UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA MATEMATIKY

ANALÝZA ŽÁKOVSKÝCH ŘEŠENÍ NESTANDARDNÍCH ALPIKAČNÍCH ÚLOH A PROBLÉMŮ V MATEMATICE

Diplomová práce

Ištvánková Hana

Vedoucí práce: Mgr. Eva Bártková, Ph.D.

Studijní obor: U1SZŠ

Olomouc 2013

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci zpracovala samostatně a použila prameny uvedené v seznamu literatury. Dále prohlašuji, že tato diplomová práce nebyla využita k získání jiného titulu.

V Olomouci dne ………………..

……………………………….

podpis

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala Mgr. Evě Bártkové, Ph. D. za cenné rady a za trpělivost při vedení mé diplomové práce.

Dále bych chtěla poděkovat ředitelům, učitelům a žákům základních škol za prostor a vypracování úloh mé práce.

OBSAH

ÚVOD

Matematika není jen vědou sama o sobě, ale je úzce spjata s každodenním životem kolem nás. S matematikou se každý z nás dostává denně do kontaktu. Žáci si již v raném věku osvojují základní početní dovednosti bez toho, aby si byli svých znalostí vědomi. Tyto dovednosti dále rozvíjejí rodiče a učitelé v mateřských školách. Na ně navazují pedagogové na základních školách, kteří žákům vytvářejí podmínky k osvojování a upevňování učiva. Učitelé věnují pozornost individuálním potřebám každého žáka, snaží se rozvíjet jeho individuální schopnosti a podněcovat jeho nadání. Žákům nejsou předkládány pouze matematické příklady k vypočítání, ale je zde snaha o propojení matematiky se životem žáků, s předměty, zvířaty, lidmi a jevy, jež znají. Matematika by se pro žáky neměla stát předmětem, který nemají v oblibě. Pedagog by ji měl podávat v takové formě, aby pro žáky byla poutavá a zábavná. Matematika by se měla stát takovým předmětem, do kterého se budou žáci těšit a získané znalosti mohou využít v běžném životě.

Hlavním cílem diplomové práce je analyzovat žákovská řešení nestandardních aplikačních úloh a problémů. Praktická část bude interpretovat shrnutí teoretických poznatků a navazovat na vytvořený nestandardizovaný didaktický test.

Diplomová práce se váže na rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání vymezuje nejzákladnější učivo, které si musí žák osvojit. Pedagog má volnou ruku při tvorbě vyučovací hodiny. Nejprve si stanoví cíl, vybere klíčovou kompetenci, určí si metodu a formu, kterou bude dané učivo přibližovat žákům. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání je členěn do šesti vzdělávacích oblastí, z nichž jednu samostatnou kapitolu tvoří Matematika a její aplikace. Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou nestandardní aplikační úlohy a problémy. Žáci se zaměřují především na hledání vhodné strategie při řešení nestandardních úloh.

Slovní úlohy lze rozdělit dle kategorie na matematické a nematematické, dále dle různých kritérií na jednoduché a složené. Řešení slovních úloh je praktická dovednost, která vede žáky k tvůrčí činnosti. Žák uplatňuje různé postupy při jejich řešení.

V průběhu života se každý člověk dostane do zcela neznámé, pro něj nové situace. Pedagogický pracovník v systému základního vzdělávání učí žáky pohotově reagovat, přizpůsobit se problémové situaci, orientovat se v daném problému a tvořivým způsobem hledat adekvátní řešení. Nestandardní aplikační úlohy tak rozvíjí přirozenou tvořivost žáka, jeho osobnost a schopnost orientace ve světě. Pedagog svoji systematickou činností podporuje tvůrčí proces žáka, a tím přispívá k jeho rozvoji.

Při správném vedení výuky a volbou vhodných metod, pedagog u žáka rozvíjí tvořivé myšlení a formuje jeho vlastní identitu. Na výchově žáka se podílí rodina i škola. Na prvním stupni základní školy hovoříme o žácích mladšího školního věku a na druhém stupni základní školy je nazýváme žáky staršího školního věku. Osobnost žáka formují vnitřní činitelé, motivace, schopnosti, vnímání, paměť a myšlení. Dochází k vývoji poznávacích procesů, citů a upevňování sociálních dovedností.

V praktické části se diplomová práce věnuje analýze žákovských řešení nestandardních úloh. Pro účely této diplomové práce byl sestaven nestandardizovaný didaktický test, který je tvořen čtyřmi úlohami. Tento test bude předložen žákům pátého ročníku základních škol. Didaktický test obsahuje úlohu divergentní, kombinatorickou, aritmetickou a složenou. Úkolem žáků bude vyřešit test tvořivým nestandardním způsobem. Na základě vypracovaných úloh se budou analyzovat jednotlivé postupy řešení, které by měly ukázat, jak jsou žáci připraveni tyto nestandardní úlohy řešit.

1. NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY V RÁMCOVÉM VZDĚLÁVACÍM PROGRAMU PRO ZÁKLADNÍ VZDĚLÁVÁNÍ

„Problém je rozpor, překážka, paradox, protiklad, nesnáz, svízel, těžkost, konflikt, neshoda, nesouhlas, který vybočuje z navyklého rámce existování jevů, porušuje stereotyp vnímání, registrování a reagování, a který je podnětem k myšlenkové aktivitě, pokud ovšem přesáhne práh vnímání subjektu a vzbudí zájem o řešení. Z hlediska řešení a překonávání problémů je důležité si uvědomit, že nejobtížnější je problém objevit, odlišit jej od pozadí, které ho často překrývá nebo zastiňuje“ (Maňák, Švec, 2003, str. 115).

Nestandardní aplikační úlohy jsou evidovány v rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Nalezneme je ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. Hlavním cílem nestandardních aplikačních úloh je rozvíjet a řešit problémy. (RVP ZV, 2013)

1.1. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

Rámcový vzdělávací program přispívá k rovnosti ve vzdělání, napomáhá individuálnímu přístupu k potřebám vzdělávaných a motivuje k celoživotnímu učení.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání vychází ze zákona č. 561/2004. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání vymezuje pro jednotlivé etapy vzdělávání závazné rámce. Rámcový vzdělávací program podchycuje předškolní a základní vzdělávání, na které dále navazuje střední a jiné vzdělávání. (RVP ZV, 2013)

Systém kurikulárních dokumentů byl zaveden pro všechny mateřské i základní školy v roce 2005. Každá škola si do dvou let musela vypracovat vlastní školní vzdělávací program. Učitelé si jej vymýšlí podle svých zkušeností, představ nebo zaměření školy. V roce 2007 MŠMT upravilo principy politiky pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let. Dokument se neustále inovuje. Poslední změny RVP ZV vejdou v platnost dne 1. 9. 2013. Systém dokumentů byl vytvořen na úrovni státní a školní. Státní úroveň je rozdělena na Národní program vzdělávání a rámcové vzdělávací programy. Školní úroveň představují školní vzdělávací programy. (RVP ZV, 2013)

„Rámcové vzdělávací programy vycházejí z nové strategie vzdělávání, která zdůrazňuje klíčové kompetence, jejich provázanost se vzdělávacím obsahem a uplatnění získaných vědomostí a dovedností v praktickém životě“ (RVP ZV, 2013, str. 6). Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání stanovuje očekávanou úroveň vzdělávání a klade si za cíl nadchnout žáky pro celoživotní učení. (RVP ZV, 2013)

Základním vzděláváním musí ze zákona projít každý žák. Již roku 1774 zavedla Marie Terezie povinnou školní docházku pro žáky od 6 do 12 let. Základnímu vzdělávání předchází předškolní vzdělávání. Základní vzdělávání rozdělujeme na dva stupně. (Harna, 2011)

První stupeň základního vzdělávání žákům usnadňuje adaptaci na školní prostředí a povinnosti spojené s docházkou do školy. Systematické vzdělávání žáků respektuje a rozvíjí jejich individuální potřeby a zájmy. Žák poznává při vyučování mnoho nových věcí, které se musí naučit, protože jsou pro další rozvoj nezbytné. Ve vzdělávacím procesu pedagog využívá různé metody a formy, které by měly žáka motivovat a vést k tvořivosti, kreativnímu řešení problémů, hledání a objevování nových způsobů řešení. (RVP ZV, 2013)

Na druhém stupni základního vzdělávání žák rozšiřuje a prohlubuje své vědomosti, dovednosti a návyky. (RVP ZV, 2013) *„Utváří si hodnoty a postoje, které vedou k uvážlivému a kultivovanému chování, k zodpovědnému rozhodování a respektování práv a povinností občana našeho státu i Evropské unie“* (RVP ZV, 2013, str. 9).

Základní vzdělávání na prvním i druhém stupni je velmi rozmanité. V každé třídě by měl pedagog vytvořit přátelské a tvůrčí prostředí. Výuka se přizpůsobuje individuálním potřebám a zájmům žáků. Vyučovací proces by měl podněcovat žáky úspěšné, ale i ty méně nadané. Pedagog by měl docílit, aby každý žák zažil úspěch, aby se nestyděl za chybu a bral ji jako pomůcku k upevňování učiva. Pedagog by měl hodnotit výsledky žáků podle předem určených kritérií, vymýšlet a zadávat splnitelné úkoly, neměl by se snažit žáky nachytat nebo je traumatizovat. (RVP ZV, 2013)

1.2. Klíčové kompetence

„Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti“ (RVP ZV, 2013, str. 11). Zahrnují představy a hodnoty společnosti, kterých by měli všichni žáci

dosáhnout. Klíčové kompetence směřují vzdělávání žáka ke spokojenému a úspěšnému životu. Klíčové kompetence si dítě osvojuje již v mateřské škole, ale provázejí jej celý život. Klíčové kompetence se prolínají a jsou výsledkem celkového vzdělávacího procesu. Pomáhají formovat žákovu osobnost. Rozvíjejí se během školních aktivit a činností. Učivo je prostředkem pro očekávané výstupy. (RVP ZV, 2013)

1.2.1. Kompetence řešení problémů

Kompetence řešení problémů je úzce spjata s tematickým okruhem Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Žák by měl na konci základního vzdělávání vnímat nejrůznější problémové situace ve škole i mimo ni. Učí se rozpoznávat a pochopit problém, ke kterému promýšlí, plánuje a tvoří různá řešení. Žák využívá naučené vědomosti, dovednosti a zkušenosti k tvoření různých variant řešení. Žák umí samostatně vyhledat informace potřebné k řešení problému, rozpozná jejich shodné, podobné i odlišné znaky s předcházejícími situacemi. K řešení problémů volí vhodné způsoby a strategie, užívá při řešení úsudek, logické, matematické a empirické postupy. Ověřuje správné řešení problémů a osvědčené postupy aplikuje při řešení obdobných nebo nových problémových situací. Důležité je, aby žáci uvážili svoje rozhodnutí, dokázali obhájit svůj názor, ale zároveň přijímali názor spolužáků. Poté mohou přemýšlet o odlišném způsobu řešení a jeho příčinách. Žáci pracují s chybou. Nenechají se odradit nezdarem a vytrvale hledají konečné řešení problému. Žák sleduje vlastní pokrok a uvědomuje si zodpovědnost za svá rozhodnutí a výsledky svých činů dokáže zhodnotit. (RVP ZV, 2013)

1.3. Charakteristika vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je založena na aktivních činnostech. Využívá práci s matematickými objekty a reálné situace přetváří do jazyka matematiky. (RVP ZV, 2013) „*Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost*“ (RVP ZV, 2013, str. 29). Matematika prolíná základním vzděláváním ve všech stupních a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium. (RVP ZV, 2013)

Základní myšlenkou vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace je porozumění a osvojení základních matematických pojmů, algoritmů, terminologie, symboliky. Dbá na rozvoj myšlenkových postupů, propojení vzájemných vztahů a způsobu využití znalostí. (RVP ZV, 2013)

1.3.1. Cíle vzdělávací oblasti

Cílové zaměření vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. Pedagog pomocí vytyčených cílů rozvíjí klíčové kompetence, a tím podporuje utváření žákovi osobnosti. Pedagog vytváří činnosti, ve kterých žák prakticky uplatní naučené matematické poznatky a dovednosti. Žák si rozvíjí paměť, když řeší numerické výpočty, i když si osvojuje nové učivo. RVP ZV určuje nezbytné matematické vzorce a algoritmy, které se žák v daném období musí naučit. Pro další vývoj v oblasti matematiky se žáci učí přesně vyjadřovat a zařazují matematický jazyk, který využívají během rozborů a zápisů úloh. Je na každém pedagogovi, jaké učivo do výuky zařadí. Měl by připravit úlohy, které rozvíjí žákovo logické, kritické, abstraktní i exaktní myšlení. Důležitý cíl, který je nezbytný pro úspěšné řešení nestandardních aplikačních úloh, je naučit žáky provádět rozbor problému a naplánovat řešení. V dalším kroku žák přibližně odhadne výsledek a volí postup, který použije k řešení problému. Porovná správnost výsledku s určenými podmínkami problému. Během vzdělávacího procesu žák pozná mnoho metod a strategií, díky kterým může snadno čelit složitým reálným problémům i mimo školní prostředí. Matematika rozvíjí při řešení úloh a problémů žákovo myšlení, sebedůvěru, vytrvalost, systematičnost, přesnost i komunikační schopnosti. (RVP ZV, 2013)

1.3.2. Vzdělávací obsah

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace pro první stupeň je rozdělen na čtyři tematické okruhy (RVP ZV, 2013): *„1. Číslo a početní operace, 2. Závislosti, vztahy a práce s daty, 3. Geometrie v prostoru a v rovině, 4. Nestandardní aplikační úlohy a problémy“* (RVP ZV, 2013, s. 29).

Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou „Nestandardní aplikační úlohy a problémy“, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení. Tyto úlohy by měly prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání. Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrty, řešit optimalizační úlohy. Řešení logických úloh, jejichž obtížnost je závislá na míře rozumové vyspělosti žáků, posiluje vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického uvažování a může podchytit i ty žáky, kteří jsou v matematice méně úspěšní (RVP ZV, 2013, s. 29).

1.3.3. Učivo

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání vymezuje učivo, kterým se rozvíjí nestandardní aplikační úlohy a problémy. Magické čtverce, číselné a obrazové řady, prostorová představivost a slovní úlohy jsou základním učivem pro logické, divergentní a kreativní myšlení. (RVP ZV, 2013)

V 5. ročníku žák prokazuje zvládnutí učiva při vypracování testu, který má prokázat, zda byl splněn očekávaný výstup pro nestandardní aplikační úlohy a problémy. (RVP ZV 2013) „*Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky*“ (RVP ZV, 2013, s. 32).

1.3.3.1. Magický čtverec

Magickým čtvercem můžeme nazvat objekt, který má tvar čtverce a uvnitř čtverce je čtvercová síť, vytvořená z navzájem různých čísel nebo písmen uspořádaných podle určitých pravidel. Magické čtverce se dělí na čtyři základní typy: součtové, rozdílové, součinové a podílové. Mezi nejjednodušší a nejpoužívanější patří typ součtový. V magickém čtverci vzniká magický součet. Součet všech čísel v každé řadě se shoduje se součtem všech čísel v každém sloupci (popř. v diagonále či jiných kombinacích). Dříve lidé připisovali magickým čtvercům kouzelnou až léčivou moc. Nejstarší magický čtverec byl vytvořen v Číně. Císař Ju Veliký využil k vytvoření magického čtverce devět číslic. Nejmenší magický čtverec je tvořen z devíti polí, které obsahují číslice nebo písmena. V Evropě byl objeven magický čtverec roku 1514. Malíř A. Dürer ukryl do obrazu Melencolia magický čtverec, ve kterém lze najít 86 čtveřic. (Ball, 2006)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

1.3.3.2. *Prostorová představivost*

Prostorová představivost je významná schopnost žáka, kterou může uplatnit v řadě povolání i v běžném životě. Prostorovou představivost definuje každý autor jinak. Pojmem prostorová představivost máme na mysli schopnosti, které se týkají žákových představ a pohledu na prostor. V matematice se jedná především o geometrickou představivost. Žák se učí rozeznávat geometrické tvary. Vnímá a určuje vzájemné vztahy mezi jednotlivými tvary. Hledá podobnost modelu v reálných předmětech. Schopnost orientace v prostoru, prostorová představivost a schopnost použít prostorovou představivost k řešení úloh, je u žáků základních škol na různé úrovni. Pedagog by měl dbát, aby si všichni žáci vytvořili správnou představu, a poté může přejít k rýsování jednotlivých tvarů. K upevnění správné představy může pedagog využít manipulaci, modelování, malování či vystřihování předmětů. (Molnár et al, 2004; Molnár, 2006)

1.3.3.3. *Číselné a obrazové řady*

Číselné a obrazové řady jsou řady čísel a obrazů, které mají žáci doplnit dalšími čísly nebo obrazy podle určitého klíče. Stejně jako magické čtverce podporují žákovo logické myšlení a samostatné uvažování. Číselné a obrazové řady se mohou pro žáky stát určitou zábavnou formou, při které si žáci doplňují a procvičují své znalosti. Žák musí zjistit, podle jakého principu, pravidla nebo algoritmu se střídají čísla či obrázky. Aby žák doplnil správné řešení, musí znát logickou posloupnost znaků. (Burýsková, Fauknerová, 1978, Blažková, http://svp.muni.cz/ukazat.php?docId=460)

1.3.3.4. *Slovní úlohy*

Mezi nestandardní aplikační úlohy patří také slovní úlohy. Řešení slovních úloh patří mezi základní matematické učivo ve školské matematice. Při řešení slovních úloh dochází u žáků k rozvoji myšlení, pozornosti a představivosti. Jejich řešením si žáci upevňují a prohlubují početní operace a jejich aplikaci. Vytvoří-li pedagog slovní úlohu z reálné situace nebo problému, pak se jedná o nestandardní aplikační úlohu, která je dále rozpracovaná v další kapitole.

2. SLOVNÍ ÚLOHY

Jedním ze způsobů, jak vymezit nestandardní aplikační úlohy jsou slovní úlohy. Za slovní úlohu lze považovat otázku v zadání, která je obtížná nebo komplikovaná a navodí problém, který žák musí řešit. Slovo úloha, obtíž, je přeloženo z anglického slova „problem“. Pojem úloha vychází z problémové situace. Za problémovou situaci můžeme považovat obtíže či překážky v úloze. Slovní úlohou nazýváme problémovou situaci, kterou vytváříme uměle. Úloha slouží k procvičování, upevňování a rozšiřování znalostí žáka. (Blažková et al., 2011; Novotná, 2000)

Každou pedagogickou situaci, kterou vytvoříme záměrně tak, abychom zjistili úroveň dosaženého určitého cíle, můžeme nazvat učební úlohou. Matematické úlohy vznikaly už v dávné historii. Lidé museli řešit problémy každý den. Nejčastěji matematické úlohy využívali ve stavebnictví, zemědělství a při směně (stavba budov, vyměřování polí, při obchodu,…), ale také pro zábavu. (Blažková et al., 1987; Novák, 2004)

2.1. Dělení matematických úloh

Slovní úlohy se dělí podle obsahu na úlohy s matematickým nebo nematematickým obsahem. Slovní úlohy matematické jsou psány v jazyce matematiky a řešitel si je musí přeložit, tj. aritmetické, algebraické, s geometrickým obsahem. Slovní úlohy s nematematickým obsahem, by měly obsahovat alespoň jeden termín, který nepatří do matematické teorie. (Novotná, 2000)

Slovní úlohy dále dělíme podle početních výkonů na jednoduché a složité. Při řešení jednoduché slovní úlohy žák provádí pouze jeden početní výkon. Použije-li žák dva a více početních výkonů, pak řeší složitou slovní úlohu. (Blažková et al., 1992; Novotná 2000)

Jednoduché úlohy Novák (2000) dělí dle početních výkonů:

Jako první uvedl úlohy s operací sčítání, které se dále dělí na úlohy součtu a zvětšení čísla o několik jednotek.

Dále zařadil úlohy s operací odčítání, jež rozčlenil na určení rozdílu, zmenšování čísla o několik jednotek a porovnávání rozdílem.

Úlohy s operací násobení rozdělil na určení součtu stejných sčítanců, zvětšení čísla několikrát a určení počtu uspořádaných dvojic.

Do poslední skupiny úloh s operací dělení zařadil dělení (rozdělování) na stejné části, dělení podle obsahu, zmenšení čísla několikrát a porovnávání podílu. (Novák, 2000, str. 48-49)

2.1.1. Postup řešení jednoduché slovní úlohy

Aby žák mohl úspěšně řešit jednoduchou slovní úlohu, musí se naučit a zautomatizovat si správný postup. Coufalová (2002) ve své knize uvádí, že vhodný postup řešení obsahuje pět fází – rozbor úlohy, matematizace problému, řešení matematické úlohy, zkouška, odpověď. (Coufalová, 2002, str. 90)

Při rozboru úlohy se žáci seznámí s textem - přečtou si zadání, pedagog si ověří, zda všichni porozuměli textu, znázorní si situaci, neboli zapíší známé údaje. Existuje mnoho způsobu zápisu, se kterými by měl pedagog žáka seznámit, a ten si vybere způsob, který pro něj bude nejvhodnější. Zápis lze znázornit pomocí obrázků, Vennových diagramů, číselné osy, úseček, čtvercové sítě, grafů nebo tabulky. U mladších žáků použije pedagog manipulaci se skutečnými předměty.

Matematizace problému znamená, že žák vyjádří vztah mezi dostupnými informacemi, které si vyhledal v zadání a spojí je s neznámými údaji, které má za úkol vyřešit. Žák může problém zapsat jako příklad, rovnici, nerovnici, graf.

Dalším krokem je řešení matematických úloh. Při řešení matematických úloh žák počítá příklad, řeší rovnici nebo nerovnici, příp. vyhledá výsledek v grafu.

K ověření správnosti řešení matematické úlohy slouží zkouška. Zkoušku provádíme dosazováním do zadání, abychom zjistili, zda výsledek vyhovuje podmínkám úlohy.

Poslední, ale nezbytnou součástí při řešení slovní úlohy je formulace odpovědi. Některým žákům, dělá obtíže správně definovat odpověď na základě výpočtu. Pokud si žák není jistý, jak správnou odpověď napsat, neměl by se bát zeptat pedagoga, a ten mu se správnou formulací pomůže. Tvořením odpovědí rozvíjíme vyjadřovací schopnosti žáků. (Coufalová, 2002; Blažková et al., 2011)

Jednoduchá slovní úloha se skládá ze tří údajů, přičemž dva jsou známé a třetí určujeme. Ze stejné situace utvoříme tři jednoduché slovní úlohy, z toho je jedna výchozí a dvě obrácené.

2.1.2. Metody řešení složené slovní úlohy

Řešení složených slovních úloh je pro žáka obtížnější, jelikož musí provést, alespoň dva početní úkony. Ve škole se žáci učí metody, kterými řeší složené slovní úlohy. Nejprve se žáci seznamují s metodou analytickou, a poté s metodou syntetickou. Starší žáci mohou zkombinovat naučené metody, ale pedagog se snaží, aby si žáci vytvářeli svoji strategii, která jim pomůže ke správnému výsledku. (Blažková et al., 1993, Novotná, 2000)

2.1.2.1. Metoda analytická

Analytickou metodu řešení pedagog využívá, když žák získává počáteční zkušenosti s řešením složitých úloh. Pokládáním pomocných otázek dává žákovi spolehlivý návod, čím začít a jak postupovat. Umožňuje mu sestavit plán řešení. U této metody vycházíme z otázek, na které hledáme odpovědi v zadání. Z odpovědí na tyto otázky se dopracujeme k řešení. Ze začátku vymýšlí pomocné otázky pedagog, ale s postupným získáváním zkušeností si je žák pokládá sám. (Blažková et al., 1993, Novotná, 2000)

2.1.2.2. Metoda syntetická

Pedagog zavádí syntetickou metodu řešení v případě, že žák již získal dostatek zkušeností s analytickým řešením úloh. Žák ze zadání vybírá číselné údaje, ze kterých sestaví dílčí otázky, a jejich výpočtem nachází odpověď na otázku v zadání. V syntetické metodě žák nachází dílčí řešení, které však nemusí v konečném výsledku uplatnit. (Blažková et al., 1993, Novotná, 2000)

Předcházející metody jsou vhodné k seznámení, spolehlivé a důkladné, ale zdlouhavé.

2.1.2.3. Metoda analyticko – syntetická

Analyticko-syntetická metoda řešení konfrontuje otázku s údaji. Při zvládnutí analytické a syntetické metody, si je může žák na základě svých potřeb a dovedností zkombinovat dohromady. (Blažková et al., 1993, Novotná, 2000)

2.1.2.4. Jiné metody

Pro rozvoj žákova myšlení je důležité vyřešit slovní úlohy i jinými prostředky a metodami. Pedagog žáka vede k tomu, aby se za své nedokonalé a nematematické objevy a řešení nestyděl. Odlišným přístupem řešení úlohy se může projevit jeho tvořivost. Jedním ze způsobů řešení složitých úloh je experimentální řešení, sem lze zařadit metodu řízeného pokusu a omylu. Ke kombinatorickým úlohám a k úlohám sjednocení dvou množin s neprázdným průnikem, používají žáci grafické řešení, případně mohou pomocí tabulky postupně a systematicky dosazovat čísla. (Blažková et al., 1993, Novotná, 2000)

Podle Polya: *„Řešit úlohu znamená, hledat vědomě vhodný postup k dosažení cíle, nemusí jej dosáhnout okamžitě“* (in Novotná, 2000, str. 8). Rozděluje úlohy do dvou typů - určovací a důkazová. Určovací, kde má žák nalézt, vytvořit, získat, rozpoznat objekt. Důkazová, ve které žák musí rozhodnout, zda je určité tvrzení pravdivé nebo nepravdivé. (Novotná, 2000)

2.2. Řešení matematické úlohy

Řešení úlohy je praktická dovednost, při které musí žák přemýšlet, dokonale porozumět zadání, najít vztahy a závislosti, v něm ukryté. Žák by měl navazovat na znalosti z předcházejících zkušeností, vyhledat důležité informace a propojit je se vztahy. Žák se napodobováním a procvičováním zdokonaluje při řešení úloh a je schopen přecházet od jednodušších ke složitějším řešením. (Blažková et al., 2011, Novák, 2000)

Řešení matematických úloh vede žáky k tvůrčí činnosti, aktivitě, vytrvalosti, soustavnosti, ke smyslu pro přesnost a rozvíjí pozornost, představivost a myšlení. Při rozboru slovních úloh žák hledá v zadání podstatné informace, které graficky znázorní, zdůrazní početní operaci, zapíše příklad, vypočítá jej, pro ověření správnosti provede zkoušku a vysloví nebo zapíše odpověď. (Novotná, 2000; Blažková et al., 1992)

V nižších ročnících žáci výsledek úlohy zapisují rovnou do odpovědi, a teprve poté přichází na řadu kontrola, která prokáže správnost výsledku. Tento postup se uplatňuje, kvůli možné záměně. Někteří žáci místo původního výsledku, dosadí do odpovědi kontrolní výpočet, a ten už si neověří s původním zadáním. (Blažková, 2000)

V knize autorky Coufalové (2002) najdeme slovní úlohu jako úkol z praxe, který obsahuje problém a lze jej vyřešit matematickými prostředky. Slovní úloha má být motivační, aby zaujala žáky, slouží k získávání nových poznatků, procvičení učiva a prověřuje zvládnutí probrané látky. Kromě upevňování znalostí, má za úkol rozvíjet abstraktní myšlení a měla by obsahovat i výchovnou složku. Cílem řešení úloh je naučit se správně použít početní výkony a upevnit počtářské dovednosti.

Žáci se učí řešit slovní úlohy již v prvním ročníku. Slovní úloha obsahuje údaje a otázku. Všechny údaje, ve kterých se žák na prvním stupni musí orientovat, jsou potřebné. Pro rozvíjení logického myšlení žáka může učitel zařadit úlohy s chybějícími nebo s nadbytečnými údaji. Zadání úlohy musí obsahovat jasné a jednoduché formulace. Pedagog žákovi vysvětlí neznámé pojmy a musí si ověřit, zda všichni žáci chápou smysl zadané úlohy. (Blažková et al., 2011)

Zadání úloh lze vyhledat v učebních materiálech nebo si je pedagog může vytvořit sám. Pedagog by měl vést žáky k vymýšlení vlastních úloh, aby podněcoval jejich komunikační schopnosti a tvořivost.

Řešení nestandardní aplikační úlohy je do jisté míry nezávislé na znalostech školské matematiky. Žák často úlohy řeší intuitivně, uplatňuje logické myšlení a tvořivost. Nestandardní aplikační úlohy jsou motivující a snaží se žákovi přiblížit matematiku zajímavým způsobem. (dostupné z http://www.prf.upol.cz/fileadmin/user_upload/PrF-dokumenty/Veda_a_vyzkum/nadani/1ZS/5.sbirka.pdf)

3. TVOŘIVOST

V životě se setkáváme se situacemi, na které neznáme řešení. Pedagogové se snaží ve škole žáky naučit pohotově reagovat, přizpůsobit se danému problému a tvořivě hledat odpověď. Řešení nestandardních aplikačních úloh a problémů rozvíjí tvořivost. Tvořivost pomáhá přizpůsobit život uspěchané době. Odvážné a neobvyklé úvahy často přispívají k novým objevům. (Lokšová, Lokša, 2003, Klindová, 1990)

„*Obecná nauka o tvořivosti bývá též označována jako ponématika, vychází z řeckého výrazu ponéma, tak se v řečtině označovalo dílo vzniklé namáhavým, složitým, nejčastěji tvůrčím způsobem*“ (Kohoutek, 2006, str. 50).

Přesné vymezení pojmu tvořivost nenajdeme. Tvořivostí neboli kreativitou můžeme nazvat činnost člověka, která vytváří nové materiální a duchovní hodnoty, jež mají společenský význam. (Kohoutek, 2006; Holešovský, 1975)

Můžeme rozlišovat tři druhy lidské aktivity ve vztahu k tvořivosti: reproduktivní, produktivní a kreativní. Reproduktivní aktivita většinou neobsahuje tvořivé prvky. Produktivní aktivita již obsahuje nějaký tvořivý prvek (zlepšení, vylepšení). Kreativní aktivita většinou obsahuje prvky, které mohou být výrazně objevné, inovační, originální. (Kohoutek, 2006)

Tvůrčí činnost není získaná vědomost nebo dovednost, ale ve své podstatě vede k vytvoření nového (originálního) produktu. Výsledkem tvůrčí činnosti mohou být nové poznatky. Můžeme rozlišovat tvořivost objektivní, která přináší nové, doposud neznámé výtvory. Další rozlišení je tvořivost subjektivní, při které je poznatek nový pouze pro člověka, který k němu dospěl samostatně. (Holešovský, 1975)

3.1. Tvůrčí proces

Tvůrčí proces je závislý na vnitřních i vnějších podmínkách. Na žáka působí určité podněty, které jeho tvořivost podporují, ale také existují i některé faktory, které jeho tvořivost potlačují. K faktorům, které na žákovu tvořivost působí kladně, lze uvést – spontánnost, využívání intuice, senzitivitu, seberealizaci, radost z činnosti, flexibilitu, podporu fantazie, nekonvenční a originální myšlení, schopnost uspořádávat věci. Mezi faktory, které tvořivost ovlivňují negativně, můžeme zařadit – časovou tíseň, lenost, nervozitu, neklid, stres, nedostatečný zájem, nesamostatnost, potlačování spontánnosti a intuice, přílišný důraz pedagogů na kázeň. Výsledkem tvůrčího procesu je tvůrčí produkt. (Kohoutek, 2006; Holešovský, 1975)

3.1.1. Etapy tvůrčího procesu

Tvůrčí proces se nejčastěji dělí Kohoutek (2006) na pět etap:

Explorace, orientace, příprava a informatika znamená, že žák zaměří pozornost na nějaký problém, který může vidět jinak než ostatní. Shromažďujeme informace a analyzujeme je.

Inkubace, tlení a zrání. Žák odloží nebo přeruší řešení problému. Pasivně čeká na nápad.

Vhled, iluminace, inspirace a intuice. Jedná se o myšlenkový skok. Žák v podstatě pozná podstatu věci a vyřeší problém, protože dostal nápad.

Specifikace a realizace zahrnuje dokončení detailů. Žák prakticky vyzkouší nápad, opraví nedostatky. Svůj nápad propracovává a zlepšuje.

Evaluace, ověření, verifikace. Jedná se o konečné vyhodnocení řešení, poslední opravy a interpretace řešení. (Kohoutek, 2006, str. 52)

Ve většině lidských činností se prolíná činnost aplikativní, interpretační, reproduktivní a tvůrčí. Aplikativní činnost je schopnost použít vědomosti, znalosti, pravidla, dovednosti ve vhodné situaci (znalost pravidel společenského chování, psaní bez chyb, použít správný vzoreček). Interpretační činnost se uplatňuje v případech, kdy je nutné vysvětlit nějakou ideu, záměr, plán (vysvětlování dopravního pravidla). Reproduktivní činnosti pouze opakují postup, který již vypracoval někdo jiný. Některé z těchto činností jsou stereotypní, jednostranné, jiné jsou více variabilní. Pro některé učivo je přesné kopírování nezbytné, např. násobilka. (Holešovský, 1975; Kohoutek, 2006)

3.1.2. Talent

Důležitým předpokladem tvůrčí činnosti je talent. Soubor schopností, které umožňují tvořivě vykonávat nějakou činnost. Talent předpokládá určitou míru nadání a umožňuje dosáhnout žákovi v dané oblasti vynikající úspěchy. Každý talent stojí za rozpoznání, pěstování a rozvíjení. Talentované lidi můžeme najít v každé společnosti a společnost by si jich měla vážit. Je důležité si všímat lidí kolem sebe, zejména dětí, zda neprojevují nějaké výrazné schopnosti. Talent se projevuje v oblasti hudební, výtvarné, matematické, pohybové, technické, literární aj. Jeho zárodky se mohou objevit již v dětství, ale sám o sobě nezaručuje úspěch. Usilovná práce, trénink, cvičení, učení je pro rozvoj talentu nezbytný. (Kohoutek, 2006)

Profesor Rudolf Kohoutek (2006) dělí talent na obecný a speciální. Obecný talent se projevuje u těch žáků, kteří obyčejně rychleji a dokonaleji chápou nové situace a učí se nové poznatky. Žáci dovedou používat přiměřeně dané situaci logické mechanismy a pracovat novým způsobem. Speciální talent označujeme jako projev nadprůměrných schopností člověka jenom v určité oblasti. Velmi inteligentní žáci mohou být v matematice schopni, ale v jiných předmětech nevynikají. Žák s matematickým talentem používá analytické myšlení. Žáci, kteří intenzivně prožívají emoce a city, rozvíjí většinou svůj umělecký talent. Tito žáci projevují své pocity při malování, modelování, tanci, zpěvu nebo hře na hudební nástroj. Žáka s jazykovým talentem pozná pedagog především při výuce cizích jazyků, protože si žák snadno a rychle zapamatuje nová slovíčka. Komunikativní a společenští žáci rádi poskytují ostatním jedincům ve svém okolí oporu, snadno se vcítí do druhého žáka a umí situaci dobře organizovat. Žáky s těmito schopnostmi můžeme označit jako talentované v sociálně praktické oblasti. Žádný talent se nerozvíjí jen vlastní silou. I pedagog, který učí a vychovává, musí prohlubovat schopnosti a vzdělávat se celý život.

3.2. Tvůrčí osobnost

Každý žák disponuje tvůrčími vlohami. Liší se podle zájmů, hodnot a postojů, které žák a jeho okolí zastává. Tvořivost se projevuje individuálně nebo ji mohou žáci využívat ve všech předmětech. Individuální zvláštnosti žáků by měl pedagog respektovat, aby mohl správně rozvíjet tvůrčí osobnost každého jedince. (Holešovský, 1975)

Mnozí žáci by se rádi stali tvůrčí osobností, ale každý se jí stát nemůže. Budoucího vědce nebo umělce může prozradit jeho zájmová činnost již v dětství. *„Kreativní děti se svým jednáním velmi podobají kreativnímu dospělému"* (Kohoutek, 2006, str. 50). Děti pracují vytrvale, samostatně a jsou schopny svoji práci nebo učení posunout dále. Jejich přání týkající se volby povolání mohou být již v tomto věku dány jejich zájmem. Tím se liší od průměrných žáků. (Kohoutek, 2006) *„Činnost, zaměstnání ve volném čase, ke kterému je zapotřebí vlastní iniciativa, jsou důležitým faktorem kreativity"* (Kohoutek, 2006, str. 50). I kreativní žák může působit v dětství kázeňské potíže, ale ne každý žák, který tyto potíže působí, může být označen za kreativního.

3.3. Tvůrčí schopnosti

K tomu, aby žák dokázal vyřešit problémovou situaci tvořivým způsobem, by měl disponovat určitými vlastnostmi: citlivost, fluence, flexibilita, transformační schopnosti, originalita, elaborace. (Klindová et al., 1990)

Žák citlivý na problémy je schopen vidět a rozpoznat různé nedostatky, problémy. Tuto schopnost může využít především při formulaci problému a navrhnout možnosti zlepšení. Fluenci můžeme označit jako uvolněnost myšlení. Umožňuje žákovi rychle a ve velkém množství přispět svými nápady, myšlenkami a představami. Originalita je jednou z nejdůležitějších složek tvořivosti. Jedná se o prosazení nových myšlenek, nacházení nových možností a dosažení řešení odlišným způsobem. Žák by měl být flexibilní, aby mohl vnést do problému nový náhled nebo různými přístupy uměl řešit rozličné úlohy. Transformační schopnosti umožňují změnit význam informací. Žák má smysl pro detail (elaborace), své schopnosti projevuje v elegantních a podrobných řešeních problémů. (Klindová et al. 1990; Holešovský, 1975)

3.4. Kreativní pedagog

Pokud pedagoga naplňuje a uspokojuje jeho povolání, předává žákům radost a potěšení z práce. Žákův tvořivý přístup se může lišit od pedagogova působení. Pedagog by měl tvořivý potenciál žáků rozvíjet a podporovat je k prezentování tvořivých myšlenek, které budou dále využity. Tvořivé myšlení se kladně stimuluje v prostředí, kde se žák cítí uvolněný. Z tohoto důvodu by měl pedagog vytvářet přátelské a pozitivní prostředí. Na rozvoj tvořivosti se podílí vnitřní motivace i poznávací procesy žáků. (Holešovský, 1975)

Pedagog může pomocí výchovy k tvořivosti a využití speciálních metod vytvářet příznivé podmínky pro jejich uplatnění. V podstatě každý druh práce, může obsahovat tvořivé momenty. O pedagogické tvořivosti lze říci, že pedagog vlastně spoluvytváří životní styl vychovávaných žáků. Způsob chování a prožívání žáka je tvůrčím produktem a obrazem pedagogického působení. Pedagog podněcuje kreativní myšlení, pokud využije problémovou metodu, úlohy divergentního nebo diferencovaného typu, inspirativní metody, heuristické metody, didaktickou hru nebo demonstrační metody. Pedagog může do hodiny začlenit dostupnou techniku na škole, ke které mají žáci blízký vztah. (Kohoutek, 2006; Holešovský, 1975)

Aby žáci rozvíjeli tvořivé myšlení, musí být pedagog aktivní. Pedagog by měl vymýšlet hry, zařazovat do výuky různé metody, přizpůsobit problémy z běžného života probíranému učivu, vytvářet pro žáky nové a neznámé situace, aby podpořil individuální rozvoj, samostatnost a tvořivost. Probíranou látku může pedagog podávat novým způsobem. Vhodnou organizací vyučovací hodiny podněcuje pedagog žákovu tvořivost. Poskytne žákům větší prostor pro komunikaci, prezentaci vlastních názorů a nápadů, které nezesměšňuje, ale podporuje. Při práci v hodině se pedagog snaží propojit souvislosti a vztahy s jinými předměty i s reálnými situacemi. Nejdůležitější cíl pedagoga je rozvíjet a podporovat žákovu samostatnost, odpovědnost a sebevědomí.

3.5. Rozvoj tvořivosti

Tvořivosti a jejímu rozvoji nestačí pouze ojedinělá, nahodilá, nárazová, nesystematická pozornost, ale potřebuje podněcovat, pečlivě, systematicky a dlouhodobě plánovat. (Zelina, Zelinová, 1990)

O všech zdravých jedincích můžeme říct, že jsou tvořiví. Tvořivost se rozvíjí pouze činností, která ve školním prostředí vychází z edukačních cílů a klíčových kompetencí. Pedagog, který v hodinách využívá tvořivé didaktické prostředky, plní vytvořený edukační cíl a obsah. Ve škole žáci pracují především s učebnicí. Aby rozvíjela žákovu tvořivost, měla by obsahovat úlohy především divergentního charakteru. K rozvoji tvořivosti přispívají neobvyklé způsoby učení, zařazení aktivizujících metod do vyučovacího procesu nebo řešení problémů, které vycházejí z každodenních situací. Mezi aktivizační metody řadíme metody situační, inscenační, simulační a dramatizaci. Pokud pedagog žáky motivuje, snadno aktivizuje žákovu činnost a žák lépe porozumí probíranému učivu. Rozvíjet žákovu tvořivost znamená podporovat jeho samostatnost, sebejistotu, sebevědomí a odpovědnost. (Lokšová, Lokša, 2003; Holešovský, 1975)

Při vyvození nové látky, by pedagog měl zapojit nejlépe všechny smysly. Na začátku pedagog učivo vysvětluje, žáci zapojují sluch. Doplní-li mluvené slovo o názornou ukázku nebo o manipulaci s předmětem, pomůže žákům vytvořit správnou představu. Tento důležitý krok pomůže žákům, aby si lépe upevnili probírané učivo.

Vhodná poznámka nebo nákres rychle a snadno připomene žákům obsah učiva. Po dostatečném opakování a prohlubování je žák připraven řešit nové problémy.

V tvořivé situaci může chybět údaj, vyskytnout se klamné skutečnosti, nesprávné údaje a často chaotické informace. Netradiční úlohy obsahují prvky překvapení, nejasnosti, neurčitosti, čímž rozvíjí tvořivost. Aby se tvořivost rozvíjela, je vhodné zařazovat od dětství hry podněcující fantazii, zájem, originalitu. „*Výchovně vzdělávací proces, který má být efektivní pro rozvíjení tvořivosti dětí, v nich musí budit samostatnost, vytrvalost a víru ve vlastní síly, iniciativnost, musí jim dát možnost jít vlastní cestou*“ (Kohoutek, 2006, str. 57).

3.6. Výchova k tvořivosti

V našich školách je běžné, že pedagog předkládá žákům obsah učiva monologickým způsobem. Tyto poznatky jsou sice pravdivé, ovšem žáci jsou tímto přístupem demotivováni. Tento způsob je brzdí v jejich aktivním přístupu k učivu, produktivnímu myšlení, omezuje se tvořivý postoj žáka k osvojování poznatků, a tím i jejich rozvoji. Při vyučovacím procesu pedagog jednostranně působí na žáka, chybí zde vzájemná vazba mezi žákem a pedagogem. Žákovi mohou unikat některé souvislosti, proniknutí do jádra problému, což je nutnou podmínkou tvořivého myšlení a jednání. (Zelina, Zelinová, 1990; Lokšová, Lokša, 2003)

Jednou z příčin, proč pedagogové setrvávají u tradičního způsobu vyučování, který tvořivost žáků příliš nepodněcuje, je nedostatek času. Ne vždy je to vina pedagoga, může mít různé příčiny. Mnohdy vyplývá ze špatných osnov, přetěžování pedagogů administrativní prací, velkým počtem žáků ve třídě, ne příliš kvalitními učebnicemi a učebních pomůcek apod. Každý pedagog by se měl zaměřit na svoji osobnost a vlastní pedagogickou činností, vytvářet pro žáky tvůrčí prostředí. Pedagog by měl vytvářet takovou atmosféru vyučování, která vyvolává u žáků zvídavost a úsilí učit se. (Zelina, Zelinová, 1990; Lokšová, Lokša, 2003)

Tvořivá úloha obsahuje neznámé, nové nebo překvapivé informace. K řešení vyžaduje aktivní hledání, objevování, zkoumání, experimentování. Žák potřebuje nápaditost a vynalézavost, aby úlohu vyřešil. Tvořivým myšlením vzniká řešení, které je nové a netradiční. Žák přetvoří známý postup, použije neočekávanou strategii nebo metodu řešení. Vnímání, chápání, paměť, myšlení, intuice - to vše lze využít při řešení problémů. (Klindová, 1990)

Řešení nestandardních úloh a problémů tvořivým způsobem bez porozumění není možné. Aby žák mohl pochopit úlohu, musí znát jazyk matematiky. V matematice se žáci setkávají s definicemi, vzorci a textem, kterému nerozumí a nechápou. Pedagog se snaží obtížné učivo žákům přiblížit. Nabízí žákům navozující otázky či podobné řešení úloh a problémů. Matematika se skládá z různých disciplín, které rozvíjejí dovednosti – počítat, vidět, sestrojit, dokázat, abstrahovat, ale i tvořit. (Kuřina, Půlpán, 2006)

Bylo zjištěno, že tvořivost klesá s přibývajícím věkem. Rozvíjí se na základní škole, především v nižších ročnících. Tvořivé schopnosti rostou v 1., 2., a 3. ročníku, a kolem 6., 7. ročníku dochází k jejich poklesu. Tvořivé vyučování motivuje, aktivizuje a podněcuje žáky k řešení úloh a problémů. (Kohoutek, 2006)

Vysoké úspěchy ve škole nejsou závislé pouze na inteligenci žáka. Tvořiví žáci mohou dosáhnout velmi kladného hodnocení, protože si zvolí vlastní metodu, díky které problém vyřeší. (Holešovský, 1975)

4. ŽÁK NA 1. STUPNI ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Žák by měl aktivně rozvíjet kognitivní oblast. Osvojit si poznatky, informace a fakta, propojovat získané zkušenosti k rozvoji dovedností. Učit se poznáváním, podněcovat konvergentní a divergentní myšlení. Využít osvojených informací v praxi, naučit se jednat tvořivě v různých problémových situacích. Všestranný rozvoj přispívá k utváření a rozvíjejí osobnosti žáka. Žák se musí naučit, že za svá rozhodnutí nese odpovědnost. Při správném vedení výuky si žáci utužují mezilidské vztahy. Při řešení problémů v běžném životě i ve škole rozvíjí žák tvořivé myšlení, upevňuje si společenské hodnoty a formuje si vlastní identitu. (Kosíková, 2011)

4.1. Vnitřní činitelé

Člověk přichází na svět jako biologický tvor. Procesem socializace se z něj stává osobnost. Při správném rozvoji by se měl člověk od dětství učit žít, komunikovat a spolupracovat s ostatními jedinci. Už v nízkém věku si člověk osvojuje základní společenské návyky, normy a hodnoty. Výchovu žáka si můžeme představit jako záměrnou socializaci, na které se podílí rodina i škola. Osobností myslíme člověka, který si uvědomuje své prožívání, chování a umí své projevy regulovat. Strukturu osobnosti tvoří vlastnosti a vztahy jedince. (Šimíčková – Čížková et al., 2008)

4.1.1. Motivace

Motivace je hybná síla, která pomáhá formovat osobnost a vybudí žákovu aktivitu. Aktivity, zájmy, cíle, životní plány, hodnoty a potřeby žáka motivují k práci, k řešení problémů a rozvíjení schopností. (Hejný, Kuřina, 2001, Nakonečný, 2009)

4.1.2. Schopnosti

Výkonnou složkou osobnosti žáka jsou schopnosti. Vlohy jsou vrozený základ, který se rozvíjí výchovně-vzdělávacím procesem. Schopnosti intelektové, neboli rozumové můžeme označit jako učení, bádání, objevování. Řadíme sem učení s porozuměním, využití naučených informací, orientaci v nové situaci a hledání originálních řešení. Rozum ovlivňuje prostorovou představivost, verbální, numerickou, percepční a paměťovou složku. Senzomotorické schopnosti ovlivňují rozvoj hrubé a jemné motoriky. Umělecké schopnosti se uplatňují v oblasti hudební, výtvarné, literární a dramatické. Správný rozvoj schopností podněcuje kreativitu. (Šimíčková – Čížková et al., 2008)

4.1.3. Vnímání

Vnímání je psychický proces, kterým poznáváme to, co v daném okamžiku působí na smyslové orgány. Představivost je psychický proces, kterým si žák vybaví minulost. Vnímání zanechává v mozkové kůře odraz. Podobná zkušenost nebo situace připomene původní zážitek a pomůže řešit nové problémové úlohy. V problémových situacích žák nevyužívá pouze logické a známé postupy, ale zapojuje i nevědomé myšlenkové procesy – intuice. (Šimíčková – Čížková et al., 2008)

4.1.4. Paměť

Paměť je soubor psychických procesů a vlastností, které umožňují osvojení zkušeností, zapamatování, uchování a vybavení si informací v budoucnosti. Žák si nové informace ukládá do paměti, zapamatovává si je. Opakováním učiva uchovává žák informace v podvědomí. Podobné zážitky a situace si žák vybaví v paměti a přesouvá znalosti z podvědomí do vědomí. Žák si zapamatovává poznatky záměrně nebo se mu informace do paměti vštípí neúmyslně. Pedagog by měl upřednostňovat žákovu logickou paměť, protože žák vychází z podobné situace, kterou pochopil a umí jí využít při řešení problémů běžného života. Mechanicky si žák zapamatovává bez předchozího pochopení, což je nezbytné při učení násobilky. Učení je činnost založená na paměti. Žák učením získává a obohacuje své individuální zkušenosti. Učení má žákům přinášet potěšení a nové zážitky. (Šimíčková – Čížková et al., 2008)

4.1.5. Myšlení

Myšlení patří k nejvyšším základním poznávacím procesům. Myšlení se zaměřuje na pochopení vztahů a souvislostí problémových situací, na které žák nemá naučený způsob řešení. Malé děti myslí prakticky, jejich myšlení se váže na manipulativní činnosti. U žáků na prvním stupni v nižších ročnících se pedagog setkává pouze s konkrétním myšlením. Později se pedagog snaží rozvíjet žákovo abstraktní myšlení. Konvergentní neboli sbíhavé myšlení se ubírá na jedno řešení, kdežto divergentní myšlení má více způsobů nebo možností řešení. Nestandardní aplikační úlohy a problémy rozvíjí tvořivé a divergentní myšlení. (Šimíčková – Čížková et al., 2008)

Mozek je tvořen dvěmi hemisférami. Pravá hemisféra ovlivňuje divergentní myšlení, levá hemisféra konvergentní myšlení. U většiny lidí převažuje levá dominantní hemisféra, která zajišťuje úkony spojené s řečí. Nedominantní pravá hemisféra naopak u člověka působí na jeho emocionální stránku. Dominantní hemisféra bývá uplatňována při vědecké tvořivosti a nedominantní hemisféra se využívá při umělecké činnosti. (Kohoutek, 2006)

4.2. Školní věk

Školní věk začíná vstupem do školy. Často bývá označován jako poslední etapa dětství. Po tomto období dále nastává mladší dospělost. Dítě je vstupem do školy výrazně ovlivněno. Můžeme hovořit o období střízlivého, naivního i kritického realismu. V období střízlivého realismu, se dítě zaměřuje na realitu okolního světa, poznává nové věci, navazuje nové vztahy. V období naivního realismu je dítě ovlivnitelné, důvěřivé a přijímá názor autority. V období kritického realismu začíná dítě pochybovat.

4.2.1. Dělení školního věku

Někteří autoři rozdělují školní věk na mladší školní věk a střední školní věk, na který navazuje starší školní věk (Matějíček, 1986).

Mladší školní věk (6/7 - 8/9let) je přechodné období mezi předškolním dítětem a školním dítětem. Děti v tomto období si rády hrají, nedokážou se dlouho soustředit a odvádí svoji pozornost do bájných představ. Žáci mladšího školního věku utváří bez větších komplikací heterogenní skupinu. Žáci v mladším školním věku jsou snadno ovlivnitelní.

Ve středním školním věku (8/9 - 11/12) jsou žáci stabilnější a vyrovnanější. Žáci se nechají ovlivnit skupinou a vzhlíží ke svému hrdinovi, vzoru, kterému se chtějí podobat. Žák se odklání od autority a přiklání se k názoru vrstevníků stejného pohlaví.

Pedagogové na prvním stupni označují žáky od prvního do pátého ročníku jako žáky mladšího školního věku.

4.2.2. Vývoj žáka mladšího školního věku

Vstup dítěte do školy je v životě dítěte významná událost. Přichází mnoho změn, na které si děti musí zvyknout. Mění se prostředí mateřské školy na základní školu, i sociální zařazení je jiné. Najednou se stane z dítěte žák. Vlivem těchto změn, přizpůsobuje činnosti novým povinnostem. Ustupuje hra, žák musí tlumit spontánní pohyblivost a do popředí se dostává plnění úkolů, sezení v lavici a soustředí svoji pozornost na konkrétní činnost. (Šimíčková – Čížková et al., 2008; Kosíková, 2011)

Nesmí se zanedbat psychická vyspělost žáka. Ve škole se mění poznávací činnost. Na začátku žák vnímá synkreticky, celkově. Později se naučí vydělit část z celku a do kresby zakomponovat více detailů. Ve škole se musí žák soustředit a jeho paměť se z bezděčné mění na úmyslnou. Do paměti se ukládá mnoho nových pravidel a informací o okolním světě. Žákovi komunikační schopnosti rostou a učitel dbá, aby volil spisovná slova a vyslovoval slova správně. Vhodnou motivací učitel nadchne žáky pro četbu, která napomáhá rozšiřovat jejich slovní zásobu. (Šimíčková – Čížková et al., 2008; Kosíková, 2011)

Nezbytností pro žáka mladšího školního věku je, aby se naučil ovládat své city a odložil uspokojení potřeb. Žák musí být citově nezávislý na rodičích, aby ve škole neplakal. Žáci, kteří před nástupem do školy navštěvovali mateřskou školu, se už smířili s odloučením od rodičů a umí navázat vztahy s vrstevníky. Motivační zralost přináší do života žáka chuť pracovat, naučit se něco nového a zájem o školu. Navázáním optimálních vztahů se spolužáky a přijmutím autority učitele, ukazuje na správně rozvinutou sociální zralost. (Šimíčková – Čížková et al., 2008; Kosíková, 2011)

4.3. Vývoj poznávacích procesů

Na začátku prvního stupně žák vnímá především prostřednictvím obrázků a názorných pomůcek. Žák přechází od syntetického vnímání k vnímání analyticko – syntetickému. Díky této metodě se žáci mohou učit číst, psát a počítat. Žák dokáže najít rozdíly na stejných obrázcích, rozdělit slovo na slabiky a hlásky. (Šimičková – Čížková et al., 2008)

Škola na žáky klade velké nároky, proto je důležité, aby se žáci naučili záměrně soustředit na zadaný úkol. Na začátku mladšího školního věku, žák udrží pozornost maximálně 20 minut. Střídáním činností a vložením didaktické nebo pohybové hry se snaží pedagog udržet žákovu pozornost. (Šimičková – Čížková et al., 2008)

Při vstupu do školy je žákova paměť neúmyslná. Žák si zapamatuje pouze zážitky nebo zajímavosti, ale nemusí být úplné – nazýváme ji epizodická paměť. Dále se paměť rozšiřuje o mluvené slovo – sémantická, tzv. mechanická paměť. Mechanická paměť přesně reprodukuje učivo, ale nerozšiřuje slovní zásobu. Žáci se učí hrou, ale v RVP nalezneme učivo, které se musí naučit memorováním a stálým opakováním, například osvojením matematických operací nebo vyjmenovaných slov. Ve škole podporujeme u žáků paměť úmyslnou a rozvíjíme paměť logickou. Žák mladšího školního věku se střetává se spoustou abstraktních pojmů (čas, prostor, počet a množství), které se snaží pochopit a používat je. Zdokonaluje si orientaci v čase. Žák rozlišuje souvislost mezi minulostí, současností a budoucností; školní a mimoškolní čas; dovede události chronologicky seřadit. Upevňuje si pravolevou orientaci, seznamuje se s názvy světových stran a jinými zeměpisnými pojmy. Při vstupu do školy, žák umí odříkat číslice od jedné do deseti, poznat čeho je více a méně. Obohacuje své znalosti o sčítání, odčítání, násobení a dělení čísel, zvládne uspořádat čísla nebo tvary podle velikosti, seznamuje se s geometrickými názvy. (Šimičková – Čížková et al., 2008)

Ve škole se žák naučí gramaticky mluvit, ohýbat slova, správně je vyslovovat. Rozšiřuje si slovní zásobu, používá složitá souvětí, učí se řeč čtenou i psanou. Na konci druhé třídy je pro žáka přirozené číst souvisle, bez slabikování. U některých žáků se může objevit dyslexie, která se projevuje špatnou četbou. Žákovi se pletou písmena, čte pomalu, nedokáže porozumět obsahu textu, čte dvojitě (poprvé si přečte slovo potichu a poté jej řekne nahlas), zaměňuje tvarově podobná písmena (b, d, p, u, n), nedokáže dělat přirozené pomlky na konci vět. Tato porucha může žákům činit problémy, když čtou zadání slovní úlohy. Pedagog by měl dbát, aby všichni žáci rozuměli zadání. Žákům se specifickou vývojovou poruchou - dyslexií by měl pedagog zadání přečíst. (Zelinková, 2009)

Žák by měl umět převádět zadání úlohy z českého jazyka do matematického jazyka a naopak. Základem pro úspěšné řešení matematické úlohy je spojit ji se správnou numerickou operací. Další specifickou poruchou učení, která žákům komplikuje správné řešení úloh je dyskalkulie. Košč (1971 – 1972) vnímá dyskalkulii jako narušení mozkových center a retardaci matematických schopností. Popisuje schopnost jako individuální všeobecnou psychickou vlastnost, která se uplatňuje při vykonávání nebo nácviku činnosti. Pomocí schopností se žák rozvíjí a zdokonaluje v určitém oboru, což je podmínkou pro úspěšné studium a její uplatnění v praxi. (Zelinková, 2009)

„*Matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana*“ (Němčíková et al., 2011, str. 6). Žák se ve vzdělávacím procesu učí uvážlivě myslet. Měl by umět klást otázky, tvořit a znát odpovědi. Podporovat a rozšiřovat znalosti, argumentovat, hodnotit, vytvořit a přijmout posudek. V hodině matematiky se využívá ústní i písemný projev. Žák prokazuje, že rozumí písemné komunikaci a umí se vyjadřovat matematickým jazykem. Vymezit problémovou situaci nestačí. Pedagog vede žáky k rozpoznávání, formulování a hledání různých způsobů řešení problémové situace. Zábavná forma výuky přiblíží žákům řešení modelových situací z reálného světa. Pro lepší rozvoj matematické gramotnosti, zařazuje pedagog do vyučovací hodiny dostupnou techniku, pomůcky a nástroj. Smyslem řešení problémových úloh je rozvoj kognitivních schopností žáka. Pedagog si musí uvědomit, že vede žáka k hledání cest, nikoli pouze k vyřešení problémové úlohy. (Němčíková et al., 2011)

4.4. Citový a sociální vývoj

Žák mladšího školního věku dovede pojmenovat své pocity, měl by je umět projevovat přiměřeně a dokázat se vcítit do druhých lidí. Postupně své city obohacuje na základě prožitých zkušeností. Uvědomuje si strach z reálného nebezpečí. Žák poznává novou autoritu, seznamuje se a navazuje přátelské vztahy se spolužáky. Změny v jeho citech ovlivňuje školní úspěšnost, v případě úspěchu prožívá radost, při selhání smutek. Ve škole se rozvíjí estetické cítění v předmětech výtvarné výchovy, v hudbě, v četbě nebo při hraní divadla. Pro výtvarnou výchovu je typická pestrost, barevnost a znázornění živých bytostí. V hudbě dává přednost písním veselým, rytmickým a snadno zapamatovatelným. Při řešení úloh si rozšiřuje základní mravní návyky. Proměnlivost citů má vliv na řešení problému. Proto se pedagog snaží posilovat sebedůvěru a podporuje žákovi názory. Žák se musí naučit přijmout jiný názor, rady a kritiku od spolužáků i od pedagoga. Úspěšná seberealizace obohacuje a rozvíjí osobnost žáka. (Šimičková – Čížková et al., 2008; Kosíková, 2011; Zelina, Zelinová 1990)

4.5. Výukové metody

Výukové metody nabízí řešení problémových situací. Pedagog často vymezí přesné kroky. Pokud žák dodrží algoritmus, vyřeší úlohu správně a nedochází k omylu. Pedagog by měl vést žáky k samostatnému bádání a objevování. V heuristickém postupu žák projeví osobitost, tvořivost a vlastní zkušenost. Někteří žáci řeší úlohu intuitivně. Spontánně projevují své nápady, které však nejsou uspořádány v jednotlivých krocích. (Skalková, 2007)

Pedagog pomocí výukových metod plní stanovené výchovně-vzdělávací cíle, které se podílí na rozvoji žákovi osobnosti. Tyto metody může ovlivnit svojí specifickou činností. Vhodně zvolená metoda motivuje a aktivizuje žáky ve vzdělávacím procesu. Výukové metody využívá pedagog, aby žákům zprostředkoval vědomosti a dovednosti, rozvíjel komunikační schopnosti, propojil učivo s reálnou životní situací. Měl by upřednostnit metody, které žákům přibližují problémy z reálných situací. Pro svoji pedagogickou činnost může využít aktivizující metody, které se zaměřují na rozvoj žákovi tvořivosti, samostatnosti a aktivity. Můžeme sem zařadit metodu situační, inscenační, heuristickou, problémovou, projektovou a didaktickou hru. (Novák, 2000; Zormanová, 2012)

4.5.1. Aktivizující metody

Aktivizující metody se zaměřují na praktické řešení problémových úloh a situací ve vyučování. Podporují tvořivé myšlení a aktivní činnost žáků. Pedagog žáka nechá řešit problémový úkol nebo situaci. Žák samostatně hledá a objevuje řešení. Tyto metody se snaží o rozvoj tvořivosti, samostatného myšlení a aktivní činnosti žáka (Nelešovská, Spáčilová, 2005).

4.5.1.1. Situační metoda

Situační metody řeší reálné problémové případy a situace ze života. Žáci se seznamují a tvoří řešení konfliktních a rozporuplných situací. V první fázi pedagog zvolí téma, které splní edukační cíle. Dále seznámí žáky s materiály a fakty. Ve třetí fázi žák studuje případ a vyhledává potřebné informace pro tvorbu řešení. Na závěr se prezentují řešení, z nichž se vybírá nejvhodnější postup. (Zormanová, 2012; Nelešovská, Spáčilová, 2005)

4.5.1.2. Inscenační metoda

Inscenační metodou se žák učí pomocí modelových problémových situací. Jedná se o simulaci reálné situace. Metoda kombinuje hraní a řešení problémů. Žáci dramaticky ztvární jednání při řešení problémových situací. V přípravné fázi pedagog stanoví téma, cíl a postup. Následně rozdělí role, žáci nacvičují a předvedou problémovou situaci. Zhodnotit výkon žáků hned po ukončení je nezbytné. Aby byla realizace úspěšná, měl by si pedagog pečlivě promyslet a připravit scénář, který se může změnit podle momentální situace. (Zormanová, 2012; Nelešovská, Spáčilová 2005)

4.5.1.3. *Didaktická hra*

Didaktická hra aktivizuje žáky, upevňuje učivo, podněcuje tvořivost, rozvíjí myšlení a poznávací funkce. Pro žáka mladšího školního věku je hra přirozená činnost. Přípravu didaktické hry pedagog musí důsledně promyslet. Stanoví cíl, kterým ověří, zda si žáci osvojili učivo. Didaktická hra klade velké nároky na přípravu pomůcek a materiálů. Před začátkem didaktické hry pedagog vysvětlí pravidla hry, stanoví časovou dotaci a kritéria hodnocení. Hra přináší do edukačního procesu radost a zábavu, ale rozvíjí soutěživost, spolupráci a komunikaci s dalšími žáky. (Zormanová, 2012; Nelešovská, Spáčilová 2005)

4.5.1.4. *Heuristická metoda*

Heuristické řešení problémů podněcuje tvořivost. Žák objevuje odpověď k předloženému problému. Pedagog se stává rádcem, kdežto žák aktivně a samostatně přemýšlí, jak problém vyřešit. U problémových úloh uzavřených hledáme jedno správné řešení. Naopak u problémových úloh otevřených se vyskytuje více správných odpovědí. Heuristické úlohy vychází z běžných životních situací. Pomocí předchozích zkušeností a logického myšlení, žák odhaluje nové skutečnosti a poznatky. (Zormanová, 2012; Lokšová, Lokša, 2003)

Skalková (2007) ve své publikaci uvádí čtyři fáze heuristických procesů. V první fázi musí žák problém pochopit, rozpoznat podstatné a hledané informace. V druhé fázi si žák sestaví plán řešení. Ve třetí fázi žák plní, prověřuje, upravuje a zlepšuje sestavený plán. Ve čtvrté fázi se použitá metoda systematizuje a upevňuje, aby ji žák využíval při řešení nového problému. Struktura, obsah a soubor podmínek určují obtížnost problémové úlohy. Míru složitosti má každý jedinec odlišnou, proto je tento faktor subjektivní. Heuristická metoda slouží k uspokojování žákovi zvídavosti, realizaci nápadů, rozvíjení osobní iniciativy, poznávání nekonvenčního světa, podporování přívětivého a podnětného prostředí.

4.5.1.5. *Metoda řešení problémů*

Problémovou metodu vytvořil pedagog J. Dewey. Žákům nejsou předkládány hotové poznatky, ale pedagog vede žáky k samostatnému hledání a odvození nových poznatků. Aktivní badatelská činnost žáka, při které si osvojuje vědomosti a dovednosti, se nazývá problémové učení. Problémová situace způsobuje žákovi obtíž, kterou může vyřešit intenzivní myšlenkovou činností. Řešením problémů žák získává nové informace, podporuje vlastní aktivitu a tvořivost. Problémové úkoly s jedním správným řešením se nazývají uzavřené. Otevřené problémové úlohy podněcují divergentní myšlení, protože mají více řešení. (Zormanová, 2012; Lokšová, Lokša, 2003)

Řešit problémy znamená objevování a chápání světa. Průběh řešení problémů. První fází řešení problémů je identifikace. Žák má nalézt, vymezit, odhalit a formulovat problém. V druhé fázi analyzuje problémovou situaci. Proniká do podstaty problému, odlišuje známé a potřebné informace od těch dosud neznámých. Ve třetí fázi žák vytváří hypotézy, domněnky a navrhuje jejich možná řešení. Verifikace hypotéz je poslední fází. Žák ověřuje správnost vlastního řešení problému. Při neúspěchu řešení musí žák začít od začátku. (Zormanová, 2012; Lokšová, Lokša, 2003)

4.5.1.6. Projektová metoda

Pedagog vede žáky, aby sami zpracovávali úlohy a problémy z reálných životních situací. Projektová metoda využívá mezipředmětové vazby průřezových témat. Žák si osvojuje vědomosti, ale získané poznatky se učí prakticky využívat při řešení problémů běžného života. Na konci projektu se prezentují řešení v podobě výstupu, nástěnky nebo výrobku. V první fázi pedagog sdělí žákům cíl a očekávaný konečný výsledek. V následující fázi pedagog formuluje téma a otázky. Pedagog ve třetí fázi ustupuje do pozadí, dostává se do role poradce a žáci samostatně řeší stanovené otázky. Hodnocení označíme poslední fází, na které se podílí všichni žáci i pedagog. (Zormanová, 2012; Blažková et al., 2011)

4.5.1.7. Učení v životních situacích

Propojíme-li problémovou metodu, projektovou metodu a reálný svět, vznikne učení v životních situacích. Hlavní myšlenkou tohoto učení je propojení školy a běžného života. Žák na základě vlastní zkušenosti získává potřebné informace, vědomosti a dovednosti. Dochází k propojení života ve školním a domácím prostředí. Žáci dostanou úkol, na kterém pracují především doma a ve škole pak prezentují své vlastní nápady. Zaznamenávají komplikace, se kterými se při řešení problému setkali. Celá třída diskutuje, hodnotí návrhy a jednotlivá řešení. Ideální téma pro učení v životních situacích jsou problémy globální. (Zormanová, 2012)

Žák se má učit s porozuměním. Pedagog se snaží propojit dosavadní znalosti s nově získanými informacemi a vytváří mezi nimi souvislosti, aby žák nové učivo správně pochopil. Řešením problémových a neobvyklých úloh žáka motivuje k jeho další práci. Motivací chápeme souhrn činitelů, které podněcují a aktivizují činnost žáka. Vhodně zvolená motivace vzbudí u žáka chuť a zájem, který ovlivňuje aktivitu i rozvoj poznávacích procesů. Vnitřní motivace přináší uspokojování základních potřeb a zájmů žáka. Žák vidí smysl v získávání nových znalostí, pokud nové učivo rozvíjí fantazii, tvořivost a směřuje ke splnění cílů. Na žáka působí i vnější podněty, které by neměly být upřednostňovány. Motivovaný žák hledá novou cestu, která jej dovede k vymezenému cíli. (Hejný, Kuřina; 2001, Petty, 1996; Blažková, 2000)

5. CHARAKTERISTIKA PRAKTICKÉ ČÁSTI

Praktická část diplomové práce ověřuje úroveň schopností respondentů řešit nestandardní aplikační úlohy a problémy. Poznávací procesy, zvídavost, objevování, bádání a hravost jsou základem motivace ovlivňující tvůrčí myšlenkovou činnost. Jednotliví respondenti získají testováním zkušenosti s novými a nezvyklými typy úloh, jež svým obsahem podněcují a motivují respondenty k projevu vlastní aktivity, originality a řešitelské flexibility. Po vyplnění didaktického testu se respondenti společnou prezentací svých řešení v rámci třídy dozví množství rozličných možností, kombinací a variací jak úlohy řešit. Jednou z hlavních myšlenek diplomové práce je podpořit přirozenou dětskou zvídavost, aktivitu a kreativitu, poskytnout žákům dostatek aktivizujících podnětů, především však bezpečný prostor pro uplatnění vlastního tvořivého potenciálu.

5.1. Cíl diplomové práce

Cílem diplomové práce je analýza žákovských řešení nestandardních aplikačních úloh a problémů. Pro analýzu byl vytvořen nestandardizovaný didaktický test, který měl ukázat, zda žáci pátého ročníku umí řešit nestandardní aplikační úlohy a plní tak stanovené standardy.

5.2. Didaktický test

Pro praktickou část diplomové práce byl sestaven kognitivní nestandardizovaný didaktický test, který ověří žákovu tvořivou činnost a získané vědomosti. Do testu byly začleněny problémové úlohy z běžného života, reálné situace, které by mohly nastat. Vytvořené testové úlohy měly žáka zaujmout a motivovat ke kreativnímu myšlení.

Všichni žáci, na konci druhého vzdělávacího období, musí splnit standardy. Píší výstupní test, který ověřuje, zda si žáci pátého ročníku osvojili základní učivo stanovené v RVP ZV, mezi které rovněž patří řešení nestandardních úloh a problémů. Inspirací pro vytvoření didaktického testu, byla učebnice matematiky z vydavatelství Alter, kde žáci pracují s podobným typem úloh u každého tematického celku. Pokud pedagog obohatí vyučovací hodinu matematiky divergentní nebo kombinatorickou úlohu, přispěje k rozvoji žákovi tvořivosti, logického i kombinatorického myšlení, ale zároveň naplňuje edukační cíl a klíčové kompetence.

Cílem didaktického testu je zjistit, zda respondenti umí řešit problémové úlohy i v případě, že se s podobnou situací dříve nesetkali. Respondenti byli upozorněni, že kritériem není rychlé řešení, nýbrž systematický postup a vhodně zvolená strategie.

Didaktický test se skládá ze čtyř testových položek a krátkého dotazníku. Respondent musí řešit zadaný problém a vytváří odpovědi, proto můžeme otázky z testu označit jako otevřené a široké úlohy. Úlohy byly sestaveny z několika tematických celků. Respondentům byl vymezen čas, jedna vyučovací jednotka, během které řešili čtyři nestandardní úlohy. Většině respondentů zadaný čas stačil.

5.2.1. První testová položka

Na tenisovém kurtu se v exhibičním turnaji utkali: T. Berdych, R. Štěpánek, L. Rosol, I. Minář a J. Navrátil. Kolik zápasů se na tenisovém kurtu odehrálo, pokud hrál každý s každým (jeden na jednoho)?

První kombinatorická úloha byla zasazena do prostředí tenisové soutěže. Podnět pro vymyšlení úlohy ze sportovního prostředí přišel z televize. Naše úspěšné deblistky Hlaváčová a Hradecká získaly stříbrnou medaili na letních olympijských hrách. Při tvoření úlohy se vyskytlo pár komplikací. Na začátku bylo více variant zadání. Nejvhodnější kombinaci (významných světových tenistů, českých hráčů a hráček tenisu, české tenistky) vytvořili čeští tenisté – Berdych, Minář, Navrátil, Rosol, Štěpánek. Tyto jména slyšíme i v televizi. Úlohy respondenti řešili v druhé polovině listopadu a na začátku prosince. Dva vybraní hráči tenisu vyhráli v listopadu Davis cup. Někteří respondenti při řešení úlohy sdělovali, že sledovali utkání v televizi. Tyto informace potvrdili správně zvolenou kombinaci jmen a myšlenku, přetvořit blízký svět do jazyka matematiky. Další problém nastal při vymýšlení kombinatorické úlohy bez opakování. V běžném tenisovém zápase hrají dva hráči, jeden vypadává a druhý postupuje dál. Stanovená podmínka byla nestandardní. Hráči se nevyřazují a každý si zahraje s každým. Respondenti, kteří chotí do pátého ročníku, neznají složitý vzorec pro kombinace bez opakování: $K_k\,(n) = k(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, podle kterého by úlohu bez potíží vypočítali. Kombinatorická úloha podněcuje respondenty k nematematickému a kreativnímu způsobu řešení.

5.2.2. Druhá testová položka

„Na obrázku je zahrada ve tvaru obdélníka o rozměrech 16 m a 20 m. Zahrada je osázena šesti stejnými květinovými záhonky (jsou vyznačeny šedou barvou). Jaký je obvod každého záhonku?“ (Molnár et al., 2005, str. 7)

Druhá položka v testu patří ke složeným úlohám. Respondent musí provést více početních úkonů, než zjistí správné řešení. Úkol kombinuje prostorovou představivost, znalost početních operací a učivo o obvodu. Úloha byla převzatá z Matematického klokana. Pro tuto matematickou soutěž je typická nabídka možností, ze které si žák vybírá. Do didaktického testu nebyla zařazená volba odpovědi. Úloha má zjistit, zda respondent umí vyřešit stanovený problém bez pomoci a jakou si zvolí strategii. Položky v Matematickém klokanovi jsou řazeny od nejlehčí po nejtěžší. Většina žáků se ke složitým úlohám nepropracuje nebo jen zakroužkuje libovolnou odpověď. Upřednostní náhodný výběr, protože už téměř uplynul stanovený čas nebo jsou příliš vyčerpaní a nedovedou dále úlohy řešit. V didaktickém testu získají dostatečný prostor pro čtení zadání s porozuměním. Autoři do zadání zahrnuli i nepodstatnou informaci, která může respondenty svést na špatnou cestu (šedé záhonky, které neměly vliv na konečný výpočet). Další problém tvoří otázka, ve které respondent musí vypočítat obvod jednoho záhonku. Respondent musí vybrat důležité informace ze zadání, seřadit si své myšlenky a zvolit vhodný postup početních operací. Složená úloha zjistí úroveň osvojeného učiva a rozvoj percepčního vnímání.

5.2.3. Třetí testová položka

Ve školní družině žáci hrají míčové hry. Každé z dětí si oblíbilo nejméně jednu hru (fotbal nebo vybíjená). Víš, že 16 žáků hraje rádo fotbal, 20 žáků hraje rádo vybíjenou a 7 žáků hraje s oblibou fotbal i vybíjenou. Kolik žáků navštěvuje školní družinu?

Třetí aritmetická úloha je zakomponována do respondentova prostředí. Blízkou situaci si respondenti představí a snáze ji vypočítají. Správná kombinace třech údajů vede ke zdárnému řešení. Pro správné řešení mohli respondenti využít pouze základní operace odčítání a sčítání. Měli vypočítat, kolik dětí navštěvuje školní družinu. Kritériem pro celkový počet byly míčové hry, které děti s oblibou hrají. Respondent si musí při četbě zadání uvědomit, že sedm dětí, které hrají s oblibou obě míčové hry, je zařazeno v počtu u hráčů vybíjené i hráčů fotbalu. Stanovená podmínka by mohla řešitele svést na chybný postup.

5.2.4. Čtvrtá testová položka

Na narozeninovou oslavu jsem koupila čokoládové bonbóny Lindt. U pokladny jsem zaplatila 286 Kč.

A: Urči nejmenší počet lidí, které mohu na narozeninovou oslavu pozvat, za předpokladu, že každý host dostane jako pozornost jeden bonbón.

B: Urči největší počet lidí, které mohu pozvat na oslavu narozenin, pokud každý host obdrží jeden bonbón.

C: Kolik lidí mohu pozvat na narozeninovou oslavu, za předpokladu, že každý host dostane jako pozornost jeden bonbón (každý nemusí dostat stejný bonbón), a já jsem v obchodě koupila stejný počet bonbónů z každého druhu?

(Informace vyčteš z tabulky).

Inspirací pro vytvoření divergentní úlohy byly žáci 1. ročníku. V hodině matematiky se setkali s úkolem, kde bylo více správných řešení. Žáci se ptali, jak je možné, aby jedna úloha měla různé výsledky. Občas se žáci setkávají v učebnicích s úkoly, které mají větší počet řešení, ale častěji v učebnicích matematiky převažují příklady s jedním správným výsledkem. Pedagog by měl do výuky zařadit úlohy s vyšším počtem vhodných řešení. Žáci si připomenou, že všechno nelze zahrnout do jedné odpovědi. Ve vytvořené úloze je důležité respondentům naznačit, že nehledají pouze jedno řešení. V prvotním testu měli žáci zapsat tři různá řešení. Ovšem toto kritérium by nemohlo být objektivně vyhodnocené, proto byly stanoveny tři podotázky, které měl respondent vyřešit.

5.3. Charakteristika respondentů

Dle rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání by měl žák pátého ročníku základní školy být vybaven dovednostmi pro řešení nestandardních aplikačních úloh. Výzkumné šetření bylo proto provedeno u žáků pátých ročníků základních škol v Olomouci a ve Znojmě. Vedení ZŠ Komenium v Olomouci umožnilo provést výzkum ve dvou třídách: 5. A (20žáků), 5. B (24 žáků). Dále řešilo nestandardní úlohy 21 žáků ZŠ Mládeže 3, Znojmo a 9 žáků ZŠ Mašovice. Dohromady řešilo nestandardní aplikační úlohy 74 respondentů (35 chlapců, 39 dívek).

5.4. Analýza řešení úlohy č. 1

Na tenisovém kurtu se v exhibičním turnaji utkali: T. Berdych, R. Štěpánek, L. Rosol, I. Minář a J. Navrátil. Kolik zápasů se na tenisovém kurtu odehrálo, pokud hrál každý s každým (jeden na jednoho)?

Kombinatoricky zaměřená úloha se skryla do sportovní terminologie. Pro žáky na prvním stupni je pohyb relaxací celodenního vypětí. Většina žáků, v období mladšího školního věku, sport vyhledává. Především chlapci se zajímají o různé druhy sportů. Navštěvují sportovní kroužky a snaží se o to, aby byli důležitou součástí týmu při utkáních. Sledují v televizi sportovní utkání oblíbeného mužstva a dokážou si vyhledat výsledky na internetu. Kombinatorická úloha byla vytvořena ze známých českých hráčů tenisu. Úloha měla ověřit, zda respondenti řešili podobný typ úlohy, a jakou strategii použijí k úspěšnému vyřešení i v případě, že se s kombinatorickou úlohou dříve nesetkali.

5.4.1. Předpokládané řešení kombinatorické úlohy.

Respondenti nebudou psát zápis a začnou úlohu hned řešit. Použijí nematematické metody. Chlapci si nakreslí tabulku, kterou mají možnost vidět na internetu nebo v televizi. Děvčata si pečlivě a systematicky vypíší dvojice hráčů, kteří se spolu utkají na kurtě.

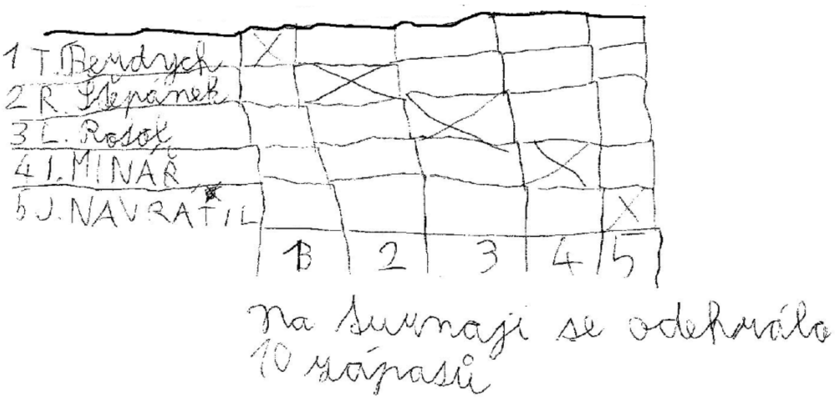
Chybné řešení by mohlo nastat, pokud si respondent nepředstaví reálnou situaci. Mohlo by se stát, že si vypíší dvojici hráčů, např. Rosol – Mynář, a zároveň Mynář – Rosol, a tím vyčíslí dvojnásobný počet zápasů. Respondent si musí uvědomit, že dva hráči odehrají pouze jeden zápas. Nezáleží na pořadí, ve kterém si jména zapíší. Respondenti nebudou psát odpověď, protože neobvyklá cesta k cíli nepřipomíná klasickou slovní úlohu.

5.4.2. Řešení respondentů

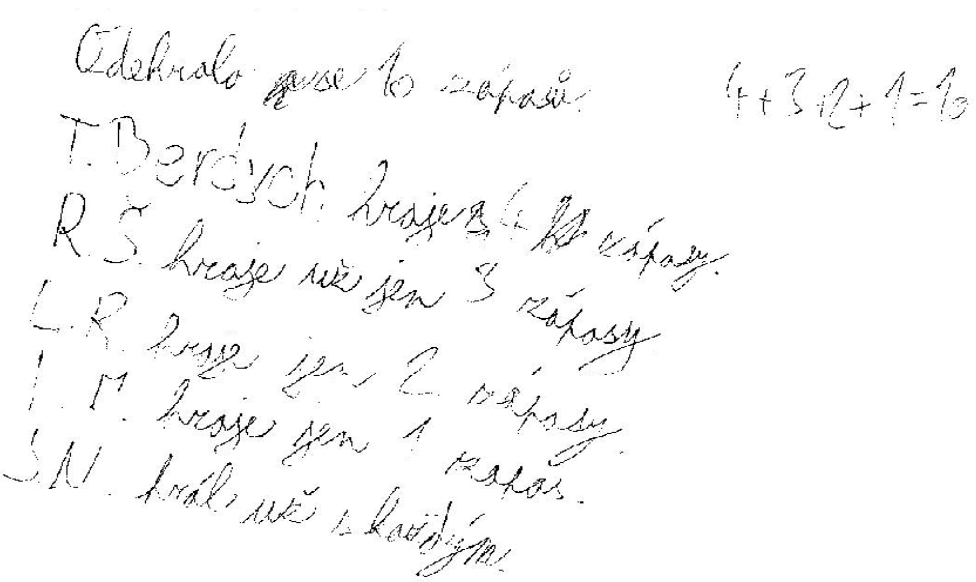
Danou úlohu vypočítalo správně 32,4 % respondentů, 64,9 % respondentů ji vyřešilo špatně a 2,7 % respondentů nevytvořilo žádné řešení kombinatorické úlohy.

5.4.2.1. Správné řešení

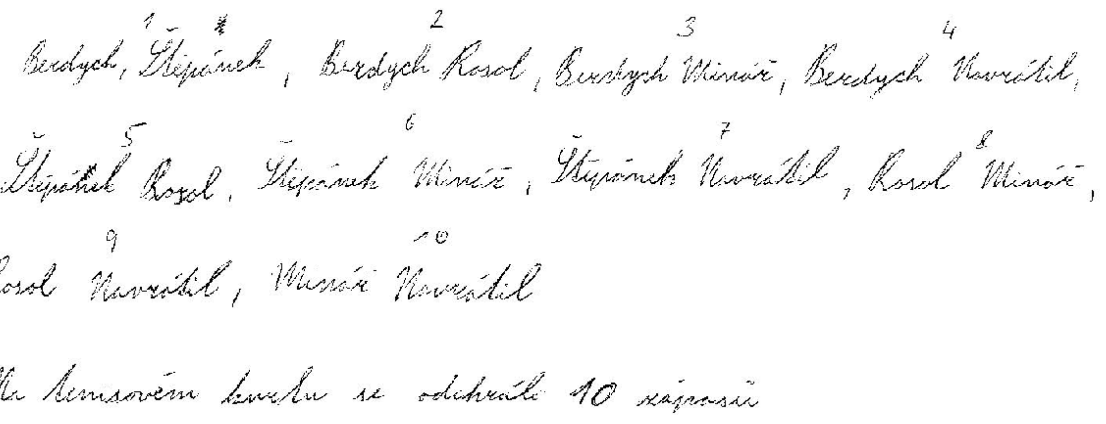
Kombinatorická úloha se snaží rozvíjet logické a kombinatorické myšlení, tudíž logické myšlení a nematematická strategie mohou respondenty bezpečně dovést ke správnému řešení.



Respondent I. aplikoval do úlohy zkušenosti z běžného života. Jako jediný zaznamenal informace přehledně do tabulky. Správně zvolil grafickou strategii, ta ho zařadila mezi respondenty, kteří zvolili předpokládanou cestu, aby úkol zdárně vyřešili.

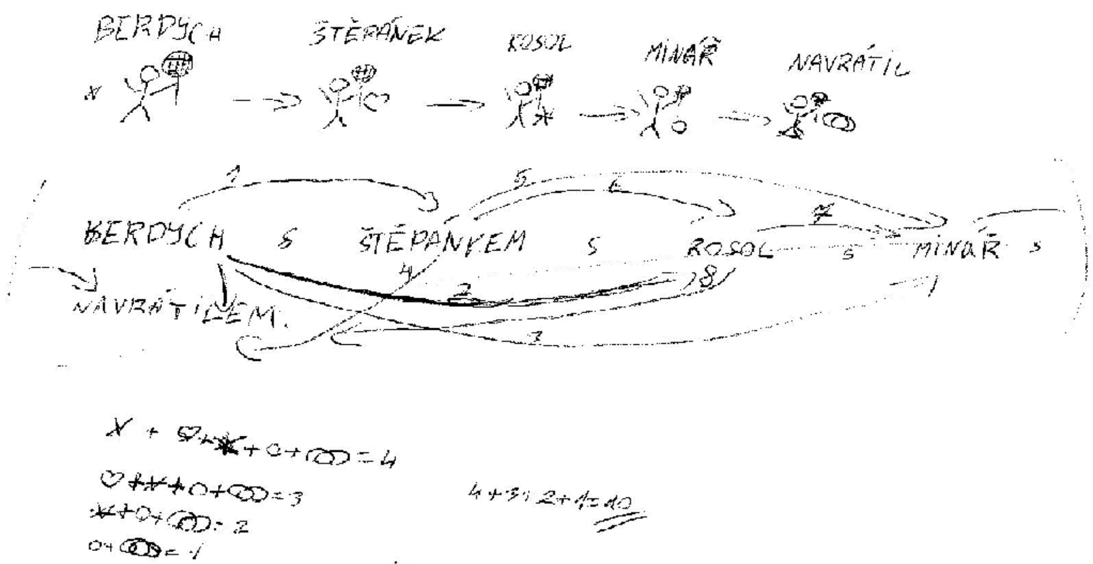


Respondent II. patří ve třídě k matematicky nadaným žákům, ale o rozvoj svých schopností nejeví zájem. Nereaguje na podněty od své učitelky matematiky. Jeho matematické vlohy jsou potlačovány nezodpovědným přístupem a nechutí k matematice. V didaktickém testu vyřešil většinu úloh správně. U první úlohy si přečetl zadání a okamžitě zapsal odpověď. Byl upozorněn, aby zaznamenal všechny své myšlenky. Nakonec doplnil pod odpověď své nápady. Nepoužil předpokládaný systematický postup uspořádávání dvojic, ale zaznamenal počet turnajů pomocí úsudku, Pravděpodobně se s podobnou kombinatorickou úlohou již setkal. Předchozí zkušenosti mu dovolili rychle a správně vyřešit úlohu.

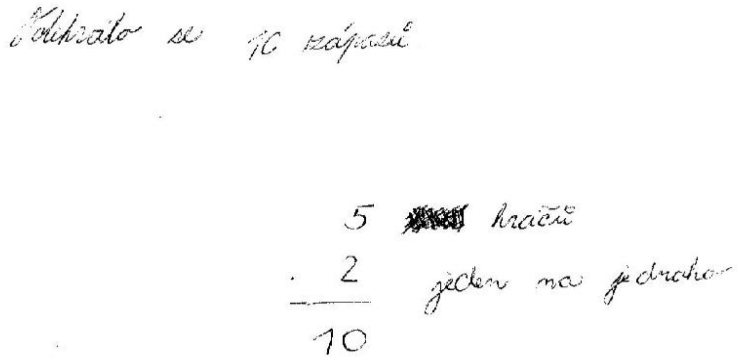

Berdych, Štěpánek, Berdych Rosol, Berdych Minář, Berdych Navrátil, Štěpánek Rosol, Štěpánek Minář, Štěpánek Navrátil, Rosol Minář, Rosol Navrátil, Minář Navrátil

Na tenisovém kurtu se odehrálo 10 zápasů

Respondent III. vytvářel kombinatorické dvojice. Žáci pátého ročníku se neučí složité kombinatorické vzorce. I bez předchozích znalostí vyřešil respondent úlohu správně. Systematicky seřadil dvojice hráčů vedle sebe a každou kombinaci označil příslušným pořadovým číslem. Na závěr úlohu obohatil o odpověď. I když o tom respondent nevěděl, vytvořil správné kombinatorické uspřádání dvojic. Vytvořil zástupce pro druhou předpokládanou skupinu.



Respondent IV. využil ke správnému řešení hned dvě strategie, grafickou a symbolickou. Vypsal si jména hráčů do řádků. Graficky pomocí šipky naznačil, kteří hráči odehráli zápas. Každou šipku si označil pořadovou číslicí. Po osmém kroku byla pro něj situace nepřehledná, protože si jména nenapsal na jeden řádek. Respondent přemýšlel, jak by mohl na úlohu pohlédnout z jiného úhlu. Ke grafické strategii vytvořil a zapsal symboly, které znázorňovaly konkrétního hráče. Aplikoval novou strategii, mezi symboly použil operaci sčítání a zapsal pod „nepovedený“ systém šipek. Systematicky, rychle a přehledně dospěl k výsledku pomocí podobné strategie. Respondent úlohu pochopil a snažil se ji vyřešit, i když se mu první pokus nezdařil. U této úlohy se projevil jeho dobrý rozvoj klíčové kompetence řešení problémů.



Respondent V. vyřešil úloh správně, ale nezvolil příliš vhodnou strategii. Ze zadání vyčetl informace o pěti hráčích. Dále získal ze zadání údaj o hře jeden na jednoho, pod tímto označením si představil číslo dvě. K výpočtu použil operaci násobení, údaje mezi sebou vynásobil $(5 \times 2 = 10)$ a výsledek zapsal do odpovědi. V tomto případě zvolená strategie přivedla respondenta ke správnému řešení. Kdyby stejnou strategii řešení respondent aplikoval na nižší nebo vyšší počet hráčů, dospěl by k chybnému výsledku.

5.4.2.2. Chybná řešení

Většina respondentů se s kombinatorickou úlohou dříve nesetkala. S podobným typem úloh mají respondenti málo zkušeností. Kvůli špatné představivosti reálné situace dochází k chybám v řešení.

Dva respondenti, tj. 2,7 % nenapsali žádné řešení ani se nepokusili zaznamenat své nápady. Dříve se s podobnou úlohou nesetkali, nemohli navázat na předchozí zkušenosti nebo použít známý matematický algoritmus. I přes velké úsilí problém nevyřešili.

se utkali: T. BERDYCH, R.ŠTĚPÁNEK, L. ROSOL, I. MINÁŘ, J.NAVRÁTIL

zápasů .... ?

T. BERDYCH – J.NAVRÁTIL
T. BERDYCH – R.ŠTĚPÁNEK
T. BERDYCH – L. ROSOL
T. BERDYCH – I. MINÁŘ
R. ŠTĚPÁNEK – L.ROSOL
R. ŠTĚPÁNEK – I.MINÁŘ
R. ŠTĚPÁNEK – T.BERDYCH
R. ŠTĚPÁNEK – J. NAVRÁTIL
L. ROSOL – T. BERDYCH
L. ROSOL – R. ŠTĚPÁNEK
L. ROSOL – J.NAVRÁTIL
L. ROSOL – I. MINÁŘ
I. MINÁŘ – J. NAVRÁTIL
I.MINÁŘ – R.ŠTĚPÁNEK
I.MINÁŘ – T.BERDYCH
I. MINÁŘ – L. ROSOL
J. NAVRÁTIL – L. ROSOL
J. NAVRÁTIL – T. BERDYCH
J. NAVRÁTIL – I. MINÁŘ
J. NAVRÁTIL – R.ŠTĚPÁNEK

Respondent VI. postupně a systematicky vypsal kombinatorické dvojice. Konečný počet zápasů byl dvojnásobný, protože si respondent nepředstavil úlohu jako reálnou situaci. Zaznamenal kombinatorickou dvojici Berdych – Navrátil a zároveň zapsal kombinatorickou dvojici Navrátil – Berdych, jež považoval za jiný zápas.

T+R = 1
T+L = 1
T+I = 1
T+J = 1
4

R+T = 1
R+L = 1
R+I = 1
R+J = 1
4

L+R = 1
L+T = 1
L+I = 1
L+J = 1
4

I+T = 1
I+R = 1
I+L = 1
I+J = 1
4

J+T = 1
J+R = 1
J+L = 1
J+I = 1
4

Každý s každým hrály 20 krát.

Respondent VII. přehledně rozčlenil kombinatorické dvojice, svůj systematický postup zapsal symbolicky. Zadanou úlohu si nepřevedl do běžného života, proto se dopustil zdvojení zápasů.

5 lidí
4·5 = 20
Hrálo se 20 zápasů.

Respondent VIII. chtěl řešit úlohu aritmeticky, pomocí výpočtu. Chybně zvolenou strategií vyřešil úlohu chybně.

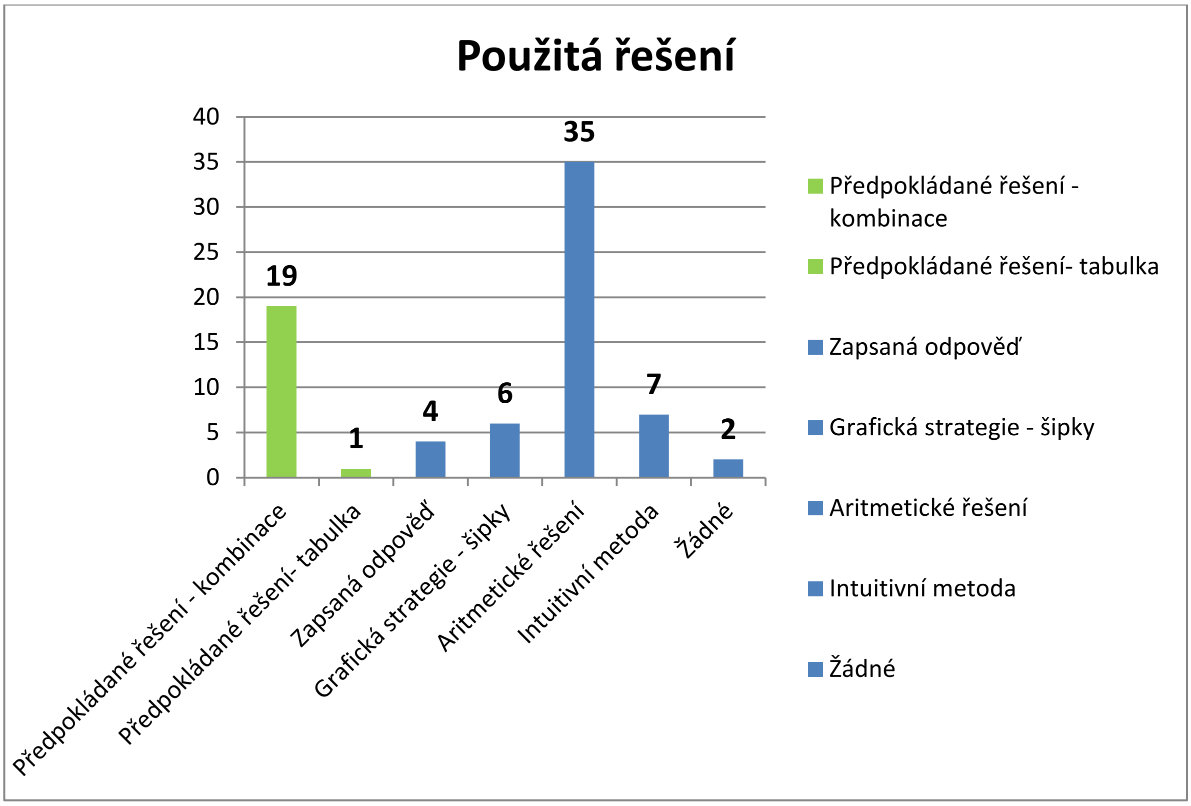
V každé situaci nemůže respondent postupovat podle naučeného algoritmu. Nematematické řešení nestandardních aplikačních úloh podporuje rozvoj tvořivosti a myšlení.

Při analýze žákovských řešení kombinatorické úlohy se u některých žáků projevila tvořivost. Někteří respondenti řešili úlohu předpokládanou strategií, ostatní vymysleli jiný způsob dosažení cíle.

Strategie řešení	Kombinatorické dvojice	Tabulková strategie	Grafická strategie	Aritmetické řešení	Intuitivní řešení
Počet žáků	9	1	5	3	6

Tabulka č. 1: Vyhodnocení správného řešení kombinatorické úlohy.

Názorné shrnutí použité strategie u respondentů, kteří vypočítali úkol úspěšně. Vzorek respondentů zastupuje přesně polovina chlapců a polovina děvčat. Kombinatorickou úlohu pomocí předpokládané strategie vyřešilo správně 37,5 % respondentů. Respondenti kombinatoricky uspořádali úlohu, vypsali dvojice jmen hráčů.



Graf č. 1: Vyhodnocení použité strategie kombinatorické úlohy.

Respondenti řešili úlohu pomocí různých strategií. Největší zastoupení měl klasický matematický výpočet, který většinu respondentů nepřivedl ke zdárnému cíli, neboť tato strategie nebyla vhodná. Systematické vypisování kombinatorických dvojic bylo úspěšné. Někteří respondenti postupovali správně, ale z nepozornosti se od správného výsledku odchýlili o jeden až tři zápasy. Další respondenti systematicky rozepsali hráče do kombinatorických dvojic a intuitivně je dále dělili do skupin podle odehraných zápasů (4,3,2,1,0). Grafická (šipková) strategie byla přehledná a pomohla žákům vyřešit úlohu správně. Někteří respondenti pochod svých myšlenek nezaznamenali. Nejspíš nad úlohou nepřemýšleli a momentální nápad zapsali do odpovědi. Dva respondenti nenapsali k první úloze žádné řešení. Nevěděli, jak úlohu uchopit a pracovat se zadanými informacemi. Pouze jeden chlapec použil druhou předpokládanou strategii, systematicky zapsal informace do tabulky a snadno z ní správnou vyčetl odpověď.

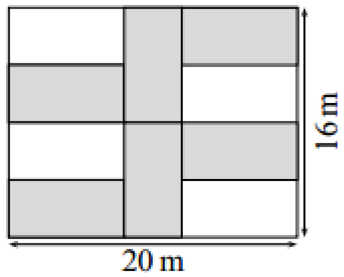
Analýza první úlohy potvrdila, že většina respondentů nepsala zápis a přistoupila hned k řešení úlohy. Dvacet sedm procent respondentů řešilo úlohu předpokládanou strategií. Sedmdesát procent respondentů zapsalo jiný než očekávaný postup. Žáci se ve škole učí, že ke každé otázce musí vytvořit odpověď. Předpokládaný odhad byl chybný, protože sedmdesát procent respondentů vytvořilo a zapsalo odpověď.

Respondenti dostali po odevzdání didaktického testu prostor na argumenty. Na tabuli byly znázorněny všechny strategie řešení, které respondenti uvedli v testu. Pokud nikdo nezmínil jedno z možných způsobů řešení, bylo formulováno navíc jako další z cest. Respondenti se dozvěděli různé způsoby, jak řešit kombinatorickou úlohu bez opakování. Pokud se příště setkají s kombinatorickou úlohou bez opakování, budou již vědět, jakou strategii použít, aby úkol zdárně vyřešili. Mohou uplatnit získané zkušenosti z této vyřešené úlohy a aplikovat ji na modifikovanou úlohu.

Mohou využít zapisování do tabulky, grafické znázornění pomocí šipek, vypisování kombinatorických dvojic. Snad se respondentům některá z nabídnutých strategií zalíbila a vštípila do paměti. Nové zkušenosti mohou respondenti použít v podobných úlohách, které se objevují v matematických soutěžích nebo v přijímacím řízení na víceletá gymnázia.

5.5. Analýza řešení úlohy č. 2

„Na obrázku je zahrada ve tvaru obdélníka o rozměrech 16 m a 20 m. Zahrada je osázena šesti stejnými květinovými záhonky (jsou vyznačeny šedou barvou). Jaký je obvod každého záhonku?“ (Molnár et al., 2005, str. 7)



Druhou testovou položku můžeme zařadit mezi složené slovní úlohy. Aby ji mohl respondent zdárně vyřešit, musí použít více početních operací. Do této složené úlohy autoři použili přírodní tematiku - květinové záhonky, se kterými se respondenti setkávají každý den ve svém blízkém okolí. Tudíž je pro ně jednodušší, představit si úlohu v reálné situaci, což jim pomůže k volbě vhodného postupu řešení.

5.5.1. Předpokládaný postup

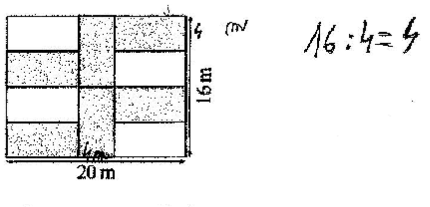
Respondenti nebudou psát zápis, protože je přiložen náčrt. Názorně vidí, že kratší strana zahrady měří 16 metrů a je rozdělena na 4 shodné díly, proto v prvním kroku při řešení složené úlohy použijí respondenti operaci dělení. Zapíší příklad $16 : 4 = 4$. Výsledek 4 metry je roven kratší straně záhonku. V dalším kroku využijí respondenti operaci odčítání, $20 - 4 = 16$. Výsledek musí respondenti rozdělit na poloviny, aby získali velikost druhé strany záhonku. V této fázi řešení si žáci musí utřídit získané poznatky a uvědomit si, které čísla jsou pro výpočet obvodu nezbytná. Velikosti stran zahrady měří 8 metrů a 4 metry. Při správné strategii doplní žáci čísla do naučeného vzorečku a zapíší odpověď.

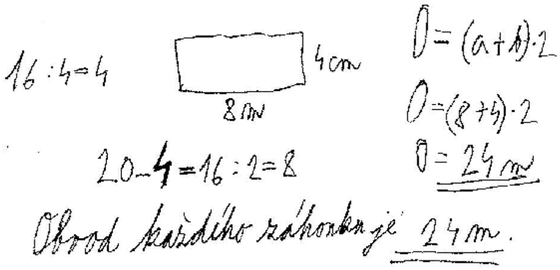
Chybných řešení se mohou respondenti dopustit, pokud nemají dobře upevněné učivo o obvodu nebo potíže s percepčním vnímáním.

5.5.2. Řešení respondentů

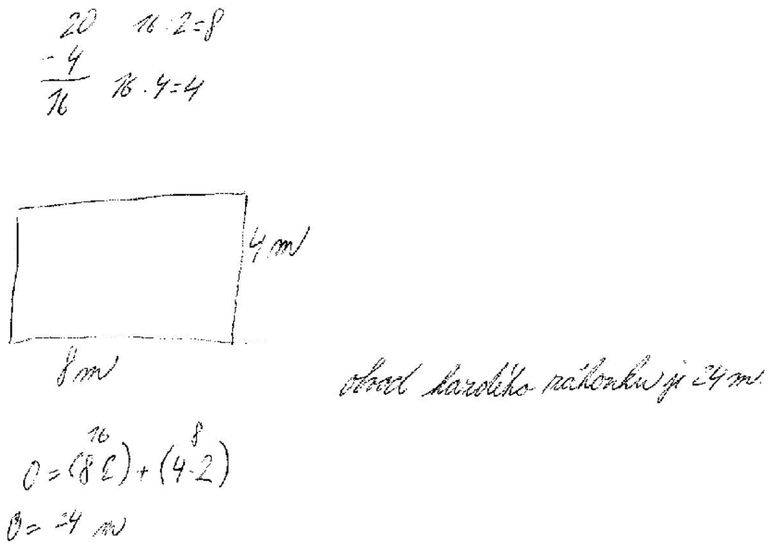
Zadanou složenou úlohu správně vyřešilo 14,9 % respondentů, 78,4 % řešilo chybně a zbylých 6,7 % respondentů nezaznamenalo k složené slovní úloze žádné řešení.

5.5.2.1. Správná řešení

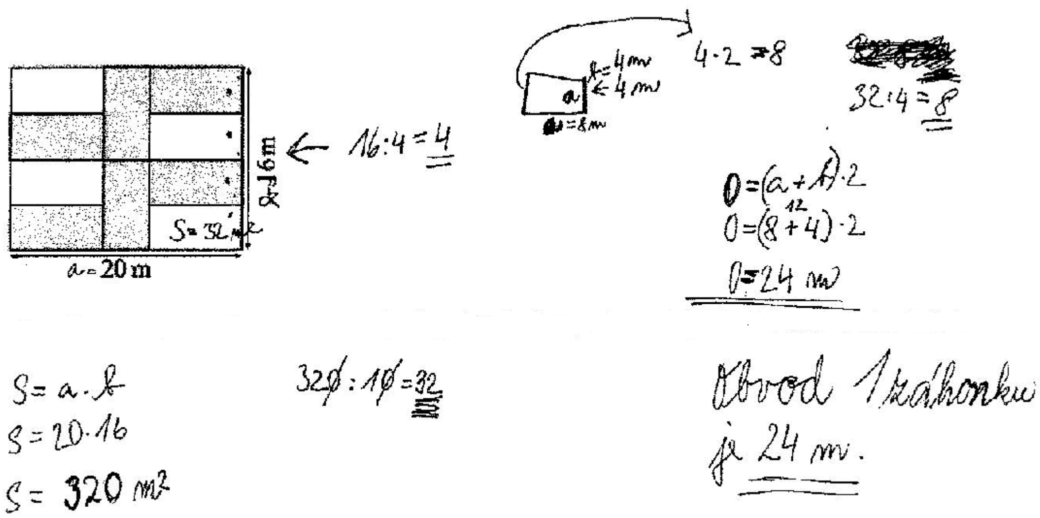




Respondent IX. počítal zadanou úlohu dle předpokládané strategie. Nejdříve si vypočítal, kolik měří kratší strana záhonku $(16:4=4)$. Dále využil operaci odčítání a dělení, aby zjistil velikost delší strany záhonku $(20-4):2=8$. Respondent si graficky znázornil jeden záhonek, který doplnil o vypočítané údaje. Zapsal vzorec pro obvod a dosadil do něj získané hodnoty. Vytvořil odpověď, a tím reprezentoval předpokládaný postup.



Respondent X. použil analyticko – syntetickou metodu podobnou předpokládané strategii. Velikost stran získal dělením šestnácti na poloviny a následně na čtvrtiny. Pro jednodušší představu si nakreslil obrázek záhonku ve tvaru obdélníku a zaznamenal do něj získané hodnoty. Dosadil velikosti stran do vzorce obvodu a konečný výsledek zaznamenal do odpovědi. Jednodušší postup přivedl respondenta k vyřešení složené slovní úlohy.



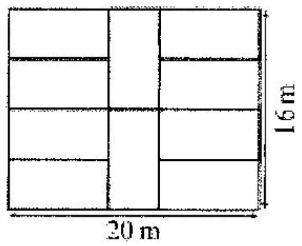
Respondent XI. počítal obvod jednoho záhonku přes obsah zahrady. Pomocí řízené metody pokus – omyl vyřešil zdárně zadaný úkol. Respondent si zapsal informace ze zadání do vzorce obsahu a z výsledku zjišťoval vhodnou kombinaci velikosti stran. Následně získané hodnoty dosadil do vzorce pro výpočet obvodu a svůj výsledek zaznamenal do odpovědi. Volba jeho strategie byla velmi překvapivá, neočekávaná a tvořivá. Respondent využívá všechny naučené informace, umí učivo propojit s různými situacemi a rád objevuje nové cesty.

5.5.2.2. Chybná řešení

Špatnou strategii řešení zvolilo mnoho respondentů. Složená úloha je charakteristická tím, že žák musí použít více početních úkonů, aby zjistil správné řešení.

Někteří respondenti zvolili vhodný postup, ale nedopracovali se ke správnému výsledku.

záhonku? 2 m



(Napiš mi všechny myšlenky, postup, výpočty, kter

16:2=8 8:2=4

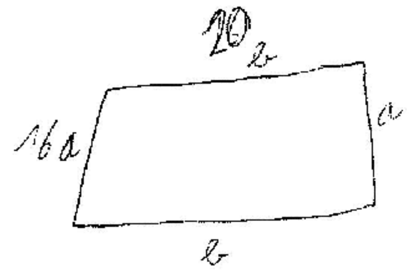
Respondent XII. použil analytický postup řešení úlohy. Z nepochopitelných důvodů napsal, že obvod měří dva metry. Spoléhal se na percepční vnímání. Rozmístěné záhonky v náčrtu mu pomohly vytvořit příklady $(16{:}\,2 = 8, 8{:}\,2 = 4)$. Osm metrů je rovno velikosti delší straně záhonku a čtyři metry je rovno velikosti kratší strany záhonku. Respondent vytvořil jinou, jednodušší strategii řešení. Respondent měl nechat proudit své myšlenky a postupovat dalšími kroky kupředu. Místo podněcování své tvořivosti, práci utnul. Protože nejvíce pracoval s číslem dvě, zapsal pod zadání dva metry.

16 : 2 = 8 : 2 = 4m

Obvod každého záhonku je 4m.

Respondent XIII. pracoval dle analytického postupu. Vytvořil příklady, kterými vypočítal velikost stran zahrádky. Protože si nezapsal každý příklad samostatně, usoudil, že správný výsledek jsou čtyři metry. Kdyby si do přiloženého obrázku zaznamenal získané údaje, měl by konkrétní představu jak pokračovat.

Pět respondentů, tj. 7,9% složitou slovní úlohu nepočítalo, ani nenapsali žádné své nápady. Nevěděli, jak by měli úlohu uchopit a rozpracovat. Některým respondentům percepční vnímání nedovolilo proniknout do podstaty úlohy, pro jiné byla komplikovaná nadbytečnými formacemi v zadání.



$O = (a + a) + (b + b)$

$O = (16 + 16) + (20 + 20)$

$O = 72$

Obvod je 72 cm.

Respondent XIV. použil analyticko – syntetickou metodu řešení složené slovní úlohy. Tento respondent prokázal znalost vzorečku pro výpočet obvodu, ale dosadil do něj špatné hodnoty, protože stanovené kritérium v zadání bylo zjištění obvodu záhonku nikoli celé zahrady. Jeho zvolený postup řešení nebyl správný. Respondent se snažil rychle a snadno najít odpověď.

1) O = 20 m + 16 m
O = 36 m

1 záhonek má 36 m.

Respondent XV. postupoval spíše jako při řešení jednoduché úlohy. Přečetl si zadání úlohy, z poskytnutých informací vytvořil příklad a zapsal odpověď. Z chybného řešení vyplývá, že si restpondent stále neupevnil učivo o obvodu.

36 : 6 = 6

Obvod každého záhonku je 6 m

Respondent XVI. neměl předchozí zkušenosti s řešením podobné složené úlohy. Náhodným pokusem využil čísla ze zadání. Nejprve použil operaci sčítání a sečetl délky stran zahrady ($16 + 20 = 36$), součet rozdělil na šest stejných dílů, které měly představovat nadbytečnou informaci o záhoncích. Při řešení úlohy použil všechny údaje uvedené v zadání, a proto považoval výsledek za správný a konečný.

$$\begin{array}{r} 20 \\ -16 \\ \hline 4 \end{array}$$

Záhonky mají 4 m.

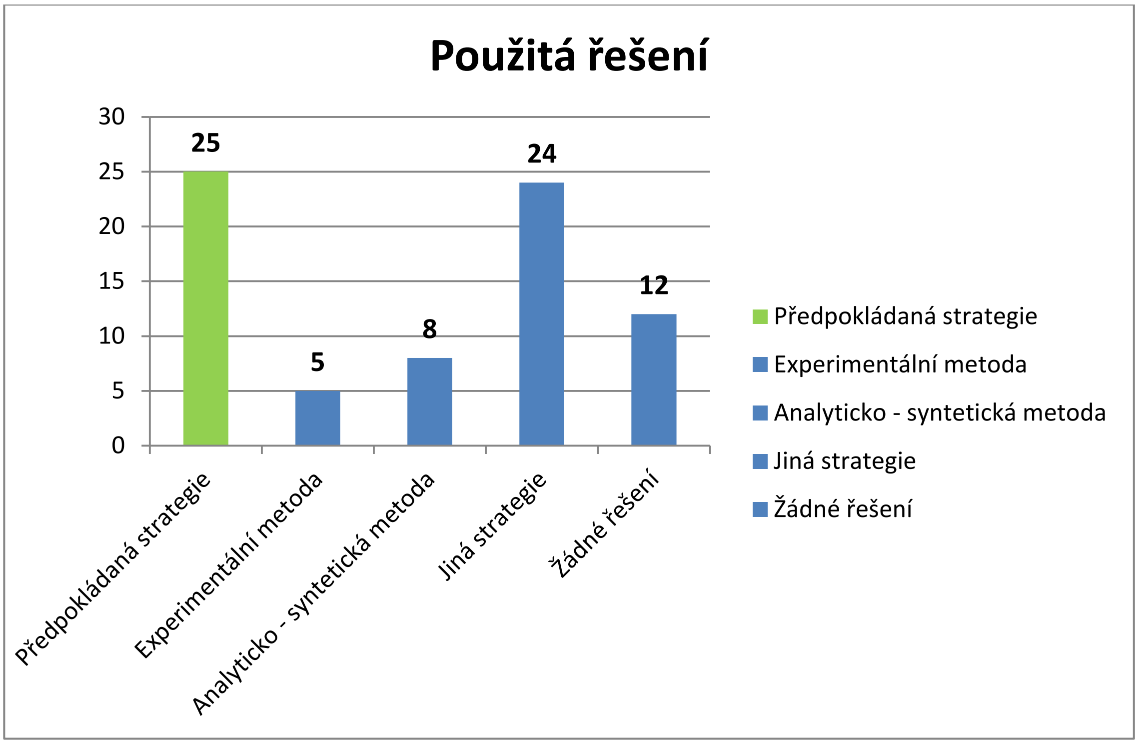
Respondent VII. nevěděl, jak danou úlohou řešit. Ze zadání si vybral dvě čísla, mezi kterými provedl operaci odčítání. Neuvědomil si, že získal pouze dílčí výsledek, a je potřeba zjistit i délku druhé strany záhonku, aby mohl vypočítat obvod. Z chybného postupu můžeme usoudit, že respondent upřednostňuje jednoduché slovní úlohy, a stále nemá upevněné učivo o obvodu.

Analýza žákovských řešení složené slovní úlohy. Respondenti řešili úkol za použití různých strategií. Většina z nich spadá do skupiny, která řešila úkol předpokládaným postupem.

Strategie řešení	Předpokládaná strategie	Analyticko – syntetická metoda	Řízená metoda pokus -omyl
Počet žáků	7	2	2

Tabulka č. 2: Vyhodnocení správného řešení složené úlohy.

V tabulce najdeme přehledné shrnutí použité strategie u respondentů, kteří vyřešili úspěšně složenou slovní úlohu. Vzorek řešitelů zastupují dva chlapci a devět děvčat. Předpokládanou strategii použilo při svém úspěšném řešení 63,6 % respondentů.



Graf č. 2: Vyhodnocení použité strategie ve složené úloze.

Respondenti řešili úlohu různými způsoby. Největší zastoupení získala předpokládaná strategie (33,7 %), pomocí níž 28 % respondentů vypočítalo správný výsledek. Jiný způsob řešení úlohy využilo 32,7 % respondentů, ale ke správnému řešení nikdo nedospěl. Šestnáct procent respondentů nedopočítalo úlohu do konce, ale jsou zde zahrnuti i ti, kteří nezaznamenali žádnou strategii řešení. Odlišnou analyticko – syntetickou metodou od předpokládané strategie řešilo úlohu 10,8 % respondentů. Díky této strategii úspěšně vyřešilo 25 % respondentů zadanou úlohu. Řízenou experimentální metodu řešení použilo 6,8 % respondentů, ke zdárnému cíli přivedla dvě dívky. Celý úkol zvládlo vyřešit 14,9 % respondentů. Velikost jedné strany květinového záhonku zvládlo vypočítat 33 % respondentů a 22 % respondentů zjistilo velikosti obou stran záhonku, ale obvod už neřešili. Ostatní respondenti neřešili podstatné údaje pro výpočet obvodu.

Mohlo by se zdát, že zadaná úloha je primitivní. Pro žáka mladšího školního věku představuje tato úloha neuvěřitelné soustředění a napnutí všech sil. Žáci na prvním stupni zřídka řeší složenou úlohou, ve které musí překonat tolik kroků, aby získali správný výsledek. Komplikovaná úloha v sobě skrývá několik obtíží. Záhon je rozkreslen v metrech. V zadání se zdůrazňuje šest záhonků, přitom jich respondent vidí na obrázku deset. V náčrtu jsou nakresleny dva záhony svisle ostatních osm vodorovně. V neposlední řadě může respondentům činit problém zjistit obvod jednoho záhonku.

Při zadávání této úlohy v jedné třídě paní učitelka upozornila žáky, že se v úloze objevilo učivo, které právě probírali a opakovali. Navedla jejich oči na nástěnnou pomůcku se vzorečkem a obrázkem. Při analýze zadané úlohy můžeme sledovat rozdíly na jednotlivých školách. Někteří respondenti řešili úlohu podle předpokládané strategie (využívali pouze operace odčítání a dělení), jiní počítali obvod jednoho záhonku přes obsah zahrady. Většina respondentů vytvořila k řešené úloze odpověď.

Respondenti dostali po odevzdání didaktického testu prostor na argumenty. Na tabuli byly znázorněny všechny strategie řešení, které žáci uvedli v testu. Respondenti se dozvěděli různé způsoby, jak řešit složenou slovní úlohu, pomocí obsahu nebo správným prostorovým vnímáním. Snad se respondentům zalíbil některý předložený postup a uchytil se jim v paměti. Získanou zkušenost mohou respondenti využít v podobných úlohách v dalším ročníku Matematického klokana, při Pythagoriádě či v jiné matematické soutěži.

5.6. Analýza řešení úlohy č. 3

Ve školní družině žáci hrají míčové hry. Každé z dětí si oblíbilo nejméně jednu hru (fotbal nebo vybíjená). Víš, že 16 žáků hraje rádo fotbal, 20 žáků hraje rádo vybíjenou a 7 žáků hraje s oblibou fotbal i vybíjenou. Kolik žáků navštěvuje školní družinu?

Většina zákonných zástupců pracuje do pozdních odpoledních hodin. Proto nemohou své ratolesti vyzvednout ze školy hned po vyučování a žáci chodí do družiny nebo různých kroužků. Mnoho žáků navštěvuje školní družinu, kde jejich volný čas organizuje odborný pedagogický dozor. Aritmetická úloha byla vytvořena a přizpůsobena do blízkého prostředí respondentů. Se známou situací se respondenti lehce ztotožní a úkol se jim bude snáze řešit, když si jej představí v běžném životě.

5.6.1. Předpokládané řešení aritmetické úlohy.

Respondenti použijí analytickou metodu řešení, vyberou podstatné informace ze zadání a zapíší je do stručného zápisu. Jako první v předpokládaném postupu řešení využijí respondenti operaci odčítání, aby zjistili, kolik žáků navštěvuje pouze fotbal nebo vybíjenou ($16 - 7 = 9,\ 20 - 7 = 13$). Po provedené operaci jim zůstane 9 hráčů fotbalu, 13 hráčů vybíjené a 7 „univerzálních" hráčů. Celkový počet žáků, kteří navštěvují školní družinu, respondent vypočítá pomocí operace sčítání ($9 + 13 + 7 = 29$). Dohromady navštěvuje školní družinu 29 žáků. Žáci vytvoří k aritmetické úloze odpověď, protože jim připomene podobnou úlohu z učebnice.

Chybné řešení nastane, pokud si respondent nepředstaví reálnou situaci. Respondent má zjistit celkový počet dětí v družině. Jestliže bezmyšlenkovitě vybere ze zadání údaje a aplikuje mezi informace operaci sčítání, nevyřeší úlohu správně. Na základě předchozích zkušeností, by měli žáci použít známou strategii.

5.6.2. Řešení respondentů

Zadanou aritmetickou úlohu úspěšně vyřešilo pouze 6,8 % respondentů, 87,8 % respondentů řešilo úlohu chybně a zbylých 5,4 % respondentů nezaznamenalo žádné řešení.

5.6.2.1. *Správná řešení*

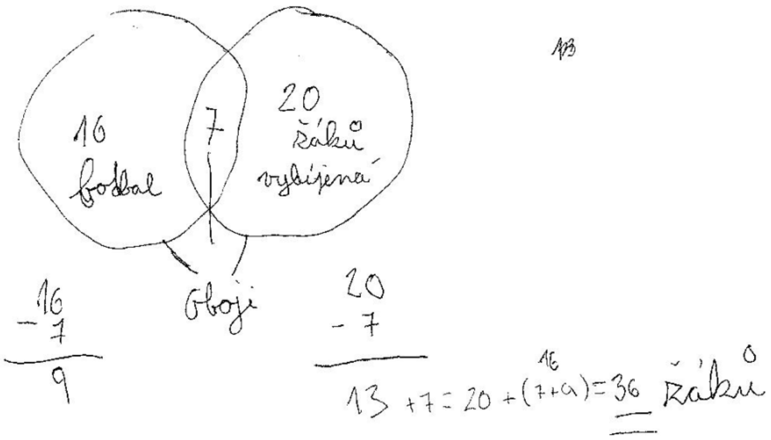
$$\overset{36}{(20+16)} - 7 = 29$$

Respondent XVII. vypočítal správný výsledek, tedy že školní družinu navštěvuje 29 žáků. Respondent si nezapsal stručný zápis, hned se rozhodl převést zadaný text na matematický příklad $(20 + 16) - 7$, který začal řešit. Úspěšně vypočítal zadaný úkol. Respondent nepoužil předpokládanou strategii řešení, ale využil analyticko – syntetickou metodu. Vytvořil si jiný, pro něj jednodušší a přirozenější postup řešení.

5.6.2.2. *Chybná řešení*

Chybně zvolená strategie řešení aritmetické úlohy plynula z rychlého přečtení textu a nedostatečného porozumění.

U některých respondentů bylo znát, že zadání úlohy pochopili, ale nevyřešili úlohu úspěšně, protože nedokázali dokončit prvotní myšlenku.



Respondent XIX. použil nejprve grafickou strategii. Poté začal úlohu řešit analyticko – syntetickou metodou. Nakreslil si Vennův diagram, do kterého zapsal informace ze zadání. Pomocí grafické metody správně vypočítal hráče fotbalu a vybíjené. Respondent porozuměl zadání, ale úkol úspěšně nezodpověděl, protože ustoupil od jednodušší grafické strategie a zapletl se do dalšího postupu řešení.

16 fodbal
20 vybíjenou
7 oboje
Kolik žáků navštěvuje školní družinu?

$20 - 7 = 13$
$16 - 7 = 9$
$13 + 9 = \underline{\underline{22}}$
Školní družinu navštěvuje 22 žáků.

Respondent XX. si zaznamenal zápis. Správně uvedl první dva kroky předpokládané strategie řešení. Použil operaci odčítání a odečetl z obou skupin žáky, kteří hrají obě míčové hry $(20 - 7 = 13,\ 16 - 7 = 9)$.Výsledky obou příkladů sečetl. Dál měl respondent pokračovat s operací sčítání a ke konečnému výsledku přičíst 7 „univerzálních“ hráčů. Respondent porozuměl aritmetické úloze a přemýšlel nad vhodnou strategii. Jeho postup řešení úlohy byl očekávaný a vhodný, ale nebyl úspěšně dokončen.

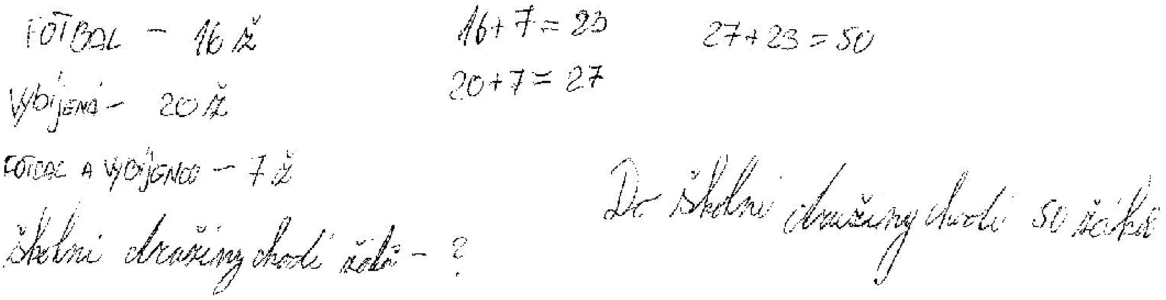
Přibližně 5,8% respondentů si nevědělo rady s řešením zadané aritmetické úlohy. Neporozuměli plně textu a úlohou se dále nezabývali. Nevytvořili si z údajů zápis, který by jim mohl pomoci k řešení, třeba i nesprávnému.

16 fotbal
20 vybíjenou
7 fotbal i vybíjenou

$$\begin{array}{r} 20 \\ 16 \\ \hline 36 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 36 \\ 7 \\ \hline 43 \end{array}$$

Do družiny chodí 43 žáků.

Respondent X. si zvolil chybný analytický postup. Zaznamenal si krátký a neúplný zápis, který pomocí operace sčítání převedl na matematické příklady:
$(20 + 16 = 36,\ 36 + 7 = 43)$. Nad aritmetickou úlohou respondent nepřemýšlel, pouze aplikoval naučený algoritmus. Zadanou situaci si nepředstavil v běžném životě, ale snažil se ji rychle a snadno vyřešit.



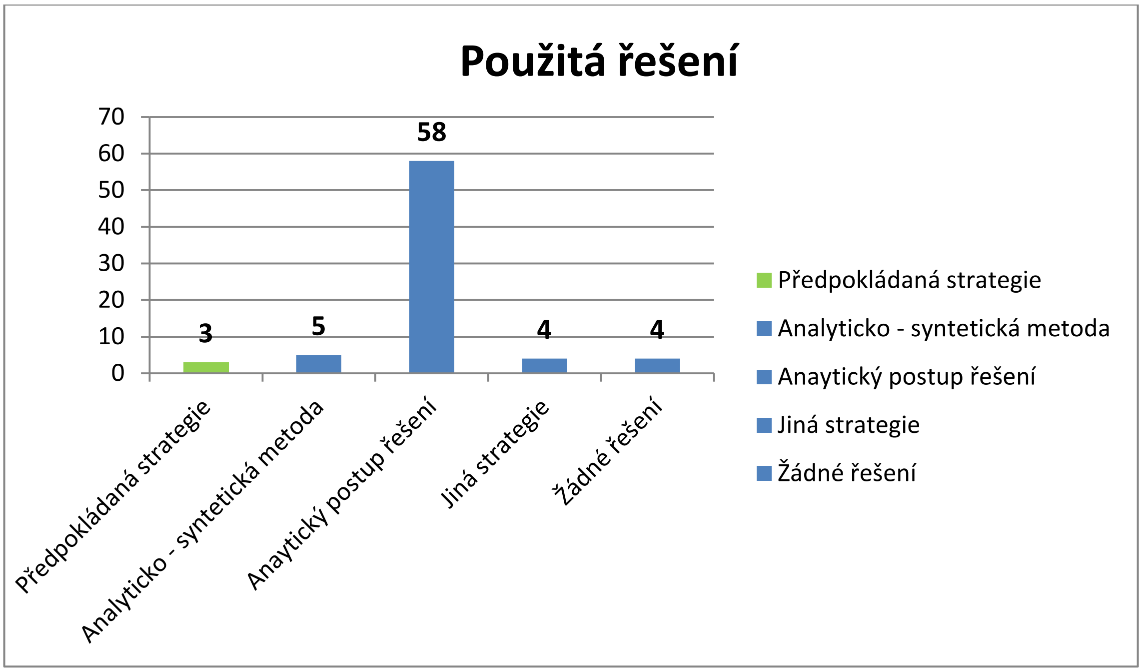
Respondent XXI. použil chybný analytický postup při řešení aritmetické úlohy. Dospěl k výsledku 50 žáků, kteří navštěvují školní družinu. Ze zadání vyčetl, že ve školní družině je 16 hráčů fotbalu, 20 hráčů vybíjené a 7 hráčů, kteří hrají obě míčové hry. Žáky, kteří hrají obě míčové hry, přičetl k fotbalistům a následně ty samé hráče k hráčům vybíjené. Respondent nepochopil zadání, ani si úlohu nepředstavil v běžném životě.

Analýza úspěšných žákovských řešení aritmetické úlohy, u které respondenti zaznamenali jinou než předpokládanou strategii.

Strategie řešení	Analyticko – syntetická metoda
Počet žáků	5

Tabulka č. 3: Vyhodnocení správného řešení aritmetické úlohy.

Názorné shrnutí použité strategie u respondentů, kteří vypočítali úkol zdárně. Vzorek úspěšných respondentů zastupují tři chlapci a dvě dívky.



Graf č. 3: Vyhodnocení použité strategie v aritmetické úloze.

Respondenti řešili úlohu různými způsoby. Nejvyšší zastoupení tj. 78,4 % měla analytická metoda s operací sčítání, jenže zvolená strategie nebyla úspěšná. Analyticko – syntetickou metodou se rozhodlo řešit úlohu 6,8 % respondentů a použitou strategií vypočítali správný výsledek. Respondenti využívali i jiná řešení, např. nesystematické a intuitivní psaní čísel nebo zapsání odpovědi. Určité kroky předpokládané strategie zaznamenalo 4 % respondentů, ale nepodařilo se jim aritmetickou úlohu vyřešit.

Analýza úlohy byla zarážející. Pouze 6,8 % respondentů vyřešilo aritmetickou úlohu zdárně, ale neřešili úlohu předpokládanou strategií. Většina respondentů (68,9 %) se dopracovala k výsledku 43 žáků, kteří navštěvují školní družinu. Do jednoho oddělení školní družiny, které vede jeden pedagogický pracovník, může podle zákona docházet maximálně třicet žáků. Z vlastní zkušenosti respondenti vědí, že v družině stejně jako ve třídě jich není nikdy více jak třicet, ale tuto informaci si nejspíš plně neuvědomují. Většina respondentů neumí převést slovní úlohy do blízkého reálného prostředí, ve kterém se pohybují každý den. Kdyby si propojili zadanou úlohu s prožíváním a zkušenostmi z každodenního života, nenapsalo by 93 % respondentů chybnou odpověď.

Bylo velmi zajímavé pozorovat, že většina respondentů zapsala odpověď. Zřejmě jim připomínala klasickou úlohu z učebnice matematiky, kde mají naučený přesný postup při řešení. Respondenti neradi píší odpověď, pro ně je odpověď pouhé opakování výpočtu.

Odpověď je neodlučitelnou součástí každé matematické úlohy. V matematice právě tvoření odpovědí rozvíjí komunikativní schopnosti, ve kterých může respondent projevit kreativitu.

Po odevzdání didaktického testu měli respondenti možnost předložit svůj postup řešení a případné argumenty. Na tabuli byly znázorněny všechny strategie řešení, které žáci uvedli v testu. Respondenti se dozvěděli správné i chybné strategie řešení aritmetické úlohy. Pokud se v budoucnu setkají s podobnou slovní úlohou, budou již respondenti vědět, jak aritmetickou úlohu úspěšně vyřešit.

5.7. Analýza řešení úlohy č. 4

Na narozeninovou oslavu jsem koupila čokoládové bonbóny Lindt. U pokladny jsem zaplatila 286Kč.

A: Urči nejmenší počet lidí, které mohu na narozeninovou oslavu pozvat, za předpokladu, že každý host dostane jako pozornost jeden bonbón.

B: Urči největší počet lidí, které mohu pozvat na oslavu narozenin, pokud každý host obdrží jeden bonbón.

C: Kolik lidí mohu pozvat na narozeninovou oslavu, za předpokladu, že každý host dostane jako pozornost jeden bonbón (každý nemusí dostat stejný bonbón), a já jsem v obchodě koupila stejný počet bonbónů z každého druhu?

(Informace vyčteš z tabulky).

Mléčná čokoláda s nugátovou náplní	Mléčná čokoláda s nugátem a lískovým ořechem	Hořká čokoláda (60 %) s jemnou mléčnou čokoládou uvnitř	Bílá čokoláda s kakaovými kousky a mléčnou náplní	Mléčná čokoláda s jemnou mléčnou náplní
4 Kč	6 Kč	7 Kč	4 Kč	5 Kč

Je všeobecně známo, že děti mají rády sladkosti. Proto byla vytvořena divergentní úloha o čokoládových bonbónech. Úloha měla respondenty zaujmout a motivovat k hledání řešení. U divergentní úlohy by mohla nastat situace, že všechny výsledky, které respondenti zaznamenají, jsou správné. Proto byla úloha doplněna o tři podotázky. Nejdříve se vymezila kritéria, která pevně určují, kolik lidí přijde na narozeninovou oslavu. Dle těchto kritérií byla řešení hodnocena.

5.7.1. Předpokládaná strategie divergentní úlohy

Respondenti budou řešit úlohu analyticko – syntetickou metodou. Respondenti si zapíší informace ze zadání do krátkého zápisu, poté začnou řešit úlohy v různém pořadí. Když respondent počítá otázku A, hledá nejmenší počet lidí, kteří mohou přijít na narozeninovou oslavu za předpokladu, že každý dostane jeden bonbón. V prvním kroku použijí respondenti operaci dělení a údaje z tabulky a ze zadání. Celkovou částku vydělí nejdražším bonbónem $(286: 7 = 40, zb. 6)$. Na oslavu lze pozvat 41 lidí, což odpovídá nejnižšímu počtu.

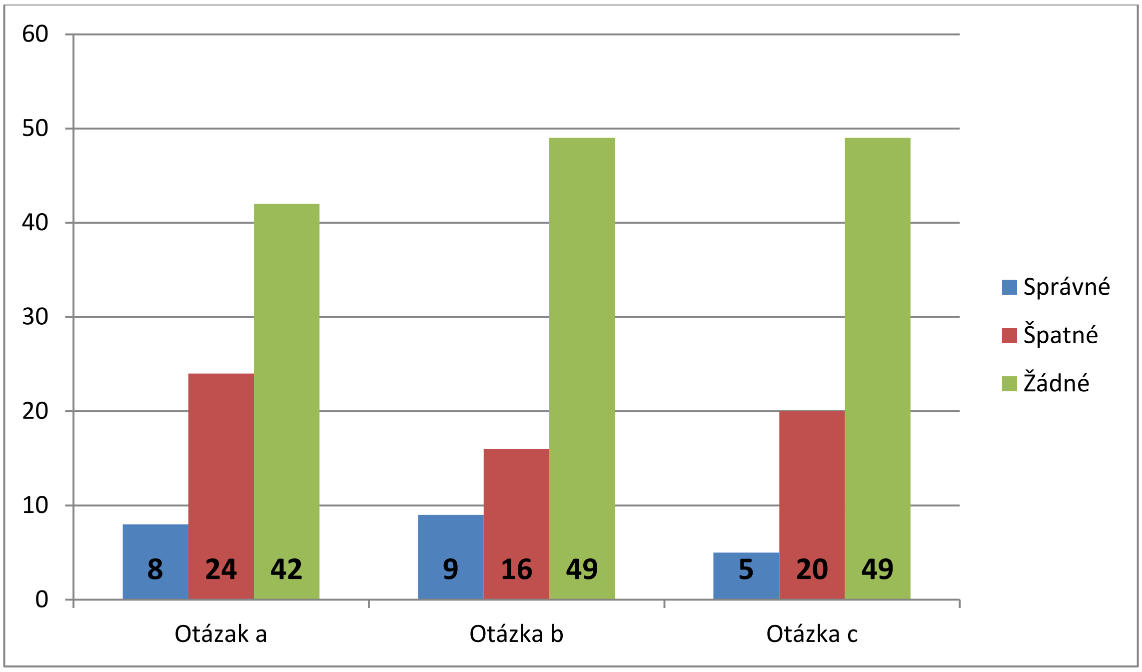
Počítá-li respondent otázku B, hledá odpověď na otázku s nejvyšším počtem lidí. Nejdříve použije operaci dělení, vydělí celkovou částku nejlevnějším bonbónem $(286: 4 = 70, zb. 6)$. Nejvyšší počet lidí, kteří se zúčastní narozeninové oslavy je 71.

Řeší-li respondent otázku C, měl by zjistit, kolik lidí může přijít na narozeninovou oslavu, pokud se koupí od každého druhu stejný počet bonbónů. V prvním kroku použije operaci sčítání, sečte všechny ceny bonbónů (4, 6, 7, 4, 5). Celkovou částku ze zadání vydělí získanou hodnotou $(286: 26 = 11)$. Respondent dílčím výpočtem zjistí, kolik kusů bonbónu lze koupit od jednoho druhu. Potom operaci násobení použije pro konečný výpočet $(11 \times 5 = 55)$, což je správná odpověď na tuto otázku. Žáci napíší odpověď, ke každé otázce.

Respondenti se mohou dopustit mnoha chyb v řešení. Největší komplikace lze očekávat u otázky B, kde respondent musí rozdělit zbytek nematematickým způsobem. Další komplikace mohou nastat u otázky C, kde je potřeba dílčí výpočet vynásobit počtem druhů.

Celou divergentní úlohu nevyřešil žádný respondent. Část zadané úlohy vyřešilo správně 25,7 % respondentů a 55,4 % respondentů zaznamenalo špatné řešení. Necelých 19 % respondentů divergentní úlohu neřešilo.

Grafický záznam žáků, kteří vyřešili část divergentní úlohy správně.

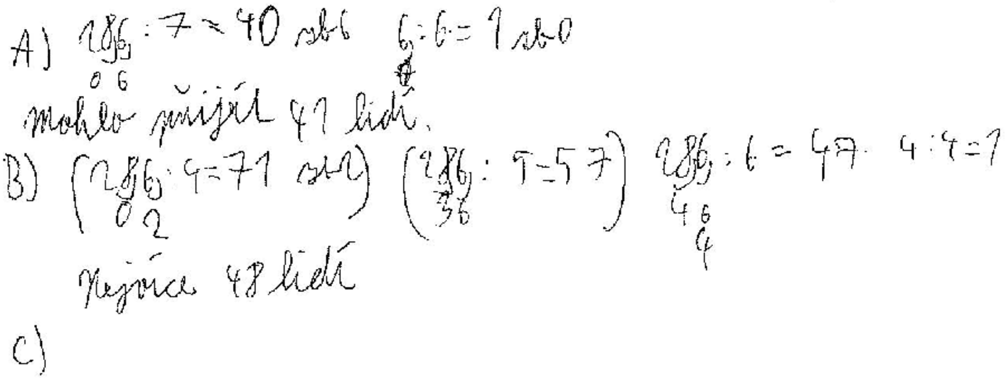


Graf č. 4: Vyhodnocení úspěšnosti části divergentní úlohy.

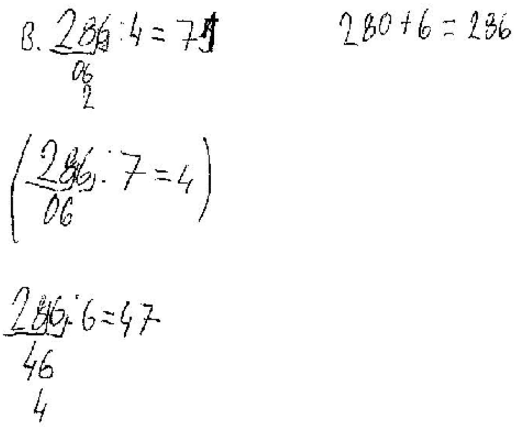
5.7.2. Řešení respondentů

Respondenti zvolili různé strategie řešení. K této úloze, 18,9 % respondentů nezaznamenalo žádný postup. Někteří respondenti (17,6 %) se snažili úlohu vyřešit, ale svoji strategii nedokázali dovést do konečné fáze. Dva žáci zapsali odpověď, ale nezaznamenali svůj postup. Šest žáků použilo postupné násobení čísel. Násobení částky za bonbón zvětšili desetkrát. Zjistili, že součet násobků neodpovídá celkové částce v zadání. Zvětšili částky jedenáctkrát. Devět žáků jako strategii použilo kombinaci operace sčítání a dělení. Operaci dělení využilo sedm řešitelů.

5.7.2.1. *Správná řešení*



Respondent VIII. reprezentuje skupinu řešitelů, která zodpověděla správně dílčí otázku A. Všichni respondenti řešili úkol dle zvolené strategie. Respondent ze zadání vybral celkovou utracenou částku (286). Aby zjistil nejmenší počet lidí, musel z tabulky vyhledat nejdražší bonbón. Zapsal výpočet $286:7 = 40; (\text{zb}. 6)$. Čtyřicet lidí dostane bonbón za sedm korun a jeden dostane bonbón, který stojí šest korun. Dohromady se oslavy zúčastní 41 lidí. Respondenti vytvořili vhodnou strategii, kterou mohli uplatnit i ve druhé dílčí odpovědi. Při volbě podobné strategie, nedokázali správně uplatnit zbytek.



Respondent XXII. vypočítal správně otázku B. Reprezentuje skupinu, která vypočítala tuto dílčí otázku úspěšně. Respondent použil předpokládanou strategii. Vybral údaje ze zadání a vytvořili příklad (286:4=71). Respondent rozepsal své myšlenky. Číslo 286 nerozdělil beze zbytku. Protože 2 je malý zbytek, musel vytvořit zbytek větší. Sedmdesát lidí dostane bonbon za 4 Kč a jeden člověk obdrží bonbon za 6 Kč. Konečný výsledek, 71 lidí, patřil ke správnému řešení. Respondent naznačil další postup, ale otázky nestihl zodpovědět. Zřejmě si práci špatně rozvrhl a na poslední úlohu mu nezbyl potřebný čas.

11·4 + 11·6 + 11·7 + 11·4 + 11·5 = 286
11 + 11 + 11 + 11 + 11 = 55
2: může :

c: Můžete pozvat 55 lidí.

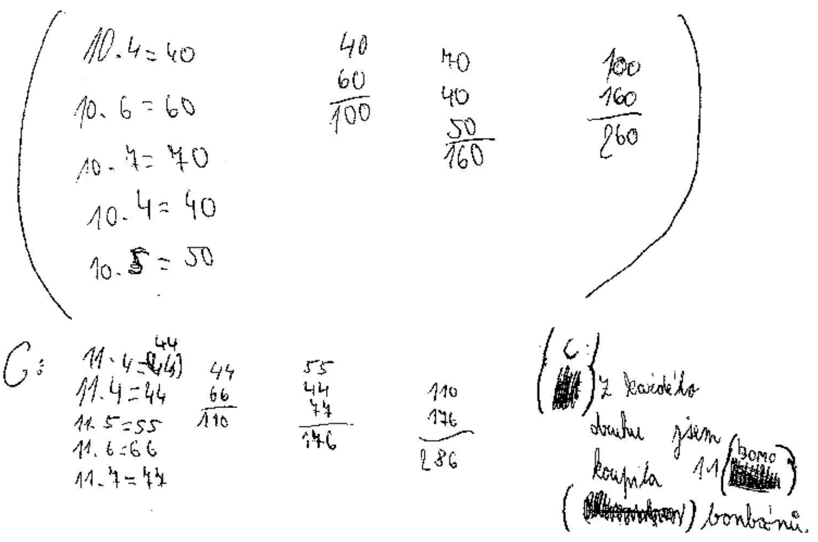
Respondent XXIII. zvolil náhodně číslo, kterým zvětšoval ceny bonbónů, jedenáctkrát. V dalším kroku použil operaci sčítání a všechny jedenáctky z předchozího příkladu sečetl. Respondent vymyslel odlišnou strategii. Jednoduše a efektivně zjistil počet lidí. Respondent použil vhodnou metodu, díky které získal správný výsledek.

286 : 26 = 11
11·5 = 55
zk.: 26 · 11 = 286

Přišel jsem na to tak, že jsem nejprve spočítal kolik by stálo koupit od každého druhu jeden bonbon. Příklad je 4+6+7+4+5=26

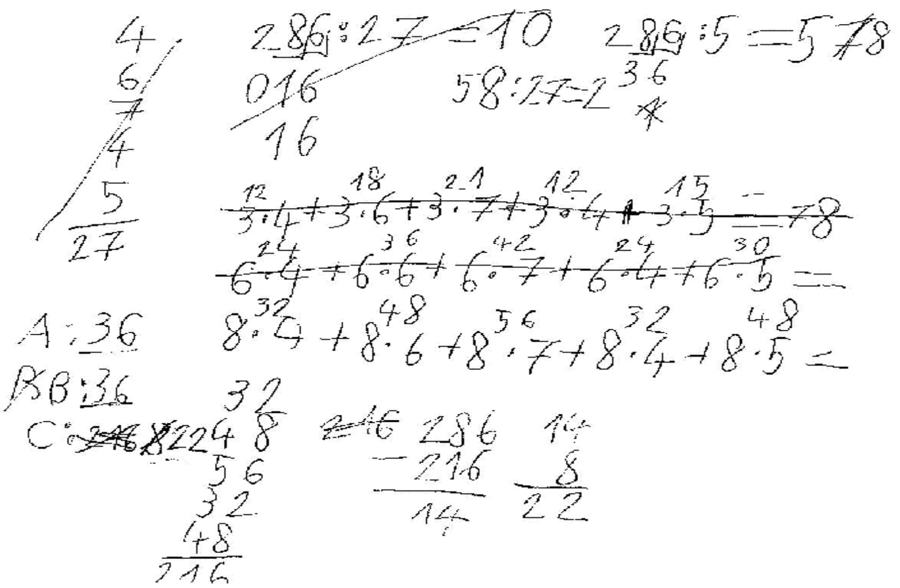
A: Mohu pozvat nejmenší počet lidí což je 1 člověk.
B: Mohu pozvat největší počet lidí což je 55 lidí.
C: Mohu pozvat 55 lidí.

Respondent II. řešil otázku C podle předpokládané strategie. Sečetl ceny jednotlivých bonbónů dohromady, tím získal hodnotu 26, kterou zmenšil celkovou částku ze zadání $(286: 26 = 11)$. Tím zjistil, kolik koupit bonbónů jednoho druhu. Správně v dalším kroku použil operaci násobení $(11 \times 5 = 55)$. Použitá strategie byla vhodná a očekávaná.



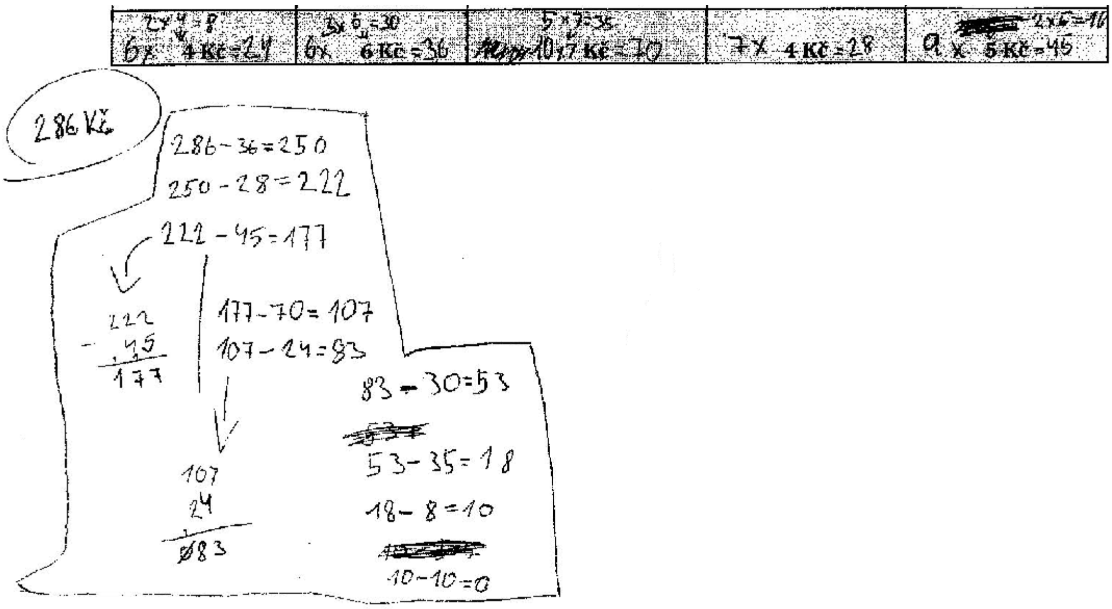
Respondent XXIV. si zvolil řízenou experimentální strategii. Systematicky zvětšil čísla desetkrát, ale když zjistil, že součet neodpovídá částce ze zadání, změnil činitele. Při dalším pokusu zvětšil čísla jedenáctkrát, čemuž odpovídala částka v zadání. Respondent systematickým postupem našel správnou strategii pro řešení dílčí otázky.

5.7.2.2. *Chybná řešení*



Respondent XV. si zvolil strategii pokus – omyl. Pro řešení otázky si určil počáteční číslo tři. Zjistil, že výsledek neodpovídá celkové částce v zadání. V dalších krocích zvětšil čísla šestkrát a následně osm krát. Řízenou systematickou metodou by dospěl ke správné kombinaci. Respondent úlohu pochopil, ale potřeboval by pro svoji práci delší čas.

S řešením zadané úlohy si nedokázalo poradit 18,9 % respondentů. Ze zadání si neudělali krátký zápis, který by jim mohl pomoci k řešení, třeba i chybnému. Pravděpodobně plně neporozuměli textu a úlohou se dále nezabývali.



Respondent XXVI. použil metodu pokus – omyl, ve které se zaměřil na operaci odčítání. Postupně odčítal hodnoty od počátečního údaje (286). Zvolená strategie je velmi chaotická, zdlouhavá a nepřehledná, proto respondent nedokončil svoji myšlenku. Většina respondentů upřednostňuje lehčí operaci sčítání nebo násobení před inverzními operacemi odčítání a dělení. Výběr respondentovi strategie byl ojedinělý. Tento postup by respondenta k cíli nedovedl, protože by se v nesystematických poznámkách nedokázal orientovat.

$20 \times 5 = 100$ 56 Lidí

$20 \times 4 = 80$

$1 \times 6 = 6$

$10 \times 7 = 70$

$5 \times 6 = 30$

$20 + 20 + 1 + 10 + 5 = 56$

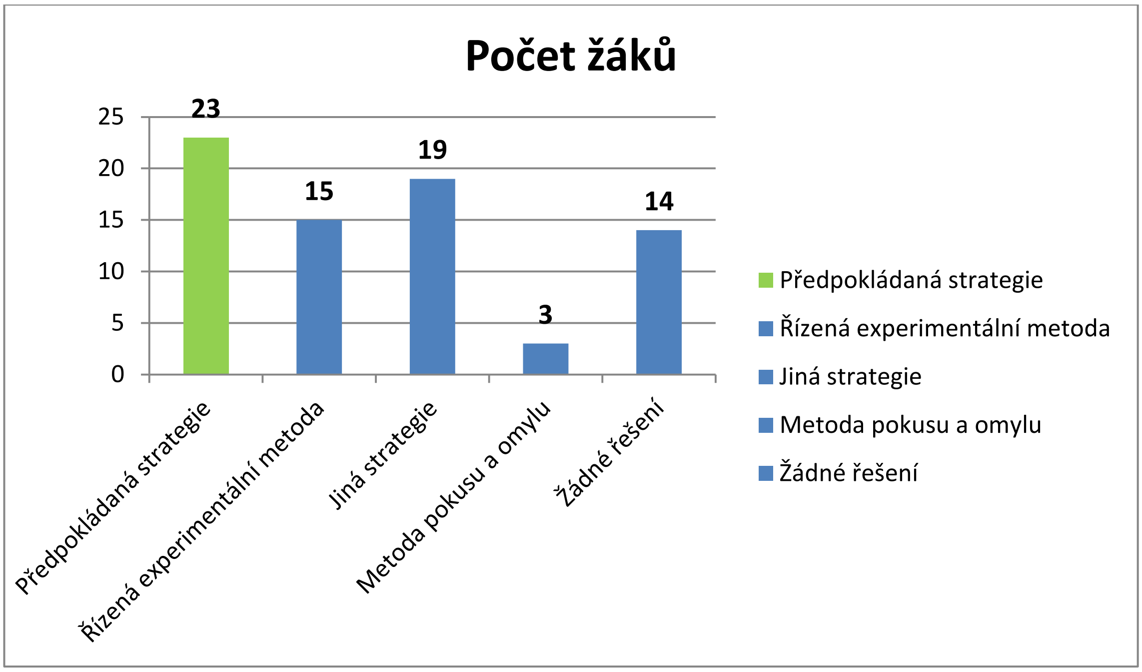
Respondent VI. si zvolil systematickou strategii. O zadaném úkolu respondent přemýšlel, ale nevzal v úvahu další kritéria, pro úspěšné vyřešení. Vytvořil příklady, jejichž součet byl roven ceně v zadání. Respondent našel vhodnou kombinaci, ale pro výzkum neplatnou. Přestože nepochopil zadání, snažil se úkol vyřešit jiným způsobem.

Analýza žákovských řešení divergentní úlohy. Většina respondentů řešila úlohu předpokládanou strategií, ostatní použili experimentální metodu.

Strategie řešení otázky A	Předpokládaná	
Počet žáků	8	
Strategie řešení otázky B	Předpokládaná	
Počet žáků	9	
Strategie řešení otázky C	Předpokládaná	Metoda pokus – omyl
Počet žáků	2	3

Tabulka č. 4: Vyhodnocení správného řešení divergentní úlohy.

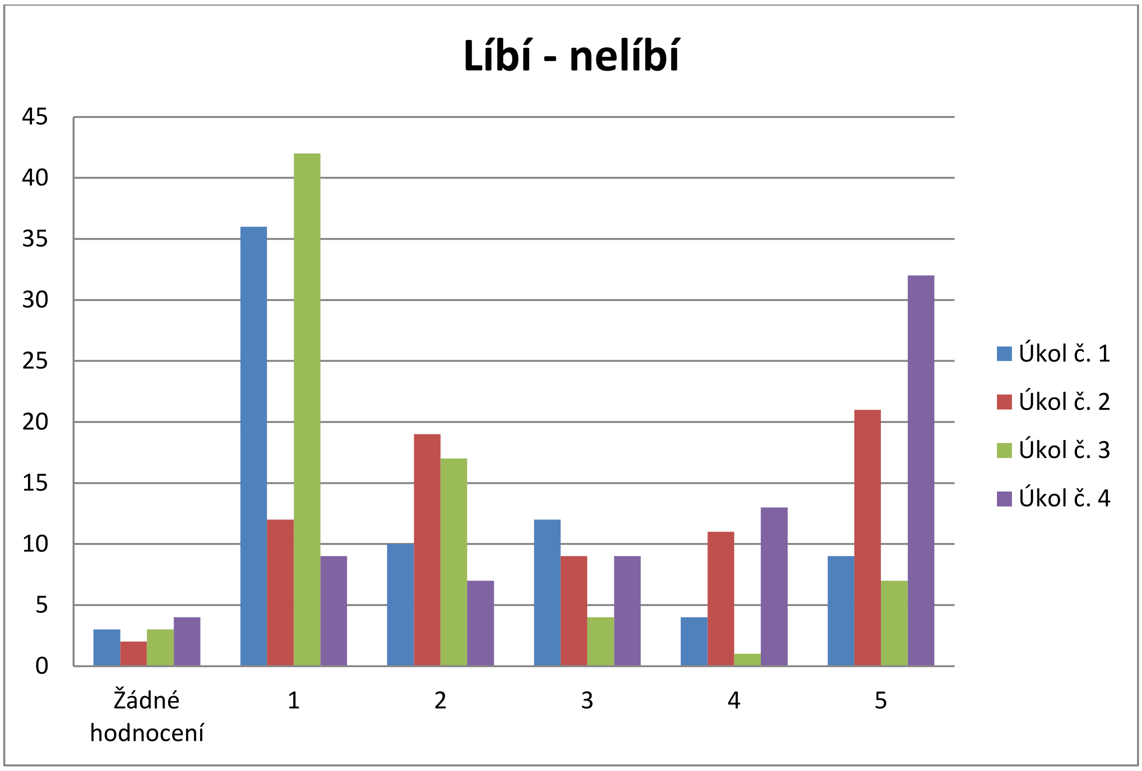
Názorné shrnutí použité strategie u respondentů, kteří vypočítali část úkolu úspěšně. Vzorek řešitelů zastupuje dvanáct chlapců a tři dívky.



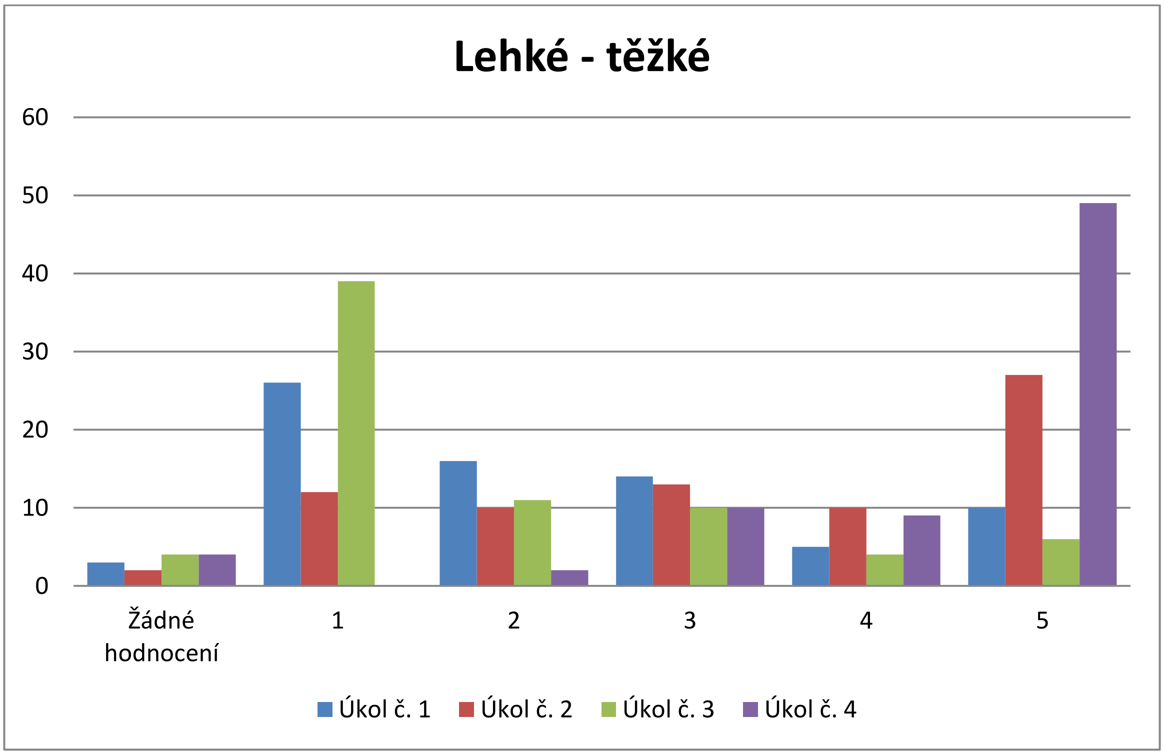
Graf č. 5: Vyhodnocení použité strategie v divergentní úloze.

Respondenti řešili úlohu různými způsoby. Nejvyšší zastoupení měla přepokládaná strategie, i když byla úloha vypočítaná chybně. Někteří respondenti tj. 25,6 % řešili úkol jinými způsoby (např. zapsal pouze číslo nebo odpověď, ale nezaznamenal postup řešení). Další respondenti používali metodu řízeného experimentu (20,3 %). Tato strategie pomohla vyřešit dílčí úkol třem žákům. Respondentů, kteří nezaznamenali své nápady, nevěděli, jak by měli úlohu řešit a pracovat se zadanými informacemi, bylo cekem 18,9 %. Z pohledu strategií byla ojedinělá experimentální metoda, ve které respondent využil operaci odčítání. Ta se pro něj stala nepřehlednou.

Většina respondentů nevypisovala ze zadání informace do zápisu, ale začali úlohu okamžitě řešit. Žádný respondent nesplnil divergentní úlohu celou. Úloha byla pro respondenty neobvyklá a velmi náročná. S podobným úkolem se zřejmě zatím nikdo z nich nesetkal. Většina respondentů vytvořila k výpočtu i krátkou odpověď.



Graf č. 6: Vyhodnocení dotazníku.



Graf č. 7: Vyhodnocení dotazníku, obtížnost úloh.

Na závěr respondenti hodnotili úlohy. Nejprve měli na pěti stupňové škále ohodnotit, jak se jim daná úloha líbila nebo nelíbila. Druhá pětistupňová škála zjišťovala, jak byl úkol pro respondenty obtížný. Měli možnost napsat svůj názor na zadané úlohy.

Nejvíce respondenty zaujala třetí úloha o žácích ze školní družiny, kterou respondenti zvolili jako nejhezčí a nejméně obtížnou. Sportovní úloha také dosáhla velmi vysokého pozitivního hodnocení. Negativní hodnocení si vysloužila poslední divergentní úloha. Respondenti byli snadno ovlivnitelní. Obtížná úloha je lákala k opisování a změně vlastních názorů. Pro většinu respondentů se čtvrtá úloha stala přitažlivou, jen díky obrázkům v zadání. Jejich závěrečné hodnocení však neodpovídalo prvotnímu dojmu. Úloha byla pro většinu respondentů obtížná, proto mnozí z nich automaticky hodnotili úlohu negativně, že se jim nelíbila.

Řešit zadané úlohy bylo pro respondenty velmi náročné. Žádnému respondentovi se nepodařilo splnit všechny úlohy v nestandardizovaném didaktickém testu správně. Ve výzkumu respondenty hodnotíme podle úspěšného řešení, a zároveň analyzujeme i rozmanité a tvořivé strategie při řešení úloh. Pochvalu si zaslouží všichni respondenti, kteří vytvořili odlišný postup, než byl postup předpokládaný.

Každý žák je individuum a hledá si vlastní cestu, jak dosáhnout vytyčeného cíle. Pedagog by měl dokázat akceptovat žákovu osobnost a jeho způsob řešení, i když je odlišný od předpokládaného. Měl by předložit žákům různé strategie řešení a nechat na nich, aby si vybrali, kterou strategii budou dále využívat.

ZÁVĚR

V diplomové práci jsem se zabývala analýzou žákovských řešení nestandardních úloh a problémů u žáků pátého ročníku základních škol. Teoretické poznatky a vytvořený nestandardizovaný didaktický test byly nezbytné pro splnění hlavního cíle diplomové práce.

V teoretické části se zabývám především nestandardními matematickými úlohami. Pomocí odborné literatury a rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání jsem se pokusila vymezit vzdělávací oblast matematika a její aplikace, se zaměřením na nestandardní matematické úlohy. Dále se zde věnuji slovním úlohám, jejich dělením a řešením. Zabývala jsem se metodami a postupy řešení těchto úloh, které do určité míry ovlivňuje tvořivé myšlení žáka.

Praktická část diplomové práce se skládá z vyhodnocení nestandardizovaného didaktického testu, který jsem vytvořila pro žáky pátého ročníku základních škol. Test je tvořen čtyřmi úlohami. Jednalo se o úlohu divergentní, kombinatorickou, aritmetickou a složenou. K těmto úlohám byl připojen krátký dotazník, ve kterém měli žáci ohodnotit obtížnost, a zda se jim úlohy líbily. Žáci měli za úkol vyřešit daný test během vyučovací hodiny, tj. 45 minut.

Po vyhodnocení těchto testů jsem dospěla k názoru, že žáci pátých ročníků základních škol, kde jsem prováděla průzkumné šetření, jsou schopni řešit některé úlohy na základě vlastního úsudku, ale více upřednostňují standardní způsob řešení před netradičním způsobem. Přitom právě při netradičním způsobu řešení mohou více využít logiku a vlastní úsudek. Na základě provedené analýzy mohu říci, že nejvíce úspěšných řešitelů měla první, kombinatorická úloha. Naopak s úlohou divergentní si žáci poradit nedokázali. Pouze někteří z nich ji vyřešili částečně.

Z analýzy vyplynulo, že nestandardní úlohy umí řešit malé procento žáků. Aby se žák naučil problémové a netradiční situace řešit, měli by pedagogové do hodin matematiky řadit častěji nestandardní úlohy. Řešením problémů si žák utváří vlastní identitu, podporuje rozvoj schopnosti a tvořivosti.

LITERATURA

1. BALL, Johny. *Mysli si číslo*. 1. české vyd. Praha: Slovart, 2006, 96 s. ISBN 80-7209-801-2.

2. BLAŽKOVÁ, Růžena. *Dyskalkulie a další specifické poruchy učení v matematice.* 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2009, 108 s. ISBN 978-80-210-5047-1.

3. BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty).* 2.vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2011, 84 s. ISBN 987-80-210-5419-6

4. BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství 1. Stupně základní školy /1. část/.* 1. vyd. Brno: Univerzita J. E. Purkyně, 1987, 97 s.

5. BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství 1. stupně základní školy – 2. část* 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 1992, 78 s. ISBN 80-210-0468-1.

6. BURÝŠKOVÁ, Věra a Jarmila FUKNEROVÁ. *Číselné řady*. Praha: ČVUT, 1978, 58 s.

7. COUFALOVÁ, Jana. *Matematika s didaktikou pro 2. ročník učitelství 1. stupně ZŠ.* 3. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2002, 114 s. ISBN 80-7082-439-5.

8. HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování.* 1 vyd.. Praha: Portál, 2001, 187 s. ISBN 80-7178-581-4.

9. HOLEŠOVSKÝ, František. *Základní problémy ve vzdělávání výchovy k tvořivosti: (příručka pro učitele).* 1. vyd. Praha: Krajský pedagogický ústav, 1975, 101 s.

10. HARNA, Josef. *Obrazy ze starších českých dějin: člověk a jeho svět: lidé a čas: vlastivěda.* 4. vyd. Všeň: Alter, 2011, 62 s. ISBN 978-80-7245-228-6.

11. KLINDOVÁ, L´uboslava. *Aktivita a tvorivost´ v škole.* 1. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatel´stvo, 1990, 129 s.

12. KOHOUTEK, Rudolf. Pedagogická psychologie. Brno: Institut mezioborových studií, 2006, 267 s.

13. KOSÍKOVÁ, Věra. *Psychologie ve vzdělávání a její psychodidaktické aspekty*. 1. vyd. Praha: Grada, 2011, 265 s. ISBN 978-80-247-2433-1.

14. KOŠČ, Ladislav. *Vývinová dyskalkulia ako porucha matematických schopností v detskom veku*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1971-1972, 71 s.

15. KUŘINA, František a Zdeněk PŮLPÁN. *Podivuhodný svět elementární matematiky: elementární matematika čtená podruhé.* 1. vyd. Praha: Academia, 2006, 278 s. ISBN 80-200-1366-0.

16. LOKŠOVÁ, Irena a Jozef LOKŠA. *Tvořivé vyučování.* 1. vyd. Praha: Grada, 2003, 208 s. ISBN 80-247-0374-2.

17. MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003, 219 s. ISBN 80-7315-039-5.

18. MATĚJÍČEK, Zdeněk a Josef, LANGMEIER. *Počátky našeho duševního života.* 1. vyd. Praha: Panorama, 1986, 386 s. ISBN 500-21-825

19. MOLNÁR, Josef. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii.* 1.vyd.Olomouc: Univerzita Palackého, 2004, 86 s. ISBN 80-244-0927-5.

20. NAKONEČNÝ, Milan. *Sociální psychologie*. 2. vyd. Praha: Academia, 2009, 498 s. ISBN 978-80-200-1679-9.

21. NELEŠOVSKÁ, Alena a Hana SPÁČILOVÁ. *Didaktika primární školy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005, 254 s. ISBN 80-244-1236-5.

22. NEMČÍKOVÁ, Katarína. *Matematická gramotnost ve výuce: metodická příručka.* 1. vyd.. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků (NÚV), divize VÚP, 2011, 71 s. ISBN 978-80-86856- 99-5.

23. NOVÁK, Bohumil. *Matematika III: několik kapitol z didaktiky matematiky*. 1. vyd. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého, 2000, 79 s. ISBN 80-7067-979-4.

24. NOVÁK, Bohumil. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 2: (pro studium učitelství pro 1. stupeň ZŠ).* 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2004, 66 s. ISBN 80-244-0916-x

25. NOVOTNÁ, Jarmila. *Analýza řešení slovních úloh:[kapitoly z didaktiky matematiky]*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – pedagogická fakulta, 2000, 123 s. ISBN 80-7290-011-0.

26. PETTY, Geoffrey. Moderní vyučování. 3. vyd. Praha: Portál, 2004, 380 s. ISBN 80-7178-978-x.

27. SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika: vyučovací proces, učivo a jeho výběr, metody, organizační formy vyučování.* 2. vyd. Praha: Grada, 2007, 322 s. ISBN 978-80-247-1821-7.

28. ŠIMÍČKOVÁ-ČÍŽKOVÁ, Jitka. *Přehled vývojové psychologie*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2008, 175 s. ISBN 978-80-244-2141-4.

29. ZELINA, Miron a Milota ZELINOVÁ. *Rozvoj tvorivosti detí a mládeže.* 1.vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické makladateĺstvo, 1990, 130 s. ISBN 80-08-00442-8.

30. ZELINKOVÁ, Olga. *Poruchy učení: dyslexie, dysgrafie, dysortografie, dyskalkulie, dyspraxie, ADHD.* 11. vyd. Praha: Portál, 2009, 263 s. ISBN 978-80-7367- 514-1.

31. ZORMANOVÁ, Lucie. *Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod.* 1 vyd.. Praha: Grada, 2012, 155 s. ISBN 978-80-247-4100-0.

INTERNETOVÉ ZDROJE

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: VÚP v Praze, 2007. Dostupné na www:

http://www.msmt.cz/vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani

Sbírka nestandartních úloh. Dostupné na www:

http://www.prf.upol.cz/fileadmin/user_upload/PrF-dokumenty/Veda_a_vyzkum/nadani/1ZS/5.sbirka.pdf

MOLNÁR, Josef. *Matematický klokan.* 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005, ISBN 80-244-1179-2. Dostupné na www:

http://matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2005.pdf

BLAŽKOVÁ, Růžena. *Nestandardní aplikační úlohy a problém.* Dostupné na www:

http://svp.muni.cz/ukazat.php?docId=460

MOLNÁR, Josef, Jaroslav PERNÝ a Anna Stopenová, *Studijní materiály k projektu: Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP*, 2005, č. projektu: CZ.04.3.07/3.1.01.1/0137

http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?PorZobr=20&PolozkaID=-1&ClanekID=188

SEZNAM PŘÍLOH

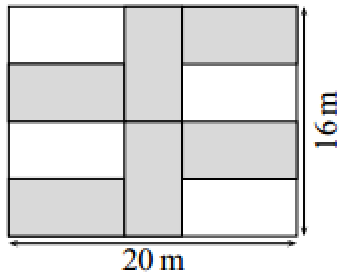
Příloha č. 1

Nestandardizovaný didaktický test

1. Na tenisovém kurtu se v exhibičním turnaji utkali: T. Berdych, R. Štěpánek, L. Rosol, I. Minář a J. Navrátil. Kolik zápasů se na tenisovém kurtu odehrálo, pokud hrál každý s každým (jeden na jednoho)?

(Napiš mi všechny myšlenky, postup, výpočty, které tě napadnou, když budeš tuto úlohu řešit.)

2. Na obrázku je zahrada ve tvaru obdélníka o rozměrech 16 m a 20 m. Zahrada je osázena šesti stejnými květinovými záhonky (jsou vyznačeny šedou barvou). Jaký je obvod každého záhonku?



(Napiš mi všechny myšlenky, postup, výpočty, které tě napadnou, když budeš tuto úlohu řešit.)

3. Ve školní družině žáci hrají míčové hry. Každé z dětí si oblíbilo nejméně jednu hru (fotbal nebo vybíjená). Víš, že 16 žáků hraje rádo fotbal, 20 žáků hraje rádo vybíjenou a 7 žáků hraje s oblibou fotbal i vybíjenou. Kolik žáků navštěvuje školní družinu?

(Napiš mi všechny myšlenky, postup, výpočty, které tě napadnou, když budeš tuto úlohu řešit.)

4. Na narozeninovou oslavu jsem koupila čokoládové bonbóny Lindt. U pokladny jsem zaplatila 286Kč.

A: Urči nejmenší počet lidí, které mohu na narozeninovou oslavu pozvat, za předpokladu, že každý host dostane jako pozornost jeden bonbón.

B: Urči největší počet lidí, které mohu pozvat na oslavu narozenin, pokud každý host obdrží jeden bonbón.

C: Kolik lidí mohu pozvat na narozeninovou oslavu, za předpokladu, že každý host dostane jako pozornost jeden bonbón (každý nemusí dostat stejný bonbón), a já jsem v obchodě koupila stejný počet bonbónů z každého druhu?

(Informace vyčteš z tabulky).

				
Mléčná čokoláda s nugátovou náplní	**Mléčná čokoláda s nugátem a lískovým ořechem**	**Hořká čokoláda (60%) s jemnou mléčnou čokoládou uvnitř**	**Bílá čokoláda s kakaovými kousky a mléčnou náplní**	**Mléčná čokoláda s jemnou mléčnou náplní**
4 Kč	**6 Kč**	**7 Kč**	**4 Kč**	**5 Kč**

(Napiš mi všechny myšlenky, postup, výpočty, které tě napadnou, když budeš tuto úlohu řešit.)

Ohodnoť úlohy. Zakroužkuj jedno číslo od 1 do 5.

Číslo 1= líbila se mi; byla snadná nebo lehká.

Číslo 5= nelíbila se mi, připadala mi složitá nebo těžká.

Úloha s číslem 1.- Tenis

Líbila se ti úloha?	1 (líbí)	2	3	4	5 (nelíbí)
Zdála se ti úloha těžká?	1 (lehká)	2	3	4	5 (těžká)

Úloha s číslem 2.- Zahrada

Líbila se ti úloha?	1 (líbí)	2	3	4	5 (nelíbí)
Zdála se ti úloha těžká?	1 (lehká)	2	3	4	5 (těžká)

Úloha s číslem 3.- Žáci

Líbila se ti úloha?	1 (líbí)	2	3	4	5 (nelíbí)
Zdála se ti úloha těžká?	1 (lehká)	2	3	4	5 (těžká)

Úloha s číslem 4.- Bonbóny

Líbila se ti úloha?	1 (líbí)	2	3	4	5 (nelíbí)
Zdála se ti úloha těžká?	1 (lehká)	2	3	4	5 (těžká)

Co tě u úloh zaujalo, překvapilo nebo zarazilo?

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Hana Ištvánkvová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. Eva Bártková, Ph. D.
Rok obhajoby:	2013

Název práce:	Analýza žákovských řešení nestandardních aplikačních úloh a problémů v matematice
Název v angličtině:	The Analysis of the Schoolchild Solution of the Non-standart Aplication Tasks and Problems in Mathematics
Anotace práce:	Diplomová práce se zabývá analýzou řešení nestandardních aplikačních úloh a problémů u žáků 5. ročníku. Teoretická část obsahuje čtyři kapitoly. První kapitola vymezuje nestandardní aplikační úlohy v rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Druhá kapitola je zaměřena na slovní úlohy a jejich dělení. Třetí kapitola je věnována tvořivosti. Čtvrtá kapitola je zaměřena na žáky prvního stupně ZŠ. V praktické části se pomocí nestandardizovaného didaktického testu analyzují jednotlivá řešení matematických úloh žáků 5. ročníku.
Klíčová slova:	nestandardní aplikační úlohy a problémy, slovní úlohy, tvořivost, nestandardizovaný didaktický test, průzkumné šetření, analýza řešení
Anotace v angličtině:	This thesis deals with the analysis of non-standard application tasks and problems of pupils in 5th year.The theoretical part consists of four chapters.Chapter one defines non-standard application tasks in the Framework Educational Programme for Elementary Education.The second part is focused on mathematical word taskand their specific classification.Chapter three is devoted to creativity. The last part of the theoretical base refers to pupils of primary school and their characteristics. Practical part analysis each step used by the 5th grade pupils to solve mathematical problems which are the part of the non-standardized didactic test.

Klíčová slova v angličtině:	non-standard application tasks and problems, mathematical word task, creativity, non-standardized didactic test, exploratory survey, analysis of solutions
Přílohy vázané v práci:	Příloha č. 1: Nestandardizovaný didaktický test
Rozsah práce:	79 s. (108 483), 1. příloha
Jazyk práce:	CZ