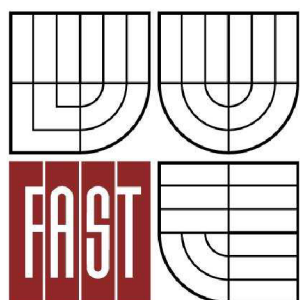


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV VODNÍCH STAVEB

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF WATER STRUCTURES

MĚŘENÍ RYCHLOSTI
V DNOVÉ MEZNÍ VRSTVĚ KANÁLU
POMOCÍ ROVINNÉ LASEROVÉ ANEMOMETRIE
MEASUREMENTS OF VELOCITY IN THE CHANNEL BOTTOM
BOUNDARY LAYER, USING PARTICLE IMAGE VELOCIMETRY

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. JAN VRUBEL

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. PAVEL ZUBÍK, CSc.

BRNO 2011



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3607T027 Vodní hospodářství a vodní stavby
Pracoviště	Ústav vodních staveb

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Diplomant	Bc. JAN VRUBEL
Název	Měření rychlosti v dnové mezní vrstvě kanálu použitím rovinné laserové anemometrie
Vedoucí diplomové práce	Ing. Pavel Zubík, Ph.D.
Datum diplomové práce	zad: 31. 3. 2012
Datum diplomové práce	odevzd: 11. 1. 2013

V Brně dne 31. 3. 2012

.....
prof. Ing. Jan Šulc, CSc.
Vedoucí ústavu

.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

ABSTRAKT

Téma této práce navazuje na zkoumání metody rychlostního pole, které je v dnešní době již relativně běžnou metodou pro stanovení průtokových veličin na vysoké úrovni. Práce se zabývá především rychlostí v mezní vrstvě u dna a její závislostí na různých faktorech. Mezní vrstva pro svůj malý rozsah tvoří pouze malou část z vyhodnocované oblasti, a proto vyjádření její rychlosti často spoléhá na extrapolační metody. Roste-li však požadavek na větší přesnost celkového měření stává se tato oblast také nezanedbatelnou.

Práce shrnuje základní teorii rychlostního pole, ale především se zabývá teoriemi závislosti místní rychlosti na její poloze od dna a její deformaci v mezní vrstvě. Cílem práce je popsání teorií pro rychlostní pole a jejich porovnání se skutečným stavem měřeným na kanálu v laboratoři ÚVS-LVV. Základním podkladem skutečného stavu rychlostního pole v dnové mezní vrstvě je přesné měření metodou Laserové rovinné anemometrie. Výsledky měření budou sloužit ke konfrontaci běžně používaných teorií a jiných postupů pro stanovení rychlosti u dna.

Výstupy práce nabízí na základě výsledků srovnání, potvrzení či upřesnění platnosti používaných vzorců. U některých je navrženo omezení jejich platnosti nebo jsou upřesněny koeficienty či alternativní způsob jejich určení.

KLÍČOVÁ SLOVA

Rychlostní pole, dnová mezní vrstva, Rovinná laserová anemometrie, bodová rychlost, otevřená prizmatická koryta, místní rychlost.

ABSTRACT

The theme of this thesis is continue on examining relatively commonly used measurement flow field methods, which assessing the variables flows at a high level. Thesis follow up mainly the flow field in the channel bottom boundary-layer and its depending on different factors. To calculate velocity in boundary-layer is common used extrapolation method, because this boundary layer is only the small part of measuring cross section. Increase the accuracy of measurement of flow variables make the flow in the boundary layer also important.

Thesis is a summary of a basic theory of flow field, but mainly is about dependent local flow velocity on position, and about deformation of flow field in boundary layer. The aim thesis is description different calculation methods of flow flow field in boundary layer and comparison to with real condition which was measured in laboratory UVS-LVV. Real condition flow field in channel bottom boundary layer is based on exact method Particle image velocimetry. The measurement results serve to compare commonly used calculation methods or different theories velocity in the channel bottom boundary layer.

Outputs this thesis offers comparison, confirmation or specification calculation methods according to the results. It has been suggested several limitations on certain methods of calculation, or coefficient were modified or alternative has been proposed to calculate them.

KEY WORDS

Flow field, botom boundary layer, Particle image velocimetry, velocity in measurement point, open prismatic channel, local velocity.

BIBLIOGRAFICKÉ CITACE VŠKP

BOOR, Boris, Cyril PATOČKA a Jiří KUNŠTÁTSKÝ. *Hydraulika pro vodohospodářské stavby: Celost. učebnice pro vys. školy*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1968, 516, [2] s.

BRDIČKA, Miroslav, Ladislav SAMEK a Bruno SOPKO. *Mechanika kontinua*. Vyd. 4., rev. a upr. Praha: Academia, 2011, 878 s. ISBN 978-80-200-2039-0.

CHOW, Ven Te. *Open-Channel Hydraulics*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1960, 680 s.

ČSN EN ISO 748. *Měření průtoku kapalin v otevřených korytech - Metody rychlostního pole*. 2001.

ČSN ISO 3354. *Měření průtoku čisté vody v uzavřených potrubích: Metoda měření pomocí vodoměrných vrtulí při pravidelném proudění plným potrubím*. Prosinec 1993.

HUGUENIN, John E a John COLT. *Design and operating guide for aquaculture seawater systems*. 2nd ed. New York: Elsevier Science, 2002, viii, 328 p. ISBN 04-445-0577-6.

Educational wall posters for your lab. *Dantec dynamics* [online]. [cit. 2013-01-05]. Dostupné z: http://www.dantecdynamics.com/Admin/Public/Download.aspx?file=files%2ffiler%2fsupport_and_download%2fresearch_and_education%2fpiv.pdf

JANDORA, Jan a Jan ŠULC. *Hydraulika: modul 01*. Vyd. 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007, 178 s. ISBN 978-80-7204-512-9.

JANDORA, Jan. *Matematické modelování ve vodním hospodářství: modul 01*. 2008.

SCHLICHTING, Hermann. *Boundary-Layer Theory*. 8th ed. Berlin: Springer, 2000, 799 s. ISBN 35-406-6270-7.

ZUBÍK, Pavel. *Integrální laserová anemometrie*. Brno: VUT FSI, 2000. 22 s.

ŽOUŽELA, Michal. *Posouzení metod pro měření a vyhodnocení rychlostních polí reálných prizmatických tratí při definovaných proudových poměrech s volnou hladinou: disertační práce k získání akademického titulu Doktor (Ph.D.) ve studijním programu (oboru) Vodní hospodářství a vodní stavby 36-35-9*. Brno: Vysoké učení technické, 2005. 105 s., il.;

PŘEDMLUVA

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval svému školiteli ing. P. Zubíkovi Ph.D. za odborné vedení, podnětné připomínky a pomoc při laboratorním měření a také děkuji ing. M. Žouželovi Ph.D. za zapůjčenou literaturu a podněty.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci Měření rychlosti v dnové mezní vrstvě kanálu pomocí rovinné laserové anemometrie vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury, podkladů a odborných konzultací.

V Brně dne:

Podpis:

OBSAH

1.	Předmět diplomové práce a vytyčení cílů	7
2.	Teoretický základ	7
2.1.	Vztažné soustavy	7
2.2.	Zkoumané kapaliny	8
2.3.	Vybrané vlastnosti kapalin	9
2.4.	Druhy proudění	9
2.5.	Rovnice prostorového pohybu kapaliny	11
3.	Průběh rychlosti v příčném profilu	11
3.1.	Tangenciální napětí	13
4.	Teorie mezní vrstvy	13
4.1.	Rovinnost problému	14
4.2.	Laminárním proudění v mezní vrstvě	14
4.3.	Turbulentní proudění v mezní vrstvě	16
4.4.	Tloušťka mezní vrstvy	17
4.5.	Vliv drsnosti	18
5.	Vztahy pro rychlost v přístěnné oblasti	19
5.1.	Sedminový zákon	20
5.2.	Logaritmický vztah	20
5.3.	Mocninný tvar dle normy ISO 748	21
6.	Cíle praktické části	22
6.1.	Volba vhodné metody měření	23
6.2.	Princip použitých měřících metod	23
7.	Popis měření v prizmatickém měrném žlabu	25
7.1.	Popis měření metodou PIV	25
7.2.	Popis měření hydrometrickou vrtulí	26
7.3.	Celkový postup měření	27
7.4.	Měření vývoje rychlostního profilu po délce	28
8.	Vyhodnocení měření a porovnání vzorců	29
8.1.	Statistické zpracování hodnot měřených pomocí PIV	29
8.2.	Statistické vyhodnocení hydrometrování vodoměrnou vrtulí	30
8.3.	Vyhodnocení rychlostního profilu po délce	31
8.4.	Porovnání měření a používaných teorií o rychlostním poli v dnové oblasti	31
9.	Závěr a doporučení	39
10.	Seznam použitých zdrojů	40
11.	Seznam použitých zkratk a symbolů	40
12.	Seznam příloh	41

1. PŘEDMĚT DIPLOMOVÉ PRÁCE A VYTYČENÍ CÍLŮ

V dnešní době je již standard jakýchkoli měření průtokových veličin na vysoké úrovni. Do praxe byly uvedeny mnohé metody, které jsou schopné úspěšně minimalizovat řadu systematických i náhodných chyb měření a s nimi vzrostly také požadavky na proškolenost pracovníků, kteří mají přesné měření provádět. Mezi nejpřesnější a zároveň nejpoužívanější způsob měření průtoku všech druhů tekutin se řadí metoda rychlostního pole, která dle zvyklostí a dle normativních předpisů využívá takzvanou rychlost ve svislicích. Průběh rychlosti ve svislicích se měří různými způsoby, ale většinou jde o několik bodových rychlostí, které ve své podstatě slouží k určení průtoku danou svislicí. Ze všech svislic poté různými metodami vypočteme požadovaný průtok. Pokud jde o obecný popis průběhu rychlostí v průtočném profilu, je možné se zaměřit na konkrétní svislici a v ní sledovat svislicovou rychlost.

Metod pro stanovení průtokového množství je několik a některé z nich využívají rychlost proudění v kombinaci s průtočnou plochou. Některé z těchto metod měří různými způsoby místní rychlosti a z nich poté pomocí zadaného matematického aparátu vypočítávají svislicové rychlosti, nebo jiným způsobem stanovují rychlost v celém příčném profilu. Takto získané vektorové pole rychlostí bude se svou přesností mít vliv na určení celkového průtoku a na jeho přesnost. Chceme-li přesné měření a zároveň jsme omezeni praktickými záležitostmi (čas, způsob měření,...), jsme nuceni se v některých oblastech obrátit na určité předem odvozené vztahy či teorie a z nich například vypočítat složitě měřitelnou (v běžných terénních podmínkách prakticky neměřitelnou) rychlost v přístěnných oblastech a v oblastech u dna průtočného profilu.

Zaměříme-li se na některý z obecných zákonů hydrauliky, popisující chování kapaliny, musíme vzít v potaz podmínky jeho platnosti. V praktických případech se většinou setkáváme s turbulentním prouděním a s třecími silami, které vnášejí značnou nejednoznačnost do rozdělení rychlostí v příčném profilu, proto je vhodné opřít se o konkrétní hodnoty z měření, a to v předem vhodně zvolených podmínkách, nebo o empiricky dokázané zobecněné vztahy.

Cílem této diplomové práce je získání uceleného náhledu na rychlostní pole, na jeho deformaci v přístěnné oblasti a především je cílem práce upřesnění výpočtu rychlostního pole v dnové oblasti, při konkrétních podmínkách vytvořených v laboratoři, za použití moderní měřicí metody jako je Rovinná laserová anemometrie (Particle image velocimetry dále PIV).

Dílní cíl práce je popsání některých známých vztahů popisující rychlosti v přístěnné a dnové oblasti. Tyto vzorce, vycházející ze základních teorií hydrauliky, či z empirických vztahů. Úkolem práce je tyto vztahy mezi sebou konfrontovat a zkusit ověřit jejich platnost v daných podmínkách obdélníkového prizmatického koryta. Tato konfrontace může být doplněna doporučeními pro jeden či více vzorců, které budou verifikovány laboratorním měřením, a může dojít k upřesnění některých proměnných či koeficientů. V extrémním případě rozporu některých základních vzorců by mohlo být cílem práce potvrzení určitého vztahu či teorie, který se bude shodovat, a zároveň vyvrácení toho, který bude v rozporu s laboratorním měřením pro tuto práci. Závěrem může být potvrzení či omezení platnosti některých z dříve formulovaných vztahů pro rychlosti v přístěnné a dnové oblasti.

2. TEORETICKÝ ZÁKLAD

2.1. VZTAŽNÉ SOUSTAVY

Chceme-li správně přistupovat k měření, porovnání a interpretaci výsledků z měření kapalin je třeba mít dostatečnou teoretickou oporu v oblasti fluidní mechaniky. Shrnutí teoretického základu začneme od začátku.

Jeden z pohledů jak je možné se dívat na proudění, nám dává kinematika, nauka, která „rozebírá základní druhy pohybu kapalin bez uvažování sil, které při proudění působí.“ [1] Popisujeme-li chování

kapaliny v určitém časovém úseku, můžeme k popisu použít dráhu (trajektorii), kterou zapíšeme pomocí parametrického vyjádření polohy 1 částice (x, y, z) v čase parametry a, b, c . Toto vyjádření může být také nazýváno Lagrangeovo (metoda Lagrangeova). [2] Jak vyplývá z popisu, Lagrangeova metoda nám dává informaci o historii pohybu každé částice pomocí trajektorie. Tyto trajektorie jsou určeny pohybem jednotlivých hmotných bodů, a jde v podstatě o čáry, po kterých se v prostoru pohybuje hmotný bod kapaliny za daný čas. [1] Parametrické vyjádření bodů můžeme dle sumačního pravidla jako níže uvedené Lagrangeovo vyjádření.

Lagrangeovo vyjádření souřadnic:

$$x_i = x_i(a, b, c, t),$$

kde, $i = 1, 2, 3$; a, b, c , jsou odlehlosti od souřadných os, t čas a x_i souřadnice bodu v čas t . [2]

Metoda Lagrangeových souřadnic je komplikovaná, a řešení inženýrských úloh zesložituje. Proto se ve spojitém prostředí používají spíše Eulerovy souřadnice. Jde o obdobný zápis, a existuje mezi nimi vždy jednoznačný vztah. [3] Pokud použijeme Eulerovy souřadnice, „budeme uvažovat vliv sil působících na pohyb kapaliny,“ [1] a vyjadřovat ho v jednotlivých bodech roviny určené Eulerovými souřadnicemi. Tento přístup využívá pojem proudnice, který je za speciálního případu ustáleného pohybu totožný s pojmem trajektorie. [1] Jako jedna z možných definic proudnice je uvedena tato, je to množina bodů (čára), v nichž vektory rychlosti kontinua jsou v daném časovém okamžiku k této čáře tečné. [2] Ve své práci budu preferovat Eulerovy souřadnice, nejen pro svou běžnost, ale také proto, že využívají pro mě důležité pojmy jako rychlostní pole, jehož popis je jedním z cílů této práce.

Eulerovo vyjádření souřadnic:

$$v_i = v_i(x, y, z, t) \equiv v_i(x_j, t) \quad i, j = (1, 2, 3)$$

„kde x, y, z, t jsou Eulerovými proměnnými“, t je čas, a v_i je obecně posunutí ve směru i . [2]

2.2. ZKOUMANÉ KAPALINY

V obecném vztahu pohybu kapalin řešíme tři složky rychlosti (viz Eulerovo vyjádření), ale pro dokonalé určení jejího pohybu je ale třeba také připojit dvě veličiny popisující termodynamický stav kapaliny. Jde o tlak a hustotu jako funkci neznámých x, y, z v různém čase t .

Popisujeme-li pohyb kapaliny z kinematického hlediska, můžeme rozlišit několik základních druhů pohybu kapalin. Toto rozlišení nám pomůže lépe vyjádřit vztahy pro konkrétní prostředí, se kterým pracujeme. Neustálené proudění, které nastává u běžných koryt, lze vyjádřit například obecným Eulerovým zápisem rychlostí. Pokud popisujeme chování kapalin v prizmatických profilech, kde se nám nemění drsnost, hydraulický obvod ani ostatní charakteristiky proudu můžeme říci že, dochází k takzvanému ustálenému proudění. Při tomto proudění jsou časové změny všech třech složek rychlosti nulové. Při ustáleném proudění může dojít k rovnoměrnosti a pak nám výpočet usnadní úvaha, že energetická výška, úroveň hladiny a dno jsou přibližně rovnoběžné. [5] Konstantní rychlosti při ustáleném proudění můžeme vyjádřit, pomocí Eulerových souřadnic:

$$v_i = v_i(x, y, z) \equiv v_i(x_j) \quad i, j = (1, 2, 3)$$

a tedy změny složek rychlostí v čase jsou ve všech směrech nulové.

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0, \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0, \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

kde $\frac{\partial u_x}{\partial x}$, $\frac{\partial u_y}{\partial y}$ a $\frac{\partial u_z}{\partial z}$ jsou změny složek rychlostí. [1]

Rovnoměrné proudění se může vyskytovat například u upravených koryt, u kanálů odpadních koryt, měrných profilů, v tlakových přivaděčích nebo v potrubí. Ustálené rovnoměrné proudění v těchto případech může také nastat, za konstantního průtoku, a můžeme ho také předpokládat za laboratorních podmínek. Příkladem nerovnoměrného ustáleného proudění může být odtok z povodí, otevření, či zavření přivaděče, prázdnění nádrže, výtok pod stavidlem, a mnoho dalších. Případ neustáleného nerovnoměrného proudění je například povodňová vlna. [1, 2]

Pro případ proudění v prizmatickém obdélníkovém žlabu, ve kterém probíhalo naše měření rychlosti v dnové mezní vrstvě, jde, s ohledem na drsnost a sklon měrného žlabu, o ustálené proudění. Vlastními parametry žlabu, jako je drsnost či sklon, a vlivem vlastností žlabu na rychlostní pole se bude práce zabývat později.

2.3. VYBRANÉ VLASTNOSTI KAPALIN

V teoretické hydraulice je také důležité zabývat se vlastnostmi kapalin. Těmi, které mají vliv na chování kapaliny a těmi, které jsou méně podstatné, a také tím jak takové vlastnosti vhodně zjednodušit či zanedbat. [1] Pro základní odvození hydraulických zákonů je běžně uvažováno s takzvanou ideální (dokonalou) kapalinou, která bude mít, vlivem zanedbání některých sil, odlišné pohybové rovnice od skutečné kapaliny. Rovnice pro ideální kapalinu budou také pravděpodobně jednodušší. [2] Tato „fiktivní ideální kapalina se definuje jako absolutně nestlačitelná, objemově stálá i při změnách teploty a nevazká, takže v ní nepůsobí tečné síly“. [1] Pro některé situace může být předpoklad absence tečné síly vhodnou aproximací skutečné kapaliny, jejíž viskozita je blízká nule. Tudiž nejde pouze o teoretický případ, ale může být použita při výpočtu jako hrubý odhad chování skutečné kapaliny.

„Síla viskozity má snahu zeslabit rozdíl (vzájemných) rychlostí v proudící tekutině, čímž připomíná síly vznikající při tření“ což můžeme chápat obdobně jako pohyb tuhého tělesa po podložce. Sílu způsobenou viskositou můžeme nazývat smykové nebo také vnitřní tření. [2]

Úvaha nulové tečné síly platí, mimo kapaliny s nulovou nebo nule blízkou viskositou, i obecně pro jakoukoli kapalinu v rovnováze. V takovém případě se síly vazkosti neuplatňují. [2]

$$\frac{\partial \tau_{j,i}}{\partial x_j} + F_i = 0,$$

$$\tau_{i,j} = 0 \text{ pro } i \neq j,$$

kde τ_{ij} je tenzor napětí, F_i jsou objemové síly. [2]

V případě rovnováhy (klidu) kapaliny vymizí tangenciální napětí ($\tau_{ij} = 0, \text{ pro } i \neq j$) i u viskózní kapaliny, můžeme tedy tuto rovnici chápat jako definiční rovnici tekutiny v rovnováze. [2]

2.4. DRUHY PROUDĚNÍ

Pro pochopení proudění v dnové či přístěnné oblasti, která je cílovou oblastí práce, je třeba vycházet ze struktury pohybu jednotlivých částic. „Reynolds experimentálně prokázal, že jsou dva režimy tohoto pohybu částic“ na svém pokusu s barvivem. [1] Formuloval několik stavů (oblastí), kde režim proudění ovlivňoval ztráty po délce v potrubí či v korytě v závislosti na rychlosti, drsnosti a druhu kapaliny. Pro vyhodnocení jeho závěru je třeba si popsat jednu ze základních veličin pro otevřená koryta - hydraulický poloměr R , který je „podíl průtočného průřezu a omočeného obvodu“ [1], kde S je průtočný průřez a O omočený obvod.

$$R = \frac{S}{O} [m],$$

kde, R [m] je hydraulický poloměr, S [m²] plocha příčného profilu a O [m] omočený obvod. [1]

Hydraulický poloměr R [m] se střední profilovou rychlostí v [m/s] a kinematickou viskozitou ν [m²/s] nám udávají bezrozměrnou veličinu, Reynoldsovo kritérium. Podle kterého Reynolds předpokládal určitý režim proudění.

$$Re = \frac{v \cdot R}{\nu} [-],$$

kde Re [-] je Reinoldsovo kritérium, R [m] hydraulický poloměr, v [m/s] profilová rychlost a ν [m²/s] kinematická viskozita. [1]

Určení režimu proudění na základě tohoto parametru není snadné, víme však, že „pro otevřená koryta bude zaručen laminární pohyb do $Re \approx 580$ “ a „turbulentní proudění můžeme uvažovat při $Re > 3\,450$.“ [1]

Laminární pohyb (lamina = vrstva) můžeme chápat tak, že se částice „pohybují v plynulých navzájem souběžných drahách“ [1] a mají v každém okamžiku vektor rychlosti kolmý na rovinu průtočného průřezu. Turbulentní pohyb (turbulentus = neuspořádaný) částic je v průřezu nahodilý, což můžeme chápat tak, že jedním identickým průřezem projdou částice stejné kapaliny v čase vždy jinými dráhami. Také směr vektoru okamžité rychlosti částic je vždy jiný a nemůžeme říci, že je kolmý na rovinu průtočného profilu jako u proudění laminárního. Významný hydraulik Ven Te Chow [4] uvažuje dle závěrů předchozích autorů dvě možnosti ustáleného proudění, laminární a turbulentní proudění Newtonské kapaliny. To, o které ustálené proudění se v dané situaci jedná, závisí na mnoha faktorech: výška plnění, sklon, viskozita a stupeň drsnosti povrchu (dna, nebo stěny). „Pokud je rychlost a hloubka proudění relativně malá, viskozita bude dominantním faktorem a proudění bude laminární“ [4] a při drsném povrchu a dostatečné hloubce k vytvoření stálých vírů se bude jednat o ustálené turbulentní proudění.

Vrátíme-li se zpět k viskozitě, můžeme říci, že model ideální kapaliny je vhodný pro popis kapalin v rovnováze a pro některé specifické případy proudění. Takovýto model (bez vlivu viskozity) můžeme využít pro popis kapaliny s malými tečnými silami, ale je také vhodné ho použít pro odvození základních vztahů mechaniky kapalin a poté rozšířit platnost také na skutečné kapaliny.

Pro proudění ideální kapaliny, často využívané v technické praxi, je zaveden také název potenciální proudění. [3] Pro potenciální proudění platí základní předpoklad známý také jako podmínka nevířivosti:

$$rot \vec{v} = 0,$$

kde \vec{v} je vektor rychlosti. [2]

Tato podmínka je matematický zápis vlastnosti vektoru rychlosti proudění. „Je to proudění nevířivé, neboť všechny částice kapaliny konají čistě translační (nevířivý) pohyb.“ [3] Nutnou podmínkou pro platnost tohoto vztahu je, že jsme schopni v každém místě kapaliny, zapsat její rychlost jako skalární funkci, kterou nazýváme skalárním potenciálem pole rychlosti $\phi(x, y, z)$. Což můžeme matematicky zapsat pro všechny tři neznámé složky rychlosti jako:

$$\vec{v}(v_x, v_y, v_z) = grad \phi \equiv v_i = \frac{\partial \phi}{\partial x_i},$$

kde ϕ je skalární (rovinný) potenciál proudění. [2]

Tento vztah zmíněný Brdičkou [2], může být také uváděn, díky zažité konvenci s mínus, tedy uvažujeme, že „v libovolném bodě prostoru jsou složky rychlosti $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ v daném směru vyjádřeny záporně vzatou derivací funkce $\phi(x, y, z)$ podle tohoto směru:

$$v_i = -\frac{\partial \phi}{\partial x_i}, \quad i = x, y, z,$$

kde $v_x(x, y, z), v_y(x, y, z), v_z(x, y, z)$ jsou složky vektoru rychlosti \vec{v} a ϕ je skalární (rovinný) potenciál proudění. [3]

Pro reálný pohyb, který se vyskytuje u skutečných kapalin, je však velmi důležité uvažovat také zmíněné síly od tangenciálního (smykového) napětí. [1] Rozdíly teoretických vztahů pro dokonalou (ideální) kapalinu a měření zmiňuje například [2]. Zde autor ukazuje disipaci (ztrátu) mechanické energie podél proudnice, která by dle vztahů pro dokonalou tekutinu měla být konstantní, a zároveň uvádí, že „disipaci energie vysvětlujeme vzájemným ovlivňováním částí tekutiny, které se pohybuje s různou rychlostí.“ [2] Tedy, že část energie je přenesena z jednoho místa kapaliny na druhé a tato změna je z termodynamického hlediska nevratná. [2]

2.5. ROVNICE PROSTOROVÉHO POHYBU KAPALINY

Pokud náš model ideální kapaliny rozšíříme pouze na kapalinu, která je nestlačitelná, můžeme si Eulerovu rovnici, které vyjadřovaly prostorový pohyb kapaliny rozšířit na rovnice známé jako rovnice Navier-Stokesovy. Platí pro kapaliny Newtonského typu, tedy takové kapaliny, pro které při laminárním proudění platí, že je „tangenciální napětí úměrné rychlostnímu gradientu dle zákona $\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$ “. [5]. Navier-Stokesovy rovnice „vyjadřují vztah mezi silami objemovými, tlakovými, odporovými a setrvačnými proudící kapaliny“ [3] a můžeme je zapsat například pomocí sumačního vzorce, kde $i, j = x, y, z$:

$$f_i - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \cdot \frac{\partial v_i}{\partial x_j},$$

kde, 1. až 5. člen rovnice vyjadřuje zrychlení vyvolané: 1. člen - objemovými silami, 2. člen - tlakovou silou, 3. člen - objemovým přetvořením, 4. člen - tvarovým přetvořením, 5. člen - setrvačnými silami. [3]

Z předpokladů [2] víme, že pohybem kapaliny dochází ke ztrátám energie, bavíme-li se o skutečné kapalině, protože pro nestlačitelnou kapalinu platí zákon zachování energie (známý jako Bernoulliho rovnici). Ztráta energie (disipace) je vysvětlována „vzájemným ovlivňováním částí tekutiny, která se pohybuje s různou rychlostí.“ [2]. Z tohoto můžeme usoudit, že každá molekula přenáší svou hmotnost, hybnost (vnitřní tření) a energii z jednoho místa na druhé.

Doplníme si model kapaliny na kapalinu skutečnou, kterou popisujeme upravenými Navier-Stokesovými rovnicemi, které Boor [1] popisuje jako „nejobecnější rovnice prostorového pohybu skutečné kapaliny.“ [1] Odvození těchto rovnic není předmětem této práce.

3. PRŮBĚH RYCHLOSTI V PŘÍČNÉM PROFILU

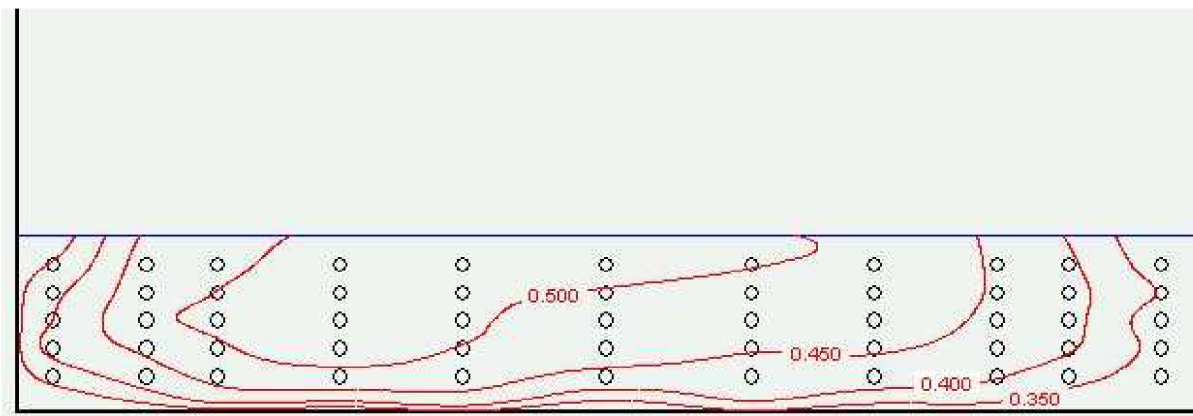
Následující kapitola má za cíl najít pravidla pro místní rychlosti v příčném profilu. Tento průběh je lépe popsatečný pro tlakové proudění, ale jisté opakující se jevy lze pozorovat i při proudění o volné hladině. Vlivem pohybující se úrovně hladiny a tření podél hranice příčného profilu nejsou rychlosti rovnoměrně rozděleny. [4] V příčném profilu můžeme pozorovat místa se stejnou rychlostí, která také můžeme nazývat izotachy (izočáry rychlosti). V matematických výpočtech tuto nerovnoměrnost zohledňujeme Coriolisovým kritériem α . To je definováno jako „podíl skutečné kinetické energie E_k v průřezu stanovené z bodových rychlostí ku kinetické energii vyjádřené z průřezové rychlosti“ [5].

$$\alpha = \frac{\int_S u^3 dS}{v^3 \cdot S},$$

kde α je Coriolisovo kritérium, u [m/s] je bodová rychlost, v [m/s] je střední profilová rychlost a S [m²] průtočná plocha.

Ven Te Chow [4] uvádí, že v běžných kanálech bývají měřené maximální rychlosti poblíž volné hladiny, a to ve vzdálenosti 0,05 až 0,25 hloubky ode dna. Praktický příklad rozdělení rychlostí nalezneme v obr 3.1, kde jsou rychlosti vyznačeny prostřednictvím izočar, „které jsou vhodným porovnávacím kritériem parametrů popisujících nerovnoměrnost rozložení rychlostí“. [6]

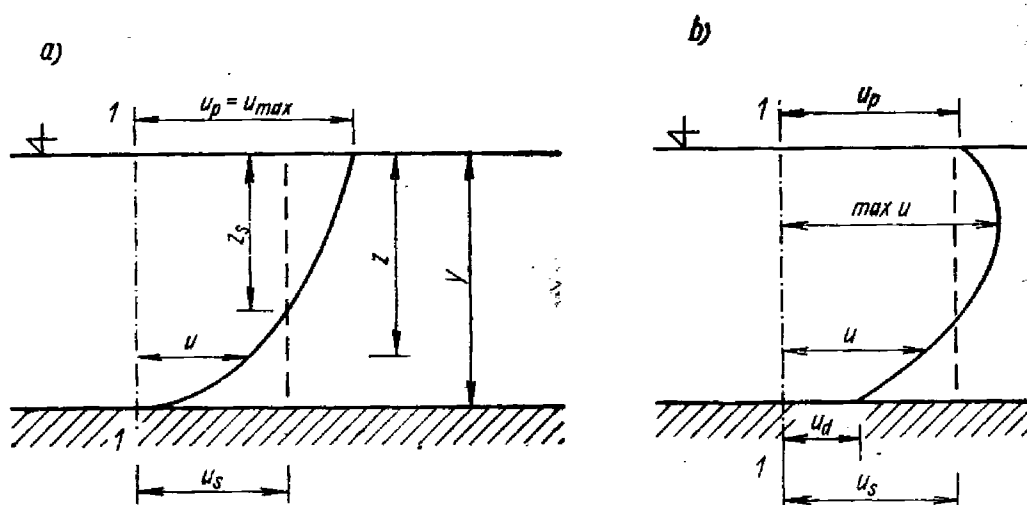
Obr 3.1 – Izočáry rychlostí vytvořené v programu Hydro11



Zmíněné teoretické závěry mohou tedy vést k předpokladu existence obecné závislosti rychlosti na poloze měrného bodu v příčném průřezu. Ovšem rozdělení rychlostí závisí také na dalších faktorech. Chow uvádí drsnost, pravidelnost příčného profilu, nebo přítomnost ohybu. Také uvádí, že působení větru na hladině koryta má minimální vliv. Proměnlivost místa s maximální rychlostí vysvětluje Chow tak, že „v širokém, rychlém a mělkém proudu nebo u velmi hladkých kanálů může často být maximální rychlost ve volné hladině“. [4] A také, že vlivem rostoucí drsnosti, které má vliv na zakřivení průběhu rychlostí po výšce, a maximum posune níže pod hladinu. [4]

Dle Boora [1] je proudění v otevřených korytech „mnohem nepravidelnější než v potrubí a nedá se jednoznačně analyticky vyjádřit – všechny výrazy jen hrubě naznačují skutečnost“. Uvádí jako možné oba teoretické případy výskytu maximální rychlosti ve svislici, jak na hladině viz a) tak také pod hladinou viz b). (obr 3.2) [1]

Obr 3.2 Průběh rychlostí ve svislicích koryta



[1]

3.1. TANGENCIÁLNÍ NAPĚTÍ

Tangenciální napětí vyvolávající třecí síly, které patří do kategorie vnitřních sil kapaliny. Třecí síly neboli odpor působí proti směru proudění. Vznikají vlivem vazkostí jednotlivých vrstviček kapaliny o různých rychlostech. Na rozhraní těchto vrstev se vytvoří vždy v párech vnitřní síly, které se navzájem vyruší. [1] V případě těchto dvou sil jde o princip akce a reakce. „Zůstane proto jen síla tření, která působí na stěnách proudů“. [1] Předpokládá se, že tato síla byla vyvolána tangenciálním napětím na stěně τ_0 , které je v prizmatických profilech na celém povrchu konstantní. Působí-li toto napětí na elementární plochu dS_0 , můžeme ji při rovnoměrném proudění vyjádřit jako:

$$\int_{S_0} \tau_0 dS_0 \equiv \tau_0 \cdot O \cdot l$$

kde O je omočený obvod a l je délka zkoumaného úseku, tak že $S_0 = O \cdot l$. [1] Na celém úseku prizmatického koryta vznikají ztráty, na které uplatníme Bernouliho rovnici. Také budeme předpokládat, že jde o rovnoměrné proudění s kontaktní plochou průřezu a tedy $v_1 = v_2$. Poté z podmínky rovnováhy dostaneme vztah:

$$\tau_0 \cdot O \cdot l = \rho \cdot g \cdot S \cdot (h_1 - h_2) + S \cdot (p_1 - p_2)$$

a po vydělení $\rho \cdot g \cdot S$ a úpravě:

$$\left(h_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g}\right) - \left(h_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g}\right) = \frac{\tau_0}{\rho \cdot g} \cdot \frac{1}{R} = -Z.$$

Poté je možné použít vztah popisující sklon čáry energie $J_E = -\frac{E_1 - E_2}{l}$ [-], (z Bernouliho rovnice) a určit tangenciální napětí na stěnách:

$$\tau_0 = \rho \cdot g \cdot R \cdot J_E$$

„Tímto dostáváme obecně platnou závislost pro rovnoměrný pohyb kapaliny v potrubí i v korytech pro režim laminární i turbulentní“. [1]

Později bude vyjádřeno několik dalších vztahů pro rychlosti a tangenciální napětí a proto je vhodné zmínit si ještě jednu veličinu, kterou dostaneme úpravou a odmocněním předchozí rovnice pro tangenciální napětí na stěnách:

$$\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{g \cdot R \cdot J_E} = v_*$$

kde v_* [m/s] je rychlost tření¹, R [m] je hydraulický poloměr, g [m/s²] tíhové zrychlení, J_E [-] sklon čáry energie, ρ [kg/m³] je hustota kapaliny a τ_0 [N/m²] je tangenciální napětí na stěnách. [1, 4, 5]

4. TEORIE MEZNÍ VRSTVY

Při definici obecného proudění skutečných (vazkých) tekutin jsme předpokládali malé hodnoty členů vyjadřujících setrvačné síly vůči ostatním členům rovnice. Tento předpoklad vychází z malé hodnoty Reynoldsova kritéria Re . Při velkém Re můžeme naopak předpokládat setrvačné síly jako dominantní vůči silám vnitřního tření. Nemůžeme vnitřní tření zcela zanedbat, jelikož při přechodu z Navier-Stokesových rovnic na rovnice Eulerovy nelze najít jejich řešení, při zachování okrajové podmínky v dnové či přístěnné oblasti, pro viskózní tekutinu. [2]

„Experimentálně je totiž potvrzeno, že za normálních podmínek tekutina lne ke stěnám (tj. je vůči stěně v klidu), a proto musíme požadovat, aby na stěnách vymizela normálová i tečná složka rychlosti

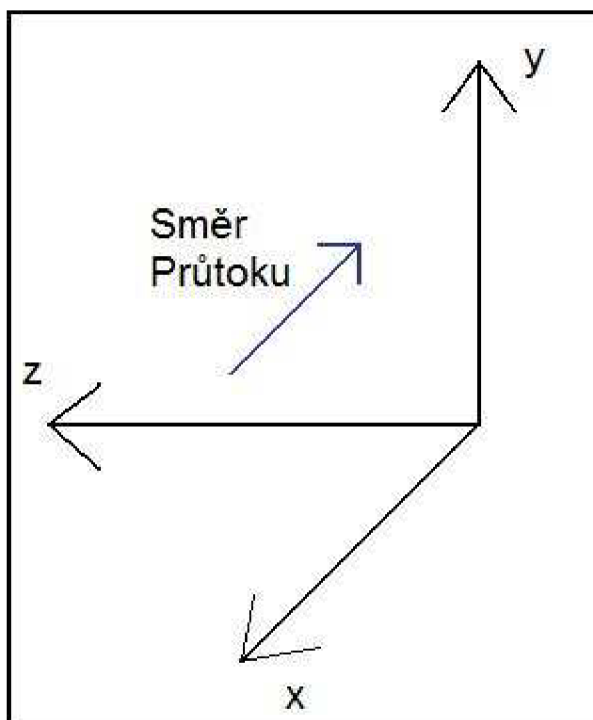
¹ Boor [1] uvádí rychlost tření, lze také použít pojem třecí rychlost, který uvádí například Jandora [5]

tekutiny.“ „Je však experimentálně potvrzeno, že při velkých Re se proudění skutečných tekutin v dostatečné (a to již poměrně malé) vzdálenosti od obtékaných těles (stěn) jen málo liší od proudění dokonalé tekutiny (tzn. je téměř potenciální).“ [2] Tyto dva experimenty vedou k dělení tekutiny za vysokých Re na dvě části. „V jedné, která sousedí s obtékaným tělesem (stěnou), se plně uplatňují viskózní vlastnosti kapaliny, v druhé je proudění téměř potencionální“. [2] Vrstva bližší k obtékanému tělesu (druhá) se nazývá mezní vrstva. Nemůžeme přesně určit geometrickou hranici mezi oběma vrstvami, ale můžeme tímto vymežit část kapaliny, jejíž proudění je významně ovlivněno viskositou. [2]

4.1. ROVINNOST PROBLÉMU

Na využitím měrném žlabu předpokládáme dostatečné široké dno vůči tloušťce mezní vrstvy, proto si můžeme zkoumaný problém zjednodušit na rovinný přístup, tak že zanedbáme rovinu rovnoběžnou se stěnami. Dostaneme při zvolené orientaci (obr. 4.1) rychlost ve směru osy z nulovou ($v_z = 0$), což nám zjednoduší Navier-Stokesovy rovnice na dvě rovnice a rovnici kontinuity. Také nebudeme uvažovat mezní vrstvu na stěnách, od kterých měření probíhalo v dostatečném odstupu, a které mají menší drsnost než dno žlabu.

Obr. 4.1 Zvolená orientace souřadných os v měrném žlabu

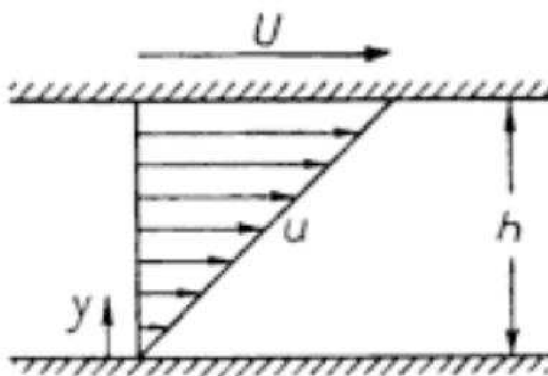


4.2. LAMINÁRNÍM PROUDĚNÍ V MEZNÍ VRSTVĚ

V předchozích kapitolách jsme popsali dva režimy proudění, laminární a turbulentní. Shrňme-li si tyto informace, je nutné předpokládat u těchto režimů odlišné chování rychlostí a tangenciálního napětí v dnové oblasti. Při $Re > Re_k$ (kde Re bereme jako Reynoldsovo kritérium popisující uvažované proudění a Re_k kritické Reynoldsovo kritérium, při kterém se mění režim proudění), bude docházet v mezní vrstvě k turbulentnímu proudění. A k laminárnímu proudění v mezní vrstvě bude docházet při $1 \ll Re < Re_k$. [2]

Zprvu pro případ laminárního proudění v mezní vrstvě bude použit tento model kapaliny: „Budeme předpokládat, že máme nejjednodušší případ vazké kapaliny (Newtonská kapalina a konstantní teplota).“ [7]

Obr 4.2 Znázornění rostoucí rychlosti mezi dvěma vrstvami s různou rychlostí



[2, 7]

Pokud budeme brát dvě rovnoběžné paralelní dostatečně dlouhé roviny, kde první je v klidu, například těsně u dna, a druhá se pohybuje rovnoměrným pohybem rychlostí U . V tom případě bude rozdělení rychlostí mezi těmito rovinami lineární a můžeme říct, že rychlost u je dle vztahu níže úměrná vzdálenosti od spodní roviny: [7]

$$u = f(y) = \frac{y}{h} \cdot U$$

kde h [m] je celková výška od jedné vrstvy k druhé, y [m] je vzdál od osy x a U rychlost horní vrstvy [m/s].

„Za účelem udržení stavu pohybu, musí tangenciální síla ve směru pohybu působit na horní vrstvu. To udržuje třecí síly v kapalině v rovnováze.“ Z experimentálních výsledků vyplývá, že smykové napětí je úměrné podílu rychlosti vrstvy a vzdálenosti od vedlejší vrstvy $\frac{u}{y}$. Toto může být v obecném případě, nahrazeno diferenciálem $\frac{du}{dy}$. [7]

Tento diferenciál nám také pomůže definovat Newtonské kapaliny. Ty chápeme jako takové kapaliny, pro které platí přímá úměra mezi tečným napětím a rychlostním gradientem $\frac{du}{dy}$. [5]

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

kde τ je tečné napětí [N/m^2], μ je dynamická viskozita [$\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$] a $\frac{du}{dy}$ je derivace složky rychlosti podle vzdálenosti v daném směru.

Obecně platný vzorec zmiňovaný v [1, 2, 5, 6, 7], kde τ [N/m^2] je tečné napětí, a u [m/s] je rychlost ve vzdálenosti y [m] od pevné hranice (stěny nebo dna). Konstanta úměrnosti označovaná μ , závisí na povaze kapaliny a nazýváme ji viskosita. [7] Tato funkční závislost, známá také jako Newtonův zákon tření „vyjadřuje sílu vnitřního tření, která působí na jednotkové dotykové ploše dvou pohybujících se vrstev kapaliny při gradientu rychlosti rovném jedné.“ [7]

Veličina μ nazývaná přesněji dynamické viskosita, má jednotku $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$ nebo také $\text{N m}^{-2} \text{s}$ odtud také pojmenování dynamická. Už bylo zmíněno, že dynamická viskosita je závislá na druhu tekutiny, a také je obecně silně závislá na hustotě. U kapalin se s rostoucí teplotou viskosita zmenšuje a bývá přibližně přímo úměrná tlaku, což například u plynů neplatí. [2]

V hydraulice se spíše než dynamická uplatňuje kinematická viskozita ν , která má přijatelnější rozměr m^2/s . Je definovaná jako podíl dynamické viskozity μ [$\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$] a měrné hmotnosti ρ [kg/m^3]. Následující tabulka nám ukáže, že u některých kapalin je viskozita nízká a proto pro ně může platit zanedbání třecích sil, pro jiné je významná.

Tab. 4.1 Tabulka hustoty a kinematické viskozity

Kapalina	Hustota ρ [kg m^{-3}]	Kinematická viskozita $\nu \cdot 10^{-6}$ [m^2s^{-1}]
etylexer	-	0,33
aceton	790	0,42
metylalkohol	792	0,78
benzín	680 - 720	0,65
etylalkohol	789	1,58
rtuť	13 600	0,116
nafta	760 - 900	25 - 140
glycerín	1 260	1 430

Tabulka udává hustotu a kinematickou viskozitu při teplotě 18°C . [1]

Jak bylo řečeno, viskozita je obecně závislá na teplotě. Vliv tlaku se projeví teprve až při velkých hodnotách. Chceme-li přesnou hodnotu kinematické viskozity u vody, je vhodné použít například vzorec dle Poiseuilleho:

$$\nu = \frac{1,87 \cdot 10^{-6}}{1 + 0,0337 \cdot T + 0,000221 \cdot T^2}$$

kde, T [$^\circ\text{C}$] je teplota, a konstanta $1,87 \cdot 10^{-6}$ je kinematická viskozita při 0°C . [1]

4.3. TURBULENTNÍ PROUDĚNÍ V MEZNÍ VRSTVĚ

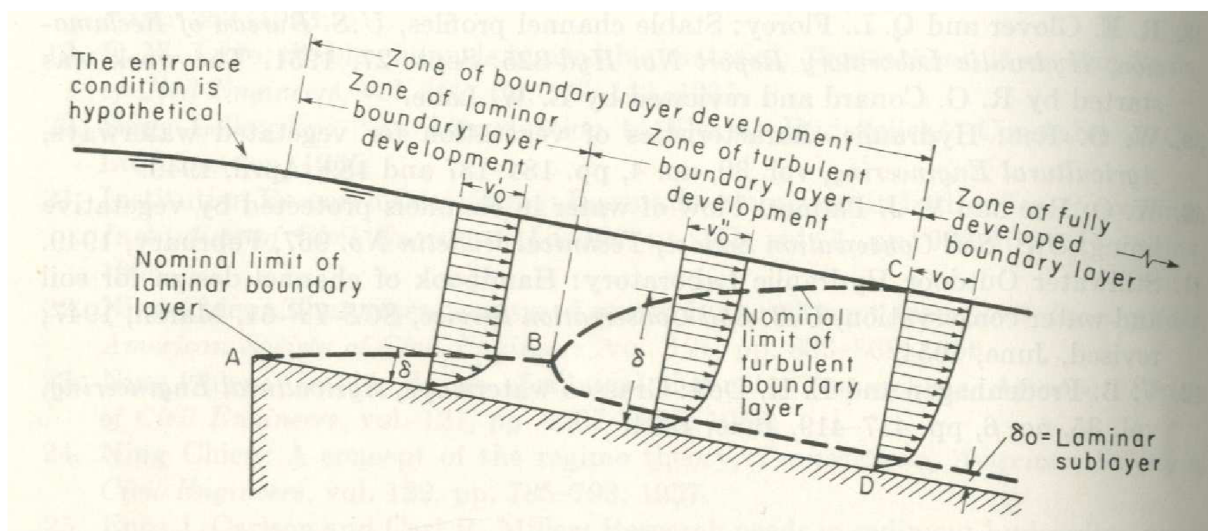
V předchozí kapitole jsme se zabývali laminárním prouděním v mezní vrstvě, tedy za relativně nízkého Re . Při takovém stavu zohledňujeme pouze vnitřní sílu. Při turbulentním proudění, tedy za relativně velkého Re , jsou profilové rychlosti vyrovnanější a také je tangenciální napětí větší. Skládá se ze dvou částí. První část tangenciálního napětí, popsána v předcházející kapitole, je vyvolána vnitřními silami a „druhá část tangenciálního napětí vzniká pulsacemi při turbulenci“ [1]

$$\tau_2 = \rho \cdot u'_x \cdot u'_y$$

Kde $u'_x \cdot u'_y$ [m/s] jsou rychlosti pulzace v daných směrech, ρ [kg/m^3] je hustota, a τ_2 je druhá část tangenciálního napětí [N/m^2] [1, 6]

„Prandtl předpokládá, že složky pulsací rychlostí $u'_x \cdot u'_y$ budou úměrné gradientu $\frac{du}{dy}$ a vzdálenosti l_1 , do které se přemístí.“ [1] Tuto vzdálenost l_1 a koeficienty lineární závislosti složek pulzací Prandtl zohledňuje jedním souhrnným koeficientem s délkovým rozměrem, nazvaným směšovací dráha l' [m]. Chow [4] shrnuje tento poznatek takto: „Při vstupu vody do koryta bude rychlost v příčném průřezu z důvodů mezní vrstvy proměnná s rostoucí vzdáleností, kterou voda v kanále urazila.“ [4] S rostoucí vzdáleností $> l'$ dochází k vývoji proudění v mezní vrstvě, kde na konci (ve vzdálenosti l' od počátku zkoumaného proudění) očekáváme plně vyvinuté proudění v mezní vrstvě. Vývoj názorně popisuje obrázek 4.3.

Obr 4.3 Vývoj laminární vrstvy v otevřeném korytě za ideálních vstupních podmínek



[4]

Pro zjednodušený popis vývoje je předpokládáno na počátku proudění laminární, rovnoměrné, bez deformací v rychlostním poli způsobenými vnějšími vlivy a také je předpokládána konstantní hloubka. Z počátku jde o laminární proudění a laminární proudění v mezní vrstvě ohraničené úsečkou AB. V této fázi vývoje je rozdělení rychlostí ve svislicích přibližně parabolické. S dalším vývojem se začne vytvářet postupně také turbulentní proudění v mezní vrstvě, konkrétně dle obrázku od bodu B do bodu C, a od bodu C jde o plně vyvinuté proudění. [4]

4.4. TLOUŠŤKA MEZNÍ VRSTVY

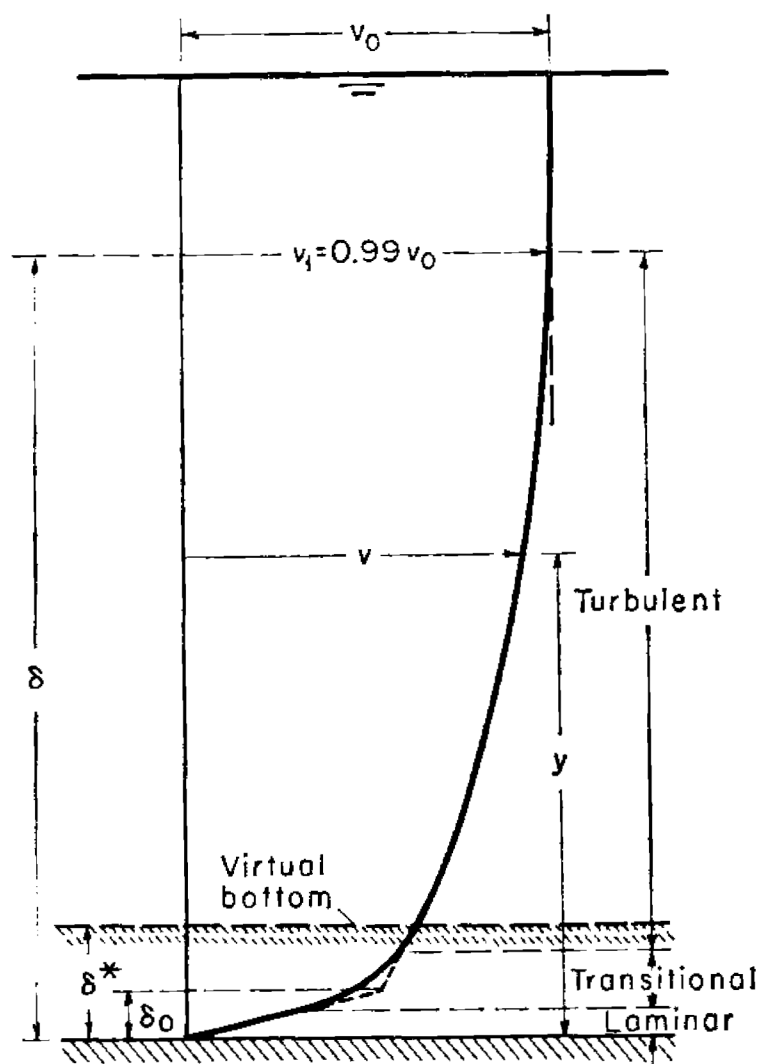
Oblast nad křivkou ABC (obr. 4.3) chápe Chow [4] jako oblast, kde je rychlostní pole ve svislici prakticky konstantní. Tím také definuje mezní vrstvu jako normálovou vzdálenost od hranice ABC po dno, ve které je rychlost v_1 rovna 99% rychlosti v_0 , ke které se křivka mezní vrstvy blíží asymptoticky [4]. Přičemž rychlostí v_1 se rozumí rychlost na hranici mezní vrstvy a v_0 je maximální rychlost v příčném profilu. Praktický dopad mezní vrstvy vidí Chow [4], jako posunutí dna na úroveň fiktivního dna otevřeného koryta o vzdálenost náhradní tloušťky δ_* . V této části mezní vrstvy je oblast nazývaná laminární podvrstva, „ve kterém je pohyb částic pevnými stěnami usměrněn a je laminární i při velkém Re celého proudu“ [4] tato část se označuje jako δ_0 . Hranice mezi laminární podvrstvou a samotnou mezní vrstvou také není přesně určitelná, jelikož mezi nimi leží tzv. přechodná oblast, tak jako u režimu proudění existuje oblast mezi laminárním a turbulentním prouděním.

Pro přibližný výpočet náhradní tloušťky mezní vrstvy δ_* , která je dle obr. 4.4 tvořena převážně laminární podvrstvou δ_0 a turbulentní oblastí, uvádí Chow [4]:

$$\delta_* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{v_1}\right) dy,$$

kde u [m/s] je místní rychlost ve vzdálenosti y [m] od dna a v_1 [m/s] je rychlost na hranici mezní vrstvy. [4]

Obr 4.4. Rozdělení rychlosti u hladného dna kanálu (není v měřítku)



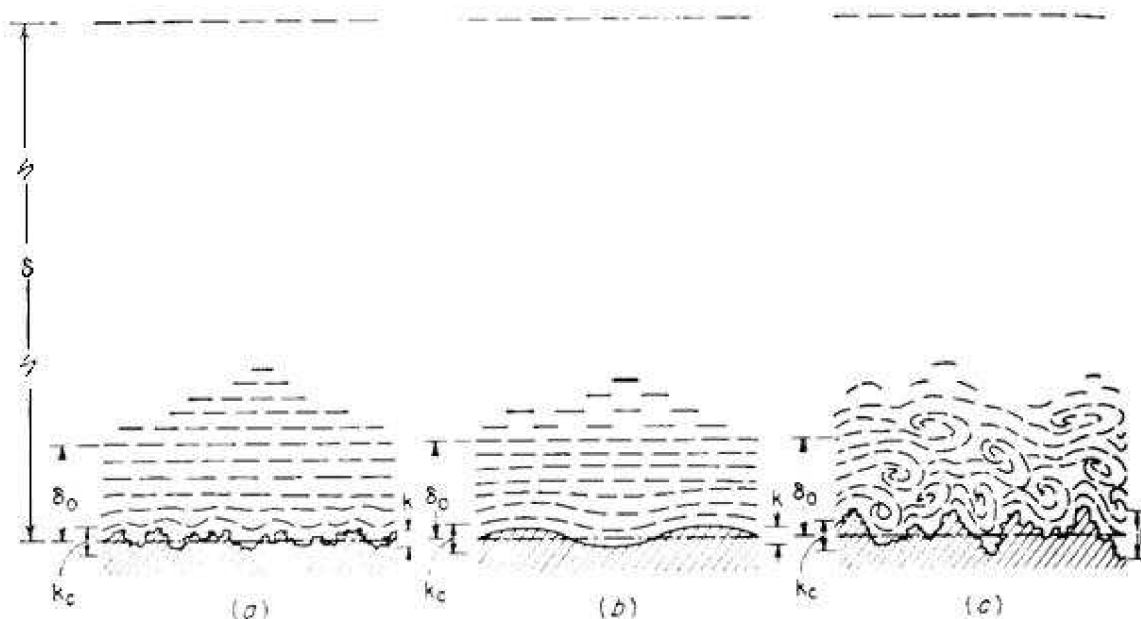
[4]

4.5. VLIV DRSNOSTI

Z předchozí uvedené teorie a obecných závěrů vyplývá nezanedbatelný vliv drsnosti, proto je vhodné se zmínit také o vlivu drsnosti na rychlostní profil v umělých prizmatických kanálech. Na obrázku 4.5. Chow [4] popisuje tři varianty dna umělého koryta, hladké – a), vlnité – b) a drsné – c). Na těchto částech můžeme vidět oblast laminární podvrstvy, u které je předpoklad laminárního proudění². Horní povrch laminární podvrstvy může přecházet v přechodnou oblast. Spodní povrch bude záviset na kritickém součiniteli, který určí, zda bude v laminární podvrstvě docházet k vířům či ne.

² Koncept laminární podvrstvy bere v úvahu také možnost, že se zde vyskytuje malé množství vířivého pohybu, který se k povrchu mezní vrstvy velmi rychle ztrácí. [4]

Obr 4.5. Vlastnost hladkých drsných povrchů



[4]

Na obrázku vidíme, že v případech nízké drsnosti – a) a b) k vírům nedochází. V případě drsného povrchu – c) dochází k vírům a laminární podvrstva se nevytvorí. Rozdělení rychlostí bude velmi záležet na formě a velikosti výstupků způsobujících drsnost. [4]

5. VZTAHY PRO RYCHLOST V PŘÍSTĚNNÉ OBLASTI³

Můžeme analyticky prokázat, že rozdělení rychlostí v dnové mezní vrstvě může být aproximováno logaritmickou funkcí. [4]

Už jsme řekli, že při turbulentním pohybu jsou síly vnitřního tření řádově menší než síly setrvačné, ty jsou díky pulzacím proudů dominantní. Pro tangenciální napětí od pulzací, odvodil Prandtl vzorec pro libovolné místo v turbulentním proudě pod pevným povrchem: [4]

$$\tau = \rho \cdot l'^2 \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)^2$$

Kde l' je směšovací dráha, tedy jak už bylo odvozeno, charakteristická délka, při které dojde k plnému vyvinutí proudění v mezní vrstvě, ρ je hustota kapaliny a du/dy je přírůstek rychlosti na délku y od dna koryta. [4] Navážeme-li na poznatky sepsané v odstavci 2.4. Druhy proudění, můžeme říci, že celkové tangenciální napětí bude součtem napětí od vnitřních sil označeného τ_1 a napětí od pulzací při turbulentním pohybu τ_2 :

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \mu \cdot \frac{du}{dy} + \rho \cdot l'^2 \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)^2$$

[1]

³Zoužela [6] uvažuje přístěnnou oblast jako oblast pod posledním měřeným bodem při hydrometrování. V této práci je tento pojem uvažován obdobně, jako oblast 25 mm - 50 mm ode dna ve vazbě na velikost propelleru hydrometrické vrtule a zásad používaných při volbě měrných bodů.

Pro oblast poblíž pevného povrchu přijal Prandtl následující dva předpoklady, na základě kterých odvodil svou závislost pro rychlost. Předpokládal dvě zjednodušení. Zaprvé, „slučovací dráha je poměrná k výšce nade dnem y a tangenciální napětí je konstantní.“ [4]

„Druhý předpoklad říká $\tau = \tau_0$ “ [4], tedy, že za celkové tangenciální napětí uvažujeme pouze napětí od pevného povrchu (dna). Tyto dva předpoklady pak Prandtl zapisuje jako:

$$du = \frac{1}{\kappa} \cdot \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{dy}{y} \quad (5.1),$$

kde du je derivace rychlosti, κ je konstanta úměrnosti τ je tečná napětí u dna, hustota, y odlehlost ode dna⁴ a dy derivace odlehlosti ode dna. [4]

5.1. SEDMINOVÝ ZÁKON

Boor [1] navrhuje několik možných úprav výchozí diferenciální rovnice (5.1). Zavádí konstantu κ jako konstantu úměrnosti mezi směšovací dráhou l' , a při integraci konstantu, do které vztahem $C = C_1 + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y \cdot v_*}{\nu}$ promítne vliv vazkosti ve formě kinematické viskozity ν . Po úpravě a dosazení za $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ rychlost tření v_* , tak dostaneme dle Prandtla [1] obecně platnou závislost dvou bezrozměrných hodnot jako proměnných:

$$\frac{u}{v_*} = \frac{y \cdot v_*}{\nu}.$$

kde, u [m/s] je místní rychlost, y [m] odlehlost ode dna, v_* [m/s] rychlost tření a ν [m²/s] kinematická viskozita. [1]

Tato závislost je základem pro často používaný vztah pro turbulentní pohyb v dnové oblasti, který je známý jako zákon sedminové mocniny:

$$\frac{u}{v_*} = 8,7 \cdot \left(\frac{y \cdot v_*}{\nu} \right)^{\frac{1}{7}} \quad (5.2),$$

kde, u [m/s] je místní rychlost, y [m] odlehlost ode dna, v_* [m/s] rychlost tření a ν [m²/s] kinematická viskozita. [1]

5.2. LOGARITMICKÝ VZTAH

Provedeme-li prostou integraci základního diferenciálního vztahu (5.1) je jisté, že dostaneme rovnici v logaritmickém tvaru, kterou uvádí [1] v tomto tvaru:

$$u = v_* \cdot \left(\frac{1}{\kappa} \cdot \ln y + C \right) \quad (5.3),$$

kde, u [m/s] je místní rychlost, y [m] odlehlost ode dna, v_* [m/s] rychlost tření, κ koeficient úměrnosti a C integrační konstanta. [1]

Pokud využijeme obdobných vztahů jako u Sedminového zákona, ale necháme rovnici v logaritmickém tvaru, můžeme odvodit tento vztah dle [1]:

$$u = v_* \cdot \left(\frac{1}{\kappa} \cdot \ln \frac{y \cdot v_*}{\nu} + C_1 \right) \quad (5.4),$$

kde, u [m/s] je místní rychlost, y [m] odlehlost ode dna, v_* [m/s] rychlost tření, ν [m²/s] kinematická viskozita a C_1 integrační konstanta. [4]

⁴ Místo výšky hladiny H [mm], kterou je charakterizován konkrétní proudový stav ve žlabu je pro další práci a výpočet místních rychlostí v dnové mezní vrstvě v této práci používán termín odlehlost ode dna y [mm], tedy vzdálenost od pevného dna žlabu po úroveň, ve které je počítaná bodová rychlost.

V předchozích dvou vzorcích vystupují dvě konstanty κ a C potažmo C_1 . „ κ je konstanta úměrnosti⁵ mezi l' a y . Hodnota κ byla určena mnoha pokusy okolo hodnoty 0,40,“ [4] nebo můžeme, jak uvádí Boor [1] dosadit hodnotu pro otevřená koryta, kterou udává Železnakov $\kappa = 0,54$. Konstanta C_1 ve vztahu (5.4) dle [1] je upravená integrační konstanta C .

„Logaritmický zákon byl verifikován několika pokusy“ [4], ale Boor [1] dodává, že o jeho platnosti jsou spory díky zmíněné nemožnosti řešení obecných pohybových rovnic za okrajové podmínky $y = 0$, ale tím se vylučuje spíše platnost v laminární podvrstvě, než celková platnost tohoto zákona. [1]

Jako alternativní možnost můžeme použít při výpočtech vztah, který uvádí Chow [4]. Zde je už dosazeno za $\kappa = 0,40$ a jako integrační konstanta je uvedeno y_0 :

$$u = 2,5 \cdot v_* \cdot \ln \frac{y}{y_0},$$

kde, u [m/s] je místní rychlost, y [m] odlehlost ode dna, v_* [m/s] rychlost tření a y_0 integrační konstanta. [4]

Výsledný vztah se nazývá Prandtl – von Kármánův univerzální zákon rozdělení rychlostí. [4] Tento univerzální zákon pak upravil Chow do přijatelnějšího dekadického logaritmu a specifikoval ho pro drsná i hladká koryta:

$$u = 5,75 \cdot v_* \cdot \log \frac{9 \cdot y \cdot v_*}{v} \text{ pro hladká koryta} \quad (5.5),$$

$$u = 5,75 \cdot v_* \cdot \log \frac{30 \cdot y}{k_s} \text{ pro drsná koryta} \quad (5.6),$$

kde k_s je Nikuradseho písková drsnost, u [m/s] je místní rychlost, y [m] odlehlost ode dna, v_* [m/s] rychlost tření a v [m²/s] kinematická viskozita. [4]

5.3. MOCNINNÝ TVAR DLE NORMY ISO 748

„V praktických aplikacích se často užívá zákonů rozdělení rychlostí v mocninném tvaru.“ [6]. Takovýto vztah je popsán také v normě Měření průtoku kapalin v otevřených prizmatických korytech [8] ve tvaru:

$$u_y = v_a \cdot \left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (5.7),$$

Kde, u_y je místní rychlost, y [m] odlehlost ode dna, a odlehlost bodové rychlosti v_a ode dna, v_a bodová rychlost z hydrometrování a m koeficient. [8]

Ve vzorci (5.7) je v_a rychlost v nejnižším známém bodě změřená pomocí hydrometrické vrtule ve výšce a nade dnem a $1/m$ je exponent. Tato rovnice nám pomůže dopočítat rychlost v_y ve svislici, pod bodem ve vzdálenosti a , ve vzdálenosti y od dna. „Exponent m leží obecně mezi hodnotami 5 a 7, ale může kolísat v širokém rozsahu v závislosti na hydraulickém odporu.“ [8] Norma dále uvádí možnost výpočtu exponentu m dle vzorce:

$$m = \frac{C_{ver}}{\sqrt{g}} \cdot \left(\frac{2 \cdot \sqrt{g}}{\sqrt{g} + C_{ver}} + 0,3 \right),$$

kde C_{ver} je Chezyho koeficient pro jednu svislici a g tíhové zrychlení. [8]

Dále je v normě [8] uvedeno, že exponent by se měl pohybovat v rozmezí 2 až 10, kde $m = 2$ je pro hrubý povrch a $m = 10$ pro povrch hladký. [8] Dle závěrů v práci Žoužely [6] se jeví jako lepší odhad

⁵ Konstantu úměrnosti κ Boor [1] uvádí jako univerzální konstantu turbulence.

exponentu m na základě porovnání několika měření v dané svislici a zkušeností měřitele, než určení koeficientu C_{ver} a z něj výpočet m . „Chezyho koeficient C_{ver} je především funkcí drsnosti koryta, jejíž odhad bývá často velmi komplikovaný.“ [6]

6. CÍLE PRAKTICKÉ ČÁSTI

Jak vyplývá z teoretické části práce, rozdělení rychlostí je v mezních vrstvách u pevného povrchu odlišné od rozdělení rychlostí měřených výše nade dnem. Limitem pro hydrometrování vrtulí v oblastech u pevných překážek je podmínka pro rozměrovou zásadu. „Minimální vzdálenost osy vrtule od stěny musí být $0,75 d$ “ [9], kde d je vnější průměr propeleru používané vrtule. Ze zkušeností pracovníků Laboratoře vodohospodářského výzkumu (LVV) Fakulty stavební v Brně se z důvodů různých drsností či drobných poruch vzdálenost zaokrouhluje na jednonásobek průměru propeleru. Žoužela [6] uvádí, že pro správné určení svislicové rychlosti je třeba se rozdělením rychlostí pod posledním měřeným bodem zabývat. Proto používáme vztahy pro dopočet rychlosti na základě teorií o mezní vrstvě či vývoje rychlosti v této přístěnné oblasti, z nichž některé jsou uvedeny v teoretické části této práce. Nevýhodou těchto metod dopočtu rychlostí je, že jsou jen přibližnou aproximací reálného chování rychlostí v dnové mezní vrstvě. V těchto podmínkách, náročně popsatelných matematickými vztahy, je důležité opřít se o empirické výsledky, založené na dostatečném počtu naměřených hodnot.

Pokud hovoříme o prizmatických korytech, používáme pro výpočet průtoku metodu rychlostního pole, jejíž princip je dopočet rychlosti z bodových rychlostí v celém příčném profilu. Dopocet mezi měrnými body směrem od měrného bodu ke stěně či dnu (extrapolace) je zatížen jistou chybou a je rozhodně více nepřesný než dopočet mezi měrnými body navzájem (interpolace). To vede k potřebě umísťovat měrné body pro hydrometrování vrtulí do těsné blízkosti pevných stěn a dna koryt kde proudění komplikují drobné nerovnosti, je zde menší rychlost a větší třecí síly. Problematičnost je právě vnímána při nízkých rychlostech a průtocích. Norma [8] předpokládá, že při měření vodoměrnou vrtulí s rotačním prvkem v blízkostech jejich měřitelných minimálních rychlostí je nejistota stanovení rychlosti vysoká. Z těchto předpokladů, je jako oblast zájmu experimentální části práce stanovena oblast v rozsahu jednoho průměru propeleru hydrometrické vrtule ode dna měrného profilu. Dle zkušeností pracovníků LVV, můžeme tuto oblast specifikovat na cca 50 mm (eventuálně 25 mm) od dna do vzdálenosti několika jednotek milimetrů ode dna, kde už jsou rychlosti velmi malé.

Také to ukazují faktické údaje o tloušťce laminární podvrstvy, nebo spíše lépe spočitatelné náhradní tloušťky mezní vrstvy δ_* . Hodnoty uvedené v tabulce 5.1 jen potvrzují oblast s možnými velkými nepřesnostmi v oblasti u dna.

Tab. 5.1. Vypočtené hodnoty náhradní tloušťky mezní vrstvy

Q [l/s]	h [mm]	δ_* [mm]
15	44	6,0
15	66	6,9
15	109	5,5
15	142	6,0
15	228	5,8
30	66	6,6
30	84	6,5
30	121	6,0
30	199	9,6

Q [l/s]	h [mm]	δ_* [mm]
30	353	6,9
60	102	5,6
60	137	5,9
60	231	6,0
60	355	7,8
120	157	8,3
120	192	6,9
120	313	6,4
120	398	4,7

Cílem experimentální části této práce je získání dostatečného počtu naměřených hodnot v zájmové oblasti, které bude možné statisticky zpracovat. Tyto hodnoty doplnit kontrolním měřením pomocí běžně užívané metody přes celou hloubku příčného profilu. Pro tuto práci bylo zvoleno hydrometrování

vodoměrnou vrtulí. Díky tomuto ověřujícímu měření bude možné závěry použít i v praxi při měření touto i jinou obdobnou metodou. Důležitá je současnost obou měření, měření PIV i hydrometrickou vrtulí bude srovnáváno a proto je důležité změřit hodnoty téměř současně, a při jednom nastavení chodu hydraulického okruhu.

Cílem této práce je také všechny výstupy měření porovnat se vzorci, které byly uvedeny v teoretické části, a na základě tohoto porovnání vyhodnotit vhodný postup dopočtu průběhu rychlosti pod posledním měrným bodem. Závěry práce mohou doplnit, upravit a specifikovat stávající vzorce nebo navrhnou postupy pro jiný vhodný přístup, který by mohl být využíván při doplnění informace o rychlostním poli při hydrometrování vrtulí na prizmatických obdélníkových korytech.

6.1. VOLBA VHODNÉ METODY MĚŘENÍ

„Měřidla či metody užívané pro stanovení hodnot rychlostí proudící kapaliny lze z metodického hlediska dělit na kontaktní a bezkontaktní.“ [6] Pro oblast měření v dnové mezní vrstvě, kde zohledňujeme vliv tangenciálního napětí od pevné podložky, by bylo nevhodné použít kontaktní metodu, kde je v daných podmínkách rozměr měřicí sondy nezanedbatelný. Tento důvod spolu s vhodností prizmatického měrného žlabu v laboratoři vodohospodářského výzkumu vedl na využití některé z metod laserové anemometrie, konkrétně na rovinnou laserovou anemometrii.

Pro porovnávací měření bylo zvoleno měření hydrometrickou vrtulí, s mechanickým pojezdem a automatickým sběrem dat. Toto měření, vzhledem k předpokladu neovlivnění rychlosti příčnou složkou v_z , bude provedeno pouze v jedné svislici, ale doplněno měřeními po celé délce žlabu pro zjištění vývoje rychlosti od vtoku do měrného žlabu po místo měření metodou PIV a hydrometrickou vrtulí.

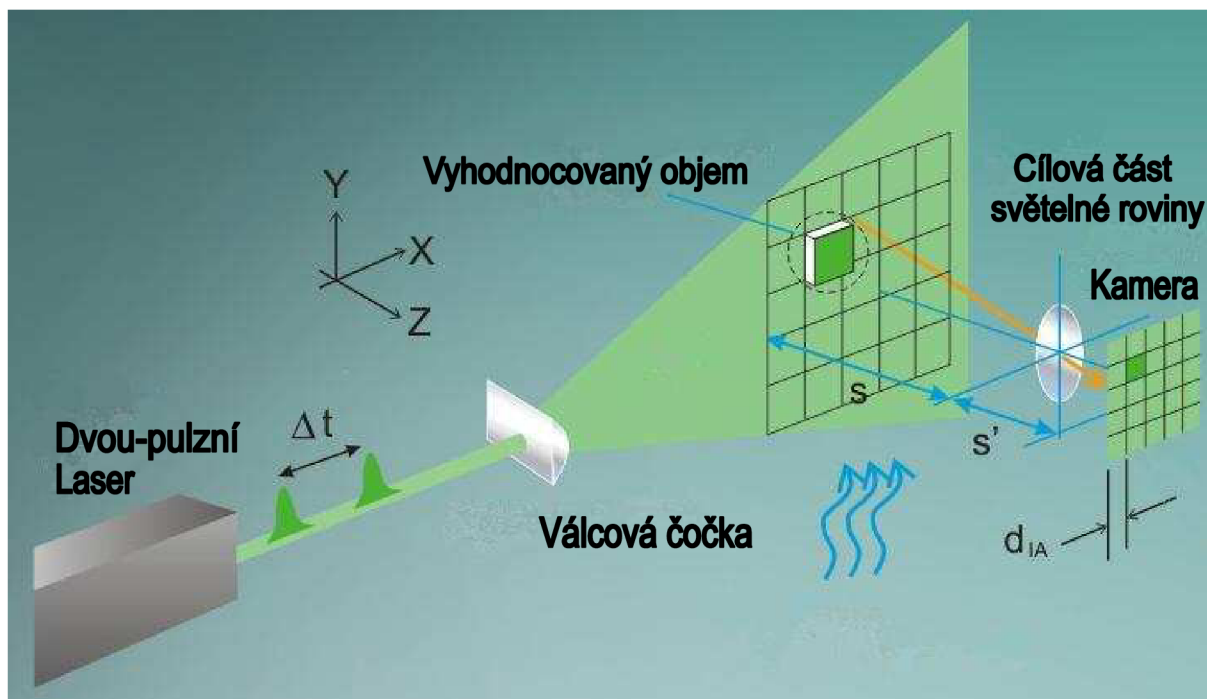
6.2. PRINCIP POUŽITÝCH MĚŘÍCÍCH METOD

Tento odstavec shrnuje teorii měřících metod, které byly využívány pro tuto práci. Základní myšlenkou bylo využití rovinné laserové anemometrie⁶. Jak už bylo zmíněno, je to bezkontaktní měřící metoda založená na možnosti velmi rychlého snímání a záznamu obrazu a na matematickém vyhodnocení. Při výběru metody bylo zohledněno několik podmínek, která museli být splněny, aby mohlo být provedeno regulérní měření pomocí metody PIV. Jde o podmínku průhlednosti měřené kapaliny, o výskyt pevných částic, které svou hmotností a chováním v proudě simulují chování jednotlivých částic kapaliny, a také dva průhledné vstupy do měřicího žlabu, které jsou na sebe kolmé a dostatečně velké. V našem případě byly všechny podmínky splněny, proto mohla být využita tato efektivní metoda laserové anemometrie.

PIV „je technika měření, umožňující získat informace o okamžitém rozložení rychlostí v dvourozměrném poli v proudící tekutině.“ [10] Jde o způsob, kde jsou vektory rychlostí odvozeny ze známého času a dráhy částic unášených měřeným médiem. Částice jsou dvakrát těsně po sobě osvětleny laserem, a tak je možné určit jejich pozici ve dvou časech.

⁶ Rovinná laserová anemometrie, nebo také integrální laserová anemometrie je český ekvivalent Particle image velocimetry, která se zkracuje PIV.

Obr. 6.1. Schematizované základní rozestavení příslušenství pro měření metodou PIV

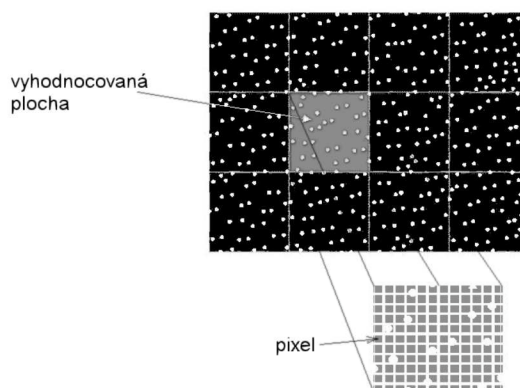


[11]

Pulzy laseru jsou pomocí optického ramene a válcové čočky přeneseny a upraveny na tenký světelný list, který osvětlí cílovou světelnou rovinu tak, že „záznamový systém, nejčastěji CCD kamera, umístěný optickou osou kolmo ke světelné rovině, zobrazí každou částici jako světlé zrno na tmavém pozadí“ [10] Měřené částice mohou být součástí měřené kapaliny a v případě jejich absence nebo nevhodných vlastností, (jejich pohyb neodpovídá pohybu vlastních molekul kapaliny) se měřené médium sytí částicemi různých vlastností dle ceny a typu měření. [10]

Kamera počítačově synchronizovaná s generátorem pulzů pořídí dva obrazy rychle za sebou. „Obrazy kamery jsou rozděleny na pravoúhlé oblasti (viz obr 6.2).“ [10] Tyto oblasti nazýváme vyhodnocované plochy a dva odpovídající si snímky tvoří prvotní obrazovou informaci.

Obr. 6.2. Obrázek vyhodnocovaných ploch



[10]

„Pro každou z těchto vyhodnocovaných ploch je korelačními metodami stanoven jeden vektor, reprezentující průměrný posun“ všech částic v této oblasti. [10] Výpočtový čas Δt je časem mezi dvěma volenými pulzy laseru a pak můžeme průměrný vektor rychlosti ve vyhodnocovacím objemu zapsat ve tvaru:

$$\overline{v_x} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} \text{ a } \overline{v_y} = \frac{\Delta \bar{y}}{\Delta t},$$

kde $\overline{v_x}$, $\overline{v_y}$ jsou složky rychlosti přiřazené vyhodnocované oblasti, $\Delta \bar{x}$, $\Delta \bar{y}$ jsou průměrné posuny částic ve směru daných os a Δt výpočtový časový úsek. [11]

$\Delta \bar{x}$ (respektive $\Delta \bar{y}$) je průměrný posun částic ve směru osy x (respektive y) ve vyhodnocovaném objemu. [10, 11] Přiřazením vektoru rychlosti dané vyhodnocované ploše dostáváme z každých dvou snímků jednu mapu neupravených rychlostních vektorů. Na neupravené mapy se aplikují kontrolní algoritmy a statisticky se vyhodnocují nebo se z nich vytvářejí jiné výstupy (proudnice, pole vířivosti, atd.). [10]

7. POPIS MĚŘENÍ V PRIZMATICKÉM MĚRNÉM ŽLABU

V této kapitole bude popsáno, jakým způsobem probíhalo měření v laboratoři vodohospodářského výzkumu (LVV) na ústavu vodních staveb fakulty stavební VUT v Brně.

7.1. POPIS MĚŘENÍ METODOU PIV

Prvním krokem před zahájením měření byla příprava laboratoře a měrného žlabu (žlab č. 4 LVV, v budově B, FAST VUT v BRNĚ). Ve zvoleném žlabu se skleněnými stěnami, byl vyhotoven v betonovém dně otvor, který byl osazen rovněž sklem. Po instalaci všech zařízení (výkonný pulzní laser, rameno směřující svazek na válcovou čočku, zrcadlo odrážející světelný list a kamera) dle vyobrazeného schématu (obr 6.1) bylo nutné provést několik pokusů a drobné doladění pozice všech zařízení.

Světelná rovina byla nastavena rovnoběžně s prouděním, orientována k měření rychlostí ve směru osy x a y (viz obr 4.1), aby nám poskytla informaci o průběhu rychlostí na svislici. Počátek světelného listu byl nasměrován na samotný okraj průhledného prostupu výše po proudu, aby bylo minimalizováno ovlivnění vlivem změny povrchu dna žlabu, z hladkého betonu na sklo. Umístění měrné svislice bylo odsazeno od podélné osy symetrie žlabu, jelikož bylo třeba splnit dostatečnou prostupnost světla měřenou kapalinou. Měřená kapalina v LVV byla, vzhledem k uzavřenosti hydraulického okruhu, průhledná jen částečně a obsahovala částičky písku z předchozích pokusů (zejména těch řešících splaveninový režim). Měrná svislice byla zvolena přibližně ve třetině šířky příčného profilu blíže směrem ke straně, kde bylo umístěno záznamové zařízení (kamera). Další z kroků, vyplývající z podmínek správného získání informací pomocí kamery, bylo zatemnění prostoru laboratoře od slunečního světla. Tyto přípravy laboratoře reflektovaly bohaté zkušenosti vedoucího práce s touto měřicí metodou. Dle vizuálního hodnocení hladiny žlabu byly provedeny změny ve způsobu tlumení vln na počátku žlabu. Po několika pokusech při různých hladinách a průtocích bylo empiricky nalezeno optimální řešení rozmístění velkých kostek na vstupu do žlabu a menších kostek za nimi v šachovnicovém rozestavení. Tyto překážky pomohly utlumit část kinetické energie proudu na vstupu do žlabu (viz obr. 7.1).

Obr. 7.1 Nastavení žulových kostek do prostoru žlabu



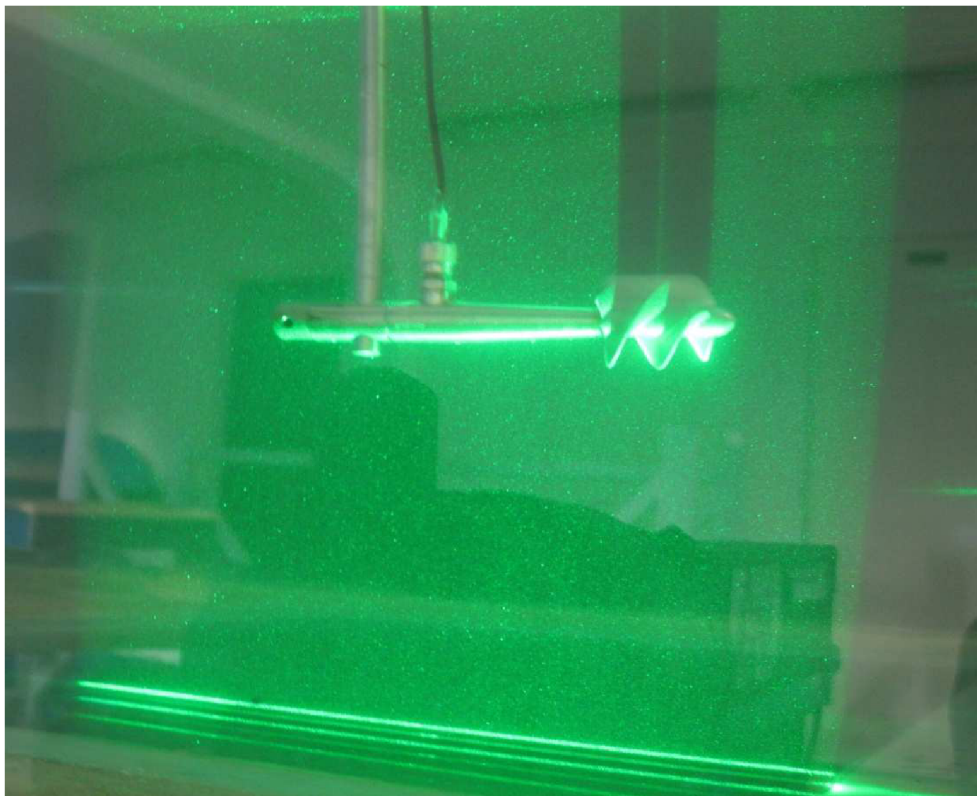
Důležitá součást měření metodou PIV je určení měřítka získaných prvotních obrazových informací. Možností získání je několik, podle místa měření. Využívá se například pevného předmětu známých rozměrů, který je zachycen v obraze. V tomto případě bylo použito pro získání měřítka měření při průtoku 15 l/s a hladině 44 mm, při této situaci bylo možné nastavit kameru tak, aby bylo snímáno dno i hladina současně. Poté bylo možné, dle výšky hladiny opakovaně změřené hrotovým měřítkem, určit skutečnou vzdálenost zaznamenaného dna a zaznamenané hladiny a toto měřítko poté použít na všechny hodnoty změřené v tomto rozestavení měřicí techniky PIV.

7.2. POPIS MĚŘENÍ HYDROMETRICKOU VRTULÍ

V předchozím textu byla zmíněna důležitost provázání různých měřících metod, a proto bylo současně měřeno kromě metody PIV také pomocí hydrometrické vrtule. Hydrometrická vrtule nám na rozdíl od metody PIV neumožní okamžitý pohled na stav rychlostního pole, nelze tedy provést okamžitou kontrolu.

Typ vrtule, kalibrované v LVV, byl pro potřeby této práce zvolen OTT-C-2 číslo 5. Pro měření byla vybrána metoda s mechanickým pojezdem, ale pouze ve směru osy y , tedy svislicí nahoru a dolů, jelikož bylo metodou PIV měřeno pouze v jedné svislici v místě světelného listu laseru (obr. 7.2.).

Obr. 7.2. Souběžné měření metodou PIV a hydrometrickou vrtulí



Pohon pojezdu ve směru osy z byl neaktivní. Odečítání odezvy rotační části měřícího zřízení bylo ukládáno na notebook a celkovou koordinaci soustavy pro hydrometrování hydrometrickou vrtulí zajišťoval program pro měření rychlostního pole sestavený v uživatelském softwaru Delphy. Výstupem z programu byla sada hodnot v jedné svislici, kdy pro předem zvolený počet bodů ve svislici zařízení odečetlo počet otáček propeleru a k nim pozici měrného bodu na svislici.

Každé měření při určitém nastavení průtoku a výšce hladiny bylo pro větší přesnost provedeno dvakrát v jedné svislici. Doba měření jednoho měrného bodu byla 30 s, a výstup z každého měrného bodu tedy vycházel z měření trvajících celkem 60 sekund (2x 30 s). Což je výrazně více než minimální dovolená doba měření dle normy [8]. Výstupy byly kontrolovány a v případě špatného zaznamenání hodnot pomocí programu bylo měření opakováno.

7.3. CELKOVÝ POSTUP MĚŘENÍ

Pro daný nastavený průtok byla změřena naráz odezva ze tří měřících zařízení. Za prvé byla změřena výška hladiny hrotovým měřítkem. Dle této hladiny byl upraven program pro odečet hydrometrickou vrtulí. Konkrétní počet zvolených měrných bodů ve svislici byl určen, tak jak doporučuje norma, aby bylo měření přesné, ale aby byla dodržena podmínka o minimální osové vzdálenosti dvou poloh vrtule, která musí být větší nebo rovna:

$$\frac{(d_1 + d_2)}{2} + 0,03 \text{ m},$$

kde v našem případě se $d_1 = d_2 = d$ což odpovídá průměru propeleru. [8]

Současně bylo také aktivováno měření metodou PIV, které si obecně vyžádalo vždy kratší čas. Obvykle proto před záznamem hodnot bylo zapnuto kontinuální snímání pro kontrolu prvotní obrazové informace, která mohla být například nevhodná z důvodů nedostatečného osvětlení nebo naopak přesvětlení. Teprve po upravení intenzity laseru, celkové doby měření a dalšího nastavení bylo zahájeno

samotné měření PIV a ukládání hodnot. Pro úpravu prvotní obrazové informace, a práci se zaznamenanými hodnotami byl použit program Flowmanager.

Při měření PIV bylo odměřeno pro jedno nastavení průtoku 100 okamžitých stavů rychlostního pole. Nastavení průtoku probíhalo standardním způsobem používaným v LVV, tedy pomocí dotykového ovládacího panelu v laboratoři. Byl nastaven požadovaný průtok, a poté pomocí ručního ovládání bylo přivřeno či otevřeno stavidlo na konci žlabu, které vzdouvalo výšku hladiny. Ta byla prve kontrolována na ovládacím panelu žlabu, který získával informaci přes ultrazvukový hladinový snímač a poté nastavena na vhodnou úroveň.

Po každém nastavení průtoku a výšky hladiny bylo třeba vyčkat, než se vyrovná přítok a odtok v měrném žlabu a nastane požadované ustálení proudění. Poté bylo provedeno měření popsané výše. Bylo měřeno pro čtyři hodnoty průtoku, které by měli poskytovat dostatečný počet různých možných stavů rychlostního pole (různých svislicových rychlostí). Vybrané průtoky byly 15, 30, 60 a 120 l/s, skutečné stavy odečtené při měření jsou v tabulce 7.1.

Tab. 7.1 Měřené stavy průtoku a výšky hladiny

číslo měření	Q [l/s]	H [mm]
1.	15,0	44
2.	14,9	66
3.	14,8	109
4.	14,7	142
5.	14,9	228
6.	29,9	66
7.	30,1	84
8.	29,8	121
9.	29,7	199
10.	30,3	353
11.	60,2	102
12.	60,1	137
13.	60,3	231
14.	60,4	355
15.	119,9	157
16.	120,1	192
17.	120,2	313
18.	120,1	398

7.4. MĚŘENÍ VÝVOJE RYCHLOSTNÍHO PROFILU PO DÉLCE

Cíl této práce je zjištění skutečného stavu pro rychlostní pole v dnové vrstvě prizmatických obdélníkových koryt. Tedy obecný stav, měření se ale většinou z praktických důvodů realizuje pouze v jenom příčném profilu, s ohledem na prizmaticčnost koryta. Prostorové či jiné směrové změny, které se vyskytují na počátku a konci prizmatických žlabů však mohou mít také jistý vliv na vývoj rychlostního pole po délce. Z toho důvodu bylo zařazeno měření v konkrétních příčných profilech po délce měrného žlabu od začátku až ke konci žlabu, kde bylo měřeno pomocí PIV a hydrometrické vrtule. Měření proběhlo v jedné konkrétní svislici, ve stejné vzdálenosti od boční stěny kanálu jako předchozí měření. Bylo měřeno při 7 stavech průtoku a výšky hladiny spíše při nižších hladinách a průtoku 15, 30, 60 a 120 l/s.

8. VYHODNOCENÍ MĚŘENÍ A POROVNÁNÍ VZORCŮ

V experimentální části této práce bylo získáno celkem 18 souborů hodnot měření metodou PIV a 18 souborů hodnot měření hydrometrickou vrtulí (pro každý stav průtoku a výšky hladiny) zmíněných v tab. (7.1). Těchto 18 souborů hodnot bylo samostatně vyhodnoceno a srovnáno. Později byl také doplňkově měřen vývoj proudění po délce žlabu hydrometrickou vrtulí a bylo provedeno základní vyhodnocení vývoje rychlostního pole.

Je však důležité zdůraznit, že samotné měření a vyhodnocení přesnosti měření nejsou úplným cílem této práce jsou pouze prostředkem pro získání informací o rychlostním poli v dnové mezní vrstvě a k následnému navržené vhodné postupu při zpracovávání rychlostního pole obecně bez měření v přístěnné nebo dnové oblasti.

8.1. STATISTICKÉ ZPRACOVÁNÍ HODNOT MĚŘENÝCH POMOCÍ PIV

V experimentální části práce byl kladen důraz na získání dostatečně velkého souboru hodnot relevantních a také bez vadných. Proto byla zvolena popsána metoda PIV, která sama o sobě počítá právě s vyřazením chybných odezev měření, a jejich větší počet by mohl mít dopad na přesnost měření.

Prvním krokem vyhodnocení bylo přiřazení každé vyhodnocované ploše jeden vektor podle převládajícího pohybu částic. Tato operace, prováděná softwarem Flowmanager, byla pro potřeby této práce zjednodušena matematickým nástrojem zvaným korelace. Program Flowmanager nabízí několik možných typů korelace a nejvhodnějším typem byla Adaptivní vzájemná korelace (Adaptiv Cross-Correlation). Vzájemná korelace porovnává částice na dvou snímcích tak, aby se co největší počet částic vyskytoval na obou snímcích. Předchozími dvěma iteracemi byl zjištěn předpokládaný vývoj pohybu částic a na základě toho bylo možné přiřazené vektory zpřesnit. Poté mohlo dojít k výpočtu průměrného posunu všech částic ve vyhodnocované ploše a poté jednoho vektoru pro danou odlehlost ode dna. Adaptivní korelace však neslouží k odhalení chybných informací, ale pouze jako postup při získání vektorů. Přesný matematický postup není v práci popsán, jelikož není předmětem práce a přesahuje její rozsah.

Vyhledání chybných nepřesných vektorů, způsobených například náhodným přesvětlením, výskytem částice nestandardní velikosti či jiným způsobem, je proveden pomocí metody Klouzavého průměru (Moving Average). Touto metodou jsou porovnávány vyhodnocované plochy, respektive vektory jim přiřazené s vektory v jejich okolí. Je-li takový vektor odlišný v parametrech své velikosti (složka v_x a v_y) od vektorů v zadané porovnávací oblasti o více než zadaná tolerance, je označen.

Tyto vektory mohou svou odlišností přispět k nesprávnému závěru, proto je nutné je dále upravit nebo je odstranit. Je však důležité rozlišit, jde-li o vektor, který je odlišný od ostatních vlivem chyby na prvotní obrazové informaci, nebo který je odlišný z důvodu náhlé změny rychlostního profilu, kterou pokud bychom zanedbali, tak bychom nedostali správný průměrný stav rychlostního pole.

Z těchto důvodů je pro vyhodnocení nutná zkušenost k volbě vhodných porovnávacích hodnot jejich velikostních odchylek, a také je důležitý individuální přístup nejen ke každému souboru měření, ale také k jednotlivým prvotním obrazovým informacím zachycujícím okamžitý stav rychlostního pole. Mimo použitého Klouzavého průměru nabízel použitý program také další nástroje, jeden z testovaných a pro podobné případy využívaný nástroj se jmenuje Rozsah rychlosti (Range validation), který však neukazoval na jiné chybné vektory více než použitá metoda Moving Average pokud nebylo vyřazeno příliš mnoho vektorů, které měly být dle zkušeností vedoucího práce zachovány.

Po označení vektorů, které jsou odlišné, byl vybrán následující postup. Nabízely se dvě možnosti, vyřazení, nebo nahrazení těchto vektorů. Už při označování vektorů je důležité věnovat pozornost počtu takových vektorů, bude-li jich mnoho, je možné, že se ztratí některé důležité informace o chování

rychlostního pole, kterou nesly vyřazené vektory. Informace, jako například prudká změna směru či velikosti může popisovat skutečné chování pole a pro její odlišnost od ostatních vektorů by byla znehodnocena. Pro tuto práci byly všechny označené vektory pomocí Klouzavého průměru vymazány, a nebyly tak zařazeny do následných vektorových statistik (Vector statistic). V tomto kroku byla určena střední hodnota ze souboru 100 vektorových polí pro každou vyhodnocovanou plochu, tedy z 96 - 100 (dle počtu vyřazených) změřených vektorů, byl vytvořen jeden časově střední vektor pro každou z 1572 vyhodnocovacích ploch.

Výstupem z jednoho souboru měření (pro daný stav průtoku a výšky hladiny) bylo vektorové pole⁷ z nevyřazených vektorů v souřadnicích x a y se střední odchylkou a počtem započtených vektorů. Vektorové pole bylo určeno nastavením kamery a světelného listu tak, aby mělo co největší rozlišovací schopnost ve směru odlehlosti ode dna (souřadnice y). Celkové rychlostní pole bylo tvořeno 12 svislicemi s maximální odlehlostí ode dna 60 mm. Toto nastavení vycházelo z potřeby porovnat informace získané metodou PIV s metodou hydrometrování vodoměrnou vrtulí, a také aby bylo možné získat hodnoty s co největší vypovídající schopností pro daný problém.

Ze zkušeností vedoucího práce můžeme říci, že obvykle jsou všechny okrajové hodnoty z měření metodou PIV méně přesné, a proto, především ve směru proudění, první a poslední svislici bylo vhodné pro další srovnání nepoužívat. Další omezení použití hodnot vyplývá, jak už bylo v předchozím textu zmíněno, z důvodů, že měření probíhalo na přechodu pevného betonového žlabu a skleněného otvoru ve dně. Proto bylo použito jen několik konkrétních svislic. Byla vynechána první a druhá svislice, a použita byla až svislice 7 mm od kraje, a pak další dvě následující svislice ve vzdálenosti 11 a 14 mm od kraje skleněného prostupu. Tyto tři svislice časově středních hodnot byly opět průměrovány, tentokrát pro celkový prostor 7 - 14 mm. Pro následné srovnání mohl být použit různý počet svislic, od jedné po šest, které by splňovaly předchozí požadavky vhodné vzdálenosti od kraje (ne příliš velké ale také ne minimální), a proto může být tato volba považována za kompromisní. Prostor tří svislic bude také vhodnější pro srovnání s bodovými rychlostmi z hydrometrování vrtulí, které bývají také získány z určitého prostoru, určitého ne příliš velkého rozsahu.

8.2. STATISTICKÉ VYHODNOCENÍ HYDROMETROVÁNÍ VODOMĚRNOU VRTULÍ

Výstupy z hydrometrování vrtulí byly vyhodnocovány pomocí kalibrační rovnice v kombinaci s postupy, které vycházely ze zkušeností pracovníků LVV. V měrných bodech byla určena předchozí kalibrační traverzačního zařízení y souřadnice, ke které byl přiřazen změřený počet otáček za třicet sekund. Z počtu otáček byla získána vydělením dobou měření frekvence, která byla dosazena do vzorce pro výpočet rychlosti, tzv. kalibrační rovnice. Jako kalibrační rovnice byla, na místo dvou lineárních rovnic obvykle používaných v programu Hydro 11, použita rovnice v polynomickém tvaru.

$$v = a_6 \cdot f^6 + a_5 \cdot f^5 + a_4 \cdot f^4 + a_3 \cdot f^3 + a_2 \cdot f^2 + a_1 \cdot f + a_0,$$

kde a_1 až a_6 jsou koeficienty, v Tab. 8.1 jsou uvedeny zaokrouhlené na dvě platné číslice.

⁷ Vektorovým polem rozumíme pole místních rychlostí v rovině xy .

Tab. 8.1 Koeficienty kalibrační rovnice použité vrtule OTT-C-2 č. 5

a_6	$4,9 \cdot 10^{-9}$
a_5	$-3,9 \cdot 10^{-7}$
a_4	$1,2 \cdot 10^{-5}$
a_3	$-1,8 \cdot 10^{-4}$
a_2	$1,2 \cdot 10^{-3}$
a_1	$5,1 \cdot 10^{-2}$
a_0	$3,0 \cdot 10^{-2}$

Ve vzorci byly použity hodnoty zaokrouhlené na 5 respektive 6 platných číslic. Pomocí kalibrační rovnice byly získány pro každou výšku dvě hodnoty bodové rychlosti, z důvodu dosažení větší přesnosti, jak bylo zmíněno výše. Tyto dvojice hodnoty byly zprůměrovány a následně porovnávány s měřením metodou PIV.

8.3. VYHODNOCENÍ RYCHLOSTNÍHO PROFILU PO DÉLCE

Na základě měření vývoje rychlostního pole v dnové mezní vrstvě v jedné svislici byla sestavena příloha č. 4 Vyhodnocení rychlostního profilu po délce. V příloze je ukázáno 7 vybraných stavů, které zastupují celé spektrum možných rychlostí. Bylo zkoumáno rychlostní pole v jednom původním a ve 4 nových příčných profilech vždy o 1 metr dále směrem k počátku žlabu.

Hodnoty bodových rychlostí z hydrometrování vykazují jisté odchylky po délce žlabu. Míra relativních odchylek se se zvětšující rychlostí snižuje, ale jde především o konkrétní stav průtoku a odlehlosti ode dna. Celkově je brán profil v místě měření hodnot PIV a hydrometrování pro účely získání skutečného stavu rychlostního pole v dnové mezní vrstvě za plně vyvinutý. Bodové rychlosti v příčném profilu 1 m od místa měření jsou si ve všech případech odpovídající, mimo stav minimálního průtoku a výšky hladiny 69 mm je odchylka vývoje rychlosti 1 m před zkoumaným příčným profilem 3% nebo menší. Také jiné hodnoty jsou přijatelné a nabývají přibližně stejných relativních odchylek jako chyby měření v daných podmínkách průtoku a výšky hladiny.

8.4. POROVNÁNÍ MĚŘENÍ A POUŽÍVANÝCH TEORIÍ O RYCHLOSTNÍM POLI V DNOVÉ OBLASTI

Data z měření metodou PIV, zpracovávána v programu Flowmanager, je možné exportovat ve tvaru souřadnic x , y , složek rychlosti v_x a v_y a směrodatné odchylky. Tři zprůměrované hodnoty podélných časově středních složek rychlostí, předem statisticky vyhodnocených, byly spolu s hodnotami odlehlost ode dna y umístěny do tabulky, ze které bylo dále vycházeno. V hydraulice je obvyklé uvádět proudové veličiny jako průtok nebo rychlost na dolní vodorovné ose a výšku hladiny či odlehlost ode dna na svislé ose. Pro každý z osmnácti měřených stavů průtoku a výšky hladiny bylo takto vypracováno 18 grafů (příloha č. 1) k porovnání rychlostí měřených pomocí hydrometrické vrtule a pomocí metody PIV v místech kde se překrývají. Dle vizuální kontroly na vhodně zvolených měřících grafů bylo možné porovnat tyto hodnoty a po přezkoumání bylo možné říci, že v rámci přesnosti měření hydrometrickou vrtulí je shoda velmi dobrá. Předpokládaná shoda, která byla podmínkou vhodnosti použití závěrů této práce v praxi, byla tedy splněna, a byla tak také zdůrazněna relevantnost hodnot z měření metodou PIV.

Pro další porovnání byl však volen také graf orientovaný dle matematické závislosti $u = f(y)$, kde je na vodorovné ose odlehlost ode dna y [mm] a na svislé ose rychlost u [m/s]. Takto je možné v programu Excel provést vhodnou regresní analýzu a poté také vhodně srovnat další hodnoty místních rychlostí nebo průtoků pomocí plochy pod křivkou.

8.4.1. Obecné porovnání možných vzorců

Krok bezprostředně navazující na srovnání hodnot z měření pomocí PIV a pomocí hydrometrické vrtule byla regresní analýza. V grafu orientovaném dle funkční závislosti byly jednotlivé rychlosti proloženy logaritmickou regresní funkcí ve tvaru

$$u = k \cdot \ln y + q,$$

kde k a q jsou koeficienty regresní funkce.

Vyjádříme-li k jako e^k bude v intervalu $1,10 \div 1,01$ a $q = 0 \div 0,5$. U všech 18 stavů průtoku a výšky hladiny byl koeficient korelace R^2 velmi blízký 1, což dokazuje, že závislost mezi rychlostí a odlehlostí ode dna existuje a je popsatelná funkční závislostí. Z regresní analýzy vyplývá, že by vztah mohl být logaritmický, ale ten je možné také vyjádřit pomocí mocninného vztahu. Mocninný vztah také vhodně aproximoval průběh naměřených hodnot, ale ve většině případů byl koeficient korelace nižší. V tabulce 8.1 jsou uvedené zmíněné rovnice a koeficienty pro závislost dle přirozeného logaritmu.

Tab. 8.1 Regresní rovnice a koeficienty korelace

Měření č.	Q [l/s]	H [mm]	Regresní rovnice	R^2 [-]
1.	15	44	$u = 0,056 \cdot \ln y + 0,20$	0,958
2.	15	66	$u = 0,034 \cdot \ln y + 0,13$	0,987
3.	15	109	$u = 0,024 \cdot \ln y + 0,07$	0,978
4.	15	142	$u = 0,017 \cdot \ln y + 0,02$	0,972
5.	15	228	$u = 0,012 \cdot \ln y + 0,02$	0,944
6.	30	66	$u = 0,064 \cdot \ln y + 0,28$	0,997
7.	30	84	$u = 0,048 \cdot \ln y + 0,22$	0,990
8.	30	121	$u = 0,033 \cdot \ln y + 0,14$	0,982
9.	30	199	$u = 0,023 \cdot \ln y + 0,07$	0,975
10.	30	353	$u = 0,015 \cdot \ln y + 0,02$	0,993
11.	60	102	$u = 0,075 \cdot \ln y + 0,35$	0,999
12.	60	137	$u = 0,058 \cdot \ln y + 0,23$	0,998
13.	60	231	$u = 0,035 \cdot \ln y + 0,12$	0,995
14.	60	355	$u = 0,023 \cdot \ln y + 0,09$	0,976
15.	120	157	$u = 0,092 \cdot \ln y + 0,43$	0,997
16.	120	192	$u = 0,074 \cdot \ln y + 0,36$	0,998
17.	120	313	$u = 0,045 \cdot \ln y + 0,19$	0,995
18.	120	398	$u = 0,034 \cdot \ln y + 0,15$	0,992

Logaritmická závislost, kterou předpokládáme z regresní analýzy, potvrzuje některé z uvedených teorií v kapitole 5. Vztahy pro rychlost v přístěnné oblasti. Zde jsou popsány teorie jak doplnit rychlostní pole místní rychlostí ve známé odlehlosti ode dna. Tuto obecnou platnost, s výjimkou normového vzorce, který je specifikován na oblast pod posledním bodem měření, je možné předpokládat i výše nade dnem než je minimální vzdálenost pro měření hydrometrickou vrtulí dle [9]. Některé teorie specifikují konkrétní situace, za kterých je použitelný daný vzorec, s jakými koeficienty je třeba počítat, a jaké jiné další vstupní parametry použít, jiné předpokládají jen nějakou funkční závislost, avšak přesné chování rychlostního pole je popsáno jen u některých, jako například v [4]. Základní zjištění stavu rychlostního pole v dnové oblasti tedy spočívá ve výpočtu hodnot dle vzorců, vyplývajících z teorií a konfrontací

těchto hodnot s hodnotami z měření metodou PIV. Pro srovnání bylo vybráno 6 vzorců popsaných v teoretické části a jeden byl nově navržen, všechny tyto vzorce byly pro větší přehlednost očíslovány:

$$\text{Logaritmický zákon [1, 4] ve tvaru: } u = v_* \cdot \left(\frac{1}{\kappa} \cdot \ln y + C \right) \quad (5.3)$$

$$\text{Sedminový zákon [1] ve tvaru: } u = v_* \cdot 8,7 \cdot \left(\frac{y \cdot v_*}{v} \right)^{\frac{1}{7}} \quad (5.2)$$

$$\text{Vztah Chow [4] pro hladné povrchy ve tvaru: } u = v_* \cdot 5,75 \cdot \log \frac{9 \cdot y \cdot v_*}{v} \quad (5.5)$$

$$\text{Vztah dle normy [8] ve tvaru: } u = v_a \cdot \left(\frac{y}{a} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (5.7)$$

$$\text{Vztah odvozený ze vzorce (5.3) [1] ve tvaru: } u = v_* \cdot \left(\frac{1}{\kappa} \cdot \ln \frac{y \cdot v_*}{v} + C_1 \right) \quad (5.4)$$

Srovnání hodnot vypočtených dle těchto pěti vzorců ve vybraném konkrétním stavu, průtoku žlabem 30 l/s za výšky hladiny 199 mm, bylo vloženo do grafu (orientovaného dle zvyklosti v hydrotechnické aplikaci), viz příloha č. 2 a) Základní srovnání vzorců. Základní srovnání bylo doplněno stejnými dvěma grafy o průtoku 120 l/s a 60 l/s, a výškách hladiny 157 mm a 231 mm. Tyto tři stavy pokrývají rozmezí většiny rychlostí, které byly získány z měření. V těchto třech grafech jsou také vloženy místní rychlosti vypočtené pomocí Vzorce pro drsná potrubí:

$$\text{Vztah dle Chow [4] pro drsné povrchy ve tvaru: } u = v_* \cdot 5,75 \cdot \log \frac{30 \cdot y}{k_s} \quad (5.6)$$

který však používá pískovou drsnost která, je pro obdélníková prizmatická koryta složitě určitelná s dostatečnou přesností. Tato Nikuradseho písková drsnost k_s , nebo také ekvivalentní drsnost se pro beton pohybuje v rozmezí $0,3 \div 3 \text{ mm}$ [12] a v celém tomto rozmezí může výrazně ovlivnit hodnoty vypočtené dle tohoto vztahu. Další alternativa uvedená v přílohách č. 2 a) – c) je návrh možného dalšího vzorce vycházející ze tří uvedených vztahů (5.3), (5.5), (5.4) využívající závislost přirozeného logaritmu a dosazení konstanty úměrnosti $\kappa = 0,54$.

$$\text{Vzorec sestaven pro tuto práci ve tvaru: } u = 4,26 \cdot v_* \cdot \log(y \cdot e^{C_2}) \quad (7.1)$$

kde v_* je ve vzorcích zmiňovaná rychlost tření [m/s] a C_2 [-] je upravená integrační konstanta, u které na základě omezeného počtu měření usuzujeme, že se bude pro rozsah rychlostí do 0,7 m/s v přístěnné oblasti pohybovat v intervalu 13-16. Poslední dva zmíněné vzorce (5.6) a (7.1) teoreticky nemusí vykazovat chybné výsledky, avšak není důvod je pro popis rychlostního pole v dnové mezní vrstvě využívat, a proto v dalších srovnání s nimi nebylo dále počítáno.

Pro další srovnání bylo nutné šest vzorců ještě omezit a vybrat pouze některé pro podrobnější srovnání. Z příloh č. 2 a), b), c) můžeme pozorovat shodnost některých vzorců. Můžeme pozorovat, že vzorce (5.3) a (5.5) i přes rozdílné parametry jsou v některých případech shodné, nebo jen málo odlišné a také vzorec (5.4) je překryt vzorcem (5.2) nebo vzorcem (5.3). Z tohoto vizuálního posouzení tří stavů průtoku a výšky hladiny, viz tři části přílohy č. 2, je patrné, že bude vhodné se podrobněji zabývat pouze třemi odlišnými vzorci. Jeden v logaritmickém tvaru, a dva jiné. Konkrétně jde o vzorce (5.3) Logaritmický zákon a (5.2) Sedminový zákon a jako třetí dále zpracováváný je vzorec (5.7) vycházející z teorie uvedené v normě [8]. Ten předpokládá jednu známou bodovou rychlost a z ní přibližně a poměrově určuje další bodové rychlosti a tím je odlišný od prvních dvou jmenovaných u kterých je krom koeficientů jako proměnná třecí rychlost, která je závislá na parametrech koryta R a b a na sklonu čáry energie J_E .

8.4.2 Rozsah platnosti vybraných vzorců

Jako následující krok po celkovém grafickém znázornění měřených hodnot bylo určení platnosti vzorců, respektive jejich schopnost postihnout různé stavy rychlostního pole v dnové mezní vrstvě. Z předchozí teorie je možné usuzovat, že při odlišných proudových stavech a vyplívajících odlišných

rychlostech v korytě bude mít křivka $u = f(y)$ různé odlišné průběhy. Rozsahem vzorců je tedy rozuměno, jak dobře jsou schopny úpravou koeficientů zkoumané vzorce aproximovat různé zakřivení v místě laminární oblasti a přechodné oblasti mezní vrstvy a různý trend v následující turbulentní mezní vrstvě.

Jak už bylo zmíněno v podrobnější analýze teorií, tato práce se zaměřuje na Logaritmický zákon (5.3), Sedminový (mocninný) zákon (5.2), a na vztah v normě [8] (5.7) využívající známý poslední bod měření. Bylo provedeno podrobné srovnání, ve kterém se pro každý stav a každý koeficient či proměnnou všech tří vzorců hledala ideální hodnota. Srovnání probíhalo s hodnotami měřenými pomocí PIV a s hodnotami dosazenými do regresní rovnice. Mimo vizuální kontrolu v grafu bylo určování koeficientů kontrolováno dle relativní odchylky od měřených hodnot pro každou odlehlost ode dna pod 50 mm. Tento rozsah byl volen jako širší oblast zkoumání, jelikož většina používaných vrtulí pro prizmatická obdélníková koryta je dle [9] schopna měřit v této odlehlosti ode dna.

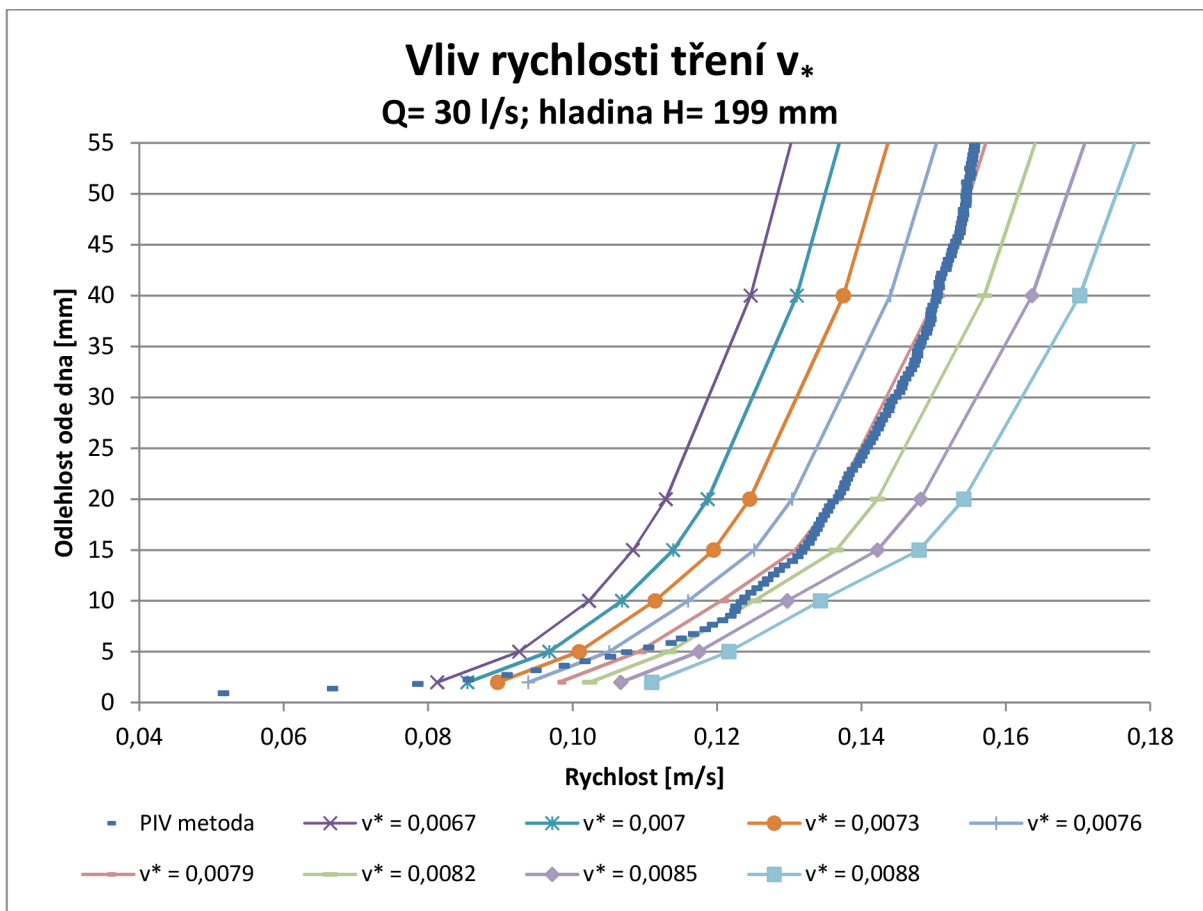
V tomto srovnání nevycházely hodnoty vzorce dle normy [8] (5.7) tak dobře jako ostatní vzorce (5.3) a (5.2), a proto byla snaha zkusmo doplnit nějaký volitelný koeficient ve tvaru $u = k \cdot v_a \cdot \left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{1}{m}}$, kde by k byl blízký hodnotě 1,0. Mimo tohoto voleného koeficientu byla zvažována také možnost použití jiného koeficientu m . Dle vztahu $m = f(C_{ver})$ byla předpokládána hodnota 6,0 a také dle popisu [6, 8] je tato hodnota vhodná. Vliv exponentu m je ukázán v příloze č. 5, ve které je patrné, že ovlivňuje rychlost náběhu křivky. Při nízkém koeficientu, tedy větší drsnosti, je závislost spíše přímková, při vysokém exponentu je křivka výrazně zakřivená a rychlost v dnové oblasti jen s malým nárůstem odlehlosti ode dna výrazně rostoucí. Tato závislost platí i při různých volbách posledního bodu hydrometrování vrtulí, ze kterého je počítáno. Zvolený výchozí bod ovlivní pouze úroveň, ve které dojde k protnutí všech křivek a dopočet nad tuto úroveň tudíž není vhodný. Žoužela [6] ve své práci zmiňuje komplikaci s odvozením Chezyho koeficientu C_{ver} pro každou svislici a proto byla zpracována příloha č. 6 Závislost koeficientu m na drsnosti. Tento vztah pro výpočet koeficientu, také nemusí být přesný, jelikož také vychází z drsnosti, ale je zde jistý patrný vztah:

$$m = 0,39 \cdot R^{1/6} \cdot n^{-0,745},$$

kde n je stupeň drsnosti používaný například Manningem a R je hydraulický poloměr. Během této fáze srovnávání byl exponent volen $m = 6$ nebo $m = 7$.

Pro vzorce dle Logaritmického zákona a Sedminové mocniny bylo hlavním vhodným určením, rychlosti tření v_* potažmo sklonu čáry energie J_E . Sklon čáry energie se pro každý stav jevil pro oba vzorce odlišně, pokud měl vzorec vhodně aproximovat průběh měřených hodnot. Vliv sklonu čáry energie je patrný v příloze č. 7 a grafu 8.1. Je možné zde vidět, že volbou rychlosti tření, která je pro daný stav přímo úměrná sklonu čáry energie, se nemění zakřivení průběhu rychlosti s odlehlostí ode dna, ale pouze se celá křivka posouvá se svou střední rychlostí k nižší nebo vyšší hodnotě.

Graf 8.1. Vliv rychlosti tření na Sedminový zákon (5.2)



V Sedminovém zákoně je navíc zohledněna kinematická viskozita, pro potřeby srovnání je počítáno s teplotou 20°C a z ní vypočtenou kinematickou viskozitou. Vliv teploty na rychlostní pole v dnové mezní vrstvě není zanedbatelný, například u Sedminového zákona ovlivňuje ve vzorci zakřivení průběhu rychlostí, ale v práci nadále vliv změny teploty nebude uvažován. Při měření se předpokládala konstantní teplota měřící kapaliny o teplotě přibližně 20°C .

Poslední dva koeficienty, kterým byla věnována zvýšená pozornost, byly u Logaritmického zákona, jde o integrační konstantu C a o konstantu úměrnosti κ . Při snaze najít co nejmenší možné odchylky od měřených hodnot se konstanta C pohybovala v rozmezí 18 - 26, vždy v celých číslech. Často šlo o hodnoty 25, 22 či 20. Integrační konstanta svým postavením ve vzorci ovlivňovala společně s třetí rychlostí umístění absolutní hodnoty střední rychlosti. S nižšími hodnotami C se celý průběh hodnot posouval směrem k nižším hodnotám rychlosti a s vyššími C naopak k vyšším hodnotám. Z důvodů spolupůsobení integrační konstanty C a rychlosti tření v_* bylo možné nalézt několik vhodných variant. Koeficient úměrnosti κ se pohyboval v rozmezí 0,40 - 0,56, což odpovídá zjištěným informacím [1] o tomto koeficientu. Tento koeficient obecně ovlivňoval zakřivení průběhu rychlostí, což sejevilo jako vhodné, jelikož při některých stavech byl patrný odlišný průběh rychlosti od jiných.

Závěrem tohoto podrobného srovnání je, že logaritmický zákon svou variabilitou poskytuje dostatečný rozsah. Je však nutno říci, že při srovnávání bylo pracováno se známým průběhem rychlostního pole, které se při běžném postupu snažíme vypočítat. Není obvyklé znát přesné koeficienty a často také nepočítáme sklon čáry energie, a proto jsou dané závěry s danou přesností pouze teoretické. Pro upřesnění jednalo se o velmi malé relativní odchylky od měřených hodnot, které se velmi těžko dosahují při běžném měření. Za vhodnou aproximaci byla považována odchylka pod 1,0%, za dostačující

pod 1,5% a za významnou odchylku přes 2,5%, což za normální okolností může být považováno za dobrou přesnost.

8.4.3. Praktické srovnání teorií pro rychlostní pole v dnové oblasti

Jak už bylo zmíněno, předchozí porovnávání se vztahovalo na oblasti, ve kterých je možné měřit s některými hydrometrickými vrtulemi, které jsou běžně používané. Jsou limitovány, dle závěrů [6], především v malých rychlostech, ale i přes tyto nedostatky je měření takto realizovatelné například použitou vrtulí OTT-C-2 číslo 5, jejíž průměr nám dle normy [9] dovolí měřit i v odlehlosti ode dna $y = 25 \text{ mm}$. Proto bylo pro další praktické využitelné porovnávání rozlišováno, jde-li o porovnání pod 25 mm nebo pod 50 mm. Dolní omezení zkoumané oblasti bylo v předchozích porovnáváních omezeno přibližně na 8 mm ode dna, jelikož byly brány relativní rozdíly všech jednotlivých místních rychlostí. Rychlosti po tuto vzdáleností byly složitě popsitelné stejnými průběhy jako rychlosti nad tuto úroveň. Vzdálenost byla volena na základě vypočtené vzdálenosti 6 - 9 mm (tab. 5.1), odpovídající náhradnímu dnu mezní vrstvy dle [4].

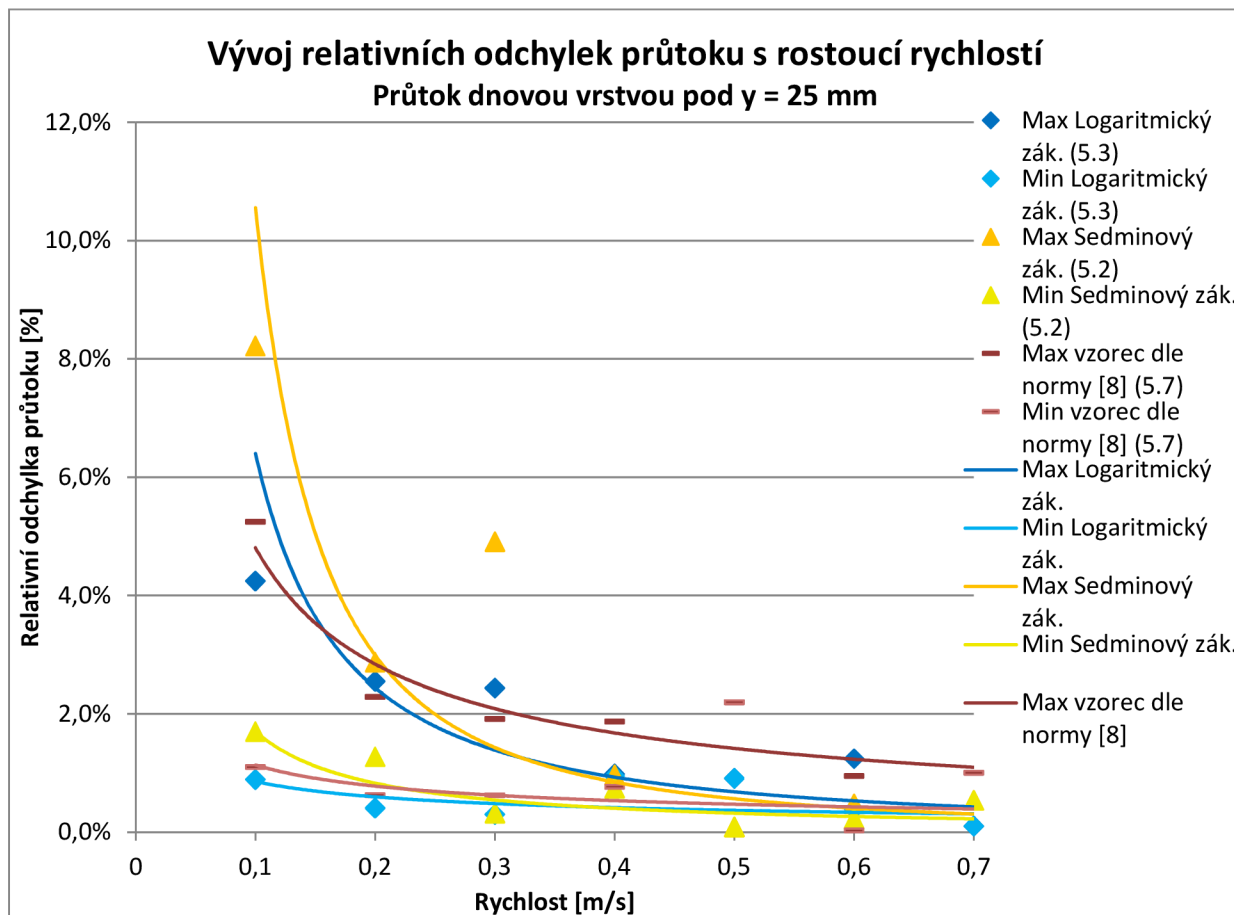
V této kapitole bude popsáno srovnání jiným způsobem, vhodnějším pro následné praktické využití. Pro další srovnání rychlostí v dnové mezní vrstvě byl srovnáván vypočtený průtok z měřených a vypočtených rychlostí. Konkrétně průtok vypočtený integrací dle odlehlosti ode dna až k hodnotě 25 mm nebo 50 mm. Tento přístup je možný pouze v tomto zvoleném případě, jelikož byl měřen pouze jeden svislicový pás o délce celého měrného žlabu. Jeho šířka byla 1,0 m a proto při integraci místních rychlostí vzniknuvší svislicová rychlost po přenásobení šířkou 1,0 m představuje průtok dnovou oblastí koryta pod 25 mm respektive 50 mm. Jeho porovnáním je možné dle relativních odchylek měřených hodnot od hodnot získaných výpočtem dle vzorců získat možnou chybu při použití konkrétních teorií. Výhoda srovnání pomocí integrované místní rychlosti je také v tom, že změřené hodnoty pomocí PIV neměli vždy hladký průběh. Bylo pozorovatelné mírné zvlnění, které pak logicky neodpovídalo přesně regresní logaritmické závislosti. Nelze říci, zdali je zvlnění chybou měření či je pouze příliš přesným obrazem proudění, avšak tato odlišnost je při celkovém porovnání, které nabízí srovnání ploch pod křivkami místních rychlostí, nevýznamná. Celkový průtok byl pro každý stav vypočten pomocí numerické integrace dle lichoběžníkového pravidla u vzorců Logaritmického zákona, Sedminové mocniny a dle Normy [8]. Integrace byla vypočtena pro odlehlost ode dna po 25 mm a ode dna po 50 mm, tedy pro oblasti, které by byli pro měření standardními vrtulemi OTT směrodatné při použití dané teorie.

Výsledky z tohoto srovnání dle známých koeficientů byly zpracovány v Přílohách č. 8 a) - f) Relativní odchylky PIV od vypočtených hodnot, a v přílohách č. 9 a) - c) Vývoj relativních odchylek měření PIV od vypočtených hodnot. Jak už bylo výše zmíněno, počítali jsme v případě Logaritmického zákona (5.3) a zákona Sedminové mocniny (5.2) s koeficienty, které byly upravené dle znalosti průběhu rychlostí z měření. Ty ale v běžné praxi nemáme a proto slouží tyto závěry spíše k potvrzení obecné platnosti těchto teorií. Jako jeden ze závěrů z tohoto srovnání můžeme považovat snižující se relativní odchylku se zvyšující se rychlostí, viz graf 8.2 Vývoj relativních odchylek měření PIV od vypočtených hodnot (z části přílohy č. 9). Při srovnání průtoku dnovou vrstvou pod 50 mm vzorcem dle normy [8] nebylo vhodné použití bodové rychlosti z měření vrtulí dle dané teorie, protože nebyly měřeny v konstantní odlehlosti ode dna (Příloha č. 8 f).

V příloze č. 9 byl zaznamenán klesající trend s rostoucí rychlostí. Zde bylo všech 18 stavů rozděleno do pásů podle jejich převažujících rychlostí. Každý pás je reprezentován střední hodnotou rychlosti 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7 m/s. Pásky tak byly zaplněny jedním až pěti stavy průtoku a výšku hadiny, k nimž byla vypočtena relativní odchylka průtoku dnovou vrstvou. Z těchto hodnot byla vybrána maximální a minimální odchylka přiřazena danému pásu rychlostí. Maxima a minima odchylek byla vybrána pro tři podrobně zpracovávané vzorce. V příloze 8. A) je počítáno s průtokem dnovou vrstvou

pod 25 a v příloze 9. B) je počítáno s 50 mm. Hodnotami odchylek byl poté proložen trend, ze kterého je vidět především u (5.3) a (5.2) snižující se relativní chyba s rostoucí rychlostí.

Graf 8.2. Vývoj relativních odchylek měření PIV od vypočtených hodnot



8.4.4. Obecné koeficienty

Pro návrh konkrétní teorie, která by mohla být využívána k doplnění rychlostního pole v dnové oblasti je třeba navrhnout takové vzorce, které budou praktické a takové, že určení jejich koeficientů nebude složitější než samotné měření. Proto bylo také součástí práce porovnání vzorců s konkrétními hodnotami konstant. Bylo vycházeno pouze z takových údajů, které jsou běžně dostupné pro standardní podmínky měření hydrometrickou vrtulí. Byl vypočítán sklon čáry energie pro všechny stavy, vycházející pouze s parametry žlabu. Kromě zmíněné šířky, výšky hladiny a průtoku také dle stupně drsnosti n , který byl pro měrný žlab určen pomocí. Stupeň drsnost tohoto obdélníkového umělého betonového koryta byl určen z rozsahu $n = 0,011 \div 0,015$ [4], s přihlédnutím na výsledky závislosti na používaném exponent m dle [8] na konečnou hodnotu $n = 0,014$.

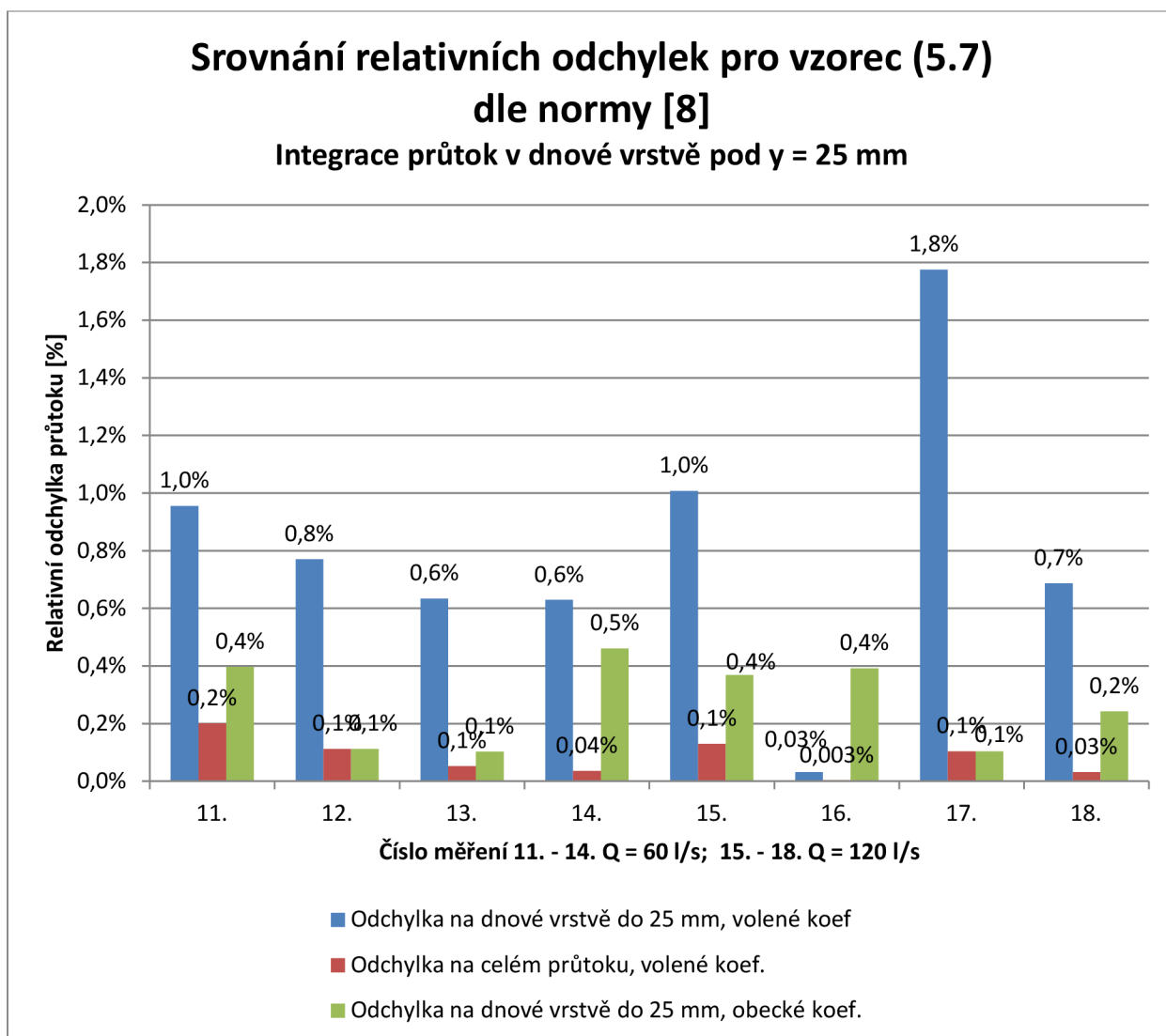
Logaritmický zákon s vypočteným sklonem a s odhadnutými obecnými koeficienty $C = 22, \kappa = 0,54$ byl opět integrován a porovnán v průtocích pod 25 mm a pod 50 mm. Pro lepší celkovou orientaci v relativních odchylkách byla vytvořena příloha č. 11, ve které byly srovnány průtoky ve vrstvě integrované pod 25 mm a 50 mm a vztažené k průtoku v dnové vrstvě a také vztažené k celkovému průtoku v měrném žlabu. U logaritmického zákona (5.3) byly přidány hodnoty integrovaného průtoku, s obecnými parametry C a κ , vztaženého k celkovému průtoku ve žlabu přílohy č. 11 a) a d). Část přílohy je ukázána v grafu 8.3. U Průtoku vypočteného vzorcem dle normy [8] pro dnovou vrstvu pod 50 mm...

Z praktických důvodů (složitost měření sklonu čáry energie a dalších koeficientů) se klaní práce spíše k využití vzorce dle normy [8] (5.7), za předpokladu dobré přesnosti bodových rychlostí

v posledním bodě měření hydrometrickou vrtulí. Nejvhodnější je kombinace tohoto vzorce měrným bodem umístěným do kraje měrného profilu.

Alternativní doporučení vidí práce při dobré znalosti koryta (sklon čáry energie a stupeň drsnosti) v Logaritmickém zákoně (5.3). Z výsledků ale vyplývá u všech tří občasná větší relativní odchylka vztahovaná na průtok v dnové vrstvě a to zkoumaných teorií. Jde především o velmi malé rychlosti, buď při nízkém průtoku, nebo při velké výšce hladiny.

Graf 8.3 Srovnání relativních odchylek vzorce (5.3)



9. ZÁVĚR A DOPORUČENÍ

Tato práce se zabývala rychlostním polem v dnové oblasti. Z úvodní teorie vyplývá složitost chování rychlosti v této oblasti, ale také zároveň existence několika možností jak rychlostní pole popsat. Při dřívějších výpočtech byly používány různé postupy jak započítat dnové a přístěnné oblasti. Dle Žoužely [6] a zkušeností pracovníků LVV je běžným postupem se výpočtu v této oblasti maximálně vyhnout, tedy umístit měrné body, ve kterých jsme schopni změřit bodovou rychlost co nejvíce do krajů koryta. A poté zbývající minimalizovanou část započítat některou ze standardních metod výpočtu průtoku. Takto ale vždy půjde o extrapolaci „směrem ven“ z měrné sítě, a proto nemůže být spočítán průtok v dnové oblasti tak přesně jako mezi měrnými body. Jde tedy v ideálním případě o oblast, která je minimalizována, a proto chyba při výpočtu je také s minimálním vlivem na celkový výpočet průtoku. Mluvíme-li o ideálním případě, lze ho dosáhnout bez problémů v laboratorních podmínkách, ale při měření na skutečných obdélníkových prizmatických korytech takovéto podmínky nemáme. V Takovém případě nelze umístit měrné body velmi blízko dnu či stěnám, a tak roste chyba vzniklá extrapolací, a proto v takových případech je vhodné použít některé z porovnávaných teorií.

Při porovnávání teorií byla zohledněna schopnost aproximovat naměřené body měřené metodou PIV, dále vliv různých proměnných a to jaké hodnoty za ně dosadit ve všech stavech, ve kterých bylo možné srovnání. Jako poslední a velmi důležitá věc při porovnání a při doporučení postupu byla použitelnost a praktičnost. Z vizuálního a poté také početního porovnání těchto parametrů třech nejvhodnějších teorií je třeba spíše než vyvrátit jejich správnost tak potvrdit, že v daných podmínkách jsou Logaritmický zákon (5.3), zákon Sedminové mocniny (5.2) i vzorec dle normy [8] (5.7) použitelné. Jejich přesnost je na úrovni přesnosti běžného hydrometrického měření. Navíc je naznačena možnost, že pro malé rychlosti pod 0,5 m/s je vhodná alternativa měření, využití těchto teorií na místo například nedostatečně dlouhého měření bodové rychlosti pomocí hydrometrické vrtule.

Pro doporučení konkrétní jedné teorie by bylo vhodnější provést měření na více různých měrných žlabech, ale už teď je možné shrnout nějaké poznatky o těchto třech vzorcích. Logaritmický zákon (5.3) je, jak už bylo uvedeno, schopen velmi dobře popsat různé průběhy rychlostí, avšak tato schopnost se s použitím obecných koeficientů vytrácí, ale i mini ($C = 22, \kappa = 0,54$) je jeho relativní odchylka od měřených hodnot do 18% u průtoku dnovou vrstvou pod 25 mm, respektive 14% pro průtok dnovou vrstvou pod 50 mm, viz příloha č. 12 a) kde je odchylka vztažena na dnové vrstvy. Vzorec dle Sedminového zákona (5.2) také dokáže vhodně aproximovat průběh rychlostí, jeho nevýhodou stejně jako u Logaritmického zákona jeho závislost na sklonu čáry energie. Sklon čáry energie se v konkrétním měřeném prizmatickém korytě lišil (především vlivem teploty a kinematické viskozity) od vypočteného sklonu, což však nevylučuje platnost tohoto zákona, pouze ho omezuje jen na některé případy.

Zatím nejvhodnější z pohledu všech sledovaných parametrů je vzorec dle normy [8] (5.7). Jeho maximální odchylky při srovnání průtoku dnovou vrstvou pod 25 mm respektive pod 50 mm jsou okolo 20% respektive 10 %. Odchylky jsou ovlivněny především přesností posledního měřeného bodu hydrometrování. Pokud tento jediný bod byl změřen s velkou nepřesností tato nepřesnost se přenesla na celý průtok v dnové mezní vrstvě daného svislicového pásu. Je také ovlivněn volbou exponentu m , a proto můžeme tedy pro další zkoumání v této oblasti doporučit přezkoumání jeho způsobu určení a rozšíření měření na více různých prizmatických koryt.

Závěrem je třeba upozornit na provedené srovnání relativních odchylek průtoku dnovou vrstvou vztažené k celkovému průtoku, které bude pro praktické využití nejvíce hodnotné. Relativní odchylky vzorce dle normy [8] (5.7) či Logaritmického zákona (5.3) s obecnými koeficienty (příloha č. 12 b)) jsou při vztažení k celkovému průtoku pod 7,5 % při integraci průtoku 50 mm respektive pod 3,5 % při integraci průtoku pod 25 mm. Celkově tak potvrzují použití obou teorií v prizmatických obdélníkových kanálech.

10. SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] BOOR, Boris, Cyril PATOČKA a Jiří KUNŠTÁTSKÝ. *Hydraulika pro vodohospodářské stavby: Celost. učebnice pro vys. školy*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1968, 516, [2] s.
- [2] BRDIČKA, Miroslav, Ladislav SAMEK a Bruno SOPKO. *Mechanika kontinua*. Vyd. 4., rev. a upr. Praha: Academia, 2011, 878 s. ISBN 978-80-200-2039-0.
- [3] JANDORA, Jan. *Matematické modelování ve vodním hospodářství: modul 01*. 2008.
- [4] CHOW, Ven Te. *Open-Channel Hydraulics*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1960, 680 s.
- [5] JANDORA, Jan a Jan ŠULC. *Hydraulika: modul 01*. Vyd. 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007, 178 s. ISBN 978-80-7204-512-9.
- [6] ŽOUŽELA, Michal. *Posouzení metod pro měření a vyhodnocení rychlostních polí reálných prizmatických tratí při definovaných proudových poměrech s volnou hladinou: disertační práce k získání akademického titulu Doktor (Ph.D.) ve studijním programu (oboru) Vodní hospodářství a vodní stavby 36-35-9*. Brno: Vysoké učení technické, 2005. 105 s., il.,.
- [7] SCHLICHTING, Hermann. *Boundary-Layer Theory*. 8th ed. Berlin: Springer, 2000, 799 s. ISBN 35-406-6270-7.
- [8] ČSN EN ISO 748. *Měření průtoku kapalin v otevřených korytech - Metody rychlostního pole*. 2001.
- [9] ČSN ISO 3354. *Měření průtoku čisté vody v uzavřených potrubích: Metoda měření pomocí vodoměrných vrtulí při pravidelném proudění plným potrubím*. Prosinec 1993.
- [10] ZUBÍK, Pavel. *Integrální laserová anemometrie*. Brno: VUT FSI, 2000. 22 s.
- [11] Educational wall posters for your lab. *Dantec dynamics* [online]. [cit. 2013-01-05]. Dostupné z: http://www.dantecdynamics.com/Admin/Public/Download.aspx?file=files%2ffiler%2fsupport_and_download%2fresearch_and_education%2fpiv.pdf
- [12] HUGUENIN, John E a John COLT. *Design and operating guide for aquaculture seawater systems*. 2nd ed. New York: Elsevier Science, 2002, viii, 328 p. ISBN 04-445-0577-6.

11. SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

Q	Průtok	[l/s]
H	Výška hladiny	[m]
y	Odlehlost ode dna	[m]
u	Místní rychlost (Bodová rychlost)	[m/s]
v_*	Rychlost tření	[m/s]
S	Plocha průtočného profilu	[m ²]
O	Omočený obvod	[m]
ν	Kinematická viskozita	[m ² /s]
μ	Dynamická viskozita	[kg/m.s]
ρ	Hustota kapaliny	[kg/m ³]
T	Teplota	[°C]
τ	Tečné napětí	[N/m ²]
μ	Dynamická viskozita	[N/m ²]

p	Tlak	[Pa]
v	Střední profilová rychlost	[m/s]
τ_0	Tečné napětí při $y = 0$	[N/m ²]
R	Hydraulický poloměr	[m]
J_E	Sklon čáry energie	[-]
E_i	Energetická výška v i -tém bodě	[m]
l	Délka hydraulického úseku	[m]
u'	Rychlost pulzací	[m/s]
l'	Směšovací dráha	[m]
C	Integrační konstanta ve vzorci (5.2)	[-]
C_1	Integrační konstanta ve vzorci (5.6)	[-]
C_2	Integrační konstanta ve vzorci (5.8)	[-]
κ	Koeficient úměrnosti ve vzorci (5.3)	[-]
k_s	Nikuardseho písková drsnost	[-]
m	Exponent ve vzorci (5.7)	[-]
\bar{v}	Rychlost vyhodnocované oblasti	[m/s]
$\Delta\bar{x}$	Průměrný posun částic	[m]
Δt	Výpočtový čas	[s]
y_0	Výpočtová konstanta	[m]
v_0	Maximální svislicová rychlost	[m/s]
v_1	Rychlost na hranici mezní vrstvy	[m/s]
δ	Tloušťka mezní vrstvy	[m]
δ_*	Náhradní tloušťka mezní vrstvy	[m]
d, d_1, d_2	Průměr propelleru hydrometrické vrtule	[m]
v_x	Složka rychlosti ve směru x	[m]
v_y	Složka rychlosti ve směru y	[m]
a_i	i -tý koeficient kalibrační rovnice	[-]
f	Otáčky propelleru vrtule	[s ⁻¹]

12. SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1 a) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 b) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 c) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 d) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 e) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 f) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 g) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 h) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 i) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 j) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 k) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 l) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV

Příloha č. 1 m) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV
Příloha č. 1 n) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV
Příloha č. 1 o) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV
Příloha č. 1 p) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV
Příloha č. 1 q) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV
Příloha č. 1 r) Výstupy měření a regrese hodnot z měření PIV
Příloha č. 2 a) Základní srovnání vzorců a měření
Příloha č. 2 b) Základní srovnání vzorců a měření
Příloha č. 2 c) Základní srovnání vzorců a měření
Příloha č. 3 Porovnání vybraných stavů a rozsah měření
Příloha č. 4 Vyhodnocení rychlostního profilu po délce
Příloha č. 5 Volba koeficientu m pro vzorec dle [8]
Příloha č. 6 Návrh alternativní volby koeficientu m ve vzorci dle [8]
Příloha č. 7 Vliv rychlosti tření na vzorce (5.3) a (5.2)
Příloha č. 8 a) Relativní odchylky PIV od vypočtených hodnot
Příloha č. 8 b) Relativní odchylky PIV od vypočtených hodnot
Příloha č. 8 c) Relativní odchylky PIV od vypočtených hodnot
Příloha č. 8 d) Relativní odchylky PIV od vypočtených hodnot
Příloha č. 8 e) Relativní odchylky PIV od vypočtených hodnot
Příloha č. 8 f) Relativní odchylky PIV od vypočtených hodnot
Příloha č. 9 a) Vývoj relativních odchylek průtoku s rostoucí rychlostí
Příloha č. 9 b) Vývoj relativních odchylek průtoku s rostoucí rychlostí
Příloha č. 10 a) Volba koeficientu C u vzorce (5.3)
Příloha č. 10 b) Volba koeficientu C u vzorce (5.3)
Příloha č. 11 a) Srovnání relativních odchylek
Příloha č. 11 b) Srovnání relativních odchylek
Příloha č. 11 c) Srovnání relativních odchylek
Příloha č. 11 d) Srovnání relativních odchylek
Příloha č. 11 e) Srovnání relativních odchylek
Příloha č. 11 f) Srovnání relativních odchylek
Příloha č. 12. a) Tabulka výsledných hodnot relativních odchylek s volenými koeficienty
Příloha č. 12. b) Tabulka výsledných hodnot relativních odchylek s obecnými koeficienty