byl dostatečný počet hodnot. Rostoucí index j by navíc znamenal, že je na základě menšího množství pozů-

takový trend, který by nevedl v budoucnu k extrémně vysokým či nízkým hodnotám, proto jsem je znovu doplnila průměrnými hodnotami (opět s vynecháním prvního řádku). Do zbylých sloupců jsem pak dosadila průměry z celého sloupce (usoudila jsem, že odchýlení první buňky zde již není tak výrazné).

Následující postup byl ve třech všech verzích stejný: napočítala jsem řádkové součty individuálních škodních poměrů a s jejich pomocí určila odhady výše rezervy. V případě průměrného pojistného to bylo 579 388 673 Kč, při odhadování trendu 590 913 350 Kč a ve zbylém případě 684 226 963 Kč.

Pokud srovnáme oba postupy, kde se neodhadoval trend, je opět nižší odhad, který využívá konstantního, tedy v tomto případě průměrného pojistného. Vzhledem k tomu, jak se počítají individuální škodní poměry (3.8), je jasné, že s nižší hodnotou pojistného bude nižší i řádkový součet individuálních škodních poměrů. Stejně jako u metody Cape Cod tedy platí, že pokud má postup používající konstantní pojistné ve spodních řádcích tabulky (resp. v těch s vysokým doplňkem příslušného inverzního koeficientu) nižší hodnotu pojistného a tedy i nižší součet individuálních škodních poměrů, bude i celkový odhad rezervy menší než pokud použijeme napočítané hodnoty pojistného.

Lze také vysledovat určitou podobnost ve výsledcích dle Bornhuetterovy-Fergusonovy metody a metody Cape Cod, jestliže obě využívaly stejným způsobem odhadnuté pojistné (ať už konstantní, nebo různé) - způsob s odhadem trendu se vymyká, tato situace bude vysvětlena níže. Při použití konstantního pojistného lze dopočítat, že průměr součtů individuálních škodních poměrů (tedy hodnot, které v B-F metodě „nahrazují“ dlouhodobý škodní poměr z Cape Cod), je přibližně roven tomuto dlouhodobému škodnímu poměru. Rozdíl ve výsledcích je dán tím, že u metody B-F se nadprůměrné hodnoty individuálního škodního poměru často násobí vysokými doplňky inverzního koeficientu (platí to hlavně u vyšších indexů i). Průměr součtů individuálních škodních poměrů je vyšší než dlouhodobý škodní poměr i při srovnání obou metod při použití počítaného pojistného. Některé extrémně vysoké hodnoty (zejména řádky $i=1,2,3$) však vzhle-

rování potřeba odhadnout více hodnot - tyto odhady by ovšem byly velmi nepřesné. Proto byl tento postup použit jen na několik sloupců.

dem k nízkému doplňku inverzního koeficientu výsledek příliš neovlivní. Vyšší odhad rezervy dle Bornhuetterovy-Fergusonovy tak má opět na svědomí především spodní část tabulky.

Fakt, že odhad s využitím trendů vyšel nižší než při použití samotných průměrů individuálních škodních poměrů, není překvapivý - vyplývá z tvaru exponenciální křivky, kterou byla data proložena. Jednotlivé hodnoty se tak s narůstajícím i neustále snižovaly (na rozdíl od průměrných, a tedy konstantních hodnot), což ovlivnilo nízké hodnoty řádkových součtů a potažmo i celkové rezervy.

4.5. Shrnutí

Jak lze z tabulky výsledků vidět, odhady jsou skutečně různorodé a liší se vzájemně až o desítky procent. Jedním z důvodů jsou nepochybně výchozí data (některé problémy byly zmíněny již dříve). Dále každá metoda vyžaduje a využívá jiné informace co do druhu i do množství. Nezanedbatelným faktorem je také skutečnost, že každá pojišťovna má své praktiky a způsoby vyhlazování a očišťování dat, díky kterým se dostane k "rozumnějším" výsledkům. Mou snahou v této kapitole proto nebylo ani tak přijít s co nejpřesnějším odhadem, ale ukázat různé modifikace jednotlivých metod a dopady těchto úprav na výslednou rezervu.

metoda	odhad rezervy
Chain-Ladder	681 167 348 Kč
Chain-Ladder - modifikace	843 733 240 Kč
CC - počítané pojistné	626 229 897 Kč
CC - průměrné pojistné	532 360 613 Kč
BF - průměrné pojistné	579 388 673 Kč
BF - počítané pojistné	684 226 963 Kč
BF - počítané pojistné s odhadem trendu	590 913 350 Kč

Tabulka 4.1: Výsledné odhady rezervy dle jednotlivých metod

Závěr

Ve své práci jsem stručně představila pojišťovnictví a základní pojmy z této oblasti. Podrobněji jsem rozvedla neživotní pojištění (včetně nejpobulárnějších typů pojištění) a také likvidaci pojistné události. Popsala jsem také technické rezervy, a to podle dvou posledních legislativních úprav, kdy největší prostor jsem věnovala rezervě na pojistná plnění v neživotním pojištění. Třetí kapitola představuje trojúhelníková schémata a následně tři vybrané metody výpočtu rezervy na pojistná plnění v neživotním pojištění. Znalosti z této kapitoly jsem následně využila v kapitole 4 a v příložených tabulkách, kde jsem z dat vypočítala výši rezervy dle jednotlivých metod a výsledky porovnávala.

Je potřeba zmínit, že metodika Solvency II vešla v platnost až v době prvních konzultací a zadání práce. To způsobilo jak změnu ve vykazování jednotlivých částí technických rezerv, tak zejména v počátku nedostatek aktuálních zdrojů (problematika je z právního hlediska poměrně náročná, proto bylo nutné čekat na odborné výklady). Problém vyvstal i při aplikaci metod Cape Cod a Bornhuetter-Ferguson, kdy z dostupných dat nebylo možné vyčíst podstatné údaje pro výpočet (pojistné za jednotlivé roky, způsob odhadu individuálních škodních poměrů). Po konzultacích s vedoucím práce se ovšem podařilo i tyto komplikace překonat.

Celý text může sloužit jako doplňkový studijní materiál pro studenty pojišťovnictví a pojistné matematiky, ale také pro ostatní zájemce o tuto problematiku.

Literatura

- [1] Cipra, T.: *Finanční a pojistné vzorce*. Praha: Grada Publishing, 2006.
- [2] Cipra, T.: *Pojistná matematika: teorie a praxe (1. vydání)*. Praha: Ekopress, 1999.
- [3] Cipra, T.: *Pojistná matematika: teorie a praxe (2. vydání)*. Praha: Ekopress, 2006.
- [4] Cipra, T.: *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II*. Praha: Ekopress, 2015.
- [5] Daňhel, J. a kol.: *Pojistná teorie (1. vydání)*. Praha: Professional Publishing, 2005.
- [6] Jiříčková, V.: *Výpočet pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění*. Diplomová práce . Masarykova univerzita - Ekonomicko-správní fakulta, 2013.
- [7] Kozlová, A.: *Trojúhelníková schémata v neživotním pojištění*. Diplomová práce . Vysoká škola ekonomická v Praze - Fakulta informatiky a statistiky, 2012.
- [8] Parodi, P.: *Triangle-free reserving: a non-traditional framework for estimating reserves and reserve uncertainty*. [cit. 7. 2. 2018] Dostupné online: <https://www.actuaries.org.uk/documents/triangle-free-reserving-non-traditional-framework-estimating-reserves-and-reserve-uncertainty>
- [9] Pešta, M. a kol.: *Exercises for non-life insurance*. [cit. 19. 3. 2018] Dostupné online: <http://actedu.vse.cz/>
- [10] Wüthrich, M.; Merz, M.: *Stochastic Claims Reserving Methods in Non-Life Insurance* [online]. [cit. 19.3.2018]. Dostupné online: https://www.actuaries.ch/fr/downloads/aid!b4ae4834-66cd-464b-bd27-1497194efc96/id!98/Vorlesung_SLR.pdf
- [11] Databáze časových řad České národní banky. [cit. 8.4.2018].Dostupné online: http://www.cnb.cz/cnb/stat.arady_pkg.strom-drill?p_strid=BC&p_lang=CS.

- [12] Encyklopedický slovník České asociace pojišťoven. Dostupné online: <http://www.cap.cz/odborna-verejnost/on-line-slovníky-a-encyklopedie/encyklopedie-pojmu>.
- [13] Výroční zprávy České asociace pojišťoven z let 2000-2015. [cit. 19.3.2018]. Dostupné online: <http://cap.cz/o-nas/vyrocní-zpravy>.
- [14] Zákon č.89/2012 Sb., občanský zákoník, v platném znění
- [15] Zákon č.38/2004 Sb. o pojistných zprostředkovatelích, v platném znění
- [16] Zákon č.277/2009 Sb. o pojišťovnictví, v platném znění
- [17] Zákon č.262/2006 Sb., zákoník práce, v platném znění