DIPLOMOVÁ PRÁCE

2010

Monika Palátová

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA MATEMATICKÉ ANALÝZY A APLIKACÍ MATEMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Možnosti současného životního pojištění

Vedoucí diplomové práce:
Mgr. Eva Bohanesová, Ph.D.
Rok odevzdání: 2010

Vypracovala:
Monika Palátová
AME, II. ročník

Čestné prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracovala samostatně pod vedením Mgr. Evy Bohanesové, Ph.D. a všechny použité zdroje jsem uvedla.

V Olomouci dne 26. března 2010

Poděkování:

Na tomto místě bych ráda poděkovala Mgr. Evě Bohanesové, Ph.D. za odbornou spolupráci při realizaci této diplomové práce, tvůrčí připomínky a v neposlední řadě za námět k diplomové práci.

Obsah:

Úvod

V diplomové práci se věnuji modelaci klasického životního pojištění (resp. vyjádření výpočtu pojistného) a také investičnímu životnímu pojištění. Investiční životní pojištění je moderní přístup k získání pojistné ochrany kombinovaný s investováním vložených prostředků.

Cílem diplomové práce je předvést komplexní informace o výpočtech pojistného při klasickém životním pojištění – velikost nettopojistného a bruttopojistného při jednorázovém i běžném (ročním) splácení pojistného, dále pak velikosti nettorezerv a bruttorezerv. Vyjádření všech vzorců budu provádět pro čtyři základní druhy životního pojištění, a to: na dožití, pro případ smrti, dočasné pojištění pro případ smrti a smíšené pojištění. Všechny tyto poznatky budou ukázány na konkrétních příkladech.

Jedním z úkolů je také popsat princip investičního životního pojištění, vytvořit vztah na základů informací získaných ze zvolené pojišťovny a tento pak porovnat se vzorcem, který ve své publikaci [1] uvádí prof. T. Cipra. Dále budu porovnávat průběh hodnot fondu investičního životního pojištění s hodnotou nettorezervy smíšeného pojištní.

TEORETICKÁ ČÁST

1 Historie pojišťovnictví

1.1 Základy pojišťovnictví

První zmínky o životním pojištění jsou již ze starověku, odkud se zachovaly důkazy o skupinách lidí, kteří se zabezpečovali pro případ invalidity, úmrtí a pohřbů. Životní pojištění obdobné tomu dnešnímu vzniklo v 16. století – první životní pojistka byla uzavřena 18. června 1583. Tehdy Richard Martin uzavřel pojistnou smlouvu na život Williama Gybbonse s pojistnou dobou 12 měsíců a pojistnou částkou 382 liber (pan Gybbons 9. června 1584 zemřel). Až do 18. století mohli lidé uzavírat životní pojistky na kohokoliv (např. na vojáky odcházející do války). V tomto století byly v Anglii položeny systematičtější základy životního pojištění avšak výpočty se stále různily.

V roce 1756 byl při uzavírání smlouvy odmítnut matematik James Dodson kvůli „vysokému“ věku (46 let), pojišťovací instituce to považovala za příliš velké riziko. Dodson prostudoval všechny dostupné údaje o průměrné délce života (náhrobky, knihy narození, atd.) a výsledkem bylo vytvoření tabulek prémiových sazeb. Každý pojistník si mohl sjednat pojistnou ochranu života za určitou částku na určitý počet roků a na základě aktuálního věku a pojistné doby mu bylo vypočítáno roční pojistné. Další vývoj pojišťovnictví byl podmíněn rozvojem lidského poznání v matematice, statistice, demografii, medicíně, aj.

1.2 Pojišťovnictví v Českých zemích

Doložené důkazy o vzniku pojišťovnictví na území České republiky jsou z konce 17. století. V roce 1699 podal Jan Kryštof Bořek návrh na povinné pojištění budov proti požáru a také podal návrh na provozování tohoto pojištění. Každé město by mělo protipožární fond, který by byl tvořen příspěvky občanů, avšak realizace tohoto návrhu se nepodařila. V roce 1777 vznikla pojišťovna proti škodám z ohně na polních zásobách, nábytku, nářadí a dobytku, ale brzy zanikla. V roce 1827 byl založen Císařskokrálovský privilegovaný, český, společný, náhradu škody ohněm svedené pojišťující ústav a od něj se odvíjí tradice českého pojišťovnictví. Později se tento ústav přejmenoval na První českou vzájemnou pojišťovnu, Praha. Tato pojišťovna roku 1881 zaplatila za škodu způsobenou požárem Národního divadla téměř 297 869 zlatých rakouské měny. A další ústav, který vznikl na území dnešní České republiky, byla Moravskoslezská vzájemná pojišťovna. A po 28. říjnu 1918 ještě přibyly další pojišťovny, např.:

- Slavia, vzájemně pojišťovací banka, Praha (založená roku 1918),
- „Continentale“, akciová společnost v Praze (založená roku 1920),
- Lidová pojišťovna „Čechoslavia“, akciová společnost v Praze (založená roku 1919, ale činnost zahájila až v roce 1920),
- „Elbe“, Lebensversicherungsanstalt A. G. (založená roku 1922),
- Evropská akciová společnost pro pojišťování nákladů a cestovních zavazadel v Praze (založená roku 1920),
- Union, pojišťovací akciová společnost, Praha (založená roku 1919),
- Všeobecná pojišťovna, akciová společnost v Brně (založená roku 1920),
- a některé další.

Za 2. světové války nastal v pojišťovnictví útlum, ale v roce 1945 bylo evidováno 733 pojišťoven a pojišťovacích ústavů. Tento počet byl znárodněn Dekretem prezidenta republiky a některé zahraniční ústavy po vyrovnání se svými klienty odešly z území tehdejšího Československa. Byla zřízena pojišťovací rada se sídlem v Praze, která sloužila k řízení tohoto odvětví. V roce 1968 se Státní pojišťovna rozdělila na dva samostatné subjekty: Česká státní pojišťovna se sídlem v Praze a Slovenská štátna poisťovňa se sídlem v Bratislavě. Monopolní období tehdejšího československého pojišťovnictví, trvalo až do počátku devadesátých let.

První změny přinesl nový zákon o pojišťovnictví č. 185/1991 Sb. a při rozdělení federativního státu ke dni 1. 1. 1993 se vytvořily podmínky pro rozvoj českého pojistného trhu. Ke dni 31. 12. 2009 Česká asociace pojišťoven sdružuje 29 řádných členů a 2 členy se zvláštním statutem. Členové se zvláštním statutem jsou specializovaná sdružení pojišťovacích odborníků a právnické osoby, jiné než pojišťovny, působící v komerčním pojišťovnictví.

1.3 Vývoj životního pojištění

V poválečném období úřadovala v Českých zemích jedna akciová pojišťovna („Koruna“) a pět národnostně českých vzájemných pojišťoven, které provozovaly životní pojištění (Slavia, „Praha“, Česká vzájemná, Moravská zemská životní a Pražská městská).

Od prvních let samostatné Československé republiky až do dnešní doby se rozlišují čtyři základní druhy „klasického“ životního pojištění:

- pro případ smrti (dočasné pojištění pro případ smrti),
- na dožití,
- na dožití a úmrtí (smíšené pojištění),
- důchodové (rentové) pojištění.

V rámci těchto druhů životního pojištění bylo několik kombinací, např.: pojištění s pevným pojistným nebo pojištění s klesajícím pojistným. Toto „klasické“ životní pojištění bylo možné uzavřít pouze po lékařské prohlídce. Pojišťovny však nabízely také produkt tzv. lidové pojištění, které bylo možné uzavřít bez lékařské prohlídky, ale pojistná částka byla nižší.

Největší vývoj životního pojištění proběhl od druhé poloviny 20. století až do dnešní podoby a stal se z něj klasický produkt, který je většinou nabízen ve spojení pojistné ochrany a spoření.

2 Životní pojištění

Smyslem životního pojištění je pojistná ochrana pojištěné osoby. V případě pojistné události (úmrtí, závažné onemocnění, apod.) pojišťovna vyplatí osobě uvedené ve smlouvě pojistné plnění. Tím je pojistná částka nebo kapitálová hodnota (představující naspořené prostředky z pojistného za dobu trvání pojištění) sjednaná při uzavření pojistné smlouvy.

Životní pojištění můžeme členit podle různých hledisek. Základní rozdělení je na:

1) rizikové pojištění (neobsahuje spořící složku) – kryje pouze pojištěná rizika a nekryje riziko dožití. Při vzniku pojistné události vyplatí pojišťovna pojistnou částku a při dožití pojištění bez náhrady zaniká;
2) kapitálové (rezervotvorné) životní pojištění (obsahuje spořící složku, tzv. smíšené životní pojištění – pojištění pro případ smrti nebo dožití) – obsahuje garantované zhodnocení ve výši tzv. technické úrokové míry, jejíž maximální výši určuje Ministerstvo financí ČR (v současnosti je ve výši 2,4 % p.a.);
3) investiční životní pojištění (obsahuje spořící složku) – zpravidla negarantuje minimální výši zhodnocení a veškeré riziko s investováním spořící složky nechává na pojistníkovi, který si sám zvolí investiční strategii;
4) důchodové pojištění (obsahuje spořící složku) – není kryto riziko smrti. Místo pojistné částky je zde sjednáno pravidelné vyplácení důchodu.

Další členění životního pojištění je podle způsobu placení – běžné (pravidelné) a jednorázové (placeno na počátku pojistné doby).

2.1 Matematika životního pojištění

Životní pojištění z matematického hlediska je kombinace finanční matematiky a teorie pravděpodobnosti. Pojistná událost v životním pojištění (úmrtí nebo dožití se daného věku) je náhodný jev a můžeme jej popsat s použitím pravděpodobnostních nástrojů.

Všechny pojistně matematické výpočty v oblasti životního pojištění vycházejí z určitého modelu úmrtnosti, který můžeme založit na náhodných veličinách T_0 a T_x. Tato náhodná veličina udává budoucí délku života právě narozeného jedince (dobu mezi věkem 0 a úmrtím). Pravděpodobnostní rozdělení veličiny T_0 lze zapsat pomocí distribuční funkce $F_0(t)$ a také pomocí funkce přežití $S_0(t)$:

$$F_0(t) = P(T_0 \le t);$$ [1]

$$S_0(t) = P(T_0 > t) = 1 - F_0(t);$$

kde t představuje věk dožití.

Náhodné spojité veličiny T_x představují budoucí délku života jedince ve věku x. Je zde však podmínka, že jedinec se musí dožít věku x. Distribuční funkce délky života jedince ve věku x se počítá pomocí podmíněné pravděpodobnosti:

$$F_x(t) = P(T_x \le t) = P(T_0 \le x + t \mid T_0 > x) = \frac{P(x < T_0 \le x + t)}{P(T_0 > x)} = \frac{F_0(x+t) - F_0(x)}{1 - F_0(x)}.$$

Obdobně pro funkci přežití ve věku x:

$$S_x(t) = P(T_x > t) = P(T_0 > x + t \mid T_0 > x) = \frac{P(T_0 > x + t)}{P(T_0 > x)} = \frac{S_0(x+t)}{S_0(x)}.$$

Výpočty s distribučními funkcemi jsou docela složité a časově náročné, a tudíž se zavádějí některé zjednodušující symboly, které se počítají na základě již uvedených vzorců:

- pravděpodobnost, že jedinec, který je naživu ve věku x, zemře před dosažením věku $x+1$:

$$_1q_x = F_x(1) = P(T_x \le 1);$$

- pravděpodobnost toho, že x-letý jedinec zemře před dosažením věku $x+t$:

$$_tq_x = F_x(t) = P(T_x \le t);$$

- pravděpodobnost, že se x-letý jedinec dožije věku $x+1$:

$$p_x = S_x(1) = P(T_x > 1);$$

- pravděpodobnost toho, že x-letý jedinec se dožije věku $x+t$:

$$_tp_x = S_x(t) = P(T_x > t);$$

---

[1] Náhodná veličina T_0 udává délku života, tudíž se většinou měří v rocích, ale může nabývat i neceločíselných hodnot na spojité časové ose. Veličina T_0 je tedy spojitá a tudíž platí, že: $P(T_0 \le t) = P(T_0 < t)$.

- pravděpodobnost toho, že x-letý jedinec zemře ve věku $x+s$:

$$_{s|}q_x = F_x(s+1) - F_x(s) = P(s < T_x \le s+1);$$

- pravděpodobnost toho, že x-letý jedinec se dožije věku $x+s$, ale zemře před dosažením věku $x+s+t$:

$$_{x|t}q_x = F_x(s+t) - F_x(s) = P(s < T_x \le s+t).$$

Mezi uvedenými symboly platí několik vztahů:

$$_{s+t}p_x = {}_sp_x \cdot {}_tp_{x+s} \qquad (1)$$

tento vztah můžeme interpretovat (na základě podmíněné pravděpodobnosti) následovně: pravděpodobnost toho, že jedinec ve věku x se dožije věku $s+t$ je stejná jako pravděpodobnost toho, že jedinec ve věku x se dožije věku s a následně jedinec ve věku $x+s$ se dožije věku $x+s+t$. Obdobná interpretace je i pro další vztahy:

$$_{s|}q_x = {}_sp_x \cdot q_{x+s},$$

$$_{s|t}q_x = {}_sp_x \cdot {}_tq_{x+s}.$$

V praxi se obvykle pracuje s celočíselnou délkou života, protože pojistné plnění je vypláceno při dožití konce celočíselné pojistné doby nebo na konci pojistného období, ve kterém došlo k úmrtí. Pokud bychom předpokládali výplatu pojistného plnění přesně v okamžiku smrti, pracovali bychom s náhodnou veličinou T_x. Zavádí se proto náhodná veličina K_x (ozn. celočíselná délka života ve věku x), která je definována jako celá část náhodné veličiny T_x, tj. $K_x = [T_x]$. Tato náhodná veličina nabývá diskrétních hodnot $k = 0,1,2,\ldots$:

$$P(K_x = k) = (k \le T_x < k+1) = F_x(k+1) - F_x(k) = {}_kp_x - {}_{k+1}p_x = {}_kp_x - {}_kp_x \cdot p_{x+k} = {}_kp_x \cdot q_{x+k}.$$

Této pravděpodobnosti budu využívat v odvození jednorázového nettopojistného životního pojištění.

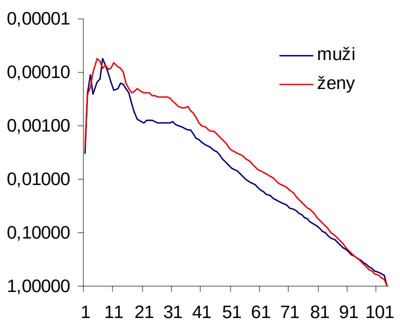
2.2 Úmrtnostní tabulky

Úmrtnostní tabulka popisuje vývoje hypotetické populace (většinou muži zvlášť, ženy zvlášť), založené na informacích o úmrtnosti obyvatel daného státu v jednoletých či širších věkových třídách podle údajů běžné evidence obyvatelstva a posledního sčítání lidu. Při výpočtech životního pojištění se většinou používají úplné úmrtnostní tabulky, které obsahují jednotlivé informace pro všechny celočíselné věky x = 0, 1, 2, …. Běžná úmrtnostní tabulka obsahuje následující údaje (uvádím pouze záhlaví, celé úmrtnostní tabulky pro ženy a muže viz příloha A).

věk x	q_x	p_x	l_x	d_x	L_x	T_x	$°e_x$

Pravděpodobnosti q_x (pravděpodobnost úmrtí ve věku x) a p_x (pravděpodobnost dožití ve věku x) byly vysvětleny v předchozí kapitole. Tyto pravděpodobnosti (viz úmrtnostní tabulka pro muže a úmrtností tabulka pro ženy, příloha A) jsem zanesla do grafu, a z něj je zřejmé, že pravděpodobnost úmrtí ženy je nižší než pravděpodobnost úmrtí muže.

Graf 2.1: Průběh pravděpodobnosti úmrtí q_x (pro muže) a q_y (pro ženy) za rok 2008 v ČR (graf je v logaritmickém měřítku).



Počet jedinců dožívajících se věku x se označuje l_x. Tyto počty tvoří posloupnost $\{l_x\}$, která se nazývá dekrementní řád, a první člen posloupnosti l_0 se nazývá kořen. Na kořen l_0 se pohlíží jako na náhodnou veličinu s binomickým rozdělením $Bi(l_0, {}_x p_0)$, kde střední hodnota je:

$$l_0 \cdot {}_x p_0 = l_x \,. \tag{2}$$

Takže počty živých (l_x) ve věku x jsou vlastně průměrné počty živých a platí:

$$l_0 \geq l_1 \geq l_2 \geq \ldots .$$

Pro libovolné přirozené číslo n platí podle vzorce (1) vztah:

$${}_{x+n} p_0 = {}_x p_0 \cdot {}_n p_x$$

tento vztah vynásobíme kořenem l_0 a dostaneme:

$$l_0 \cdot {}_{x+n} p_0 = l_0 \cdot {}_x p_0 \cdot {}_n p_x$$

vzhledem ke vzorci (2) platí:

$$l_{x+n} = l_x \cdot {}_n p_x \,.$$

Z výsledného vzorce můžeme úpravou určit pravděpodobnost, že x-letý jedinec se dožije věku $x+n$:

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \,.$$

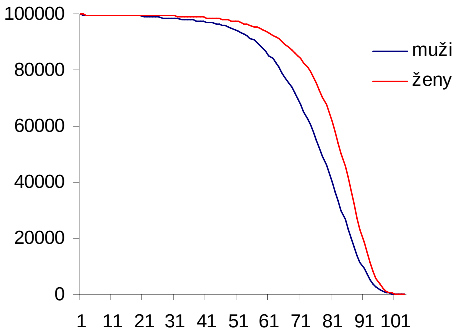
Vzhledem k tomu, že ${}_n p_x = 1 - {}_n q_x$ pak také ekvivalentně platí:

$${}_n q_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \,. \tag{3}$$

V úmrtnostních tabulkách, které publikuje Český statistický úřad je poslední věk označován symbolem ω a udává se $\omega = 103$ (chápáno jako 103 let a více), tento věk se většinou volí tak vysoký, aby jeho dosažení bylo málo pravděpodobné.

V následujícím grafu znázorňuji počty jedinců dožívajících se věku x pro muže a pro ženy. Tyto hodnoty jsem převzala z úmrtnostních tabulek pro muže a úmrtnostních tabulek pro ženy, které jsou publikovány Českým statistickým úřadem (viz příloha A).

Graf 2.2: Počty jedinců dožívajících se věku x v roce 2008 pro muže (l_x) a pro ženy (l_y) v ČR.



Dalším symbolem v úmrtnostní tabulce je d_x, který označuje počet zemřelých ve věku x a definujeme jako rozdíl mezi počtem jedinců, kteří se dožili věku $x+1$ a počtem jedinců, kteří se dožili věku x:

$$d_x = l_x - l_{x+1}. \tag{4}$$

Do vzorce (3) dosadíme $n = 1$:

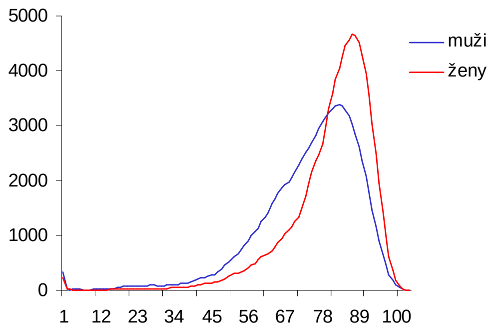
$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x},$$

Ze vzorce (4) vyjádříme l_x, dosadíme a dostaneme:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}.$$

V grafu 2.3 uvádím průběh počtů zemřelých jedinců dle úmrtnostních tabulek mužů a úmrtnostních tabulek žen (viz příloha A). Na grafu vidíme, že tyto počty jsou v prvních letech srovnatelné, avšak další průběh hodnot je rozlišný.

Graf 2.3: Počty zemřelých jedinců v roce 2008 pro muže (d_x) a pro ženy (d_y) v ČR.



Další údaj v úmrtnostní tabulce je L_x, je to počet let prožitých jedinci ve věku x, tj. střední počet „člověkoroků“, které ve věku x prožije l_x jedinců.

$$L_x \approx l_{x+1} + \frac{1}{2} d_x = l_{x+1} + \frac{1}{2}(l_x - l_{x+1}) = \frac{l_x - l_{x+1}}{2}$$

Počet zbylých let života jedinců ve věku x, označuje se jako T_x, je střední počet „člověkoroků“, které do konce života ještě prožijí x-letí jedinci.

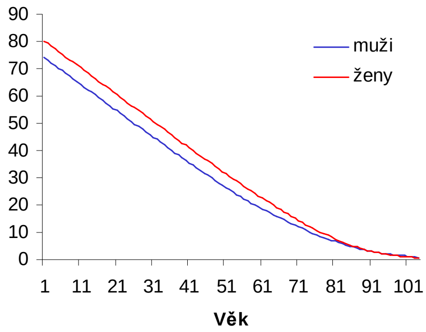
$$T_x = L_x + L_{x+1} + \ldots + L_\omega$$

Pomocí T_x se počítá další funkce v úmrtnostní tabulce, a to střední délka života ve věku x:

$$\overset{\circ}{e}_x = \frac{T_x}{l_x} = \mathrm{E}(T_x).$$

Následující graf znázorňuje střední délku života pro muže a pro ženy, hodnoty jsem převzala z úmrtnostních tabulek mužů a ženy. Z grafu je patrné, že při narození ženy je střední délka života asi 80 let a střední délka muže 75 let. Z této skutečnosti vychází pojišťovny při sestavování úmrtnostních tabulek – počítají s úmrtnostními tabulkami pro muže a věk ženy posunují o 5 let v její prospěch (viz podkapitola úmrtnostní tabulky v praxi).

Graf 2.4: Střední délka života v roce 2008 pro muže ($\mathring{e}_x$) a pro ženy ($\mathring{e}_y$) v ČR.



2.3 Úmrtnostní tabulky v praxi

1. *Úmrtnost mužské a ženské populace*

Pojišťovny při výpočtech pojistného k tomuto faktu přistupují různě:

- Pojišťovna má dva druhy úmrtnostních tabulek – pro muže zvlášť a pro ženy také zvlášť. Tudíž používá úmrtnostní tabulky pro muže ke všem výpočtům týkajících se mužů a stejně tak pro ženy.
- Další přístup je takový, že pojišťovna nerozlišuje muže a ženy a pro všechny výpočty používá jedny úmrtnostní tabulky.
- V ČR je běžný takový přístup, že životní pojišťovny používají jedny úmrtnostní tabulky. Při pojistných výpočtech, které se týkají mužů používají mužské úmrtnostní tabulky a při výpočtech, které se týkají žen použijí stejné úmrtnostní tabulky, ale věk ženy posunou (vzhledem k nižší úmrtnosti žen). Většinou je tento posun o 5 let ve prospěch žen, tj. věk ženy = věk muže snížený o 5 let.

2. *Konstrukce úmrtnostních tabulek*

Pojišťovna při konstrukci úmrtnostní tabulky může na základě svých dat o úmrtnosti odhadnout příslušné pravděpodobnosti úmrtí a pak z nich zkonstruovat vlastní úmrtnostní tabulky nebo upravit globální tabulky (většinou publikované Českým statistickým úřadem). Důležitým východiskem pro sestrojení této časové řady jsou odhadnuté pravděpodobnosti úmrtí pro jednotlivé věky. Tato časová řada se různými metodami vyhlazuje.

V praxi je důležitý přístup pomocí komutačních čísel, tj. kombinace dekrementních a finančních instrumentů. Komutační čísla se rozlišují na:

- komutační čísla nultého řádu:

$D_x = l_x \cdot v^x \ldots$ diskontovaný počet dožívajících se věku x (počítá se počáteční hodnota, proto je nutné počet jedinců dožívajících se věku x násobit diskontním faktorem v s exponentem x), kde $v = \frac{1}{1+i}$, pro všechny pojistně matematické výpočty se používá tržní úroková míra, která se značí i;

$C_x = d_x \cdot v^{x+1} \ldots$ diskontovaný počet zemřelých ve věku x (zde je u diskontního faktoru v exponent $x+1$, a to z toho důvodu, že počet zemřelých $d_x = l_x - l_{x+1}$ se započítává až na konci roku);

- komutační čísla prvního řádu:

$$N_x = \sum_{j=0}^{\omega-x} D_{x+j} = D_x + D_{x+1} + \ldots + D_\omega \;;$$

$$M_x = \sum_{j=0}^{\omega-x} C_{x+j} = C_x + C_{x+1} + \ldots + C_\omega \;;$$

- komutační čísla druhého řádu (uplatňují se při výpočtech pojistného jen u pojištění s proměnným pojistným plněním) :

$$S_x = \sum_{j=0}^{\omega-x} N_{x+j} = N_x + N_{x+1} + \ldots + N_\omega \;;$$

$$R_x = \sum_{j=0}^{\omega-x} M_{x+j} = M_x + M_{x+1} + \ldots + M_\omega \,.$$

2.4 Princip ekvivalence a princip fiktivního souboru

Všechny pojistně-matematické výpočty v životním pojištění jsou založeny na principu ekvivalence, který vyjadřuje rovnováhu příjmů a výdajů pojišťovny. Z důvodu časového rozložení příjmů a výdajů pojišťovny je nutné shrnout tyto částky k jedinému časovému bodu – obvykle se za takové referenční datum volí okamžik uzavření smlouvy. Prakticky to znamená, že se k tomuto datu diskontují všechny částky, kromě těch, které se platí při uzavření smlouvy. Placení jednotlivých částek však může záviset na tom, jestli pojištěný žije, tj. platba se uskuteční, je-li pojištěný naživu a nepředpokládáme předčasné vypovězení smlouvy. Z tohoto důvodu pak tyto finanční toky můžeme označit za nejisté, pravděpodobné a při výpočtech je budeme násobit pravděpodobnostmi úmrtí, příp. pravděpodobnostmi dožití.

Počáteční hodnoty pojištění (jednorázové nettopojistné) se počítají k datu uzavření pojistné smlouvy, takže veškeré pozdější finanční toky (pojistné, pojistné plnění) budou diskontovány pomocí diskontního faktoru o příslušný počet let zpět:

$$v = \frac{1}{(1+i)^j} \ , \ j = 1,2,\ldots,n$$

kde i je pojistně-technická úroková míra.

Při zjišťování počáteční hodnoty pojistné částky S budeme diskontovat o n roků zpět:

$$S \cdot v^n \, .$$

Dále je třeba zdůraznit, že k tomu, aby mohla pojišťovna stanovit výši pojistného, je nutné mít údaje o počtech živých, resp. zemřelých v každém věku x. Tyto počty přebírá z úmrtnostních tabulek a pracuje tedy na principu fiktivního souboru. K odvození pojistného je třeba použít oba principy (princip fiktivního souboru a princip ekvivalence).

Komplikace mohou přivést neočekávané výdaje (když nastane pojistná událost) nebo neočekávané ukončení příjmů (platba pojistného většinou končí úmrtním pojištěné osoby). Aby se pojišťovna vyhnula zbytečným problémům spojeným s nedostatkem peněz, pracuje na principu ekvivalence, který se prakticky uplatňuje diskontováním příslušných finančních toků a který lze vyjádřit:

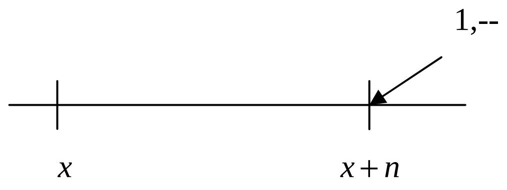
očekávaná počáteční hodnota pojistného = očekávaná počáteční hodnota pojistného plnění.

3 Jednorázové nettopojistné

Jednorázové nettopojistné je pojistné, které se jednorázově zaplatí při sjednání pojistné smlouvy. Jednorázové nettopojistné odpovídá počáteční hodnotě pojištění. Ve všech uvedených vzorcích je ukázán výpočet jednorázového nettopojistného v příslušném životním pojištění s jednotkovou pojistnou částkou (pojistná částka je 1,--Kč). Při výpočtech nettopojistného s konkrétní pojistnou částkou S se vždy výsledný vzorec vynásobí touto pojistnou částkou.

3.1 Pojištění na dožití

Při pojištění na dožití může nastat pouze jedna pojistná událost, a to dožití pojištěné osoby věku, který je sjednán v pojistné smlouvě (obvykle dožití se konce pojistné doby). Pojištěná osoba ve věku x si sjedná pojištění na dožití věku $x+n$ (pokud před tímto věkem zemře, pojištění zaniká). V případě pojistné události (dožití věku $x+n$), vyplatí pojišťovna pojistné plnění ve výši 1,--Kč.



Počáteční hodnotu pojištění můžeme modelovat pomocí střední hodnoty náhodné veličiny popisující výši pojistného plnění přepočítaného k věku x nebo pomocí komutačních čísel. Přitom uplatním oba principy z předchozí kapitoly. Nejprve si ukážeme odvození pomocí střední hodnoty náhodné veličiny Z. Tuto náhodnou veličinu můžeme zvolit jako:

$$Z = \begin{cases} 0, & K_x = 0,1,\ldots,n-1, \\ 1 \cdot v^n, & K_x = n, \end{cases}$$

kde K_x je náhodná veličina popisující celočíselnou délku života.

Tabulka 3.1: Pravděpodobnosti náhodné veličiny Z .

Hodnota K_x	Hodnota Z	Pravděpodobnost
0	0	$P(K_x = 0) = {}_{0\|} q_x = q_x$
1	0	$P(K_x = 1) = {}_{1\|} q_x$
2	0	$P(K_x = 2) = {}_{2\|} q_x$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$1 \cdot v^n$	$P(K_x = n) = {}_n p_x$

$$E(Z) = 0 \cdot q_x + \ldots + 0 \cdot {}_{n-1|} q_x + v^n \cdot {}_n p_x = {}_n E_x$$

Odvození pomocí komutačních čísel: částka, kterou bude pojišťovna potřebovat v čase $x+n$ k výplatě pojistného plnění pro všechny, kteří se dožijí věku $x+n$ je $1 \cdot l_{x+n}$ (l_{x+n} je počet jedinců – údaj z úmrtnostní tabulky, kteří se dožijí věku $x+n$). Tato částka se dle principu ekvivalence diskontuje diskontním faktorem v^n a tím získáme celkové pojistné plnění přepočtené do věku x, které se podělí mezi všechny pojištěné ve věku x (tj. dělíme číslem l_x). Získaná částka pak odpovídá jednorázovému nettopojistnému na jednotkovou pojistnou částku, kterou zaplatí pojištěný vstupující do pojištění na dožití ve věku x:

$${}_n E_x = \frac{1 \cdot l_{x+n} \cdot v^n}{l_x} \ ,$$

tento vzorec ještě vyjádříme pomocí komutačních čísel:

$${}_n E_x = \frac{l_{x+n} \cdot v^n}{l_x} = \frac{l_{x+n} \cdot v^{x+n}}{l_x \cdot v^x} = \frac{D_{x+n}}{D_x} \ .$$

V případě pojistné částky S, obě strany tímto číslem vynásobíme:

$$S \cdot {}_n E_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S \ . \tag{6}$$

3.2 Pojištění pro případ smrti

Pojištění pro případ smrti je také nazýváno rizikovým životním pojištěním (zejména v zahraničí). Pojistnou událostí, definovanou v pojistné smlouvě, je smrt pojištěného. V tomto pojištění se tedy zohledňuje pouze riziko úmrtí. Budeme předpokládat, že pojistné plnění je vyplaceno vždy na konci roku, v němž došlo k úmrtí.

Odvození jednorázového nettopojistného u pojištění pro případ smrti (ozn. A_x) provedeme opět pomocí náhodné veličiny Z, pro niž platí:

$$Z = v^{K_x+1}.$$

Tabulka 3.2: Pravděpodobnosti náhodné veličiny Z.

Hodnota K_x	Hodnota Z	Pravděpodobnost
0	v^1	$P(K_x = 0) = {}_{0\|}q_x = q_x$
1	v^2	$P(K_x = 1) = {}_{1\|}q_x$
2	v^3	$P(K_x = 2) = {}_{2\|}q_x$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\omega - x$	$v^{\omega-x+1}$	$P(K_x = \omega - x) = {}_{\omega-x\|}q_x$

$$E(Z) = v^1 \cdot q_x + v^2 \cdot {}_{1|}q_x + v^3 \cdot {}_{2|}q_x + \ldots + v^{\omega-x+1} \cdot {}_{\omega-x|}q_x = v^1 \cdot \frac{d_x \cdot v^x}{l_x \cdot v^x} + v^2 \cdot \underbrace{{}_1p_x \cdot q_{x+1}}_{=\frac{l_{x+1}}{l_x}\cdot\frac{d_{x+1}}{l_{x+1}}=\frac{d_{x+1}}{l_x}} \cdot \frac{v^x}{v^x} + \ldots +$$

$$+ v^{\omega-x+1} \cdot \frac{d_\omega}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \frac{\overbrace{v^{x+1} \cdot d_x}^{C_x}}{\underbrace{v^x \cdot l_x}_{D_x}} + \frac{v^{x+2} \cdot d_{x+1}}{v^x \cdot l_x} + \ldots + \frac{v^{\omega+1} \cdot d_\omega}{v^x \cdot l_x} = \frac{C_x + C_{x+1} + \ldots + C_\omega}{D_x} = \frac{M_x}{D_x}$$

$$A_x = \frac{M_x}{D_x},$$

$$S \cdot A_x = \frac{M_x}{D_x} \cdot S. \qquad (7)$$

3.3 Dočasné pojištění pro případ smrti

Při tomto druhu pojištění vyplatí pojišťovna pozůstalým pojistnou částku opět pouze v případě úmrtí pojištěné osoby, a to stejným způsobem, jako u předchozího rizikového pojištění. Pokud se pojištěný dožije konce pojistné doby, pojišťovna nebude vyplácet žádné pojistné plnění a pojištění zanikne. Většinou se dočasné pojištění pro případ smrti využívá jako životní úvěrové pojištění, obvykle je toto pojištění podmínkou sjednání úvěru. Tento druh pojištění je velmi podobný jako předchozí případ, pouze je rozdíl v pojistné době – u pojištění pro případ smrti není předem v pojistné smlouvě určena, zatímco u dočasného pojištění pro případ smrti ano.

Odvození jednorázového nettopojistného (ozn. $A^1_{x\overline{n}|}$) je stejné jako v předchozím případě, rozdíl je v tom, že počet hodnot náhodné veličiny K_x bude menší. Odvození provedeme opět pomocí náhodné veličiny Z, kterou můžeme zvolit jako:

$$Z = v^{K_x+1}.$$

Tabulka 3.3: Pravděpodobnostní rozdělení náhodné veličiny Z.

Hodnota K_x	Hodnota Z	Pravděpodobnost
0	v^1	$P(K_x = 0) = {}_{0\vert}q_x = q_x$
1	v^2	$P(K_x = 1) = {}_{1\vert}q_x$
2	v^3	$P(K_x = 2) = {}_{2\vert}q_x$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	v^n	$P(K_x = n-1) = {}_{n-1\vert}q_x$

$$E(Z) = v^1 \cdot q_x + v^2 \cdot {}_{1|}q_x + v^3 \cdot {}_{2|}q_x + \ldots + v^n \cdot {}_{n-1|}q_x = \frac{C_x + C_{x+1} + \ldots + C_{x+n-1}}{D_x} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$A^1_{x\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x},$$

$$S \cdot A^1_{x\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \cdot S. \qquad (8)$$

3.4 Smíšené pojištění

Smíšené pojištění je pojištění pro případ smrti nebo dožití, v praxi se nabízí pod názvem kapitálové životní pojištění. U tohoto pojištění je pojistnou událostí dožití nebo smrt pojištěného. Pojišťovna vyplatí pojistnou částku v tom případě, když pojištěná osoba zemře během pojistné doby, a to vždy na konci roku, v němž došlo k úmrtí, nebo když se pojištěná osoba dožije konce pojistné doby délky n let. Protože smíšené pojištění zahrnuje jak dočasné pojištění pro případ smrti, tak pojištění na dožití, bude pro jednorázové nettopojistné platit:

$$A_{x\overline{n}} = {}_nE_x + A^1_{x\overline{n}} \,,$$

kde $A_{x\overline{n}}$ je jednorázové nettopojistné smíšeného pojištění.

Po dosazení komutačních čísel:

$$S \cdot A_{x\overline{n}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} \cdot S \,. \qquad (9)$$

3.5 Riziko

Protože je jednorázové nettopojistné modelováno jako střední hodnota náhodné veličiny Z, zbývá určit pro úplnost rozptyl, příp. směrodatnou odchylku. Směrodatnou odchylku pak interpretujeme jako riziko, že vybrané jednorázové nettopojistné určené ve formě střední hodnoty náhodné veličiny Z nebude stačit k výplatám pojistného plnění (ke krytí čistého rizika). Rozptyl se počítá dle vztahu:

$$\mathrm{var}(Z) = \mathrm{E}(Z^2) - [\mathrm{E}(Z)]^2$$

riziko pak:

$$\sigma(Z) = \sqrt{\mathrm{E}(Z^2) - [\mathrm{E}(Z)]^2} \,.$$

Pro představu zde ukáži odvození rizika pojištění na dožití:

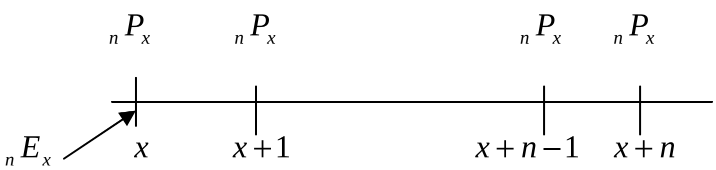
$$\sigma(Z) = \sqrt{v^{2\cdot n} \cdot {}_np_x \cdot {}_nq_x} \,.$$

4 Běžné nettopojistné

Běžné nettopojistné je nettopojistné placené v pravidelných splátkách. Splátky jsou stejné výše a placené vždy na počátku pravidelných pojistných období (ročních nebo področních), kde pojistným obdobím rozumíme časový interval mezi 2 splátkami pojistného. Zde se zaměřím na odvození ročního běžného nettopojistného.

4.1 Pojištění na dožití

Odvodíme běžné nettopojistné (ozn. ${}_nP_x$), které se platí vždy na počátku roku. Toto nettopojistné stanovíme pro x-letého jedince, který si sjedná pojištění na dožití věku $x+n$ a pojistnou částku S,-- Kč. K odvození opět použijeme princip ekvivalence a princip fiktivního souboru.



Princip ekvivalence spočívá v tom, že počáteční hodnota jednorázového nettopojistného ${}_nE_x$ se rovná součtu počátečních hodnot jednotlivých ročních nettopojistných, princip fiktivního souboru použijeme k určení celkových částek pojistného vybraného každým rokem a pro přepočet na jednoho pojištěného ve věku x:

$$S \cdot {}_nE_x = S \cdot \left({}_nP_x + {}_nP_x \cdot v^1 \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} + \ldots + {}_nP_x \cdot v^{n-1} \cdot \frac{l_{x+n-1}}{l_x} \right) \tag{10}$$

$$S \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x} = {}_nP_x \cdot \left(\frac{\overbrace{v^x \cdot l_x}^{D_x}}{v^x \cdot l_x} + \frac{v^{x+1} \cdot l_{x+1}}{v^x \cdot l_x} + \ldots + \frac{v^{x+n-1} \cdot l_{x+n-1}}{v^x \cdot l_x} \right) \cdot S$$

$$S \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x} = {}_nP_x \cdot \frac{D_x + D_{x+1} + \ldots + D_{x+n-1}}{D_x} \cdot S$$

$$S \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x} = {}_nP_x \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \cdot S$$

Úpravou rovnice získáme vzorec pro výpočet běžného nettopojistného:

$$S \cdot {}_nP_x = \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot S\,. \tag{11}$$

Při odvození ročního běžného nettopojistného u ostatních životních pojištění budeme postupovat stejně jako u pojištění na dožití.

4.2 Pojištění pro případ smrti

Pro běžné nettopojistné s pojistnou částkou S bude platit:

$$S \cdot A_x = \left(P_x + P_x \cdot v \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} + \ldots + P_x . v^{\omega - x} \cdot \frac{l_\omega}{l_x} \right) \cdot S$$

$$S \cdot \frac{M_x}{D_x} = P_x \cdot \frac{D_x + D_{x+1} + \ldots + D_\omega}{D_x} \cdot S$$

$$S \cdot P_x = \frac{M_x}{N_x} \cdot S\,. \tag{12}$$

4.3 Dočasné pojištění pro případ smrti

Odvození běžného nettopojistného při pojistné částce S je následující:

$$S \cdot A^1_{x\overline{n}|} = \left(P^1_{x\overline{n}|} + P^1_{x\overline{n}|} \cdot \frac{v \cdot l_{x+1}}{l_x} + P^1_{x\overline{n}|} \cdot \frac{v^2 \cdot l_{x+2}}{l_x} + \ldots + P^1_{x\overline{n}|} \cdot \frac{v^{n-1} \cdot l_{x+n-1}}{l_x} \right) \cdot S \qquad \Big| \cdot \frac{v^x}{v^x}$$

$$S \cdot A^1_{x\overline{n}|} = P^1_{x\overline{n}|} \cdot \left(\frac{v^x \cdot l_x + v^{x+1} \cdot l_{x+1} + \ldots + v^{x+n-1} \cdot l_{x+n-1}}{v^x \cdot l_x} \right) \cdot S$$

$$S \cdot A^1_{x\overline{n}|} = P^1_{x\overline{n}|} \cdot \frac{D_x + D_{x+1} + \ldots + D_{n-1}}{D_x} \cdot S$$

$$S \cdot A^1_{x\overline{n}|} = P^1_{x\overline{n}|} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \cdot S\,, \tag{13}$$

kde $A^1_{x\overline{n}|}$ je jednorázové nettopojistné dočasného pojištění pro případ smrti a platí:

$$S \cdot A^1_{x\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \cdot S\,.$$

Tento vzorec dosadíme do rovnice (13) a postupnými úpravami dojdeme k výslednému vzorci pro běžné nettopojistné dočasného pojištění pro případ smrti:

$$S \cdot P^1_{x\overline{n}|} = \frac{\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}} \cdot S$$

$$S \cdot P^1_{x\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot S\,. \tag{14}$$

4.4 Smíšené pojištění

Analogicky jako u předchozích druhů pojištění se odvodí vzorec pro běžné nettopojistné smíšeného pojištění, předpokládáme pojistnou částku S ,-- Kč:

$$S \cdot A_{x\overline{n}|} = P_{x\overline{n}|} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \cdot S$$

$$S \cdot \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} = P_{x\overline{n}|} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \cdot S$$

$$S \cdot P_{x\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot S\,. \tag{15}$$

5 Bruttopojistné

Bruttopojistné je nettopojistné navýšené o náklady pojišťovny. Započítávané náklady pojišťovny se většinou dělí takto:

- počáteční jednorázové náklady α - jsou to počáteční výdaje spojené s uzavřením pojistné smlouvy (např. provize pro zprostředkovatele, náklady na administrativu, atd.), v případě životního pojištění se udávají jako procento z pojistné částky;
- běžné správní náklady β - jsou to náklady, které se platí na počátku každého roku po celou dobu trvání pojištění. Tyto náklady jsou spojené s udržováním pojištění (např. administrativa, nájem budov, provoz výpočetní techniky, atd.), v případě životního pojištění se počítají jako procento z pojistné částky. Když je doba placení pojistného kratší než pojistná doba (případ jednorázového pojistného), náklady β se rozdělují na běžné správní náklady β_1 (po celou dobu trvání pojištění) a běžné správní náklady β_2 (po dobu placení pojistného), platí: $\beta = \beta_1 + \beta_2$, takže náklady β_2 se u jednorázového pojistného neprojeví;
- inkasní náklady γ - jsou to náklady spojené s inkasem pojistného, počítají se jako procento z ročního bruttopojistného.

5.1 Pojištění na dožití

Vzorec pro výpočet jednorázového bruttopojistného v pojištění s pojistnou částkou S se odvozuje tak, že k jednorázovému nettopojistnému přičteme jednorázový náklad $S \cdot \alpha$ a náklad β_1. Náklady β_1 jsou placeny po celou pojistnou dobu, proto musíme do vzorce zahrnout součet jejich počátečních hodnot. Roční splátky ve výši β_1 určíme stejně jako ve vzorci (10):

$$S \cdot \left(\beta_1 + \beta_1 \cdot \frac{l_{x+1} \cdot v}{l_x \cdot v^x} + \ldots + \beta_1 \cdot \frac{l_{x+n-1} \cdot v^{x+n-1}}{l_x \cdot v^x} \right) = \beta_1 \cdot \left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S \,. \tag{16}$$

Výsledný vzorec pro výpočet jednorázového bruttopojistného pojištění na dožití pak má tvar:

$$S \cdot JB_{xn} = \left[{}_nE_x + \alpha + \beta_1 \cdot \left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \right] \cdot S\,, \tag{17}$$

kde ${}_nE_x$ je jednorázové nettopojistné v pojištění na dožití a dosazením za něj má vzorec (17) tvar:

$$S \cdot JB_{xn} = \left[\frac{D_{x+n}}{D_x} + \alpha + \beta_1 \cdot \left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \right] \cdot S\,. \tag{18}$$

V případě běžného bruttopojistného musí opět platit ekvivalence - počáteční hodnota důchodu tvořeného splátkami běžného bruttopojistného se musí rovnat výši jednorázového bruttopojistného navýšeného o náklady β_2 a γ. Náklad β_2 se do vzorce zahrnuje stejným způsobem jako β_1, náklad γ se počítá jako procento z ročního bruttopojistného (u těchto nákladů musíme určit počáteční hodnotu příslušného důchodu, protože předpokládáme jejich průběžné splácení). Platí, že $\beta = \beta_1 + \beta_2$:

$$S \cdot B_{x\overline{n}} \cdot \left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) = \left[{}_nE_x + \alpha + \beta \cdot \left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) + \gamma \cdot B_{x\overline{n}} \cdot \left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \right] \cdot S\,.$$

Úpravou dostaneme následující vzorec pro výpočet běžného bruttopojistného:

$$S \cdot B_{x\overline{n}} = \frac{1}{1-\gamma} \cdot \left[\frac{{}_nE_x}{\left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right)} + \frac{\alpha}{\left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right)} + \beta \right] \cdot S\,. \tag{19}$$

kde ${}_nE_x$ je jednorázové nettopojistné u pojištění na dožití (6).

Dosazením vzorce ${}_nE_x$ do vzorce (19), můžeme vzorec běžného bruttopojistného psát ve tvaru:

$$S \cdot B_{x\overline{n}} = \frac{1}{1-\gamma} \cdot \left(\frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} + \frac{\alpha \cdot D_x}{N_x - N_{x+n}} + \beta \right) \cdot S\,. \tag{20}$$

Princip určení vztahů pro jednorázové i běžné bruttopojistné v případě ostatních životního pojištění je analogický. U pojištění pro případ smrti je třeba si uvědomit, že délka doby placení není při uzavření smlouvy dána, čemuž budou odpovídat současné počáteční hodnoty jednotlivých splátek nákladů β_1, β_2, γ.

5.2 Pojištění pro případ smrti

Pro jednorázové bruttopojistné bude platit:

$$S \cdot JB_x = \left(A_x + \alpha + \beta_1 \cdot \frac{N_x}{D_x} \right) \cdot S \, , \tag{21}$$

kde $\beta_1 \cdot \frac{N_x}{D_x}$ jsme získali způsobem:

$$\beta_1 + \beta_1 \cdot \frac{l_{x+1} \cdot v}{l_x} + \ldots + \beta_1 \cdot \frac{l_\omega \cdot v^{\omega - x}}{l_x} = \quad \Big| \cdot \frac{v^x}{v^x}$$

$$\beta_1 \cdot \left(\frac{l_{x+1} \cdot v^{x+1}}{l_x \cdot v^x} + \ldots + \frac{l_\omega \cdot v^\omega}{l_x \cdot v^x} \right) = \beta_1 \cdot \frac{D_x + D_{x+1} + \ldots + D_\omega}{D_x} = \beta_1 \cdot \frac{N_x}{D_x} \, .$$

A_x je jednorázové nettopojistné u pojištění pro případ smrti (7), po dosazení za něj do vzorce (21) máme:

$$S \cdot JB_x = \left(\frac{M_x}{D_x} + \alpha + \beta_1 \cdot \frac{N_x}{D_x} \right) \cdot S \, . \tag{22}$$

Odvozování běžného bruttopojistného musíme opět dbát na platnost ekvivalence – počáteční hodnota běžného bruttopojistného ($B_x \cdot \frac{N_x}{D_x}$) se musí rovnat jednorázovému bruttopojistnému, které je navýšené o náklady β_2 a γ. Oba se do vzorce zahrnují jako u pojištění na dožití s tím, že příslušné důchody jsou pro dobu, která není předem vymezena. Opět předpokládám, že $\beta = \beta_1 + \beta_2$:

$$S \cdot B_x \cdot \frac{N_x}{D_x} = \left(A_x + \alpha + \beta \cdot \frac{N_x}{D_x} + \gamma \cdot B_x \cdot \frac{N_x}{D_x} \right) \cdot S \, ,$$

úpravami získáme:

$$S \cdot B_x = \frac{1}{1-\gamma} \cdot \left(\frac{M_x}{N_x} + \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x} + \beta \right) \cdot S \,. \tag{23}$$

5.3 Dočasné pojištění pro případ smrti

Analogie s pojištěním pro případ smrti:

$$S \cdot JB^{1}_{x\overline{n}|} = \left(A^{1}_{x\overline{n}|} + \alpha + \beta_1 \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S \,,$$

kde $A^{1}_{x\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$ je jednorázové nettopojistné dočasného pojištění pro případ smrti,

po dosazení:

$$S \cdot JB^{1}_{x\overline{n}|} = \left(\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \alpha + \beta_1 \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S \,. \tag{24}$$

Při vyjadřování vztahu pro výpočet běžného bruttopojistného dočasného pojištění pro případ smrti musíme opět dodržovat princip ekvivalence, tudíž platí:

$$S \cdot B^{1}_{x\overline{n}|} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = \left(\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \alpha + \beta \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \gamma \cdot B^{1}_{x\overline{n}|} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S$$

$$S \cdot B^{1}_{x\overline{n}|} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \cdot (1-\gamma) = \left(\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \alpha + \beta \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S$$

$$S \cdot B^{1}_{x\overline{n}|} = \frac{1}{1-\gamma} \cdot \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}} \cdot \left(\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \alpha + \beta \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S$$

$$S \cdot B^{1}_{x\overline{n}|} = \frac{1}{1-\gamma} \cdot \left(\frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} + \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}} + \beta \right) \cdot S \,. \tag{25}$$

5.4 Smíšené pojištění

V tomto případě má jednorázové bruttopojistné s pojistnou částkou S tvar:

$$S \cdot JB_{x\overline{n}} = \left(A_{x\overline{n}} + \alpha + \beta_1 \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S \, , \tag{26}$$

$A_{x\overline{n}}$ je jednorázové nettopojistné při smíšeném pojištění a jeho vzorec (9) dosadím do vzorce (26):

$$S \cdot JB_{x\overline{n}} = \left(\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} + \alpha + \beta_1 \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S \tag{27}$$

V případě běžného bruttopojistného smíšeného pojištění bude platit:

$$S \cdot B_{x\overline{n}} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = \left(A_{x\overline{n}} + \alpha + \beta \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \gamma \cdot B_{x\overline{n}} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S \, .$$

Do tohoto vzorce dosadím vztah (9) a upravím vzorec pro běžné bruttopojistné:

$$S \cdot B_{x\overline{n}} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} = \left(\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} + \alpha + \beta \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \gamma \cdot B_{x\overline{n}} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \cdot S$$

$$S \cdot B_{x\overline{n}} = \frac{1}{1-\gamma} \cdot \left(\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} + \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}} + \beta \right) \cdot S \, . \tag{28}$$

6 Pojistná rezerva

Legislativa každého státu udává pojišťovnám nutnost tvorby technických rezerv, v ČR je to zákon č. 277/2009 Sb., o pojišťovnictví. Pojišťovny jsou povinny tvořit tyto rezervy:

- rezervu na nezasloužené pojistné – je to souhrn budoucích pojistných jednotlivých pojistných smluv;
- rezervu na pojistná plnění – slouží k výplatě pojistné částky v případě pojistné události;
- rezervu pojistného životních pojištění – vypočítá se z jednotlivých smluv a je určena ke krytí budoucích závazků pojišťovny;
- rezervu na prémie a slevy – je to rezerva na poskytování slev a prémií, které uvádí pojišťovna ve svých podmínkách;
- rezervu životních pojištění, je-li nositelem investičního rizika pojistník – součet závazků vůči pojistníkům ve výši hodnoty jejich podílových fondů;
- rezervu na splnění závazků z použité technické úrokové míry a ostatních početních parametrů;
- rezervu pojistného neživotních pojištění;
- jinou rezervu.

Jak již bylo uvedeno, v zákoně je také uveden způsob umístění finančních rezerv. Pojišťovna může rezervy investovat např. do dluhopisů, pokladničních poukázek, směnek, nemovitostí na území členských států nebo hypotečních zástavních listů, a to pouze v povoleném množství.

Pro životní pojišťovnu je nezbytné, aby vždy měla dostatek finančních prostředků ke krytí svých závazků, z velké části vůči pojištěným. Potřebné finanční prostředky se mj. kumulují z přebytků pojistného, které vznikají v prvních letech doby trvání pojištění. Nahromaděné prostředky, zhodnocené technickou úrokovou mírou, určují hodnotu pojistné smlouvy v každém čase t (obvykle na konci každého roku). Matematicky lze hodnotu pojistné smlouvy v čase t zapsat takto:

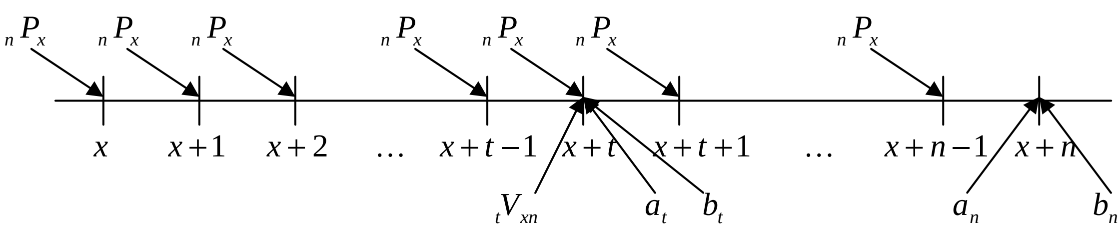
hodnota pojistné smlouvy v čase t = očekávaná hodnota budoucích výdajů v čase t –
- očekávaná hodnota budoucích příjmů v čase t;

kde t je čas, který uplynul od uzavření smlouvy. Pro jednoduchost předpokládám, že pojistné doby jsou shodné s kalendářními. Očekávaná hodnota budoucích výdajů v čase t je hodnota budoucích výdajů od času t do konce pojistné doby převedených do času t diskontováním. Očekávaná hodnota budoucích příjmů v čase t je podobně hodnota budoucích příjmů diskontovaná do času t. Hodnoty pojistné smlouvy bývají označeny jako rezerva pojistného životního pojištění často taky jako kapitálová hodnota. Vezmeme-li tyto prostředky očištěné od nákladů, získáme nettorezervu.

6.1 Nettorezerva

Při odvození nettorezervy vyjdu z případu všeobecného pojištění: pojistné plnění na konci t-tého roku $(t = 1,2,\dots,n)$ je ve výši:

- a_t, pokud se pojištěný dožije konce t-tého roku pojištění,
- b_t, pokud pojištěný zemře během t-tého roku pojištění.
- Nejprve naznačím obecný vztah, od kterého se odvíjí výpočty konkrétních druhů životních pojištění. Pojištěnec ve věku x si sjednává pojištění na pojistnou dobu n let. Časové rozložení jednotlivých částek je ukázáno na schématu. Roční pojistné je ve výši $_nP_x$ a je placeno vždy na počátku pojistného roku.



kde $_tV_{xn}$ je nettorezerva.

Budoucí očekávané příjmy na konci t-tého roku pojištění tvořené součtem hodnot všech budoucích ročních částek pojistného diskontovaných k času t činí:

$$
{}_nP_x + {}_nP_x \cdot \frac{l_{x+t+1} \cdot v}{l_{x+t}} + {}_nP_x \cdot \frac{l_{x+t+2} \cdot v^2}{l_{x+t}} + \ldots + {}_nP_x \cdot \frac{l_{x+n-1} \cdot v^{n-1-t}}{l_{x+t}} = \left| \cdot \frac{v^{x+t}}{v^{x+t}} \right| =
$$

$$
= {}_nP_x \cdot \frac{l_{x+t} \cdot v^{x+t}}{l_{x+t} \cdot v^{x+t}} + {}_nP_x \cdot \frac{l_{x+t+1} \cdot v^{x+t+1}}{l_{x+t} \cdot v^{x+t+1}} + {}_nP_x \cdot \frac{l_{x+t+2} \cdot v^{x+t+2}}{l_{x+t} \cdot v^{x+t}} + \ldots + {}_nP_x \cdot \frac{l_{x+n-1} \cdot v^{x+n-1}}{l_{x+t} \cdot v^{x+n}} =
$$

$$
= {}_nP_x \cdot \frac{D_{x+t} + D_{x+t+1} + D_{x+t+2} + \ldots + D_{x+n-1}}{D_{x+t}} = {}_nP_x \cdot \frac{\sum_{j=t+1}^{n} D_{x+j-1}}{D_{x+t}}
$$

Budoucí očekávané výdaje na konci t-tého roku pojištění jsou tvořeny součtem všech pojistných plnění diskontovaných k času t. Jejich hodnota je:

$$
\frac{a_{t+1} \cdot l_{x+t+1} \cdot v + b_{t+1} \cdot d_{x+t} \cdot v}{l_{x+t}} + \frac{a_{t+2} \cdot l_{x+t+2} \cdot v^2 + b_{t+2} \cdot d_{x+t+1} \cdot v^2}{l_{x+t}} + \ldots +
$$

$$
+ \frac{a_n \cdot l_{x+n} \cdot v^{n-t} + b_n \cdot d_{x+n-1} \cdot v^{n-t}}{l_{x+t}} = \left| \cdot \frac{v^{x+t}}{v^{x+t}} \right| = \frac{a_{t+1} \cdot D_{x+t+1} + a_{t+2} \cdot D_{x+t+2} + \ldots + a_n \cdot D_{x+n}}{D_{x+t}} + \ldots +
$$

$$
+ \frac{b_{t+1} \cdot C_{x+t} + b_{t+2} \cdot C_{x+t+1} + \ldots + b_n \cdot C_{x+n-1}}{D_{x+t}} = \frac{\sum_{j=t+1}^{n} a_j \cdot D_{x+j} + \sum_{j=t+1}^{n} b_j \cdot C_{x+j-1}}{D_{x+t}}
$$

Výše nettorezervy se rovná rozdílu očekávané hodnoty budoucích výdajů v čase t a očekávané hodnoty budoucích příjmů v čase t, tj.:

$$
{}_tV_{xn} = \frac{\sum_{j=t+1}^{n} a_j \cdot D_{x+j} + \sum_{j=t+1}^{n} b_j \cdot C_{x+j-1}}{D_{x+t}} - {}_nP_x \cdot \frac{\sum_{j=t+1}^{n} D_{x+j-1}}{D_{x+t}}. \qquad (29)
$$

Tento vztah vyjadřuje nettorezervu za běžné pojistné. Lze též odvodit vztah pro nettorezervu za jednorázové pojistné, která bude prakticky stejná jako hodnota jednorázového nettopojistného v čase t (ve věku pojištěného $x+t$). Vztahy pro výpočet rezervy za jednorázové pojistné uvedu pro každý druh pojištění.

6.1.1 Pojištění na dožití

Životní pojišťovna v tomto případě potřebuje finanční prostředky na vyplacení pojistné částky až po uplynutí pojistné doby (dožití věku $x+n$). Vzorec pro výpočet nettorezervy při běžném pojistném je:

$$ {}_tV_{xn} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - {}_nP_x \cdot \frac{\sum_{j=t+1}^{n} D_{x+j-1}}{D_{x+t}} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - {}_nP_x \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} $$

kde ${}_nP_x$ je běžné nettopojistné v pojištění na dožití, ${}_nP_x = \dfrac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$.

Dosazením dostáváme:

$$ {}_tV_{xn} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} - \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot \left(1 - \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \right). $$

Tento vzorec je uveden pro jednotkovou pojistnou částku, v případě pojistné částky S:

$$ S \cdot {}_tV_{xn} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot \left(1 - \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \right) \cdot S \qquad (30) $$

Odvozený vztah se týká nettorezervy za běžné pojistné. V případě jednorázového pojistného se s očekávanou hodnotou budoucích příjmů nepočítá (žádné nejsou). Z toho plyne, že hodnota rezervy se rovná hodnotě očekávaných budoucích výdajů v čase t:

$$ {}_tV_{xn} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}}. $$

Pro úplnost uvedu vztahy pro nettorezervu v případě pojistné částky S Kč:

$$ S \cdot {}_tV_{xn} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot S\,. \qquad (31) $$

6.1.2 Pojištění pro případ smrti

V případě pojištění pro případ smrti nepotřebuje pojišťovna finanční prostředky na výplatu pojistné částky v případě dožití, k plnění dochází výhradně při úmrtí pojištěného. Proto nettorezerva při běžném pojistném a pojistné částce S ,-- Kč bude:

$$S \cdot {}_tV_x = \left(\frac{\sum_{j=t+1}^{n+1} C_{x+j-1}}{D_{x+t}} - P_x \cdot \frac{\sum_{j=t+1}^{n+1} D_{x+j-1}}{D_{x+t}} \right) \cdot S = \left(\frac{M_{x+t}}{D_{x+t}} - P_x \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} \right) \cdot S$$

kde P_x je běžné nettopojistné u pojištění pro případ smrti.

Dosazením vzorce (12) do vzorce pro nettorezervu dostaneme:

$$S \cdot {}_tV_x = \left(\frac{M_{x+t}}{D_{x+t}} - \frac{M_x}{N_x} \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} \right) \cdot S \,. \tag{32}$$

Nettorezerva pro jednorázové pojistné je opět rovna hodnotě očekávaných budoucích výdajů v čase t, tj.:

$$S \cdot {}_tV_x = \frac{M_{x+t}}{D_{x+t}} \cdot S \,. \tag{33}$$

6.1.3 Dočasné pojištění pro případ smrti

V případě dožití se pojištěné osoby konce jakéhokoli pojistného roku, nepotřebuje mít pojišťovna k dispozici finanční prostředky na pojistné plnění. Avšak musí mít dostatek prostředků na výplatu pojistné částky v případě, že pojištěná osoba během pojistné doby zemře. Pokud tato osoba zemře na konci pojistné doby, pojištění bez náhrady zaniká. Na základě těchto údajů dosadíme do obecného vzorce (29) tyto hodnoty:

- $a_j = 0 \;\; pro \;\; j = 1,2,\ldots,n$ … pojištěný se dožije j - tého roku;
- $b_j = 1 \;\; pro \;\; j = 1,2,\ldots,n-1$ … pojištěný zemře v j - tém roce;
- $b_n = 0$ … pojištěný zemře v roce n.

Nettorezerva při běžném pojistném má tvar:

$$S \cdot {}_tV^1_{x\bar{n}} = \left(\frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} - P^1_{x\bar{n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right) \cdot S \text{ ,}$$

kde $P^1_{x\bar{n}}$ je běžné nettopojistné dočasného pojištění pro případ smrti.

Dosazením vzorce (14) do vzorce nettorezervy dostáváme výsledný vzorec:

$$S \cdot {}_tV^1_{x\bar{n}} = \left(\frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right) \cdot S \text{ .} \tag{34}$$

Nettorezerva pro jednorázové pojistné se rovná hodnotě očekávaných budoucích výdajů v čase t, tudíž:

$$S \cdot {}_tV^1_{x\bar{n}} = \frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot S \text{ .} \tag{35}$$

6.1.4 Smíšené pojištění

V tomto případě dosadíme do obecného vzorce (29):

- $a_j = 0 \;\; pro \; j = 1, \ldots, n-1$ …v případě dožití, když se pojištěný dožije věku j;
- $a_n = 1$ … pojistné plnění ve výši 1,--Kč, když se pojištěný dožije věku n;
- $b_j = 1 \;\; pro \; j = 1, \ldots, n$ … pojistné plnění 1,--Kč, když pojištěný během pojistné smlouvy zemře.

Pro pojistnou částku S Kč má nettorezerva při běžném pojistném tvar:

$$S \cdot {}_tV_{x\bar{n}} = \frac{D_{x+n} + M_{x+t} + M_{x+n}}{D_{x+t}} - P_{x\bar{n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot S \text{ ,}$$

kde $P_{x\bar{n}}$ je běžné nettopojistné u smíšeného pojištění .

Dosadíme vzorec (15) a po úpravách je finální vzorec pro nettorezervu při běžném pojistném :

$$S \cdot {}_tV_{x\bar{n}} = \left(\frac{D_{x+n} + M_{x+t} + M_{x+n}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right) \cdot S \text{ .} \tag{36}$$

Stejně jako předchozích druhů pojištění se nettorezerva pro jednorázové pojistné rovná výši očekávaných budoucích výdajů v čase t a má tvar:

$$S \cdot {}_tV_{x\overline{n}} = \frac{M_{x+t} - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot S \,. \tag{37}$$

6.2 Bruttorezerva

Bruttorezerva je nettorezerva, v níž se zohledňují též náklady, a to tímto způsobem:

${}_tV_x^{brutto}$ = *budoucí očekávané výdaje (včetně nákladů) – budoucí očekávané příjmy (včetně nákladů).*

Odvození bruttorezervy za běžné i jednorázové pojistné ukáži přímo na pojištění na dožití.

6.2.1 Pojištění na dožití

Na základě výše uvedených podmínek můžeme sestavit vzorec pro bruttorezervu pojištění na dožití s běžným pojistným pro pojistnou částku S:

$$S \cdot {}_tV_{xn}^{brutto} = \left[\left(\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} + \beta \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} + \gamma \cdot B_{x\overline{n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right) - B_{x\overline{n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right] \cdot S$$

kde $B_{x\overline{n}}$ je bruttopojistné pojištění na dožití a platí:

$$S \cdot B_{x\overline{n}} = \frac{1}{1-\gamma} \cdot \left(\frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} + \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}} + \beta \right) \cdot S \qquad \Big| \cdot (1-\gamma)$$

$$S \cdot B_{x\overline{n}} = \left(\frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} + \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}} + \beta + \gamma \cdot B_{x\overline{n}} \right) \cdot S \,.$$

Vzorec pro bruttopojistné vložíme do vzorce pro bruttorezervu a dostaneme:

$$S\cdot {}_tV_{xn}^{brutto}=S\cdot\left(\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}}+\beta\cdot\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}}+\gamma\cdot B_{x\bar{n}}\cdot\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}}\right)-S\cdot\left(\frac{D_{x+n}}{N_x-N_{x+n}}-\right.$$

$$\left.-\alpha\cdot\frac{D_x}{N_x-N_{x+n}}-\beta+\gamma\cdot B_{x\bar{n}}\right)\cdot\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}}\cdot S=\left(\underbrace{\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}}-\frac{D_{x+n}}{N_x-N_{x+n}}}_{{}_tV_{xn}}-\alpha\cdot\frac{D_x}{N_x-N_{x+n}}\right)\cdot S$$

$$S\cdot {}_tV_{xn}^{brutto}=\left({}_tV_{xn}-\alpha\cdot\frac{D_x}{D_{x+t}}\cdot\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{N_x-N_{x+n}}\right)\cdot S\,,$$

kde ${}_tV_{xn}$ je nettorezerva pojištění na dožití, její vzorec (30) dosadíme a získáme:

$$S\cdot {}_tV_{xn}^{brutto}=\left[\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}}\cdot\left(1-\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{N_x-N_{x+n}}\right)-\alpha\cdot\frac{D_x}{D_{x+t}}\cdot\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{N_x-N_{x+n}}\right]\cdot S\,. \qquad (38)$$

Při jednorázové pojistném se do bruttorezervy započítávají pouze náklady β_1, které se platí po celou dobu trvání pojistné doby. Velikost bruttorezervy je vlastně hodnota nettorezervy při jednorázovém pojistném navýšená o náklady β_1, není žádný budoucí příjem, protože celá částka pojistného je splacena jednorázově na počátku pojistné doby:

$$S\cdot {}_tV_{xn}^{brutto}=\left({}_tV_{xn}+\beta_1\cdot\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}}\right)\cdot S\,,$$

kde ${}_tV_{xn}$ je nettorezerva za jednorázové nettopojistné, jejíž vzorec (31) dosadíme:

$$S\cdot {}_tV_{xn}^{brutto}=\left(\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}}+\beta_1\cdot\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}}\right)\cdot S\,. \qquad (39)$$

6.2.2 Pojištění pro případ smrti

Odvození vztahu pro výpočet bruttorezervy v pojištění pro případ smrti při běžném pojistném je analogické jako vztah v případě pojištění na dožití. Zde je však opět nutné si uvědomit, že pojistná doba nemá předem stanovenou délku. Pro rezervu za běžné pojistné platí:

$$S\cdot {}_tV_{x}^{brutto}=\left[\left(\frac{M_{x+t}}{D_{x+t}}+\beta\cdot\frac{N_{x+t}}{D_{x+t}}+\gamma\cdot B_x\cdot\frac{N_{x+t}}{D_{x+t}}\right)-B_x\cdot\frac{N_{x+t}}{D_{x+t}}\right]\cdot S\,, \qquad (40)$$

B_x je bruttopojistné pojištění pro případ smrti:

$$B_x = \frac{1}{1-\gamma} \cdot \left(\frac{M_x}{N_x} + \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x} + \beta \right) \quad \Big| \cdot (1-\gamma)$$

$$B_x = \frac{M_x}{N_x} + \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x} + \beta + \gamma \cdot B_x .$$

Do vzorce (40) dosadíme vztah pro výpočet bruttopojistného pojištění pro případ smrti:

$$S \cdot {}_tV_x^{brutto} = \left[\left(\frac{M_{x+t}}{D_{x+t}} + \beta \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} + \gamma \cdot B_x \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} \right) - \left(\frac{M_x}{N_x} + \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x} + \beta + \gamma \cdot B_x \right) \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} \right] \cdot S \, ,$$

$$S \cdot {}_tV_x^{brutto} = \left(\underbrace{\frac{M_{x+t}}{D_{x+t}} - \frac{M_x}{N_x} \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}}}_{{}_tV_x} - \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x} \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} \right) \cdot S \, , \tag{41}$$

$$S \cdot {}_tV_x^{brutto} = \left({}_tV_x - \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x} \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} \right) \cdot S \, ,$$

kde ${}_tV_x$ je nettorezerva při běžném pojistném.

Bruttorezerva pojištění pro případ smrti při jednorázovém pojistném se pak vypočítá způsobem:

$$S \cdot {}_tV_x^{brutto} = \left({}_tV_x + \beta_1 \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} \right) \cdot S \, ,$$

tvar vzorce (33) dosadíme:

$$S \cdot {}_tV_x^{brutto} = \left(\frac{M_{x+t}}{D_{x+t}} + \beta_1 \cdot \frac{N_{x+t}}{D_{x+t}} \right) \cdot S \, . \tag{42}$$

6.2.3 Dočasné pojištění pro případ smrti

Na tomto místě uvádím už jen konečné vztahy, jelikož odvození bruttorezerv u tohoto pojištění je analogické předchozím druhům životního pojištění. Hodnota bruttorezervy při běžném pojistném je:

$$S \cdot {}_tV^{1\ brutto}_{x\overline{n}} = \left(\frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} - \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right) \cdot S \tag{43}$$

Hodnota bruttorezervy dočasného pojištění pro případ smrti při jednorázovém pojistném se vypočítá jako:

$$S \cdot {}_tV^{1\ brutto}_{x\overline{n}} = \left(\frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} + \beta_1 \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right) \cdot S\,. \tag{44}$$

6.2.4 Smíšené pojištění

Ani v tomto případě se nic na teorii výpočtů nemění, takže tvar vzorce bruttorezervy smíšeného pojištění při běžném pojistné je:

$$S \cdot {}_tV^{brutto}_{x\overline{n}} = \left[\left(\frac{D_{x+n} + M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} + \beta \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} + \gamma \cdot B_{x\overline{n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right) - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} + \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}} + \beta + \gamma \cdot B_{x\overline{n}} \right) \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right] \cdot S =$$

$$S \cdot {}_tV^{brutto}_{x\overline{n}} = \left(\frac{D_{x+n} + M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} - \right.$$

$$\left. - \alpha \cdot \frac{D_x}{N_x - N_{x+n}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right) \cdot S\,. \tag{45}$$

A výpočet bruttorezervy smíšeného pojištění při jednorázovém pojistném je:

$$S \cdot {}_tV^{brutto}_{x\overline{n}} = \left(\frac{M_{x+t} - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_{x+t}} + \beta_1 \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right) \cdot S\,. \tag{46}$$

v tomto případě je ${}_tV_{x\overline{n}}$ nettorezerva smíšeného pojištění při jednorázové pojistném.

7 Investiční životní pojištění

Investiční životní pojištění (IŽP) poskytuje pojistnou ochranu a zároveň umožňuje investovat. Srovnání s životním pojištěním bychom našli ve smíšeném životním pojištění, tj. pojištění pro případ smrti a na dožití (mluvíme o rezervotvorném neboli kapitálovém životním pojištění, obsahující i spořící složku), avšak u IŽP se pojistné investuje do investičních fondů. Při investování je každému klientovi zaveden individuální účet klienta (podílový fond), na kterém jsou vedeny podílové jednotky. Podílová jednotka je podíl investičního fondu představující nárok na část hodnoty tohoto investičního fondu. Všechny platby související s tímto pojištěním probíhají prostřednictvím nákupu a prodeje podílových jednotek.

Pojistník si může vybrat způsob a velikost alokace prostředků, životní pojišťovny většinou nabízí několik strategií investování, kde je zohledněn pojistníkův sklon k riziku. Tyto investice jsou jednak rizikovější, ale i výnosnější, a tudíž tento druh životního pojištění dává větší zhodnocení finančních prostředků (na rozdíl od kapitálového životního pojištění). Zhodnocení má ale dlouhodobější charakter a doporučuje se minimální pojistná doba 10 let. Možnosti pro investování jsou např. fondy peněžního trhu, fondy státních cenných papírů, fondy dluhopisů, akciové fondy, aj.

V případě dožití konce pojistné doby není u IŽP garantovaná pojistná částka, tzn. že je zde riziko, že výnosy nedosáhnou na výši pojistné částky při kapitálovém životním pojištění. Ale jako u kapitálového pojištění je zaručena pojistná částka pro případ smrti (sjednaná při uzavření pojistné smlouvy). Výše pojistné částky se může v průběhu pojištění měnit. V případě úmrtí vyplatí pojišťovna sjednanou pojistnou částku (pokud aktuální hodnota podílového fondu nedosahuje této výše) nebo aktuální hodnotu podílového fondu (pokud podílový fond převyšuje pojistnou částku) a v některých případech pojišťovna vyplácí jak pojistnou částku, tak hodnotu podílového fondu. V případě dožití pojišťovna vyplatí aktuální hodnotu podílového fondu. Některé pojišťovny garantují i pojistnou částku v případě dožití, ale nebývá to obvyklé.

Klient si u IŽP neurčuje pouze strategii investování nebo rozdělení peněžních prostředků do investičních fondů, ale může si také určit poměr mezi rizikovým pojistným (pojištění pro případ smrti) a investováním částky, která bude použita na výplatu v případě dožití. Pojistník může během pojistné smlouvy měnit výši pojistného, může kdykoliv zaplatit mimořádné jednorázové pojistné a také může během pojištění část naspořených prostředků odčerpat.

Základní rozdíly mezi investičním životním pojištěním a kapitálovým životním pojištění jsou:

- pojistná částka v případě dožití konce pojistné doby plně závisí na výnosech z investičních fondů;
- flexibilita – je možné měnit pojistné, platit mimořádné pojistné, měnit pojistnou dobu nebo pojistnou částku pro případ smrti;
- vedení individuálního účtu klienta a informování o aktuálním stavu finančních prostředků.

Investiční životní pojištění je v dlouhodobém časovém horizontu výnosnější, ale jeho nákladovost je oproti kapitálovému životnímu pojištění vysoká. Zde uvádím výčet nejběžnějších poplatků (každá pojišťovna si skladbu poplatků volí sama):

- měsíční – fixní částka (většinou od 20,-- Kč do 60,-- Kč);
- inkasní poplatek – fixní (0 – 10,--);

následující 3 poplatky mají různé názvy, ale význam je stejný (pojišťovna zahrnuje buď jeden z nich nebo více, většinou je započítáván alokační poplatek a zároveň rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou podílové jednotky):

- administrativní poplatek - procento z aktuální výše pojistného (není běžně započítáván);
- alokační poplatek (resp. alokační procento) – je dán počtem procent z investovaného pojistného (resp. procent z investovaného pojistného a toto procento se investuje) - v prvních letech pojistné doby bývá alokační procento velmi nízké, avšak s rostoucí dobou se zvyšuje a po nějaké době je již 100 %;
- rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou podílové jednotky – většinou bývá udáván v procentech z pojistného, které se investuje;

- poplatek za správu investičního fondu (poplatek za správu investic) - procento z investic (0,5 – 2 %), většinou klient o tomto poplatku neví (nezobrazí se mu na výpisu z podílového účtu), protože je stržen rovnou z investic a klient vidí pouze čisté zhodnocení fondů (např. tento poplatek 1,5 %, čisté zhodnocení fondu 5 %, pak hrubé zhodnocení fondu je 6,5 %);
- poplatek z pojistné částky pro případ smrti – odečítá se jednorázově na počátku pojistné doby (je stanoven procentuálně, ale bývá udána i maximální výše);
- poplatek za částečný nebo celkový výběr podílových jednotek – v Kč;
- poplatek za předčasné odstoupení od smlouvy – udáván v Kč;
- poplatek za převod podílových jednotek do jiného investičního fondu – vymezen v Kč (většinou bývají 2 – 3 přesuny zdarma, ostatní se platí).

Pojišťovny zavedly termín poplatkové prázdniny, což je poplatkové zvýhodnění, např. při uzavření smlouvy na více než 10 let se odpouští vstupní poplatek nebo je nižší.

7.1 Princip investičního pojištění

Při sjednání pojistné smlouvy si pojistník určí výši pojistného (životní pojišťovny stanovují minimální výši), dobu trvání pojistné smlouvy, výši pojistné částky pro případ smrti a alokační poměr. Pojistné se může platit měsíčně, ročně, ale může mít i jednorázovou podobu (tato forma placení pojistného není obvyklá) a také výhodou je, že kdykoli může pojistník zaplatit mimořádné pojistné. Další postup výpočtů se různí, ale obecně se může zapsat do několika bodů:

1. ze zaplaceného pojistného se uhradí rizikové pojistné (pojistné dočasného pojištění pro případ smrti a další připojištění) a pravidelné měsíční poplatky;

další tři body probíhají zároveň:

2. zbylou částku pojišťovna přemění podle aktuálního kurzu na podílové jednotky zvolených fondů a zavede klientovi podílový fond (individuální účet klienta);

(méně běžný způsob je ten, že pojišťovna nejprve pojistné převede na podílové jednotky, zavede podílový účet a z tohoto účtu odečte počet jednotek, které odpovídají svou hodnotou částce potřebné rizikového pojistného);

3. umístí je do jednotlivých fondů v poměru, který si klient při sepsání smlouvy určil (buď si stanoví svůj poměr, nebo si vybere předepsanou strategii investování);
4. zároveň při umísťování vypočítá alokační procento a také další náklad, což je rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou podílových jednotek.
5. Poté strhne všechny pravidelné měsíční poplatky, které se hradí z investované hodnoty (pokud je výše poplatku stanovena peněžní částkou, tak se z fondu strhne takový počet podílových jednotek, kolik svou hodnotou odpovídá tomuto poplatku);
6. pojistné snížené o rizikové pojistné, alokační procento, rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou a ostatní náklady je již zhodnocováno;
7. ze zhodnocených podílových jednotek se každý měsíc odečítá poplatek za správu aktiv (pokud je výše výnosů kladná), poplatek za správu pojištění;
8. výsledný počet podílových jednotek je aktuální stav individuálního podílového účtu.

Zaplacené pojistné se na podílovém fondu kumuluje, tudíž zhodnocení investic se zvyšuje, avšak i náklady spojené se správou investic se zvyšují. Celkový počet jednotek se rovná minulému zůstatku navýšenému o nové jednotky nakoupené z pojistného a snížené o poplatky.

Výše podílové jednotky je závislá na dané pojišťovně, hlavně na tom, kolik má fondů a jaká je jejich kapacita. V investičním pojištění se rozlišuje prodejní a nákupní cena podílových jednotek. Nákupní cena je cena, za kterou si klient kupuje podílové jednotky a prodejní je ta, za kterou je prodává. Rozdíl mezi těmito cenami jde ve prospěch pojistitele (pojistitel tento rozdíl zavádí jako poplatek). Prodejní cena podílové jednotky finančního fondu se určuje jako podíl hodnoty finančního fondu a celkového počtu podílových jednotek tohoto fondu. Nákupní cena podílové jednotky finančního fondu se stanovuje tak, aby rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou byl maximálně 5 % z nákupní ceny.

Jak jsem již zmiňovala výše, každý klient má svůj individuální účet, na kterém může kontrolovat stav vložených investic. Tento účet je veden v podílových jednotkách a při zjišťování aktuálního stavu v peněžních jednotkách je nutné podílové jednotky vynásobit stávající prodejní cenou. Některé pojišťovny vedou zároveň i peněžní účet klienta, kde je vedena hodnota podílových jednotek v peněžních jednotkách, ale nebývá to běžné. Většinou je velikost podílových jednotek v peněžních jednotkách u pojišťovny vedena pouze v interním účetním systému.

7.2 Sestavení vzorce pro určení hodnoty podílového fondu

Při sestavování obecného vzorce pro výpočet hodnoty podílového fondu se budu držet výše určených bodů a podle nich budu postupovat.

Předpoklady: investování do jednoho podílového fondu, pojistné ve výši P (měsíční, pravidelné), žádné mimořádné splátky pojistného;

1. úhrada rizikového pojistného $P - P_x$, kde P_x je běžné měsíční nettopojistné dočasného pojištění pro případ smrti a $P_x = \frac{M_x}{N_x}$; odečtení pravidelných měsíčních poplatků β;
2. převod na podílové jednotky:
$$\frac{P - P_x - \beta}{pod.\, jednotka(nákup)};$$
3. alokace do fondů na částce nic nemění, ale v dalším kroku jsou z ní strženy poplatky;
4. alokační procento v t - tém měsíci ozn. a_t (velikost investované částky), rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou ozn. λ (je určen v procentech), pak investovaná částka bude o velikosti:
$$\frac{P - P_x - \beta}{pod.\, jednotka(nákup)} \cdot a_t \cdot (1 - \lambda);$$
5. srážka všech pravidelných měsíčních poplatků, které se hradí z investované částky: součet všech těchto poplatků ozn. β_i (pokud je výše poplatku určena v Kč, musí se přepočítat na podíl. jednotky - $\frac{výše\, v\, Kč}{cena\, pod.\, jednotky}$), tudíž:
$$\frac{P - P_x - \beta}{pod.\, jednotka(nákup)} \cdot a_t \cdot (1 - \lambda) - \beta_i;$$

6. zhodnocení investovaných prostředků přináší zisk, ozn. i_u a platí:

$$\left[\frac{P-P_x-\beta}{pod.\,jednotka(nákup)}\cdot a_t\cdot(1-\lambda)-\beta_i\right]\cdot(1+i_u);$$

7. výpočet správního poplatku, ozn. ε a vzorec pro výpočet velikosti podílového fondu po první splátce pojistného je:

$$\left[\frac{P-P_x-\beta}{pod.\,jednotka(nákup)}\cdot a_t\cdot(1-\lambda)-\beta_i\right]\cdot(1+i_u)\cdot(1-\varepsilon).$$

Jak jsem již uvedla výše, zaplacené pojistné snížené o všechny poplatky se kumuluje na podílovém účtu. Takže velikost podílového účtu na konci měsíce $t+1$ je:

$$F_{t+1}=\left[F_t+\frac{P-P_x-\beta}{pod.\,jednotka(nákup)}\cdot a_t\cdot(1-\lambda)-\beta_i\right]\cdot(1+i_u)\cdot(1-\varepsilon), \qquad (47)$$

kde F_t je velikost podílového účtu na konci t - tého měsíce.

Pokud budeme předpokládat roční splátky pojistného, na vzorci se nic nezmění, pouze pravidelné měsíční poplatky se přepočítají na celkové poplatky za rok. Za rizikové pojistné uvažujeme běžné (roční) nettopojistné dočasného pojištění pro případ smrti.

V případě investování do více podílových fondů si pojistník určí alokační poměr, tj. poměr, ve kterém chce podílové jednotky rozložit do jednotlivých podílových fondů nebo si vybere pojišťovnou stanovenou strategii investování. Na průběhu výpočtu se nic nemění, ale změní se výše nákladů a poplatků. Všechny poplatky (alokační procento, rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou podílové jednotky, poplatky β a správní náklady ε) se musí také přepočítat v alokačním poměru a jsou strženy z podílových jednotek umístěných v jednotlivých podílových fondech. Také výnos z investic bude rozdílný – celkový výnos z investic se bude rovnat součtu výnosů z jednotlivých podílových fondů.

PRAKTICKÁ ČÁST

V této části diplomové práce budu počítat částky pojistného a průběhy hodnot rezerv vyjádřené v teoretické části. Na základě konzultace v pojišťovně Generali jsem zjistila, že pojišťovna používá velmi podobné vzorce a dali mi k dispozici orientační hodnoty nákladů, které uplatňují (dle nich počítám všechny bruttohodnoty). V následujících příkladech jsem porovnávala průběhy hodnot pojistného mužů a žen různých věků (pro každý druh pojistného) vypočtených dle vzorců uvedených v teoretické části. Zde ukazuji pouze grafické znázornění příkladů, všechny podrobné výpočty jsou pak uvedeny v příloze B. Konkrétně jsem prováděla:

1. výpočty pojistného – jednorázového nettopojistného a bruttopojistného, běžného nettopojistného a bruttopojistného, u těchto typů pojistného jsem počítala i průběhy hodnot pojistného v závislosti na vstupním věku;
2. výpočty netto- a bruttorezerv za běžné a jednorázové pojistné, a taktéž průběhy hodnot pojistného v závislosti na vstupním věku.

Dále pak budu porovnávat průběhy hodnot fondu investičního životního pojištění, které vypočítám na základě vzorce vytvořeného v teoretické části. Při sestavování tohoto vzorce jsem se opřela o vzorec, který uvádí ve své literatuře prof. Tomáš Cipra, a o informace zjištěné v pojišťovně. V této sekci jsem porovnávala průběhy tohoto pojištění šesti různých pojišťoven (Amcico, Allianz, Aviva, Kooperativa, Pojišťovna České spořitelny a Wűstenrot). Tyto pojišťovny jsem vybírala podle nejvyšší informovanosti a veřejně dostupném a zejména kompletním sazebníku poplatků. V této části jsem prováděla tyto výpočty:

1. průběhy hodnot fondu u 6 pojišťoven pro 3 zvolené strategie investování (konzervativní, vyrovnaná, agresivní);
2. vliv výše pojistné částky na hodnotě fondu;
3. srovnání průběhu hodnot naspořených prostředků u investičního životního pojištění a klasického životního pojištění (smíšeného pojištění).

Vzorce související s klasickým pojištěním jsem vyjádřila pomocí komutačních čísel. Úmrtnostní tabulku jsem převedla na tabulku komutačních čísel (příloha A) pomocí následujících vztahů:

- $D_x = l_x \cdot v^x$;
- $C_x = d_x \cdot v^{(x+1)}$;
- $M_x = \sum_{j=0}^{103-x} C_{x+j}$;
- $N_x = \sum_{j=0}^{103-x} D_{x+j}$;

kde $v = \frac{1}{1+i}$ je diskontní faktor a $i = 2{,}4\ \%$ p.a. je aktuální technická úroková míra.

Komutační čísla jsem zaokrouhlila matematicky na 2 desetinná místa a výsledná tabulka komutačních čísel je uvedena v příloze A. Seznam všech používaných vzorců a všechny výpočty (v teoretické části předkládám pouze grafické znázornění) jsou uvedeny taktéž v příloze A.

U všech výpočtů pojistného jsem předpokládala vstupní data:

- věk muže $x = 28$,
- věk ženy $y = 28$, tj. $x = 23$,
- pojistná doba $n = 20$ let,
- pojistná částka $S = 200\,000$,-- Kč,
- pro průběhy pojistného: věk muže $x = 20 - 60$ let.

Při každém typu pojistného jednotlivých druhů životních pojištění jsem uvedla názorný výpočet a dále jsem už jen znázornila průběh částek a průběh rezerv. Podrobné výpočty uvádím v příloze B.

Při výpočtech bruttopojistného je důležité znát výši nákladů. Pojišťovna Generali mi nemohla poskytnout přesnou výši nákladů, se kterými se počítají výpočty bruttopojistného. Avšak mi dali k dispozici orientační hodnoty kalkulovaných nákladů:

- počáteční jednorázové náklady α - pro kapitálová pojištění je 4 - 7 % z pojistné částky a pro riziková pojištění je 10 - 20 % z bruttopojistného;

- běžné správní náklady β - počítají se jako 0,1-0,4 % z pojistné částky nebo také mohou být stanoveny jako pevná částka placená měsíčně 20 – 40,-- Kč;
- inkasní náklady γ - o velikosti 4 – 7 % z běžně placeného bruttopojistného.

V příkladech jsem se rozhodla počítat výše jednorázového a běžného bruttopojistného pro nejnižší hodnotu, nejvyšší hodnotu a průměr hodnot z intervalu, kterým jsou stanoveny výše nákladů. Dále budu předpokládat, že $\beta_1 = \beta_2$. Bruttopojistné tedybudu počítat pro hodnoty:

- $\alpha = 4\%$ z pojistné částky, $\beta = 0{,}1\%$ z pojistné částky; $\gamma = 4\%$ z ročního bruttopojistného;
- $\alpha = 7\%$ z pojistné částky, $\beta = 0{,}4\%$ z pojistné částky; $\gamma = 7\%$ z ročního bruttopojistného;
- $\alpha = 5{,}5\%$ z pojistné částky, $\beta = 0{,}25\%$ z pojistné částky; $\gamma = 5{,}5\%$ z ročního bruttopojistného.

8 Výpočty pojistného

V následujících kapitolách vypočítám částky jednorázového nettopojistného a bruttopojistného a částky běžného nettopojistného a bruttopojistného pro daná vstupní data.

8.1 Pojištění na dožití

Na základě výše uvedených vstupních dat nejprve vypočítám jednorázové nettopojistné. Do vzorce (6) dosadím příslušná komutační čísla (viz příloha A) a vstupní data:

$$200000 \cdot {}_{20}E_{28} = 200000 \cdot \frac{D_{48}}{D_{28}} = 119960{,}06\,.$$

Pojištěný muž zaplatí na počátku pojistné doby jednorázové nettopojistné ve výši 119 960, 10 Kč a když se dožije věku 48 let, tak dostane od pojišťovny pojistné plnění ve výši 200 000,-- Kč.

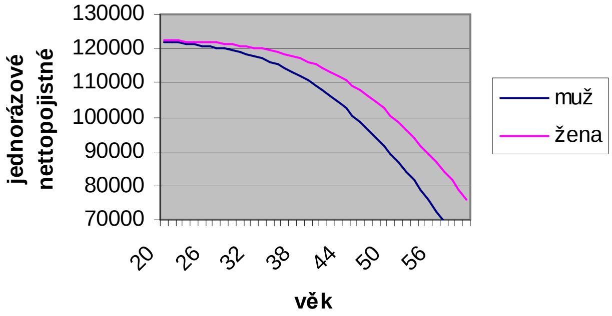
Pro porovnání nyní vypočítám jednorázové nettopojistné pojištění na dožití, které si sjednává žena se stejnými vstupními daty. Výpočet je stejný, používají se mužské úmrtností tabulky, avšak věk se posunuje o 5 let ve prospěch ženy, tudíž do vzorce (6) dosadím:

$$200000 \cdot {}_{20}E_{23} = 200000 \cdot \frac{D_{43}}{D_{23}} = 121364{,}81.$$

Pojištěná žena jednorázově vyplatí 121 364,80 Kč.

V následujícím grafu je znázorněn pokles jednorázového nettopojistného pojištění na dožití při růstu vstupního věku muže od 20 do 60 let při pojistné době 20 let a pojistné částce 200 000,-- Kč a pokles jednorázového nettopojistného vypočítaného pro ženu.

Graf 8.1: Průběh jednorázového nettopojistného pojištění na dožití muže a ženy.



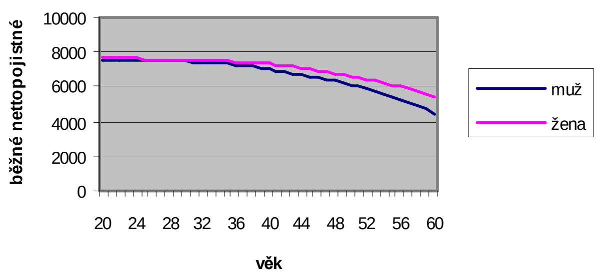
Výpočty běžného nettopojistného u pojištění na dožití jsem počítala pomocí vzorce (11). Dle vstupních dat dosadíme do vzorce (11) a vypočítáme výši pravidelného pojistného, které zaplatí pojištěný muž vždy na počátku každého roku:

$$200000 \cdot {}_{20}P_{28} = \frac{D_{48}}{N_{28} - N_{48}} \cdot 200000 = 7526{,}62\,.$$

Pojistník bude platit na počátku každého roku 7 526,60 Kč po dobu 20 let. Celkem tedy zaplatí 150 532,40 Kč a při dožití se věku 48-ti let mu pojišťovna vyplatí pojistnou částku 200 000,-- Kč. Při stejném výpočtu vychází, že žena se stejnými vstupními daty by zaplatila každoročně částku 7 595,70 Kč.

Zde ukážu graficky pokles běžného nettopojistného pojištění na dožití pro muže s rostoucím věkem od 20-ti do 60-ti let a pokles nettopojistného pro ženu stejných věků. Z grafu je patrné, že díky posunu úmrtnostních tabulek ve prospěch ženy, nettopojistné pro ženu neklesá tak rychle jako nettopojistné vypočítané pro muže (pravděpodobnost dožití ženy je v každém věku vyšší než pravděpodobnost dožití muže).

Graf 8.2: Srovnání průběhů běžného nettopojistného mužů a žen.



Muž si na základě vstupních dat uzavírá pojištění na dožití věku 48 let. Náklady stanovené pojišťovnou (průměrné náklady pojišťovny Generali) jsou:

- $\alpha = 5{,}5\%$,
- $\beta_1 = 0{,}125\%$;
- $\beta_2 = 0{,}125\%$;
- $\gamma = 5{,}5\%$.

Předpokládám, že $\beta = \beta_1 + \beta_2$. Nejprve ukážu postup výpočtu jednorázového a pak běžného (ročního) bruttopojistného. Jednorázové bruttopojistné se počítá dle vzorce (18), tj.:

$$S \cdot JB_{xn} = \left[\frac{D_{x+n}}{D_x} + \alpha + \beta_1 \cdot \left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) \right] \cdot S \ .$$

Do tohoto vzorce dosadím příslušná komutační čísla a určené náklady:

$$200000 \cdot JB_{28,20} = \left[\frac{D_{48}}{D_{28}} + 0{,}055 + 0{,}00125 \cdot \left(\frac{N_{28} - N_{48}}{D_{28}} \right) \right] \cdot 200000 = 134944{,}59 \ .$$

Pojištěný muž zaplatí za pojištění na 20 let jednorázově částku 134 944,60 Kč. Pojištěná žena zaplatí za stejnou pojistnou ochranu 136 359,40 Kč.

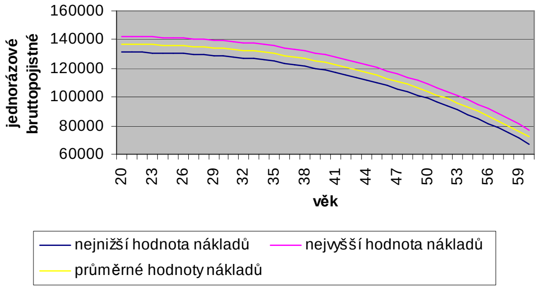
A nyní ukážu postup výpočtu běžného (ročního) bruttopojistného se stejnými parametry. Výpočet provedu dosazením komutačních čísel (viz příloha A) a daných nákladů do tvaru (20):

$$200000 \cdot B_{28,\overline{20}} = \frac{1}{1 - 0{,}055} \cdot \left(\frac{D_{48}}{N_{28} - N_{48}} + 0{,}055 \cdot \frac{D_{28}}{N_{28} - N_{48}} + 0{,}0025 \right) \cdot 200000 = 9224{,}11$$

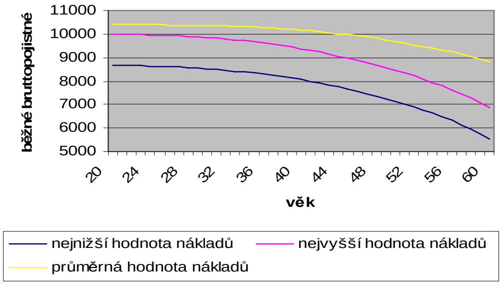
Pojištěný muž bude na počátku každého pojistného roku platit částku 9 224,10 Kč. Pojistná doba je 20 let, tudíž celkově za pojistnou ochranu zaplatí 184 482,-- Kč a v případě pojistné události (při dožití konce pojistné doby) mu pojišťovna vyplatí částku 200 000,-- Kč. Pojištěná žena by ve stejné situaci zaplatila běžné bruttopojistné ve výši 9 295,30 Kč a celkově za celou pojistnou dobu by zaplatila částku 185 906,-- Kč.

V tomto případě graficky znázorním křivky jednorázového a běžného bruttopojistného muže, které se mění v závislosti na změnu velikosti nákladů. Výpočty jsem prováděla postupně pro věky od 20 do 60 let. Pojistná smlouva se uzavírá na 20 let s pojistnou částkou 200 000,-- Kč.

Graf 8.3: Průběh jednorázového bruttopojistného.



Graf 8.4: Průběh běžného bruttopoj..



I když se velikost nákladů se zvýší jen mírně (jen o 2-3 %), tak velikost jednorázového bruttopojistného se zvýší o 20 000 – 30 000,-- Kč.

Na závěr této podkapitoly uvádím tabulku, ve které jsou zaznamenány všechny typy pojistných v pojištění na dožití muže a ženy.

Tabulka 8.1: Srovnání částek jednotlivých částek pojistného pro muže a pro ženu (v Kč).

Pohlaví	Pojistné			
	Jednorázové		Běžné	
	netto	brutto	netto	brutto
Muž	119 960,10	134 944,60	7 526,60	9 224,10
Žena	121 364,80	136 359,40	7 595,70	9 295,30

8.2 Pojištění pro případ smrti

Velikost jednorázového nettopojistného v pojištění pro případ smrti pro muže vypočítám dle vzorce (7), tj.:

$$S \cdot A_x = \frac{M_x}{D_x} \cdot S \, ,$$

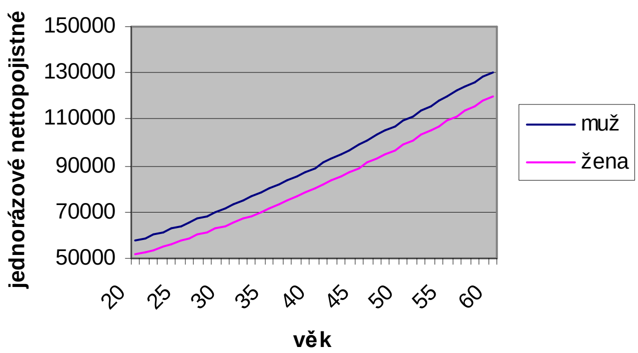
dosadím komutační čísla: $M_x = M_{28} = 17348{,}81$; $D_x = D_{28} = 50701{,}84$.

$$200000 \cdot A_{28} = \frac{17348{,}81}{50701{,}84} \cdot 200000 = 68434{,}64\,.$$

A velikost jednorázového nettopojistného pro ženu vypočítáme stejně, avšak komutační čísla budou o 5 let posunuta ve prospěch ženy. Takže muž na počátku pojistné doby zaplatí 68 434,60 Kč; žena se stejnými vstupními daty zaplatí 61 328,70 Kč.

Dále graficky znázorním růst jednorázového nettopojistného pojištění pro případ smrti při růstu věku muže od 20 do 60 let a pro ženu stejných věků. Při nízkém věku muže i ženy je pravděpodobnost úmrtí relativně nízká a tím pádem i velikost nettopojistného, avšak se zvyšujícím se věkem roste pravděpodobnost úmrtí a velikost nettopojistného.

Graf 8.5: Průběh jednorázového nettopojistného muže ve věku 20 – 60 let.



Při dalším výpočtu budu předpokládat, že muž si sjedná pojištění pro případ smrti s pravidelnými platbami nettopojistného (pravidelné roční intervaly), tzn. budu počítat běžné nettopojistné na základě daných vstupních dat. Dosadím do vzorce (12) komutační čísla z komutační tabulky (příloha A):

$$200000 \cdot P_{28} = \frac{M_{28}}{N_{28}} \cdot 200000 = 2438{,}24\,.$$

Pojištěný muž bude platit roční nettopojistné ve výši 2 438,20 Kč až do doby než zemře, pak pojišťovna pozůstalým vyplatí částku 200 000,-- Kč.

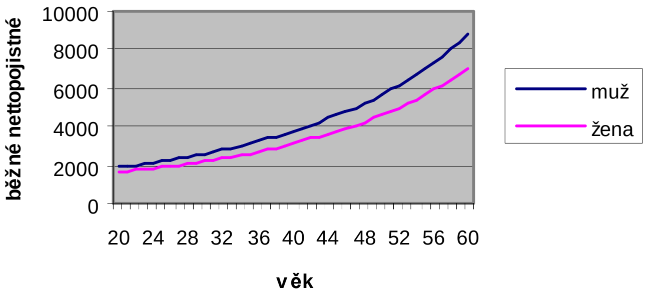
Výpočet běžného nettopojistného při pojištění ženy je obdobný, pouze dosadíme jiná komutační čísla:

$$200000 \cdot P_{28} = \frac{M_{23}}{N_{23}} \cdot 200000 = 2073{,}09 .$$

Pojištěná žena bude platit roční nettopojistné ve výši 2 073,10 Kč.

Nyní ukážu grafické srovnání nettopojistného muže a ženy, které jsem vypočítala pro různé věky od 20-ti do 60-ti let s danými vstupními daty.

Graf 8.6: Srovnání průběhů běžného nettopojistného pro muže a pro ženy.



Na základě výše uvedených parametrů vypočítám jednorázové bruttopojistné, kde do vztahu (22) dosadím komutační čísla a průměrné náklady dle pojišťovny Generali:

$$200000 \cdot JB_{28} = \left(\frac{M_{28}}{D_{28}} + 0{,}055 + 0{,}00125 \cdot \frac{N_{28}}{D_{28}} \right) \cdot 200000 = 86451{,}44 .$$

Pojištěný muž zaplatí jednorázové bruttopojistné ve výši 86 451,40 Kč. Pojištěná žena se stejnými vstupními parametry zaplatí jednorázově na počátku pojistné doby částku 79 724,50 Kč.

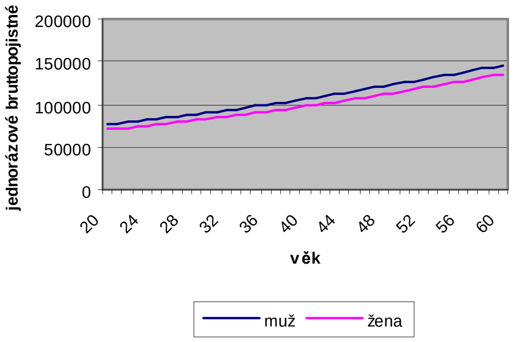
Výpočet běžného bruttopojistného se provádí na základě vzorce (23) a dosazením komutačních čísel a průměrných hodnot nákladů pojišťovny Generali získáme:

$$200000 \cdot B_{28} = \frac{1}{1 - 0{,}055} \cdot \left(\frac{M_{28}}{N_{28}} + 0{,}055 \cdot \frac{D_{28}}{N_{28}} + 0{,}0025 \right) \cdot 200000 = 3523{,}97 .$$

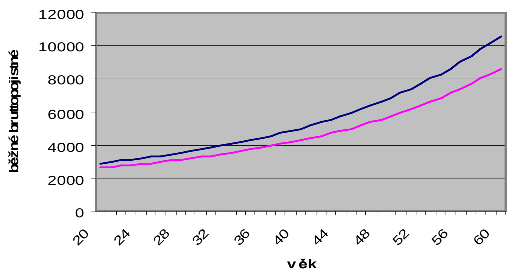
Pojištěný muž bude platit na počátku každého pojistného roku pojistné ve výši 3 524,-- Kč, kdežto žena, která si sjedná stejné pojištění zaplatí částku 3 116,30 Kč.

Na tomto místě provedu srovnání průběhu jednorázového (resp. běžného) brutttopojistného pro muže a pro ženu s věkem od 20 do 60 let. Při výpočtech budu předpokládat průměrné hodnoty nákladů stanovené pojišťovnou Generali, tj. $\alpha = 5{,}5\,\%$; $\beta_1 = 0{,}125\,\%$; $\beta_2 = 0{,}125\,\%$; $\gamma = 5{,}5\,\%$.

Graf 8.7: Průběh jednorázového bruttopojistného pro muže a pro ženu.



Graf 8.8: Průběh běžného bruttopojistného muže a ženy.



Pozn.: Legenda platí pro oba typy bruttopojistného.

A na závěr opět předkládám porovnání všech uvedených typů pojistného při pojištění pro případ smrti vypočtené pro muže a pro ženu.

Tabulka 8.2: Pojistné při pojištění pro případ smrti pro muže a pro ženu.

Pohlaví	Pojistné			
	Jednorázové		Běžné	
	netto	Brutto	netto	brutto
Muž	68 434,60	86 451,40	2 438,20	3 524,--
Žena	61 328,70	79 724,50	2 073,10	3 116,30

8.3 Dočasné pojištění pro případ smrti

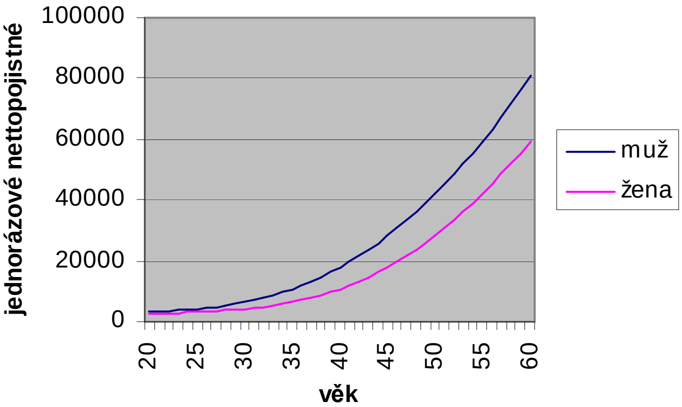
V případě, že si toto pojištění sjednává muž dle vstupních parametrů, dosadíme do vzorce (8):

$$200000 \cdot A^{1}_{28,\overline{20}} = \frac{M_{28} - M_{48}}{D_{28}} \cdot 200000 = 5329{,}94\,.$$

Tento muž za pojistnou ochranu zaplatí jednorázově na počátku pojistné doby částku 5 329,90 Kč. Při stejných vstupních datech zaplatí žena za stejný druh pojištění jednorázově částku 3 737,40 Kč.

Nyní srovnám graficky růst jednorázového nettopojistného pro muže (vypočítávané postupně pro věk od 20 do 60 let) a pro ženu (stejných věků).

Graf 8.9: Průběh hodnot jednorázového nettopojistného pro muže a pro ženu.



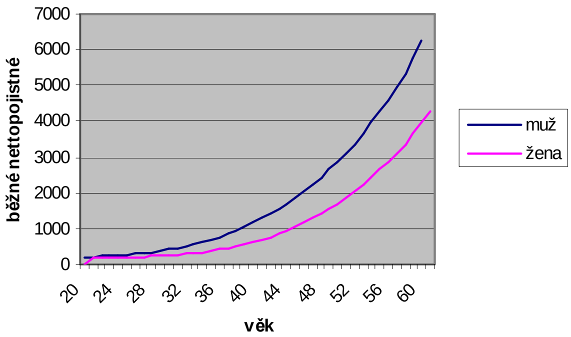
Pomocí vzorce (14) vypočítáme pravidelné roční nettopojistné, které bude hradit muž ve věku 28-ti let s dalšími parametry, které jsou uvedeny výše. Do vzorce dosadíme komutační čísla:

$$200000 \cdot P^{1}_{28,\overline{20}} = \frac{M_{28} - M_{48}}{N_{28} - N_{48}} \cdot 200000 = 334{,}41\,.$$

Pojištěný muž bude na počátku každého roku platit nettopojistné ve výši 334,40 Kč. Žena ve věku 28-ti let se stejnou pojistnou dobou a pojistnou částkou jako výše uvedený muž bude pravidelně hradit částku 233,90 Kč.

Podrobný postup výpočtu jsem uvedla výše, a tak nyní pouze ukážu růst běžného nettopojistného, které se mění na základě rostoucího věku. Budu porovnávat běžné nettopojistné dočasného pojištění pro případ smrti, které platí muž a žena v rozmezí věku 20 – 60 let.

Graf 8.10: Srovnání průběhů hodnot běžného nettopojistného muže a ženy.



Dále ukážu postupy výpočtu jednorázového a běžného bruttopojistného, které hradí muž ve věku 28-ti let s pojistnou částkou a pojistnou dobou viz vstupní data. Velikosti nákladů budu předpokládat stejné jako průměrné hodnoty nákladů poskytnutých pojišťovnou Generali. Nejdříve tedy jednorázové bruttopojistné, výpočet se provádí dle vzorce (24):

$$200000 \cdot JB^{1}_{28,\overline{20}} = \left(\frac{M_{28} - M_{48}}{D_{28}} + 0{,}055 + 0{,}00125 \cdot \frac{N_{28} - N_{48}}{D_{28}} \right) \cdot 200000 = 20314{,}47\,.$$

Pojistník zaplatí jednorázově 20 314,50 Kč. V případě, že by pojistník byla žena, tak jednorázově vyplatí částku 18 731,90 Kč.

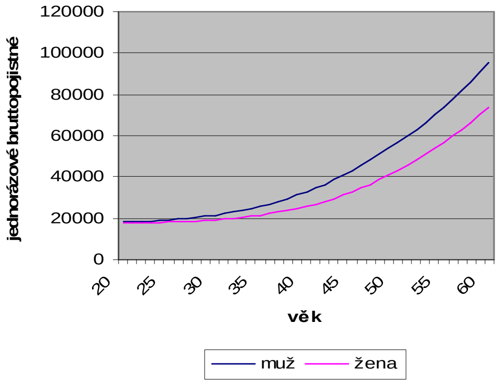
Běžné bruttopojistné vypočítáme podle vzorce (25):

$$200000 \cdot B^{1}_{28,\overline{20}} = \frac{1}{1 - 0{,}055} \cdot \left(\frac{M_{28} - M_{48}}{N_{28} - N_{48}} + 0{,}055 \cdot \frac{D_{28}}{N_{28} - N_{48}} + 0{,}0025 \right) \cdot 200000 = 1524{,}58\,.$$

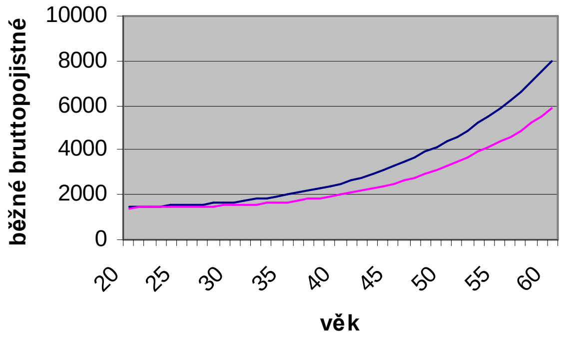
Za tento druh pojištění pojistník zaplatí běžné bruttopojistné ve výši 1 524,60 Kč. Pojištěná žena při stejných podmínkách bude platit roční bruttopojistné ve výši 1 422,30 Kč.

Opět provedu srovnání jednorázového (resp. běžného) bruttopojistného pro muže a pro ženu postupně pro věky 20 až 60 let. Náklady odpovídají průměrným nákladům pojišťovny Generali.

Graf 8.11: Průběh jednorázového bruttopojistného pro muže a pro ženu.



Graf 8.12: Průběh běžného bruttopojistného muže a ženy.



Pozn.: Legenda je stejná pro oba grafy.

Závěrem všechny výsledky získané v této podkapitole shrnu do srovnávací tabulky.

Tabulka 8.3: Srovnání částek nettopojistného a bruttopojistného pro muže a pro ženu (v Kč).

Pohlaví	Pojistné			
	Jednorázové		Běžné	
	netto	brutto	netto	Brutto
Muž	5 329,90	20 314,50	334,40	1 524,60
Žena	3 737,40	18 731,90	233,90	1 422,30

8.4 Smíšené pojištění

Určíme výši jednorázového a běžného nettopojistného smíšeného pojištění, které si sjednává 28-ti letý muž s pojistnou částkou 200 000,-- (viz vstupní data). K výpočtu jednorázového nettopojistného použijeme vzorec (9), do nějž dosadíme komutační čísla (viz příloha A):

$$200000 \cdot A_{28,\overline{20}} = \frac{M_{28} - M_{48} + D_{48}}{D_{28}} \cdot 200000 = 125290{,}01.$$

Pojištěný muž jednorázově zaplatí částku 125 290,-- Kč. Při sjednání stejné pojistné smlouvy pro ženu si bude pojišťovna nárokovat jednorázové nettopojistné ve výši 125 102,20 Kč.

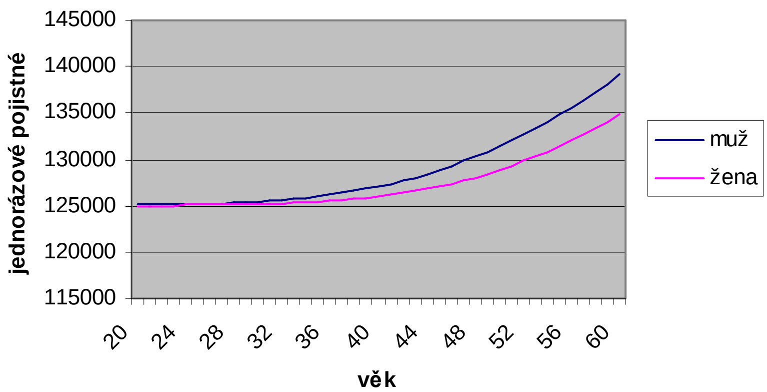
Pro výpočet běžného nettopojistného smíšeného pojištění budeme potřebovat vzorec (15), do kterého dosadíme na základě vstupních dat komutační čísla:

$$200000 \cdot P_{28,\overline{20}} = \frac{M_{28} - M_{48} + D_{48}}{N_{28} - N_{48}} \cdot 200000 = 7861{,}03\,.$$

Pojistník zaplatí na počátku každého roku pojistné doby částku 7 861,03 Kč a když zemře během pojistné doby nebo se dožije konce této doby, tak dostane pojistné plnění ve výši 200 000,-- Kč. Pojištěná žena by za stejnou pojistnou ochranu zaplatila 7 829,60 Kč.

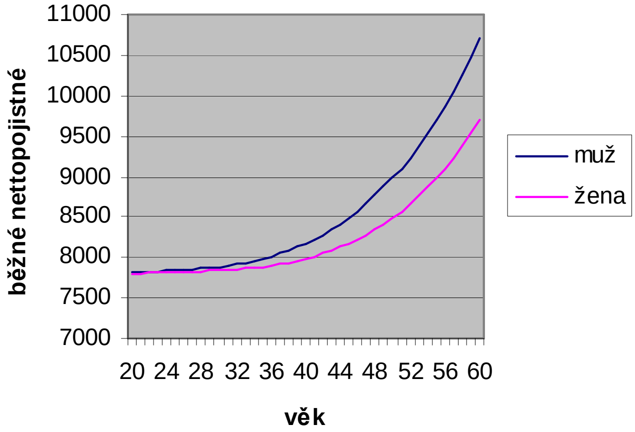
Při počítání dalšího příkladu jsem chtěla ukázat, že velikost nettopojistného se nijak výrazně nezvyšuje ani nesnižuje, protože rizika úmrtí a dožití se vyvažují. Toto je viditelné z grafu, kde jsou uvedeny velikosti jednorázového nettopojistného, které jsem postupně vypočítala pro věk muže od 20 do 60 let a ženy stejných věků. Hodnoty nettopojistného se pohybují v rozmezí cca 125 000,-- Kč a 140 000,-- Kč.

Graf 8.13: Průběh hodnot jednorázového nettopojistného pro muže od 20 do 60-ti let.



Zde budu porovnávat běžné nettopojistné vypočítané pro muže ve věku 20 – 60 let a běžné nettopojistné vypočítané pro ženu stejného věkového rozmezí. Pro všechny věky platí stejná pojistná částka a stejná pojistná doba dle vstupních parametrů. V tomto případě jsou hodnoty běžného nettopojistného velmi vyrovnané, protože se zde zohledňují obě situace, které mohou nastat (smrt a dožití).

Graf 8.14: Průběhy hodnot běžného nettopojistného pro muže a pro ženu.



Při následujících výpočtech bruttopojistného budu předpokládat průměrné hodnoty nákladů stanovené pojišťovnou Generali. Výpočet jednorázového bruttopojistného provedu dle vzorce (27):

$$200000 \cdot JB_{28,\overline{20}} = \left(\frac{M_{28} - M_{48} + D_{48}}{D_{28}} + 0{,}055 + 0{,}00125 \cdot \frac{N_{28} - N_{48}}{D_{28}} \right) \cdot 200000 = 140274{,}53\,.$$

Pojištěný muž jednorázově zaplatí částku 140 274,50 Kč a pojištěná žena při stejných parametrech zaplatí částku 140 096,70 Kč.

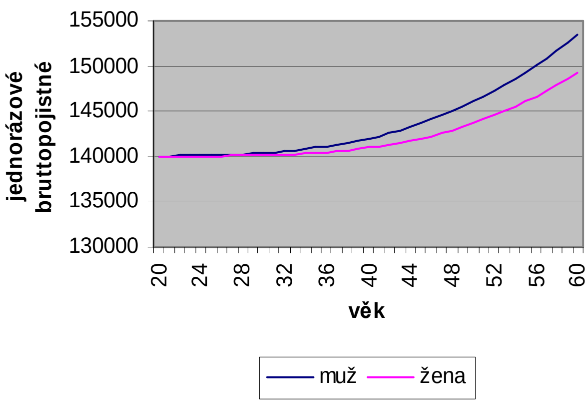
A výpočet běžného bruttopojistného provedu dle vzorce (28):

$$200000 \cdot B_{x\overline{n}} = \frac{1}{1 - 0{,}055} \cdot \left(\frac{M_{28} - M_{48} + D_{48}}{N_{28} - N_{48}} + 0{,}055 \cdot \frac{D_{28}}{N_{28} - N_{48}} + 0{,}0025 \right) \cdot 200000 = 9577{,}98$$

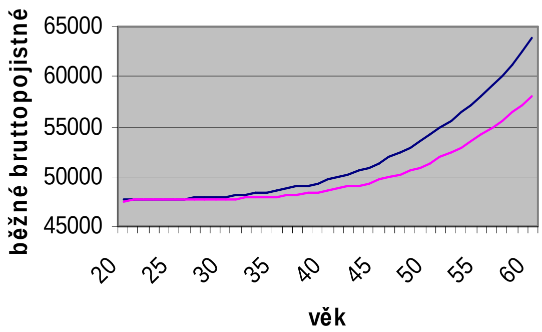
Pojistník zaplatí na počátku každého roku částku 9 578,-- Kč a v případě, že pojistníkem je žena, tak zaplatí na počátku každého roku pojistné doby částku 9 542,90 Kč.

V tomto příkladu ukáži průběh jednorázového a běžného bruttopojistného muže a ženy. Výpočty budu provádět postupně pro věky 20 – 60 let.

Graf 8.15: Průběh jednorázového bruttopojistného muže a ženy.



Graf 8.16: Průběh hodnot běžného bruttopojistného muže a ženy.



Pozn.: Legenda je totožná pro oba typy placení pojistného.

A stejně jako u předchozích druhů pojištění jsem i nyní všechny výše vypočtené typy pojistného zaznamenala do tabulky.

Tabulka 8.4: Pojistné při smíšeném pojištění pro muže a pro ženu.

Pohlaví	Pojistné			
	Jednorázové		Běžné	
	Netto	brutto	netto	brutto
Muž	125 290,--	140 274,50	7 861,30	9 578,--
Žena	125 102,20	140 096,70	7 829,60	9 542,90

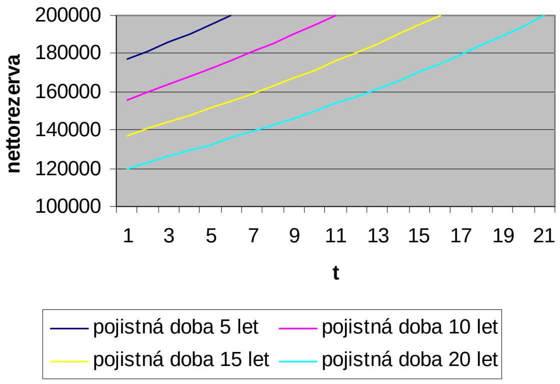
9 Výpočty rezerv

V následujících příkladech budu graficky znázorňovat průběh nettorezervy a bruttorezervy, jejíž velikost vypočítám pro každý rok pojistné doby. Tyto průběhy jsem počítala pro výše daná vstupní data a pojistnou dobu jsem postupně volila 5, 10, 15 a 20 let. Pro výpočty bruttorezervy budu předpokládat průměrné náklady stanovené pojišťovnou Generali, tj.: $\alpha = 5{,}5\,\%$; $\beta_1 = 0{,}25\,\%$; $\gamma = 5{,}5\,\%$. V této části pouze uvádím grafické provedení a kompletní výpočty jednotlivých druhů pojištění jsou uvedeny v příloze B.

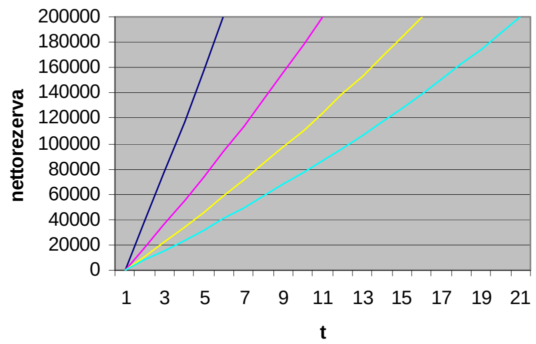
9.1 *Pojištění na dožití*

Nettorezervu při jednorázovém pojistném jsem vypočítala dosazením komutačních čísel do vzorce (31) a nettorezervu při běžném pojistném jsem vypočítala dosazením do vzorce (30). Při výpočtech bruttorezervy při jednorázovém pojistném jsem použila vztah (39) a při běžném pojistném jsem dosazovala do tvaru (38).

Graf 9.1: Průběh nettorezervy pro různé pojistné doby při jednorázovém pojistném.

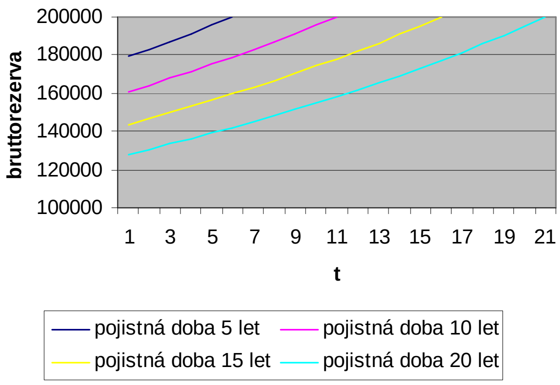


Graf 9.2: Průběh nettorezervy při běžném pojistném.

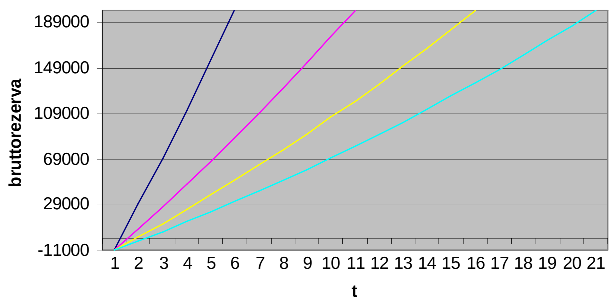


Pozn. Legenda je stejná pro oba grafy.

Graf 9.3: Průběh bruttorezervy při jednorázovém pojistném.



Graf 9.4: Průběh bruttorezervy při běžném pojistném.

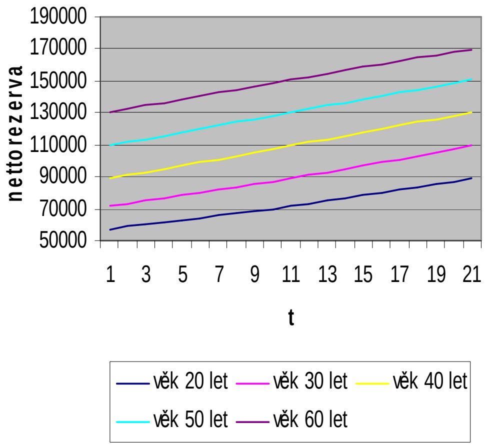


Pozn.: Legenda v grafu 9.3 je totožná i pro graf 9.4.

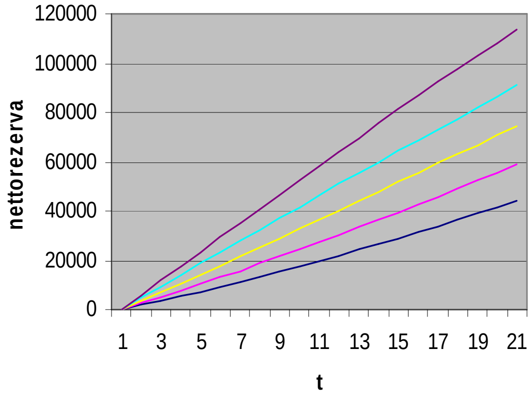
9.2 Pojištění pro případ smrti

Průběh rezerv jsem počítala pro muže různých věků: 20, 30, 40, 50, 60 let; s pojistnou částkou 200 000,-- Kč. Velikost rezerv jsem počítala pro prvních 20 let, ale pokud by pojištěný nezemřel, tak by pojištění a placení pojistného (v případě běžného pojistného) probíhalo dál. Rezervy jsem opět počítala pro každý rok pojištění. Nettorezervu při jednorázovém pojistném jsem počítala dle vzorce (33) a při běžném pojistném dle vzorce (32).

Graf 9.6: Průběh nettorezervy při jednorázovém pojistném.

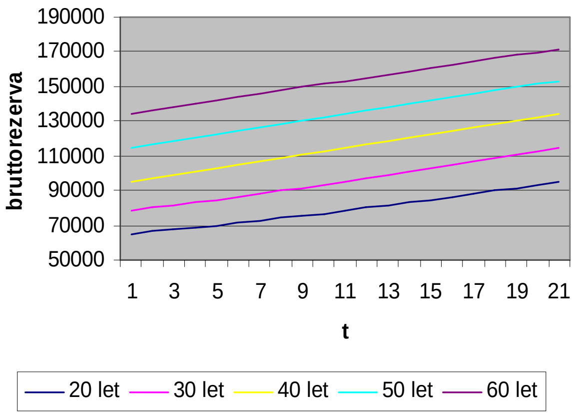


Graf 9.7: Průběh nettorezervy při běžném pojistném.

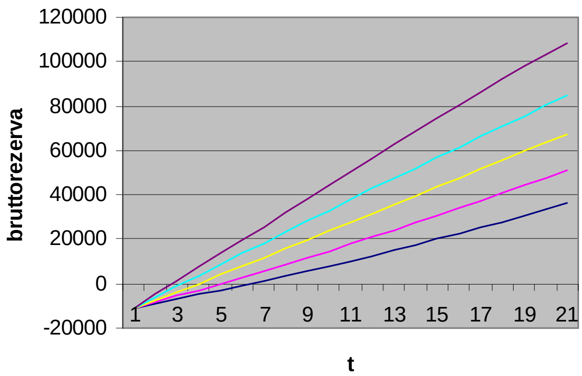


Pozn. Legenda je společná pro oba grafy.

Graf 9.8: Průběh bruttorezervy při jednorázovém pojistném.



Graf 9.9: Průběh bruttorezervy při běžném pojistném.

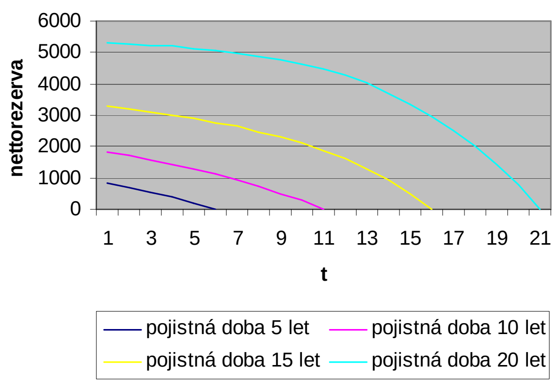


Pozn.: Legenda platí pro oba grafy a jsou v ní uvedeny různé věky muže, ve kterých uzavíral pojistnou smlouvu. Výpočet při jednorázovém pojistném dle vztahu (42) a při běžném dle vztahu (41).

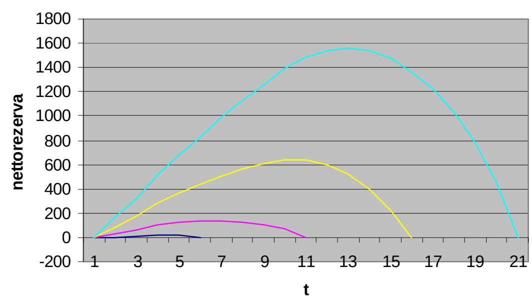
9.3 Dočasné pojištění pro případ smrti

Zde budu sledovat průběh nettorezervy a bruttorezervy, kterou vypočítám pro každý rok pojistné smlouvy. Výpočty při jednorázovém a běžném pojistném opět zanesu do dvou grafů. Velikost nettorezervy při jednorázovém pojistném jsem vyjádřila pomocí vzorce (35) a nettorezervu při běžném pojistném pomocí vzorce (34). Bruttorezervu jsem vyjádřila na základě vzorců (43) při běžném splácení pojistného, (44) při jednorázovém placení pojistného.

Graf 9.10: Průběh nettorezervy při jednorázovém pojistném.

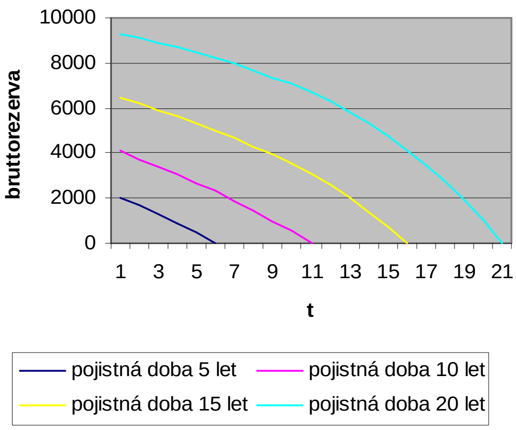


Graf 9.11: Průběh nettorezervy při běžném pojistném.

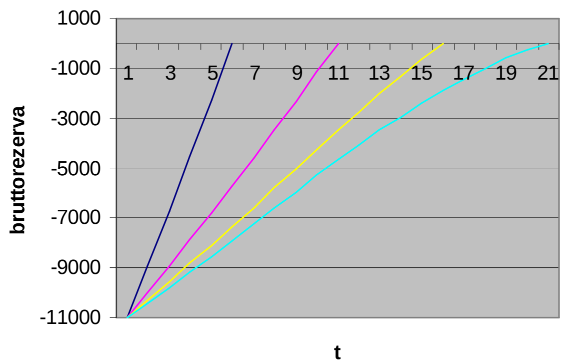


Pozn.: Legenda je souhlasná pro oba typy grafů.

Graf 9.12: Průběh bruttorezervy při jednorázovém pojistném.



Graf 9.13: Průběh bruttorezervy při běžném pojistném.

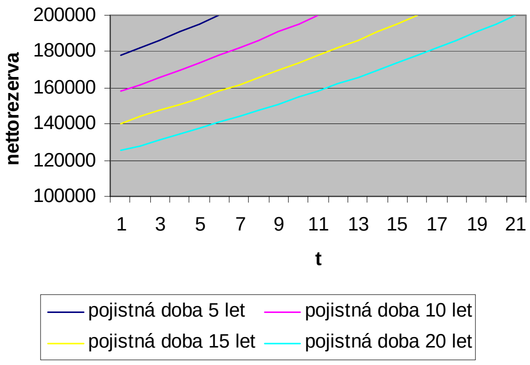


Pozn.: Legenda u obou grafů totožná.

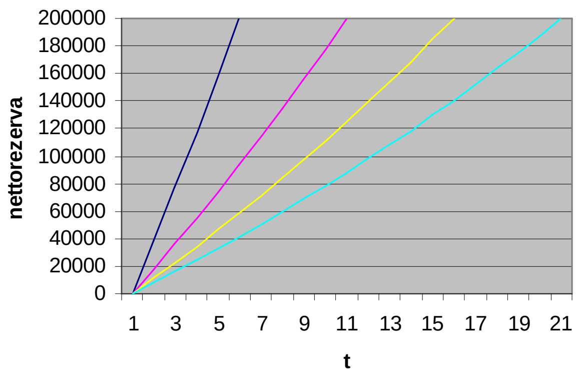
9.4 Smíšené pojištění

Nyní opět budu počítat průběhy nettorezervy a bruttorezervy na základě vstupních dat. Velikost rezerv vypočítám pro každý rok pojistné doby. Výpočty nettorezervy při jednorázovém pojistném (37), při běžném pojistném (36) a bruttorezervy při jednorázovém pojistném (46) a při běžném pojistném (45) jsem zanesla do grafů.

Graf 9.14: Průběh nettorezervy při jednorázovém pojistném.

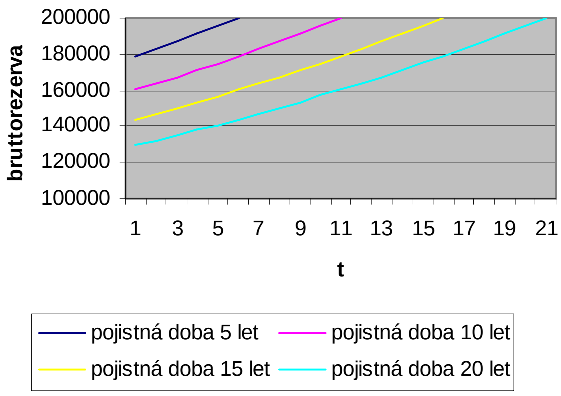


Graf 9.15: Průběh nettorezervy při běžném pojistném.

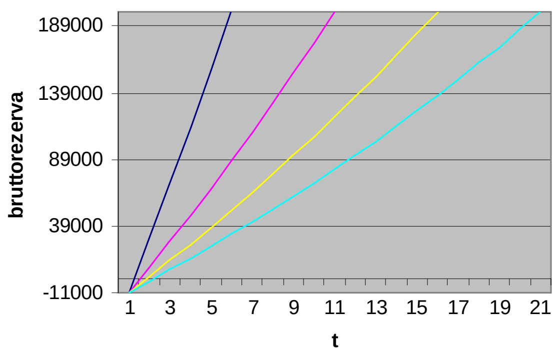


Pozn.: Legenda je totožná pro oba grafy.

Graf 9.16: Průběh bruttorezervy při jednorázovém pojistném.



Graf 9.17: Průběh bruttorezervy při běžném pojistném.



Pozn.: Legenda je shodná pro oba grafy.

10 Investiční životní pojištění

Na základě nejdostupnějších informací a kompletního sazebníku poplatků (viz příloha C) jsem pro další výpočty vybrala šest pojišťoven: Amcico, Allianz, Aviva, Kooperativa, Pojišťovna České spořitelny a Wűstenrot. Průběhy hodnot fondu investičního životního pojištění (IŽP) jsem v každé pojišťovně konzultovala, a pak podle získaných informací porovnávala průběhy IŽP těchto šesti pojišťoven z různých hledisek. Všechny výpočty jsem prováděla v peněžních jednotkách, nikoli v podílových, ve kterých vede pojišťovna individuální účet klienta. Je to z toho důvodu, že ne všechny pojišťovny uvádí nákupní a prodejní cenu podílové jednotky a jejich hodnota se rychle mění.

Při sjednávání životního pojištění je možné sjednat i různá pojistná rizika, např. pojištění pro případ smrti z jakýchkoli příčin, pojištění pro případ smrti následkem úrazu, pojištění hospitalizace nebo pojištění invalidity. Já jsem počítala jen s pojištěním pro případ smrti, které jsem vypočítala jako běžné nettopojistné dočasného pojištění pro případ smrti. Ovšem jedinou výjimkou jsou výpočty pojišťovny Kooperativa, protože jsem při konzultaci získala i tabulku měsíčního pojistného za dočasné pojištění pro případ smrti (viz příloha C), tudíž jsem výpočty prováděla pomocí těchto hodnot.

Struktura příkladů:

1. Srovnání průběhu hodnot fondu při (pojistná částka ve výši 200 000,--Kč):
    a. konzervativní strategii,
    b. dynamické strategii,
    c. agresivní strategii.
2. Srovnání průběhu hodnot při zvýšené pojistné částce (1 000 000,--Kč).
3. Srovnání investičního životního pojištění a smíšeného pojištění.

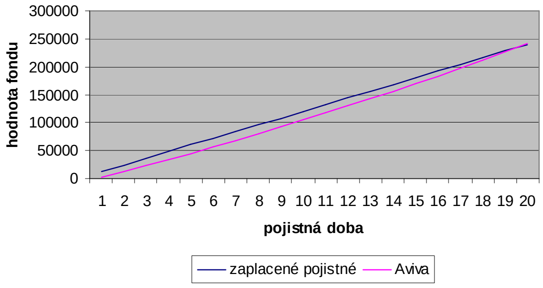
Předpoklady pro výpočty IŽP:

- muž 28 let;
- roční pojistné 12 000,-- Kč;
- pojistná částka 200 000,-- Kč;
- pojistná doba 20 let.

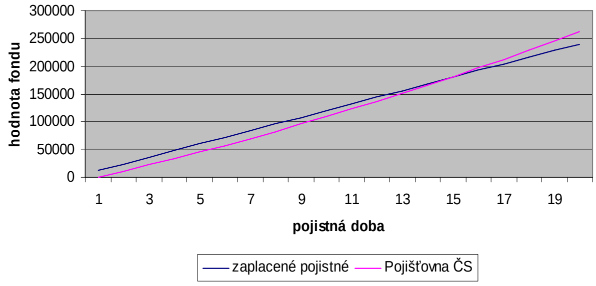
10.1 Srovnání průběhu hodnot fondu při konzervativní strategii

Konzervativní strategie (investování do konzervativního fondu) představuje určitou jistotu, protože investiční nástroje mají nízkou nebo střední míru rizika ztráty. Tato strategie investuje např. do peněžního trhu, státních a podnikových dluhopisů. Nízké míře rizika odpovídá i nízká míra zhodnocení. Výkonnost konzervativní strategie v dlouhodobém časovém horizontu je 3 – 4 %. Pro objektivnější porovnání jsem zvolila míru zhodnocení 3 %. Tuto míru zhodnocení jsem předpokládala po celou pojistnou dobu.

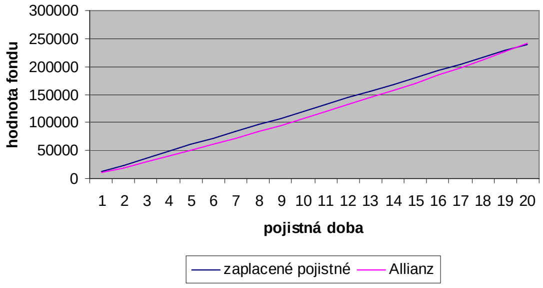
Graf 10.1: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Aviva.



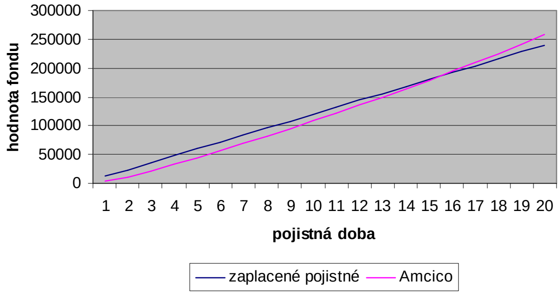
Graf 10.2: Průběh hodnot fondu IŽP Pojišťovny České spořitelny.



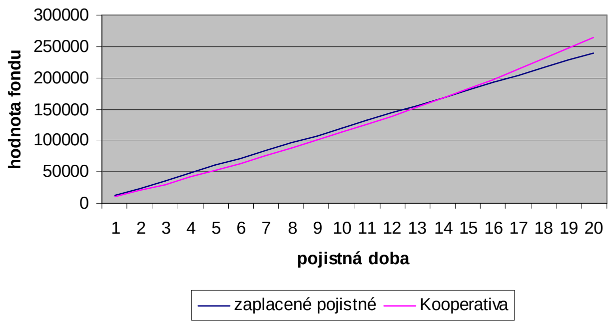
Graf 10.3: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Allianz.



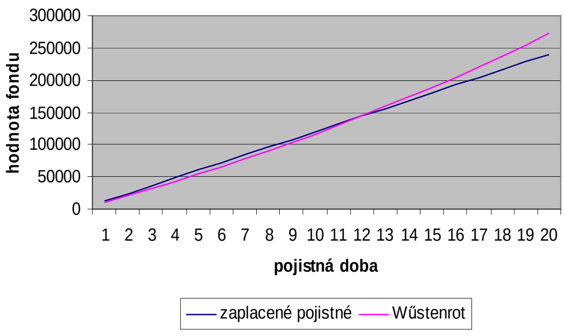
Graf 10.4: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Amcico.



Graf 10.5: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Kooperativa.

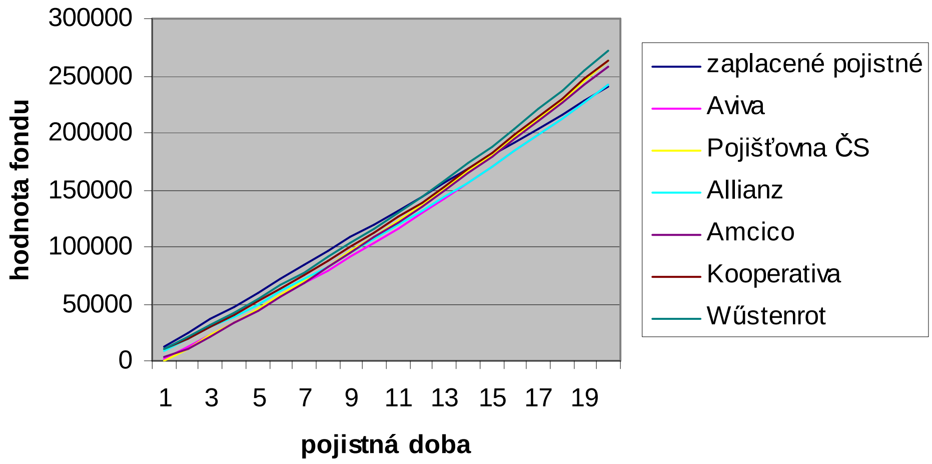


Graf 10.6: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Wűstenrot.



Na jednotlivých grafech jsem chtěla ukázat, že výnosy při tomto druhu pojištění mají dlouhodobý charakter a je zřejmé, že přes vysoké náklady překročí hodnota fondu hodnotu zaplaceného pojistného většinou až po 10 desátém roce pojistné doby. I když se metody stanovení poplatků a nákladů velice různí, výsledek průběhu pojištění je obdobný. Další grafu ukazuje všechny průběhy hodnot fondu IŽP všech vybraných pojišťoven dohromady. Podle stanovených podmínek pojistné smlouvy bych vybrala Pojišťovnu Wűstenrot, která po 20- ti pojistných letech udává nejvyšší výnos.

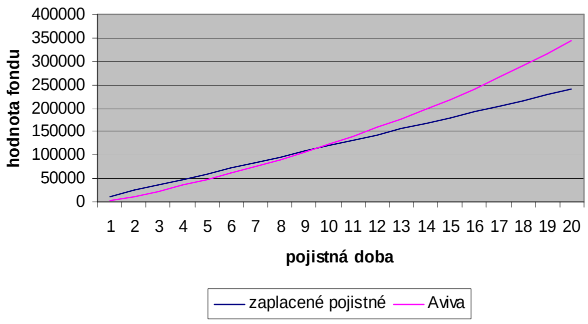
Graf 10.7: Srovnání průběhů hodnot fondů IŽP všech pojišťoven.



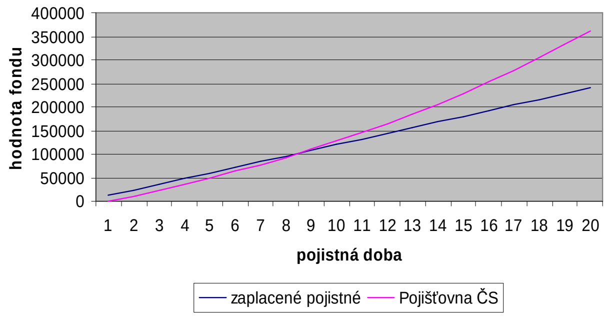
10.2 Srovnání průběhů hodnot fondu při dynamické strategii

Při dalších výpočtech jsem zvolila vyrovnanou (dynamickou) strategii, kde průměrný výnos z investic je mezi 4 % a 6 %. Investice z této strategie jsou vkládány především do dluhopisů a akcií. Výnos z akcií může silně kolísat, z tohoto důvodu se vložené prostředky investují ještě do dluhopisů, které by měly výkyvy výnosu z investic pokrýt. Pro následující srovnávání jsem zvolila výnos 6 % a ostatní parametry jsem ponechala stejné jako v předchozím srovnání.

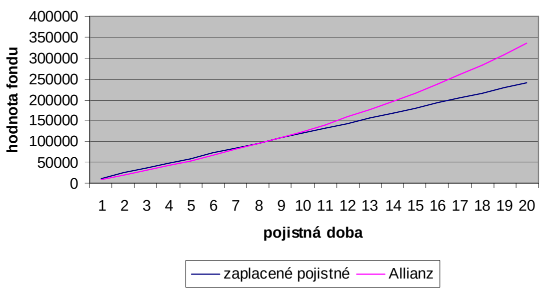
Graf 10.8: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Aviva.



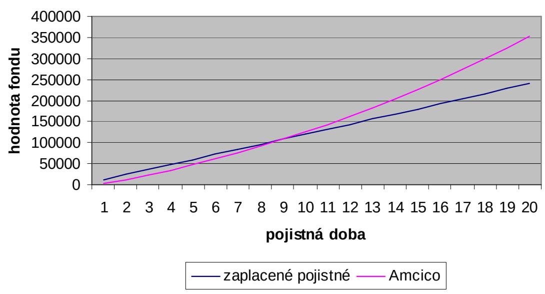
Graf 10.9: Průběh hodnot fondu IŽP Pojišťovny České spořitelny.



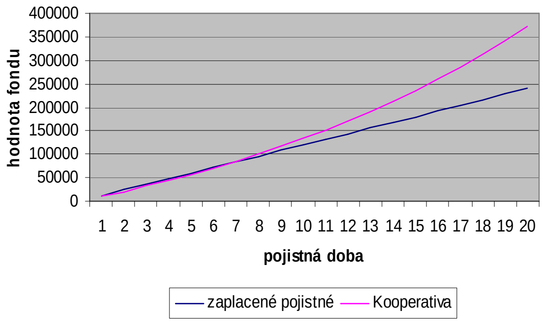
Graf 10.10: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Allianz.



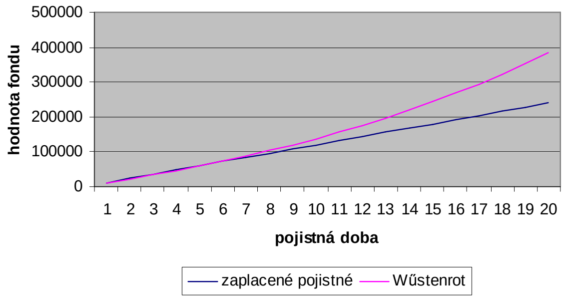
Graf 10.11: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Amcico.



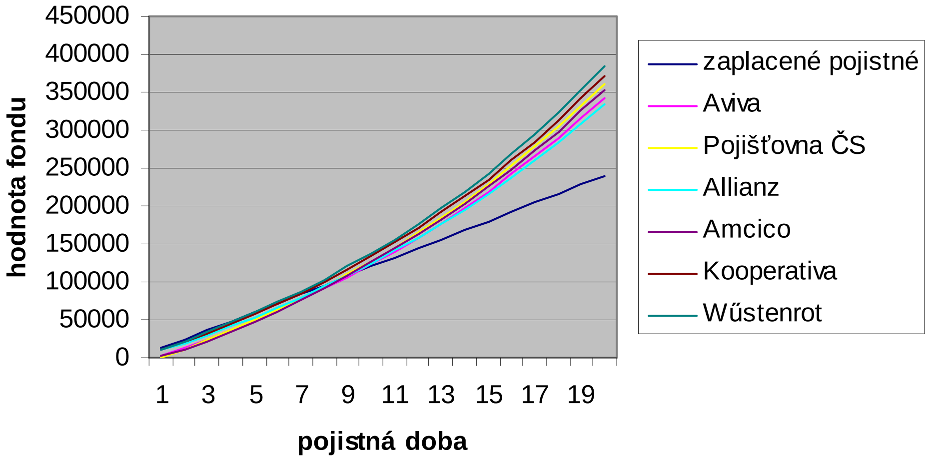
Graf 10.12: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Kooperativa.



Graf 10.13: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Wűstenrot.



Graf 10.14: Srovnání průběhů hodnot fondů IŽP všech zvolených pojišťoven.

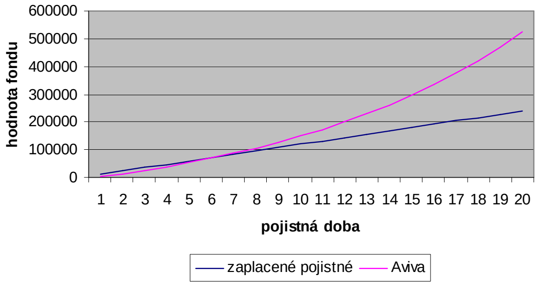


Z tohoto srovnání opět vyplývá, že nejvýhodnější variantou by v tomto případě byla Pojišťovna Wűstenrot, u níž je výnos nejvyšší. I u ostatních vidíme, že díky vyšší výnosnosti hodnota fondu přesáhne zaplacené pojistné dříve (kolem 7. roku) než v případě konzervativní strategie. Při zvolení této dynamické strategie je také vyšší riziko, že výkonnost fondu bude kolem hodnoty 6 % kolísat a nebude činit zvolených 6 %, ale může být nižší nebo i záporná. Dále je z grafu vidět, že i přes různě nastavené poplatky a náklady je průběh hodnoty fondu a finální hodnota fondu všech pojišťoven srovnatelná.

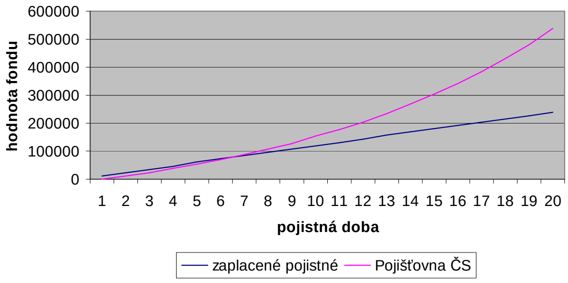
10.3 Srovnání průběhu hodnot fondu při agresivní strategii

Jako třetí variantu jsem zvolila Agresivní strategii. Prostřednictvím této strategie jsou vložené finanční prostředky investovány především do akcií, jejichž výnosnost je 7 – 10 %. Tyto investice jsou vysoce rizikové, je zde vysoké riziko ztráty finančních prostředků. Pro výpočty jsem zvolila výkonnost strategie 9 % a opět jsem všechny parametry ponechala stejné jako v předešlých případech.

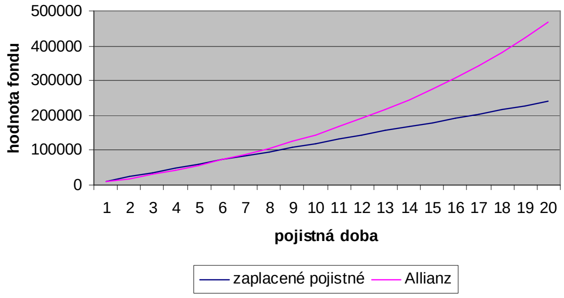
Graf 10.15: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Aviva.



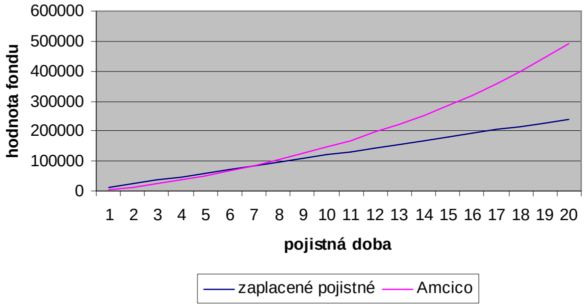
Graf 10.16: Průběh hodnot fondu IŽP Pojišťovny České spořitelny.



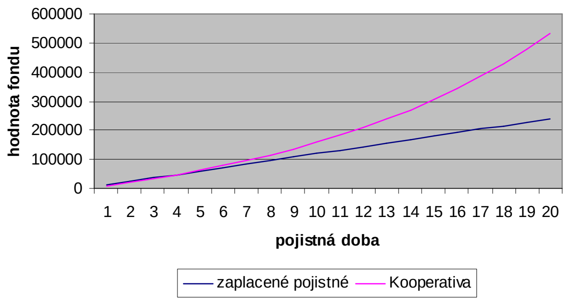
Graf 10.17: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Allianz.



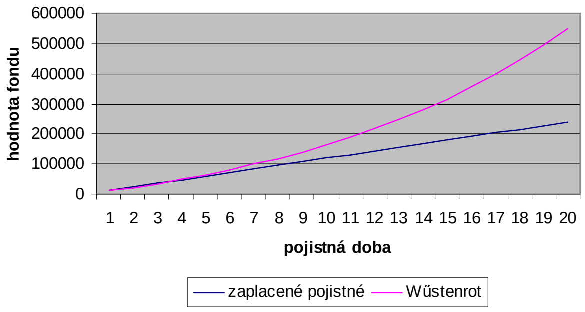
Graf 10.18: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Amcico.



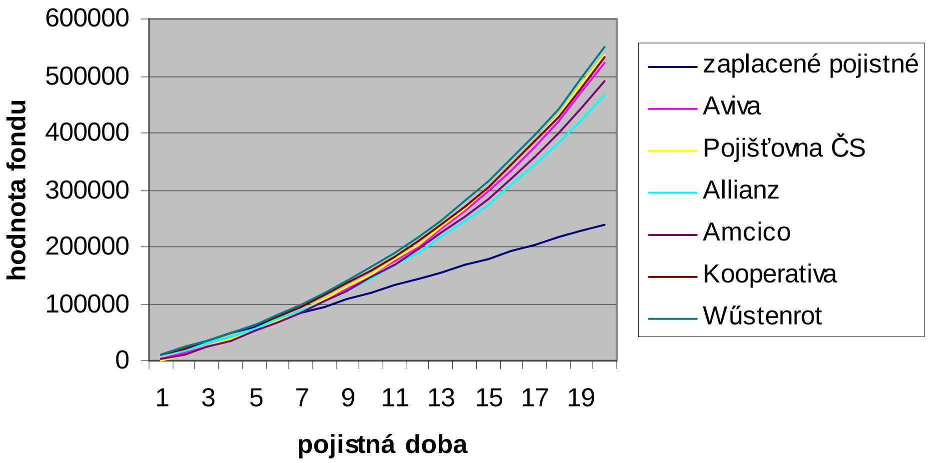
Graf 10.19: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Kooperativa.



Graf 10.20: Průběh hodnot fondu IŽP pojišťovny Wűstenrot.



Graf 10.21: Srovnání průběhů hodnot fondu IŽP všech šesti pojišťoven.

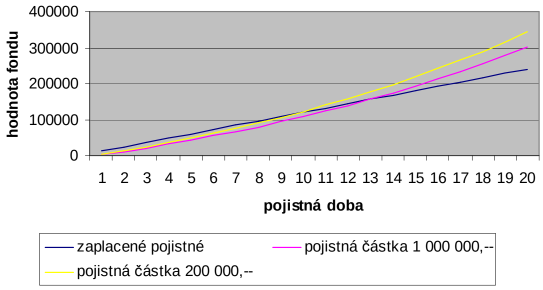


Z grafů je patrné, že hodnota fondů výrazně překračuje hodnotu zaplaceného pojistného. Ovšem za cenu vysokého rizika nedosažení předpokládaného výnosu 9 %. V tomto srovnání opět Pojišťovna Wűstenrot vykazuje nejvyšší konečnou hodnotu fondu, velmi podobný průběh hodnot má Pojišťovna České spořitelny.

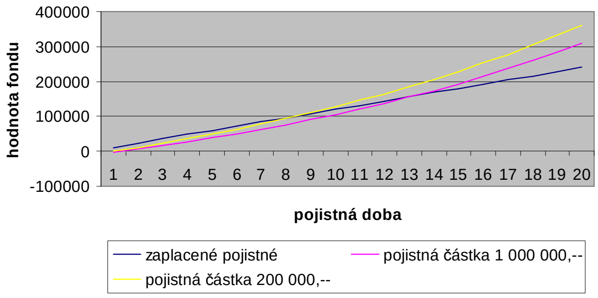
10.4 Srovnání průběhů hodnot při zvýšené pojistné částce

Při sjednávání pojistné smlouvy mimo jiné klient určuje také pojistnou částku pro případ smrti a na krytí jiných rizik. V dalším příkladu ukážu, že určení této pojistné částky velice závisí na hodnotě a průběhu fondu. Opět jsem ponechala všechny parametry stejné (muž ve věku 28 let, pojistná doba 20 let), ale zvýšila jsem pojistnou částku z původních 200 000,-- Kč na 1 000 000,-- Kč. V dalších grafech ukazuji průběh původních hodnot a průběh hodnot se zvýšenou pojistnou částkou, za předpokladu investování do dynamické (vyvážené) strategie s výnosností 6 %.

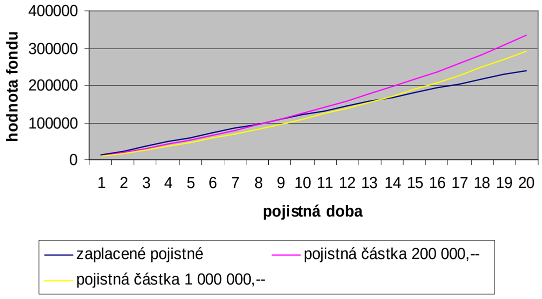
Graf 10.22: Srovnání – pojišťovna Aviva.



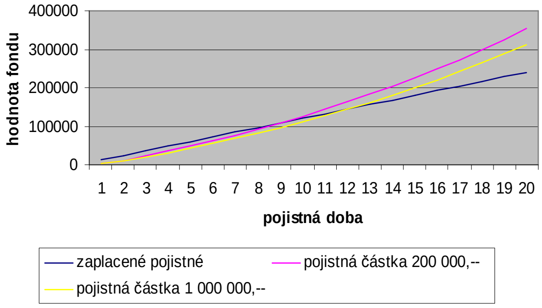
Graf 10.23: Srovnání – Pojišťovna České spořitelny.



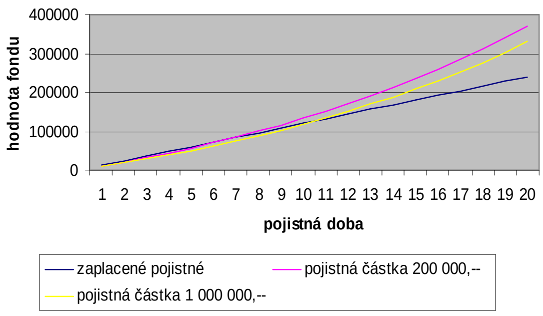
Graf 10.24: Srovnání – pojišťovna Allianz.



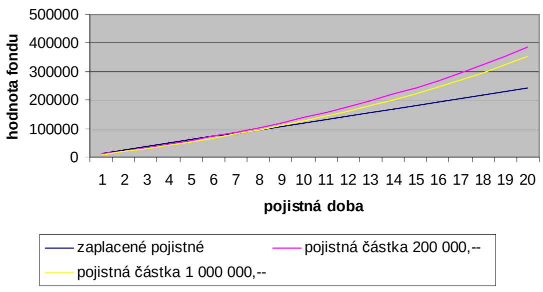
Graf 10.25: Srovnání pojišťovna Amcico.



Graf 10.26: Srovnání – pojišťovna Kooperativa.



Graf 10.27: Srovnání – pojišťovna Wűstenrot.



Tabulka 10.1: Srovnání konečných hodnot fondů při dvou různých pojistných částkách a dynamické strategii (v Kč).

Pojišťovna	Pojistná částka		Rozdíl
	200 000,--	1 000 000,--	
Aviva	343 333,3	301 791,6	41 541,7
Pojišťovna ČS	361 826,4	308 547,5	53 278,9
Allianz	334 394,1	293 114,--	41 280,1
Amcico	353 592,7	312 698,7	40 894,--
Kooperativa	371 872,1	329 622,7	42 249,4
Wűstenrot	383 857,3	351 464,8	32 392,5

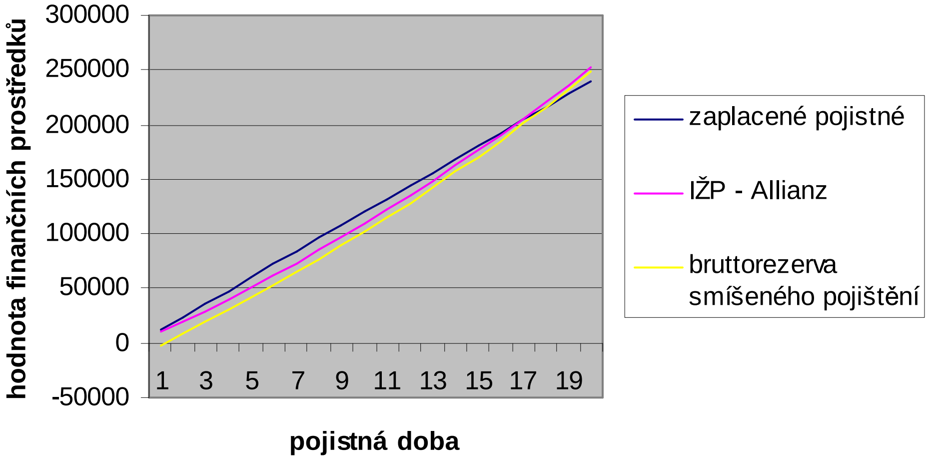
Z toho vyplývá, že v případě Pojišťovny České spořitelny je stanovení pojistné částky velmi důležité (má největší rozdíl finální částky při různých pojistných částkách) a je to také díky tomu, že při uzavření pojistné smlouvy klient zaplatí určité procento z pojistné částky, tudíž velikost tohoto poplatku je závislá na velikosti pojistné částky. Nejmenší rozdíl byl zaznamenán v případě pojišťovny Wűstenrot, u ostatních pojišťoven činí velikost rozdílu v průměru 41 000,-- Kč. Je tedy pro klienta důležité, nechat si zpracovat průběh hodnot fondu pro různé strategie a pojistné částky, aby z nich sám mohl zjistit, jak drahé je pojištění rizika smrti.

10.5 Srovnání investičního životního a smíšeného pojištění

Nyní budu porovnávat průběh hodnot fondu investičního životního pojištění a smíšeného pojištění, jakožto představitele klasického pojištění. Pro IŽP zvolím strategii garantovaného fondu (garance výnosu 2,4 % p.a.), z toho důvodu, že při vyjadřování vzorců smíšeného pojištění se diskontují hodnoty pomocí diskontního faktoru $v = \frac{1}{1+i}$, kde $i = 2{,}4\,\%$ je technická úroková míra.

Dále tedy budu porovnávat tento fond s průběhem bruttorezervy smíšeného (kapitálového) pojištění při stejných vstupních parametrech jako všechny výpočty týkající se IŽP. Jednorázové náklady α jsem zvolila ve výši 5 %, náklady $\beta = 0{,}3\,\%$ a náklady $\gamma = 6\,\%$. Za použití vzorce pro výpočet bruttopojistného jsem zjistila, že při běžném pojistném 12 000,-- Kč bude pojistná částka ve výši 248 227,-- Kč. A s touto pojistnou částkou jsem počítala i ve výpočtech IŽP. Srovnání jsem prováděla pouze s jednou pojišťovnou, pojišťovnou Allianz. Z grafu je patrné, že hodnota bruttorezervy je mírně nižší než hodnota fondu investičního životního pojištění, avšak hodnotu zaplaceného pojistného překročí téměř ve stejném okamžiku. Při zvolených podmínkách pojištění je výhodnější investiční životní pojištění.

Graf 10.28: Srovnání průběhu bruttorezervy smíšeného pojištění a průběhu IŽP pojišťovny Allianz.



11 Závěr

V prvních kapitolách diplomové práce ukazuji, jakým způsobem se odvozují klasické životní pojištění, a to metody pro výpočet jednorázového a běžného pojistného a rezerv životního pojištění, konkrétně na dožití, pro případ smrti, dočasné pojištění pro případ smrti a smíšené. Dále jsem modelovala velikosti nettorezerv a bruttorezerv - opět u těchto čtyř základních druhů pojištění. Všechny vzorce jsou vyjádřené jak pro jednorázové tak pro běžné splácení pojistného.

V praktické části jsem porovnávala hodnoty nettopojistného a bruttopojistného vypočítané postupně pro věky 20 – 60 let pro muže s hodnotami pojistného vypočítaného pro stejné věky ženy. Používala jsem tabulku komutačních čísel, kterou jsem vyjádřila z mužské úmrtností tabulky a předpokládala jsem, že věk ženy je o 5 let nižší než věk stejně starého muže. Díky této skutečnosti je při pojištění na dožití pojistné pro ženu vyšší než pojistné vypočítané pro muže. Naopak při pojištění pro případ smrti a dočasného pojištění pro případ smrti je pojistné vypočítané pro ženu nižší než pro muže (je to dáno tím, že pravděpodobnost úmrtí ženy je nižší na rozdíl od pravděpodobnosti úmrtí muže). Při smíšeném pojištění jsou hodnoty pojistného srovnatelné, jelikož se zohledňují obě skutečnosti, jak dožití, tak případ úmrtí.

V dalších příkladech jsem graficky ukazovala průběh hodnot nettorezervy a bruttorezervy v každém roce pojistné doby (20 let). Z grafů je patrné, že růst rezervy zrychluje v důsledku zhodnocování nakumulovaného pojistného (v případě běžného pojistného). Při jednorázovém pojistném hodnota rezervy roste lineárně. Rezervy můžeme členit na rizikové (pojištění pro případ smrti a dočasné pojištění pro případ smrti) a rezervotvorné (pojištění na dožití a smíšené pojištění). V rezervotvorném pojištění při dovršení konce pojistné doby dosáhne rezerva celé pojistné částky, kdežto v rizikovém pojištění je na konci pojistné doby hodnota rezervy nulová. Ve výpočtech bruttorezervy při běžném pojistném je na počátku pojistné doby záporná hodnota rezervy – je to hodnota nákladů účtovaných pojišťovnou ve výši 11 000,-- Kč.

Dále jsem se snažila přiblížit problematiku investičního životního pojištění. Nejdříve jsem vysvětlila princip tohoto produktu, a pak se pokusila sestavit obecný vzorec pro výpočet hodnoty fondu. Na základě tohoto vzorce jsem zkonstruovala průběhy hodnot fondu pro vybraných 6 pojišťoven. Průběhy jsem porovnávala pro konzervativní, vyrovnanou a agresivní strategii. Ve všech zvolených situacích bych doporučovala pojišťovnu Wűstenrot, neboť ta poskytovala při daných parametrech nejvyšší zhodnocení, viz následující tabulka.

Tabulka 11.1: Hodnoty fondů IŽP na konci pojistné doby (v Kč).

Pojišťovny	Strategie		
	konzervativní (výnos 3 %)	dynamická (výnos 6 %)	agresivní (výnos 9 %)
Aviva	242 113,30	343 333,30	523 473,20
České spořitelny	262 712,--	361 826,40	537 581,40
Allianz	241 339,10	334 394,10	466 906,70
Amcico	258 063,--	353 592,70	491 287,30
Kooperativa	263 949,50	371 872,10	531 824,10
Wűstenrot	272 231,30	383 857,30	549 451,80

Pozn.: IŽP sjednává 28-ti letý muž s pojistnou částkou pro případ smrti 200 000,-- Kč, ročním pojistným 12 000,-- Kč a pojistnou dobou 20 let.

Důležitým faktorem při uzavírání pojistné smlouvy je též výše pojistné částky pro dočasné pojištění pro případ smrti. V praktické části jsem ukázala změnu průběhu hodnoty fondu v závislosti na změně pojistné částky, kterou jsem výrazně zvýšila. Vyšší pojistná částka se na finální částce odrazila značným snížením konečné hodnoty fondu, a to z toho důvodu, že ze zaplaceného pojistného se odečítá větší částka na pojistnou ochranu. Proto se investuje nižší částka a zhodnocení je nižší.

Nakonec jsem se snažila porovnat hodnoty fondu IŽP a hodnoty bruttorezervy kapitálového životního pojištění. Pro objektivní srovnání jsem u IŽP zvolila investování do garantované strategie (garantovaný výnos 2,4 %). Porovnávala jsem průběh bruttorezervy smíšeného pojištění a průběh hodnoty fondu a výnos z IŽP je mírně vyšší (toto porovnání jsem provedla pouze s pojišťovnou Allianz).

Na základě šetření a výpočtů v diplomové práci bych klientům doporučila investiční životní pojištění, protože oproti klasickým produktům dává vyšší míru zhodnocení, a to i při garantovaném fondu. Pokud ale výkonnost fondu klesne pod 2,4 % je výhodnější klasické životní pojištění (kapitálové). U IŽP je také výhoda ve variabilitě produktu, kde jsou možné mimořádné vklady i částečný odkup investovaných podílových jednotek, pozastavení plateb pojistného nebo např. změna pojistné částky a pojistné doby. Při tomto produktu klienti určitě ocení, že mohou rozhodovat o vložených prostředcích, a tím zvyšovat svůj zisk z investic. Pojišťovny tedy v rámci IŽP nabízí široké možnosti investování, na rozdíl od klasických produktů životního pojištění. Dále bych chtěla poukázat na to, že výkonnost jednotlivých fondů (resp. strategií) různých pojišťoven není výrazně odlišná, tudíž při výběru vhodného produktu záleží nejvíce na skladbě a velikosti poplatků.

Během vypracování diplomové práce jsem pochopila kompletní problematiku klasického životního pojištění a také investičního životního pojištění, kterému jsem se věnovala nejvíce. Zde bylo největším problémem získat odborné a souvislé informace ohledně tohoto produktu ve vybraných pojišťovnách.

12 Seznam literatury

[1] T. Cipra: Pojistná matematika – teorie a praxe. Praha: Ekopress, 1999

[2] M. Marvan – J. Chaloupecký: Dějiny pojišťovnictví v Československu. Bratislava: Alfa Konti, spol. s r. o., 1993

[3] Kolektiv autorů z ČAP: Životní pojištění. Praha: GRADA Publishing, spol. s r. o., 2003

[4] F. Čámský: Pojistná matematika II.. Masarykova univerzita v Brně, 1998

[5] V. Čejková: Pojistný trh. Praha: GRADA Publishing, spol. s r. o., 2001

[6] D. Smékalová: Finanční a pojistná matematika pro střední školy ekonomického zaměření. Praha: Montanex, a. s., 2007

[7] O. Macháček: Finanční a pojistná matematika, Praha: Prospektrum, 2001

[8] J. Daňhel a kol.: Pojistná teorie. Praha: Professional Publishing, 2006

[9] J. Daňhel: Kapitoly z pojistné teorie. Vysoká škola ekonomická v Praze: Oeconomica, 2002

[10] Zákon č. 277/2009 Sb., o pojišťovnictví

Internetové adresy:

www.sagit.cz (platné zákony v pojišťovnictví)

www.zivotnipojisteni.cz

www.investujeme.cz

www.finance.cz

Český statistický úřad www.czso.cz

Pojišťovna Generali www.generali.cz

Pojišťovna Aviva www.aviva-pojistovna.cz

Pojišťovna Allianz www.allianz.cz

Pojišťovna České spořitelny www.pojistovnacs.cz

Pojišťovna Wűstenrot www.wuestenrot.cz

Česká asociace pojišťoven www.cap.cz

13 Seznam příloh

Příloha A: Úmrtnostní tabulka pro muže
Úmrtnostní tabulka pro ženy
Tabulka komutačních čísel
Seznam všech vzorců

Příloha B: Výpočty jednorázového a běžného pojistného
Výpočty rezerv

Příloha C: Sazebníky poplatků
Výpočty investičního životního pojištění