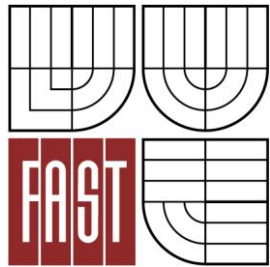




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

MATERIÁLOVĚ NELINEÁRNÍ STATICKÁ ODEZVA STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ

MATERIAL NONLINEAR STATIC RESPONSE OF CIVIL STRUCTURES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

RADKA KINCLOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. ALEŠ NEVAŘIL, Ph.D.

BRNO 2013



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program B3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor 3647R013 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student Radka Kinclová


Název Materiálově nelineární statická odezva stavebních konstrukcí

Vedoucí bakalářské práce Ing. Aleš Nevařil, Ph.D.


Datum zadání bakalářské práce 30. 11. 2012

Datum odevzdání bakalářské práce 24. 5. 2013

V Brně dne 30. 11. 2012


.....
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu




.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

Podklady a literatura

Logan, D.L. A First Course in the Finite Element Method, Brooks/Cole, Pacific Grove, USA, 2000, ISBN 0-534-38517-6.

Ravinger, J., Psočný, M., Analýza konštrukcií - Nelineárne úlohy, STU Bratislava, 2007, ISBN 978-80-227-2713-6.

ANSYS Users'; Manual: ANSYS 14.0 Documentation, SAS IP. Inc., 2011.

Zásady pro vypracování (zadání, cíle práce, požadované výstupy)

Cílem práce je nelineární elastická a plastická odezva jednoduchých prutových stavebních konstrukcí. Bude řešena problematika vzniku plastických kloubů, kvalitativní a kvantitativní popis reziduálních napětí. Bude využito elasto-plastického chování k určení limitní únosnosti jednoduchých konstrukcí a tato bude srovnána s běžnou inženýrskou praxí. Problematika bude řešena s využitím MKP systému ANSYS.

Struktura bakalářské/diplomové práce

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).



.....
Ing. Aleš Nevařil, Ph.D.
Vedoucí bakalářské práce

Abstrakt

Náplní této práce je nelineární elastická a plastická odezva jednoduchých prutových konstrukcí. Bude zde řešena problematika vzniku plastických kloubů. Dále bude popsán vznik a velikost reziduálních napětí od svařování. K určení limitní únosnosti jednoduchých konstrukcí bude využito ideálně elasticko-plastického chování, popř. elastického chování se zpevněním, a ta bude porovnána s řešením v programu ANSYS.

Klíčová slova

ideální pružno-plastické chování, zpevnění, plastický kloub, hyperelastická, reziduální napětí, svařování, Okerblomova metoda, ANSYS

Abstract

The aim of this bachelor's thesis is the non-linear elastic and plastic response of the simple beam structures. Also the problematics of the plastic hinges development is addressed. This thesis will then describe the origin and magnitude of the residual stresses caused by welding. Ideal elastic-plastic behavior of materials and elastic behavior with strengthening will be used to determine the limit load capacity of the simple structures and will be compared to solution in the ANSYS software.

Keywords

ideal elastic-plastic behavior, strengthening, plastic hinge, hyperelasticity, residual stress, welding, Okerblom's method, ANSYS

Bibliografická citace VŠKP

KINCLOVÁ, Radka. *Materiálově nelineární statická odezva stavebních konstrukcí*. Brno, 2013. 49 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Aleš Nevařil, Ph.D..

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 24. 5. 2013

.....
podpis autora
Radka Kinclová

Poděkování

Ráda bych tímto poděkovala Ing. Aleši Nevařilovi, Ph.D. za odborné vedení práce, připomínky a rady.

Obsah

1 Úvod.....	3
2 Teorie.....	4
2.1 Mechanické vlastnosti materiálů.....	4
2.2 Základní přetvárné vlastnosti pevných materiálů	6
2.2.1 Pružné (elastické) chování	6
2.2.2 Tvárné (plastické) chování.....	6
2.3 Zpevnění materiálu	7
2.3.1 Izotropní zpevnění.....	7
2.3.2 Kinematické zpevnění	8
2.4 Mezní plastická únosnost.....	8
2.4.1 Mezní plastická únosnost průřezu.....	8
2.5 Hyperelastická	9
2.5.1 Mooney-Rivlin.....	9
2.5.2 Elastomerová ložiska	10
2.6 Reziduální napětí.....	11
2.6.1 Upravená Okerblomova metoda	11
2.7 Metoda konečných prvků	14
3 Praktická část	15
3.1 Elastomerové ložisko.....	15
3.1.1 Řešení v programu ANSYS	16
3.2 Prostý nosník.....	18
3.2.1 Inženýrský přístup.....	18
3.2.2 Řešení v programu ANSYS	19
3.3 Rovinný rám.....	24
3.3.1 Inženýrský přístup.....	24
3.3.2 Řešení v programu ANSYS	29
3.4 Svařovaný nosník.....	31
3.4.1 Inženýrský přístup.....	31

3.4.2 Řešení v programu ANSYS	34
4 Závěr	37
Seznam použitých symbolů.....	38
Seznam obrázků.....	40
Seznam použité literatury.....	42

1 Úvod

Cílem této práce vyšetření materiálově nelineární statické odezvy na vybraných jednoduchých konstrukcích, a to pomocí běžné inženýrské praxe a programu ANSYS.

V teoretické části budou popsány mechanické vlastnosti ocelových materiálů včetně jejich idealizace pro statický výpočet. Budou popsány základní přetvárné vlastnosti a zpevnění pevných materiálů. Dále bude vysvětlena mezní plastická únosnost konstrukcí včetně vzniku plastických kloubů. Na příkladu elastomerového ložiska bude ukázáno nelineární elastické chování materiálu, a to konkrétně na materiálovém modelu Mooney-Rivlin. Nakonec budou popsány možnosti vzniku reziduálních napětí a bude vysvětlen postup stanovení účinků reziduálních pnutí od svařování na konstrukci pomocí upravené Okerblomovy metody.

V praktické části budou řešeny jednoduché příklady s pomocí známých statických výpočtů a jejich výsledky budou srovnávány s výstupy z programu ANSYS.

V prvním příkladu bude z katalogu firmy Freyssinet vybráno elastomerové ložisko, které se namodeluje a zatíží v programu ANSYS. Bude pozorováno hyperelastické chování materiálu.

V druhém příkladu bude řešen prostý nosník, na kterém stanovíme mezní plastickou únosnost. Na této konstrukci porovnáme ideálně pružno-plastické chování a pružné chování se zpevněním.

Ve třetím příkladu se na 3x staticky neurčitým rovinným rámu stanoví mezní plastická únosnost. Dále budou určena mezního zatížení pro vznik jednotlivých plastických kloubů.

V posledním příkladu budou na prostém nosníku stanovena vlastní pnutí a průhyby od svařování podle upravené Okerblomovy metody.

2 Teorie

2.1 Mechanické vlastnosti materiálů

V důsledku působení vnějších vlivů (zatížení, teplota) vznikají v tělese napětí změnou poloh elementárních částic. Napětí σ je tedy funkcí deformace ε . Závislost $\sigma = f(\varepsilon)$ se potom určuje z pokusů na normou stanovených vzorcích.

Jestliže ocelový prut počáteční délky L o konstantním průřezu A zatěžíme tahovou silou F , zvětšuje se původní délka prutu na délku L' a původní průřezová plocha se zmenšuje na plochu A' . Z těchto hodnot získáme podélnou deformaci ε a napětí σ .

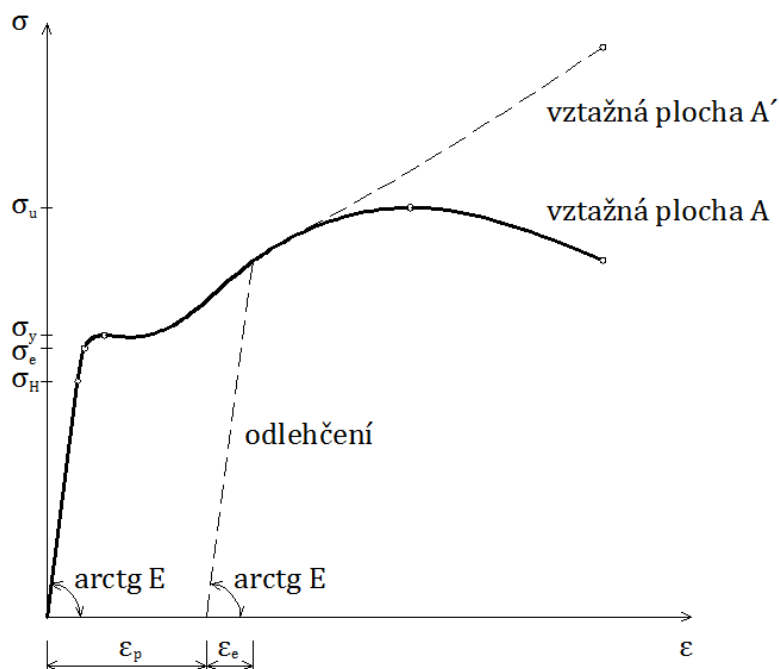
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

- ε – podélná deformace prutu
- $\Delta L = L' - L$ – protažení prutu
- L – počáteční délka prutu
- L' – koncová délka prutu

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

- σ – tahové napětí prut
- F – působící síla
- A – počáteční plocha průřezu

Funkce $\sigma = f(\varepsilon)$ se nazývá pracovním diagramem.



Obr. 2.1: Pracovní diagram oceli

Zpočátku roste napětí σ přímo úměrně s deformací ε , a to až do meze úměrnosti σ_H . Směrnicí pružné části diagramu je modul pružnosti E a platí zde Hookeův zákon.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

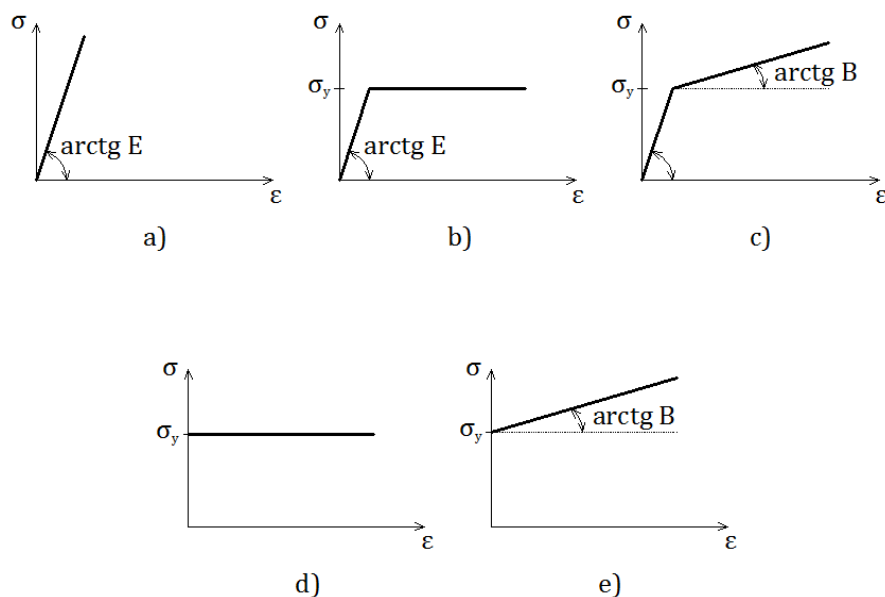
- E – modul pružnosti v tahu a tlaku

Ne mezi úměrnosti se graf začne odchylovat od přímky až do meze pružnosti σ_e . Do tohoto bodu jsou deformace vratné (elastické). Následuje mez kluzu σ_y , kdy bez zvyšování napětí vzrůstá deformace, které jsou nevratné (plastické). Jestliže v kterémkoli bodě za mezí kluzu σ_y přestaneme těleso zatěžovat, bude mít odlehčovací větev směrnici E . Budeme-li nadále zvyšovat napětí, poroste až do meze pevnosti σ_u , tj. na maximální hodnotu napětí, a dále klesne na mez porušení.

Popsaný pracovní diagram se nazývá smluvní. Za mezí kluzu σ_y dochází ke změně průřezu, která je ještě výraznější za mezí pevnosti σ_u , a tudíž napětí σ stále roste s deformací ε . Smluvní pracovní diagram je však vztažen na původní plochu A .

Reálné pracovní diagramy se pro zvládnutí výpočtu idealizují. V případě oceli se uvažují následující diagramy:

1. Pružný
2. Ideálně pružno-plastický
3. Pružný se zpevněním
4. Ideálně tuho-plastický
5. Tuhý se zpevněním



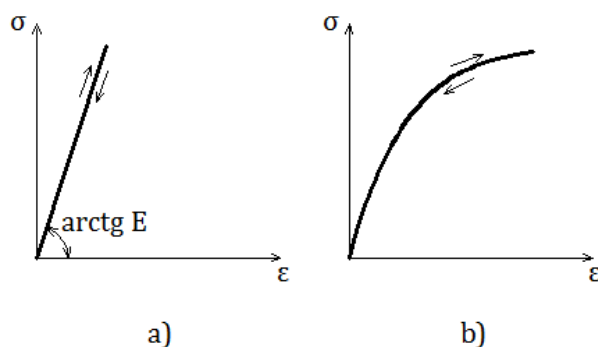
Obr. 2.2: Idealizované pracovní diagramy

2.2 Základní přetvárné vlastnosti pevných materiálů

2.2.1 Pružné (elastické) chování

Hlavním znakem pružného chování je jednoznačná závislost mezi napětím a deformací, nezávisle na tom, jestli těleso zatěžujeme nebo odlehčujeme. V takovém tělese nevzniká žádný rozptyl (disipace) energie. Tedy po odlehčení vnitřní napětí i deformace vymizí. Pružný stav nezávisí na předcházejících stavech deformace, na čase ani na rychlosti deformace. Materiál považujeme za pružný, jestliže se při zatěžování deformuje a po odlehčení úplně obnovuje svůj objem a tvar.

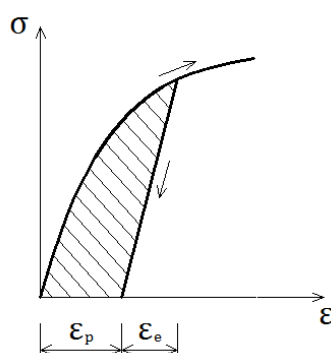
- a) Lineární pružné chování
- b) Nelineární pružné chování



Obr. 2.3: Pracovní diagramy pružných materiálů

2.2.2 Tvárné (plastické) chování

U plastických těles stav přetvárnosti závisí na historii zatěžování, tudíž neexistuje jednoznačná závislost mezi napětím a deformací. Po úplném odlehčení v tělese zůstávají trvalé deformace. Plastický stav ve skutečnosti nenastává ihned po zatížení, ale až po předchozí pružné deformaci a dosažení meze kluzu. Při zatěžování se pružné i plastické těleso chová stejně. Rozdíl nastává při odlehčení, kdy plastické těleso nekopíruje původní graf, ale klesá lineárně se sklonem odpovídajícím modulu pružnosti materiálu. Plocha pod tímto grafem pak představuje rozptýlenou deformační práci.



Obr. 2.4: Pracovní diagram pružného materiálu

2.3 Zpevnění materiálu

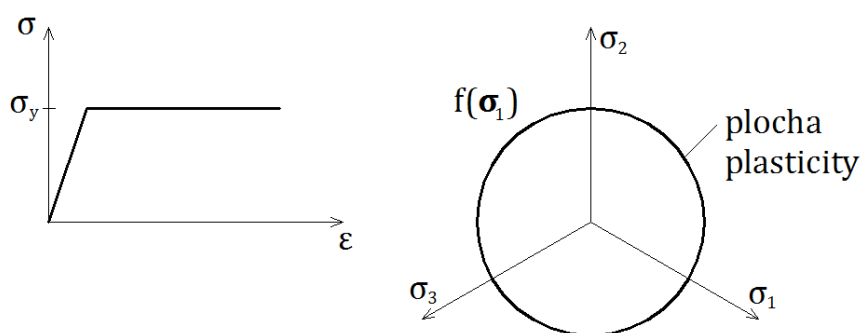
Jak již bylo uvedeno, vznik nevratných deformací je podmíněn překročením meze kluzu materiálu σ_y . Pro funkci plasticity v případě jednoosého napětového stavu platí vztah:

$$f = \sigma_1 - \sigma_y$$

V případě obecného vztahu napjatosti je funkce plasticity dána vztahem:

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = f(\boldsymbol{\sigma}_1) - \sigma_y$$

Zobrazení podmínky plasticity v souřadném systému se nazývá plocha plasticity. Pro ideálně pružno-plastický materiál zůstává plocha plasticity neměnná.

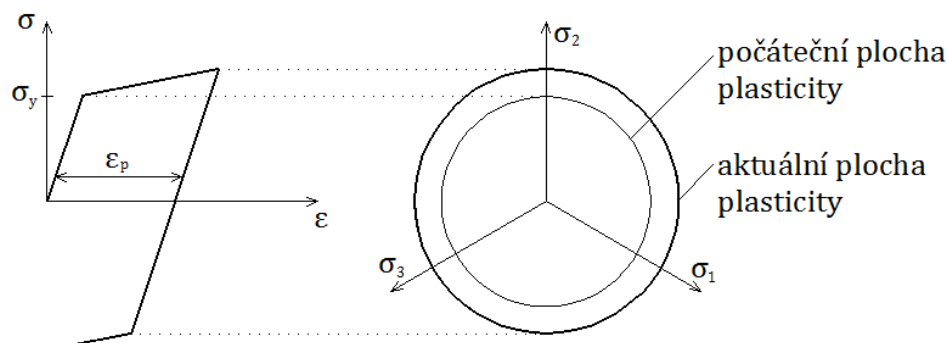


Obr. 2.5: Plocha plasticity pružno-plastického materiálu

U materiálů se zpevněním se může měnit jak tvar, tak i velikost plochy plasticity. Druhy zpevnění lze rozdělit na izotropní, kinematické a kombinované.

2.3.1 Izotropní zpevnění

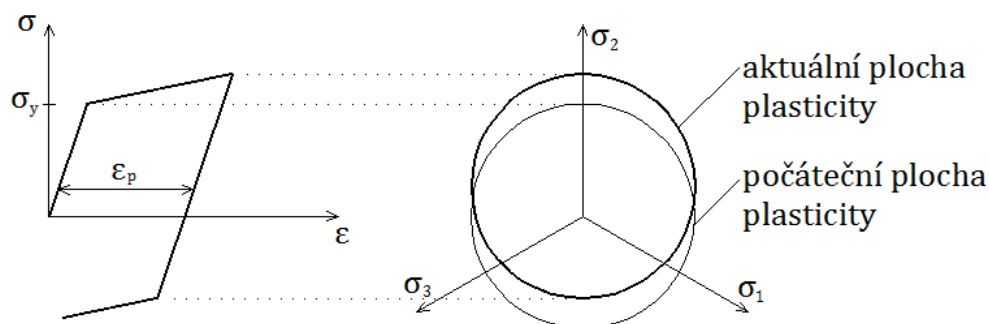
Plocha plasticity při postupném zatěžování stejnoměrně zvětšuje, přičemž a její počátek zůstává v počátku souřadného systému. Izotropní model nelze použít v případě cyklického zatěžování.



Obr. 2.6: Plocha plasticity materiálu s izotropním zpevněním

2.3.2 Kinematické zpevnění

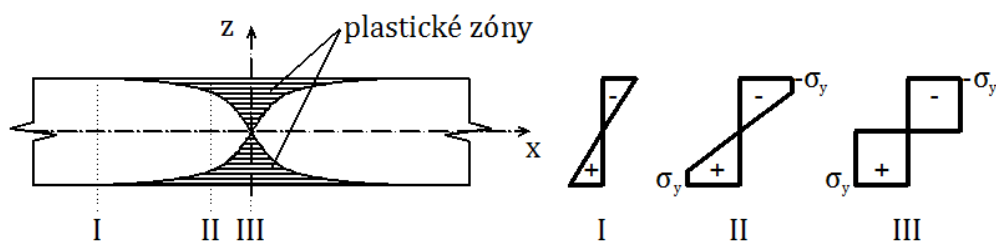
Plocha plasticity v průběhu plastického přetváření nemění svůj tvar ani velikost, ale posouvá se jako tuhý celek. Tento typ zpevnění popisuje Bauschingerův efekt (mez plasticity se v jednom směru – tah – zvětšuje stejně jako ve směru druhém – tlak).



Obr. 2.7: Plocha plasticity materiálu s kinematickým zpevněním

2.4 Mezní plastická únosnost

Respektování plastických vlastností materiálu nám umožňuje spolehlivěji hodnotit skutečné chování staticky zatížených konstrukcí. Výpočet s ohledem na vznik plastických deformací je v první řadě spojen se zjištěním mezní plastické únosnosti průřezu, tedy zjištění maximálního možného zatížení, které je konstrukce schopna bez porušení přenést.



Obr. 2.8: Vznik plastického kloubu

U staticky určitých konstrukcí je mezní únosnosti dosaženo, je-li vyčerpána únosnost jediného průřezu. V takovém případě se z konstrukce stává mechanismus o jednom stupni volnosti, neboť plně zplastizovaný průřez se považuje za plastický kloub.

U konstrukcí n -krát staticky neurčitých je mezní únosnosti dosaženo ve chvíli, kdy je vyčerpána únosnost $n+1$ jejich průřezích. Je-li únosnost vyčerpána v n průřezích, je konstrukce staticky určitá, tedy těsně před dosažením mezní únosnosti.

2.4.1 Mezní plastická únosnost průřezu

Při řešení konstrukcí s ideálně pružno-plastickými prutovými prvky vyšetřujeme vznik plastických kloubů. Předpokládáme, že tyto klouby se začnou tvořit tam, kde je v krajních vláknech průřezu dosaženo maximálního napětí. Kloub je vytvořen, jakmile z průřezu zmizí pružné jádro a trojúhelníkové rozdělení normálového napětí po průřezu přejde v plně

plastické obdélníkové rozdělení normálového napětí. To pak určuje mezní plastický moment M_{pl} .

$$\begin{aligned} M_{pl} &= \int_A \sigma \cdot z \cdot dA = \int_{A_1} \sigma_y \cdot z \cdot dA - \int_{A_2} \sigma_y \cdot z \cdot dA = \sigma_y \cdot \left(\int_{A_1} z \cdot dA - \int_{A_2} z \cdot dA \right) \\ &= \sigma_y \cdot (S_{1y} - S_{2y}) = \sigma_y \cdot 2 \cdot S_y = \sigma_y \cdot W_{pl} \end{aligned}$$

$$S_{1y} + S_{2y} = 0 \Rightarrow S_{1y} - S_{2y} = 2 \cdot S_y$$

- σ_y – mezní napětí průřezu (mez kluzu)
- z – svislá souřadnice průřezu
- A – plocha průřezu
- S_y – statický moment poloviny průřezu k neutrální ose
- $W_{pl} = 2 \cdot S_y$ – plastický průřezový modul

2.5 Hyperelasticita

Hyperelastické chování materiálu je zvláštním případem ideálně elastického chování, u něhož závislost mezi napětím a deformací vychází z hustoty potenciální energie deformace.

Pro mnoho materiálů není možné reálné chování materiálů popsat pomocí lineárně pružného chování. Nejběžnějším příkladem tohoto typu materiálu je guma, jejíž závislost napětí na deformaci může být definována jako nelineárně elastická, izotropní, nestlačitelná a obecně nezávislá na rychlosti deformace. Hyperelasticita poskytuje prostředky k modelování deformačního chování těchto materiálů.

První hyperplastické modely vyvinuli Ronald Rivlin a Melvin Mooney.

2.5.1 Mooney-Rivlin

Mooney-Rivlin je jednou z možností simulací nestlačitelných nebo téměř nestlačitelných hyperelastických izotropních materiálů. Tato varianta zahrnuje dvou-, tří-, pěti- a devíti-parametrové modely. Pro dvou-parametrový model je potenciální energie deformace dána vztahem:

$$W = c_{10} \cdot (\bar{I}_1 - 3) + c_{01} \cdot (\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d} (J - 1)$$

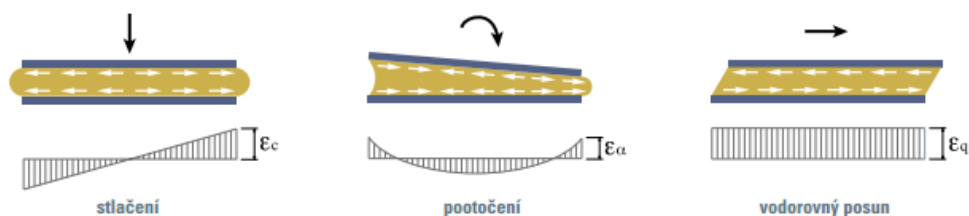
- \bar{I}_1 – první invariant deviátoru napětí
- \bar{I}_2 – druhý invariant deviátoru napětí
- J – determinant elastického deformačního gradientu
- c_{10}, c_{01} – materiálové konstanty charakterizující deviátorovou deformaci materiálu
- d – parametr stlačitelnosti $d = (1 - 2 \cdot \nu) / (c_{10} + c_{01})$

2.5.2 Elastomerová ložiska

Vrstvené elastomerové ložisko firmy Freyssinet je blok elastomeru, který může být vyztužen jedním až dvanácti zavulkanizovanými ocelovými plechy. Toto ložisko, tvořící spojení mezi konstrukcí a její podporou, musí svojí pružnou deformací umožnit:

- přenos normálových sil
- horizontální posuny
- pootočení konstrukce ve všech směrech
- přenos horizontálních sil v rámci definovaných limitů

Každá jednotlivá vrstva je schopna v závislosti na zatížení a posunech měnit svůj tvar a polohu tak, jak je znázorněno na následujících schématech:



Obr. 2.9: Deformace elastomerové vrstvy

Ložiska jsou lisována individuálně a výztužné plechy jsou zcela obaleny elastomerem s bočním krytím nejméně 4 mm a obecně kryty 2,5 mm vnější vrstvou (u typu B). Ložiska mohou mít obdélníkový, čtvercový nebo kruhový tvar.



Obr. 2.10: Elastomerové ložisko typ B

2.6 Reziduální napětí

Reziduální napětí vzniká jednak v důsledku tepelných procesů, jednak tvarováním za studena. Do první skupiny patří nerovnoměrné chladnutí zejména po válcování, doválcování materiálů za nižších teplot a svařování, na které se tato práce zaměří.

Svařování oceli představuje silný a koncentrovaný zdroj tepla, vyvolávajícího nerovnoměrné oteplení tělesa. Výraznému teplotnímu gradientu v místě působení zdroje tepla odpovídá zplastizování materiálu v tlaku, které se při následném chladnutí projevuje relativním smršťováním této oblasti.

Při svařování odpovídá místní plastifikace překročení meze kluzu oceli f_y . Rozsah zplastizované oblasti i průběh plastifikace závisí na způsobu svařování, na výkonu, na množství přivedeného tepla do místa svaru, na geometrických a materiálových charakteristikách tělesa a na šíření tepla v souladu se zákony termodynamiky.

V této práci bude spočítán názorný příklad týkající se reziduálních napětí od svařování a jejich vlivu na konstrukce pomocí upravené Okerblomovy metody. Výsledky budou porovnány s výstupy z programu ANSYS.

2.6.1 Upravená Okerblomova metoda

Metoda vychází z pojmu tzv. smršťující svarové síly. Jedná se o sumární hodnotu tzv. aktivních vlastních pnutí v oblasti svaru, která je ovšem funkcí několika proměnných (např. množství tepla přivedeného do místa svaru, tepelně-fyzikálních veličin materiálu, průřezových charakteristik apod.).

Skutečná smršťující svarová síla je do jisté míry úměrná tuhosti průřezu svařovaného prvku. Proto zavádíme pojem tzv. fiktivní svarové síly, která představuje sumární hodnotu jak aktivních, tak reaktivních vlastních pnutí v určité oblasti svaru. Tato síla na tuhosti svařovaného průřezu téměř nezávisí, lze ji tedy považovat za konstantní pro průřezy různé tuhosti.

Napětí vzniklá při svařování jsou obecně nelineárně závislá na množství přivedeného tepla do místa svaru. Za určitých okolností je však možné pracovat s lineární závislostí.

Předpoklady:

- Poměrná tepelná energie Q přivedená do místa svaru vzhledem ke svařovanému průřezu plochy A splňuje podmínku:

$$\frac{Q}{A} < 625 \text{ J/cm}^3 \text{ pro excentricky umístěný svar,}$$

$$\frac{Q}{A} < 1250 \text{ J/cm}^3 \text{ pro svar v těžišti průřezu.}$$

- Svařovaný průřez je předem sestehován, aby působil jako celek.
- Fyzikálně-tepelné vlastnosti použitých materiálů jsou teplotně nezávislé.
- Materiál je před svařováním v beznapětovém stavu.

Princip výpočtu

Základem výpočtu je fiktivní svarová síla F_f , která vzniká v místě svaru po vychladnutí jako důsledek vlastních pnutí vznikajících při složitých tepelně-fyzikálních přeměnách základního materiálu i materiálu svarového. Velikost fiktivní svarové síly byla stanovena experimentálně.

$$F_f = \mu \cdot Q \cdot E$$

Přímým důsledkem existence této síly je poměrné podélné zkrácení

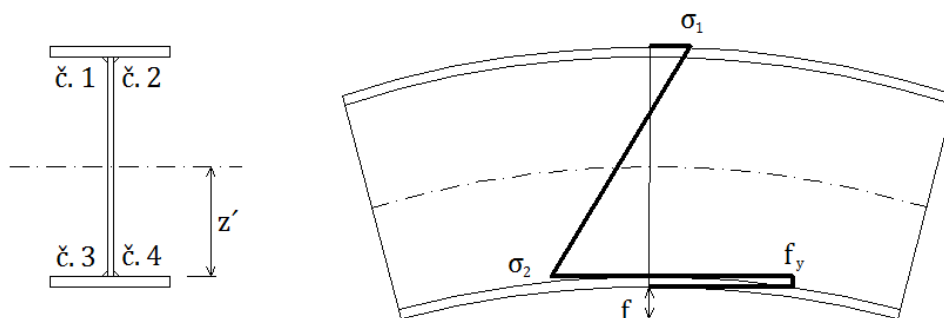
$$\varepsilon = -\frac{F_f}{E \cdot A} = -\frac{\mu \cdot Q}{A}$$

- μ – tepelně-fyzikální veličina; pro ocel $\mu = 0,843 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^3/\text{J}$
- Q – poměrná tepelná energie přivedené do místa svaru [J/mm]
- A – plocha svařovaného průřezu [mm^2]
- E – modul pružnosti v tahu a tlaku [MPa]

Při svařování ocelových nosníků jsou jednotlivé svary často umístěny excentricky. V takových případech fiktivní svarová síla F_f vyvolá kromě podélného zkrácení i ohybový moment, jehož důsledkem je průhyb nosníku.

$$f = \frac{M \cdot L^2}{8 \cdot E \cdot I} = -\mu \cdot Q \cdot \frac{z'}{I_y} \cdot \frac{L^2}{8}$$

- z' – excentricita fiktivní svarové síly [mm]
- I_y – moment setrvačnosti nosníku [mm^4]
- L – délka nosníku [mm]



Obr. 2.11: Průhyb nosníku po svaření

Důsledkem poměrného zkrácení nosníku ε a průhybu f působí na nosník tzv. reaktivní vlastní pnutí.

$$\sigma_{1,2} = -\frac{F_f}{A} \pm \frac{M}{W} = -\mu \cdot Q \cdot E \cdot \left(\frac{1}{A} \pm \frac{z_{1,2} \cdot z'}{I_y} \right)$$

- $z_{1,2}$ – souřadnice místa, v němž zjišťujeme velikost vlastního pnutí

Poměrnou tepelnou energii je možné stanovit přímo z parametrů svařování.

$$Q = \frac{q}{v} = \frac{I \cdot U \cdot \eta}{v}$$

- q – tepelná energie přivedená do místa svaru [J/s]
- I – svařovací proud [A]
- U – napětí elektrického oblouku [V]
- v – rychlost svařování [mm/s]
- η – koeficient účinnosti závislý na druhu svaru a způsobu svařování viz tabulka 2.1

Způsob svařování	η [1]	K [J/mm ³]
Obloukové svařování	0,70 – 0,75	39 – 45
Svařování pod tavidlem	0,80 – 0,90	33 – 38
Svařování v ochranné atmosféře CO ₂	0,80 – 0,85	24 – 26

Tab. 2.1: Součinitele η a K pro koutové svary dle způsobu svařování

U koutových svarů můžeme počítat poměrnou tepelnou energii podle vztahu:

$$Q = K \cdot t^2$$

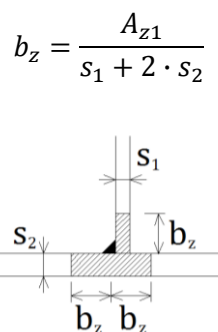
- K – součinitel podle tabulky [J/mm³]
- t – tloušťka průřezu svaru [mm]

Velikost plochy, na níž působí aktivní pnutí, o němž předpokládáme, že dosahuje meze kluzu f_y (zplastoizovaná plocha), stanovíme podle vztahu:

$$A_{z1} = \frac{1}{\frac{1}{A} + \frac{z_y'^2}{I_y} + \frac{z_z'^2}{I_z} + \frac{f_y}{\mu \cdot E \cdot Q}}$$

Pro svary ležící prakticky na svislé ose z platí $z_z' \cong 0$

Z velikosti zplastoizované plochy jsme schopni určit její šířku b_z za předpokladu, že se poměrná tepelná energie rozdělí úměrně tloušťkám svařovaných materiálů a počtu směrů, do kterých se teplo odvádí.



Obr. 2.12: Velikost zplastoizované plochy

Jiná situace nastává, jestliže po vychladnutí svaru č. 1 svaříme svar č. 2 (viz obr. 2.11). Takovýmto tepelný zásahem vyžiháme část aktivních vlastních pnutí od prvního svaru. O vychladnutí druhého svaru bude výsledná zplastizovaná plocha:

$$A_z = A_{z1} + A_{z2}$$

$$A_{z2} = (s_1 + t) \cdot s_2 \leq A_{z1}$$

- s_1, s_2 – tloušťka stěny resp. pásnice

Účinek druhého svaru bude menší než účinek svaru prvního. Vzhledem k této skutečnosti zavádíme do výpočtu poměrnou tepelnou energii Q' , pro kterou platí:

$$Q' = m_{1,2} \cdot Q = \left[1 + \frac{(s_1 + t) \cdot s_2}{A_{z1}} \right] \cdot Q$$

- $m_{1,2}$ – koeficient vyjadřující účinek dvou protilehlých svarů, $1 \leq m_{1,2} \leq 2$

Po provedení č. 1 a č. 2 (viz obr. 2.11) vznikne v místě dosud neprovedených svarů č. 3 a č. 4 pnutí σ_1 , jehož účinek zavedeme do výpočtu tak, že pro výpočet fiktivní svarové síly od svarů č. 3 a č. 4 budeme uvažovat měrnou tepelnou energii Q'' :

$$Q'' = n \cdot Q'$$

- n – koeficient udávající, o kolik je účinek svaru nanášeného na vlákna, kde již působí jisté pnutí, větší nebo menší, než v případě, kdy nanášíme svar na vlákna bez předpětí
 - $n = 1 - \beta$ pro $0 < \beta < 1$
 - $n = 1 - 2 \cdot \beta$ pro $-0,5 < \beta < 0$
 - $n = -4 \cdot \beta$ pro $\beta < -0,5$

Abychom mohli stanovit velikost koeficientu n , musíme nejdříve určit poměr velikosti působícího pnutí σ_1 ve vláknech, kde budeme provádět svar, a meze kluzu f_y .

$$\beta = \frac{\sigma_1}{f_y}$$

2.7 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků je numerická metoda sloužící k simulaci průběhů napětí, deformací, teploty atd. na vytvořeném fyzikálním modelu. Princip MKP spočívá v diskretizaci spojitého kontinua do konečného počtu matematicky snadno popsatelných prvků. Pravidelná a hustá síť zaručuje přesnější výpočet. V jednotlivých uzlových bodech jsou zjišťovány řešené parametry.

3 Praktická část

3.1 Elastomerové ložisko

Materiálové charakteristiky elastomeru:

$$E = 2,82 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0,49967$$

Materiálové charakteristiky výztužných desek:

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0,3$$

$$f_y = 235 \text{ MPa}$$

Obdélníkové elastomerové ložisko typ B (Freyssinet)

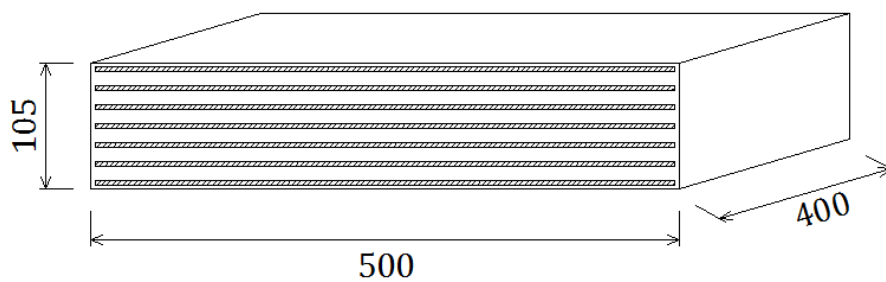
Půdorysné rozměry 400 x 500 mm

Tloušťka vnitřních elastomerových vrstev 6 x 12 mm

Tloušťka vnějších elastomerových vrstev 2 x 2,5 mm

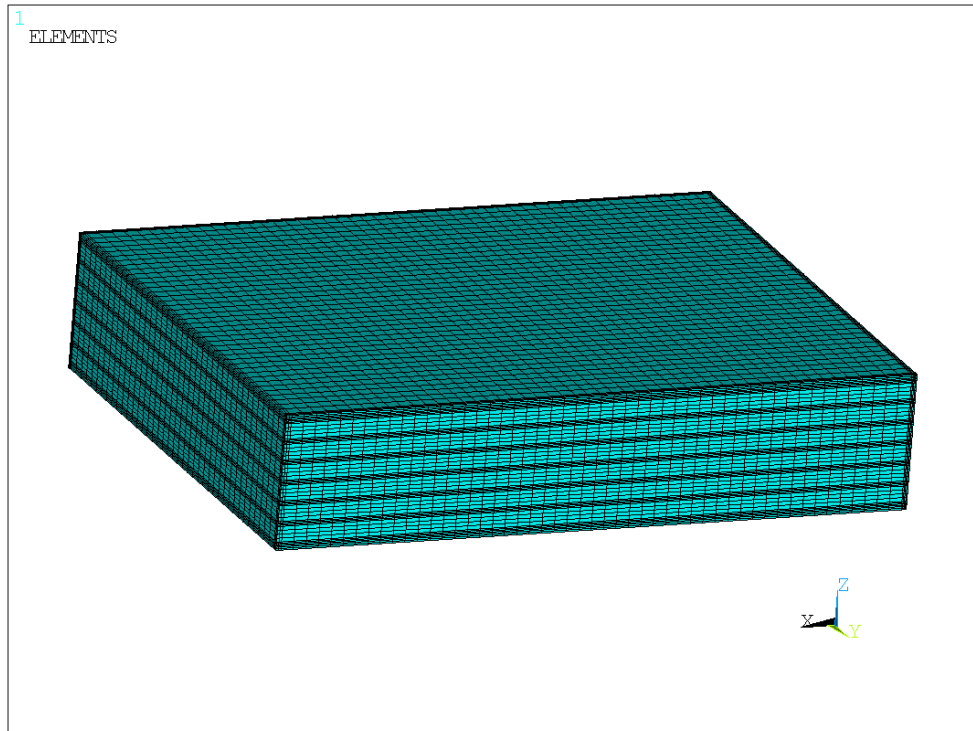
Boční krytí 4 mm

Tloušťka výztužných desek 7 x 4 mm

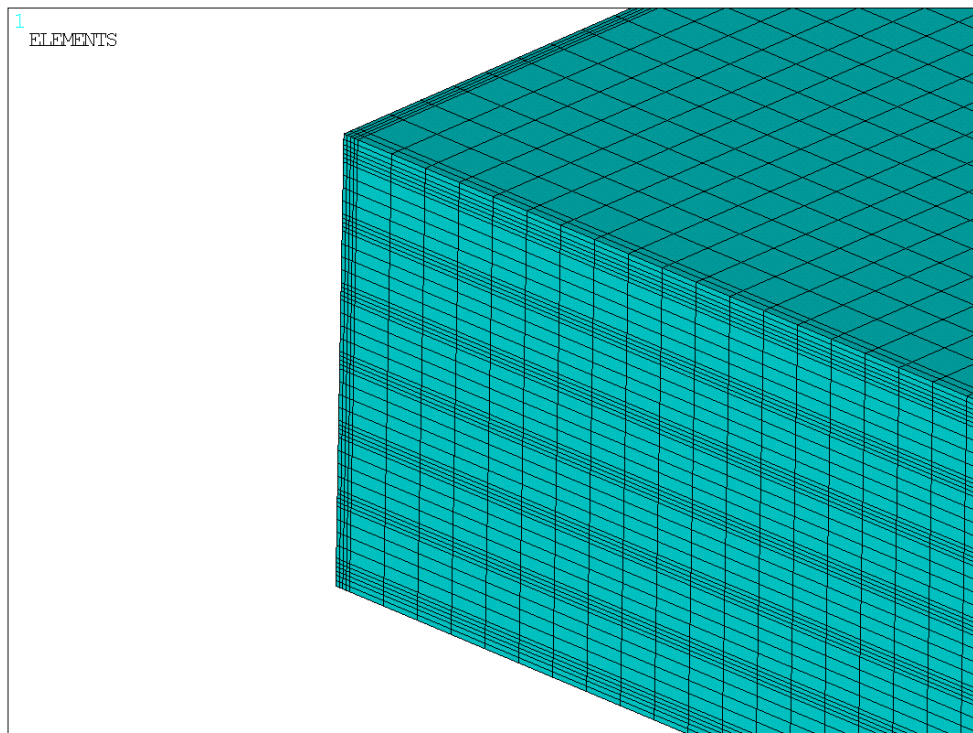


Obr. 3.1.1: Elastomerové ložisko typ B

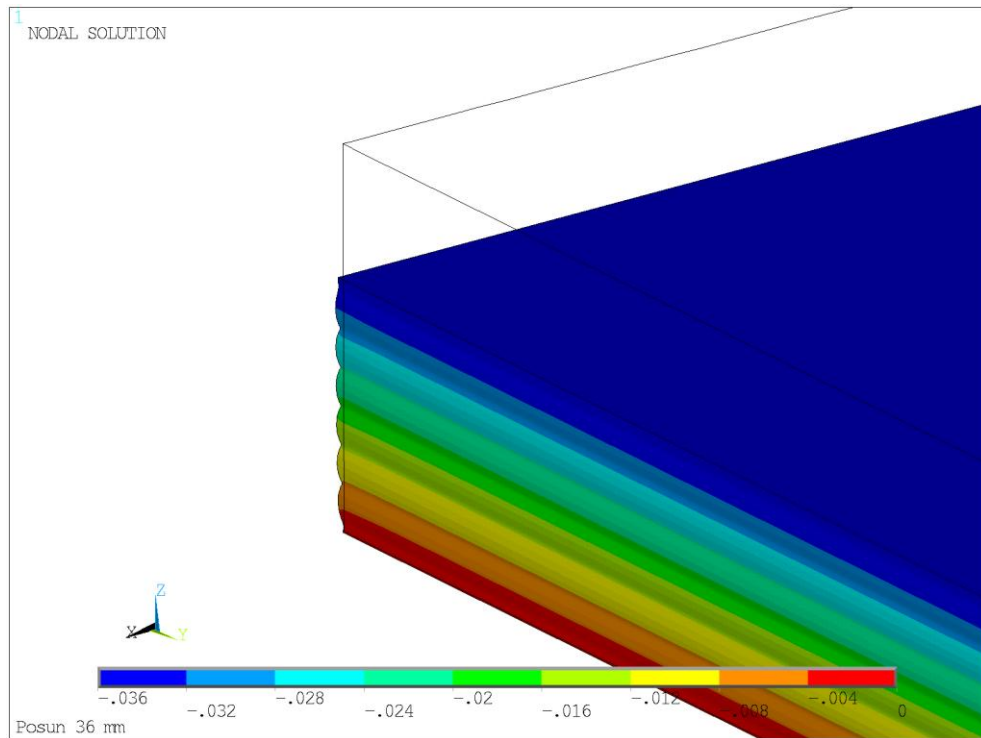
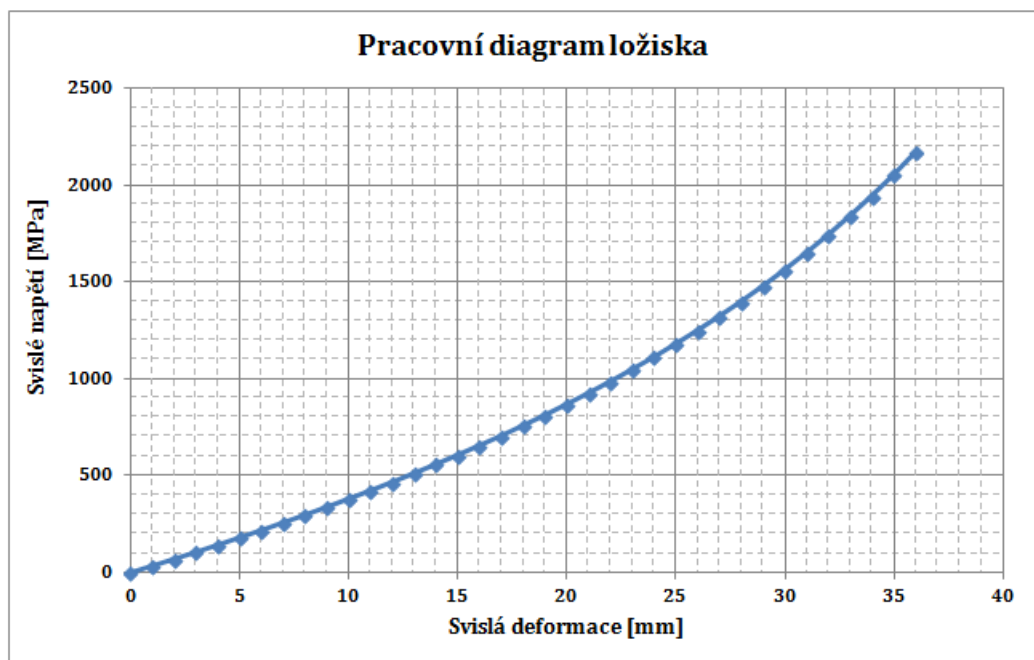
3.1.1 Řešení v programu ANSYS



Obr. 3.1.2: Síť konečných prvků

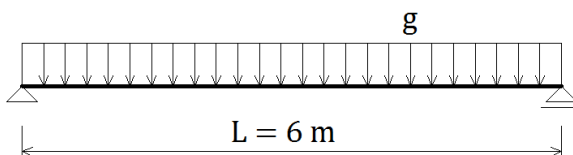


Obr. 3.1.3: Detail síť konečných prvků

*Obr. 3.1.4: Deformace ložiska**Obr. 3.1.5: Pracovní diagram ložiska*

3.2 Prostý nosník

Na prostý nosník průřezu IPE 180, S235 o délce $L = 6$ m působí svislé rovnoměrné stálé zatížení g . Máme určit mezní plastickou únosnost konstrukce a maximální možnou velikost zatížení g , které konstrukce schopna přenést. Vlastní tíhu konstrukce zanedbáme.



Obr. 3.2.1: Prostý nosník

3.2.1 Inženýrský přístup

Materiálové charakteristiky:

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0,3$$

$$f_y = 235 \text{ MPa}$$

Průřezové charakteristiky:

$$I_y = 13,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$W_{pl} = 166 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Výpočet mezního zatížení:

$$M_{pl} = W_{pl} \cdot f_y$$

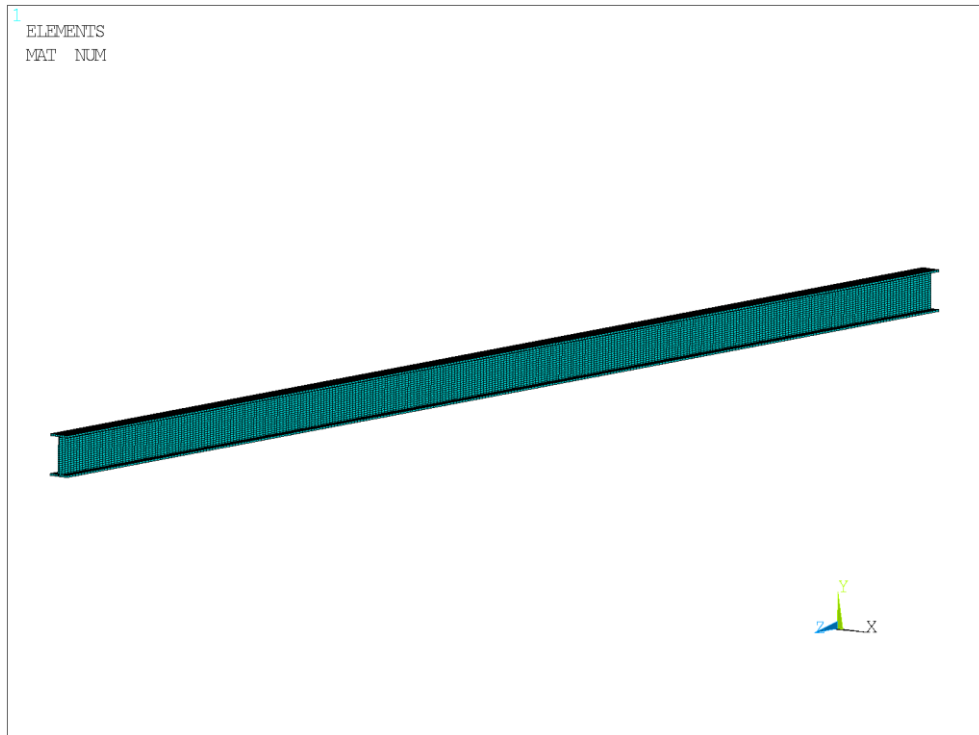
$$M_{Ed} = \frac{1}{8} \cdot g \cdot L^2$$

$$g = \frac{8 \cdot W_{pl} \cdot f_y}{L^2} = \frac{8 \cdot 166 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^6}{6^2} = 8,669 \text{ kN/m}$$

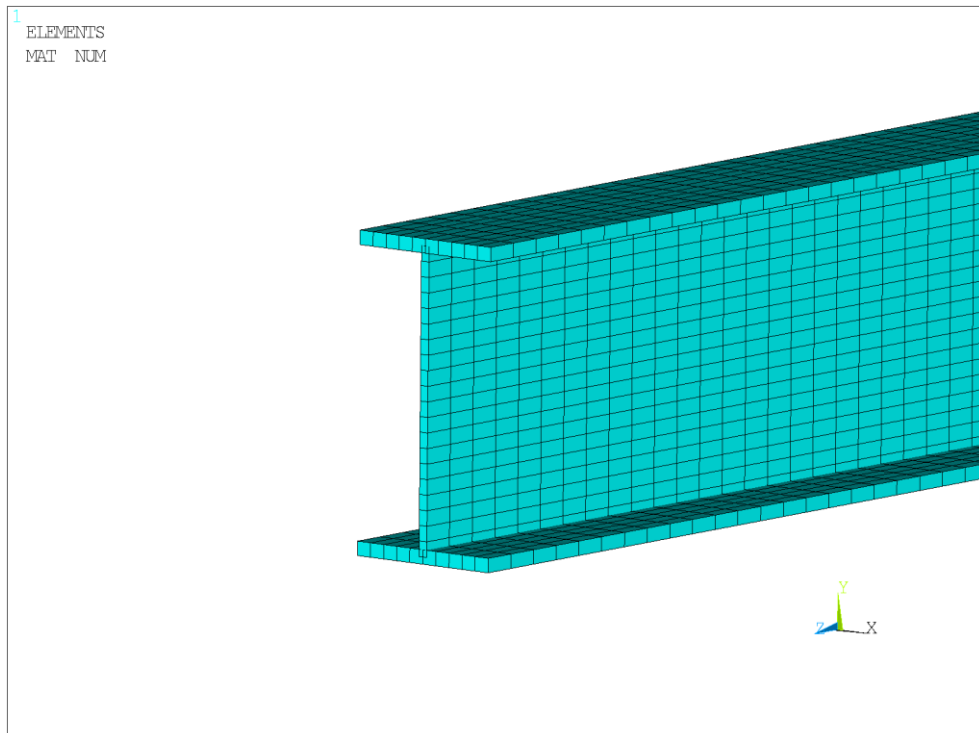
Maximální průhyb:

$$w = \frac{5}{384} \cdot \frac{g \cdot L^4}{E \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{8,669 \cdot 10^3 \cdot 6^4}{210 \cdot 10^9 \cdot 13,2 \cdot 10^{-6}} = 52,8 \text{ mm}$$

3.2.2 Řešení v programu ANSYS



Obr. 3.2.2: Síť konečných prvků

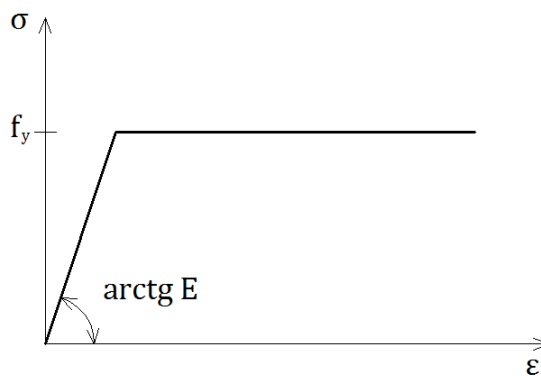


Obr. 3.2.3: Detail síť konečných prvků

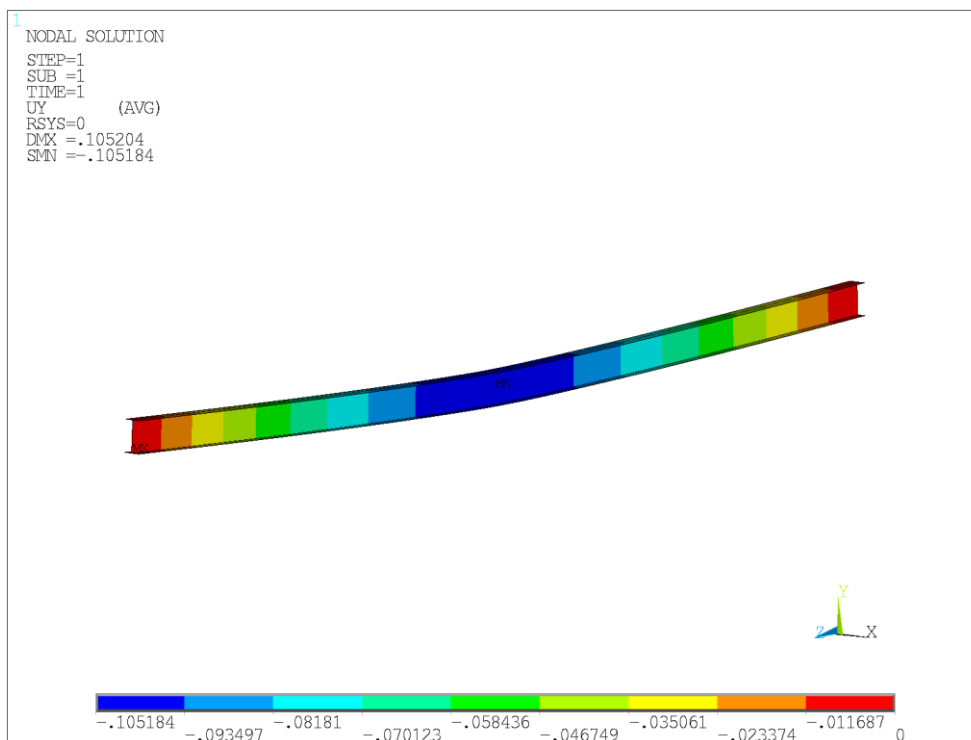
3.2.2.1 Ideální elasto-plastické chování

Mezní zatížení získané numericky v programu ANSYS:

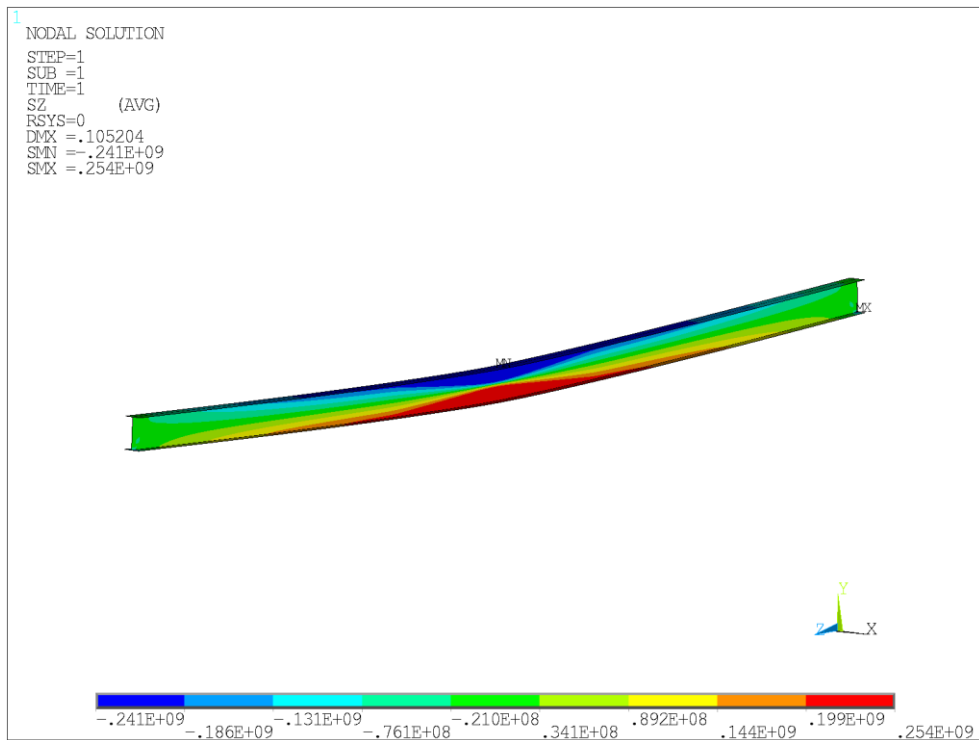
$$g = 8,590 \text{ kN/m}$$



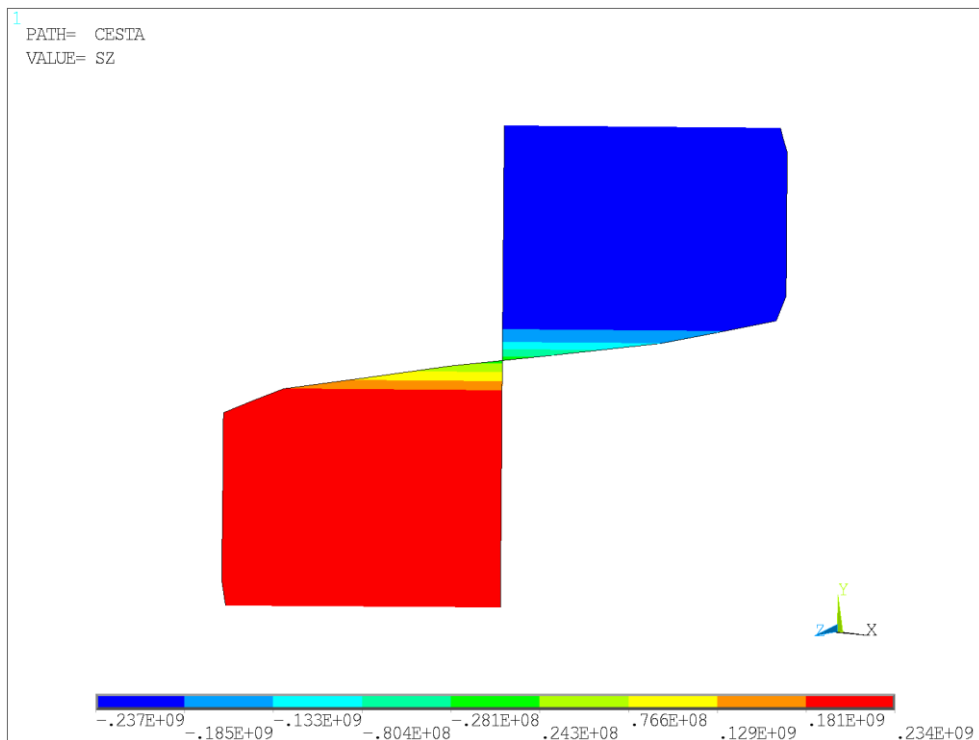
Obr. 3.2.4: Pracovní diagram – pružno-plastické chování



Obr. 3.2.5: Průhyb nosníku při mezním zatížení



Obr. 3.2.6: Napětí ve směru osy z při mezním zatížení

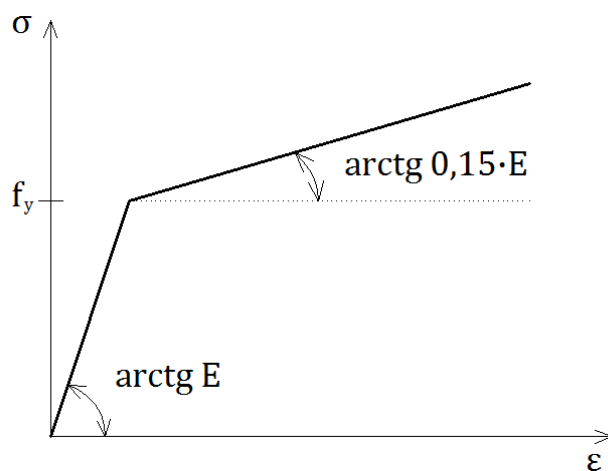


Obr. 3.2.7: Průběh napětí po průřezu

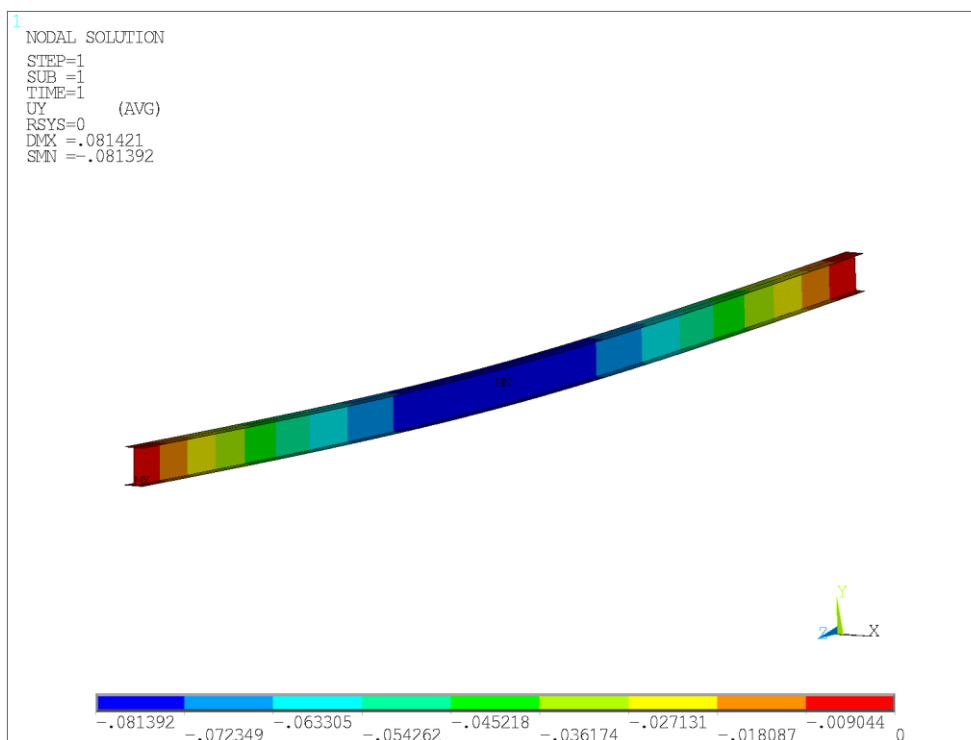
3.2.2.2 Elasto-plastické chování se zpevněním

Mezní zatížení získané numericky v programu ANSYS:

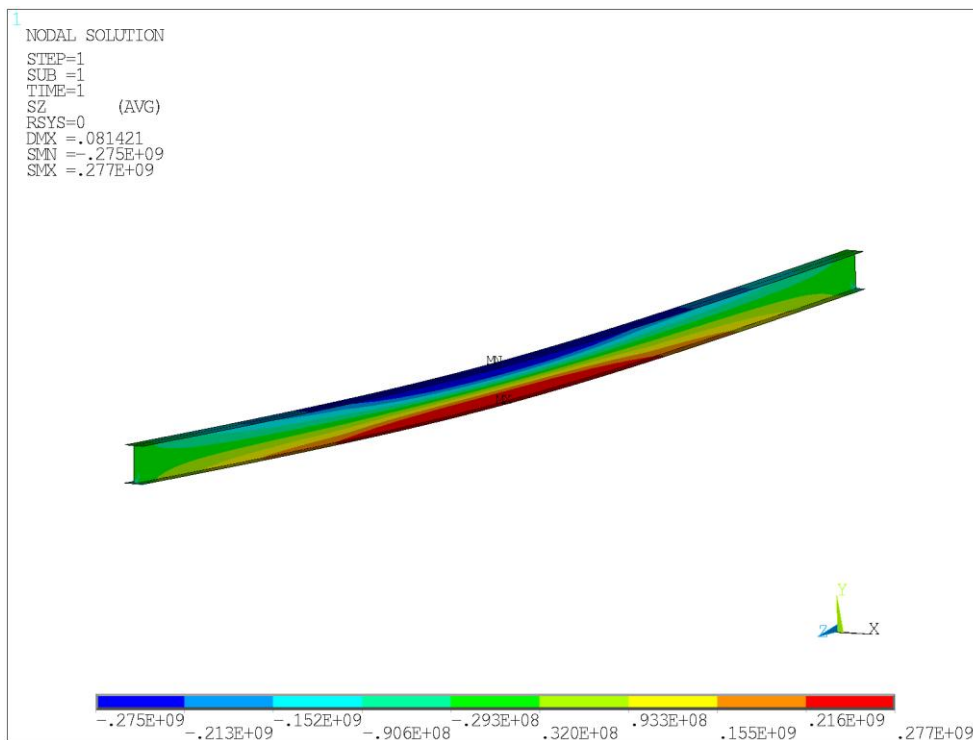
$$g = 9,574 \text{ kN/m}$$



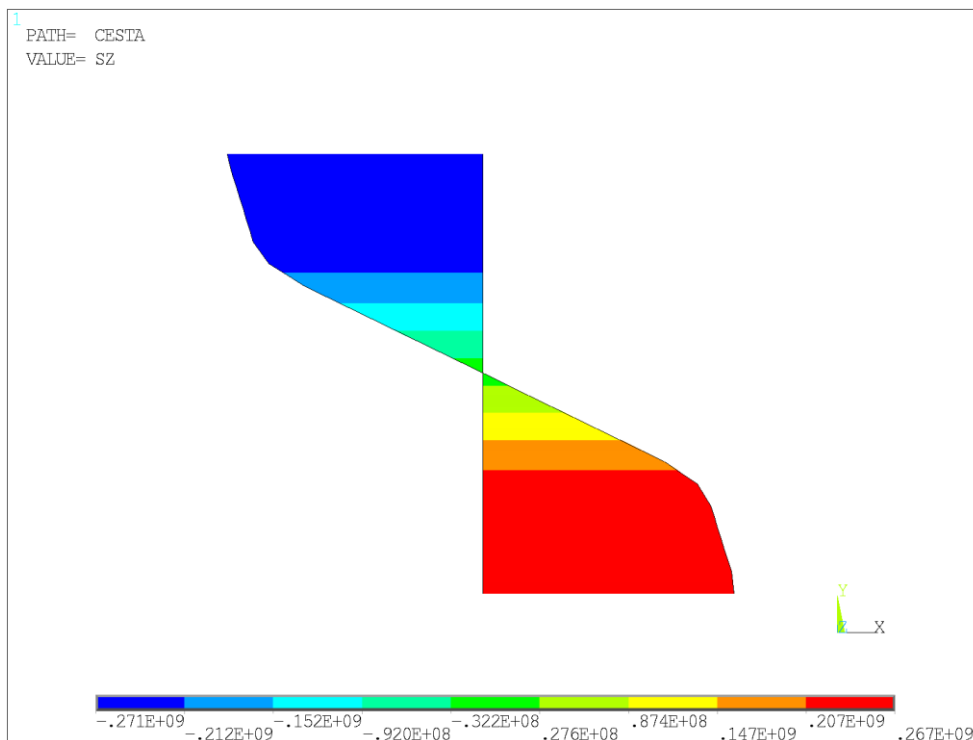
Obr. 3.2.8: Pracovní diagram – pružno chování se zpevněním



Obr. 3.2.9: Průhyb nosníku při mezním zatížení



Obr. 3.2.10: Napětí ve směru osy z při mezním zatžení



Obr. 3.2.11: Průběh napětí po průřezu

3.3 Rovinný rám

Na rovinný rám průřezu HEB 160, S235 o konstantní ohybové tuhosti působí svíslé rovnoměrné stálé zatížení g . Máme určit mezní plastickou únosnost konstrukce a maximální možnou velikost zatížení g , které konstrukce schopna přenést. Vlastní tíhu konstrukce zanedbáme.

3.3.1 Inženýrský přístup

Materiálové charakteristiky:

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0,3$$

$$f_y = 235 \text{ MPa}$$

Průřezové charakteristiky:

$$W_{el} = 311 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$W_{pl} = 358 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Mezní elastický moment:

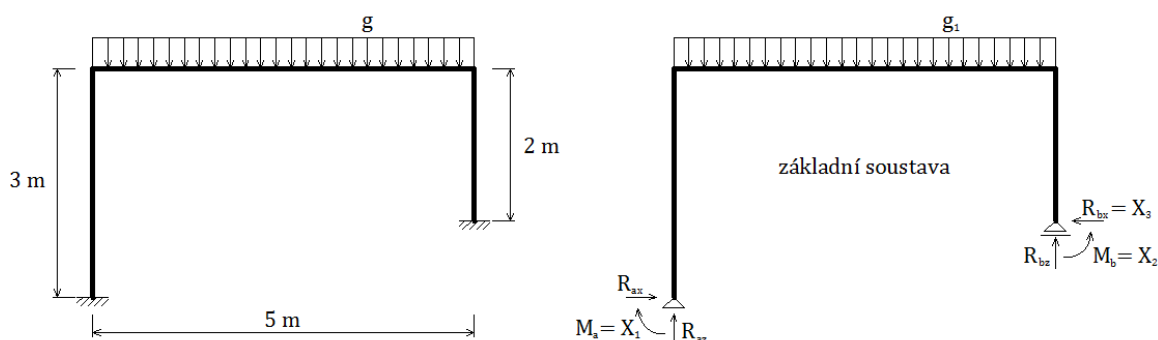
$$M_{el} = W_{el} \cdot f_y = 311 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^6 = 73,085 \text{ kNm}$$

Mezní plastický moment:

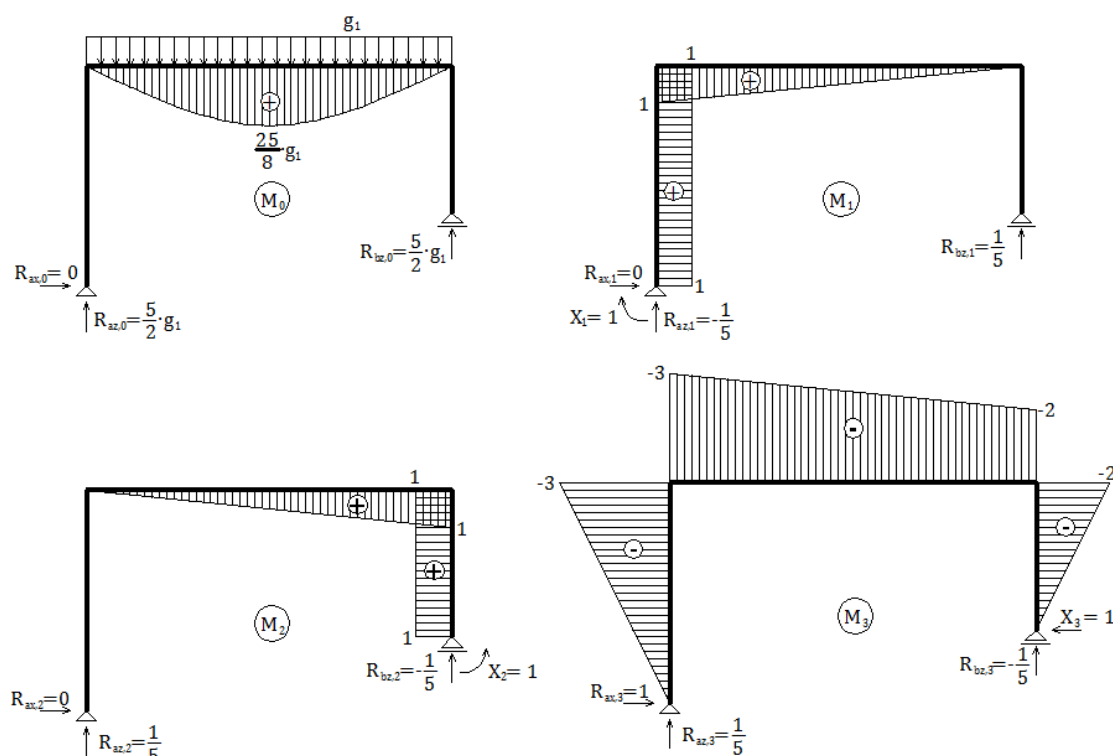
$$M_{pl} = W_{pl} \cdot f_y = 358 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^6 = 84,219 \text{ kNm}$$

Vyšetřovaný rám je 3x staticky neurčitý. Pomocí silové metody zjistíme, ve kterých místech a při jakém zatížení g , vzniknou plastické klouby.

a) vznik prvního plastického kloubu; zatížení g_1



Obr. 3.3.1: a) Rovinný rám, základní soustava



Obr. 3.3.2: a) Zatěžovací stavy

$$\delta_{1,1} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{14}{3} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{1,2} = \delta_{2,1} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{1,3} = \delta_{3,1} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = -\frac{67}{6} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{2,2} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{11}{3} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

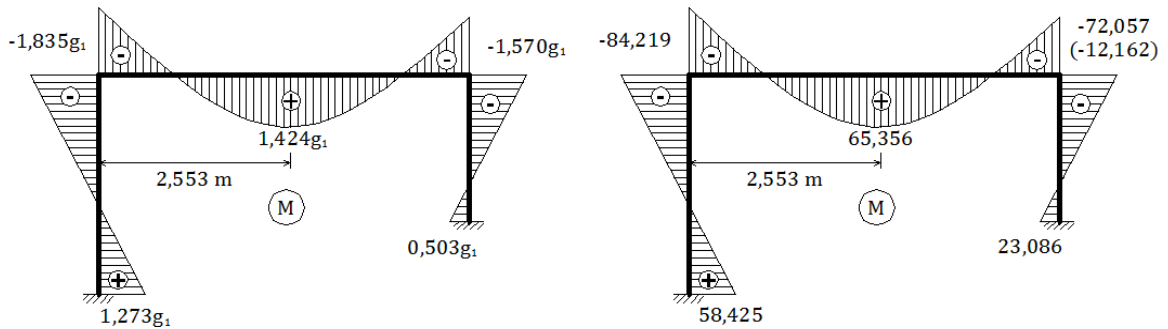
$$\delta_{2,3} = \delta_{3,2} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = -\frac{47}{6} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{3,3} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{128}{3} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{1,0} = \delta_{2,0} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{125}{24} \cdot g_1 \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{3,0} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = -\frac{625}{24} \cdot g_1 \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\begin{aligned} \delta_{1,1} \cdot X_1 + \delta_{1,2} \cdot X_2 + \delta_{1,3} \cdot X_3 + \delta_{1,0} &= 0 \\ \delta_{2,1} \cdot X_1 + \delta_{2,2} \cdot X_2 + \delta_{2,3} \cdot X_3 + \delta_{2,0} &= 0 \\ \delta_{3,1} \cdot X_1 + \delta_{3,2} \cdot X_2 + \delta_{3,3} \cdot X_3 + \delta_{3,0} &= 0 \\ \hline 112 \cdot X_1 + 20 \cdot X_2 - 268 \cdot X_3 &= -125 \cdot g_1 \\ 20 \cdot X_1 + 88 \cdot X_2 - 188 \cdot X_3 &= -125 \cdot g_1 \\ -268 \cdot X_1 - 188 \cdot X_2 + 1024 \cdot X_3 &= 625 \cdot g_1 \\ \hline X_1 &= 1,273 \cdot g_1 \\ X_2 &= 0,503 \cdot g_1 \\ X_3 &= 1,036 \cdot g_1 \end{aligned}$$

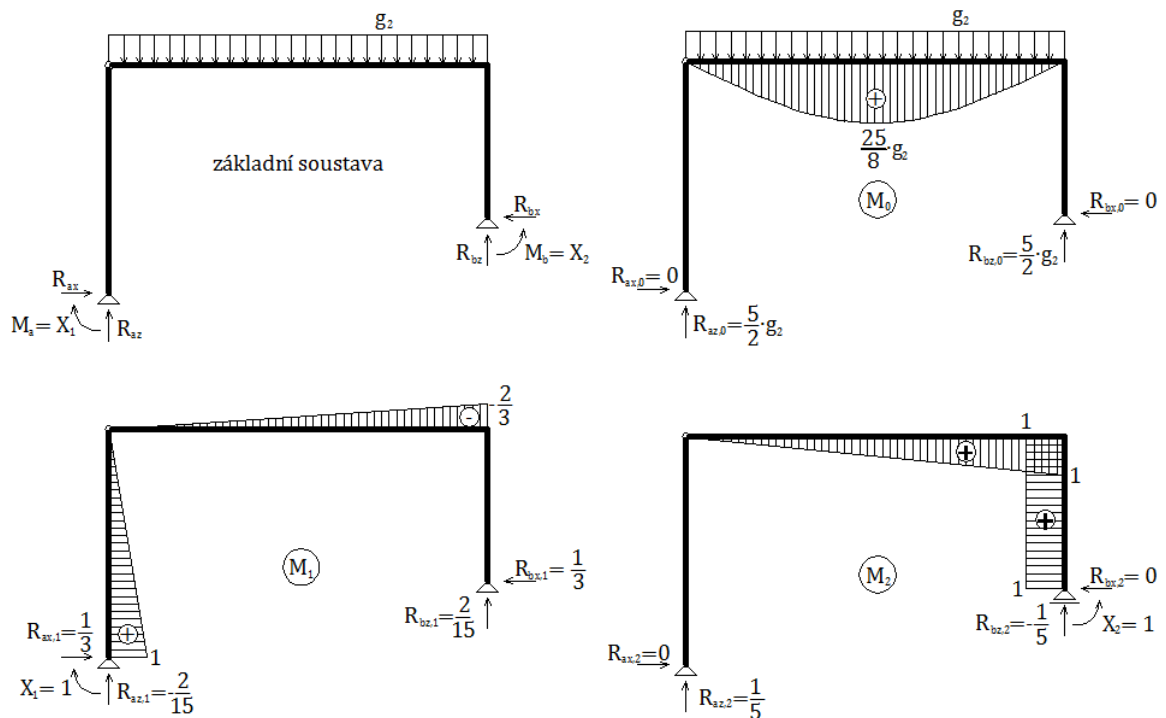


Obr. 3.3.3: a) Výsledné momenty

Velikost zatížení g_1 , při kterém vznikne první plastický kloub:

$$M_{pl} = -1,835 \cdot g_1 \Rightarrow g_1 = \frac{M_{pl}}{-1,835} = \frac{84,219}{-1,835} = 45,896 \text{ kN/m}$$

b) vznik druhého plastického kloubu; zatížení $g_1 + g_2$



Obr. 3.3.4: b) Zatěžovací stavy

$$\delta_{1,1} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{47}{27} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

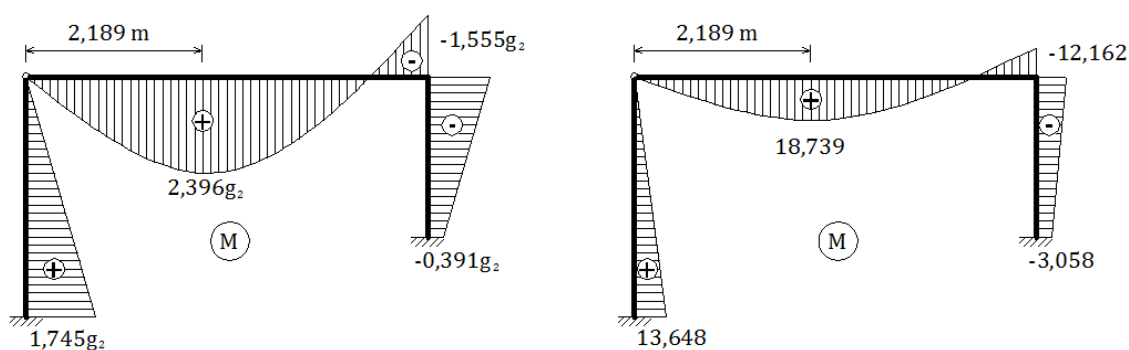
$$\delta_{1,2} = \delta_{2,1} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = -\frac{10}{9} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{2,2} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{11}{3} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{1,0} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = -\frac{125}{36} \cdot g_2 \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{2,0} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{125}{24} \cdot g_2 \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

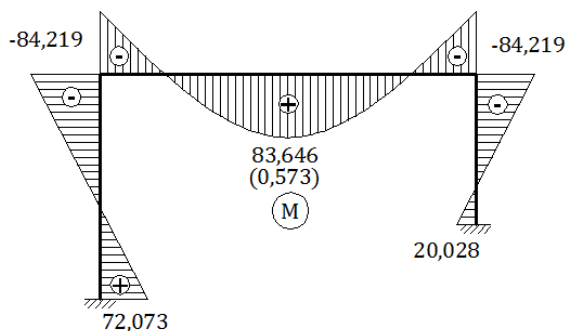
$$\begin{aligned} \delta_{1,1} \cdot X_1 + \delta_{1,2} \cdot X_2 + \delta_{1,0} &= 0 \\ \delta_{2,1} \cdot X_1 + \delta_{2,2} \cdot X_2 + \delta_{2,0} &= 0 \\ \hline 188 \cdot X_1 - 120 \cdot X_2 &= 375 \cdot g_2 \\ -120 \cdot X_1 + 396 \cdot X_2 &= -125 \cdot g_2 \\ \hline X_1 &= 1,745 \cdot g_2 \\ X_2 &= -0,391 \cdot g_2 \end{aligned}$$



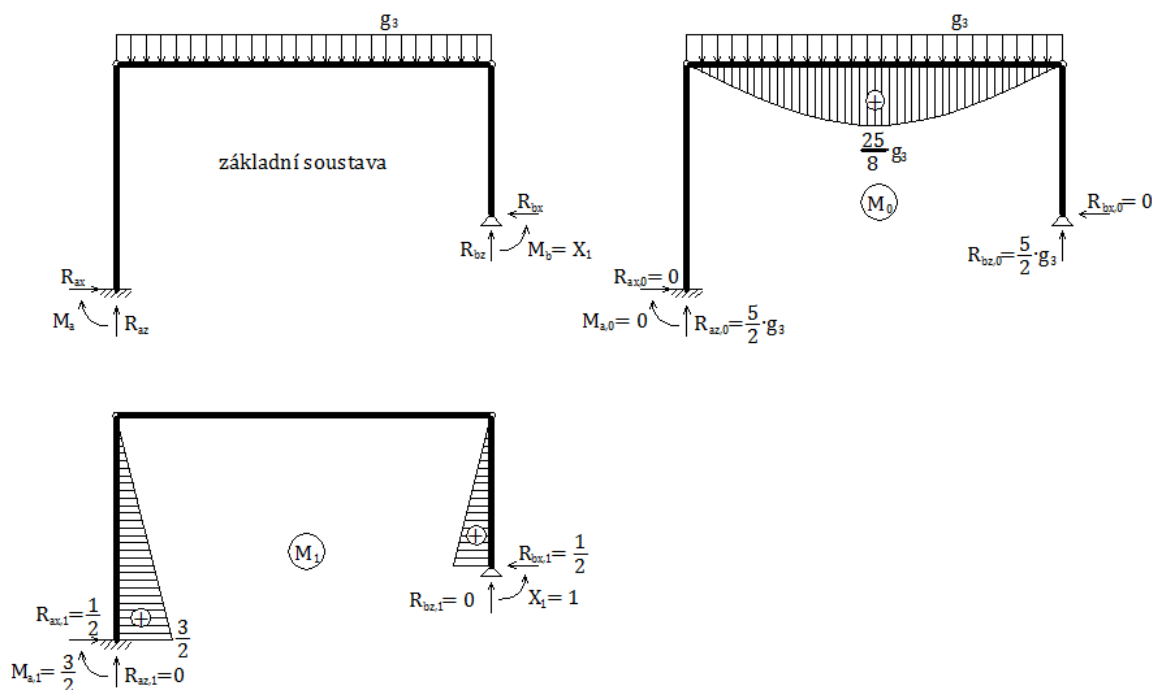
Obr. 3.3.5: b) Výsledné momenty

Velikost přitížení g_2 , při kterém vznikne druhý plastický kloub:

$$\Delta M_{pl} = -1,555 \cdot g_2 \Rightarrow g_2 = \frac{\Delta M_{pl}}{-1,555} = \frac{-12,162}{-1,555} = 7,281 \text{ kN/m}$$



Obr. 3.3.6: a) + b) Výsledné momenty

c) vznik třetího plastického kloubu; zatížení $g_1 + g_2 + g_3$


Obr. 3.3.7: c) Zatěžovací stavy

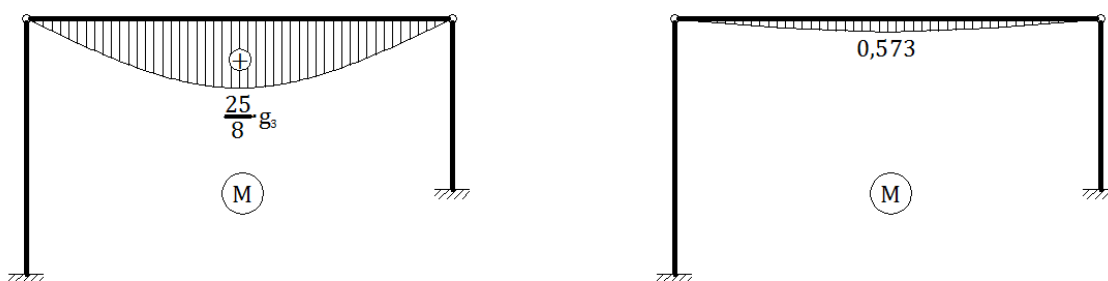
$$\delta_{1,1} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = \frac{35}{12} \cdot \frac{1}{E \cdot I}$$

$$\delta_{1,0} = \sum \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_L M \cdot \bar{M} \cdot dx = 0$$

$$\delta_{1,1} \cdot X_1 + \delta_{1,0} = 0$$

$$35 \cdot X_1 = 0$$

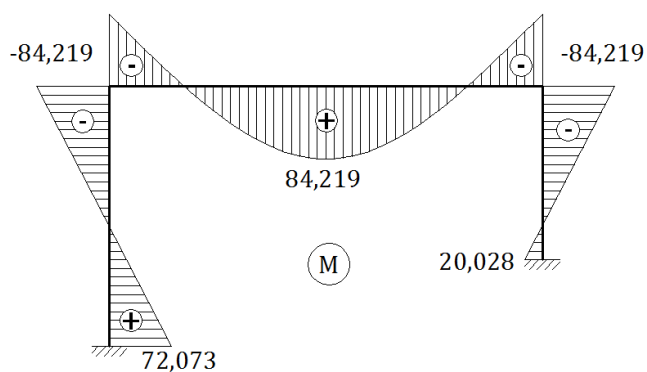
$$X_1 = 0$$



Obr. 3.3.8: c) Výsledné momenty

Velikost přitížení g_3 , při kterém vznikne třetí plastický kloub:

$$\Delta M_{pl} = 3,125 \cdot g_3 \Rightarrow g_3 = \frac{\Delta M_{pl}}{3,125} = \frac{0,573}{3,125} = 0,183 \text{ kN/m}$$

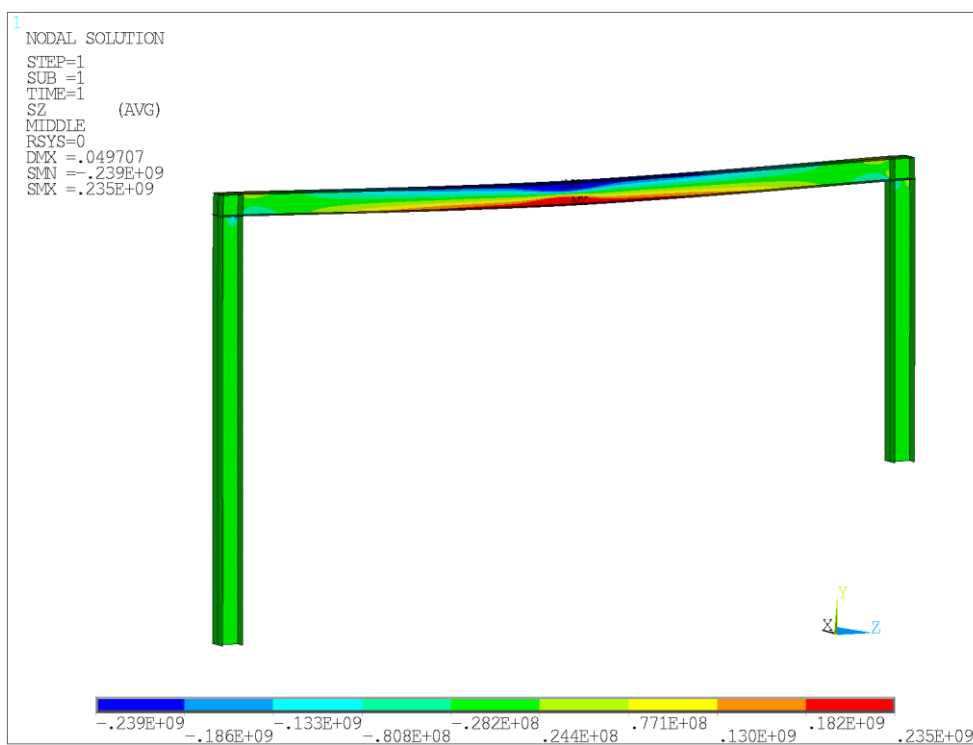


Obr. 3.3.9: Výsledné momenty

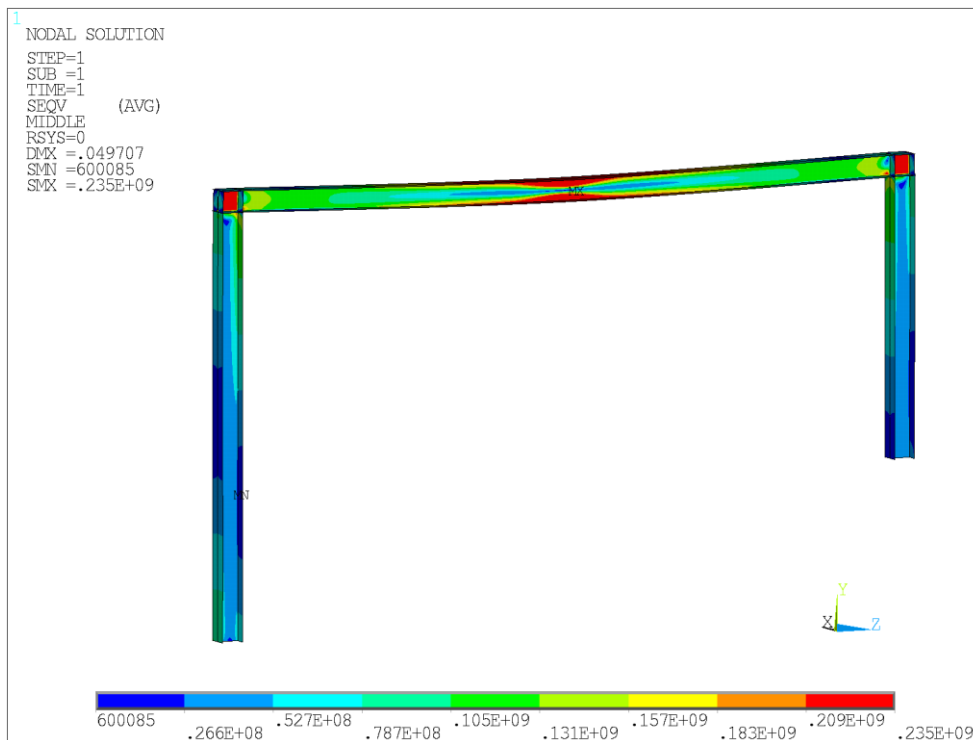
Maximální zatížení g , jež je konstrukce schopna přenést:

$$g = g_1 + g_2 + g_3 = 45,896 + 7,281 + 0,183 = 53,900 \text{ kN/m}$$

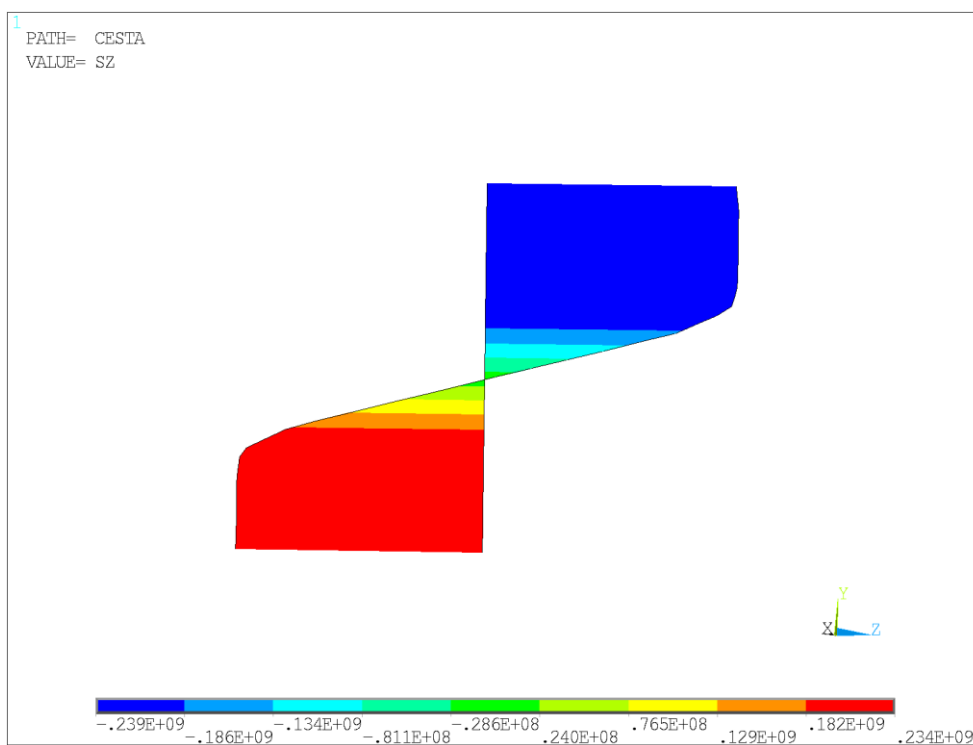
3.3.2 Řešení v programu ANSYS



Obr. 3.3.10: Průběh napětí ve směru osy z



Obr. 3.3.11: Průběh napětí von Mises

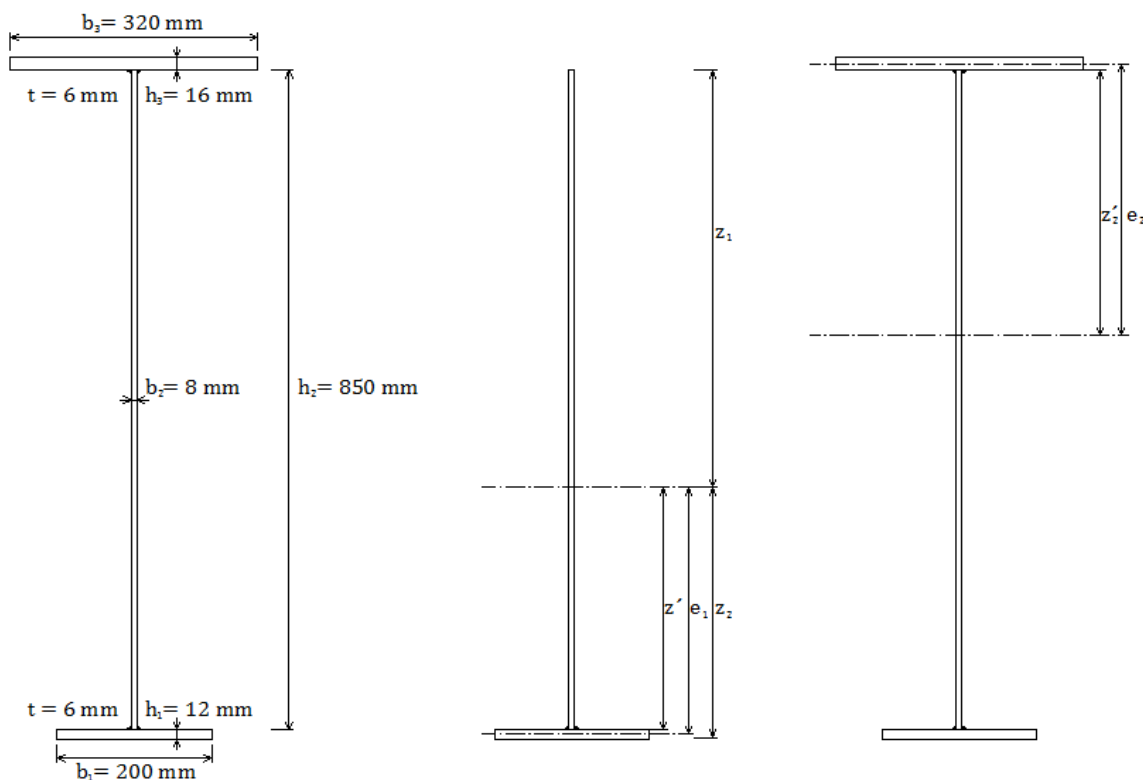


Obr. 3.3.12: Průběh napětí po průřezu v polovině délky příčle

3.4 Svařovaný nosník

Při svařování nosníku, jehož příčný řez je na obrázku, je z technologických důvodů nutné postupovat, že nejprve sestehujeme a svaříme spodní pás a na takto vzniklý T průřez nastehujeme a přivaříme horní pánsnici. Krční svary na obou pásech mají rozměr $t = 6$ mm. Nosník je z oceli S235 o délce $L = 9$ m. Vypočítejme průhyb nosníku po svaření.

3.4.1 Inženýrský přístup



Obr. 3.4.1: Svařovaný průřez

Průřezové charakteristiky T průřezu:

$$A_1 = A_s + A_{p1} = 8 \cdot 850 + 12 \cdot 200 = 9,20 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$e_1 = \frac{A_s \cdot \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2}\right)}{A_1} = \frac{6,8 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{12}{2} + \frac{850}{2}\right)}{9,2 \cdot 10^3} = 318,57 \text{ mm}$$

$$z' = e_1 - \frac{h_1}{2} = 318,57 - \frac{12}{2} = 312,56 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} I_{y1} &= \frac{1}{12} \cdot b_1 \cdot h_1^3 + A_{p1} \cdot \left(\frac{h_2}{2} - z'\right)^2 + \frac{1}{12} \cdot b_2 \cdot h_2^3 + A_s \cdot e_1^2 \\ &= \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 12^3 + 2,4 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{850}{2} - 312,56\right)^2 + \frac{1}{12} \cdot 8 \cdot 850^3 + 6,8 \\ &\quad \cdot 10^3 \cdot 318,57^2 = 738,94 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Poměrná tepelná energie:

$$Q = K \cdot t^2 = 30 \cdot 6^2 = 1,08 \cdot 10^3 \text{ J/mm}$$

$$\begin{aligned} A_{z1} &= \frac{1}{\frac{1}{A_1} + \frac{z'^2}{I_{y1}} + \frac{f_y}{\mu \cdot E \cdot Q}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{9,2 \cdot 10^3} + \frac{312,56^2}{738,94 \cdot 10^6} + \frac{235}{0,843 \cdot 10^{-3} \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot 1,08 \cdot 10^3}} \\ &= 680,26 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

$$m_{1,2} = 1 + \frac{(b_2 + t) \cdot h_1}{A_{z1}} = 1 + \frac{(8 + 6) \cdot 12}{680,26} = 1,247$$

$$Q' = m_{1,2} \cdot Q = 1,247 \cdot 1,08 \cdot 10^3 = 1,35 \cdot 10^3 \text{ J/mm}$$

Vlastní pnutí od prvních svarů:

$$\begin{aligned} \sigma_{1,1} &= -\mu \cdot Q' \cdot E \cdot \left(\frac{1}{A_1} - \frac{z_1 \cdot z'}{I_{y1}} \right) \\ &= -0,843 \cdot 10^{-3} \cdot 1,35 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{9,2 \cdot 10^3} - \frac{537,44 \cdot 312,56}{738,94 \cdot 10^6} \right) \\ &= 28,34 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2,1} &= -\mu \cdot Q' \cdot E \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{z_2 \cdot z'}{I_y} \right) \\ &= -0,843 \cdot 10^{-3} \cdot 1,35 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{9,2 \cdot 10^3} + \frac{340,56 \cdot 312,56}{738,94 \cdot 10^6} \right) \\ &= -59,76 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Průhyb od prvních svarů:

$$f_1 = \mu \cdot Q' \cdot \frac{z'}{I_{y1}} \cdot \frac{L^2}{8} = 0,843 \cdot 10^{-3} \cdot 1,35 \cdot 10^3 \cdot \frac{312,56}{738,94 \cdot 10^6} \cdot \frac{9000^2}{8} = 4,87 \text{ mm}$$

Průřezové charakteristiky celého průřezu:

$$A_2 = A_1 + A_{p2} = 9,20 \cdot 10^3 + 16 \cdot 320 = 14,32 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$e_2 = \frac{A_1 \cdot \left(h_2 - z' + \frac{h_3}{2} \right)}{A_2} = \frac{9,2 \cdot 10^3 \cdot \left(850 - 312,56 + \frac{16}{2} \right)}{14,32 \cdot 10^3} = 350,46 \text{ mm}$$

$$z'_2 = e_2 - \frac{h_3}{2} = 350,46 - \frac{16}{2} = 342,56 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}
 I_{y2} &= I_{y1} + A_1 \cdot (h_2 - z' - z'_2)^2 + \frac{1}{12} \cdot b_3 \cdot h_3^3 + A_3 \cdot e_2^2 \\
 &= 738,94 \cdot 10^6 + 9,2 \cdot 10^3 \cdot (850 - 312,56 - 342,56)^2 + \frac{1}{12} \cdot 320 \cdot 16^3 \\
 &\quad + 5,12 \cdot 10^3 \cdot 350,46^2 = 1717,30 \cdot 10^6 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

Poměrná tepelná energie:

$$Q = K \cdot t^2 = 30 \cdot 6^2 = 1,08 \cdot 10^3 \text{ J/mm}$$

$$\begin{aligned}
 A_{z2} &= \frac{1}{\frac{1}{A_2} + \frac{z'_2}{I_{y2}} + \frac{f_y}{\mu \cdot E \cdot Q}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{14,32 \cdot 10^3} + \frac{342,56^2}{1717,3 \cdot 10^6} + \frac{235}{0,843 \cdot 10^{-3} \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot 1,08 \cdot 10^3}} \\
 &= 731,37 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

$$m_{1,2} = 1 + \frac{(b_2 + t) \cdot h_3}{A_{z2}} = 1 + \frac{(8 + 6) \cdot 16}{731,37} = 1,306$$

$$Q' = m_{1,2} \cdot Q = 1,306 \cdot 1,08 \cdot 10^3 = 1,41 \cdot 10^3 \text{ J/mm}$$

Vlákná stěny v místě krčných svarů už mají tahové předpětí $\sigma_1 = 28,34$ MPa. Tento vliv musíme zahrnout do výpočtu.

$$\beta = \frac{\sigma_1}{f_y} = \frac{28,34}{235} = 0,121$$

$$n = 1 - \beta = 1 - 0,121 = 0,879$$

Pásnice má dvojnásobnou tloušťku než stěna. V pásnici, která byla přistehována až po svaření krčných svarů spodního pásu, však žádné napětí není.

$$\beta' = \left(1 - \frac{2 \cdot h_3}{2 \cdot h_3 + b_2}\right) \cdot \beta = \left(1 - \frac{2 \cdot 16}{2 \cdot 16 + 8}\right) \cdot \beta = 0,2 \cdot \beta$$

$$n' = 1 - \beta' = 1 - 0,2 \cdot \beta = 1 - 0,2 \cdot 0,121 = 0,976$$

$$Q'' = n' \cdot Q' = 0,976 \cdot 1,41 \cdot 10^3 = 1,38 \cdot 10^3 \text{ J/mm}$$

Vlastní pnutí od druhých svarů:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{2,1} &= -\mu \cdot Q' \cdot E \cdot \left(\frac{1}{A_1} + \frac{z_1 \cdot z'}{I_{y1}}\right) \\
 &= -0,843 \cdot 10^{-3} \cdot 1,41 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{14,32 \cdot 10^3} + \frac{358,56 \cdot 342,56}{1717,3 \cdot 10^6}\right) \\
 &= -34,91 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{2,2} &= -\mu \cdot Q \cdot E \cdot \left(\frac{1}{A} - \frac{z_2 \cdot z'}{I_y} \right) \\ &= -0,843 \cdot 10^{-3} \cdot 1,41 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{14,32 \cdot 10^3} - \frac{519,44 \cdot 342,56}{1717,3 \cdot 10^6} \right) \\ &= 8,34 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Průhyb od druhých svarů:

$$f_2 = \mu \cdot Q'' \cdot \frac{z'_2}{I_{y2}} \cdot \frac{L^2}{8} = 0,843 \cdot 10^{-3} \cdot 1,38 \cdot 10^3 \cdot \frac{342,56}{1717,30 \cdot 10^6} \cdot \frac{9000^2}{8} = 2,35 \text{ mm}$$

Výsledné vlastní pnutí:

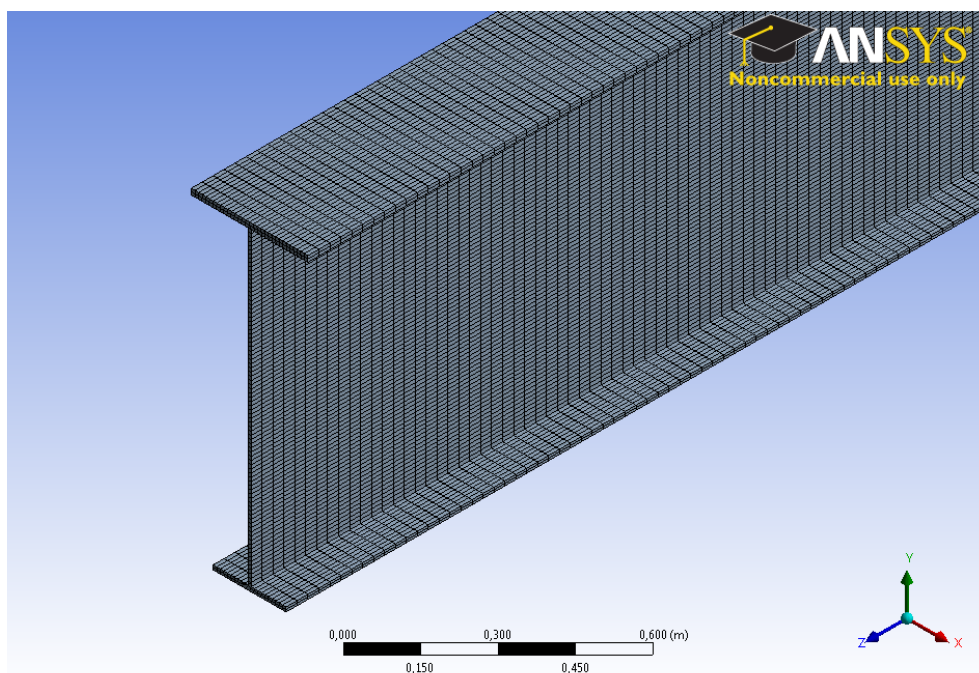
$$\sigma_1 = \sigma_{1,1} + \sigma_{2,1} = 28,34 - 34,91 = -6,57 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{1,2} + \sigma_{2,2} = -59,76 + 8,34 = -51,42 \text{ MPa}$$

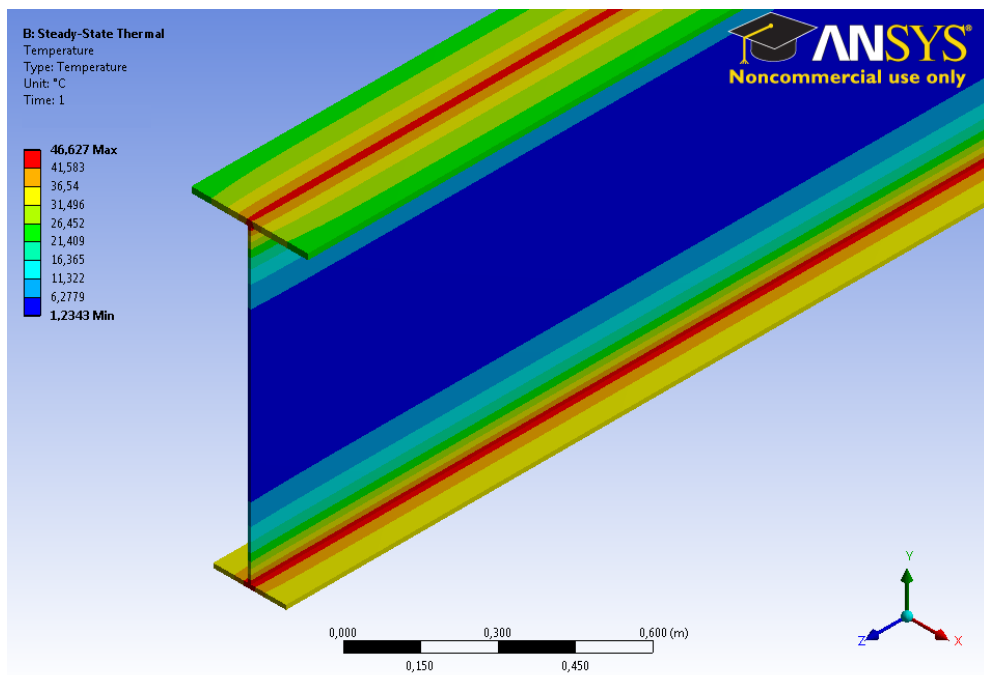
Výsledný průhyb:

$$f_v = f_1 - f_2 = 4,87 - 2,35 = 2,52 \text{ mm}$$

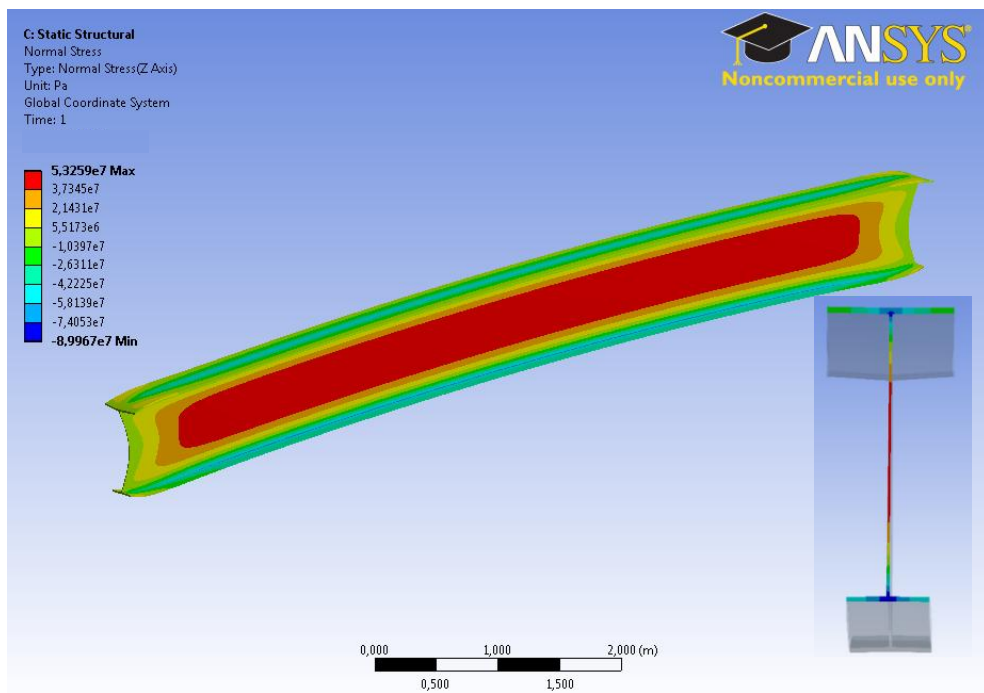
3.4.2 Řešení v programu ANSYS



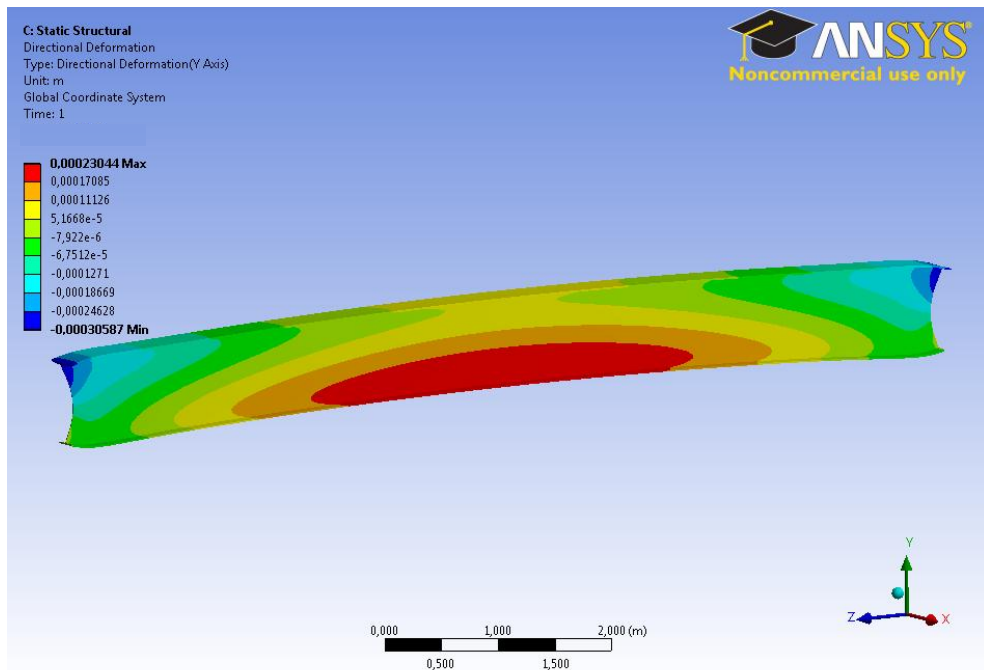
Obr. 3.4.2: Detail sítě konečných prvků



Obr. 3.4.3: Detail rozdělení teploty



Obr. 3.4.4: Napětí ve směru osy z



Obr. 3.4.5: Průhyb

4 Závěr

Na příkladu elastomerového ložiska vybraného z katalogu firmy Freyssinet bylo ukázáno nelineární elastické chování materiálu. Ložisko namodelované v programu ANSYS bylo postupně zatěžováno rovnoměrným spojitým zatížením. Zatěžování probíhalo až do deformace ložiska 36 mm ve svislé rovině. Z hodnot naměřených v jednotlivých zatěžovacích krocích byl sestaven pracovní diagram odpovídající hyperplastickému chování materiálu.

V případě prostého nosníku byla porovnávána mezní únosnost ideálně pružno-plastického materiálu a pružného materiálu se zpevněním odpovídajícím 15 % modulu pružnosti E. Maximální zatížení, které je konstrukce schopna přenést, bylo analyticky stanoveno jako $g = 8,669$ kN/m. Průhyb nosníku při tomto zatížení odpovídá $w = 52,8$ mm. Výsledky získané numerickým výpočtem v programu ANSYS jsou spolu s analytickými hodnotami uvedeny v tabulce 4.1.

	g [kN/m]	w [mm]
Analytický výpočet	8,669	52,8
Pružno-plastické chování – ANSYS	8,590	105,2
Pružné chování se zpevněním – ANSYS	9,574	81,3

Tab. 4.1: Výsledky druhého příkladu

V příkladu rovinného rámu byla ručním výpočtem popsána problematika vzniku plastických kloubů. Na průřezu rámu byl stanoven mezní elastický moment $M_{el} = 73,085$ kNm a mezní plastický moment $M_{pl} = 84,219$ kNm. Dále bylo stanoveno, že první plastický kloub vznikne v rámovém rohu nad vyšším sloupem, a to při zatížení $g_1 = 45,896$ kN/m. Při přetížení $g_2 = 7,281$ kN/m vznikne plastický kloub ve druhém rámovém rohu. Při dalším přetížení $g_3 = 0,183$ kN/m vznikne v polovině příčle třetí plastický kloub. Tím se konstrukce stává staticky určitou při maximálním zatížení $g = 53,360$ kN/m. V programu ANSYS bylo možné počítat konstrukci s maximálním zatížením $g = 40,067$ kN/m. Na obr. 3.3.11 je patrné, že při tomto zatížení ke zplastizování průřezu v rámových rozích již došlo a průřez v polovině rozpětí příčle je velmi blízký meznímu plastickému stavu.

Při řešení svařovaného nosníku bylo upravenou Okerblomovou metodou stanoveno vlastní pnutí v horních vláknech průřezu $\sigma_1 = -6,57$ MPa, v dolních vláknech $\sigma_2 = -51,42$ MPa. Průhyb nosníku od svařování $f = 2,52$ mm. V programu ANSYS Workbench odpovídají napětí v krajních vláknech σ_2 . Maximální průhyb ve středu nosníku $f = 0,23$ mm.

Výsledky analytické a numerické metody se více či méně liší. Při modelování konstrukce je nutné co nejlépe vystihnout jak statické působení konstrukce, tak i fyzikální a mechanické vlastnosti materiálu. Pro dostatečně přesné řešení jednoduchých konstrukcí postačí analytické metody. Modelování MKP má své opodstatnění při řešení složitějších konstrukcí a konstrukčních detailů.

Seznam použitých symbolů

A	průřezová plocha
A_{z1}, A_{z2}	zplastizovaná plocha
b	šířka průřezu
b_z	šířka zplastizované plochy
B	modul zpevnění
c_{10}, c_{01}	materiálové konstanty charakterizující deviátorovou deformaci materiálu
d	parametr stlačitelnosti
E	modul pružnosti v tahu a tlaku
f	průhyb nosníku
f_y	mez kluzu oceli
F_f	fiktivní svarová síla
g	rovnoměrné stálé zatížení
h	výška průřezu
I	svarovací proud
I_y, I_z	moment setrvačnosti rovinného průřezu
\bar{I}_1	první invariant deviátoru napětí
\bar{I}_2	druhý invariant deviátoru napětí
J	determinant elastického deformačního gradientu
K	součinitel podle tabulky
L	délka nosníku
$m_{1,2}$	koeficient vyjadřující účinek dvou protilehlých svarů
M_{Ed}	moment od působícího zatížení
M_{el}	mezní elastický moment
M_{pl}	mezní plastický moment
n	koeficient zohledňující již působící vlastní pnutí
q	tepelná energie přivedená do místa svaru
Q	poměrná tepelná energie přivedená do místa svaru
$R_{i,j}$	reakce
s_1, s_2	tloušťka stěny
S_y	statický moment poloviny průřezu k neutrální ose
t	tloušťka průřezu svaru

U	napětí elektrického oblouku
v	rychlost svařování
w	průhyb
W	potenciální energie deformace
W_{el}	elastický průřezový modul
W_{pl}	plastický průřezový modul
X_i	jednotkový posun
z'	excentricita fiktivní svarové síly
z_1, z_2	souřadnice místa, v němž zjišťujeme velikost vlastního pnutí
β	poměr vlastního pnutí a meze kluzu
$\delta_{i,j}$	deformační součinitel
ΔL	protažení
ε	poměrné přetvoření
ε_e	poměrné pružné přetvoření
ε_p	poměrné plastické přetvoření
η	koeficient účinnosti závislý na druhu svaru a způsobu svařování
μ	tepelně-fyzikální veličina
ν	Poissonova konstanta
σ_1, σ_2	fiktivní vlastní pnutí
σ_e	mez pružnosti
σ_H	mez úměrnosti
σ_u	mez pevnosti
σ_y	mez kluzu

Seznam obrázků

- Obr. 2.1: Pracovní diagram oceli
- Obr. 2.2: Idealizované pracovní diagramy
- Obr. 2.3: Pracovní diagramy pružných materiálů
- Obr. 2.4: Pracovní diagram pružného materiálu
- Obr. 2.5: Plocha plasticity pružno-plastického materiálu
- Obr. 2.6: Plocha plasticity materiálu s izotropním zpevněním
- Obr. 2.7: Plocha plasticity materiálu s kinematickým zpevněním
- Obr. 2.8: Vznik plastického kloubu
- Obr. 2.9: Deformace elastomerové vrstvy
- Obr. 2.10: Elastomerové ložisko typ B
- Obr. 2.11: Průhyb nosníku po svaření
- Obr. 2.12: Velikost zplastizované plochy
- Obr. 3.1.1: Elastomerové ložisko typ B
- Obr. 3.1.2: Síť konečných prvků
- Obr. 3.1.3: Detail sítě konečných prvků
- Obr. 3.1.4: Deformace ložiska
- Obr. 3.1.5: Pracovní diagram ložiska
- Obr. 3.2.1: Prostý nosník
- Obr. 3.2.2: Síť konečných prvků
- Obr. 3.2.3: Detail sítě konečných prvků
- Obr. 3.2.4: Pracovní diagram – pružno-plastické chování
- Obr. 3.2.5: Průhyb nosníku při mezním zatížení
- Obr. 3.2.6: Napětí ve směru osy z při mezním zatížení
- Obr. 3.2.7: Průběh napětí po průřezu
- Obr. 3.2.8: Pracovní diagram – pružno chování se zpevněním
- Obr. 3.2.9: Průhyb nosníku při mezním zatížení
- Obr. 3.2.10: Napětí ve směru osy z při mezním zatížení
- Obr. 3.2.11: Průběh napětí po průřezu
- Obr. 3.3.1: a) Rovinný rám, základní soustava
- Obr. 3.3.2: a) Zatěžovací stavy
- Obr. 3.3.3: a) Výsledné momenty

- Obr. 3.3.4: b) Zatěžovací stavy
- Obr. 3.3.5: b) Výsledné momenty
- Obr. 3.3.6: a) + b) Výsledné momenty
- Obr. 3.3.7: c) Zatěžovací stavy
- Obr. 3.3.8: c) Výsledné momenty
- Obr. 3.3.9: Výsledné momenty
- Obr. 3.3.10: Průběh napětí ve směru osy z
- Obr. 3.3.11: Průběh napětí von Mises
- Obr. 3.3.12: Průběh napětí po průřezu v polovině délky příčle
- Obr. 3.4.1: Svařovaný průřez
- Obr. 3.4.2: Detail sítě konečných prvků
- Obr. 3.4.3: Detail rozdělení teploty
- Obr. 3.4.4: Napětí ve směru osy z
- Obr. 3.4.5: Průhyb

Seznam použité literatury

- [1] HAVLŮJ, Vladimír, Pavel MAREK a Ján POVAŽAN. *Vlastní pnutí v ocelových konstrukcích*. Vyd. 1. Praha: SNTL, 1979. ISBN -.
- [2] SERVÍT, Radim, Eva DOLEŽALOVÁ a Miloslav CRHA. *Teorie pružnosti a plasticity I*. Vyd. 1. Praha: SNTL, 1981, 455 s.
- [3] KADLČÁK, Jaroslav, Jiří KYTÝR a Miloslav CRHA. *Statika stavebních konstrukcí: příklady podle Eurokódu*. Třetí dostisk druhého vyd. V Brně: VUTIUM, 2009, 431 s. ISBN 978-80-214-3428-8.
- [4] CRHA, Miloslav a Miloslav CRHA. *Pružnost a pevnost: Přehled teorie s doplňky a příklady*. Praha: SNTL, 1974, 455 s. ISBN -.
- [5] PLÁNIČKA, František a Zdeněk KULIŠ. *Základy teorie plasticity*. Vyd. 2. Praha: ČVUT, 2009. ISBN -.
- [6] Katalog elastomerových ložisek. Dostupné na WWW:
⟨http://www.freyssinet.cz/gallery/loziska_elastomerova.pdf⟩.