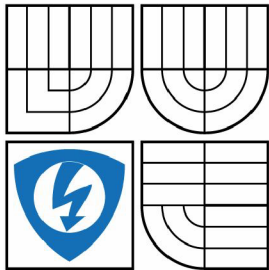


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A  
KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND  
COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

## MĚŘENÍ TEPELNÉ VODIVOST

*BAKALÁŘSKÁ PRÁCE*

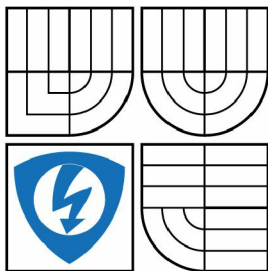
AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Tomáš Herr

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

doc. Ing. Petr Beneš, Ph. D.

BRNO 2013



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A  
KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND  
COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor

**Automatizační a měřicí technika**

**Student:** Tomáš Herr

**ID:** 98661

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2012/2013

**NÁZEV TÉMATU:**

**Měření tepelné vodivosti**

## **POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:**

Seznamte se s principem měření tepelné vodivosti materiálů stacionárními a nestacionárními metodami. Vybrané nestacionární metody experimentálně ověřte. Praktická realizace laboratorního přípravku bude předmětem bakalářské práce.

## **DOPORUČENÁ LITERATURA:**

ČSN 72 1105 : 1990. Stanovení součinitele tepelné vodivosti metodou nestacionárního tepelného toku. Praha: Český normalizační institut, 1990.

**Termín zadání:** 11.2.2013

**Termín odevzdání:** 27.5.2013

**Vedoucí práce:** doc. Ing. Petr Beneš, Ph.D.

**Konzultant semestrální práce:**

**doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.**

*Předseda oborové rady*

## **UPOZORNĚNÍ:**

Autor semestrální práce nesmí při vytváření semestrální práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## **Abstrakt**

Bakalářská práce se zabývá teorií měření tepelné vodivosti a popisem principů měření různými metodami. Metody jsou rozděleny na stacionární, nestacionární, s liniovými zdroji a s bodovými zdroji. Část práce je věnována průzkumu trhu s přístroji na měření tepelné vodivosti. Další část je věnována přehledu Českých národních norem.

V praktické části práce je pozornost věnována návrhu experimentu, provedení samotného měření a vyhodnocení výsledků. Princip experimentu je založen na nestacionárním měření pomocí liniového přímkového zdroje pracujícího v pulzním režimu.

## **Klíčová slova**

Teplená vodivost, stacionární měření, nestacionární měření, snímač tepelných veličin, Fourierův zákon, bodový zdroj tepla, liniový zdroj tepla

## **Abstract**

This bachelor thesis is focused on measurement of thermal conductivity and description of measurement principles by different methods. These methods are divided into stationary, unsteady, with linear sources and with point sources. Partially is this thesis dedicated to the research of the market with devices measuring thermal conductivity, other part is creating an overview of Czech national norms.

The practical part is dedicated to an experiment proposal, realization of measurement itself and final validation of results. The principle of the experiment is based on non-stationary measurement made by line-linear source which is working on pulse mode.

## **Keywords**

Thermal conductivity, measurement of stationary, non-stationary measurements of thermal sensor variables, Fourier's law, point source of heat, line source of heat

## **Bibliografická citace:**

HERR, T. *Měření tepelné vodivosti*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 47 s. Vedoucí bakalářské práce byl doc. Ing. Petr Beneš, Ph. D..



## Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma *Měření tepelné vodivosti* jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: **27. května 2013**

.....

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Petru Benešovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne: **27. května 2013**

.....

# Obsah

1.	úvod .....	9
2.	teoretická část .....	10
2.1.	Mechanismy šíření tepla .....	10
2.1.1.	Šíření tepla vedením .....	10
2.1.2.	Šíření tepla prouděním .....	11
2.1.3.	Šíření tepla sáláním .....	12
2.2.	Senzory tepelných veličin .....	12
2.2.1.	Kovové odporové senzory .....	13
2.2.2.	Polovodičové odporové senzory .....	13
2.2.3.	Termoelektrické články .....	13
2.2.4.	Dilatační teploměry .....	14
2.2.5.	Speciální senzory teploty .....	14
2.2.6.	Tepelné senzory infračerveného záření .....	15
2.2.7.	Kvantové senzory infračerveného záření .....	15
2.2.8.	Bolometry .....	15
2.2.9.	Pyroelektrické senzory .....	15
2.2.10.	Termovizní systémy .....	15
2.3.	Měření tepelné vodivosti .....	16
2.3.1.	Absolutní stacionární bez-zdrojové metody .....	17
2.3.2.	Relativní stacionární bez-zdrojové metody .....	20
2.3.3.	Nestacionární metody regulárního stavu I. a II. druhu .....	22
2.3.4.	Nestacionární metody s konstantní počáteční teplotou .....	23
2.3.5.	Nestacionární metoda horkého drátu .....	23
2.3.6.	Bodové zdroje .....	24
2.3.7.	Liniové zdroje .....	26
3.	Průzkum trhu .....	30
3.1.	Přístroje firmy HUKSEFLUX Thermal Sensors .....	30
3.1.1.	THASYS .....	30
3.1.2.	THISYS .....	31
3.1.3.	MTN01 .....	31
3.2.	Přístroje firmy Applied Precision .....	32

3.2.1.	Isomet 2114 .....	32
3.3.	Přístroje firmy Showa Denko .....	33
3.2.2.	Shotherm QTM .....	33
3.4.	Souhrn .....	33
4.	technické normy čsn .....	34
4.1.	Přehled norem týkajících se měření tepelných veličin .....	34
4.1.1.	ČSN EN ISO 22007-1 .....	34
4.1.2.	ČSN 640526.....	34
4.1.3.	ČSN EN 674 (701024) .....	34
4.1.4.	ČSN EN 764 (701025) .....	35
4.1.5.	ČSN EN 765 (701026) .....	35
4.1.6.	ČSN EN 993-1 (726020) .....	35
4.1.7.	ČSN 721105 (721105).....	35
4.1.8.	ČSN 72 7010.....	36
4.1.9.	ČSN 727306 (727306).....	36
4.1.10.	ČSN EN 821-2 .....	36
4.1.11.	ČSN 73 1353.....	36
5.	Praktická část.....	37
5.1.	Experiment .....	37
5.1.1.	Návrh.....	37
5.1.2.	Postup měření.....	38
5.1.3.	Výsledky měření .....	40
6.	závěr.....	44

# 1. ÚVOD

Cílem této práce je seznámit čtenáře s metodami měření tepelné vodivosti. V prvních kapitolách se budu věnovat popisu jevů přenosu tepla, vysvětlím princip šíření tepla vedením, šíření tepla prouděním a šíření tepla sáláním, přičemž největší pozornost bude věnována mechanismu přenosu tepla vedením. Tento mechanismus bude základem provedeného experimentu.

Následující kapitola bude věnována stručnému popisu snímačů tepelných veličin, stručnému popisu principů, na základě kterých fungují. Pro účely provedeného měření byl pak vybrán jeden z běžně dostupných polovodičových termistorů, kterým je věnována část této kapitoly.

V další části se již budu věnovat samotnému měření tepelné vodivosti. Na úvodu kapitoly se zmíním o okrajových podmínkách, které jsou určující pro tvary teplotních funkcí. Teplotní funkce udává rozložení teploty ve vzorku, tudíž znalost tvaru teplotní funkce je pro měření nezbytná. Dále přejdu k popisu principů jednotlivých metod měření tepelné vodivosti. Tyto metody lze rozdělit buď na stacionární a nestacionární, nebo na metody se zdrojem a bez zdroje.

Samostatná část bude také věnována průzkumu trhu, kde se pokusím představit některé přístroje určené pro měření tepelných veličin a firmy která se touto problematikou zabývají. Informace jsem čerpal z Internetu

Obsahem další části práce je představení Českých národních technických norem, jejichž předmět se týká měření tepelných veličin a stanovení jejich hodnot. Obsah norem není volně šiřitelný, a proto je možné zveřejnit pouze předmět, kterým se norma zabývá.

V praktické části se pak budu věnovat přípravě a realizaci experimentu, kterým ověřím funkčnost jedné z popsaných metod. Dále proběhne vyhodnocení zkoušky.

Závěr budu věnovat vyhodnocení práce, zmíním cíle, kterých se podařilo dosáhnout i cíle, kterých se dosáhnout nepodařilo. Také se pokusím stručně říci, jakým způsobem by bylo vhodné navázat na tuto práci.

## 2. TEORETICKÁ ČÁST

### 2.1. Mechanismy šíření tepla

#### 2.1.1. Šíření tepla vedením

Vedení je způsob šíření tepla v pevných látkách, jejichž různé části mají různé teploty. Teplo se vedením šíří také v plynných a kapalných látkách, kde se však v mnohem větší míře uplatňuje šíření tepla prouděním. Částice látky s vyšší kinetickou energií předávají část své pohybové energie sousedním částicím s nižší kinetickou energií. K tomu dochází prostřednictvím srážek částic, přičemž částice se v objemu hmoty nepohybují, pouze oscilují kolem své rovnovážné polohy.

Rychlost s jakou se teplo v prostředí šíří určuje tzv. tepelná vodivost, porovnání látek pak umožňuje součinitel tepelné vodivosti, bývá značen jako  $\lambda$  a jeho rozměr je  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ . Podle hodnoty  $\lambda$  lze látky rozdělit na *tepelné vodiče* a *tepelné izolanty*.

Vedení tepla lze rozdělit z hlediska dynamiky na *ustálené* a *neustálené vedení tepla*.

V případě ustáleného (stacionárního) vedení tepla se teplotní rozdíl mezi jednotlivými částmi tělesa v čase nemění. Podíl rozdílu teplot, kdy  $t_1$  je teplota na teplém konci látky (vzorku) a  $t_2$  na studeném konci a vzdálenosti obou konců je  $d$  se nazývá *teplotní spád* nebo také *teplotní gradient*, jeho rozměrem je  $(K/m)$  nebo  $(K/^\circ C)$ .

$$grad\ t = \frac{t_2 - t_1}{d}$$

Množství přeneseného tepla  $Q$  libovolným kolmým průřezem látky za čas  $\tau$  je pak roven:

$$Q = \lambda \cdot S \frac{t_2 - t_1}{d} \cdot \tau$$

Teplo procházející plochou  $S$  určuje tzv. tepelný tok. Množství tepla  $Q$ , které projde plochou za čas, se nazývá *hustota tepelného toku*.

$$q = \frac{Q}{\tau S}$$

Po dosazení pak platí:

$$q = \lambda \frac{t_2 - t_1}{d}$$

Pokud vzdálenost  $d$  zmenšujeme na  $dx$ , pak se změní na této vrstvě teplota o  $-dt$ , pak lze vztah pro hustotu tepelného toku přepsat na:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

Teplotní gradient však může měnit nejen ve směru osy  $x$  ale i v jiných směrech. Jedná se o vektorovou veličinu což lze pomocí operátoru gradientu zapsat:

$$\vec{q} = -\lambda grad\ t$$

Tento vztah je známý jako *Fourierův zákon*.

Při neustáleném (nestacionárním) vedení tepla dochází ke změně teploty v jednotlivých částech tělesa. Uvažujme případ vedení tepla deskou, které nastane při náhlém zvýšení teploty na jednom povrchu desky. Desku můžeme rozdělit na plochy o tloušťce  $\Delta x$ . Hodnota tepelného toku ve všech deskách nebude stejná, jako by tomu bylo v případě ustáleného vedení. To je zapříčiněno tím, že část tepla, které do vrstvy vstoupí, se spotřebuje na její ohřátí. O toto teplo je pak tok v následující vrstvě nižší. Teplo které do vrstvy vstoupí je rovno:

$$Q_1 = q_1 S \Delta \tau$$

Teplo které ze stejné vrstvy vystoupí je rovno:

$$Q_2 = q_2 S \Delta \tau$$

Teplota vrstvy se tedy zvýší:

$$Q_1 - Q_2 = (q_1 - q_2) S \Delta \tau = -\Delta q S \Delta \tau$$

Pokud je měrná tepelná kapacita vrstvy  $c$  a její hmotnost je  $\Delta m = \rho S \Delta x$ , kde  $\rho$  je hustota vrstvy pak platí:

$$Q_1 - Q_2 = c \Delta m \Delta t$$

Z předchozích vztahů pak dostaneme rovnici:

$$-\Delta q \Delta \tau = c \rho \Delta x \Delta t$$

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

Derivací vztahu pak dostaneme:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

Pro časovou změnu střední teploty vrstvy dostaneme z těchto vztahů výraz:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

Tento vztah představuje jednorozměrnou diferenciální rovnici vedení tepla. Tuto rovnici lze zobecnit pro vícerozměrný případ:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} - \frac{\lambda}{\rho c} \nabla^2 t = 0$$

Fundamentální řešení rovnice tepla v  $n$ -rozměrech je:

$$\phi(x, \tau) = \frac{X(0, \infty)(\tau)}{(4\pi\tau)^{n/2}} e^{-\frac{|x|^2}{4\alpha\tau}}$$

Pro zjednodušení se zavádí veličina *teplotní vodivost*, která bývá značena jako  $k$ , někdy také jako  $a$ . Tato veličina udává, jak snadno se v látce vyrovnávají teplotní rozdíly. [9]

$$k = \frac{\lambda}{\rho c}$$

### 2.1.2. Šíření tepla prouděním

Přenos tepla prouděním je charakteristické pro plynné nebo tekuté látky. Proudění může být vyvoláno uměle, například ventilátorem, nebo přirozeně vlivem sdílení tepla. Zahříváme-li plynnou nebo kapalnou látku ze spodu, pak se zmenšuje její hustota, tím pádem (podle Archimédova zákona) zahřátá část látky stoupá v objemu vzhůru a na uvolněné místo se posune látka nezahřátá. Zahřátá část látky, která stoupá vzhůru se vlivem okolního prostředí tvořeného chladnější látkou a rostoucí vzdálenosti od zdroje tepla ochladí a zase stoupá vzhůru, přičemž část látky, která byla vespod objemu, se mezitím zahřála a opět stoupá vzhůru. Toto probíhá pořád dokola. Vzniklo proudění.

Ve srovnání s vedením tepla může být šíření tepla prouděním rychlejší.

### 2.1.3. Šíření tepla sáláním

Sálání nebo také záření je proces, při kterém látka emituje energii do prostoru ve formě elektromagnetického záření. Na rozdíl od přenosu tepla vedením nebo prouděním není přenos tepla sáláním podmíněn látkovým prostředím, to znamená, že k tomuto jevu dochází i ve vakuu.

Výkon vyzařujícího předmětu závisí na jeho povrchu  $S$  a teplotě  $T$  v kelvinech a je dán *Stefan-Boltzmannovým zákonem*:

$$P_r = \sigma \varepsilon S T^4$$

Kde  $\sigma$  je Stefan-Boltzmannova konstanta a  $\varepsilon$  je označení pro emisivitu povrchu předmětu a nabývá hodnot 0 – 1 podle složení a provedení povrchu. Předmět s největší emisivitou, nazýváme černý zářič nebo černé těleso. Výkon s jakým předmět absorbuje energii tepelného záření je:

$$P_a = \sigma \varepsilon S T_0^4$$

Předmět teploty  $T$  vyzařuje energii do okolí a současně jí přijímá. Neuvažujeme-li přínos záření odraženého je úhrnný výkon dodaný tepelným zářením:

$$P_\Sigma = P_a - P_r = \sigma \varepsilon S (T_0^4 - T^4)$$

[10]

## 2.2. Senzory tepelných veličin

Teplotní stupnice je definována na základě trojného bodu vody, to znamená na základě rovnovážného stavu tří skupenství vody (voda, led, pára). Tato hodnota byla pevně stanovena na  $T=273.16\text{ K}$ .

Základní jednotkou termodynamické teploty je *Kelvin* [ $K$ ]. Jednotkou teploty je také *stupeň Celsia* [ $^{\circ}C$ ] definovaný vztahem:

$$\vartheta = T - T_0$$

Kde  $T_0=273.15\text{ K}$ .

Stanovení teploty trojného bodu bylo zvoleno, tak aby platilo:



$$\Delta T = \Delta \vartheta$$

[2]

### 2.2.1. Kovové odporové senzory

Principem je závislost odporu na teplotě. Základními parametry těchto snímačů jsou konduktivita, která bývá značena  $\sigma$ , teplotní součinitel odporu, který bývá značen jako  $\alpha$ , poměr odporů čidla při teplotě  $100^{\circ}\text{C}$  a  $0^{\circ}\text{C}$ .

Materiály běžně používané pro kovové snímače jsou platina, nikl a měď. Nejvyšších rozsahů jsou schopny platinové snímače  $-20^{\circ}\text{C}$  až  $850^{\circ}\text{C}$ . U snímačů kde je použit nikl je rozsah  $-70^{\circ}\text{C}$  až  $200^{\circ}\text{C}$ , výhodou těchto snímačů je poměrně rychlá odezva a malé rozměry, nevýhodou je malý rozsah a značná nelinearita. Měděné snímače mají rozsah  $-50^{\circ}\text{C}$  až  $150^{\circ}\text{C}$ , tyto snímače se běžně nevyrábí, jejich nevýhoda je snadná oxidace mědi, výhodou je naopak možnost přímého měření teploty vynutí elektrických strojů.

Vlivem průchodu měřícího proudu odporovým snímačem vzniká na snímači ztrátový výkon, který je roven součinu měřícího odporu a čtverci procházejícího proudu, tento výkon snímač ohřeje a ten pak ukazuje teplotu vyšší než je ve skutečnosti, proto se používají různé metody kompenzace této nejistoty, jako jsou různá můstková zapojení a podobně. [2]

### 2.2.2. Polovodičové odporové senzory

Využívají teplotní závislosti odporu PN přechodu na teplotě. Termistory můžeme rozdělit podle této závislosti na negistory (teplotní součinitel odporu je záporný, odpor tedy s rostoucí teplotou klesá) a na pozistory (teplotní součinitel odporu je kladný). Keramická technologie umožňuje výrobu termistorů různých tvarů, např. disk, destička, kapka váleček a podobně. Výhodami jsou velká citlivost na změnu teploty, malá velikost, jednoduchý převod na napětí nebo proud. Nevýhodou je nelineární charakteristika. Linearity je možno docílit připojením kompenzačního paralelního nebo sériového odporu. Další nevýhodou je opět ztrátový výkon jako u kovových snímačů. Monokrystalické senzory se běžně vyrábí z křemíku, germania, india a podobně. Si senzory mají rozsah od  $-50^{\circ}\text{C}$  do  $150^{\circ}\text{C}$ , senzory SiC od  $-100^{\circ}\text{C}$  do  $450^{\circ}\text{C}$ .

Dalšími polovodičovými senzory jsou Diodové PN senzory, Tranzistorové PN senzory, nebo Monolitické (integrované) PN senzory. Tyto senzory mají rozsah nejčastěji  $-55^{\circ}\text{C}$  až  $150^{\circ}\text{C}$ . [2]

### 2.2.3. Termoelektrické články

Termoelektrické články jsou založeny na Seebeckově jevu, to znamená na převodu tepelné energie na elektrickou. Tento jev vzniká tím, že v teplejší části vodiče mají nositelé

náboje větší energii než ve studené části a proto difundují ve větším množství do chladné části než nositelé náboje z chladné části do teplé. [2]

#### 2.2.4. Dilatační teploměry

Tyto senzory jsou založeny na teplotní roztažnosti látek (pevných, kapalných i plynů). Můžeme je rozdělit na tyčové, bimetalové, bimateriálové, skleněné, parní tlakové, plynové tlakové.

Tyčové jsou založeny na teplotní roztažnosti dvou konstrukčních dílů s různým teplotním součinitelem roztažnosti, které jsou spojeny v jednom místě. Používají se hlavně v termostatech jako snímače dvoupolohových regulátorů teploty, výhodou je teplotní rozsah až do 1000°C a krátká časová odezva, nevýhodou je velká nejistota měření.

Bimetalické snímače jsou založeny na rozdílné teplotní roztažnosti dvou kovů. Tyto materiály jsou nejčastěji uspořádány do tvaru pásků, které jsou navzájem podélně spojeny. Čím větší je rozdíl koeficientů roztažnosti, tím je pak snímač citlivější.

Bimateriálové snímače využívají stejný princip, jako bimetalické, s tím rozdílem že se používá kombinace kov – polovodič.

Skleněné teploměry jsou založeny na teplotní objemové roztažnosti kapalin ve skle, nejčastěji používanou kapalinou je rtuť.

Kapalinové tlakové teploměry využívají podobný princip jako skleněné teploměry, s tím rozdílem, že měření objemové roztažnosti se převádí na měření tlaku. Kapalinový teploměr má teploměrný systém zcela zaplněn kapalinou, používá se opět rtuť. Měřený rozsah bývá od -30°C do 500°C.

Parní tlakový teploměr je z části naplněn kapalinou a z části její sytou párou. Pro vyhodnocení teploty se používá teplotní závislosti tlaku páry, konstrukce je obdobná jako u kapalinového tlakového teploměru. Vyrábějí se v rozsahu od -40°C do 230°C. Výhodou je větší citlivost než u kapalinových snímačů, nevýhodou je poměrně velká nelinearita, vzhledem k tomu že teploměrný systém není zcela zaplněn.

Plynové tlakové teploměry má teploměrný systém naplněn zcela plynem, obvykle to bývá dusík, nebo inertní plyn. Princip je stejný jako u výše popsaných. [2]

#### 2.2.5. Speciální senzory teploty

Mezi speciální dotykové senzory teploty můžeme řadit například *akustické*, které jsou založeny na změně rychlosti šíření vzduchu v plynném nebo pevném prostředí v závislosti na teplotě. Dalším typem jsou *krystalové teploměry*, které využívají teplotní závislost rezonančního kmitočtu křemenného výbrusu. Dále můžeme na měření teploty použít *magnetické teploměry*,

kteře využívají teplotní závislost magnetické susceptibility  $\kappa$  paramagnetických solí. *Optické vláknové senzory teploty* vznikly zase využitím nežádoucích vlivů prostředí na vlastnosti optických datových kabelů. Existují ještě například *šumové teploměry*. [2]

### **2.2.6. Tepelné senzory infračerveného záření**

U těchto senzorů dochází při absorpci fotonů k oteplení povrchu senzoru a pohlcená energie se vyhodnocuje nepřímo pomocí senzorů teploty. Nejčastěji se používají termočlávkové baterie, bolometry a pyroelektrické senzory. [2]

### **2.2.7. Kvantové senzory infračerveného záření**

Využívají jevů, které vznikají při přímé interakci dopadajících fotonů na strukturu senzoru. Používají se zpravidla fotodiody pracující v napětřovém režimu. Senzory je potřeba chladit, z důvodu vyšších nároků na odstup od šumu. Používají se pro termovizní snímání obrazů. U infračervených plošných senzorů se používají hybridní technologie CCD a CMOS. [2]

### **2.2.8. Bolometry**

Citlivý prvek je ohříván dopadajícím zářením, teplota je pak snímána pomocí odporových senzorů teploty, které se tenkovrstvou technologií nanosou na velmi tenkou elektricky nevodivou podložku, která je připevněna na masivní kovový blok. Moderní termokamery jsou založeny na využití matice takovýchto elementů. [2]

### **2.2.9. Pyroelektrické senzory**

Využívají pyroelektrického jevu neboli změně spontánní polarizace při změně teploty. Pyrometry můžeme rozdělit na jedno-pásmové a dvou-pásmové.

Jedno-pásmové pyrometry měří teplotu zářením v úzkém pásmu vlnových délek. Šíře pásma je od desítek nm do jednotek  $\mu\text{m}$ . Pásmo je dáno spektrální citlivostí senzoru, prostupností optiky, optickými filtry a prostupností prostředí.

Dvou-pásmové pyrometry vyhodnocují teplotu objektu na základě poměrů dvou zářích o různých vlnových délkách.

Dalším druhem jsou pyrometry nezávislé na emisivitě měřeného povrchu, ty pracují na principu střídavého měření záření z předmětu a z předmětu ozářeného navíc např. laserem o známé intenzitě záření. Pak lze vypočítat teplotu bez znalosti emisivity předmětu. [2]

### **2.2.10. Termovizní systémy**

Jsou to systémy pro bezdotykové měření teplotních polí. Můžeme je dělit na systémy s rozkladem a bez rozkladu obrazu. U systémů bez rozkladu obrazu jsou obrazové měniče, které vytvoří tepelný obraz optikou na fotokatodě. Systémy s rozkladem obrazu pracují na elektronickém nebo magneto-mechanickém principu. [2]

### 2.3. Měření tepelné vodivosti


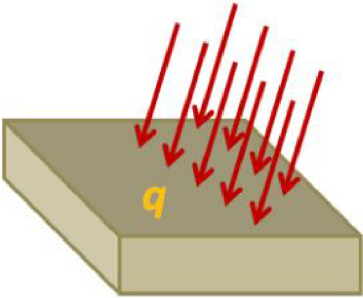
K definování úloh vedení tepla se používají *podmínky jednoznačnosti*. Tyto podmínky zároveň slouží ke zjednodušení řešení úloh.

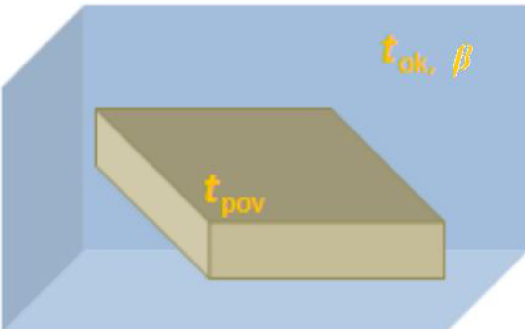
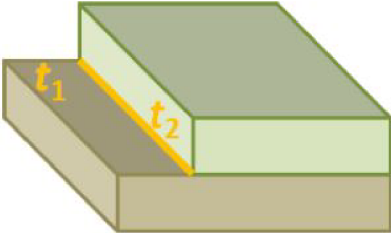
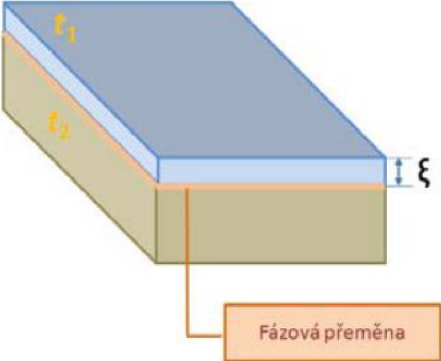
**Geometrické podmínky** – definují základní tvar tělesa a jeho rozměry. Geometrii tělesa, nebo také vzorku se snažíme volit tak aby byl výpočet co nejjednodušší.

**Fyzikální podmínky** – jde o fyzikální charakteristiku tělesa. Mezi tyto parametry patří například hustota, měrná tepelná kapacita, součinitel tepelné vodivosti, součinitel teplotní vodivosti, viskozita atd.

**Počáteční podmínky** – charakterizují rozložení teploty v tělese (vzorku) na počátku. Počáteční podmínku není potřeba uvádět u stacionárních dějů, protože v těchto případech se rozložení teploty v tělese s časem nemění.

**Okrajové podmínky** – týkají se toho co se děje na povrchu tělesa, nebo v okolí povrchu tělesa. [6]

Okrajové podmínky [6]		
Podmínka	Situace	Popis
I. druh (Dirichletova)		Teplota na povrchu tělesa $t_{pov}$ je známá a je funkcí souřadnic a času. $t_{pov} = f(x, y, z, \tau)$
II. druh (Neumannova)		Je známa hustota tepelného toku na povrchu tělesa. Rozložení hustoty tepelného toku $q$ je funkcí souřadnic a času. $q = q(x, y, z, \tau)$

<p>III. druh (Fourierova)</p>		<p>Těleso s teplotou <math>t_{pov}</math> je v prostředí o teplotě <math>t_{ok}</math> a je znám součinitel přestupu tepla <math>\beta</math>. <math>q = \beta(t_{pov} - t_{ok})</math></p>
<p>IV. druh</p>		<p>Dokonalý kontakt dvou těles, jejich styčné plochy mají stejnou plochu. <math>-\lambda_1 \left( \frac{\partial t_1}{\partial x} \right) = -\lambda_2 \left( \frac{\partial t_2}{\partial x} \right)</math></p>
<p>V. druh</p>		<p>Fázová přeměna (při změně skupenství látky). <math>-\lambda_1 \left( \frac{\partial t_1}{\partial x} \right) = -\lambda_2 \left( \frac{\partial t_2}{\partial x} \right) + \rho l \frac{\partial \xi}{\partial \tau}</math>, kde <math>l</math> je měrné skupenské teplo (<math>J \cdot m^{-1}</math>) a <math>\xi</math> je tloušťka kapalné fáze (<math>m</math>)</p>

### 2.3.1. Absolutní stacionární bez-zdrojové metody

Absolutní metody vycházejí z definice tepelné vodivosti podle Fourierova zákona. Pro určení teplotní vodivosti je tedy nutné znát hustotu tepelného toku a gradient teploty. Vztahy pro určení tepelné vodivosti vyplývají z teplotních funkcí (rozložení teploty ve vzorku), které jsou dané pro konkrétní tvar vzorku. [1]

Tabulka teplotních funkcí [1]	
Tvar vzorku	Tvar teplotní funkce
Planparalelní destička	$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{h} \cdot x$
Dutý válec	$T(r) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r}{r_1}, \quad r_1 < r < r_2$
Dutá koule	$T(r) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right), \quad r_1 < r < r_2$

### 2.3.1.1 Metoda desky

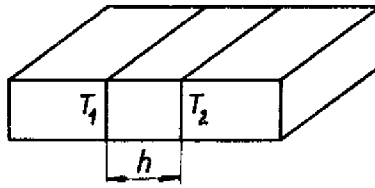
Vzorek tvaru planparalelní destičky je umístěn mezi dvě prostředí, z nichž jedno má funkci ohříváče a druhé chladiče. Jako ohříváč (teplá deska) se používá dobře tepelně vodivá látka, jako je například hliník, měď apod., ve které je zabudováno elektrické vyhřívací zařízení. Jako chladič (chladná deska) se používá rovněž látka s dobrou tepelnou vodivostí bez vyhřívání, nebo prostředí se stálou teplotou, například směs ledu a vody. Norma ČSN 72 7012-1 udává, že emisivita styčného povrchu obou látek musí být minimálně 0,8.

V ustáleném stavu se změří teploty ohříváče a chladiče  $T_1$  a  $T_2$  a tepelný tok  $q_s$ . Tepelná vodivost se pak určí vztahem:

$$\lambda = \frac{q_s \cdot h}{S(T_2 - T_1)}$$

Kde  $h$  je tloušťka vzorku,  $S$  je obsah vzorku. Tento vztah platí pouze v případě, že tepelný tok má směr pouze v ose vzorku, to znamená, že nedochází k tepelným ztrátám (nebo ziskům), na boku vzorku, norma ČSN 72 7012-1 udává způsob kompenzace boků zkušební vzorku.

Metodou lze dosáhnout dobré výsledky pouze pro látky s dobrou tepelnou vodivostí, například pro kovy. Při měření látek s nízkou tepelnou vodivostí vznikají problémy s únikem tepla na opačnou stranu, i přes použití izolačních materiálů. To vnáší do měření velkou systematickou chybu. Tento problém lze do jisté míry vyřešit pomocí dvoj-vzorkového zkušebního zařízení, kde se mezi dva stejné vzorky vloží ohřívací zařízení. Tento postup popisuje norma ČSN 72 7012-2. [1]



Obrázek 1 Schéma uspořádání měření tepelné vodivosti planoparalelní destičky [1]

### 2.3.1.2 Metoda koule

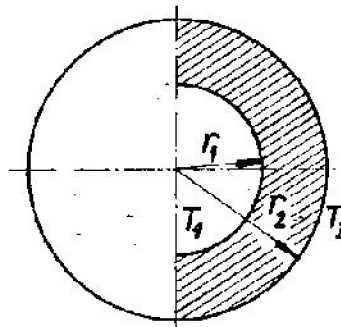
Vzorek má tvar duté koule. Uvnitř je symetricky rozložený zdroj a zvenčí je tepelně izolační látka. Po dosažení ustáleného stavu se změří teploty na vnější a vnitřní straně vzorku a výkon zdroje. Tepelná vodivost se pak určí vztahem:

$$\lambda = \frac{q_s}{2\pi(T_2 - T_1)} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Při použití této metody se vyhneme problémům souvisejícím s tepelnými ztrátami zdroje, avšak měření mohou být zkreslené z důvodu nerovnoměrného rozložení tepelného toku. Tepelné ztráty vznikají hlavně v otvorech pro termočlánky a nedokonalou teplotní izolací.

Tato metoda je v praxi použitelná jen pro sytké, nebo kapalné materiály, jelikož vyrobit vzorek z tuhého materiálu je velmi náročné.

Norma ČSN 72 7013 uvádí, že tepelná koule musí být zhotovena z dobře vodivého kovu, nejlépe mědi a tolerance průměru by neměla být vyšší než  $\pm 1\%$ . Emisivita vnějšího povrchu musí být minimálně 0,8. [1]



Obrázek 2 Vzorek tvaru duté koule [1]

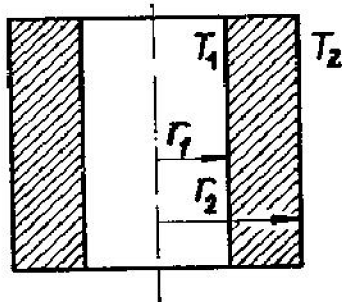
### 2.3.1.3 Metoda válce

Vzorek je tvaru dutého válce, kterého délka musí být několikanásobně větší než jeho průměr. Uvnitř vzorky je umístěný tepelný zdroj, zvenčí je pak tepelně izolující materiál. Norma ČSN 72 7011 udává, že zkušební potrubí musí být zhotoveno z dobře vodivého kovu (měď), tolerance průměru je  $\pm 1\%$  a hodnota emisivity vnějšího povrchu je opět minimálně 0,8.

Po dosažení ustáleného stavu se změří teploty na vnějším a vnitřním povrchu a výkon zdroje. Tepelnou vodivost pak můžeme určit pomocí vztahu:

$$\lambda = \frac{q_s}{2\pi l(T_2 - T_1)} \ln \frac{r_1}{r_2}$$

Tento vztah platí v případě, že odvod tepla na bocích vzorku je zanedbatelný, toho lze dosáhnout použitím pomocných ohřivačů a izolantů. [1]



Obrázek 3 Vzorek tvaru dutého válce [1]

#### 2.3.1.4 Metoda elipsoidu

Vzorek je těleso ohraničené dvěma elipsoidními plochami se společnými ohnisky. Ve vnitřním elipsoidu je umístěn tepelný zdroj. Teplota se indikuje na dvou místech ve směru malé poloosy. Tepelná vodivost se vypočítá pomocí vztahu:

$$\lambda = \frac{q_s}{8\pi a(T_2 - T_1)} \ln \frac{\sqrt{a^2 + R_2^2} + a}{\sqrt{a^2 + R_2^2} - a} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + R_1^2} - a}{\sqrt{a^2 + R_1^2} + a}$$

Vzhledem k problémům s přípravou zkušební vzorky, se tato metoda nepoužívá často, a proto ji uvádím jen informativně. Použití této metody je vhodné pro měření při vysokých teplotách, kde má jisté výhody oproti metodě koule. [1]

### 2.3.2. Relativní stacionární bez-zdrojové metody

Oproti absolutním metodám se liší tím, že měření tepelného toku se nahradí vzorkem se známou tepelnou vodivostí, tzv. normálou. Relativní metody mají za cíl zjednodušit měření, vznikají však nové problémy související s tepelným kontaktem mezi vzorkem a normálou, s měřením teploty na více místech atd. Při měření se pracuje se stejnými tvary vzorků, jako při měření absolutními metodami (destičky, koule, válec). [1]

#### 2.3.2.1 Metoda desky

Vzorek měřené látky a normála jsou vloženy mezi dva bloky, z nichž jeden je vyhříván. Při ustáleném stavu a při zanedbání odvodu tepla z povrchu vzorku a normálu prochází vzorkem i normálou stejné množství tepla.

$$\lambda_0 S_0 \frac{\Delta T_0}{h_0} = \lambda S \frac{\Delta T}{h_1}$$



Kde  $\lambda_0$  je tepelná vodivost normály,  $S_0$  je průřez normály,  $\Delta T_0$  je teplota normály a  $h_0$  je její tloušťka. Z tohoto vztahu lze vyjádřit vztah pro tepelné vodivosti vzorku:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{S_0 h_1 \Delta T_0}{S h_0 \Delta T}$$

Volbou stejného průřezu vzorku i normály se vztah zjednoduší:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{h_1 \Delta T_0}{h_0 \Delta T}$$

Tím, že zvolíme stejný průřez, také zajistíme homogenní tepelný tok vzorkem. Aby bylo dosaženo co největší přesnosti měření je potřeba co nejvíce omezit odvod tepla z povrchu vzorku a normály. Tato metoda je velmi náročná na přípravu vzorků a normálů, proto je její využití zejména laboratorní, umožňuje měřit až z přesností okolo 1%. [1]

### 2.3.2.2 Metoda koule

Uspořádání bývá realizováno tak, že normála je dutá koule, která je obalená druhou dutou koulí tvořící vzorek. Tato metoda je vhodná zejména pro sypké a kapalné materiály. Je-li tepelný tok vzorkem i normálou stejný, pak je možné pomocí teplotní funkce vyjádřit vztah pro tepelnou vodivost.

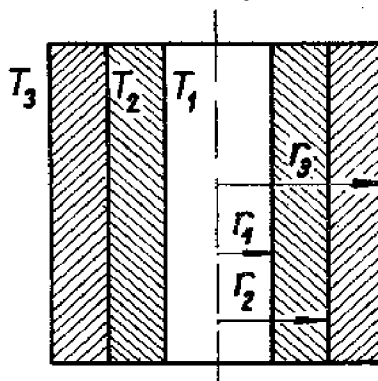
$$\lambda = \lambda_0 \frac{r_1(r_3 - r_2)\Delta T}{r_3(r_2 - r_1)\Delta T_0}$$

Tímto způsobem je možné odvodit i vztah pro vzorek tvaru elipsoidu. Metoda elipsoidy se však téměř nepoužívá, vzhledem ke složité geometrii vzorku i normály. [1]

### 2.3.2.3 Metoda válců

Vzorek a normála jsou duté válce, těsně zasunuté do sebe. Tato metoda je opět vhodná pro sypké a kapalné materiály. Tepelnou vodivost lze spočítat podle vztahu:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\Delta T_0 \ln \frac{r}{r_1}}{\Delta T \ln \frac{r_1}{r_0}}$$



Obrázek 4 Vzorek a normála dutého válce [1]

#### 2.3.2.4 Metoda tyčí

Na rozdíl oproti předešlým metodám je při měření touto metodou nutné brát v úvahu i odvod tepla z povrchu vzorku a normálu. Je tedy potřeba znát koeficient odvodu tepla vzorku i normálu.

$$\lambda\beta_0x_0^2 = \lambda\beta x^2$$

Z tohoto vztahu můžeme vyjádřit tepelnou vodivost vzorku.

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\beta x^2}{\beta_0 x_0^2}$$

Podáří-li se zabezpečit stejné podmínky pro odvod tepla z povrchu vzorku i z normály, pak se vztah zjednoduší. [1]

$$\lambda = \lambda_0 \frac{x^2}{x_0^2}$$

### 2.3.3. Nestacionární metody regulárního stavu I. a II. druhu

#### 2.3.3.1 Regulární stav I. druhu

Regulární stav I. druhu vyjadřuje průběh ochlazování (nebo oteplování) tělesa v prostředí s teplotou  $T_0$ , který není závislý na počátečním rozložení teploty ani na poloze bodu v tělese a je vyjádřen funkcí:

$$T(t) = T_0 + Ae^{-mt}$$

Koeficient  $A$  je závislý na počátečním rozložení teploty a tvaru vzorku, koeficient  $m$  vyjadřuje rychlost ochlazování (nebo oteplování). [1]

$$m = -\frac{\vartheta}{\vartheta t} \ln \left| \frac{T - T_0}{T_0} \right|$$

#### 2.3.3.2 Regulární stav II. druhu

Tento stav vzniká ve vzorku po uplynutí určitého časového intervalu od okamžiku vložení vzorku do prostředí s konstantně se měnící teplotou. Tento stav tedy vzniká při ochlazování (oteplování), platí-li:

$$\frac{dT}{dt} = b_0 = \text{const}$$

Tento stav je také charakteristický tím že rozdíl teploty libovolného bodu ve vzorku a teploty prostředí je stálý. Teplotní funkce (rozložení teploty ve vzorku) mají pro vzorky s jednoduchou geometrií relativně jednoduché tvary. [1]

Tabulka teplotních funkcí [1]	
Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečná destička s tloušťkou $2h$	$T(x, t) = T_0 + b_0 t - \frac{b_0}{2k} (h^2 - x^2) - \frac{hb_0\lambda}{k\beta}$
Nekonečný válec s poloměrem základny $2R$	$T(x, t) = T_0 + b_0 t - \frac{b_0}{4k} (R^2 - x^2) - \frac{hb_0\lambda}{2k\beta}$
Koule s poloměrem $R$	$T(x, t) = T_0 + b_0 t - \frac{b_0}{6k} (R^2 - x^2) - \frac{hb_0\lambda}{3k\beta}$

### 2.3.4. Nestacionární metody s konstantní počáteční teplotou

Je-li vzorek ve styku s prostředím, kterému odevzdává (nebo od kterého přijímá) teplo dle vztahu:

$$dQ = (\beta_k + \beta_z)(\bar{T} + \bar{T}_0)dSdt$$

Pro polo-nekonečný vzorek lze určit matematické řešení diferenciální rovnice vedení tepla s ohledem na povrchové podmínky pro dva případy. Prvním případem je úloha s povrchovou podmínkou I. druhu, pak je řešením teplotní funkce, která určuje rozložení teploty ve vzorku:

$$T(x, t) = T_0 + (T_0 - T_c)\phi\left[\frac{x}{2\sqrt{kt}}\right]$$

V tomto případě je teplota vzorku i prostředí v čase  $t=0$  rovna  $T_0$ , v čase  $t>0$  se rovný povrch vzorku dostane do styku s prostředím s konstantní teplotou  $T_c$ .

V druhém případě se z povrchu vzorku s počáteční teplotou  $T_0$  odvádí teplo konvencí, nebo sáláním do prostředí se stálou teplotou  $T_c$ . V tomto případě uvažujeme tedy povrchové podmínky III. druhu. Teplotní funkce pro tento případ má pak tvar:

$$T(x, t) = T_0 + (T_c - T_0) \left\{ \left[ 1 - \phi\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}}\right) \right] \exp\left(\frac{\beta x}{\lambda} + \frac{\beta^2 kt}{\lambda^2}\right) \left[ 1 - \phi\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}} + \frac{\beta}{\lambda}\sqrt{kt}\right) \right] \right\}$$

Znamé jsou i řešení pro vzorky tvaru nekonečné desky, ohraničené desky, nekonečného a ohraničeného válce a pro kouli. Tato řešení jsou k nalezení v citované literatuře, z důvodů zachování rozumného rozsahu této práce je nebudu uvádět. [1]

### 2.3.5. Nestacionární metoda horkého drátu

Tato metoda je založena na měření teplotního nárůstu v definované vzdálenosti od lineárního zdroje tepla (horkého drátu). Elektrická energie je dodávána do tenkého kovového drátu (sondy), který je umístěn ve vzorku a slouží jako zdroj tepla a současně i jako teplotní čidlo.

Teplotní nárůst  $\Delta T$  je průběžně zaznamenáván a je dán vztahem:

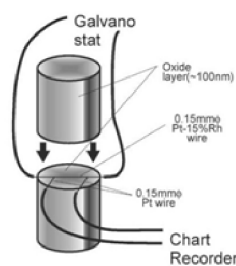
$$\Delta T = \frac{Q}{4\pi\lambda} (\ln t + A)$$

Kde  $Q$  je konstantní množství tepla produkované zdrojem (drátem) vztažené na jednotku času a jednotkovou délku,  $t$  je čas,  $A$  je konstanta. Tepelnou vodivost můžeme určit pomocí vztahu:

$$\lambda = \frac{Q}{4\pi} \bigg/ \frac{d\Delta T}{d \ln t}$$

Jak bylo zmíněno výše, sonda má funkci ohřivače i čidla. Čidlo bývá realizováno buď křížovým uspořádáním, nebo pomocí odporového topného drátu. Kříž se skládá z topného drátu a tepelného čidla, v křížové technice je kříž drátu zasazen v rýhách mezi dvěma stejně tříděnými vzorky. V případě odporového topného drátu se změna teploty projeví změnou odporu drátu (čidla).

Metoda horkého drátu je použitelná pro materiály pevné, sypké i kapalné. Na obrázku níže jsou zobrazeny příklady aparatur pro měření vzorků pevného křemíku a kapalného křemíku. [3]



Obrázek 5 metoda horkého drátu, sonda [3]

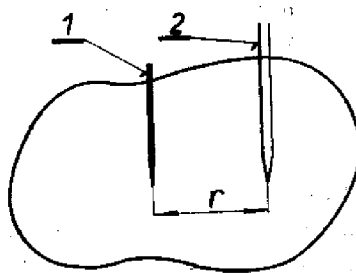
## 2.3.6. Bodové zdroje

### 2.3.6.1 Impulzní zdroje

Bodovým impulzním zdrojem nazýváme takový zdroj tepelné energie, který je schopen přes dostatečně malou plochu a za dostatečně krátký časový okamžik odevzdat teplo. Za dostatečně malou plochu považujeme takovou, která má rozměry mnohokrát menší než je vzdálenost teplotního snímače od zdroje. Dostatečně krátký časový interval  $\Delta t$  je pak takový, který umožňuje s dostatečnou přesností nahradit podíl diferenciálu chybové funkce a diferenciálu času její derivací podle času.

Tabulka teplotních funkcí [1]	
Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečné prostředí	$T_{ib}(r, t) = T_0 + \frac{Q}{8\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right]$
Polo-nekonečné prostředí	$T_{ib}(r, t) = T_0 + \frac{Q}{4\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right]$

Uvedené teplotní funkce jsou platné za předpokladu, že prostředí (vzorek) je homogenní a izotropní materiál. V místě  $r = 0$  působí tepelný zdroj o výkonu  $q$ . Za čas  $\Delta t$  odevzdá prostředí teplo  $Q = q\Delta t$ . Teplotní funkce pak vyjadřuje teplotu v povoleném bodu vzorku ve vzdálenosti  $r$  od zdroje. Za nekonečný vzorek můžeme považovat například kapaliny, či sypké materiály. Za polo-nekonečný vzorek považujeme dostatečně masivní vzorek s jednou rovnou plochou. V citované literatuře jsou navíc k nalezení teplotní funkce pro vzorky tvaru nekonečné destičky bez podkladu, nekonečné destičky s podkladem, velmi tenké destičky bez podkladu a velmi tenké destičky s podkladem. [1]



Obrázek 6 Bodový zdroj v nekonečném prostředí 1-zdroj; 2-termočlánek [1]

### 2.3.6.2 Konstantní zdroje

Konstantně (trvale) působící teplotní zdroj můžeme nahradit součtem velikého počtu pulzních zdrojů, to znamená, že pomocí teplotních funkcí odpovídajících impulzních zdrojů je možné vypočítat teplotní funkci odpovídajícího konstantně působícího zdroje integrálem:

$$T_{kb}(r, \varphi, \vartheta, t) - T_0 = \int_0^t [T_{ib}^+(r, \varphi, \vartheta, t - u) - T_0] du$$

Funkci  $T_{ib}^+(r, \varphi, \vartheta, t)$  dostaneme z funkcí odpovídajících teplotních funkcí impulzně působících zdrojů, tím že v nich nahradíme množství tepla výkonem ( $Q \rightarrow q_b(t)$ ).

Pro měření vhodné teplotní funkce lze nalézt pro nekonečné a polo-nekonečné prostředí.

[1]

Tabulka teplotních funkcí [1]	
Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečné prostředí	$T_{kb}(r, t) = T_0 + \frac{q_b}{4\pi r \lambda} \left[ 1 - \phi \left( \frac{r}{2\sqrt{kt}} \right) \right]$
Polo-nekonečné prostředí	$T_{kb}(r, t) = T_0 + \frac{q_b}{2\pi r \lambda} \left[ 1 - \phi \left( \frac{r}{2\sqrt{kt}} \right) \right]$

### 2.3.6.3 Periodické zdroje

Výkon zdroje se mění periodicky podle funkce:

$$q_b(t) = q_m \sin \omega t + konst$$

Měření se může uskutečnit ve chvíli, kdy vznikne ustálené teplotní kmitání, při čemž se stejnosměrná složka teplotního výkonu neuplatňuje, předpokládá se tedy, že výkon tepelného zdroje má pouze střídavou (periodickou) složku. Opět zde uvádím teplotní funkce pro polo-nekonečné a nekonečné prostředí. [1]

Tabulka teplotních funkcí [1]	
Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečné prostředí	$T_{pi}(r, t) = \frac{q_m}{4\pi r c \gamma} \exp \left[ -r \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \right] \sin \left( \omega t - r \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \right)$
Polo-nekonečné prostředí	$T_{pi}(r, t) = konst + \frac{q_m}{4\pi^{3/2} \lambda \sqrt{k}} F \sin(\omega t - \varphi)$

Ustálené teplotní kmitání nastane po uplynutí času  $t > \frac{20r^2}{k}$ .

### 2.3.7. Liniové zdroje

Jsou to takové tepelné zdroje, které odevzdávají teplo přes nekonečně úzkou, ale libovolně dlouhou plošku. Nejjednodušším takovým zdrojem je elektricky vyhřívaný drátek. Liniové zdroje se používají ve tvarech kružnice, přímky, nebo cívky. [1]

#### 2.3.7.1 Impulzní zdroje

Teplotní funkce impulzně působícího liniového zdroje je možno vypočítat na základě principu aditivnosti z teplotních funkcí bodově působících zdrojů. Příslušný transformační vztah, ze kterého se pak určují jednotlivé teplotní funkce pro různé případy, je pak ve tvaru:

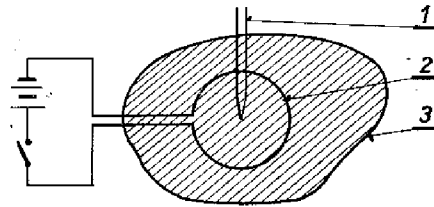
$$T_{li}(r, \vartheta, \varphi, t) - T_0 = \int [T_{bi}(r, \vartheta, \varphi, t) - T_0] ds$$

Funkce  $T_{bi}(r, \vartheta, \varphi, t)$  je příslušná funkce bodového zdroje, ve které je množství tepla  $Q$  nahrazeno teplem  $Q_0$ , odevzdaným z jednotkové délky liniového zdroje.

*Kruhové zdroj*

Jde asi o nejjednodušší možné uspořádání. Zdroj je ve tvaru kružnice a snímač teploty je umístěn v jejím středu. Pak má teplotní funkce velmi jednoduchý tvar:

$$T_{li}(r, t) = 2\pi r T_{bi}(r, t)$$



Obrázek 7 Kruhový zdroj 1-snímač; 2-zdroj tepla; 3-vzorek [1]

### Přímkové zdroje

Pro přímkové zdroje platí vztah:

$$T_{li}(r, \vartheta, \varphi, t) = \int_{-b/2}^{b/2} T_{bi}(\sqrt{a^2 + x^2}, \vartheta, \varphi, t) dx$$

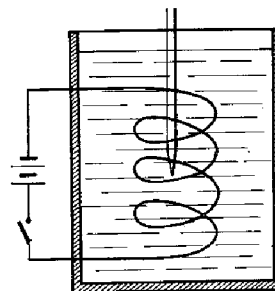
Tabulka teplotních funkcí [1]	
Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečné prostředí	$T_{li} = T_0 + \frac{Q_0}{4\pi\lambda t} \phi \left[ \frac{b}{4\sqrt{kt}} \right] \exp \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right]$
Polo-nekonečné prostředí	$T_{li} = T_0 + \frac{Q_0}{2\pi\lambda t} \phi \left[ \frac{b}{4\sqrt{kt}} \right] \exp \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right]$

### Cívkové zdroje

Používají se hlavně při měření tepelných veličin kapalin. Teplotu ve středu cívkového zdroje vyjadřuje funkce:

$$T_{li}(r, t) = T_0 + \frac{Q}{8\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp \left[ -\frac{r^2}{4kt} \right] \left[ \frac{2\sqrt{\pi kt}}{d_0} - 1 \right]$$

Kde  $Q$  je teplo odevzdané jedním závitem a  $d_0$  je průměr drátu. Tento vztah platí tehdy, je-li  $d_0 \ll r$  a cívka obsahuje velký počet závitů (její výška je větší jako  $4r$ ). [1]



Obrázek 8 Zdroj tepla tvaru cívky [1]

### 2.3.7.2 Konstantní zdroje

Teplotní funkce konstantně působících liniových zdrojů vypočítáme podobným způsobem jako v případě konstantně působících bodových zdrojů.

#### *Kruhové zdroj*

Teplota ve vzorku způsobená působením kruhového konstantně působícího zdroje udávají teplotní funkce:

$$T_{lk}(r, t) = T_0 + A \frac{q_0}{\lambda} \left\{ 1 - \phi \left[ \frac{r}{2\sqrt{kt}} \right] \right\}$$

V případě polo-nekonečného vzorku je  $A=1$ , v případě nekonečného vzorku je  $A=1/2$ .

#### *Přímkové zdroj*

V případě přímkových zdrojů zase uvažujeme případy pro polo-nekonečné a nekonečné prostředí.

Tabulka teplotních funkcí [1]	
Tvar vzorku	Teplotní funkce
Nekonečný vzorek	$T_{lk} = T_0 + \frac{q_0}{4\pi\lambda t} \left\{ -E_i \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right] \right\}$
Polo-nekonečný vzorek	$T_{lk} = T_0 + \frac{q_0}{2\pi\lambda t} \left\{ -E_i \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right] \right\}$

Za předpokladu, že platí podmínka  $\frac{b}{4\sqrt{kt}} > 1$  říct že  $\phi \left[ \frac{b}{4\sqrt{kt}} \right] \approx 1$ . Pak dostaneme pro teplotní funkci poměrně jednoduchý tvar, jak je udáváno v tabulce.

Uspořádání s polo-nekonečným typem vzorku je vhodné zejména pro měření tuhých látek, hlavně polovodičů.

Pro ostatní případy má teplotní funkce velmi složitý a pro použití v měření nevýhodný tvar.

#### *Cívkové zdroje*

V případě že měříme v čase, pro který platí podmínka  $\frac{\eta^2}{4kt} > 1$ , a současně splníme další podmínku  $\frac{d_0}{2\sqrt{kt}} \ll 1$ , má teplotní funkce tvar:

$$T_{lk} = T_0 + \frac{q}{4\pi\lambda t} \left\{ \frac{2}{d_0} \ln \left[ \frac{nd}{r} + \sqrt{1 + \left( \frac{nd_0}{2r} \right)^2} - 1 \right] - \frac{2n}{\sqrt{\pi kt}} \right\}$$

V případě že je zdroj nekonečně dlouhý, můžeme použít zjednodušenou teplotní funkci:

$$T_{lk} = \frac{q}{4\pi\lambda t} \left\{ -E \left[ -\frac{r^2}{4kt} \right] \right\}$$



[1]

### 2.3.7.3 Periodické zdroje

Teplotní funkce pro periodicky působící zdroje odvodíme obdobným způsobem jako v předchozích případech. Použijeme transformační funkci:

$$T_{lp}(r, \varphi, \vartheta, t) - T_0 = \int [T_{bp}^*(r, \varphi, \vartheta, t) - T_0] ds$$

Kde

$$T_{bp}^*(r, \varphi, \vartheta, t) = T_{bp}(r, \varphi, \vartheta, t)|_{q \rightarrow q_0}$$

Kde  $q_0$  je výkon z jednotky délky zdroje.

Pro zdroj tvaru *kružnice* má teplotní funkce tvar:

$$T_{lk}(r, t) = \frac{q_m}{4\pi r c \gamma} \exp \left[ -r \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \right] \sin \left( \omega t - r \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \right)$$

Kde  $q_m$  je amplituda výkonu tepelného zdroje.

Pro zdroj tvaru *přímky* je teplotní funkce ve tvaru:

$$T_{lp}(t) = T_0 + A \frac{q_{0m}}{\pi \lambda} F \sin(\omega t - \varphi)$$

Kde  $A=1/2$  pro vzorek typu nekonečného prostředí a  $A=1$  pro vzorek typu polonekonečného prostředí.  $q_{0m}$  je amplituda výkonu zdroje produkovaného jednotkovou délkou zdroje. Dále pak platí  $F^2 = F_1^2 + F_2^2$ , kde koeficienty  $F_1$  a  $F_2$  jsou určeny v ustáleném kmitavém stavu pomocí vztahu:

$$F_1 = \frac{\pi}{2} I_0 \left[ \sqrt{\frac{\omega}{k}} \right]$$

$$F_2 = 2K_0 \left[ \sqrt{\frac{\omega}{k}} \right]$$

Teplotní funkce pro vzorek tvaru nekonečné destičky má složitý tvar a není příliš vhodný pro měření.

Pro vzorek tvaru *cívky* o dostatečně dlouhé délce je teplotní funkce ve tvaru:

$$T_{lp}(t) = T_0 + \frac{q_m}{2\pi \lambda d_0} F \sin(\omega t - \varphi)$$

Kde  $q_m$  opět značí amplitudu výkonu dodávaného zdrojem jedním závitem, ostatní faktory jsou srovnatelné s přímkovými zdroji. [1]

## 3. PRŮZKUM TRHU

Na trhu je možno nalézt různé přístroje pro měření tepelné vodivosti. Ve větší míře se jedná o laboratorní přístroje, ale objevují se i přístroje založené na metodách vhodných pro měření mimo laboratorní podmínky. Laboratorní přístroje využívají většinou stacionárních metod měření, přístroje vhodné pro použití mimo laboratoře využívají metod nestacionárních.

Výrobci laboratorních přístrojů nabízí kromě samotných přístrojů i služby jako poradenství a samotné měření vzorků včetně protokolů o měření. Tyto laboratorní přístroje samozřejmě splňují podmínky dané národními normami a předpisy. U laboratorních metod je tedy mimo jiné nutné splnit geometrické podmínky pro vzorky. Vzorky bývají většinou ve tvaru desky, válce, koule atd. Ne všechny přístroje jsou vhodné pro měření jakéhokoliv materiálu, proto je potřeba dopředu vědět, zda budeme měřit materiál, který je tepelně dobře vodivý, nebo materiál, který je tepelným izolantem.

Teplotní rozsahy laboratorních přístrojů bývají cca -50 až 200°C. Výhodou laboratorních přístrojů je hlavně vysoká přesnost měření, která bývá až +/-1%. Nevýhodou je náročnost měření, především nutnost přípravy vzorku daného tvaru a dlouhá doba měření.

Mobilní přístroje jsou méně přesné než laboratorní přístroje, avšak disponují velkou výhodou a to je především rychlost měření. Další velkou výhodou je fakt, že není nutno připravovat vzorek určitého tvaru a rozměrů. Jediným nárokem na pevné vzorky bývá nutnost rovné plochy určité velikosti, aby byl zajištěn dostatečný kontakt se sondou. Pro sypké materiály bývají použity jehlové sondy. [4] [5] [7]

### 3.1. Přístroje firmy HUKSEFLUX Thermal Sensors

Tato Nizozemská firma se specializuje na měření tepelné vodivosti plastů, kompozitních materiálů, kapalin a zrnitých materiálů. Mezi speciální funkce patří měření kompozitních materiálů ve dvou směrech (v rovnoběžném směru vláken a kolmo ke směru vláken) a měření tenkých plastových a kovových fólií.

#### 3.1.1. THASYS

Jedná se o přístroj pro měření tepelné vodivosti, nebo celkového tepelného odporu založený na standardu ASTM 1114-98. Přístroj poskytuje možnost relativně rychlého a velmi přesného měření tepelné vodivosti. Skládá se z ohříváče (THA01), měřicí jednotky a z řídicí jednotky (MCU). Je vhodný pro měření tenkých vzorků z plastů a kompozitních materiálů, typicky 0.1 – 6.0 mm. Teplotní rozsah je -30 až 180°C. Systém je plně řízen pomocí PC, se kterým komunikuje pomocí rozhraní RS232.

Princip samotného měření spočívá v tom, že tenký ohříváč má zanedbatelný boční tepelný tok. Kombinací tenkého ohříváče, dvou relativně tenkých vzorků podobné tloušťky a dvou chladičů je možné vytvořit homogenní tepelné pole se známým tepelným tokem přes oba vzorky. Jestliže měřený tepelný tok  $\phi$  je odvozen z topného výkonu, teplotní rozdíl obou vzorků je  $\Delta T$ , efektivní tloušťka vzorků je  $h$ , pak je tepelná vodivost  $\lambda$

$$\lambda = \phi \frac{h}{\Delta T}$$

Na rozdíl od metod založených na principu chráněné tepelné desky nevyžaduje tento přístroj referenční vzorek, nebo kalibraci snímače. [4]



Obrázek 9 Přístroj THASYS [4]

### 3.1.2. THISYS

Tento přístroj je určen pro měření tepelná vodivosti materiálů s dobrou tepelnou vodivostí, především kovů o tloušťce cca 1 mm, nebo plastů tloušťky cca 6 mm. Přístroj disponuje vysoce citlivým termoelektrickým snímačem, díky kterému je možné měřit tepelnou vodivost až do hodnot 200 W/mK. Přístroj pracuje v teplotním rozsahu -30 až 120°C a dosahuje přesnosti +/- 6%. THISYS je opět řízen pomocí PC a komunikuje přes rozhraní RS232.

Tento systém pracuje na principu měření teplotního spádu (gradientu) napříč vzorkem od středu k okraji. Vzorek je zahříván známým tepelným tokem. Tepelná vodivost je přibližně dána vztahem:

$$\lambda = \frac{\phi}{\Delta T h}$$

Kde teplotní rozdíl obou vzorků je  $\Delta T$ , efektivní tloušťka vzorků je  $h$ , tepelný tok je  $\phi$ . [4]

### 3.1.3. MTN01

Jedná se o přístroj určený k rychlému měření tepelné vodivosti půdy. Teplotní rozsah tohoto přístroje je -30 až 80°C a dokáže měřit tepelnou vodivost v rozsahu 0.1 až 6.0 W/mK. Pracuje na nestacionárním principu horkého drátu. Přístroj používá sondu, která se skládá z topného drátu (zdroje tepelného toku) a snímače. Měření probíhá tak, že se sonda jehlového

tvaru vloží do půdy, tepelným zdrojem se vygeneruje jednotkový skok. Podle odezvy na jednotkový skok se určí tepelná vodivost materiálu podle vztahu:

$$\Delta T = \frac{Q}{4\pi\lambda} (\ln T + B)$$



Obrázek 10 Přístroj MTN01 [4]

## 3.2. Přístroje firmy Applied Precision

Applied Precision s.r.o. je slovenská firma zbyvající se měřením a testováním. Kromě měřících přístrojů nabízí také služby zkušební a kalibrační laboratoře, které jsou akreditovány Slovenskou národní akreditační službou. [5]

### 3.2.1. Isomet 2114

ISOMET 2114 je přenosný ruční měřicí přístroj pro přímé měření prostupnosti tepla pro širokou škálu izotropních materiálů včetně izolačních materiálů, plastů, skel či minerálů. Je vybaven dvěma typy sond a to jehlovou sondou pro měkké materiály a povrchovou sondou pro tvrdé. Využívá nestacionární metody, která výrazně snižuje časové nároky měření v porovnání se stacionárními metodami. Naměřená data mohou být ukládána do vestavěné paměti přístroje. Obsah paměti je přístupný přes display přístroje, anebo může být přenesen do PC pomocí rozhraní USB nebo RS-232. Kalibrační data ve vnitřní paměti zajišťují zaměnitelnosti sond bez ovlivnění přesnosti měření. Dodávaný software umožňuje aktualizaci kalibračních koeficientů pro recalibraci měřících sond pomocí referenčních vzorků. Přístroj je možné napájet jak ze sítě, tak z vnitřních dobíjecích baterií. [5]



Obrázek 11 Přístroj Isomet 2114 [5]

### 3.3. Přístroje firmy Showa Denko

Showa Denko je velká původně chemická firma, dnes s mnoha divizemi včetně elektronické divize, se sídlem v Tokiu v Japonsku.

#### 3.3.1. Shotherm QTM

Přístroj je určen k přímému měření součinitele tepelné vodivosti v rozsahu 0,023 - 11,6 W/mK

Využívá nestacionárního tepelného režimu, tzv. metody horkého drátu, doba měření je velmi rychlá, součinitel tepelné vodivosti dokáže určit cca za 1 min. Shotherm QTM pracuje spolehlivě v teplotním rozsahu -10 až +200 °C. Citlivost a rozlišovací schopnost přístroje je postačující pro určení požadované teplotní závislosti i s přihlédnutím na změnu vlhkosti, která se při vyšších teplotách bude zmenšovat.

Sonda přístroje Shotherm QTM je tvořena referenčním materiálem, středem její plochy prochází topný drát a je na ní umístěn termočlánek. Jediným požadavkem na měřený vzorek je dostatečně velká rovná plocha. [7]

### 3.4. Souhrn

Výrobce	Přístroj	Rozsah [ $Wm^{-1}K^{-1}$ ]	Teplotní rozsah [°C]	Přesnost (při 20°C) [%]	Napájení
HUKSEFLUX	THASYS		-30 až +120	+/-3 až +/-14	220 – 110 VAC / 15 VDC
HUKSEFLUX	THISYS	max 200	-30 až +120		220 – 110 VAC / 15 VDC
HUKSEFLUX	MTN01	0.1 až 6.0	-30 až +80	+/-6	12V, 2W max
Applied Precision	Isomet 2114 (povrchová sonda)	0.04 až 6.0	-15 až +50	5% z údaje při $\lambda = 0.015$ až 0.70 W/mK; 10% z údaje při $\lambda = 0.70$ až 6.0 W/mK	100 – 240 VAC / 12 VDC
Applied Precision	Isomet 2114 (jehlová sonda)	0.015 až 2.0	-20 až +70		
Showa Denko	Shotherm QTM	0.023 až 11.6	-10 až +200		

## 4. TECHNICKÉ NORMY ČSN

Technické normy zaručují, že je výrobek vyroben přesně podle požadovaných vlastností, provedení, podle požadovaného tvaru a daným postupem práce. Norma je tedy pravidlo, které je nutné dodržovat. Tvorbu, vydávání a pravidelné zveřejňování zajišťuje v současné době Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví. Technické normy jsou zpoplatněné a jejich volné šíření je trestné a nezákonné. Volně zveřejněné mohou být pouze normy, které se týkají změn, či úplně nových norem. Jednotlivé normy jsou k dispozici k nahlédnutí například v Moravské zemské knihovně v Brně, nebo na zmíněném Úřadě pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví. K zakoupení jsou dostupné například na „<http://eshop.normservis.cz>“. [18]

### 4.1. Přehled norem týkajících se měření tepelných veličin

#### 4.1.1. ČSN EN ISO 22007-1

Norma spolu s ČSN EN ISO 22007-2, ČSN EN ISO 22007-3, ČSN EN ISO 22007-4 nahrazují normu ČSN 64 0142 vydanou 19.09.1977. Nové normy jsou vydané v červenci 2012. Norma udává stanovení tepelné vodivosti a rozptylu tepla u plastů a skládá se ze čtyř samostatných částí. Část 1: Obecné principy; Část 2: Metoda nestacionárního rovinného tepelného zdroje (horkého disku); Část 3: Metoda analýzy teplotní vlny; Část 4: Metoda s laserovým paprskem. [18]

#### 4.1.2. ČSN 640526

Norma platí pro stanovení součinitele tepelné vodivosti, (popř. ekvivalentního součinitele tepelné vodivosti), zkušební vzorku z plastů tuhých, sypkých, lehčených, včetně lehčených materiálů stříkaných na místě, kompozitních materiálů na bázi plastů a technické pryže, bez ohledu na tvar výrobku. ČSN 64 0526 byla vydána v září 1995. Nahradila ČSN 64 0526 z 22.10.1969. Norma je vydána v českém jazyce. [11]

#### 4.1.3. ČSN EN 674 (701024)

Tato evropská norma specifikuje výpočtovou metodu pro stanovení součinitele prostupu tepla u zasklení s plochými a rovnoběžnými povrchy. Norma platí pro sklo bez povlaku (včetně skla se strukturovanými povrchy, např. vzorované sklo), pro skla s povlakem a pro materiály nepropustné ve vzdálené infračervené oblasti (sodnovápenaté sklo, borosilikátového sklo a sklokeramiky). Norma platí také pro vícenásobná zasklení z těchto skel nebo materiálů. Neplatí

pro vícenásobná zasklení s plynem vyplněnými meziprostory obsahujícími tabule nebo fólie, které jsou propustné ve vzdálené infračervené oblasti. Postup popsany v této normě stanovuje hodnotu součinitel prostupu tepla výpočtovou metodou v centrální oblasti zasklení. Norma je vydána 1.08.2011 a nahrazuje starší vydání této normy. Norma je vydaná v českém jazyce. [11]

#### **4.1.4. ČSN EN 764 (701025)**

Tato evropská norma specifikuje měřicí metodu pro stanovení součinitele prostupu tepla zasklení s plochými a paralelními povrchy. Tato evropská norma platí pro vícenásobná zasklení s vnějšími tabulemi, které jsou nepropustné pro vzdálenou infračervenou oblast záření (sodnovápenatokřemičité sklo, borosilikátové sklo a sklokeramika). Vnitřní prvky mohou být ve vzdálené infračervené oblasti propustné. Postup stanovený v této evropské normě slouží ke stanovení hodnoty součinitel prostupu tepla centrální oblasti zasklení metodou chráněné teplé desky. Norma je vydána v českém jazyce 1.11.2011. [11]

#### **4.1.5. ČSN EN 765 (701026)**

Tato evropská norma specifikuje měřicí postup pro stanovení součinitele prostupu tepla zasklení s plochými a paralelními povrchy metodou měřidla tepelného toku. Tato evropská norma platí pro vícenásobná zasklení s vnějšími tabulemi, které jsou nepropustné pro vzdálenou infračervenou oblast záření (vlnové délky v rozmezí od 5  $\mu\text{m}$  do 50  $\mu\text{m}$ ), což je případ výrobků ze sodnovápenatokřemičitého skla, borosilikátového skla a sklokeramiky. Vnitřní prvky mohou být ve vzdálené infračervené oblasti propustné. Stanovení součinitele prostupu tepla se provádí za podmínek, které odpovídají průměrnému stavu zasklení v praxi. Norma je vydána v českém jazyce 1.11.2011. [11]

#### **4.1.6. ČSN EN 993-1 (726020)**

Tato část EN 993 specifikuje metodu stanovení objemové hmotnosti, zdánlivé pórovitosti a skutečné pórovitosti žáruvzdorných výrobků tvarových hutných. Tato norma je vydána v českém jazyce 1.12.1996 a má více částí. Nahrazuje starší normu ČSN 726020. [11]

#### **4.1.7. ČSN 721105 (721105)**

Norma určuje postup stanovení koeficientu tepelné vodivosti stavebních materiálů liniových dopravních staveb metodou nestacionárního tepelného toku při teplotách, vlhkostech a objemových hmotnostech vzorků odpovídajících podmínkám v konstrukci. Principem zkoušky je nepřímé stanovení koeficientu tepelné vodivosti zkoušeného vzorku metodou nestacionárního tepelného toku a měrné tepelné kapacity. Je normalizováno zkušební zařízení, podmínky

měření, příprava vzorků, postup při měření a jeho vyhodnocení. Norma byla vydána 26.11.1990. [11]

#### **4.1.8. ČSN 72 7010**

Norma udává společná ustanovení stanovení součinitele tepelné vodivosti materiálů v ustáleném tepelném stavu. Tato norma je vydána 14.7.1988. Na tuto normu pak navazují další normy. Norma ČSN 727011 která udává stanovení součinitele tepelné vodivosti materiálů v ustáleném tepelném stavu metodou válce. ČSN 727012 popisuje metodu desky, ČSN 727013 popisuje metodu koule, ČSN 727014 udává postup vyhodnocení zkoušek. [11]

#### **4.1.9. ČSN 727306 (727306)**

Norma popisující stanovení tepelné vodivosti stavebních materiálů a výrobků. Obsahuje kapitoly: Předmět normy, Termíny a definice, Stanovení součinitele tepelné vodivosti a určujících parametrů, Vzorkování, Zkušební vzorky, Zkušební zařízení, Stanovení a výpočet součinitele tepelné vodivosti a Vedení dokumentace. ČSN 72 7306 byla vydána v říjnu 1995. Nahradila normu 72 7306 z 23.2.1987. [11]

#### **4.1.10. ČSN EN 821-2**

Speciální technická keramika - Monolitická keramika - Termofyzikální vlastnosti - Část 2: Norma popisuje stanovení teplotní vodivosti metodou laserového záblesku (nebo tepelného pulzu). Je vydána 1.11.1998 v českém jazyce. [11]

#### **4.1.11. ČSN 73 1353**

Norma popisuje stanovení součinitele tepelné vodivosti v pórobetonu v ustáleném tepelném stavu. Je vydána 1.8.2010 v českém jazyce. Nahrazuje normu vydanou 25.1.1991. [11]



# 5. PRAKTICKÁ ČÁST

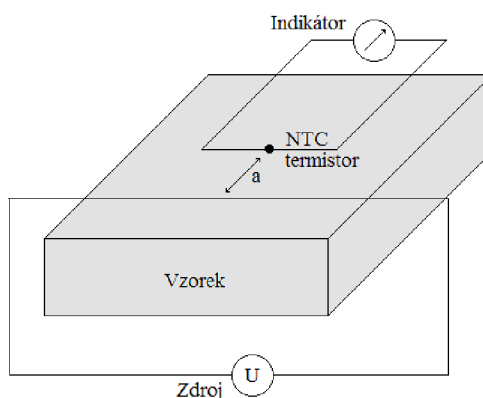
## 5.1. Experiment

### 5.1.1. Návrh

Úkolem experimentu je ověřit některou z nestacionárních metod měření tepelné vodivosti na vzorku běžně dostupného materiálu (např. stavební materiály). Při výběru metody byl kladen důraz na to, aby nebyla nutná speciální příprava vzorku a na jednoduchost měření.

Předpokladem byla rovněž krátká doba měření, aby bylo možné provádět experiment ve školních laboratorních cvičeních. Z těchto důvodů jsem se rozhodl využít metody založené na pulzním režimu liniového přímkového zdroje, která má poměrně jednoduché a pro měření vhodné řešení diferenciální rovnice vedení tepla.

Jako vzorek byla použita stavební cihla o rozměrech 29 cm x 14 cm x 6.5 cm. Na povrch vzorku byl umístěn odporový drát s obchodním označením „Manganin“, sloužící jako zdroj tepla. Do vzdálenosti cca 1 cm od drátu byl umístěn perličkový NTC termistor.



Obrázek 12 Uspořádání experimentu [8]

Principem experimentu je měření časové závislosti teploty ve vzorku. Teplotní rozložení ve vzorku udává teplotní funkce, v tomto případě má teplotní funkce tvar:

$$T_{li} = T_0 + \frac{Q_0}{2\pi\lambda t} \phi \left[ \frac{b}{4\sqrt{kt}} \right] \exp \left[ -\frac{a^2}{4kt} \right]$$

Kde  $T_0$  je teplota okolního prostředí,  $Q_0$  je teplo způsobené zdrojem,  $b$  je délka přímkového zdroje,  $k$  je teplotní vodivost. [1]

Tento tvar odpovídá analytickému řešení Fourierovy rovnice vedení tepla, které je doplněno o počáteční, geometrické a okrajové podmínky.

V tomto případě se jedná o polonekonečný typ vzorku, jelikož platí, že rozměr vzorku je mnohem větší než je vzdálenost tepelného zdroje od NTC termistoru, použitého jako čidlo. Vzorek můžeme považovat za polonekonečný, v tom případě, že platí:

$$s > \sqrt{2r}$$

Kde  $s$  je tloušťka vzorku a  $r$  je vzdálenost čidla od zdroje tepla. Funkci lze dále ještě zjednodušit, v případě že platí:

$$\frac{b}{4\sqrt{kt}} > 1$$

Pak funkce  $\phi$  konverguje k 1 a dostáváme tvar teplotní funkce:

$$T_{li} = T_0 + \frac{Q_0}{2\pi\lambda t} \exp\left[-\frac{a^2}{4kt}\right]$$

Takto zjednodušená teplotní funkce má extrém v čase  $t_m$ . Z toho vyplívá jednoduchý vztah pro určení teplotní a tepelné vodivosti.[8]

$$k = \frac{a^2}{4t_m}$$

$$\lambda = \frac{\rho c a^2}{4\Delta t}; \quad \Delta t < t_m$$

Pro čas  $t$  srovnatelný s časem  $t_m$  je možné přepsat podmínku  $b/(4\sqrt{kt}) > 1$  do tvaru:

$$\frac{b}{a} > 2$$

Tato podmínka je splnitelná i pro poměrně malé vzorky, za předpokladu, že odvod tepla po stranách vzorku je zanedbatelný.

Za předpokladu konečného trvání teplotního pulzu platí vztah pro výpočet tepelné vodivosti:

$$\lambda = \frac{\rho c a^2}{4\Delta t} \left[ \frac{\Delta t}{t_m} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{t_m}\right)^2 + \frac{5}{12} \left(\frac{\Delta t}{t_m}\right)^3 + \dots \right]$$

Kde  $\Delta t$  je doba trvání teplotního pulzu a  $t_m$  je čas ve kterém nastane maximum funkce.

V případě že zanedbáme vyšší mocniny, vrátíme se k méně přesnému vztahu  $\lambda = \frac{\rho c a^2}{4\Delta t}$

Pro určení vhodné vzdálenosti  $a$  snímače od zdroje tepla jsem využil možnost nasimulovat rozložení teploty ve vzorku pomocí nástroje *PDE toolbox*, který je součástí systému *MATLAB*. Po dokončení simulace jsem usoudil, že vhodná vzdálenost zdroje od snímače bude  $a \approx 1 \text{ cm}$ . Tato vzdálenost byla zvolena také z ohledu na rychlost měření.

## 5.1.2. Postup měření

Měření teplotní vodivosti touto metodou spočívala v hledání maxima teplotní funkce v bodě vzdáleném cca 1 cm od zdroje tepla.

Na vzorek jsem připevnil pomocí teplovodného lepidla odporový drát z *MANGANINU*, což je slitina mědi a manganu s příměsí niklu s průměrem 0.56 mm a s odporem  $R=1.45 \Omega/m$ . Drát jsem připojil pomocí svorek ke kontaktním vodičům, které se připojí přímo na napěťový zdroj.

Jako snímač jsem použil polovodičový perličkový termistor se zápornou závislostí odporu na teplotě. Maximum teplotní funkce se tedy projeví jako minimum funkce závislosti odporu termistoru na teplotě v daném bodě. Konkrétně jde o termistor „*GES 05303338*“, který dostatečně vyhovuje požadavkům měření svou citlivostí, která je  $B = 3977 K \pm 0.75\%$ .



**Obrázek 13 NTC termistor GES 05303338**

Hodnota odporu termistoru byla snímána stolním multimetrem *Agilent 34410A*, přístroj byl propojen rozhraním *USB* s *PC* a měřená data se v intervalu 6s zapisoval do paměti prostřednictvím aplikace, která naměřená data vkládá přímo do prostředí *MS Excel*.



**Obrázek 14 Multimetr Agilent 34410A**

Na zdroji je potřeba nastavit dostatečně veliký výkon, aby byla teplotní změna měřitelná, ale ne zase příliš velký, aby se topný drát nepřepálil. Při tomto pokusu jsem volil proud dodávaný zdrojem  $I=4.5 A$ , délka liniového přímkového zdroje byla rovna šířce použitého vzorku, tedy 14 cm. Odpor drátu je tedy v tomto případě roven  $R_{li} = \frac{1.45}{0.14} = 0.20 \Omega$ . Pak pro výkon dodávaný zdrojem platí:

$$P_{li} = R_{li} I^2 = 4.11 W$$

Tímto výkonem se bude vyhřívat vzorek v místě umístění zdroje po dobu pulsu  $\Delta t = 1 min$ . Z naměřených hodnot pak bude po měření sestaven graf a určí se minimum funkce závislosti odporu termistoru na teplotě, tedy maximum teplotní funkce. [8]

### 5.1.3. Výsledky měření

Samotné měření bylo prováděno 3krát, aby byla ověřena opakovatelnost. Ve všech třech případech bylo zjištěno maximum teplotní funkce zhruba ve stejném čase. Podle této skutečnosti usuzují, že opakovatelnosti měření je zajištěna.

V tabulce naměřených hodnot je zvýrazněn okamžik, kdy byl odpojen zdroj tepla (oranžová barva) a okamžik kdy bylo zjištěno maximum teplotní funkce (žlutá barva). Zbývá už pouze vypočítat hodnotu tepelné vodivosti pro zkoušený materiál.

#### 5.1.3.1 Výpočty

Měrná hmotnost (hustota) vzorku	$\rho = 1800$	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
Měrná tepelná kapacita vzorku	$c = 878$	$\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$
Trvání teplotního	$\Delta t = 60$	[s]
Čas dosažení maxima teplotní funkce pro 1. a 2. případ	$t_{m1,2} = 72$	[s]
Čas dosažení maxima teplotní funkce pro 3. případ	$t_{m3} = 78$	[s]
Vzdálenost čidla od zdroje	$a = 0.01$	[m]

$$\lambda_{1,2} = \frac{\rho c a^2}{4 \Delta t} \left[ \frac{\Delta t}{t_{m1,2}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta t}{t_{m1,2}} \right)^2 + \frac{5}{12} \left( \frac{\Delta t}{t_{m1,2}} \right)^3 \right] =$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1800 * 878 * 0.01^2}{4 * 60} \left[ \frac{60}{72} + \frac{1}{2} \left( \frac{60}{72} \right)^2 + \frac{5}{12} \left( \frac{60}{72} \right)^3 \right] = \underline{0.936} \left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$$

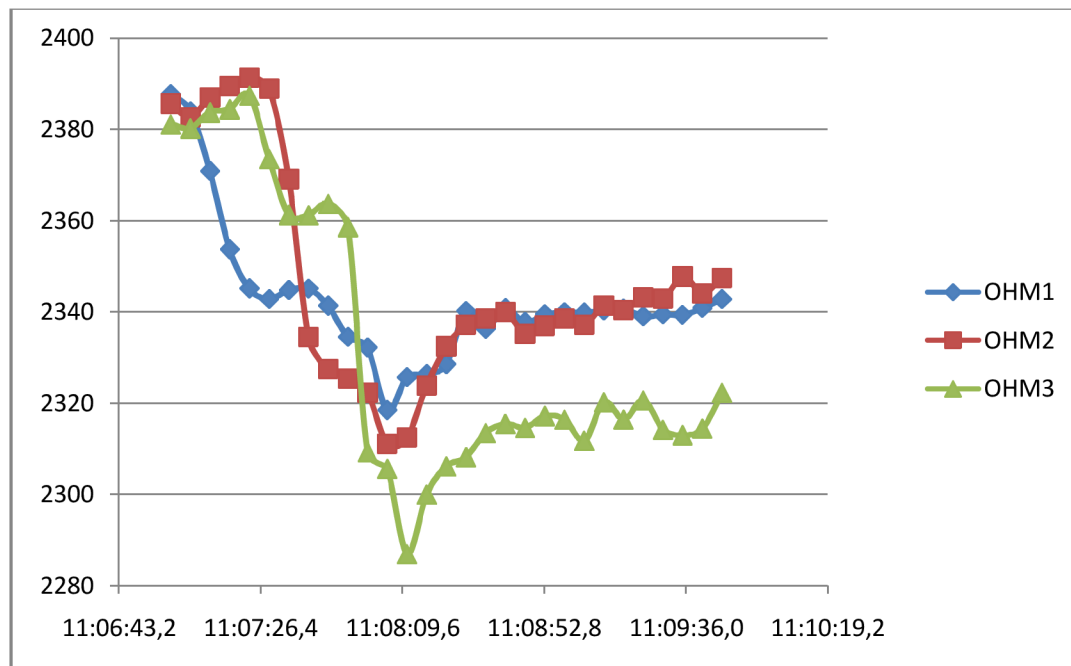
$$\lambda_3 = \frac{\rho c a^2}{4 \Delta t} \left[ \frac{\Delta t}{t_{m3}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta t}{t_{m3}} \right)^2 + \frac{5}{12} \left( \frac{\Delta t}{t_{m3}} \right)^3 \right] =$$

$$\lambda_3 = \frac{1800 * 878 * 0.01^2}{4 * 60} \left[ \frac{60}{78} + \frac{1}{2} \left( \frac{60}{78} \right)^2 + \frac{5}{12} \left( \frac{60}{78} \right)^3 \right] = \underline{0.826} \left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$$

### 5.1.3.2 Tabulka naměřených hodnot

<b>Time</b>	11:06:59,0	11:07:05,0	11:07:11,0	11:07:17,0	11:07:23,0	11:07:29,0	11:07:35,0	11:07:41,0	11:07:47,0	<b>11:07:53,0</b>
<b>OHM1</b>	2387,73	2384,02	2370,90	2353,72	2345,15	2342,83	2344,80	2345,14	2341,36	<b>2334,54</b>
<b>OHM2</b>	2385,67	2382,60	2387,01	2389,50	2391,34	2388,96	2369,09	2334,48	2327,42	<b>2325,39</b>
<b>OHM3</b>	2381,13	2380,22	2383,72	2384,42	2387,43	2373,58	2361,27	2361,22	2363,74	<b>2358,61</b>
<b>Time</b>	11:07:59,0	11:08:05,0	11:08:11,0	11:08:17,0	11:08:23,0	11:08:29,0	11:08:35,0	11:08:41,0	11:08:47,0	11:08:53,0
<b>OHM1</b>	2332,22	2318,48	2325,66	2326,37	2328,53	2340,20	2336,29	2340,85	2337,74	2339,50
<b>OHM2</b>	2322,24	2311,03	2312,48	2323,78	2332,44	2337,19	2338,50	2339,91	2335,23	2336,93
<b>OHM3</b>	2309,31	2305,62	2286,98	2299,99	2306,15	2308,21	2313,50	2315,49	2314,60	2317,20
<b>Time</b>	11:08:59,0	11:09:05,0	11:09:11,0	11:09:17,0	11:09:23,0	11:09:29,0	11:09:35,0	11:09:41,0	11:09:47,0	11:09:53,0
<b>OHM1</b>	2339,91	2339,87	2340,36	2340,75	2339,06	2339,43	2339,38	2340,88	2342,83	2343,24
<b>OHM2</b>	2338,50	2337,10	2341,39	2340,40	2343,24	2342,85	2347,74	2344,06	2347,41	2351,02
<b>OHM3</b>	2316,43	2311,76	2320,25	2316,42	2320,63	2314,19	2313,00	2314,46	2322,29	2331,63

### 5.1.3.3 Graf



Obrázek 15 Průběh naměřených funkcí závislosti odporu termistoru na teplotě

### 5.1.3.4 Zhodnocení experimentu

Graf zobrazuje průběhy závislosti odporu termistoru na teplotě. Z průběhů je patrné, že měření bylo do jisté míry nepříznivě ovlivněno podmínkami v místnosti. Mechanismus přenosu tepla se sice v plynech a tedy i ve vzduchu uplatňuje jen zanedbatelně, tím pádem by podstatná část tepelné energie měla procházet skrze vzorek, jehož tepelná vodivost je cca o dva řády vyšší. V průběhu experimentu byl v místnosti mírný průvan, což je dle mého názoru důvod pilovitého průběhu části charakteristiky. V tomto případě se patrně uplatnil mechanismus přenosu tepla prouděním, který je typický pro plyny. I přesto lze z průběhu poznat, v jakém čase se teplotní funkce dostane do maxima. Po dosazení do vztahu pro výpočet tepelné vodivosti jsem zjistil, že naměřené a vypočítané hodnoty se příliš neliší, tabulková hodnota tepelné vodivosti stavební cihly je  $\lambda_{ref} = (0.7 \div 1.1) \left[ \frac{W}{m.K} \right]$ , naměřené a vypočítané hodnoty tepelné vodivosti vzorku byly  $\lambda_{1,2} = 0.936 \left[ \frac{W}{m.K} \right]$  a  $\lambda_3 = 0.826 \left[ \frac{W}{m.K} \right]$ . Tyto hodnoty odpovídají danému intervalu. Lepších výsledků by bylo pravděpodobně dosaženo větším počtem měření a zprůměrování dosažených hodnot, tím by se do jisté míry vyloučil vliv náhodných chyb, toto řešení by ale také značně znehodnotilo velkou výhodu této metody a to je rychlost. Změření tepelné vodivosti touto metodou trvalo cca 3 minuty. Stavební cihla je materiál, který lze označit jako tepelný izolant. V případě měření materiálů, která lze nazvat tepelnými vodiči (kovy), by měření bylo

ještě mnohem rychlejší. Za použití stejného uspořádání experimentu, lze očekávat zaznamenanou změnu teploty v čase řádově desetin sekundy.

Na připevnění topného drátu jsem použil speciální teplovodné lepidlo *Arctic Silver Premium Silver Thermal Adhesive*, které podle údajů výrobce disponuje vysokou hodnotou koeficientu tepelné vodivosti  $\lambda = 7.5 \text{ W/mK}$ , což je cca 10x větší hodnota než u zkoumaného materiálu, takže faktor ovlivnění měření použitím tohoto lepidla můžeme zanedbat. Toto lepidlo je použitelné v rozsahu  $-40$  až  $150^\circ\text{C}$ , což pro účely tohoto experimentu více než dostatečné.

## 6. ZÁVĚR

Při zpracování této práce jsem se získal nové poznatky o problematice měření tepelné vodivosti, které by mi nejspíš do jisté míry zůstaly utajeny. Během práce na tomto projektu jsem se několikrát vydal špatným směrem, z tohoto důvodu se mi nepodařilo splnit všechny zadané úkoly. Poměrně mnoho času jsem věnoval studování dostupné literatury a Českých národních norem zabývajících se tématem tepelných vlastností materiálů a měření tepelných veličin. Vyzkoušel jsem si také práci v prostředí *Matlab*, kde jsem využil nástroje *PDE toolbox*, se kterým jsem se v minulosti nesetkal. I přes všechny problémy, které se v průběhu práce vyskytly, se podařilo provést experiment, kterým jsem ověřil funkčnost měření tepelné vodivosti pomocí metody založené na nestacionárním vedení tepla za použití liniového přímkového zdroje tepla pracujícího v pulzním režimu. Výsledné hodnoty naměřené na vzorku, kterým byla klasická stavební cihla, byly v rozsahu tabulkových hodnot. K vyčíslení absolutní chyby měření by bylo potřeba znát konvenčně pravou hodnotu tepelné vodivosti daného materiálu, která nebyla přesně k dispozici. Nicméně různá literatura uvádí, že nepřesnost použité metody by neměla překročit 14%. Tato chyba se zdá být velká, nicméně rychlost měření za použití této metody je oproti jiným například stacionárním metodám velmi dobrá. Jedno měření na jednom vzorku trvalo cca kolem 3 minut.

Zopakování experimentu by v podmínkách školní laboratoře neměl být problém, vzhledem k rychlosti měření by bylo vhodné doplnit jej o pokusy s dalšími typy tepelných zdrojů popsaných v této práci, anebo vyzkoušet měření na jiných typech vzorků. U použití vzorků s dobrou tepelnou vodivostí by se měření muselo upravit buď tak že by se odečítání hodnoty odporu termistoru zrychlilo anebo by se snížil výkon dodávaný zdrojem.



## Literatura

- [1] KREMPASKÝ, Július. *Meranie Termofyzikálnych veličín*. 1. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied v Bratislave, 1969. ISBN 71-0,44-69.
- [2] ĎAĎO a KREIDL. *Senzory a měřicí obvody*. 1. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1996. ISBN 80-01-01500-9.
- [3] YAMASUEA, E., M. SUSAB, H. FUKUYAMAB a K. NAGATAB. Thermal conductivities of silicon and germanium in solid and liquid states measured by non-stationary hot wire method with silica coated probe. *Journal of Crystal Growth*. 2002, č. 234, 121–131. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0022-0248\(01\)01673-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0022-0248(01)01673-6). Dostupné z: <http://www.ingentaconnect.com/>
- [4] APPLIED PRECISION LTD. *Applied Precision Ltd.* [online]. 2013 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: <http://www.appliedp.com/en/default.htm>
- [5] HUKSEFLUX. *Hukseflux: Thermal Sensors* [online]. 2013 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: <http://www.hukseflux.com/>
- [6] MACHÁČKOVÁ, Adéla a Radim KOCICH. *SDÍLENÍ TEPLA A PROUDĚNÍ: učební text*. 1. vyd. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2012. ISBN 978-80-248-2576-2. Dostupné z: <http://www.person.vsb.cz/>
- [7] Tepelné vlastnosti. [Http://ceg.fsv.cvut.cz/](http://ceg.fsv.cvut.cz/) [online]. 2000 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: <http://ceg.fsv.cvut.cz/vyzkum/zkousky/tepelne-vlastnosti/tepelne-vlastnosti>
- [8] FICKER, Tomáš a Luboš PAZDERA. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie: Nestacionární měření tepelné vodivosti pevných látek (laboratorní úloha pro fyzikální praktikum). *Jednota českých matematiků a fyziků*. 1998, č. 43, s. 308-313. Dostupné z: <http://dml.cz/dmlcz/139748>
- [9] Vedení tepla: Wikipedie. <Http://cs.wikipedia.org/> [online]. 2012 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Veden%C3%AD\\_tepla](http://cs.wikipedia.org/wiki/Veden%C3%AD_tepla)
- [10] Šíření tepla prouděním: Wikipedie. <Cs.wikipedia.org> [online]. 2012 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Konvekce\\_tepla](http://cs.wikipedia.org/wiki/Konvekce_tepla)
- [11] NORMSERVIS S.R.O. *Technické normy ČSN* [online]. 2013 [cit. 2013-05-26]. Dostupné z: <http://eshop.normservis.cz/>

## Seznam zkratek a symbolů

Q	Množství tepla
q	Tepelný výkon v objemové jednotce
$\lambda$	Tepelná vodivost
$\tau$	Čas
k	Teplotní vodivost
$\rho$	hustota
c	Měrné teplo
a	Vzdálenost snímače od zdroje
t	Čas
$t_m$	Čas, ve kterém dosáhne teplotní funkce svého maxima
$\Delta t$	Doba trvání tepelného pulsu
$\omega$	Frekvence
$\sigma$	Stefan-Boltzmanova konstanta
$\varepsilon$	emisivita
$\beta$	Koeficient odvodu tepla
$\lambda_0$	Tepelná vodivost známé látky
m	Rychlost ochlazování
$b_0$	Rychlost teplotní změny
$\beta_k$	Koeficient odvodu tepla konvekcí (prouděním)
$\beta_z$	Koeficient odvodu tepla zářením (sáláním)
$E_i$	Integrální funkce $E_i = -\int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt, x < 0$
b	Délka liniového přímkového zdroje
$\lambda_{ref}$	Znamá tepelná vodivost cihly

## Seznam obrázků

Obrázek 1 Schéma uspořádání měření tepelné vodivosti planparalelní destičky .....	19
Obrázek 2 Vzorek tvaru duté koule .....	19
Obrázek 3 Vzorek tvaru dutého válce .....	20
Obrázek 4 Vzorek a normála dutého válce .....	21
Obrázek 5 metoda horkého drátu, sonda .....	24
Obrázek 6 Bodový zdroj v nekonečném prostředí 1-zdroj; 2-termočlánek .....	25
Obrázek 7 Kruhový zdroj 1-snímač; 2-zdroj tepla; 3-vzorek .....	27
Obrázek 8 Zdroj tepla tvaru cívky .....	27
Obrázek 9 Přístroj THASYS .....	31
Obrázek 10 Přístroj MTN01 .....	32
Obrázek 11 Přístroj Isomet 2114 .....	32
Obrázek 12 Uspořádání experimentu .....	37
Obrázek 13 NTC termistor GES 05303338.....	39
Obrázek 14 Multimetr Agilent 34410A .....	39
Obrázek 15 Průběh naměřených funkcí závislosti odporu termistoru na teplotě.....	42