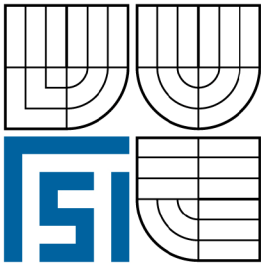


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO  
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

PRYŽOVÝ TLUMIČ TORZNÍCH KMITŮ  
ČTYŘVÁLCOVÉHO VZNĚTOVÉHO MOTORU  
RUBBER DUMPER OF A FOUR- CYLINDER DIESEL ENGINE

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. ERIK BAUZA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

prof. Ing. VÁCLAV PÍŠTĚK, DrSc.

## **Anotácia**

Obsahom diplomovej práce je návrh konštrukčného riešenia gumového tlmiča torzných kmitov štvordobého vznetrového preplňovaného motora. Je uskutočnená výpočtová kontrola kľukového hriadeľa z hľadiska torzných kmitov a skontrolované namáhanie kľukového hriadeľa bez použitia tlmiča. Následne sú navrhnuté základné parametre tlmiča a kontrola kľukového hriadeľa z hľadiska torzných kmitov a vyhotovený vlastný konštrukčný návrh tlmiča.

## **Kľúčové slová**

radový štvorvalcový vznetrový preplňovaný spaľovací motor, kľukový hriadeľ, torzné kmitanie, vlastná frekvencia, tlmenie torzných kmitov, tlmič torzných kmitov, gumový tlmič

## **Annotation**

A content of this diploma thesis is construction design of torsional vibration rubber damper of four-stroke diesel supercharged engine. It`s realized evaluation of crankshaft from aspect of torsional vibrations and checked mechanical stress of crankshaft without using rubber damper. Consequently basic parameters of rubber damper are specified, then checked mechanical stress of crankshaft and designed own construction design of damper.

## **Key words**

in- line four-pistons diesel supercharged engine, crankshaft, torsional vibrations, natural frequency, torsional vibrations damping, torsional vibrations damper, rubber damper



## **Bibliografická citácia**

BAUZA, E. *Pryžový tlumič torzních kmitů čtyřválcového vznětového motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 64 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.

## **Čestné prehlásenie**

Prehlasujem, že túto prácu som vypracoval samostatne, pod vedením vedúceho diplomovej práce pána prof. Ing. Václava Píšťěka DrSc. s použitím uvedenej literatúry.

V Brne dňa 28. mája 2010

.....  
Erik Bauza

## **Pod'akovanie**

Chcel by som poďakovať rodičom, rodine a blízkym za neustálu podporu počas štúdia na vysokej škole, taktiež svojej priateľke za trpezlivosť, podporu a povzbudzujúce slová. Ďalej by som chcel poďakovať pánovi prof. Ing. Václavovi Pištěkovi DrSc. za cenné rady a pripomienky poskytnuté pri konzultáciách počas písania diplomovej práce ako aj pánovi Ing. Richardovi Ambrózovi a Ing. Lubomírovi Drápalovi za ochotu, trpezlivosť a poskytnutie mnohých cenných rád pri konzultáciách.

1. ÚVOD.....	7
2. VÝVOJ V OBLASTI KONŠTRUKCIE SPALOVACÍCH MOTOROV Z HĽADISKA TORZNÝCH KMITOV.....	8
3. MOTOR A JEHO PARAMETRE.....	8
3.1. Základný popis motora.....	8
3.2. Základné parametre motora.....	9
4. KLUKOVÝ MECHANIZMUS.....	9
4.1. Konštrukčné usporiadanie kľukového mechanizmu.....	9
4.2. Základné kinematické veličiny kľukového mechanizmu.....	10
4.3. Sily pôsobiace na kľukový mechanizmus.....	11
4.3.1. Sily od tlaku plynov a ich momenty.....	11
4.3.2. Zotrvačné sily.....	12
5. TORZNÉ KMITANIE KLUKOVÝCH HRIADEĽOV.....	13
5.1. Pozdĺžne kmitanie.....	13
5.2. Ohybové kmitanie.....	13
5.3. Torzné kmitanie.....	14
6. NÁHRADNÁ TORZNÁ SÚSTAVA.....	15
6.1. Moment zotrvačnosti.....	16
6.2. Modelovanie v 3D software.....	16
6.3. Vypracovanie 3D modelu kľukového mechanizmu.....	16
6.4. Parametre ojnice, piestnej skupiny, remenice a zotrvačníka.....	18
6.5. Redukcia hmotnostných momentov zotrvačnosti.....	18
6.5.1. Redukcia hmôt kľukového mechanizmu.....	19
6.5.2. Redukcia hmôt na strane zotrvačníka.....	19
6.5.3. Redukcia hmôt na strane remenice.....	20
6.6. Redukcia dĺžok.....	20
6.6.1. Redukovaná dĺžka zalomenia podľa Ker-Wilsona.....	21
6.6.2. Redukovaná dĺžka na strane zotrvačníka.....	21
6.6.3. Redukovaná dĺžka na strane remenice.....	21
7. VÝPOČET TORZNEJ SÚSTAVY BEZ TLMIČA TORZNÝCH KMITOV.....	22
7.1. Vlastné torzné kmitanie.....	22
7.2. Výpočet frekvencií vlastného torzného kmitania.....	23

7.3.	Výpočet vlastných frekvencií pomocou programu HOL3VG.....	26
7.4.	Vplyv tlmenia na vlastné torzné kmitanie.....	28
7.5.	Vynútené torzné kmitanie.....	28
7.5.1.	Harmonická analýza budiaceho momentu.....	28
7.5.2.	Vplyv budiacich momentov na torzné kmitanie kľukového mechanizmu...30	
7.6.	Výdatnosť rezonančných kmitov.....	31
7.7.	Torzné výchylky v rezonanciách.....	33
7.8.	Namáhanie torznými kmitmi.....	36
8.	VÝPOČET TORZNEJ SÚSTAVY S TLMIČOM TORZNÝCH KMITOV.....	37
8.1.	Úvod do problematiky.....	37
8.2.	Tlmiče torzných kmitov .....	37
8.2.1.	Trecie tlmiče s mechanickým trením.....	37
8.2.2.	Rezonančné tlmiče.....	41
8.2.3.	Dynamické tlmiče (eliminátory).....	42
8.3.	Náhradná torzná sústava s tlmičom torzných kmitov.....	44
8.3.1.	Stanovenie parametrov tlmiča.....	44
8.4.	Vlastné torzné kmitanie sústavy s tlmičom torzných kmitov.....	45
8.5.	Vynútené torzné kmitanie s tlmičom.....	48
8.5.1.	Kritické otáčky.....	48
8.5.2.	Výdatnosť rezonančných kmitov.....	49
8.5.3.	Namáhanie torznými kmitmi sústavy s tlmičom.....	51
9.	POROVNANIE TLMENÉHO A NETLMENÉHO MODELU.....	52
10.	KONŠTRUKČNÝ NÁVRH GUMOVÉHO TLMIČA TORZNÝCH KMITOV.....	55
10.1.	Rozmery gumového prstenca.....	55
10.2.	Rozmery oceľového prstenca.....	55
10.3.	Napätie v gumovom prstenci.....	56
10.4.	Konštrukčné usporiadanie tlmiča.....	57
11.	ZÁVER.....	59
12.	ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY.....	60
13.	ZOZNAM POUŽITÝCH ZNAČIEK.....	61

## 1. ÚVOD

Cílem této diplomové práce je návrh gumového tlumiče torzných kmitů pro štvordobý vznetový preplňovaný motor Zetor s typovým označením Z 1605. Klukový mechanismus je vymodelovaný pomocou 3D software. Jednotlivé súčasti sú modelované podľa výkresovej dokumentácie. Všetky parametre potrebné k výpočtu sú získané z 3D software, výkresovej dokumentácie. Základne parametre motoru sú súčasťou zadania.

Výpočtový návrh obsahuje kontrolu klukového hriadeľa z hľadiska torzných kmitov, výpočtový návrh tlumiča a následná kontrola sústavy s tlmičom z hľadiska torzných kmitov. Práca obsahuje taktiež konštrukčný návrh tlumiča a jeho umiestnenie. Súčasťou práce je aj porovnanie tlmeného a netlmeného modelu klukového mechanismu.

## 2. VÝVOJ V OBLASTI KONŠTRUKCIE SPALOVACÍCH MOTOROV Z HLADISKA TORZNÝCH KMITOV

Zväčšovanie výkonu a rýchlobežnosti spaľovacích motorov, ktoré bolo zároveň spojené so snahou o čo najväčšie využitie materiálu z hľadiska ekonomického, viedlo v minulosti k mnohým poruchám, zväčša k únavovým lomom kľukového hriadeľa. Nebolo to však spôsobené iba namáhaním hriadeľa silami od tlaku plynov pôsobiacimi na piest a zotrvačnými silami kľukového ústrojenstva. Nebolo to spôsobené ani chybami pri konštrukčnom návrhu, ale periodickým kmitaním hriadeľa, pričom vznikalo jeho prídavné namáhanie, ktoré viedlo k poruchám. Kmitanie hriadeľa je spôsobované jeho pružnosťou. Kľukový hriadeľ je namáhaný tromi typmi namáhania (ohybovým, pozdĺžnym a torzným), z ktorých najnebezpečnejšie je namáhanie torznými kmitmi. Toto namáhanie sa počas vývoja spaľovacích motorov snažili konštruktéri odstrániť rôznymi spôsobmi, ktoré budú podrobnejšie popísané v nasledujúcich kapitolách. V súčasnosti existujú spoľahlivé metódy na výpočet torzných kmitov ako aj spoľahlivé prostriedky na ich elimináciu v oblasti prevádzkových otáčok motora.

## 3. MOTOR A JEHO PARAMETRE

### 3.1. Základný popis motora

Navrhovaný gumový tlmič torzných kmitov je optimalizovaný pre motor vyrábaný firmou Zetor, ktorý je univerzálnou pohonnou jednotkou určenou pre pohon traktorov, vysokozdvížných vozíkov, nakladačov, stavebných a cestných strojov, elektrocentrál a čerpacích agregátov. Jedná sa o najsilnejšiu verziu preplňovaného štvortaktného radového, vertikálneho vznetrového motora pod typovým označením Z1605, ktorý splňuje emisné limity EURO III. Motor je chladený vodou a je vybavený priamym vstrekaním paliva.



Obr. 1 Motor Zetor Z 1605 [7]

### 3.2. Základné parametre motora [7]

Menovitý výkon (kW/HP)	95/129
Plnenie motora	Turbodúchadlom s medzichladičom
Regulácia teploty oleja	áno
Počet valcov	4
Objem (cm <sup>3</sup> )	4 156
Vrtanie/Zdvih (mm)	105/120
Menovité otáčky (min <sup>-1</sup> )	2 200
Maximálne prebehové otáčky (min <sup>-1</sup> )	2 460
Voľnobežné otáčky (min <sup>-1</sup> )	800 + 25
Kompresný pomer	17,8
Poradie vstrekov	1 – 3 – 4 – 2
Uhol predvstreku (°)	11,0
Merná spotreba paliva pri menovitom výkone (g/kWh)	240
Maximálny krútiaci moment (Nm)	570
Prevýšenie krútiaceho momentu	35,0
Mazanie motora	Tlakové typu gerotor
Maximálna spotreba oleja pre 100mh (g/kWh)	0,7
Tlak oleja pri menovitých otáčkach (MPa)	0,2 – 0,5
Minimálny tlak oleja (MPa)	0,05
Chladenie	Kvapalina
Ventilátor vzduchu	s viskóznou spojkou
Emisné limity	EURO III

## 4. KLUKOVÝ MECHANIZMUS

Kľukový mechanizmus je základným prvkom piestového spaľovacieho motora, bez ktorého by jeho činnosť nebola možná. Premieňa priamočiary vratný pohyb piesta na otáčavý pohyb kľukového hriadeľa.

### 4.1. Konštrukčné usporiadanie kľukového mechanizmu

Kľukový mechanizmus bol vymodelovaný s ohľadom na výkresovú dokumentáciu firmy Zetor. Jedná sa o štvorvalcový motor, uhol natočenia jednotlivých zalomení kľukového hriadeľa je 180°. Kľukový hriadeľ zo šedej liatiny má 5 hlavných ložísk a 4 ojnicné, hlavné čapy majú oproti ojnicným väčší priemer a šírku. Každé zalomenie je vyvážené dvojicou protizávaží, ktoré vyvažujú nerovnomernosť chodu kľukového mechanizmu a tým znižujú namáhanie ložísk, v ktorých je hriadeľ uložený. Ojnice zo šedej liatiny sú vyvážené na rovnakú hmotnosť, protizávažie na veku ojnice vyvažuje rotačnú hmotu ojnice. Deliaca rovina hlavného oka ojnice je umiestnená vodorovne, spojenie ojnice a veka ojnice je uskutočnené dvojicou lícovaných skrutiek s danou pevnosťou a presnosťou. Ocelový ojnicný čap je poistený dvojicou poistných krúžkov, ktoré zamedzujú vysunutie piestneho čapu počas práce motora a tým aj poškodeniu steny valca. Piest z hliníkových zliatin má trojkrúžkové usporiadanie, vysoká bočná stena piestu prenáša bočnú silu spoľahlivo bez nadmerného opotrebovania stien valca.



## 4.2. Základné kinematické veličiny kľukového mechanizmu

Aby mohol byť vykonaný správny návrh tlmiča torzných kmitov, je potrebné najprv spočítať základné kinematické veličiny, ktorými sú dráha, rýchlosť a zrýchlenie piestu. Dráhu spočítame pomocou základného vzťahu pre dráhu piestu, rozkladom do nekonečnej rady a zanedbaním členov tretieho a vyšších rádov. Vzťah pre výpočet dráhy piesta je v tvare:

$$s(\alpha) = r \cdot \left[ 1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right] \quad (1)$$

z neho vyplývajúca prvá harmonická zložka má tvar:

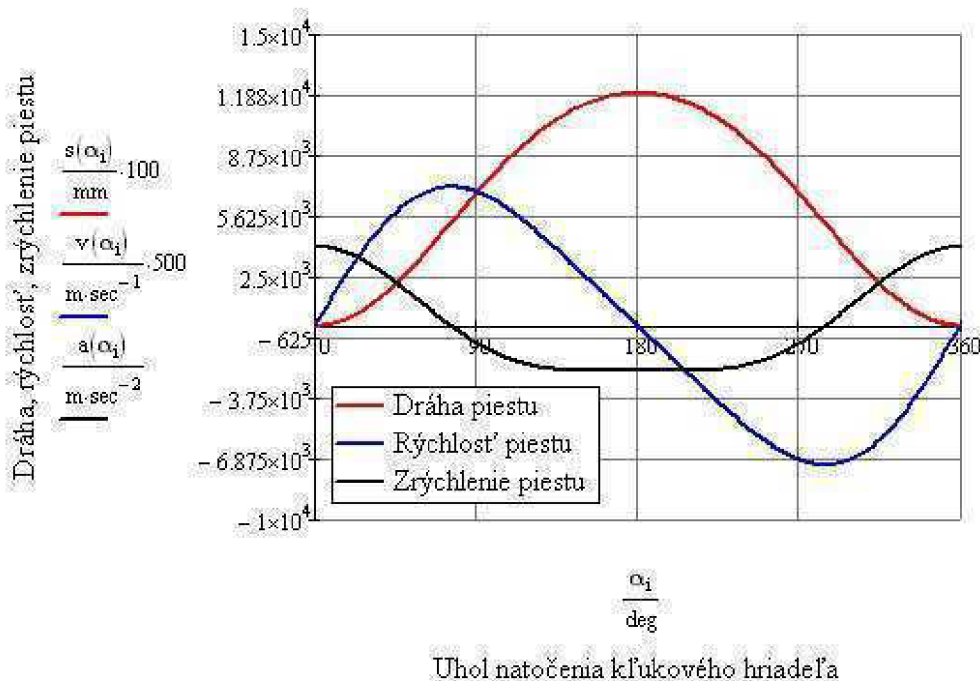
$$s_1(\alpha) = r \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (2)$$

A taktiež druhá harmonická zložka:

$$s_2(\alpha) = r \cdot \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \quad (3)$$

S rádom harmonickej zložky rastie uhlová frekvencia a vektory jednotlivých rádov budú rotovať s násobkom daného rádu, amplitúda sa bude znižovať. Harmonické zložky tretieho a vyšších rádov môžeme teda zanedbať.

Vzťahy pre rýchlosť a zrýchlenie získame deriváciou vzťahov pre výpočet dráhy piesta (kompletný výpočet je uvedený v prílohe v kapitole 4).



Obr. 2 Spoločný graf priebehu dráhy, rýchlosti a zrýchlenia piesta

### 4.3. Sily pťsobiace na kľukovĹy mechanizmus

KľukovĹy mechanizmus je namáhanĹy sťučasnĹm pťsobenĹm viacerĹch zloĹiek sĹl, hlavne sĹl od tlaku plynov vo valci a sĹl zotrvačnĹch. Tieto silovĹ účinky sťu časovo premenlivĹ a vyvolávajú v kľukovom mechanizme pruĹné kmity, ktoré ho namáhajú na ohyb, krut, ťah a tlak.

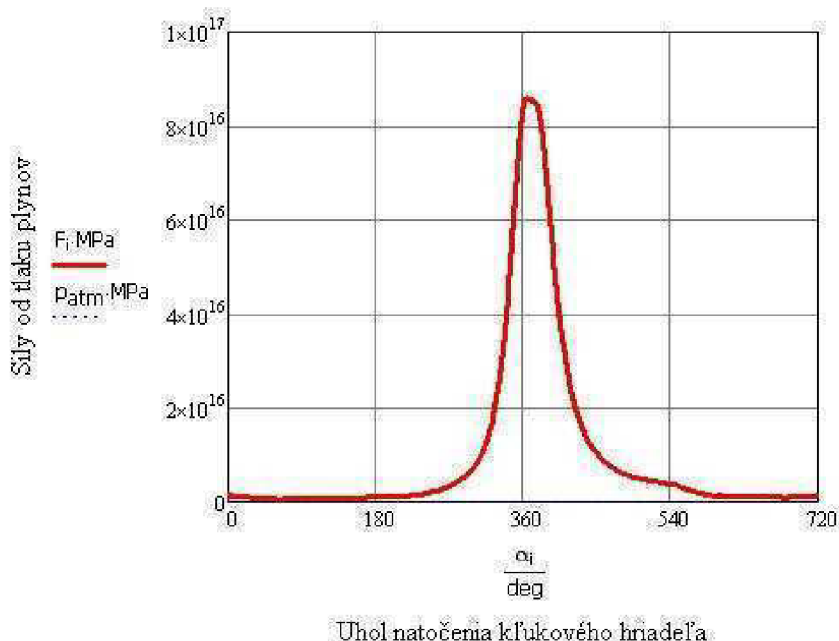
#### 4.3.1. Sily od tlaku plynov a ich momenty

Dťsledkom spaľovania paliva vo valci vzniká tlak pťsobiaci na dno piesta, steny valca ako aj na hlavu valca. Sila vyvolaná od tohto tlaku (označovaná  $F_p$ ) na dno piesta leĹží spravidla v osi valca. Túto silu je moĹne vypočĹtať zo vzťahu:

$$F_p = S_p \cdot (p - P_{atm}) \quad (4)$$

Zo vzťahu môĹžeme vyvodĹť záver, ťe veľkosť sily  $F_p$  je závislá iba na veľkosti tlaku plynov vo valci, nakoľko plocha piestu  $S_p$  je pevne daná konštrukciou spaľovacieho motoru a atmosférickĹ tlak sa v beĹznĹch prevádzkovĹch podmienkach motoru menĹ iba minimálne. Pri výpočte sily  $F_p$  v závislosti na uhle otočenia kľukovĹho hriadeľa je nutné vychádzať z indikátorovĹho diagramu, ktorý je moĹné získať buď experimentálne (meranĹm snĹmačom tlaku umiestnenĹm priamo vo valcovej jednotke motoru), alebo výpočtom teoretickĹho obehu motoru.

Sila  $F_p$  sa prenáša cez piest a piestny čap na ojnicu a rozkladá sa na zloĹku Normálovú ( $F_N$ ) a dotyčnicovú ( $F_T$ ). Normálová sila pťsobĹ na steny valca a spôsobuje klopnĹy moment motora. Veľkosť sily  $F_N$  je daná konštrukciou kľukovĹho mechanizmu. Sila  $F_T$  je zachytávaná hlavnĹmi loĹiskami.



Obr. 3 Graf priebehu sily od tlaku plynov

PodrobnĹy výpočet silovĹch a momentovĹch účinkov pťsobiacĹch na kľukovĹy mechanizmus je uvedenĹy v prílohe v kapitolách 5., 6.

### 4.3.2. Zotrvačné sily

Tým, že jednotlivé súčasti kľukového mechanizmu majú určitú hmotnosť, je logické že pri konaní pohybu a pri jeho zmene bude táto hmotnosť vyvolávať sily, ktoré sú závislé na hmotnosti jednotlivých súčiastok a ich zrýchlení. Obecné môžeme zotrvačnú silu vyjadriť vzťahom:

$$F_z = m \cdot a \quad (5)$$

Jednotlivé súčasti kľukového mechanizmu konajú špecifický pohyb. Tieto pohyby môžeme rozdeliť do dvoch základných a to na pohyb priamočiary vratný a na pohyb rotačný. Piest, piestne krúžky, piestny čap a poistné krúžky vykonávajú priamočiary pohyb vratný v smere osy valca. Kľukový hriadeľ vykonáva rotačný pohyb. Zložitejšie je to ale s ojnice ako spojovací, článkom medzi piestom a kľukovým hriadeľom, ktorá vykonáva priestorový pohyb. Oko ojnice vykonáva priamočiary vratný pohyb, hlava ojnice pohyb rotačný a driek ojnice pohyb priestorový. Nakoľko by bol takýto pohyb pri výpočte síl značnou komplikáciou, zjednodušuje sa na pohyb dvoch hmotných bodov vykonávajúci pohyb rotačný a pohyb posuvný. Pritom deliaca rovina, ktorá oddeľuje rotačnú časť ojnice od časti posuvnej leží v jednej tretine od osy hlavy ojnice, prípadne vo dvoch tretinách osy oka ojnice. Zotrvačné sily je nutné zahrnúť do výpočtu, pretože pri ich zanedbaní by sme dosiahli skreslené výsledky, ktoré by mohli viesť k poruche kľukového mechanizmu. Problematika je podrobne popísaná v lit. [5]

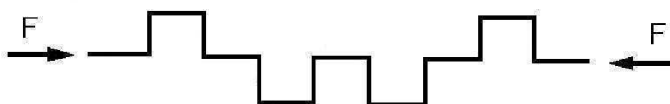
## 5. TORZNÉ KMITANIE KĽUKOVÝCH HRIADEĽOV

Sily od tlaku plynov, zotrvačné sily a momenty vyvolané týmito silami spôsobujú kmitanie kĽukovéhoo hriadeĽa, ktoré býva jednou z hlavných príčin jeho porúch. Preto je nutné pri návrhu dbať na to, aby sa vhodnými prostriedkami potlačilo kmitanie a rezonancie kĽukovéhoo hriadeĽa a tým sa zvýšila životnosť celéhoo motora. Ak by sme sa mali podrobnejšie zaoberať podstatou kmitania, mohli by sme povedať, že mechanické kmitanie je budené periodicky premennými silami pôsobiacimi na sústavu hmotností s pružnou väzbou schopnou kmitať vďaka svojej pružnosti. Za takúto sústavu považujeme aj kĽukový mechanizmus piestovéhoo spaľovaciehoo motora. Jednotlivé valce ako hmotné časti kĽukovéhoo mechanizmu sú navzájom prepojené pružným kĽukovým hriadeĽom. Nerovnomernosť chodu motora, ako aj jeho konštrukcia a nevyváženosť spôsobujú jeho kmitanie. Čím je kĽukový hriadeĽ dlhší, tým je náchylnejší na kmitanie. To isté platí aj o jeho pružnosti. Čím je pružnejší, tým je náchylnejší na kmitanie. Kmitanie kĽukovéhoo hriadeĽa viacvalcových motorov môžeme rozdeliť na tri základné druhy:

- Pozdĺžne kmitanie
- Ohybové kmitanie
- Torzné kmitanie

### 5.1. Pozdĺžne kmitanie

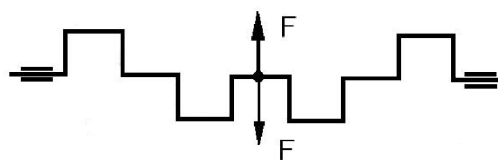
Tento druh kmitania je spôsobený periodickými, osovo pôsobiacimi silami, ktoré kĽukový hriadeĽ skracuje alebo predlžuje



Obr. 4: Schéma pozdĺžneho kmitania kĽukovéhoo hriadeĽa [3]

### 5.2. Ohybové kmitanie

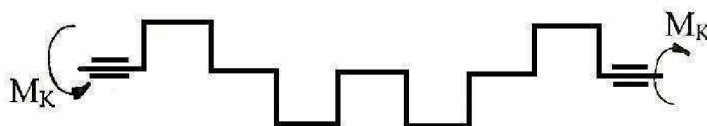
KĽukový hriadeĽ je namáhaný ohybovými silami pôsobiacimi v smere kolmom na os otáčania. Tento druh namáhania nie je nebezpečný, nakoľko sú kĽukové hriadele spaľovacích motorov dostatočne dimenzované. V súčasnosti používaná koncepcia umiestnenia hlavných ložísk za každým zalomením toto kmitanie ešte viac eliminujú.



Obr. 5: Schéma ohybového kmitania kĽukovéhoo hriadeĽa [3]

### 5.3. Torzné kmitanie

Pri tomto type namáhania dochádza ku skrucovaniu kľukového hriadeľa pozdĺž jeho osi otáčania. Tento typ kmitania je najnebezpečnejší z dôvodu vzniku rýchlo premenlivého skrucovania jednotlivých zalomení. Torzné kmitanie vzniká pôsobením tangenciálnych síl pôsobiacich na kľukových čapoch, ktoré sa postupne prenášajú cez ramená kľukového hriadeľa na hlavné čapy a spôsobujú nerovnomernosť chodu motoru. Frekvencia kmitania závisí od konštrukčného usporiadania kľukového hriadeľa, taktiež od jeho pevnosti danej druhom materiálu, z ktorého je vyrobený. V rozsahu prevádzkových otáčok motora môže nastať prípad kedy sa frekvencia síl budiacich kmitanie zhoduje s vlastnou frekvenciou sústavy hmotností. Dochádza k zosilňovaniu kmitania a k vzniku rezonancií. Otáčky, pri ktorých dochádza k rezonancii sa nazývajú kritické otáčky. Tie sa prejavujú značným hlukom a chvením celého motora. Pri konštrukcii spaľovacieho motora je nutné eliminovať kritické otáčky a posunúť ich mimo pracovný rozsah otáčok motora. Dlhodobá prevádzka motora pri kritických otáčkach by mohla viesť k vzniku únavových trhlien kľukového hriadeľa, jeho následnému lomu a deštrukcii.



Obr. 6 Schéma torzného kmitania kľukového hriadeľa [3]

Je nutné poznamenať, že torzné kmitanie nepôsobí iba na kľukový mechanizmus, ale prenáša sa aj na ďalšie prídavné zariadenia akými sú napríklad prevodovky, rozvodovky, hnacie kľbové hriadele, ako aj ostatné časti motora a to hlavne na rozvodový mechanizmus.

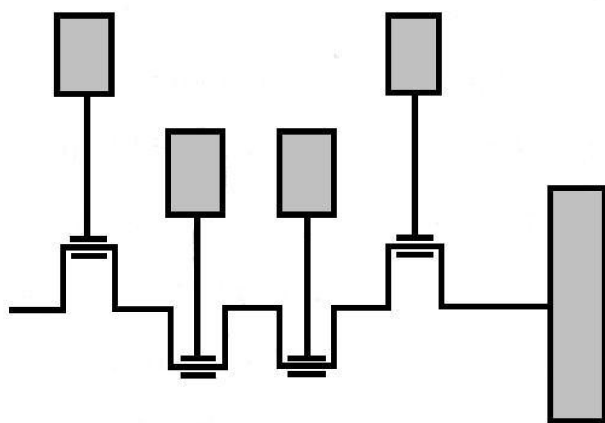
Praktický výpočet torzného kmitania kľukových hriadeľov piestových spaľovacích motorov je možné riešiť približným výpočtom na základe určitých zjednodušujúcich predpokladov. Pri tomto type výpočtov sa skutočná kmitajúca sústava nahradzuje takzvanou náhradnou sústavou ktorá ju idealizuje. Skúsenosti ukazujú, že i napriek zjednodušeniu je tento výpočet dostatočne presný. Platí zásada, že čím presnejšie sa sústava matematicky popíše, tým presnejší bude výpočet. Náhradná torzná sústava bude podrobnejšie popísaná v nasledujúcej kapitole.

## 6. NĀHRADNĀ TORZNĀ SŮSTAVA

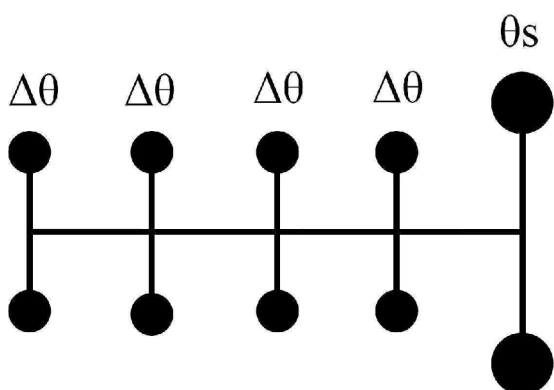
Ako bolo spomenutĚ v predchĀdzajŹej kapitole, na torznom kmitanĚ kĹukovĚho hriadeĹa sa podieĹa celĹ kĹukovĹ mechanizmus vrĀtane dĹalŹich sŮcastĚ motoru. Vplyvom nerovnomernej rĹchlosti pohybu jednotlivĹch sŮcastĚ motoru je v priebehu jednej otĀčky kĹukovĚho hriadeĹa nerovnomernĀ kinetickĀ energia kĹukovĚho mechanizmu a taktieŹ jeho moment zotrvaĹnosti. Tuhosť kĹukovĚho mechanizmu je zĀvisĹ na jeho konŹtrukcii, uloŹenĚ, ako aj jeho konŹtrukĹnom usporiadanĚ. Zahrnutie vŹetkĹch tĹchto vplyvov do vĹpoĹtu by vĹpoĹet znaĹne skomplikovalo, preto sa pri vĹpoĹte zĀkladnĹch druhov torznĚho kmitania pre zjednoduŹenie predpokladajŹ momenty zotrvaĹnosti hmĹt a tuhosť kĹukovĚho hriadeĹa ako konŹtantnĚ. NĀhradnŹ torznŹ sŮstavu volĚme tak, bola z hĹadiska strednej hodnoty ĹasovĚho priebehu energeticky ekvivalentnĀ so skutoĹnou torznou sŮstavou. Pri nahradzovanĚ uvaŹujeme s tĹmito zjednoduŹujŹimi predpokladmi:

- konŹtantnĚ hmotnosti jednotlivĹch sŮcastĚ kĹukovĚho mechanizmu nezávisĹ na Ĺase
- konŹtantnĚ dlŹky ĹastĚ kĹukovĚho mechanizmu nezávisĹ na Ĺase
- hmotnosti jednotlivĹch ĹastĚ kĹukovĚho mechanizmu sŮ redukovanĚ do rovĚn leŹiacich v osiach jednotlivĹch valcov kolmĹch na os otĀĹania kĹukovĚho hriadeĹa
- nehmotnĹ redukovanĹ hriadeĹ

KĹukovĹ hriadeĹ sa redukuje na sŮstavu hmotnĹch kotŹŮov s konŹtantnĹm momentom zotrvaĹnosti, ktorĚ sŮ navzĀjom prepojenĚ hriadeĹom stĀleho prierezu, ktorĚho priemer je obvykle danĹ priemerom hlavnĚho Ĺapu kĹukovĚho hriadeĹa. PokiaĹ majŹ jednotlivĚ Ĺasti mechanizmu rovnakŹ hmotnosť, vĹpoĹet sa znaĹne zjednoduŹĚ. KompletnĹ vĹpoĹet je podrobne popisĀnĹ v lit. [1].



Obr. 7 SkutoĹnĀ torznĀ sŮstava



Obr. 8 NĀhradnĀ torznĀ sŮstava



## 6.1. Moment zotrvačnosti

Moment zotrvačnosti je fyzikálna veličina, ktorá vyjadruje mieru zotrvačnosti telesa pri otáčavom pohybe. Jeho veľkosť závisí na rozložení hmoty v telese vzhľadom k danej osi. Body telesa s väčšou hmotnosťou a taktiež body umiestnené vo väčšej vzdialenosti od osy otáčania majú väčší moment zotrvačnosti [4]. Moment zotrvačnosti  $I$  je možné spočítať podľa zovšeobecneného vzťahu:

$$I = m \cdot r^2 \quad (6)$$

kde:

$m$  – hmotnosť telesa

$r$  – vzdialenosť od uvažovanej osi

Vzorce pre výpočet momentov zotrvačnosti jednoduchých telies je možné nájsť v príslušnej literatúre. Pri zisťovaní momentu zotrvačnosti zložitejších telies je nutné teleso rozložiť na jednoduchšie telesá, ktorých momenty zotrvačnosti vieme spočítať zo známych vzorcov.

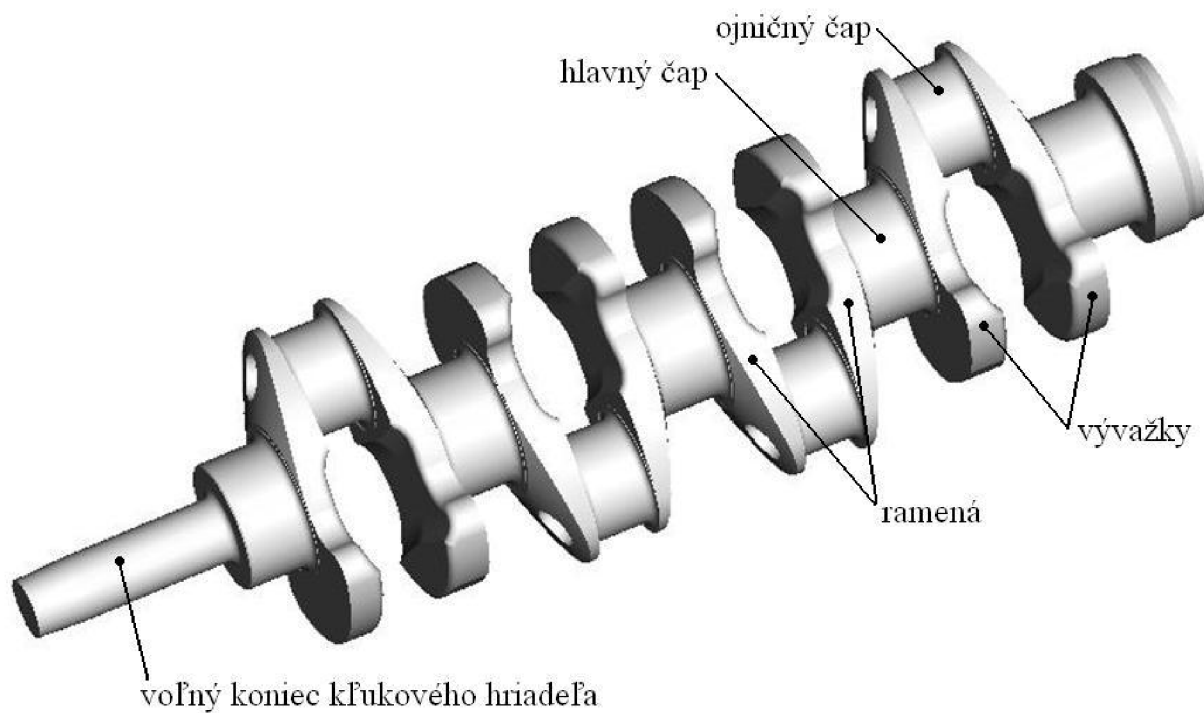
## 6.2. Modelovanie v 3D software

Pre spresnenie návrhu boli momenty zotrvačnosti určené pomocou 3D software. Pre modelovanie bola použitá školská verzia 3D software PRO Engineer V4.0, ktorý patrí v súčasnosti medzi najrozšírenejšie 3D programy hlavne kvôli jeho jednoduchému užívateľskému prostrediu, veľkému počtu modulov, ktoré si môže užívateľ voľiť podľa jeho individuálnych potrieb a taktiež kvôli komplexnému riešeniu vývoja od návrhu jednotlivých súčiastok, vypracovania výkresovej dokumentácie, tvorbe výrobných postupov až po zostavenie kompletných konštrukčných celkov. Pre presné získanie momentov zotrvačnosti bolo nutné vymodelovať jednotlivé súčasti kľukového mechanizmu podľa výrobných výkresov, ktoré boli súčasťou podkladov potrebných k vypracovaniu diplomovej práce.

## 6.3. Vypracovanie 3D modelu kľukového mechanizmu

Súčasťou zadania diplomovej práce bolo vypracovanie 3D modelu kľukového mechanizmu. Ako už bolo spomenuté v kapitole 6.2. všetky súčasti vrátane kľukového hriadeľa boli vymodelované pomocou programu PRO Engineer.

Keďže sa jedná o súmerný hriadeľ s rovnakými ramenami, najprv bol vymodelovaný profil jedného ramena vrátane vývažky, ktoré bolo následne odzrkadlené podľa roviny valca. Domodelovaním hlavného a ojnicných čapov bolo dotvorené kompletne rameno. Zaoblenia a skosenia sa vykonali až po vymodelovaní hrubého obrysu zalomenia. Po kompletnom vymodelovaní jedného zalomenia sa ďalšie tvorili v režime Legacy (cesta: Application-Legacy). Kopírovaním, zrkadlením a vhodným natáčaním bol z jednotlivých zalomení vytvorený kľukový hriadeľ bez voľného konca a konca pre umiestnenie zotrvačníka. Tie sa domodelovali v štandardnom režime (cesta: Application-Standard). Umiestnenie a tvar vývažkov bol presne daný výrobným výkresom, ktorý bol súčasťou zadania diplomovej práce. Kľukový hriadeľ je 5 krát uložený v kľukovej skrini, vývažky sú umiestnené na každom zalomení. (viď Obr. 9).



Obr. 9 3D model křukového hřídele



#### 6.4. Parametre ojnice, piestnej skupiny, remenice a zotrvačnřka

Parametre ojnice, piestnej skupiny, remenice a zotrvačnřka boli zřískané z programu PRO ENGINEER. Hlavné parametre jednotlivých súčastř sř zapřísané v prehľadnej tabuľke:

	Parameter	hodnota		
		x	y	z
Ojnica	Hmotnosť [kg]	2,552		
	Hmotnosť rotačnej časti [kg]	1,645		
	Hmotnosť posuvnej časti [kg]	0,907		
	Hustota [kg · m <sup>2</sup> ]	7 200		
	Poloha ťažiska [mm] (vzhľadom k osi ojničného čapu)	0	59,3	0
Piest	Hmotnosť [kg]	1,364		
	Hustota [kg · m <sup>2</sup> ]	2 699		
	Poloha ťažiska (vzhľadom k osi piestneho čapu)	0	28,5	0
Piestna skupina (piest, piestne krůžky, piestny čap, poistné krůžky)	Hmotnosť [kg]	2,961		
	Hmotnosť piestu [kg]	1,364		
	Hmotnosť piestneho čapu [kg]	0,614		
	Hmotnosť 1. stieracieho piestneho krůžku [kg]	0,025		
	Hmotnosť 2. stieracieho piestneho krůžku [kg]	0,0189		
	Hmotnosť tesniaceho piestneho krůžku [kg]	0,0226		
	Hmotnosť poistného krůžku [kg]	0,005		
Remenica	Hmotnosť [kg]	4,2		
	Hustota [kg · m <sup>2</sup> ]	7 850		
Zotrvačnřk	Hmotnosť [kg]	27,0		
	Hustota [kg · m <sup>2</sup> ]	7 850		

#### 6.5. Redukcia hmotnostnřch momentov zotrvačnřsti

Podľa charakteru pohybu sa hmotnosti kľukového mechanizmu delia na posuvné a rotačné. Redukciu momentov zotrvačnřsti je nutné vykonať pre obidva pohyby. Kľukový hriadeľ koná pohyb rotačnř. Piestna skupina pohyb posuvnř vratnř, ojnicu je nutné rozdeliť v jej 1/3 od osy otáčania kľukového hriadeľa na časť konajúcu pohyb posuvnř a rotačnř. Redukované momenty zotrvačnřsti sa vzťahujú k osi otáčania kľukového hriadeľa a uvažuje sa že hmotnosti jednotlivých súčastř sř sústredené v osi ojničného čapu. Pri redukcii hmotností sa vychádza z predpokladu, že kinetická energia náhradnej sústavy je rovnaká ako u pôvodnej sústavy.

### 6.5.1. Redukcia hmôt klřukovřho mechanismu

#### Redukcia rotačnřch hmôt

Je nutné redukovať rotačnř čašť ojnice a jednotlivř zalomenia klřukovřho hriadeľa. Ich momenty zotrvačnosti zřskame analřzou v CAD programe PRO Engineer. Moment rotačnej čašť ojnice je moľnř zřskať taktieľ pomocou vzťahu:

$$I_{oj\_rot} = m_{oj\_rot} \cdot r^2 \quad [kg \cdot m^2] \quad (7)$$

kde

$m_{oj\_rot}$  [kg] – hmotnosť rotačnej čašť ojnice

$r$  [m] – polomer klřukovřho hriadeľa

Moment zotrvačnosti  $i$ - teho zalomenia označřme ako:

$$I_{zak\_i} \quad [kg \cdot m^2] \quad (8)$$

#### Redukcia posuvnřch hmôt

Do redukcie posuvnřch hmôt je nutné zahrnúť hmotnosť piestnej skupiny (piesta, tesniacich a stieracřch piestnych krřřzkov, piestneho čapu, poistnřch krřřzkov a posuvnej čašť ojnice) Vzťah pre vřslednř moment zotrvačnosti posuvnřch čašť jednřho zalomenia mř tvar:

$$I_{pos} = \left[ (m_{p\_sk} + m_{oj\_pos}) \cdot \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right] \cdot r^2 \quad [kg \cdot m^2] \quad (9)$$

kde

$m_{p\_sk}$  [kg] – hmotnosť piestnej skupiny

$m_{oj\_pos}$  [kg] – hmotnosť posuvnej čašť ojnice

$\lambda$  [ - ] – ojnicnř pomer

$r$  [m] – polomer klřukovřho hriadeľa

#### Vřslednř moment zotrvačnosti

Vřslednř moment zotrvačnosti zřskame sčřtanřm momentov zotrvačnosti rotačnřch a posuvnřch čašť:

$$I_{c\_zal\_i} = I_{oj\_rot} + I_{zal\_i} + I_{pos} \quad [kg \cdot m^2] \quad (10)$$

### 6.5.2. Redukcia hmôt na strane zotrvačnřka

Podobne ako jednotlivř zalomenia, redukujeme taktieľ hmoty na strane zotrvačnřka. Moment zotrvačnosti zotrvačnřka a čašť určenej pre umiestnenie zotrvačnřka určřme pomocou programu PRO Engineer a vřslednř moment dostaneme ich sčřtanřm:

$$I_{c\_zotr} = I_{zotr} + I_{kl\_zotr} \quad [kg \cdot m^2] \quad (11)$$

### 6.5.3. Redukcia hmôt na strane remenice

Rovnaký postup uplatníme aj na strane remenice. Výsledný moment zotrvačnosti dostaneme sčítaním momentov zotrvačnosti remenice a časti kľukového hriadeľa určeného pre umiestnenie remenice:

$$I_{c\_rem} = I_{rem} + I_{kl\_rem} \quad [kg \cdot m^2] \quad (12)$$

#### Súhrn vypočítaných momentov zotrvačnosti

Parameter	Hodnota momentu zotrvačnosti
Zalomenie	1. 34 651 $kg \cdot mm^2$
	2. 34 574 $kg \cdot mm^2$
	3. 34 574 $kg \cdot mm^2$
	4. 34 411 $kg \cdot mm^2$
Zotrvačník	57 171 $kg \cdot mm^2$
Remenica	14 380 $kg \cdot mm^2$

### 6.6. Redukcia dĺžok

Pri redukcii dĺžok kľukového hriadeľa platí rovnaká zásada ako pri redukcii momentov zotrvačnosti a to zásada o ekvivalentnosti: náhradný kľukový hriadeľ sa musí pri pôsobení rovnako veľkého krútiaceho momentu v rovnakej dĺžke natočiť o rovnaký uhol ako hriadeľ skutočný, tj. musí mať rovnakú pružnosť. Hlavnými parametrami je redukovaný priemer kľukového hriadeľa  $D_{red}$  (obvykle totožný s priemerom hlavných ložísk) a redukovaná dĺžka  $l_{red}$ . V súčasnosti sú známe 2 metódy redukcie dĺžok a to výpočtová a experimentálna.

Pri výpočte redukovanej dĺžky kľukového hriadeľa je možné počítať so zjednodušujúcim predpokladom pôsobenia prostého krutu. Výpočet je možné uskutočniť podľa rôznych vzorcov, ktoré boli v minulosti zostavené na základe pokusov a meraní, väčšina z nich však vznikla na základe určitého typu a usporiadania kľukového hriadeľa, preto je nutné pri výpočte zvoliť správny postup pre redukciiu. To isté platí aj pri redukcii dĺžok na strane remenice a zotrvačníka.

Redukcia na základe experimentálneho zistenia tuhosti skutočného kľukového hriadeľa je presnejšia ako výpočtová metóda. Fyzickým skrucovaním kľukového hriadeľa je možné priamo merať torznú tuhosť. Nevýhodou tejto metódy je, že kľukový hriadeľ musí fyzicky existovať. To je ale v dnešnej dobe veľmi nevýhodné z hľadiska ekonomického ako aj časového.

### 6.6.1. Redukovaná délka zalomenia podľa Ker-Wilsona [2]

Redukcia dĺžok podľa Ker-Wilsona je najpoužívanejšou metódou z hľadiska jej univerzálnosti. Vzorec pre výpočet redukovanej dĺžky radového motora má tvar:

$$l_{red} = D_{red}^4 \cdot \left[ \frac{b_{hc} + 0,4 \cdot D_{kc}}{D_{hc}^4} + \frac{b_{kc} + 0,4 \cdot D_{kc}}{D_{kc}^4} + \frac{r - 0,2 \cdot (D_{hc} + D_{kc})}{b \cdot h^3} \right] \quad [m] \quad (13)$$

$D_{red}$  [m] – redukovaný priemer KH

$D_{hc}$  [m] – priemer hlavného čapu

$D_{kc}$  [m] – Priemer kľukového čapu

$b_{hc}$  [m] – šírka hlavného čapu

$b_{kc}$  [m] – šírka kľukového čapu

$b$  [m] – šírka ramena jedného zalomenia

$h$  [m] – hrúbka ramena jedného zalomenia

### 6.6.2. Redukovaná dĺžka na strane zotrvačníka

Vypočíta sa podľa vzťahu:

$$l_{red\_zotr} = \frac{b_{hc}}{2} + b_b \cdot \frac{D_{red}^4}{d_p^4} + \frac{1}{2} \cdot l_{red} \quad [m] \quad (14)$$

$b_p$  [m] – šírka príruby pre zotrvačník

$d_p$  [m] – rozstupový priemer dier zotrvačníka

### 6.6.3. Redukovaná dĺžka na strane remenice

Pri voľbe priemeru konca hriadeľa rovnakého ako je priemer hlavného čapu, redukovanú dĺžku vypočítame zo vzťahu:

$$l_{red\_rem} = \frac{b_{hc}}{2} + \frac{1}{2} \cdot l_{red} \quad [m] \quad (15)$$

### Súhrn vypočítaných redukovaných dĺžok

Parameter	Hodnota redukovanej dĺžky
Zalomenie	0,260 m
Zotrvačník	0,187 m
Remenica	0,152 m

Kompletný výpočet redukcie hmôt a dĺžok je uvedený v kapitole 7.1.

## 7. VÝPOČET TORZNEJ SÚSTAVY BEZ TLMIČA TORZNÝCH KMITOV

### 7.1. Vlastné torzné kmitanie

Vlastné torzné kmitanie je druh harmonického pohybu, ktorý je vyvolaný krátkodobým pôsobením vonkajšej sily (momentu sily) na sústavu, ktorý ďalej prebieha bez jeho ďalšieho pôsobenia. Ak by bol tento pohyb konaný bez strát, prebiehal by nekonečne dlhú dobu. Pretože je to možné len teoreticky, v praxi tento druh kmitania sám o sebe nie je nebezpečný, pretože pasívne odpory (odpory vzniknuté trením) absorbujú v sústave energiu voľného kmitania a ich vplyvom toto kmitanie časom zaniká.

Hodnota vlastnej frekvencie je však aj napriek tomu dôležitá, pretože práve na nej záleží, či môže konkrétny motor pracovať pri daných prevádzkových otáčkach. Kmitanie prebieha s určitou frekvenciou a amplitúdou kmitov v jednotlivých miestach sústavy. Keby v určitom režime motora došlo ku zhode frekvencie vyvolanej periodicky pôsobiacich síl a momentov v motore s frekvenciou vlastného kmitania kľukového mechanizmu, kmitania by sa sčítali a namiesto ich zrušenia by došlo ku zväčšeniu amplitúdy kmitov a následnej rezonancii, tj. ku škodlivým vibráciám, ktoré by v prípade ich dlhodobého pôsobenia viedli k znižovaniu životnosti motora, prípadne k poškodeniu kľukového hriadeľa.

Priebeh vlastného kmitania je pre každú sústavu vo všeobecnosti iný, je ale presne definovaný veľkosťou hmotností redukovaných momentov zotrvačnosti a pružnými väzbami medzi jednotlivými kotúčmi.

U viachmotových sústav (viacvalcové motory) je počet vlastných frekvencií daný vzťahom:

$$(n-1) \quad [-] \quad (16)$$

$n$  – počet náhradných kotúčov sústavy

Čím väčší je počet uzlov, tým väčšiu frekvenciu sústava dosahuje. V praxi sú najdôležitejšie kmity najnižších stupňov, pretože dosahujú najvyšších amplitúd. Pri spaľovacích motoroch sú to zvyčajne prvé dve vlastné frekvencie. Frekvencie vyšších rádov obvykle ležia mimo prevádzkový rozsah otáčok.

Ako sme už spomenuli v predchádzajúcich bodoch, aby sme mohli výpočet uskutočniť musíme najprv vykonať zjednodušenie zložitého kľukového mechanizmu na jednoduchú sústavu hmotných kotúčov pospájaných nehmotným hriadeľom danej tuhosti, ktorá je ekvivalentná s tuhosťou skutočného kľukového hriadeľa.

Tuhosť nehmotného hriadeľa spočítame podľa upraveného vzťahu známeho z náuky o pružnosti a pevnosti:

$$c = \frac{G \cdot I_p}{l_{red}} \quad \left[ \frac{N \cdot m}{rad} \right] \quad (17)$$

$G$  [MPa] – Modul pružnosti v šmyku

$I_p$  [m<sup>4</sup>] – Polárny kvadratický moment

Polárny kvadratický moment pre kruhový prierez náhradného hriadeľa spočítame pomocou vzťahu:

$$I_p = \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32} \quad [m^4] \quad (18)$$

### Súhrn vypočítaných tuhostí jednotlivých zalomení kľukového hriadeľa

Torzna tuhosť	Označenie	Hodnota $\left[ \frac{N \cdot m}{rad} \right]$
Za remenicou	$c_0$	2 142 369,1
Za 1. zalomením	$c_1$	1 252409,7
Za 2. zalomením	$c_2$	1 252409,7
Za 3. zalomením	$c_3$	1 252 409,7
Za 4. zalomením	$c_4$	1 741 471,2

### 7.2. Výpočet frekvencií vlastného torzného kmitania

Pri rotujúcich sústavách sa vlastné torzné kmitanie pripája k rovnomernému otáčavému pohybu a je na ňom nezávislé. Pri určovaní frekvencií môžeme potom predpokladať, že sústava nerotuje, ale je v pokoji. Pohybová rovnica pre vlastné torzné kmitanie v maticovom tvare má potom tvar:

$$M\ddot{q} + Cq = 0 \quad (19)$$

kde M je matica hmotnosti ktorá má tvar:

$$M = \begin{pmatrix} I_{c\_rem} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{c\_zal\_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{c\_zal\_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zotr} \end{pmatrix} \quad (20)$$

C je matica tuhosti ktorá má tvar:

$$C = \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{pmatrix} \quad (21)$$

$q$  je vřchylka daná vzřahom:

$$q = a \cdot e^{i \cdot \omega t} \quad (22)$$

$a$  [-] – amplitřda

$\omega$  [rad/s] – uhlovř frekvencia

Po dosadenř do přvodnej pohybovej rovnice (19) zřskame vřslednř tvar rovnice:

$$\left(-\Omega_1^2 \cdot M + C\right) \cdot a = 0 \quad (23)$$

$\Omega_1$  [rad/s] – uhlovř frekvencia vlastnřho kmitania

Pre veřkř vřpořtovř nřro•nost' neprichřdza do řvahy priamy vřpo•et vlastnřch frekvenciř z  $\det|C - \omega^2 \cdot M| = 0$ , preto rovniciu (23) prevedieme řpravami na řtandardnř problēm vlastnřch •řsel, ktorř mř tvar:

$$(A - \lambda_{vc} I) \cdot x = 0 \quad (24)$$

kde

$A$  – řtvorcovř matica ( $A = M^{-1} \cdot C$ )

$\lambda_{vc}$  – prřsluřnř vlastnř •řslo ( $\lambda_{vc} = \Omega_1^2$ )

$I$  – jednotkovř matica

$x$  – vlastnř vektor

Vynřsobenřm homogēnej sřstavy v tvare:

$$(C - \Omega_1^2 \cdot M) \cdot a = 0 \quad (25)$$

maticou inverznou k matici hmotnosti ( $M^{-1}$ ), zřskame sřstavu ekvivalentnř k řtandardnřmu problēm u vlastnřch •řsel:

$$(M^{-1} \cdot C - \Omega_1^2 \cdot I) \cdot a = 0 \quad (26)$$

kde:

$M^{-1}C$  - ekvivalentnř s maticou  $A$

$\Omega_1^2$  – ekvivalentnř s  $\lambda$

$a$  – vlastnř vektor (rovnako ako  $x$ )

Z predchřdzajřcich vzřahov plynie, že  $\Omega_1^2$  sř vlastnř •řsla matice  $M^{-1} \cdot C$ . Uhlovř rřchlost' vlastnřho kmitania mř potom veřkost' odmocniny z vlastnřch •řsel. Vlastnř tvary kmitania sa potom vypo•itajř z vlastnřch vektorov matice  $M^{-1} \cdot C$ .

Frekvenciu vlastnřho kmitania vypo•itame z uhlovej frekvencie vlastnřho kmitania pomocou vzřahu:

$$N = \frac{\Omega_1}{2 \cdot \pi} \quad [Hz] \quad (27)$$



Absolútna veľkosť amplitúd jednotlivých hmôt závisĚ na poćiatoćnom impulze, preto je nutné urćit pomerné amplitúdy vzťahujúce sa k amplitúde remenice a to podľa vzťahu:

$$a_i = \frac{x_i}{x_0} \quad [-] \quad (28)$$

kde

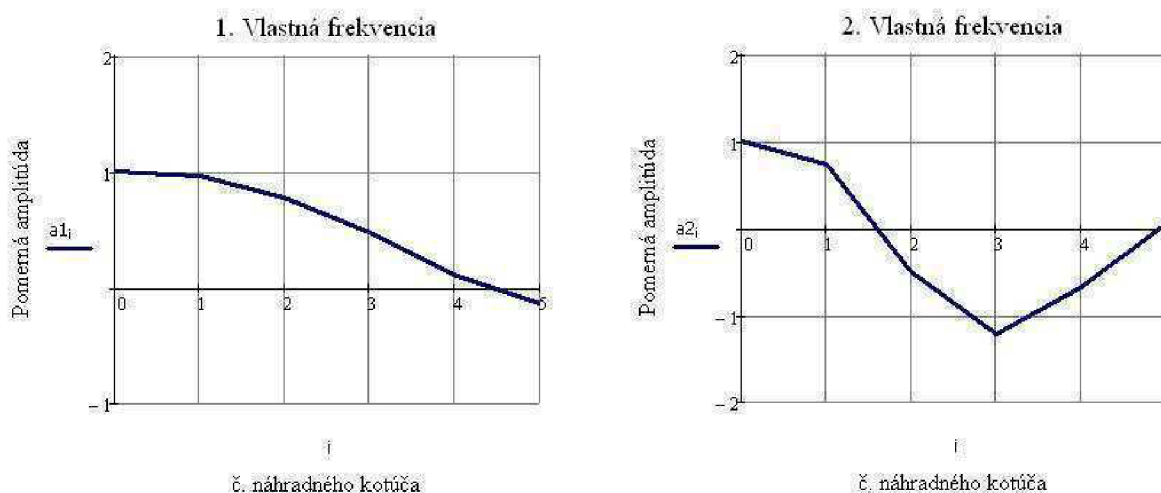
$x_0$  – veľkosť amplitúdy remenice

$x_i$  – veľkosť amplitúdy nasledujúcej hmoty

### Súhrn vypoćítaných hodnôt sústavy bez tmića

Rád vlastnej frekvencie	hodnota $\left[ \frac{rad}{s} / Hz \right]$	pri otáćkach [1/min]
1.	2 243,6 / 357,1	21 425,2
2.	6 002,7 / 955,4	57 321,8

### Grafické zobrazenie vlastných frekvenciĚ sústavy bez tmića



Obr. 10 Grafy 1. a 2. vlastnej frekvencie náhradnej sústavy bez tmića torzných kmitov

Kompletný výpoćet vlastných frekvenciĚ sústavy bez tmića je uvedený v kapitole 7.2.



### 7.3. Výpočet vlastních frekvencí pomocí programu HOL3VG

Pre urýchlenie výpočtu vlastných frekvencií je možné použiť program HOL3VG. Do vstupného prostredia programu je potrebné zadať počet kmitajúcich náhradných kotúčov, momenty zotrvačnosti jednotlivých kotúčov, torzné tuhosti jednotlivých častí kľukového hriadeľa a počet vlastných frekvencií, ktoré chceme výpočtom získať.

<b>Počet náhradných kotúčov</b>	6	vlastné frekvencie motora zetor z1605 bez tlmiča torzných kmitov
	2	
<b>Počet vlastných frekvencií ktoré chceme vypočítať</b>	0.014384	
	0.034652	
	0.034574	
<b>Momenty zotrvačnosti náhradných kotúčov</b>	0.034574	
	0.034411	
	0.571701	
<b>Torzné tuhosti</b>	2142369.1	
	1252409.7	
	1252409.7	
	1252409.7	
	1741471.2	

Obr. 11 Vstupné prostredie programu HOL3VG

```
>> NATURAL FREQUENCY CALCULATION <<  
*****
```

vlastné frekvencie motora zetor z1605 bez tlmiča torzných kmitov

MOMENTS of INERTIA [kg\*m\*\*2]

```
J 1: .014384 J 2: .034652 J 3: .034574 J 4: .034574  
J 5: .034411 J 6: .571701 J
```

TORSIONAL STIFFNESSES [N\*m/rad]

```
C 1: 2142369.0 C 2: 1252410.0 C 3: 1252410.0 C 4: 1252410.0  
C 5: 1741471.0 C
```

1. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 2243.64 ( => N1 = 21425.2 1/min )

RELATIVE AMPLITUDES:

```
A1: 1.00000  
A2: .96620  
A3: .77382  
A4: .47390  
A5: .10812  
A6: -.16569
```

2. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 6002.72 ( => N2 = 57321.8 1/min )

RELATIVE AMPLITUDES:

```
A1: 1.00000  
A2: .75808  
A3: -.41151  
A4: -1.17176  
A5: -.76643  
A6: .07078
```

Obr.12 Výpočtová správa programu HOL3VG

Porovnaním vypočítaných hodnôt s hodnotami získanými z programu HOL3VG je vidieť, že hodnoty vlastných frekvencií ako aj pomerné amplitúdy sa číselne zhodujú. Výpočet je v poriadku a preto je možné pokračovať v návrhu.

## 7.4. Vplyv tlmenia na vlastné torzné kmitanie [3]

Počas pôsobenia torzného kmitania pôsobia proti pohybu odpor, ktoré tlmia vlastné kmitanie. To vplyvom týchto odporov po určitej dobe zaniká. Existujú 3 druhy tlmenia:

- **Pasívne odpory vzniknuté trením:** vznikajú na všetkých mazaných plochách klzných ložísk a ich veľkosť je priamo úmerná rýchlosti torzného kmitania. Čím je rýchlosť kmitania väčšia, tým je väčšie viskózne trenie. Kmitová energia je premieňaná na teplo. Veľkosť pasívnych odporov vzniknutých trením závisí na druhu mazacieho oleja ako aj na drsnosti opracovaných povrchov a opotrebovaní motora.
- **Vnútorňý útlm materiálu:** známy aj pod pojmom hysterézia. Uplatňuje sa však až pri výdatnom kmitaní. Veľkosť útlmu nezávisí na rýchlosti kmitania, ale na druhu materiálu a na veľkosti namáhania. Avšak pri prevádzke spaľovacieho motora je vnútorňý útlm pomerne malý. Je tým menší, čím kvalitnejšia je použitá oceľ. Väčšie útlmy dosahujú súčasti vyrobené z liatiny. U spaľovacích motorov je útlm menší, pretože nedochádza k priamemu styku materiálov a väčšina kmitov je utlmená mazacím médiom v klzných ložiskách.
- **Zdanlivé tlmenie:** ním sa v priebehu otáčky prejavuje vplyv premenlivosti momentu zotrvačnosti od posuvných častí. Táto premennosť pôsobí neustále zmenou frekvencie vlastných kmitov, takže torzné kmitanie sa nemôže plne vyvinúť. Okamžitá hodnota frekvencie vlastného torzného kmitania sa mení podľa okamžitej veľkosti momentu zotrvačnosti od posuvných súčastí motoru a pohybuje sa v určitom pásme frekvencií. Pásmo je tým užšie, čím viac valcov motor má.

U spaľovacích motorov majú najväčší význam pasívne odpory vzniknuté trením.

## 7.5. Vynútené torzné kmitanie

Ako bolo v predchádzajúcej časti popísané, vlastné torzné kmitanie vplyvom tlmenia po krátkom čase zanikne. Nebezpečné je vynútené torzné kmitanie vznikajúce pôsobením periodicky premenným krútiacim momentom na jednotlivých zalomeniach kľukového hriadeľa. Toto kmitanie môže viesť k znížovaniu životnosti motora prípadne až k jeho havárii. Premennivý krútiaci moment môžeme vyjadriť ako harmonické kmitanie s frekvenciou  $\omega$  a momentom  $M$  nazývaného ako budiaci moment.

### 7.5.1. Harmonická analýza budiaceho momentu

Budiaci moment spaľovacieho motora je krútiaci moment zložený z momentu vyvolaného silami od tlaku plynov a zotrvačnými silami posuvných hmôt. Jeho priebeh sa periodicky mení v závislosti na uhle natočenia kľukového hriadeľa, preto je možné ho zapísať periodickou funkciou, ktorú je možné vyjadriť Fourierovou radou. V závislosti na počte periód harmonickej zložky jednej otáčky kľukového hriadeľa určujeme rád harmonickej zložky  $\kappa$ . U štvortaktných motorov je perióda daná celistvým násobkom jednej polovice, pretože perióda krútiaceho momentu je ekvivalentná dvom otáčkam kľukového hriadeľa. Rád harmonickej zložky  $\kappa$  vypočítame pomocou vzťahu:

$$\kappa = \frac{1}{2} \cdot k \quad [-] \quad (29)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n$$

Fourierovu radu môžeme definovať ako súčet jednoduchých sínusových priebehov s rôznou amplitúdou, frekvenciou a fázou. Moment sa teda rozkladá na radu momentov s harmonickým priebehom. Jednotlivé členy tohto súčtu sa nazývajú harmonické zložky. Harmonickú analýzu môžeme teda chápať ako rozklad periodickej funkcie na harmonické zložky.

Keďže je počet vzoriek 720, rozklad budiaceho momentu je najvhodnejšie uskutočniť pomocou Fourierovej analýzy v obore komplexných čísel pomocou vzťahu:

$$q_k = \frac{2}{n_p} \cdot \sum_{i=1}^{n_p-1} \left[ M_{k_i} \cdot e^{j(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{n_p})} \right] \quad (30)$$

$j$  [ - ] – imaginárna jednotka

$n$  [ - ] – počet vzoriek

$M_{k_i}$  [Nm] – budiaci moment

$i$  [ - ] – číslo vzorky

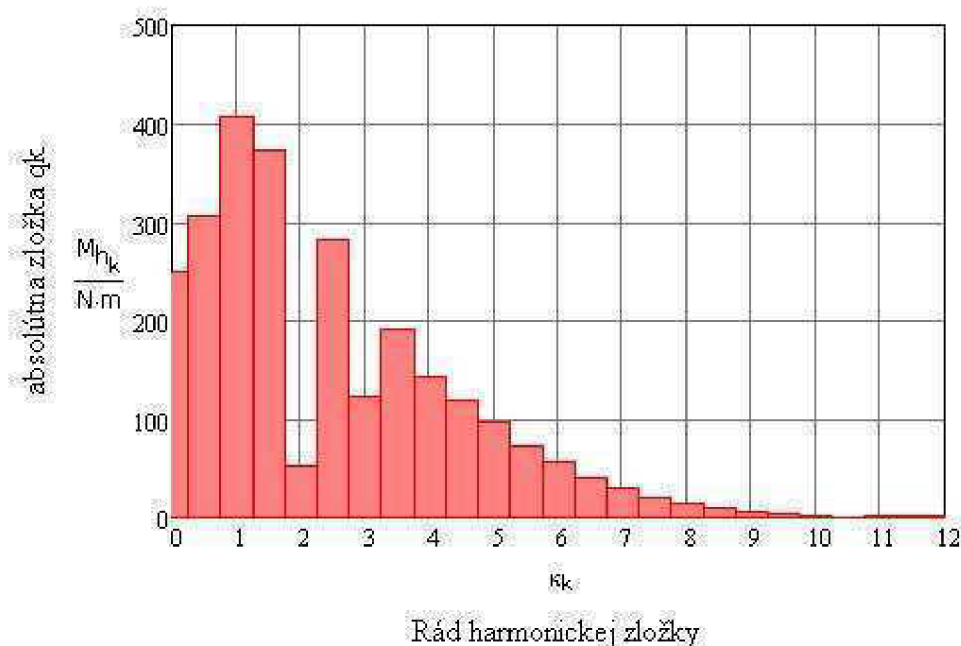
Hlavné rády harmonickej zložky, pri ktorých je výdatnosť rezonancie maximálna získame pomocou vzťahu:

$$\kappa_{hl} = \frac{z}{2} \cdot k \quad [-] \quad (31)$$

$z$  [ - ] – počet valcov

So stúpajúcim rádom klesá amplitúda budiacich momentov a z hľadiska presnosti je ako najvyšší uvažovať rád  $\kappa = 12$ . Hlavné rády štvorvalcového radového motora sú: 2, 4, 6, 8, 10, 12. Harmonické zložky momentov od zotrvačných síl a síl od tlaku plynov sa vyšetrujú oddelene a to analyticky alebo graficky.

### Grafické zobrazenie harmonickej analýzy budiaceho momentu



Obr. 13: Rozklad budiaceho momentu do rádov harmonickej zložky

### 7.5.2. Vplyv budiacich momentov na torzné kmitanie kľukového mechanizmu

Každá z harmonických zložiek budiaceho momentu rádu  $\kappa$  vyvoláva nezávisle na ostatných zložkách vynútené torzné kmitanie kľukového hriadeľa s kmitajúceho frekvenciou zhodnou s frekvenciou uvažovanej harmonickej zložky. Pri uhlovej rýchlosti otáčania  $\omega$  má harmonická zložka rádu  $\kappa$  uhlovú frekvenciu o veľkosti  $\kappa \cdot \omega$ . Pokiaľ bude táto frekvencia zhodná s uhlovou frekvenciou  $\Omega$  vlastných torzných kmitov sústavy, musí platiť:

$$\Omega = \kappa \cdot \omega \quad (32)$$

potom nastáva rezonancia. Miesto uhlovej rýchlosti je možné dosadzovať aj otáčky motora. Potom vzťah pre frekvenciu vlastného torzného kmitania vyjadrenú počtom kmitov za minútu má tvar:

$$N = \frac{30 \cdot \Omega}{\pi} \quad [\text{min}^{-1}] \quad (33)$$

podmienku rezonancie môžeme potom napísať v tvare:

$$\kappa \cdot n_{rez} = N \quad [\text{min}^{-1}] \quad (34)$$

Pri rezonancii nastáva rýchly nárast torzných výchyliek kľukového hriadeľa. Ak by sa tieto výchylky neutlmili, spôsobili by lom kľukového hriadeľa. Rezonančné otáčky získame úpravou vzťahu (34):

$$n_{rez} = \frac{N}{\kappa} \quad [\text{min}^{-1}] \quad (35)$$

V prípade, že rezonancia je natoľko výdatná, že torzné výchylky prekročia hranicu pevnosti kľukového hriadeľa, otáčky pri ktorých rezonancia nastane sa nazývajú kritické. Kritické otáčky musia byť vylúčené z rozsahu prevádzkových režimov motoru, pokiaľ to nie je možné je nutné zabezpečiť aspoň to, aby pri týchto otáčkach motor trvale nepracoval.

#### Hodnoty kritických otáčok pre 1. a 2. vlastnú frekvenciu

$\kappa$ [-]	1. vlastná frekvencia	2. vlastná frekvencia
	otáčky [1/min]	otáčky [1/min]
0,5	42 850,3	114 643,4
1	21 425,1	57 321,7
1,5	14 283,4	38 214,5
2	10 712,6	28 660,9
2,5	8 570,1	22 928,7
3	7 141,7	19 107,2
3,5	6 121,5	16 377,6
4	5 356,3	14 330,4
4,5	4 761,1	18 738,2
5	4 285,0	11 464,3
5,5	3 895,5	10 422,1

6	3 570,9	9 553,6
6,5	3 296,2	88 18,7
7	3 060,7	81 88,8
7,5	2 856,7	76 42,9
8	2 678,1	71 65,2
8,5	2 520,6	67 43,7
9	2 380,6	63 69,1
9,5	2 255,3	60 33,9
10	2 142,5	57 32,2
10,5	2 040,5	54 59,2
11	1 947,7	52 11,1
11,5	1 863,1	49 84,5
12	1 785,4	47 76,8

Z tabuľky hodnôt kritických otáčok je zřejmé, že všetky kritické otáčky druhej vlastnej frekvencie do rádu  $\kappa = 12$  ležia mimo prevádzkových otáčok motora (maximálne prebehové otáčky motora sú 2 460 ot./min.) Preto stačí výpočet relatívnych výdatností pre sústavu bez tlmiča uskutočniť iba pre 1. vlastnú frekvenciu.

## 7.6. Výdatnosť rezonančných kmitov

Pri rezonančnom kmitaní je tvar výkmitovej čiary podobný ako je tvar výkmitovej čiary vlastného torzného kmitania. Čím je tlmenie menšie, tým viac sa tvary výkmitových čiar podobajú. Veľkosť rezonančných výchyliek jednotlivých hmotností sa určí z podmienky rovnováhy práce budiacich momentov (ich harmonických zložiek) na jednotlivých čapoch s prácou tlmiacich odporov.

Jednoduchý spôsob odhadu výdatnosti jednotlivých harmonických zložiek je odhad pomocou smerových hviezdíc vektorov pomerných amplitúd  $a_i$  pre jednotlivé rády  $\kappa$ , u ktorých je vyznačený smer bez ohľadu na veľkosť pomerných amplitúd [1]. Rozstupový uhol medzi jednotlivými vektormi smerových hviezdíc je súčinom násobku rádu harmonickej zložky a rozstupom vznetu. Vzťah pre výpočet tohto uhlu má tvar:

$$\sigma = \kappa \cdot \delta \quad [^\circ] \quad (36)$$

$\delta [^\circ]$  - uhol kľukového hriadeľa medzi dvomi po sebe nasledujúcimi vznetmi

$\kappa [^\circ]$  - uhol medzi jednotlivými vektormi smerovej hviezdice

Vektory harmonických zložiek ležiace v jednej priamke sa nazývajú silné harmonické zložky. Budiace momenty pôsobia vo všetkých valcoch súčasne.

V nasledujúcom texte bude vysvetlený postup výpočtu smerových hviezdíc pre jednotlivé rády harmonických zložiek.

Ako už bolo spomenuté vyššie, smerové hviezdice nám umožnia jednoduchým spôsobom odhadnúť výdatnosť rezonancií jednotlivých harmonických zložiek pre jednotlivé rády  $\kappa$ .



Pre správne zostavenie smerových hviezdíc je nutné poznať poradie vznetov. V našom prípade sa jedná o poradie 1 - 3 - 4 - 2. Dôležitý je aj uhol kľukového hriadeľa medzi dvomi po sebe nasledujúcimi vznetmi. Ten vypočítame pomocou vzťahu:

$$\delta = \frac{720}{z} \quad [^\circ] \quad (37)$$

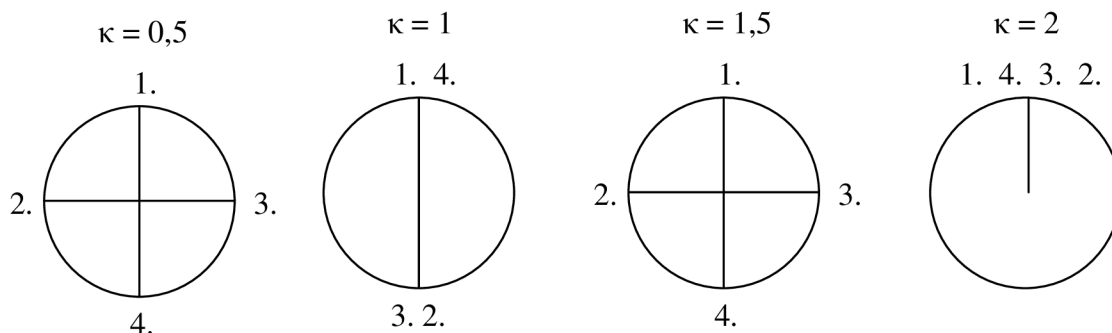
z- počet valcov motoru

Keďže sa jedná o štvorvalcový radový motor, uhol natočenia kľukového hriadeľa medzi jednotlivými vznetmi je  $180^\circ$ .

Vzťah pre výpočet uhlu natočenia smerovej hviezdice má tvar:

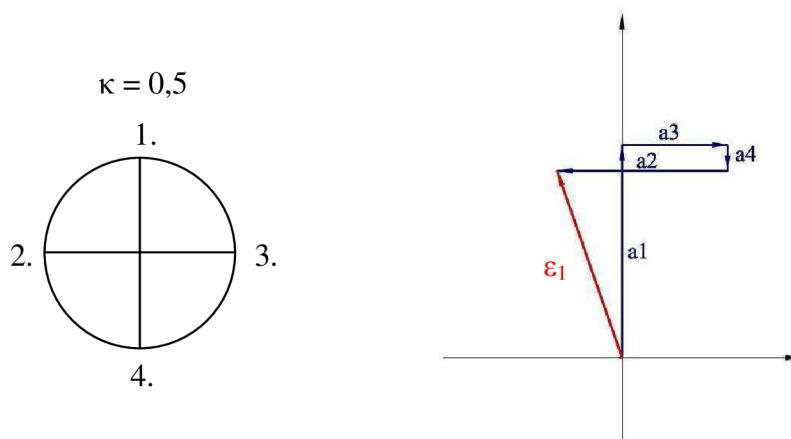
$$\sigma = \kappa \cdot \delta \quad [^\circ] \quad (38)$$

Keďže sa jedná o štvorvalcový radový motor, hlavné rády harmonických zložiek sú násobkom dvoch. Tým pádom získame 4 druhy smerových hviezdíc pomocou ktorých určíme výdatnosť rezonancií  $\varepsilon_k$  pre jednotlivé harmonické zložky ako výslednicu súčtu vektorov o veľkosti  $a_i$ . Tvary smerových hviezdíc pre jednotlivé rády  $\kappa$  môžeme vidieť na Obr. 14.



Obr. 14: Tvary smerových hviezdíc pre jednotlivé rády  $\kappa$

Grafické zobrazenie súčtu jednotlivých amplitúd a zobrazenie výdatnosti rezonancie pre harmonickú zložku  $\kappa = 0,5$  je znázornené na Obr. 15.



Obr. 15: Grafické určenie výdatnosti rezonancie

Vzt'ah pre výpočet výdatnosti rezonancie má tvar:

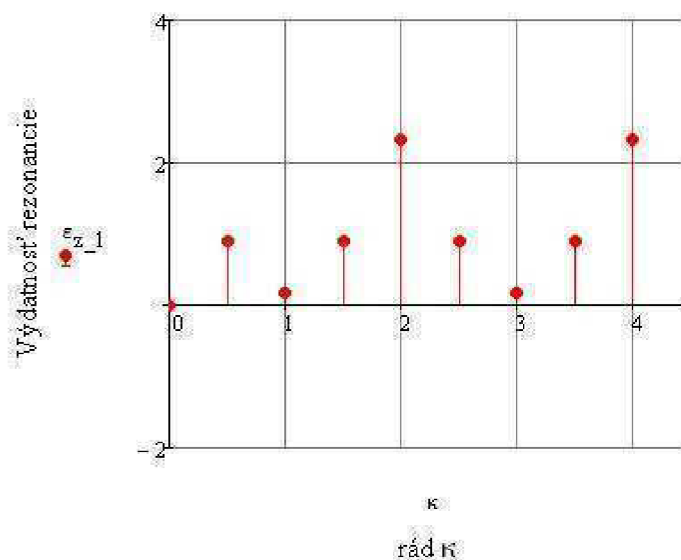
$$\varepsilon_{1-\kappa} = \sqrt{\left[ \sum_{i_z} a_{1_{i_z}} \cdot \cos(\sigma_{i_z}) \right]^2 + \left[ \sum_{i_z} a_{1_{i_z}} \cdot \sin(\sigma_{i_z}) \right]^2} \quad [-] \quad (39)$$

$i_z [-]$  – počet pomerných amplitúd zhodný s počtom valcov motora

### Hodnoty výdatnosti rezonančných kmitov pre jednotlivé rády $\kappa$

Rád $\kappa$	1. vlastná frekvencia
0,5; 2,5; 4,5; 6,5; 8,5; 10,5	0,909
1; 3; 5 ; 7; 9; 11	0,173
1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5; 11,5	0,909
2; 4; 6; 8; 10; 12	2,322

### Grafické zobrazenie výdatnosti



Obr. 16: Grafické znázornenie výdatnosti rezonancie 1. vlastnej frekvencie

## 7.7. Torzné výchylky v rezonanciách

Skutočná výdatnosť rezonančných kmitov je ovplyvnená veľkosťou amplitúd budiaceho momentu a veľkosťou tlmiacich odporov. Ako už bolo spomenuté, tlenie v kľukovom mechanizme je uskutočňované prevažne pasívnymi odpormi a vnútorným tlením (hysteréziou) materiálu kľukového hriadeľa. Nakoľko by bolo veľmi zložitá početne zistiť presnú hodnotu súčiniteľa tlenia, pri výpočte amplitúdy sa hodnota súčiniteľa tlenia volí podľa konštrukčne podobných motorov, u ktorých boli súčinitele útlmu získané a overené meraním.

Ďalším zjednodušujúcim predpokladom je, že tlmiace odpory sú malé a v rezonancii je tvar vynúteného kmitania rovnaký ako je tvar vlastného kmitania. Taktiež sa uvažuje, že je utlmené iba kmitanie hmôt kľukového mechanizmu. Kmitanie hmôt remenice, zotrvačníka a iných hmôt pripojených k zotrvačníku neberieme do úvahy.



Pri predpoklade, že v rezonancii je práca momentových prvkov spotrebovaná na prekonávanie tlmiacich odporov, získame úpravami vzťah pre výpočet amplitúdy rezonančných kmitov pre radový motor v tvare:

$$\phi_{0_{-1_{if}}} = \frac{(M_{h_{if}} \cdot \varepsilon_{1_{if}})}{\Omega_{1_4} \cdot \xi \cdot \left[ \sum_{i_z} (a_{1_{i_z}})^2 \right]} \quad [^\circ] \quad (40)$$

$M_{h_{if}} [Nm]$  - absolútna hodnota  $h_k$  rozkladu budiaceho momentu

$\varepsilon_{1_{if}} [-]$  - výdatnosť rezonancie harmonickej zložky rádu  $\kappa$

$\Omega [Rad \cdot s^{-1}]$  - uhlová rýchlosť rezonančného kmitania sústavy (zhodná s uhlovou rýchlosťou vlastného torzného kmitania v dôsledku malého tlmenia)

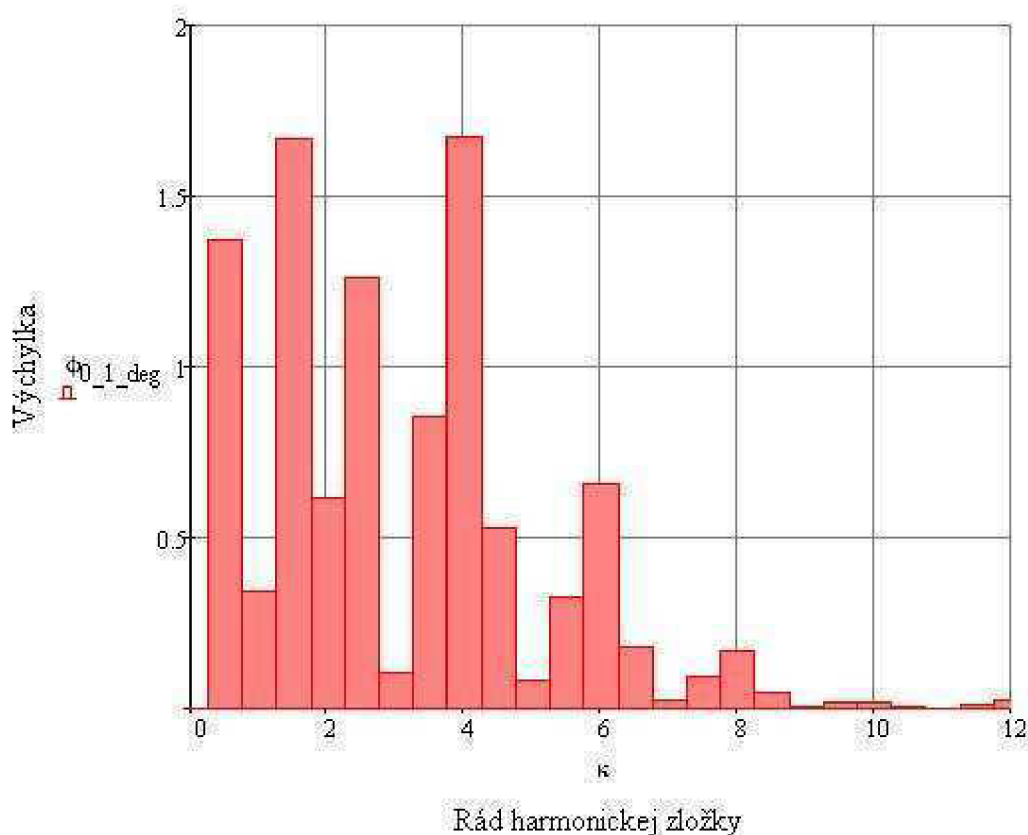
$\sum_{i_z} a_i^2 [-]$  - súčet kvadrátov relatívnych rezonančných výchyliek všetkých valcov

$\xi [Nm \cdot s \cdot rad^{-1}]$  - tlmiace odpory (pre daný typ motoru je experimentálne nameraná hodnota útlmu  $\xi = 2.8N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$ )

### Hodnoty torzných výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa

$\kappa$ [-]	1. vlastná frekvencia	
	natočenie [rad]	natočenie [deg]
0,5	0,0251	1,441
1	0,0064	0,365
1,5	0,0306	1,753
2	0,0109	0,624
2,5	0,0232	1,328
3	0,0019	0,110
3,5	0,0157	0,898
4	0,0297	1,702
4,5	0,0097	0,557
5	0,0015	0,087
5,5	0,0060	0,343
6	0,0116	0,665
6,5	0,0033	0,190
7	0,0005	0,027
7,5	0,0017	0,097
8	0,0030	0,17
8,5	0,0008	0,048
9	0,0001	0,005
9,5	0,0003	0,018
10	0,0003	0,015
10,5	0,0001	0,003
11	0,00002	0,001
11,5	0,0002	0,013
12	0,0004	0,023

## Grafické znázornenie torzných výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa bez tlmiča torzných kmitov



Obr. 17: Výchylky voľného konca kľukového hriadeľa jednotlivých rádov  $\kappa$  sústavy bez tlmiča torzných kmitov

V našom prípade sú maximálne prebehové otáčky motora  $n_{max} = 2460$  ot./min. a teda v grafe je pre nás dôležitá oblasť v rozmedzí rádov  $\kappa = 8 - 12$  prvej vlastnej frekvencie, pretože hodnoty kritických otáčok týchto rádov sa nachádzajú v prevádzkovom pásme otáčok spaľovacieho motora. Hodnoty kritických otáčok jednotlivých rádov  $\kappa$  druhej vlastnej frekvencie ležia mimo prevádzkového pásma otáčok, preto ich nie je nutné brať do úvahy.

Vplyv nebezpečných rádov na namáhanie kľukového hriadeľa a ich dôsledky budú popísané v nasledujúcej kapitole.

Výpočet budiaceho momentu a torzných výchyliek je uvedený v prílohe, kapitola 7.3.

## 7.8. Namáhanie torznými kmitmi

Torzné kmity namáhajú kľukový hriadeľ striedavým krutom. Toto namáhanie je v praxi mnohonásobne vyššie ako ostatné druhy namáhania a práve toto napätie vedie najčastejšie k únavovým lomom. Maximálne napätie v krute je v mieste najväčšieho pomerného natočenia kľukového hriadeľa, tj. v mieste uzla výkmitovej čiary. Polohu uzla výkmitovej čiary spočítame pomocou vzťahu:

$$a_{i,i+1} = a_i - a_{i+1} \quad [-] \quad (41)$$

$a_i [-]$  - pomerná výchylka pred uzlom výkmitovej čiary

$a_{i+1} [-]$  - pomerná výchylka za uzlom výkmitovej čiary

Najslabším miestom kľukového hriadeľa býva väčšinou ojničnř čap. Vzťah pre napätie v krute v ojničnom čape má potom tvar:

$$\tau = \frac{M_k}{W_t} \quad [MPa] \quad (42)$$

$W_t [-]$  - modul prierezu ojničného čapu v krute. Pre kruhovř prierez ojničného čapu platř vzťah:

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot D_{kc}^3 \quad [m^3] \quad (43)$$

$M_k [N \cdot m]$  - striedavř krútiaci moment. Vzťah pre výpočet má tvar:

$$M_k = \phi_i \cdot \Delta a_{i,i+1} \cdot c_{i,i+1} \quad [N \cdot m] \quad (44)$$

Uzol kmitania pre prvř vlastnř frekvenciu sa nachádza medzi zalomením 4. valca a zotrvačníkom, tj. medzi pomernými výchylkami  $a_4$  a  $a_5$ .

Prřpusnř prřdavné namáhanie kľukovřch hriadeľov v dôsledku torznřch kmitov záleží na ich tvarovej pevnosti. Hodnota maximálneho prřdavného torznřho namáhania je podľa [1]  $\tau = 40$  MPa. V našom prřpade je hodnota pre 1. vlastnř frekvenciu  $\tau = 7,0$  MPa, kľukovř hriadeľ z pevnostného hľadiska vyhovuje.

Pevnostná kontrola je uvedená v prřlohe, kapitola 7.4.

## 8. VÝPOČET TORZNEJ SÚSTAVY S TLMIČOM TORZNÝCH KMITOV

### 8.1. Úvod do problematiky

Nebezpečným rezonanciam pri prevádzke je možné zabrániť tým, že kritické otáčky budú ležať mimo pracovný rozsah motora. Platí zásada, že nebezpečné kritické otáčky musia byť aspoň o 15% vyššie ako sú maximálne prevádzkové otáčky motora. V prípade, že sa tieto otáčky nachádzajú v pracovnom rozsahu otáčok motora, je nutné zabezpečiť rýchly prechod týmito miestami. Šírka nebezpečného pásma býva obvykle 7% až 10%.

Pokiaľ je prevádzkový rozsah otáčok motora široký a kritické otáčky sa nedajú vylúčiť alebo je nutná prevádzka v kritických otáčkach, je možné posunúť rozsah týchto nebezpečných otáčok zmenou torznej sústavy, tj. zvýšením alebo znížením frekvencie vlastného kmitania kľukového hriadeľa. Túto zmenu môžeme dosiahnuť rôznymi spôsobmi ako napríklad zvyšovaním alebo znižovaním tuhosti kľukového hriadeľa, odľahčovaním piestnej skupiny, pripojením ďalších hmôt, odľahčením kmitajúcich hmôt atď. Zmena torznej sústavy je uskutočňovaná najčastejšie pomocou tlmičov torzných kmitov, ktoré budú podrobnejšie popísané v nasledujúcej kapitole.

### 8.2. Tlmiče torzných kmitov

Torzné tlmiče je možné charakterizovať ako prídavný torzný systém, ktorý sa obecne skladá z pružného člena a hmoty, ktorej pohyb je utlmený pružným členom. Pripojujú sa k torznej sústave motora na miesto s najväčšími torznými výchylkami, ktorým je obvykle voľný koniec kľukového hriadeľa. Podľa princípu marenia energie rozdeľujeme torzné tlmiče do troch hlavných skupín:

- **Trecie tlmiče:** energia vzniknutá torzným kmitaním sa vplyvom tlmiacich trecích odporov mení na teplo.
- **Rezonančné tlmiče:** na teplo je premenená iba časť kmitovej energie, značná časť je utlmená rezonanciou tlmiča.
- **Dynamické tlmiče:** pri týchto tlmičoch sa kmitová energia nemarí, ale kompenzuje pomocným torzným systémom.

#### 8.2.1. Trecie tlmiče s mechanickým trením

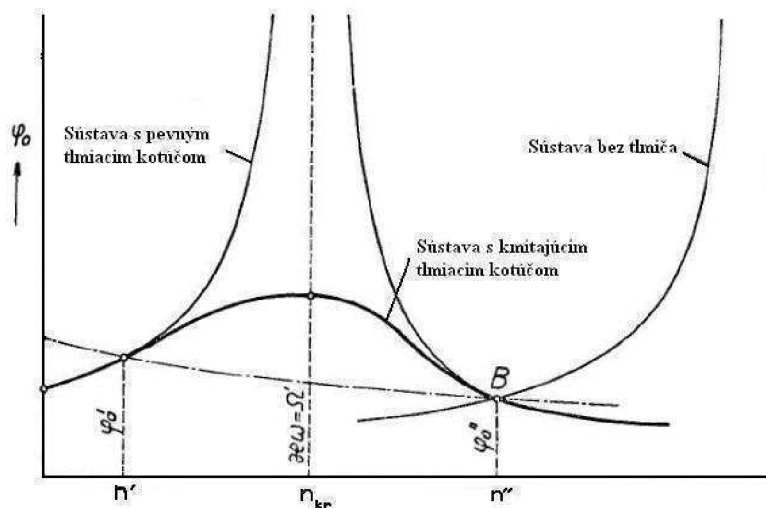
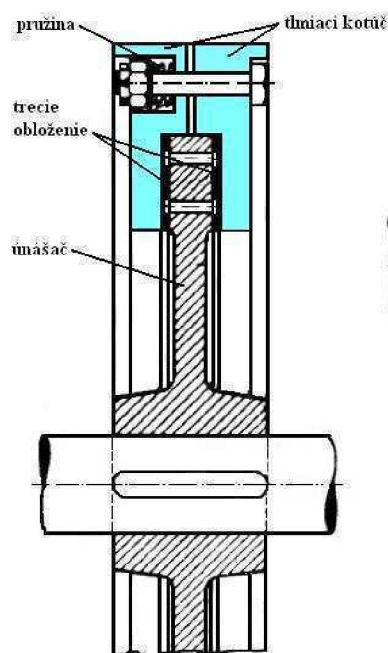
Trecie tlmiče sa delia do dvoch základných skupín:

- Trecie tlmiče so suchým trením
- Trecie tlmiče s kvapalinovým trením

#### Trecí tlmič so suchým trením

Na kľukový hriadeľ je pevne pripevnený ľahký oceľový kotúč, ktorý slúži ako unášač. Na obvode unášača je umiestnený voľne uložený tlmiaci (najčastejšie dvojdielny) kotúč s daným momentom zotrvačnosti, ktorý je na trecie plochy medzi unášačom a kotúčom pritláčaný pružinami. Trecie plochy sú obvykle obložené materiálom s dobrými trecími vlastnosťami (ferrodo). Pokiaľ zariadenie pracuje mimo kritických otáčok, kotúč tlmiča zostáva vplyvom trecích odporov pevne spojený s unášačom. Pokiaľ sa zariadenie dostane do oblasti rezonančných otáčok, trecie odpory sú vplyvom veľkých výchýliek hriadeľa prekonané a hmota tlmiaceho kotúča začne kmitať voči hmote unášača. Tým sa zmení torzná sústava, tj. frekvencie jeho vlastného kmitania. Týmto spôsobom sa podstatne eliminujú torzné kmity.

Konstrukčné usporiadanie trecieho tlmiča so suchým trením je znázornené na obr.18, jeho charakteristika je znázornená na obr. 19.



Obr. 18: Tlmič torzných kmitov so suchým trením [1]

Obr. 19: Graf výchylek jednotlivých stavov torznej sústavy s trecím tlmičom [1]

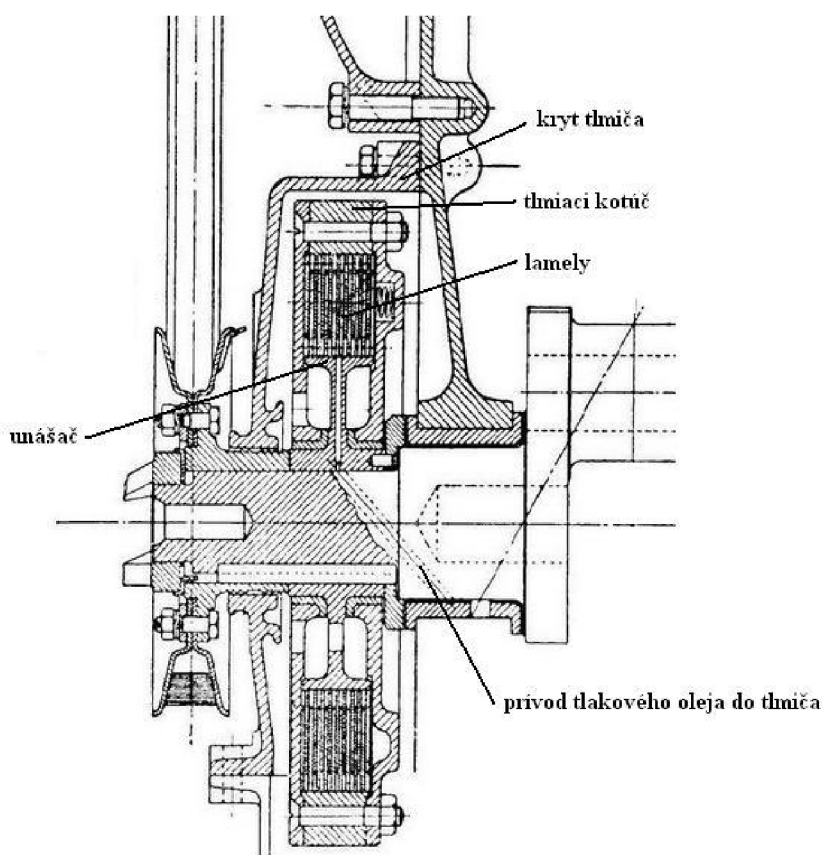
Je nutné vhodne zvoliť veľkosť tlmiaceho kotúča ako aj veľkosť tlmenia, aby bolo zabezpečené čo najlepšie tmenie. Ak by bol trecí moment malý, kotúč by začal kmitať príliš skoro a tým by sa zmenšovala účinnosť tlmenia. Ak by bol naopak príliš veľký, začal by kmitať oneskorene a sústava by bola nadmerne namáhaná torznými kmitmi.

Nevýhodou tohto typu tlmičov je pomerne malá účinnosť tlmenia (cca 50 až 60%). Ďalšou nevýhodou je fakt, že s najvyššou účinnosťou je možné utlmiť len určitý harmonický rád. Preto sa ladí na rád, pri ktorom je výchylka najvyššia. Ďalšou nevýhodou je jeho prevádzková nespoľahlivosť. Je to spôsobené zmenou trecích plôch a prítlačných síl v priebehu opotrebovania obloženia.

### Trecí tlmič s kvapalinovým trením

Tento typ tlmiča do istej miery odstraňuje nevýhody tlmiča so suchým trením. Trecie plochy sa obvykle mažú olejom z mazacej sústavy motora. Keďže je pri tomto druhu trenia trecí odpor malý, je nutné voliť väčší počet trecích plôch. Nevýhodou tohto typu tlmiča je zložitejšia konštrukcia, ako aj nutnosť utesnenia priestoru, v ktorom sa nachádza tlmič, aby nedošlo k úniku oleja do okolia.





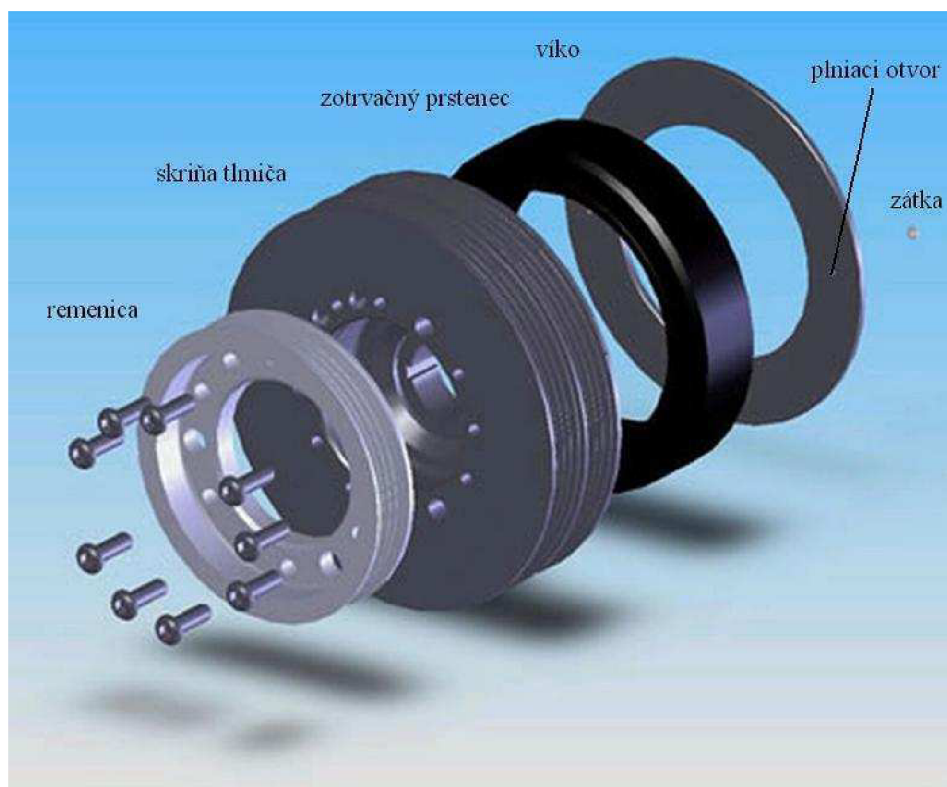
Obr. 20: Schéma trecieho tlmiča s kvapalinovým trením [1]

### Silikónový tlmič

Tento druh trecích tlmičov je v súčasnosti rozšírený hlavne u stredne veľkých naftových a plynových motorov ( $f < 10\,000$  ot./min). Jedná sa o čisto viskózne tlmič, ktorého tlmiaci moment je úmerný rýchlosti kmitania. Tlmič sa skladá z dvoch hlavných častí - skriňa tlmiča uzatvorená vekom a zotrvačný prstenec (viď. obr. 21). Skriňa je pevne uložená na voľnom konci kľukového hriadeľa, zotrvačný prstenec je voľne uložený v skriňi. Medzera medzi zotrvačným prstencom a skriňou tlmiča je vyplnená silikónovým olejom. Veľkosť tejto medzery je obvykle iba niekoľko desiatín milimetra. Pre zabezpečenie správnej funkcie tlmiča je nutné zabezpečiť dokonalé zaplnenie celej medzery medzi kotúčom a skriňou olejom. z tohto dôvodu sú vo veku dva otvory - plniaci a odzdušňovací. Tie sú po naplnení zaslepené.

Ak je pohyb skrine rovnomerný (bez torzného kmitania) zotrvačný prstenec je unášaný spolu so skriňou. Ak ale začne skriňa vplyvom torzných kmitov kmitať, pohyb zotrvačného prstenca zostáva aj naďalej rovnomerný. Tým dochádza medzi skriňou a prstencom k vzájomnému pohybu, ktorý je v kvapaline sprevádzaný pohlcovaním kmitovej energie.

Hlavnou výhodou je vysoký tlmiaci moment, nakoľko silikónový olej má veľkú viskozitu a jeho viskozita sa s teplotou mení len minimálne. Naopak nevýhodou je, že silikónový olej v tenkej vrstve pri veľkej šmykovej rýchlosti stráca v kombinácii s určitým druhom materiálu mazivosť. Tým by došlo vyradeniu tlmiča z prevádzky. Preto je vnútorný obvod prstenca opatrený nalisovanými vodiacimi púzdrami, ktoré v prípade straty mazivosti zabezpečia relatívny pohyb medzi skriňou a zotrvačným prstencom.



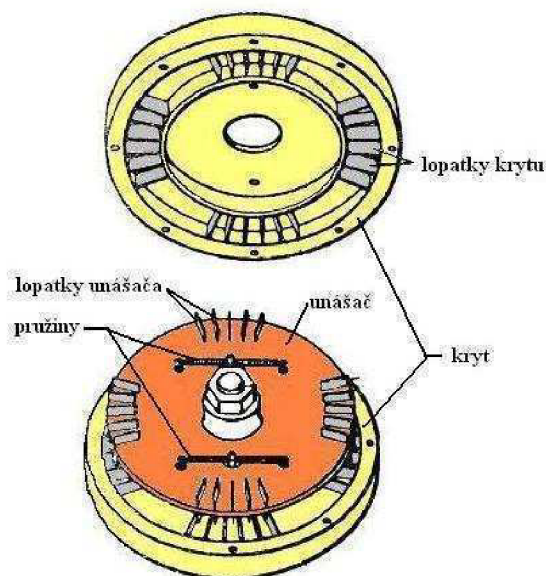
Obr. 21: Schéma silikónového tlumiča [5]

U malých vozidlových motorov (s vlastnou frekvenciou kmitania  $>10\,000$  ot./min.) je konštrukcia silikónových tlmičov ťažká hlavne z dôvodu nutnosti malých hrúbok silikónových vrstiev a vysokých viskozít olejov. Preto sa nahradzujú rezonančnými tlmičmi, ktoré sú popísané v kapitole 7.2.2.

### Hydraulický trecí tlmič

Medzi trecie tlmiče je možné zaradiť aj hydraulické tlmiče. Skladajú sa z dvojdielneho krytu a ľahkého kotúča. Ako kryt, tak aj kotúč je vybavený lopatkami. Lopatky unášača zapadajú do medzier medzi lopatkami krytu. Unášač je pevne spojený s voľným koncom kľukového hriadeľa, dvojdielny kryt je otočne uložený na hriadeľi, tvorí zotrvačnú hmotu tlmiča a je unášaný prostredníctvom dvoch slabých pružín, ktoré ale nemajú žiadny vplyv na pohyb medzi krytom a kotúčom (viď. obr. 22). Celý priestor tlmiča je vyplnený olejom. Tým, že unášač kmitá s rovnakou výchylkou ako voľný koniec kľukového hriadeľa, zatiaľ čo pohyb krytu je takmer rovnomerný, mení sa obsah komôrok medzi lopatkami krytu a unášača. Odporu vírením oleja tlmia torzné kmity a vzniknutá energia je premieňaná na teplo. Aj keď sú schopné utlmiť širší rozsah frekvencií, ich hlavnou nevýhodou je relatívne malá účinnosť.





Obr. 22: Schéma hydraulického tlmiča [1]

### 8.2.2. Rezonančné tlmiče

Ich rozšírenie spôsobila rada výhod, ktoré tieto tlmiče majú a to hlavne konštrukčnú jednoduchosť, nízke výrobné náklady a tmenie torzných kmitov v širokom rozsahu prevádzkových otáčok motora. Majú v porovnaní s trecími vysokú účinnosť, ktorá sa pohybuje v rozmedzí 65 až 80%. Rezonančné tlmiče by sa dali zjednodušene charakterizovať ako prídavná torzná sústava skladajúca sa zo zotrvačnej hmoty a pružného člena. Táto sústava sa spravidla pripája v mieste jeho najväčšej torznej výchylky (obvykle voľný koniec kľukového hriadeľa).

#### Rezonančný gumový tlmič

Zotrvačný kotúč je s voľným koncom kľukového hriadeľa spojený gumovým prstencom. Najčastejším spôsobom upevnenia zotrvačného kotúča je navulkanizovanie na remenicu, prípadne na pomocný kotúč, ktorý je následne priskrutkovaný k remenici (Obr. 36). Guma tvorí pružný a zároveň aj tlmiaci člen torznej sústavy tlmiča. Vrstva gummy môže mať buď konštantnú hrúbku, alebo sa jeho hrúbka môže zväčšovať úmerne s polomerom, čím sa dosiahne rovnomerné namáhanie gummy v celom jej priereze.

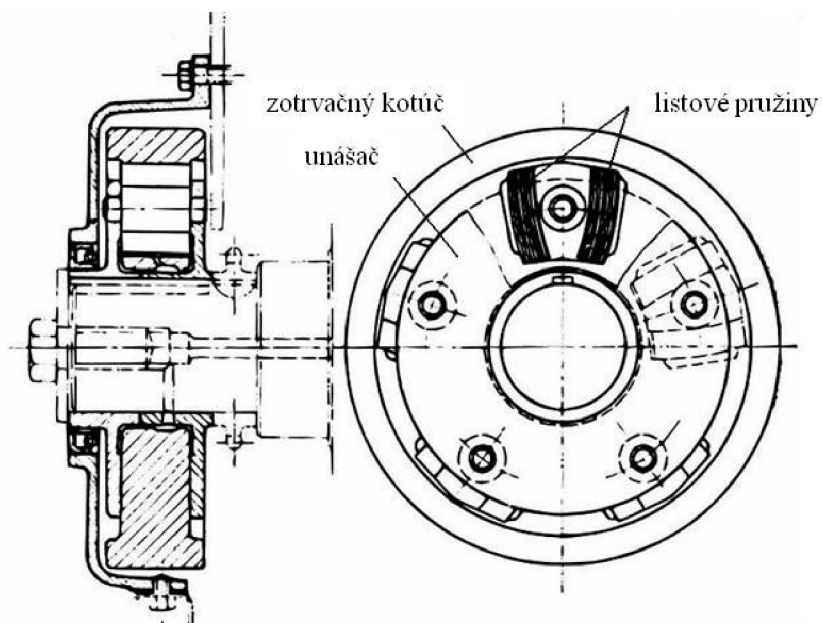
Medzi hlavné výhody gumového tlmiča patria malé rozmery, s nimi spojená malá hmotnosť, výrobná jednoduchosť a spoľahlivý útlm torzných kmitov v širokom rozsahu prevádzkových otáčok motora.

Nevýhody tlmiča sa vzťahujú hlavne k materiálu pružného člena a to hlavne k zmene mechanických vlastností gummy počas prevádzky motora (zmena tlmiacich vlastností v závislosti na teplote okolia a v podstatnej miere starnutie gummy). Ak je motor dlhodobo v oblasti rezonančných otáčok odpovedajúcim druhej vlastnej frekvencii systému s tlmičom, zvyšujú sa výchylky v tlmiacom člene a hrozí tak zvyšovanie teploty tlmiaceho člena a znižovanie jeho tuhosti. Zmenou torznej tuhosti by mohlo dôjsť k trvalému nárastu výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa, čo môže v konečnom dôsledku poškodiť tlmič,

kľukový hriadeľ a ďalšie súčasti motora. Preto je nutné pri konštrukcii dbať na to, aby bol zaistený dobrý odvod tepla z gumového člena.

### Rezonančný tlmič s listovými pružinami

Je ďalším konštrukčným typom rezonančného tlmiča, u ktorého sú pružným a zároveň tlmiacim členom zväzky listových pružín, ktoré sú vložené medzi voľne kmitajúci kotúč a unášač, ktorý je pripevnený k voľnému koncu kľukového hriadeľa (viď. obr. 23). Pri rezonančnom kmitaní vzniká relatívny pohyb medzi unášačom a kotúčom tlmiča, ktorým sú listové pružiny namáhané na ohyb. Rezonančné kmity sú tmené trením medzi jednotlivými stykovými plochami listových pružín. Nastavovaním predpätia pružín sa nastaví optimálne tlenie.



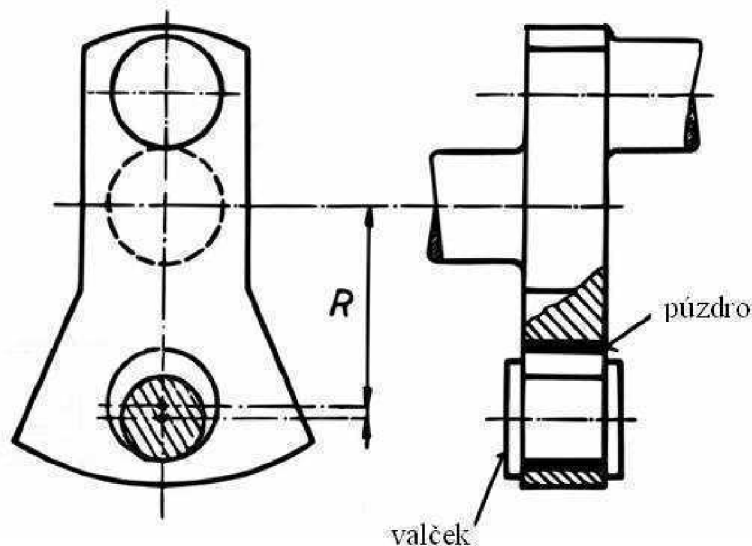
Obr. 23: Schéma rezonančného tlmiča s listovými pružinami [1]

### 8.2.3. Dynamické tlmiče (eliminátory)

Eliminátory torzných kmitov sú jednými z najúčinnnejších typov tlmičov. Princíp tlenia spočíva vo výkyvnej hmote pripojenej k torznej sústave spaľovacieho motoru tak, aby frekvencia vlastného kývania tejto hmoty bola rovnaká ako je frekvencia budiaceho momentu. U spaľovacích motorov je treba nutné dosiahnuť, aby frekvencia výkyvnej hmoty bola úmerná otáčkam kľukového hriadeľa. Hlavným rozdielom oproti trecím a rezonančným tlmičom je ten, že kmitová energia sa nemarí, ale kompenzuje pomocnou torznou sústavou predstavovanú kyvadlom a mení sa spektrum torzných vibrácií. Pretože je zrýchlenie v odstredivom poli niekoľkonásobne vyššie ako v poli gravitačnom, k účinnému utlmeniu je potrebná pomerne malá hmota kyvadla.

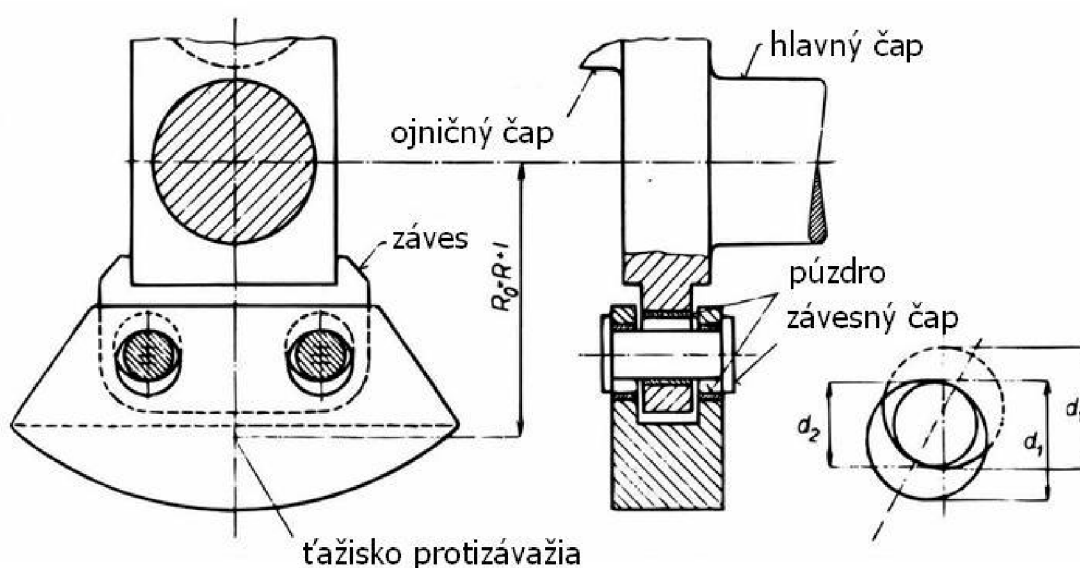
U spaľovacích motorov je radiálna vzdialenosť kyvadla obmedzená rozmermi motora (približne rovná polomeru kľukového hriadeľa) a preto musí byť dĺžka kyvadla veľmi malá a to iba niekoľko milimetrov. Najrozšírenejšie sú dva konštrukčné spôsoby a to použitie jednovláknového kyvadla alebo použitie dvojavláknového (bifilárneho) kyvadla. Jednovláknové kyvadlo je tvorené valčekom (prípadne krúžkom, guľôčkou atď.) s daným

polomerom, ktorý sa odvaľuje v otvore umiestnenom v protizávaží kľukového hriadeľa (viď. obr. 24). Výhodou tohto riešenia je hlavne konštrukčná jednoduchosť. Nevýhodou je však nepresnosť ladenia (spôsobená preklzom valčeka v otvore počas odvaľovania), taktiež nie je vždy možné vyhovieť požiadavke potrebnej hmotnosti valčeka.



Obr. 24: Schéma jednovláknového dynamického tlmiča [1]

Spomínané nevýhody sú odstránené použitím konštrukcie dvojláknového kyvadla (viď. obr.25), ktorého závažie je možné použiť zároveň aj ako protizávažie kľukového hriadeľa. K ramenu kľukového hriadeľa sa pripojuje záves s dvoma valcovými otvormi rovnakého priemeru ( $d_1$ ), ktoré sú taktiež v kyvadle. Kyvadlo je k ramenu pripojené čapmi, ktorých priemer ( $d_2$ ) je menší ako priemer otvorov v ramene a kyvadle. Počas otáčania kľukového hriadeľa kyvadlo kmitá paralelne t.j. všetky jeho body opisujú pri výkyve rovnaké oblúky.

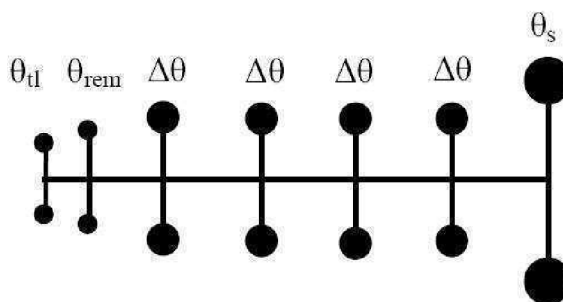


Obr. 25 Schéma dvojláknového dynamického tlmiča [1]

Podrobný popis jednotlivých druhov tlmičov ako aj ich konštrukčný návrh je podrobne popísaný v lit. [1].

### 8.3. Náhradná torzná sústava s tlmičom torzných kmitov

U vozidlových motorov sa najčastejšie používajú rezonančné tlmiče hlavne kvôli výrobnej jednoduchosti, tlméním v celom rozsahu prevádzkových otáčok motora, prevádzkovej spoľahlivosti, vysokej účinnosti (cca 65 až 80%) a kompaktnému tvaru. Skladá sa z hmotného kotúča, ktorý je s torznou sústavou spojený pružným členom.



Obr. 26 Náhradná torzná sústava s tlmičom torzných kmitov

#### 8.3.1. Stanovenie parametrov tlmiča

Pre správny návrh tlmiča je nutné určiť moment zotrvačnosti tlmiča. Zvolená hodnota momentu zotrvačnosti tlmiča:

$$I_{tl} = 0,02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Následne je možné dopočítať ďalšie parametre tlmiča.

**Tuhosť tlmiča:**

$$c_{tl} = I_{tl} \cdot \Omega_{tl}^2 \quad [Nm \cdot rad^{-1}] \quad (45)$$

$\Omega_{tl} [rad \cdot s^{-1}]$  - vlastná uhlová frekvencia tlmiča:

$$\Omega_{tl} = \Omega \cdot w \quad [rad \cdot s^{-1}] \quad (46)$$

$\Omega [rad \cdot s^{-1}]$  - uhlová rýchlosť vlastného kmitania bez tlmiča torzných kmitov

**Pomerná veľkosť tlmiča:**

$$\mu = \frac{I_{tl}}{I_{ef}} \quad [-] \quad (47)$$

$I_{tl} [kg \cdot m^2]$  - moment zotrvačnosti tlmiča

$I_{ef} [kg \cdot m^2]$  - efektívny moment zotrvačnosti sústavy bez tlmiča

Aby bolo tlmenie účinné, číselná hodnota pomernej veľkosti tlmiča sa musí pohybovať v rozmedzí  $\mu = 0,2 \div 0,4$ .

Efektívny moment zotrvačnosti sústavy bez tlmiča spočítame zo vzťahu:

$$I_{ef} = \sum_i I_i \cdot a_i^2 \quad [kg \cdot m^2] \quad (48)$$

$I_i [kg \cdot m^2]$  - momenty zotrvačnosti jednotlivých náhradných kotúčov sústavy bez tlmiča

$a_i [-]$  - pomerné amplitúdy sústavy bez tlmiča

Z pomernej veľkosti tlmiča je možné spočítať optimálne ladenie tlmiča a jeho vlastnú uhlovú frekvenciu.

**Optimálne ladenie tlmiča:**

$$w = \frac{1}{1 + \mu} \quad [-] \quad (49)$$

**Súhrn navrhnutých parametrov tlmiča**

Parameter	Označenie	Jednotka	Hodnota
Pomerná veľkosť tlmiča	$\mu$	$[-]$	0,327
Optimálne ladenie tlmiča	w	$[-]$	0.754
Vlastná uhlová frekvencia tlmiča	$\Omega_{tl}$	$[rad \cdot s^{-1}]$	1 691,1
Tuhosť tlmiča	$c_{tl}$	$[Nm \cdot rad^{-1}]$	57 199,4

#### 8.4. Vlastné torzné kmitanie sústavy s tlmičom torzných kmitov

Výpočet vlastného torzného kmitania sústavy s tlmičom sa vypočíta rovnakým spôsobom ako tomu bolo u sústavy bez tlmiča. Keďže bol do sústavy pridaný ďalší člen, je nutné rozšíriť maticu hmotnosti o moment zotrvačnosti tlmiča  $I_{tl}$  a maticu tuhosti o tuhosť tlmiča  $c_{tl}$ . Pohybová rovnica pre vlastné torzné kmitanie sústavy s tlmičom v maticovom tvare:

$$M_t \ddot{q} + C_t q = 0 \quad (50)$$

matica hmotnosti  $M_t$  sa rozšíri o moment zotrvačnosti tlmiča. Jej tvar potom je:

$$M_t = \begin{pmatrix} I_{tl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{c\_rem} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{c\_zal\_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zotr} \end{pmatrix} \quad (51)$$



Matica tuhosti  $C$  sa rozšíři o tuhost' řlmiča  $c_{il}$  :

$$C_t = \begin{pmatrix} c_{il} & -c_{il} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{il} & c_{il} + c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{pmatrix} \quad (52)$$

$q$  je vřchylka daná vzťahom:

$$q = a \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (53)$$

$a$  [-] – amplitřda

$\omega$  [rad/s] – uhlová frekvencia

Po dosadení do pôvodnej pohybovej rovnice (50) získaeme výsledný tvar rovnice:

$$\left( -\Omega_{1-t}^2 \cdot M_t + C_t \right) \cdot a = 0 \quad (54)$$

$\Omega_{1-t}$  [rad/s] – uhlová frekvencia vlastného kmitania

Po prevedení rovnice (54) na štandardný problém vlastných čísel dostaneme:

$$(A - \lambda I) \cdot x_t = 0 \quad (55)$$

kde

$A$  – štvorcová matica ( $A_t = M_t^{-1} \cdot C_t$ )

$\lambda$  – príslušné vlastné číslo ( $\lambda_{vc-t} = \Omega_{1-t}^2$ )

$I$  – jednotková matica

$x$  – vlastný vektor

Vynásobením homogénnej sústavy v tvare:

$$(C_t - \Omega_{1-t}^2 \cdot M_t) \cdot a = 0 \quad (56)$$

Maticou inverznou k matici hmotnosti ( $M^{-1}$ ), získaeme sústavu ekvivalentnú k štandardnému problému vlastných čísel:

$$(M_t^{-1} \cdot C_t - \Omega_{1-t}^2 \cdot I_t) \cdot a = 0 \quad (57)$$

kde:

$M_t^{-1} C_t$  - ekvivalentná s maticou  $A_t$

$\Omega_{1-t}$  – Ekvivalentné s  $\lambda_{vc-t}$

a – vlastný vektor (rovnako ako x)

Z predchádzajúcich vzťahov plynie, že  $\Omega_{1-t}^2$  sú vlastné čísla matice  $M_t^{-1} \cdot C_t$ . Uhlová rýchlosť vlastného kmitania má potom veľkosť odmocniny z vlastných čísel. Vlastné tvary kmitania sa potom vypočítajú z vlastných vektorov matice  $M_t^{-1} \cdot C_t$ .

Frekvenciu vlastného kmitania vypočítame z uhlovej frekvencie vlastného kmitania pomocou vzťahu:

$$N = \frac{\Omega_{1-t}}{2 \cdot \pi} \quad [Hz] \quad (58)$$

Absolútna veľkosť amplitúd jednotlivých hmôt závisí na počiatočnom impulze, preto je nutné určiť pomerné amplitúdy vzťahujúce sa k amplitúde remenice a to podľa vzťahu:

$$a_i = \frac{x_i}{x_0} \quad [-] \quad (59)$$

kde

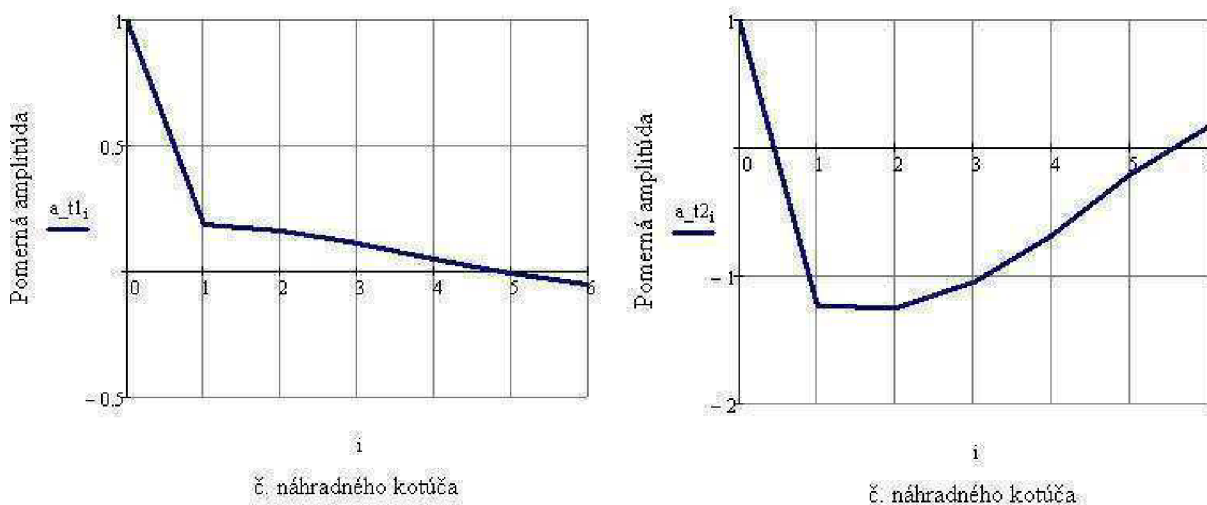
$x_0$  – veľkosť amplitúdy remenice

$x_i$  – veľkosť amplitúdy nasledujúcej hmoty

### Súhrn vypočítaných hodnôt sústavy s tmičom

Rád vlastnej frekvencie	hodnota [Hz]
1.	242,9
2.	359,1

### Grafické zobrazenie vlastných frekvencií sústavy s tmičom



Obr. 27 Graf 1. vlastnej frekvencie (vľavo) a 2. vlastnej frekvencie (vpravo) náhradnej sústavy s tmičom torzných kmitov

Kompletný výpočet vlastných frekvencií sústavy bez tmiča je uvedený v prílohe, kap. 8.1.2.



## 8.5. Vynútené torzné kmitanie s tlmičom

Keďže došlo k zmene charakteru torznej sústavy v dôsledku pridania tlmiča, došlo ku zníženiu vlastnej frekvencie sústavy, je potrebné jednotlivé parametre prepočítať.

### 8.5.1. Kritické otáčky

Pri znížení vlastnej frekvencie vplyvom pridania tlmiča torzných kmitov sa znížili aj kritické otáčky. Preto je nutné ich prepočítať. Pri určení kritických otáčok s tlmičom postupujeme obdobne ako pri určení kritických otáčok bez tlmiča.

#### Hodnoty kritických otáčok pre 1. a 2. vlastnú frekvenciu sústavy s tlmičom

$\kappa$ [-]	1. vlastná frekvencia	2. vlastná frekvencia
	otáčky [1/min]	otáčky [1/min]
0,5	29 146,3	47 407,1
1	14 573,2	23 703,5
1,5	9 715,4	15 802,4
2	7 286,6	1 1851,8
2,5	5 829,3	9 481,4
3	4 857,7	7 901,2
3,5	4 163,8	6 772,4
4	3 643,3	5 925,9
4,5	3 238,5	5 267,5
5	2 914,6	4 740,7
5,5	2 649,7	4 309,7
6	2 428,9	3 950,6
6,5	2 242,0	3 646,7
7	2 081,9	3 386,2
7,5	1 943,1	3 160,5
8	1 821,6	2 962,9
8,5	1 714,5	2 788,7
9	1 619,2	2 633,7
9,5	1 534,0	2 495,1
10	1 457,3	2 370,4
10,5	1 387,9	2 257,5
11	1 324,8	2 154,9
11,5	1 267,2	2 061,2
12	1 214,4	1 975,3

Z vypočítaných hodnôt je vidieť, že kritické otáčky sústavy s tlmičom sú nižšie. Keďže sú menovité otáčky motora 2 200 ot./min., resp. maximálne prebehové otáčky 2 460 ot./min. je nutné počítať s rozsahom kritických otáčok do rádu  $\kappa = 5,5$  u prvej vlastnej frekvencie. S poklesom kritických otáčok 1. vlastnej frekvencie sa taktiež znížili aj otáčky 2. vlastnej frekvencie. Aj tie ležia v prevádzkových otáčkach motora, preto je nutné ich tiež zahrnúť do výpočtu. Pre 2. vlastnú frekvenciu je nutné počítať s rozsahom do rádu  $\kappa = 9,5$ .

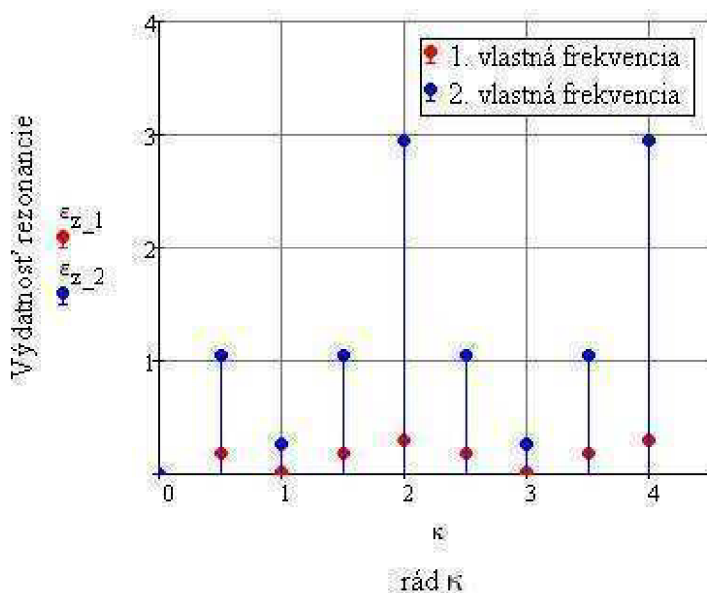
### 8.5.2. Výdatnosť rezonančnňch kmitov

Podobne ako tomu bolo u kritickňch otáčok, je potrebné prepočítať aj výdatnosť rezonancií, pretože sa zmenili hodnoty pomernňch amplitúd  $a_i$ .

**Hodnoty výdatnosti rezonančnňch kmitov pre jednotlivé rády  $\kappa$**

Rád $\kappa$	1. vlastná frekvencia	2. vlastná frekvencia
0,5; 2,5; 4,5; 6,5; 8,5; 10,5	0,185	1,047
1; 3; 5 ; 7; 9; 11	0,001	0,275
1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5; 11,5	0,185	1,047
2; 4; 6; 8; 10; 12	0,305	2,957

**Grafické znázornenie výdatnosti**



Obr.28 Grafické znázornenie výdatnosti rezonancie 1. vlastnej frekvencie ( $\epsilon_{z_1}$ ) a 2. vlastnej frekvencie ( $\epsilon_{z_2}$ )

Pomerný útlm gumovňch zmesí vhodnňch pre použitie u rezonančnňch tlničov je nižší ako optimálny. Ten okrem zvyšenia amplitúd spôsobuje aj to, že maximá v druhom rezonančnom vrchole pri rezonančnom dvojzlovom kmitaní sú vyššie ako v prvom vrchole pri rezonančnom jednozlovom kmitaní. Toto maximum je možné znížiť voľbou vyššieho ladenia tlniča (vid' kapitola 8.3).

## Torzné výchylky v rezonanci

Veľkosť torzných výchyliek v rezonancii sústavy s tlmičom je možné určiť zo vzťahu:

$$\phi_{0_{-1_{i_f}}} = \frac{(M_{h_{i_f}} \cdot \varepsilon_{1_{i_f}})}{\Omega_{1_{-t_5}} \cdot \left[ \xi \cdot \left[ \sum_i (a_{1_i})^2 \right] + \xi_{tl} \cdot (a_{tl} - a_0)^2 \right]} \quad [\text{rad}] \quad (60)$$

$a_{tl} [-]$  - pomerná výchylka tlmiča

$\Omega_{1_{-t_5}} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$  - uhlová rýchlosť kmitania sústavy s tlmičom

$\xi_{tl} [\text{Nm} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}]$  - tlmenie tlmiča

Tlmiaci odpor (tlmenie) tlmiča určíme zo vzťahu:

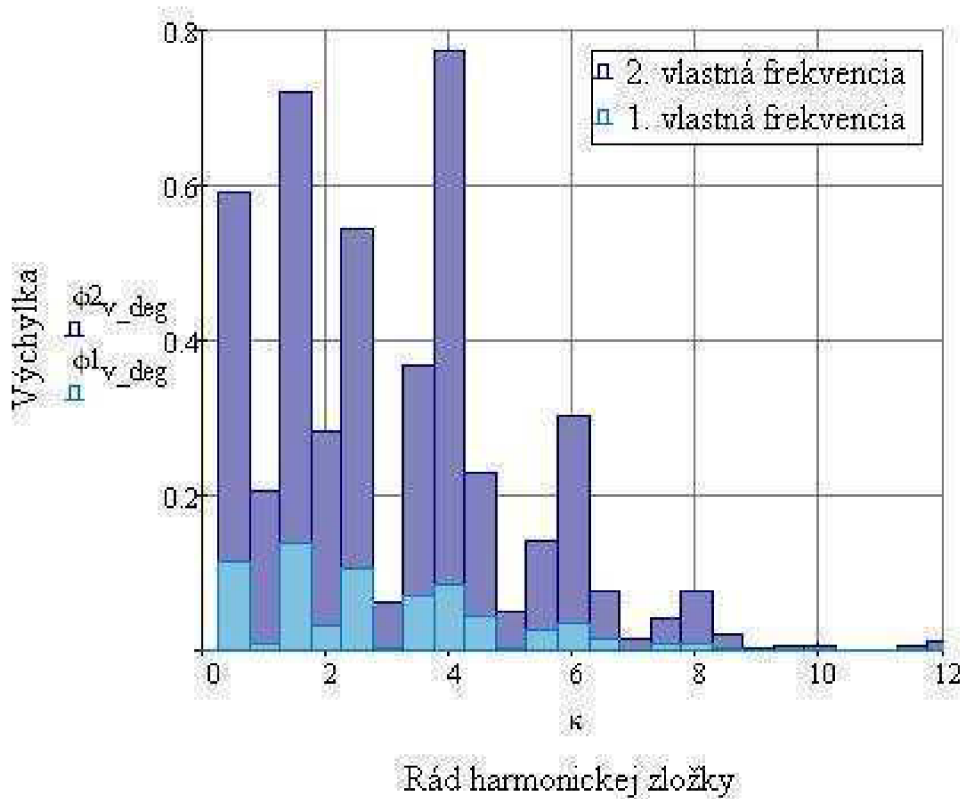
$$\xi_{tl} = 2 \cdot \gamma \cdot I_{tl} \cdot \Omega \quad [\text{Nm} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}] \quad (61)$$

$\gamma [-]$  - pomerný útlm (podľa lit. [1] volím spodnú hranicu  $\gamma = 0,08$  z rozsahu  $\gamma = 0,08 \div 0,12$ )

## Hodnoty torzných výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa

$\kappa$ [-]	natočenie [deg]	
	1. vlastná frekvencia	2. vlastná frekvencia
0,5	0,1308	0,5870
1	0,0095	0,2046
1,5	0,1590	0,7140
2	0,0366	0,2811
2,5	0,1205	0,5409
3	0,0029	0,0615
3,5	0,0815	0,3657
4	0,0999	0,7668
4,5	0,0505	0,2268
5	0,0023	0,0489
5,5	0,0311	0,1398
6	0,0390	0,2966
6,5	0,0172	0,0772
7	0,0007	0,0150
7,5	0,0088	0,0394
8	0,0100	0,0766
8,5	0,0043	0,0194
9	0,0001	0,0029
9,5	0,0016	0,0073
10	0,0009	0,0069
10,5	0,0003	0,0013
11	0,00002	0,0005
11,5	0,0012	0,0052
12	0,0014	0,0105

## Grafické znázornenie torzných výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa s tmičom torzných kmitov



Obr.29 Výchylky voľného konca kľukového hriadeľa 1. a 2. vlastnej frekvencie jednotlivých rádov  $k$  sústavy s tmičom torzných kmitov

Ako je vidieť z grafu, v rozsahu prevádzkových otáčok motora je najväčšia výchylka voľného konca kľukového hriadeľa  $0,039^\circ$  pri otáčkach 2 428,9 ot./min. u prvej vlastnej frekvencie, resp.  $0,0105^\circ$  pri 1 975,3 ot./min. druhej vlastnej frekvencie. Preto je nutné skontrolovať namáhanie kľukového hriadeľa pri týchto otáčkach. Rády, u ktorých je výchylka väčšia už ležia mimo pracovné otáčky motora, preto ich nie je nutné zahrnúť do pevnostnej kontroly. Podľa lit. [1] by mali najvyššie kritické otáčky, ktoré sa berú do úvahy byť o 15% vyššie ako sú maximálne prevádzkové otáčky motora. Tým sa vylúči, že kritické otáčky ležiace tesne nad pásmom, nadmerne zaťažia kľukový hriadeľ v prípade, že sa maximálne otáčky tejto hodnoty priblížia.

### 8.5.3. Namáhanie torznými kmitmi sústavy s tmičom

Namáhanie pri 1. aj 2. vlastnej frekvencii nepresahuje hodnoty maximálneho dovoleného napätia, kľukový hriadeľ z pevnostného hľadiska vyhovuje.

Ak by prídavné namáhanie prekročilo maximálnu dovolenú hodnotu, kľukový hriadeľ by bolo nutné konštrukčne upraviť alebo utlmiť, aby nedošlo k únavovým lomom kľukového hriadeľa. U motorov s menším počtom valcov býva obvykle kľukový hriadeľ dostatočne dimenzovaný a torzné kmity nie sú natoľko výdatné, aby došlo k únavovému lomu kľukového hriadeľa.

Utlmenie a posunutie frekvencií mimo pracovný rozsah má opodstatnenie z hľadiska zmenšenia torzných výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa. Pokiaľ by sa tak nestalo vibrácie spôsobené týmito výchylkami by sa prenášali na ďalšie zariadenia pripojené k voľnému koncu hriadeľa, čo by spôsobovalo nadmerné vibrácie a hluk. U motorov s väčším počtom valcov sú výchylky tak veľké, že pokiaľ by nedošlo k ich posunutiu mimo pracovný rozsah motora, mohlo by dôjsť k únavovým lomom kľukového hriadeľa. Podrobný výpočet, ako aj pevnostná kontrola sústavy s tlmičom je uvedená v kapitole 8.

## 9. POROVNANIE TLMENÉHO A NETLMENÉHO MODELU

Porovnanie môžeme uskutočniť pomocou troch parametrov, ktorými sú vlastné tvary, pomerné výchylky a výchylky voľného konca kľukového hriadeľa.

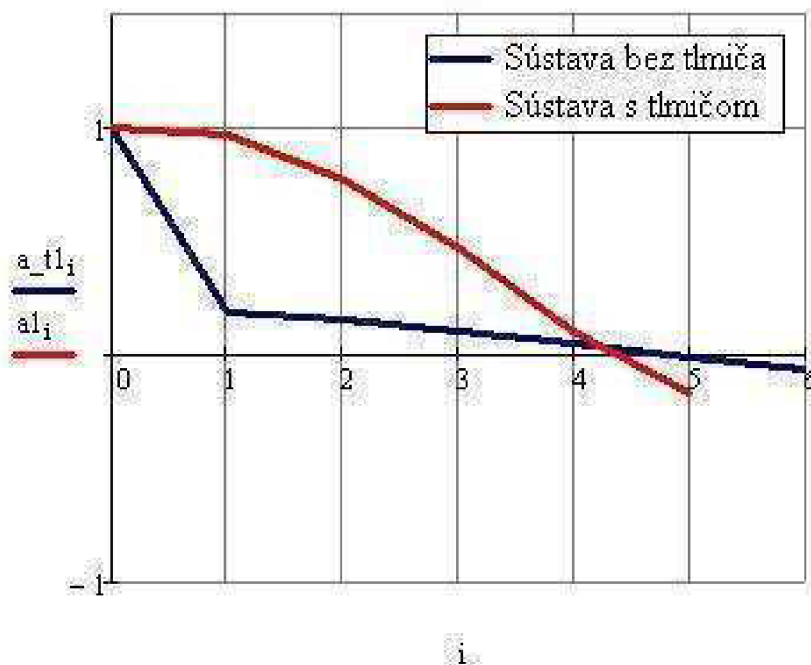
Nie je však možné porovnať jednotlivé výsledky tlmeného a netlmeného modelu pre 2. vlastnú frekvenciu, pretože kritické otáčky netlmeného modelu ležia mimo rozsah pracovných otáčok motora. Z tohto dôvodu nebolo nutné počítať parametre netlmeného modelu pre 2. vlastnú frekvenciu.

Pri porovnaní vlastných tvarov môžeme podľa grafu na obr. 30 vyvodit' záver, že zmenou torznej sústavy použitím tlmiča sa zmenšia pomerné výchylky 1. vlastného tvaru. Najväčší pokles môžeme vidieť v mieste 0-1. Tento pokles spôsobuje predovšetkým nízka tuhosť väzby 0-1 (tuhosť gumového prstenca). Tá spôsobuje taktiež zníženie vlastnej frekvencie, ktorá je závislá na uhlovej rýchlosti vlastného kmitania. Dôsledkom zníženia vlastných frekvencií je zníženie vibrácií kľukového mechanizmu, čo má priaznivý dopad na jeho namáhanie, tj. znižuje sa únavové opotrebenie predovšetkým kľukového hriadeľa. Keďže je veľkosť výdatností 1. vlastného tvaru závislá na priebehu výkmitovej čiary, môžeme na obr. 31 vidieť zníženie výdatnosti rezonancie. V súvislosti so zmenšením výdatnosti je zrejmé taktiež zmenšenie pomernej výchylky voľného konca kľukového hriadeľa. Ako sme už spomínali v úvode kapitoly, nemôžeme uskutočniť porovnanie 2. vlastného tvaru, avšak z vlastností gumového tlmiča podľa lit. [1] môžeme usudzovať, že veľkosť výdatnosti rezonancie sa u 2. vlastného tvaru zvýši. Silné rády (v našom prípade  $\kappa = 2, 4, \dots$ ) majú oveľa väčšiu výdatnosť ako ostatné rády. To isté môžeme povedať aj o výchylkách voľného konca.

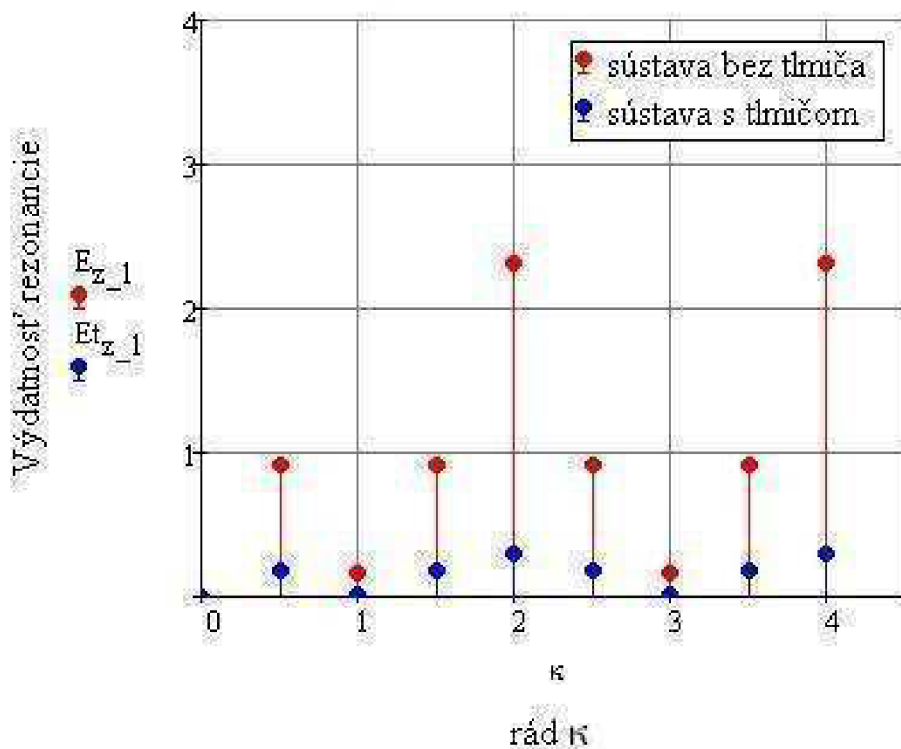
Ak by sme porovnávali vlastné frekvencie tlmeného a netlmeného modelu, môžeme vidieť, že použitím tlmiča sa obe frekvencie znížili. Avšak aj napriek tomuto faktoru sa výdatnosti rezonancie znížili iba u 1. vlastnej frekvencie.

Ako už bolo spomenuté v kapitole 8.5.3. u motorov s menším počtom valcov je hlavným dôvodom použitia gumového tlmiča hlavne zníženie vibrácií kľukového mechanizmu, ako aj zmenšenie torzných výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa, ktoré by sa mohli prenášať na ďalšie zariadenia pripojené k voľnému koncu, čo by spôsobovalo nadmerný hluk a nežiaduce vibrácie. U viacvalcových motorov sa používa hlavne z dôvodu eliminácie torzného napätia, pretože je toto napätie dostatočne veľké na to, aby mohlo spôsobiť únavový lom kľukového hriadeľa. Zmenšenie namáhania kľukového hriadeľa je spôsobené predovšetkým znížením 1. a 2. vlastnej frekvencie. Na obr. 31 môžeme vidieť, ako výrazne sa zmenšila výchylka voľného konca kľukového hriadeľa jednotlivých rádo $\kappa$ . Je však nutné dodať, že z grafu nie je vidieť, že hodnoty maximálnych výchyliek nižších rádo $\kappa$  ležia mimo rozsah pracovných otáčok motora. Na obr. 32 je preto zobrazená závislosť výchylky voľného konca kľukového hriadeľa na kritických otáčkach v rozsahu pracovných otáčok motora. V grafe môžeme sledovať, že použitím tlmiča torzných kmitov sa znížili kritické otáčky jednotlivých rádo $\kappa$  a taktiež sa znížila výchylka voľného konca. Tieto výchylky, či už s použitím tlmiča alebo bez neho sa však pohybujú v hodnotách, ktoré neovplyvnia pevnosť kľukového hriadeľa, preto tento motor môže byť bezpečne prevádzkovaný aj bez použitia

tlnića torznňch kmitov. Na obr. 32 je tieć vidieť, ŷe pre ŷtvorvalcový radový motor sŷ vŷchytky hlavnňch rŷdov vyŷšie ako vŷchytky rŷdov vedľajŷich.

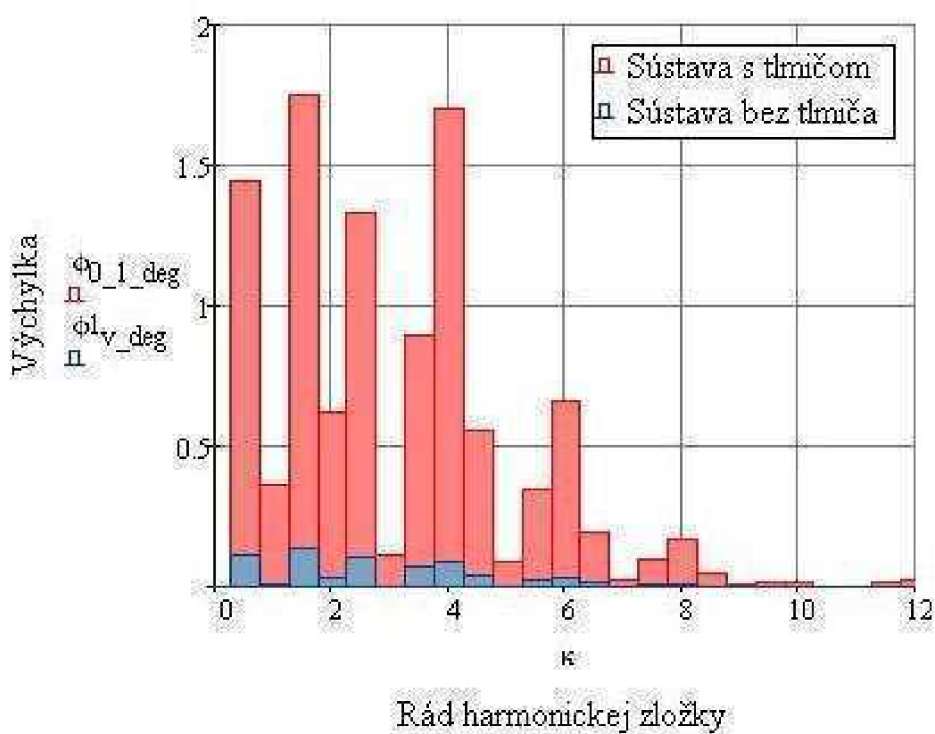


Obr.30 Porovnanie vlastnňch tvarov

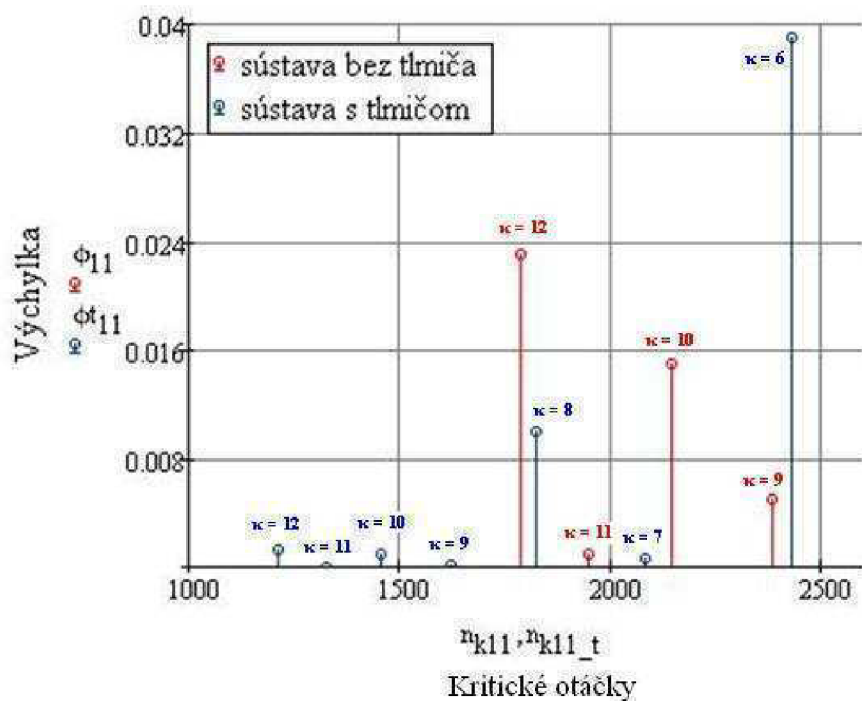


Obr.31 Porovnanie vŷdatnosti rezonanciŷ





Obr.32 Porovnanie výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa



Obr.33 Porovnanie výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa v rozsahu prevádzkových otáčok motora



## 10. KONŠTRUKČNÝ NÁVRH GUMOVÉHO TLMIČA

Gumový tmič sa skladá z dvoch hlavných častí a to zo zotrvačného prstenca a gumového prstenca, ktorý spája zotrvačný prsteneč s torznou sústavou. Jednotlivé časti sú navzájom pevne spojené vulkanizáciou. Zotrvačný a gumový prsteneč môžu byť taktiež navulkanizované na nosný profilovaný plech, ktorý je pri montáži priskrutkovaný na remenicu. Rozmery tmiča ako aj jeho ďalšie konštrukčné parametre je možné spočítať pomocou početných vzťahov, ktoré budú podrobnejšie popísané v nasledujúcej kapitole. Výpočet je možné rozdeliť na dve časti. V prvej časti sa navrhnu rozmery a parametre gumového prstenca, v druhej rozmery ocelového zotrvačného prstenca.

### 10.1. Rozmery gumového prstenca

Vzťah pre výpočet tuhosti gumového prstenca má podľa [1] tvar:

$$c_{tl} = \frac{\pi \cdot G_p \cdot b_{tl} \cdot D_2^2 \cdot D_1^2}{D_1^2 - D_2^2} \quad [Nm \cdot rad^{-1}] \quad (62)$$

$G_p$  [MPa] - dynamický modul pružnosti gumy v šmyku (podľa lit. [1] volím  $G_p = 1$  MPa)

$b_{tl}$  [m] - šírka gumového prstenca

$D_1$  [m] - vnútorný priemer prstenca

$D_2$  [m] - vonkajší priemer prstenca

Z rovnice (62) je možné vyjadriť priemer vonkajšieho prstenca. Úpravami získame vzťah v tvare:

$$D_2 = \sqrt[4]{D_1 + \frac{32 \cdot b_{tl} \cdot c_{tl}}{\pi \cdot G_p}} \quad [mm] \quad (63)$$

Rozmer vnútorného priemeru gumového prstenca je daný priemerom plechu, ktorý bude k remenici priskrutkovaný a na ktorom bude navulkanizovaný gumový prsteneč. Konštrukčné usporiadanie tmiča bude podrobne popísané v kapitole 8.3. Šírka gumového prstenca  $b_{tl} = 4$  mm bola zvolená s ohľadom na obmedzený priestor, do ktorého bude tmič namontovaný.

### 10.2. Rozmery ocelového prstenca

Zo zvoleného momentu zotrvačnosti ocelového prstenca je možné dopočítať vonkajší priemer prstenca. Pre moment zotrvačnosti platí vzťah:

$$I_{tl} = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} r^3 \cdot b_{tl} \cdot \rho_o \cdot d\varphi \cdot dr \quad [kg \cdot m^2] \quad (64)$$

$R_1$  [mm] - vnútorný polomer prstenca

$R_2$  [mm] - vonkajší polomer prstenca

$\rho_o$  [ $kg \cdot m^3$ ] - hustota ocele

Integráciou a úpravami vzťahu (64) dostaneme vzťah pre výpočet vonkajšieho polomeru oceľového prstenca v tvare:

$$R_2 = \sqrt[4]{R_1 + \frac{2 \cdot I_H}{\pi \cdot \rho_o \cdot t_o}} \quad [mm] \quad (65)$$

**Hlavné konštrukčné rozmery tlmiča:**

	Rozmer	Označenie	Hodnota [mm]
<b>Gumový prstenec</b>	Hrúbka	b <sub>tl</sub>	4
	Vnútorný priemer	D <sub>1</sub>	241,1
	Vonkajší priemer	D <sub>2</sub>	180
<b>Oceľový prstenec</b>	Hrúbka	t <sub>o</sub>	10
	Vnútorný priemer	D <sub>1o</sub>	180
	Vonkajší priemer	D <sub>2o</sub>	245.7

### 10.3. Napätie v gumovom prstenci

Je nutné skontrolovať napätie v gumovom prstenci tlmiča, aby počas prevádzky nedošlo k poruche tlmiča oddelením zotrvačného prstenca od remenice (nosného plechu). šmykové napätie pôsobiace v gumovom prstenci vypočítame zo vzťahu:

$$\tau_g = \frac{2 \cdot M_{k\_tl}}{\pi \cdot b_{tl} \cdot d_{str}^2} \quad [MPa] \quad (66)$$

kde

M<sub>k\_tl</sub> [MPa] - striedavý krútiaci moment pôsobiaci v gumovom prstenci

d<sub>str</sub> [mm] - stredný priemer gumového prstenca

Pre striedavý krútiaci moment platí vzťah:

$$M_{k\_tl} = \phi_v \cdot c_{tl} \cdot \Delta a_{tl} \quad [Nm] \quad (67)$$

kde

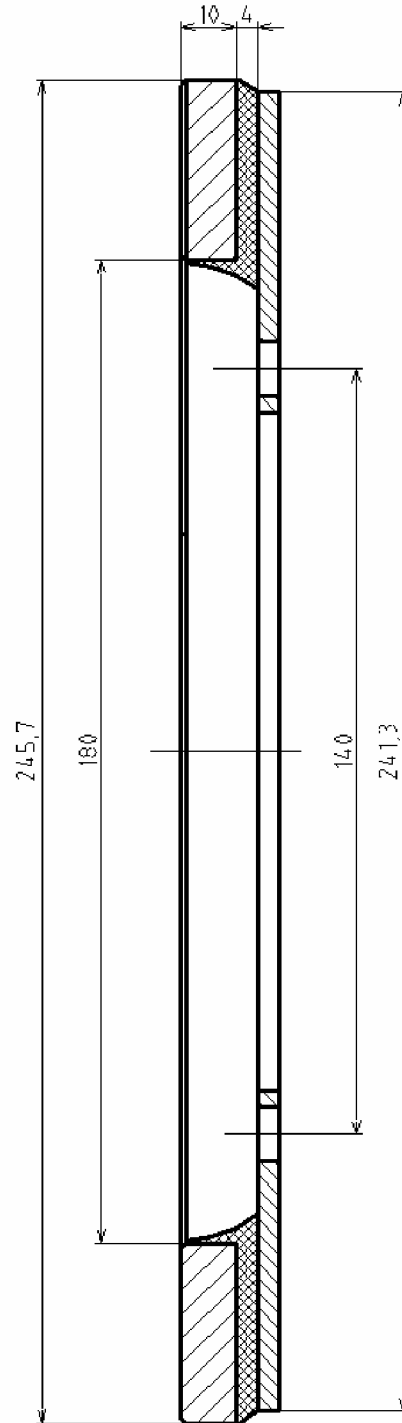
φ<sub>v</sub> [-] - najväčšia výchylka voľného konca kľukového hriadeľa v prevádzkovom rozsahu otáčok motora

Δa<sub>tl</sub> [-] - pomerná amplitúda tlmiča

Pre rezonančné tlmiče sa najčastejšie používa guma s tvrdosťou 45° až 60° podľa Shora, ktorej maximálne dovolené napätie v striedavom šmyku je 0,3 MPa [1]. Maximálne napätie pôsobiace v gumovom prstenci podľa vzťahu (66) je 0,017 MPa, tj. nepresahuje hodnotu maximálneho dovoleného napätia. Tlmiaci člen gumového prstenca je dostatočne dimenzovaný.

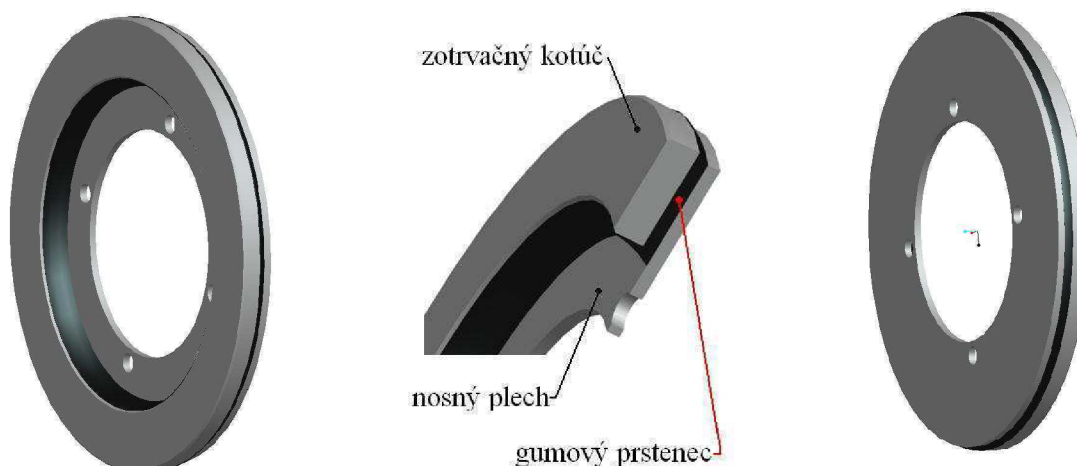
#### 10.4. Konštrukčné usporiadanie tmiča

Tmič je navrhnutý ako samostatná súčiastka. Najväčšou výhodou tohto usporiadania je to, že v prípade poruchy gumového tmiča (oddelenia zotrvačného kotúča od nosného plechu, zmeny tlmiaceho účinku vplyvom starnutia gumi atď.) sa vymení iba samotný tmič. V prípade, že by bol tmič navulkanizovaný priamo na remenici, musela by sa vymeniť celá remenica a náklady na opravu by boli niekoľkonásobne vyššie.



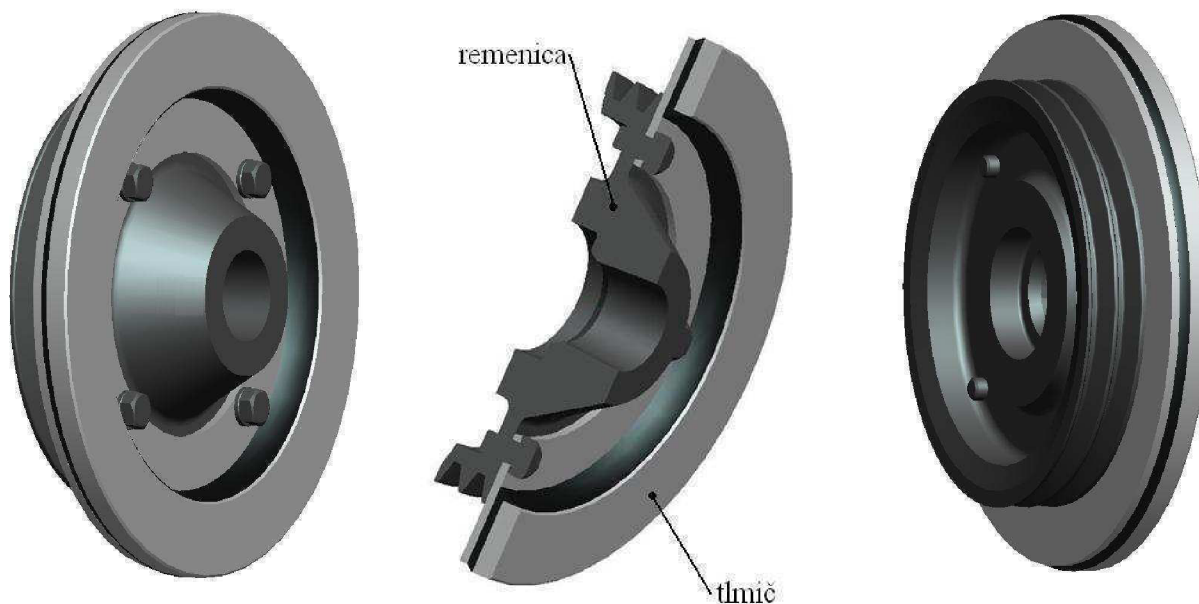
Obr.34 Konštrukčný návrh gumového tmiča a jeho hlavné rozmery

Gumový tmič je k remenici priskrutkovaný zo zadnej strany štyrmi skrutkami M10x20 (viď. obr. 36). Z toho dôvodu je potrebné remenicu konštrukčne upraviť navŕtaním štyroch otvorov opatrených závitom M10, ktorých rozstupová kružnica má priemer 140 mm. Spolu so skrutkami je nutné použiť taktiež pružné podložky 10, aby sa zamedzilo samovoľnému povoleniu skrutiek vplyvom vibrácií počas prevádzky motora.



Obr.35: 3D Model gumového tmiča

Umiestnenie tmiča zo zadnej strany remenice je nevýhodné pri výmene tmiča, pretože je nutné demontovať taktiež remenicu. Hlavnou výhodou tohto usporiadania je však to, že pokiaľ sa zotrvačný plech od nosného plechu oddelí, zamedzí sa tomu, aby sa samovoľne pohyboval v motorovom priestore, čím by mohol spôsobiť vážnu poruchu motora.



Obr.36 3D model sústavy gumového tmiča s remenicou

## 11. ZÁVER

Prvým krokem zadania bolo vypracovanie 3D modelu kľukového hriadeľa. Kľukový hriadeľ ako aj ostatné súčasti kľukového mechanizmu boli vytvorené pomocou 3D software PRO Engineer. Ďalším krokom bol výpočet vlastných frekvencií a tvarov kmitania. Taktiež boli stanovené rezonančné otáčky a rezonančné amplitúdy motora bez tlmiča torzných kmitov. Parametre modelu torzného systému potrebné k výpočtu boli dopočítané pomocou parametrov získaných z programu PRO Engineer. Po vykonaní výpočtu sústavy bez tlmiča boli navrhnuté parametre gumového tlmiča a následne znovu stanovené rezonančné otáčky a amplitúdy s navrhnutým tlmičom. Bola uskutočnená aj pevnostná kontrola sústavy bez tlmiča a s tlmičom. V závere práce boli porovnané jednotlivé torzné systémy a bolo navrhnuté konštrukčné riešenie tlmiča. Tlmič bol navrhnutý ako samostatná súčiastka. Toto usporiadanie má niekoľko výhod, ktoré sú popísané v návrhu .

Gumový tlmič je navrhnutý tak, aby znížil torzné namáhanie kľukového hriadeľa a predovšetkým zmenšil kmitanie voľného konca kľukového hriadeľa, ktoré by sa v opačnom prípade prenášalo na ďalšie časti pripojené k voľnému koncu kľukového hriadeľa.

Pri porovnaní tlmeného a netlmeného modelu môžeme z obr. 32 a obr. 33 vidieť zníženie výchyliek voľného konca kľukového hriadeľa, avšak najväčšie zníženie nastáva mimo rozsah pracovných otáčok motora. Zníženie výchylky voľného konca v rozsahu prevádzkových otáčok motora sa pohybuje v hodnotách, ktoré sa pri prevádzke motora neprejavia do takej miery, aby bola porušená pevnosť kľukového hriadeľa.

Z ekonomického hľadiska je možná prevádzka motora aj bez gumového tlmiča, avšak za cenu vyšších vibrácií a hluku motora.

## 12. ZOZNAM POUŽITÉJ LITERATURY

- [1] Kolektiv VÚNM a ČKD Praha: *Naftové motory čtyřdobé*, I. díl, 2. vyd. 1962. SNTL/SVTL, Praha.
- [2] NESTORIDES, E.J.: *A handbook on torsional vibration.*, 1958, Cambridge at the university press.
- [3] HOŠEK, J.: *Spalovací motory- konstrukce: síly a momenty, vyvažování a torzní kmitání pístových spalovacích motorů*, 1. vyd. 2008. Univerzita obrany, Brno
- [4] KRATOCHVÍL, C.: *Mechanika těles: dynamika*, 4. vyd. 2007. CERM, Brno
- [5] KOŽOUŠEK, J., *Výpočet a konstrukce spalovacích motorů I*, 1. vyd. 1978 SNTL, Praha
- [6] *Summitracing* [online]. 2010 [cit. 2010-05-05]. Viscous damper. Dostupné z WWW: <[http://static.summitracing.com/global/images/prod/large/flu-590601\\_w.jpg](http://static.summitracing.com/global/images/prod/large/flu-590601_w.jpg)>
- [7] *Zetor* [online]. 2009 [cit. 2010-05-11]. Dostupné z WWW: <<http://www.zetor.cz/motor-z-1605>>

### 13. ZOZNAM POUŽITÝCH ZNAČIEK

$a$	$[-]$	amplitúda
$a_{h_k}$	$[-]$	reálna zložka harmonickej analýzy budiaceho momentu
$a_i$	$[-]$	pomerná amplitúda pred uzlom výkmitovej čiary
$a_{i+1}$	$[-]$	pomerná amplitúda za uzlom výkmitovej čiary
$a1_i$	$[-]$	pomerná výchylka $i$ - toho náhradného kotúča 1. vlastnej frekvencie sústavy bez tlmiča
$a2_i$	$[-]$	pomerná výchylka $i$ - toho náhradného kotúča 2. vlastnej frekvencie sústavy bez tlmiča
$a_{_t1_i}$	$[-]$	pomerná výchylka $i$ - toho náhradného kotúča 1. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$a_{_t2_i}$	$[-]$	pomerná výchylka $i$ - toho náhradného kotúča 2. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$a_{h_k}$	$[-]$	reálna zložka fourierovej analýzy budiaceho momentu
$\Delta a_{i,i+1}$	$[-]$	pomerné natočenie kľukového hriadeľa v mieste uzlu výkmitovej čiary
$\Delta a1_{tl}$	$[-]$	pomerná amplitúda zotrvačného kotúča tlmiča pre 1. vlastnú frekvenciu sústavy s tlmičom
$\Delta a2_{tl}$	$[-]$	pomerná amplitúda zotrvačného kotúča tlmiča pre 2. vlastnú frekvenciu sústavy s tlmičom
$b$	$[m]$	šírka ramena zalomenia kľukového hriadeľa
$b_{h_k}$	$[-]$	imaginárna zložka fourierovej analýzy budiaceho momentu
$b_{hc}$	$[m]$	šírka hlavného čapu kľukového hriadeľa
$b_{oc}$	$[m]$	šírka ojničného čapu kľukového hriadeľa
$b_p$	$[m]$	šírka príruby pre zotrvačník
$b_{tl}$	$[m]$	šírka gumového prstenca
$c$	$[Nm \cdot rad^{-1}]$	torzná tuhosť
$C$	$[-]$	matica tuhosti sústavy bez tlmiča
$C_t$	$[-]$	matica tuhosti sústavy s tlmičom
$c_{tl}$	$[Nm \cdot rad^{-1}]$	torzná tuhosť tlmiča
$d_p$	$[m]$	rozstupový priemer dier pre upevnenie zotrvačníku
$d_{str}$	$[m]$	stredný priemer gumového prstenca
$D$	$[m]$	vrtanie valca
$D_{hc}$	$[m]$	priemer hlavného čapu kľukového hriadeľa
$D_{oc}$	$[m]$	priemer ojničného čapu kľukového hriadeľa
$D_{red}$	$[m]$	redukovaný priemer náhradného hriadeľa
$D_1$	$[m]$	vnútorný priemer gumového prstenca
$D_2$	$[m]$	vonkajší priemer gumového prstenca
$D_{1o}$	$[m]$	vnútorný priemer oceľového prstenca
$D_{2o}$	$[m]$	vonkajší priemer oceľového prstenca



$F_{c_i}$	[N]	celkové síly působící na piest
$F_{co_i}$	[N]	celkové síly v smere osi valca
$F_{od}$	[N]	odstredivá síla rotačných částí ojnice
$F_{o2_i}$	[N]	síly přenášané ojnícou
$F_{pc_i}$	[N]	síly přenášané piestnym čapom
$F_{p_i}$	[N]	primárne síly
$F_{r_i}$	[N]	reálna zložka síly od ojnice
$F_{r,c}$	[N]	celková radiálna síla
$F_{s_i}$	[N]	zotrvačné síly
$F_{s2_i}$	[N]	zotrvačné síly posuvných částí
$F_{t_i}$	[N]	tangenciálne síly
$G$	[MPa]	modul pružnosti v šmyku materiálu kľukového hriadeľa
$G_g$	[MPa]	dynamický modul pružnosti gumy v šmyku
$h$	[m]	šírka ramena zalomenia kľukového hriadeľa
$h_k$	[-]	zložka v harmonickej analýze budiaceho momentu
$i$	[-]	číslo vzorku v harmonickej analýze budiaceho momentu
$i_z$	[-]	pomerná amplitúda $i$ -teho zalomenia zhodná s počtom valcov $u$ u výdatnosti rezonancie
$I_{c\_rem}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	celkový moment zotrvačnosti na strane zotrvačníku
$I_{zal\_i_z}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	moment zotrvačnosti $i$ -teho zalomenia kľukového hriadeľa
$I_{c\_zal\_i_z}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	moment zotrvačnosti $i$ -teho náhradného kotúča
$I_{c\_rem}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	moment zotrvačnosti náhradného kotúča remenice
$I_{c\_zotr}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	moment zotrvačnosti náhradného kotúča zotrvačníka
$I_{ef}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	efektívny moment zotrvačnosti sústavy bez tlmiča
$I_{kl\_rem}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	moment zotrvačnosti časti kľukového hriadeľa určeného pre umiestnenie remenice
$I_{kl\_zotr}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	moment zotrvačnosti časti kľukového hriadeľa určeného pre umiestnenie zotrvačníka
$I_{oj\_rot}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	moment zotrvačnosti rotačnej časti ojnice
$I_p$	[kg · m <sup>2</sup> ]	polárny kvadratický moment
$I_{pos}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	redukovaný moment zotrvačnosti posuvných hmôt piestnej skupiny
$I_{rem}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	moment zotrvačnosti remenice
$I_{zotr}$	[kg · m <sup>2</sup> ]	moment zotrvačnosti zotrvačníka
$j$	[-]	imaginárna jednotka harmonickej analýzy budiaceho momentu
$k$	[-]	pomocné čísla pre výpočet harmonických zložiek
$l$	[m]	dĺžka ojnice
$l_{red}$	[m]	redukovaná dĺžka zalomenia
$l_{red\_rem}$	[m]	redukovaná dĺžka na strane remenice

$l_{red\_zotr}$	$[m]$	redukovaná délka na strane zotrvačníku
$m_p$	$[kg]$	hmotnosť piestnej skupiny
$m_1$	$[kg]$	hmotnosť posuvnej časti ojnice
$m_2$	$[kg]$	hmotnosť rotačnej časti ojnice
$m_3$	$[kg]$	hmotnosť ojnice v ťažisku
$M$	$[-]$	matica hmotnosti sústavy bez tlmiča
$M_{kHC_i}$	$[Nm]$	krútiace momenty na hlavných čapoch kľukového hriadeľa
$M_{kOC_i}$	$[Nm]$	krútiace momenty na ojničných čapoch kľukového hriadeľa
$M_{kis}$	$[Nm]$	stredný indikovaný moment jedného valca
$M_{ki1-4}$	$[Nm]$	krútiace momenty na jednotlivých zalomeniach kľukového hriadeľa
$M_{k\_tl\_1}$	$[Nm]$	striedavý krútiaci moment 1. vlastnej frekvencie pôsobiaci v gumovom prstenci
$M_{k\_tl\_2}$	$[Nm]$	striedavý krútiaci moment 2. vlastnej frekvencie pôsobiaci v gumovom prstenci
$M_{t\_1}$	$[Nm]$	striedavý krútiaci moment 1. vlastnej frekvencie pre sústavu s tlmičom
$M_{t\_2}$	$[Nm]$	striedavý krútiaci moment 2. vlastnej frekvencie pre sústavu s tlmičom
$M_t$	$[-]$	matica hmotnosti sústavy s tlmičom
$M_1$	$[Nm]$	striedavý krútiaci moment 1. vlastnej frekvencie pre sústavu bez tlmiča
$n$	$[\text{min}^{-1}]$	menovité otáčky motoru
$n_{k\_1}$	$[\text{min}^{-1}]$	kritické otáčky 1. vlastnej frekvencie sústavy bez tlmiča
$n_{k\_2}$	$[\text{min}^{-1}]$	kritické otáčky 2. vlastnej frekvencie sústavy bez tlmiča
$n_{k\_1\_t}$	$[\text{min}^{-1}]$	kritické otáčky 1. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$n_{k\_2\_t}$	$[\text{min}^{-1}]$	kritické otáčky 2. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$n_v$	$[-]$	počet valcov
$N_{p_i}$	$[N]$	bočné sily pôsobiace na piest
$N_1$	$[Hz]$	1. vlastná frekvencia kmitania
$N_2$	$[Hz]$	2. vlastná frekvencia kmitania
$r$	$[m]$	polomer kľukového hriadeľa
$R_1$	$[m]$	vnútorný polomer ocelového prstenca
$R_2$	$[m]$	vonkajší polomer ocelového prstenca
$p_{atm}$	$[MPa]$	atmosférický tlak
$P_e$	$[kW]$	výkon motoru
$P_{is}$	$[kW]$	stredný indikovaný výkon jedného valca
$t_o$	$[m]$	hrúbka ocelového prstenca
$V_z$	$[m]$	zdvihový objem jedného valca
$w$	$[-]$	optimálne ladenie tlmiča

$W_\tau$	$[m^3]$	přířezový modul ojničného čapu v krute
$x$	$[-]$	vlastný vektor
$x_i$	$[-]$	amplitúda i- teho náhradného kotúča
$x_0$	$[-]$	amplitúda remenice
$Z$	$[m]$	zdvih piestu
$\alpha_i$	$[^\circ]$	uhol natočenia kľukového hriadeľa
$\beta_i$	$[^\circ]$	uhol odklonu ojnice
$\gamma$	$[-]$	pomerný útlm
$\delta$	$[^\circ]$	uhol medzi dvoma po sebe idúcimi vznetmi
$\varepsilon$	$[-]$	kompresný pomer
$\varepsilon_{z_1}$	$[-]$	súhrn výdatnosti rezonancie 1. vlastnej frekvencie
$\varepsilon_{z_2}$	$[-]$	súhrn výdatnosti rezonancie 2. vlastnej frekvencie
$\varepsilon_{1_{-\kappa_i}}$	$[-]$	výdatnosť rezonancie 1. vlastnej frekvencie harmonického rádu $\kappa$
$\varepsilon_{2_{-\kappa_i}}$	$[-]$	výdatnosť rezonancie 2. vlastnej frekvencie harmonického rádu $\kappa$
$\kappa$	$[-]$	harmonický rád
$\lambda$	$[-]$	vlastné čísla, ojničný pomer
$\mu$	$[-]$	pomerná veľkosť tlmiča
$\xi$	$[Nm \cdot s \cdot rad^{-1}]$	tlmiace odpory sústavy
$\xi_{tl}$	$[Nm \cdot s \cdot rad^{-1}]$	tlmiaci odpor tlmiča
$\rho$	$[kg \cdot m^3]$	hustota ocele
$\sigma$	$[^\circ]$	uhol medzi vektormi smerovej hviezdice
$\tau$	$[MPa]$	napätie v krute vyvolené torzným kmitaním
$\tau_g$	$[MPa]$	striedavé šmykové napätie v gumovom prstenci
$\phi_{0_1}$	$[rad]$	torzná výchylka voľného konca kľukového hriadeľa 1. vlastnej frekvencie sústavy bez tlmiča
$\phi_{0_1}$	$[rad]$	torzná výchylka zotrvačného kotúča tlmiča 1. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$\phi_{0_2}$	$[rad]$	torzná výchylka zotrvačného kotúča tlmiča 2. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$\phi_{1_g}$	$[rad]$	torzná výchylka gumového prstenca tlmiča 1. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$\phi_{2_g}$	$[rad]$	torzná výchylka gumového prstenca tlmiča 2. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$\phi_{1_v}$	$[rad]$	torzná výchylka voľného konca kľukového hriadeľa 1. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$\phi_{2_v}$	$[rad]$	torzná výchylka voľného konca kľukového hriadeľa 2. vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom
$\omega$	$[rad \cdot s^{-1}]$	uhlová frekvencia kmitania
$\Omega$	$[rad \cdot s^{-1}]$	uhlová frekvencia vlastného kmitania sústavy bez tlmiča
$\Omega_t$	$[rad \cdot s^{-1}]$	uhlová frekvencia vlastného kmitania sústavy s tlmičom

## PRÍLOHA- OBSAH

1. ZÁKLADNÉ PARAMETRE MOTORA.....	4
2. KINEMATIKA KLUKOVÉHO MECHANIZMU.....	5
2.1. Načítanie základnej geometrie motora zo súboru.....	5
2.2. Výpočet základných kinematických veličín.....	5
2.2.1. Dráha piesta.....	5
2.2.2. Rýchlosť piesta.....	6
2.2.3. Zrýchlenie piesta.....	6
2.2.4. Tabuľkový výpis hodnôt.....	7
2.2.5. Grafické zobrazenie priebehu veličín.....	11
2.2.5.1. Dráha piesta.....	11
2.2.5.2. Rýchlosť piesta.....	12
2.2.5.3. Zrýchlenie piesta.....	12
2.2.5.4. Kinematické veličiny pohybu piesta v spoločnom grafe.....	13
3. VYKRESLENIE P-ALFA A P-V DIAGRAMU .....	13
3.1. Načítanie tlakov zo súboru.....	13
3.1.1. p- $\alpha$ diagram pracovného cyklu motora.....	14
3.1.2. p - V diagram pracovného cyklu motora.....	15
4. PRIEBEH SÍL.....	16
4.1. Priebeh síl prenášaných piestnym čapom.....	16
4.1.1. Priebeh primárnych, sekundárnych a celkových síl pôsobiacich na piest....	16
4.1.1.1. Primárne sily.....	16
4.1.1.2. Sekundárne sily.....	16
4.1.1.3. Sily prenášane piestnym čapom.....	17
4.1.1.4. Priebeh bočných síl na piest.....	18
5. URČENIE RADIÁLNYCH A $F_T$ A $M_K$ NA JEDNOM ZALOMENÍ KH.....	18
5.1. Určenie radiálnych, tangenciálnych a celkových síl.....	18
5.1.1. Radiálne sily.....	18
5.1.2. Sily prenášané ojnicou.....	19
5.2. Priebeh krútiaceho momentu jedného valca.....	21

5.3.	Stredný indikovaný výkon jedného valca.....	21
6.	PRIEBEHY $M_K$ NA HLAVNÝCH A OJNIČNÝCH ČAPOCH.....	22
6.1.	Fázovo posunuté krútiace momenty na jednotlivých zalomeniach.....	22
6.2.	Priebeh krútiaceho momentu na hlavných čapoch za jednotlivými zalomeniami..	25
6.3.	Krútiace momenty na jednotlivých ojničných čapoch.....	27
6.4.	Určenie najviac zaťaženého hlavného čapu.....	29
6.5.	Najviac zaťažený ojničný čap.....	30
7.	TORZNÉ KMITANIE KLUKOVÉHO HRIADEĽA.....	31
7.1.	Náhradná torzná sústava.....	31
7.1.1.	Momenty zotrvačnosti jednotlivých súčastí kľukového mechanizmu.....	31
7.1.2.	Redukcia hmôt.....	32
7.1.2.1.	Redukcia hmôt na strane zotrvačníka.....	32
7.1.2.2.	Redukcia hmôt na strane remenice.....	32
7.1.3.	Redukcia dĺžok.....	32
7.1.3.1.	Redukovaná dĺžka zalomenia podľa Ker- Wilsona.....	32
7.1.3.2.	Redukovaná dĺžka na strane remenice.....	33
7.1.3.3.	Redukovaná dĺžka na strane zotrvačníka.....	33
7.2.	Vlastné torzné kmitanie sústavy.....	33
7.2.1.	Výpočet tuhostí.....	33
7.2.2.	Výpočet vlastnej frekvencie sústavy.....	34
7.2.2.1.	Prvá vlastná frekvencia.....	36
7.2.2.2.	Druhá vlastná frekvencia.....	37
7.2.3.	Kritické otáčky.....	38
7.3.	Vynútené torzné kmitanie sústavy.....	39
7.3.1.	Harmonická analýza budiaceho momentu.....	39
7.3.2.	Výdatnosť rezonančných kmitov.....	44
7.4.	Namáhanie torznými kmitmi.....	48

8. VÝPOČET TORZNÝCH KMITOV S POUŽITÍM TLMIČA.....	49
8.1. Vlastné torzné kmitanie sústavy s tlmičom.....	49
8.1.1. Návrh základných parametrov tlmiča.....	49
8.1.2. Výpočet vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom torzných kmitov.....	50
8.1.2.1. Prvá vlastná frekvencia.....	52
8.1.2.2. Druhá vlastná frekvencia.....	53
8.2. Vynútené torzné kmitanie sústavy s tlmičom torzných kmitov.....	55
8.2.1. Kritické otáčky.....	55
8.2.2. Výdatnosť rezonančných kmitov.....	56
8.2.3. Torzné výchylky v rezonanci.....	62
8.3. Namáhanie torznými kmitmi.....	71
8.3.1. Namáhanie pre 1. vlastnú frekvenciu.....	71
8.3.2. Namáhanie pre 2. vlastnú frekvenciu.....	71
9. VLASTNÝ NÁVRH TLMIČA TORZNÝCH KMITOV.....	72
9.1. Stanovenie rozmerov tlmiča.....	72
9.1.1. Rozmery gumového prstenca.....	72
9.1.2. Rozmery Oceľového prstenca.....	72
9.2. Napätie pôsobiace v gumovom prstenci.....	73
10. POROVNANIE TLMENEJ A NETLMENEJ SÚSTAVY.....	72



# 1. Základné parametre motora

Výkon	$P_e = 96\text{kW}$
Taktnosť	$\tau = 0.5$
Menovité otáčky motora	$n = 2200 \cdot \text{min}^{-1}$
Počet valcov	$n_v = 4$
Definícia základných jednotiek:	$\text{MPa} = 1000000\text{Pa}$ $\text{kN} = 1000\text{N}$ $\text{kW} = 1000\text{W}$
Zdvihový objem motora:	$V_{zc} = 4.156\text{L}$
Zdvihový objem jedného valca motora:	
$V_z = \frac{V_{zc}}{4}$	$V_z = 1.039\text{L}$
Vrtanie valca :	$D = 105\text{mm}$
Zdvih piesta:	$Z = 120\text{mm}$

## 2. KINEMATIKA KL'UKOVÉHO MECHANIZMU

### 2.1 Načítanie základnej geometrie motora zo súboru

$I1 = \text{READPRN}(\text{"motor.dat"})$

$$I1 = \begin{pmatrix} 60 \\ 215 \\ 17.8 \\ 2.045 \\ 0.907 \\ 1.645 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Rameno kľuky	$r = I1_0 \cdot \text{mm}$	$r = 60 \cdot \text{mm}$
Dĺžka ojnice	$l = I1_1 \cdot \text{mm}$	$l = 215 \cdot \text{mm}$
Kompresný pomer	$\varepsilon = I1_2$	$\varepsilon = 17.8$
Hmotnosť piestnej skupiny	$m_p = I1_3 \cdot \text{kg}$	$m_p = 2.045 \text{ kg}$
Hmotnosť posuvných častí ojnice	$m_1 = I1_4 \cdot \text{kg}$	$m_1 = 0.907 \text{ kg}$
Hmotnosť rotačných častí ojnice	$m_2 = I1_5 \cdot \text{kg}$	$m_2 = 1.645 \text{ kg}$
Hmotnosť ojnice v ťžišti	$m_3 = I1_6 \cdot \text{kg}$	$m_3 = 0 \text{ kg}$

### 2.2 Výpočet základných kinematických veličín

#### 2.2.1 Dráha piesta

Kľukový pomer

$$\lambda = \frac{r}{l} \qquad \lambda = 0.279$$

Vyjadrením základného vzťahu pre dráhu piesta, jeho rozkladom do nekonečnej rady a zanedbaním členu 3. a vyšších rádov získame výsledný vzťah

Dráha piesta v závislosti na uhle natočenia KH

$$s(\alpha) = r \cdot \left[ 1 - \cos(\alpha) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \alpha)) \right]$$

### 1. Harmonická zložka dráhy piesta

$$s_1(\alpha) = r \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

### 2. Harmonická zložka dráhy piesta

$$s_2(\alpha) = r \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \alpha))$$

### Amplitúda 1. a 2. harmonickej zložky

$$S_{1\max} = r$$

$$S_{1\max} = 1 \cdot r$$

$$S_{1\max} = 60 \cdot \text{mm}$$

$$S_{2\max} = r \cdot \frac{\lambda}{4}$$

$$S_{2\max} = 0.07 \cdot r$$

$$S_{2\max} = 4.186 \cdot \text{mm}$$

## 2.2.2 Rýchlosť piesta

Uhlová rýchlosť kľukového mechanizmu

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$\omega = 13823.008 \cdot \text{min}^{-1}$$

### Rýchlosť piesta

$$v(\alpha) = r \cdot \omega \cdot \left( \sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \sin(2 \cdot \alpha) \right)$$

### 1. Harmonická zložka rýchlosti piesta

$$v_1(\alpha) = r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

### 2. Harmonická zložka rýchlosti piesta

$$v_2(\alpha) = r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)$$

### Amplitúda 1. a 2. harmonickej zložky

$$V_{1\max} = r \cdot \omega$$

$$V_{1\max} = 13.823 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{2\max} = r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$V_{2\max} = 1.929 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## 2.2.3 Zrýchlenie piesta

Vzťah pre zrýchlenie piesta

$$a(\alpha) = r \cdot \omega^2 (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha))$$

### 1. Harmonická zložka zrýchlenia piesta

$$a_1(\alpha) = r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

### 2. Harmonická zložka zrýchlenia piesta

$$a_2(\alpha) = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$

Amplitúda 1. a 2. harmonickej zložky

$$A_{1\max} = r \cdot \omega^2$$

$$A_{1\max} = 3.185 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$A_{2\max} = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda$$

$$A_{2\max} = 888.723 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

#### 2.2.4. Tabuľkový výpis hodnôt

$$\text{krok} = 10 \cdot \text{deg}$$

$$i_{\max} = \frac{360 \cdot \text{deg}}{\text{krok}}$$

$$i_{\max} = 36$$

$$i = 0..i_{\max}$$

$$\alpha_i = i \cdot \text{krok}$$

Poloha piesta v závislosti na natočení klukového hriadeľa

$\frac{\alpha_i}{\text{deg}} =$	$\frac{s_1(\alpha_i)}{\text{mm}} =$	$\frac{s_2(\alpha_i)}{\text{mm}} =$	$\frac{s(\alpha_i)}{\text{mm}} =$
0	0	0	0
10	0.9	0.3	1.2
20	3.6	1	4.6
30	8	2.1	10.1
40	14	3.5	17.5
50	21.4	4.9	26.3
60	30	6.3	36.3
70	39.5	7.4	46.9
80	49.6	8.1	57.7
90	60	8.4	68.4
100	70.4	8.1	78.5
110	80.5	7.4	87.9
120	90	6.3	96.3
130	98.6	4.9	103.5
140	106	3.5	109.4
150	112	2.1	114.1
160	116.4	1	117.4
170	119.1	0.3	119.3
180	120	0	120
190	119.1	0.3	119.3
200	116.4	1	117.4
210	112	2.1	114.1
220	106	3.5	109.4
230	98.6	4.9	103.5
240	90	6.3	96.3
250	80.5	7.4	87.9
260	70.4	8.1	78.5
270	60	8.4	68.4
280	49.6	8.1	57.7
290	39.5	7.4	46.9
300	30	6.3	36.3
310	21.4	4.9	26.3
320	14	3.5	17.5
330	8	2.1	10.1
340	3.6	1	4.6
350	0.9	0.3	1.2
360	0	0	0

Rýchlosť piesta v závislosti na natočení kľukového hriadeľa

$\frac{\alpha_i}{\text{deg}} =$	$\frac{v_1(\alpha_i)}{\text{m}\cdot\text{sec}^{-1}} =$	$\frac{v_2(\alpha_i)}{\text{m}\cdot\text{sec}^{-1}} =$	$\frac{v(\alpha_i)}{\text{m}\cdot\text{sec}^{-1}} =$
0	0	0	0
10	2.4	0.7	3.1
20	4.7	1.2	6
30	6.9	1.7	8.6
40	8.9	1.9	10.8
50	10.6	1.9	12.5
60	12	1.7	13.6
70	13	1.2	14.2
80	13.6	0.7	14.3
90	13.8	0	13.8
100	13.6	-0.7	13
110	13	-1.2	11.7
120	12	-1.7	10.3
130	10.6	-1.9	8.7
140	8.9	-1.9	7
150	6.9	-1.7	5.2
160	4.7	-1.2	3.5
170	2.4	-0.7	1.7
180	0	0	0
190	-2.4	0.7	-1.7
200	-4.7	1.2	-3.5
210	-6.9	1.7	-5.2
220	-8.9	1.9	-7
230	-10.6	1.9	-8.7
240	-12	1.7	-10.3
250	-13	1.2	-11.7
260	-13.6	0.7	-13
270	-13.8	0	-13.8
280	-13.6	-0.7	-14.3
290	-13	-1.2	-14.2
300	-12	-1.7	-13.6
310	-10.6	-1.9	-12.5
320	-8.9	-1.9	-10.8
330	-6.9	-1.7	-8.6
340	-4.7	-1.2	-6
350	-2.4	-0.7	-3.1
360	-0	0	-0



Zrýchlenie piesta v závislosti na natočení kľukového hriadeľa

$\frac{\alpha_1}{\text{deg}} =$	$\frac{a_1(\alpha_1)}{\text{m}\cdot\text{sec}^{-2}} =$	$\frac{a_2(\alpha_1)}{\text{m}\cdot\text{sec}^{-2}} =$	$\frac{a(\alpha_1)}{\text{m}\cdot\text{sec}^{-2}} =$
0	3184.6	888.7	4073.3
10	3136.2	835.1	3971.3
20	2992.5	680.8	3673.3
30	2757.9	444.4	3202.3
40	2439.5	154.3	2593.9
50	2047	-154.3	1892.7
60	1592.3	-444.4	1147.9
70	1089.2	-680.8	408.4
80	553	-835.1	-282.1
90	0	-888.7	-888.7
100	-553	-835.1	-1388.1
110	-1089.2	-680.8	-1770
120	-1592.3	-444.4	-2036.7
130	-2047	-154.3	-2201.3
140	-2439.5	154.3	-2285.2
150	-2757.9	444.4	-2313.6
160	-2992.5	680.8	-2311.7
170	-3136.2	835.1	-2301.1
180	-3184.6	888.7	-2295.9
190	-3136.2	835.1	-2301.1
200	-2992.5	680.8	-2311.7
210	-2757.9	444.4	-2313.6
220	-2439.5	154.3	-2285.2
230	-2047	-154.3	-2201.3
240	-1592.3	-444.4	-2036.7
250	-1089.2	-680.8	-1770
260	-553	-835.1	-1388.1
270	-0	-888.7	-888.7
280	553	-835.1	-282.1
290	1089.2	-680.8	408.4
300	1592.3	-444.4	1147.9
310	2047	-154.3	1892.7
320	2439.5	154.3	2593.9
330	2757.9	444.4	3202.3
340	2992.5	680.8	3673.3
350	3136.2	835.1	3971.3
360	3184.6	888.7	4073.3

## 2.2.5. Grafické zobrazenie priebehu veličín

$$\text{krok} = 1 \cdot \text{deg}$$

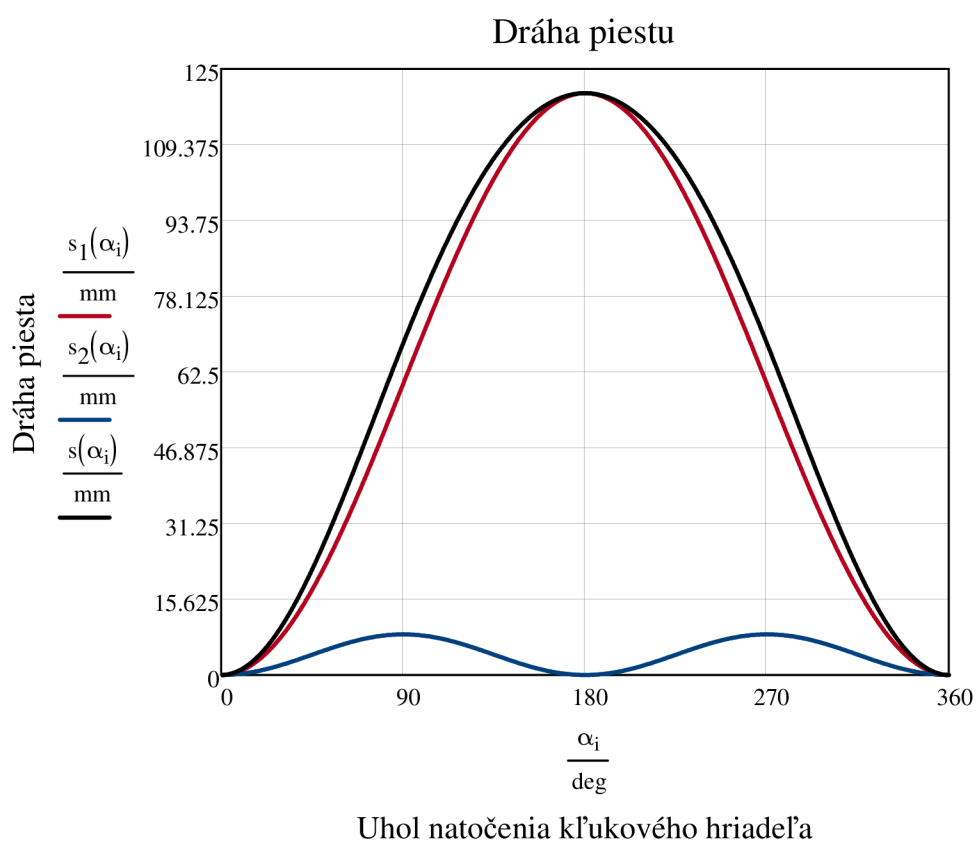
$$\text{imax} = \frac{360 \cdot \text{deg}}{\text{krok}}$$

$$\text{imax} = 360$$

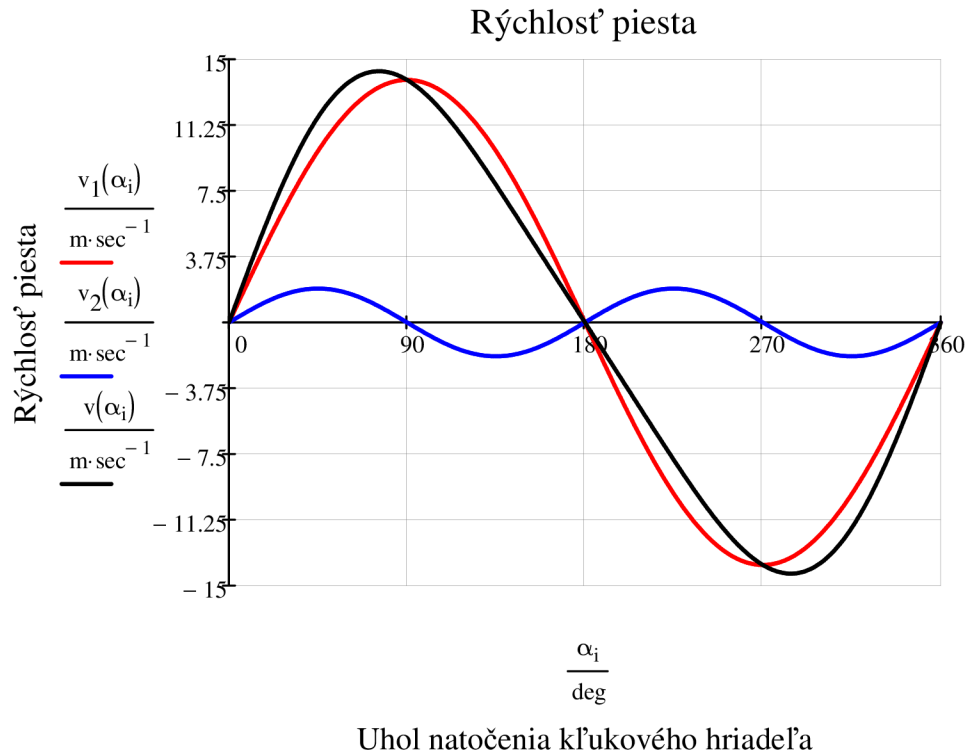
$$i = 0 \dots \text{imax}$$

$$\alpha_i = i \cdot \text{krok}$$

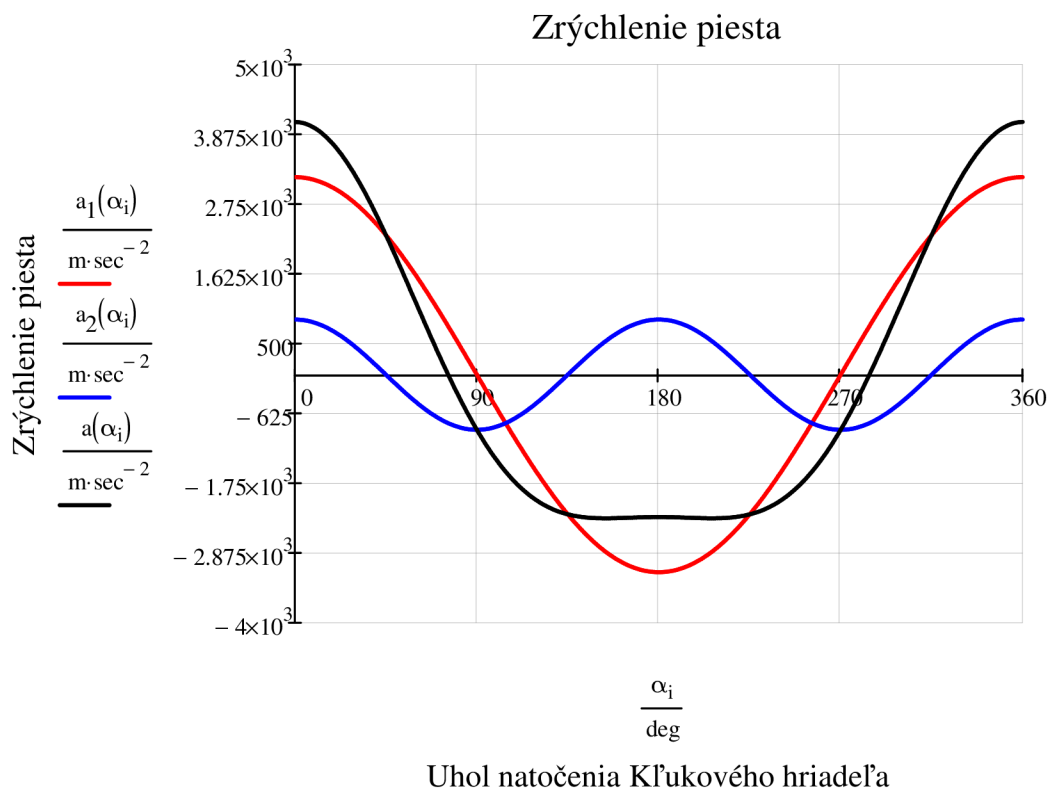
### 2.2.5.1. Dráha piestu



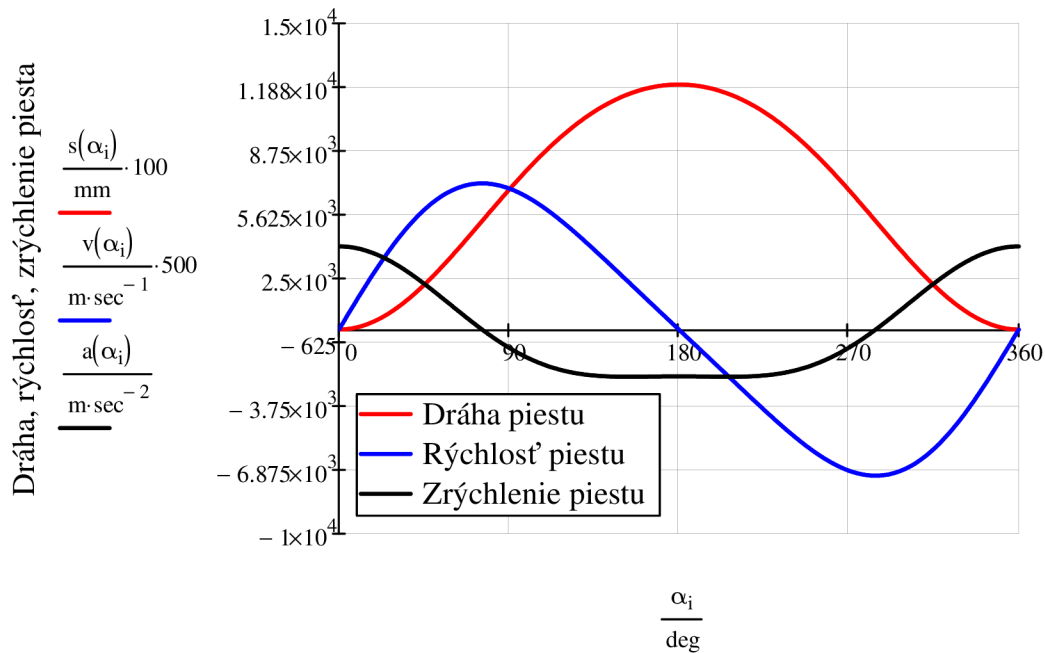
### 2.2.5.2. Rýchlosť piesta



### 2.2.5.3. Zrýchlenie piesta



#### 2.2.5.4. Kynematické veličiny pohybu piesta v spoločnom grafe



### 3. Vykreslenie p-alfa a p-V diagramu valcovej jednotky

#### 3.1 Načítanie tlakov zo súboru

I2 = READPRN("p-alfa2200.dat")

	0
0	720
1	0.136
2	0.161
3	0.136
4	0.158
5	0.136
6	0.161
7	0.149
8	0.149
9	0.149
10	0.136
11	0.136
12	0.136
13	0.136
14	0.136
15	0.136
16	0.136
17	0.124
18	...

I2 =

MPa = 1000000Pa

I3 = READPRN("p\_atm.dat")

$p_{atm} = I3_0 \cdot \text{MPa}$                        $p_{atm} = 0.1 \cdot \text{MPa}$

počet hotnôt

$n_p = I2_0$                        $n_p = 720$

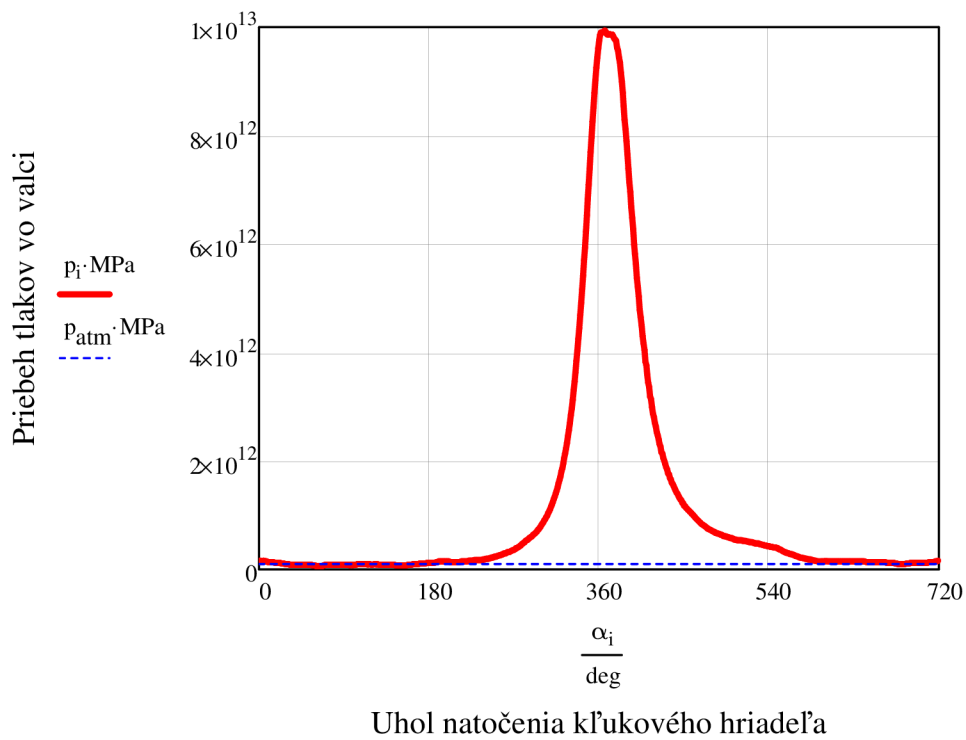
$\text{krok} = \frac{720}{n_p} \cdot \text{deg}$                        $\text{krok} = 1 \cdot \text{deg}$

$i = 0 \dots n_p - 1$                        $\alpha_i = i \cdot \text{krok}$                        $n_p - 1 = 719$

načítanie tlakov

$p_i = I2_{i+1} \cdot \text{MPa}$

### 3.1.1 p- $\alpha$ diagram pracovného cyklu motora



### 3.1.2. p - V diagram pracovného cyklu motora

$$S_p = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$S_p = 86.59 \cdot \text{cm}^2$$

$$\lambda = \frac{r}{l}$$

$$\lambda = 0.279$$

$$s_i = r \cdot \left[ 1 - \cos(\alpha_i) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \alpha_i)) \right]$$

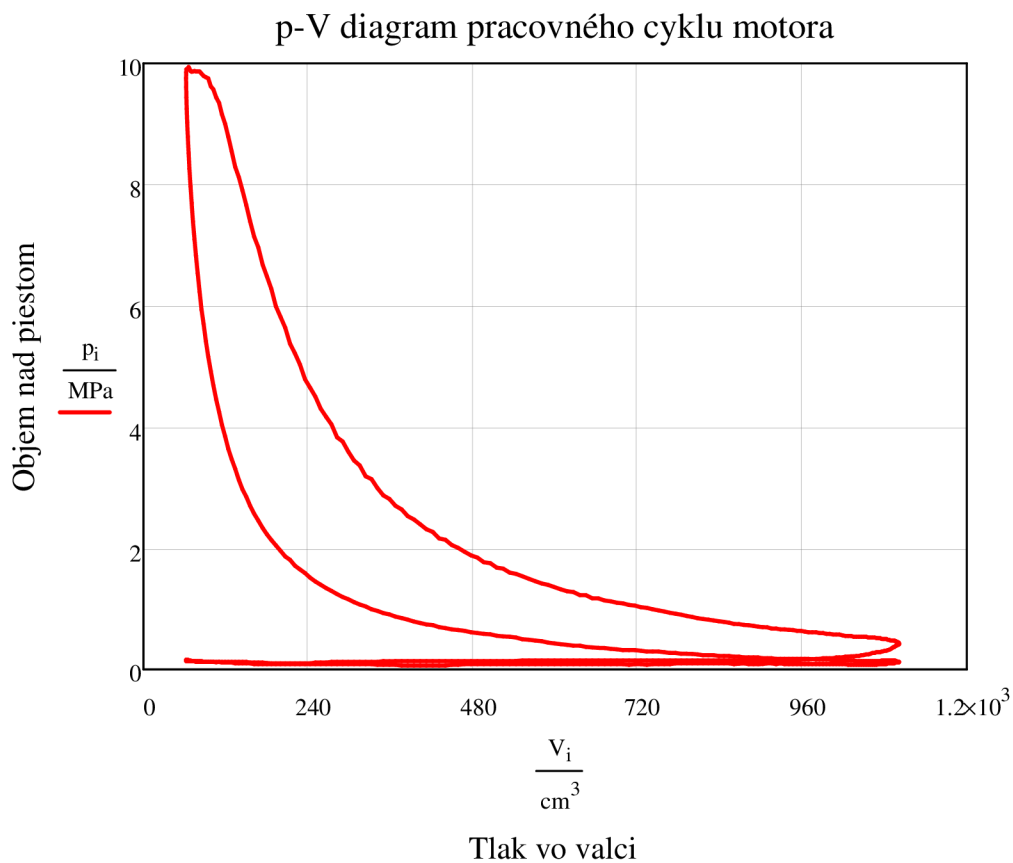
$$V_z = S_p \cdot 2 \cdot r$$

$$V_z = 1039.082 \cdot \text{cm}^3$$

$$V_k = \frac{V_z}{\epsilon - 1}$$

$$V_k = 61.85 \cdot \text{cm}^3$$

$$V_i = V_k + S_p \cdot s_i$$





## 4. PRIEBEH SÍL

### 4.1. Priebeh síl prenášaných piestnym čapom

#### 4.1.1. Priebeh primárnych, sekundárnych a celkových síl pôsobiacich na piest v smere osi valca

##### 4.1.1.1 Primárne sily

$$p_{\text{atm}} = 0.1 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{plocha piesta} \quad S_p = 86.59 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{primárne sily} \quad F_{p_i} = (p_i - p_{\text{atm}}) \cdot S_p$$

##### 4.1.2.2 Sekundárne sily

Uhlová rýchlosť natočenia kľukového hriadeľa:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \quad \omega = 230.383 \cdot \text{sec}^{-1}$$

Kľukový pomer:

$$\lambda = \frac{r}{l} \quad \lambda = 0.279$$

Zrýchlenie piesta:

$$a_i = r \cdot \omega^2 (\cos(\alpha_i) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha_i))$$

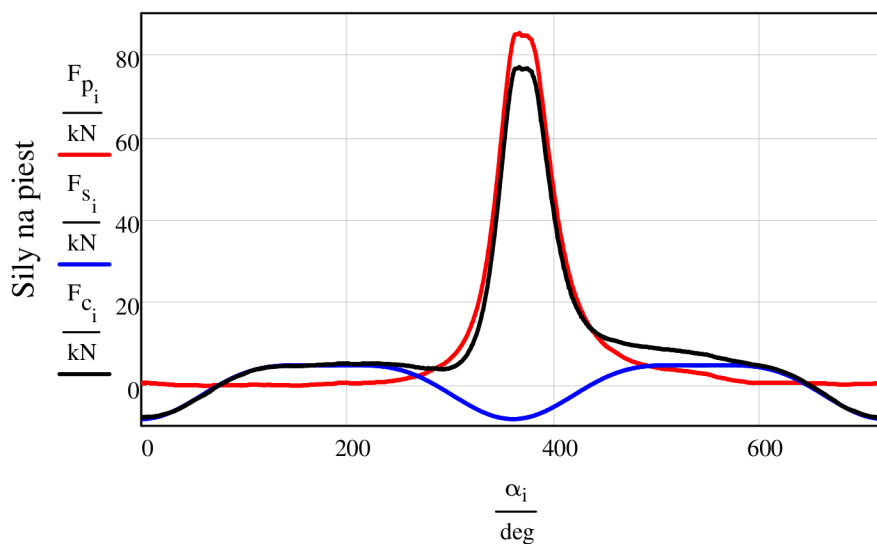
Zotrvačné sily:

$$F_{s_i} = (-m_p) \cdot a_i$$

Celkové sily pôsobiace na piest:

$$F_{c_i} = F_{p_i} + F_{s_i}$$

### Sily na piest v smere osy valca



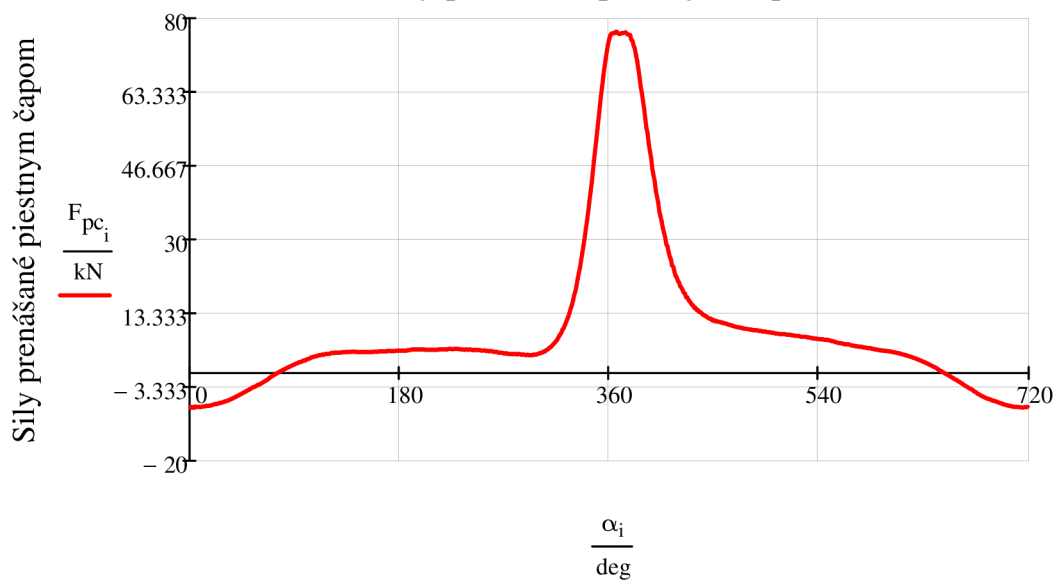
Uhol natočenia kľukového hriadeľa

#### 4.1.1.3. Sily prenášane piestnym čapom

Uhol odklonu ojnice:  $\beta_i = \text{asin}(\lambda \cdot \sin(\alpha_i))$

Sily prenášané piestnym čapom:  $F_{pc_i} = \frac{F_{c_i}}{\cos(\beta_i)}$

### Sily prenášané piestnym čapom

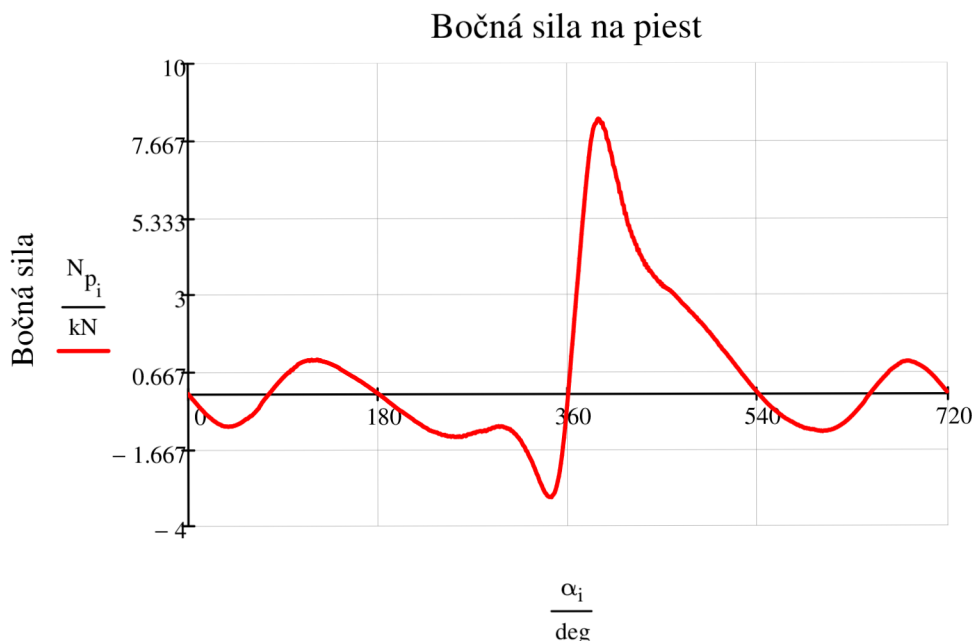


Uhol natočenia kľukového hriadeľa

Hraničné hodnoty:  $\min(F_{pc}) = -8.015 \cdot \text{kN}$        $\max(F_{pc}) = 76.974 \cdot \text{kN}$

#### 4.1.1.4 Pribeh bočných síl na piest

$$N_{p_i} = \tan(\beta_i) F_{c_i}$$



Uhol natočania kľukového hriadeľa

Hraničné hodnoty:  $\max(N_p) = 8.313 \cdot \text{kN}$        $\min(N_p) = -3.139 \cdot \text{kN}$

## 5. URČENIE RADIÁLNYCH A TANGENCIÁLNYCH SÍL A KRÚTIACEHO MOMENTU NA JEDNOM ZALOMENÍ KĽUKOVÉHO HRIADEĽA

### 5.1. Určenie radiálnych, tangenciálnych a celkových síl

#### 5.1.1. Radiálne sily

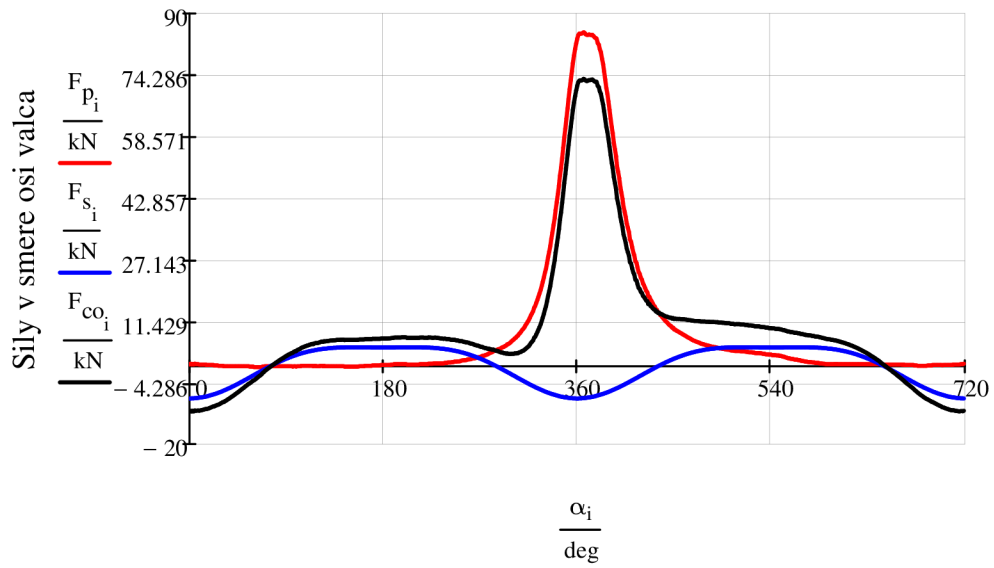
Zotrvačné sily posuvných častí:

$$F_{s2_i} = -m_1 \cdot a_i$$

Celkové sily v smere osi valca:

$$F_{co_i} = F_{p_i} + F_{s_i} + F_{s2_i}$$

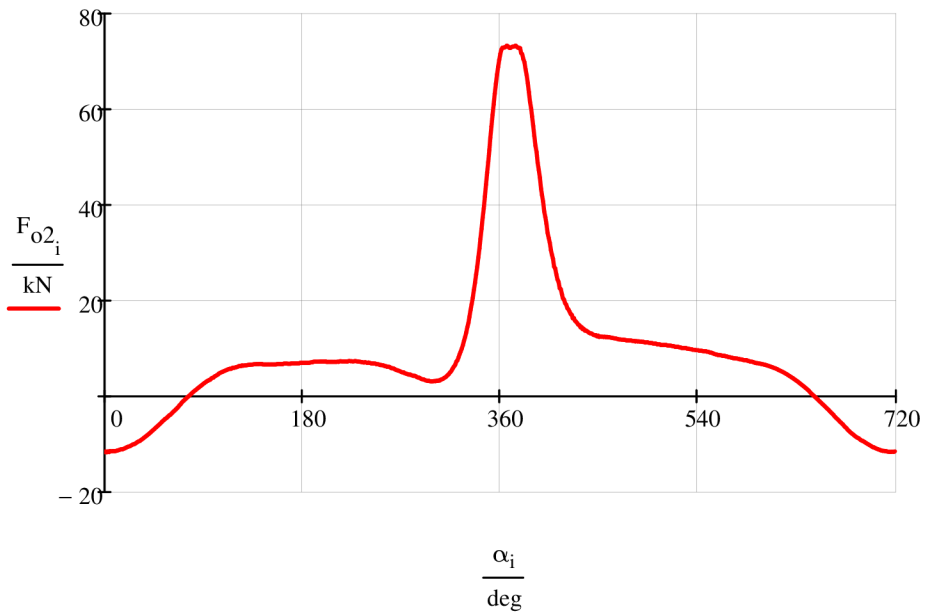
### Sily v smere osi valca



Uhol natočenia kľukového hriadeľa

#### 5.1.2. Sily prenášané ojnicou

Sily prenášané ojnicou: 
$$F_{o2_i} = \frac{F_{co_i}}{\cos(\beta_i)}$$



Radiálna zložka sily od ojnice:

$$F_{r_i} = F_{o2_i} \cdot \cos(\alpha_i + \beta_i)$$

Odstredivá sila rotačných častí ojnice:

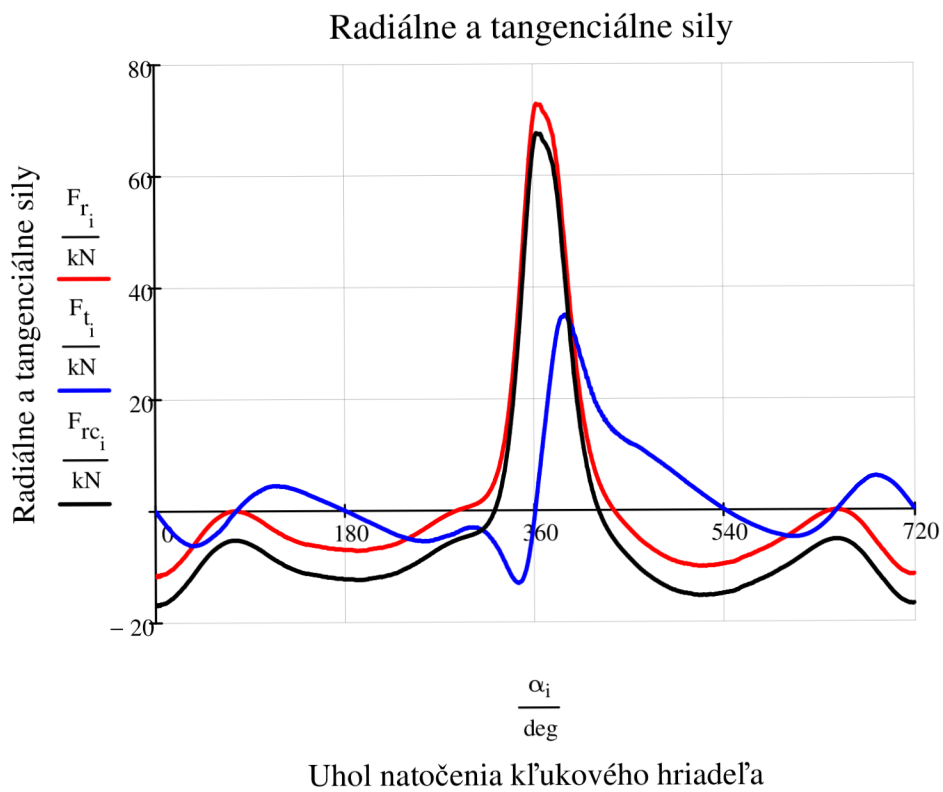
$$F_{od} = m_2 \cdot r \cdot \omega^2$$

Celková radiálna sila:

$$F_{rc_i} = F_{r_i} - F_{od}$$

Tangenciálne sily:

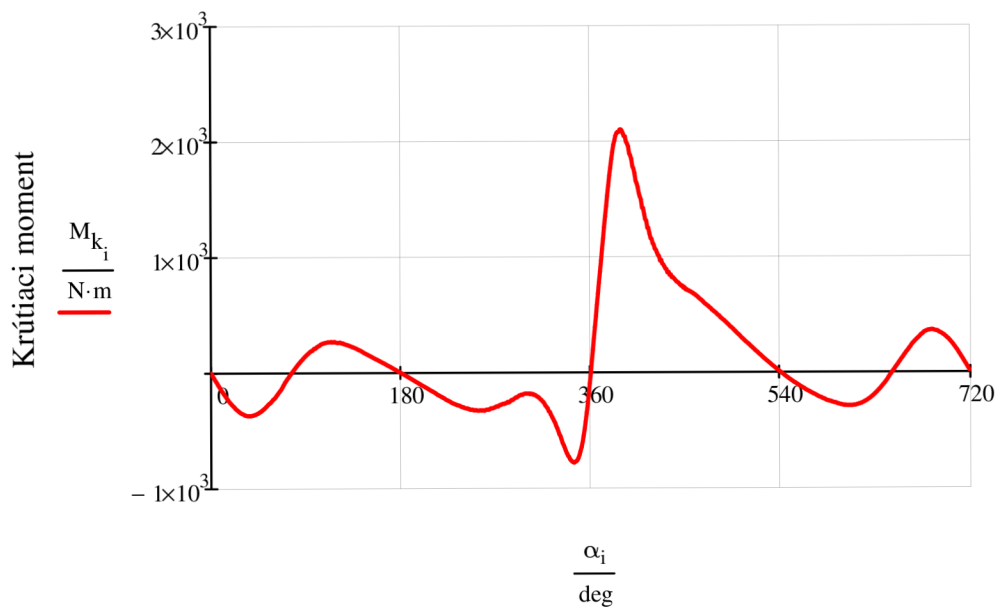
$$F_{t_i} = F_{o2_i} \cdot \sin(\alpha_i + \beta_i)$$



## 5.2. Priebeh krútiaceho momentu jedného valca

Priebeh krútiaceho momentu:

$$M_{k_i} = F_{t_i} \cdot r$$



Uhol natočenia kľukového hriadeľa

## 5.3. Stredný indikovaný výkon jedného valca

Stredný indikovaný moment jedného valca:

$$M_{kis} = \text{mean}(M_k)$$

$$M_{kis} = 125.325 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Stredný indikovaný výkon jedného valca

$$P_{is} = M_{kis} \cdot \omega$$

$$P_{is} = 28.873 \cdot \text{kW}$$



## 6. PRIEBEHY KRÚTIACICH MOMENTOV NA HLAVNÝCH A OJNIČNÝCH ČAPOCH 4- VALCOVÉHO RADOVÉHO MOTORA

### 6.1. Fázovo posunuté krútiace momenty na jednotlivých zalomeniach kľukového hriadeľa

$$n_p = 720 \quad \alpha_c = 720\text{deg}$$

$$i2C = 0..2 \cdot n_p - 1$$

$$M_{K2C_i} = M_{k_i}$$

$$M_{K2C_{i+n_p}} = M_{k_i}$$

$$\alpha_{i+n_p} = \alpha_c + \alpha_i$$

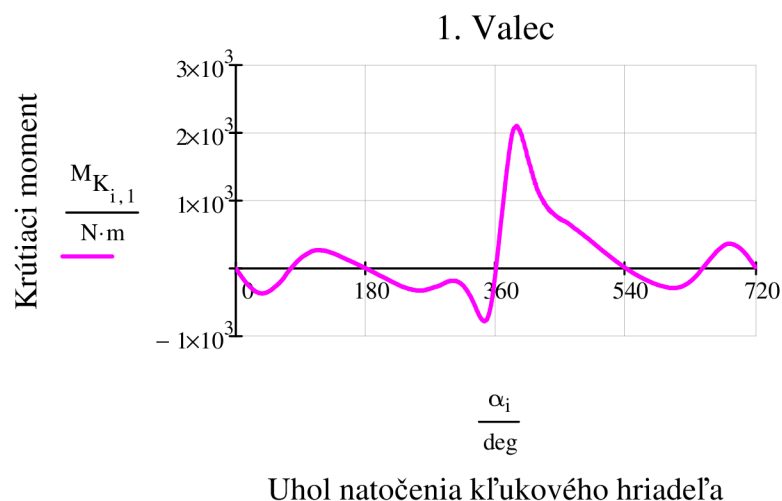
$$M_{K_{i,1}} = M_{K2C_{i+720}}$$

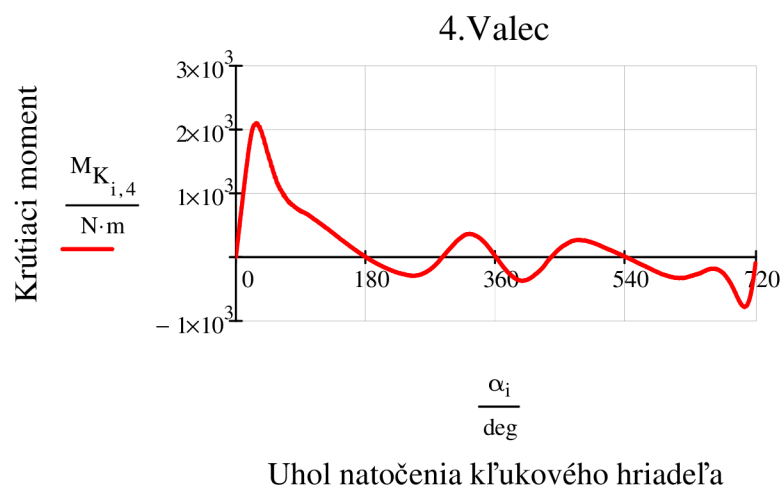
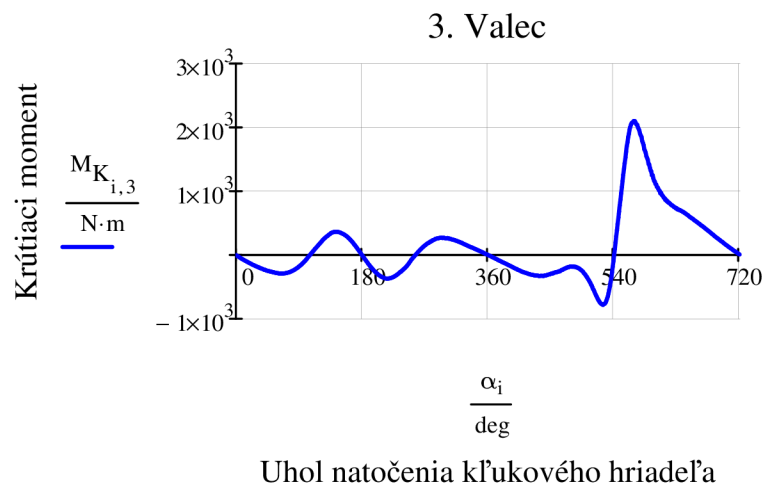
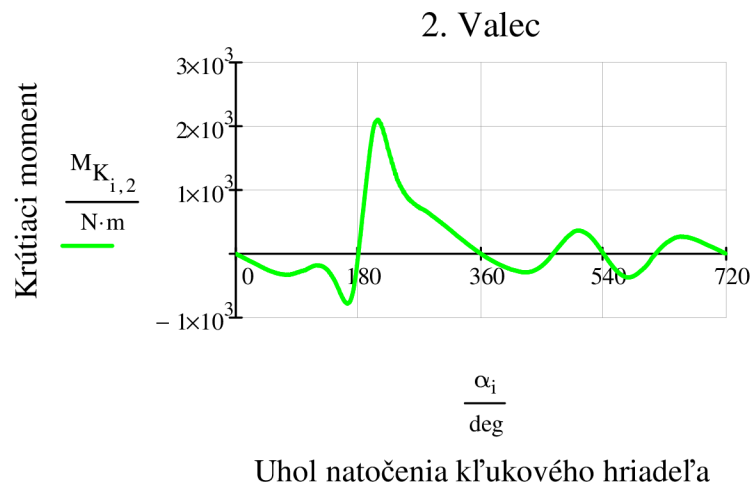
$$M_{K_{i,3}} = M_{K2C_{i+540}}$$

$$M_{K_{i,4}} = M_{K2C_{i+360}}$$

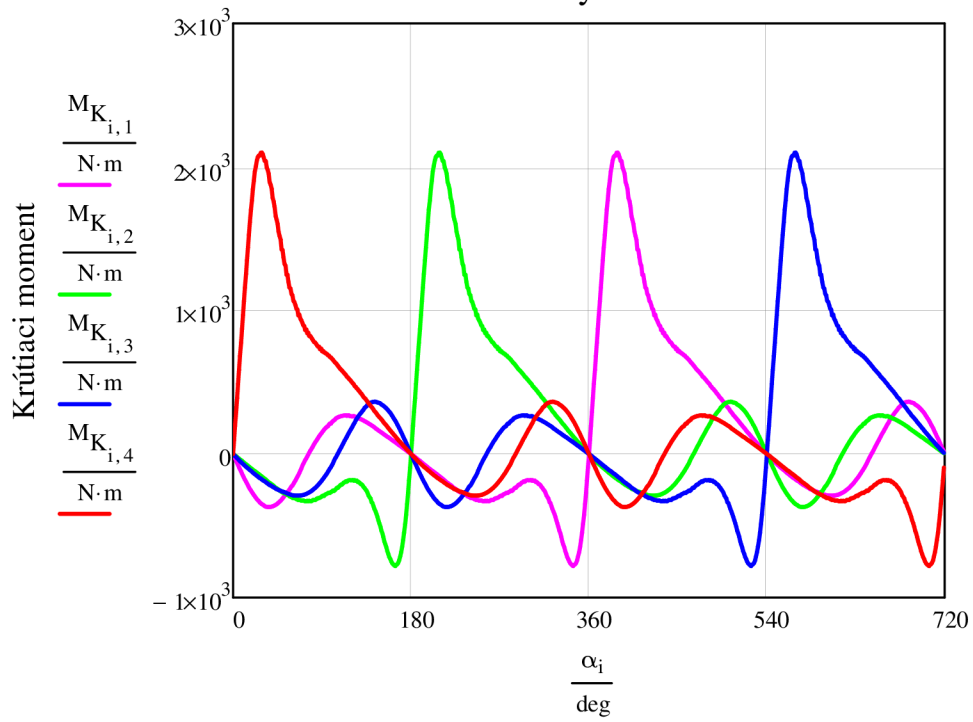
$$M_{K_{i,2}} = M_{K2C_{i+180}}$$

$$M_{O_{i,1}} = M_{K_{i,1}} + M_{K_{i,2}} + M_{K_{i,3}} + M_{K_{i,4}}$$





### Všetky valce



Uhol natočenia kľukového hriadeľa

## 6.2. Priebeh krútiaceho momentu na hlavných čapoch za jednotlivými zalomeniami kľukového hriadeľa

$$M_{\text{kHC}1_i} = 0 \cdot \text{N}\cdot\text{m}$$

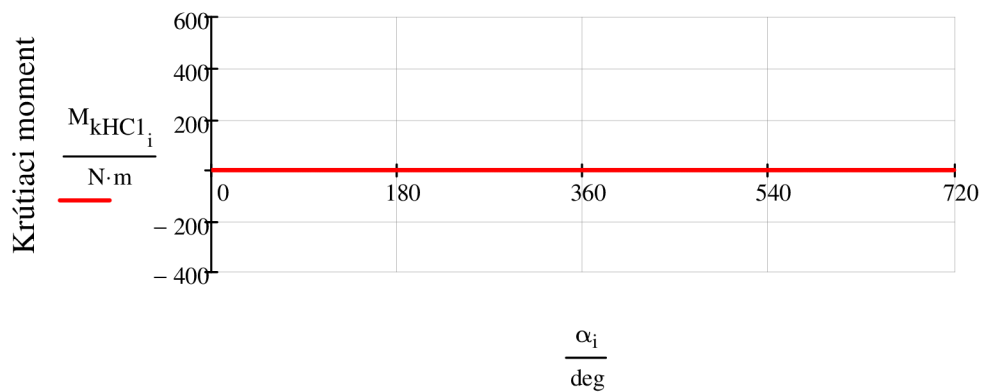
$$M_{\text{kHC}2_i} = M_{K_{i,1}}$$

$$M_{\text{kHC}3_i} = M_{K_{i,2}} + M_{\text{kHC}2_i}$$

$$M_{\text{kHC}4_i} = M_{K_{i,3}} + M_{\text{kHC}3_i}$$

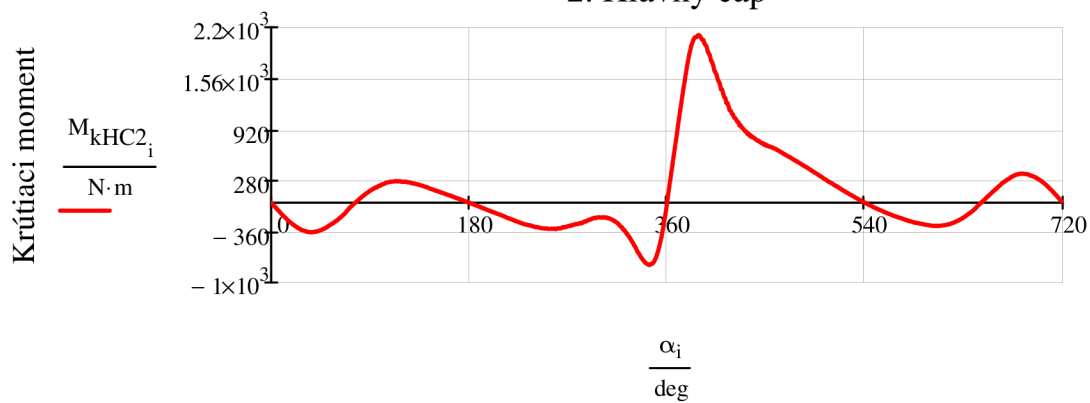
$$M_{\text{kHC}5_i} = M_{K_{i,4}} + M_{\text{kHC}4_i}$$

### 1. Hlavný čap

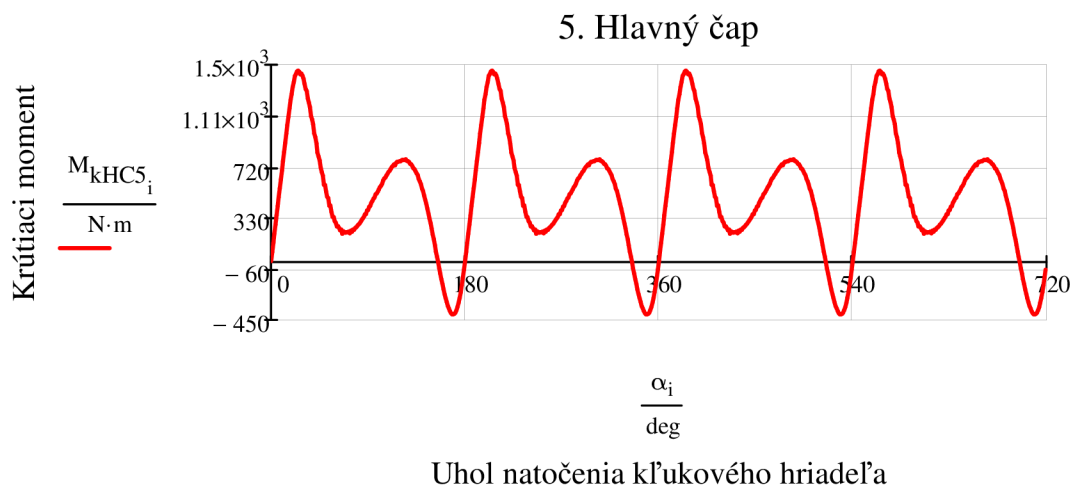
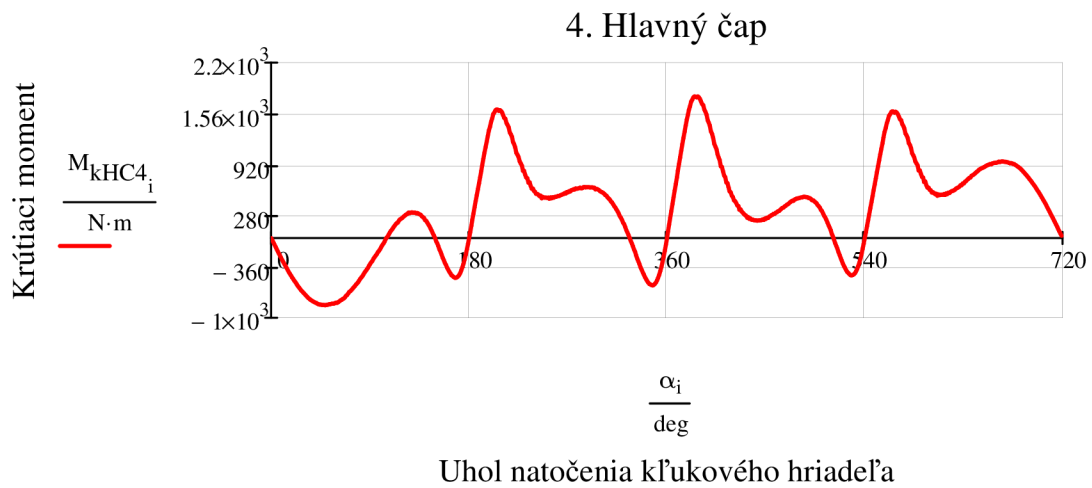
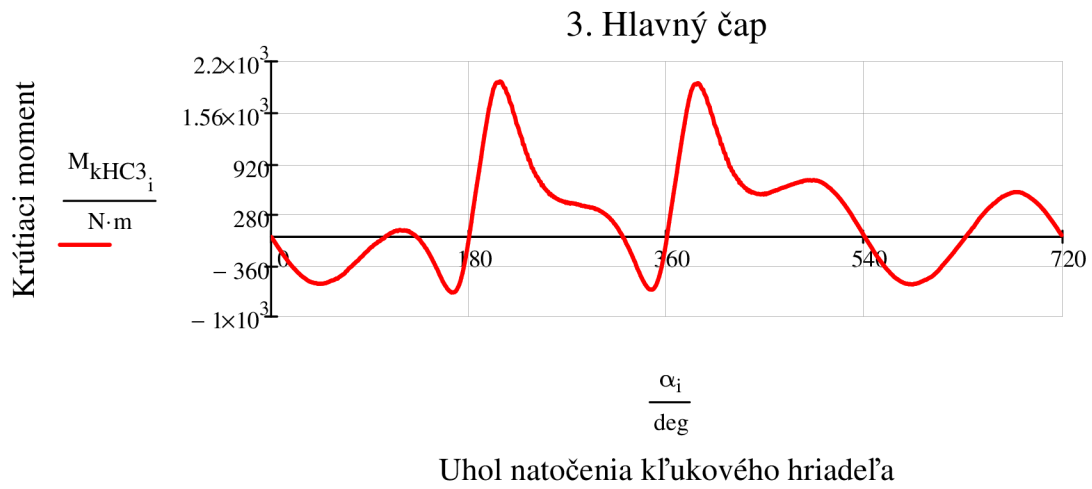


Uhol natočenia kľukového hriadeľa

### 2. Hlavný čap



Uhol natočenia kľukového hriadeľa



### 6.3. Krútiace momenty na jednotlivých ojničných čapoch

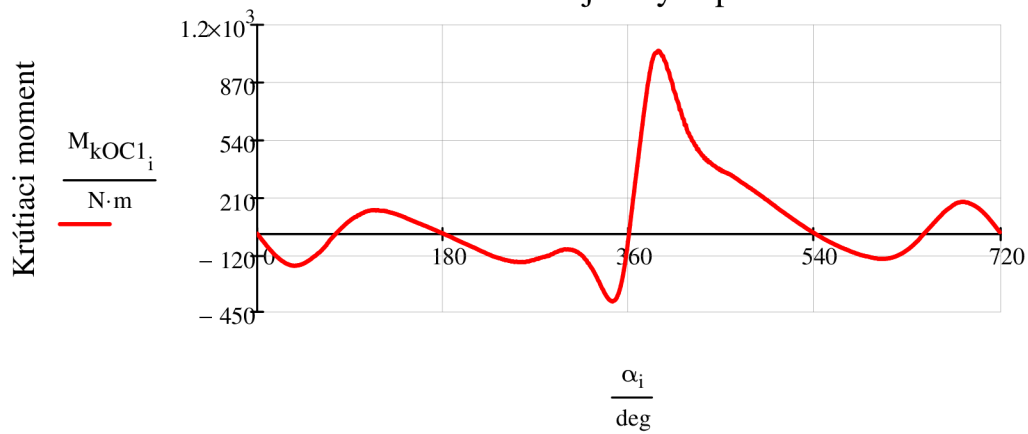
$$M_{kOC1_i} = \frac{M_{K_{i,1}}}{2}$$

$$M_{kOC2_i} = M_{kHC2_i} + \frac{M_{K_{i,2}}}{2}$$

$$M_{kOC3_i} = M_{kHC3_i} + \frac{M_{K_{i,3}}}{2}$$

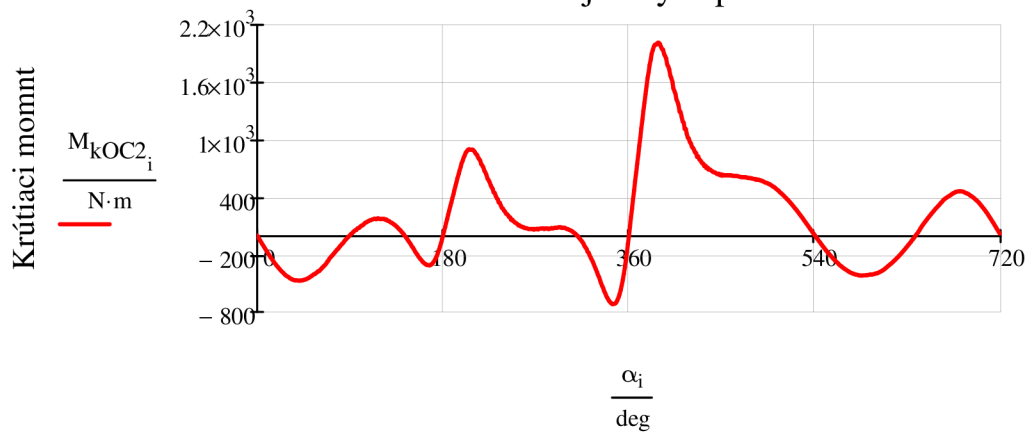
$$M_{kOC4_i} = M_{kHC4_i} + \frac{M_{K_{i,4}}}{2}$$

1. Ojničný čap



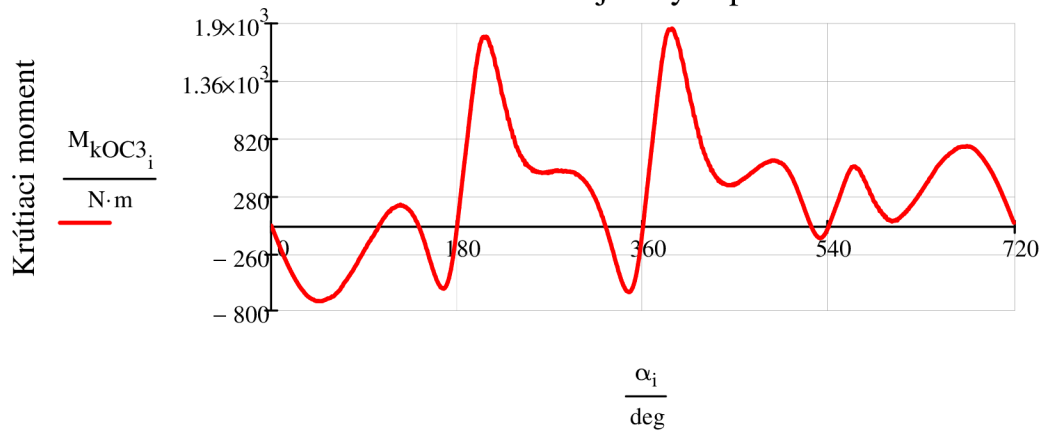
Uhol natočenia kľukového hriadeľa

2. Ojničný čap



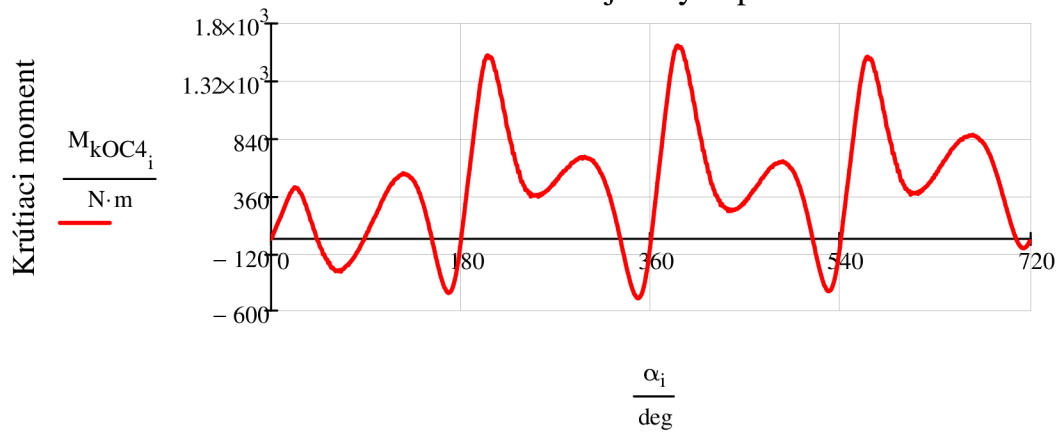
Uhol natočenia kľukového hriadeľa

### 3. Ojničný čap



Uhol natočenia kľukového hriadeľa

### 4. Ojničný čap



Uhol natočenia kľukového hriadeľa



## 6.4. Určenie najviac zaťaženého hlavného čapu

### Maximálne hodnoty:

$$M_{\text{kHC1max}} = \max(M_{\text{kHC1}})$$

$$M_{\text{kHC1max}} = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC2max}} = \max(M_{\text{kHC2}})$$

$$M_{\text{kHC2max}} = 2.1 \times 10^3 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC3max}} = \max(M_{\text{kHC3}})$$

$$M_{\text{kHC3max}} = 1947.514 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC4max}} = \max(M_{\text{kHC4}})$$

$$M_{\text{kHC4max}} = 1776.504 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC5max}} = \max(M_{\text{kHC5}})$$

$$M_{\text{kHC5max}} = 1455.085 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

### Minimálne hodnoty:

$$M_{\text{kHC1min}} = \min(M_{\text{kHC1}})$$

$$M_{\text{kHC1min}} = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC2min}} = \min(M_{\text{kHC2}})$$

$$M_{\text{kHC2min}} = -781.268 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC3min}} = \min(M_{\text{kHC3}})$$

$$M_{\text{kHC3min}} = -698.948 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC4min}} = \min(M_{\text{kHC4}})$$

$$M_{\text{kHC4min}} = -841.225 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC5min}} = \min(M_{\text{kHC5}})$$

$$M_{\text{kHC5min}} = -407.472 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

### Najväčšie zaťaženie:

$$M_{\text{kHCextr1}} = M_{\text{kHC1max}} - M_{\text{kHC1min}}$$

$$M_{\text{kHCextr1}} = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHCextr2}} = M_{\text{kHC2max}} - M_{\text{kHC2min}}$$

$$M_{\text{kHCextr2}} = 2881.407 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHCextr3}} = M_{\text{kHC3max}} - M_{\text{kHC3min}}$$

$$M_{\text{kHCextr3}} = 2646.463 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHCextr4}} = M_{\text{kHC4max}} - M_{\text{kHC4min}}$$

$$M_{\text{kHCextr4}} = 2617.728 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHCextr5}} = M_{\text{kHC5max}} - M_{\text{kHC5min}}$$

$$M_{\text{kHCextr5}} = 1862.557 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Maximálne zaťaženie je na 3. hlavnom čape. Hodnota momentu je 2646 Nm.

## 6.5. Najviac zaťažený ojničny čap

### Maximálne hodnoty:

$$M_{kOC1max} = \max(M_{kOC1})$$

$$M_{kOC1max} = 1050.07 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kOC2max} = \max(M_{kOC2})$$

$$M_{kOC2max} = 2013.11 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kOC3max} = \max(M_{kOC3})$$

$$M_{kOC3max} = 1851.731 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kOC4max} = \max(M_{kOC4})$$

$$M_{kOC4max} = 1615.794 \cdot N \cdot m$$

### Minimálne hodnoty

$$M_{kOC1min} = \min(M_{kOC1})$$

$$M_{kOC1min} = -390.634 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kOC2min} = \min(M_{kOC2})$$

$$M_{kOC2min} = -719.662 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kOC3min} = \min(M_{kOC3})$$

$$M_{kOC3min} = -712.797 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kOC4min} = \min(M_{kOC4})$$

$$M_{kOC4min} = -497.723 \cdot N \cdot m$$

### Najväčšie zaťaženie:

$$M_{kOCextr1} = M_{kOC1max} - M_{kOC1min}$$

$$M_{kOCextr1} = 1440.703 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kOCextr2} = M_{kOC2max} - M_{kOC2min}$$

$$M_{kOCextr2} = 2732.773 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kOCextr3} = M_{kOC3max} - M_{kOC3min}$$

$$M_{kOCextr3} = 2564.528 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kOCextr4} = M_{kOC4max} - M_{kOC4min}$$

$$M_{kOCextr4} = 2113.518 \cdot N \cdot m$$

Najviac zaťažený je ojničny čap č.2. Hodnota momentu je 2733 Nm.

## 7. TORZNÉ KMITANIE KL'UKOVÉHO HRIADEĽA

### 7.1. Náhradná torzná sústava

#### 7.1.1. Momenty zotrvačnosti jednotlivých súčastí kl'ukového mechanizmu

pozn: momenty zotrvačnosti boli získané analýzou jednotlivých súčastí v 3D CAD programe PRO Engineer

Moment zotrvačnosti rotočnej hmoty ojnice (vzhľadom k osi rotácie kl'ukového hriadeľa)

$$I_{oj\_rot} = 0.0052790 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment zotrvačnosti jednotlivých zalomení kl'ukového hriadeľa

$$I_{zal\_1} = 0.023955545 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{zal\_2} = 0.023878339 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{zal\_3} = 0.023878339 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{zal\_4} = 0.023715413 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Redukovaný moment zotrvačnosti posuvných hmôt

$$I_{pos} = \left[ (m_p + m_1) \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \right] \cdot r^2 \quad I_{pos} = 0.00542 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Momenty zotrvačnosti náhradných kotúčov jednotlivých zalomení

1. Zalomenie

$$I_{c\_zal\_1} = I_{zal\_1} + I_{oj\_rot} + I_{pos} \quad I_{c\_zal\_1} = 0.0346516 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

2. Zalomenie

$$I_{c\_zal\_2} = I_{zal\_2} + I_{oj\_rot} + I_{pos} \quad I_{c\_zal\_2} = 0.0345744 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

3. Zalomenie

$$I_{c\_zal\_3} = I_{zal\_3} + I_{oj\_rot} + I_{pos} \quad I_{c\_zal\_3} = 0.0345744 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

4. Zalomenie

$$I_{c\_zal\_4} = I_{zal\_4} + I_{oj\_rot} + I_{pos} \quad I_{c\_zal\_4} = 0.03441147 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

## 7.1.2. Redukcia hmot

### 7.1.2.1. Redukcia hmot na strane zotrvačníka

Moment zotrvačnosti zotrvačníka

$$I_{zotr} = 0.57153838 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment zotrvačnosti časti kľukového hriadeľa určeného pre umiestnenie zotrvačníka

$$I_{kl\_zotr} = 0.000168426 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment zotrvačnosti náhradného kotúča

$$I_{c\_zotr} = I_{zotr} + I_{kl\_zotr} \qquad I_{c\_zotr} = 0.5717068 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

### 7.1.2.2 Redukcia hmot na strane remenice

Moment zotrvačnosti remenice

$$I_{rem} = 0.014215298 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment zotrvačnosti časti kľukového hriadeľa určeného pre umiestnenie remenice

$$I_{kl\_rem} = 0.000168426 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment zotrvačnosti náhradného kotúča

$$I_{c\_rem} = I_{rem} + I_{kl\_rem} \qquad I_{c\_rem} = 0.01438 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

## 7.1.3 Redukcia dĺžok

### 7.1.3.1 Redukovaná dĺžka zalomenia podľa Ker- Wilsona

Šírka ramena zalomenia kľukového hriadeľa

$$h = 106 \cdot \text{mm}$$

Hrúbka ramena zalomenia kľukového hriadeľa

$$b = 26 \cdot \text{mm}$$

Priemer hlavného čapu

$$D_{hc} = 80 \cdot \text{mm}$$

Priemer ojničného čapu

$$D_{oc} = 66 \cdot \text{mm}$$

Šírka hlavného čapu

$$b_{hc} = 44 \cdot \text{mm}$$

Šírka ojničného čapu

$$b_{oc} = 40 \cdot \text{mm}$$

Redukovaný priemer

$$D_{red} = D_{hc} \qquad D_{red} = 80 \cdot \text{mm}$$

$$I_{\text{red}} = D_{\text{red}}^4 \cdot \left[ \frac{b_{\text{hc}} + 0.4 \cdot D_{\text{hc}}}{D_{\text{hc}}^4} + \frac{b_{\text{oc}} + 0.4 \cdot D_{\text{oc}}}{D_{\text{oc}}^4} + \frac{r - 0.2 \cdot (D_{\text{hc}} + D_{\text{oc}})}{b \cdot h^3} \right]$$

$$I_{\text{red}} = 260.1 \cdot \text{mm}$$

### 7.1.3.2 Redukovaná dĺžka na strane remenice

Redukovaná dĺžka remenice pri rovnakom priemere ako je priemer hlavného čapu

$$I_{\text{red\_rem}} = \frac{b_{\text{hc}}}{2} + \frac{1}{2} \cdot I_{\text{red}} \qquad I_{\text{red\_rem}} = 152.04 \cdot \text{mm}$$

### 7.1.3.3 Redukovaná dĺžka na strane zotrvačníka

Šírka príruby pre zotrvačník

$$b_p = 35 \cdot \text{mm}$$

Roztečný priemer dier pre upevnenie zotrvačníka

$$d_p = 80 \cdot \text{mm}$$

Redukovaná dĺžka na strane zotrvačníka

$$I_{\text{red\_zotr}} = \frac{b_{\text{hc}}}{2} + b_p \cdot \frac{D_{\text{red}}^4}{d_p^4} + \frac{1}{2} \cdot I_{\text{red}} \qquad I_{\text{red\_zotr}} = 187.04 \cdot \text{mm}$$

## 7.2 Vlastné torzné kmitanie sústavy

### 7.2.1 Výpočet tuhostí

Modul pružnosti v šmyku pre materiál kľukového hriadeľa

$$G_{\text{kh}} = 81000 \cdot \text{MPa}$$

Polárny moment zotrvačnosti náhradného hriadeľa

$$I_p = \frac{\pi \cdot D_{\text{red}}^4}{32} \qquad I_p = 0.000004 \cdot \text{m}^4$$

Torzná tuhosť za remenicou

$$c_0 = \frac{G_{\text{kh}} \cdot I_p}{I_{\text{red\_rem}}} \qquad c_0 = 2142369.1 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Torzná tuhosť za 1. zalomením

$$c_1 = \frac{G_{\text{kh}} \cdot I_p}{I_{\text{red}}} \qquad c_1 = 1252409.7 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Torzná tuhosť za 2. zalomením

$$c_2 = \frac{G_{kh} \cdot I_p}{I_{red}} \qquad c_2 = 1252409.7 \cdot \frac{N \cdot m}{rad}$$

Torzná tuhosť za 3. zalomením

$$c_3 = \frac{G_{kh} \cdot I_p}{I_{red}} \qquad c_3 = 1252409.7 \cdot \frac{N \cdot m}{rad}$$

Torzná tuhosť za 4. zalomením

$$c_4 = \frac{G_{kh} \cdot I_p}{I_{red\_zotr}} \qquad c_4 = 1741471.2 \cdot \frac{N \cdot m}{rad}$$

## 7.2.2 Výpočet vlastnej frekvencie sústavy

Priradenie nových označení momentov zotrvačnosti

$$I = \begin{pmatrix} I_{c\_rem} \\ I_{c\_zal\_1} \\ I_{c\_zal\_2} \\ I_{c\_zal\_3} \\ I_{c\_zal\_4} \\ I_{c\_zotr} \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 0.014383724 \\ 0.034651601 \\ 0.034574395 \\ 0.034574395 \\ 0.034411469 \\ 0.571706806 \end{pmatrix} m^2 \cdot kg$$

Matica Hmotnosti

$$M = \begin{pmatrix} I_{c\_rem} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{c\_zal\_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{c\_zal\_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zotr} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 0.0144 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0347 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0346 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0346 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0344 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5717 \end{pmatrix} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

Matica tuhosti

$$C = \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2142369.1 & -2142369.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2142369.1 & 3394778.9 & -1252409.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1252409.7 & 2504819.5 & -1252409.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1252409.7 & 2504819.5 & -1252409.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1252409.7 & 2993881 & -1741471.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1741471.2 & 1741471.2 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Štvorcová matica

$$A = M^{-1} \cdot C$$

Vlastné čísla

$$\lambda_{vc} = \text{eigenvals}(A)$$

$$\lambda_{vc} = \begin{pmatrix} 226205954.68 \\ 129054980.47 \\ 85528441.3 \\ 36032584.68 \\ 5033901.06 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}^2}$$



Uhlová frekvencia vlastného kmitania

$$\Omega_1 = \sqrt{\lambda_{vc}}$$

$$\Omega_1 = \begin{pmatrix} 15040.14 \\ 11360.24 \\ 9248.16 \\ 6002.71 \\ 2243.64 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{s}$$

Výpočet amplitúd x

$$x = \text{eigenvecs}(A)$$

$$x = \begin{pmatrix} -0.881 & -0.238 & 0.41 & -0.519 & 0.598 & 0.408 \\ 0.457 & -0.032 & 0.175 & -0.394 & 0.578 & 0.408 \\ -0.114 & 0.435 & -0.642 & 0.214 & 0.463 & 0.408 \\ 0.029 & -0.648 & 0.057 & 0.608 & 0.283 & 0.408 \\ -0.008 & 0.577 & 0.621 & 0.398 & 0.065 & 0.408 \\ 0 & -0.014 & -0.023 & -0.037 & -0.099 & 0.408 \end{pmatrix}$$

### 7.2.2.1 Prvá vlastná frekvencia

$$if = 0..5$$

Pomerné amplitúdy

$$a1_{if} = \frac{x_{if,4}}{x_{0,4}}$$

$$a1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.966 \\ 0.774 \\ 0.474 \\ 0.108 \\ -0.166 \end{pmatrix}$$

Vlastná uhlová frekvencia

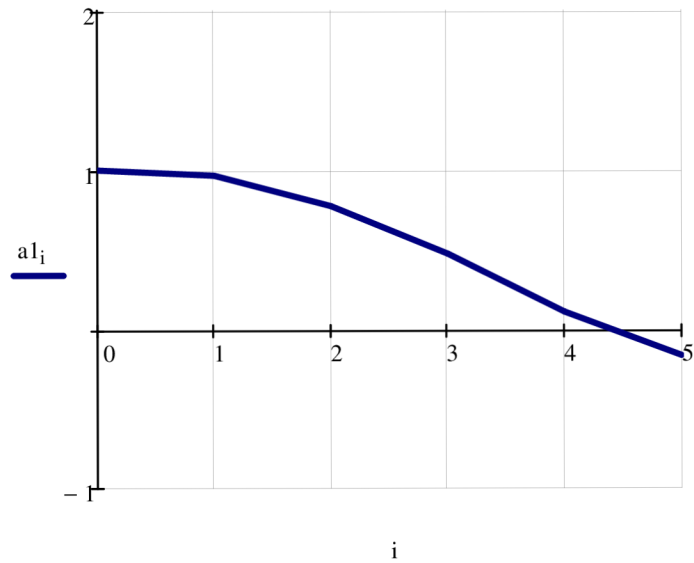
$$\Omega_{14} = 2243.636 \frac{1}{s}$$

Vlastná frekvencia

$$N_1 = \frac{\Omega_{14}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_1 = 357.086 \cdot \text{Hz}$$

Graf vlastného tvaru 1. vlastnej frekvencie



### 7.2.2.2 Druhá vlastná frekvencia

$$if = 0..5$$

Pomerné amplitúdy

$$a2_{if} = \frac{x_{if,3}}{x_{0,3}}$$

$$a2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.7581 \\ -0.4115 \\ -1.1718 \\ -0.7664 \\ 0.0708 \end{pmatrix}$$

Vlastná uhlová frekvencia

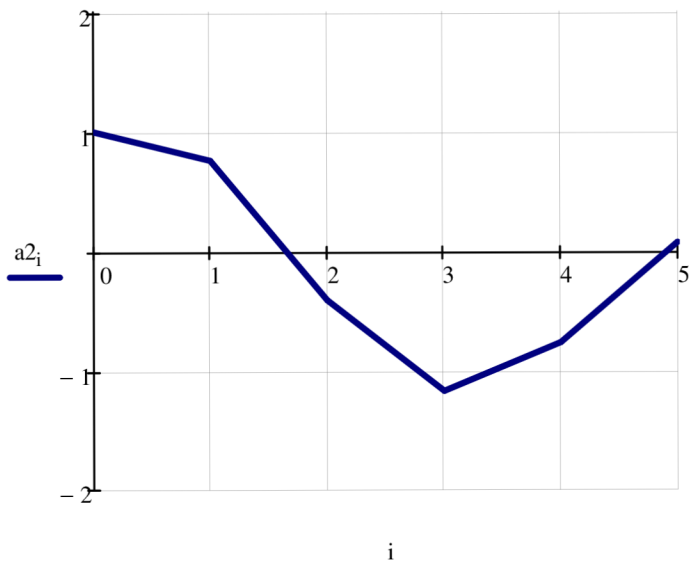
$$\Omega_{13} = 6002.715 \frac{1}{s}$$

Vlastná frekvencia

$$N_2 = \frac{\Omega_{13}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_2 = 955.362 \cdot \text{Hz}$$

Graf vlastného tvaru 2. vlastnej frekvencie



### 7.2.3 Kritické otáčky

Kritické otáčky pre 1. vlastnú frekvenciu

$$\kappa_n = 0.5, 1 \dots 12$$

$$n_{k_1}(\kappa_n) = \frac{N_1}{\kappa_n}$$

Kritické otáčky pre 2. vlastnú frekvenciu

$$n_{k_2}(\kappa_n) = \frac{N_2}{\kappa_n}$$

## 7.3 Vynútené torzné kmitanie sústavy

### 7.3.1 Harmonická analýza budiaceho momentu

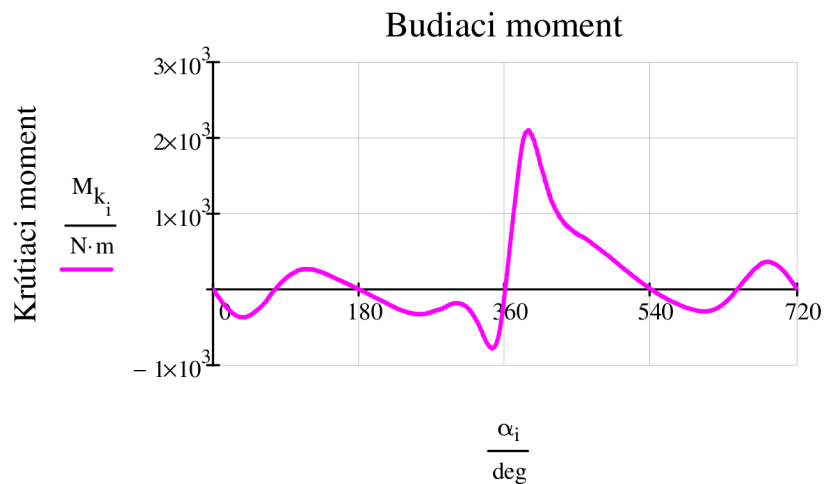
$$\text{krok} = \frac{720}{n_p} \cdot \text{deg}$$

$$\text{krok} = 1 \cdot \text{deg}$$

$$i = 0 \dots n_p - 1$$

$$\alpha_i = i \cdot \text{krok}$$

$$n_p - 1 = 719$$



Uhol natočenia kľukového hriadeľa

Počet vzorkov

$$n = 720$$

$$(\text{vec}_i) = M_{k_i}$$

Číslo vzorku

$$i = 0 \dots n - 1$$

$$n_p = 720$$

$$k = 0 \dots 24$$

Veľkosť kroku

$$\text{krok} = 1 \text{ deg}$$

$$\kappa_k = 0.5 \cdot k$$

$$q_k = \frac{2}{n_p} \cdot \sum_{i=0}^{n_p-1} \left[ M_{k_i} \cdot e^{j \left( k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{n_p} \right)} \right]$$

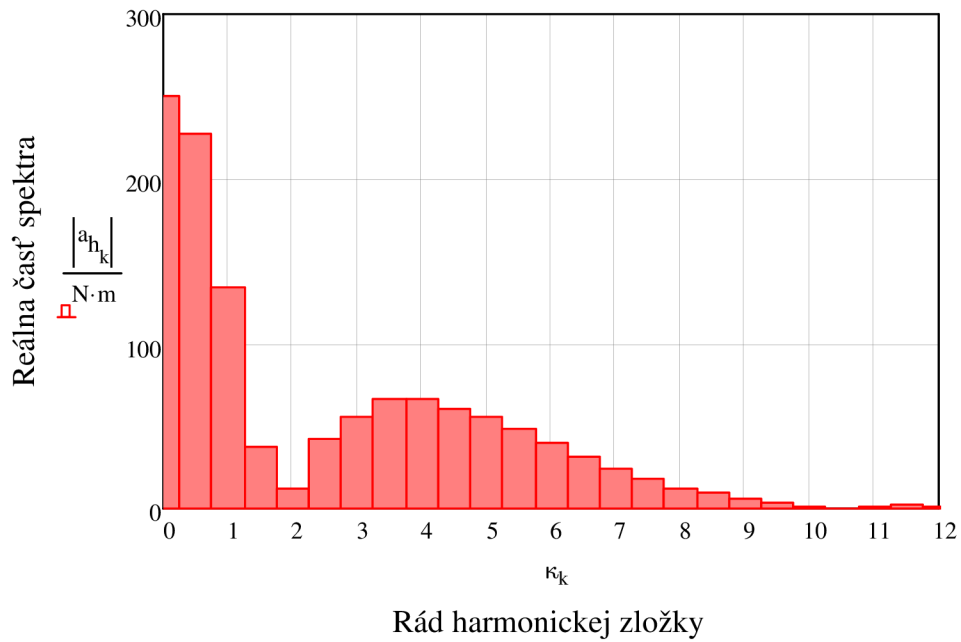
$$a_{h_k} = \text{Re}(q_k)$$

$$b_{h_k} = \text{Im}(q_k)$$

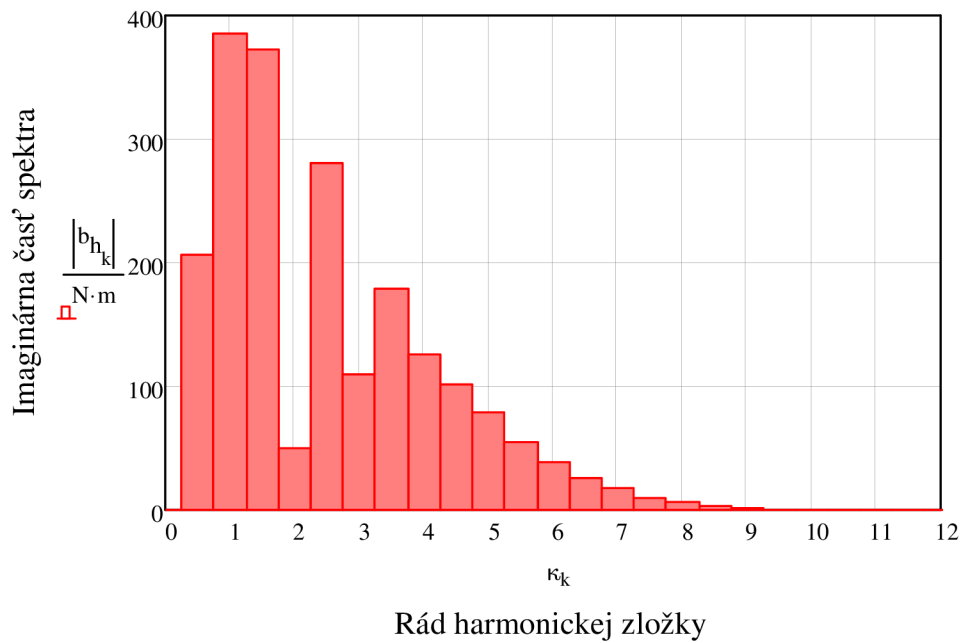
$$M_{h_k} = |q_k|$$

$\frac{k}{2} =$	$\kappa =$	$a_{h_k} =$	$b_{h_k} =$	$M_{h_k} =$
0	0	250.65 J	0 J	250.65 J
0.5	1	-227.88	-206.31	307.4
1	2	134.87	385.2	408.12
1.5	3	-37.61	-372	373.9
2	4	-11.85	50.75	52.12
2.5	5	42.56	-280	283.22
3	6	-55.52	109.33	122.62
3.5	7	67.04	-179.36	191.48
4	8	-66.86	125.47	142.17
4.5	9	60.36	-102.26	118.75
5	10	-56.23	79.58	97.45
5.5	11	47.83	-55.43	73.21
6	12	-39.32	39.23	55.55
6.5	13	31.01	-25.95	40.44
7	14	-24.21	17.75	30.02
7.5	15	17.77	-10.46	20.62
8	16	-12.68	6.39	14.2
8.5	17	9.68	-3.15	10.18
9	18	-5.54	1.58	5.76
9.5	19	3.8	-0.05	3.8
10	20	-1.27	-0.21	1.28
10.5	21	-0.34	0.56	0.66
11	22	1.03	-0.08	1.03
11.5	23	-2.7	-0.41	2.73
12	24	1.79	-0.77	1.95

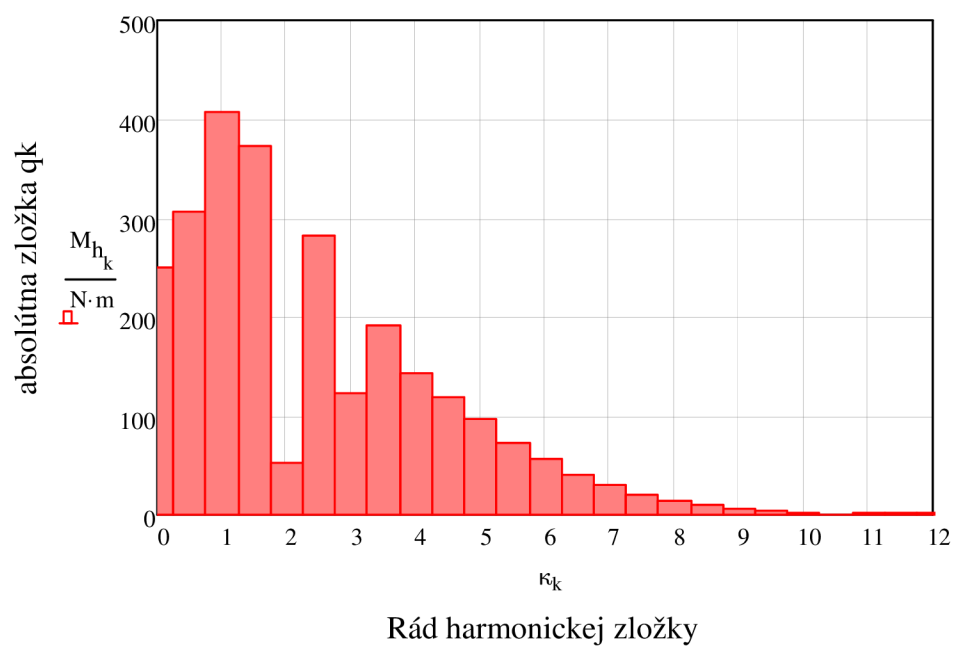
### Reálna časť spektra



### Imaginárna časť spektra



### Absolútna hodnota



Kritické otáčky:

$\kappa_n =$	$\frac{n_{k_1}(\kappa_n)}{\frac{1}{\text{min}}} =$	$\frac{n_{k_2}(\kappa_n)}{\frac{1}{\text{min}}} =$
0.5	42850.3	114643.4
1	21425.1	57321.7
1.5	14283.4	38214.5
2	10712.6	28660.9
2.5	8570.1	22928.7
3	7141.7	19107.2
3.5	6121.5	16377.6
4	5356.3	14330.4
4.5	4761.1	12738.2
5	4285	11464.3
5.5	3895.5	10422.1
6	3570.9	9553.6
6.5	3296.2	8818.7
7	3060.7	8188.8
7.5	2856.7	7642.9
8	2678.1	7165.2
8.5	2520.6	6743.7
9	2380.6	6369.1
9.5	2255.3	6033.9
10	2142.5	5732.2
10.5	2040.5	5459.2
11	1947.7	5211.1
11.5	1863.1	4984.5
12	1785.4	4776.8



### 7.3.2 Výdatnosť rezonančných kmitov

Uhol medzi rozostupmi zážihov

$$\delta_Z = \frac{720}{n_V} \quad \delta_Z = 180$$

$$i_Z = 1..4$$

Poradie zapalovania: 1 - 3 - 4 - 2

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_1 = 0.5 \quad k_f = 0.5, 2.5, 4.5, 6.5, 8.5, 10.5$$

$$\sigma = \kappa_1 \cdot \delta_Z \quad \sigma = 90$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 270\text{deg} \quad \sigma_3 = 90\text{deg} \quad \sigma_4 = 180\text{deg}$$

$$\sigma_{i_Z} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{pmatrix}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{1_0.5} = \sqrt{\left[ \sum_{i_Z=1}^4 (a_{1_{i_Z}} \cdot \cos(\sigma_{i_Z})) \right]^2 + \left[ \sum_{i_Z=1}^4 (a_{1_{i_Z}} \cdot \sin(\sigma_{i_Z})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_0.5} = 0.909$$

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_2 = 1 \quad k_f = 1, 3, 5, 7, 9, 11$$

$$\sigma = \kappa_2 \cdot \delta_Z \quad \sigma = 180$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 180\text{deg} \quad \sigma_3 = 180\text{deg} \quad \sigma_4 = 0\text{deg}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{1_1} = \sqrt{\left[ \sum_{i_Z=1}^4 (a_{1_{i_Z}} \cdot \cos(\sigma_{i_Z})) \right]^2 + \left[ \sum_{i_Z=1}^4 (a_{1_{i_Z}} \cdot \sin(\sigma_{i_Z})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_1} = 0.173$$

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_3 = 1.5 \quad k_f = 1.5, 3.5, 5.5, 7.5, 9.5$$

$$\sigma = \kappa_3 \cdot \delta_z \quad \sigma = 270$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 90\text{deg} \quad \sigma_3 = 270\text{deg} \quad \sigma_4 = 180\text{deg}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{1_1.5} = \sqrt{\left[ \sum_{i_z=1}^4 \left( a1_{i_z} \cdot \cos(\sigma_{i_z}) \right) \right]^2 + \left[ \sum_{i_z=1}^4 \left( a1_{i_z} \cdot \sin(\sigma_{i_z}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_1.5} = 0.909$$

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_4 = 2 \quad k_f = 2, 4, 6, 8, 10$$

$$\sigma = \kappa_4 \cdot \delta_z \quad \sigma = 360$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 0\text{deg} \quad \sigma_3 = 0\text{deg} \quad \sigma_4 = 0\text{deg}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{1_2} = \sqrt{\left[ \sum_{i_z=1}^4 \left( a1_{i_z} \cdot \cos(\sigma_{i_z}) \right) \right]^2 + \left[ \sum_{i_z=1}^4 \left( a1_{i_z} \cdot \sin(\sigma_{i_z}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_2} = 2.322$$

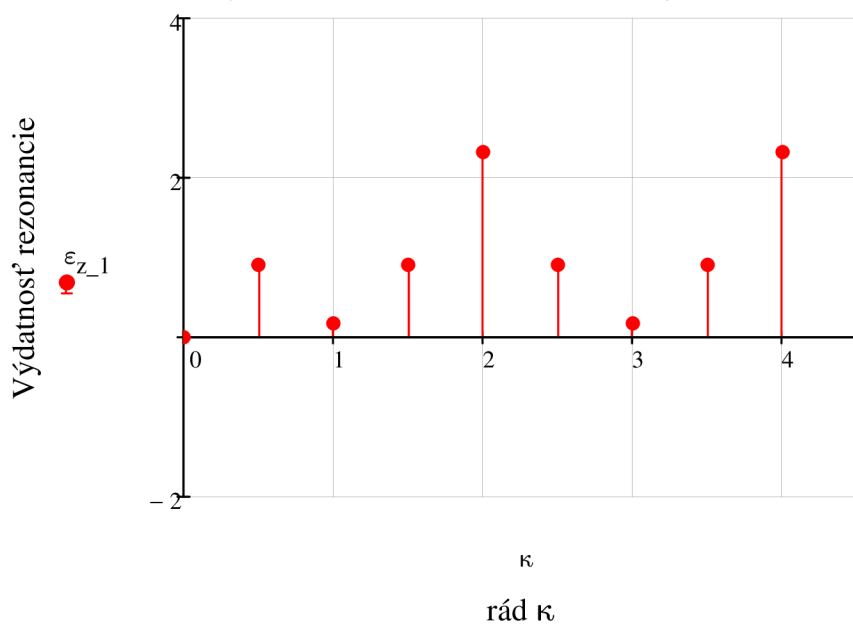
**Zhrnutie výdatnosti rezonancie**

Výdatnosť 1. vlastnej frekvencie

$$\varepsilon_{z_1} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{z_1} = \begin{pmatrix} 0.909 \\ 0.173 \\ 0.909 \\ 2.322 \end{pmatrix}$$

$$\max(\varepsilon_{z_1}) = 2.322$$

### Výdatnosť rezonancie 1. vlastnej frekvencie



Načítanie výdatnosti:

$$\epsilon_1 = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_{1\_0.5} \\ \epsilon_{1\_1} \\ \epsilon_{1\_1.5} \\ \epsilon_{1\_2} \\ \epsilon_{1\_0.5} \\ \epsilon_{1\_1} \\ \epsilon_{1\_1.5} \\ \epsilon_{1\_2} \\ \epsilon_{1\_0.5} \\ \epsilon_{1\_1} \\ \epsilon_{1\_1.5} \\ \epsilon_{1\_2} \\ \epsilon_{1\_0.5} \\ \epsilon_{1\_1} \\ \epsilon_{1\_1.5} \\ \epsilon_{1\_2} \\ \epsilon_{1\_0.5} \\ \epsilon_{1\_1} \\ \epsilon_{1\_1.5} \\ \epsilon_{1\_2} \end{pmatrix}$$

Torzná výchylka voľného konca kľukového hriadeľa pre harmonický rád  $\kappa$

Veľkosť tlmiacich odporov:  $\xi = 2.8 \frac{(N \cdot m \cdot sec)}{rad}$   $i_f = 1..24$

$$\phi_{0_1 i_f} = \frac{(M_{h_{i_f}} \cdot \varepsilon_{1_{i_f}})}{\Omega_{1_4} \cdot \xi \cdot \left[ \sum_{i_z} (a_{1_{i_z}})^2 \right]}$$

Torzná výchylka voľného konca kľukového hriadeľa pre harmonický rád  $\kappa$  v stupňoch

$\phi_{0_1\_deg} = \phi_{0_1} \cdot \frac{180}{\pi}$   $\max(\phi_{0_1}) = 0.03059$   $\max(\phi_{0_1\_deg}) = 1.753$

$\kappa =$

	0
0	0
1	0.5
2	1
3	1.5
4	2
5	2.5
6	3
7	3.5
8	4
9	4.5
10	5
11	5.5
12	6
13	6.5
14	7
15	7.5
16	8
17	8.5
18	9
19	9.5
20	10
21	10.5
22	11
23	11.5
24	12

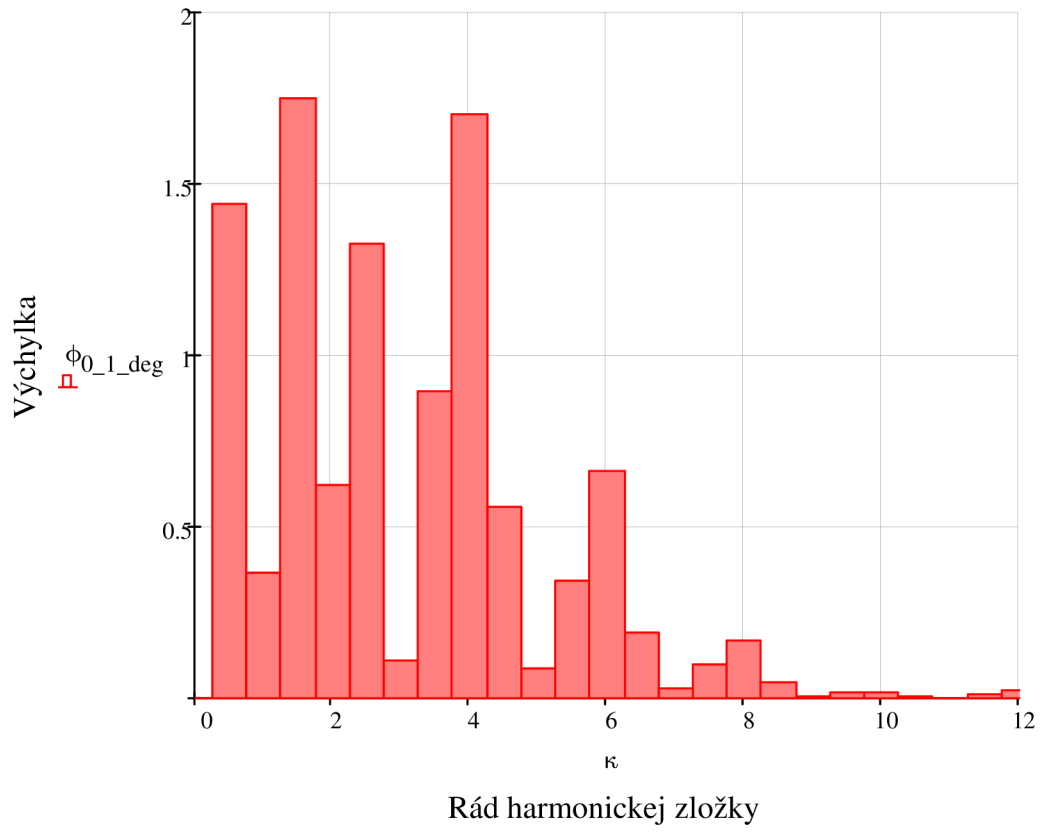
$\phi_{0_1} =$

	0
0	0
1	0.02515
2	0.00637
3	0.03059
4	0.01089
5	0.02317
6	0.00191
7	0.01567
8	0.02971
9	0.00971
10	0.00152
11	0.00599
12	0.01161
13	0.00331
14	0.00047
15	0.00169
16	0.00297
17	0.00083
18	0.00009
19	0.00031
20	0.00027
21	0.00005
22	0.00002
23	0.00022
24	0.00041

$\phi_{0_1\_deg} =$

	0
0	0
1	1.441
2	0.365
3	1.753
4	0.624
5	1.328
6	0.11
7	0.898
8	1.702
9	0.557
10	0.087
11	0.343
12	0.665
13	0.19
14	0.027
15	0.097
16	0.17
17	0.048
18	0.005
19	0.018
20	0.015
21	0.003
22	0.001
23	0.013
24	0.023

### Tozné výchyly volného konca



## 7.4. Namáhanie torznými kmitmi

Poloha uzlu výkmitovej čiary

$$\Delta a_{145} = a_{14} - a_{15}$$

$$\Delta a_{145} = 0.274$$

Striedavý krútiaci moment

$$M_1 = \phi_{0-1_{17}} \cdot \Delta a_{145} \cdot c_4$$

$$M_1 = 396.981 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Prierezový modul

$$W_\tau = \frac{\pi \cdot D_{oc}^3}{16}$$

Prídavné krutové napätie vyvolané torzným kmitaním

$$\tau_1 = \frac{M_1}{W_\tau}$$

$$\tau_1 = 7.03 \cdot \text{MPa}$$

## 8. Výpočet torzných kmitov s použitím tlmiča

### 8.1 Vlastné torzné kmitanie sústavy s tlmičom

#### 8.1.1 Návrh základných parametrov tlmiča

Moment zotrvačnosti tlmiča

$$I_{tl} = 0.02 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{ef} = \sum_{i_z} \left[ I_{i_z} \cdot (a_{1i_z})^2 \right]$$

$$I_{ef} = 0.061 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

Pomerná veľkosť tlmiča

$$\mu = \frac{I_{tl}}{I_{ef}}$$

$$\mu = 0.327$$

Optimálne ladenie

$$w = \frac{1}{1 + \mu}$$

$$w = 0.754$$

Vlastná frekvencia tlmiča:

$$\Omega_{tl} = \Omega_{14} \cdot w$$

$$\Omega_{tl} = 1691.1 \frac{1}{\text{s}} \cdot \text{rad}$$

Tuhosť tlmiča

$$c_{tl} = I_{tl} \cdot \Omega_{tl}^2$$

$$c_{tl} = 57199.4 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

### 8.1.2 Výpočet vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom torzných kmitov

Priradenie nových označení momentov zotrvačnosti

$$I_t = \begin{pmatrix} I_{tl} \\ I_{c\_rem} \\ I_{c\_zal\_1} \\ I_{c\_zal\_2} \\ I_{c\_zal\_3} \\ I_{c\_zal\_4} \\ I_{c\_zotr} \end{pmatrix} \quad I_t = \begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.01438 \\ 0.03465 \\ 0.03457 \\ 0.03457 \\ 0.03441 \\ 0.57171 \end{pmatrix} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Hodnoty torzných tuhostí

$$c_t = \begin{pmatrix} c_{tl} \\ c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} \quad c_t = \begin{pmatrix} 57199.4 \\ 2142369.1 \\ 1252409.7 \\ 1252409.7 \\ 1252409.7 \\ 1741471.2 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Matica hmotnosti

$$M_t = \begin{pmatrix} I_{tl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{c\_rem} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{c\_zal\_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zal\_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c\_zotr} \end{pmatrix}$$

$$M_t = \begin{pmatrix} 0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.014384 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.034652 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.034574 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.034574 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.034411 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.571707 \end{pmatrix} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Matica tuhosti

$$C_t = \begin{pmatrix} c_{t1} & -c_{t1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{t1} & c_{t1} + c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{pmatrix}$$

$$C_t = \begin{pmatrix} 57199.4 & -57199.4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -57199.4 & 2199568.5 & -2142369.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2142369.1 & 3394778.9 & -1252409.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1252409.7 & 2504819.5 & -1252409.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1252409.7 & 2504819.5 & -1252409.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1252409.7 & 2993881 & -1741471.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1741471.2 & 1741471.2 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

Štvorcová matica

$$A_t = M_t^{-1} \cdot C_t$$

Vlastné čísla

$$\lambda_{vc\_t} = \text{eigenvals}(A_t)$$

Uhlová frekvencia vlastného kmitania

$$\Omega_{1\_t} = \sqrt{\lambda_{vc\_t}}$$

$$\Omega_{1\_t} = \begin{pmatrix} 15119.803 \\ 11364.573 \\ 9265.292 \\ 6049.338 \\ 2482.228 \\ 1526.098 \\ 0j \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}} \cdot \text{rad}$$



Výpočet amplitúd x

$$x_t = \text{eigenvecs}(A_t)$$

$$x_t = \begin{pmatrix} -0.011 & 0.005 & -0.014 & 0.044 & -0.442 & 0.963 & 0.378 \\ 0.886 & -0.237 & 0.41 & -0.52 & 0.51 & 0.179 & 0.378 \\ -0.45 & -0.038 & 0.185 & -0.407 & 0.515 & 0.155 & 0.378 \\ 0.111 & 0.438 & -0.64 & 0.198 & 0.434 & 0.104 & 0.378 \\ -0.027 & -0.647 & 0.051 & 0.603 & 0.28 & 0.047 & 0.378 \\ 0.007 & 0.576 & 0.621 & 0.399 & 0.078 & -0.013 & 0.378 \\ -0 & -0.014 & -0.023 & -0.036 & -0.076 & -0.056 & 0.378 \end{pmatrix}$$

### 8.1.2.1. Prvá vlastná frekvencia

$$i_t = 0..6$$

Pomerné amplitúdy

$$a_{t1}_{i_t} = \frac{x_{t_{i_t},5}}{x_{t_{0,5}}}$$

$$a_{t1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.186 \\ 0.161 \\ 0.108 \\ 0.049 \\ -0.014 \\ -0.058 \end{pmatrix}$$

Vlastná uhlová frekvencia

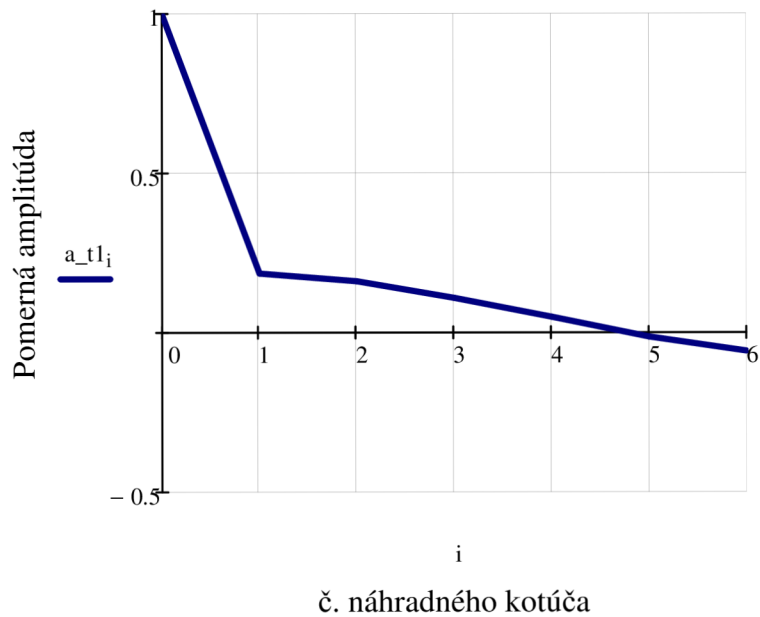
$$\Omega_{1_{t5}} = 1526.098 \frac{1}{s}$$

Vlastná frekvencia

$$N_{1_t} = \frac{\Omega_{1_{t5}}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{1_t} = 242.9 \cdot \text{Hz}$$

Graf vlastného tvaru



### 8.1.2.2. Druhá vlastná frekvencia

Pomerné amplitúdy

$$a_{t2_i} = \frac{x_{t_i,4}}{x_{t_{0,4}}}$$

$$a_{t2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1.154 \\ -1.164 \\ -0.982 \\ -0.634 \\ -0.177 \\ 0.173 \end{pmatrix}$$

Vlastná uhlová frekvencia

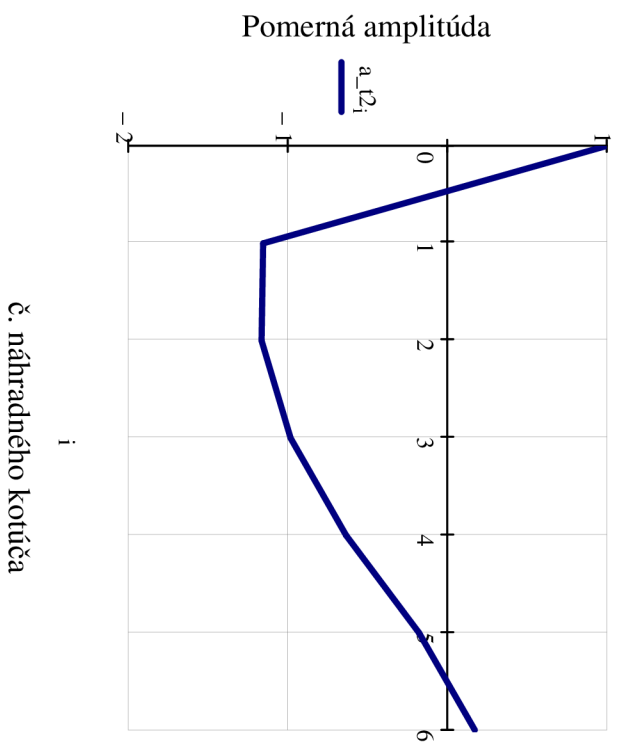
$$\Omega_{1-t_4} = 2482.228 \frac{1}{s}$$

Vlastná frekvencia

$$N_{2-t} = \frac{\Omega_{1-t_4}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{2-t} = 395.1 \cdot \text{Hz}$$

Graf vlastného tvaru



## 8.2 Vynútené torzné kmitanie sústavy s tlmičom torzných kmitov

### 8.2.1 Kritické otáčky

Kritické otáčky pre 1. vlastnú frekvenciu

$$n_{k\_1\_t}(\kappa_n) = \frac{N_{1\_t}}{\kappa_n}$$

Kritické otáčky pre 2. vlastnú frekvenciu

$$n_{k\_2\_t}(\kappa_n) = \frac{N_{2\_t}}{\kappa_n}$$

$\kappa_n =$	$\frac{n_{k\_1\_t}(\kappa_n)}{1} =$ $\frac{1}{\min}$	$\frac{n_{k\_2\_t}(\kappa_n)}{1} =$ $\frac{1}{\min}$
0.5	29146.3	47407.1
1	14573.2	23703.5
1.5	9715.4	15802.4
2	7286.6	11851.8
2.5	5829.3	9481.4
3	4857.7	7901.2
3.5	4163.8	6772.4
4	3643.3	5925.9
4.5	3238.5	5267.5
5	2914.6	4740.7
5.5	2649.7	4309.7
6	2428.9	3950.6
6.5	2242	3646.7
7	2081.9	3386.2
7.5	1943.1	3160.5
8	1821.6	2962.9
8.5	1714.5	2788.7
9	1619.2	2633.7
9.5	1534	2495.1
10	1457.3	2370.4
10.5	1387.9	2257.5
11	1324.8	2154.9
11.5	1267.2	2061.2
12	1214.4	1975.3

## 8.2.2. Výdatnosť rezonančných kmitov

Uhol medzi rozostupmi zážihov

$$\delta_z = \frac{720}{n_v} \quad \delta_z = 180$$

$$i_z = 1..4$$

Poradie zapalovania: 1 - 3 - 4 - 2

### a) Prvá Vlastná frekvencia

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_1 = 0.5 \quad k_f = 0.5, 2.5, 4.5, 6.5, 8.5, 10.5$$

$$\sigma = \kappa_1 \cdot \delta_z \quad \sigma = 90$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 270\text{deg} \quad \sigma_3 = 90\text{deg} \quad \sigma_4 = 180\text{deg}$$

$$\sigma_{i_t} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{pmatrix}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{1_0.5} = \sqrt{\left[ \sum_{i_t=1}^4 (a_{1_{i_t}} \cdot \cos(\sigma_{i_t})) \right]^2 + \left[ \sum_{i_t=1}^4 (a_{1_{i_t}} \cdot \sin(\sigma_{i_t})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_0.5} = 0.185$$

Rád harmonickej zložky

$$k_f = 1, 3, 5, 7, 9, 11$$

$$\sigma = \kappa_2 \cdot \delta_z \quad \sigma = 180$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 180\text{deg} \quad \sigma_3 = 180\text{deg} \quad \sigma_4 = 0\text{deg}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{1_1} = \sqrt{\left[ \sum_{i_t=1}^4 (a_{1_{i_t}} \cdot \cos(\sigma_{i_t})) \right]^2 + \left[ \sum_{i_t=1}^4 (a_{1_{i_t}} \cdot \sin(\sigma_{i_t})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_1} = 0.01$$

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_3 = 1.5 \quad k_f = 1.5, 3.5, 5.5, 7.5, 9.5$$

$$\sigma = \kappa_3 \cdot \delta_z \quad \sigma = 270$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 90\text{deg} \quad \sigma_3 = 270\text{deg} \quad \sigma_4 = 180\text{deg}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{1.1.5} = \sqrt{\left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t1_{i_t}} \cdot \cos(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2 + \left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t1_{i_t}} \cdot \sin(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1.1.5} = 0.185$$

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_4 = 2 \quad k_f = 2, 4, 6, 8, 10$$

$$\sigma = \kappa_4 \cdot \delta_z \quad \sigma = 360$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 0\text{deg} \quad \sigma_3 = 0\text{deg} \quad \sigma_4 = 0\text{deg}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{1.2} = \sqrt{\left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t1_{i_t}} \cdot \cos(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2 + \left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t1_{i_t}} \cdot \sin(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1.2} = 0.305$$

a) **Druhá vlastná frekvencia**

$$k_f = 0.5, 2.5, 4.5, 6.5, 8.5, 10.5$$

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_1 = 0.5$$

$$\sigma = \kappa_1 \cdot \delta_z \quad \sigma = 90$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 270\text{deg} \quad \sigma_3 = 90\text{deg} \quad \sigma_4 = 180\text{deg}$$

$$\sigma_{i_t} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{pmatrix}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{2,0.5} = \sqrt{\left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t2} \cdot \cos(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2 + \left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t2} \cdot \sin(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2,0.5} = 1.047$$

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_2 = 1 \quad k_f = 1, 3, 5, 7, 9, 11$$

$$\sigma = \kappa_2 \cdot \delta_z \quad \sigma = 180$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 180\text{deg} \quad \sigma_3 = 180\text{deg} \quad \sigma_4 = 0\text{deg}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{2,1} = \sqrt{\left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t2} \cdot \cos(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2 + \left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t2} \cdot \sin(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2,1} = 0.275$$

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_3 = 1.5 \quad k_f = 1.5, 3.5, 5.5, 7.5, 9.5$$

$$\sigma = \kappa_3 \cdot \delta_z \quad \sigma = 270$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 90\text{deg} \quad \sigma_3 = 270\text{deg} \quad \sigma_4 = 180\text{deg}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{2_{1.5}} = \sqrt{\left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t2_{i_t}} \cdot \cos(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2 + \left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t2_{i_t}} \cdot \sin(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_{1.5}} = 1.047$$

Rád harmonickej zložky

$$\kappa_4 = 2 \quad k_f = 2, 4, 6, 8, 10$$

$$\sigma = \kappa_4 \cdot \delta_z \quad \sigma = 360$$

Uhol smerovej hviezdice

$$\sigma_1 = 0\text{deg} \quad \sigma_2 = 0\text{deg} \quad \sigma_3 = 0\text{deg} \quad \sigma_4 = 0\text{deg}$$

Výdatnosť rezonancie

$$\varepsilon_{2_2} = \sqrt{\left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t2_{i_t}} \cdot \cos(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2 + \left[ \sum_{i_t=1}^4 \left( a_{t2_{i_t}} \cdot \sin(\sigma_{i_t}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_2} = 2.957$$

### Zhrnutie výdatnosti rezonancie

Výdatnosť 1. vlastnej frekvencie

$$\varepsilon_{z_1} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1_{0.5}} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_{1.5}} \\ \varepsilon_{1_2} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{z_1} = \begin{pmatrix} 0.185 \\ 0.01 \\ 0.185 \\ 0.305 \end{pmatrix}$$

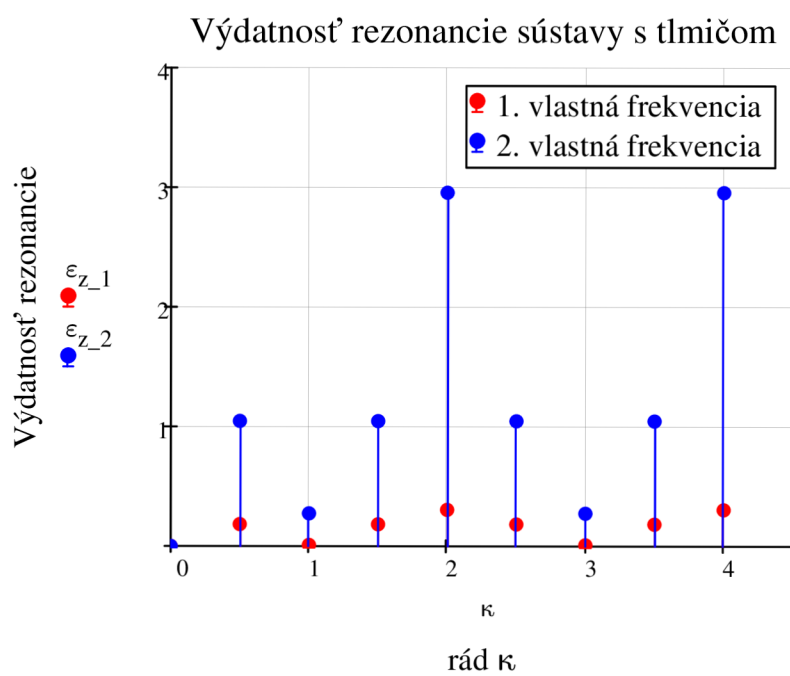
$$\max(\varepsilon_{z_1}) = 0.305$$



Výdatnosť 2. vlastnej frekvencie

$$\varepsilon_{z_2} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{z_2} = \begin{pmatrix} 1.047 \\ 0.275 \\ 1.047 \\ 2.957 \end{pmatrix}$$

$$\max(\varepsilon_{z_2}) = 2.957$$



Načítanie výdatnosti rezonancie

$$\varepsilon_1 = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_2} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_2 = \begin{pmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_2} \end{pmatrix}$$

### 8.2.3. Torzné výchylky v rezonancii

Pomerný útlm

$$\gamma = 0.08$$

Tlmiaci odpor tlmiča

$$\xi_{tl} = 2 \cdot \gamma \cdot I_{tl} \cdot \Omega_{1-t_5} \qquad \xi_{tl} = 4.884 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{s}}$$

Pomerná amplitúda tlmiča

$$\Delta a_{1tl} = 1 - a_{1_1}$$

#### Prvá vlastná frekvencia

Torzná výchylka zotrvačného kotúča tlmiča pre harmonický rád  $\kappa$

Veľkosť tlmiacich odporov:  $\xi = 2.8 \frac{(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec})}{\text{rad}} \qquad i_f = 1 \dots 24$

$$\phi_{t0-1i_f} = \frac{(M_{h_{i_f}} \cdot \varepsilon_{1i_f})}{\Omega_{1-t_5} \left[ \xi \cdot \left[ \sum_{i_t} (a_{t1i_t})^2 \right] + \xi_{tl} (\Delta a_{1tl})^2 \right]}$$

**Torzné výchylky zotrvačného kotúča pre harmonický rád  $\kappa$**

$$\phi_{t0\_1\_deg} = \phi_{t0\_1} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\max(\phi_{t0\_1}) = 0.015$$

$$\max(\phi_{t0\_1\_deg}) = 0.857$$

$\kappa =$

	0
0	0
1	0.5
2	1
3	1.5
4	2
5	2.5
6	3
7	3.5
8	4
9	4.5
10	5
11	5.5
12	6
13	6.5
14	7
15	7.5
16	8
17	8.5
18	9
19	9.5
20	10
21	10.5
22	11
23	11.5
24	12

$\phi_{t0\_1} =$

	0
0	0
1	0.012292
2	0.000895
3	0.014951
4	0.003442
5	0.011325
6	0.000269
7	0.007657
8	0.009389
9	0.004748
10	0.000214
11	0.002928
12	0.003668
13	0.001617
14	0.000066
15	0.000825
16	0.000938
17	0.000407
18	0.000013
19	0.000152
20	0.000085
21	0.000026
22	0.000002
23	0.000109
24	0.000129

$\phi_{t0\_1\_deg} =$

	0
0	0
1	0.7043
2	0.0513
3	0.8566
4	0.1972
5	0.6489
6	0.0154
7	0.4387
8	0.5379
9	0.2721
10	0.0122
11	0.1677
12	0.2102
13	0.0927
14	0.0038
15	0.0472
16	0.0537
17	0.0233
18	0.0007
19	0.0087
20	0.0049
21	0.0015
22	0.0001
23	0.0063
24	0.0074

### Výchyvky gumového prstena

$$\phi_{1g} = \phi_{t_{0-1}} \cdot (a_{t1_0} - a_{t1_1})$$

$$\phi_{1g\_deg} = \phi_{1g} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\phi_{1g} =$

	0
0	0
1	0.01
2	0.0007
3	0.0122
4	0.0028
5	0.0092
6	0.0002
7	0.0062
8	0.0076
9	0.0039
10	0.0002
11	0.0024
12	0.003
13	0.0013
14	0.0001
15	0.0007
16	0.0008
17	0.0003
18	0
19	0.0001
20	0.0001
21	0
22	0
23	0.0001
24	0.0001

$\phi_{1g\_deg} =$

	0
0	0
1	0.574
2	0.042
3	0.698
4	0.161
5	0.528
6	0.013
7	0.357
8	0.438
9	0.222
10	0.01
11	0.137
12	0.171
13	0.075
14	0.003
15	0.038
16	0.044
17	0.019
18	0.001
19	0.007
20	0.004
21	0.001
22	0
23	0.005
24	0.006

### Výchyvky volného konca

$$\phi_{1v} = \phi_{t_{0-1}} \cdot a_{-t1}_1$$

$$\phi_{1v\_deg} = \phi_{1v} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\phi_{1v} =$

	0
0	0
1	0.002282
2	0.000166
3	0.002776
4	0.000639
5	0.002103
6	0.00005
7	0.001422
8	0.001743
9	0.000882
10	0.00004
11	0.000544
12	0.000681
13	0.0003
14	0.000012
15	0.000153
16	0.000174
17	0.000076
18	0.000002
19	0.000028
20	0.000016
21	0.000005
22	0
23	0.00002
24	0.000024

$\phi_{1v\_deg} =$

	0
0	0
1	0.1308
2	0.0095
3	0.159
4	0.0366
5	0.1205
6	0.0029
7	0.0815
8	0.0999
9	0.0505
10	0.0023
11	0.0311
12	0.039
13	0.0172
14	0.0007
15	0.0088
16	0.01
17	0.0043
18	0.0001
19	0.0016
20	0.0009
21	0.0003
22	0
23	0.0012
24	0.0014

## Druhá vlastná frekvencia

Pomerná amplitúda tmiča

$$\Delta a_{2tl} = 1 - a_{2l}$$

Torzna výchyľka voľného konca kľukového hriadeľa pre harmonický rád  $\kappa$

Veľkosť tmiacich odporov:  $\xi = 2.8 \frac{(N \cdot m \cdot sec)}{rad}$   $i_f = 1..24$

$$\phi_{t0\_2i_f} = \frac{(M_{hi_f} \cdot \varepsilon_{2i_f})}{\Omega_{1-t_4} \cdot \left[ \xi \cdot \left[ \sum_{i_t} (a_{t2_{i_t}})^2 \right] + \xi_{tl} \cdot (\Delta a_{2tl})^2 \right]}$$

## Torzna výchyľka zotrvačného kotúča pre harmonický rád $\kappa$ v stupňoch

$$\phi_{t0\_2\_deg} = \phi_{t0\_2} \cdot \frac{180}{\pi} \quad \max(\phi_{t0\_2}) = 0.012 \quad \max(\phi_{t0\_2\_deg}) = 0.664$$

$\kappa =$

	0
0	0
1	0.5
2	1
3	1.5
4	2
5	2.5
6	3
7	3.5
8	4
9	4.5
10	5
11	5.5
12	6
13	6.5
14	7
15	7.5
16	8
17	8.5
18	9
19	9.5
20	10
21	10.5
22	11
23	11.5
24	12

$\phi_{t0\_2} =$

	0
0	0
1	0.0089
2	0.0031
3	0.0108
4	0.0042
5	0.0082
6	0.0009
7	0.0055
8	0.0116
9	0.0034
10	0.0007
11	0.0021
12	0.0045
13	0.0012
14	0.0002
15	0.0006
16	0.0012
17	0.0003
18	0
19	0.0001
20	0.0001
21	0
22	0
23	0.0001
24	0.0002

$\phi_{t0\_2\_deg} =$

	0
0	0
1	0.509
2	0.177
3	0.619
4	0.243
5	0.469
6	0.053
7	0.317
8	0.664
9	0.196
10	0.042
11	0.121
12	0.26
13	0.067
14	0.013
15	0.034
16	0.066
17	0.017
18	0.003
19	0.006
20	0.006
21	0.001
22	0
23	0.005
24	0.009

### Výchylka gumového prstenca

$$\phi_{2g} = \phi_{t_{0_2}}(a_{t_{2_0}} - a_{t_{2_1}})$$

$$\phi_{2g} =$$

	0
0	0
1	0.0191
2	0.0067
3	0.0233
4	0.0092
5	0.0176
6	0.002
7	0.0119
8	0.025
9	0.0074
10	0.0016
11	0.0046
12	0.0098
13	0.0025
14	0.0005
15	0.0013
16	0.0025
17	0.0006
18	0.0001
19	0.0002
20	0.0002
21	0
22	0
23	0.0002
24	0.0003

$$\phi_{2g\_deg} = \phi_{2g} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\phi_{2g\_deg} =$$

	0
0	0
1	1.096
2	0.382
3	1.333
4	0.525
5	1.009
6	0.115
7	0.682
8	1.431
9	0.423
10	0.091
11	0.261
12	0.559
13	0.144
14	0.028
15	0.073
16	0.143
17	0.036
18	0.005
19	0.014
20	0.013
21	0.002
22	0.001
23	0.01
24	0.02



### Výchylka volného konca

$$\phi_{2_v} = \phi_{t_{0_2}} \cdot |a_{t_1}|$$

$$\phi_{2_{v\_deg}} = \phi_{2_v} \cdot \frac{180}{\pi}$$

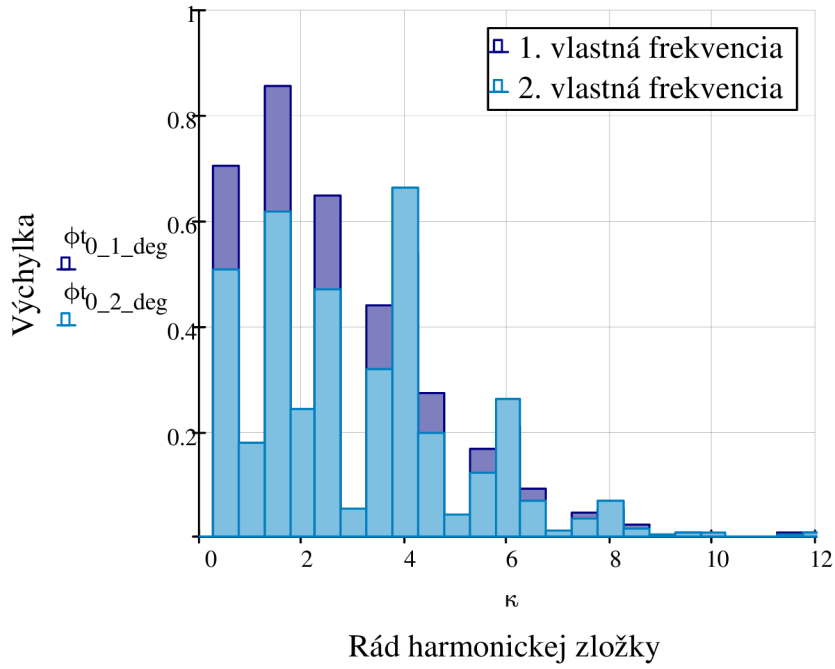
$\phi_{2_v} =$

	0
0	0
1	0.0102
2	0.0036
3	0.0125
4	0.0049
5	0.0094
6	0.0011
7	0.0064
8	0.0134
9	0.004
10	0.0009
11	0.0024
12	0.0052
13	0.0013
14	0.0003
15	0.0007
16	0.0013
17	0.0003
18	0.0001
19	0.0001
20	0.0001
21	0
22	0
23	0.0001
24	0.0002

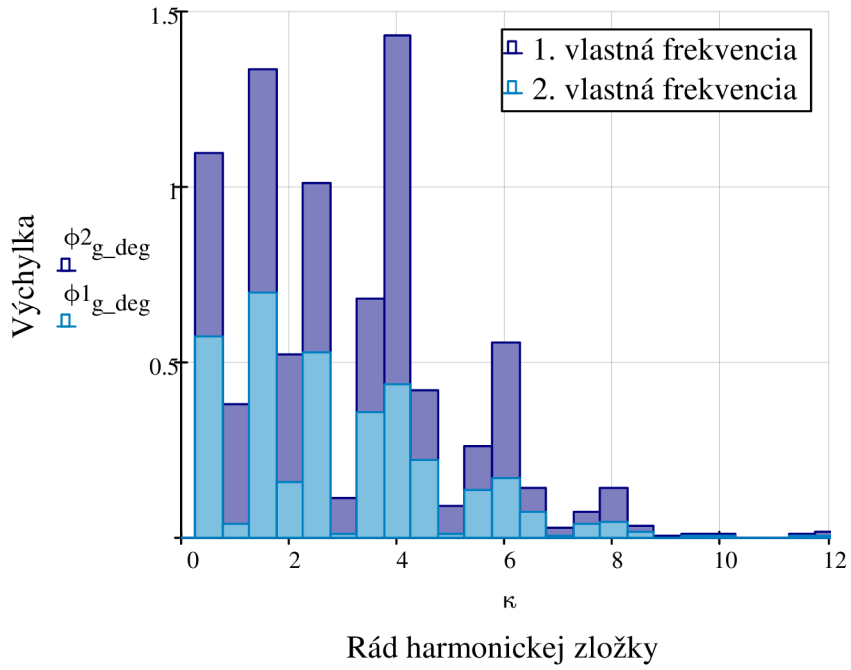
$\phi_{2_{v\_deg}} =$

	0
0	0
1	0.587
2	0.2046
3	0.714
4	0.2811
5	0.5409
6	0.0615
7	0.3657
8	0.7668
9	0.2268
10	0.0489
11	0.1398
12	0.2996
13	0.0772
14	0.015
15	0.0394
16	0.0766
17	0.0194
18	0.0029
19	0.0073
20	0.0069
21	0.0013
22	0.0005
23	0.0052
24	0.0105

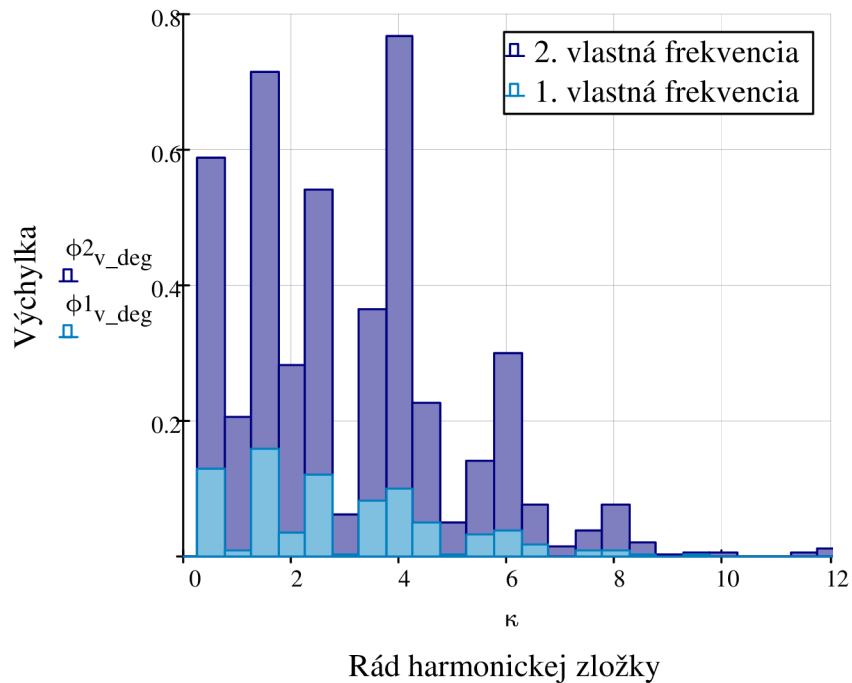
Torzne výchylky zotrvačného prstenca



Torzne výchylky gumového prstenca



### Torzne výchylky voľného konca



## 8.3. Namáhanie torznými kmitmi

### 8.3.1 Namáhanie pre 1. vlastnú frekvenciu

Poloha uzlu výkmitovej čiary

$$\Delta a_{156} = a_{t1_5} - a_{t1_6}$$

$$\Delta a_{156} = 0.044$$

Striedavý krútiaci moment

$$M_{t_1} = \phi_{1v_8} \cdot \Delta a_{156} \cdot c_4$$

$$M_{t_1} = 134.9 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Prierezový modul

$$W_{\tau} = \frac{\pi \cdot D_{oc}^3}{16}$$

Prídavné krutové napätie vyvolané torzným kmitaním

$$\tau_1 = \frac{M_{t_1}}{W_{\tau}}$$

$$\tau_1 = 2.4 \cdot \text{MPa}$$

### 8.3.2. Namáhanie pre 2. vlastnú frekvenciu

Poloha uzlu výkmitovej čiary

$$\Delta a_{56} = a_{t_6} - a_{t_5} \qquad \Delta a_{56} = 0.35$$

$$\Delta a_{01} = a_{t_0} - a_{t_1} \qquad \Delta a_{01} = 0.242$$

Striedavý krútiaci moment

$$M_{t_2} = \phi_{v_{19}}^2 \cdot \Delta a_{56} \cdot c_4 \qquad M_{t_2} = 77.2 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Prierezový modul

$$W_{\tau} = \frac{\pi \cdot D_{oc}^3}{16}$$

Prídavné krutové napätie vyvolané torzným kmitaním

$$\tau_2 = \frac{M_{t_2}}{W_{\tau}} \qquad \tau_2 = 1.4 \cdot \text{MPa}$$

## 9. VLASTNÝ NÁVRH TLMIČA TORZNÝCH KMITOV

### 9.1. Stanovenie rozmerov tlmiča

Je nutné voliť moment zotrvačnosti prstenca a modul pružnosti gumy v šmyku. Vonkajší priemer je daný rozmermi remenice, šírku je nutné zvoliť a vnútorný priemer prstenca dopočítať.

Modul pružnosti gumy v šmyku

$$G_g = 1 \text{ MPa}$$

Torzna tuhosť tlmiča

$$c_{tl} = 57199,419 \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

Moment zotrvačnosti tlmiča

$$I_{tl} = 0,02 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

#### 9.1.1. Rozmery gumového prstenca

Vnútorný priemer prstenca

$$D_1 = 180 \text{ mm}$$

Hrúbka gumového prstenca

$$b_{tl} = 4 \text{ mm}$$

Vonkajší priemer prstenca

$$D_2 = \sqrt[4]{D_1^4 + \frac{32 \cdot b_{tl} \cdot c_{tl}}{\pi \cdot G_g}} \quad D_2 = 241,1 \cdot \text{mm}$$

#### 9.1.2 Rozmery oceľového prstenca

Hustota ocele

$$\rho_o = 7850 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Hrúbka prstenca

$$t_o = 10 \cdot \text{mm}$$

Vnútorný polomer

$$R_1 = \frac{D_1}{2} \quad R_1 = 90 \cdot \text{mm} \quad D_{1o} = 2R_1$$

Vonkajší polomer

$$R_2 = \sqrt[4]{R_1^4 + \frac{2 \cdot I_{tl}}{\pi \cdot \rho_o \cdot t_o}} \quad R_2 = 122,9 \cdot \text{mm} \quad D_{2o} = R_2 \cdot 2 \quad D_{2o} = 245,7 \cdot \text{mm}$$

## 9.2. Napätie pôsobiace v gumovom prstenci

Stredný priemer gumového prstenca

$$d_{\text{str}} = \frac{D_1 + D_2}{2} \quad d_{\text{str}} = 210.6 \cdot \text{mm}$$

Pomerné výchylky

$$\Delta a_{2\text{tl}} = 0.242 \quad \Delta a_{1\text{tl}} = 0.034 \quad \Delta a_{2\text{tl}} > \Delta a_{1\text{tl}}$$

Striedavý krútiaci moment pôsobiaci v gumovom prstenci

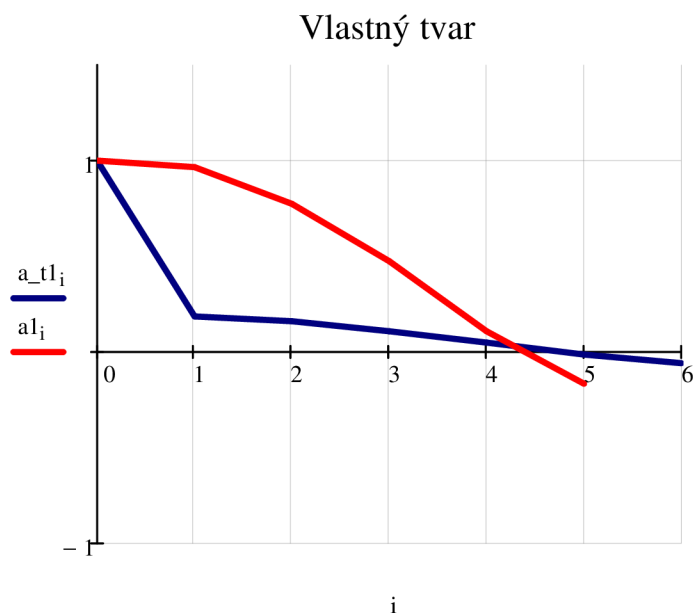
$$M_{k_{\text{tl}_2}} = \phi_{v_{17}} \cdot c_{\text{tl}} \cdot \Delta a_{2\text{tl}}$$

Šmykové napätie v gumovom prstenci

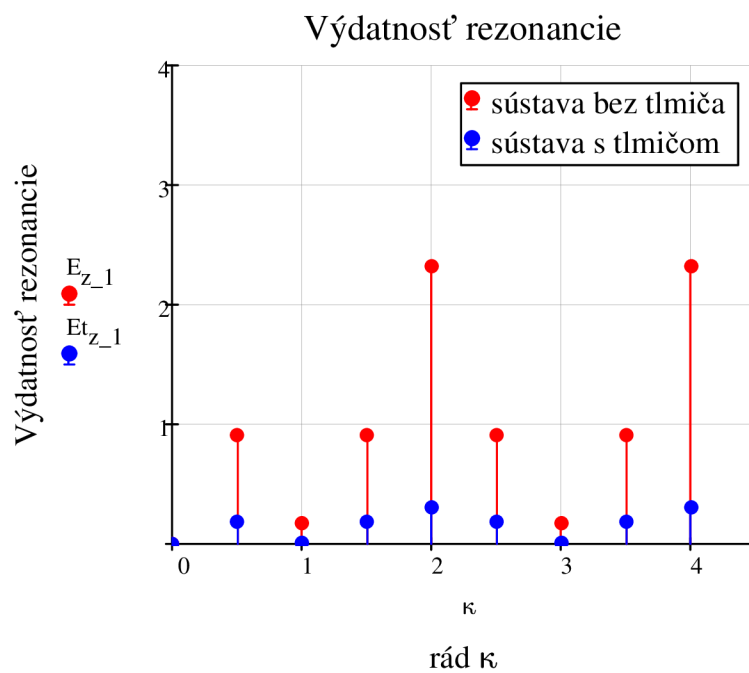
$$\tau_{g1} = \frac{2M_{k_{\text{tl}_2}}}{\pi \cdot b_{\text{tl}} \cdot d_{\text{str}}^2} \quad \tau_{g1} = 0.017 \cdot \text{MPa}$$

## 10. POROVNANIE TLMENEJ A NETLMENEJ SÚSTAVY

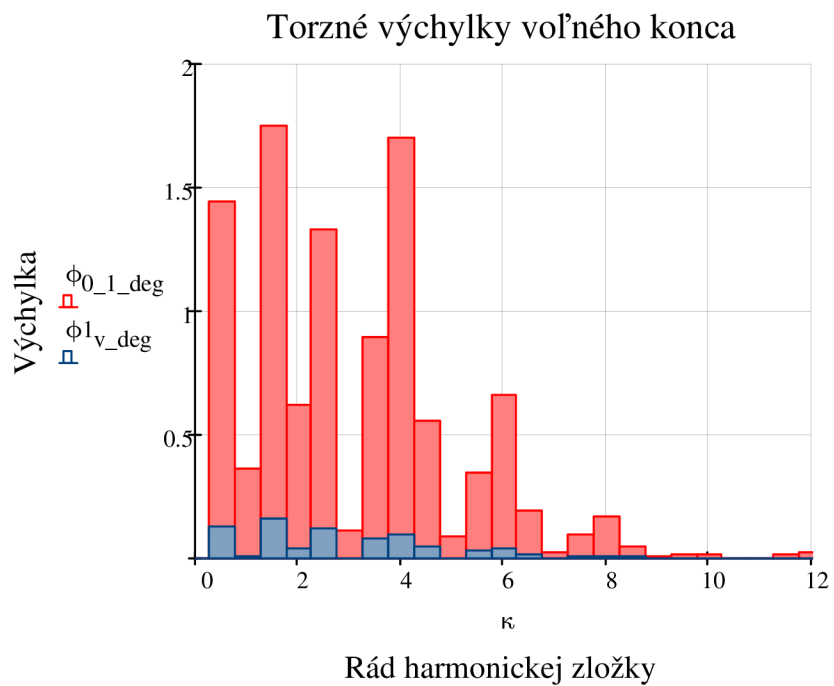
Porovnanie vlastných tvarov tlmenej a netlmenej sústavy  
(1. vlastná frekvencia)



Porovnanie výdatnosti rezonancie tlmenej a netlmenej sústavy  
(1. vlastná frekvencia)



**Výchyľky voľného konca kľukového hriadeľa tlmenej a netlmenej sústavy**  
(1. vlastná frekvencia)

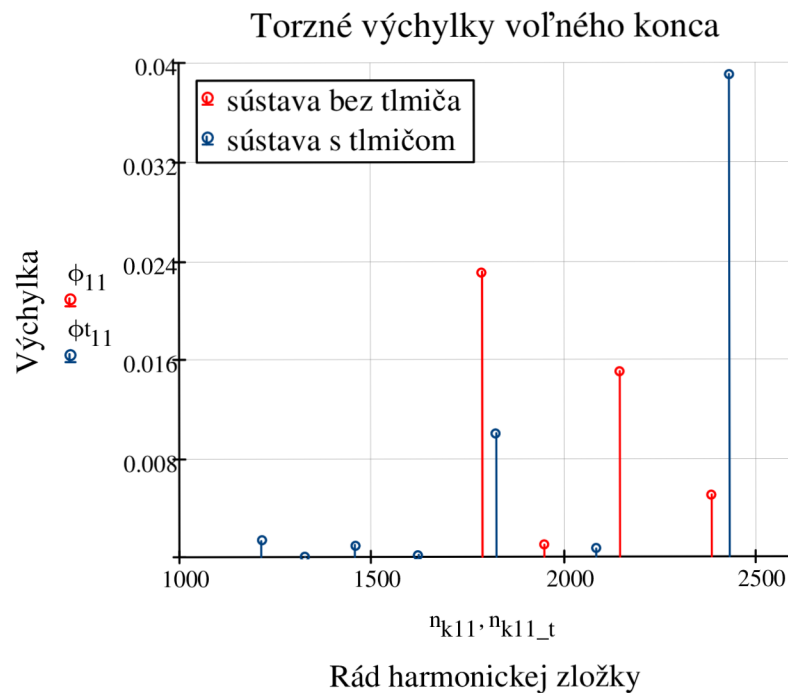




### Torzne výchylky voľného konca kľukového hriadeľa tlmenej a netlmenej sústavy v rozsahu prevádzkových otáčok motora

Načítanie kritických otáčok a výchylky voľného konca kľukového hriadeľa

$$\phi_{t11} = \begin{pmatrix} 0.00137 \\ 0.00002 \\ 0.0009 \\ 0.00013 \\ 0.00998 \\ 0.00070 \\ 0.03902 \end{pmatrix} \quad n_{k11\_t} = \begin{pmatrix} 1214 \\ 1325 \\ 1457 \\ 1619 \\ 1821 \\ 2082 \\ 2429 \end{pmatrix} \quad \phi_{11} = \begin{pmatrix} 0.023 \\ 0.001 \\ 0.015 \\ 0.005 \end{pmatrix} \quad n_{k11} = \begin{pmatrix} 1785 \\ 1947 \\ 2143 \\ 2381 \end{pmatrix}$$



Nie je možné porovnať jednotlivé výsledky tlmeného a netlmeného modelu pre 2. vlastnú frekvenciu, nakoľko kritické otáčky netlmeného modelu ležali mimo rozsah pracovných otáčok motora a z tohoto dôvodu nebolo nutné parametre netlmeného modelu pre 2. vlastnú frekvenciu počítať.