

Česká zemědělská univerzita v Praze

Technická fakulta

Katedra fyziky



Bakalářská práce

Zákon zachování energie ve fyzikálních procesech

Ondřej Štecher

© 2024 ČZU v Praze

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Ondřej Štecher

Informační a řídicí technika v agropotravinářském komplexu

Název práce

Zákon zachování energie ve fyzikálních procesech

Název anglicky

The law of conservation of energy in physical processes

Cíle práce

Z dostupné literatury popsat fyzikální podstatu zákona zachování energie ve fyzikálních procesech a uvést jeho praktické aplikace.

Metodika

Na základě studia dostupných materiálů vypracovat bakalářskou práci dle předložené osnovy. Předpokládá se rešeršní práce bez vlastních experimentů.

Doporučený rozsah práce

30 – 35 normostran

Klíčová slova

Energie, zákon zachování, fyzikální popis, fyzikální proces.

Doporučené zdroje informací

HALLIDAY, David; OBDRŽÁLEK, Jan; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl; VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ.

Fyzika : vysokoškolská učebnice obecné fyziky. Brno: Vutium, 2000. ISBN 80-214-1869-9.

HALPERN, A.: 3000 Solved Problems in Physics. McGraw-Hill, New York, 1988, 751 pp. ISBN 0-07-025734-5.

JARDINE, J.: Physics through Applications. Oxford University Press, Oxford, 1991, 247 pp. ISBN 0-19-914280-7.

MECHLOVÁ, Erika; KOŠŤÁL, Karel. *Výkladový slovník fyziky pro základní vysokoškolský kurz.* Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-151-5.

Předběžný termín obhajoby

2023/2024 LS – TF

Vedoucí práce

RNDr. Jan Sedláček, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra fyziky

Elektronicky schváleno dne 5. 3. 2023

prof. Ing. Martin Libra, CSc.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 8. 3. 2023

doc. Ing. Jiří Mašek, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 18. 02. 2024

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma: „Zákon zachování energie ve fyzikálních procesech“ vypracoval samostatně a použil jen pramenů, které cituji a uvádím v seznamu použitých zdrojů. Jsem si vědom, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím s jejím zveřejněním dle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů, ve znění pozdějších předpisů, a to i bez ohledu na výsledek její obhajoby. Jsem si vědom, že moje bakalářská práce bude uložena v elektronické podobě v univerzitní databázi a bude veřejně přístupná k nahlédnutí. Jsem si vědom že, na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů, ve znění pozdějších předpisů, především ustanovení § 35 odst. 3 tohoto zákona, tj. o užití tohoto díla.

V Praze dne 31.03.2024

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval panu RNDr. Janu Sedláčkovi, Ph.D. za vedení při tvorbě této bakalářské práce, odborné rady a především čas, který mi během jejího zpracování věnoval.

Zákon zachování energie ve fyzikálních procesech

Abstrakt

Předkládaná bakalářská práce pojednává o zákonu zachování energie ve fyzikálních procesech, klíčového fyzikálního principu, který je přítomný ve všech dějích odehrávajících se ve vesmíru, a jeho praktických aplikacích. Charakterizuje pohled na energii jako takovou a popisuje její různé formy, které jsou nezbytné pro pochopení zákona zachování energie. Dále práce pojednává o historii formulace tohoto fyzikálního zákona, která nastiňuje jeho vývoj a význam v celé historii lidstva. Cílem práce je nejen poskytnout detailní vhled do zákona zachování energie, ale také představit praktické příklady aplikace tohoto zákona v reálném světě a tím propojit teoretické koncepty s praktickým využitím, což čtenářům umožní lépe pochopit a ocenit univerzálnost a důležitost zákona zachování energie v různých oblastech.

Klíčová slova: Energie, zákon zachování, fyzikální popis, fyzikální proces.

The law of conservation of energy in physical processes

Abstract

The present bachelor thesis deals with the law of conservation of energy in physical processes, a key physical principle that is present in all processes taking place in the universe, and its practical applications. It characterizes the view of energy as such and describes its various forms, which are essential knowledge for understanding the law of conservation of energy. Furthermore, the work discusses the history of the formulation of this physical law, outlining its development and significance throughout human history. The aim of the thesis is not only to provide a detailed insight into the law of conservation of energy, but also to present practical examples of the application of this law in selected cases. With examples of real-world applications of the law, the work links theoretical concepts to practical applications, allowing readers to better understand and appreciate the universality and importance of the law of conservation of energy in a variety of fields.

Keywords: Energy, conservation law, physical description, physical process.

Obsah

1 Úvod.....	1
2 Cíl práce a metodika	2
2.1 Cíl práce	2
2.2 Metodika	2
3 Energie ve fyzikálních procesech.....	3
3.1 Energie v klasické fyzice	4
3.2 Jednotky a vztah s ostatními veličinami.....	6
3.3 Formy energie	7
3.3.1 Kinetická energie	7
3.3.2 Gravitační potenciální energie	9
3.3.3 Elektromagnetická energie	11
3.3.4 Potenciální tlaková energie.....	14
3.3.5 Tepelná energie.....	15
4 Zákon zachování energie	18
4.1 Podstata zákona.....	18
4.2 Historie.....	20
4.2.1 Thales z Miletu	20
4.2.2 Empedoklés z Akragantu	20
4.2.3 Simon Stevin.....	20
4.2.4 Galileo Galilei.....	21
4.2.5 Christian Huygens.....	22
4.2.6 Gottfried Wilhelm von Leibniz.....	22
4.2.7 Pohled na Leibnizovy myšlenky	23
4.2.8 Devatenácté století.....	24
4.3 Praktické aplikace	29
4.3.1 Rekuperace u elektrických či hybridních vozidel.....	29
4.3.2 Přečerpávací elektrárna.....	30
4.3.3 Tepelné čerpadlo.....	30
4.3.4 Bernoulliho rovnice a její aplikace	31
4.3.5 Kogenerační jednotky	33
5 Závěr.....	34
6 Seznam použitých zdrojů	35

Seznam obrázků

Obrázek 1: Působení síly pod úhlem α	8
Obrázek 2: Grafické znázornění dvou nábojů a veličin s nimi souvisejících	11
Obrázek 3: Názorná ukázka pohybu v elektrickém poli	13
Obrázek 4: Stevinův pokus s nakloněnými rovinami	21
Obrázek 5: Jouleův přístroj pro měření.....	27
Obrázek 6: Schéma karburátoru.....	32

Seznam tabulek

Tabulka 1: Dnes již nepoužívané jednotky energie	6
Tabulka 2: Přehled stupňů volnosti jednoduchých molekul	17

1 Úvod

Tato bakalářská práce představuje komplexní shrnutí zákona zachování energie ve fyzikálních procesech. Pro pochopení jeho podstaty je důležité porozumět konceptu energie, která bývá často definována slovy „energie je schopnost vykonávat práci“, avšak tato definice je v rozporu s určitými jejími formami. Ukazuje se, že ideální definicí je, že energie je veličina, která se v čase v daném systému zachovává, tedy zůstává konstantní. Jde tedy o celkem abstraktní koncept, kterým se řídí všechny dosud známé přírodní jevy, a to bez žádné známé výjimky. Nejde o žádný popis čehokoliv konkrétního, ale jde o číslo, které když v uzavřeném systému spočítáme v různém čase, vždy dojdeme ke stejné hodnotě. V systému lze pozorovat různé formy energie, například kinetickou, gravitační potenciální či tepelnou energii, které se mohou navzájem přeměňovat na jiné, ale nikdy nedojde ke ztrátě celkové energie. Je tedy důležité chápat jednotlivé složky energie, aby bylo možné ověřit její zachování.

Cesta k pochopení tohoto zákona vede nejlépe přes pochopení historie pohledu lidstva na tento zákon, která s určitou mírou abstrakce sahá až k předsokratovským filozofům, kteří popisovali zachování přírodních jevů, a je zakončena jasnou definicí Hermanna von Helmholtze.

Jelikož je tento zákon všudypřítomný, existuje nekonečné množství jeho příkladů. Ukázkou jeho využití v praxi může být například rekuperace u elektromobilů, přečerpávací elektrárny, princip fungování karburátoru u spalovacích motorů, kogenerační jednotky nebo třeba tepelné čerpadlo.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Z dostupné literatury popsat fyzikální podstatu zákona zachování energie ve fyzikálních procesech a uvést jeho praktické aplikace.

2.2 Metodika

Na základě studia dostupných materiálů vypracovat bakalářskou práci dle předložené osnovy. Předpokládá se rešeršní práce bez vlastních experimentů.

3 Energie ve fyzikálních procesech

V hovorovém jazyce se často uvádí, že „energie je schopnost vykonávat práci“. Tato definice však není plně kompatibilní s určitými formami energie, jako je klidová energie (vyjádřená vztahem $E = mc^2$) nebo energie vakua, která prostupuje vesmírem. Alternativně poskytují některé zdroje vysvětlení energie jako schopnosti transformace mezi různými formami (elektromagnetické, světelné, kinetické, tepelné a dalších).

Je zásadní pochopit, že každý izolovaný fyzikální systém, řídící se časově invariantními kvantovými či klasickými fyzikálními zákony, disponuje konzervovanou veličinou – energií. Tato veličina je spojena s vývojem systému v čase.

Klasická mechanika, podobně jako kvantová mechanika, často zkoumá systémy interagující s vnějšími činiteli nebo prostředím (neizolované systémy). Tyto systémy mohou s prostředím vyměňovat energii, a proto jejich energie nemusí být zachována. Přesto zůstává koncept energie klíčovým nástrojem pro analýzu těchto systémů, jak ukazuje příklad houpačky na dětském hřišti poháněné vnější silou, kde energie houpačky jako izolovaného systému není zachována. Další příklady zahrnují účinky tření v mechanických systémech nebo termodynamické systémy v rovnováze s okolním prostředím, kde vnitřní energie kolísá, ale v průměru zůstává konstantní.

Zákony klasické mechaniky a elektromagnetismu lze považovat za aproximace k fundamentálnější sadě fyzikálních zákonů, které jsou popsány kvantovou teorií. Energie se v kvantové teorii objevuje jako základní entita, přirozeně a přímo řídící časový vývoj fyzikálních systémů. I když energie plní podobnou roli i v klasické fyzice, její zásadní význam je méně zřejmý v kontextu Newtonových a Maxwellových zákonů. (1)

3.1 Energie v klasické fyzice

V oblasti klasické fyziky existuje významná korelace mezi zachováním energie a časovou invariancí fyzikálních zákonů, jimiž se daný systém řídí. Ačkoliv tento vztah není v Newtonově formulaci klasické mechaniky zřetelný na první pohled jako v případě kvantové fyziky, přesto lze princip zachování energie v klasických systémech objasnit.

Uvažujme systém složený z N částic s hmotnostmi m_i v polohách x_i , $i = 1, \dots, N$, které na sebe vzájemně působí potenciálem $V(x_1, \dots, x_N, t)$. Zahrňme možnost, že potenciál může být závislý na čase t , to může popisovat například interakce s vnějším činitelem. Pro zjednodušení uvažujme systém v jednorozměrném prostoru. Energie tohoto systému je definována jako součet kinetické a potenciální energie:

$$E(t) = \sum_i \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2 + V(x_1, \dots, x_N, t)$$

Newtonovy rovnice pro soustavu jsou:

$$m_i \ddot{x}_i = F_i = -\frac{\partial V}{\partial x_i}$$

Časová derivace energie je pak:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \left(m_i \dot{x}_i \ddot{x}_i + \frac{\partial V}{\partial x_i} \dot{x}_i \right) + \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial t}$$

Zachování energie v tomto kontextu znamená, že celková energie systému zůstává konstantní v čase, pokud potenciálová funkce V závisí pouze na prostorových souřadnicích a neobsahuje explicitní časovou závislost.

V klasické fyzice lze rovněž formulovat zákony tak, aby byl zřetelnější vztah mezi energií a časovým vývojem. Každý klasický fyzikální systém lze popsat souborem $2n$ dynamických proměnných, které obsahují n obecných souřadnic q_i , $i = 1, \dots, n$, a n konjugovaných hybností p_i spojených se změnami q_i . Pohyb částice pod vlivem potenciálu $V(x)$ v trojrozměrném prostoru slouží jako příklad, kde lze Newtonovy zákony přeformulovat do jazyka souřadnic q_i a p_i pomocí klasické hamiltonovské

funkce $H(q, p, t)$, která se interpretuje jako energie systému. Rovnice pohybu jsou poté:

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}; \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, i = 1, \dots, n$$

V klasické mechanice nás obvykle zajímá časový vývoj dynamických proměnných nebo funkcí dynamických proměnných $\phi(q_i, p_i, t)$, jako jsou moment hybnosti nebo potenciální energie. Tyto funkce závisí implicitně na čase, protože obecné souřadnice a konjugované momenty se mění s vývojem systému v čase. Časová variace ϕ je dána výrazem:

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \sum_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial \phi}{\partial p_i} \dot{p}_i \right) = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \sum_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial \phi}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right)$$

Tuto rovnici lze stručněji přepsat pomocí Poissonovy závorky $\{\phi, H\}$ jako:

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \{\phi, H\}$$

Kde je Poissonova závorka definována pro libovolné funkce A a B takto:

$$\{A, B\} = \sum_i \left(\frac{\partial A}{\partial q_i} \frac{\partial B}{\partial p_i} - \frac{\partial A}{\partial p_i} \frac{\partial B}{\partial q_i} \right)$$

V kontextu klasické mechaniky se funkce ϕ považuje za zachovanou, pokud je její časová derivace identicky nulová. Zejména, pokud vezmeme $\phi=H$, získáme rovnici:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t}$$

Jelikož $\{H, H\} = 0$, poskytuje Hamiltonova funkce H zachovanou veličinu – energii systému, kdykoliv je její časová závislost omezena pouze na závislost na obecných souřadnicích q_i a přidružených hybnostech p_i . Toto zobecňuje rovnici pro časovou derivaci energie, která byla odvozena pro jednorozměrný systém částic interagujících potenciálem. (1)

3.2 Jednotky a vztah s ostatními veličinami

Energie, která se v přírodě vyskytuje v mnoha formách, je kvantifikována pomocí různých jednotek. Mezinárodní jednotkový systém (SI) pro energii je joule (J), pojmenovaný po britském fyzikovi Jamesi Prescottu Jouleovi (1818–1889). Jeho výzkum v oblasti fyziky významně přispěl k rozvoji konceptu energie. Joule je definován jako práce vykonaná silou jednoho newtonu při působení na vzdálenost jednoho metru. V jiných jednotkách lze joule vyjádřit jako:

$$1 \text{ Joule [J]} = 1 \text{ Watt-sekunda [W}\cdot\text{s]} = 1 \text{ Voltampér-sekunda [V}\cdot\text{A}\cdot\text{s]} = 1 \text{ Newton-metr [N}\cdot\text{m]} = 1 \text{ kilogram metr na druhou za sekundu na druhou [kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}]. \quad (2)$$

Tabulka 1: Dnes již nepoužívané jednotky energie

Jednotka	Hodnota v J	Vysvětlení
1 cal _{IT}	4,1868	Mezinárodní kalorie
1 cal _{th}	4,184	Termochemická kalorie
1 cal ₁₅	≈ 4,1855	Kalorie na zahřátí 1 cm ³ vody ze 14,5 °C na 15,5 °C
1 erg	10 ⁻⁷	Jednotka CGS [centimetr-gram-sekunda]
1 eV	≈ 1,60218 · 10 ⁻¹⁹	Elektronvolt
1 E _h	≈ 4,35975 · 10 ⁻¹⁸	Atomová energie Hartree
1 Btu	1055,06	Britská tepelná jednotka dle ISO, k ohřevu 1 libry vody z 63 °F na 64 °F
1 tce	29,3076 · 10 ⁹	Ekvivalent tuny uhlí, 7000 kcal _{IT}
1 toe	41,868 · 10 ⁹	Ekvivalent tuny ropy, 10000 kcal _{IT}

Zdroj: <https://home.uni-leipzig.de/energy/energy-fundamentals/03.htm#toggleMenu>

3.3 Formy energie

Veškerá energie může být v jednom ze dvou stavů – potenciální, nebo kinetická energie. Všechny formy energie jsou spojeny s pohybem nebo s potenciálem pohyb vykonávat. Potenciální energie vychází z uspořádání objektů v systému, které na sebe působí určitou silou. Tato energie se uvolňuje změnou tohoto uspořádání nebo síly, která v systému působí. (3)

3.3.1 Kinetická energie

Kinetická energie představuje základní formu energie ve fyzice, kterou objekt či částice získává díky svému pohybu. Bylo zjištěno, že když na objekt působí konstantní síla \vec{F} a objekt se posune o vzdálenost \vec{s} , je práce W vykonaná na objektu definována jako skalární součin těchto dvou vektorů:

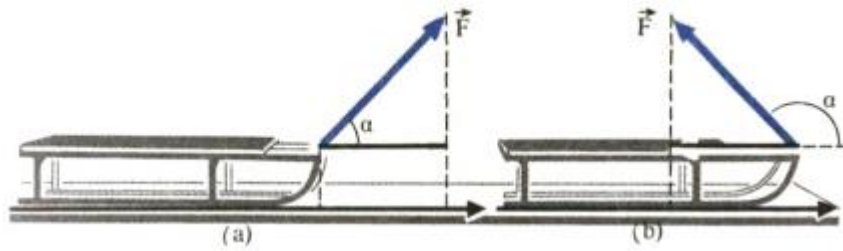
$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

Běžně na objekt působí síly různých velikostí a směrů. Pozitivní práce je vykonána, když síla působí ve směru pohybu objektu, zatímco negativní práce nastává, když síla působí proti směru pohybu. Existují případy, kdy síly nesvírají nulový úhel (viz obr.1), ani po směru ani proti směru pohybu, což vyžaduje upravený výpočet práce:

$$W = Fscos(\alpha)$$

kde α je úhel mezi vektorem posunutí \vec{s} a vektorem síly \vec{F} . Pro úhel 180° je tedy vzorec pro práci upraven na $W = -\vec{F} \cdot \vec{s}$, protože $\cos(180^\circ) = -1$. Z toho vzorce také vyplývá, že pokud síla a směr posunutí svírají pravý úhel, výsledná práce je nulová, jelikož síla neovlivňuje pohyb v daném směru [$\cos(90^\circ) = 0$, $\cos(270^\circ) = 0$].

Obrázek 1: Působení síly pod úhlem α



Zdroj: I. K. Kikoin, A. K. Kikoin, *Senior Physics 1*

Pro odvození vzorce pro energii vezměme v potaz situaci. Máme sílu \vec{F} , posunutí \vec{s} , zrychlení \vec{a} a rychlost \vec{v} . Berme v potaz, že všechny tyto vektory jsou rovnoběžné. Do rovnice pro práci pohybu za \vec{F} dosadíme $m\vec{a}$, dle druhého Newtonova zákona. Za dráhu dosadíme výpočet dráhy pro přímočarý rovnoměrně zrychlený pohyb. Tedy z rovnice pro rychlost $v = v_0 + at$ vyjádříme čas $t = (v - v_0)/a$ a tento vzorec dosadíme za čas do vzorce pro výpočet dráhy $s = \frac{v+v_0}{2}t$. Po úpravě dostáváme vzorec pro dráhu $s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$, který dosadíme do vzorce pro práci takto:

$$W = Fs = ma \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Výsledek této rovnice popisuje změnu kinetické energie. Pokud je tedy počáteční rychlost rovna nule, dostáváme výslednou rovnici pro kinetickou energii:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

kde m je hmotnost tělesa a v je rychlost daného tělesa. (4)

Historie

Historie konceptu kinetické energie sahá do druhé poloviny 17. století, kdy mezi Isaacem Newtonem a Gottfriedem Wilhelmem Leibnizem probíhal spor o správnou definici pohybové energie. Newton definoval pohybovou energii jako produkt hmotnosti a rychlosti, tedy mv , zatímco Leibniz formuloval definici jako produkt hmotnosti a kvadrátu rychlosti, mv^2 , což označil za vis viva (z latiny „živá síla“).

Tento spor se rozhodla rozřešit Emilie du Chatelet v první polovině 18. století, jež se postavila na stranu Leibnize a tvrdila, že Newtonovy výpočty jsou chybné. Její přesvědčení vycházelo z experimentu, který provedla. Házela malou kouli do měkké hlíněné podlahy a sledovala hloubku jejího zaboření. Z tohoto experimentu vypořádala, že pokud byla koule hozena dvojnásobnou rychlostí, zabořila se čtyřikrát hlouběji, pokud trojnásobnou rychlostí, potom devětkrát hlouběji. Tyto poznatky publikovala v roce 1740 s výsledkem že mv^2 je správně.

To se však nelíbilo Jean-Jacques Dortous de Mairanovi, který proti tomuto tvrzení veřejně protestoval. Uskutečnil se tedy kontrolní experiment, v němž byla malá dřevěná koule vhažována do vody ze vzdálenosti čtyř, šestnácti a třiceti šesti palců. Z tohoto experimentu bylo zjištěno, že hloubka ponoru byla jedna, dvě a tři jednotky. Ukázalo se, že pohybová veličina u padajícího předmětu je Newtonova mv . Následujících sto let tedy existovaly dvě pohybové veličiny – mv a mv^2 .

V roce 1829 Gustave-Gaspard Coriolis ve své práci „Du Calcul de l'Effet des Machines“ poprvé představil „klasický vzorec“ kinetické energie, zahrnující koeficient $1/2$, tedy $\frac{1}{2}mv^2$. Tento vzorec vypočetl jako množství pohybu po srážce dvou těles.

O dvacet let později zavedl William Thomson (později známý jako Lord Kelvin) termín „kinetická energie“ pro označení výsledku Coriolisova výpočtu. Paralelně byla Newtonova koncepce pohybové veličiny přejmenována na hybnost. (5,6)

3.3.2 Gravitační potenciální energie

Odvození vzorečku pro gravitační potenciální energii vychází z práce vykonané proti gravitační síle. Tedy zvedneme-li předmět do určité výšky, je k tomu potřeba vykonat určitou práci. Pokud necháme předmět spadnout, přemění se potenciální energie na energii kinetickou. Není úplně tak podstatné určení nulové výšky, důležitý a fyzikálně zajímavý je rozdíl potenciálních energií mezi dvěma výškami, tedy kolik kinetické energie se uvolní při pádu z jedné výšky do druhé.

Vezměme tedy těleso o hmotnosti m , zvednuté o výšku h . Vycházíme tedy z předpokladu, že potenciální energie je rovna vykonané práci zvednutím tělesa. Obecný vzorec pro mechanickou práci je $W = Fs$ a vzorec pro sílu $F = ma$. Chybí nám tedy

pouze zrychlení a , za které dosadíme gravitační zrychlení na povrchu země g . Důležité je však zmínit, že toto si můžeme dovolit pouze za předpokladu, že počítáme potenciální energii pro tělesa v blízkosti zemského povrchu a malou změnou výšky h . Díky tomuto předpokladu můžeme uvažovat g jako konstantu. Z toho nám tedy vychází vzorec pro gravitační potenciální energii v blízkosti zemského povrchu:

$$E_p = mgh$$

V případě jiného gravitačního zrychlení než $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$, například při počítání gravitační potenciální energie na Měsíci nebo ve větší vzdálenosti od Země, je nutné toto zrychlení přepočítat pomocí Newtonova gravitačního zákona:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow m_2 g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow g = G \frac{m_1}{r^2}$$

kde m_1 je hmotnost prvního tělesa (například Měsíce), m_2 je hmotnost druhého objektu (například člověka), r je vzdálenost obou těles od jejich středů a G je $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Po dosazení vyjádřeného zrychlení za g do vzorce $E_p = mgh$ dostáváme:

$$E_p = m_2 h G \frac{m_1}{r^2} \quad (7,8)$$

Historie

Koncept potenciálu byl od roku 1740 používán v široké škále konceptů. Gravitační potenciál se poprvé implicitně objevil ve vzorci Johana Bernoulliho pro pohyb bodu působením centrální síly ve formě integrálu. Bernoulli však tuto rovnici nespojoval nijak s konceptem energie. To po více než dvaceti pěti letech udělal jeho syn Daniel, který explicitně vyjádřil tvar gravitačního potenciálu z Newtonovy přitažlivosti. Po více než dvaceti letech začal využívat potenciál v rovnicích mechaniky Joseph-Louis Lagrange. Koncept potenciálu vložil do rovnic teoretické mechaniky, které nesou jeho jméno – Lagrangeovy funkce L a popisují rozdíl mezi kinetickou a potenciální energií.

(9)

3.3.3 Elektromagnetická energie

Objevy související s přenosem a využitím elektromagnetické energie patří pravděpodobně k nejzásadnějším pokrokům v oblasti využití energie od doby objevu ohně. K tomuto poznání nejvíce přispěli vědci devatenáctého století, například Michael Faraday a James Clerk Maxwell, kteří položili základy elektromagnetismu. Elektromagnetické jevy totiž nesouvisí pouze s elektrickými zařízeními, ale objevují se například v chemických přeměnách nebo třeba při přenášení sluneční energie v podobě elektromagnetických vln.

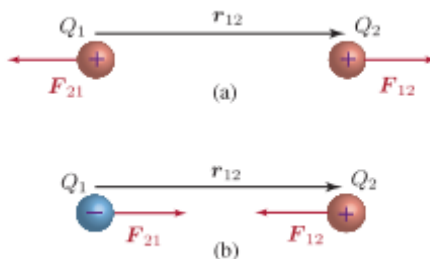
Elektromagnetické interakce mezi nabitými částicemi jsou v mnoha ohledech podobné gravitační interakci hmotných těles. Je zde vidět jistá paralela mezi gravitačním zákonem a Coulombovým zákonem:

$$F_{12} = -F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

kde Q_1 a Q_2 jsou elektrické náboje, $r_{12} = x_2 - x_1$ je vektor oddělující oba náboje, \hat{r}_{12} je jednotkový vektor směru a F_{12} je síla, která působí na oba náboje (viz obrázek 2). Koeficient na začátku rovnice $1/4\pi\epsilon_0$ je roven $8.988 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$, kde ϵ_0 je permitivita vakua.

Rozdíl oproti gravitační rovnici je v tom, že hmotnosti objektů u gravitační rovnice jsou vždy kladné, zatímco elektromagnetické náboje mohou mít znaménko záporné. Z rovnice tedy vyplývá, že pokud mají náboje stejné znaménko, tak se odpuzují (viz obrázek 2).

Obrázek 2: Grafické znázornění dvou nábojů a veličin s nimi souvisejících



Zdroj: Jaffe R, Taylor W, *The Physics of Energy*

V případě sil mezi elektricky nabitými částicemi zprostředkovává sílu elektrické pole (pro pohybující se náboje vstupuje do hry také magnetické pole). Elektrické pole je popsáno vektorem $E(x, t)$, v případě nezávislosti na čase pouze $E(x)$. Elektrické pole E je tvořeno soustavou nabitých částic. Toto elektrické pole působí silou F na jakýkoliv jiný náboj q :

$$F = qE$$

Vezměme v potaz elektrické pole vytvořené nábojem Q v bodě x_0 . Tento náboj vytváří v bodě x elektrické pole o potenciálu E :

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

kde $r = x - x_0$. Elektrické pole vytvořeno více náboji je vektorový součet polí, způsobených každým jedním nábojem zvlášť. Tedy:

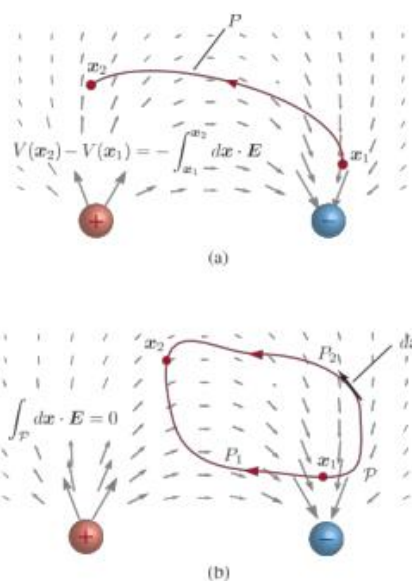
$$E(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i Q_i \frac{x - x_i}{|x - x_i|^3}$$

Pokud je vykonána práce pohybem nabitě částice proti směru působení elektrického pole, je uložena ve formě elektrostatické potenciální energie. V případě, že je náboj q přenášen z bodu x_1 do bodu x_2 po dráze P v přítomnosti elektrického pole, potom je vykonána práce W :

$$W(P) = \Delta E_{el} = - \int_{x_1}^{x_2} F dx = -q \int_{x_1}^{x_2} E dx$$

Pro jakékoliv elektrické pole produkované stacionárními nabitými částicemi záleží práce pouze na koncových bodech, ne na zvolené cestě, což je v souladu s konceptem zákona zachování energie (viz obrázek 3).

Obrázek 3: Názorná ukázka pohybu v elektrickém poli



Zdroj: Jaffe R, Taylor W, *The Physics of Energy*

Elektromagnetická potenciální energie se definuje jako energie na náboj, nebo také jako napětí. Vydělíme-li rozdíl elektromagnetické potenciální energie ΔE_{el} nábojem, získáme rozdíl elektrostatického potenciálu $V(x)$, neboli napětí mezi body x_1 a x_2 :

$$V(x_2) - V(x_1) = \Delta E_{el}/q = - \int_{x_1}^{x_2} E dx$$

Z toho plyne, že elektrické pole je:

$$E(x) = -\nabla V(x)$$

A z toho lze vyvodit, že:

$$F = qE = -q\nabla V(x)$$

Tím pádem se kladné náboje urychlují ve směru klesajícího potenciálu V , zatímco záporné náboje se urychlují ve směru rostoucího potenciálu. Dle SI je jednotkou napětí volt ($1 \text{ V} = 1 \text{ J}\cdot\text{C}^{-1}$). (10)

3.3.4 Potenciální tlaková energie

Tlaková potenciální energie je důležitý koncept ve fyzice tekutin, tedy plynů a kapalin. K pochopení tlakové energie vede pochopení tlaku objemu a vztahu mezi prací a energií. Tlak je definován jako síla působící na jednotku plochy, tedy:

$$p = \frac{F}{S}$$

kde F je působící síla a S je plocha, na kterou síla působí. Další klíčovou veličinou je objem V , který určuje, kolik potenciální energie může být tekutině uloženo. Čím větší objem, tím více může tekutina uchovat energie, což ji umožňuje vykonávat práci při expanzi nebo při pohybu proti vnějším silám.

Poslední složkou je vztah mezi prací a energií. U tekutin je práce vykonána pohybem nebo expanzí tekutiny proti tlaku, což vede k přeměně tlakové energie na jiné formy energie, například na kinetickou energii. Odvození vzorce tedy spočívá v práci vykonané tekutinou proti vnějším silám. Práce vykonaná na vnějším objektu je tedy:

$$W = Fd$$

kde W je vykonaná práce, F je síla působící na objekt a d je vzdálenost posunutí. Síla působící na vnější plochu je tedy vyjádřena ze vzorce pro tlak:

$$F = pS$$

Pokud tedy tekutina expanduje nebo je stlačena, pohyb stěn nádoby nebo pístu v hydraulickém systému představuje vzdálenost d , která ovlivňuje změnu objemu ΔV , kde pro malou změnu objemu platí:

$$\Delta V = dS \Rightarrow d = \frac{\Delta V}{S}$$

Lze tedy dosadit do rovnice pro práci takto:

$$W = Fd = pS \frac{\Delta V}{S} = p\Delta V$$

Jelikož se potenciální tlaková energie vztahuje na celý objem tekutiny, protože vyjadřuje potenciál tekutiny konat práci, z toho vyplývá, že se vzorec pro tlakovou energii upraví takto:

$$E_p = pV$$

kde V je celkový objem tekutiny. (11,12)

3.3.5 Tepelná energie

Tepelná energie je dána pohybem částic v látce, jíž je myšlena hmota v jakékoliv formě – pevné, plynné či kapalné. Tento pohyb a interakce na mikroskopické úrovni částic představuje zdroj tepelné energie. U plynů je dána kinetickou energií těchto volně se pohybujících částic vůči stěnám nádoby. U pevných látek jsou atomy pevně spojeny v krystalické mřížce, což znamená, že se nemohou volně pohybovat, ale mohou pouze vibrovat. Jejich kinetická a potenciální energie vibrací tvoří tepelnou energii pevných látek.

Vezměme v potaz ideální plyn pohybující se klasickým způsobem (jejich vnitřní dynamiku lze popsat pomocí Newtonových zákonů, při nízkých teplotách se však nevyhneme kvantové fyzice), složený pouze ze stejných atomů. V reálném světě může jít například o argon či helium při pokojové teplotě, které mají jednoatomové molekuly. U takového ideálního plynu bereme, že se molekuly srážejí elasticky, to znamená, že si zachovávají svou energii a hybnost, a že uvnitř molekul nedochází k dalším interakcím, jako například rotace nebo vibrace. Jak už bylo řečeno, u plynů je tepelná energie dána součtem kinetických energií jednotlivých molekul. Tepelná energie ideálního jednoatomového plynu o N molekulách je tedy dána rovnicí:

$$E = \sum_{i=1}^N E_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{m}{2} \sum_{i=1}^N (v_{i_x}^2 + v_{i_y}^2 + v_{i_z}^2)$$

kde m je hmotnost molekuly a $v_{i_x}, v_{i_y}, v_{i_z}$ jsou jednotlivé složky výsledné rychlosti v daném směru. Výpočet se dá značně zjednodušit zahrnutím předpokladu, že se molekuly pohybují náhodně a do všech směrů rovnoměrně. Nahrazením součtu

jednotlivých směrů jejich středním kvadratickým průměrem $\bar{v}^2 \equiv v_x^2 = v_y^2 = v_z^2 = \frac{1}{3}v^2$ dostáváme tedy pro jednu průměrnou molekulu tuto rovnici:

$$\bar{E} = \frac{3}{2}m\bar{v}^2$$

Použitím Boltzmannovy konstanty ($k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$), která vyjadřuje poměr mezi teplotou a energií, dostaneme vzorec pro jednu průměrnou molekulu:

$$\bar{E} = \frac{3}{2}k_B T$$

kde T je teplota plynu. Pro celý plyn o N molekulách tedy dostáváme výslednou rovnici ve tvaru:

$$E = \frac{3}{2}Nk_B T$$

Z této rovnice si lze všimnout, že každá ze složek pohybu, tedy v_x , v_y , v_z , přispívá v průměru k tepelné energii stejným podílem, tedy $\frac{1}{2}k_B T$. Tomu se říká ekvipartiční teorém, který říká, že v systému s dostatečně vysokou teplotou a zároveň nepříliš vysokou teplotou každý stupeň volnosti přispívá $\frac{1}{2}k_B T$ k tepelné energii. Podmínka dostatečně vysoké teploty je zde proto, že při hodně nízkých teplotách přestávají molekuly vibrovat a rotovat. Podmínka nepříliš vysoké teploty je zde proto, aby nebyly podstatné atomové excitace. Důležitý termín je stupeň volnosti. Jednoatomová molekula se může pohybovat ve třech směrech, tudíž má tři stupně volnosti přispívající k její kinetické energii. Dvouatomová molekula navíc může rotovat. K jednoznačnému určení rotace stačí dvě osy rotace, tudíž máme dva stupně volnosti navíc. K tomu ale může i vibrovat, lze si to představit jako pružinu, to znamená že se atomy mohou přibližovat a oddalovat. Vibrace přidává jeden kinetický a jeden potenciální stupeň volnosti, tedy dva stupně volnosti navíc. Z toho tedy vyplývá, že dvouatomová molekula plynu má 7 stupňů volnosti, přispívá tedy k celkové tepelné energii systému dle ekvipartičního teorému takto:

$$E = \frac{7}{2}k_B T$$

U pevných jednoatomových krystalických látek jsou atomy pevně spojeny v pravidelné mřížce. Nedochozí k jejich rotaci ani pohybu, ale pouze k vibraci ve třech směrech, z toho každý přispívá ke stupňům volnosti jak kinetickou, tak i potenciální energií. To znamená, že jeden atom v jednoatomové krystalické mřížce přispívá šesti stupni volnosti k celkové tepelné energii systému. Tepelnou energii systému o N prvcích lze spočítat jako:

$$E = \frac{6}{2} N k_B T$$

Tento výpočet v praxi funguje například pro čisté kovy jako jsou třeba hliník, zlato, železo nebo měď. (1)

Tabulka 2: Přehled stupňů volnosti jednoduchých molekul

Struktura molekuly	Příklad molekuly	Stupně volnosti				
		Translační	Rotací	Vibrační		Celkem
				Kinetické	Potenciální	
Jednoatomová	He	3	0	0	0	3
Dvouatomová	O ₂ , CO	3	2	1	1	7
Tříatomová (lineární)	CO ₂	3	2	3	3	11
Tříatomová (nelineární)	H ₂ O	3	3	3	3	12
Mnohoatomová	CH ₄ , C ₂ H ₅ OH	3	3	?	?	>12
Jednoatomová krystalická	Au	0	0	3	3	6

Zdroj: Jaffe R, Taylor W, *The Physics of Energy*

4 Zákon zachování energie

Ve fyzice termín „zachování“ odkazuje na něco, co se nemění. To znamená, že hodnota této proměnné zůstane v čase neměnná (konstantní) bez ohledu na různé procesy, kterými systém prochází.

4.1 Podstata zákona

Zákonem zachování energie se řídí všechny dosud známé přírodní jevy, bez žádné známé výjimky. Jedná se o velmi abstraktní myšlenku:

„Stav fyzikálního systému je možné ohodnotit číselně, tzv. energií. Celková energie se zjistí sečtením příspěvků charakteristik systému, jako je pohyb objektů v něm, teplo objektů a relativní polohy objektů, které na sebe působí prostřednictvím sil. Celková energie uzavřené soustavy zůstává vždy konstantní. energii nelze vytvořit ani zničit, ale pouze přenést z jednoho systému do druhého.“ (13)

Je to abstraktní myšlenka, jelikož se nejedná o popis žádného mechanismu nebo čehokoliv konkrétního, ale jde o číslo, které když v uzavřeném systému spočítáme v různém čase, vždy dojdeme ke stejné hodnotě. Změny energie systému lze docílit pouze skrz dodání energie do systému z okolí. Uvnitř systému se mohou jednotlivé složky energií přeměňovat na jiné, ale nikdy nedojde ke ztrátě celkové energie.

Zajímavý je příklad ze stránky The Feynman Lectures on Physics, kde tento zákon popisuje na příkladu chlapce, který má 28 nezničitelných, nedělitelných a stejných kostek. Matka ho ráno nechá v místnosti s kostkami. Večer přijde a kostky spočítá. Bez ohledu na to, co s kostkami chlapec dělal, napočítá matka zase 28 kostek. Na konci dalšího dne jich najde pouze 27, ukáže se však, že jedna byla schovaná pod kobercem. Na konci dalšího dne jich matka napočítá pouze 26, vysvětluje se to tím, že nechala okno otevřené a chlapec dvě kostky vyhodil. Další den jich matka napočítá celých 30, což působí neuvěřitelně, ale poté zjistí, že přišel na návštěvu kamarád se svými kostkami a dvě kostky v místnosti nechal. Vyhodí tedy 2 přebývajících z otevřeného okna a okno zavře. Jednoho dne napočítá pouze 25 kostek. Zjistí, že chlapec schoval určitý počet kostek do krabice, kterou matka nemůže otevřít. Počká na den, kdy najde

všech 28 kostek mimo krabici a krabici zváží a zjistí, že krabice váží 16 kg a jedna kostka 3 kg. Další dny, kdy nenajde všech 28 kostek, zváží krabici a díky předchozímu vážení ví, že počet kostek v krabici je $[(\text{hmotnost krabice} - 16) / 3]$. Následující dny nachází další možnosti schování kostek, jako například zakalenou vodu ve vaně. Původní výška vody je 10 cm a jedna kostka zvedne hladinu o 1 cm. Z toho tedy ví, že pokud neuvidí všechny kostky a nebudou schované v krabici, že počet kostek ve vodě je $[(\text{výška vody} - 10) / 1]$. V postupném zvyšování komplexnosti přichází se způsoby, jak dopočítat chybějící kostky v místech, kam se nesmí podívat. Dojde k dlouhému vzorci, kterým počítá zachovávající se počet kostek. (14)

Ačkoliv se tento příklad může zdát absurdní, popisuje naprosto dokonale, co zákon zachování energie představuje. Odmyslíme-li z příkladu viditelné kostky, zbývá nám pouze dlouhý vzorec, jehož jednotlivé složky představují abstraktní výpočty. U energie to představuje širokou škálu jejích forem, ve kterých může v systému participovat. Další věc, kterou příklad ukazuje, je, že ke zvýšení či snížení počtu kostek (energie systému) může dojít pouze interakcí s okolím. Výsledkem tedy je, že pokud systém neinteraguje s okolím a neopomeneme-li zahrnout žádnou z jejích forem, dostaneme součtem všech forem vždy stejnou číselnou hodnotu pro energii daného systému nezávisle na tom, jaké děje se v rámci tohoto systému odehrávají.

4.2 Historie

4.2.1 Thales z Miletu

Zahrneme-li určitou míru interpretace, myšlenky o zachování energie se objevily již u starověkých řeckých filozofů, ačkoli pojem energie nebyl vůbec definován. Prvním byl Thales z Miletu. Jeho myšlenky vedly spíše k pochopení přírodních zákonitostí, které vedly k rozvoji vědeckého myšlení. Jeho nejznámějším tvrzením je, že základním konceptem všeho je voda. Považoval ji za látku, jež má schopnost měnit se do všech forem, a která je základem pro veškerou existenci. Toto lze chápat jako pokus o vysvětlení proměnlivosti přírody skrze jednotný základní princip, což naznačuje ranou formu myšlení o transformaci a možném zachování něčeho základního v rámci přírodních procesů. Thaletovy myšlenky jsou klíčovým krokem k rozvoji vědecké metody a fyzikálních zákonů. (15)

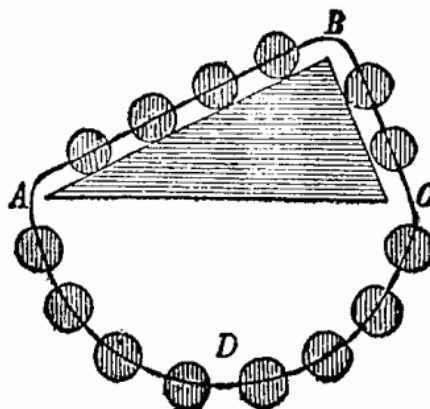
4.2.2 Empedoklés z Akragantu

Dalším významným starověkým myslitelem byl Empedoklés. Jeho teorie o fungování světa se skládá ze čtyř základních prvků – voda, vzduch, země, oheň – a dvou sil, které mezi nimi působí: láska (přitažlivost) a svár (odpudivost). Říkal, že svět je scéna neustálého boje a harmonie mezi prvky, ve kterém se prvky neustále přeměňují, ale hmotnost reality zůstává konstantní. Z toho lze vyzorovat jistou paralelu s moderním chápáním zákona zachování energie. (16)

4.2.3 Simon Stevin

Simon Stevin vydal v roce 1605 dílo „De statica“, ve kterém se zabýval zkoumáním těles na nakloněných rovinách a hydrostatikou. U experimentu s nakloněnými rovinami šlo o to, že na trojúhelníkový hranol zavěsil smyčku z lana, na kterém bylo rovnoměrně rozloženo čtrnáct koulí o stejné hmotnosti. Čtyři koule se nacházely na rovině AB a dvě se nacházely na rovině BC (viz obrázek 4).

Obrázek 4: Stevinův pokus s nakloněnými rovinami



Zdroj: <https://dsimaneke.vialattea.net/museum/models/build-pm.htm>

Poukázal na to, že čtyři koule na rovině AB musí být v rovnováze se dvěma koulemi na rovině BC. Pokud by zde totiž nebyla rovnováha, lano by se začalo pohybovat, čímž by vzniklo perpetuum mobile. Díky tomu formuloval základní principy statiky. Dále formuloval princip, že dané množství vody se uvnitř většího objemu vody nepohybuje. Provedl myšlenkový experiment. Vzal si část vody A a předpokládal, že pokud by se tato část vody přesunula například na místo D, musela by ji v bodě A nahradit jiná část vody. Jelikož by tento jev platil pro jakoukoliv část vody, znamenalo by to, že by se voda neustále pohybovala, čímž by vytvořila perpetuum mobile. Tímto postupem tedy dospěl k závěru, že voda si udržuje konstantní hydrostatický tlak a rovnováhu, což je základním principem hydrostatiky.(17)

4.2.4 Galileo Galilei

Galileo Galilei přispěl k pochopení zákona zachování energie svými experimenty s pohybem těles na nakloněných rovinách a popisem chování kyvadla. Jeho pokusy jsou předchůdci Newtonovy mechaniky. Například jeho experiment, který vedl k formulaci zákona rovnoměrně zrychleného pohybu, kdy zkoumal padající tělesa na nakloněné rovině. Pouštěl tělesa z nakloněné roviny a následně je nechal stoupat do druhé nakloněné roviny s libovolným sklonem, přičemž těleso vystoupalo vždy stejně vysoko. Z pozorování vyvodil, že rychlost tělesa získaná pádem závisí na vertikální výšce, kterou těleso padalo, nikoliv na sklonu. Ukázal tedy, že těleso dosáhne stejné výšky, ze které původně sestoupilo, což demonstruje zachování pohybového množství v izolovaném systému.

Další Galileův experiment využívá kyvadlo – olověnou kouli zavěšenou na dlouhém vlákně. Když je tato koule uvedena do pohybu z určité výšky, klesá po oblouku a následně stoupá na druhou stranu, přičemž se snaží dosáhnout stejné výšky. Galileo zde demonstruje, že pokud by neexistovaly žádné vnější brzdící síly, jako jsou odpor vzduchu nebo tření u vlákna, koule by v tomto pohybu pokračovala mezi dvěma body nekonečně. Tento princip používá jako podporu svým teoriím o pohybu a setrvačnosti.

V dalším experimentu Galileo umístil do trajektorie kyvadla hřebík, což způsobilo, že při stoupání je pohyb vlákna narušen hřebíkem, a kyvadlo tak opisuje nový oblouk se středem v bodě umístění hřebíku. Experiment ukazuje, že koule stoupá vždy do stejné vertikální výšky. Z toho Galilei vyvodil, že impuls získaný při sestupu je stejný jako impuls potřebný k dosažení stejné výšky na druhé straně. Tento experiment podporuje princip zachování energie, kdy kinetická energie získaná při sestupu je přeměněna na potenciální energii při stoupání. (17)

4.2.5 Christian Huygens

Christian Huygens byl významnou postavou ve vývoji fyziky 17. století. Jeho práce navázala na Galileia Galileie a rozšířil ji o nové myšlenky. Zásadní Huygensův přínos byl ve zpřesnění a zobecnění zákona setrvačnosti, což vedlo k lepšímu pochopení pohybu těles v prostoru. Tím položil základy pro Newtonovy pohybové zákony. Dále zobecnil princip týkající se Galileových nakloněných rovin a prohlásil, že je identický s principem vyloučení perpetua mobile. Díky tomu přispěl k pochopení toho, že mechanické systémy nemohou generovat energii bez vnějšího zásahu. Formuloval také hypotézu o setrvačnosti pohybu těles, dle které by se těleso v prostoru, kde neexistuje gravitace ani odpor vzduchu, pohybovalo do nekonečna s konstantní rychlostí. Huygensovy myšlenky a objevy měly zásadní vliv na další vývoj mechaniky a teorie energie. Jeho práce inspirovaly řadu dalších vědců. (17)

4.2.6 Gottfried Wilhelm von Leibniz

Gottfried Wilhelm von Leibniz byl jednou z klíčových postav na cestě k modernímu pochopení principu zachování energie. Na konci 17. století představil koncept „vis viva“, čímž udělal zásadní krok ve vývoji fyzikálních teorií, zejména v kontextu kinetické energie. Vis viva představovala rovnici pro energii pohybu, mv^2 (později upravena na $1/2mv^2$), hmotnost tělesa vynásobená kvadrátem jeho rychlosti. Dále také

prezentoval myšlenku, že celková živá síla se v uzavřeném systému zachová, což představovalo ranou formu zákona zachování energie. Tento názor však v jeho době nebyl přijat a vyvolal debatu známou jako vis viva kontroverze. Leibnizova práce, ačkoliv zakotvená v mechanice 17. století, položila základy pro budoucí rozvoj a širší aplikaci myšlenky zachování energie. Leibniz viděl vis viva jako klíčový princip, který je možné aplikovat ve fyzikálním světě, ale jeho práce byla omezena na to, co bychom dnes nazvali kinetickou energií. Jeho teorie byla významným krokem směrem k rozvoji konceptu zachování energie, ale v té době nezahrnovala explicitní rozlišení mezi různými formami energie, jaké známe dnes (např. tepelnou, chemickou, elektromagnetickou energii). (18)

4.2.7 **Pohled na Leibnizovy myšlenky**

Francouzská matematická a fyzikální vědkyně Émilie du Châtelet byla v 18. století klíčovou osobností pro přijetí Leibnizových myšlenek. Du Châteletová se nejvíce proslavila překladem a komentářem Newtonových „Matematických principů přírodní filozofie“ do francouzštiny. Tento překlad nejenže zpřístupnil Newtonovo dílo francouzskému publiku, ale du Châtelet k němu přidala i vlastní poznámky a doplňky, které rozšířily a prohloubily chápání Newtonových teorií. Ve svém díle du Châtelet obhajovala a rozvíjela Leibnizovu koncepci vis viva, kterou považovala za klíčovou součást dynamického chápání vesmíru. V době, kdy byla vědecká komunita rozdělena mezi newtonismus a leibnizismus, du Châteletová viděla v Leibnizově přístupu k energii hlubší vysvětlení přírodních jevů. Její práce na vis viva, zejména její analýza a matematické formulace, pomohly zdokumentovat a podpořit myšlenku, že energie – neboli schopnost tělesa konat práci – je klíčovým prvkem fyziky. Du Châteletová také propojila svou práci na vis viva s širšími filozofickými otázkami a zkoumala povahu vesmíru a naše místo v něm. Její filozofická a vědecká práce odrážela hluboký zájem o základní principy, které řídí svět přírody, a snažila se o syntézu různých vědeckých a filozofických tradic. Její dílo tak představuje důležitý most mezi empirickou vědou a filozofickou spekulací, který ovlivnil další vývoj v této oblasti.

V osmnáctém století se k názoru du Châtelet přidávali další, například John Smeaton, Peter Ewart, Carl Holtzmann, Gustave-Adolphe Hirn a Marc Seguin, kteří uznali nedostatky zachování Newtonovy hybnosti a přikláněli se k Leibnizově zachování vis viva, tedy kinetické energie. Tomu však oponoval například John Playfair, který tvrdil že zachování pouze kinetické energie není pravdivé. (18)

4.2.8 Devatenácté století

Devatenácté století bylo obdobím nebyvalého vědeckého pokroku, během něhož se koncept zachování energie posunul z teoretického rámce do empirického ověřování. Klíčové postavy tohoto období, jako byli James Prescott Joule, Julius Robert Mayer a Hermann von Helmholtz, hráli zásadní roli v transformaci pochopení energie a jejího zachování, což představuje jeden z nejdůležitějších příspěvků k moderní fyzice. V té době se na teplo pohlíželo skrz kalorickou teorii, která tvrdila, že je teplo nehmotná tekutina (nazývaná kalorikum), která se přelévala mezi tělesy, nebo byla obsažena v materiálu a byla považována za nezničitelnou. Podle kalorické teorie bylo kalorikum v systému vždy zachováno, tedy pokud se systém ohřál, předpokládalo se, že absorboval kalorikum, a pokud se ochladil, že kalorikum ztratil. (19,20)

Již dlouhou dobu se vedou spory o to, kdo první formuloval mechanický ekvivalent tepla. Lze říci, že Mayer byl první, kdo vysvětlil koncept mechanického ekvivalentu tepla a Joule byl první, který ho postavil na pevném experimentálním základu. (21)

Julius Robert Mayer

Julius Robert Mayer již v deseti letech přišel s nápadem, jak pohánět vodní kolo bez nutnosti proudu řeky. Napadlo ho, že není potřeba spoléhat na proměnlivý proud řeky, ale že lze vodu, která proteče přes vodní kolo, vynášet zpět před něj pomocí Archimedova šroubu. Postavil tedy model, na kterém zjišťoval, zda by jeho nápad mohl fungovat. Zjistil však, že dodané množství vody šroubem není dostatečné na to, aby se kolo roztočilo. Rozhodl se tedy použít převod v podobě ozubených kol a zjistil, že vodní kolo nemá dostatečnou sílu na to, aby roztočilo Archimedův šroub.

Ačkoliv Mayer studoval medicínu, sloužil jako lékař na lodi, díky čemuž přišel na zajímavé fyzikální poznání. Během cesty z Indie do Německa část námořníků onemocněla a Mayerova léčba zahrnovala odebírání krve. Při tomto odběru přišel k

zajímavému poznání, a sice že krev námořníků v Indii byla jasně červená a u břehů Německa byla mnohem tmavší. Francouzský chemik vysvětlil, že využití potravy v těle se alespoň částečně rovná jejímu řízenému spalování za účelem dodání tepla. Mayer dospěl k závěru, že k udržení tepla v tropech je zapotřebí méně spalování potravy, a proto je méně tmavé krve. Tmavší žilní krev v podstatě obsahovala popel, který byl dopraven do plic a vyloučen jako oxid uhličitý. Lavoisier tvrdil, že množství tepla vytvořeného spalováním uhlíku nezávisí na chemickém procesu, ke kterému při spalování došlo. Z toho vyplývá, že teplo způsobené hořením na vzduchu by mělo být stejné jako teplo vytvořené chemickým oksyločováním krve. Tato myšlenka vedla Mayera k pokusu, kde by změřil tepelný ekvivalent spáleného jídla. Došel však k problému, zda se do tohoto tepla počítá i teplo vzniklé například mnutím rukou. Díky své zkušenosti z mládí byl přesvědčen o tom, že nic nevzniklo z ničeho, tudíž že teplo vzniklé třením rukou musí mít svou příčinu. Výsledek jeho úvahy byl, že jídlo pohání tělo a tělo třením vytváří teplo, tudíž musí do jeho úvahy jídlo = teplo započítat i teplo vzniklé nepřímo. Dospěl k závěru, že aby platila rovnice $\text{jídlo} = \text{teplo}$, musí existovat ekvivalence mezi určitým množstvím mechanické práce a určitým množstvím tepla, například zvýšením teploty určitého množství vody o určitý počet stupňů. To v pojetí dnešní fyziky znamená, že Joule musí být roven pevnému počtu kalorií. V roce 1842 vypočítal tento přepočít kalorií na Jouly pomocí dříve provedených experimentů francouzských vědců týkajících se měrných tepel plynů. Tyto experimenty interpretoval takto: Uvažoval dva stejné svislé válce, jeden z nich s pohyblivým pístem nahoře, naplněné stejným množstvím stejného plynu se stejnou teplotou. Pokud teplotu obou plynů zvýšíme, například o $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ a změříme počet dodaného tepla potřebného k tomuto ohřátí, zjistíme, že u plynu s pístem, kde byl konstantní tlak, je zapotřebí dodat více tepla. Mayer tvrdil, že je potřeba více tepla, protože část tepla byla vynaložena na pohyb pístu, a díky francouzským měřením tuto ekvivalenci spočítal. Pochopil tak posloupnost tohoto procesu: chemická reakce vyprodukuje teplo a práci, tato práce může následně vyprodukovat určité množství dalšího tepla. Toto prohlášení v zásadě znamená jakési formulování zákona zachování energie. (21)

James Prescott Joule

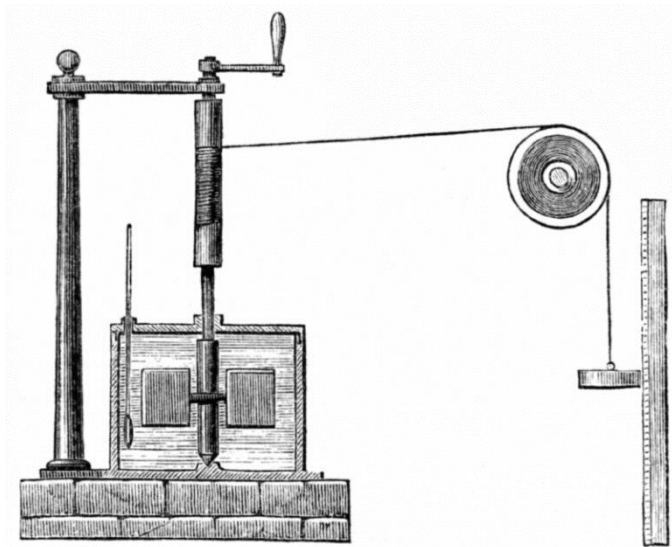
James Prescott Joule se zapsal do historie díky svému experimentálnímu důkazu vztahu mezi mechanickou prací a teplem. Jeho slavný experiment s pádlovým kolem, provedený v roce 1845, ukázal, že mechanická práce může být přeměněna na teplo, a tím potvrdil koncept zachování energie. Joule pečlivě měřil, jak množství práce vynaložené na otáčení pádla ve vodě způsobuje zvýšení její teploty. Tímto experimentem Joule kvantitativně stanovil mechanický ekvivalent tepla, což byl klíčový krok k formulaci zákona zachování energie.

V roce 1838 prováděl elektromagnetické experimenty, které zkoumaly, jaké účinnosti může elektromotor dosáhnout, a také jaké jsou tepelné účinky proudu procházejícího vodičem. V roce 1840 formuloval Joulův zákon, který říká, že teplo vyprodukované průchodem proudu je rovno součinu druhé mocniny proudu a odporu obvodu. O čtyři roky později potvrdil jeho pokusy Heinrich Lenz, a proto se zákon dnes nazývá Joule–Lenzův zákon. $Q = I^2R$

Při použití baterie mu bylo jasné, že teplo vygenerované proudem odpovídá procesu chemického spalování v baterii. Když ale použil jako zdroj elektřiny otáčející se magnet, znamenalo to, že se mechanická energie přeměňovala na elektrickou a ta následně na teplo. Joule tedy přišel s tím, že vyrobené teplo se musí rovnat práci (použil termín *vis viva*) vynaložené na otáčení magnetu.

Tuto teorii potvrdil z mnoha různých experimentů. Nejznámější Joulův experiment spočíval v tom, že roztáčením pádlového kola ve vodě v uzavřené nádobě měřil změnu teploty vody (viz obrázek 5). Kolo poháněl padajícím závažím. Tyto experimenty ukázaly, že teplo není neměnná substance, jak se dříve věřilo, ale forma energie, která může být přeměněna z jiných forem, jako je mechanická práce.

Obrázek 5: Joulův přístroj pro měření



Zdroj: <http://scihi.org/james-prescott-joule/>

Z jeho experimentů definoval britskou tepelnou jednotku (BTU), tedy 1 BTU je rovna tepelné energii potřebné k ohřátí jedné britské libry vody o jeden stupeň Fahrenheita, což odpovídá váze 772,55 liber shozené z výšky jedné stopy. (20,22)

William Robert Grove

V roce 1846 William Robert Grove publikoval knihu nazvanou „O korelaci fyzikálních sil“, ve které předznamenal základní myšlenku zákona zachování energie. Grove tvrdil, že různé síly – jako elektřina, světlo, teplo, magnetismus a gravitace by měly být chápány jako vzájemně propojené. Podle něj je možné jednu sílu přeměnit na jinou, a proto nelze říct, že jedna konkrétní síla je přímou příčinou jiné. Za určitých podmínek může kterákoliv síla fungovat jako příčina nebo důsledek ostatních. Grove svůj názor podložil řadou experimentálních důkazů z různých oblastí fyziky. Zdůraznil, že hlavním úkolem přírodního filozofa je demonstrovat univerzální platnost tohoto principu korelace mezi různými silami. Grove však svou teorii nikdy plně kvalitativně nerozvinul. (23,24)

Hermann von Helmholtz

To se však povedlo Hermannu von Helmholtzovi v díle „O zachování síly“, které bylo publikováno až o rok později v roce 1847. Jednalo se o první obecný popis zákona zachování energie. Ukázal zde, jak lze princip zachování kinetické energie odvodit z předpokladu, že práci nelze neustále vyrábět z ničeho. Zákon zachování energie aplikoval na různé situace, u kterých se zdá, že se energie ztrácí (srážky těles, rozpínání plynů, svalové kontrakce atd.). Ukázal, že se ve skutečnosti přeměňuje na tepelnou energii. Ačkoli nebyl první, kdo přišel s myšlenkou zákona zachování energie, jeho práce byla první, která tento princip jasně formulovala a přesvědčivě potvrdila vědeckými metodami. Umožnila fyziologii aplikovat stejné energetické výpočty jako ve fyzice a chemii, čímž vyvrátila koncept vitalismu, který tvrdil, že nikdy nebude možné aplikovat mechanické zákony fyziky a chemie na živé procesy. (25)

4.3 Praktické aplikace

4.3.1 Rekuperace u elektrických či hybridních vozidel

Každé jedoucí vozidlo má určitou kinetickou energii. Při brždění se tato kinetická energie snižuje až do nuly (úplného zastavení). Zákon zachování energie nám naznačuje, že se tato energie nemůže jen tak ztratit. V zásadě existují dva způsoby, jak auto zastavit. Buďto auto stoupá do kopce (nabývá potenciální energii), nebo má brzdňý systém, který tuto kinetickou energii přeměňuje na jinou formu energie. U klasických spalovacích vozidel je brždění prováděno třením brzdových destiček o litinové kotouče. Kinetická energie je přeměněna na tepelnou vlivem tření. U elektrických aut lze využít takzvané rekuperace, kdy lze použít elektrický motor jako generátor. Tedy v případě brždění je kinetická energie otáčením hřídele kol přeměněna přes generátor na energii elektrickou, jež je následně uložena v baterii formou chemické energie. Účinnost tohoto systému samozřejmě není stoprocentní, protože část kinetické energie je ztracena (nebo spíše přeměněna) vlivem tření kol o silnici, odporem vzduchu, zahříváním generátoru, přenosovými ztrátami nebo třeba ztrátami v baterii (odpor baterie). Účinnost rekuperace se pohybuje okolo 70-80 %.

Tato účinnost byla ověřena pokusem v článku na internetové stránce Electric Vehicle Knowledge Exchange, kdy Audi e-tron sjížděla z kopce s poklesem 1933 metrů po dráze 30 km. Audi vážící 2900 kg má při této výšce gravitační potenciální energii rovnou 15,79 kWh ($E_p = mgh = 1993 \cdot 2900 \cdot 9,81 \text{ J}$, $1 \text{ J} = 2,77 \cdot 10^{-7} \text{ kWh}$). Spotřebovaná energie vlivem tření při rychlost 40 kmh^{-1} byla stanovena na 10,52 kWh/100 km, což na 30 kilometrové trase činí 3,15 kWh. Po odečtení spotřeby energie od gravitační potenciální energie dostáváme 12,59 kWh energie, která musí být přeměněna. Započítáním 80% účinnosti rekuperace dostáváme 10,07 kWh, jimiž by se měla dobít baterie. Po sjetí kopce byla baterie dobita o 10,013 kWh, což odpovídá uvedenému výpočtu. (26)

4.3.2 Přečerpávací elektrárna

Přečerpávací elektrárny slouží jako vyrovnávací prvek odbytu elektrické sítě. V době přebytku, nejčastěji přes noc, využívají elektřinu k akumulaci energie a v době nedostatku naopak do sítě elektřinu dodávají. Toto je realizováno pomocí dvou vzájemně propojených vodních nádrží v rozdílné výšce. V době přebytku elektrické energie je voda pumpována pomocí turbíny poháněné přebytkovou elektřinou do horní nádrže, čímž je elektřina přeměněna na potenciální energii. V době nedostatku elektřiny je naopak voda puštěna z horní nádrže přes turbínu do dolní nádrže, čímž dochází k přeměně gravitační potenciální energie na kinetickou, jež pohání turbínu a díky generátoru je vytvářena elektrická energie. V tomto systému se energie samozřejmě zachovává, ale i zde dochází ke ztrátám. Celková účinnost spotřeby oproti vygenerované elektřině se pohybuje mezi 70–80 %. Ztráty jsou zapříčiněny především turbínou/čerpádem a motorem/generátorem. Méně významnou roli zde hrají ztráty vlivem netěsností trubek a ztráty vlivem transformátoru. (27,28)

4.3.3 Tepelné čerpadlo

Na první pohled se může zdát, že je fungování tepelného čerpadla v rozporu se zákonem zachování energie, jelikož spočteme-li jeho účinnost jako vykonanou práci elektřinou skrz kompresor ku tepelné energii dodané na jeho výstupu, nazývanou COP (coefficient of performance), dostáváme hodnotu okolo 300-500 %.

Tepelné čerpadlo je přístroj, který dokáže tepelnou energii z chladnějšího prostředí ohřívat prostředí s vyšší teplotou. Avšak i pro tepelné čerpadlo platí zákon zachování energie. Skládá se z kompresoru, expanzního ventilu, tepelného výměníku, venkovního a vnitřního radiátoru. Všechny tyto součásti jsou spojené potrubím, ve kterém je chladicí médium, nejčastěji tetrafluorethan, který má bod varu $-26,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ (tzn. nad touto teplotou je v plynném skupenství).

Celý systém funguje tak, že kompresor zvyšuje tlak v jedné polovině obvodu až po expanzní ventil a v druhé části obvodu tlak snižuje. Zvýšením tlaku se médium ohřívá a díky tomu se v tepelném výměníku ohřívá voda, proudící do vnitřního radiátoru, ve kterém se ochladí a vrací se zpět k ohřevu do tepelného výměníku, což ochlazuje médium, jež se přemění do kapalného skupenství. Médium pak následně prochází

expanzním ventilem, za kterým snižuje svůj tlak a ochlazuje se na teplotu nižší, než je teplota venkovní. Následně se dostává do venkovního radiátoru, kde se ohřeje na venkovní teplotu, díky čemuž se dostane do skupenství plynného.

Díky tomuto principu může být dosaženo vyhřívání mnohem levněji než například spalováním plynu nebo dřeva, protože se energie potřebná pro ohřátí bere z chladného vzduchu. Jediná položka, kterou platíme, je elektrická energie potřebná k fungování kompresoru. (29–31)

4.3.4 Bernoulliho rovnice a její aplikace

Bernoulliho rovnice popisuje průběh vývoje jednotlivých složek energie u proudících kapalin, které v součtu zůstávají zachované. Z rovnice kontinuity vyplývá, že pokud je změněn průřez potrubí, ve kterém kapalina proudí, musí se přímo úměrně zvýšit rychlost proudění. Z toho vyplývá, že se zvýší kinetická energie, díky čemuž se musí snížit jiná složka energie. U ideální kapaliny (tzn. nestlačitelné) se vyskytují tři složky energie – kinetická, potenciální tlaková a potenciální gravitační (u vedení měnících výšku). Rovnice tedy vypadá takto:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh + pV = konst.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + p = konst.$$

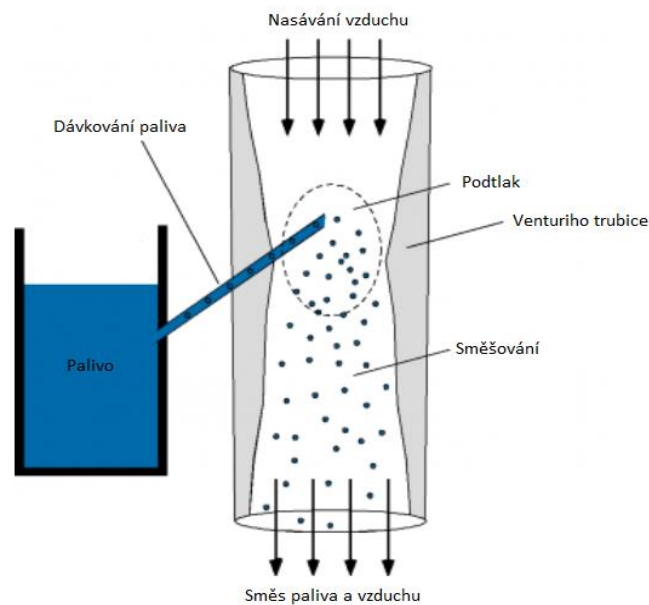
Součet těchto složek zůstává konstantní, to znamená, že vzroste-li jedna, musí klesnout druhá. Tato rovnice platí pro ideální kapaliny. U reálných kapalin je nutné zahrnout energii přeměněnou na tepelnou energii vzniklou vlivem tření kapaliny o stěny potrubí. (32) Jelikož je předpokladem nestlačitelnost, lze Bernoulliho rovnici použít i pro plyny proudící rychlostí nižší, než je 0,3 Mach, což je přibližně 100 ms^{-1} . (33)

Venturiho trubice

Jedná se o průchodnou trubici, která má uprostřed zúžený průřez. V tomto zúžení se dle rovnice kontinuity zvyšuje průtok a díky tomu se dle Bernoulliho rovnice snižuje tlak, jenž je uprostřed trubice snížen pod atmosférický tlak. Tuto mechaniku využívá například v průtokoměrech, karburátorech nebo třeba aerodynamických tunelech.

Karburátor využívá Venturiho trubici k mísení paliva se vzduchem. Trubice s palivem je přivedena do zúženého místa (viz obrázek 6), kde dochází díky sníženému tlaku proudícího vzduchu k nasávání paliva vlivem vzniklého podtlaku. Tato směs vzduchu s malými kapičkami paliva pak následně proudí do válců motoru. (33)

Obrázek 6: Schéma karburátoru



Zdroj: <https://eaglepubs.erau.edu/introductiontoaerospaceflightvehicles/chapter/applications-of-the-conservation-laws/>

4.3.5 Kogenerační jednotky

Tepelné elektrárny vyrábí elektrickou energii ohřevem vody, ta se přemění na páru, která následně roztáčí turbínu. Voda je ohřívána spalováním uhlí, zemního plynu nebo biomasy. Ze zákona zachování energie vyplývá, že aby nedocházelo k přeměnám na jiné formy energie, než je elektrická, musela by mít elektrárna účinnost 100 %. Tyto tepelné elektrárny však mají účinnost okolo 30–40 %. To znamená, že 60–70 % spalované chemické energie je zde uvolněno do okolí převážně formou tepla. Tento problém s neefektivitou řeší kogenerační jednotky, které zbytkové teplo dodávají do topné soustavy a na ohřev vody. Celková účinnost tohoto systému se pohybuje kolem 90 %. (34,35)

5 Závěr

Práce byla vytvořena formou literární rešerše a porovnáním informací z dostupných zdrojů. Splněným cílem této rešerše bylo co nejlépe popsat podstatu zákona zachování energie a uvést jeho praktické aplikace. Práce tedy může sloužit čtenářům k získání komplexního pohledu na problematiku energie a jejího zachování, které je dle dnešního chápání tohoto zákona všudypřítomné, a tudíž není možné, aby se člověk tomuto zákonu vyhnul. K lepšímu porozumění této problematice jsou v práci uvedené příklady praktického využití zákona zachování energie, jež slouží k ilustraci teoretických konceptů uvedených v práci. Osvojení si tohoto zákona může člověku sloužit k lepšímu pochopení světa kolem něj nebo například k zamítnutí určitých nápadů či ideologií, které na první pohled mohou vypadat fantasticky, ale jsou v rozporu s tímto zákonem. Lze předpokládat, že tento zákon bude například klíčový u rozšiřujících se elektromobilů a jejich dobíjení, kdy bude důležité přijít s řešením, jak elektrickou energii vytvořenou přes noc co nejlépe zachovat na dobíjení probíhající přes den s co nejmenšími ztrátami, například použitím popisovaných přečerpávajících elektráren nebo třeba využitím důlních prostor s gravitačním závažím.

Tento zákon lze pozorovat v pozitivním i negativním světle, kdy například v počítačové skříni je zachování energie nežádoucí, protože se značná část spotřebované energie zachovává ve formě tepla, které je nežádoucí kvůli přehřívání jednotlivých komponent. Naopak třeba u kogeneračních jednotek lze jinak ztrátové zachované teplo využít k ohřevu vody pro další spotřebu.

Je důležité si uvědomit, že se jedná o fyzikální zákon formulovaný v našem současném chápání světa, založený na experimentálních důkazech. Historie vědy ukazuje, že naše chápání fyzikálních zákonů se může s rozvojem technologií a hlubším pochopením vesmíru dále vyvíjet. Tak se to například stalo u Newtonových pohybových zákonů, které byly rozšířeny o teorii relativity a kvantovou mechaniku pro extrémní podmínky. To by nezpochybnilo platnost zákona, ale naznačilo by, že naše současné pochopení je omezeno stávajícími znalostmi. Jakákoliv taková revize by mohla vést k novým průlomům a rozšířit naše možnosti využití energie v technologii a každodenním životě.

6 Seznam použitých zdrojů

1. Jaffe RL, Taylor W. The Physics of Energy. Cambridge: Cambridge University Press; 2018.
2. Units of Energy | Energy Fundamentals [Internet]. [citován 18. únor 2024]. Dostupné z: <https://home.uni-leipzig.de/energy/energy-fundamentals/03.htm#toggleMenu>
3. Energy | Definition, Types, Examples, & Facts | Britannica [Internet]. [citován 8. březem 2024]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/science/energy>
4. I. K. Kikoin, A. K. Kikoin. Senior PHYSICS 1. Moscow: Mir Publishers; 1987.
5. Newton and Leibniz [Internet]. [citován 23. únor 2024]. Dostupné z: <https://faculty.humanities.uci.edu/bjbecker/RevoltingIdeas/leibniz.html>
6. Daniel Berenyi. <https://www.gsjournal.net/Science-Journals/Research%20Papers.../Download/4553>. The Wrong Kinetic Energy.
7. Gravitational Potential Energy [Internet]. [citován 24. únor 2024]. Dostupné z: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/gpot.html#ui>
8. Gravitational Potential Energy: Definition, Examples, and Formula [Internet]. [citován 24. únor 2024]. Dostupné z: <https://www.sciencefacts.net/gravitational-potential-energy.html>
9. Jed Buchwald, Robert Fox, editoři. The Oxford Handbook of the History of Physics. Oxford University Press; 2013.
10. Jaffe RL, Taylor W. The Physics of Energy. Cambridge: Cambridge University Press; 2018.
11. fluid dynamics - What is Pressure Energy? - Physics Stack Exchange [Internet]. [citován 24. únor 2024]. Dostupné z: <https://physics.stackexchange.com/questions/216342/what-is-pressure-energy>
12. Pressure [Internet]. [citován 24. únor 2024]. Dostupné z: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/press.html>
13. Benjamin Crowell. Conservation Laws. Light and Matter; 2001.
14. The Feynman Lectures on Physics Vol. I Ch. 4: Conservation of Energy [Internet]. [citován 9. březem 2024]. Dostupné z: https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_04.html
15. Thalés z Milétu – Wikipedie [Internet]. [citován 23. únor 2024]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Thal%C3%A9s_z_Mil%C3%A9tu
16. EMPEDOCLES, ON NATURE I 233–364 [Internet]. [citován 23. únor 2024]. Dostupné z: <https://ancphil.lsa.umich.edu/-/downloads/faculty/janko/empedocles-nature.pdf>
17. Ernst Mach. History and root of the principle of the conservation of energy. Chicago: The Open court publishing CO; 1911.

18. Conservation of Energy: Missing Features in Its Nature and Justification and Why They Matter - PMC [Internet]. [citován 23. únor 2024]. Dostupné z: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC8570307/>
19. Kalorická teorie [Internet]. [citován 23. únor 2024]. Dostupné z: https://wikijii.com/wiki/Caloric_theory
20. The awarding of the Copley Medal and the ‘discovery’ of the law of conservation of energy: Joule, Mayer and Helmholtz revisited | Notes and Records of the Royal Society [Internet]. [citován 24. únor 2024]. Dostupné z: <https://royalsocietypublishing.org/doi/full/10.1098/rsnr.2011.0045>
21. Joseph Mayer and the Color of Blood [Internet]. [citován 24. únor 2024]. Dostupné z: <https://galileo.phys.virginia.edu/classes/152.mf1i.spring02/MayerJoule.htm>
22. James Prescott Joule and the True Nature of Heat | SciHi Blog [Internet]. [citován 24. únor 2024]. Dostupné z: <http://scihi.org/james-prescott-joule/>
23. This Month in Physics History [Internet]. [citován 8. březen 2024]. Dostupné z: <https://www.aps.org/publications/apsnews/201909/history.cfm>
24. On the correlation of physical forces: Being the substance of a course of Lectures delivered in the London Institution in the year 1843 | WILLIAM ROBERT GROVE | 1st Edition [Internet]. [citován 8. březen 2024]. Dostupné z: <https://www.manhattanrarebooks.com/pages/books/1435/william-robert-grove/on-the-correlation-of-physical-forces-being-the-substance-of-a-course-of-lectures-delivered-in-the>
25. Helmholtz Hermann von | Home [Internet]. [citován 24. únor 2024]. Dostupné z: <https://vigyanprasar.gov.in/helmholtz-hermann-von/>
26. How much can be regenerated? :: evkx.net [Internet]. [citován 4. březen 2024]. Dostupné z: <https://evkx.net/technology/regen/calculations/>
27. Pumped Hydro Storage: Enabling the Energy Transition - National Hydropower Association [Internet]. [citován 4. březen 2024]. Dostupné z: <https://www.hydro.org/powerhouse/article/pumped-hydro-storage-enabling-the-energy-transition/>
28. Efficiency and energy losses of PHS. Source: own illustration, based on... | Download Scientific Diagram [Internet]. [citován 4. březen 2024]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/figure/Efficiency-and-energy-losses-of-PHS-Source-own-illustration-based-on-24_fig1_343632011
29. Heat pumps and energy transfer — Science Learning Hub [Internet]. [citován 4. březen 2024]. Dostupné z: <https://www.sciencelearn.org.nz/resources/241-heat-pumps-and-energy-transfer>
30. 15.5 Applications of Thermodynamics: Heat Pumps and Refrigerators – College Physics chapters 1-17 [Internet]. [citován 4. březen 2024]. Dostupné z: <https://pressbooks-dev.oer.hawaii.edu/collegephysics/chapter/15-5-applications-of-thermodynamics-heat-pumps-and-refrigerators/>
31. 12.4 Applications of Thermodynamics: Heat Engines, Heat Pumps, and Refrigerators - Physics | OpenStax [Internet]. [citován 4. březen 2024]. Dostupné z: <https://openstax.org/books/physics/pages/12-4-applications-of-thermodynamics-heat-engines-heat-pumps-and-refrigerators>

32. Bernoulliho rovnice | Eduportál Techmania [Internet]. [citován 5. březen 2024]. Dostupné z: <https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/tekutiny/bernoulliho-rovnice>
33. Applications of the Conservation Laws – Introduction to Aerospace Flight Vehicles [Internet]. [citován 5. březen 2024]. Dostupné z: <https://eaglepubs.erau.edu/introductiontoaerospaceflightvehicles/chapter/applications-of-the-conservation-laws/>
34. Jak funguje kogenerační jednotka | ČEZ Energo [Internet]. [citován 4. březen 2024]. Dostupné z: <https://www.cezenergo.cz/cs/o-kogeneraci/jak-funguje-kogeneracni-jednotka>
35. Kogenerace - princip, technologie a výhody [Internet]. [citován 4. březen 2024]. Dostupné z: <https://oenergetice.cz/teplarenstvi/kogenerace-princip-technologie-a-vyhody>