



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VÝPOČET PRAVDĚPODOBNOСТИ PORUŠENÍ KERAMICKÉ SOUČÁSTI PODLE WEIBULLOVY TEORIE NEJSLABŠÍHO ČLÁNKU

CALCULATION OF THE PROBABILITY OF THE CERAMIC COMPONENT FAILURE ACCORDING TO THE
WEIBULL'S WEAKEST LINK THEORY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Miroslava Kučerková

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jaroslav Kovář

BRNO 2020

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Studentka:	Miroslava Kučerková
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Jaroslav Kovář
Akademický rok:	2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Výpočet pravděpodobnosti porušení keramické součásti podle Weibullový teorie nejslabšího článku

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pravděpodobnost porušení keramických součástí je možné určovat podle Weibullový teorie nejslabšího článku a to pro jednoosou i víceosou napjatost. Obecně je možné využít kombinaci Weibullový teorie a metody konečných prvků, avšak pro některé součásti, u kterých je možné určit průběh hlavních napětí analytických výpočtem, je možné určit pravděpodobnost porušení analyticky odvozeným vztahem s následným využitím numerické integrace. Hlavní náplní této práce je určit pravděpodobnost porušení keramické součásti, u které je možné vyjádřit průběhy hlavních napětí analyticky.

Cíle bakalářské práce:

- 1) Rešerše Weibullový teorie nejslabšího článku při uvažování jednoho nebo tří hlavních napětí.
- 2) Analytický výpočet hlavních napětí u prutového a válcového tělesa.
- 3) Výpočet pravděpodobnosti porušení těchto těles.

Seznam doporučené literatury:

WEIBULL, Wallodi. A statistical theory of the strength of materials. Stockholm: Ingeniörsvetenskapsakademiens, 1939.

KOVÁŘ, Jaroslav. Pravděpodobnosti porušení keramické součásti s využitím Weibullový teorie nejslabšího článku. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 105s.
Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D..

MENČÍK, Jaroslav. Pevnost a lom skla a keramiky. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1990, 389 s. ISBN 80-03-00205-2.

ONDRÁČEK, Emanuel, Jan VRBKA a Přemysl JANÍČEK, 2006. Mechanika těles: pružnost a pevnost II. Vyd. 4., přeprac., V Akademickém nakladatelství CERM 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM. ISBN 80-214-3260-8.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Weibullova teória najslabšieho článku sa využíva na zistenie pravdepodobnosti porušenia keramických súčastí. Táto bakalárska práca sa podrobnejšie zaoberá práve výpočtom pravdepodobnosti porušenia valcového telesa, nosníkov a rotujúcej medzikruhovej a kruhovej steny, u ktorých je možné analytickým spôsobom vyjadriť priebeh napätia.

Rešeršná časť práce približuje keramické materiály z hľadiska ich štruktúry, zloženia, spôsobu výroby či mechanických vlastností. Takisto je tu popísaná Weibullova teória najslabšieho článku pre jednoosový a trojosový stav napätosti v telese a uvedené vzťahy potrebné pre ďalšie výpočty.

V druhej časti je počítaná pravdepodobnosť porušenia spomenutých modelov. Riešené nosníky sú namáhané prostým a štvorbodovým ohybom. Analyzovaný je vplyv veľkosti telesa na pravdepodobnosť porušenia. Valcové teleso je riešené pre rôzne varianty zaťaženia, ktoré sú následne porovnávané. Nakoniec je skúmaný vplyv otáčok na pravdepodobnosť porušenia rotujúcej kruhovej a medzikruhovej steny.

Kľúčové slova

keramika, Weibullova teória najslabšieho článku, pravdepodobnosť porušenia, nosník, valcové teleso, kruhová a medzikruhová stena, štvorbodový ohyb

Abstract

Weibull weakest link theory is used to determine the probability of failure of ceramic components. This bachelor thesis examines the cylindrical body, beams and rotating circular and intercircular disc. In these bodies it is possible to identify course of the stress in an analytical way.

The research part of the work approaches ceramic materials in terms of their structure, composition, method of production or mechanical properties. From a theoretical point of view, Weibull weakest link theory for uniaxial and triaxial stress in the body is described and required relations for further calculations are given here.

In the second part, the probability of failure of previously mentioned models is calculated. Beams are stressed by a simple and four - point bending. The impact of the body size on the probability of failure is also analyzed. The cylindrical body is solved for different variants, which are compared afterwards. At last, the effect of operating speed on the probability of failure of the rotating circular and intercircular disc is investigated.

Keywords

ceramics, Weibull weakest link theory, probability of failure, beam, cylindrical body, circular and intercircular disc, four - point bending

Bibliografická citácia

KUČERKOVÁ, Miroslava. *Výpočet pravděpodobnosti porušení keramické součásti podle Weibullovy teorie nejslabšího článku*. Brno, 2020. 63 s. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/124145>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Jaroslav Kovář.

Prehlásenie

Prehlasujem, že som bakalársku prácu s názvom *Výpočet pravděpodobnosti porušení keramické součásti podle Weibullový teorie nejslabšího článku* vypracovala samostatne s použitím odbornej literatúry a prameňov, ktoré sú súčasťou tejto práce.

V Brne dňa:

Podpis:

Pod'akovanie

Rada by som pod'akovala vedúcemu mojej práce pánovi Ing. Jaroslavovi Kovářiovi za jeho ochotu, odborné rady a konzultácie. Tiež by som chcela pod'akovať aj svojej rodine za podporu počas celého doterajšieho štúdia.

Obsah

1	Úvod	11
2	Znenie úlohy a ciele jej riešenia	12
3	Použitý hardware a software.....	12
4	Rešeršná časť	13
4.1	Keramické materiály.....	13
4.1.1	Rozdelenie keramických materiálov	13
4.1.2	Štruktúra keramických materiálov.....	16
4.1.3	Postup prípravy konštrukčnej keramiky	16
4.1.4	Mechanické vlastnosti keramických materiálov.....	17
4.1.5	Skúšanie mechanických vlastností keramických materiálov	19
4.2	Weibullova teória najslabšieho článku	20
4.2.1	Všeobecné pojmy teórie spoľahlivosti	20
4.2.2	Weibullove rozdelenie spojitých náhodných veličín.....	21
4.2.3	Výpočet spoľahlivosti systému.....	23
4.2.4	Pravdepodobnosť porušenia súčasti pri pôsobení jednoosovej napätosti.....	26
4.2.5	Pravdepodobnosť porušenia súčasti pri pôsobení viacosovej napätosti.....	27
5	Výpočty pravdepodobnosti porušenia pre jednoosovú napätosť.....	29
5.1	Nosník namáhaný prostým ohybom	29
5.1.1	Popis modelového telesa	29
5.1.2	Analytické stanovenie napätia	30
5.1.3	Určenie pravdepodobnosti porušenia	31
5.1.4	Vplyv veľkosti telesa na pravdepodobnosť jeho porušenia	32
5.2	Nosník namáhaný štvorbodovým ohybom.....	34
5.2.1	Popis modelového telesa	35
5.2.2	Analytické určenie napätia	35
5.2.3	Stanovenie a následné overenie pravdepodobnosti porušenia.....	37
5.2.4	Porovnanie S – kriviek počítaných nosníkov	39
6	Výpočty pravdepodobnosti porušenia pre viacosovú napätosť.....	41
6.1	Valcové teleso.....	42
6.1.1	Popis modelového telesa	42
6.1.2	Analytické stanovenie normálového napätia.....	43
6.1.3	Určenie pravdepodobnosti porušenia	47
6.2	Rotujúca medzikruhová a kruhová stena.....	50
6.2.1	Popis modelových telies	50
6.2.2	Analytické stanovenie napätia	51
6.2.3	Výpočet pravdepodobnosti porušenia	54

6.2.4	Vplyv otáčok na pravdepodobnosť porušenia rotujúcej steny	54
7	Záver.....	56
	Zoznam použitej literatúry.....	58
	Zoznam obrázkov	60
	Zoznam tabuliek	61
	Zoznam grafov.....	62
	Zoznam príloh	63

1 Úvod

Keramické materiály využíva človek už od obdobia neolitu. Príroda poskytovala ľuďom rozmanité zdroje na výrobu rôznych úžitkových aj ozdobných predmetov, mnohé z nich sa zachovali dodnes ako historické artefakty.

V súčasnosti už ale potreby ľuďstva siahajú mnohonásobne ďalej. Na materiály ako také využívané v technológiách sú kladené oveľa vyššie nároky z hľadiska pevnosti, deformácie, odolnosti voči rôznym vplyvom prostredia ako je vlhkosť alebo vysoké teploty. Z tohto dôvodu vznikla po niekoľkých tisícročiach úplne nová skupina materiálov, a síce konštrukčná keramika.

Aj táto frakcia keramiky sa neustále rozvíja. Jej vlastnosti prechádzajú rôznymi štádiami vývinu a evolúcie. Najčastejšie a najviac využívané sú určite jej vysoká oteruvzdornosť a pevnosť v tlaku, tvrdosť, pomerne nízka hmotnosť v porovnaní s kovmi, i fakt, že ide o veľmi dobrý elektrický izolant. No má aj svoje negatíva, ktoré treba brať do úvahy. Určite je vhodné spomenúť malú toleranciu voči tepelným šokom a krehkosť[1].

V technickej praxi často dochádza k skutočnosti, že vďaka svojim kladom nahrádza keramika rôzne súčasti doteraz vyrábané prevažne z kovových materiálov. Či už sú to rôzne keramické puzdrá, hubice, vysokoteplotné izolačné prvky využívané v strojárskom, konkrétne automobilovom, priemysle a iné. Široké použitie má aj v oblasti tribológie.

S rozvojom konštrukčnej keramiky prichádzajú aj inovatívnejšie možnosti jej výroby. Tá má ale stále svoje obmedzenia. Výsledná štruktúra keramiky nie je ideálna, je pórovitá s rôznymi nehomogenitami, obsahuje nečistoty a malé trhliny. Následkom týchto defektov je porušovanie keramiky krehkým lomom a jej z toho vyplývajúce mechanické vlastnosti. Samotným procesom výroby sa tieto nedostatky odstrániť úplne nedajú, je možnosť ich iba obmedziť a správanie materiálu tak mierne upraviť[3].

Pozoruhodným faktom je, že samotná pevnosť krehkých materiálov ako je betón, sklo alebo už spomínaná keramika má tzv. štatistický charakter. Nominálne vzorky pri skúškach lomového správania vykazujú veľkú zmenu veľkosti pevnosti pri rovnakých podmienkach okolia a rovnakom spôsobe zaťaženia (režime aj rýchlosti). Výsledné hodnoty majú teda určitý rozptyl. Takisto existuje vzťah medzi priemernou pevnosťou a veľkosťou súčasti.

Pretože sa keramika aplikuje v rôznych odvetviach a oblastiach, je nutné vedieť popísať podmienky, za ktorých dôjde k jej porušeniu. Existujú rôzne štatistické metódy slúžiace k vyhodnocovaniu experimentálne získaných dát, no najčastejšie sa využíva Weibullova teória najslabšieho článku. Pôvodný článok uverejnil profesor Wallodi Weibull už v tridsiatych rokoch dvadsiateho storočia. Weibullova teória má ale svoje obmedzenia. Najmä vzhľadom k tomu, že na odhad všetkých troch parametrov Weibullovoho rozdelenia stále chýba dostatočné odôvodnenie, v praxi sa využíva hlavne dvojparametrové rozdelenie[20].

Rozvoj výpočtovej techniky v dnešnej dobe umožňuje kombinovať Weibullove poznatky a numerické metódy. Je teda možné vyjadriť pravdepodobnosť porušenia súčasti v závislosti na pôsobiacom napätí u väčšiny keramických vzoriek.

Osobitou skupinou sú telesá, u ktorých sa dá priebeh pôsobiaceho napätia s využitím vedomostí a informácií zo všeobecnej pružnosti a pevnosti materiálov určiť a riešiť analytickým spôsobom. Patria sem napríklad nosníky, valcové telesá a rotujúce kruhové a medzikruhové steny. Práve nimi sa táto práca zaoberá. Napriek tomu, že niekomu by sa mohlo zdať, že ide len o telesá teoretického charakteru, výsledky získané z týchto modelových telies je pri využití určitej rozlišovacej úrovne možné aplikovať na reálne telesá. Preto je nutné vedieť vyhodnotiť ich pevnosť a určiť riziko porušenia a pravdepodobnosť, s akou skutočne k poruche namáhanej súčasti dôjde.

2 Znenie úlohy a ciele jej riešenia

Cieľom je zistiť pravdepodobnosť porušenia popísaných modelových telies (konkrétne: nosník zaťažený prostým alebo štvorbodovým ohybom, valcové teleso a rotujúca medzikruhová a kruhová stena). Tie sú namáhané jednoosou alebo viacosou napätosťou, a teda je možné porovnať postupy výpočtov za využitia Weibullovej teórie pre rôzne typy stavov napätostí, pričom priebehy ich napätí je možné určiť analytickým spôsobom.

Ide teda o niekoľko menších úloh, pričom každá má svoje vlastné zadanie a určené vstupné hodnoty (priame typy úloh). Každá z nich sa ešte vetví na menšie problémy ako napríklad numerická integrácia pre výpočet rizika porušenia u trojosej napätosti. Každý problém je zároveň náležite vyhodnotený a popísaný, porovnávané sú rôzne aspekty, či už je to vplyv veľkosti telesa, charakteru zaťaženia, prípadne otáčok.

Výpočtová časť práce vyvodzuje vzťahy a rovnosti z teoretickej (rešeršnej) časti bakalárskej práce vychádzajúcej z uvedených knižných a internetových zdrojov.

Ciele riešenia týchto úloh sú nasledovné:

✓ *Analytický výpočet napätí modelových telies*

Napätie je stanovované podľa platných zákonov uvedených a odvodených v odborných literatúrach [22] a [23] a ďalej sú jeho hodnoty využívané pri výpočtoch. V prípade valcového telesa a rotujúcej steny sú ich priebehy vykreslené graficky.

✓ *Výpočet pravdepodobnosti porušenia týchto telies*

Pravdepodobnosť poruchy a riziko porušenia súčasti vychádzajú z Weibullovej teórie najslabšieho článku pre jednoosovú a viacosovú napätosť, literatúra [12].

✓ *Vyhodnotenie výsledkov výpočtu*

Výsledky výpočtov sú na záver vyhodnotené, hodnoty vzájomne porovnávané a zohľadnené sú vplyvy rôznych faktorov.

3 Použitý hardware a software

Software použitý k riešeniu problematiky zahŕňa programy MATLAB R2018a, kde je uskutočnená numerická integrácia využívajúca obdĺžnikovú metódu. Takisto program umožňuje vykreslenie priebehu napätí. Pre niektoré grafické závislosti uvedené v práci je využité aj prostredie softwaru Microsoft Excel.

Tieto výpočty a riešenia sú vykonávané a počítané prostredníctvom notebooku Hp Probook 450 G6, s procesorom Intel Core i5 – 8265U Whiskey Lake, RAM: 8GB DDR4 a operačným systémom Windows 10 Pro.

4 Rešeršná časť

4.1 Keramické materiály

Keramika je podľa Heimanna v literatúre [1] definovaná ako anorganický, prevažne polykrystalický materiál na báze nekovových zlúčenín, pripravovaný vysokoteplotným spekaním, čím je možné dosiahnuť jej typické vlastnosti.

Disponuje širokou variabilitou čo sa týka jej pôvodu, využitia a takisto aj mechanických, tepelných, biologických či elektrických vlastností[1]. Medzi tie, ktoré nemožno prehliadnuť, určite patria mimoriadne vysoká tvrdosť, odolnosť voči opotrebeniu, koróziivzdornosť, žiaruvzdornosť, nevodivosť elektrického prúdu, tepelno-izolačná schopnosť ako aj inertnosť voči chemikáliám a potravinám[2].

4.1.1 Rozdelenie keramických materiálov

Keramické materiály je možné deliť podľa rôznych kritérií, či už je to spôsob výroby, využitie, chemické väzby, štruktúra a pod.[3]

Klasifikácia na základe použitých surovín a využitia

Podľa východiskových surovín a spôsobu využitia sa keramika delí na tradičnú a pokročilú keramiku[3].

A. Tradičná keramika

K tradičnej keramike je potrebné poznamenať, že v tomto prípade ide o spracovanie prvotných surovín, ktorými sú zvyčajne prírodné nerasty (íl, kremeň, živec a pod.).

Výsledkom práce sú najmä kuchynské, sanitárne či umelecké produkty, ktoré sú dokončované spekaním pri nižších teplotách. Výroba je cenovo a časovo menej náročná, no konečný materiál obsahuje väčšie množstvo vád, defektov, je pórovitý a hrubozrnný, čo výrazne zhoršuje výsledné mechanické vlastnosti[3].

B. Pokročilá keramika

Pokročilá keramika sa, na rozdiel od tej tradičnej, pripravuje zo syntetických surovín, či už z oxidov, karbidov, nitridov, boridov, prípadne ich zmesí[2]. Cieľom je, aby mal výsledný výrobok napriek vyššej cene čo najlepšie atribúty. Tie sa menia spolu so štruktúrou, chemickým zložením atď.[6]

Medzi pokročilé keramické materiály sa zaraďuje aj biokeramika. Tvorí osobitú skupinu, keďže okrem požiadaviek, ktoré sú spomenuté vyššie musí byť splnená aj biokompatibilita s organizmom človeka.

Pokročilá keramika sa delí na dve ďalšie skupiny: funkčná a konštrukčná keramika[3].

a) Funkčná keramika

Pod pojmom funkčná keramika sa myslí materiál, pre ktorý sú podstatné najmä elektromagnetické, dielektrické, odporové príp. polovodičové vlastnosti, ktoré

vyplývajú z vnútornej štruktúry materiálu a možnej zmeny vzájomnej polohy atómov a elektrónov prostredníctvom vonkajších síl a polí[3].

b) Konštrukčná keramika

Asi štvrtina z celkovej produkcie pokročilej keramiky je zastúpená práve keramikou konštrukčnou. Hlavným kritériom na tieto materiály je nepochybne zachovanie mechanických vlastností v priebehu zmeny teploty, mechanického zaťažovania, ale aj v chemicky agresívnom prostredí chodu súčasti. Tiež sa kladie dôraz napríklad na odolávanie rázom, teplotnú rozťažnosť, lomovú húževnatosť a iné[3].

Klasifikácia na základe chemického zloženia

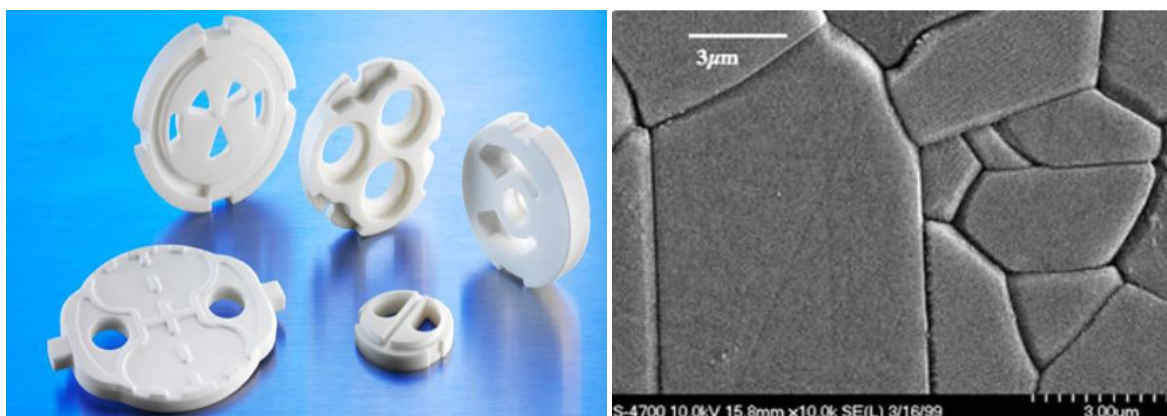
Podľa chemického zloženia je možné pokročilú keramiku rozdeliť do troch skupín, a síce na oxidovú, neoxidovú a kompozitnú keramiku[5].

A. Oxidová keramika

Pozostáva z materiálov na báze oxidov, či už sú to jednoduché kovové oxidy (Al_2O_3 , ZrO_2 , CaO a iné) alebo zložitejšie zlúčeniny (MgAl_2O_4 – spinel, 2SiO_2)[5].

Najznámejším príkladom oxidovej keramiky je oxid hlinitý Al_2O_3 (korund). Vďaka schopnosti dosiahnuť rôzne úrovne čistoty je používaný v technickej praxi viac ako ktorýkoľvek iný konštrukčný keramický materiál. Vyznačuje sa veľmi dobrou schopnosťou elektrickej izolácie, vysokou tvrdosťou, nízkou hustotou, odolnosťou voči opotrebeniu a tiež je biokompatibilný[7].

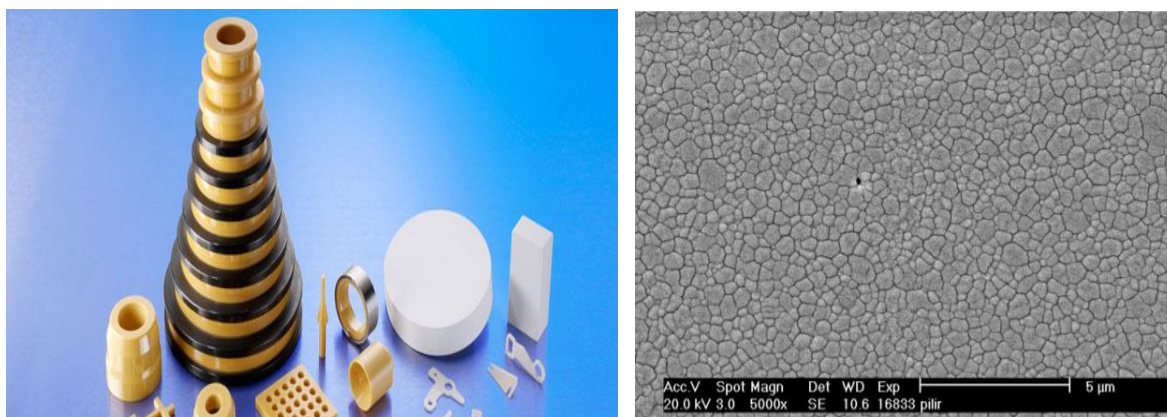
Využíva sa ako obrábací nástroj (keramické doštičky) sivej či tvárnej liatiny a kalených ocelí, tiež sa aplikuje pri výrobe rôznych súčastí čerpadiel a bioimplantátov[3]. Na obrázku 4.1 sú znázornené rôzne súčasti vyrobené z keramiky na báze Al_2O_3 a jej hrubozrnná štruktúra.



Obrázok 4.1: výrobky z keramiky na báze Al_2O_3 a jej štruktúra[7]

Oxid zirkoničitý ZrO_2 je ďalším zástupcom oxidovej keramiky. Známy je vďaka žiaruvzdornosti a vysokej teplote tavenia. Pri porovnaní s Al_2O_3 má vďaka svojej vnútornej štruktúre a schopnosti pri zmene teploty meniť kryštalickú mriežku lepšiu lomovú húževnatosť, takisto sa ukazuje aj lepšia odolnosť voči šíreniu trhliny[6].

Z toho vyplývajú aj jeho aplikácie. Medzi tie sa radí výroba vodiacich kolíkov, dýz, krúžkov ale aj keramických nožov[3]. Príklad súčastí, pri ktorých je možné ZrO_2 použiť a jeho mikroskopickú štruktúru je možno vidieť na obrázku 4.2.



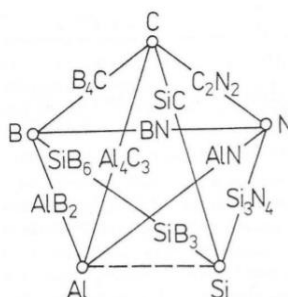
Obrázok 4.2: výrobky z keramiky na báze ZrO_2 a jej štruktúra[11]

B. Neoxidová keramika

Zahŕňa skupinu nitridov, boridov, karbidov a ďalších. Všetky možnosti ich systematického spájania do binárnych nekovových zlúčenín sú znázornené na obrázku 4.3.

Karbid kremíku SiC je jednou z najbežnejších látok typu neoxidickej keramiky[8], a to najmä na základe tepelnej odolnosti a odolnosti voči oxidácii[5]. Je vhodný pre komponenty motorov áut a plynových turbín, či na výrobu brúsnych kotúčov[3].

Druhým typickým zástupcom je nitrid kremíku Si_3N_4 . Ten má v porovnaní s veľkým množstvom keramických materiálov menšiu mernú hmotnosť a tiež lepšiu odolnosť voči teplotným šokom[5]. Významné je jeho použitie na výrobu ložísk, keďže v porovnaní s oceľovými ložiskami pri vyšších otáčkach vykazuje vyššiu odolnosť voči opotrebeniu, a tým sa zvyšuje ich životnosť[3].



Obrázok 4.3: možné systémy zlúčenín tvoriacich neoxidovú keramiku[5]

C. Kompozitná keramika

Ide o mix oxidickej a neoxidickej keramiky, pričom vznikajú viacfázové materiály s vlastnosťami, ktoré vychádzajú z jednotlivých zložiek spojenia. Príkladom môže byť systém $\text{Al}_2\text{O}_3 - \text{TiC}$, $\text{SiC} - \text{Al}_2\text{O}_3$, $\text{AlN} - \text{BN}$...[5].

4.1.2 Štruktúra keramických materiálov

Keramické materiály majú podľa zúženej definície (tá považuje keramiku a sklo za dva odlišné materiály) častice usporiadané prevažne v kryštalickej mriežke[4]. Veľké množstvo keramických materiálov je schopných transformovať svoju kryštalickú mriežku pri zmene teploty, tzn. prechádza polymorfnou premenou. Príkladom je SiC , ktorého štruktúra sa vyskytuje v mriežke kubickej ($\beta - \text{SiC}$) aj hexagonálnej ($\alpha - \text{SiC}$)[5].

Keramiku zvyčajne tvoria minimálne dva prvky, často je to omnoho viac, a to je dôvodom zložitejšieho vnútorného usporiadania než u kovových materiálov.

Chemické väzby vyskytujúce sa v štruktúre sú väzby kovalentné (SiC), iónové (MgO) alebo väzby zmiešané kovalentno-iónové (Al_2O_3). Sú to práve väzby, ktoré majú veľký vplyv na fyzikálne či chemické vlastnosti.

Pre vlastnosti keramiky je podstatným faktorom aj mikroštruktúra, konkrétne výskyt pórovitosti. Tá ma vo výsledku vplyv negatívny rovnako ako nehomogenita materiálu. Vzhľadom k skutočnosti, že u už dokončeného produktu nie je možné mikroštruktúru náležite upraviť, dané nedostatky je potrebné korigovať samotným technologickým procesom výroby[5].

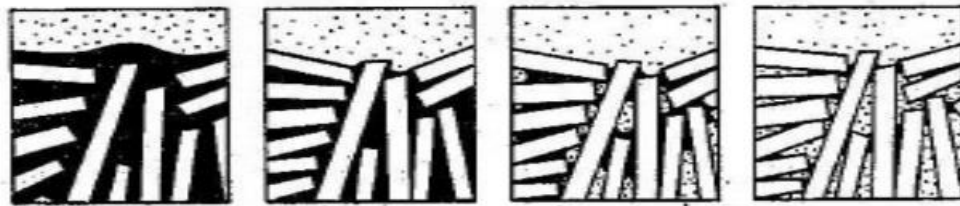
4.1.3 Postup prípravy konštrukčnej keramiky

Prášková metalurgia sa používa pri výrobe asi 99 percent keramických súčastí. Prvým krokom je syntéza východiskového prášku. Bežná výroba využíva metódy chemické, elektrolytické či mechanické[5]. Hlavným kritériom je zabezpečenie čo najvyššej možnej čistoty vstupných surovín. Mikroštruktúra a granulometria, t. j. primeraná veľkosť častíc a ich homogenita, sú obdobne podstatné faktory. Jemnosť zrn je priamo úmerná výslednej kvalite materiálu a jeho mechanických vlastností, preto je potrebné mletie prášku[9].

Pred procesom samotného tvarovania do kompaktného tvaru sa do prášku pridávajú rôzne prímеси, sú to predovšetkým látky podporujúce spekanie materiálu (ovplyvňujú difúziu), ďalej sú to lubrikačné látky (napomáhajú eliminovať trenie medzi časticami) a plastifikátory (zabezpečujú dobré vyplnenie tvaru formy)[5].

K následnému tvarovaniu keramického materiálu môže dochádzať buď za sucha alebo za mokra. Pri mokrom tvarovaní ide o liatie keramickej brečky do foriem, pri suchom tvarovaní sa upravujú prášky napríklad lisovaním, pričom vzniká tzv. surový výlisok. Inými používanými tvarovacími technikami sú tiež plastické vytlačovanie alebo injekčné vstrekovanie do foriem[3].

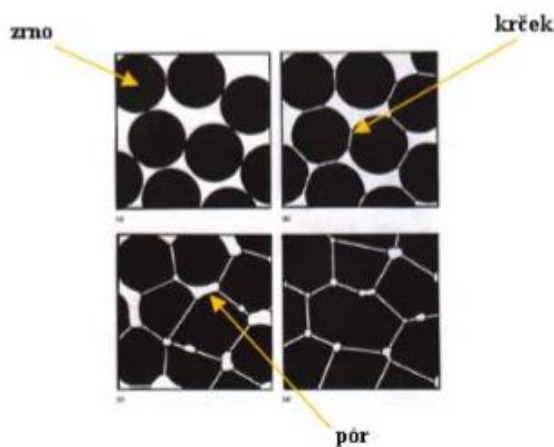
Sušenie je ďalším dejom v postupe prípravy keramiky pri tvarovaní za mokra. Je to proces energeticky náročný. Tiež treba brať do úvahy, že dochádza k odparovaniu vody z povrchu, a že súčasne sa voda z vnútra telesa dostáva na povrch. To má za následok zmrštenie materiálu. Výsledkom môžu byť teda rôzne praskliny, trhliny a iné defekty. Proces sušenia je naznačený na obrázku 4.4.



Obrázok 4.4: Jednotlivé etapy pri procese sušenia keramiky[9] (upravené)

Posledným štádiom je spekanie materiálu. Principiálne ide o tendenciu systému znižovať celkovú povrchovú energiu pomocou procesu difúzie. Tá môže prebiehať v celom objeme alebo po hranici zrna. Výsledkom je spájanie jednotlivých zŕn do väčších celkov, a teda celkové spevnenie a zhutnenie telesa. Rozlišujú sa 4 štádia procesu spekania[9].

Pri nulte fáze dochádza ku kontaktu častíc bez pôsobenia teploty. V prvej fáze dochádza k vytvoreniu tzv. krčkov medzi časticami v mieste ich dotyku. V druhej fáze dochádza k zväčšeniu krčkov, čím sa znižuje pórovitosť (póry sa postupne zatvárajú vďaka zmene tvaru častíc). V tretej fáze sa proces postupne dokončuje a póry sa zatvárajú. Posledná fáza je nežiaduca, pretože dochádza k rastu zŕn, čo spôsobuje hrubozrnnú štruktúru a väčšiu poruchovosť materiálu[9]. Nižšie uvedený obrázok 4.5 znázorňuje popísané štádia procesu spekania keramiky.



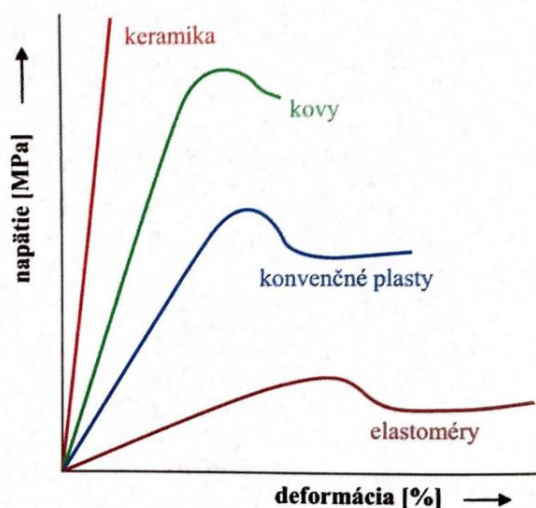
Obrázok 4.5: Štádia procesu spekania keramiky[9] (upravené)

4.1.4 Mechanické vlastnosti keramických materiálov

Mechanické a lomové charakteristiky keramických materiálov sú dané najmä vnútorným usporiadaním, mikroštruktúrou (tá zahŕňa aj výskyt defektov a pórov) a chemickými väzbami, ktoré sú popísané vyššie. Tieto väzby sú pevnejšie než kovové. Spolu s pomerne komplikovanou štruktúrou vedú k vysokej tvrdosti a pevnosti, no na úkor nižšej plasticity a lomovej húževnatosti, t. j. schopnosti materiálu odolávať rastu trhlín. Následkom je tendencia porušovania krehkým lomom[2].

Uvedené poznatky možno demonštrovať na obrázku 4.6, kde je ukázaný príklad ťahového diagramu. V ňom je možné porovnať mechanizmus porušovania keramiky, kovov, konvenčných plastov a elastomérov. Je vidieť, že pri kovových materiáloch dochádza najprv

k vratnej deformácii (platí Hookeov zákon) a pri väčšom mechanickom zaťažení je možná deformácia nevratná. Na druhej strane pri keramickom materiáli dochádza takmer okamžite po oblasti elastickej deformácie k náhlemu lomu, pričom sa uvoľní celá nazhromaždená energia trhliny[3].



Obrázok 4.6: Napätovo-deformačné charakteristiky keramiky, kovov, konvenčných plastov a elastomérov[2]

Z porovnania vyplýva hlavný problém využívania keramických materiálov, a teda ich krehkosť. Jej podstata má základ, ako už bolo uvedené, v chemických väzbách, ktoré vytvárajú veľký odpor pri pohybe dislokácií, a tým znemožňujú uvoľnenie napätia v defektoch. Sekundárnou príčinou je teda samotná prítomnosť defektov, trhlín, pórov alebo hrubých zŕn, ktorých výskyt je podmienený technológiou procesu výroby[10]. Tieto vady majú rozdielnu veľkosť, tvar i natočenie a výrazne znižujú schopnosť keramiky odolať ťahovému namáhaniu[3].

O trhlínach a defektoch hovoríme ako o koncentrátoroch napätia, keďže v ich okolí sa napätie niekoľko násobne zvyšuje. Pokiaľ toto napätie nadobudne hodnotu rovnú alebo väčšiu než je kritická hodnota, dochádza k tzv. medznému stavu krehkej pevnosti. Keďže na rozdiel od tvárnych kovov v keramike neprebiehajú procesy, ktoré by pohltili naakumulovanú energiu, trhlina sa začne šíriť a zapríčiní lom[2].

Pri tlakovom zaťažovaní dochádza k opačnému javu, a síce trhliny majú tendenciu sa uzatvárať. Výsledkom je teda pomerne dobrá pevnosť v tlaku (podľa literatúry [2] je približne o jeden rád vyššia než pevnosť v ťahu), zatiaľ čo pri ťahovom namáhaní sa keramika vyznačuje krehkým lomovým správaním. Rovnako platí aj vyššia pevnosť v ohybe než v ťahu.

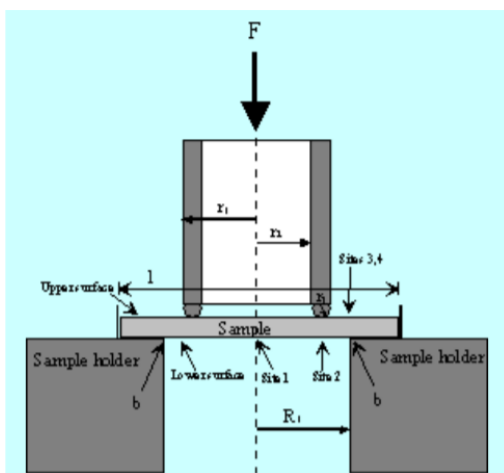
Dôležité je poznamenať, že pevnosť ovplyvňuje aj množstvo a distribúcia defektov. To znamená, že porušenie závisí nielen na veľkosti trhliny, ale aj na celkovom objeme súčasti, keďže so zväčšujúcim objemom sa zvyšuje pravdepodobný výskyt trhlín, t. j. iniciátorov šírenia lomu.

Zlepšovanie mechanických vlastností keramiky je teda čiastočne možné. Napríklad zvýšením lomovej húževnatosti alebo snahou o znižovanie prítomných vád (zjemnenie zrna, precízna výroba...), ich úplne odstránenie ale nie je možné[2].

4.1.5 Skúšanie mechanických vlastností keramických materiálov

Pre určenie lomovej húževnatosti sa používajú rôzne metódy. Prvým typom sú indentačné skúšky (Vickers, Knoop), avšak tie sa používajú len výnimočne. Ďalej to môže byť ťahová skúška. Vhodné sú tiež ohybové skúšky, pričom na vzorke je prítomný zárodok defektu (povrchová trhlinka, rovný ostrý vrub...).

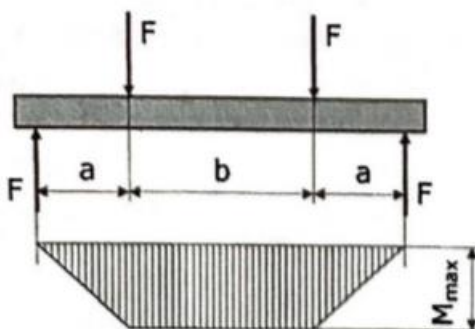
Všetky predchádzajúce skúšky sú vhodné pri jednoosovej napätosti. Pokiaľ sa jedná o viacosovú napätosť používa sa napríklad tzv. Ring on ring test. Princípom je vytvorenie trojosovej napätosti zaťažovacím prstencom tak, ako je zobrazené na obrázku 4.7[10].



Obrázok 4.7: Schematické zobrazenie Ring on ring testu[10]

Skúška na 4-bodový ohyb

Keďže keramika je veľmi tvrdý materiál, úprava veľkého množstva vzoriek pre ťahovú skúšku je pomerne náročná, zároveň je pevnosť v ťahu, ako už bolo spomenuté, výrazne nižšia než pevnosť v ohybe. Z toho dôvodu sa využíva najmä skúška na 4 – bodový ohyb[3]. Výhodou je možnosť aplikácie pri vyšších teplotách a priame meranie priehybu[10]. Táto skúška tiež požaduje vzorky, ktoré sú omnoho jednoduchšieho tvaru a majú podstatne menšie rozmery, zato ich povrch musí mať vysokú kvalitu[3]. Schematicky znázornená skúška je na obrázku 4.8.



Obrázok 4.8: Princíp skúšky na 4-bodový ohyb[3]

Hodnoty pevnosti rovnakých vzoriek namerané pri ohybovej skúške (ale aj skúškach na ťah alebo únavu materiálu) vykazujú markantný rozsah hodnôt, t. j. napriek rovnakému materiálu a technológii výroby sa súčiastka poruší pri rozdielnom zaťažení[3]. Z uvedeného plynie tzv. štatistická povaha krehkého lomu. K jeho popisu slúži Weibullova teória najslabšieho článku, pomocou ktorej je možné zistiť pravdepodobnosť porušenia súčasti pri konkrétnom namáhaní[10].

4.2 Weibullova teória najslabšieho článku

Keramické materiály vykazujú krehké lomové správanie, tomu je nutné prispôbiť popis ich správania sa. Vo svojej štruktúre obsahujú nehomogenity a trhliny. Pôsobením konkrétneho zaťaženia sa tieto trhliny začínajú šíriť a pri dosiahnutí určitej hodnoty napätia stúpajúcej s hodnotami namáhania dochádza k porušeniu súčasti, a teda k jeho deformácii. Presne určiť trhlínu, ktorá sa pri tomto napätí začne šíriť ale nie je možné[19].

Vzhľadom k už uvedeným skutočnostiam v kapitole 4.1.4 je možné tvrdiť, že pevnosť keramických materiálov má štatistickú povahu. Rozbor spoľahlivosti a bezporuchovosti systému teda primárne vychádza z hodnôt získaných rôznymi skúškami a meraniami, ktoré sa vyhodnocujú pomocou množstva rôznych matematických štatistických metód. Preto sa využíva pravdepodobnosť a na jej výpočet Weibullova teória najslabšieho článku publikovaná už v roku 1939, ktorá tento fakt berie do úvahy[10].

4.2.1 Všeobecné pojmy teórie spoľahlivosti

Podľa zdroju [18] je spoľahlivosť systému definovaná ako schopnosť systému fungovať podľa vopred stanovených nárokov a v časovom intervale, kedy sú tieto nároky požadované. Zároveň však musia byť zaistené vhodné pracovné podmienky.

Pri rozbere experimentálne získaných dát a následnom využívaní štatistických metód je predpokladom, že sledované veličiny v obore spoľahlivosti sú nezáporné spojité náhodné veličiny τ , pričom väčšinou ide o dobu bezporuchového chodu súčasti, t. j. čas, kým dôjde k porušeniu činnosti mechanizmu, pre hodnoty reálneho parametru (zvyčajne ide o čas) teda platí $t \in \langle 0, \infty \rangle$ [15].

Distribučná funkcia $F(t)$, hustota pravdepodobnosti $f(t)$, doplnok distribučnej funkcie $R(t)$ a intenzita $\lambda(t)$ sú funkčné charakteristiky, ktoré sú vo všeobecnosti bližšie určujúce pre náhodnú veličinu τ [15]. Všetky vzťahy pre uvedené funkčné charakteristiky sú uvedené podľa zdroja [13]. Distribučná funkcia $F(t)$ náhodnej veličiny je definovaná nasledovne.

$$F(t) = P(\tau < t) \quad (1)$$

Vzťah (1) platí pre $t \in (-\infty, \infty)$, z čoho vyplýva, že pre $t \in \langle -\infty, 0 \rangle$ je $F(t) = 0$. Ďalej je hustota pravdepodobnosti $f(t)$ určená rovnicou (2), ktorá platí pre všetky $t \in (-\infty, \infty)$.

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (2)$$

Doplnok distribučnej funkcie náhodnej veličiny $R(t)$ je funkcia matematicky naznačená ďalej.

$$R(t) = 1 - F(t) = P(\tau \geq t) \quad (3)$$

Poslednou funkčnou charakteristikou je intenzita $\lambda(t)$, čo je funkcia definovaná vzťahom

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (4)$$

Všetky vyššie uvedené charakteristiky majú svoju konkrétnu interpretáciu a názov. V prípade, že sledovaná náhodná veličina je doba do poruchy súčasti, funkčné charakteristiky $F(t)$, $f(t)$, $R(t)$ a $\lambda(t)$ sa nazývajú pravdepodobnosť poruchy, hustota pravdepodobnosti poruchy, pravdepodobnosť bezporuchového chodu súčasti a intenzita poruchy[15].

4.2.2 Weibullove rozdelenie spojitých náhodných veličín

Hustota pravdepodobnosti a jej graf sú pri Weibullovom rozdelení závislé na 3 parametroch. Sú to parameter tvaru b , parameter mierky δ a prahový parameter c [13].

Hodnota b je vo väčšine prípadov medzi 0,5 až 8,0. Ovplyvňuje samotný tvar krivky $f(t)$ a teda v závislosti na tejto hodnote môže prechádzať hustota pravdepodobnosti Weibullovoho rozdelenia na krivky hustoty pravdepodobnosti iných rozdelení, napríklad pre $b = 1$ je rovné exponenciálnemu, pri $b = 3,6$ sa blíži normálnemu rozdeleniu pravdepodobnosti. Z toho vyplýva, že použiteľnosť Weibullovoho rozdelenia je naozaj rôznorodá, či už ide o dobu do poruchy opotrebených súčastí, elektroniky, prípadne porušenia najslabších súčastí väčších systémov.

Mierku na časovej osi zase charakterizuje parameter δ . To znamená, že nemení vzhľad $f(t)$ krivky, ale určuje len časovú zmenu, t. j. hodiny, mesiace, cykly a pod. Nazýva sa aj Weibullovým charakteristickým životom.

Posledný parameter c , označovaný tiež aj ako parameter polohy, určuje minimálnu hodnotu času, kedy môže k porušeniu dôjsť, teda práve tu sa začína sledovať veličina t [14]. Avšak pri aplikácii Weibullovoho rozdelenia pre Weibullovu teóriu najslabšieho článku má tento parameter fyzikálny význam napätia.

Weibullovo rozdelenie môžeme definovať podľa vyššie uvedených veličín. Rozlišujeme trojparametrové, dvojparametrové a jednoparametrové rozdelenie[14]. Podľa zdroja [13] je

pre funkciu $f(t)$ trojparametrového rozdelenia $W(b, c, \delta)$, kde $t \in (c, \infty)$, $b > 0$, $\delta > 0$ a c je reálne číslo, možné písať nasledujúci vzťah.

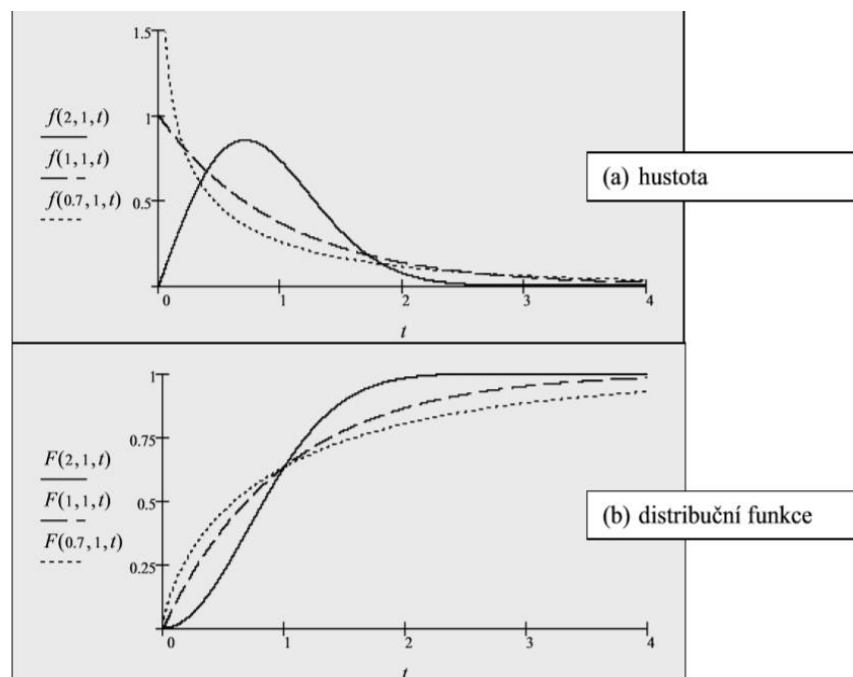
$$f(t) = \frac{b}{\delta} \left(\frac{t-c}{\delta} \right)^{b-1} \exp \left[- \left(\frac{t-c}{\delta} \right)^b \right] \quad (5)$$

Ďalej po dosadení do rovnice (2) a zintegrovaní dostaneme podľa [13] vzťah pre distribučnú funkciu $F(t)$.

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t-c}{\delta} \right)^b \right] \quad (6)$$

Pri dvojparametrovom rozdelení $W(b, \delta)$ ide vlastne o trojparametrové, pričom $c = 0$. Dvojparametrové Weibullovo rozdelenie je teda zovšeobecnenie a zjednodušenie trojparametrového [14]. Potom definícia vzťahov pre $f(t)$ a $F(t)$ takéhoto rozdelenia z rovností (5) a (6) je pomerne jednoduchá a ich uvedenie nepotrebné.

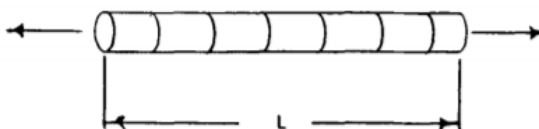
Obrázok 4.9 zobrazuje tvar kriviek $f(t)$ a $F(t)$ troch rôznych rozdelení, a to $W(2, 1, t)$, $W(1, 1, t)$ a $W(0,7, 1, t)$. Vhodné je všimnúť si, že ide o trojparametrové rozdelenia, pričom sa mení iba parameter tvaru ozn. b . Z grafov je možné vidieť, ako ovplyvňuje hodnota b krivky jednotlivých charakteristík.



Obrázok 4.9: Vplyv parametru b na tvar kriviek hustoty pravdepodobnosti a distribučnej funkcie [13] (upravené)

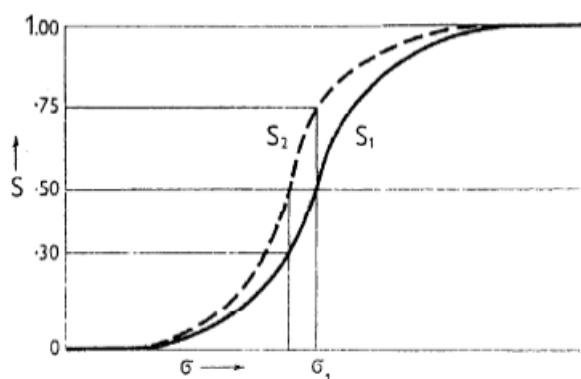
4.2.3 Výpočet spoľahlivosti systému

Koncepčným základom Weibullovej teórie je tvrdenie, že k lomu dochádza, keď sa dostaví lom najslabšieho článku celého systému, t. j. systém je tak odolný, ako je odolný jeho najslabší článok. Túto teóriu je možné dobre demonštrovať napríklad na obrázku 4.10. Ten zobrazuje tyč dĺžky L zloženú z úsekov s jednotkovými dĺžkami, vystavenými prostému ťahu po celej svojej dĺžke s hodnotou normálového napätia σ . Predpokladá sa, že každý jednotkový úsek má rovnakú pravdepodobnosť porušenia, a síce platí $P_f = f(\sigma)$. Teda pravdepodobnosť porušenia každého z dĺžkových dielov tyče je funkčnou závislosťou pôsobiaceho napätia σ , a dalo by sa očakávať, že s rastúcou hodnotou napätia porastie aj hodnota P_f a naopak klesne spoľahlivosť celého systému [16].



Obrázok 4.10: Zložená tyč dĺžky L [16] (upravené)

Pre veľmi nízku hodnotu σ bude teda hodnota pravdepodobnosti P_f približne rovná nule, pri značne veľkých hodnotách napätia σ zase takmer jedna. Grafom tejto závislosti, t. j. závislosti pravdepodobnosti poruchy na napätí, je tzv. S krivka [12]. Eventuálny priebeh funkcie $P_f = f(\sigma)$ zobrazuje obrázok 4.11, kde je pravdepodobnosť na rozdiel od tejto práce označovaná písmenom S , no z hľadiska pochopenia jednotlivých súvislostí je nutné značenie z rôznych literatúr zjednotiť.



Obrázok 4.11: Funkčná závislosť pravdepodobnosti porušenia ozn. S na zaťažení telesa [12]

Všetky nasledujúce vzťahy tejto podkapitoly, ktoré je vo výpočtoch možné uplatniť vychádzajú zo zdroja [12].

Pokiaľ je spoľahlivosť celého systému daná ako P_s , z matematického aspektu ide o jav opačný k pravdepodobnosti porušenia P_f , teda P_s je doplnkom P_f , a musí platiť táto rovnosť.

$$P_f + P_s = 1 \quad (7)$$

Pri systéme, ktorý pozostáva z n počtu individuálnych segmentov (článkov), je adekvátne usudzovať, že ide o sériové usporiadanie. Celková spoľahlivosť je teda určená súčinom spoľahlivostí jednotlivých úsekov tohto systému P_{si} .

$$P_s = \prod_{i=1}^n P_{si} \quad (8)$$

Ďalej je uvažované, že P_{si} ako spoľahlivosť jednotlivých segmentov je pre každý úsek rovnaká. Pokiaľ je, povedzme, riešené teleso z obrázka 4.10 celkovej dĺžky L pozostávajúce zo segmentov jednotkových dĺžok, obsahuje teda L počet úsekov, vzťah (8) je ekvivalentný nasledujúcemu.

$$P_s = P_{si}^L \quad (9)$$

S využitím rovnice (7) a po jej dosadení do vzťahu (9) je vyjadrená ďalšia rovnosť, kde P_{fi} udáva pravdepodobnosť porušenia jednotlivých článkov sústavy.

$$1 - P_f = (1 - P_{fi})^L \quad (10)$$

Zlogaritmovaním a ďalšími úpravami má vzťah (10) takýto tvar.

$$\ln(1 - P_f) = L \cdot \ln(1 - P_{fi}) \quad (11)$$

Dĺžka L môže byť potom nahradená objemom V namáhaného systému, vďaka ich proporcionalite. To znamená, že pri výpočte objemového telesa s celkovým objemom V , ktoré sa skladá z úsekov s jednotkovým objemom, toto teleso obsahuje V množstvo článkov systému a platí ekvivalentný vzťah k rovnosti (11).

$$\ln(1 - P_f) = V \ln(1 - P_{fi}) \quad (12)$$

Ak bude výraz $-\ln(1 - P_f)$ označený ako B, čo je tzv. riziko porušenia, platí ďalšia rovnosť.

$$B = -V \ln(1 - P_{fi}) \quad (13)$$

Pozorovaný materiál je klasifikovaný ako spojité, lineárne pružný a izotropný. Spolu s týmto faktom treba brať do úvahy aj tvrdenie vyslovené vyššie v tejto kapitole, a síce, že spoľahlivosť a pravdepodobnosť porušenia sú rovnaké pre každý článok systému, pričom ide o konštantné hodnoty. Keďže pravdepodobnosť porušenia systému je funkciou napätia, a to sa môže v celkovej dĺžke (objeme) súčasti meniť, môže sa zmeniť i pravdepodobnosť poruchy. V tomto prípade vzťah pre riziko porušenia B pre nekonečne malý elementárny prvok s objemom dV je rovný danému integrálnemu výrazu.

$$B = - \int_V \ln(1 - P_{fi}) dV \quad (14)$$

Vyššie už bolo zmienené, že pravdepodobnosť poruchy je funkcia σ , preto je možné prepísať vzťah (14) pomocou funkcie $n(\sigma)$, ktorá sa líši pre rôzne typy zaťaženií a druhy napätostí v závislosti na konkrétnom prípade. Pri ľubovoľnom napätí v telese je teda riziko porušenia a pravdepodobnosť poruchy rovná vzťahom (15) a (16).

$$B = \int_V n(\sigma) dV \quad (15)$$

$$P_f = 1 - e^{-B} \quad (16)$$

Rovnosť (16) vyjadruje základný princíp izotropických krehkých materiálov. Vo vyššie uvedenej rovnosti $n(\sigma)$ je zase funkcia charakterizujúca pevnostné vlastnosti materiálov.

Pre anizotropické materiály je funkcia $n(\sigma)$ závislá nielen na hodnote napätia ale aj jeho smere. V skutočnosti totiž vôbec nie je neobvyklé, že trhlina sa začne šíriť od povrchu smerom do stredu súčasti, pričom vlastnosti na povrchu a vo vnútri telesa sa líšia napríklad následkom technológie spracovania. Týmto prípadom sa ale táto konkrétna práca nezaobrá.

4.2.4 Pravdepodobnosť porušenia súčasti pri pôsobení jednoosovej napätosti

Jednou z najzákladnejších oblastí využitia Weibullovej teórie je určite stav jednoosovej napätosti, kedy je funkcia $n(\sigma)$ podľa prameňa [16] definovaná pre dvojparametrové Weibullovo rozdelenie rovnicou (17) a pre trojparametrové rozdelenie rovnicou (18).

$$n(\sigma) = \frac{\sigma^m}{\sigma_0^m} \quad (17)$$

$$n(\sigma) = \frac{(\sigma - \sigma_u)^m}{\sigma_0^m} \quad (18)$$

Z uvedených rovníc je vidieť, že pri dvojparametrovom rozdelení chýba v rovnici (17) člen σ_u , resp. tento člen je nulový. Po dosadení do rovnice (15) a (16) vychádzajú pri trojparametrovom Weibullovom rozdelení pre riziko porušenia B a pravdepodobnosť porušenia P_f vzťahy (19) a (20)[12]. Intuitívne by sa dalo očakávať, že trojparametrové rozdelenie poskytne lepší opis krehkého lomu kvôli prítomnosti σ_u . Avšak väčšina prípadov jednoosového zaťaženia keramických materiálov využíva práve dvojparametrové rozdelenie kvôli značným ťažkostiam a neistote spojenými s experimentálnym získavaním σ_u [17].

$$B = \int_V \frac{(\sigma - \sigma_u)^m}{\sigma_0^m} dV \quad (19)$$

$$P_f = 1 - e^{-\int_V \frac{(\sigma - \sigma_u)^m}{\sigma_0^m} dV} \quad (20)$$

Veličiny, ktoré vo vzťahoch tejto kapitoly vystupujú sú interpretované ďalej. Všetky ich hodnoty sú získavané experimentálnymi metódami, v rôznych literatúrach sa preto môžu líšiť.

Charakteristické napätie σ_0 závisí od konfigurácie napätia a veľkosti vzorku[17]. Za predpokladu, že objem súčasti V je jednotkovým objemom a súčasne platí $\sigma = \sigma_0$, dosahuje pravdepodobnosť porušenia P_f 63 %. Zároveň však musí byť splnená podmienka $\sigma_u = 0$, musí ísť teda o dvojparametrové Weibullovo rozdelenie pravdepodobnosti[12].

Parameter prahového napätia σ_u predstavuje minimálne napätie, pod ktorým sa vzorka neporuší[17], t. j. pravdepodobnosť poruchy je rovná nule. Na rozdiel od hodnoty σ_0 je konštantný a nezávislý na objeme či rozmeroch vzorku a jeho zaťažení[19].

Bezrozmerný parameter m je označovaný ako tzv. Weibullov modul a podľa meniacich sa hodnôt napätia predstavuje index stupňa rozptylu nameraných hodnôt pevnosti vzorku. Platí, že tento rozptyl klesá so zvyšujúcou sa hodnotou m , naopak hodnoty hustoty

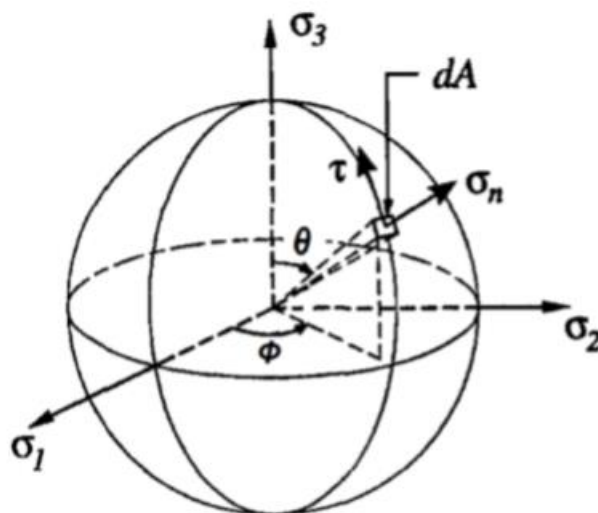
pravdepodobnosti stúpajú. Ak exponent m nekonečne stúpne, S krivka pre hodnotu napätia $\sigma = \sigma_0$, preskočí z hodnoty 0 na 1[12].

4.2.5 Pravdepodobnosť porušenia súčasti pri pôsobení viacosovej napätosti

Weibullova teória najslabšieho článku je vhodná aj pre riešenie príkladov, kde figuruje viacosová priestorová napätosť. Konkrétne bude teda riešený najvšeobecnejší možný trojosový stav napätosti.

Na začiatok je podstatné zdôrazniť predpoklad výskytu trhlín v keramických materiáloch, ktorých prítomnosť spôsobí krehký lom. Pre krehké materiály, medzi ktoré sa keramika nepochybne zaraďuje, je vhodné uvažovať, že tu nastáva normálový mód šírenia trhlín. To znamená, že na porušení súčasti sa bude podieľať prevažne normálové napätie (závisí na všetkých troch hlavných napätiach), ktoré je súčasne jediné uvažované[20]. Z hľadiska vnútornej štruktúry keramických materiálov je zrejme, že už spomínané trhliny, ktoré sa v nej nachádzajú sa budú otvárať len za účinku ťahového napätia ($\sigma > 0$), pričom tlakové napätie ($\sigma < 0$) nemá na rozrušovanie hmoty nijaký vplyv[12].

Keďže ide o trojdimenzionálnu napätosť, je nutné tomu prispôbiť aj výpočtové vzťahy. Postupuje sa integráciou účinkujúceho normálového napätia cez plochu povrchu gule, ktorej polomer je jednotkový[20]. Tento povrch je zachytený na obrázku 4.12. Avšak vzhľadom k tomu, že napätie musí byť kladné a guľa je teleso symetrické, sa tento povrch zredukuje v matematických kalkuláciách po dosadení medzi integrálu na polovicu[12]. Dôvodom daného postupu je funkčná závislosť hodnoty veľkosti normálového napätia na jeho priestorovej orientácii[20].



Obr. 4.12: Zobrazenie jednotkovej guľovej plochy spolu s normálovým napätím v Haighovom priestore [21]

Zdroj [20] takisto uvádza s využitím sférických súradníc vzťah (21) pre normálové napätie ako závislosť na veľkosti troch hlavných napätí σ_1 , σ_2 , σ_3 a uhlov φ a Θ , ktoré zabezpečujú jeho orientáciu v priestore. Všetky spomenuté veličiny spolu s ich orientáciou sú takisto znázornené na obrázku 4.12.

$$\sigma_n = \sin^2\theta \cdot (\sigma_1 \cdot \cos^2\varphi + \sigma_2 \cdot \sin^2\varphi) + \sigma_3 \cdot \cos^2\theta \quad (21)$$

Namiesto normálového napätia σ_n sa na zistenie rizika porušenia súčasti využíva hodnota ekvivalentného napätia označeného σ_e . Jeho zavedenie je prakticky formálna záležitosť, keďže ide skôr o matematickú formuláciu už vyššie uvedenej skutočnosti, t. j. že hodnota normálového napätia musí byť kladná[21]. Platí teda vzťah (22).

$$\sigma_e = \begin{cases} \sigma_n & \sigma_n > 0 \\ 0 & \sigma_n \leq 0 \end{cases} \quad (22)$$

Riziko porušenia súčasti B všeobecne vyjadrené rovnosťou (15), po následnom dosadení a úprave vzťahov uvedených v tejto podkapitole, je pre viacosovú napätosť určené rovnicou (23). Ďalej vzťah (24) pre výpočet pravdepodobnosti porušenia súčasti P_f vychádza z už uvedenej rovnosti (16) a doplnení vzťahu (23). Obe nasledujúce rovnice sú interpretované prameňom [12].

$$B = \int_V k \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_e^m \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \right) dV \quad (23)$$

$$P_f = 1 - e^{-\left[\int_V k \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_e^m \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \right) dV \right]} \quad (24)$$

Vo vzťahoch (23) a (24) vystupuje konštanta k , ktorej hodnota je uvedená nižšie. Zdroj [12], kde je vysvetlené a okomentované jej odvodenie, vychádza z toho, že výsledné hodnoty B , a teda aj P_f modelu pri jednoosej napätosti musia byť rovnaké v porovnaní s modelom vytvoreným priamo pri uvažovaní jednoosovej napätosti.

$$k = \frac{2m + 1}{2\pi \cdot \sigma_0^m} \quad (25)$$

5 Výpočty pravdepodobnosti porušenia pre jednoosovú napätosť

Pre všetky výpočty pravdepodobnosti porušenia súčasti pre jednoosovú napätosť je využité dvojparametrové Weibullovo rozdelenie s hodnotami Weibullovoho modulu $m = 7,19$ a hodnotou charakteristického napätia $\sigma_0 = 473,8 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^{3/7,19}$. Tieto hodnoty nie sú odvodené v tejto práci, ale poskytnuté od pána Ing. Jaroslava Kováče a prevzaté z jeho práce, zdroj [21].

Vlastný výpočet rizika porušenia a samotnej pravdepodobnosti porušenia súčasti v stave jednoosej napätosti vychádza zo vzťahov už spomenutých. Konkrétne sú to vzťahy v tejto práci označené (19) a (20) vychádzajúce z literatúry [12]. Tie sú však mierne modifikované a upravené. Keďže pre stanovenie výsledku je z dôvodu pomerne náročného experimentálneho zistenia prahovej hodnoty napätia využité dvojparametrové Weibullovo rozdelenie, t. j. platí, že prahová hodnota napätia $\sigma_u = 0$, prechádzajú rovnosti (19) a (20) na rovnice (26) a (27), pričom jednotlivé členy v nich vystupujúce sú popísané v kapitole 4.2.4.

$$B = \int_V \frac{\sigma^m}{\sigma_0^m} dV \quad (26)$$

$$P_f = 1 - e^{-\int_V \frac{\sigma^m}{\sigma_0^m} dV} \quad (27)$$

Všetky modely sú vyrobené z keramiky na báze oxidu hlinitého. Tento materiál je považovaný za lineárne pružný a izotropný. Na jeho definovanie slúži Youngov modul pružnosti $E = 390 \text{ GPa}$ a Poissonov pomer, ktorého hodnota je $\mu = 0,24$ [21].

Pri súčastiach je uvažované, že sa tu nenachádza žiadne okolie. To znamená, že model nemôže s prostredím interferovať, a tak je zamedzené javu, kedy by toto prostredie zanechalo trvalý vplyv na výsledok výpočtu.

5.1 Nosník namáhaný prostým ohybom

Podľa [23] je možné tvrdiť, že prút je namáhaný prostým ohybom vtedy, keď platia všetky prútové predpoklady a je možné prvok uvoľniť v stave pred deformáciou. Takisto sú všetky výsledné vnútorné účinky (ďalej už len VVÚ) nosníku okrem konštantného ohybového momentu po strednici nosníku M_0 nulové.

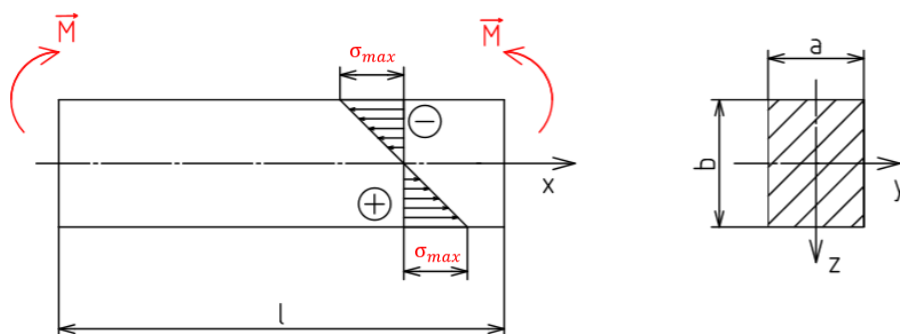
Vonkajším prejavom namáhania je deformácia telesa. Jej veľkosť je priamo úmerná veľkosti pôsobiaceho napätia. U nosníkov dochádza k priehybu strednice, pričom sa priečny prierez nemení, mení sa len jeho orientácia v priestore.

5.1.1 Popis modelového telesa

Modelovým telesom (viď obr. 6.1) je priamy prizmatický prút s priečnym prierezom tvaru obdĺžnika namáhaný prostým ohybom. To značí pôsobenie nemenného ohybového

momentu M_0 po celej dĺžke nosníku. Ide o teleso, v ktorom je možný vzhľadom k platnosti prútových predpokladov vznik jednoosového stavu napätosti v bode so všeobecnou polohou.

Uvažované rozmery nosníku, spolu so zvoleným súradným systémom, opäť naznačené na obrázku 5.1, sú jeho dĺžka $l = 21$ mm a šírka a výška priečného prierezu $b = 5$ mm, $a = 3$ mm. Veľkosť záťažového momentu $M = 3000$ Nmm. V prípade nosníku je uvažovaný pôsobiaci moment po celej jeho dĺžke nemenný, vzhľadom k uvažovanej statickej rovnováhe teda väzby nie sú potrebné.



Obr. 5.1: Prút namáhaný prostým ohybom so zobrazením priebehu napätia po priereze

5.1.2 Analytické stanovenie napätia

Vzhľadom k tomu, že ide o nosník s konštantným prierezom tvaru obdĺžnika, napätie je možné riešiť analyticky na úrovni lineárnej pružnosti a pevnosti.

Priebeh napätia po priečnom priereze je lineárneho charakteru, a preto podľa [23] platí pre jeho veľkosť vzťah (30) geometricky vyjadrujúci priamku. Obrázok 5.1 takisto zobrazuje aj priebeh napätia s vyznačenou maximálnou kladnou a zápornou hodnotou σ_{max} .

Najprv je teda nutné zistiť, čomu je rovný ohybový moment M_0 a kvadratický moment k ose y J_y . Ten je opäť vyjadrený v literatúre [23] vzťahom (28), z ktorého je odvodená integráciou a pomocou Steinerovej vety rovnica (29) pre ťažiskový kvadratický moment J_{yT} . Z grafického posúdenia VVÚ platí po celej dĺžke nosníku l rovnosť $M = M_0$. Z toho vyplýva, že rovnako ako ohybový moment bude aj napätie ním spôsobené po celej dĺžke nosníku l konštantou.

$$J_y = \int_S z^2 dS \quad (28)$$

$$J_{yT} = \frac{b^3 a}{12} \quad (29)$$

$$\sigma = \frac{12M_0}{b^3 a} z \quad (30)$$

5.1.3 Určenie pravdepodobnosti porušenia

Normálové napätie vplyvom ohybového momentu s lineárnym priebehom (pozri obr. 5.1) je v neutrálnej osi (prechádzajúcej ťažiskom pričného prierezu) rovné nule. Neutrálna os rozdeľuje napätie podľa znamienka, t. j. v hornej polovici nosníku je napätie záporné (tlakové) a v spodnej naopak kladné (ťahové). Keďže k porušeniu súčasti prispieva len ťah, tento fakt sa odrazí v určení medzí objemového integrálu vo vzťahu (31), kde namiesto rozmeru $-b/2$ figuruje 0. Pre predstavu výpočtu sú uvedené aj ďalšie kroky v úprave vzťahu pre riziko porušenia B (32) a (33).

$$B = \int_0^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_0^l \left(\frac{12M}{b^3 a \sigma_0} \right)^m z^m dx dy dz \quad (31)$$

$$B = \left(\frac{12M}{b^3 a \sigma_0} \right)^m \int_0^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} l z^m dy dz \quad (32)$$

$$B = \left(\frac{12M}{b^3 a \sigma_0} \right)^m \cdot l \cdot a \cdot \frac{\left(\frac{b}{2} \right)^{m+1}}{m+1} \quad (33)$$

Výsledkom úpravy predchádzajúceho trojitého integrálu je konečný vzťah (34) pre výpočet B zhodný s výsledkom uvedeným v článku od Weibulla. Pravdepodobnosť porušenia P_f vychádza zo vzťahu (27).

$$B = \frac{V}{2(m+1)} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (34)$$

Konkrétne hodnoty výsledkov zo vzťahov analyticky odvodených v tejto kapitole boli z dôvodu efektivity a rýchlosti výpočtu následne spočítané v programe MATLAB. Časť vytvoreného scriptu je na obrázku 5.2, kde je na riadkoch 14 a 15 možné vidieť použité rovnice (34) a (27). Výsledné hodnoty pre riziko porušenia a pravdepodobnosť poruchy sú 0,1446 a 13,46 %.

```

2      %rozmary telesa
3      a=3;
4      b=5;
5      l=21;
6      M=linspace(0,7000);
7      %parametre Weibullovo rozdelenia
8      m=7.19;
9      sigma0=473.8;
10     %výpočet konkrétnej úlohy
11     V=a*b*l;
12     Mo=3000;
13     sigmamax=(12*Mo*b)/(b^3*a^2);
14     B0=(V/(2*(m+1)))*(sigmamax/sigma0).^m;
15     Pf0=(1-exp(-B0))*100;
16     disp('pravdepodobnosť porušenia súčasti v percentách je')

```

Obr. 5.2: Časť skriptu pre výpočet B a P_f prútu namáhaného prostým ohybom

5.1.4 Vplyv veľkosti telesa na pravdepodobnosť jeho porušenia

Vplyv veľkosti telesa na výslednú pravdepodobnosť porušenia bol skúmaný pomocou tzv. S – kriviek. Ide o krivky závislosti P_f na hodnote zaťaženia (v tomto prípade na hodnote veľkosti ohybového momentu). Za týmto účelom bol opäť v programe MATLAB vytvorený skript. Jeho časť je na obrázku 5.3.

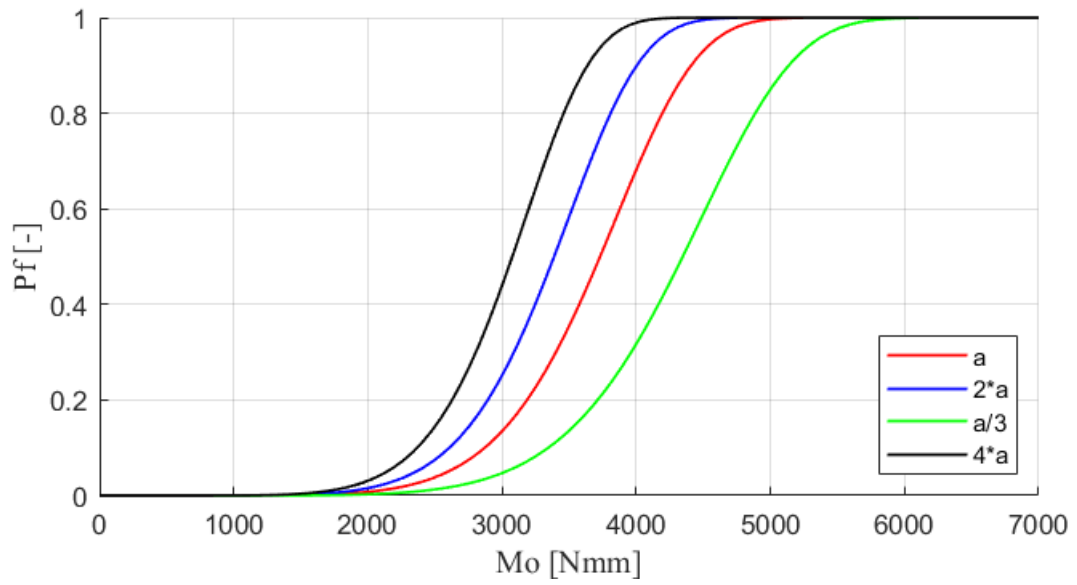
```

18     %definovanie funkcie Pf=f(sigma)
19     M=linspace(0,7000);
20     V=a*b*l;
21     sigmamax=(12*M*b)/(b^3*a^2);
22     B=(V/(2*(m+1)))*(sigmamax/sigma0).^m;
23     Pf=1-exp(-B);

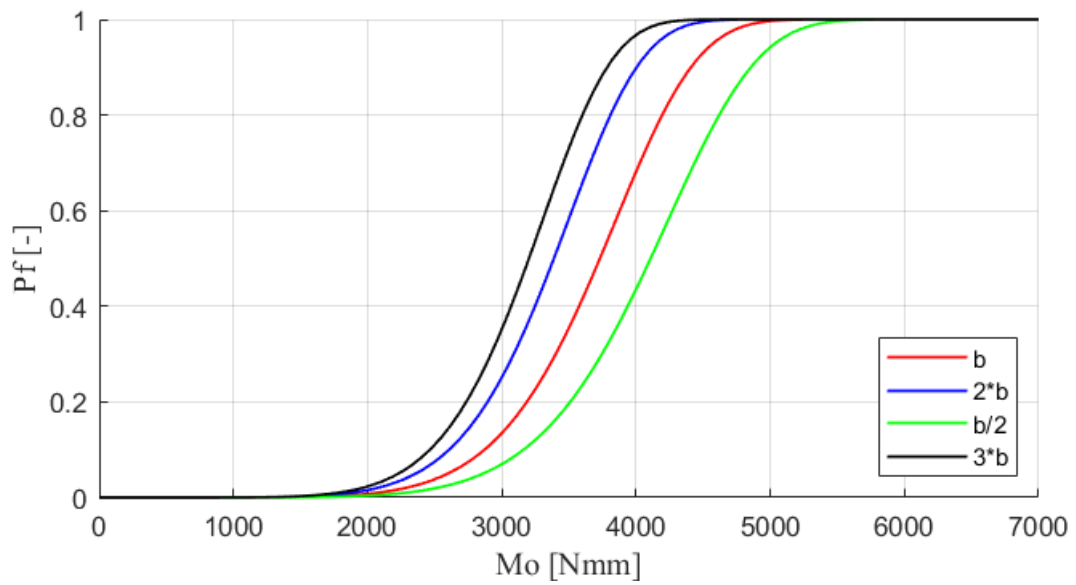
```

Obr. 5.3: Časť skriptu pre definovanie funkcie $P_f = f(M)$

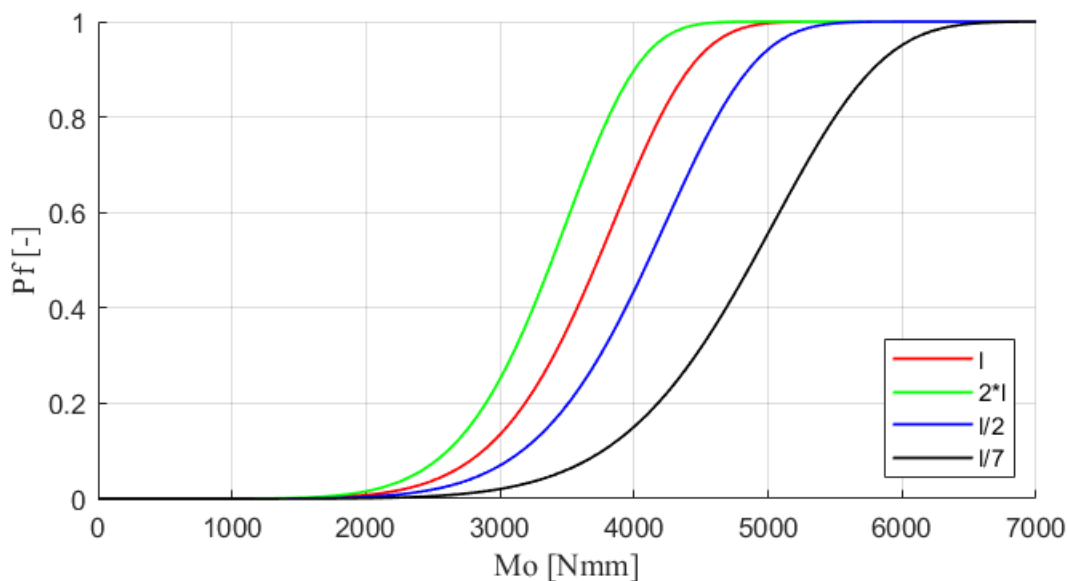
Najprv sa definovala pravdepodobnosť porušenia ako funkcia pôsobiaceho namáhania, vid' riadky 21 – 23. Ďalším krokom bolo vytvorenie 3 samostatných grafov (graf 5.1 – 5.3), pričom na každom sa menia vždy po jednom iné rozmerové parametre modelového telesa. Každý rozmer zostal pôvodný, zmenšil sa a zväčšil tak, aby bolo možné vzájomne porovnávať vplyv týchto modifikácií. Všetky hodnoty zmenených dimenzií sú uvedené v legendách prislúchajúcich ku každému obrázku osobitne.



Graf 5.1: S-krivky pri zmene parametru a



Graf 5.2: S-krivky pri zmene parametru b



Graf 5.3: S-krivky pri zmene parametru l

Z vyššie vyobrazených skupín grafov je vidieť, že krivky nestrácajú svoj tvar ale badateľne a zreteľne sa mení ich sklon (hodnota ohybového momentu kedy P_f dosahuje hraničné hodnoty 0 a 1) a poloha voči pôvodnej krivke vykreslenej na každom obrázku červenou farbou. Keďže ostatné parametre Weibullovoho rozdelenia zostali rovnaké, zrejme je, že k týmto zmenám dochádza práve vďaka zmene veľkosti rozmerov, t. j. zmene celkového objemu modelového telesa.

Pozorovať sa dá fakt, že pri zväčšení akejkoľvek dimenzie, čiže uceleného objemu súčasti, sa krivky posunú doľava. Na druhej strane, pri zmenšení čo i len jedného rozmeru sa krivka presúva smerom doprava. Z toho možno odvodiť závislosť veľkosti objemu a pravdepodobnosti porušenia. Platí teda, že čím je teleso väčších rozmerov a objemu, tým je pravdepodobnosť porušenia vyššia. Resp. možno tvrdiť, že pokiaľ je model z rovnakého materiálu, na jeho posúdenie sa využije rovnaká štatistická metóda (s rovnakými parametrami rozdelenia), tak pri rovnakom zaťažení sa väčšie teleso poruší skôr ako teleso menšie, čo zodpovedá predpokladom z kapitoly 4.1.4, kde je popísaný vplyv výskytu trhlín na mechanické vlastnosti keramickej súčasti.

Spomenutý jav literatúra [19] nazýva ako tzv. veľkostný efekt. Kde jednou z príčin jeho vzniku je aj štatistická povaha pevnosti materiálov vykazujúcich krehké lomové správanie, a teda aj keramiky. Tá obsahuje s určitou pravdepodobnosťou kritické chyby aj na miestach s vysokým namáhaním, a so zvyšujúcim sa objemom sa zvyšuje aj pravdepodobnosť ich výskytu a väčšieho množstva.

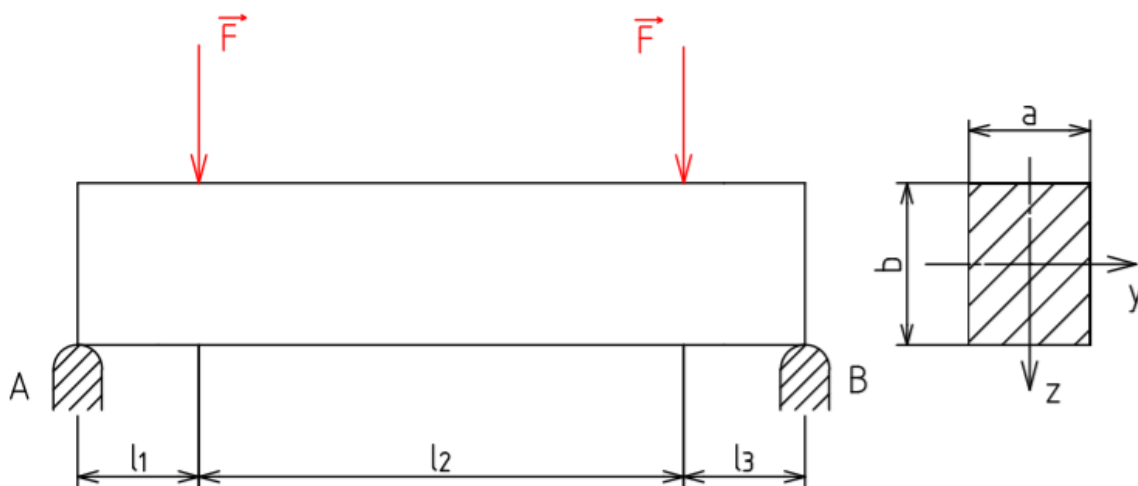
5.2 Nosník namáhaný štvorbodovým ohybom

Skúšanie keramickej materiálov pomocou štvorbodového ohybu je jedným z najbežnejšie sa vyskytujúcich testov. Opäť ide o namáhanie prúťového telesa, a teda je predpokladané, že sú splnené všetky prúťové predpoklady podľa [23]. Takisto sa jedná o jednoosový stav napätosti, keďže na teleso pôsobia sily tvoriace sústavu rovnobežných síl a vytvárajú ohybový moment v jednej osi.

Pravdou je, že pri ohybovom zaťažení ale vzniká okrem normálového napätia od ohybového momentu aj šmykové napätie vplyvom posúvajúcej sily T . Z hľadiska rozlišovacej úrovne lineárnej pružnosti a pevnosti sa ale posúvajúca sila zanedbáva.

5.2.1 Popis modelového telesa

Jedná sa opäť o priamy prizmatický prút s priečnym prierezom tvaru obdĺžnika namáhaného štvorbodovým ohybom. Rozmery jeho prierezu sú šírka a a výška $b = 3$ mm, $b = 5$ mm a dĺžky $l_1 = l_3 = 5$ mm a $l_2 = 21$ mm. V miestach vo vzdialenostiach l_1 a l_3 od koncov nosníka označených A a B pôsobia rovnako veľké sily $F = 600$ N. V A a B sú umiestnené dve podporné väzby odoberajúce telesu jeden stupeň voľnosti, čím zamedzujú pohyb telesa smerom nadol. Celá popísaná situácia spolu so zvolenou orientáciou súradného systému je naznačená na obrázku 5.4.



Obr. 5.4: Prút namáhaný štvorbodovým ohybom

5.2.2 Analytické určenie napätia

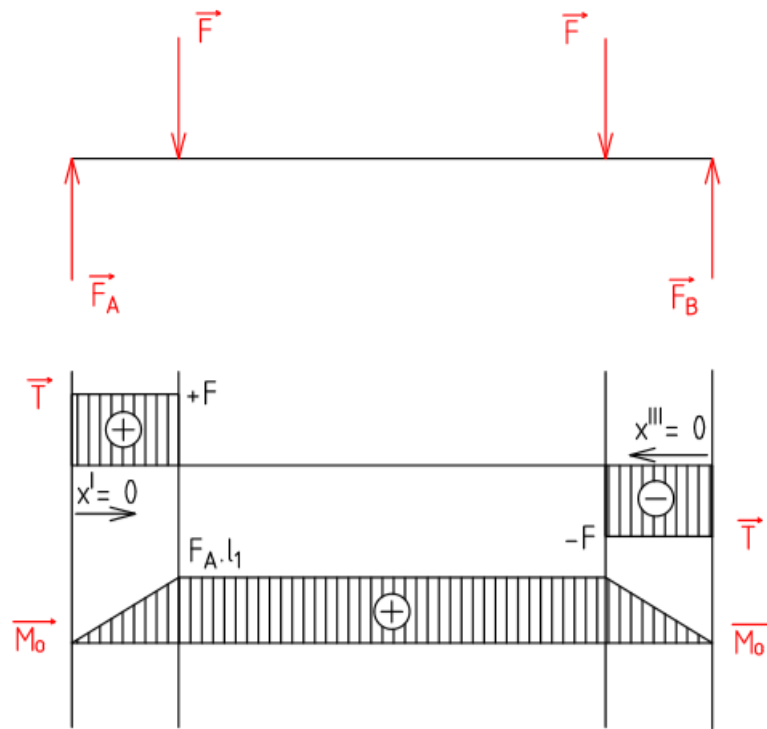
Keďže sa jedná o symetrickú úlohu rovnako z hľadiska geometrie nosníka aj zaťaženia, jednou z možností je riešiť len jednu polovicu prútu (os symetrie v polovičnej dĺžke nosníka).

V prípade riešenia celého nosníku množinu neznámych parametrov tvoria sily vo väzbách F_A a F_B , a podmienky statickej rovnováhy sústavy rovnobežných síl sú takisto dve (po jednej silová a momentová), pozri (35) a (36). Sila F_B je následne vyjadrená z rovnice (35). Zo statického rozboru vyplýva, že ide o úlohu staticky určitú ($s = 0$), a teda na zistenie síl vo väzbách nie je potrebné čiastočné uvoľnenie, ale postačí uvoľnenie úplné. To je spolu s VVÚ na obrázku 5.5.

$$2F = F_A + F_B \quad (35)$$

$$F_A = \frac{F \cdot (l_1 + l_2 - l_1)}{l_2} = F \quad (36)$$

$$F_B = 2F - F_A = 2F - F = F \quad (37)$$



Obr. 5.5: Úplné uvoľnenie a VVÚ prútu namáhaného štvorbodovým ohybom

Pre kvadratický moment prierezu platí už použitý vzťah (29) a pre hodnotu napätia opäť (30). Tu takisto platí, že napätie má po priereze lineárny priebeh, avšak jeho hodnota sa mení v závislosti na polohe na strednici, tá je označená pomocou vzdialenosti x . Nemenné je iba medzi silami F na dĺžke prútu l_2 , kde je veľkosť ohybového momentu spočítaná podľa rovnice (39). V ďalších dvoch častiach nosníku (I a III) sa normálové napätie mení, pretože z VVÚ plynie, že ohybový moment je funkciou vzdialenosti x , pozri (38) a (40), pričom počiatky lokálnych súradnicových systémov pre jednotlivé časti nosníku, t. j. miesta, kde $x^I = 0$ a $x^{III} = 0$, sú vyznačené na obr. 5.5. Vzťahy pre výpočet napätí pre jednotlivé úseky sú uvedené spolu s už dosadenými hodnotami M_0 a J_y ďalej.

$$M_0^I = F_A \cdot x^I \quad (38)$$

$$M_o^{II} = F_A \cdot l_1 \quad (39)$$

$$M_o^{III} = F_B \cdot x^{III} \quad (40)$$

$$\sigma^I = \frac{12F_A}{b^3 a} x^I z \quad (41)$$

$$\sigma^{II} = \frac{12F_A l_1}{b^3 a} z \quad (42)$$

$$\sigma^{III} = \frac{12F_B}{b^3 a} x^{III} z \quad (43)$$

5.2.3 Stanovenie a následné overenie pravdepodobnosti porušenia

Riziko porušenia je spočítané zo vzťahu (27) pre dvojparametrové Weibullovo rozdelenie. Treba však poznamenať, že riziko porušenia bude vzhľadom k tomu, že v každej z troch častí zaťažovaného nosníka pôsobia rôzne veľké napätia $\sigma^I = \sigma^{III}$ a σ^{II} rôzne. Rovnosť (26) je modifikovaná a prispôbená podľa zdroja [19] a vyjadrená rovnicou (44) pomocou čiastkových rizík porušenia pre jednotlivé úseky VVÚ.

$$B = B_1 + B_2 + B_3 \quad (44)$$

Rovnako ako pre napätie bude tiež platiť pre čiastkové riziká porušenia, že $B_1 = B_3$ a B_2 je rôzne. Vo vzťahoch pre B_1 a B_2 vystupuje maximálne napätie σ_{\max} . To je v tomto prípade rovné napätiu v druhej časti nosníku. Keďže výsledné hodnoty vyjadrené rovnicami (47) a (49) boli v tejto práci odvodené, nižšie sú uvedené aj čiastkové vzťahy získané postupnou integráciou (26).

$$B_1 = \left(\frac{12F_A}{b^3 a \sigma_0} \right)^m a \int_0^{\frac{b}{2}} \int_0^{x^I} x^m z^m dx dz \quad (45)$$

$$B_1 = \left(\frac{12F_A}{b^3 a \sigma_0} \right)^m a \frac{x^{m+1} \left(\frac{b}{2} \right)^{m+1}}{(m+1)^2} \quad (46)$$

$$B_1 = B_3 = \frac{V_1}{2(m+1)^2} \cdot \left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \right)^m \quad (47)$$

$$B_2 = \left(\frac{12M}{b^3 a \sigma_0} \right)^m \cdot l_2 \cdot a \cdot \frac{\left(\frac{b}{2} \right)^{m+1}}{m+1} \quad (48)$$

$$B_2 = \frac{V_2}{2(m+1)} \cdot \left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \right)^m \quad (49)$$

Posledným krokom je zistenie samotnej pravdepodobnosti poruchy dosadením do vzťahu (28). Výsledné hodnoty pre B a P_f sú 0,1530 a 14,19 %.

Rovnako ako v prípade nosníku namáhaného prostým ohybom bol aj teraz analytický výpočet pravdepodobnosti porušenia modelového telesa overený v programe MATLAB vytvorením scriptu interpretovaným na obrázku 5.6. Software využíva numerickú integráciu (riadky 14 a 15), pričom vstupným príkazom je príkaz `triplequad`. Ten zabezpečuje numerické vyčíslenie trojitého integrálu cez trojdimenzionálnu pravouhlú plochu. Pre správny výsledok je nutná definícia vstupných funkcií (riadky 12 a 13) a ich parametrov, následne definícia medzí integrálu (riadky 14 a 15).

Výsledky výpočtu ponúka tabuľka 5.1, kde sú porovnané hodnoty celkového rizika porušenia a zároveň čiastkových hodnôt rizík porušenia pre jednotlivé úseky VVÚ vypočítané pomocou funkcie `triplequad` a vzťahov odvodených v tejto práci. Z hodnôt je zrejma správna tak funkcie `triplequad`, ako aj matematického odvodenia vzťahov (47) a (49).

```

2      %rozмеры telesa
3      a=3;
4      b=5;
5      l1=5;
6      l2=21;
7      F=600;
8      %parametre Weibullovoho rozdelenia
9      m=7.19;
10     sigma0=473.8;
11     %numerická integrácia - overenie analytického výpočtu (kontrola)
12     n1=@(x,y,z) (((F.*x^12.*z)./(a*b^3))/sigma0).^m).*y.^0;
13     n2=@(x,y,z) (((F*l1*12.*z)./(a*b^3))/sigma0).^m).*y.^0.*x.^0;
14     B1=triplequad(n1,0,l1,0,a,0,b/2);
15     B2=triplequad(n2,0,l2,0,a,0,b/2);
16     B=B1+B2+B1;
17     Pf=(1-exp(-B))*100;

```

Obr. 5.6: Časť scriptu pre overenie analytického výpočtu nosníku namáhaného štvorbodovým ohybom

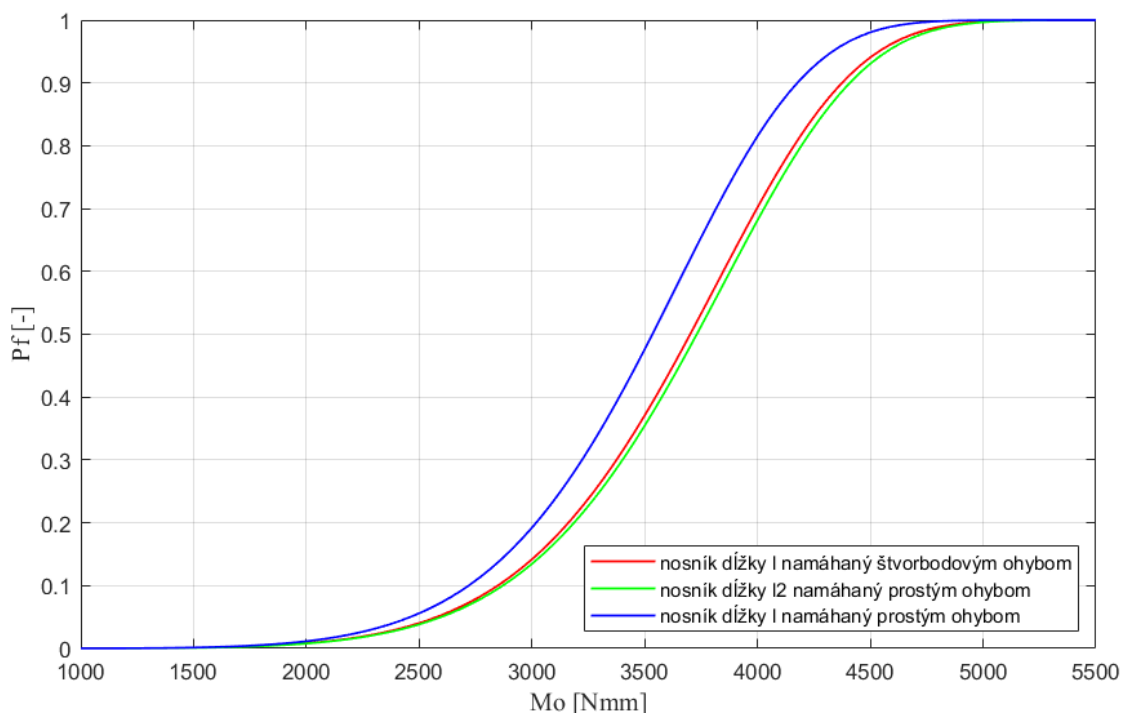
	Odvožené vzťahy	Funkcia triplequad
B [-]	0,153	0,1530
B₁ [-]	0,004202	0,0042
B₂ [-]	0,145	0,1444
B₃ [-]	0,004202	0,0042

Tab. 5.1: Porovnanie hodnôt rizika porušenia zistených numericky a analyticky

5.2.4 Porovnanie S – kriviek počítaných nosníkov

V MATLABe boli vytvorené závislosti pravdepodobnosti porušenia na veľkosti ohybového momentu M_o , ktoré je možné vidieť na grafe 5.4. Ide o porovnanie pravdepodobnosti porušenia prúťového telesa namáhaného prostým a štvorbodovým ohybom s rovnakou hodnotou ohybového momentu M_o v časti II. Platí, že teleso namáhané prostým ohybom má buď rovnakú dĺžku ako teleso namáhané štvorbodovým ohybom alebo dĺžku ako časť II tohto telesa.

Grafické zobrazenie pravdepodobností porušenia sú S – krivky. Zhotovené sú pre modelové prúťové teleso dĺžky l , popísané v kapitole 5.2.1, namáhané štvorbodovým ohybom (červenou farbou), modrá krivka predstavuje pravdepodobnosť porušenia nosníku namáhaného prostým ohybom s rovnakou dĺžkou $l = 31$ mm a zelenou farbou je naznačená takisto pravdepodobnosť porušenia nosníku namáhaného prostým ohybom tentokrát s dĺžkou $l_2 = 21$ mm (rovnaká ako časť II nosníku namáhaného štvorbodovým ohybom s konštantným M_o). Všetky nosníky majú rovnaký priečny prierez obdĺžnikového tvaru popísaný v kapitolách 5.1.1 a 5.2.1.



Graf 5.4: S – krivky pre nosníky namáhané štvorbodovým a prostým ohybom

Z grafu 5.4 je vidieť, že krivka pravdepodobnosti porušenia nosníku dĺžky l_2 namáhaného prostým ohybom je lokalizovaná úplne napravo, a teda pri rovnako veľkom záťažovom momente je pravdepodobnosť poruchy v porovnaní s ostatnými modelmi najnižšia.

Vyjadrenie závislosti pravdepodobnosti porušenia pre ďalší nosník namáhaný prostým ohybom, tentokrát s dĺžkou strednice l , má za následok posun S – krivky doľava, a teda nežiadúcim smerom. Tým pádom je jeho pravdepodobnosť porušenia pri danom ohybovom momente najvyššia.

Keďže platí, že hodnota l je väčšia než hodnota l_2 (rozdiel medzi nimi je 10 mm) a oba nosníky sú rovnako zaťažené, vhodné je opäť spomenúť efekt veľkosti telesa. Jeho vplyv sa odráža na posune modrej a zelenej krivky v grafe 5.4, kedy je krivka pravdepodobnosti porušenia väčšej súčasti posunutá na ľavú stranu. So zväčšujúcim sa objemom teda narastá aj jej pravdepodobnosť porušenia, resp. táto súčasť sa v porovnaní s ďalšími modelmi začne porušovať pri menšom zaťažení.

Krivka uprostred je definovaná pre prút namáhaný štvorbodovým ohybom, ktorého dĺžka je takisto l . Platí, že v úseku II tohto nosníku, vyplývajúceho z VVÚ, je konštantný ohybový moment M_0 rovnako veľký ako výsledné momenty pôsobiace na zvyšné dva nosníky.

Pri porovnaní oboch prútových telies s dĺžkou l , pričom jeden je namáhaný prostým a druhý štvorbodovým ohybom, je zreteľné, že namáhanie štvorbodovým ohybom je efektívnejšie. Keďže táto krivka je posunutá doprava, pri štvorbodovom ohybe súčasť vydrží väčšiu hodnotu zaťaženia a následne vzniknutého vnútorného napätia než rovnako veľká súčasť namáhaná prostým ohybom.

6 Výpočty pravdepodobnosti porušenia pre viacosovú napätosť

Weibullova teória najslabšieho článku je rovnako uplatniteľná aj na telesá v stave viacosovej priestorovej napätosti. Znovu sa pri výpočtoch valcového telesa aj medzikruhovej a kruhovej steny využíva dvojparametrové Weibullovo rozdelenie s hodnotami $m = 7,19$ a $\sigma_0 = 473,8$ MPa.mm^{3/7,19} prevzatými zo zdroja [21].

Východiskovými vzťahmi pre riziko porušenia modelového telesa (odvodený je z integrácie cez polguľu v Haighovom priestore) a následný výpočet pravdepodobnosti poruchy súčasti sú (23) a (24) vysvetlené v podkapitole 4.2.5 vychádzajúce z literatúry [12]. Aby boli tieto rovnice priamo aplikované na konkrétne úlohy, boli upravené do výslednej podoby vyjadrenej ďalej.

$$B = \int_V \frac{2m+1}{2\pi \cdot \sigma_0^m} \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_e^m \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \right) dV \quad (50)$$

$$P_f = 1 - e^{-\int_V \frac{2m+1}{2\pi \cdot \sigma_0^m} \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_e^m \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \right) dV} \quad (51)$$

V týchto vzťahoch treba doplniť fakt, že hodnota ekvivalentného napätia je závislá na normálovom napätí, pozri (52) [12], ktoré ako jediné ovplyvňuje riziko porušenia a pravdepodobnosť poruchy modelového telesa. Avšak len za okolností, že je jeho hodnota kladná, vid' (53) [12]. Matematicky je preto možné použiť vzťah (54) [21] a dosadiť ho do vyššie uvedených rovností. Keďže normálové napätie je závislé na hodnotách hlavných napätí, je nutné poznať ich priebeh. Z toho dôvodu boli ako modelové telesá pre výpočet pravdepodobnosti porušenia pri viacosovej napätosti vybrané práve valcové teleso a rotujúca kruhová a medzikruhová stena.

$$\sigma_n = \sin^2\theta \cdot (\sigma_1 \cdot \cos^2\varphi + \sigma_2 \cdot \sin^2\varphi) + \sigma_3 \cdot \cos^2\theta \quad (52)$$

$$\sigma_e = \begin{cases} \sin^2\theta \cdot (\sigma_1 \cdot \cos^2\varphi + \sigma_2 \cdot \sin^2\varphi) + \sigma_3 \cdot \cos^2\theta & \sigma_n > 0 \\ 0 & \sigma_n \leq 0 \end{cases} \quad (53)$$

$$\sigma_e = \frac{|\sigma_n| + \sigma_n}{2} \quad (54)$$

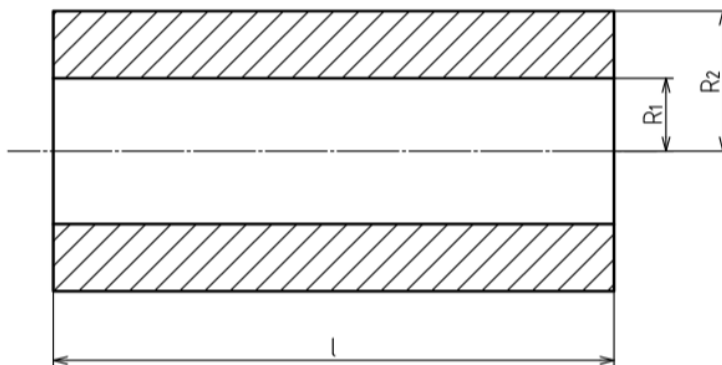
6.1 Valcové teleso

Valcové teleso je teleso rotačne symetrické, s geometriou, zaťažením, väzbami, materiálovými charakteristikami ale aj deformáciou a napätím charakteru valca. Meridiánovým rezom je obdĺžnik (viď obr. 6.1). Zaťaženie valca tak, aby teleso aj po deformácii zostalo stále valcovité len s rozdielnymi polomerami, má povahu spojitého tlaku a pôsobí buď v smere osy z alebo na valcovitých plochách[22].

V riešenom prípade valcovitého telesa a jeho variácií sú spomenuté podmienky splnené, polomery a hrúbka steny boli zvolené rádovo zhodne, a teda je možné tvrdiť, že ide o hrubostenné valcové teleso a tomu prispôbiť celý výpočet.

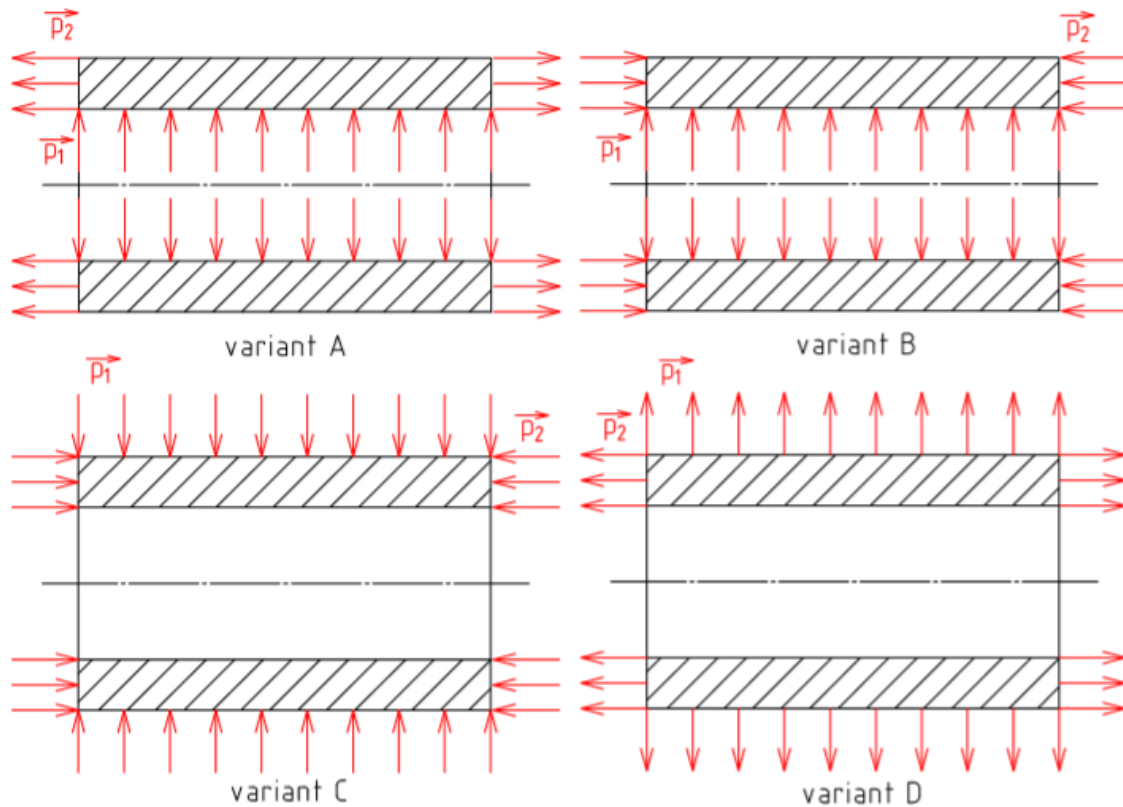
6.1.1 Popis modelového telesa

Ide o hrubostenné valcové teleso v stave trojosovej priestorovej napätosti. Rozmery sú badateľné na obr. 6.1, kde dĺžka $l = 100$ mm, polomery $R_1 = 20$ mm a $R_2 = 40$ mm. Materiálové charakteristiky zodpovedajú keramike na báze oxidu hlinitého Al_2O_3 , pre ktorú platia hodnoty Youngovho modulu (modulu pružnosti v ťahu) $E = 390$ GPa a Poissonovho čísla $\mu = 0,24$ [21]. Uvažuje sa materiál lineárne pružný a izotropný.



Obr.6.1: Meridiánový rez valcového telesa s jeho rozmermi

Riešené boli 4 varianty zaťaženia (viď obr. 6.2), vždy však bolo toto zaťaženie zvolené tak, aby bola splnená definícia valcového telesa podľa [22], a aby vznikol trojosový stav napätosti. V každej obmene príkladu je model zaťažovaný v smere osy z ťahovým alebo tlakovým namáhaním $p_2 = 20$ MPa a zároveň tlakom $p_1 = 30$ MPa pôsobiacim na valcové plochy.



Obr. 6.2: Varianty zaťaženia valcového telesa

6.1.2 Analytické stanovenie normálového napätia

Pre určenie napätia valcového telesa sú odrazovými vzťahy pre radiálne napätie (55), tangenciálne napätie (56) a napätie v smere osy z (57). Popísané sú prameňom [22] rovnako ako aj všetky ostatné rovnosti tejto podkapitoly.

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} + \lambda \varepsilon_z \quad (55)$$

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2} + \lambda \varepsilon_z \quad (56)$$

$$\sigma_z = 2\mu A + (2G + \lambda)\varepsilon_z \quad (57)$$

Vo vzťahoch vystupuje Lámeho konštanta λ a modul pružnosti v šmyku G . Tieto hodnoty súvisia s materiálom telesa a určujú sa podľa jeho charakteristík. Keďže každý variant zaťažovaného telesa je vyrobený z rovnakého materiálu, hodnoty λ a G budú mať všetky spoločné.

$$\lambda = \frac{E\mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} = 145\,161,3 \text{ MPa} \quad (58)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} = 157\,258,1 \text{ MPa} \quad (59)$$

Pre zistenie konštánt A , B a hodnoty pretvorenia v smere osy z ε_z je potrebné vhodne zvoliť okrajové podmienky, a tie v ďalšom kroku doplniť do rovníc (55) a (57). Keďže tieto podmienky závisia na zaťažení telesa, pre každú zo štyroch variant sa budú odlišovať. Pre väčšiu prehľadnosť sú okrajové podmienky pre všetky varianty uvedené v tabuľke 6.1.

	$r = R_1$	$r = R_2$	$z = l$
Variant A	$\sigma_r = -p_1$	$\sigma_r = 0$	$\sigma_z = p_2$
Variant B	$\sigma_r = -p_1$	$\sigma_r = 0$	$\sigma_z = -p_2$
Variant C	$\sigma_r = 0$	$\sigma_r = -p_1$	$\sigma_z = -p_2$
Variant D	$\sigma_r = 0$	$\sigma_r = p_1$	$\sigma_z = p_2$

Tab. 6.1: Okrajové podmienky potrebné pre zistenie priebehu napätia valcového telesa

Dosadením okrajových podmienok do (55) a (57) vzniká sústava troch rovníc s tromi neznámymi parametrami. Nižšie je ako príklad uvedená sústava rovníc pre variantu A. Z hľadiska zjednodušenia a urýchlenia práce boli sústavy rovníc riešené v MATLAbe, časť scriptu riešenia sústavy pre variantu A je vyobrazená na obrázku 6.3. Ako už bolo spomenuté, výsledkom sú konštanty A a B a pretvorenie ε_z . Tabuľka 6.2 ponúka kompletný prehľad číselných hodnôt týchto parametrov pre všetky možnosti namáhania (A – D).

$$-p_1 = A - \frac{B}{R_1^2} + \lambda\varepsilon_z \quad (60)$$

$$0 = A - \frac{B}{R_2^2} + \lambda\varepsilon_z \quad (61)$$

$$p_2 = 2\mu A + (2G + \lambda)\varepsilon_z \quad (62)$$

```

14 %riešenie sústavy lin. rovníc
15 - Ax=[1, -1/(r1^2), lambda;1, -1/(r2^2), lambda;2*mi, 0, (2*G+lambda)];
16 - b=[0;p1;p2];
17 - x=inv(Ax)*b;
18 - A=x(1, :);
19 - B=x(2, :);
20 - Ez=x(3, :);

```

Obr. 6.3: Časť scriptu pre riešenie sústavy lineárnych rovníc

	A [MPa]	B [N]	ε_z [-]
Variant A	4,342	16 000	$3,897 \cdot 10^{-5}$
Variant B	19,231	16 000	$-6,359 \cdot 10^{-5}$
Variant C	-39,702	-16 000	$-2,051 \cdot 10^{-5}$
Variant D	39,702	16 000	$2,051 \cdot 10^{-5}$

Tab. 6.2: Výsledné hodnoty A, B a ε_z

Určením týchto parametrov je umožnené zistiť všeobecný predpis hlavných napätí v závislosti na polomere r, a tým pádom aj celý grafický priebeh napätí v intervale R_1 až R_2 . Ich grafické vykreslenie v MATLABe umožňuje príkaz plot, vid' obrázok 6.4. Tento postup bol opakovaný pre všetky varianty zaťaženia, pozri graf 6.1 – 6.4.

```

21 %vykreslenie priebehu napätí
22 - r=linspace(r1,r2);
23 - f=figure(1);
24 - sigmar=A-(B./(r.^2))+lambda*Ez;
25 - sigmat=A+(B./(r.^2))+lambda*Ez;
26 - sigmaz=(2*mi*A+(2*G+lambda)*Ez)*ones(1,length(r));
27 - hold on;
28 - grid on;
29 - plot(r, sigmar, '-r', 'LineWidth', 1);
30 - plot(r, sigmat, '-b', 'LineWidth', 1);
31 - plot(r, sigmaz, '-g', 'LineWidth', 1);
32 - set(f, 'color', [1 1 1], 'units', 'centimeters', 'position', [0 0 16 8]);
33 - xlabel('r [mm]', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Times New Roman');
34 - ylabel('napätie [MPa]', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Times New Roman');

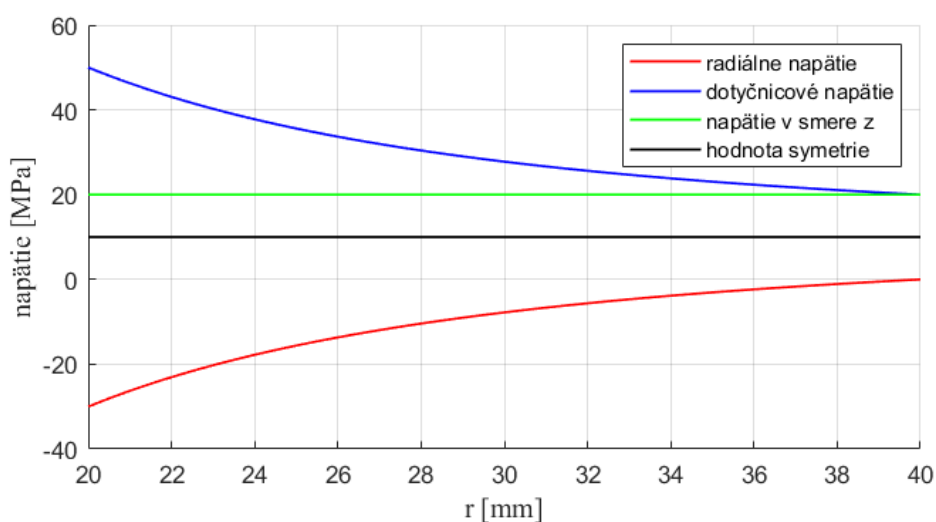
```

Obr. 6.4: Časť scriptu pre vykreslenie troch pôsobiacich napätí na valcové telesa

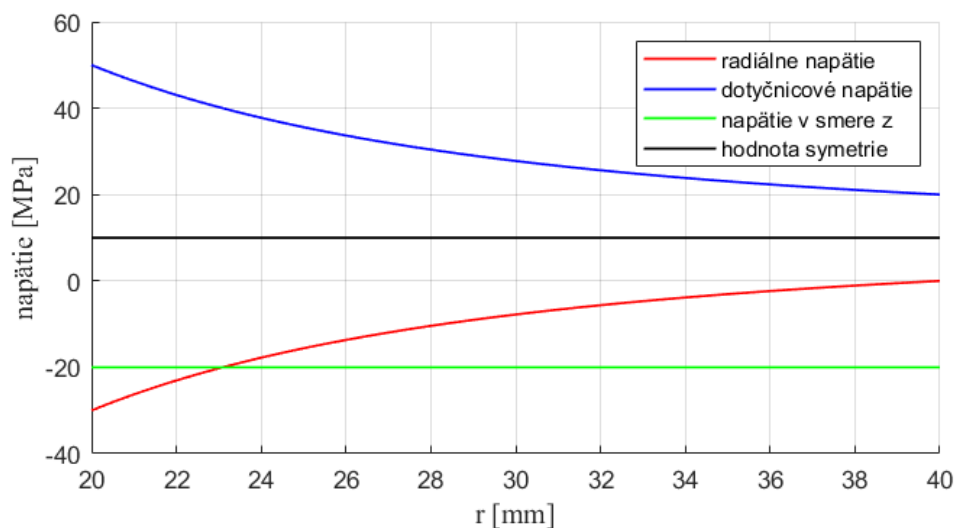
Zrejme je, že hodnoty radiálnych napätí a napätí v ose valca vychádzajú z okrajových podmienok. Hodnota tangenciálneho napätia vychádza z rovnice (56). Hoci sa všetky dajú odčítať z grafov, pre prehľadnosť sú zapísané pre každú variantu v tabuľke 6.3, pričom hodnoty napätí sú uvádzané v MPa a kvôli možnosti porovnania je pri nich aj znamienko označujúce, či sa jedná o ťahové alebo tlakové napätie.

	$\sigma_t(R_1)$	$\sigma_t(R_2)$	$\sigma_r(R_1)$	$\sigma_r(R_2)$	σ_z
Variant A	50	20	-30	0	20
Variant B	50	20	-30	0	-20
Variant C	-80	-50	0	-30	-20
Variant D	80	50	0	30	20

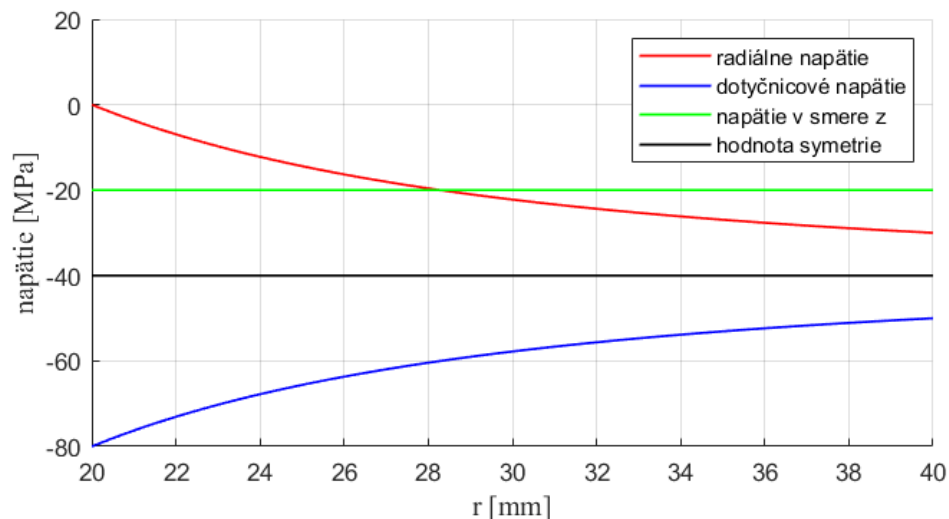
Tab. 6.3: Hodnoty obvodových, radiálnych a osových napätí [MPa]



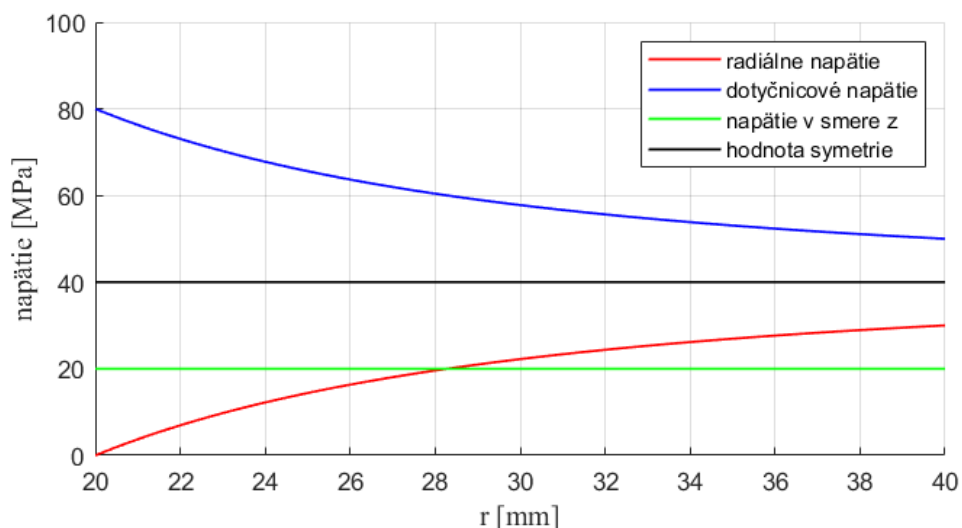
Graf 6.1: Závislosť napätia na polomere r (variant A)



Graf 6.2: Závislosť napätia na polomere r (variant B)



Graf 6.3: Závislosť napätia na polomere r (variant C)



Graf 6.4: Závislosť napätia na polomere r (variant D)

Z hľadiska tvaru rovností (55) a (56) je možné z grafov pozorovať očakávané priebehy radiálnych a obvodových napätí. Zároveň sú ich krivky umiestnené symetricky podľa hodnoty $A + \lambda \varepsilon_z$, ozn. ako hodnota symetrie. Osové napätie je konštanta, čo je takisto predpokladané zo vzťahu (57).

6.1.3 Určenie pravdepodobnosti porušenia

Vykreslenie napätia z predchádzajúcej podkapitoly bolo potrebné práve pre výpočet rizika porušenia súčasti a následne aj pravdepodobnosti poruchy. Keďže vo vzťahu pre B (50) je prítomné ekvivalentné napätie definované rovnosťou (53), je nutné poznať hodnotu troch hlavných napätí σ_1 , σ_2 a σ_3 . To je možné pomocou grafických závislostí, z ktorých je určenie

napätí jasné. Variant A je bezproblémový, keďže krivky sa nepretínajú, a teda na celom intervale r platí, že $\sigma_1 = \sigma_t$, $\sigma_2 = \sigma_z$ a $\sigma_3 = \sigma_r$, ktoré sa týmto spôsobom do príslušných vzťahov dosadzujú.

Vzhľadom na to, že výsledný trojitý integrál pre výpočet B je pomerne zložitý a obsahuje súčin funkcií a absolútnu hodnotu, jeho analytický výpočet by bol náročný, a preto bola zvolená numerická integrácia v programe MATLAB. Časť scriptu je na obr. 6.5. Je badať, že bol použitý príkaz `Integral3`, ktorého výsledkom je číselná hodnota trojdimenzionálneho integrálu (viď riadok 25). Predtým museli byť všetky napätia a samotný vzťah pre B definované ako funkcie polomeru r a uhlov Θ a φ (viď riadky 16 – 24).

```

15 %výpočet pravdepodobnosti porušenia súčasti
16 - sigmar=@(r) A-(Bp./(r.^2))+(lambda*Ez);
17 - sigmat=@(r) A+(Bp./(r.^2))+(lambda*Ez);
18 - sigmaz=20;
19 - sigma1=@(r) sigmat(r);
20 - sigma2=sigmaz;
21 - sigma3=@(r) sigmar(r);
22 - sigman=@(r,fi,theta) (sigma1(r).*(cos(fi)).^2+sigma2.*(sin(fi)).^2).*(sin(theta)).^2+sigma3(r).*(cos(theta)).^2);
23 - sigmae=@(r,fi,theta) (sigman(r,fi,theta)+abs(sigman(r,fi,theta)))./2;
24 - f=@(theta,fi,r) (2.*m+1).*1./(sigma0.^m).*r.*sin(theta).*sigmae(r,fi,theta).^m;
25 - B=integral3(f,0,pi/2,0,2*pi,r1,r2);
26 - Pf=(1-exp(-B))*100;

```

Obr. 6.5: Časť scriptu s numerickou integráciou pre výpočet B (variant A)

Pre ostatné varianty to už ale neplatí. Vždy tu dochádza k pretínaniu dvoch kriviek, v tomto priesečníku sa teda mení poradie hlavných napätí a vznikajú dva intervaly riešenia rizika porušenia B , pričom hodnota polomeru, ktorá ich oddeľuje, je práve súradnica priesečníku grafických závislostí označená r_x . Postup výpočtu spočíval v rovnosti vzťahov buď pre radiálne alebo tangenciálne napätie (55) a (56) a napätia v osi z , pričom vznikla rovnica s jednou neznámou, ktorá prezentovala práva hodnotu r_x . Tá bola vypočítaná pre každú variantu, výsledky výpočtu sú uvedené v tabuľke 6.4.

	Variant A	Variant B	Variant C	Variant D
r_x [mm]	-	23,09	28,28	28,28

Tab. 6.4: Hodnoty priesečníku tangenciálneho a radiálneho napätia r_x

Výsledné riziko porušenia bude súčtom čiastkových hodnôt B_1 a B_2 oboch intervalov. Opäť sa využíva numerická integrácia a definícia napätí ako funkcií polomeru r , čo je vidieť na obr. 6.6, kde je časť scriptu v MATLABe pre variant B.


```

16 %výpočet rizika porušenia súčasti (prvý interval)
17 - sigmar=@(r) A-(Bp./(r.^2))+lambda*Ez;
18 - sigmat=@(r) A+(Bp./(r.^2))+lambda*Ez;
19 - sigmaz=-20;
20 - sigma11=@(r) sigmat(r);
21 - sigma21=sigmaz;
22 - sigma31=@(r) sigmar(r);
23 - sigman1=@(r,fi,theta) (sigma11(r).*(cos(fi)).^2+sigma21.*(sin(fi)).^2).*(sin(theta)).^2+sigma31(r).*(cos(theta)).^2;
24 - sigmae1=@(r,fi,theta) (sigman1(r,fi,theta)+abs(sigman1(r,fi,theta)))./2;
25 - f1=@(theta,fi,r) (2.*m+1).*1./(sigma0.^m).*r.*sin(theta).*sigmae1(r,fi,theta).^m;
26 - B1=integral3(f1,0,pi/2,0,2*pi,r1,rx)
27 %výpočet rizika porušenia súčasti (druhý interval)
28 - sigma12=@(r) sigmat(r);
29 - sigma22=@(r) sigmar(r);
30 - sigma32=sigmaz;
31 - sigman2=@(r,fi,theta) (sigma12(r).*(cos(fi)).^2+sigma22.*(sin(fi)).^2).*(sin(theta)).^2+sigma32.*(cos(theta)).^2;
32 - sigmae2=@(r,fi,theta) (sigman2(r,fi,theta)+abs(sigman2(r,fi,theta)))./2;
33 - f2=@(theta,fi,r) (2.*m+1).*1./(sigma0.^m).*r.*sin(theta).*sigmae2(r,fi,theta).^m;
34 - B2=integral3(f2,0,pi/2,0,2*pi,rx,r2)
35 %výpočet pravdepodobnosti porušenia súčasti
36 - B=B1+B2;
37 - Pf=(1-exp(-B))*100;

```

Obř. 6.6: Časť scriptu s numerickou integráciou pre výpočet B (variant B)

Výsledné hodnoty rizika porušenia a pravdepodobnosti porušenia modelového telesa sú pre všetky varianty interpretované v nasledujúcej tabuľke.

	B [-]	Pf [%]
Variant A	0,0033	0,325
Variant B	0,0017	0,174
Variant C	0	0
Variant D	0,242	21,461

Tab. 6.5: Hodnoty rizik porušenia a pravdepodobností porušenia

Z výsledkov je jasné, že najvyššiu pravdepodobnosť poruchy má modelové teleso pri zaťažení D, kedy v radiálnom aj osovom smere pôsobí ťah. V tomto prípade je v porovnaní s ostatnými variantami zaťaženia hodnota pravdepodobnosti porušenia súčasti vyššia o niekoľko rádov. Vzhľadom k už spomenutým poznatkom o kladnej hodnote ekvivalentného napätia sa dal takýto výsledok očakávať.

Za zaujímavý možno považovať výsledok variantu C, kde je hodnota rizika porušenia aj pravdepodobnosti poruchy nulová. Odôvodniť sa to dá tým, že namáhanie valcového modelu je v tomto prípade tlakové v smere osy a takisto spojité tlak pôsobí aj na valcové steny telesa. Všetky hlavné napätia sú teda záporné. Z matematického aspektu vychádza ekvivalentné napätie podľa vzťahu (53) nula, tým pádom je nulový aj integrál pre výpočet rizika porušenia B (50) a následne aj pravdepodobnosť poruchy súčasti P_f podľa (51). Pri výpočte je ale predpokladané, že k porušeniu súčasti za pôsobenia tlaku vôbec nedôjde, a preto výslednú pravdepodobnosť nejde týmto výpočtom presne vystihnúť.

Vhodné je spomenúť výsledky práce pána Ing. Jaroslava Kováře, zdroj [21]. V tomto prípade získané hodnoty pravdepodobnosti porušenia vychádzali z určenia priebehu

hlavných napätí pomocou metódy konečných prvkov, ďalej už len MKP. Výsledky využívajúce analytické určenie napätí v tejto práci sú s hodnotami vychádzajúcimi z MKP porovnané v tabuľke 6.6.

	Pf [%]	
	Analytické určenie hl. napätí	Určenie hl. napätí pomocou MKP [21]
Variant A	0,325	0,347
Variant B	0,174	0,193
Variant C	0	0
Variant D	21,461	21,89

Tab. 6.6: Pravdepodobnosť porušenia vychádzajúca z určenia hl. napätí analyticky a MKP[21] (upravené)

Z tabuľky je vidieť, že hodnoty vychádzajúce zo zistenia napätia pomocou MKP sú o niečo vyššie než výsledky tejto práce, no rádovo zhodné a číselne veľmi podobné. Vďaka tomu je vhodné tvrdiť, že hodnoty sú vyčíslené správne. Vzhľadom k skutočnosti, že metóda konečných prvkov je numerická metóda, možno výsledky získané analytickým určením napätia zhodnotiť ako presnejšie.

6.2 Rotujúca medzikruhová a kruhová stena

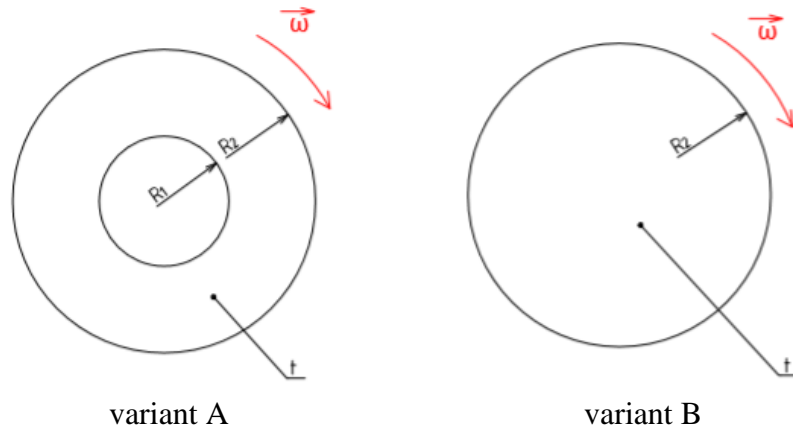
Ide o symetrické telesá valcového tvaru definované polomerom a hrúbkou telesa. Keďže po deformácii modelu musí zostať teleso rotačne symetrické a strednicová plocha rovinná, bude sa meniť len hrúbka steny spolu s hrúbkou telesa a body vyskytujúce sa v meridiánovom reze budú vykonávať posuv len v rovine ich existencie tak, aby sa zachovali valcové plochy. Dochádza tu teda k tzv. radiálnemu posuvu. Tomuto faktoru je prispôbené aj volené silové zaťaženie, ktoré musí byť navrhnuté tak, že nositeľky pôsobiacich síl (plošných, líniových či osamelých) ležia v rovine strednice. V stene sa pritom iniciuje napätie v radiálnom a tangenciálnom smere, zatiaľ čo v smere osi z je nulové a vzniká dvojsový stav napätosti[22].

6.2.1 Popis modelových telies

Variant A je medzikruhová stena s vnútorným polomerom $R_1 = 30$ mm, vonkajším polomerom $R_2 = 70$ mm a hrúbkou $t = 10$ mm. Variant B popisuje stenu kruhového tvaru s polomerom $R_2 = 70$ mm a hrúbkou $t = 10$ mm. Parametre sú naznačené na obrázku 6.7.

V oboch variantoch ide o voľne rotujúce súčasti uhlovou rýchlosťou ω definovanou pomocou veľkosti otáčok $n = 24\,000$ 1/min.

Rovnako ako v predchádzajúcich prípadoch bol pre ich výrobu zvolený lineárne pružný, izotropický keramický materiál na báze oxidu hlinitého Al_2O_3 s hodnotami Poissonovho čísla $\mu = 0,24$, Youngovým modulom, resp. modulom pružnosti v ťahu $E = 390$ GPa a hustotou $\rho = 4$ g/cm³[7].



Obr. 6.7: Medzikruhová a kruhová rotujúca stena

6.2.2 Analytické stanovenie napätia

Medzikruhová a kruhová stena sú telesá, kde je možné popísať stav napätosti a určiť priebeh napätia analytickým spôsobom. Všetky vzťahy pre výpočet použité v tejto podkapitole sú odvodené a interpretované prameňom [22]. Platia teda základné rovnosti (63), (64) a (65) pre radiálne napätie, dotyčnicové napätie a posuv v radiálnom smere.

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} - \frac{3 + \mu}{8} \rho r^2 \omega^2 \quad (63)$$

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2} - \frac{1 + 3\mu}{8} \rho r^2 \omega^2 \quad (64)$$

$$u = \frac{1 - \mu}{E} A \cdot r + \frac{1 + \mu}{E} B \frac{1}{r} - \frac{1 - \mu^2}{8E} \rho r^2 \omega^2 \quad (65)$$

V uvedených vzťahoch vystupuje uhlová rýchlosť ω definovaná pomocou otáčok n nasledujúcou rovnosťou.

$$\omega = 2\pi n \frac{1}{60} \quad (66)$$

Jedná sa o stav dvojsovej napätosti, je preto potrebné z daných rovníc zistiť dva parametre, t. j. konštanty A a B . Nutné je zvoliť dve vhodné okrajové podmienky pre oba varianty úlohy. Pre variant A to bude (67) a (68) a pre variant B zase (69) a (70).

$$r = R_1 \dots \sigma_r = 0 \quad (67)$$

$$r = R_2 \dots \sigma_r = 0 \quad (68)$$

$$r = 0 \dots u = 0 \quad (69)$$

$$r = R_2 \dots \sigma_r = 0 \quad (70)$$

V ďalšom kroku sú okrajové podmienky dosadené do vzťahov (63) pre variant A, do (63) a (65) pre variant B. Vzniknú teda dve sústavy dvoch rovníc o dvoch neznámých uvedené ďalej. Pre prehľadnosť sú konštanty pre variantu A s indexom 1 a pre druhú variantu s indexom 2. Následne sú výsledky konštant interpretované v tabuľke 6.7

$$0 = A_1 - \frac{B_1}{R_1^2} - \frac{3 + \mu}{8} \rho R_1^2 \omega^2 \quad (71)$$

$$0 = A_1 - \frac{B_1}{R_2^2} - \frac{3 + \mu}{8} \rho R_2^2 \omega^2 \quad (72)$$

$$0 = \frac{1 - \mu}{E} A_2 \cdot 0 + \frac{1 + \mu}{E} B \frac{1}{0} - \frac{1 - \mu^2}{8E} \rho 0^2 \omega^2 \quad (73)$$

$$0 = A_2 - \frac{B_2}{R_2^2} - \frac{3 + \mu}{8} \rho R_2^2 \omega^2 \quad (74)$$

	A [MPa]	B [N]
Variant A	59,350	$4,513 \cdot 10^4$
Variant B	50,141	0

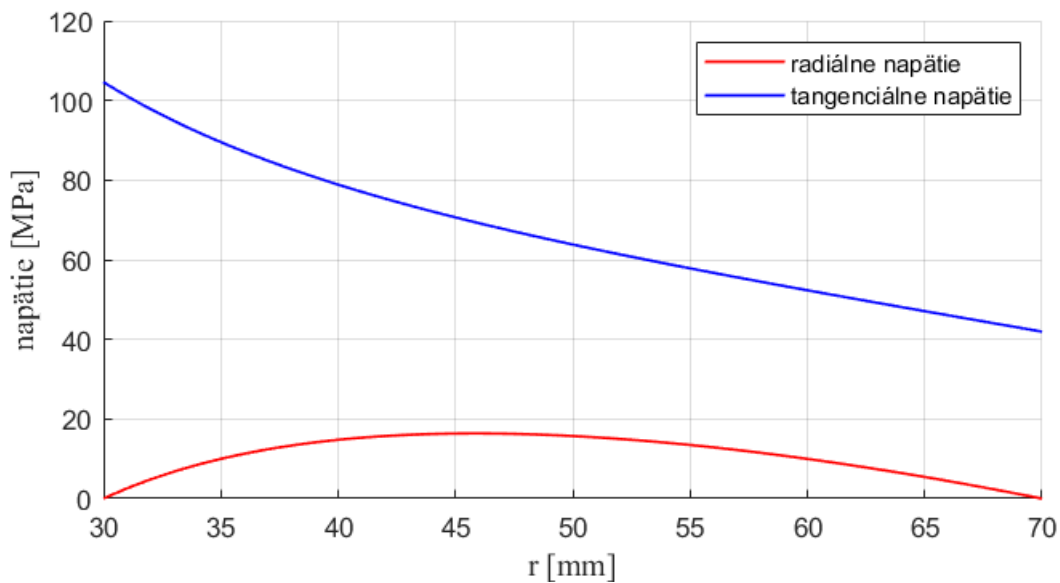
Tab. 6.7: Výsledné hodnoty konštant A a B pre rotujúcu stenu

Po zistení parametrov A a B je už možné zistiť veľkosti napätí v miestach, kde je polomer súčastí rovný hodnote R_1 a R_2 . Veľkosti radiálnych napätí vyplývajú z okrajových podmienok a hodnoty tangenciálnych napätí sú dopočítané. Výsledky sú prehľadne zoradené

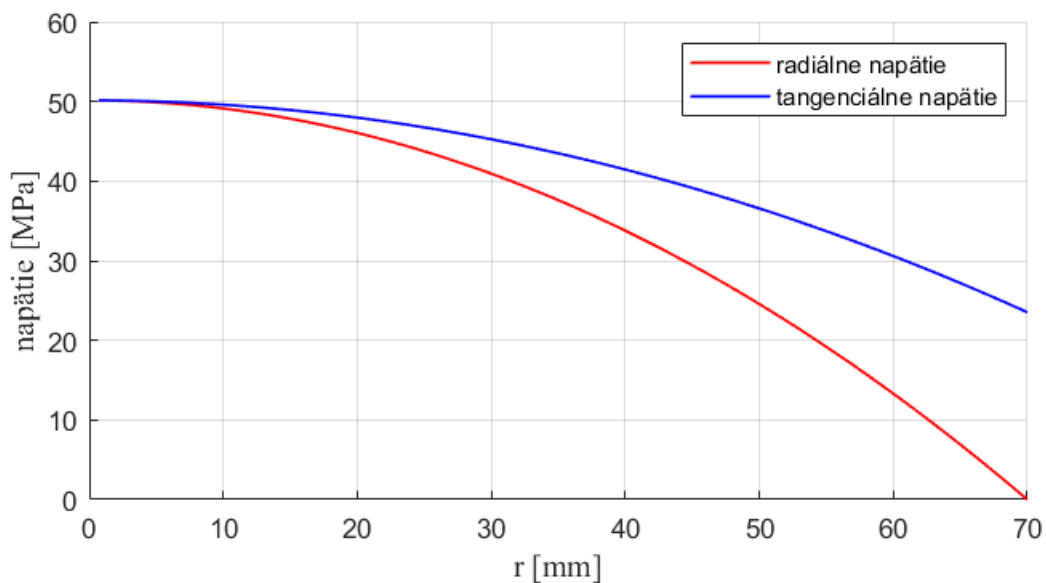
v tabuľke ďalej. Takisto sú vykreslené priebehy oboch druhov napätí rotujúcej steny v intervale R_1 až R_2 pre variantu A, v druhom prípade (variant B) je to interval 0 až R_2 (viď grafické závislosti 6.5 a 6.6).

	$\sigma_r(R_1)$ [MPa]	$\sigma_r(R_2)$ [MPa]	$\sigma_t(R_1)$ [MPa]	$\sigma_t(R_2)$ [MPa]
Variant A	0	0	104,606	41,940
Variant B	50,141	0	50,141	23,523

Tab. 6.8: Hodnoty napätí v koncových bodoch intervalu



Graf 6.5: Priebeh napätí rotujúcej medzikruhovej steny



Graf 6.6: Priebeh napätí rotujúcej kruhovej steny

6.2.3 Výpočet pravdepodobnosti porušenia

Pre samotný výpočet sú opäť využité vzťahy z úvodu kapitoly 6, teda rovnosti (50), (51), (52) a (53) pre riziko porušenia B, pravdepodobnosť porušenia súčasti P_f a hodnotu ekvivalentného napätia σ_e .

V porovnaní s určením pravdepodobnosti porušenia valcového telesa je rozdiel len v skutočnosti, že v tomto prípade ide o dvojsovú napätosť, t. j. jedno z hlavných napätí je nulové. Konkrétne ide o osové napätie rotujúcej steny predstavujúce hlavné napätie σ_3 . Z grafických závislostí je možné určiť prvé dve napätia podľa (75) a (76).

$$\sigma_1 = \sigma_t \quad (75)$$

$$\sigma_2 = \sigma_r \quad (76)$$

Tieto rovnosti sú zhodné pre oba varianty riešenia. Takisto je vhodné zmieniť, že platia v celom intervale $\langle R_1, R_2 \rangle$, a v závislosti na polomere sa toto priradenie nemení. Po ich dosadení do vzťahov spomenutých na začiatku podkapitoly 6.2.3 je vyčíslenie pravdepodobnosti porušenia modelových telies otázkou matematickou, spočívajúcou prevažne v integrovaní vzťahu (51) v Haighovom priestore cez pologuľu. Výsledné hodnoty sú prehľadne uvedené v tabuľke 6.9, pričom je z nich jasné, že medzikruhová stena má pri rovnakých otáčkach značne vyššiu pravdepodobnosť porušenia než stena kruhová, aj napriek tomu, že objem súčasti je menší. To je spôsobené výrazne vyšším prvým hlavným napätím.

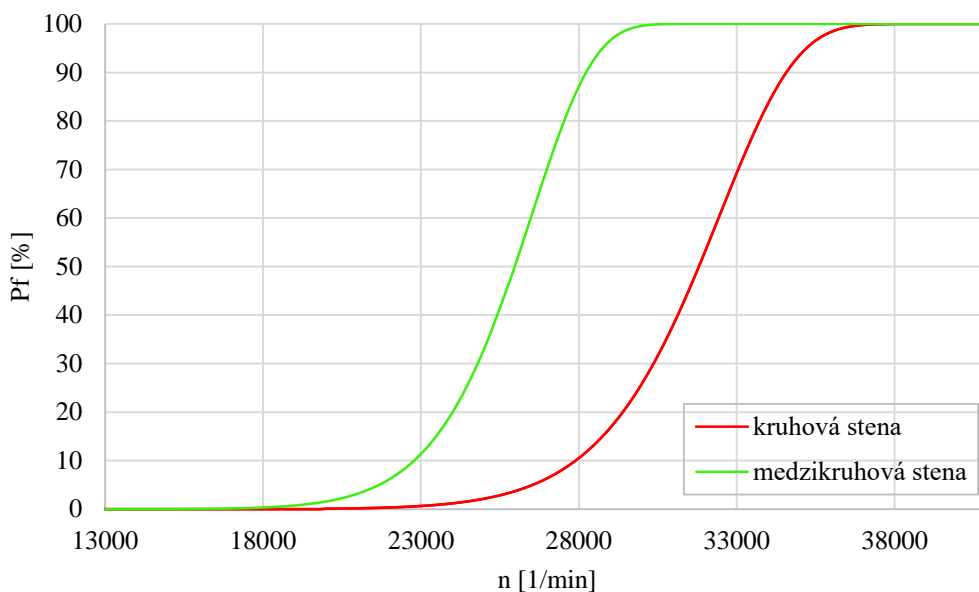
	B [-]	P_f [%]
Variant A	0,223	19,98
Variant B	0,012	1,21

Tab. 6.9: Výsledné hodnoty rizika a pravdepodobnosti porušenia rotujúcej steny

6.2.4 Vplyv otáčok na pravdepodobnosť porušenia rotujúcej steny

Pre posúdenie vplyvu otáčok na pravdepodobnosť porušenia je nutné vytvoriť závislosť pravdepodobnosti porušenia modelového telesa a otáčok. Principiálne ide o vplyv zaťaženia. Keďže teleso rotuje uhlovou rýchlosťou ω závislou na otáčkach, vid' vzťah (66), dochádza tu prostredníctvom existencie rotujúceho súradného systému ku vzniku tzv. odstredivej sily, sily kinematickej a fiktívnej, závislej práve na veľkosti uhlovej rýchlosti a otáčkach telesa [24].

Grafické závislosti (vid' graf 6.7) boli vytvorené v programe Microsoft Excel. Aby boli výsledné krivky vierohodné, použitých bolo približne 180 hodnôt pravdepodobností porušenia pri rôznych hodnotách otáčok n . Tieto výsledky boli získané vytvorením scriptu v programe MATLAB.



Graf 6.7: Závislosť pravdepodobnosti porušenia na otáčkach n [1/min]

Na grafe 6.7 badať, že ide o tzv. S – krivky líšiac sa svojim umiestnením a sklonom. Tieto krivky majú obe stúpajúcu nelineárnu tendenciu, s narastajúcim počtom otáčok n teda bude stúpať aj pravdepodobnosť porušenia súčasti.

Grafická závislosť pre medzikruhovú stenu naznačená zelenou farbou je lokalizovaná v porovnaní so závislosťou pre kruhovú stenu naznačenú červenou farbou vľavo. To znamená, že pri rovnakom zaťažení je pravdepodobnosť porušenia medzikruhovej steny neporovnateľne vyššia než kruhovej steny, čo potvrdzujú aj výsledky analytického zistenia napätia a následne získaných hodnôt pravdepodobnosti porušenia numerickou integráciou pre kruhovú a medzikruhovú voľne rotujúcu stenu. Takisto je možné tvrdiť, že rovnakú hodnotu pravdepodobnosti porušenia tieto dve modelové telesá dosiahnu pri rôznych otáčkach, pričom pre medzikruhovú stenu budú podstatne nižšie, kruhová stena teda vydrží vyššie zaťaženie.

Vzhľadom k tomu, že volené rozmery pre obe telesá, ako je hrúbka a vonkajší priemer, sú rovnaké, predpokladá sa že objem medzikruhového telesa je objemom kruhového telesa zmenšený o dieru v strede s polomerom s hodnotu R_1 . Rovnaké sú takisto aj materiály, k ktorých sú modely vyrobené. Na rozdiel od nosníku namáhaného prostým ohybom preto nie je možné tvrdiť, že rozdiely medzi nimi spôsobuje práve už v tejto práci spomínaný efekt veľkosti telesa, t. j. že súčasť s väčším objemom obsahuje viacero trhlín vo svojej štruktúre, a tým sa pravdepodobnosť jej porušenia zvyšuje.

V tomto prípade je na tom, čo sa týka samotného napätia, medzikruhovú teleso horšie. Napriek rovnakým otáčkam a uhlovej rýchlosti, ktorou obidve telesá rotujú, je vnútorný priemer medzikruhového telesa kritickým miestom. Tu je hodnota napätia maximálna a viac ako dvojnásobná v porovnaní s maximálnym napätím kruhovej steny, čo sa odrazí aj na výslednej pravdepodobnosti poruchy. Vzhľadom na platnosť vzťahu (51) platí medzi P_f a hodnotou napätia lineárna závislosť, čo má väčší vplyv na výslednú hodnotu pravdepodobnosti porušenia súčasti ako veľkosť telesa.

7 Záver

Obsahom tejto práce a jej hlavným predmetom je využitie Weibullovej teórie najslabšieho článku pre výpočet pravdepodobnosti porušenia modelových telies. Tými sú nosníky namáhané prostým a štvorbodovým ohybom, valcové teleso a voľne rotujúca kruhová a medzikruhová stena. Boli zvolené z dôvodu vzniku rôznych druhov stavov napätostí v ich vnútri. Zatiaľ čo v nosníkoch je prítomná jednoosová prúťová napätosť, v rotujúcej stene zase dvojosová napätosť a vo valcovom telese ide o trojosovú napätosť. Dalším opodstatnením ich výberu je možnosť vyjadrenia priebehu napätí analytickým spôsobom.

Výpočet pre nosník namáhaný prostým ohybom pozostával zo zistenia priebehu napätia pomocou definovaných vzťahov, vyčíslením integrálu pre výpočet rizika porušenia súčasti B a následným výpočtom rizika porušenia P_f . Výsledná hodnota pri zadanom záťažovom momente bola 13,46 %.

Podstatnejšiu časť tohto riešenia tvorila analýza vplyvu veľkosti telesa na výslednú hodnotu pravdepodobnosti porušenia súčasti. K tomu poslúžili tzv. S – krivky vytvorené v programe MATLAB. V troch grafoch boli krivky rizika porušenia v závislosti na pôsobiacom záťažovom momente vykreslené vždy pri zmene jedného rozmerového parametru, ktorý bol voči pôvodnej hodnote značne zväčšený alebo zmenšený, pričom všetky ostatné veličiny, ako sú parametre Weibullovoho rozdelenia, záťaženie, ostatné veličiny a iné, zostali nezmenené. Porovnávanie teda bolo adekvátne a vizuálny vplyv týchto zmien na krivky neprehliadnuteľný. Najvýraznejšia zmena sa týkala ich lokalizácie. Každá z nich sa posunula pri zväčšení parametru naľavo a pri zmenšení na pravú stranu v porovnaní s pôvodnou grafickou závislosťou. Z toho vyplynulo, že zväčšením parametrov, a teda zväčšením samotného objemu modelového telesa, dochádza k zvýšeniu pravdepodobnosti porušenia pri rovnakej hodnote záťaženia. Naopak, pri zmenšení objemu sa zníži aj pravdepodobnosť poruchy. Je teda možné týmto spôsobom potvrdiť štatistickú povahu keramických materiálov, keďže so zväčšujúcim sa objemom sa zvyšuje pravdepodobnosť výskytu trhlín, ktoré iniciujú krehký lom.

Nasledoval opäť výpočet nosníku, tentokrát namáhaného štvorbodovým ohybom. Najprv bolo nutné vypočítať pomocou statickej rovnováhy reakčné sily vo väzbách, čo nebolo zložité, keďže išlo o staticky určitú úlohu. Zase bol matematicky vyjadrený priebeh napätia, to v tomto prípade nebolo konštantné po celej dĺžke strednice prúťového telesa, ale vo dvoch úsekoch lineárne stúpalo a klesalo, teda bolo závislé na parametre vzdialenosti od začiatku prútu x , čo vyplynulo zo znázornenia VVÚ. Riziko porušenia bolo nutné určiť zvlášť pre všetky tri úseky a tieto hodnoty potom sčítať. Výsledná hodnota bola použitá pre výpočet rizika porušenia, ktorá vyšla 14,19 %.

Súčasťou riešenia bola aj záverečná analýza S – kriviek a ich porovnanie pre nosníky zaťažené prostým ohybom s dĺžkou l a l_2 (platí, že $l > l_2$) a štvorbodovým ohybom s dĺžkou l . Geometria priečného prierezu všetkých spomenutých nosníkov bola totožná. V grafe boli teda situované 3 krivky. S - krivka charakterizujúca porušenie súčasti s dĺžkou l_2 namáhanej prostým ohybom bola posunutá úplne napravo. Význam porovnávať ju malo s druhým nosníkom zaťaženým prostým ohybom s väčšou dĺžkou l . Z grafu bolo viditeľné, že pravdepodobnosť porušenia sa zväčšuje s rastúcim objemom súčasti, na posune kriviek sa teda opäť podieľal tzv. efekt veľkosti telesa.

Pri konfrontácii prúťových telies s rovnakou dĺžkou l (a teda aj objemom V) namáhaných štvorbodovým a prostým ohybom bola krivka pre prút namáhaný štvorbodovým ohybom situovaná vpravo. Tým pádom je jasné, že namáhanie štvorbodovým ohybom je efektívnejšie a súčasť vydrží väčšie záťaženie.

Pre zistenie pravdepodobnosti porušenia valcového telesa pre všetky štyri varianty záťaženia bolo potrebné v prvom rade zistiť priebeh napätia pomocou daných vzťahov a vhodne zvolených okrajových podmienok pre každú možnosť namáhania osobitne. To

viedlo k sústave troch rovníc s tromi neznámymi po ktorej vyriešení bolo možné vykreslenie napätí graficky opäť v programe MATLAB. Keďže znamienka troch pôsobiacich napätí sa menili a ich krivky sa v grafe pretínali, bolo nutné zistiť hodnotu ich priesečníkov. Podľa nich boli vytvorené intervaly, na ktorých sa zisťovalo, ktorému hlavnému napätiu odpovedá radiálne, tangenciálne alebo osové napätie.

Výsledky pravdepodobnosti porušenia boli nasledovné. Pre variant D, kde v osi a takisto na vnútorný priemer pôsobí tlak je jej hodnota najvyššia, a síce 21,5 %. Výsledok varianty C je zase najnižší, a to 0 %. To sa vzhľadom k skutočnosti, že všetky prítomné napätia majú zápornú hodnotu dalo očakávať. Faktom stále zostáva, že pôsobením tlakového napätia sa trhliny v štruktúre keramiky zatvárajú, a teda k zvyšovaniu hodnoty pravdepodobnosti porušenia súčasti a otváraní týchto trhlín pri uvažovaní normálového módu ich šírenia sa podieľa iba kladné ťahové napätie.

Posledným výpočtom bolo riešenie rotujúcej kruhovej a medzikruhovej steny. Takisto ako pri výpočte valcového telesa sa vychádzalo zo vzťahov definovaných pre tento typ elementárneho telesa. Pre vykreslenie grafických závislostí napätí na polomere r bola opäť nutná vhodná voľba okrajových podmienok, tie sa pre kruhovú a medzikruhovou stenu odlišovali. Výsledné hodnoty konštant zistené zo sústav dvoch rovníc o dvoch neznámych boli preto rovnako ako priebeh napätí rôzne. Pri rovnakých otáčkach $n = 24\,000\ 1/\text{min}$ bola výsledná hodnota pravdepodobnosti porušenia medzikruhovej steny 19,98 % a kruhovej steny 1,21 %.

Výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia sa pomerne dosť odlišovali. Tento výsledok je ovplyvnený najmä hodnotou napätia na menšom priemery, ktorá je v prípade medzikruhovej steny viac ako dvojnásobne vyššia, a prispieva tak k nárastu pravdepodobnosti poruchy.

Vykreslené boli aj S – krivky medzikruhovej a kruhovej steny. Vyplývalo z nich, že všeobecne s narastajúcim otáčkami stúpa aj pravdepodobnosť poruchy. Okrem toho boli porovnané a analyzované obe krivky navzájom. Graf charakterizujúci medzikruhovou stenu je lokalizovaný na ľavej strane. Pri rovnakom zaťažení, ako je vidieť aj z uvedených výsledkov výpočtu, je pravdepodobnosť porušenia medzikruhového modelu vyššia. Kruhový variant rotujúcej steny je teda vhodnejší, keďže v porovnaní s medzikruhovým modelom vydrží, aj napriek svojmu väčšiemu objemu, väčšie zaťaženie.

Zoznam použitej literatúry

- [1] HEIMANN, R. B. *Classic and Advanced Ceramics: from Fundamentals to Applications*. Weinheim: Wiley-VCH, 2010. 553 s. ISBN 978-3-527-32517-7.
- [2] HAZLINGER, M., MORAVČÍK, R., ČAPLOVIČ, Ľ., *Degradačné procesy a predikcia životnosti materiálov*, 1. vyd., Bratislava: Nakladateľstvo STU, 2010, 223 s. ISBN 978-80-227-3334-2.
- [3] ŠVEC, P. *Konštrukčné materiály*. 1. vyd. Bratislava: Nakladateľstvo STU, 2010. 220 s. ISBN 978-80-227-3386-1.
- [4] Keramické materiály. In: *Ústav materiálových vied a inžénýrství* [online]. Brno, 2012. [cit. 2019-10-19]. Dostupné z: <http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/bum/prednasky/10-BUM%20-%20keramicke%20materialy.pdf>
- [5] JANOVEC, J., CEJP, J., STEIDL, J., *Perspektivní materiály*. 3. vyd. Praha: nakladatelství ČVUT, 2008. 143 s. ISBN 978-80-01-04167-3.
- [6] BASU, B., BALANI, K., *Advanced structural ceramics*. Hoboken. N.J.: Wiley, 2011, 474 p. ISBN 978-1-118-03730-0.
- [7] The most well-known oxid ceramic material. In: *Ceramtec* [online]. [cit. 2019-10-19]. Dostupné z: <https://www.ceramtec.com/ceramic-materials/aluminum-oxide/#>
- [8] Non-oxide ceramics. In: *Ústav skla a keramiky* [online]. Praha, 2013. [cit. 2019-10-21]. Dostupné z: http://old.vscht.cz/sil/keramika/Ceramic_Technology/SM-Lect-9A.pdf
- [9] OVČAČÍKOVÁ, H., VLČEK, J., *Speciální keramické materiály*. [online]. 1. vyd. Ostrava, 2013. [cit. 2019-10-22]. 111 s. ISBN 978-80-248-3365-1. Dostupné z: https://www.fmfi.vsb.cz/export/sites/fmfi/modin/cs/studijni-opory/resitelsky-tym-2-metalurgie/specialni-keramicke-materialy/Ovcacikova_Specialni-keramicke-materialy.pdf
- [10] Lomové chování a zkoušení keramiky. In: *Ústav materiálových vied a inžénýrství* [online]. Brno, 2012. [cit. 2019-10-12]. Dostupné z: http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/metody_zkouseni_materialu/prednasky/WZ1_10_lomove_chovani_a_zk_keramik.pdf
- [11] The all-purpose construction material. In: *Ceramtec* [online]. [cit. 2019-11-12]. Dostupné z: <https://www.ceramtec.co.uk/ceramic-materials/zirconium-oxide/>
- [12] WEIBULL, W., *A statistical theory of the strength of materials*. Stockholm: Ingeniörsvetenskapsakademiens. 1939.
- [13] KARPÍŠEK, Z., *Teorie spolehlivosti - metody a aplikace*. [online]. Brno, 2005. [cit. 2018-11-24]. Dostupné z: <http://www.mat.fme.vutbr.cz/Home/karpisek/soubory-ke-stazeni>

- [14] NOVOTNÝ, R., Weibullovo rozdělení při analýzách bezporuchovosti. In: *Elektrorevue*. [online]. Brno, 2002. [cit. 2019-11-24]. Dostupné z: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/02017/index.html#typy>
- [15] MLÁDKOVÁ A., Odhad charakteristik náhodné veličiny. Bodové odhady parametrů a některých ukazatelů spolehlivosti Weibullova rozdělení. In: *Weibullovo rozdělení náhodných veličin. Zborník prednášok*. [online]. 1. vyd. Praha, 2016. [cit. 2018-11-26]. 40 s. Dostupné z: https://www.csq.cz/fileadmin/user_upload/Spolkova_cinnost/Odborne_skupiny/Spolehlivost/Sborniky/Sbornik192_64.pdf. ISBN 978-80-02-02696-9
- [16] PETROVIC, J.J. Weibull statistical fracture theory for the fracture of ceramics. *Metallurgical and Materials Transactions A* [online]. 1987. [cit. 2020-02-01]. ISSN 1543-1940. Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF02647012#citeas>
- [17] QUINN G. D., QUINN J.B., A practical and systematic review of Weibull statistics for reporting strengths of dental materials. *Dental materials* [online]. 2010. [cit. 2020-03-01]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0109564109003108?via%3Dihub>
- [18] LEGÁT V., STÁVEK M., Vztah mezi kvalitou a spolehlivostí, *Československý odborný časopis Kvalita a společenská zodpovědnost'* [online]. 1. vyd. Praha, 2014. [cit. 2020-2-28]. Dostupné z: <https://www.casopiskvalita.eu/clanky/rocnik-2014/1-2014/vztah-mezi-kvalitou-a-spolehlivosti>
- [19] LEI W., ZHISHUI Y., ZHANG P., QIAN G., Statistics of ceramic strength: Use ordinary Weibull distribution function or Weibull statistical fracture theory? *Ceramics International* [online] 1. vyd., máj 2020. [cit 2020-5-26]. Dostupné z https://www.researchgate.net/publication/341320284_Statistics_of_ceramic_strength_Use_ordinary_Weibull_distribution_function_or_Weibull_statistical_fracture_theory
- [20] MCLEAN A., HRTSOCK D. L., An Overview of the Ceramic Design Process, Ceramics and Glasses, *Engineered Materials Handbook*, 4. vyd., s. 676-689, ASM International 1991
- [21] KOVÁŘ, J. *Pravděpodobnosti porušení keramické součásti s využitím Weibullový teorie nejslabšího článku*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 105 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D..
- [22] ONDRÁČEK E., VRBKA J., JANÍČEK P. *Mechanika těles: pružnost a pevnost. II*. Brno: CERM, 2002, 2. vyd., 262 s. ISBN 80-214-2214-9
- [23] JANÍČEK P., ONDRÁČEK E., VRBKA J., BURŠA J. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I*. Brno: CERM, 2004, 2. vyd., 287 s. ISBN 80-214-2592-X
- [24] KLUVÁNEK P., *Pravda o odstředivé síle*. In: *OSEL*. [online]. 2009. [cit. 2020-06-15]. Dostupné z: <https://www.osel.cz/4795-pravda-o-odstredivej-sile.html>

Zoznam obrázkov

Obrázok 4.1: výrobky z keramiky na báze Al_2O_3 a jej štruktúra[7].....	14
Obrázok 4.2: výrobky z keramiky na báze ZrO_2 a jej štruktúra[11].....	15
Obrázok 4.3: možné systémy zlúčenín tvoriacich neoxidovú keramiku[5].....	15
Obrázok 4.4: Jednotlivé etapy pri procese sušenia keramiky[9] (upravené).....	17
Obrázok 4.5: Štádia procesu spekania keramiky[9] (upravené).....	17
Obrázok 4.6: Napäťovo-deformačné charakteristiky keramiky, kovov, konvenčných plastov a elastomérov[2].....	18 18
Obrázok 4.7: Schematické zobrazenie Ring on ring testu[10].....	19
Obrázok 4.8: Princíp skúšky na 4-bodový ohyb[3].....	19
Obrázok 4.9: Vplyv parametru b na tvar kriviek hustoty pravdepodobnosti a distribučnej funkcie[13] (upravené).....	22
Obrázok 4.10: Zložená tyč dĺžky L [16] (upravené).....	23
Obrázok 4.11: Funkčná závislosť pravdepodobnosti porušenia ozn. S na zaťažení telesa[12].....	23
Obr. 4.12: Zobrazenie jednotkovej guľovej plochy spolu s normálovým napätím v Haighovom priestore [21].....	27
Obr. 5.1: Prút namáhaný prostým ohybom so zobrazením priebehu napätia po priereze..	30
Obr. 5.2: Časť scriptu pre výpočet B a P_f prútu namáhaného prostým ohybom.....	32
Obr. 5.3: Časť scriptu pre definovanie funkcie $P_f = f(M)$	32
Obr. 5.4: Prút namáhaný štvorbodovým ohybom.....	35
Obr. 5.5: Úplné uvoľnenie a VVÚ prútu namáhaného štvorbodovým ohybom.....	36
Obr. 5.6: Časť scriptu pre overenie analytického výpočtu nosníku namáhaného štvorbodovým ohybom.....	38
Obr.6.1: Meridiánový rez valcového telesa s jeho rozmermi.....	42
Obr. 6.2: Varianty zaťaženia valcového telesa.....	43
Obr. 6.3: Časť scriptu pre riešenie sústavy lineárnych rovníc.....	45
Obr. 6.4: Časť scriptu pre vykreslenie troch pôsobiacich napätí na valcové telesa.....	45
Obr. 6.5: Časť scriptu s numerickou integráciou pre výpočet B (variant A).....	48
Obr. 6.6: Časť scriptu s numerickou integráciou pre výpočet B (variant B).....	49
Obr. 6.7: Medzikruhová a kruhová rotujúca stena.....	51

Zoznam tabuliek

Tab. 5.1: Porovnanie hodnôt rizika porušenia zistených numericky a analyticky	39
Tab. 6.1: Okrajové podmienky potrebné pre zistenie priebehu napätia valcového telesa..	44
Tab. 6.2: Výsledné hodnoty A, B a ε_z	45
Tab. 6.3: Hodnoty obvodových, radiálnych a osových napätí [MPa]	46
Tab. 6.4: Hodnoty priesečníku tangenciálneho a radiálneho napätia r_x	48
Tab. 6.5: Hodnoty rizík porušenia a pravdepodobností porušenia	49
Tab. 6.6: Pravdepodobnosť porušenia vychádzajúca z určenia hl. napätí analyticky a MKP[21] (upravené).....	50
Tab. 6.7: Výsledné hodnoty konštant A a B pre rotujúcu stenu	52
Tab. 6.8: Hodnoty napätí v koncových bodoch intervalu.....	53
Tab. 6.9: Výsledné hodnoty rizika a pravdepodobností porušenia rotujúcej steny	54

Zoznam grafov

Graf 5.1: S-krivky pri zmene parametru a.....	33
Graf 5.2: S-krivky pri zmene parametru b.....	33
Graf 5.3: S-krivky pri zmene parametru l	34
Graf 5.4: S – krivky pre nosníky namáhané štvorbodovým a prostým ohybom.....	39
Graf 6.1: Závislosť napätia na polomere r (variant A).....	46
Graf 6.2: Závislosť napätia na polomere r (variant B).....	46
Graf 6.3: Závislosť napätia na polomere r (variant C).....	47
Graf 6.4: Závislosť napätia na polomere r (variant D).....	47
Graf 6.5: Priebeh napätí rotujúcej medzikruhovej steny	53
Graf 6.6: Priebeh napätí rotujúcej kruhovej steny.....	53
Graf 6.7: Závislosť pravdepodobnosti porušenia na otáčkach $n[1/\text{min}]$	55

Zoznam príloh

	názov	obsah
Príloha A	Skrivka_prut1.m	Vykreslenie S – kriviek pre zmenené rozmery nosníku
Príloha B	stvorbohyb.m	Vykreslenie S – kriviek nosníkov namáhaných štvorbodovým a prostým ohybom
Príloha C	valec_napatieA.m	Vykreslenie priebehu napätia valcového telesa pre variant A
Príloha C1	valcove_telesoA.m	Výpočet pravdepodobnosti porušenia valcového telesa pre variant A
Príloha D	valec_napatieB.m	Vykreslenie priebehu napätia valcového telesa pre variant B
Príloha D1	valcove_telesoB.m	Výpočet pravdepodobnosti porušenia valcového telesa pre variant B
Príloha E	valec_napatieC.m	Vykreslenie priebehu napätia valcového telesa pre variant C
Príloha E1	valcove_telesoC.m	Výpočet pravdepodobnosti porušenia valcového telesa pre variant C
Príloha F	valec_napatieD.m	Vykreslenie priebehu napätia valcového telesa pre variant D
Príloha F1	valcove_telesoD.m	Výpočet pravdepodobnosti porušenia valcového telesa pre variant D
Príloha G	kruhova_stena.m	Výpočet pravdepodobnosti porušenia kruhovej steny
Príloha H	medzikruhova_stena.m	Výpočet pravdepodobnosti porušenia medzikruhovej steny