UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Nurse scheduling problém

Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky
Vedúci diplomovej práce: **RNDr. Pavel Ženčák Ph.D.**
Vypracovala: **Bc. Ivica Nemcová**
Študijný program: B1103 Aplikovaná matematika
Študijný odbor: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky
Forma štúdia: prezenčná
Rok odovzdania: 2018

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKÁCIA

Autor: Bc. Ivica Nemcová

Názov práce: Nurse scheduling problém

Typ práce: Diplomová práca

Pracovisko: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

Vedúci práce: RNDr. Pavel Ženčák Ph.D.

Rok obhajoby práce: 2018

Abstrakt: Cieľom tejto práce je naštudovať problém rozpisu služieb pre zdravotné sestry a popísať jeho rôzne varianty. Pre zoznámenie sa s problémom najkôr tento problém popíšeme a objasníme rôzne typy metód jeho riešenia. Pre praktické znázornenie vytvoríme päť rôznych modelov, ukazujúcich na značnú variabilitu tohto problému. Tento problém predstavuje optimalizačnú úlohu a jeho riešenie budeme hľadať implementáciou funkcií zostavujúcich úlohu zmiešaného celočíselného lineárneho programovania, ktorú je možné riešiť funkciami obsiahnutými v Matlabe a v Octave.

Kľúčové slova: NSP, zmiešané celočíselné programovanie, optimalizačná úloha, viackriteriálna optimalizácia, rozhodovacie premenné, záväzné požiadavky, nezáväzné požiadavky

Počet strán: 86

Počet príloh: 1

Jazyk: Slovenský

BIBLIOGRAPHICAL IDENTIFICATION

Author: Bc. Ivica Nemcová

Title: Nurse scheduling problem

Type of thesis: Master's

Department: Department of Mathematical Analysis and Application of Mathematics

Supervisor: RNDr. Pavel Ženčák Ph.D.

The year of presentation: 2018

Abstract: The aim of this work is to study the Nurse scheduling problem and to describe its various variants. Firstly, we will describe this problem and explain the different kinds of methods to find solution. For a practical illustration, we create five examples to illustrate different modeling options. This problem is an optimization task and we will look its solution for by implementing of functions that build up the integer linear programming problem. This problem can be solved by functions addressed in Matlabe and Octave.

Key words: NSP, mixed integer programming, optimization task, multi-critical optimization, decision variables, hard requirements, soft requirements

Number of pages: 86

Number of appendices: 1

Language: Slovak

Prehlásenie

Prehlásujem, že som diplomovú prácu spracovala samostatne pod vedením pána RNDr. Pavla Ženčáka Ph.D. a všetky použité zdroje som uviedla v zozname literatúty.

V Olomouci dňa ....

podpis

Obsah

Zoznam obrázkov

Zoznam tabuliek

Poďakovanie

Predovšetkým sa chcem poďakovať vedúcemu diplomovej práce RNDr. Pavlovi Ženčákovi Ph.D. za množstvo času, ktoré mi venoval pri zodpovedaní odborných i praktických otázok spojených s diplomovou prácou, za jeho odborné vedenie, pripomienky, návrhy a trpezlivosť. A v neposlednom rade patrí vďaka mojej rodine a priateľom za ich neustálu morálnu podporu.

Úvod

Problémy rozpisu služieb pre zdravotné sestry sa stále intenzívne skúmajú. Hoci prvé výsledky boli zverejnené pred viac ako 30 rokmi, je stále ešte priestor pre zlepšenie. Zatial nie je známa univerzálna metóda. Každá nemocnica potrebuje opakovane vytvárať rozpisy služieb pre jej ošetrujúci personál, tak aby uspokojila dopyt po službách na každej zmene. Riadne plánovanie služieb ma obrovský vplyv na kvalitu zdravotnej starostlivosti, nábor ošetrujúceho personálu, vývoj rozpočtu a rôzne iné. Je to komplexné cvičenie s viacerými protichodnými cieľmi ako napríklad minimalizovať celkové náklady, maximalizovať preferencie a požiadavky sestier, rozdeliť záťaž medzi sestry, rešpektovať obmedzenia práce podľa zmlú, odborov.

Táto diplomová práca je členená do štyrok Kapitol. Prvá kapitola sa venuje popisu tohto problému, v druhej kapitole je vytvorených 5 príkladov, tretia kapitola implementuje túto teóriu na konkrétnom príklade v Matlabe a nakoniec vo štvrtej ukážeme simulácie riešení. V Kapitole 1 popíšem problematiku, a zároveň aj varianty vytvárania modelu takéhoto problému. Pretože ide o veľký a komplexný problém, musíme dobre poznať danú nemocnicu, aby sme našli najvhodnejšie varianty vytvorenia modelu. Popísané budú rôzne stratégie vytvárania rozpisov ich výhody a nevýhody. Ďalej popíšem rôzne druhy rozpisov akými vieme priradiť sestry na zmeny. Zmienim rôzne cieľové funkcie vyskytujúce sa v optimalizačných úlohách. Nakoniec popíšem s akými záväznými a nezáväznými požiadavkami táto optimalizačná úloha pracuje. Všetky tieto poznatky budú aplikované v piatich rôznych modeloch v Kapitole 2. Tieto modely budem vytvárať tak, aby som poukázala na rôzne varianty modelovania problému.

V Kapitole 3 implementujem optimalizačnú úlohu NSP v Matlabe a Octave. Cieľom bude nájdenie optimálneho riešenia tejto optimalizačnej úlohy a to pomocou nakódovaného programu. Budeme to realizovať na Model priradenia sestra-/deň bez kvalifikácie sestier 2.1.1, ktorý bude popísaný v Kapitole 2. Táto kapitola bude členená do štyroch sekcií. Najskôr uvediem funkcie pre riešenie tejto úlohy zmiešaného lineárneho programovania a to funkcie `glpk`, `intlinprog` a selectMIPsolver. Potom uvediem zoznam použitých funkcií pre zostavenie a riešenie, zobrazenie úlohy a skripty pre základné vstupné parametre potrebné na zostavenie úlohy. V temto zozname funkcií a skriptov podrovne rozoberiem vstupné, výstupné argumenty funkcií a ich spôsob zavolania pre zostavenie obmedzení, zostavenie optimalizačnej úlohy, hľadanie riešenia. V závere tejto kapitoly bude krok po kroku popísaný postup tvorby takéjto úlohy. Interpretáciou týchto výstupov ukážeme nájdenie optimálneho riešenia a splnenie záväzných aj nezáväzných požiadavok náhodne vytvoreného rozpisu služieb, nami zadanými parametrami.

Na záver v Kapitole 4 budeme na rôzne zadaných vstupných parametroch zisťovať či sa našlo alebo nenašlo optimálne riešenie a aký je čas výpočtu. Ukážeme ako zmena penalizačných váh, na základe ktorých skvalitňujeme rozpis, ovplyvní dodržanie nezáväzných požiadavkov. Taktiež poukážeme na prítomnosť nie len optimálneho ale aj prípustného riešenia úlohy. A v závere poukážeme na problematickosť úlohy NSP.

Kapitola 1

Nurse scheduling problem

1.1 Úvod do problému

Každá nemocnica potrebuje opakovane vytvárať rozpisy služieb pre jej ošetrujúci personál, tak aby uspokojila dopyt po službách na každej zmene. Riadne plánovanie služieb ma obrovský vplív na kvalitu zdravotnej starostlivosti, nábor ošetrujúceho porsonálu, vývoj rozpočtu a rôzne iné funkcie ošetrujúceho personálu. V mnohých nemocniciach osoby zapojené do vytvárania takéhoto plánu potrebujú nástroje na podporu rozhodovania sa o správnom umiestnení zamestnanca v pravý čas a za správnu cenu pri súčastnom dosiahnutí vysokej pracovnej spokojnosti zamestnancov. Rozpisy služieb môžu byť vytvárané aj ručne, a to napríklad vrchnou sestrou, pre každú nemocničnú jednotku.

Plánovanie rozpisu bolo vždy náročné. Prvá časť tohto procesu spočíva v stanovení počtu zamestnancov, s konkrétnymi skúsenosťami a zručnosťami, potrebného na uspokojenie daného dopytu služieb. Druhá fáza spočíva v pridelení jednotlivých zamestnancov na zmeny tak, aby spĺňali požadovanú úroveň kvalifikácie v rôznych časoch a následne v tretej fáze, sú na každej zmene jednotlivcom pridelené povinnosti. Hlavný problém spočíva v tom, že nemocnica musí byť personálne zabezpečená 24 hodín denne 7 dní v týždni. Okrem toho v mnohých nemocniciach si niektoré sestry môžu vopred nastaviť zmeny, zatiaľ čo tie ostatné, dopĺňajú voľné medzery zmien. Vrchné sestry trávia značné množstvo času vytváraním rozpisu služieb, najmä ak existuje veľa požiadavok zo strany zamestnancov. Ešte viac času trávia pri zmenách potrebných k uspokojeniu požiadavok personálu. Vzhľadom k tomu, že ručné plánovanie je zdĺhavé a náročné a pre rôzne ďalšie iné dôvody, Nurse Scheduling Problem (NSP) priťahuje veľkú pozornosť výskumu.

NSP je tvorený periodickým pracovným plánom, pričom perióda môže byť týždenná, dvojtýždňová a mesačná. Podlieha rôznym záväzným a nezáväzným požiadavkám. Tieto požiadavky môžu byť napríklad právne predpisy, personálna politika, preferencie zdravotných sestier a mnoho ďalších požiadavok špecifikovaných na konkrétnu nemocnicu. Pričom záväzné sú tie, ktoré nesmú byť porušené, ako napríklad: zamestnanec môže byť v jednom čase iba na jednej zmene,zákonom stanovený maximálny počet hodín a podobne. Nezáväzné požiadavky sú tie, ktoré sú žiadúce za účelom vytvorenia kvalitného rozpisu, ich porušenie nezneplatní rozpis, príkladom je napríklad splnenie požiadavky sestier na voľné dni, rovnomerné rozloženie záťaže a podobne. Tak ako sa môžu v každej nemocnici meniť rôzne požiadavky, môžu sa meniť aj ciele v plánovaní služieb. To viedlo k vytvoreniu celej rady rôznych modelov, ktoré sa riešia rôznymi prístupmi (viď[1]). Plán je generovaný tak, aby spĺňal požiadavky na personálne pokrytie dopytu nemocnice pri súčastnej minimalizácií nákladov, maximalizácií preferencií a požiadavok sestier a aby bola pracovná záťaž rozdelená spravodlivo. Ide teda o komplexné cvičenie s viacerími protichodnými cieľmi. Uvedieme si často využívané pojmy tohto problému (viď[2]):

- *Regulácie práce:* sú to pravidlá, ktoré pomáhajú definovať prijateľné plány pre jednotlivé zdravotné sestry, pokiaľ ide o pracovnú záťaž, sviatky, voľné víkendy, dni voľna a rôzne striedanie služieb, zahŕňajú aj pracovný poriadok.

- *Priradenie:* je špecifikácia služby, kedy daná sestra musí pracovať v daný deň.

- *Plánovacie obdobie:* je časový interval, počas ktorého zamestnanci musia mať naplánované zmeny. Typická dĺžka plánovacieho obdobia sú 4 týždne.

- *Kategória zručností:* určuje triedu zamestnancov, ktorí majú určitú úroveň kvalifikácie, zručnosti alebo zodpovednosti.

- *Typ zmeny:* je povinnosťou nemocníc, dobre definovať čas začiatku a konca zmeny. V mnohých prípadoch sa NSP zaoberá tromi tradičnými zmenami a to rannou, ktorá trvá od $07:00$ do $15:00$, poobednou od $15:00$ do $22:00$ a nočnou od $22:00$ do $07:00$. V iných rozpisoch sa zmeny môžu deliť napríklad na denné a nočné.

- *Pokrytie dopytu:* je nutné stanoviť vopred. Zvyčajne je potrebná aspoň jedna zodpovedná zdravotná sestra. Kvóty sa menia v závislosti od pracovnej záťaže.

- *Preferencie:* aj napriek tomu, že zhromažďovanie preferencií sa zdá byť jednoduché, môže to byť náročná úloha, ktorá rieší, či zdravotné sestry chcú alebo nechcú pracovať konkrétny deň. Kompetentný zamestnanec zvyčajne umožní sestrám niekoľko dní na rozmyslenie si svojích preferencií.

1.2 Modelovanie NSP

Ako bolo uvedené vyššie, NSP je kompexné cvičenie. Pre modelovanie takéhoto problému, musíme dobre poznať fungovanie danej nemocnice aby sme následne vedeli čo najlepšie zvážiť, ako ho najvhodnejšie namodelovať. Touto podkapitolou popíšem plánovacie stratégie, ktorými rozpis vytvárame, rôzne typy rozpisov pre priradenie zmien sestrám, cieľové funkcie a následne obmedzia, ktoré musí tento problém spĺňať.

1.2.1 Stratégie plánovania

V nasledujúcom odstavci vychádzame z článkov [5] a [2]. V závislosti od kontextu, v ktorom má byť použitý plán, a na tom, ako sa vykonáva proces plánovania, to čo sa považuje za dobrý rozvrh a nie sa môže líšiť. Popíšem dve hlavné stratégie plánovania, spolu s ich výhodami aj nedostatkami. Cyklické plánovanie, nazývanie aj fixné a necyklické neplánovanie, nazývane flexibilné. Tretia stratégia, ktorá bude tiež popísaná, je vlastné plánovanie, niekedy nazývané aj jedinečné plánovanie. Je to druh necyklického plánovania, ktoré sa rýchlo rozrástlo v popularite počas posledných dvoch desaťročí.

1.2.1.1 Cyklické plánovanie

Použitie cyklického plánu znamená opakovanie rovnakého rozvrhu znova a znova, kým sa oddelenie nerozhodne zmeniť plán. Každý plán je na dobu $4 - 10$ týždňoch a je používaný na obdobie $6 - 12$ mesiacov. Tento typ plánovania je bežný, ak personálne požiadavky na deň a zmenu dodržiavajú určený cyklický vzor. Preto je najlepšie používať cyklické plánovanie v stabilnom prostredí. Cyklické plánovanie má vysokú stabilitu a nižšie náklady na plánovanie. Zamestnanci poznajú svoj plán dlhú dobu vopred, práca je rovnomerne rozložená. Vzhľadom k opakovaniu sa rovnakých zmien je dôležité, aby bol takmer dokonale spravodlivý vzhľadom na počet odpracovaných hodín. Keďže sú sestry povinné používať rovnaký plán znovu a znovu, zvyčajne majú nízky vplyv na plánovanie. To môže spôsobiť ťažkosti vypadnutí sestry napríklad kvôli chorobe alebo pri najímaní nových sestier, ktoré majú nahradiť tie ktoré odišli. Musia byť ochotné prijať harmonogram odchádzajúcej sestry. Je nepružný na zmeny ako napríklad zmena z plného úväzku na polovičný, alebo presun sestier medzi oddeleniami kvoli rôzným počtom pacientom a náročnosti o ich opateru.

1.2.1.2 Necyklické plánovanie

Necyklické plánovanie znamená, že nový plán, vytvorený zvyčajne na dobu $4 - 10$ týždňov sa vytvára na každé takéto obdobie odznova. Výhodou tvorby nových plánov pre každé obdobie je, že takto vytvorený plán ponúka väčšiu flexibilitu, vďaka ktorej možno zohľadniť druhy zmien na oddelení a konkrétne požiadavky sestier. Požaduje sa aby prvé týždne plánu boli ovplyvnené poslednými týždňami plánu z predchádzajúceho obdobia. Je to rozumnejšie a spravodlivejšie. Informácie napríklad o distribúcii nepopulárnych zmien, a počte odpracovaných hodín je možné preniesť do ďalšieho obdobia.

1.2.1.3 Vlastné plánovanie

Vlastné plánovanie je všeobecný termín používaný pre druh plánovacích procesov, kde za vytvorenie rozpisu je zodpovedný ošetrujúci personál. Stručne popísané, zahŕňa nasledujúce kroky:

- Bez prihliadania na dopyt po personále a preferenciach ostatných sestier, každá sestra jednotlivo navrhuje plán pre seba.
- Plán je vytvorený pomocou neformálnych rokovaní medzi sestrami, kde sa snažia o vylepšenie a uskutočnenie.
- Vrchná sestra robí záverečné úpravy a schvaľuje plán.

Hung (1992) identifikoval niekoľko motivačných výhod. Jednou veľkou výhodou je, že plánovanie je individuálne čiže zamestnanci vedia, že ich osobné preferencie sa berú do úvahy a preto sú ochotnejší spolupracovať, zlepšuje sa tímová práca. Zamestnanci sú spokojnejší a angažovanejší. Bohužiaľ je toto plánovanie spojené so značným počtom problémov. Napríklad vykonávanie úprav prostredníctvom neformálnych rokovaní sa často zmení v dlhý a náročný proces, čo robí tento druh plánovania veľmi časovo náročným. Funguje dobre na malých oddeleniach s relatívne jednoduchými problémami.

1.2.2 Rozpisy

V nasledujúcej podsekcií vychádzame z článkov [1] a [3]. NSP môže byť vo všeobecnosti popísaný ako rozpis sestra/deň, rozpis sestra/vzor služby a rozpis kde sestre priradíme úlohu, čiže rozpis sestra/úloha. Záleží len na politike nemocníc či preferujú rozdelenie služieb na rannú, poobednú a nočnú alebo preferujú jednoduchšie definovanie služieb a to na denné a nočné, od toho sa bude ďalej vyvíjať konkrétny model.

1.2.2.1 Rozpis - sestra/deň

Tento rozpis, kde časovou jednotkou sú dni, je priamé znázornenie dvojrozmerných rozpisov služieb. Jeden rozmer zodpovedá rôznym zdravotným sestrám, zatiaľ čo druhý zodpovedá dňom. Každá hodnota je potom variabilná v závislosti na čase a konkrétnej zdravotnej sestre. Premenná môže mať rôzne hodnoty, podľa toho, či je daná zdravotná sestra obsiahnutá v danom období. Rozhodujúce premenné x_{ij} sú definované pre každú zdravotnú sestru na každý deň, kde $1 \leq i \leq N$ je index sestry, parameter N predstavuje počet sestier a $1 \leq j \leq M$ je index dňa v rámci plánovacieho obdobia, pričom parameter M predstavuje počet dní. K dispozícií je teda celkovo $N \cdot M$ neznámych x_{ij} , ktorým musí byť priradená hodnota.

Sestra / Čas. interval	1	2	...	M
1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$		$x_{1,M}$
2	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$		$x_{2,M}$
...				
N	$x_{N,1}$	$x_{N,2}$		$x_{N,M}$

Tabuľka 1.1: Premenné v dvoch rozmeroch.

Deň kedy sestra nepracuje (V) bude nadobúdať hodnotu 0 , existujú ešte ranné zmeny (R), poobedné zmeny (P) a nočné zmeny (N), takže rozhodovacia premenná bude nadobúdať štyri možné hodnoty:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{setra } i \text{ nepracuje daný ďeň } (V) \\ 1 & \text{sestra } i \text{ má rannú službu } (R) \text{ v ďeň } j \\ 2 & \text{sestra } i \text{ má poobednú službu } (P) \text{ v ďeň } j \\ 3 & \text{sestra } i \text{ má nočnú službu } (N) \text{ v ďeň } j \end{cases}$$

Príklad rozpisu služieb na jeden týždeň pre tri sestry je znázornený v nasledujúcej tabuľke.

Sestra ID	Po	Ut	Str	Štv	Pia	So	Ne
1	1	1	3	0	0	2	2
2	2	2	0	3	0	1	1
3	3	3	0	0	1	1	3

Tabuľka 1.2: Týždenný rozpis.

Na vyjadrenie takéhoto rozpisu, kde je sestrám priradený deň pomocou rozhodovacej premennej x_{ij} sa využívali celé čísla, ktoré v našom prípade nadobúdali 4 hodnoty, a to $0, 1, 2, 3$. Iné modely, ktoré umožňujú viaceré typy zmien, môžu nadobúdať napríklad aj 10 a viac hodnôt.

Inou možnosťou je použie $0-1$ modelov, kde rozhodovacie premenné sú prispôsobené použitím premennej x_{ijk}, ktorá je binárna. Rozsah tejto rozhodovacej premennej sa teda zníži. Indexy i a j ostanú rovnaké a naviac definujeme index $1 \leq k \leq Z$. Pričom k je index možných druhov zmien počas jedného dňa, napríklad ($k = 1, 2, 3$: 1- ranná, 2- poobedná a 3- nočná).

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{sestra}\, i \,\text{má v ďeň}\, j \,\text{službu}\, k \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \tag{1.1}$$

Obe premenné x_{ij} aj x_{ijk} prezentujú rozpis sestra/deň a môžú byť použité ako rozhodovacie premenné na modelovanie NRP .

Rozpis z Tabuľky 1.2 vyjadrený v binárnych premenných x_{ijk} nájdete v nasledujúcich tabuľkách.

Deň/smena	Po	Ut	Str	Štv	Pia	So	Ne
1	1	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	0	0	0

Tabuľka 1.3: Rozpis služieb pre zdravotnú sestru 1

Deň/smena	Po	Ut	Str	Štv	Pia	So	Ne
1	0	0	0	0	0	1	1
2	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0

Tabuľka 1.4: Rozpis služieb pre zdravotnú sestru 2

Deň/smena	Po	Ut	Str	Štv	Pia	So	Ne
1	0	0	0	0	1	1	0
2	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	0	0	0	0	1

Tabuľka 1.5: Rozpis služieb pre zdravotnú sestru 3

1.2.2.2 Rozpis - sestra/vzor služieb

Vzhľadom k nemocničnej politike, majú niektoré nemocnice pracovný deň rozdelený do troch zmien. Ranná a poobedná sú tie denné, trvajú 8 hodín a jedná nočná zmena, ktorá zvyčajne trvá 10 hodín. Zdravotná sestra v priebehu jedného týždňa obvykle funguje na denných aj nočných zmenách. Ak by sestra pracovala len na nočných zmenách, tak v porovnaní s týmito dĺžkami zmien a potrebným počtom odpracovaných hodín v rámci týždňa, by odpracovala menší počet zmien. To môžu sestry považovať za výhodu. Tým ktoré uprednostňujú denné zmeny, sa to samozrejme tiež odzrkadlí vo väčšom počte zmien v rámci týždňa.

Tento problém je možné zapísať ako celočíselné programovanie (IP). Rozhodovacou premennou je x_{ip}, kde $1 \leq i \leq N$ je index sestry, $1 \leq p \leq O$ je index vzoru zmien, N je počet sestier a O je počet vzorov služieb.

$$x_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{sestra } i \text{ pracuje vzor zmien } p \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \tag{1.2}$$

Možno to modelovať nasledujúcim spôsobom. Každý možný vzor zmien, ktorý môže pracovať daná zdravotná sestra, môže byť reprezentovaný ako $0-1$ vektor so štrnástimi položkami, kde prvých sedem predstavujú prvky dní a ďalších sedem zodpovedajú nociam počas jedného týždňa. 1 vo vektore označuje pracovný deň alebo noc a 0 deň alebo noc, kedy sestra nepracuje. V závislosti od toho, koľko hodín týždenne má zdravotná sestra odpracovať ma pridelený nejaký počet zmien. Tabuľka 1.6 ukazuje príklad rôznych vzorov zmien.

	Denné smeny							Nočné smeny						
p	P	U	S	Š	P	S	N	P	U	S	Š	P	S	N
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0
7	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
9	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1

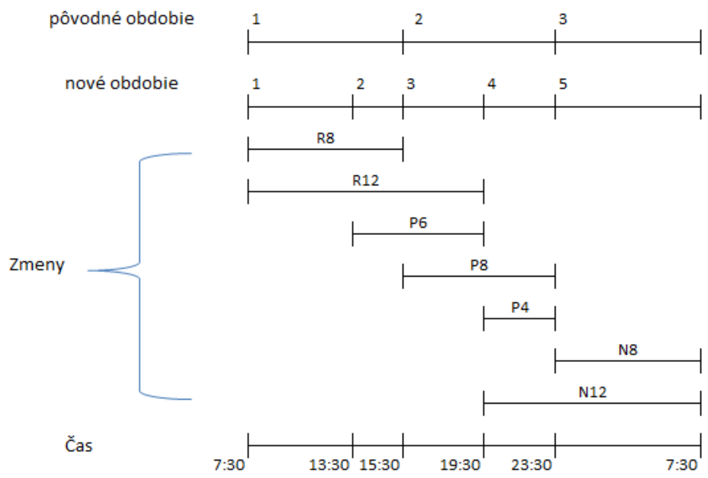
Tabuľka 1.6: Vzory zmien

1.2.2.3 Rozpis sestra/typ zmeny

Táto varianta je veľmi blízka rozpisu sestra/deň. Jediný rozdiel medzi zobrazením sestra/deň a sestra/typ zmeny je, že služba definovaná v sestra/typ zmeny, nezodpovedá danému dňu. Ako vidíme nižšie na obrázku 1.1 tieto typy zmien môžu byť vytvorené napríklad aj tak ako zmena $N12$, že trvá v priebehu dvoch dní. Ďalší typ takéjto zmeny môže byť napríklad víkendová pohotovosť alebo pohotovosť počas sviatkov, kedy ale sestra reálne nemusí byť prítomná na oddelení. Rozhodovacia premenná môže byť definovaná pre každú sestru a každú službu ako x_{is}, kde $1 \leq i \leq n$ je index sestry a $1 \leq s \leq z$ je index rôznych služieb (typov zmien) v priebehu plánovacieho obdobia.

$$x_{is} = \begin{cases} 1 & \text{sestre } i \text{ je priradený typ zmeny } s \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \tag{1.3}$$

Tieto typy zmien sú vytvárané na jedno alebo viac období dopytu. Predpokladom je, že pôvodné obdobie dopytu s pôvodnými zmenami je vhodne rozložené na nové obdobie s novými typmi zmien. Čiže sestrám sú v rámci tohto nového obdobia pridelené typy zmien ako napríklad na nasledujúcom obrázku:



Obr. 1.1: Obdobia dopytu

Takéto rozdelenie zmien využívajú napríklad v Royal Victoria nemocnici v Montreale. Sestrám najskôr priradia 8 hodinové zmeny, podľa pôvodného rozpisu. Na tieto zmeny preferujú priradiť sestry pracujúce na plný úväzok, čiže 40 hodín týždenne. Následne priraďujú sestrám na čiastočný úväzok 4 a 6 hodinové zmeny. Tieto rôzne zmeny sú priraďovaný vždy tak, aby bol naplnený dopyt po sestrách na každú zmenu. Nakoniec priradia 12 hodinové zmeny, respektíve nadčasy. Všetky zmeny su priradené vždy s ohľadom na splnenie všetkých požiadavok práce, vysvetlených nižšie v 1.2.4

1.2.3 Cieľové funkcie

Pri optimalizačných úlohach ako je aj NSP vytvárame modely, ktoré využívajú cieľové funkcie. Pre túto cieľovú funkciu sa ma stanoviť extrém, čiže minimum alebo maximum. Medzi úlohy ktoré je často nutné splniť, a ktoré vyjadrujú cieľovou funkciou, patria :

- minimalizovanie celkových nákladov,
- maximalizovanie preferencií sestier,
- vyššie preferencie pre sestry na plný úväzok,
- priradenie denných zmien sestrám s výššou kvalifikáciou,
- priradenie denných zmien sestrám na plný úväzok.

Najčastejšie sa používa minimalizácia celkových nákladov, ostatné sa používajú skôr v prípade multikriteriálnej (viac cieľovej) optimalizácie, popísanej v 2.3. K cieľovej funkcií tiež často pridávame penalizačné členy, pochádzajúce z nezáväzných požiadavok.

1.2.4 Požiadavky

V nasledujúcej podsekcií vychádzame z článku [1] a [4] . Analyzujeme a klasifikujeme rôzne druhy typických požiadavok. Klasifikácia požiadavok pomáha identifikovať a formulovať rôzne požiadavky, ktoré vznikajú v rámci tohto problému, napríklad požiadavky pokrytia, času atď. Požiadavky, ktoré sa bežne vyskytujú pri NSP môžu byť rozdelené do dvoch tried, vo všeobecnosti sú to záväzné požiadavky a nezáväzné požiadavky. Tie prvé zvyčajne zahŕňajú pokrytie požiadavok ako napríklad dopyt po zamestnancoch na danú zmenu a daný deň, zatiaľ čo tie druhé sú zvyčajne tie, ktoré zahŕňajú požiadavky ako napríklad čas osobného voľna atď. Cieľom je vždy naplánovanie zdrojov tak, aby boli splnené záväzné požiadavky pri snahe o kvalitný výsledok, s ohľadom na nezáväzné. Máme rôzne kategórie požiadavok, ako napríklad:

- *Požiadavky pokrytia*: Vyjadrujú počet zamestnancov každej kategórie zručnosti potrebných na každú zmenu počas celého plánovacieho obdobia. Často sú označované ako personálne požiadavky, či požiadavky na personál.
- *Požiadavky času:* Vzťahujú sa na všetky obmedzenia osobných plánov. Všetky osobné žiadosti, osobné preferencie, zároveň aj obmedzenia na vyváženie záťaže medzi pracovníkmi patria do tejto kategórie.
- *Požiadavky nezlúčiteľnosti:* Používajú sa na zakázanie dvoch nezlučiteľných položiek, ktoré majú byť umiestné v danom rozvrhu. Napríklad že jedna sestra nemôže naraz pracovať na dvoch zmenách.

- *Požiadavky nadväznosti:* Sú veľmi užitočné, vyjadrujú napríklad, že po jednej operácií nemôže nasledovať hneď ďalšia alebo ak sestra pracuje nočnú zmenu, po nej ma voľno na oddych.

1.2.4.1 Záväzné požiadavky

Sú to tie, ktoré nemôžu byť porušené. Napríklad, že zamestnanec môže byť iba na jednom mieste a v jednom čase. Porušenie týchto požiadavok nazývané aj ako konflikt spôsobí, že vytvorený pracovný rozpis nebude správny. Záväzné požiadavky môžu byť definované ako :

- Priradenie danej služby konkrétnej sestre.
- Maximálny/minimálny počet po sebe odpracovaných dní.
- Maximálny/minimálny počet odpracovaných dni v danom období.
- Maximálny/minimálny počet odpracovaných nočných zmien v danom období.
- Maximálny/minimálny počet voľných dní počas víkendov.
- Maximálny/minimálny počet sestier pracujúcich na každej zmene.
- Maximálna/minimálna doba medzi jednotlivými zmenami.
- Zabezbečenie kvalifikovanej sestry na každú zmenu.

Poznámka. Ide len o príklady, ako môžu takéto záväzne požiadavky vyzerať. Niektoré z nich musia byť vždy aj v realite záväzne, napríklad minimálny počet sestier na zmeny. Iné môžu byť naopak niekedy považované ako nezáväzné, napríklad minimálny počet odpracovaných dní po sebe.

1.2.4.2 Nezáväzné požiadavky

Sú tie, ktoré sú žiadúce za účelom vytvorenia kvalitného rozpisu, ich porušenie nemá za následok nesprávny rozpis. Každá nemocnica má vlastné nezáväzné požiadavky v závislosti od požiadavok a preferencií zamestnancov. Vo všeobecnosti existujú nezáväzné požiadavky ako napríklad :

- Priradenie rovnakého, optimálneho počtu zmien každej sestre.
- Priradenie viac denných zmien ako nočných v každom týždni.
- Vyhovenie požiadavkám na dni voľna alebo pracovné dni.

Pre zahrnutie nezáväzných požiadaviek do modelu, určíme pre každú požiadavku pozitívné či negatívne odchýlky od požadovanej hodnoty danej požiadavky. Relatívne význami nezáväzných požiadavok v porovnaní s ostatnými docielime priradením váh ku každej nezáväznej požiadavke a následne pripočítaním k nákladovej funkcií. Váhy vyjadrujú závažnosť porušenia požiadavok. Nezáväzné požiadavky, ktoré predpisujú ideálne hodnoty nejakého parametra, môžu byť často doplňované záväznými, stanovením minimálnej a maximálnej hodnoty tohto parametru.

Kapitola 2

Modelové úlohy

2.1 Model priradenia sestra/deň

V tomto príklade popíšeme optimalizačný model na základe rozpisu v ktorom každú sestru priradíme na konkrétnu zmenu a konkrétny deň, tak ako je popísané v 1.2.2.1. V prvom príklade je znázornený model v ktorom neberieme do úvahy kvalifikácie sestier.

2.1.1 Model bez kvalifikácie sestier

Zadaním úlohy je vytvoriť rozpis služieb pre ošetrujúci personál na m dní, z zmien počas dňa a pre n sestier pri minimálnych prevádzkových nákladoch $p_{i,j,k}$, čižé nákladoch na priradenie služieb k a v deň j sestre i. Náklady môžu byť zadané rôzne, napríklad finančné náklady na platy sestier, ale tiež napríklad preferencie sestier (čím sú vyššie, tým menej sestra zmenu preferuje), vážený súčet rôznych spôsobov ocenenia nákladov a rôzne iné. Tento rozpis vytvoríme pre oddelenie, na ktorom pracuje n zdravotných sestier. Najčastejšie sú tri zmeny. Každej sestre je potom v rámci jedného dňa pridelená ranná ($k = 1$), poobedná ($k = 2$) alebo nočná ($k = 3$) služba. V tejto úlohe neuvažujem kvalifikáciu sestier. Zavedieme niekoľko záväzných požiadaviek spoločne s nezáväznými, pričom sa snažíme rovnomerne a spravodlivo rozdeliť zátaž medzi sestry a dodržať zákonom stanovené normy. V rámci plánovaného obdobia pridelíme sestrám služby tak, aby každá pracovala najviac d a najmenej c služieb a ak je možné, snažíme sa každej sestre priradiť práve optimálny počet l služieb. Sestry nesmú mať viac ako jednú službu v priebehu 24 hodín. Zároveň počet po sebe nasledujúcich pracovných dní nesmie byť viac ako a. V snahe o rovnováhu medzi sestrami požadujeme, aby každá sestra odpracovala minimálne δ nočných zmien. V rámci jedného obdobia máme w víkendových dní. Dopyt D_{jk} po požadovanom počte sestier na každej službe sa snažíme naplniť a neprekročiť. Nakoniec sa pokusíme priradiť viac denných (ranná, poobedná) služieb ako nočných. Tieto požiadavky popisujúce tento rozpis sú popísané nižšie.

Označenie:

n : počet sestier
m : počet dní plánovacieho obdobia
w : počet víkendových dní
z : počet možných zmien počas dňa
$\mathcal{I} = \{i \mid i = 1...n\}$: množina indexov sestier
$\mathcal{J} = \{j \mid j = 1...m\}$: množina indexov všetkých dní plánovacieho obdobia
$\mathcal{K} = \{k \mid k = 1...z\}$: množina indexov zmien
$\mathcal{W} \subset \mathcal{J}$: mnnožina indexov víkendových dni plánovacieho obdobia
$\mathcal{K}_{\mathcal{D}} \subset \mathcal{K}$: množina denných zmien
$\mathcal{K}_{\mathcal{N}} \subset \mathcal{K}$: množina nočných zmien
$p_{i,j,k}$: náklady na priradenie sestre i počas dňa j službu k
$D_{jk:}$ dopyt po danom počte sestier na každú zmenu a deň
a : maximálny počet po sebe nasledujúcich pracovných dní pre každú sestru
b : minimálny počet možných voľných dní počas víkedov
c : minimálny počet pracovných dní v plánovacom období
d : maximálny počet pracovných dní v plánovacom období
l : optimálny počet pracovných dní v plánovacom období
δ : minimálny pomer počtu nočných a všetkých zmien, pre každú sestru

Rozhodovacie premenné:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{sestra } i \text{ pracuje v deň } j \text{ zmenu } k \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \tag{2.1}$$

Poznámka. V nezáväzných požiadavkách, popísaných nižšie pribudnú premenné f_i, g_i^+,g_i^-, ktoré zavedieme neskôr.

Záväzné požiadavky: Pri formulácií záväzných požiadaviek sme sa inšpirovali článkom [4].

- Prvý typ obmedzenia zabezpečí splnenie požiadavky, že žiadna sestra nebude pracovať viac ako 1 zmenu v intervale 24 hodín, pričom interval presahuje hranicu dňa.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{k=1}^{z} x_{i,j,k} \leq 1 && \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \{1, ..., m\} \\
&\sum_{k=2}^{z} x_{i,j,k} + \sum_{k=1}^{1} x_{i,j+1,k} \leq 1 && \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \{1, ...m-1\} \\
&\vdots \\
&\sum_{k=z-1}^{z} x_{i,j,k} + \sum_{k=1}^{z-2} x_{i,j+1,k} \leq 1 && \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \{1, ...m-1\} \\
&\sum_{k=z}^{z} x_{i,j,k} + \sum_{k=1}^{z-1} x_{i,j+1,k} \leq 1 && \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \{1, ...m-1\}
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

- Druhý typ obmedzenia zabezpečuje, že žiadna sestra nebude pracovať viac ako a po sebe idúcich dní, čiže v priebehu $a+1$ po sebe idúcich dní má najviac a služieb. Toto obmedzenie znižuje záťaž spôsobenú pri veľkom počte služieb nasledujúcich za sebou.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{a+1} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq a && \forall i \in \mathcal{I} \\
&\sum_{j=2}^{a+2} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq a && \forall i \in \mathcal{I} \\
&\vdots \\
&\sum_{j=m-a}^{m} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq a && \forall i \in \mathcal{I}
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

- Tretí typ obmedzenia zabezpečuje, že každá sestra z w víkendových dní má voľno najmenej b dní, v každom štvortýždňovom období.

$$
\sum_{j \in \mathcal{W}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq w - b \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.4}
$$

- Štvrtý typ obmedzenia zabezpečuje, že každá sestra má odpracovať počet dní medzi stanoveným minimálnym a maximálnym počtom dní v každom období. Toto obmedzenie reguluje nadčasy a vytvára spravodlivé zaobchádzanie s mesačnou záťažou sestier.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{i,j,k} \geq c && \forall i \in \mathcal{I} \\
&\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq d && \forall i \in \mathcal{I}
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

- Piatý typ obmedzenia zabezpečuje, že minimálny pomer počtu odpravovaných nočných zmien z celkového počtu odpracovaných zmien pre každú sestru je δ. Toto obmedzenie vytvára určitú rovnováhu nočných zmien pre všetky sestry, čo vedie aj k väčšej rovnosti medzi sestrami.

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}_\mathcal{N}} x_{i,j,k} - \left(\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{i,j,k} \right) \cdot \delta \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.6}$$

- Šiesty typ obmedzenia priradí na každú zmenu minimálny požadovaný počet sestier tak, aby bol dopyt po nich splnený.

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} x_{i,j,k} \geq D_{jk} \quad \forall j \in \mathcal{J}, \forall k \in \mathcal{K} \tag{2.7}$$

Nezáväzné požiadavky : Pri formulácií nezáväzných požiadaviek sme sa inšpirovali článkom [4].

- Prvý typ nezáväznej požiadavky má za cieľ aby sa počet pracovných dní každej sestry priblížil k predpísanej optimálnej hodnote l dní. Označme f_i odchýlku skutočného počtu odpracovaných dní i-tej sestry od predpísaného optimálneho počtu l dní. Potom:

$$f_i = \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{i,j,k} - l \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.8}$$

túto odchýlku môžme rozložiť na rozdiel kladnej a zápornej časti :

$$f_i = f_i^+ - f_i^- \tag{2.9}$$

kde :

$$f_i^+ = max \{f_i; 0\}, \quad f_i^- = min \{f_i; 0\} \tag{2.10}$$

dostaneme tak pre každú sestru 3 nasledujúce obmedzenia pridávané k optimalizačnej úlohe :

$$\begin{gathered} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{i,j,k} - \left(f_i^+ - f_i^-\right) = l, \forall i \in \mathcal{I} \\ f_i^+, f_i^- \geq 0, \end{gathered} \tag{2.11}$$

a do cieľovej funkcie pridáme penalizačný člen

$$w_1 \sum_{i \in \mathcal{I}} f_i, \tag{2.12}$$

kde w_1 je váha s ktorou sa bude penalizovať porušenie obmedzenia.

- Druhý typ nezáväznej požiadavky sa pokúsi, priradiť každej sestre viac denných, čiže ranných a poobedných zmien než nočných v každom období. Potom:

  $$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}_{\mathcal{D}}} x_{i,j,k} \geq \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}_{\mathcal{N}}} x_{i,j,k} + 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}. \tag{2.13}$$

  Označme g_i celkovú odchýlku rozdielu denných od nočných zmien od 1. Keďže požadujeme viac denných ako nočných zmien a teda rozdiel väčší aspoň o jednu zmenu. Potom :

  $$g_i = \sum_{j \in \mathcal{J}} \left(\sum_{k \in \mathcal{K}_{\mathcal{D}}} x_{i,j,k} - \sum_{k \in \mathcal{K}_{\mathcal{N}}} x_{i,j,k} \right) - 1 \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.14}$$

  odchýlku opäť rozložíme na rozdiel kladnej a zápornej časti :

  $$g_i = g_i^+ - g_i^- \tag{2.15}$$

  kde :

  $$g_i^+ = min\left\{g_i; 0\right\}, g_i^- = max\left\{g_i; 0\right\} \tag{2.16}$$

  dostaneme tak pre každú sestru 3 nasledujúce obmedzenia pridávané k optimalizačnej úlohe:

  $$\begin{gathered} \sum_{j \in \mathcal{J}} \left(\sum_{k \in \mathcal{K}_{\mathcal{D}}} x_{i,j,k} - \sum_{k \in \mathcal{K}_{\mathcal{N}}} x_{i,j,k} \right) - \left(g_i^+ - g_i^-\right) \geq 1 \quad \forall i \in \mathcal{I} \\ g_i^+,\ g_i^- \geq 0. \end{gathered} \tag{2.17}$$

  Penalizujeme len zápornú odchýlku, ktorá vyjadruje, že je sestre pridelených viac nočných ako denných zmien. Podmienky potom pridáme k obmedzeniam a do cieľovej funkcie pripočítame

  $$w_2 \sum_{i \in \mathcal{I}} g_i^- \tag{2.18}$$

  kde w_2 je váha s ktorou sa bude penalizovať porušenie obmedzenia.

Zhrnutie formulácie optimalizačnej úlohy

Cieľová funkcia:

$$\sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} p_{i,j,k}x_{i,j,k} + \left(w_1\sum_{i\in\mathcal{I}} f_i + w_2\sum_{i\in\mathcal{I}} g_i^-\right) \rightarrow min \tag{2.19}$$

za podmienok :

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{z} x_{i,j,k} \leq 1 & \qquad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \{1, ..., m\} \\
\sum_{k=2}^{z} x_{i,j,k} + \sum_{k=1}^{1} x_{i,j+1,k} \leq 1 & \qquad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \{1, ...m-1\} \\
\vdots & \\
\sum_{k=z-1}^{z} x_{i,j,k} + \sum_{k=1}^{z-2} x_{i,j+1,k} \leq 1 & \qquad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \{1, ...m-1\} \\
\sum_{k=z}^{z} x_{i,j,k} + \sum_{k=1}^{z-1} x_{i,j+1,k} \leq 1 & \qquad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \{1, ...m-1\}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^{a+1}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq a & \quad \forall i \in \mathcal{I} \\
\sum_{j=2}^{a+2}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq a & \quad \forall i \in \mathcal{I} \\
\vdots & \\
\sum_{j=m-a}^{m}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq a & \quad \forall i \in \mathcal{I}
\end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{W}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq w - b \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.22}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k} \geq c & \quad \forall i \in \mathcal{I} \\
\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k} \leq d & \quad \forall i \in \mathcal{I}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{N}} x_{i,j,k} - \left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k}\right) \cdot \delta \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.24}$$

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} x_{i,j,k} \geq D_{jk} \quad \forall j \in \mathcal{J}, \forall k \in \mathcal{K} \tag{2.25}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k} - \left(f_i^+ - f_i^-\right) = l, \ \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.26}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{J}}\left(\sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{D}} x_{i,j,k} - \sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{N}} x_{i,j,k}\right) - \left(g_i^+ - g_i^-\right) \geq 1 \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.27}$$

$$0 \leq x_{i,j,k} \leq 1 \tag{2.28}$$

$$x_{i,j,k},\ f_i,\ g_i^+,\ g_i^- \in Z \tag{2.29}$$

$$f_i,\ g_i^+,\ g_i^- \geq 0 \tag{2.30}$$

2.1.2 Model s kvalifikáciou sestier

Pre úpravu predchádajúceho modelu, som sa v nasledujúcom odstavci inšpirovala článkom [6]. Cieľom je rovnako ako v predchádzajúcej úlohe vytvoriť rozpis služieb pre n sestier na m dní. Na konkrétne zmeny priradíme sestry s rôznymi kvalifikáciami, ich počet je r. Kvalifikácie sestier rozlišujeme napríklad na vrchná sestra, skúsená sestra, sestra, asistentka skúsenej sestry a asistentka sestry, túto kvalifikáciu priradíme na základe pracovnej skúsenosti, certifikácie, alebo iných kvalifikačných kritérií. Niekedy kvôli nedostatku sestier, môžu byť sestry s vyššou kvalifikáciou priradené na zmeny, na ktorých by obvykle pracovali sestry s nižšou kvalifikáciou. Je to možné len v prípade, že nižšia kvalifikácia je súčasťou vyššej kvalifikácie a nie je to nejaká špeciálna kvalifikácia. Naopak to však nie je vhodné, pretože to vypovedá o nekvalitnej starostlivosti alebo o nevhodnom a nezákonnom využívaní zdrojov. Všetky záväzné aj nezáväzné požiadavky z predchádzajúcej úlohy ostanú ponechané. Požiadavky z predošlého modelu sme vhodne upravili o index kvalifikásie s a zároveň zavedieme novú záväznú požiadavku.

Označenie:
n : počet sestier
m : počet dní plánovacieho obdobia
z : počet možných zmien počas dňa
r : počet kvalifikácií sestier
$\mathcal{I} = \{i \mid i = 1...n\}$: množina indexov sestier
$\mathcal{J} = \{j \mid j = 1...m\}$: množina indexov všetkých dní v plánovacom období
$\mathcal{K} = \{k \mid k = 1...z\}$: množina indexov zmien
$\mathcal{S} = \{s \mid s = 1...r\}$: množina indexov kvalifikácií sestier, pričom 1 predstavuje najslabšiu a r najsilnejšiu kvalifikáciu
$\mathcal{W} \subset \mathcal{J}$: mnnožina indexov víkendových dni plánovacieho obdobia

$$q_{is} = \begin{cases} 1 & \text{sestra } i \text{ má kvalifikáciu } s \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

$p_{i,j,k,s:}$ náklady na priradenie zmeny k sestre i kvalifikácie s v deň j
$D_{jks:}$ dopyt po danom počte sestier kvalifikácie s v deň j na zmenu k

Poznámka. Poznamenajme pre $q_{is} = 1$ neznamená, že $q_{it} = 1$. Pre nejaké $t \in s$, $s = 1...r$, a zároveň $t < r$. Čiže neplatí, že sestra vyššej kvalifikácie r má zároveň aj nižšiu kvalifikáciu t a teda sestra s vyššou kvalifikáciou automaticky nemôže nahradiť sestru s nižšou.

Rozhodovacie premenné:

$$x_{i,j,k,s} = \begin{cases} 1 & \text{sestra } i \text{ s kvalifikáciou } s \text{ pracuje v deň } j \text{ zmenu } k \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \tag{2.31}$$

Záväzné požiadavky: Tieto záväzné požiadavky sú prevzané z predošlého modelu 2.1.1 a zároveň upravené o index kvalifikácie s.

- Prvý typ obmedzenia zabezpečí dodržanie priradenia 1 zmeny v rámci 24 hodinového intervalu pre všetky sestry každej kvaifikácie.

$$\begin{aligned}
\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{k=1}^{z} x_{i,j,k,s} \le 1 & \qquad \begin{matrix}\forall i \in \mathcal{I} \\ \forall j \in \{1,...,m\}\end{matrix} \\
\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{k=2}^{z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{1} x_{i,j+1,k,s}\right) \le 1 & \qquad \begin{matrix}\forall i \in \mathcal{I} \\ \forall j \in \{1,...m-1\}\end{matrix} \\
\vdots \\
\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{k=z-1}^{z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{z-2} x_{i,j+1,k,s}\right) \le 1 & \qquad \begin{matrix}\forall i \in \mathcal{I} \\ \forall j \in \{1,...m-1\}\end{matrix} \\
\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{k=z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{z-1} x_{i,j+1,k,s}\right) \le 1 & \qquad \begin{matrix}\forall i \in \mathcal{I} \\ \forall j \in \{1,...m-1\}\end{matrix}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

- Druhý typ obmedzenia zabezpečí dodržanie priradenia maximálneho počtu po sebe idúcich pracovných dní a to pre všetky sestry každej kvalifikácie.

$$\begin{aligned} \sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=1}^{a+1}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} &\le a \quad \forall i\in\mathcal{I} \\ \sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=2}^{a+2}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} &\le a \quad \forall i\in\mathcal{I} \\ &\vdots \\ \sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=m-a}^{m}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} &\le a \quad \forall i\in\mathcal{I} \end{aligned} \tag{2.33}$$

- Tretí typ obmedzenia zabezpečí, že všetky sestry každej kvalifikácie majú z w víkendových dní voľno najmenej b dní.

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{W}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \le w-b \quad \forall i\in\mathcal{I} \tag{2.34}$$

- Štvrtý typ obmedzenia zabezpečí priradenie minimálneho a maximálneho počtu pracovných dní pre všetky sestry s každou kvalifikáciou.

$$\begin{aligned} \sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} &\ge c \quad \forall i\in\mathcal{I} \\ \sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} &\le d \quad \forall i\in\mathcal{I} \end{aligned} \tag{2.35}$$

- Piatý typ obmedzenia zabezpečí priradenie minimálneho pomeru δ počtu odpracovaných nočných zmien z celkového počtu odpracovaných zmien pre všetky sestry s kažkou kvalifikáciou.

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{N}} x_{i,j,k,s} - \left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s}\right)\cdot\delta\right) \ge 0 \quad \forall i\in\mathcal{I} \tag{2.36}$$

- Šiesty typ obmedzenia priradí na každú zmenu minimálny požadovaný počet sestier s danou kvalifikáciou tak, aby bol dopyt po nich splnený.

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} x_{i,j,k,s} \ge D_{jks} \quad \forall j\in\mathcal{J}, \forall k\in\mathcal{K}, \forall s\in\mathcal{S} \tag{2.37}$$

Nová záväzná požiadavka:

- Toto obmedzenie vyjadruje kvalifikáciu sestry a teda aj právomoci na ktorých zmenách smie pracovať. Umožní sestrám pracovať len na tej kvalifikácií, ktorou disponuje.

$$x_{i,j,k,s} \le q_{is} \quad \forall i\in\mathcal{I}, \forall j\in\mathcal{J}, \forall k\in\mathcal{K}, \forall s\in\mathcal{S} \tag{2.38}$$

Nezáväzné požiadavky: Tieto nezáväzné požiadavky sú prevzané z predošlého modelu 2.1.1 a zároveň upravené o index kvalifikácie s.

- Prvá nezáväzná požiadavka má za cieľ aby sa počet pracovných dní každej sestry s kažkou kvalifikáciou priblížil k predpísanej optimálnej hodnote l dní.

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} - \left(f_i^+ - f_i^-\right) = l,\ \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.39}$$

- Druhá nezáväzná požiadavka sa pokúsi, priradiť každej sestre s kažkou kvalifikáciou viac denných, čiže ranných a poobedných zmien než nočných v každom plánovanom období.

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{D}} x_{i,j,k,s} - \sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{N}} x_{i,j,k,s}\right) - \left(g_i^+ - g_i^-\right) \geq 1 \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.40}$$

Zhrnutie formulácie optimalizačnej úlohy

Cieľová funkcia:

$$\sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}}\sum_{s\in\mathcal{S}} p_{ijks}x_{ijks} + \left(w_1\sum_{i\in\mathcal{I}}\left(f_i^+ - f_i^-\right) + w_2\sum_{i\in\mathcal{I}} g_i^-\right) \to min \tag{2.41}$$

za podmienok :

$$\begin{aligned}
\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{k=1}^{z} x_{i,j,k,s} &\leq 1 & &\forall i \in \mathcal{I}\ \ \forall j \in \{1,...,m\} \\
\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{k=2}^{z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{1} x_{i,j+1,k,s}\right) &\leq 1 & &\forall i \in \mathcal{I}\ \ \forall j \in \{1,...m-1\} \\
&\vdots \\
\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{k=z-1}^{z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{z-2} x_{i,j+1,k,s}\right) &\leq 1 & &\forall i \in \mathcal{I}\ \ \forall j \in \{1,...m-1\} \\
\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{k=z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{z-1} x_{i,j+1,k,s}\right) &\leq 1 & &\forall i \in \mathcal{I}\ \ \forall j \in \{1,...m-1\}
\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=1}^{a+1}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq a \quad \forall i\in\mathcal{I}\\
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=2}^{a+2}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq a \quad \forall i\in\mathcal{I}\\
&\qquad\vdots\\
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=m-a}^{m}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq a \quad \forall i\in\mathcal{I}
\end{aligned} \tag{2.43}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{W}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq w-b \quad \forall i\in\mathcal{I} \tag{2.44}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \geq c \quad \forall i\in\mathcal{I}\\
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq d \quad \forall i\in\mathcal{I}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{N}} x_{i,j,k,s} - \left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s}\right)\cdot\delta\right) \geq 0 \quad \forall i\in\mathcal{I} \tag{2.46}$$

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} x_{i,j,k,s} \geq D_{jks} \quad \forall j\in\mathcal{J}, \forall k\in\mathcal{K}, \forall s\in\mathcal{S} \tag{2.47}$$

$$x_{i,j,k,s} \leq q_{is} \quad \forall i\in\mathcal{I}, \forall j\in\mathcal{J}, \forall k\in\mathcal{K}, \forall s\in\mathcal{S} \tag{2.48}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} - \left(f_i^+ - f_i^-\right) = l,\ \forall i\in\mathcal{I} \tag{2.49}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{D}} x_{i,j,k,s} - \sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{N}} x_{i,j,k,s}\right) - \left(g_i^+ - g_i^-\right) \geq 1 \quad \forall i\in\mathcal{I} \tag{2.50}$$

$$0 \leq x_{i,j,k,s} \leq 1 \tag{2.51}$$

$$x_{i,j,k,s},\ f_i,\ g_i^+,\ g_i^- \in Z \tag{2.52}$$

$$f_i,\ g_i^+,\ g_i^- \geq 0 \tag{2.53}$$

2.2 Model priradenia sestra/vzor služieb

V nasledujúcom odstavci vychádzame z článku [7]. V tomto modely popíšeme optimalizačný model na základe rozpisu v ktorom každú sestru priradíme na špecifický vzor služieb, tak ako je popísané v 1.2.2.2. Zadaním tejto úlohy je ako zvyčajne minimalizovať náklady a vytvoriť rozpis pre oddelenie na ktorom pracuje n zdravotných sestier v r kategóriach kvalifikácie. Model vytvoríme na základe rozpisu v ktorom je každej zdravotnej sestre priradený určitý vzor služieb p, čiže vektor obsahujúci 0 a 1. Prvých m prvkov vyjadruje denné zmeny $(k = 1, ..., m)$ a ďalších m prvkov nočné zmeny $(k = m + 1, ..., 2m)$. Celkový počet týchto vzorov pre celé oddelenie označme o.

Označenie:
n : počet sestier
m : počet dní
o : počet všetkých možných vzorov zmien
r : počet kvalifikácií sestier
$\mathcal{I} = \{i \mid i = 1...n\}$: je množina indexov sestier
$\mathcal{P} = \{p \mid p = 1...o\}$: je množina indexov všetkých vzorov zmien
$\mathcal{S} = \{s \mid s = 1...r\}$: je množina indexov kvalifikácií sestier
$a_{pk} = \begin{cases} 1 & \text{vzoru}\, p \,\text{je priradená zmena}\, k \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$
$q_{is} = \begin{cases} 1 & \text{sestra}\, i \,\text{je kvalifikácie}\, s \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$
p_{isp} : náklady na sestru i kvalifikácie s pracujúcu vzor p
D_i : maximálny počet všetkých zmien sestry i , ak pracuje len denné zmeny
N_i : maximálny počet všetkých zmien sestry i ak pracuje len nočné zmeny
K_i : maximálny počet všetkých zmien sestry i ak pracuje kombinované zmeny
R_{ks} : dopyt po sestrách kvalifikácie s na zmenu k
$\mathcal{Q}_i$: množina indexov všetkých možných vzorov zmien sestry i, tak aby neprekročila maximálny počet zmien daného typu, definovaná :
$\mathcal{Q}_i = \big\{p \in \{1...o\} \mid \forall i : \sum_{k=1}^{m} a_{pk} \leq D_i, \sum_{k=m+1}^{2m} a_{pk} \leq N_i, \sum_{k=1}^{2m} a_{pk} \leq K_i\big\}$

		Denné smeny							Nočné smeny						
	p	P	U	S	Š	P	S	N	P	U	S	Š	P	S	N
D	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	4	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	6	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0
K	8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
	9	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1

Obr. 2.1: Príklad vzorov služieb počas jedného týždňa

Rozhodovacie premenné:

$$x_{i,s,p} = \begin{cases} 1 & \text{sestra } i \text{ kvalifikácie } s \text{ pracuje vzor služieb } p \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \tag{2.54}$$

Záväzné požiadavky:

- Prvý typ obmedzenia zaisťuje, že každá sestra smie pracovať len podľa jedného vzoru.

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{p \in Q_i} x_{i,s,p} = 1, \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.55}$$

- Druhý typ obmedzenia vyjadruje, že dopyt R_{ks} po minimálnom počte sestier s kvalifikáciou s na zmene k musí byť splnený. Pretože sa požiadavky na zamestnancov môžu líšiť na každú službu, model umožní používateľovi vkladať minimálne požiadavky na každú služby, pričom konkrétna služba jednoznačne určuje deň a typ zmeny.

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{p \in Q_i} q_{is} a_{pk} x_{i,s,p} \geq R_{ks} \quad , \forall k \in \mathcal{K}, \forall s \in \mathcal{S} \tag{2.56}$$

Zhrnutie formulácie optimalizačnej úlohy

Cieľová funkcia:

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{p\in\mathcal{Q}_i} p_{isp}x_{i,s,p} \rightarrow min \tag{2.57}$$

za podmienok :

$$\sum_{p\in\mathcal{Q}_i} x_{i,s,p} = 1, \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.58}$$

$$\sum_{p\in\mathcal{Q}_i}\sum_{i\in\mathcal{I}} q_{is}a_{pk}x_{i,s,p} \geq R_{ks} \quad ,\forall k \in \mathcal{K}, \forall s \in S. \tag{2.59}$$

$$0 \leq x_{i,s,p} \leq 1 \tag{2.60}$$

$$x_{i,s,p} \in Z \tag{2.61}$$

Poznámka. Tento model umožňuje riešiť úlohu v dvoch fázach. V prvej fáze nachádza prípustné vzory služieb vyhovujúcich obmedzeniam. V druhej fáze sa následne rieší úloha nájdenia priradenia sestier na vzory služieb, ktorá je popísaná vyššie. Oproti modelu 2.1.2 bude v tejto úloho menej neznámych a obmedzení, čo uľahčí riešenie.

2.3 Viac cieľový model

V nasledujúcich odstavcoch vychádzame z článku [6]. Na základe týchto príkladov ukážeme, ako sa dá pracovať s viacerými cieľmi. Nezáväzné požiadavky budeme preto považovať za ciele a súčasne s cieľmi, ktoré už dobre poznáme a to minimalizovať náklady a maximalizovať preferencie vytvoríme viac cieľový optimalizačný model. Prvý model v tomto príklade vyjadruje len priradenie rôznych druhov sestier k rôznym službám zatiaľ čo druhý model zahŕňa aj záťaž sestier v starostlivosti o pacientov.

2.3.1 Základný viac cieľový model

Model vychádza z modelu sestra/deň s kvalifikáciou sestier, ktorý je zformulovaný ako úloha viackriteriálnej optimalizácie. Zadaním tejto úlohy je vytvoriť matematický model rozpisu na m dní, ktorý bude minimalizovať náklady a maximalizovať preferencie, presne ako v predchádzajúcich úlohach, avšak tieto ciele nebudú jediné. Druhá skupina cieľov sa zameriava na špecifické požiadavky alebo podmienky nemocnice. Na oddelení pracujú nielen sestry na plný ale aj tie na čiastočný úväzok. Poskytneme vyššiu prioritu sestrám na plný úväzok. Musíme si uvedomiť, že sestry s vyššou kvalifikáciou r stoja nemocnicu viac peňazí ako tie nižšej kvalifikácie a zároveň aj nočné a víkendové služby sú finančne náročnejšie. Z toho dôvodu sa budeme snažiť sestry s vyššou kvalifikáciou priradiť na denné služby, pri splneni podmienky na obsadenosť. Z tých istých dôvodov sa budeme snažiť priradiť na denné zmeny sestry pracujúce na plný úväzok. Zavedieme značenie a následne jednotlivé ciele a požiadavky.

Označenie:
n : počet sestier
m : počet dní plánovacieho obdobia
p : počet víkendových dní
z : počet možných zmien počas dňa
r : počet kvalifikácií sestier
$\mathcal{I} = \{i \mid i = 1...n\}$: množina indexov sestier
$\mathcal{J} = \{j \mid j = 1...m\}$: množina indexov všetkých dní v plánovacom období
$\mathcal{W} = \{j \mid j \in \mathcal{J}_i\}$: mnnožina indexov víkendových dni plánovacieho obdobia
$\mathcal{K} = \{k \mid k = 1...z\}$: množina indexov zmien
$\mathcal{S} = \{s \mid s = 1...r\}$: množina indexov kvalifikácií sestier
p_{ijks} : náklady na sestru i kvalifikácie s na zmene k v deň j
μ_{ijk} : pokuta priradenia sestre i službu k v deň j v závislosti na preferenciách
η_{ijk} : pokuta využitia sestry i v deň j na zmenu k podľa typu jej úväzku
ϱ_{ijks} : pokuta s narastajúcimi hodnotami pri priradení vyššie kvalifikovanej sestry na noc alebo víkend
τ_{ijks} : pokuta s narastajúcimi hodnotami pri priradení sestry na plný úväzok na noc alebo víkend

δ : minimálny počet nočných zmien v plánovacom období
b : minimálny počet možných voľných dní počas víkedov za mesiac
D_{jks} : dopyt po sestrách kvalifikácie s na zmenu k deň j

$$q_{is} = \begin{cases} 1 & \text{sestra } i \text{ je kvalifikácie } s \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

Rozhodovacie premenné:

$$x_{i,j,k,s} = \begin{cases} 1 & \text{sestra } i \text{ kvalifikácie } s \text{ pracuje v deň } j \text{ zmenu } k \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

Minimalizácia nákladov: Náklady na služby jednotlivých sestier sú jedným z hlavných záujmov nemocníc. Preto zavádzame prvú cieľovú funkciu, ktorá minimalizuje náklady p_{ijks} potrebné na zabezpečenie pokrytia doytu po sestrách na každej zmene a každej kvalifikácie.

$$min\ z_1 = \sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{k\in\mathcal{K}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{i\in\mathcal{I}} p_{ijks}x_{i,j,k,s} \tag{2.62}$$

Maximalizácia preferencií: Bolo vyvinutých mnoho prístupov k riešeniu problémov uspokojenia z vykonávanej práce, ako je napríklad najznámejší a ľahko implementovateľný prístup *Skóre karty*, kde je každej sestre poskytnutý zoznam pripravovaných zmien. Je povinnosťou každej sestry priradiť skóre takým spôsobom, že menšia hodnota by mala byť priradená pre ňu výhodnej zmene, vyššia hodnota k tej nežiadúcej (napríklad: 0 vyhovujúca - 100 nevyhovujúca). Naším cieľom je minimalizovať tieto celkové hodnoty trestných skóre, ktoré odrážajú preferencie sestier. Tento cieľ môže byť v rozpore s ďalšími požiadavkami ako sú pracovné doby a limity služieb. Preto by v plánovaní rozpisov mala existovať rozumná rovnováha medzi preferenciami na zmeny a požiadavkami nemocníc.

$$min\ z_2 = \sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in K}\mu_{ijk}\sum_{s\in\mathcal{S}} x_{i,j,k,s} \tag{2.63}$$

Vyššia priorita sestrám na plný úväzok: Došlo k rastúcemu trendu nemocníc najať sestry na čiastočný úväzok, pretože je ťažšie nájsť sestry na plný úväzok. Sestry na čiastočný úväzok sú flexibilnejšie vzhľadom na priradenie zmeny a vo všeobecnosti sú lacnejšie. Avšak rozpis je stále založený na sestrách s plným úväzkom. Preto naším tretím cieľom je poskytnúť vyššiu prioritu sestrám na plný úväzok.

$$min\ z_3 = \sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in K}\eta_{ijk}\sum_{s\in\mathcal{S}} x_{i,j,k,s} \tag{2.64}$$

Priradenie denných zmien sestrám s vyššou kvalifikáciou: Preferujeme priradiť sestru s vyššou kvalifikáciou k pravidelným denným zmenám kvôli zvyšujúcim sa nákladom na neskoré nočné alebo víkendové zmeny. To znamená, že sestry vyššieho stupňa kvalifikácie dostanú vyššiu hodinovú sadzbu tým, že pracujú neskoré nočné zmeny a víkendové zmeny, to je v rozpore s cieľom minimalizovať celkové náklady. Tento cieľ je formulovaný nasledovne:

$$min\ z_4 = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{k \in K} \sum_{j \in \mathcal{J}} \varrho_{ijks} x_{i,j,k,s} \tag{2.65}$$

Priradenie denných zmien sestrám na plný úväzok: Dávame prednosť priradiť čo najviac pravidelných denných zmien sestrám na plný úväzok. A to kvôli vysokým sadzbám nevyhnutným na zaplatenie sestry na plný úväzok priradenej na nočnú alebo víkendovú zmenu.

$$min\ z_5 = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{k \in K} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \tau_{ijks} x_{i,j,k,s} \tag{2.66}$$

Požiadavky v tomto modely sú rovnaké ako v 2.1.2. Prevezmeme ich a neuvádzame ďalej zvlášť.

Zhrnutie formulácie úlohy viackriteriálnej optimalizácie

$$(Min\, z_1, Min\, z_2, Min\, z_3, Min\, z_4, Min\, z_5) \tag{2.67}$$

za podmienok:

$$\begin{array}{rc}
\displaystyle\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{k=1}^{z} x_{i,j,k,s} \leq 1 & \begin{array}{c}\forall i \in \mathcal{I} \\ \forall j \in \{1, ..., m\}\end{array} \\
\displaystyle\sum_{s \in \mathcal{S}} \left(\sum_{k=2}^{z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{1} x_{i,j+1,k,s} \right) \leq 1 & \begin{array}{c}\forall i \in \mathcal{I} \\ \forall j \in \{1, ...m-1\}\end{array} \\
\vdots & \\
\displaystyle\sum_{s \in \mathcal{S}} \left(\sum_{k=z-1}^{z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{z-2} x_{i,j+1,k,s} \right) \leq 1 & \begin{array}{c}\forall i \in \mathcal{I} \\ \forall j \in \{1, ...m-1\}\end{array} \\
\displaystyle\sum_{s \in \mathcal{S}} \left(\sum_{k=z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{z-1} x_{i,j+1,k,s} \right) \leq 1 & \begin{array}{c}\forall i \in \mathcal{I} \\ \forall j \in \{1, ...m-1\}\end{array}
\end{array} \tag{2.68}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=1}^{a+1}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \le a \quad \forall i \in \mathcal{I}\\
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=2}^{a+2}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \le a \quad \forall i \in \mathcal{I}\\
&\vdots\\
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=m-a}^{m}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \le a \quad \forall i \in \mathcal{I}
\end{aligned} \tag{2.69}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{W}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \le w - b \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.70}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \ge c \quad \forall i \in \mathcal{I}\\
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \le d \quad \forall i \in \mathcal{I}
\end{aligned} \tag{2.71}$$

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} x_{i,j,k,s} \ge D_{jks} \quad \forall j \in \mathcal{J}, \forall k \in \mathcal{K}, \forall s \in \mathcal{S} \tag{2.72}$$

$$x_{i,j,k,s} \le q_{is} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \mathcal{J}, \forall k \in \mathcal{K}, \forall s \in \mathcal{S} \tag{2.73}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K_N}} x_{i,j,k,s} - \left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s}\right)\cdot\delta\right) \ge 0 \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.74}$$

$$0 \le x_{i,j,k,s} \le 1 \tag{2.75}$$

$$x_{i,j,k,s} \in Z \tag{2.76}$$

2.3.2 Model záťaže personálu pri starostlivosti o pacienta

V tejto úlohe rozšírime predošlý základný model, tým že priradíme záťaž personálu vzhľadom k starostlivosti o pacienta. Informácia o záťaží personálu pacientmi, čiže o tom koľko zdravotných sestier pacienti potrebujú na každodennú opateru, nám pomôže odhadnúť optimálne množstvo požadovaného ošetrovateľského personálu. Každá sestra zvláda len určité množstvo záťaže k_i starostlivosti o pacientov, kde k_i vyjadruje pomer počtu pacientov na jednú sestru. Na základe k_i určíme množstvo záťaže personálu pacientmi, ktoré môžme prideliť sestre za zmenu. Okrem toho, je potrebné poznať predpokladanú celkovú záťaž Z personálu pacientmi v priebehu plánovacieho obdobia. Najskôr však vypočítame kapacitu nemocnice, čiže maximálne množstvo záťaže sestier pacientmi, ktoré nemocnica zvládne. Potom vypočítame celkový počet pacientov tp_i, ktorým sestra i zvládne za plánovacie obdobie poskytnúť kvalitnú starostlivosť. Zavedieme ešte neznámu premennú y_i, ktorá vyjadruje počet zmien v priebehu plánovacieho obdobia, ktoré sestra i musí odpracovať. Hodnotu tejto premennej vypočítame pri optimalizácií.

Celkový počet pacientov s poskytnutou kvalitnou starostlivosťou:

$$tp_i = y_i k_i \tag{2.77}$$

Celková záťaž personálu za celé obdobie pacientmi bude:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} tp_i \tag{2.78}$$

V prípade, že sa táto hodnota prekročí, pacienti budú nespokojní.

Označenie:
n : počet sestier
m : počet dní plánovacieho obdobia
p : počet víkendových dní
z : počet možných zmien počas dňa
r : počet kvalifikácií sestier
q_{is} : počet sestier i s kvalifikáciou s
$\mathcal{I} = \{i \mid i = 1...n\}$: je množina indexov sestier
$\mathcal{J} = \{j \mid j = 1...m\}$: je množina indexov všetkých dní v plánovacom období
$\mathcal{W} = \{j \mid j \in \mathcal{J}_i\}$: mnnožina indexov víkendových dni plánovacieho obdobia
$\mathcal{K} = \{k \mid k = 1...z\}$: je množina indexov zmien
$\mathcal{S} = \{s \mid s = 1...r\}$: je množina indexov kvalifikácií sestier
y_i : neznáma premnenná vyjadrujúca počet zmien v priebehu týždňa, ktoré má sestra i odpracovať
k_i : množstvo záťaže starostlivosti o pacientov danej sestry i

Rozhodovacie premenné:

$$x_{i,j,k,s} = \begin{cases} 1 & \text{sestra } i \text{ kvalifikácie } s \text{ pracuje v deň } j \text{ zmenu } k \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

Nemusíme byť schopný splniť všetky požiadavky, ktoré pacienti požadajú, ale naším cieľom je poskytnúť nemocničnú starostlivosť aspoň β percentuálnym podielom celkovej záťaže personálu pacientmi, kvôli zvýšeniu spokojnosti pocientov.

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{J}} k_i x_{i,j,k,s} \geq \beta Z, \tag{2.79}$$

Zavedieme ďalšiu minimalizačnú funkciu.

Minimalizácia nedostatočnej starostlivosti Meria rozdiel medzi záťažou personálu pacientmi a počtom pacientov, za sledované obdobie, ktorí dostali nemocničnú starostlivosť. Cieľom tejto funkcie je minimalizovať pacientov, ktorí nedostali požadovanú starostlivosť a počet nepracujúcich sestier v rámci daného obdobia.

Označme :

$$z_6 = Z - \sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{k\in\mathcal{K}}\sum_{j\in\mathcal{J}} k_i x_{i,j,k,s} \tag{2.80}$$

potom :

$$z_6 = z_6^+ - z_6^- \tag{2.81}$$

dostaneme :

$$min \mid z_6 \mid = z_6^+ + z_6^-. \tag{2.82}$$

Požiadavky v tomto modely sú rovnaké ako v 2.3.1. Prevezmeme ich a neuvádzame preto zvlášť.

Zhrnutie formulácie úlohy viackriteriálnej optimalizácie

$$(Min\, z_1, Min\, z_2, Min\, z_3, Min\, z_4, Min\, z_5, Min\, \left(z_6^+ + z_6^-\right)) \tag{2.83}$$

za podmienok:

$$\begin{array}{lc}
\displaystyle\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{k=1}^{z} x_{i,j,k,s} \leq 1 & \begin{array}{c}\forall i \in \mathcal{I}\\ \forall j \in \{1,...,m\}\end{array}\\
\displaystyle\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{k=2}^{z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{1} x_{i,j+1,k,s}\right) \leq 1 & \begin{array}{c}\forall i \in \mathcal{I}\\ \forall j \in \{1,...m-1\}\end{array}\\
\vdots & \\
\displaystyle\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{k=z-1}^{z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{z-2} x_{i,j+1,k,s}\right) \leq 1 & \begin{array}{c}\forall i \in \mathcal{I}\\ \forall j \in \{1,...m-1\}\end{array}\\
\displaystyle\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{k=z} x_{i,j,k,s} + \sum_{k=1}^{z-1} x_{i,j+1,k,s}\right) \leq 1 & \begin{array}{c}\forall i \in \mathcal{I}\\ \forall j \in \{1,...m-1\}\end{array}
\end{array} \tag{2.84}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=1}^{a+1}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq a \quad \forall i \in \mathcal{I}\\
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=2}^{a+2}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq a \quad \forall i \in \mathcal{I}\\
&\qquad\vdots\\
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j=m-a}^{m}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq a \quad \forall i \in \mathcal{I}
\end{aligned} \tag{2.85}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{W}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq w-b \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.86}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \geq c \quad \forall i \in \mathcal{I}\\
&\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s} \leq d \quad \forall i \in \mathcal{I}
\end{aligned} \tag{2.87}$$

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} x_{i,j,k,s} \geq D_{jks} \quad \forall j \in \mathcal{J}, \forall k \in \mathcal{K}, \forall s \in \mathcal{S} \tag{2.88}$$

$$x_{i,j,k,s} \leq q_{is} \quad \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in \mathcal{J}, \forall k \in \mathcal{K}, \forall s \in \mathcal{S} \tag{2.89}$$

$$\sum_{s\in\mathcal{S}}\left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}_\mathcal{N}} x_{i,j,k,s} - \left(\sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{k\in\mathcal{K}} x_{i,j,k,s}\right)\cdot\delta\right) \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{2.90}$$

$$\sum_{i\in\mathcal{I}}\sum_{s\in\mathcal{S}}\sum_{k\in\mathcal{K}}\sum_{j\in\mathcal{J}} k_i x_{i,j,k,s} \geq \beta Z, \tag{2.91}$$

$$0 \leq x_{i,j,k,s} \leq 1 \tag{2.92}$$

$$x_{i,j,k,s} \in Z \tag{2.93}$$

Kapitola 3

Implementácia v Matlabe a Octave

V tejto kapitole sa budem venovať samotnej implementácii optimalizačnej úlohy NSP v Matlabe a Octave. Cieľom tejto implementácie je nájsť riešenie optimalizačnej úlohy za pomoci naprogramovaných algoritmov. Takáto realizácia je vyskúšaná v programatorskom prostredí Matlabu a Octave, kde sa využívajú dostupné riešiče pre úlohy celočíselného programovania. Z toho dôvodu budú nižšie popísané a predstavené riešiče zmiešaného a celočíselného programovania a to práve v spomínanom prostredí Matlabu či Octave. Následne na to popíšem funkcie pre zostavenie optimalizačnej úlohy, kde do úvahy budem brať model bez kvalifikácie sestier. Taktiež budem popisovať funkcie pre ich riešenie za pomoci popísaných riešičov, grafické funkcie pre zobrazenie výsledkov riešenia a na koniec kopitoly krok po kroku popíšem ako sa takýto kód vytvára.

3.1 Prehľad funkcií pre riešenie úlohy zmiešaného lineárneho programovania

V nasledujúcej sekcií popíšem funkciu `glpk`, `intlinprog`, selectMIPsolver. V začiatkoch tvorby praktickej ukážky riešenia optimalizačnej úlohy som používala prostredie Octave a v ňom dedikovanú funkciu `glpk`. Práve z tohto dôvodu je úloha zostavená v tvare, ktorý si vyžaduje táto funkcia. Neskôr sa ukázalo, že riešenie tejto úlohy by bolo možné aj pomocou prostredia Matlab a to za použitia funkie `intlinprog` z optimalizačného toolboxu. Práve preto sa používa funkcia selectMIPsolver, ktorá zabezpečuje výber vhodného riešiča podľa prostredia v ktorom je riešenie hľadané. Funkcia upravuje formuláciu úlohy pre použitie funkcie `intlinprog` a taktiež upravuje výsledné chybové hlášky. Tieto funkcie sú prevzaté, ale napriek tomu ich popisujeme, pretože je na nich založené riešenie.

3.1.1 Funkcia GLPK

V nasledujúcom odstavci vychádzam z odkazu [8]. Knižnica GLPK (GNU Linear Programming Kit) je určená na riešenie rozsiahleho lineárneho programovania (LP), zmiešaného celočíselného programovania (MIP) a ďalších súvisiacich problémov. Je to súbor rutín napísaných v ANSI C a organizovaný vo forme kalkulovanej knižnice. GLPK podporuje modelovací jazyk GNU MathProg, ktorý je podmnožinou jazyka AMPL. Knižnica GLPK zahŕňa tieto hlavné komponenty:

- primárne a duálne simplexné metódy
- metóda primárneho duálneho interného bodu
- metóda vetvenia a rezu
- prekladač pre GNU MathProg
- aplikačné programové rozhranie (API)
- samostatný analyzátor LP / MIP

`glpk` je schopné riešiť úlohy v tvare:

$$\begin{aligned} & min/max\, c^T x \\ & za\, podmienky \qquad A\, x \lesseqqgtr b \\ & \qquad\qquad lb \le x \le ub \\ & \qquad\qquad x_i \in \mathbb{N}, \forall i \in \mathcal{IC} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Operátor $\lesseqqgtr$ v úlohe znamená, že tam môže byť $\le$, $=$, $\ge$.

Funkciu `glpk` voláme v tvare:

[xopt,fmin,errnum,extra]=glpk(c,A,b,lb,ub,ctype,vartype,sense,param).

Vstupné argumenty funkcie:

c : vektor koeficientov minimalizovanej lineárnej funkcie

A : matica obsahujúca koeficienty obmedzení

b : vektor pravých strán

lb : pole určujúce dolnú hranicu pre každú z premenných. Ak lb nie je definované, predvolená dolná hranica je 0.

ub : pole určujúce hornú hranicu pre každú z premenných. Ak ub nie je definované, predvolená horná hranica je ∞.

ctype : vektor znakov rovnako dlhý ako vektor b, obsahujúci zmysel každého obmedzenia v matici obmedzení, môžu to byť nasledujúce hodnoty :

- U : obmedzenia nerovností s hornou hranicou $A(i,:) \cdot x <= b(i)$
- S : obmedzenie rovnosti $A(i,:) \cdot x = b(i)$
- L : obmedzenia nerovností s dolnou hranicou $A(i,:) \cdot x >= b(i)$

vartype : vektor obsahujúci typy premenných :

- C : označuje spojité premenné
- I : označuje celočíselné premenné, tj. ak $vartype(i) = I$, tak je i prvkom IC

sense : ak táto hodnota je 1 ide o minimalizačný problém, ak táto hodnota je -1 ide o maximalizačný problém

param : štrukrúra obsahujúca parametre, ktoré definujú správanie riešiča úlohy. Väčšinu týchto parametrov nevyužívam, preto uvediem len ten, ktorý v práci využívam.

- *msglev* : parameter, ktorý podľa priradenej hodnoty určí úroveň výstpných správ riešenia. Hodnota rovná 0 vypovedá o nenájdenom výstupe. Hodnota rovná 1, ktorá je zároveň prednastavená hodnota, vypovedá o chybe a zároveň vracia varovné správy. Hodnota rovná 2 vypovedá o normálnom výstupe. V práci je hodnota rovná 3, tj. kompletný výstup, ktorý zahŕňa informácie o výstupoch ako aj chybové hlášky.

Výstupné hodnoty funkcie:

xopt : vektor optimálneho riešenia

fopt : optimálna hodnota funkcie

ernum : indikátor, určujúci či algoritmus našiel riešenie, ak je hodnota rovná 0, tak máme riešenie, ak je hodnota nenulová, tak riešenie nebolo nájdené

extra : dátová štruktúra obsahujúca premenné, redukované náklady, čas použitý na výpočet, status optimalizácie

3.1.2 Funkcia INTLINPROG

V tejto časti som vychádzala z nápovedy v Matlabe. Funkcia `intlinprog` sa tak ako predchádzajúca funkcia používa v zmiešanom celočíselnom lineárnom programovaní MILP. Funkcia rieší problémy v nasledujúcej forme:

$$
\begin{aligned}
& min f^T x \\
& za\, podmienky \qquad A\, x \leq b \\
& \qquad\qquad\qquad Aeq\, x = beq \\
& \qquad\qquad\qquad lb \leq x \leq ub \\
& \qquad\qquad\qquad x_i \in \mathbb{N}, \forall i \in \mathcal{IC}
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

Vyššie popísanú úlohu rieši funkcia `intlinprog`, tá sa využíva v tvare:

```
X=intlinprog(f,intcon,A,b,Aeq,beq,lb,ub,x0,options)
```

kde:

A :	matica obsahujúca koeficienty obmedzení
b :	vektor pravých strán
Aeq :	matica obsahujúca koeficienty rovností obmedzení
beq :	vektor pravých strán pre obmedzenia rovností
f :	vektor koeficientov premnenných
ub :	horné ohraničenie obmedzení
lb :	dolné ohraničenie obmedzení
$intcon$:	vektor indexov z množiny $\mathcal{IC}$
$options$:	štruktúra s nastavením riešiča, vytvorená funkciou *optimoptions*, je to nepovinný argument

3.1.3 selectMIPsolver

Ako už bolo povedané v úvode tejto sekcie, táto funkcia podľa toho, či je volaná v Octave alebo v Matlabe, vyberá vhodný riešič pre zmiešané lineárne programovanie. Kód modelu bez kvalifikacie sestier je primárne napísaný pre použitie funkcií v Octave, teda vstupné a výstupne argumenty majú rovnaký význam ako vo funkcii `glpk` v Octave. Pre Matlab sú prevedené určité úpravy parametrov nielen pre funkciu `intlinprog`, ale aj pre funkciu `glpk` z knižnice GLPMEX.

Pokial je použitý posledný parameter useGLPK s hodnotou false, je v Matlabe prednostne použitá funkcia `intlinprog`, za predpokladu, že je k dispozícii, inak vypíše chybu. Pokiaľ je zadaný s hodnotou true, je v Matlabe prednostne použitá funkcia `glpk`, za predpokladu, že je k dispozícii, inak skúsi nájsť funkciu `intlinprog`. Funkcia teda postupuje nasledovne. V Octave vyberie zabudovanú funkciu v `glpk`. Na druhej strane v Matlabe najskôr skontroluje, či je prítomná funkcia `glpk` z voľne dostupnej knižnice GLPMEX. Následne kontroluje či je prítomná funkcia `intlinprog` z Optimalizačného Toolboxu. Ak nenastane ani jedna z vyššie uvedených situácii, tak vypíše chybu, že neexistuje vhodný riešič. Na druhej strane pokiaľ nastane aspoň jedna z vyššie uvedených možností, funkcia spustí hľadanie riešenia pomocou zvolenej metódy. Navyše ak je volaná funcia `intlinprog`, tak úloha bude prevedená na tvar, ktorý je pre ňu vhodný, tj. separuje zvlášť podmienky v tvare rovností $\geq$ a $\leq$.

Väčšina parametrov vychádza práve z volania funkcie `glpk`, na ktoré sa odkazuje. Hlavná úprava parametrov spočíva aj v zmene výstupného parametru errnum. Pre tento parameter funkcie selectMIPsolver veľmi zjednodušene prevedieme návratové chybové kódy funkcie `intlinprog` na vybrané chybové kódy funkcie `glpk`, pretože vo funkcií `intlinprog` a teda aj v `glpk` balíčku pre Matlab sú tieto zadané inak, ako pre použitie v Octave.

Funkcia je volaná nasledovne:

```
[xopt,fmin,errnum,extra]=selectMIPsolver...
  (c,A,b,lb,ub,ctype,vartype,sense,param,useGLPK)
```

Vstupné argumenty:

c: vektor koeficientov minimalizovanej lineárnej funkcie

A: matica obmedzení

b: vektor pravých strán obmedzení

lb: vektor dolného ohraničenia obmedzení

ub: vektor horného ohraničenia obmedzení

ctype: vektor obsahújuci zmysel každého obmedzenia v matici obmedzenia (podľa typu rovnosť/nerovnosť) *vartype*: vektor obsahujúci typy premenných

sense: typ optimalizačnej úlohy

param: štruktúra obsahujúca parametre, ktoré sa používajú na definovanie správania riešenia

useGLPK: umožňuje určiť, či je v Matlabe prednostne použitý `intlinprog` alebo `glpk`. False alebo neprítomnosť vyjadruje `intlinprog`, true vyjadruje `glpk`.

Výstupné argumenty:

xopt: nájdene riešenie optimalizačnej úlohy v tvare vektoru

fmin: optimálna hodnota optimalizačnej úlohy

errnum: chybový kód optimalizačnej úlohy

extra: informácie o výpočte optimalizačnej úlohy

3.2 Vlastné funkcie a skripty

V tejto sekcií uvediem zoznam použitých funkcií vytvorených pre riešenie Modelu bez kvalifikácie sestier 2.1.1. Budeme vychádzať z názvu tohto modelu, a preto MBKS na začiatku názvu skoro všetkých funkcí, znamená model bez kvalifikácie sestier. Funkcie sú zoradené do skupín popísaných nižšie.

3.2.1 Základné funkcie pre zostavenie a riešenie modelu

Uvedené funkcie zabezpečujú zostavenie úlohy a následne hľadanie riešenia. Sú hlavné funkcie, ktoré užívateľ musí použiť.

MBKS_zostav_optimalizacnu_ulohu zostavenie optimalizačnej úlohy pre model bez kvalifikácie sestier

MBKS_riesenie výpočet a nájdenie riešenia optimalizačnej úlohy

3.2.2 Funkcie pre zobrazenie výsledkov

Po zavolaní uvedených funkcií, užívateľ obdrží výsledky v podobe grafických výstupov.

MBKS_zobraz_priradenie_sluzieb zobrazí priradenie sestier na zmeny

MBKS_zobraz_obsadenost_zmien zobrazí počty sestier na zmenách

MBKS_zobraz_pocty_zmien zobrazí počty zmien jednotliých sestier a pomer počtu nočných zmien ku všetkým zmenám

MBKS_zobraz_pocty_vikendovych_zmien zobrazí počty zmien jednotlivých sestier cez víkendové a pracovné dni

MBKS_zobraz_pocty_turnusov zobrazí počet turnusov pre jednotlivé sestry

MBKS_zobraz_odchylky_nezavaznych_poziadavok zobrazí počet pracovných dní každej sestry a celkovú odchýlku rozdielu denných od nočných zmien

3.2.3 Pomocné funkcie pre zostavenie úlohy

Uvedené funkcie vôbec nemusia byť priamo volané užívateľom, pretože predstavujú len pomocné funkcie pre funkciu MBKS_zostav_optimalizacnu_ulohu.

MBKS_zostav_obmedzenie_typ1 zostavenie prvého záväzného obmedzenia

MBKS_zostav_obmedzenie_typ2 zostavenie druhého záváného obmedzenia

MBKS_zostav_obmedzenie_typ3 zostavenie tretieho záväzného obmedzenia

MBKS_zostav_obmedzenie_typ4 zostavenie štvrtého záväzného obmedzenia

MBKS_zostav_obmedzenie_typ5 zostavenie piatého záväzného obmedzenia

MBKS_zostav_obmedzenie_typ6 zostavenie šiestého záväzného obmedzenia

MBKS_zostav_obmedzenie_typ7 zostavenie prvého nezáväzného obmedzenia

MBKS_zostav_obmedzenie_typ8 zostavenie druhého nezáväzného obmedzenia

3.2.4 Skripty s ukážkovými príkladmi

Jedná sa o ukážkové skripty, ktoré poukazujú hlavne na to ako vytvoriť vstupné parametre pre úlohu s istým planovaným obdobím. Skripty spúšťame len zadaním ich názvu do prostredia, v ktorom bude hľadanie riešenia optimalizačnej úlohy spúšťané, napr. Matlab.

V týchto skriptoch sa nachádzajú základné vstupné parametre potrebné pre zostavenie úlohy. Preto po spustení, na základe zadaných parametrov, si tieto skripty volajú funkcie, ktoré zabezpečia zostavenie optimalizačnej úlohy zodpovedajúce práve týmto parametrom. Po zostavení tejto úlohy sa zavolá funkcia pre výber riešiča, ktorá podľa prostredia v ktorom je skript spúšťaný, určí vhodný riešič úlohy. Po vhodnom výbere riešiča, sa zavolá funkcia pre nájdenie riešenia optimalizačnej úlohy. V závere týchto skriptov sa volajú grafické funkcie, pomocou ktorých zobrazujeme vhodne interpretované riešenie a poukazujeme do akej miery boli splnené záväzné či nezáväzné požiadavky.

MBKS_1 plánované obdobie jeden týždeň

MBKS_2 plánované obdobie jeden mesiac

MBKS_3 plánované obdobie jeden pol rok

MBKS_4 plánované obdobie jeden rok

MBSK_5 plánované obdobie jeden týždeň a fixná matica nákladov (pomocný skript pre rýchlosť výpočtu)

MBSK_6 plánované obdobie jeden mesiac a fixná matica nákladov (pomocný skript pre rýchlosť výpočtu)

MBSK_7 plánované obdobie jeden pol rok a fixná matica nákladov (pomocný skript pre rýchlosť výpočtu)

MBSK_8 plánované obdobie jeden rok a fixná matica nákladov (pomocný skript pre rýchlosť výpočtu)

3.3 Popis použitých funkcií

3.3.1 Zostavenie a riešenie modelu

3.3.1.1 MBKS_zostav_optimalizacnu_ulohu

Funkcia pre zostavenie optimalizačnej úlohy pre NSP.

Funkcia je volaná následovne:

```
[c,A,b,lb,ub,ctype,vartype,sense,param]=...
  MBKS_zostav_optimalizacnu_ulohu(n,m,z,...
  w,a,max_wknd_den,min_poc_den,max_poc_den,...
  l,delta,weekend_indx,p,D,KN,w1,w2)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z : počet zmien

w : počet víkendových dní za periodu m

a : maximálny počet po sebe idúcich pracovných dní pre sestru za periodu m

l : optimálny počet pracovných dní v plánovanom období

delta : minimálny predpísaný pomer počtu nočných a všetkých zmien pre všetky sestry

p : trojrozmerné pole nákladov na priradenia sestier na rôzne zmeny v rôznych dňoch

D : matica minimálnych predpísaných počtov sestier na jednotlivých zmenách v rôzných dňoch

KN : množina (vektor) nočných zmien

$w1$: vektor váh pre prvé nezáväzne obmedzenie

$w2$: vektor váh pre druhé nezáväzne obmedzenie

weekend_indx : vektor indexov víkendových dní

max_wknd_den : max počet víkendových pracovných dní za periodu m

min_poc_den : minimálny počet pracovných dní v plánovacom období *max_poc_den* : maximálny počet pracovných dní v plánovacom období

Výstupné argumenty:

c : koeficient v minimalizovanej lineárnej funkcií

A : matica obmedzení

b : vektor pravých strán obmedzení

lb : vektor dolného obmedzenia neznámych x

ub : vektor horného obmedzenia neznámych x

ctype : vektor obsahujúci zmysel každého obmedzenia v matici obmedzenia (podľa typu rovnosť/nerovnosť)

vartype : vektor obsahujúci typy premenných

sense : typ optimalizačnej úlohy

param : štruktúra obsahujúca parametre, ktoré sa používajú na definovanie správania riešenia

3.3.1.2 MBKS_riesenie

Táto funkcia prevezme úlohu zostavenú pomocou funkcie MBKS_zostav_optimalizacnu_ulohu. Táto úloha sa ďalej bude riešiť zavolaním funkcie selectMIPsolver, ktorá vyberie vhodný riešič. Po vyriešení úlohy sa z vektoru riešení *xopt* vytvoria premenné s optimálnými hodnotami neznámych, tj.x_{ijk} v matici XOPT, f_i^+ vo vektore $fpls$, f_i^- vo vektore $fmns$, g_i^+ vo vektore $gpls$, g_i^- vo vektore $gmns$.

Funkcia je volaná následovne:

```
[XOPT, fpls ,fmns , gpls ,gmns , cas_vypoctu , fmin , errnum , . . .
   extra]= MBKS_riesenie(n ,m, z , c ,A, b , lb , ub , ctype , . . .
   vartype , sense , param , useGLPK )
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaneho obdobia

z : počet zmien

c : koeficient v minimalizovanej lineárnej funkcií

A : matica obmedzení

b : vektor pravých strán obmedzení

lb : vektor dolného obmedzenia neznámych x

ub : vektor horného obmedzenia neznámych x

$ctype$: vektor obsahujúci zmysel každého obmedzenia v matici obmedzenia (podľa typu rovnosť/nerovnosť)

$vartype$: vektor obsahujúci typy premenných

$sense$: typ optimalizačnej úlohy

$param$: štruktúra obsahujúca parametre, ktoré sa používajú na definovanie správania riešenia

$useGLPK$: hľadanie `glpk` funkcie

Výstupné argumenty:

$XOPT$: nájdene riešenie optimalizačnej úlohy v tvare trojrozmerného poľa

$fpls$: vektor kladných odchýliek f_i^+ pre zobrazenie riešenia s nezáväznými požiadavkami pre kladné odchýlky

$fmns$: vektor záporných odchýliek f_i^- pre zobrazenie riešenia s nezáväznými požiadavkami pre záportne odchýlky

$gpls$: vektor kladných odchýliek g_i^+ pre zobrazenie riešenia s nezáväznými požiadavkami pre kladné odchýlky

$gmns$: vektor záporných odchýliek g_i^- pre zobrazenie riešenia s nezáväznými požiadavkami pre záporné odchýlky

$fmin$: optimálna hodnota účelovej funkcie optimalizačnej úlohy

$errnum$: chybový kód vracaný riešičom optimalizačnej úlohy

$extra$: informácie o výpočte optimalizačnej úlohy

$cas\_vypoctu$: čas výpočtu optimalizačnej úlohy

3.3.2 Funkcie pre grafické zobrazenia

3.3.2.1 MBKS_zobraz_priradenie_sluzieb

Funkcia, ktora slúži na zostavenie grafu, ktorý obsahuje rozpis služieb na dané plánované obdobie pre každú sestru a každú zmenu.

Funkcia je volaná následovne:

```
MBKS_zobraz_priradenie_sluzieb(n,m,z,weekend_indx,XOPT)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z : počet zmien

$weekend\_indx$: vektor indexov víkendových dní

$XOPT$: nájdene riešenie optimalizačnej úlohy v tvare trojrozmerného poľa

Grafický výstup:
Graf priradenia sestier na zmeny (viď 3.1).

3.3.2.2 MBKS_zobraz_obsadenost_zmien

Funkcia, ktorá slúži na zostavenie grafu, ktorý zobrazuje počet sestier na jednotlivých zmenách v jednotlivé dni.

Funkcia je volaná následovne:

```
MBKS_zobraz_obsadenost_zmien(n,m,z,D,XOPT)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z : počet zmien

D : matica minimálnych predpísaných počtov sestier na jednotlivých zmenách v rôznych dňoch

$XOPT$: nájdene riešenie optimalizačnej úlohy v tvare trojrozmerného poľa

Grafický výstup:
Graf počtov sestier na rôznych zmenách za jednotlivé dni (viď 3.2).

3.3.2.3 MBKS_zobraz_pocty_zmien

Funkcia, ktorá slúži na zostavenie grafu, ktorý zobrazuje počet rôznych zmien sestier za celé obdobie.

Funkcia je volaná následovne:

```
MBKS_zobraz_pocty_zmien(n,m,z,min_poc_den,...
   max_poc_den,KN,delta,XOPT)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z : počet zmien

KN : množina (vektor) nočných zmien

$delta$: minimálny predpísaný pomer počtu nočných a všetkých zmien pre všetky sestry

$XOPT$: nájdene riešenie optimalizačnej úlohy v tvare trojrozmerného poľa

min_poc_den : minimálny počet pracovných dní v plánovacom období

max_poc_den : maximálny počet pracovných dní v plánovacom období

Grafický výstup:
Graf počtu rôznych zmien sestier za celé obdobie (viď3.3).
Graf pomeru nočnych zmien ku všetkým zmenám (viď3.3).

3.3.2.4 MBKS_zobraz_pocty_vikendovych_zmien

Funkcia, ktorá slúži na zostavenie grafu, ktorý zobrazuje počet víkendových a nevíkendových zmien jednotlivých sestier za celé obdobie.

Funkcia je volaná následovne:

```
MBKS_zobraz_pocty_vikendovych_zmien(n,m,z,w,...
   max_wknd_den,weekend_indx,XOPT)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z : počet zmien

$XOPT$: nájdene riešenie optimalizačnej úlohy v tvare trojrozmerného poľa

max_wknd_den : max počet víkendových pracovných dní za periodu m

$weekend\_indx$: množina (vektor) víkendových zmien počas plánovacieho obdobia

Grafický výstup:
Graf počtu víkendových a nevíkendových zmien jednotlivých sestier za celé obdobie (viď3.4).

3.3.2.5 MBKS_zobraz_pocty_turnusov

Funkcia, ktorá slúži na zostavenie grafu, ktorý zobrazuje počet pracovných turnusov o rôznej dĺžke prepočítané na dni, ktoré sestra odpracuje a počet dní voľna, ktoré sestra má za sledované obdobie.

Funkcia je volaná následovne:

```
MBKS_zobraz_pocty_turnusov(n,m,z,a,XOPT)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z : počet zmien

a : maximálny počet po sebe bez prestávky idúcich pracovných dní kedy ma setra zmenu za plánované obdobie m

$XOPT$: nájdene riešenie optimalizačnej úlohy v tvare trojrozmerného poľa

Grafický výstup:
Graf počtu turnusov každej sestry (viď3.5).
Graf počtu dní voľna každej sestry medzi jednotlivými turnusmi (viď3.5).

3.3.2.6 MBKS_zobraz_odchylky_nezavaznych_poziadavok

Funkcia, ktora slúži na zostavenie grafu, ktorý zobrazuje odchýlky pracovných dní od optimálneho počtu pracovných dní.

Funkcia je volaná následovne:

```
MBKS_zobraz_odchylky_nezavaznych_poziadavok(fpls,fmns,...
  gpls,gmns)
```

Vstupné argumenty:

$fpls$: vektor kladných odchýliek f_i^+ pre zobrazenie riešenia s nezáväznými požiadavkami pre kladné odchýlky

$fmns$: vektor záporných odchýliek f_i^- pre zobrazenie riešenia s nezáväznými požiadavkami pre záportne odchýlky

$gpls$: vektor kladných odchýliek f_i^+ pre zobrazenie riešenia s nezáväznými požiadavkami pre kladné odchýlky

$gmns$: vektor záporných odchýliek f_i^- pre zobrazenie riešenia s nezáväznými požiadavkami pre záporné odchýlky

Grafický výstup:
Graf odchýliek pracovných dní od optimálneho počtu pracovných dní (viď3.6).
Graf celkovej odchýlky rozdielu denných od nočných zmien (viď3.6).

3.3.3 Zostavenie obmedzení

3.3.3.1 MBKS_zostav_obmedzenie_typ1

Funkcia pre zostavenie časti matice obmedzení A, časti vektoru pravých strán b a časti vektoru znakov *ctype*. Sú to časti odpovedajúce prvnému záväznému obmedzeniu 2.2, ktoré zabezpečuje, že sestra v priebehu 24 hodín odpracuje najviac 1 zmenu.

Funkcia je volaná následovne:

```
[A1,b1,ctype1]=MBKS_zostav_obmedzenie_typ1...
  (n,m,z,pocet_neznamych_celkom)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z: počet zmien

$pocet\_neznamych\_celkom$: celkový počet neznámych pre závazne aj nezávazne požiadavky

Výstupné argumenty:

$A1$: časť matice obmedzení A

$b1$: časť vektoru pravých strán b

$ctype1$: časť vektoru znakov $ctype$, určuje typ obmedzenia

3.3.3.2 MBKS_zostav_obmedzenie_typ2

Funkcia pre zostavenie časti matice obmedzení A, časti vektoru pravých strán b a časti vektoru znakov *ctype*. Sú to časti odpovedajúce druhému záväznému obmedzeniu 2.3, ktoré zabezpečuje, maximálny predpísaný počet a pracovných dní za sebou.

Funkcia je volaná následovne:

```
[A2,b2,ctype2]=MBKS_zostav_obmedzenie_typ2...
   (n,m,z,pocet_neznamych_celkom,a)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaneho obdobia

z : počet zmien

a : maximálny počet po sebe bez prestávky idúcich pracovných dní kedy ma setra zmenu za plánované obdobie m

pocet_neznamych_celkom- celkový počet neznámych pre závázne aj nezáväzne požiadavky

Výstupné argumenty:

$A2$: časť matice obmedzení A

$b2$: časť vektoru pravých strán b

$ctype2$: časť vektoru znakov *ctype*, určuje typ obmedzenia

3.3.3.3 MBKS_zostav_obmedzenie_typ3

Funkcia pre zostavenie časti matice obmedzení A, časti vektoru pravých strán b a časti vektoru znakov *ctype* . Sú to časti odpovedajúce tretiemu záväznému obmedzeniu 2.4, ktoré zabezpečí požadovaný počet odpracovaných víkendových dní w za dané plánované obdobie.

Funkcia je volaná následovne:

```
[A3,b3,ctype3]=MBKS_zostav_obmedzenie_typ3...
   (n,m,z,pocet_neznamych_celkom,w,max_wknd_den,...
   weekend_indx)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaneho obdobia

z : počet zmien

w : počet víkendových dní za periodu m

max_wknd_den : max počet víkendových pracovných dní za periodu m

$weekend\_indx$: množina (vektor) víkendových zmien počas plánovacieho obdobia

$pocet\_neznamych\_celkom$: celkový počet neznámych pre záväzne aj nezáväzne požiadavky

Výstupné argumenty:

$A3$: časť matice obmedzení A

$b3$: časť vektoru pravých strán b

$ctype3$: časť vektoru znakov $ctype$, určuje typ obmedzenia

3.3.3.4 MBKS_zostav_obmedzenie_typ4

Funkcia pre zostavenie časti matice obmedzení A, časti vektoru pravých strán b a časti vektoru znakov $ctype$. Sú to časti odpovedajúce štvrtému záväznému obmedzeniu 2.5, ktoré zabezpečí odpracovanie maximálneho d a minimálneho c počtu dní za dané plánované obdobie.

Funkcia je volaná následovne:

```
[A4,b4,ctype4]=MBKS_zostav_obmedzenie_typ4...
  (n,m,z,pocet_neznamych_celkom,min_poc_den,max_poc_den)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z : počet zmien

min_poc_den : minimálny počet pracovných dní v plánovacom období

max_poc_den : maximálny počet pracovných dní v plánovacom období *pocet_neznamych_celkom* : celkový počet neznámych pre záväzne aj nezáväzne požiadavky

Výstupné argumenty:

$A4$: časť matice obmedzení A

$b4$: časť vektoru pravých strán b

$ctype4$: časť vektoru znakov *ctype*, určuje typ obmedzenia

3.3.3.5 MBKS_zostav_obmedzenie_typ5

Funkcia pre zostavenie časti matice obmedzení A, časti vektoru pravých strán b a časti vektoru znakov *ctype* . Sú to časti odpovedajúce piatemu záväznému obmedzeniu 2.6, ktoré zabezpečí, že každa sestra v danom plánovanom období odpracuje minimálny pomer δ počtu nočných zmien k celkovému počtu všetkých zmien.

Funkcia je volaná následovne:

```
[A5,b5,ctype5]=MBKS_zostav_obmedzenie_typ5...
   (n,m,z,pocet_neznamych_celkom,KN,delta)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z : počet zmien

KN : množina (vektor) indexov nočných zmien

delta : minimálny predpísaný pomer počtu nočných a všetkých zmien pre všetky sestry

pocet_neznamych_celkom : celkový počet neznámych pre záväzne aj nezáväzne požiadavky

Výstupné argumenty:

$A5$: časť matice obmedzení A

$b5$: časť vektoru pravých strán b

$ctype5$: časť vektoru znakov *ctype*, určuje typ obmedzenia

3.3.3.6 MBKS_zostav_obmedzenie_typ6

Funkcia pre zostavenie časti matice obmedzení A, časti vektoru pravých strán b a časti vektoru znakov *ctype* . Sú to časti odpovedajúce šiestemu záväznému obmedzeniu 2.7, ktoré zabezpečí naplnenie požadovaného dopytu D po sestrách na každej zmene v celom plánovanom období.

Funkcia je volaná následovne:

```
[A6,b6,ctype6]=MBKS_zostav_obmedzenie_typ6...
   (n,m,z,pocet_neznamych_celkom,D)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaneho obdobia

z : počet zmien

D : matica minimýlnych predpísaných počtov sestier na jednotlivých zmenách v rôznych dňoch

pocet_neznamych_celkom : celkový počet neznámych pre záväzne aj nezáväzne požiadavky

Výstupné argumenty:

$A6$: časť matice obmedzení A

$b6$: časť vektoru pravých strán b

*ctype*6 : časť vektoru znakov *ctype*, určuje typ obmedzenia

3.3.3.7 MBKS_zostav_obmedzenie_typ7

Funkcia pre zostavenie časti matice obmedzení A, časti vektoru pravých strán b a časti vektoru znakov *ctype*. Sú to časti odpovedajúce prvnému nezáväznému obmedzeniu 2.11, ktoré sa pokúsi priradiť každej sestre optimálny l počet pracovných dní v plánovanom období.

Funkcia je volaná následovne:

```
[A7,b7,ctype7]=MBKS_zostav_obmedzenie_typ7...
   (n,m,z,l,pocet_neznamych_celkom)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaneho obdobia

z : počet zmien

l : optimálny počet pracovných dní v plánovacom období

$pocet\_neznamych\_celkom$: celkový počet neznámych pre záväzne aj nezáväzne požiadavky

Výstupné argumenty:

$A7$: časť matice obmedzení A

$b7$: časť vektoru pravých strán b

$ctype7$: časť vektoru znakov *ctype*, určuje typ obmedzenia

3.3.3.8 MBKS_zostav_obmedzenie_typ8

Funkcia pre zostavenie časti matice obmedzení A, časti vektoru pravých strán b a časti vektoru znakov *ctype*. Sú to časti odpovedajúce druhému nezáväznému obmedzeniu 2.17, ktoré sa pokúsi priradiť každej sestre s kažkou kvalifikáciou viac denných, čiže ranných a poobedných zmien než nočných v každom plánovanom období.

Funkcia je volaná následovne:

```
[A8,b8,ctype8]=MBKS_zostav_obmedzenie_typ8...
   (n,m,z,pocet_neznamych_celkom,KN)
```

Vstupné argumenty:

n : počet sestier

m : počet dní plánovaného obdobia

z : počet zmien

KN : množina (vektor) indexov nočných zmien

$pocet\_neznamych\_celkom$: celkový počet neznámych pre záväzne aj nezáväzne požiadavky

Výstupné argumenty:

$A8$: časť matice obmedzení A

$b8$: časť vektoru pravých stran b

$ctype8$: časť vektoru znakov *ctype*, určuje typ obmedzenia

3.4 Ukážkový príklad

Podrobne popíšem Príklad 1 pre hľadanie riešenia optimalizačnej úlohy NSP, v ktorom budeme uvažovať rozpis vytvorený na plánované obdobie jedného týždňa. Tento sa nachádza v skripte MBKS_1.

V sekcii VSTUPNE DATA, je potrebné zadať parametre pre úlohu, ich popisky sú vždy vedľa každej neznámej. Uvažujeme rozpis vytvorený pre nasledujúci počet sestier

```
n=20
```

Dĺžka plánovaného obdobia je určená ako súčin mesiacov a dní. Nakoľko pre týždenný rozpis uvažujeme 7 dní, ktoré sa samozrejme nachádzajú iba v jednom mesiaci, bude tento súčin rovný

```
m=7
```

Z toho vyplýva, že počet víkendových dní bude

```
w=2
```

Počas každého dňa sme zaviedli 3 zmeny, na ktoré budeme potrebovať istý počet sestier

```
z=3
```

Stanovíme maximálny počet po sebe idúcich zmien v rámci obdobia pre každú sestru tak, aby sme dodržali záväznú požiadavku 2.3

```
a=4
```

Pre dodržanie ďalšej záväznej požiadavky 2.4, bude maximálny počet víkendových dní rovný

```
max_wknd_den = 1
```

V obmedzení 2.5 budeme potrebovať hodnotu minimálneho a maximálneho počtu pracovných dní. V obmedzení 2.11 budeme potrebovať optimálny počet pracovných dní. Určíme následovne

```
min_poc_den = 2

max_poc_den = 4

l=5
```

Pre ďalšie obmedzenie 2.6 na dodržanie počtu nočných zmien zavedieme následovný koeficient vyjadrujúce pomer počtu nočných a všetkých zmien

```
delta=0.25
```

K určeniu množiny indexov víkendových dní využijeme nasledujúci cyklus

```
for i = 6:7:m
 weekend_indx_init(i,1) = i;
end
for i = 7:7:m
 weekend_indx_init(i,1) = i;
end
```

ktorý podľa dĺžky plánovaného obdobia m, v tomto prípade jedného týždňa naplní množinu weekend_indx.
Pre dodržanie minimálneho počtu D sestier na zmenách zostavíme maticu

```
D = ones(m,z) * 2
```

Nakoľko uvažujeme 3 zmeny, budeme predpokladať, že množina nočných zmien KN bude obsahovať práve jednu hodnotu a to rovnú 3, kde táto hodnota predstavuje nočnú zmenu

```
KN=3
```

Keďže v tomto príklade uvažujeme aj nezáväzné požiadavky, ktoré avšak nemusia byť dodržané, takéto porušenie penalizujeme váhami

```
w1 = ones(n,1)
```

```
w2 = ones(n,1)*(4)
```

Na to aby sme vedeli stanoviť optimálne náklady pre daný rozpis, budeme potrebovať hodnotu maximálnych nákladov na zmenu

```
max_shift_cost = 10
```

Takto stanovená výška nákladov nám poslúži na vygenerovanie matice nákladov p, ktorá pre tento príklad bude obsahovať náhodné hodnoty avšak do výšky maximálnych nákladov. Nakoľko uvažujeme nočnú dennú a rannú zmenu, táto matica predstavuje trojrozmerné pole.

```
p = randi(max_shift_cost,n,m,z )
```

Teraz už máme všetky podklady pre zostavenie optimalizačnej úlohy a preto v tomto skripte začína volanie funkcie MBKS_zostav_optimalizacnu_ulohu.

Funkcia MBKS_zostav_optimalizacnu_ulohu sa zavolá následovne

```
[c,A,b,lb,ub,ctype,vartype,sense,param]=...
   MBKS_zostav_optimalizacnu_ulohu...
   (n,m,z,w,a,max_wknd_den,min_poc_den,...
    max_poc_den,l,delta,weekend_indx,p,D,KN,w1,w2)
```

kde si na vstupe zavolá vyššie popísané premenné. Vo funkcií tvorí primárnu časť volanie funkcií pre zostavenie záväzných a nezáväzných obmedzení. Pomocou ktorých sa vytvorí matica obmedzení, vektor pravých strán a reťazec znakov *ctype*.

Postupne sa deklarujú aj ďalšie výstupné parametre ako horné a dolné ohraničenie premenných, tj. *lb* a *ub*. Zadefinuje sa aj parameter *vartype*, do ktorého vstupujú znaky I a C. Kedže ide o úlohu minimalizácie, ďalší výstupný parameter *sense* bude rovný hodnote 1. Na výstupe budeme chcieť taktiež všetky informácie o výpočte alebo prípadných chybách a preto parameter *param.msglev* položíme rovný hodnote 3. Na záver vektor koeficientov c, ktorý zložíme pomocou matice nákladov p a príslušných váh w. Toto všetko poslúži ako vhodné vstupy pre nájdenie optimálneho riešenia za pomoci funkcie MBKS_Riesenie, popísanej v 3.2.

Funkcia na nájdenie riešenia MBKS_Riešenie sa zavolá následovne

```
[XOPT, fpls ,fmns , gpls ,gmns, cas_vypoctu ,fmin , . . .
   errnum , extra]=MBKS_riesenie(n,m,z ,c ,A,b,lb , . . .
   ub,ctype , vartype , sense ,param,useGLPK)
```

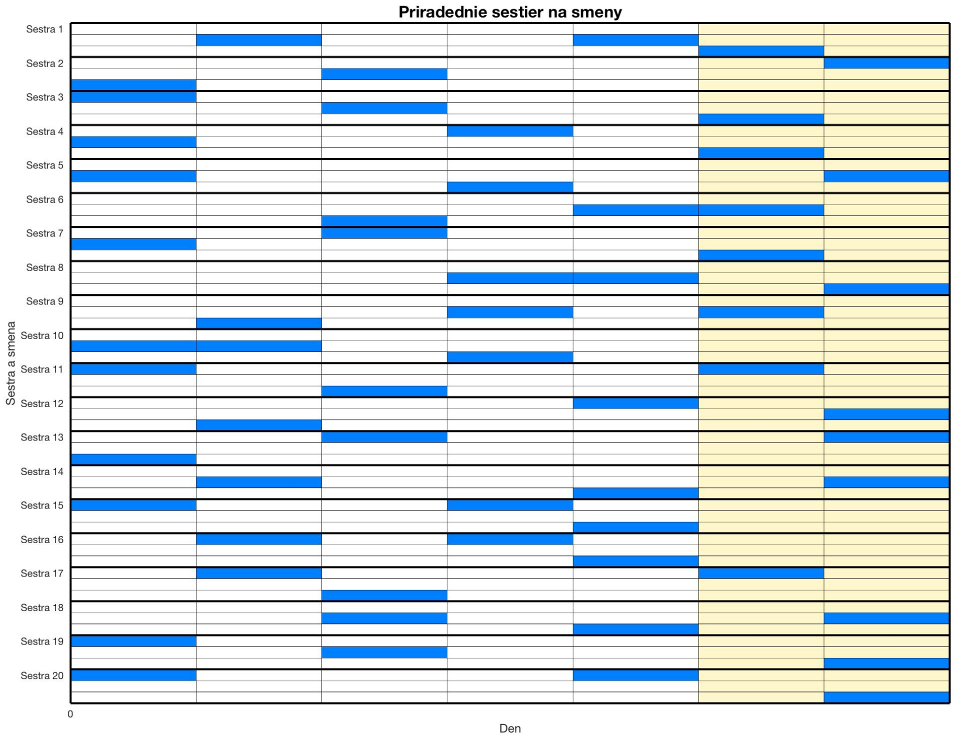
Funkcia po vhodnom výbere riešiča zároveň aj nájde optimálne riešenie *xopt* a navyše sa na výstupe objaví aj optimálna hodnota tejto úlohy $fmin$, chybový kód *errnum* a informácie o výpočte úlohy *extra*.
Funkciou MBKS_Riesenie sa teda našlo optimálne riešenie ulohy NSP. Na to aby sme ukázali samotný rozpis služieb alebo to nakoľko sú splnené záväzné či nezáväzné požiadavky nám poslúžia grafické funkcie popísané v 3.3.2., ktoré sa volajú v skripte MBKS_1 v sekcii ZOBRAZENIA.

Pre prvý grafický výstup sa zavolá funkcia

```
MBKS_zobraz_priradenie_sluzieb(n,m, z , weekend_indx ,XOPT)
```

Na obrázku 3.1 môžeme vidieť kompletný rozpis služieb zdravotných sestier. Tento rozpis je vytvorený pre 20 sestier na plánované obdobie o dĺžke jedného mesiaca. Rozpis je ďalej rozdelený na jednotlivé týždne, čo je zvýraznené hrubou čiernou čiarou. Riadky predstavujú jednotlivé zmeny. V poradí prvý riadok pre danú sestru predstavuje rannú zmenu, druhý riadok poobednú zmenu a tretí riadok nočnú zmenu. Toto platí pre každu sestru v rozpise. Slabo žltou farbou sú zvýraznené vikendové dni odpovedajúce vikendovým indexom zo zadania. Modré políčka predstavujú zmeny, na ktorých práve sestry pracujú, naopak biele políčka predstavujú voľné zmeny.

Tento rozpis je vytvorený tak, že spĺňa všetky požiadavky z 2.1.1. Dá sa ľahko skontrolovať, že je dodržaná požiadavka 2.2, čiže každá sestra pracuje v intervale 24 hodín práve jednú zmenu.



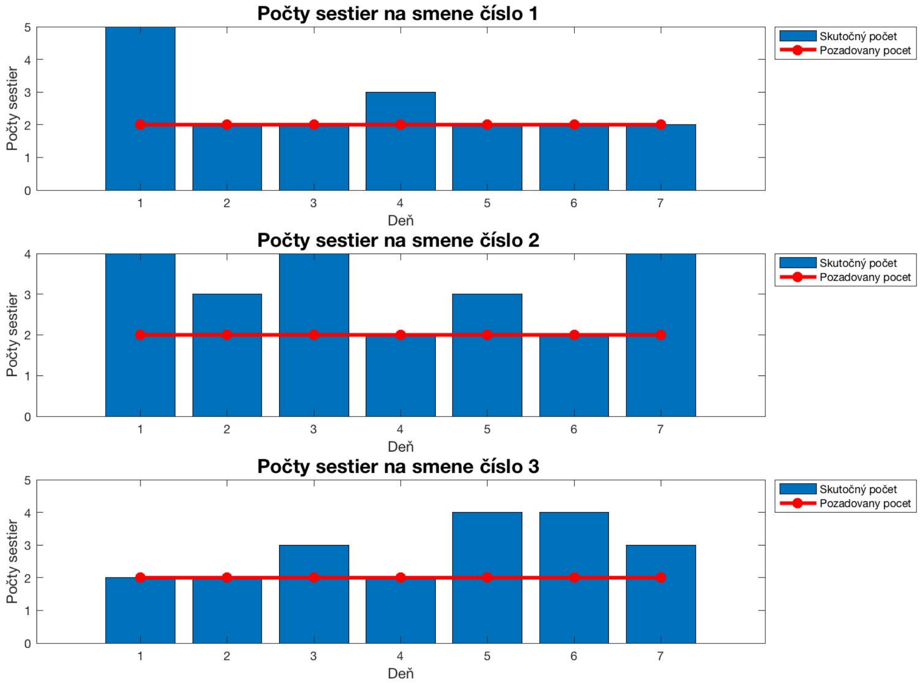
Obr. 3.1: Grafické zobrazenie 1 / týždeň

Pre druhý grafický výstup sa zavolá funkcia

```
MBKS_zobraz_obsadenosti_zmien(n,m,z,D,XOPT)
```

Obrázok 3.2 je rozdelený do troch grafických častí, kde prvá časť predstavuje rannú zmenu, druhá časť poobednú a tretia časť nočnú zmenu. Toto zobrazenie nemusí byť vždy rozdelené len do troch častí, bude to závisieť od počtu zmien. Červenou čiarou máme znázornený požadovaný dopyt po počte sestier na jednotlivé zmeny, ktorý musí byť naplnený tak, aby bola spľnená požiadavka 2.7. Modrý stĺpec vyjadruje reálny počet sestier na zmenách.

Vidíme, že táto požiadavka na dopyt je splnená pre všetky zmeny. Táto požiadavka by nebola splnená v prípade, ak by bol skutočný počet sestier na zmene menší ako ten požadovaný.



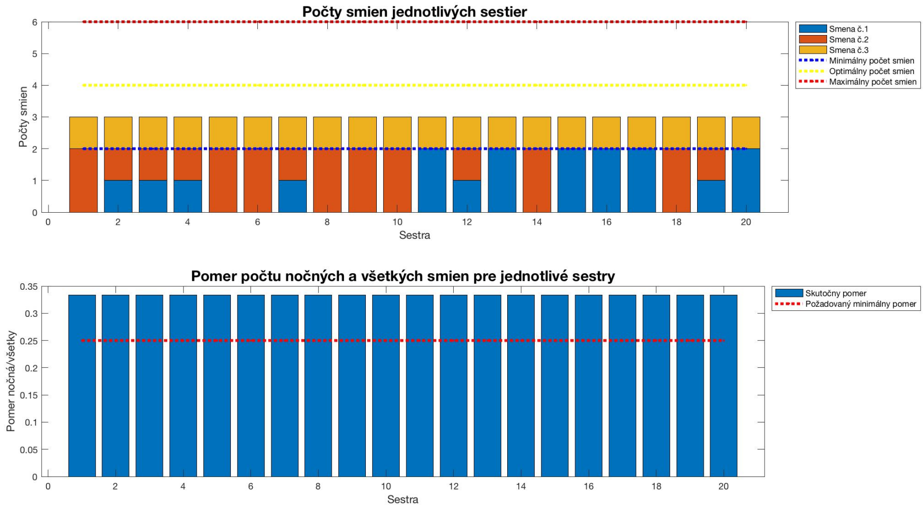
Obr. 3.2: Grafické zobrazenie 2 / týždeň

Pre tretí grafický výstup sa zavolá funkcia

```
MBKS_zobraz_pocty_zmien(n,m,z,min_poc_den,...
   max_poc_den,KN,delta,l,XOPT)
```

Obrázok 3.3 je rozdelený do dvoch grafických častí. V prvej časti obrázku je vykreslený súčet všetkých zmien každej sestry. Pre lepšiu vizualizáciu je každý druh zmeny vykreslený inou farbou. Tento graf znázorňuje požiadavku 2.5 na minimálny (modrá hranica) a maximálny (červená hranica) požadovaný počet zmien každej sestry, ktorý musíme dodržať. Ako vidíme na obrázku, táto požiadavka je splnená.

V druhej časti obrázku znázorňujeme skutočný pomer počtu všetkých zmien k počtu nočných zmien vzhľadom na požadovaný minimálny pomer. Skutočný pomer je vykreslený modrým grafom, požadovaný červeným. Tento graf interpretuje požiadavku 2.6. Vzhľadom na stanovený koeficient *delta*, vypočítaný minimálny pomer nemôže klesnúť pod túto úroveň. V opačnom prípade by nebola požiadavka splnená. V našom prípade sme splnili aj túto požiadavku. Z tohto grafu je možné poznať aj splnenie či nesplnenie nezáväznej požadavky 2.17 na to, aby bolo viac denných než nočných zmien. Ak je to splnené, tak sú všetky pomery menšie ako 0.5.

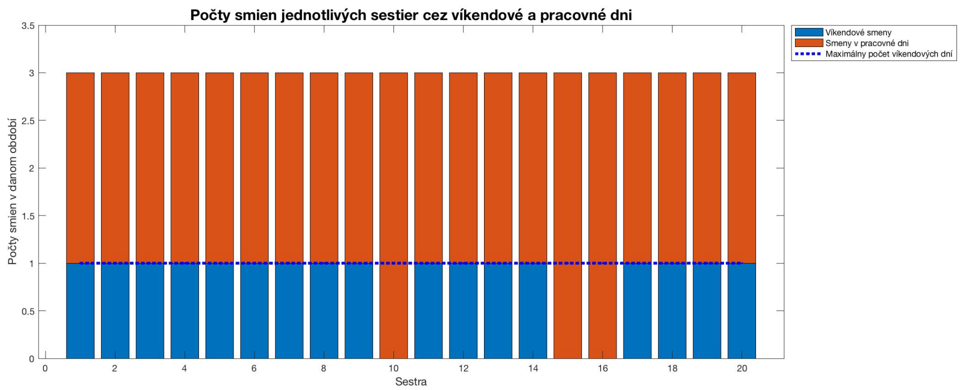


Obr. 3.3: Grafické zobrazenie 3 / týždeň

Pre štvrtý grafický výstup sa zavolá funkcia

```
MBKS_zobraz_pocty_vikendovych_zmien(n,m,z,w,...
   max_wknd_den,weekend_indx,XOPT)
```

Stĺpcový graf na tomto obrázku 3.4 znázorňuje počet všetkých zmien, ktoré každá sestra odpracuje v danom období. Červenou farbou sú vykreslené pracovné dni, čiže od pondelka do piatka, modrou farbou sú vykreslené víkendové dni. Požiadavku na dodržanie maximálneho počtu víkendových dní predstavuje modrá čiara. Vidíme, že požiadavka na dodržanie maximálneho počtu víkendových dní 2.4 je splnená, nakoľko každá sestra pracuje len toľko nočných zmien aby neprekročila požadovaný limit.



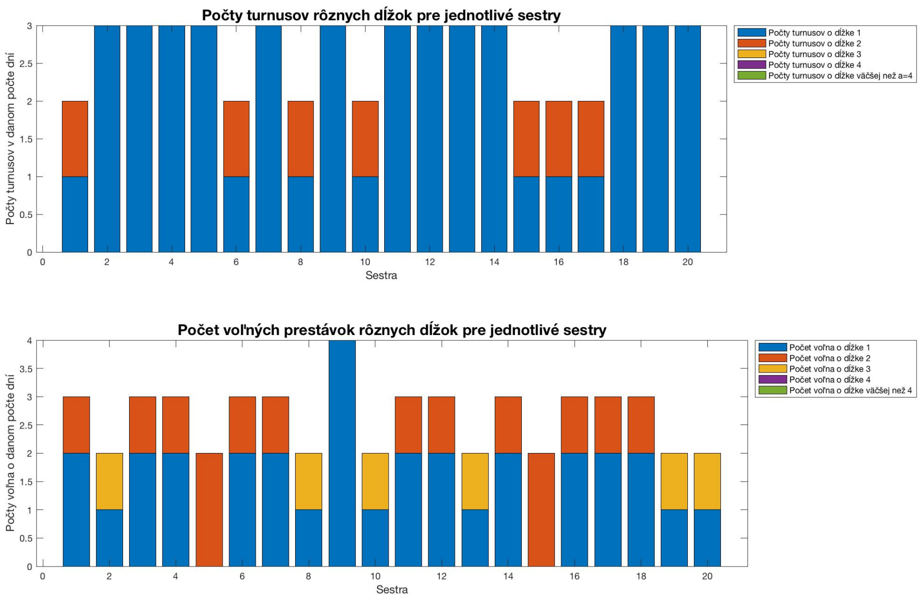
Obr. 3.4: Grafické zobrazenie 4 / týždeň

Pre piatý grafický výstup sa zavolá funkcia

```
MBKS_zobraz_pocty_turnusov(n,m,z,a,XOPT)
```

Obrázok 3.5 je vykreslený do dvoch grafických častí. Z obrázku je možné poznať, ak by rozpis ukazoval porušenie omezenia 2.3 na počet po sebe idúcich pracovných dní. Prvá časť vypovedá o rúznych dĺžkach turnusoch sestier. Počet jednodňových turnusov je znázornený modrou farbou. Následne v dvojdňových turnusoch, reprezentovaných červenou farbou a nakoniec v trojdňových turnusoch oranžovej farby. Môžme vidieť, že tento rozpis je vytvorený tak, že žiadna sestra nepracuje viac ako 3 či 4 nasledujúce dni po sebe. V prípade ak by bol vytvorenný rozpis, kde by sestra pracovala viac ako 4 nasledujúce dni po sebe, bola by porušené požiadavka 2.3.

Druhá čast grafu naopak znázorňuje rôzne dĺžky turnusov voľných dní. Môžeme vidieť väčšiu pestrošť v týchto dlžkach voľných dní.

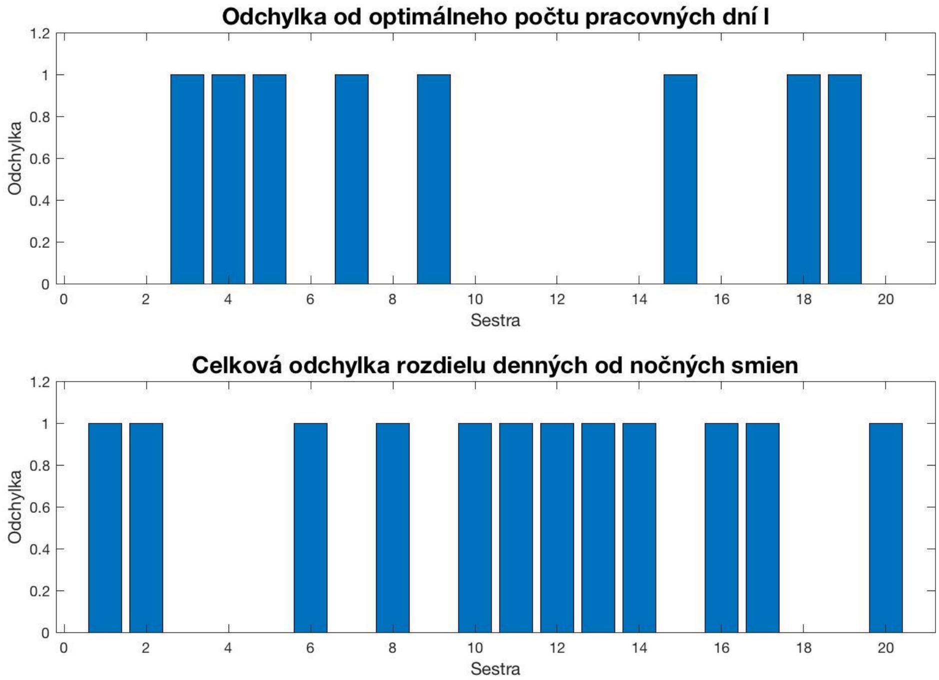


Obr. 3.5: Grafické zobrazenie 5 / týždeň

Pre šiesty grafický výstup sa zavolá funkcia

```
MBKS_zobraz_odchylky_nezavaznych_poziadavok...
  (fpls,fmns,gpls,gmns)
```

Obrázok 3.6 je tiež vykreslený do dvoch grafických častí. Stlpcový graf v prvej časti zobrazuje odchýlku od optimálneho počtu pracovných dní. Obmedzenie 2.11 je iba nezáväzné a preto táto odchýlka môže byť nenulová, aj keď sa snažíme, aby bola nulová. Síla tejto požiadavky je daná veľkosťou váh $w1$. V druhej časti vykresľujeme odchýlku od požiadavky 2.17 tak, aby bol rozdiel počtu denných a nočných zmien kladný. Snažíme sa, aby táto odchýlka bola nezáporná, čo na obrázku je, ale nemusí to platiť vždy. Záleží to na tom, aké sú požiadavky na obsadenie denných a nočných zmen a na vahách $w2$, ktoré táto požiadavka má. Keď budeme potrebovať viac sestier na nočných ako na denných zmenách a $w2$ bude zároveň pomerne malé, tak to nedodržíme.



Obr. 3.6: Grafické zobrazenie 6 / týždeň

Uvedený príklad nájde užívateľ v súbore MBKS_1. V ďalších priložených súboroch nájdeme príklady vytvorené na inú dĺžku obdobia. MBKS_2 je súbor s rozpisom vytvoreným na obdobie jedného mesiaca. MBKS_3 je súbor vytvorený na obdobie pol roka. MBKS_4 je súbor vytvorený na obdobie jedného roka.

Kapitola 4

Výpočty

V tejto kapitole budeme hľadať riešenia optimalizačnej úlohy NSP pre rôzne zadané vstupné parametre. Vyskúšame tiež vplyv váh penalizujúcích nesplnenie nezáväzných požiadaviek na kvalitu riešenia. Preskúmame pri akých vstupných parametroch, naprogramovaný kód príkladu riešenie dokáže, poprípade nedokáže nájsť. Pre objektívne vyhodnotenie výsledkov simulovania budeme musieť zafixovať hodnoty matice nákladov p, nakoľko táto matica je generovaná náhodne.

V tejto práci som vytvorila 4 príklady, ktrorých riešenie sa hľadá volaním príslušných skriptov, pričom každý z ních je vytvorený na inú dlžku plánovaného obdobia. Tieto skripty slúžia na zadanie všetkých vstupných parametrov, ktoré budú využívané a volané vo funkciach pre zostavenie optimalizačnej úlohy, pripadne vo funkciach pre zostavenie záväzných či nezáväzných obmedzení.

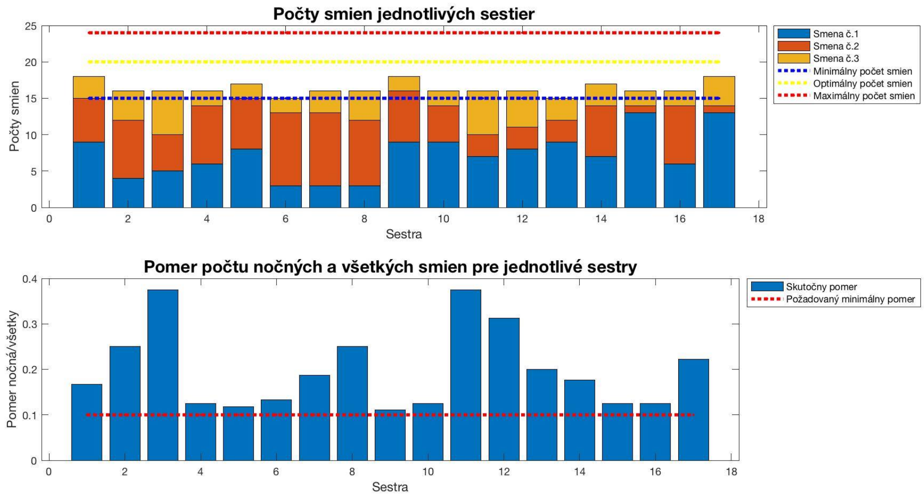
4.1 Závislosť riešenia na počte sestier a dĺžke obdobia

V tejto časti chcem poukázať na to ako môže byť ovplyvnené riešenie úlohy NSP zmenou vstupných parametrov akými bude počet sestier a dĺžka plánovaného obdobia. Najskôr budeme uvažovať konštantné plánované obdobie, ktorým bude jeden mesiac (28 dní). Výpočty budú závislé od zmeny počtu sestier.

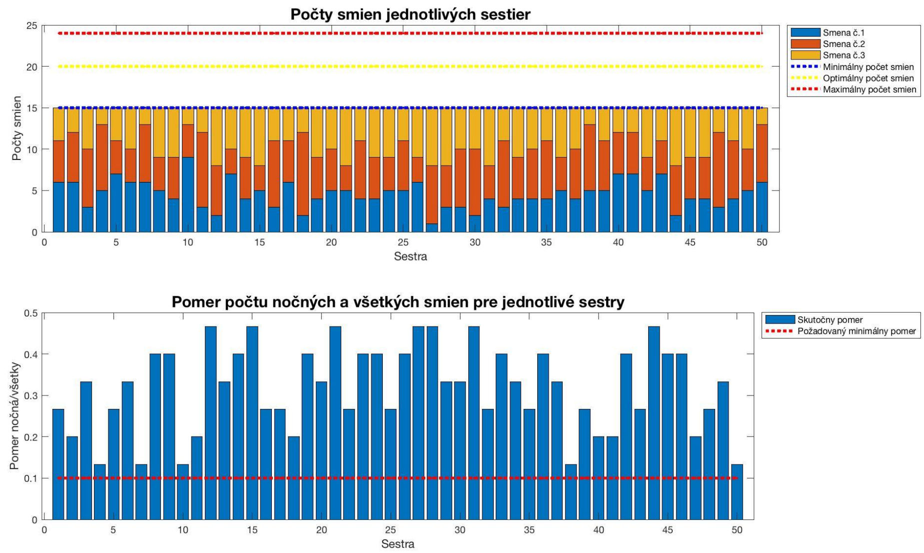
Pokiaľ budeme hľadať riešenie úlohy pre počet sestier menší ako 16 nenájdeme žiadné riešenie. Z toho vyplýva, že takto naprogramovaná úloha je zdola ohraničená minimálnym počtom sestier. Je teda zrejmé, že pre počet sestier väčší alebo rovný ako 17 nachádzame riešenie úlohy NSP.

Nižšie uvediem porovnanie výstupov grafických funkcií pre minimálny počet sestier, pre ktorý úloha nachádza riešenie a počet sestier rovný 50.

Na obrázku 4.1 a 4.2 vidíme počty zmien jednotlivých sestier a pomer počtu nočných a všetkých zmien pre jednotlivé sestry. Obrázok 4.1 vychádza zo vstupného parametru počtu sestier 17 a obrázok 4.2 vychádza zo zo vstupného parametru počtu sestier 50. Môžeme vidieť že na prvom obrázku v ktorom výpočet prebiehal pre menší počet sestier sa celkový počet zmien viac približuje k optimálnemu počtu zmien.

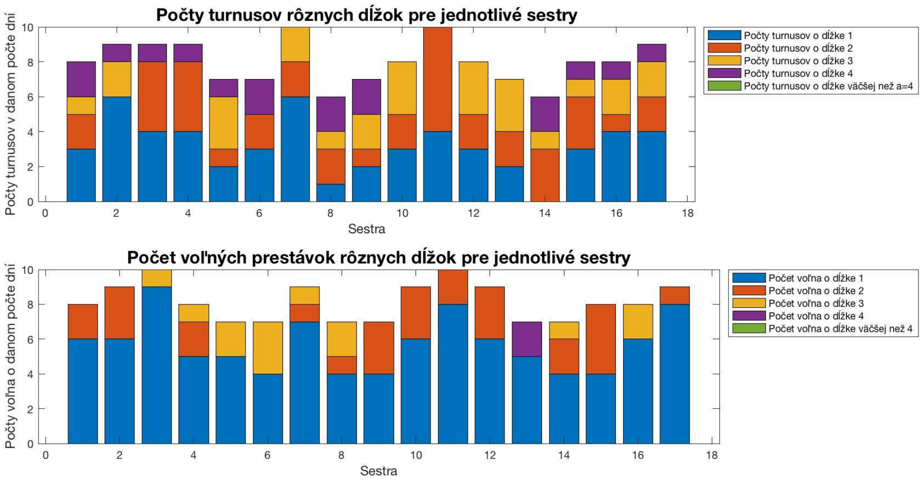


Obr. 4.1: Počty zmien n=17

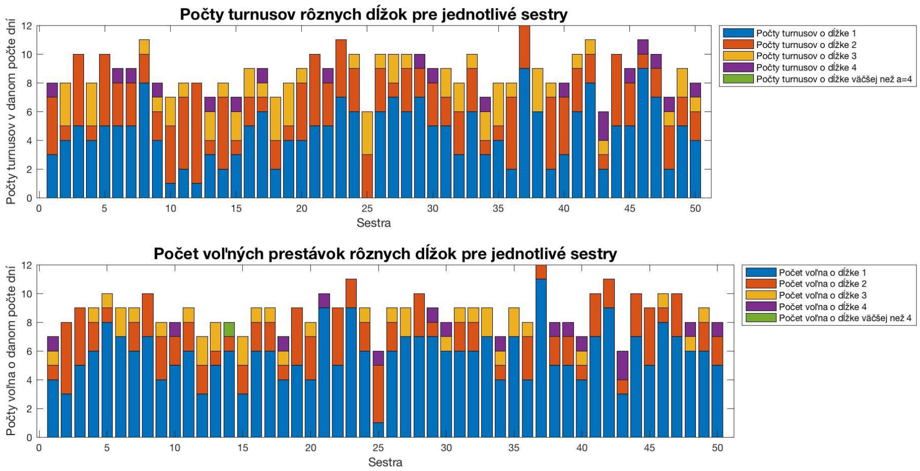


Obr. 4.2: Počty zmien n=50

Keďže vo výpočtoch uvažujeme plánovanú dĺžku obdobia jeden mesiac (28 dní) je logické a z obrázkov 4.3 , 4.4 vyplýva, že pre väčší počet sestier môžeme vidieť, že každá sestra má viac pracovných turnusov o dĺžke 1. Naopak menej voľných prestávok o dĺžke 1.

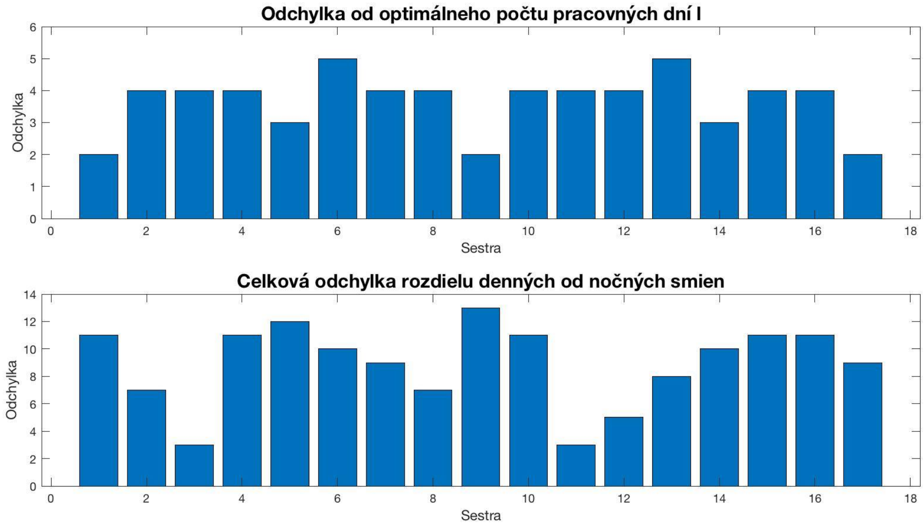


Obr. 4.3: Počty turnusov n=17

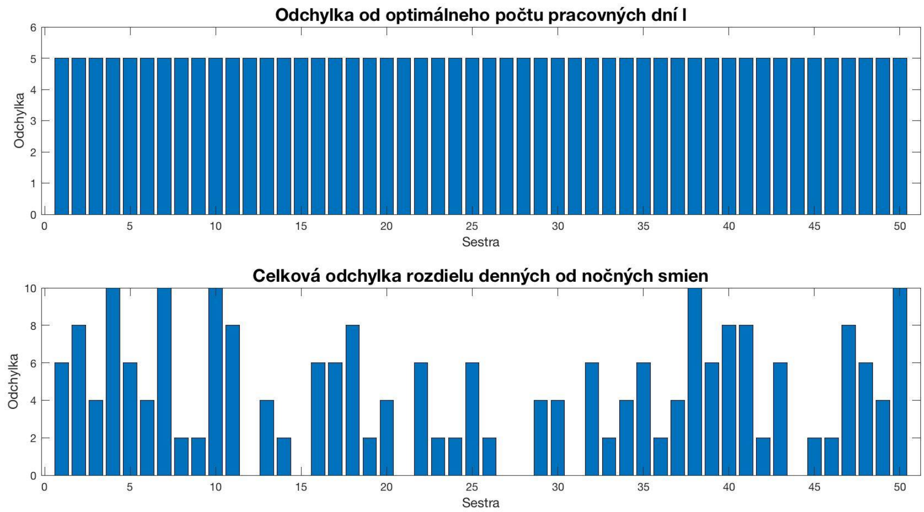


Obr. 4.4: Počty turnusov n=50

Pri porovnaní odchýlky od optimálneho počtu pracovných dní môžeme sledovať konštantnú odchýlku pre väčší počet sestier. Celková odchýlka rozdielu denných od nočných zmien pre väčší počet sestier je pomerne malá ale napriek tomu je stále viditeľná a približuje sa k 0. Víc zdůrazněte, že to ten rozdíl je poměrně malý, i když vidět je. Znázornené na obrázkoch 4.5 a 4.6.

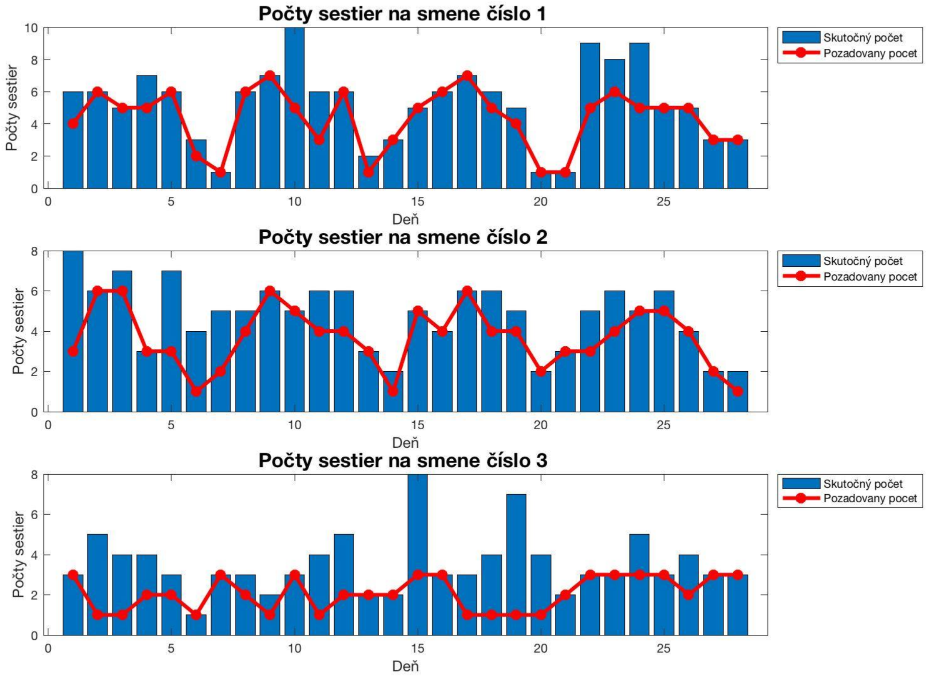


Obr. 4.5: Odchýlky n=17

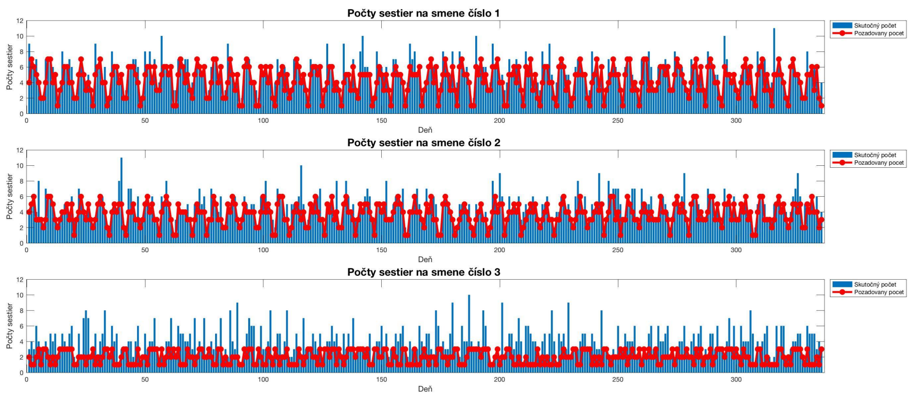


Obr. 4.6: Odchýlky n=50

Na obrázkoch 4.7 a 4.8 máme znázornené počty sestier na jednotlivých zmenách pre prípady, kedy uvažujeme dĺžku plánovaného obdbodia jeden mesiac a jeden rok. Pre obidve dĺžky plánovanho obdobia môžeme z grafov vidieť, že požadovaný počet sestier sa snaží riadiť skutočným počtom sestier. Zároveň ho občas výraznejšie porušuje, napríklad kvôli tomu, aby sestra mala požadovaný počet zmien.

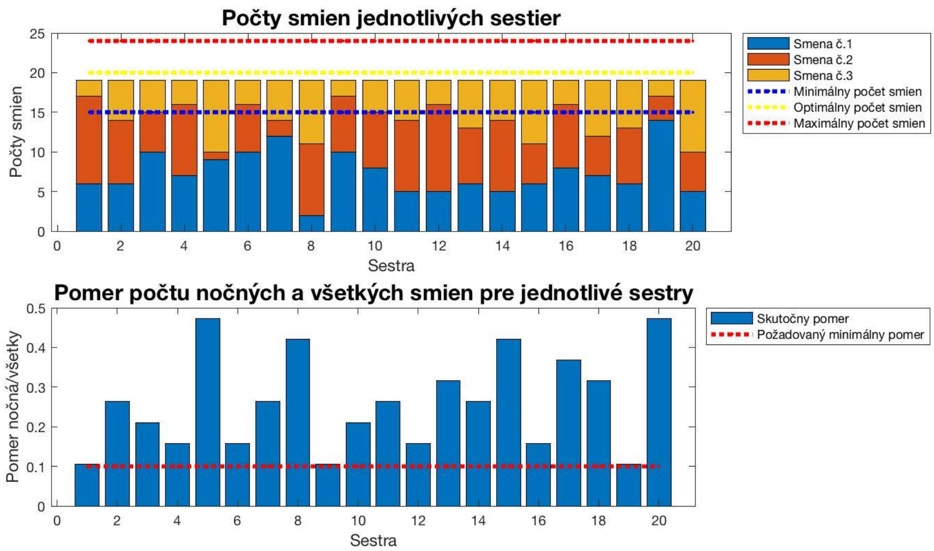


Obr. 4.7: Počty sestier 1 mesiac

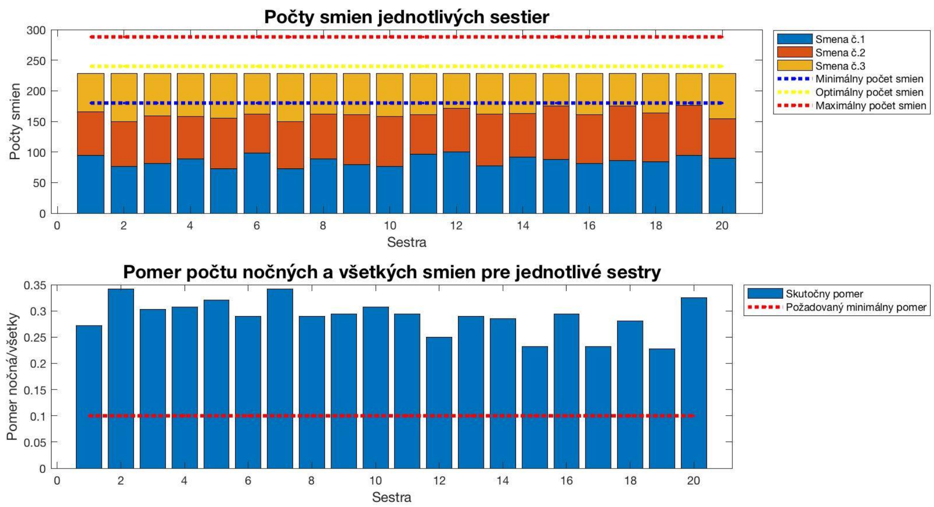


Obr. 4.8: Počty sestier 1 rok

Počty zmien jednotlivých sestier sa aj pre mesačné aj pre ročné plánované obdobie približuje k optimálnemu počtu zmien. Viditeľný rozdiel nastal v pomere počtu nočných a všetkých zmien pre jednotlivé sestry. To môžeme odsledovať z druhého grafu, ktorého pomery sú viac rovnomerné. To je ale logicky opodstatnené práve väčšou dĺžkou plánovaného obdobia.

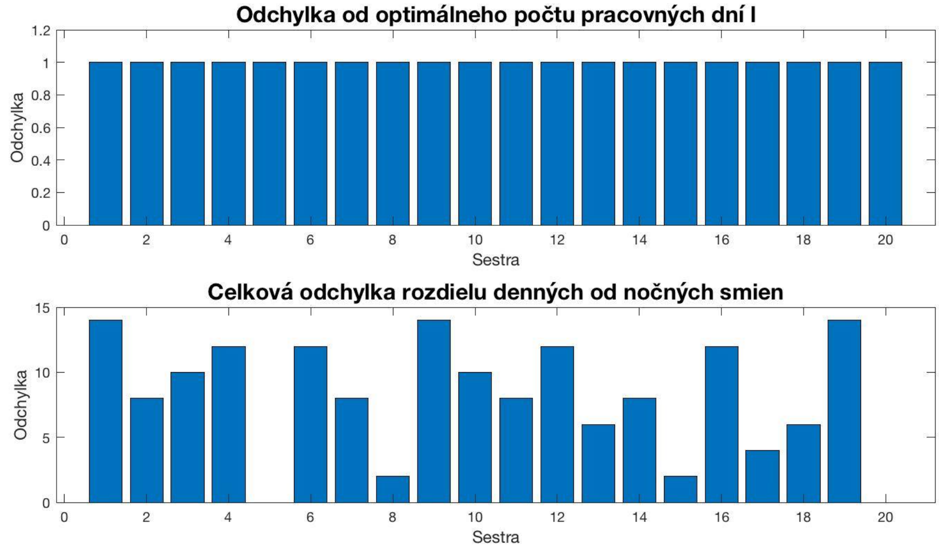


Obr. 4.9: Počty zmien 1 mesiac

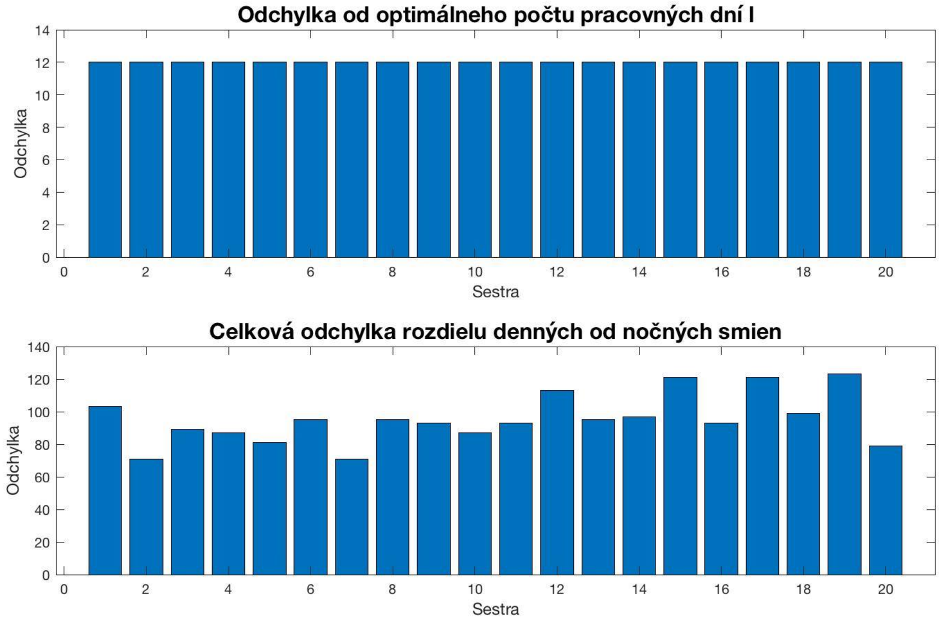


Obr. 4.10: Počty zmien 1 rok

Pri porovnaní odchýlky od optimálneho počtu pracovných dní, časť cenovej funkcie minimalizujúcej náklady, evidentne mierne prevažuje nad cenou nenaplnenia optimálneho počtu pracovných dní. A to viacmenej rovnomerne tak, akoby každý mesiac bolo výhodnejšie aby sestry mali o 1 zmenu menej ako optimum, práve pre dĺžku ročného plánovaného obdobia. To isté platí aj pre celkovú odchýlku rozdielu denných od nočných zmien na obrázku. Ukázané obrázkoch 4.11 a 4.12.



Obr. 4.11: Odchýlky 1 mesiac



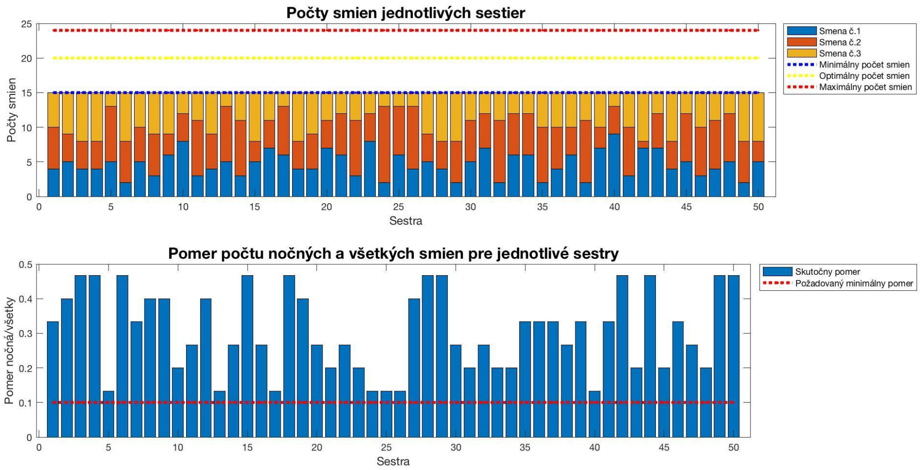
Obr. 4.12: Odchýlky 1 rok

4.2 Vplyv váh w1 a w2

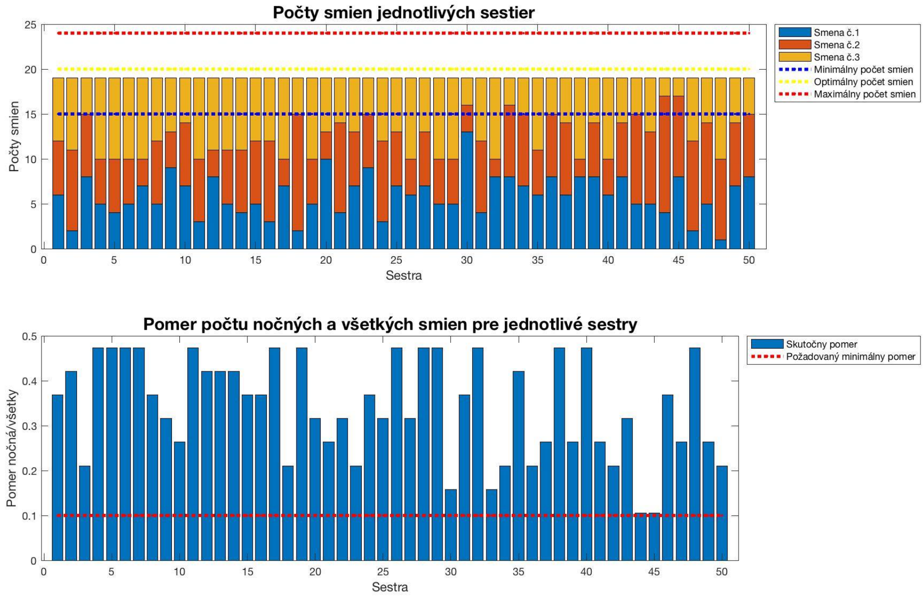
Nesplnenie nezáväzných požiadaviek 2.11 a 2.17 penalizujeme váhami $w1$, $w2$. Hodnoty týchto váh totiž predstavujú kvalitu s akou bude splnená nezáväzná požiadavka. Väčšia hodnota zabezpečuje lepšie splnenie požiadavky, menšia hodnota naopak spôsobí horšie splnenie požiadavky.

Nižšie uvediem porovnanie výstupov grafických funkcií pre rôzne veľkosti penalizačných váh $w1$, $w2$. Uvedené porovnanie bolo vypočítané najskôr s jednotkovými váhami a potom s váhami prenásobenými hodnotou 1000, která by mala nezáväzné obmedzenia výrazne preferovať pred nákladmi.

Z obrázku 4.13 a 4.14 vyplýva, že postupným zvyšovaním penalizačných váh sa celkový počet zmien približuje k optimálnemu počtu zmien. Pri jednotkových alebo nižších penalizačných váhach tento celkový počet skôr kopíruje minimálny počet zmien. Taktiež hustota grafu vyjadrujúceho pomer počtu nočných a všetkých zmien pre jendotlivé sestry je väčšia práve pre väčšie penalizačné váhy.



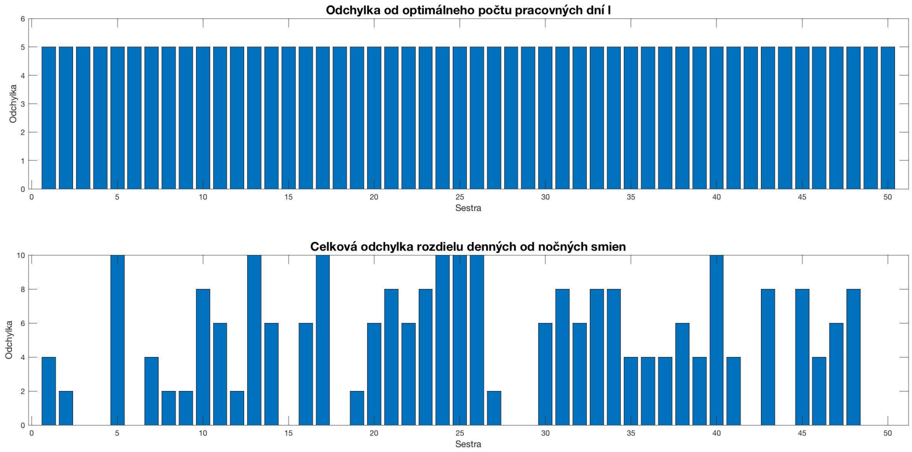
Obr. 4.13: Počty zmien w1=1,w2=1



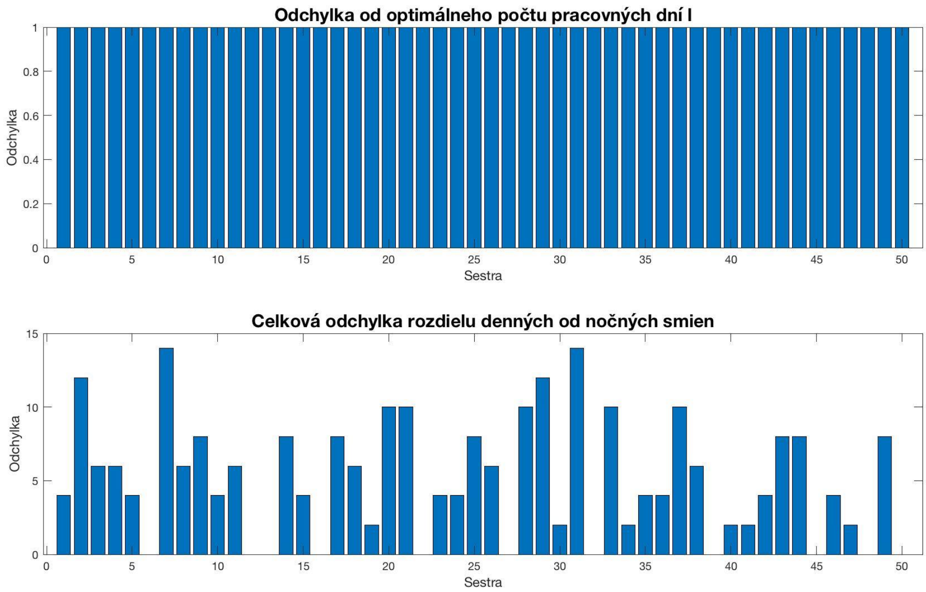
Obr. 4.14: Počty zmien w1=1000,w2=1000

Pri porovnaní odchýlky od optimálneho počtu pracovných dní na obrázkoch 4.15 a 4.16 jednoznačne vidíme efektívnosť vyššej penalizačnej váhy. Čiže pre vyššie váhy opäť začínajú platiť nezáväzné požiadavky.

U druhého nezáväzného obmedzenia sú penalizováné len záporné odchýlky, na kladné odchálky nemajúí váhy vplyv. A záporné odchýlky tu nevznikli ani pre malé váhy, pretože v úlohe sú požadované malé počty sestier na nočných zmenách oproti ostatným. Takže splnenie tejto nezáväznej požiadavky je potom automatické vďaka tomu, že je predpísaný minimálny pomer nočných a všetkých zmen a ten tie nočné rozdelí viacmenej rovnomerne. Situácia by se zmenila, keby boli veľké požiadavky na počet sestier na nočné alebo minimálny pomer by bol blízky nule.



Obr. 4.15: Odchýlky w1=1,w2=1



Obr. 4.16: Odchýlky w1=1000,w2=1000

4.3 Rýchlosť výpočtov

V tejto podsekcií uvádzam rýchlosť výpočtov pre rôzne zadané vstupné parametre. Meniacími sa vstupnými parametrami bude počet sestier n a dĺžka plánovaného obdobia m. Pre rýchlosť výpočtov mierne poupravíme vstupné parametre, ako je matica nákladov p a matica minimálneho predpísaného počtu zmien sestier D. Tieto dve matice pre demonštráciu výočtov budeme načítavať zo súboru dataDP.mat, ktorý je priložený k práci. Vstupné parametre použité pri týchto výpočtoch nájdete v skriptoch MBKS_5 až MBKS_8.

Získané časy výpočtov pri rôznom počte sestier a pri meniacej sa dĺžke plánovaného obdobia:

$m = 7$	$n = 14$	$n = 15$	$n = 20$
Riešenie	neexistuje	neexistuje	optimálne
Čas výpočtu (s)	$2,45 \cdot 10^{-2}$	$7,09 \cdot 10^{-2}$	$2,17 \cdot 10^{-1}$
$m = 7$	$n = 30$	$n = 40$	$n = 50$
Riešenie	optimálne	optimálne	optimálne
Čas výpočtu (s)	$1,39 \cdot 10^{-1}$	$9,7 \cdot 10^{-2}$	$1,34 \cdot 10^{-1}$

Tabuľka 4.1: Časy výpočtov pri rôznom počte sestier, plánované obdobie m=7

$m = 28$	$n = 14$	$n = 15$	$n = 20$
Riešenie	neexistuje	optimálne	optimálne
Čas výpočtu (s)	$8,14 \cdot 10^{-2}$	$6,1$	$1,32 \cdot 10$
$m = 28$	$n = 30$	$n = 40$	$n = 50$
Riešenie	optimálne	optimálne	optimálne
Čas výpočtu (s)	$2,13$	$2,48$	$1,76$

Tabuľka 4.2: Časy výpočtov pri rôznom počte sestier, plánované obdobie m=28

$m = 168$	$n = 14$	$n = 15$	$n = 20$
Riešenie	neexistuje	neexistuje	optimálne
Čas výpočtu (s)	$5,14 \cdot 10^{-1}$	$8,49 \cdot 10^{-1}$	$1,06 \cdot 10$
$m = 168$	$n = 30$	$n = 40$	$n = 50$
Riešenie	optimálne	optimálne	optimálne
Čas výpočtu (s)	$7,96$	$1,16 \cdot 10$	$1,94 \cdot 10$

Tabuľka 4.3: Časy výpočtov pri rôznom počte sestier, plánované obdobie m=168

Z uvedených tabuliek 4.1, 4.2, 4.3 vyplýva, pre aký počet sestier a pre akú dlžku plánovaného obdobia vieme nájsť riešenie. Tabuľka 4.1 obsahuje hodnoty pre týždennú, tabuľka 4.2 pre mesačnú a tabuľka 4.3 pre pol ročnú dobu plánovania. Môžeme pozorovať, že čas výpočtu nie je až tak veľmi rozdielny. Ďalej si môžeme všimnúť, že napríklad pre tabuľky 4.2 a 4.3, tj.počet sestier $n = 20$, je čas výpočtu výrazne odlišný od iných počtov sestier. Z toho môžeme usudzovať, že úloha NSP rozhodne nie je trivialna a aj napriek nájdenému optimálnemu riešeniu pre rôzny počet sestier vidíme anomáliu v dĺžke času výpočtu.

$m = 336$	$n = 14$	$n = 15$	$n = 20$
Riešenie	neexistuje	neexistuje	optimálne
Čas výpočtu (s)	$1,91$	$5,34$	$2,7 \cdot 10^5$
$m = 336$	$n = 30$	$n = 40$	$n = 50$
Riešenie	prípustné	prípustné	neexistuje
Čas výpočtu (s)	$3 \cdot 10^2$	$3 \cdot 10^2$	$2,39 \cdot 10^2$

Tabuľka 4.4: Časy výpočtov pri rôznom počte sestier, plánované obdobie m=336

Z uvedenej tabuľky 4.4 vyplýva, že pre väčšie úlohy, napr. pre ročnú dobu plánovania, vieme nájsť riešenie ktoré je buď optimálne alebo prípustné. Je dobré poznamenať, že pokiaľ sa riešenie úlohy nenájde do 5 minút, tak sa výpočet zastaví aj na úkor toho, že nenájde optimálne riešenie. Výpočet by sa tak výrazne predĺžil. Tak ako v predošlých tabuľkách pre nízky počet sestier optimálne riešenie nevieme nájsť. Taktiež vidíme, že algoritmus si neporadil ani s úlohou pre počet sestier $n = 50$ a ročné plánované obdobie. To nám opäť ukazuje fakt, že úloha NSP rozhodne nie je trivialna a dokonca pre určité vstupné parametre nedokáže nájsť optimálne riešenie. Ďalej existencia prípustného riešnia jednoznačne poukazuje na problematickosť úlohy a to nemusí súvisieť len s jej veľkosťou.

Záver

Cieľom tejto práce bolo naštudovať problém NSP a popísať jeho varianty, implementovať vybrané varianty algoritmov použitím vhodného programovacieho jazyka a nakoniec previesť výpočetné porovnania vplyvu rôznych parametrov úlohy.

Táto práca poskytla prehľad o modelovaní problému NSP. Vysvetené boli rôzne stratégie plánovania a rozpisy priradenia sestier na zmeny. Zároveň boli popísané aj cieľové funkcie, ktoré minimalizujeme respektívne maximalizujeme v takýchto optimalizačných úlohách. Pre úplnú formuláciu úlohy boli uvedené rôzne záväzné či nezáväzné požiadavky na základe ktorých sa modeloval kvalitný rozpis služieb. Keďže tento problém môže byť modelovaný rôzne, v závislostí od konkrétnej nemocnice, vytvorila som niekoľko rôznych modelov s využitím rôznych druhov rozpisov, cieľových funkcií a požiadaviek.

Do Matlabu a Octave bol implementovaný práve model bez kvalifikácie sestier, v ktorom boli vytvorené rôzne záväzné aj nezáväzné požiadavky. Úloha bola najkôr riešená v Octave, tomu zodpovedá aj jej tvar, nakoniec bola riešená v Matlabe. Na to, aby úloha využívala vhodný riešič, vzhľadom na prostredie v ktorom hľadáme riešenie, bola vytvorená funkcia selectMIPsolver. Použitím optimalizačných algoritmov bolo nájdené optimálne riešenie tejto úlohy, čiže rozpis služieb pre zdravotné sestry. Tento rozpis spĺňa všetky záväzné požiadavky a čo najlepšie dodrží nezáväzné požiadavky, pri najmenších nákladoch obsadenia sestier na zmeny.

Vytvorené boli rôzne varianty tejto úlohy a to tak, že sa menili rôzne vstupné parametre a penalizačné váhy. To ako môže byť týmito zmenami ovplyvnené riešenie úlohy NSP bolo znázornené v niekoľkých grafoch. Dospelo sa k zisteniu pre aký minimálny počet sestier sa musí vytvárať zvolený mesačný rozpis na to, aby sa dokázalo nájsť riešenie. Vzhľadom na to boli popísané výsledne grafy nájdených riešení pri tomto minimálnom počte sestier v porovnaní s väčším počtom sestier.

Ďalej sa skúmalo či a za ako dlho je možné nájsť riešenie pre rôzne dĺžky plánovaných období. Zistilo sa, že dokážeme riešiť úlohy aj napríklad na ročnej báze, avšak s väčším porušením nezáväzných požiadaviek a so zvyšovaním sa času výpočtu. Nakoniec sme poukázali na to, ako so zvyšujúcimi penalizačnými váhami vieme lepšie splniť nezáväzné obmedzenie a zároveň zefektivniť riešenie.

V závere tejto práce sa pre rôzny počet sestier a dĺžku plánovaného obdobia testovala prítomnosť optimálneho alebo prípustného riešenia a taktiež čas výpočtu. Uvádzané výsledky poukazujú na fakt, že úloha NSP rozhodne nie je trivialna. Pre určité vstupné parametre nedokáže nájsť optimálne riešenie. Dospela som k záveru, že existencia prípustného riešnia poukazuje na problematickosť úlohy, ktorá nemusí súvisieť len s jej veľkosťou a preto táto úloha nieje triviálnou úlohou optimalizácie.

Literatúra

[1] B. Cheang, H. Li, B. Rodrigues. Nurse Rostering Problems : A Bibliographic Survey. (2003). European Journal of Operational Research. , 151(3) , 447. Research Collection Lee Kong Chian School Of Business.

[2] E. K. Burke, De Causmaecker P. , Vanden Berghe G., Van Landeghem H.: The State of the Art of Nurse Rostering, Journal of Scheduling, November 2004, Volume 7, Issue 6, pp 441-499.

[3] Brigitte Jaumard; Frederic Semet; Tsevi Vovor. A generalized linear programming model for nurse scheduling. Received 1 August 1996; accepted 1 June 1997, European Journal of Operational Research 107 (1998) 1-18 Case Study.

[4] M.N. Azaieza; S.S. Al Sharif. A 0-1 goal programming model for nurse scheduling. Computer & Operations Research 32 (2005) 491-507.

[5] Elina Rönnberg, Torbjörn Larsson and Ann Bertilsson, Automatic scheduling of nurses: What does it take in practice, 2012, in Systems Analysis Tools for Better Healthcare Delivery, eds P. Pardalos, P. Georgiev and P. Papajorgji, pp 151-178, Springer, ISBN 978-1-4614-5093-1

[6] Gino J. Lim; Arezou Mobasher; Murray J. Côté. Multi-objective Nurse Scheduling Models with Patient Workload and Nurse Preferences. Management 2012, 2(5): 149-160. DOI: 10.5923/j.mm.20120205.03.

[7] Jingpeng Li, Uwe Aickelin. A Bayesian Optimization Algorithm for the Nurse Scheduling Problem. Proceedings of 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC2003), pp. 2149-2156, IEEE Press, Canberra, Australia, 2003.

[8] https://octave.org/doc/v4.2.1/Linear-Programming.html