



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

**ANALÝZA DYNAMICKÉHO CHOVÁNÍ ŠTÍHLÉ
MOSTNÍ KONSTRUKCE A NÁVRH ZAŘÍZENÍ NA
OMEZENÍ VIBRACÍ**

THE ASSESSMENT SLENDER BRIDGE STRUCTURE SUBJECTED TO DYNAMIC LOADS
AND DESIGN OF THE DAMPING DEVICES

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. JANA ŘHOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. VLASTISLAV SALAJKA, CSc.

BRNO 2020

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá dynamickou analýzou lávky pro pěší. Výpočtový model lávky byl vytvořen v programu ANSYS. Model byl zatížen působením větru v příčném a podélném směru. Dále byl buzen pohybem chodců ve svislém směru. Následně, v důsledku nevyhovujícím kritériím na buzení chodci, bylo navrženo zařízení ke snížení vibrací. Návrhem bylo docíleno snížení vibrací lávky na přijatelné hodnoty, což bylo ukázáno v analýzách modelu.

Abstract

This master thesis deals with the dynamic analysis of a footbridge. Computational model of the footbridge was created using ANSYS software. The model was subjected to dynamic wind load in longitudinal and lateral direction. Furthermore pedestrian load in lateral direction was analyzed. Afterwards, due to unsatisfactory response to the pedestrian load, a tuned mass damper was introduced to reduce the vibration. This led to decrease in the vibration to a satisfactory levels, as is shown in the analyses of the model.

Klíčová slova

lávka pro pěší, zavěšený most, skořepinový model, zatížení větrem, zatížení chodci, vibrace, pohlcovač vibrací, ANSYS, harmonická analýza, modální analýza, statická analýza

Keywords

footbridge, cable-stayed bridge, shell model, dynamic wind load, pedestrian load, vibration, tuned mass damper, ANSYS, harmonic analysis, modal analysis, static analysis

Citace

ŘEHOVÁ, Jana. *ANALÝZA DYNAMICKÉHO CHOVÁNÍ ŠTÍHLÉ MOSTNÍ KONSTRUKCE A NÁVRH ZAŘÍZENÍ NA OMEZENÍ VIBRACÍ*. Brno, 2020. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, FAKULTA STAVEBNÍ. Vedoucí práce doc. Ing. VLASTISLAV SALAJKA, CSc.

ANALÝZA DYNAMICKÉHO CHOVÁNÍ ŠTÍHLÉ MOSTNÍ KONSTRUKCE A NÁVRH ZAŘÍZENÍ NA OMEZENÍ VIBRACÍ

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpala.

.....

Jana Řehová
10. ledna 2020

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat svému vedoucímu panu doc. Ing. Vlastislavu Salajkovi, CSc. za cenné rady a připomínky při vypracování práce, a hlavně za jeho trpělivost. Dále bych chtěla poděkovat své rodině a přátelům, kteří mi byli velkou oporou.

Obsah

1	Úvod	3
2	Popis lávky pro pěší	4
2.1	Nosná konstrukce lávky	4
2.1.1	Hlavní nosník	6
2.1.2	Mostovka	6
2.1.3	Pylon	6
2.1.4	Táhla	7
2.2	Spodní stavba	7
3	Výpočtový model	9
3.1	Použité prvky	9
3.1.1	SHELL181	18
3.1.2	BEAM188	19
3.1.3	SOLID185	19
3.1.4	COMBIN14	20
3.1.5	SURF154	21
3.1.6	SURF153	22
3.2	Použité materiály	22
3.3	Okrajové podmínky	23
4	Statická lineární analýza	24
4.1	Výpočet statické odezvy	25
5	Modální analýza	27
5.1	Výpočet modální analýzy	27
6	Harmonická analýza	29
6.1	Odrhávání vírů	30
6.1.1	Zatížení větrem působící na trám	32
6.1.2	Zatížení větrem působící na pylon v podélném směru	32
6.1.3	Zatížení větrem působící na pylon v příčném směru	35
6.2	Dynamické zatížení chodci	37
6.2.1	Výpočet zatížení chodci	38
7	Pohlčovač vibrací	42
7.1	Návrh tlumícího zařízení	43
8	Závěr	52

Literatura	53
A Vlastní tvary kmitu	57

Kapitola 1

Úvod

Diplomová práce se zabývá statickou a dynamickou analýzou ocelové lávky pro pěší přes řeku Olšavu v Uherském Brodě. Tato lávka je zatížena dynamickými účinky od větru, pohybu chodců, a následně je navrženo zařízení na omezení vibrací.

V dnešní době se staví konstrukce, kdy lidé chtějí překonávat své hranice, ať výškou konstrukce nebo např. velkým rozpětím u mostů. Vymýšlejí se odvážné konstrukce, kdy je snaha, aby konstrukce byla vysoká, štíhlá, lehká, pružná, ekonomicky výhodná. Tyto typy konstrukcí bývají náchylné na dynamické zatížení způsobené právě větrem nebo pohybem chodců, mívají nízkou vlastní frekvenci v kombinaci s nízkou hodnotou tlumení. Pokud se vlastní frekvence konstrukce přiblíží k frekvenci budícího zatížení může nastat rezonanční jev. Ten způsobuje vysoký nárůst vibrací, což může vést až ke kolapsu konstrukce. Často dochází i ke ztrátě komfortu nebo ke snížení únosnosti konstrukce vlivem únavy. V důsledku toho jsou ve větší míře vyžadovány důkladné dynamické analýzy.

Dynamickým zatížením se rozumí zatížení konstrukce proměnné v čase narozdíl od zatížení statické, které je na čase nezávislé. Toto zatížení způsobuje kmitání konstrukce, které je charakterizováno amplitudou posunutí, rychlosti a zrychlení. Dynamické zatížení málokdy způsobí úplný kolaps konstrukce, ale konstrukce může být rozkmitána např. chodci do takové míry, kdy se chodci nejde komfortně nebo dokonce může ztratit rovnováhu při pohybu. Jak nám ale minulost ukázala, dynamické zatížení bychom neměli podceňovat. Příklad kolapsu mostu vlivem zatížení větrem je snad nejnámější z r.1940, kdy most Tacoma Narrows se dostal do rezonance a nastal totální kolaps konstrukce. Další známý případ, byť méně a nenastalo k úplnému kolapsu, je lávka pro pěší Millennium v Londýně. Lávka se dostávala do frekvencí blízkých rezonanci pohybem velkého množství chodců. Nakonec museli na lávku nainstalovat tlumící zařízení, které zmírnilo její kmitání. Je daleko více zaznamenaných případů, proto je důležité na dynamickou analýzu nezapomínat. Hlavně pro takovýto typ konstrukcí. Tato problematika je velice rozšířené téma a není vůbec jednoduché, už z toho důvodu, že jde o časově proměnný jev. A dalo by se říct, že i náhodný. Každý člověk chodí jinak, má svou hmotnost a frekvenci chůze, je těžké tyto pohyby modelovat úplně přesně. To samé se dá říci o větru, nefouká pokaždé stejně a se stejnou intenzitou. Ve své diplomové práci jsem přiblížila, jak se dají tato zatížení počítat a ukázat jaké je řešení. A to návrhem tlumícího zařízení, které dokáže omezit kmitání konstrukce.

Diplomová práce je vyhotovena v programu ANSYS 15.0, ve kterém je namodelována ocelová lávka pro pěší dle projektové dokumentace. Na výpočtový model bylo aplikováno zatížení větrem a poté chodci k získání hodnot vibrací. Lávka dle doporučených kritérií nevyhověla, proto bylo navrženo nainstalovat tlumící zařízení. Návrh zařízení je také obsahem této práce.

Kapitola 2

Popis lávky pro pěší

Lávka je určena pro pěší a cyklistickou dopravu. Nachází se v obci Uherský Brod a vede přes řeku Olšava. Byla projektována v roce 2016, a poté realizována v roce 2018. Nyní se staví její téměř identické „dvojče“ přes silnici I/50, která je vedena Uherským Brodem. Lávky nesou název Všežvěd a Všudybud (Všežvěd již stojí) podle postavy Všežvěda Všudybyla ze známého díla J.A.Komenského Labyrint světa a ráj srdce. Alegorie k tomuto dílu je, že lávky představují 2 brány do města jako tomu bylo v Labyrintu.

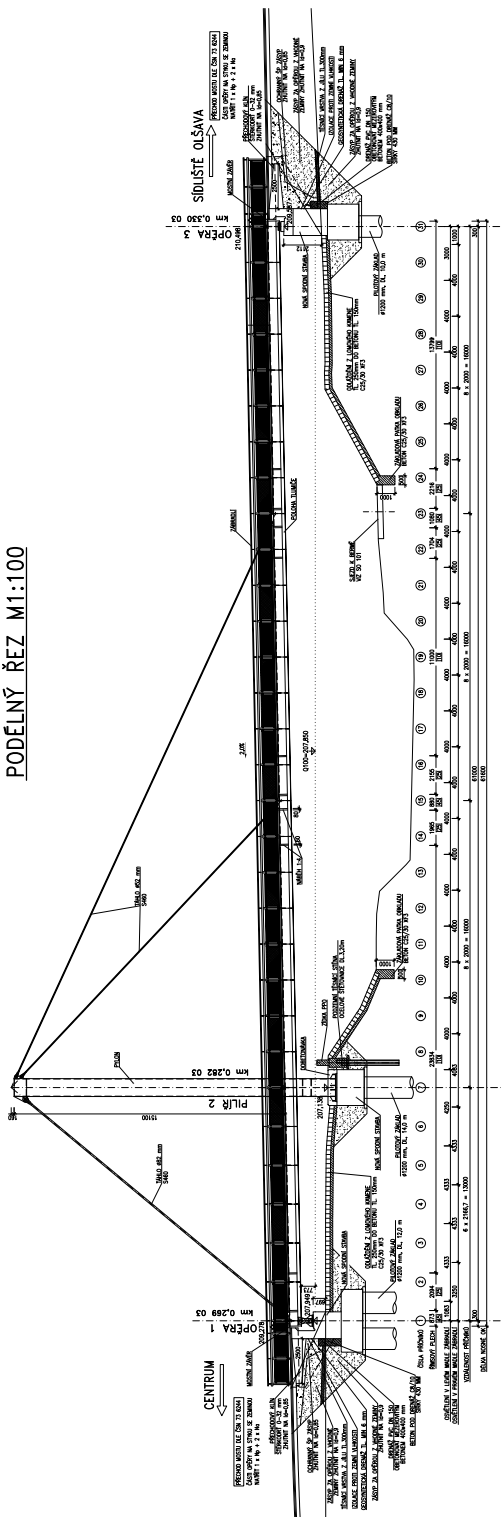
Délka lávky je 68,6 m, přičemž délka nosné konstrukce je 61,1 m. Je tvořena dvěma poli, jejichž rozpětí činí 13,0 m a 48 m (viz. kap. 2.1). Z důvodu délky hlavního pole byla zvolena zavěšená nosná konstrukce lávky. Světlná šířka lávky je 3,5 m. Výškově a směrově je lávka v přímé, výškově je lávka se stoupajícím konstantním sklonem +2,0 %, převýšení mezi pravým a levým břehem je 1,22 m. Celková dispozice lávky je zobrazena na obr. 2.1.

2.1 Nosná konstrukce lávky

Hlavní nosník lávky je ocelový trám uzavřeného průřezu. Horní pásnici tvoří mostovka (viz. kap. 2.1.2). Jedná se o spojitý nosník tvořen dvěma poli o rozpětí 13,0 a 48,0 m, který je zavěšen na pylon (viz. kap. 2.1.3). Na vrcholu pylonu jsou připevněna táhla (viz. kap. 2.1.4), která nesou hlavní nosník. Uložení nosné konstrukce na opěře 1 je řešeno pomocí kyvných ocelových stojek, u pilíře 2 je nosná konstrukce uložena na dolním průvlaku pylonu pomocí čepových spojů. Na opěře 3 je nosná konstrukce uložena prostřednictvím hrncových ložisek doplněných tahovým kotvením.

Pro celou nosnou konstrukci je použit materiál S355J2+N dle ČSN EN 10025.

PODÉLNÝ ŘEZ M1:100



Obrázek 2.1: Dispozice lávky.

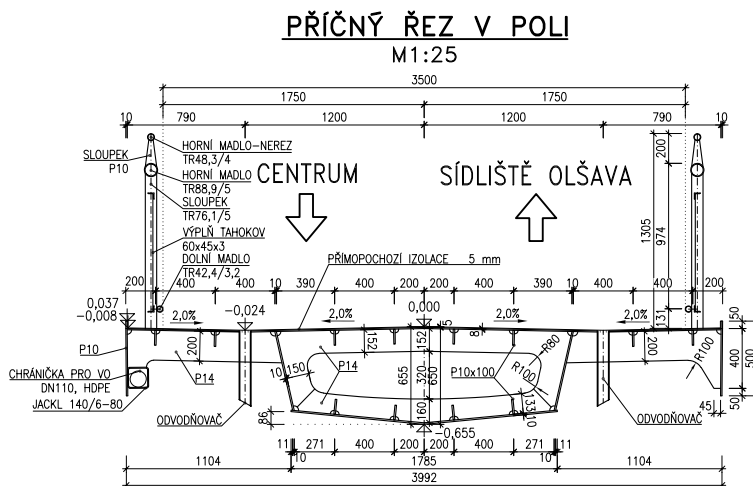
2.1.1 Hlavní nosník

Základním nosným prvkem je ocelový, svařovaný, plnostěnný trám uzavřeného průřezu. V příčném směru je trám tvořen konstantním komorovým průřezem výšky 650 mm a maximální šířky 2000 mm. Tlustka plechů je 10 mm a v místě pylonu jsou zesíleny na 20 mm. Vyztužení hlavního nosníku je tvořeno příčnými a podélnými výztuhami. Příčné výztuhy jsou plechy tl. 14 a 20 mm, jejichž rozteče jsou 2166,7 mm v poli 1 a 2000 mm v poli 2. Podélné výztuhy jsou přivařeny na dolní a horní pánsnici trámu, jedná se o plechy tl. 10 mm, délky 100 mm. Po obou stranách trámu jsou provedeny konzoly délky 1 m. V místě závěsů je provedeno zesílení krajních plechů konzol.

Na obr. 2.2 je zobrazen příčný řez v poli.

2.1.2 Mostovka

Mostovka tvoří horní pánsnici trámu. Příčný sklon je střechovitý 2,0 % s oboustranným protisklonem 2,0 %. Odvodnění je řešeno právě tímto oboustranným protisklonem, jehož osa je vzdálena 1,2 m od osy trámu.

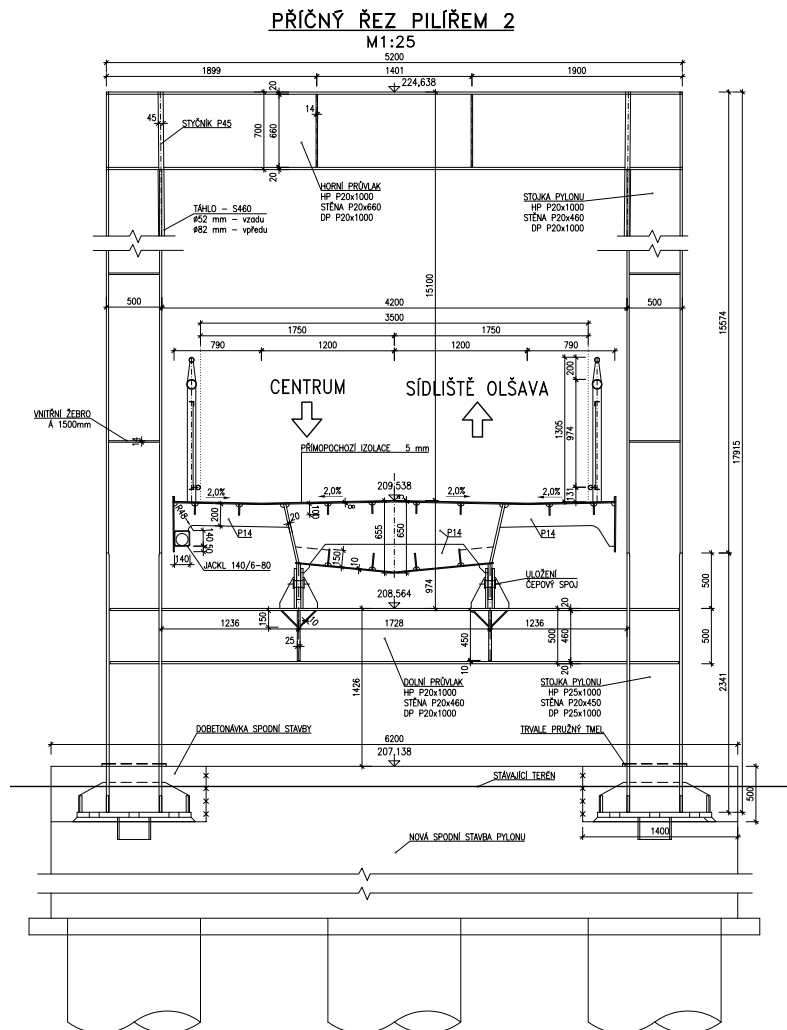


Obrázek 2.2: Příčný řez v poli.

2.1.3 Pylon

Celková výška pylonu je 17,5 m, je tvořen dvojicí ocelových stojek obdélníkového průřezu 500 x 1000 mm, které jsou ve vrcholu spojeny ocelovým průvlakem průřezu 700 x 1000 mm. Ve spodní části jsou stojky pylonu spojeny ocelovým průvlakem obdélníkového průřezu 500 x 1000 mm, který slouží pro uložení nosné konstrukce na pilíři 2. Vrchol pylonu je zesílen dvojicí styčnickových plechů, tl. 45 mm. Vnitřní část průřezu stojek a průvlaků je vyztužena příčnými diafragmaty, tl. 14 mm a 25 mm.

Na obr. 2.3 je zobrazen příčný řez.



Obrázek 2.3: Příčný řez pilířem.

2.1.4 Táhla

Na vrcholu pylonu jsou upnuta závěsná táhla, která vynášejí hlavní pole 2. Dále je ve vrcholu pylonu upnuto protitáhlo, které je kotveno do trámu nad opěrou 1. Táhla jsou navržena ocelová z kulatiny o průměru 52 a 82 mm. Táhla, která kotví pylon v prvním poli jsou kotvena nad opěrou 1 a mají průměr 52 mm, zatímco dvojice táhel vynášející hlavní nosník jsou průměru 82 mm. Celkový počet táhel je $3 \times 2 = 6$ ks. Táhla jsou předeprnuta.

Táhla jsou vyrobena z oceli S460N dle ČSN EN 10025-1,3.

2.2 Spodní stavba

Spodní stavba je tvořena dvěma železobetonovými opěrami a jedním železobetonovým pilířem, které jsou založeny na železobetonových vrtaných pilotách.

Na opěře 1 je nosná konstrukce upevněna pomocí dvou kytných ocelových stojek, které jsou ukončeny čepy. Kyvné stojky umožňují volnou dilataci konstrukce v podélném směru a zároveň přenáší i tahové reakce od NK do podpěry.

Pilíř 2 je tvořen železobetonovým základem pro ukotvení ocelového pylonu. Ocelové stojky pylonu jsou uloženy na podpěru prostřednictvím ocelové patní desky a ukotveny do základového bloku. Na dolním průvlaku pylonu je uložena nosná konstrukce pomocí dvojicí čepových spojů. Uložení je provedeno jako pevné. Na obr. 2.3 je zobrazeno založení pylonu.

Nosná konstrukce je uložena na opěře 3 prostřednictvím dvojice podélně posuvných hrncových ložisek. Dále jsou ložiska doplněna tahovým kotvením.

Kapitola 3

Výpočtový model

Výpočtový model lávky je zpracován v programu ANSYS 15.0.

3.1 Použité prvky

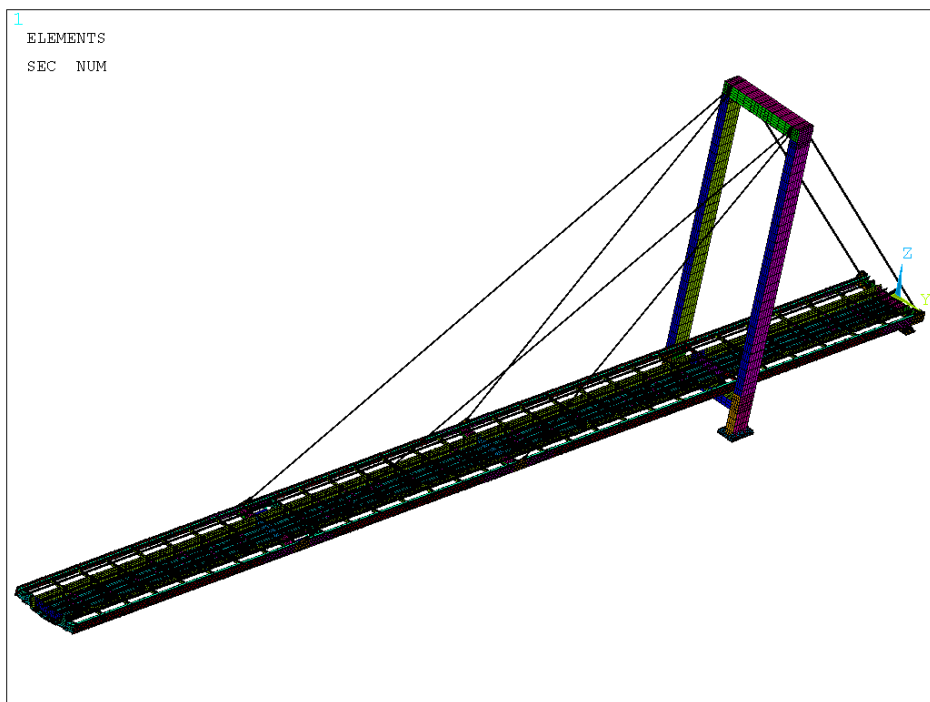
Lávka je navrhnutá z plechů určité tloušťky pro jednotlivé její části, proto je nejvýhodnější použít skořepinový prvek. Jedná se tedy proto převážně o skořepinový model, který je tvořen pomocí prvků SHELL181. Je jím modelován trám lávky, mostovka a pylon. Závěsy jsou tvořeny prutovým prvkem BEAM188 kruhového průřezu. Prvek SHELL181 byl také použit pro tvorbu ložisek a čepových spojů, přímo čepy jsou modelovány pomocí prutového prvku BEAM188 (viz. obrázek 3.8). Prvek SOLID185 byl použit k tvorbě opěry 3, dále byl použit dvojrozměrný prvek SURF153 a trojrozměrný prvek SUPR154 pro dodání stálého zatížení, např. od zábradlí nebo pochůzí vrstvy mostovky.

Lávka je modelována s tlumičem, který je tvořen SHELL181 a připevněn ke konstrukci pomocí pružinového prvku COMBIN14 v každém uzlu pohlcovače.

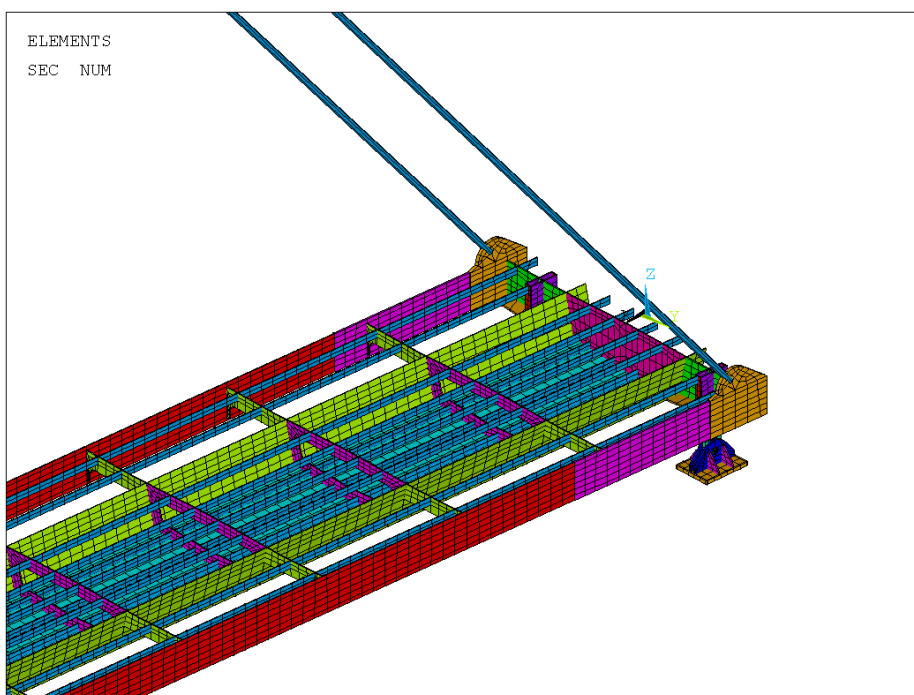
Celkový počet prvků je 80690 a celková hmotá modelu činí 88 863kg.

V tabulce 3.1 jsou shrnuty typy prvků, tloušťky plechů (popř. průměry pro závěsy). V této tabulce jsou vyčísleny hmotnosti jednotlivých částí lávky. Popis jednotlivých prvků a jejich vstupní parametry jsou popsány v kapitolách 3.1.1 až 3.1.6. Pohledy na výpočtový model jsou zobrazeny na obrázcích 3.1 až 3.10.

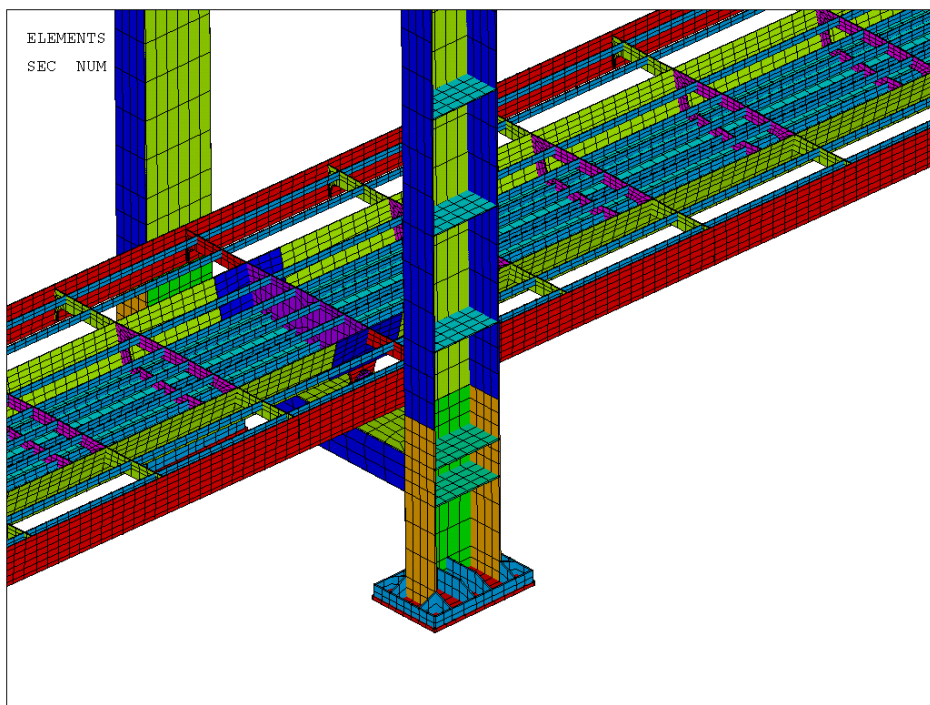
Model byl sestaven dle [1].



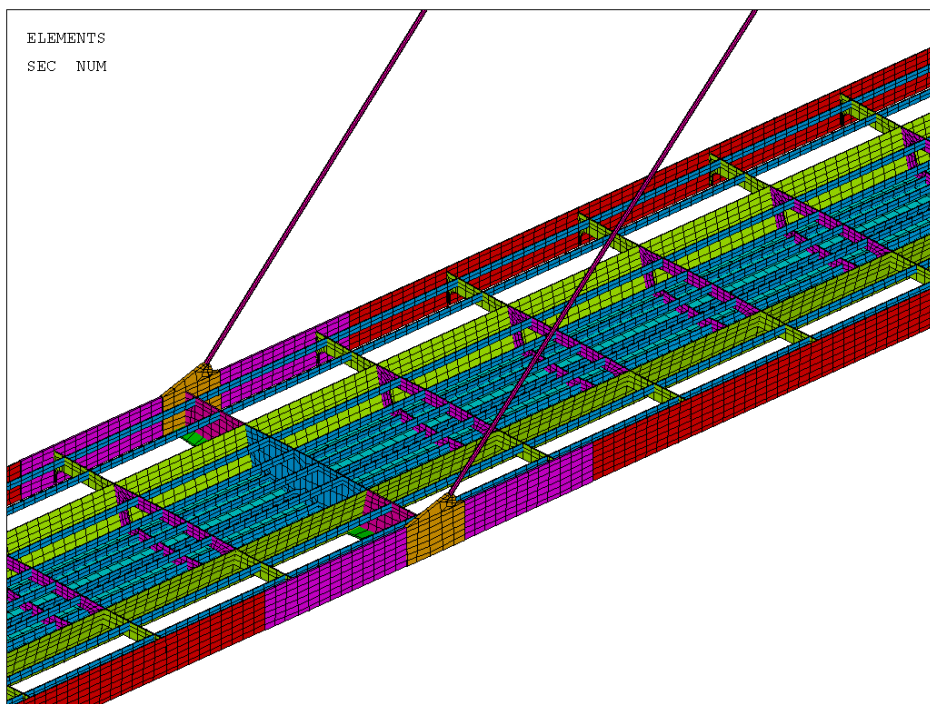
Obrázek 3.1: Celkový pohled na výpočtový model



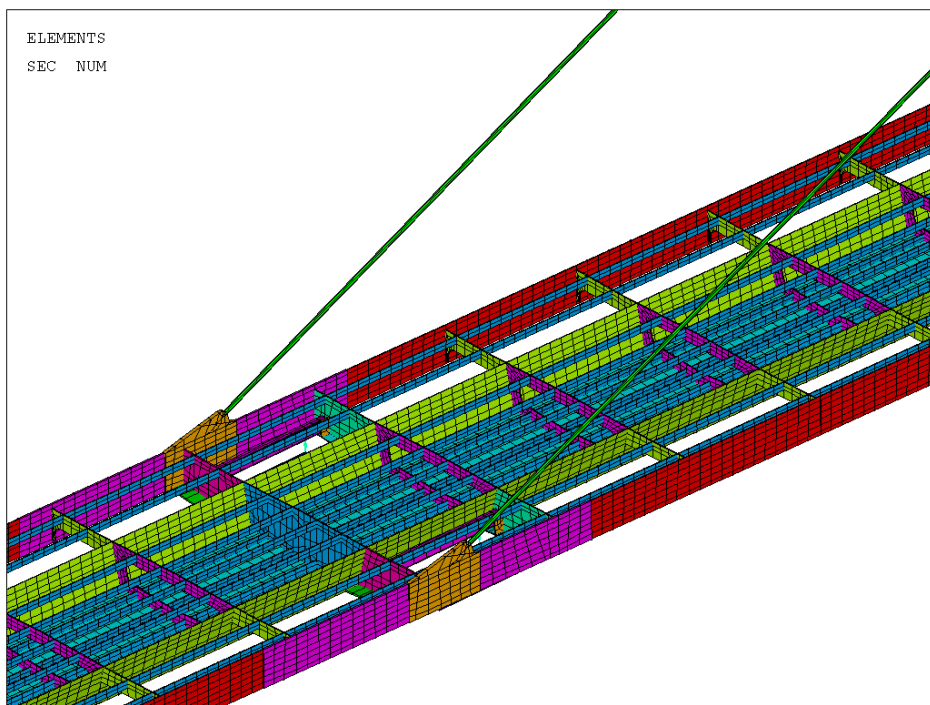
Obrázek 3.2: Pohled opěra 1



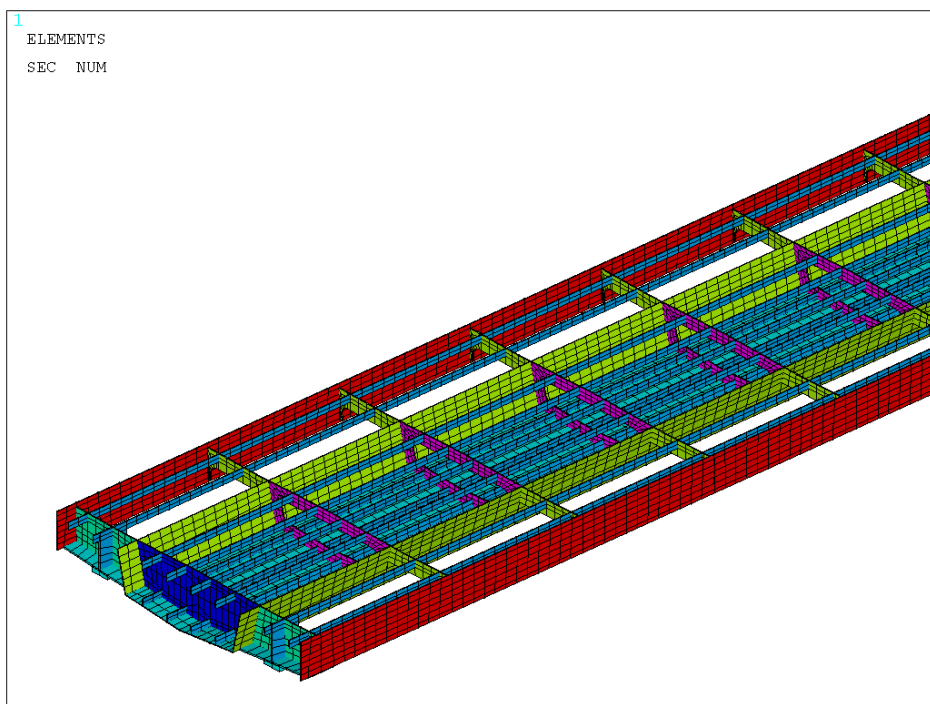
Obrázek 3.3: Pohled pylon



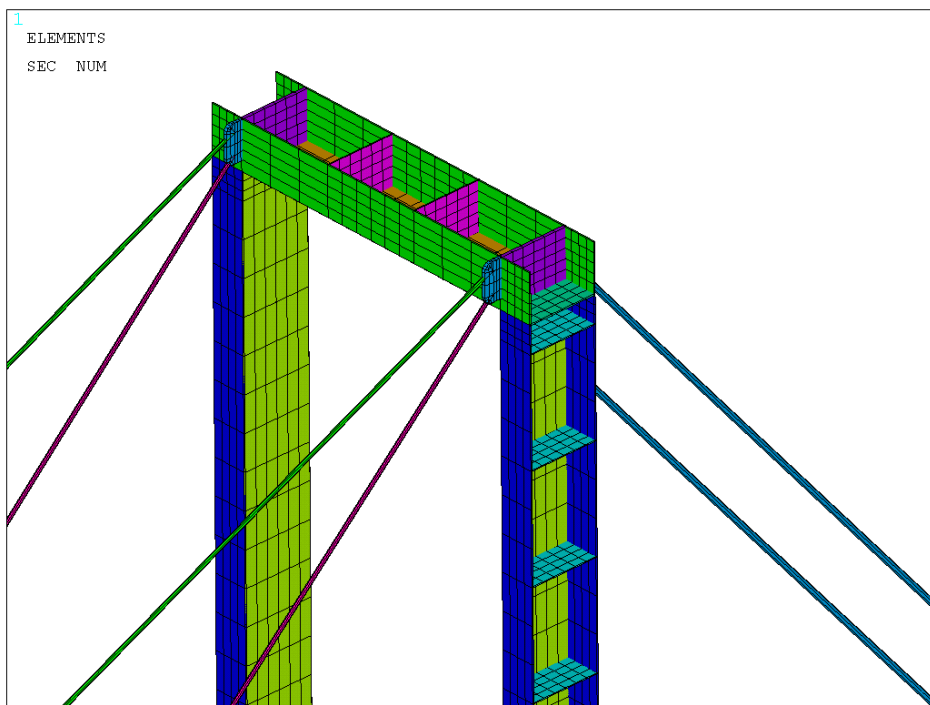
Obrázek 3.4: Pohled trám



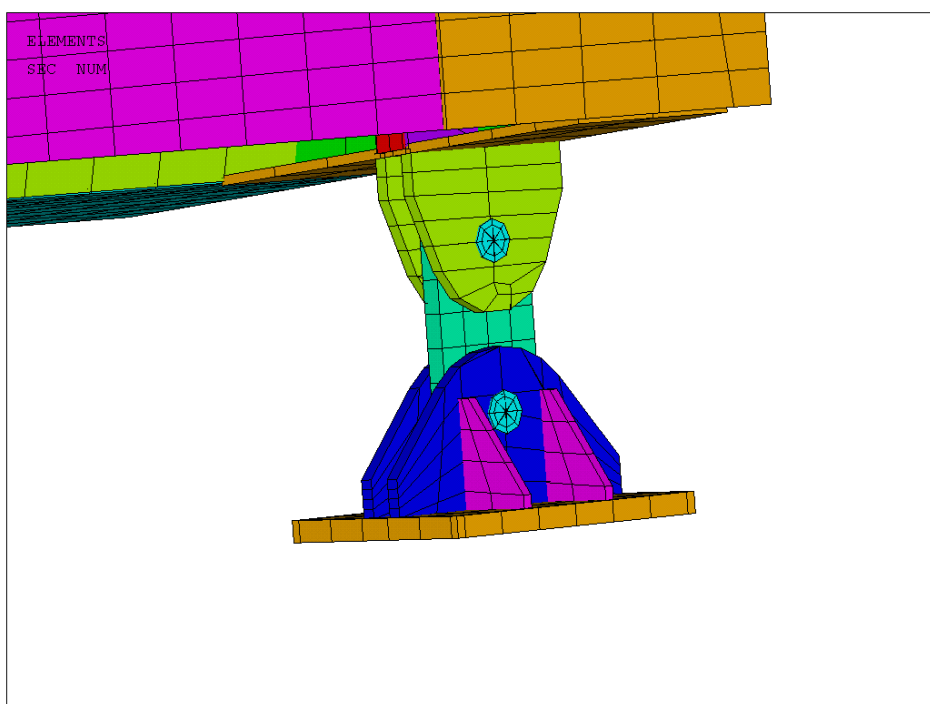
Obrázek 3.5: Pohled trám



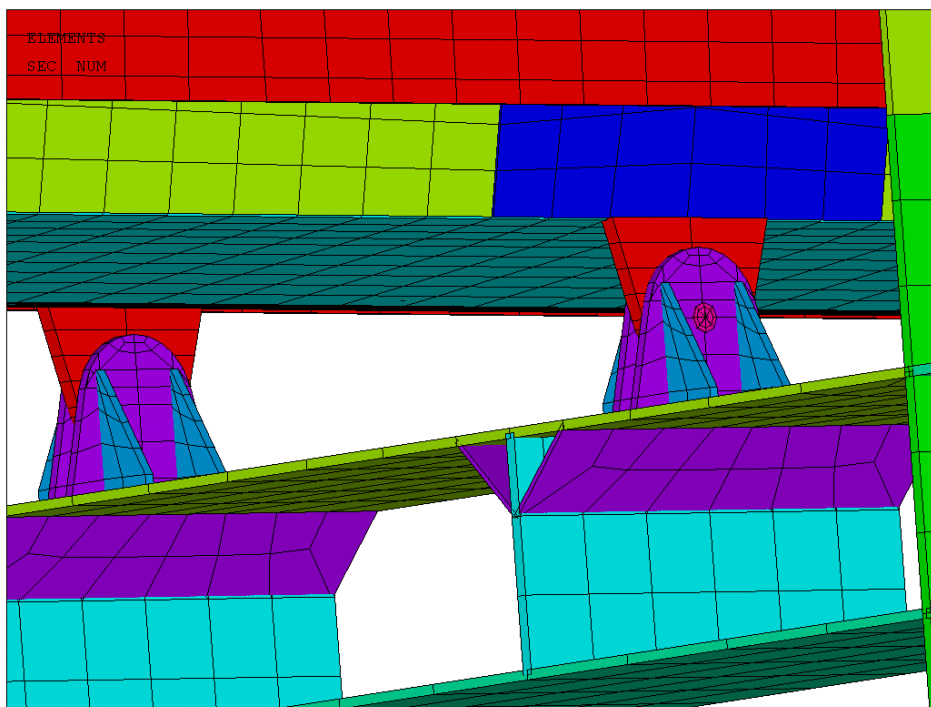
Obrázek 3.6: Pohled opěra 3



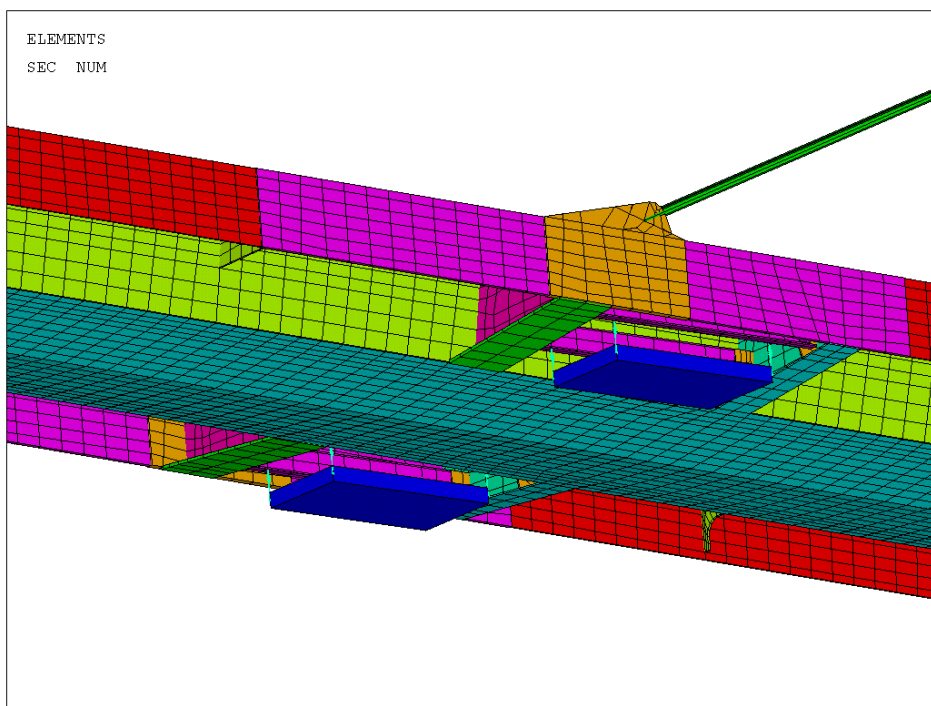
Obrázek 3.7: Horní průvlak pylonu se závěsy



Obrázek 3.8: Ložisko OP1



Obrázek 3.9: Ložisko P2



Obrázek 3.10: Pohlčovače vibrací

Tabulka 3.1: Použité prvky a kontrola hmotností trámu

Číslo	Název	Tl. [mm]	Konečný prvek	Výkaz [kg]	Model [kg]
1	Dolní plech trámu	10	SHELL181	8671.9	8498.05
2	Horní plech trámu	8	SHELL181	15403.4	15410.5
3	Římsový plech 10	10	SHELL181	3826	3801.67
4	Podélná výztuha	10	SHELL181	5994.7	5788.61
5	Opěra 1 příčnick vnitřní	14	SHELL181	118.28	121.025
6	Opěra 1 příčnick vnější	20	SHELL181	155.8	160.318
7	Dolní pás konzol OP1	20	SHELL181	139.6	140.877
8	Vnitřní příčnick v poli	14	SHELL181	1786.8	1888.42
9	Vnější příčnick v poli	14	SHELL181	1190.87	1210.46
10	Opěra 3 příčnick vnitřní	14	SHELL181	118.28	121.025
11	Opěra 3 příčnick vnější	14	SHELL181	109.05	112.223
12	Opěra 3 výztuha	20	SHELL181	139.63	140.877
13	Opěra 2 příčnick vnitřní	14	SHELL181	118.28	121.025
14	Opěra 2 příčnick vnější	14	SHELL181	47.63	48.4184
15	Příčnick táhlo vnitřní	14	SHELL181	236.56	242.05
16	Příčnick táhlo vnější	20	SHELL181	311.6	320.636
17	Výztuha příčnicku táhlo	20	SHELL181	279.27	281.754
18	Římsový plech 45	45	SHELL181	1200.7	1236.75
19	Římsový plech 25	25	SHELL181	1992.5	1980.44
20	Stěny trámu	10	SHELL181	5176.7	5256.84
21	Stěny trámu nad pilířem	20	SHELL181	170.8	173.493
22	Příčnick u tlumiče vnější	14	SHELL181	109.05	112.223
23	Výztuha příčnicku u tlumiče	10	SHELL181	43.9	44.0241
24	Výztuha OP1 (20x180)	20	SHELL181	106.7	122.467
25	Výztuha OP1 (14x60)	14	SHELL181	12.4	17.1129
26	Výztuha OP3	20	SHELL181	52.8	61.2212
	CELKEM			47513.20	47412.51

Tabulka 3.2: Použité prvky a kontrola hmotností stojek pylonu

Číslo	Název	Tl. [mm]	Konečný prvek	Výkaz [kg]	Model [kg]
27	Vnější stěna spodní části	25	SHELL181	918.80	909.12
28	Vnitřní stěna spodní části	25	SHELL181	918.80	909.12
29	Boční stěny spodní části	20	SHELL181	661.00	712.45
30	Vnější stěna horní části	20	SHELL181	4890.20	4789.35
31	Vnitřní stěna horní části	20	SHELL181	4670.40	4580.10
32	Boční stěny horní části	20	SHELL181	4499.00	4486.63
33	Diafragma horní a spodní	20	SHELL181	397.90	443.12
34	Diafragmy mezilehlé	14	SHELL181	864.50	1033.94
35	Styčnick 45	45	SHELL181	656.02	470.81
36	Patní deska	45	SHELL181	1113.40	1113.37
37	Výztuha patní desky	20	SHELL181	547.20	552.28
	CELKEM			20137.40	20000.29

Tabulka 3.3: Použité prvky a kontrola hmotností horního průvlaku pylonu

Číslo	Název	Tl. [mm]	Konečný prvek	Výkaz [kg]	Model [kg]
38	HP (20x1000)	20	SHELL181	816.40	797.00
39	Stěna (20x660)	20	SHELL181	865.40	1106.03
40	DP (20x1000)	20	SHELL181	653.70	649.29
41	Diafragma 14	14	SHELL181	139.30	146.48
	CELKEM			2474.80	2698.79

Tabulka 3.4: Použité prvky a kontrola hmotností dolního průvlaku pylonu

Číslo	Název	Tl. [mm]	Konečný prvek	Výkaz [kg]	Model [kg]
42	HP (20x1000)	20	SHELL181	659.40	649.29
43	Stěna (20x460)	20	SHELL181	606.60	636.04
44	DP (20x1000)	20	SHELL181	659.40	649.29
45	Diafragma 25	25	SHELL181	169.60	184.63
46	Šikmá výztuha 10	10	SHELL181	63.90	71.98
	CELKEM			2158.90	2191.23

Tabulka 3.5: Použité prvky a kontrola hmotností ložisek

Číslo	Název	Tl. [mm]	Konečný prvek	Výkaz [kg]	Model [kg]
51	Ložisko OP1 - patní plech	45	SHELL181	230.60	230.60
52	Ložisko OP1 - výztuha PP	20	SHELL181	37.70	42.39
53	Ložisko OP1 - horní plech	30	SHELL181	101.00	103.15
54	Ložisko OP1 - dolní plech	30	SHELL181	145.60	145.33
55	Ložisko OP1 - spojka	45	SHELL181	107.60	106.90
56	Ložisko OP1 - čep	90	BEAM188	24.00	22.95
57	Ložisko P2 - dolní plech	20	SHELL181	67.00	66.79
58	Ložisko P2 - horní plech	35	SHELL181	51.60	50.53
59	Ložisko P2 - výztuha DP	20	SHELL181	28.50	32.90
60	Ložisko P2 - čep	60	BEAM188	8.00	3.44
	CELKEM			801.60	804.99

Tabulka 3.6: Použité prvky a kontrola hmotností opěry 3

Číslo	Název	Tl. [mm]	Konečný prvek	Výkaz [kg]	Model [kg]
61	OP3	-	SOLID185	143.30	97.85

Tabulka 3.7: Použité prvky, kontrola hmotností uložení tlumiče a samotný tlumič

Číslo	Název	Tl. [mm]	Konečný prvek	Výkaz [kg]	Model [kg]
62	Styčnick tlumiče P10	10	SHELL181	25.00	24.94
63	Podélník UPE160	UPE160	BEAM188	125.00	123.63
64	Pružina	-	COMBIN14	-	-
65	Tlumič 2x	-	SHELL181	-	1500.00

Tabulka 3.8: Použité prvky, kontrola hmotností uchycení závěsů a samotných závěsů

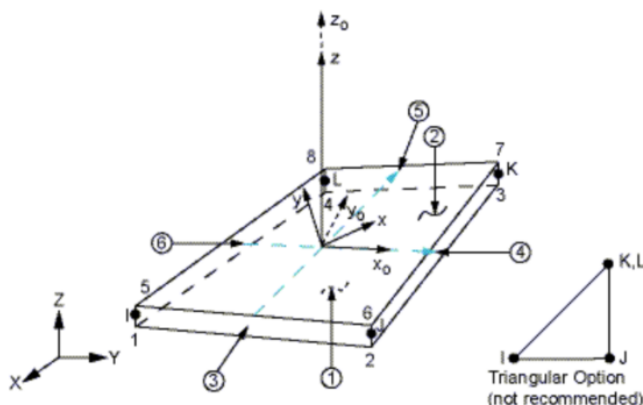
Číslo	Název	Tl. [mm]	Konečný prvek	Výkaz [kg]	Model [kg]
47	Kotvící plech táhla 82	45	SHELL181	-	93.60
48	Kotvící plech táhla 52	45	SHELL181	-	93.12
70	Táhlo 82 - teplota	82	BEAM188	1566.2	1568.47
71	Táhlo 52	52	BEAM188	694.10	691.41
72	Táhlo 52	52	BEAM188	1135.1	1132.9
	CELKEM			3395.40	3392.67

Tabulka 3.9: Použité prvky a kontrola hmotností pochůzí vrstvy mostovky, zábradlí

Číslo	Název	Tl. [mm]	Konečný prvek	Výkaz [kg]	Model [kg]
73	Mostovka pochůzí vrstva	-	SURF154	1566.20	2704.7
74	Zábradlí 35 kg.m-1	-	SURF153	4351.00	4312.01
	CELKEM			5917.20	5878.21

3.1.1 SHELL181

SHELL181 je prvek, který je vhodný pro analýzu tenkých až středně tlustých skořepinových desek. Jedná se o prvek se čtyřmi uzly, přičemž každý má 6 stupňů volnosti: posun ve směru x, y, z a rotace kolem os x, y, z. Pomocí prvku SHELL181 je možné řešit lineární analýzy, ale lze ho použít i při aplikaci nelineárního výpočtu, který zahrnuje velké rotace, velké deformace. Lze jím modelovat také vrstvené, složené skořepiny a sendvičové konstrukce. SHELL181 zahrnuje lineární účinky příčné smykové deformace.



Obrázek 3.11: SHELL 181

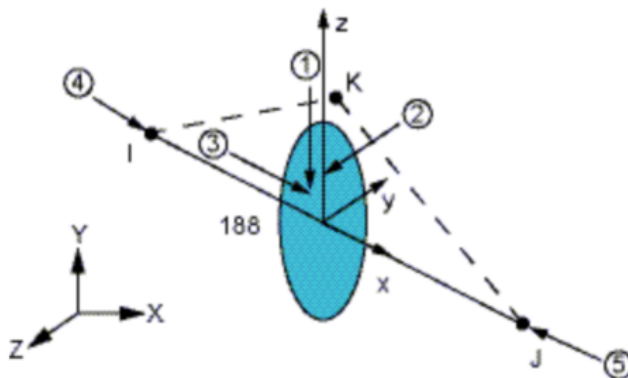
Geometrie, souřadnicový systém a umístění uzlů je zobrazeno na obrázku 3.11. Prvek je definován hlavně tloušťkou a 4 uzly: I, J, K, L. Dále také materiálovými vlastnostmi jako je Youngův modul pružnosti, Poissonův součinitel a hustota. Tlaky mohou být zadávány jako povrchové zatížení na plochy 1-6. Zatížení teplotou se určuje v rozích ploch prvku (v obr. 3.11 body 1-8).

Vstupní údaje pro práci v programu ANSYS s prvkem SHELL181 jsou:

<i>Uzly:</i>	I, J, K, L
<i>Stupně volnosti:</i>	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ
<i>Materiálové charakteristiky:</i>	EX, EY, EZ (PRXY, PRYZ, PRXZ nebo NUXY, NUYZ, NUXZ); ALPX, ALPY, ALPZ (nebo CTEX, CTEY, CTEZ nebo THSX, THSY, THSZ); DENS, GXY, GYZ, GXZ, ALPD
<i>Povrchové zatížení:</i>	spojité zatížení na plochy 1-6
<i>Objemové zatížení:</i>	bodové zatížení ve vrcholech 1-8

3.1.2 BEAM188

BEAM188 je trojrozměrný prvek, který je vhodný pro analýzu štíhlých až středně tlustých prutových konstrukcí. Prvek je lineární, kvadratický nebo krychlový se dvěma uzly, v obou uzlech má 6 až 7 stupňů volnosti: posun ve směru x, y, z a rotace kolem os x, y, z, sedmý stupeň volnosti je volitelný a definován svou velikostí. Prvek je založen na teorii Timoshenkova prutu, tedy zahrnuje účinky smykové deformace a příčné smykové napětí je v průřezu konstantní (tj. průřezy zůstávají po deformaci rovinné). BEAM188 umožňuje lineární výpočty, ale také nelineární s velkými deformacemi a rotacemi.



Obrázek 3.12: BEAM 188

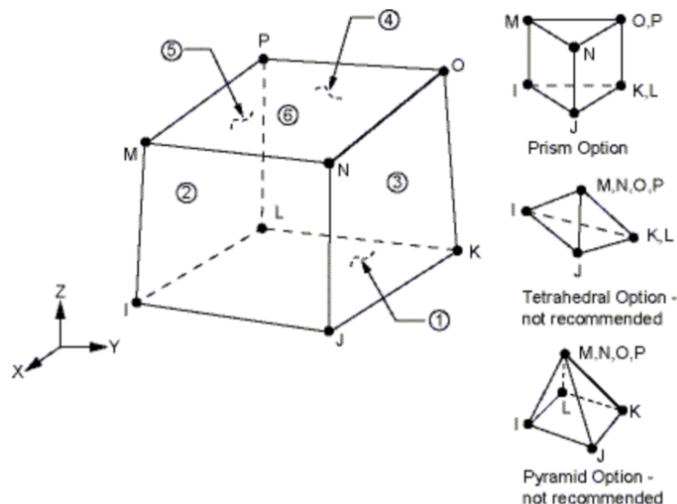
BEAM188 je definován uzly I a J, ale také uzlem K, který může být nápomocen k orientaci prvku. Geometrie, souřadnicový systém a umístění uzlů je zobrazeno na obrázku 3.12. Prut je jednorozměrný přímkový prvek v prostoru, kterému se přiřazují průřezové charakteristiky. Zatížení je aplikováno na uzly a je zadáváno jako síly. Spojité zatížení může být definováno jako povrchové zatížení na čelách prvku. Zatížení teplotou je definováno na obou koncích prvku.

Vstupní údaje pro práci v programu ANSYS s prvkem BEAM188 jsou:

<i>Uzly:</i>	I, J, K (K - orientační uzel, doporučen)
<i>Stupně volnosti:</i>	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ
<i>Průřezové charakteristiky:</i>	zadání průřezu v programu
<i>Materiálové charakteristiky:</i>	EX, (PRXY nebo NUXY), GXY, GXZ, ALPX (nebo CTEX nebo THSX), DENS, ALPD, BETD
<i>Povrchové zatížení:</i>	spojité zatížení na plochy 1-3, osové směry 4-5
<i>Objemové zatížení:</i>	teplota T(0,0), T(1,0), T(0,1) v koncových uzlech

3.1.3 SOLID185

SOLID185 se používá k modelování 3D těles. Prvek je definován 8 uzly, kdy každý uzel má 3 stupně volnosti: posun ve směru x, y, z. Prvek je ortogonální a má vlastnosti plasticity, hyperplasticity, ale také velkých deformací a napětí, proto je vhodný nejen na lineární analýzy, ale také na nelineární. Také je schopen simulovat deformace téměř nestlačitelných elastoplastických a plně nestlačitelných hyperelastických materiálů. Je dostupný ve 2 formách: homogenní a vrstvené těleso.



Obrázek 3.13: **SOLID 185**

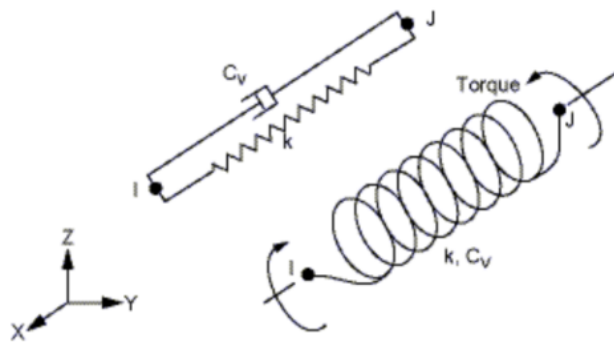
Geometrie a umístění uzlů pro tento prvek jsou znázorněny na obrázku 3.13. Výchozí souřadnicový systém prvků je podél globálních směrů, ten však můžeme definovat k určení ortotropních vlastností materiálu. Tlaky mohou být zadávány jako povrchové zatížení na stranách prvku. Teploty mohou být zadávány jako zatížení těla prvku v uzlech. Prvku lze definovat také počáteční napětí.

Vstupní údaje pro práci v programu ANSYS s prvkem SOLID185 jsou:

<i>Uzly:</i>	I, J, K, L, M, N, O, P
<i>Stupně volnosti:</i>	UX, UY, UZ
<i>Materiálové charakteristiky:</i>	EX, EY, EZ, PRXY, PRYZ, PRXZ (nebo NUXY, NUYZ, NUXZ), GXY, GYZ, GXZ, ALPX, ALPY, ALPZ (nebo CTEX, CTEY, CTEZ nebo THSX, THSY, THSZ), DENS, ALPD, BETD
<i>Povrchové zatížení:</i>	spojité na plochy 1-6
<i>Objemové zatížení:</i>	teplota T(I), T(J), T(K), T(L), T(M), T(N), T(O), T(P) v uzlech
<i>Speciální funkce:</i>	např. počátení napětí, velké přetvoření, nelineární stabilizace, velké napětí, atd.

3.1.4 COMBIN14

COMBIN14 je podélný dvouuzlový prvek, který bývá používán jako pružinový tlumič. Má podélné nebo torzní vlastnosti v 1D, 2D nebo 3D aplikacích. Při podélné variantě má prvek v každém uzlu 3 stupně volnosti: posun ve směru x, y, z; zatímco při torzní variantě (v tomto případě se jedná o čistě rotační prvek) se tyto stupně volnosti mění na rotace kolem os x, y, z. Ohybové chování se nezohledňuje. Prvek nemá žádnou hmotnost, ta lze přidat pomocí prvku MASS21.



Obrázek 3.14: **COMBIN 14**

Geometrie, umístění uzlů a souřadnicový systém pro tento prvek jsou uvedeny na obrázku 3.14. Prvek je definován dvěma uzly (I, J), pružinovou konstantou (k) a koeficienty tlumení (c_v)₁ a (c_v)₂. Konstanta podélné pružiny je zadávána v jednotkách [N/m] a konstanta tlumení v [N*s/m]. Jednotky pro torzní pružinu jsou analogické, kdy místo jednotky délky [m] dosadíme jednotku rovinného úhlu [rad].

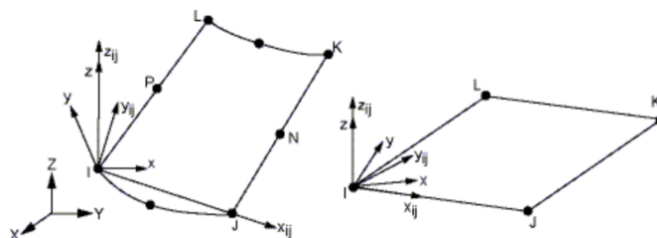
Síla tlumení (F) se vypočítá jako: $F_x = -c_v du_x/dt$, kde c_v je tlumící koeficient: $c_v = (c_v)_1 + (c_v)_2$, kde v je brána jako rychlost posuvu. Konstantou (c_v)₂ je možné vytvořit nelineární efekt charakterizující kapalná prostředí. Prvek je možné použít k tepelné nebo tlakové analýze, další možností prvku je, že je do něj vneseno předpětí.

Vstupní údaje pro práci v programu ANSYS s prvkem COMBIN14 jsou:

<i>Uzly:</i>	I, J
<i>Stupně volnosti:</i>	UX, UY, UZ pro podélnou variantu ROTX, ROTY, ROTZ pro torzní variantu UX, UY pro 2D variantu
<i>Vlastnosti prvku:</i>	K, CV1, CV2, předpětí
<i>Materiálové charakteristiky:</i>	BETD - tlumení
<i>Speciální funkce:</i>	např. vliv napjatosti na tuhost, nelinearita, velké deformace, atd.

3.1.5 SURF154

SURF154 bývá používán pro aplikaci povrchových zatížení. Může být položen na plochu jakéhokoli 3D prvku (např. s určitou hmotností) a tím vnáší na prvek dané zatížení.



Obrázek 3.15: **SURF 154**

Geometrie, umístění uzlů a souřadný systém pro tento prvek jsou uvedeny na obrázku 3.15. Prvek je definován čtyřmi až osmi uzly a vlastnostmi materiálu. K výpočtu hmotnosti

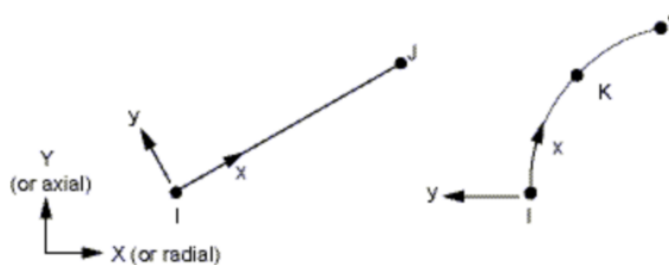
používá hustotu (DENS) a skutečnou konstantu ADMSUA, přidanou hmotnost na jednotku plochy. Tlaky mohou být zadávány jako povrchové zátěže na čelních plochách prvků. Teploty mohou být zadávány jako zatížení v uzlech.

Vstupní údaje pro práci v programu ANSYS s prvkem SURF154 jsou:

<i>Uzly:</i>	I, J, K, L
<i>Stupně volnosti:</i>	UX, UY, UZ
<i>Vlastnosti prvku:</i>	EFS, SURT, ADMSUA, TKI, TKJ, TKK, TKL
<i>Materiálové charakteristiky:</i>	DENS, VISC, ALPD, BETD
<i>Povrchové zatížení:</i>	spojité zatížení na plochy 1-5
<i>Objemové zatížení:</i>	teplota T(I), T(J), T(K), T(L)
<i>Speciální funkce:</i>	např. vliv napjatosti na tuhost, velké deformace, atd.

3.1.6 SURF153

SURF153 bývá používán pro aplikaci zatížení a různých povrchových efektů. Může být položen na část jakéhokoli pevného 2D prvku, je tedy použitelný pro 2D analýzy.



Obrázek 3.16: SURF 153

Geometrie, umístění uzlů a souřadný systém pro tento prvek jsou zobrazeny na obrázku 3.16. Prvek je definován dvěma nebo třemi uzly a vlastnostmi materiálu. Osa x je podél linie I-J prvku. K výpočtu hmotnosti používá tloušťku v rovině prvku v uzlech I a J, používá hustotu prvku (DENS) a skutečnou konstantu ADMSUA. Teploty mohou být zadávány jako zatížení v uzlech.

Vstupní údaje pro práci v programu ANSYS s prvkem SURF154 jsou:

<i>Uzly:</i>	I, J
<i>Stupně volnosti:</i>	UX, UY
<i>Vlastnosti prvku:</i>	EFS, SURT, ADMSUA, TKI, TKJ, TKPS
<i>Materiálové charakteristiky:</i>	DENS, VISC, ALPD, BETD
<i>Povrchové zatížení:</i>	spojité zatížení na plochy 1-4
<i>Objemové zatížení:</i>	teplota T(I), T(J)
<i>Speciální funkce:</i>	např. vliv napjatosti na tuhost, velké deformace, atd.

3.2 Použité materiály

Pro trám a pylon je použita ocel S355 J2+N, pro plechy tl. 45mm ocel S355 K2+N, zatímco ávěsy jsou z oceli S460 N. Pro celý model lávky je použit jeden materiálový model, jehož parametry jsou popsány v tabulce 3.10. Jedná se o izotropní, lineárně pružný materiál.

Materiálové vlastnosti tlumících zařízení jsou voleny tak, aby se dosáhlo požadované hmoty (2 krát 750kg).

Tabulka 3.10: Materiálové vlastnosti nosných prvků

Prvky	Modul pružnosti E [GPa]	Poissonův součinitel ν [-]	Objemová hmotnost ρ [kg.m ⁻³]
Ocelové prvky	210.00	0.3	7850.00
Závěsy	200.00	0.3	7850.00

3.3 Okrajové podmínky

Na opěře 1 je nosná konstrukce uložena na opěru pomocí dvou kyvných ocelových stojek, tyto stojky jsou ukončeny čepy, které umožňují natáčení a posuny v podélném směru lávky. Patní desce stojek jsou předepsány nulové posuvy ve všech třech směrech. Na pilíři 2 je nosná konstrukce uložena na dolní průvlak pylonu prostřednictvím dvojice čepových spojů. Stojky pylonu jsou v místě patní desky opět odebrány všechny stupně volnosti posuvu. Na opěře 3 je NK uložena prostřednictvím dvojice podélně posuvných hrncových ložisek, které umožňují posuv ve směru podélném.

Kapitola 4

Statická lineární analýza

Obecné rovnice rovnováhy pro lineární statickou analýzu pomocí metody konečných prvků jsou ve formě:

$$[K]\{u\} = \{F\}$$

nebo

$$[K]\{u\} = \{F^a\} + \{F^r\},$$

kde $[K]$ je celková matice tuhosti, $\{u\}$ vektor posuvů a rotací uzlů, $\{F^a\}$ vektor celkového aplikovaného zatížení, $\{F^r\}$ vektor reakcí od zatížení.

Celková matice tuhosti $[K]$ se získá sumatizací matic tuhosti jednotlivých prvků:

$$[K] = \sum_{m=1}^N [Ke]$$

kde N je počet prvků a $[Ke]$ matice tuhosti prvku.

Vektor celkového aplikovaného zatížení $\{F^a\}$ se určí ze vztahu:

$$\{F^a\} = \{F^nd\} + \{F^ac\} + \sum_{m=1}^N (\{F_e^{th}\} + \{F_e^{pr}\})$$

kde $\{F^nd\}$ je vektor aplikovaného uzlového zatížení, $\{F^ac\}$ vektor od tíhového zrychlení, $\{F_e^{th}\}$ vektor zatížení od teploty a $\{F_e^{pr}\}$ vektor zatížení od povrchových tlaků na prvky.

Vektor od tíhového zrychlení $\{F^ac\}$ se vypočte dle 2. Newtonova pohybového zákona ze vztahu:

$$\{F^ac\} = -[M]\{a_c\}$$

kde $[M]$ je celková matice hmotnosti a $\{a_c\}$ vektor tíhového zrychlení.

Celková matice hmotnosti $[M]$ se získá sumatizací matic hmotnosti jednotlivých prvků:

$$[M] = \sum_{m=1}^N [Me]$$

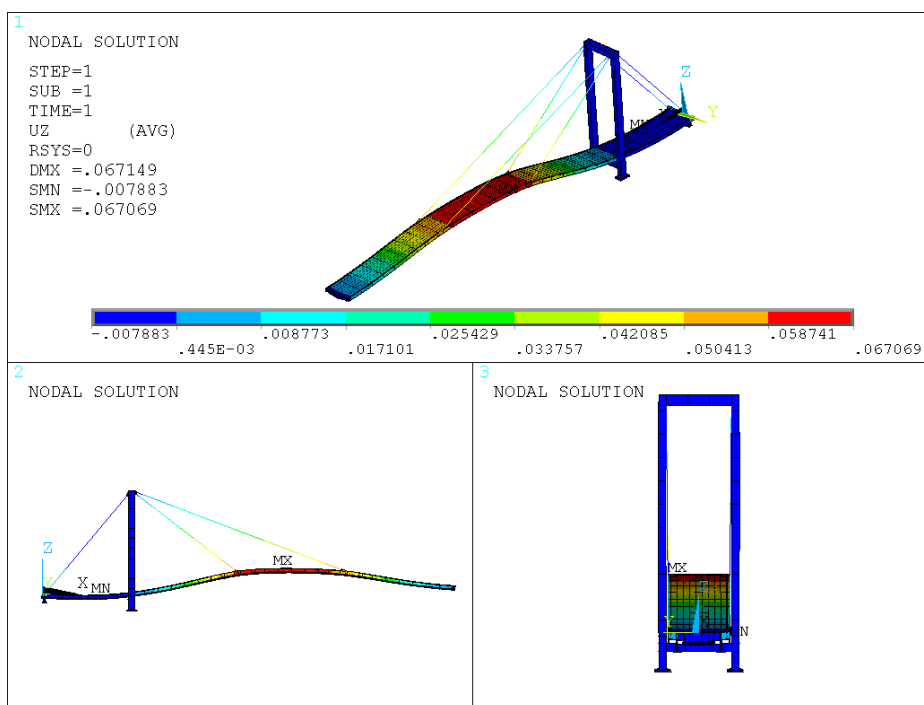
kde N je počet prvků a $[Me]$ matice hmotnosti prvku.

4.1 Výpočet statické odezvy

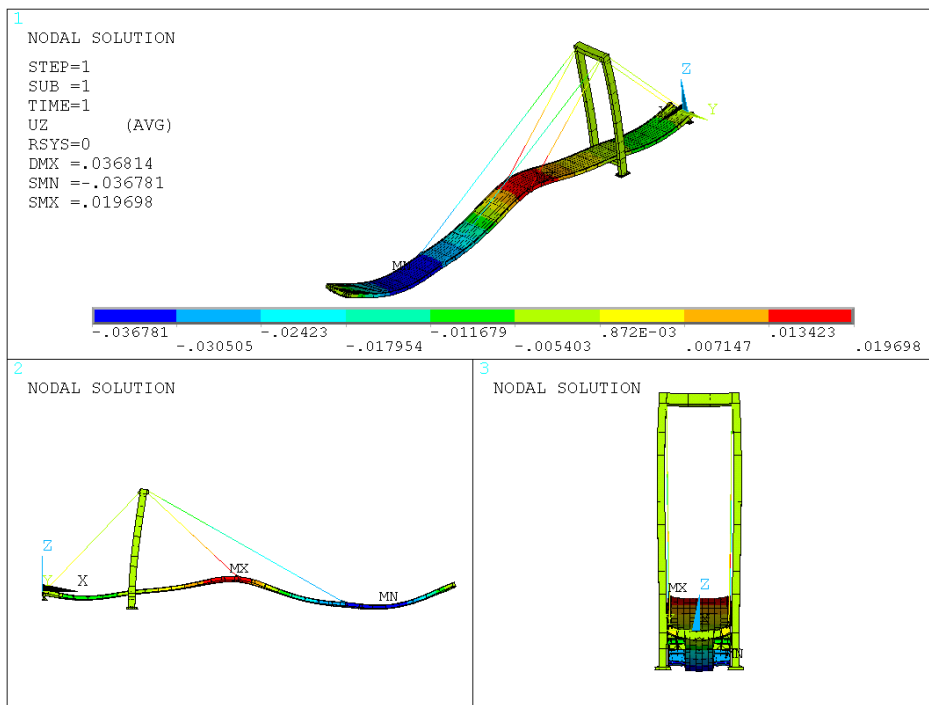
Statická lineární analýza byla provedena pro kontrolu funkčnosti modelu. Byly kontrolovány 2 možnosti zatížení - vlastní tíhou (tíhové zrychlení $a_c = 9,81 \text{ m/s}^2$) a proměnným zatížením v obou polích 5 kN.m^2 . Závěsy jsou modelovány pouze 1 prvkem, z důvodu vhodnosti pro dynamickou analýzu. V tabulce 4.1 jsou zapsány výsledky průhybů obou možností zatížení. Grafické zobrazení průhybů ve svislém směru osy z je zobrazeno na obrázcích 4.1 a 4.2.

Tabulka 4.1: Průhyby trámu

Zatížení	Průhyb u_z [mm] POLE 2	Průhyb u_z [mm] POLE 1
Vlastní tíha	67,1	7,9
Proměnné zatížení 5 kN.m^2	-36,8	-9,0



Obrázek 4.1: Průhyb u_z při stálém zatížení



Obrázek 4.2: Průhyb u_z při stálém a proměnném zatížení 5kN/m^2 v obou polích

Kapitola 5

Modální analýza

Modální analýza je typ dynamické analýzy, který slouží k získání vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu. Pohybová rovnice netlumeného systému v maticovém zápisu zní:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}$$

kde $[M]$ je matice hmotnosti konstrukce, $[K]$ matice tuhosti konstrukce, $\{u\}$ vektor posunutí a $\{\ddot{u}\}$ vektor zrychlení - jedná se druhou derivaci vektoru posunutí podle času t .

Řešení pohybové rovnice netlumeného lineárního systému je ve tvaru:

$$\{u\} = \{\Phi\}_i \cos \omega_i t$$

Zrychlení získáme druhou derivací:

$$\{\ddot{u}\} = -\omega_i^2 \{\Phi\}_i \cos \omega_i t$$

kde $\{\Phi\}_i$ je vlastní vektor tvaru kmitu pro i -tou vlastní frekvenci, ω_i i -tá vlastní úhlová frekvence kmitání a t čas. Dosazením těchto dvou rovnic do původní pohybové rovnice získáme:

$$(-\omega_i^2[M] + [K])\{\Phi\}_i = \{0\}$$

Rovnice má 2 řešení - $\{\Phi\}_i = 0$ nebo $\{\Phi\}_i \neq 0$. První řešení, kdy $\{\Phi\}_i = 0$ považujeme za triviální, tedy ho dále neřešíme. Hledáme řešení, kdy $\{\Phi\}_i \neq 0$ a to platí tehdy, když determinant soustavy je roven nule:

$$\det|[K] - \omega_i^2[M]| = 0$$

Po získání vlastních úhlových frekvencí vypočteme vlastní frekvence ze vztahu:

$$f_i = \omega_i / 2\pi$$

5.1 Výpočet modální analýzy

K získání vlastních tvarů kmitu, k nim příslušícím vlastní frekvence, a dalších dynamických vlastností lávky byla použita modální analýza. Byla použita Lanczsova metoda pro 20

vlastních tvarů kmitu a frekvencí, které jsou dále použity pro harmonickou analýzu buzení větrem a chodci. Analýza byla opět použita pro 2 typy zatížení - vlastní tíha A a proměnné zatížení B. Modální analýza typu B pro proměnné zatížení 75kg byla provedena pro výpočet zatížení chodců (viz. kapitola 6.2.1). Závěsy jsou modelovány 1 prvkem po délce. Hodnoty frekvencí jsou uvedeny v tabulce 5.1 a grafické zobrazení vlastních tvarů kmitu je zobrazeno v příloze A. Tvary kmitu jsou zobrazeny pouze pro zatížení vlastní tíhou.

Tabulka 5.1: Vlastní frekvence pro typ A - vlastní tíha a typ B - proměnné zatížení 75kg

Čís. vl. tvaru	Vlastní frekvence A	Vlastní frekvence B
1	2.438	2.371
2	2.699	2.437
3	3.925	3.454
4	5.470	4.927
5	6.847	6.125
6	7.704	7.404
7	8.645	7.898
8	10.738	9.651
9	11.038	9.789
10	11.893	11.125
11	12.403	11.971
12	12.841	12.206
13	13.797	12.733
14	13.896	13.085
15	14.040	13.961
16	14.747	14.279
17	17.145	15.697
18	19.976	18.898
19	21.824	19.733
20	22.144	20.499

Kapitola 6

Harmonická analýza

Harmonická analýza slouží k řešení ustálené odezvy konstrukce na harmonické buzení. Za předpokladu linearit se pohybová rovnice systému uvažuje ve formě:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F^a\}$$

kde $[C]$ je matice tlumení, $\{\dot{u}\}$ vektor uzlových rychlostí, $\{F^a\}$ vektor celkového aplikovaného zatížení a $[M]$, $[K]$, $\{\ddot{u}\}$, $\{u\}$ jsou definovány v kapitolách 4 a 5. Při ustálené odezvě harmonického buzení kmitají všechny uzly shodnou frekvencí, která je rovna frekvenci zatížení, avšak s odlišnou fází. Tento jev je způsoben tlumením konstrukce a nazývá se fázový posun.

Vektor uzlových posunutí je určen vztahem:

$$\{u\} = \{u_{max}e^{i\phi}\}e^{i\Omega t}$$

kde $\{u_{max}\}$ je amplituda posunutí, $\{\phi\}$ fázový posun, $\{\Omega\}$ úhlová frekvence zatížení, t čas a i je považováno za vyjádření komplexního čísla.

Veličiny $\{u_{max}\}$ a $\{\phi\}$ jsou neznámé, k jejich vyčíslení uplatníme Eulerův vztah. Poté rovnice získá tvar:

$$\{u\} = \{u_{max}(\cos\phi + i\sin\phi)\}e^{i\Omega t}$$

Pro lepší výpočet lze rovnici vyjádřit v reálné a imaginární složce posunutí:

$$\{u\} = \{\{u_1\} + i\{u_2\}\}e^{i\Omega t}$$

kde $\{u_1\}$ je reálná složka vektoru posunutí, $\{u_2\}$ imaginární složka vektoru posunutí a i imaginární jednotka. Amplituda je poté dána vztahem:

$$u_{max} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

A poté fázový posun:

$$\phi = \tan^{-1}u_2/u_1$$

Analogicky lze vyjádřit i vektor zatížení:

$$\{F\} = \{F_{max}e^{i\Psi}\}e^{i\Omega t}$$

$$\{F\} = \{F_{max}(\cos\Psi + i\sin\Psi)\}e^{i\Omega t}$$

$$\{F\} = \{\{F_1\} + i\{F_2\}\}e^{i\Omega t}$$

kde $\{F_{max}\}$ je amplituda zatížení, $\{\Psi\}$ fázový posun zatížení, $\{F_1\}$ reálná složka vektoru zatížení a $\{F_2\}$ imaginární složka zatížení.

Pohybovou rovnici lze poté zapsat:

$$([K] - \Omega^2[M] + i\Omega[C])(\{u_1\} + i\{u_2\}) = \{\{F_1\} + i\{F_2\}\}$$

Lze použít 2 typy harmonické analýzy - plnou a metodou rokladu do vlastních tvarů kmitů získaných z modální analýzy.

6.1 Odtrhávání vírů

Při obtékání některých těles (profilů) se vytvářejí víry, které se za vhodných podmínek oddělují střídavě po obou stranách, takže vzniklá periodická síla má snahu těleso rozkmitat v rovině kolmé ke směru větru. Tyto síly nejsou velké, ale mají svou frekvenci stejně jako konstrukční prvek. Jsou-li si obě frekvence blízké, nastane při malém tlumení vlivem rezonance kmitání se značnou amplitudou.

Výpočet byl proveden dle [5]. Podmínka, kdy frekvence odtrhávání vírů se rovná vlastní frekvenci mostu, je splněna, pokud se rychlost větru rovná kritické rychlosti větru. Ta je definována vztahem:

$$v_{crit,i} = \frac{bn_i}{S_t}$$

kde b je referenční šířka průřezu, n_i vlastní frekvence uvažovaného i -tého tvaru kmitání v rovině kolmé na směr větru a S_t Strouhalovo číslo.

Předpokládá se, že odtrhávání vírů nenastane, bude-li splněna následující podmínka:

$$v_{crit,i} > 1,25v_m$$

kde v_m je charakteristická 10-minutová střední rychlost větru.

Střední rychlost větru v_m ve výšce z nad terénem závisí na kategorii terénu a základní rychlosti větru v_b . Stanoví se dle výrazu:

$$v_m(z) = c_r(z)c_0(z)v_b$$

kde $c_0(z)$ je součinitel orografie a roven 1,0, $c_0(z)$ základní rychlost větru stanovena z mapy větrných oblastí pro ČR, $c_r(z)$ je součinitel drsnosti terénu, vyjádřen vztahem:

$$c_r(z) = k_r \ln\left(\frac{z}{z_0}\right);$$

kde z je výška nad terénem, z_0 parametr drsnosti terénu, k_r součinitel terénu dle vztahu:

$$k_r = 0,19\left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07}; \text{ kde } z_{0,II} = 0,05$$

Účinek kmitání vyvolaného odtrháváním vírů se stanoví dle [5] z účinku setrvačných sil na jednotku délku $F_w(s)$. Tyto setrvačné síly působí na konstrukci kolmo ke směru větru a jsou dané vztahem:

$$F_w(s) = m(s)(2\pi n_{i,y})^2 \Phi_{i,y}(s) y_{F,max}$$

kde $m(s)$ je kmitající hmota konstrukce na jednotku délky, $n_{i,y}$ vlastní i -tá frekvence konstrukce, $\Phi_{i,y}(s)$ tvar kmitu konstrukce normovaný na jednotku v bodě maximální výchylky a $y_{F,max}$ maximální výchylka v závislosti na čase v bodě, kde $\Phi_{i,y}(s)$ je rovno 1.

Maximální výchylka může být stanovena dle výrazu:

$$\frac{y_{F,max}}{b} = \frac{1}{S_t^2} \frac{1}{S_c} \kappa_w \kappa_{Clat}$$

kde S_t je Strouhalovo číslo, S_c Scrutonovo číslo, κ_w součinitel účinné korelační délky, κ součinitel vlastního tvaru kmitání a c_{lat} součinitel příčné síly.

Strouhalovo číslo určíme dle průřezu z tabulky E.2 v [5] nebo případně z tabulky C.1 v [6]. Součinitel příčné síly c_{lat} se dá odhadnout z téže tabulky v závislosti na d/b nebo z tabulky E.3 v [5]. Sklon k vibračním závisí na konstrukčním tlumení a poměru hmoty konstrukce ke hmotě tekutiny (odst. E.1.3.3 ČSN EN 1991-1-4), tato vlastnost je vyjádřena Scrutonovým číslem S_c , které je vyjádřeno vztahem:

$$S_c = \frac{2\delta_s m_{i,e}}{\rho b^2}$$

kde δ_s je logaritmický dekrement útlumu, ρ měrná hmotnost vzduchu ($\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$), b referenční šířka průřezu a $m_{i,e}$ ekvivalentní hmotnost m_e na jednotku délky pro i -tý tvar kmitání, definuje se dle vztahu:

$$m_e = \frac{\int_0^l m(s) \Phi^2(s) ds}{\int_0^l \Phi^2(s) ds}$$

kde m je hmotnost na jednotku délky, l výška nebo rozpětí konstrukce a $i = 1$ číslo tvaru.

Součinitel účinné korelační délky κ_w je definován výrazem dle odst.E.1.5.2.4 ČSN EN 1994-1-4:

$$\kappa_w = \frac{\sum_{j=1}^n \int_{L_j} |\Phi_{i,y}(s)| ds}{\sum_{j=1}^m \int_{l_j} |\Phi_{i,y}(s)| ds} = \frac{A}{B} \leq 0,6$$

kde $\Phi_{i,y}$ je i -tý vlastní tvar kmitu, L_j korelační délka, l_j délka konstrukce mezi 2 uzly, n počet oblastí, kde dochází k odtrhávání vírů, m počet kmiten kmitající konstrukce a s souřadnice na konstrukci.

Součinitel vlastního tvaru kmitání κ je definován výrazem dle odst.E.1.5.2.5 ČSN EN 1994-1-4:

$$\kappa = \frac{\sum_{j=1}^n \int_{l_j} |\Phi_{i,y}(s)| ds}{4\pi \sum_{j=1}^m \int_{l_j} |\Phi_{i,y}^2(s)| ds} = \frac{B}{C}$$

Účinná korelační délka se určí dle tabulky E.4 v [5], v našem případě je korelační délka vyjádřena vztahem:

$$L_j = 6b \text{ pro } \frac{y_{F,max}}{b} < 0,1$$

6.1.1 Zatížení větrem působící na trám

Výpočet byl proveden na základě postupu popsaného v kapitole 6.1. První byla vypočtena kritická rychlost pro frekvenci $f = 2.438Hz$. Byl uvažován případ se zábradlím (viz. obrázek 2.2), kdy pro určení Strouhalova čísla je důležitý poměr d/b . V našem případě:

$$d/b = 3,992/1,955 = 2,042 < 5 \Rightarrow S_t = 0,154$$

Poté hodnota kritické rychlosti je následující:

$$v_{crit,i} = \frac{bn_i}{S_t} = \frac{1,955 \cdot 2,438}{0,154} = 30,95m/s$$

Je třeba ověřit podmínku, zda je nutné uvažovat účinek odtrhávání vírů:

$$v_{crit,i} > 1,25v_m$$

Střední rychlost větru v_m vychází z výše uvedeného vztahu. Referenční výška nad terénem byla uvažována $z = 7,0m$, kategorie terénu II a základní rychlost větru $v_b = 22,5m/s$, po dosazení hodnot do vztahů získáme:

$$c_r(z) = k_r \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) = 0,19 \cdot \ln\left(\frac{7}{0,05}\right) = 0,939$$

$$k_r = 0,19 \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07} = 0,19 \cdot \left(\frac{0,05}{0,05}\right)^{0,07} = 0,19$$

$$c_0(z) = 1,0$$

$$v_m(z) = c_r(z)c_0(z)v_b = 0,939 \cdot 1,0 \cdot 22,5 = 21,13m/s$$

Poté:

$$v_{crit,i} = 30,95m/s > 1,25v_m = 1,25 \cdot 21,13 = 26,41m/s$$

Jelikož je podmínka splněna, není nutné počítat účinek odtrhávání vírů pro trám.

6.1.2 Zatížení větrem působící na pylon v podélném směru

Výpočet probíhá stejně jako u trámu. První je vypočtena kritická rychlost větru a poté ověřena podmínka. Základní údaje pro pylon jsou: výška nad terénem $z = 16,0m$ (odpovídá středu korelační délky), kategorie terénu II, základní rychlost větru $v_b = 22,5m/s$. Rozměry průřezu pylonu pro podélný směr jsou: $b = 0,5$ a $d = 0,5m$. Frekvenci kmitání uvažujeme $f = 2.438Hz$. Účinná korelační délka byla vypočtena ze vztahu:

$$L_j = 6b = 6 \cdot 0,5 = 3m$$

Výpočet Strouhalova čísla a následně kritické rychlosti:

$$d/b = 1,0/0,5 = 2,0 \Rightarrow 0,5 \leq 2,0 \leq 10,0 \Rightarrow S_t = 0,06$$

$$v_{crit,i} = \frac{bn_i}{S_t} = \frac{0,5 \cdot 2,438}{0,06} = 20,32 \text{ m/s}$$

Výpočet střední rychlosti větru:

$$c_r(z) = k_r \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) = 0,19 \cdot \ln\left(\frac{16}{0,05}\right) = 1,096$$

$$k_r = 0,19 \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07} = 0,19 \cdot \left(\frac{0,05}{0,05}\right)^{0,07} = 0,19$$

$$c_0(z) = 1,0$$

$$v_m(z) = c_r(z)c_0(z)v_b = 1,096 \cdot 1,0 \cdot 22,5 = 24,66 \text{ m/s}$$

Ověření podmínky:

$$v_{crit,i} = 20,32 \text{ m/s} \not\geq 1,25v_m = 1,25 \cdot 24,66 = 30,825 \text{ m/s}$$

Jelikož je podmínka není splněna, je nutné počítat účinek odrhávání vírů pro pylon v podélném směru zatížení.

Výpočet přibližné maximální výchylky je uveden v kapitole 6.1 a jeho vyčíslení viz níže. Hodnota součinitele příčné síly c_{lat} byla určena:

$$\frac{v_{crit,i}}{v_{m,L_j}} = \frac{20,32}{30,825} = 0,659 \leq 0,83 \Rightarrow c_{lat} = c_{lat,0} \Rightarrow c_{lat} = 1,1$$

Výpočet Scrutonova čísla je uveden v kapitole 6.1 a hodnoty pro jeho určení jsou: $\delta_s = 0,02$, což odpovídá poměrnému útlumu $\zeta = 0,003$ ($\delta_s = 2\pi\zeta$), $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$, $m_{i,e} = 775,731 \text{ kg/m}$, $b = 0,5 \text{ m}$.

$$S_c = \frac{2\delta_s m_{i,e}}{\rho b^2} = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 775,731}{1,25 \cdot 0,5^2} = 99,29$$

Členy pro součinitele účinné korelační délky a součinitele vlastního tvaru kmitání jsou numericky vyčísleny v tabulce ???:

$$\kappa_w = \frac{A}{B} = \frac{2,368}{8,768} = 0,270 \leq 0,6$$

$$\kappa = \frac{B}{C} = \frac{8,768}{81,853} = 0,107$$

Poté hodnota přibližné maximální výchylky je:

$$\frac{y_{F,max}}{b} = \frac{1}{S_t^2} \frac{1}{S_c} \kappa_w \kappa c_{lat} \Rightarrow y_{F,max} = 0,0472 \text{ m}$$

Je potřeba spočítat setrvačné síly, které působí kolmo ve směru větru na pylon. Vztah pro jejich výpočet je vysvětlen v kapitole 6.1, obrázek 6.1 obsahuje numerické vyčíslení jejich výpočtu.

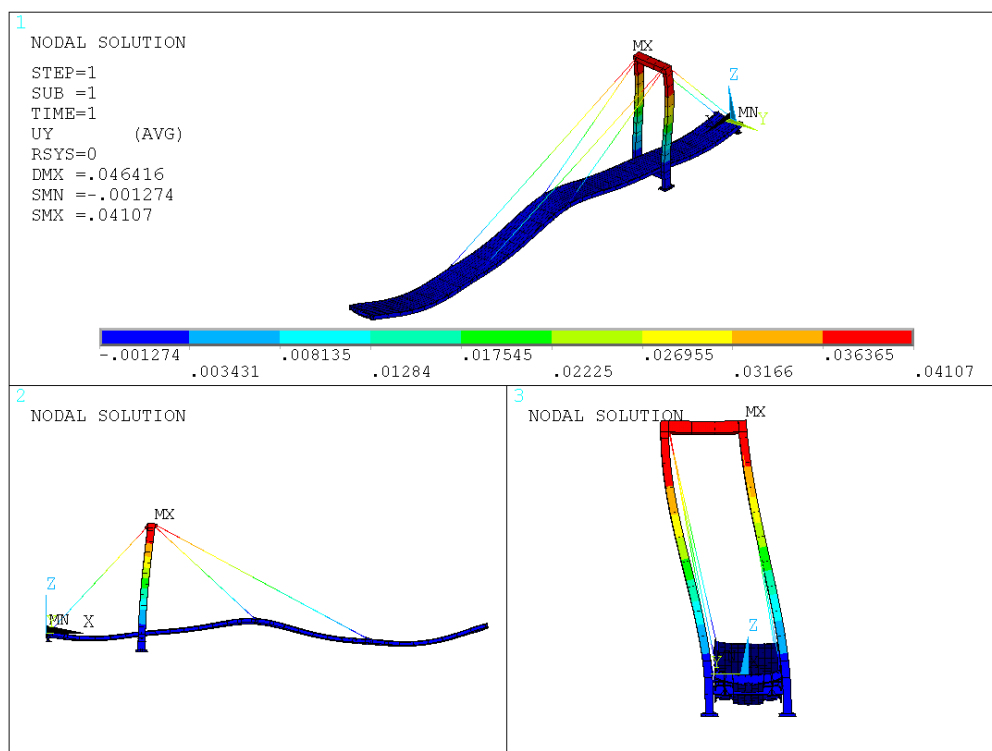
Uzel	Souřadnice			Vzdálenost od terénu	Diference	Hmota pylonu na dz	Vlastní tvar kmitu	Normovaný tvar kmitu	A	B	C	Setrvačné síly [N]
	x [m]	y [m]	z [m]									
23346	0	2.59	-2.567									
23564	0	2.59	-2.426	0.117	0.141	185.997	-3.32E-07	-3.46E-05		0.000	0.000	-0.07
23563	0	2.59	-2.285	0.258	0.141	97.637	1.79E-07	1.92E-05		0.000	0.000	0.02
23600	0	2.59	-1.921	0.399	0.364	197.732	2.24E-05	2.30E-03		0.001	0.000	5.05
23601	0	2.59	-1.557	0.763	0.364	197.732	6.78E-05	6.95E-03		0.003	0.000	15.23
23591	0	2.59	-1.193	1.127	0.364	197.732	1.09E-04	1.11E-02		0.004	0.001	24.37
23687	0	2.59	-1.033	1.490	0.160	555.592	1.17E-04	1.19E-02		0.002	0.000	73.51
23688	0	2.59	-0.873	1.650	0.160	224.322	1.22E-04	1.24E-02		0.002	0.000	30.93
23680	0	2.59	-0.713	1.810	0.160	562.625	1.36E-04	1.40E-02		0.002	0.000	87.11
23720	0	2.59	-0.543	1.970	0.170	129.180	1.68E-04	1.72E-02		0.003	0.001	24.63
23721	0	2.59	-0.373	2.140	0.170	137.921	2.10E-04	2.15E-02		0.004	0.001	32.89
23711	0	2.59	-0.203	2.310	0.170	337.833	2.58E-04	2.65E-02		0.004	0.001	99.07
23831	0	2.59	0.130	2.480	0.333	340.880	3.64E-04	3.73E-02		0.012	0.006	140.83
23832	0	2.59	0.464	2.814	0.333	462.385	4.84E-04	4.95E-02		0.017	0.010	253.86
23822	0	2.59	0.797	3.147	0.333	154.900	6.19E-04	6.32E-02		0.021	0.017	108.56
23906	0	2.59	1.297	3.480	0.500	232.360	8.51E-04	8.70E-02		0.043	0.048	224.04
23907	0	2.59	1.797	3.980	0.500	232.360	1.12E-03	0.11418		0.057	0.082	294.05
23899	0	2.59	2.297	4.480	0.500	232.360	1.41E-03	0.14411		0.072	0.130	371.13
23990	0	2.59	2.797	4.980	0.500	232.360	1.73E-03	0.17707		0.089	0.197	456.01
23991	0	2.59	3.297	5.480	0.500	232.360	2.08E-03	0.21244		0.106	0.284	547.10
23983	0	2.59	3.797	5.980	0.500	232.360	2.45E-03	0.24953		0.125	0.391	642.62
24065	0	2.59	4.297	6.480	0.500	232.360	2.83E-03	0.28873		0.144	0.524	743.57
24066	0	2.59	4.797	6.980	0.500	232.360	3.23E-03	0.32931		0.165	0.681	848.08
24058	0	2.59	5.297	7.480	0.500	232.360	3.64E-03	0.37062		0.185	0.863	954.47
24140	0	2.59	5.797	7.980	0.500	232.360	4.06E-03	0.41319		0.207	1.072	1064.10
24141	0	2.59	6.297	8.480	0.500	232.360	4.48E-03	0.45614		0.228	1.307	1174.71
24133	0	2.59	6.797	8.980	0.500	232.360	4.90E-03	0.49887		0.249	1.564	1284.75
24215	0	2.59	7.297	9.480	0.500	232.360	5.32E-03	0.54202		0.271	1.846	1395.88
24216	0	2.59	7.797	9.980	0.500	232.360	5.74E-03	0.58462		0.292	2.147	1505.59
24208	0	2.59	8.296	10.480	0.500	232.360	6.15E-03	0.62609		0.313	2.462	1612.39
24290	0	2.59	8.796	10.980	0.500	232.360	6.55E-03	0.66723		0.334	2.797	1718.34
24291	0	2.59	9.296	11.480	0.500	232.360	6.94E-03	0.70693		0.353	3.140	1820.58
24283	0	2.59	9.796	11.980	0.500	232.360	7.31E-03	0.74467		0.372	3.484	1917.77
24365	0	2.59	10.296	12.480	0.500	232.360	7.67E-03	0.78138		0.390	3.833	2012.31
24366	0	2.59	10.796	12.980	0.500	232.360	8.01E-03	0.81586		0.408	4.182	2101.11
24358	0	2.59	11.296	13.480	0.500	232.360	8.32E-03	0.84764		0.424	4.514	2182.95
24440	0	2.59	11.796	13.980	0.500	232.360	8.62E-03	0.87777		0.439	4.841	2260.55
24441	0	2.59	12.296	14.480	0.500	232.360	8.89E-03	0.90498	0.452	0.452	5.146	2330.62
24433	0	2.59	12.796	14.980	0.500	232.360	9.12E-03	0.92885	0.464	0.464	5.421	2392.09
24515	0	2.59	13.296	15.480	0.500	232.360	9.33E-03	0.95057	0.475	0.475	5.677	2448.03
24516	0	2.59	13.796	15.980	0.500	232.360	9.51E-03	0.96864	0.484	0.484	5.895	2494.57
24508	0	2.59	14.296	16.480	0.500	232.360	9.66E-03	0.98328	0.492	0.492	6.075	2532.27
24606	0	2.59	14.424	16.980	0.128	59.484	9.69E-03	0.98688		0.126	1.567	650.63
24605	0	2.59	14.552	17.108	0.128	59.484	9.72E-03	0.99032		0.127	1.578	652.90
24583	0	2.59	14.680	17.236	0.128	59.484	9.75E-03	0.99327		0.127	1.587	654.85
24971	0	2.59	14.816	17.364	0.136	194.944	9.77E-03	0.99523		0.135	1.693	2150.33
24972	0	2.59	14.952	17.500	0.136	601.574	9.78E-03	0.99589		0.135	1.695	6640.05
24973	0	2.59	15.088	17.636	0.136	194.944	9.78E-03	0.9959		0.135	1.695	2151.77
24974	0	2.59	15.224	17.772	0.136	194.944	9.78E-03	0.99609		0.135	1.696	2152.18
24622	0	2.59	15.360	17.908	0.136	601.574	9.79E-03	0.99734		0.136	1.700	6649.72
										2.368	8.768	81.853

Obrázek 6.1: Výpočet setrvačných sil

Pro tento případ byla volena statická analýza konstrukce, síly byly vloženy do uzlů stojek pylonu. Výsledky jsou zapsány v tabulce 6.1, byl sledován posuv pylonu ve směru u_y , který je zobrazen na obrázku 6.2. Maximální výchylka dle výpočtu v programu ANSYS $u_y = 41,07\text{mm}$ je menší než přibližná maximální výchylka $y_{F,max} = 0,0472\text{m}$ dle normy ČSN ENV 1991.

Tabulka 6.1: Amplitudy posunutí

	u_x [mm]	u_y [mm]	u_z [mm]
Pylon	$\pm 0,35$	$\pm 41,07$	$\pm 0,07$



Obrázek 6.2: Amplituda posunutí u_y

6.1.3 Zatížení větrem působící na pylon v příčném směru

Střední rychlost větru působící na pylon v příčném směru je počítána pro výšku $z = 16,0\text{m}$ (odpovídá středu korelační délky), kategorii terénu II a základní rychlost větru $v_b = 22,5\text{m/s}$. Rozměry průřezu pylonu pro podélný směr jsou: $b = 1,0\text{m}$ a $d = 0,5\text{m}$. Frekvence kmitání uvažujeme $f = 2.6989\text{Hz}$. Účinná korelační délka:

$$L_j = 6b = 6 \cdot 1,0 = 6\text{m}$$

Výpočet Strouhalova čísla a následně kritické rychlosti:

$$d/b = 0,5/1,0 = 0,5 \Rightarrow S_t = 0,12$$

$$v_{crit,i} = \frac{bn_i}{St} = \frac{1,0 \cdot 2,6989}{0,12} = 22,49 m/s$$

Výpočet střední rychlosti větru:

$$c_r(z) = k_r \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) = 0,19 \cdot \ln\left(\frac{14,5}{0,05}\right) = 1,077$$

$$k_r = 0,19 \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07} = 0,19 \cdot \left(\frac{0,05}{0,05}\right)^{0,07} = 0,19$$

$$c_0(z) = 1,0$$

$$v_m(z) = c_r(z)c_0(z)v_b = 1,077 \cdot 1,0 \cdot 22,5 = 24,24 m/s$$

Ověření podmínky:

$$v_{crit,i} = 22,49 m/s \not\geq 1,25v_m = 1,25 \cdot 24,24 = 30,30 m/s$$

Jelikož je podmínka není splněna, je nutné počítat účinek odhrávání vírů pro pylon v příčném směru zatížení.

Byla aplikována harmonická analýza pro metodu rozkladu podle vlastního tvaru kmitu. Pro výpočet zatížení větrem v příčném směru se aplikovaly harmonicky budící síly na stojky pylonu. Tyto síly se získají z výpočtu náhradního dynamického zatížení, které působí na účinné korelační délce L_j . Vztah pro náhradní dynamické zatížení zní:

$$w_i = \frac{v_{crit,i}^2}{1,6 \cdot 10^3} \cdot c_{lat} \cdot b = \frac{22,49^2}{1,6 \cdot 10^3} \cdot 0,851 \cdot 1,0 = 0,269 kN/m$$

kde $v_{crit,i}$ je kritická rychlost větru, c_{lat} součinitel příčné síly a b referenční šířka průřezu.

Součinitel příčné síly c_{lat} byl již zmíněn v předchozích kapitolách a je určen vztahem:

$$\frac{v_{crit,i}}{v_{m,L_j}} = \frac{22,49}{24,24} = 0,9278 \Rightarrow 0,83 \leq 0,9278 < 1,25 \Rightarrow c_{lat} = \left(3 - 2,4 \frac{v_{crit,i}}{v_m}\right) c_{lat,0}$$

kde $c_{lat,0}$ pro obdélníkový průřez se určí dle tabulky C.1 [6]:

$$d/b = 0,5/1,0 = 0,5 \Rightarrow 0,5 \leq 0,5 \leq 10,0 \Rightarrow c_{lat,0} = 1,1$$

Po dosazení získáme hodnotu c_{lat} :

$$c_{lat} = \left(3 - 2,4 \frac{v_{crit,i}}{v_m}\right) c_{lat,0} = \left(3 - 2,4 \cdot \frac{22,49}{24,24}\right) \cdot 1,1 = 0,851$$

Síla působící na konstrukci se získá pronásobením náhradního dynamického zatížení účinnou korelační délkou:

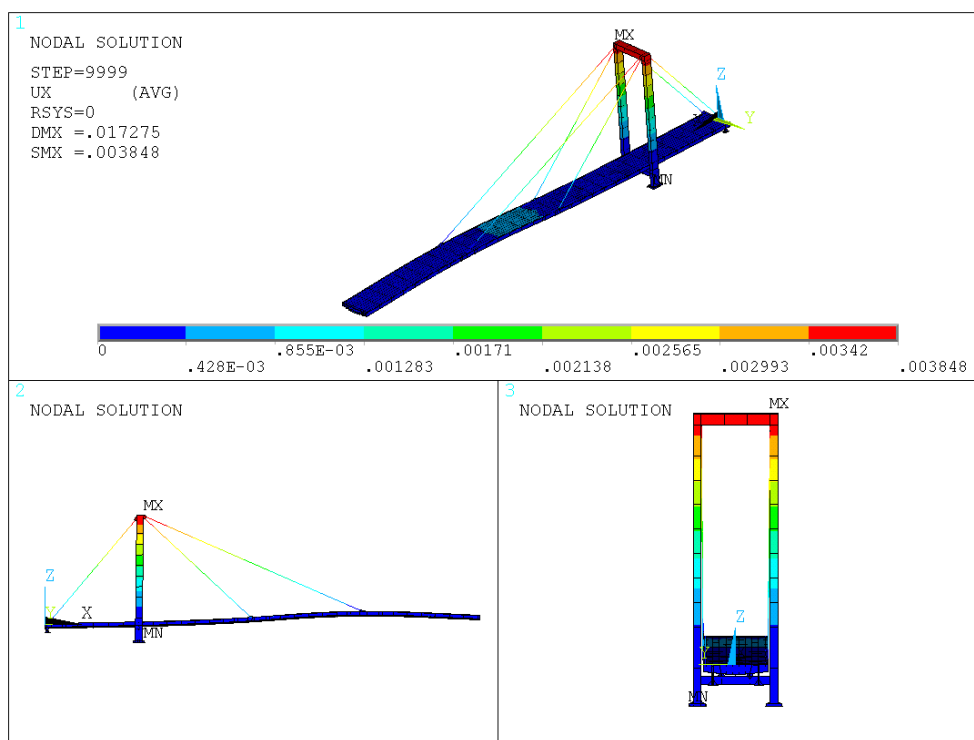
$$W_i = L_j w_i = 6 \cdot 0,269 = 1,614 kN$$

Na výpočtový model byly síly zadány ve středu účinné korelační délky ve výšce 14,50 m.

Výsledky harmonické odezvy jsou graficky zobrazeny na obrázku 6.3. Byla sledována amplituda ve směru osy x. Tabulka 6.2 obsahuje amplitudy posunutí.

Tabulka 6.2: Amplitudy posunutí pro příčný vítr

	u_x [mm]	u_y [mm]	u_z [mm]
Pylon	$\pm 3,85$	$\pm 0,09$	$\pm 0,36$



Obrázek 6.3: Amplituda posunutí u_x

6.2 Dynamické zatížení chodci

Ve všeobecnosti je zatížení chodce časově proměnné a může být klasifikováno jako periodické zatížení. Jednou z hlavních vlastností dynamického zatížení chodce je jeho nízká intenzita. Aplikace tohoto zatížení na tuhé a masivní konstrukce by mohlo těžko způsobit jejich významné rozkmitání. Nicméně technický vývoj vede k tomu, aby konstrukce byly stále více štíhlejší a tím i náchylnější na dynamické zatížení. Zatížení chodce je funkcí času a obecně náhodný proces. Obvykle zatížení chodce nezpůsobuje snížení únosnosti konstrukce, nýbrž její použitelnost. Se vzrůstajícími vibracemi dochází ke snížení komfortu lávky či mostu, kdy chodec může ztratit rovnováhu.

Vertikální a horizontální složka síly od jednoho chodce má dle [11] tvar:

$$F_v(t) = 0,4 \cdot G_0 \sin(2\pi f_m t) \text{ pro vertikální směr}$$

$$F_h(t) = 0,05 \cdot G_0 \sin(2\pi f_m t) \text{ pro horizontální směr}$$

kde G_0 je tíha jednoho chodce, která působí na konstrukci ve svislém směru, její hodnotu bereme $G_0 = 700N$, což odpovídá hmotnosti chodce $m_0 = 70kg$; f_m frekvence kroku pohybujícího se chodce; součinitelé 0,4 a 0,05 udávají, jak velká část se uplatní dynamická složka od jednoho chodce. Frekvence pohybujících se chodců se udává pro svislý směr 1,0 - 3,0 Hz a pro směr vodorovný 0,5 - 1,5 Hz.

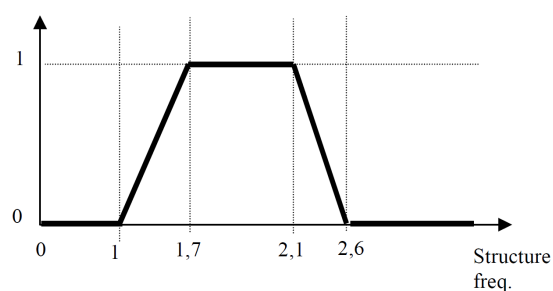
Pohyb skupiny chodců se dělí na synchronizovaný a nesynchronizovaný. Horizontální a vertikální složky sil se při synchronizovaném pohybu násobí přímo předpokládaným počtem

osob n , zatímco při nesynchronizovaném pohybu se tyto složky sil pronásobují odmocninou tohoto počtu \sqrt{n} dle ČSN EN 1990. Pro náš případ je brán v úvahu nesynchronizovaný pohyb osob, tedy složky sil mají tvar:

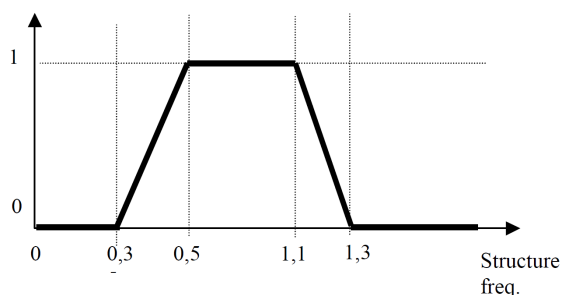
$$F_v(t) = \sqrt{n} \cdot 0,4 \cdot G_0 \sin(2\pi f_m t)$$

$$F_h(t) = \sqrt{n} \cdot 0,05 \cdot G_0 \sin(2\pi f_m t)$$

Dle [11] jsou hodnoty složek sil $F_v(t)$ a $F_h(t)$ dále redukovány faktory Ψ_v a Ψ_h . Tyto faktory snižují zatížení tím, že snižují pravděpodobnost shodnosti frekvencí způsobené chodci a vlastní frekvence konstrukce. Závislost faktorů Ψ na vlastní frekvenci konstrukce ukazují grafy 6.4 pro svislý směr a 6.5 pro vodorovný směr.



Obrázek 6.4: Redukční součinitel pro svislé zatížení chodci



Obrázek 6.5: Redukční součinitel pro příčné zatížení chodci

6.2.1 Výpočet zatížení chodci

Vertikální a horizontální složky sil od zatížení 1 chodce dle vzorců uvedené v kapitole 6.2 jsou:

$$F_v(t) = 0,4 \cdot G_0 \sin(2\pi f_m t) = 0,4 \cdot 700 \sin(2\pi f_m t) = 280 \sin(2\pi f_m t)$$

$$F_h(t) = 0,05 \cdot G_0 \sin(2\pi f_m t) = 0,05 \cdot 700 \sin(2\pi f_m t) = 35 \sin(2\pi f_m t)$$

kde $G_0 = 700N$

Bereme v úvahu nesynchronizovaný pohyb skupiny 15 chodců. Poté síly jimi vyvolané jsou následující:

$$F_v(t) = \sqrt{n} \cdot 0,4 \cdot G_0 \sin(2\pi f_m t) = \sqrt{15} \cdot 0,4 \cdot 700 \sin(2\pi f_m t) = 1084,4 \sin(2\pi f_m t)$$

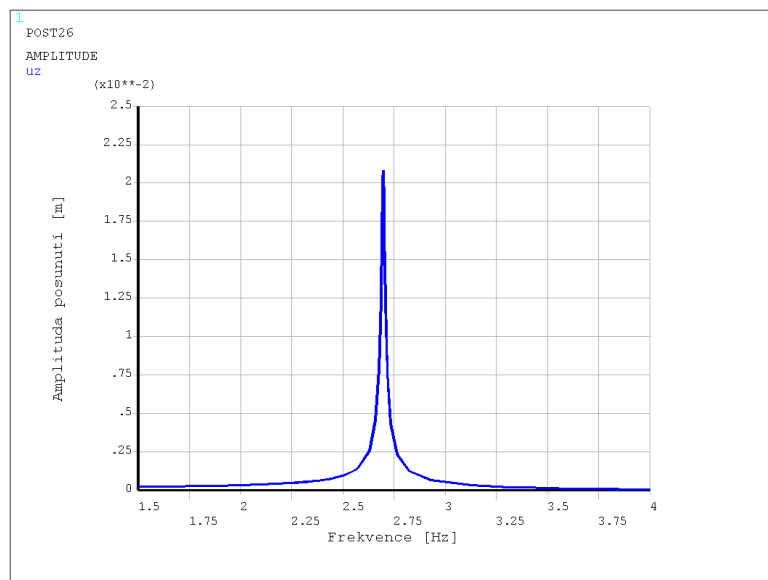
$$F_h(t) = \sqrt{n} \cdot 0,05 \cdot G_0 \sin(2\pi f_m t) = \sqrt{15} \cdot 0,05 \cdot 700 \sin(2\pi f_m t) = 135,6 \sin(2\pi f_m t)$$

Byl zaveden konzervativnější výpočet, a to, že síly budou umístěny do místa s maximální amplitudou výchylky při řešení modální analýzy při rizikové frekvenci $f = 2,669 \text{ Hz}$. Síla od skupiny chodců je uvažována jako harmonické buzení ve svislém směru a bere se její plná hodnota vzhledem k návrhu tlumiče (Ψ_v a $\Psi_h = 1,0$): $F_v(t) = 1084,4 \text{ N}$.

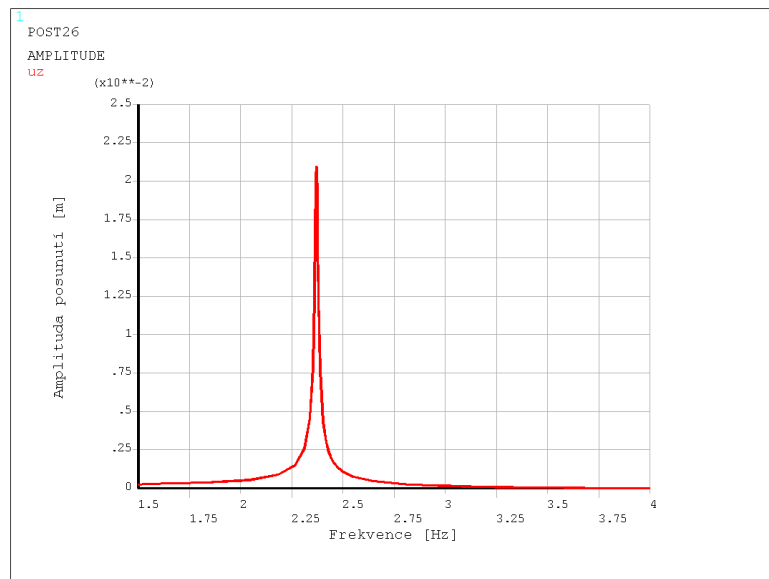
Uvažovali jsme 2 možnosti - zatížení skupinou osob na konstrukci zatíženou pouze vlastní tíhou a na konstrukci, která je zatížena také proměnným zatížením 75kg. Rozhodující frekvence pro první možnost je $f = 2,669 \text{ Hz}$ a pro druhou $f = 2,371 \text{ Hz}$. Harmonická analýza byla provedena pomocí metody rozkladu podle vlastního tvaru kmitu. Závislost amplitudy posunutí na frekvenci obou možností jsou znázorněny v grafech 6.6 a 6.7. Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci obou možností jsou znázorněny v grafech 6.8 a 6.9. V tabulce 6.3 jsou uvedeny amplitudy kmitání.

Tabulka 6.3: Amplitudy posunutí a zrychlení

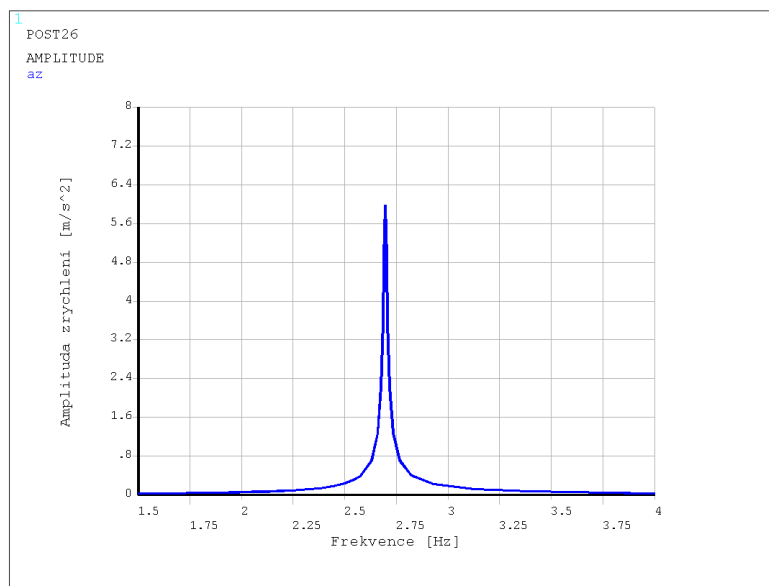
Frekvence f [Hz]	Posunutí u_z [m]	Zrychlení a_z [m/s^2]
2,669	0,027	6,02
2,371	0,027	9,30



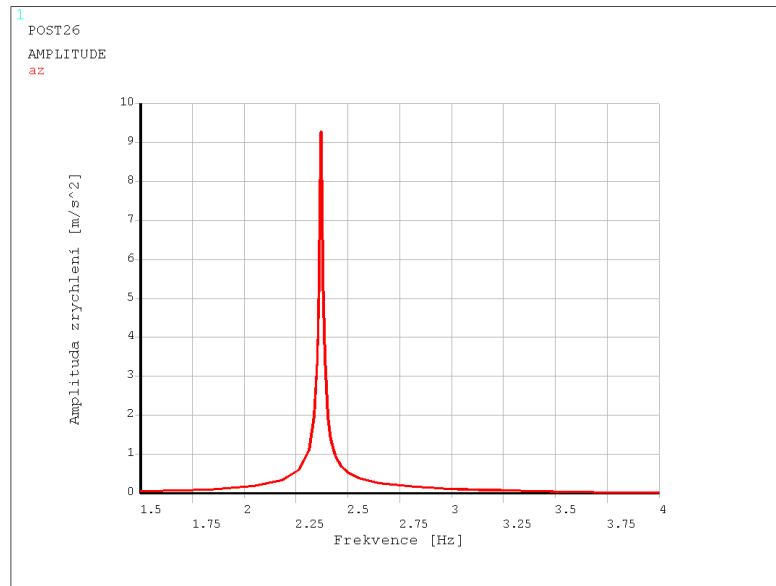
Obrázek 6.6: Amplituda svislého kmitání u_z bez proměnného zatížení



Obrázek 6.7: Amplituda svislého kmitání u_z s proměnným zatížením 75kg



Obrázek 6.8: Amplituda svislého kmitání a_z bez proměnného zatížení



Obrázek 6.9: Amplituda svislého kmitání a_z s proměnným zatížením 75kg

Norma [3] udává kritérium komfortu: doporučená maximální zrychlení kmitání ve svislém směru $a_{z,max} = 0,7m/s^2$. Je také uvedena maximální výchylka ve svislém směru $u_{z,max} = 10mm$. Když porovnáme výsledky:

$$a_{z,max} = 0,7m/s^2 < a_z = 6,02m/s^2$$

$$u_{z,max} = 0,01m < u_z = 0,027m$$

a

$$a_{z,max} = 0,7m/s^2 < a_z = 9,30m/s^2$$

$$u_{z,max} = 0,01m < u_z = 0,027m$$

je zřejmé, že tato kritéria nevyhovují. Je tedy nutno navrhnout tlumící zařízení.

Kapitola 7

Pohlcovač vibrací

Mnoho vysokých a flexibilních konstrukcí je náchylných na dynamické zatížení způsobené větrem, dopravou nebo zemětřesením. Většinou se jedná o konstrukce s nízkými vlastními frekvencemi v kombinaci s nízkou hodnotou tlumení, např. štíhlé mosty (lávky pro pěší), komíny, stožáry, atd. Frekvence buzení blízké vlastním frekvencím konstrukce vede k rezonančnímu jevu, který se projevuje vysokým nárůstem amplitud vibrací. To může vést ke ztrátě použitelnosti či komfortu konstrukce nebo dokonce k jejímu kolapsu. Zvýšené cyklické zatížení může také ohrozit únosnost konstrukce vlivem únavy materiálu. Ke snížení vibrací je možné nainstalovat tlumící zařízení. Díky zvýšenému rozptýlení energie a změně dynamických vlastností konstrukce pomáhají tato zařízení omezovat vibrace a kmitání konstrukce. Mohou být navržena zároveň s konstrukcí nebo dodatečně, kdyby se při provozu objevila nežádoucí dynamická odezva.

Pro návrh tlumiče je třeba určit nejvýznamnější vlastní tvar kmitu z modální analýzy. Bývá uložen v oblasti maximální výchylky při frekvenci tohoto vlastního tvaru kmitu. Je třeba navrhnut jeho dynamické charakteristiky: hmotnost m , tuhost k a tlumení c . Návrh jednotlivých parametrů lze získat dle [8]. Prvním krokem je získání jeho hmotnosti ze vztahu:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow m_2 = m_1 \mu$$

kde m_2 je hmotnost tlumiče, kterou potřebujeme navrhnut a m_1 je hmotnost kmitající části konstrukce pro daný vlastní tvar kmitu, tu lze určit přímo z programu ANSYS 15.0. Doporučuje se, aby hmotnost tlumiče byla přibližně 6% hmotnosti ekvivalentní hmoty konstrukce.

Dále se určí optimální poměr frekvencí v závislosti na zvoleném poměru hmot:

$$\kappa_{opt} = \frac{1}{1+\mu} < 1,0$$

Získáním tohoto poměru můžeme určit vlastní charakteristiku tlumícího zařízení a následně jeho tuhost:

$$f_2 = \kappa f_1$$

$$k_2 = 4\pi^2 \kappa^2 f_1^2 m_2$$

Vztah pro tuhost tlumiče je odvozena ze základních vztahů dynamiky:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ a zároveň } \omega = 2\pi f \Rightarrow k = m\omega^2 = m4\pi^2 f^2$$

kde ω je vlastní úhlová frekvence, k tuhost, m hmotnost a f vlastní frekvence.

Optimální poměrný útlum v závislosti na poměru hmot je určen vztahem:

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}}$$

Následně můžeme určit charakteristiku tlumení tlumícího zařízení:

$$c_2 = 4\pi\zeta_2 f_2 m_2$$

Vztah pro určení tlumení zařízení je opět odvozen ze základů dynamického chování:

$$\zeta = \frac{c}{c_r} \Rightarrow c = \zeta c_r = 2\zeta\sqrt{km}$$

kde c_r je kritické tlumení a je dáno vztahem: $\zeta = 2\sqrt{km}$.

7.1 Návrh tlumícího zařízení

Pohlcovače vibrací byly umístěny v oblasti největších posunutí nejvýznamnějšího vlastního tvaru kmitání z modální analýzy, v místě třetí dvojice závěsů (příčník č.23).

Při návrhu tlumiče se stanovují jeho 3 parametry: hmotnost m , tuhost k a tlumení c . Počáteční návrh parametrů tlumiče byl vypočten pro optimální parametry dle [8], postup výpočtu je zmíněn v kapitole 7. Návrh hmotnosti tlumiče se doporučuje 5-6% kmitající části konstrukce m_1 vybraného tvaru kmitu. Pro frekvenci $f_1 = 2.669$ je kmitající část rovna $m_1 = 29917,9kg$.

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} = 0,05 \Rightarrow m_2 = \mu m_1 = 0,05 \cdot 29917,9 = 1495,895kg$$

Z uvedeného výpočtu se hmotnost tlumiče navrhuje 1500kg. Navrhují se 2 tlumiče na konstrukci tedy 1 tlumič má hmotnost 750kg.

Optimální poměr frekvencí:

$$\kappa_{opt} = \frac{1}{1+\mu} < 1,0 \Rightarrow \kappa = \frac{1}{1+0,05} = 0,952$$

Poté frekvence tlumiče a tuhost tlumiče je:

$$f_2 = \kappa f_1 = 0,952 \cdot 2,669 = 2,57Hz$$

$$k_2 = 4\pi^2 \kappa^2 f_1^2 m_2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot 0,952^2 \cdot 2,669^2 \cdot 750 = 194842N/m$$

Optimální poměrný útlum:

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,05}{8(1+0,05)^3}} = 0,127$$

Tlumení zařízení je tedy:

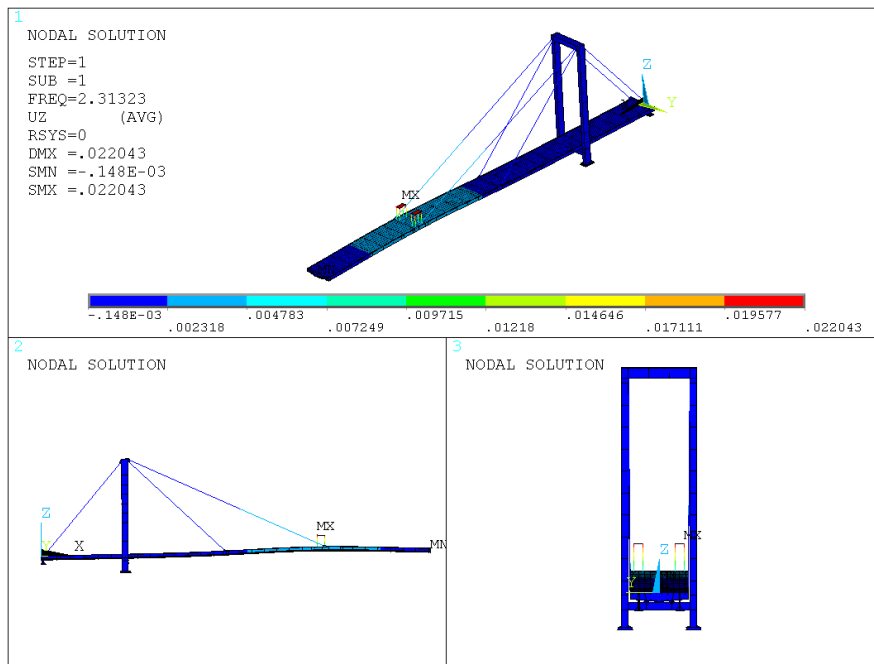
$$c_2 = 4\pi\zeta_2 f_2 m_2 = 4 \cdot \pi \cdot 0,127 \cdot 2,57 \cdot 750 = 3073N.s/m$$

Vypočtené parametry jsou pro 1 tlumičí zařízení, které je zavěšeno na 4 pružinových prvcích, tedy výsledná tuhost a tlumení pro 1 prvek jsou: $k_2 = 48711N/m$ a $c_2 = 768N/m$. Tyto parametry byly zadány do programu ANSYS 15.0 jako dynamické vlastnosti prvku COMBIN14.

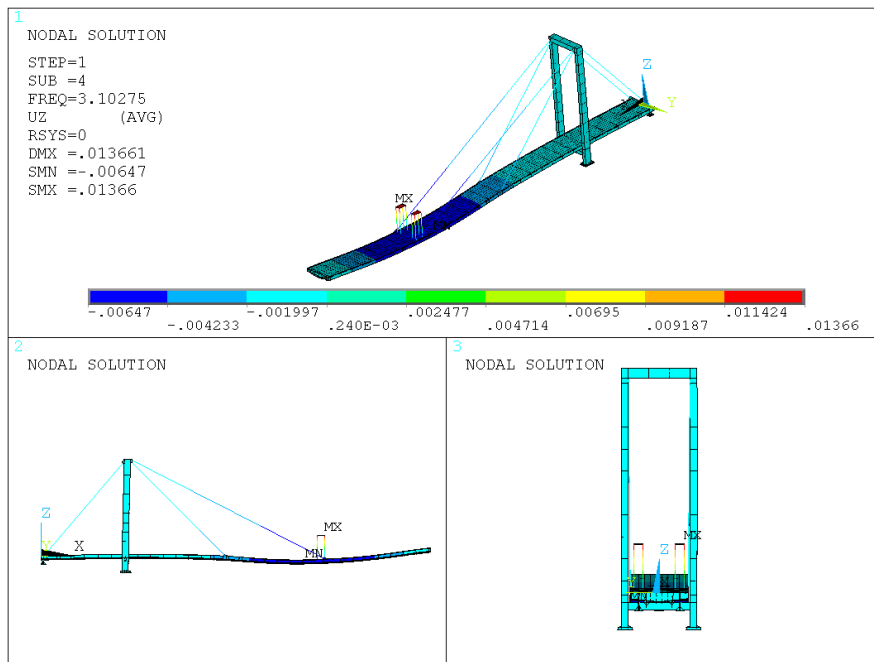
Byla provedena znovu modální analýza, tentokrát s aktivovanými tlumiči. Výsledné frekvence jsou uvedeny v tabulce 7.1, kde je uvedeno porovnání vlastních frekvencí s fixovanými tlumiči s frekvencemi, kdy jsou tlumiče aktivovány. Uvedené hodnoty jsou pro verzi bez proměnného zatížení 75kg. Grafické znázornění významných tvarů kmitů pro frekvence $f = 2,313Hz$ a $f = 3,103Hz$ je zobrazeno pak na obrázcích 7.1 a 7.2.

Tabulka 7.1: Vlastní frekvence bez proměnného zatížení

Čís. vl. tvaru	Vlastní frekvence fixované tlumiče	Vlastní frekvence aktivní tlumiče
1	2.438	2.313
2	2.607	2.438
3	3.925	2.549
4	5.470	3.103
5	6.847	3.925
6	7.704	4.383
7	8.645	4.384
8	10.738	4.486
9	11.038	4.486
10	11.893	5.701
11	12.403	7.125
12	12.841	8.536
13	13.797	8.735
14	13.896	11.012
15	14.040	11.257
16	14.747	11.930
17	17.145	13.149
18	19.976	13.176
19	21.824	13.780
20	22.144	14.035

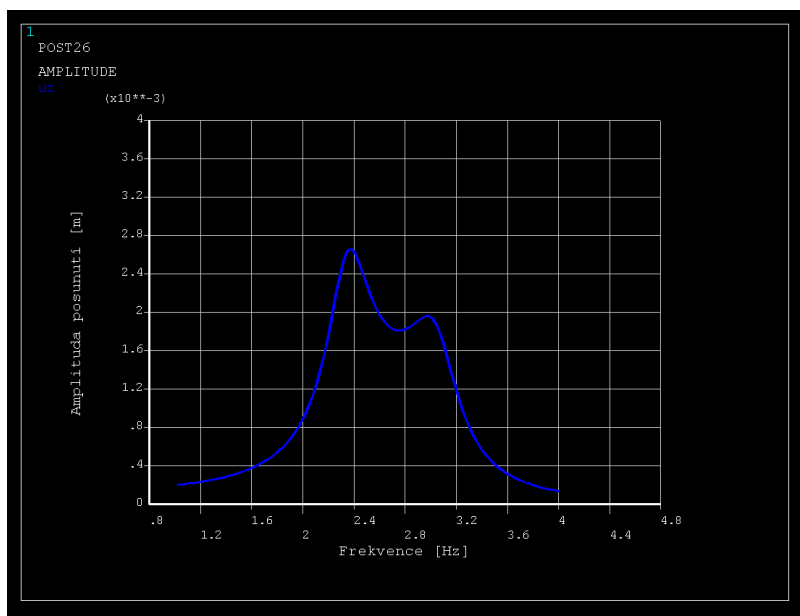


Obrázek 7.1: 1. vlastní tvar kmitu pro $f = 2,313Hz$



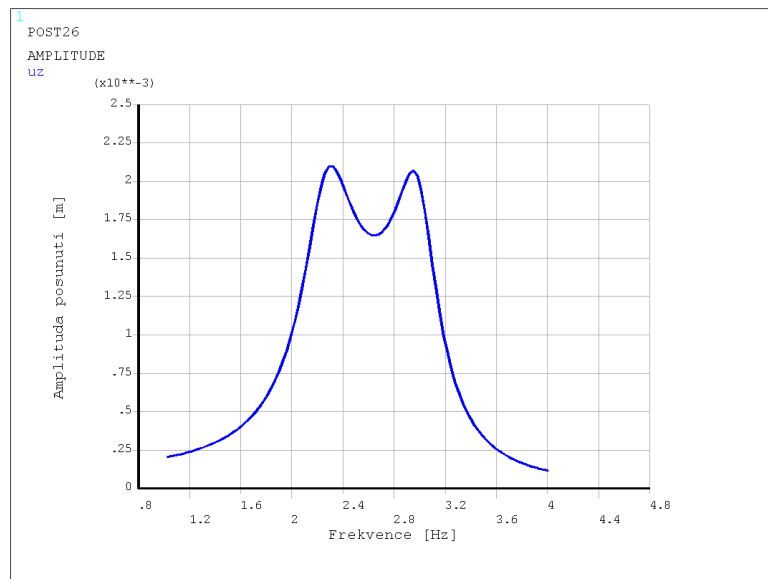
Obrázek 7.2: 4. vlastní tvar kmitu pro $f = 3,103Hz$

Poté byla provedena harmonická analýza FULL, která je vhodná pro vícestupňovou soustavu. Konstrukce je buzena silou od zatížení chodců (viz. kapitola 6.2.1) $F = 1084,4N$. Harmonická odezva při nastavení optimálních parametrů tlumičů je zobrazena na obrázku 7.3. Jak můžeme vidět, graf je vychýlen na levou stranu. Tlumič je třeba doladit změnou parametru tuhosti tlumiče.

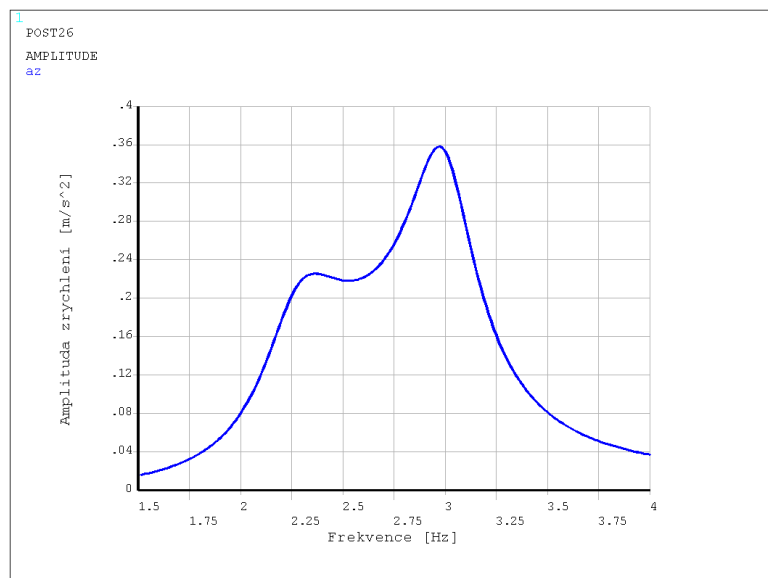


Obrázek 7.3: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci pro aktivované tlumiče bez proměnného zatížení

Tlumicí zařízení bylo naladěno při charakteristikách: $k_2 = 43845N/m$ a $c_2 = 770N.s/m$ pro 1 prvek. Pro celý tlumič jsou hodnoty pronásobené 4: $k_2 = 175380N/m$ a $c_2 = 3080N.s/m$. Jak můžeme vidět na obrázku 7.4 a na obrázku 7.5 je zobrazena závislost amplitudy zrychlení na frekvenci.



Obrázek 7.4: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci pro 2 tlumiče 750kg bez proměnného zatížení



Obrázek 7.5: Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro 2 tlumiče 750kg bez proměnného zatížení

Modální a harmonická analýza byla také provedena pro variantu s proměnným zatížením 75kg. Charakteristiky tlumícího zařízení a budící síla jsou stejné jako při variantě s vlastní tíhou: $k_2 = 43845\text{N/m}$ a $c_2 = 770\text{N}\cdot\text{s/m}$ pro 1 prvek, $F = 1084,4\text{N}$. Frekvence z modální analýzy při aktivovaných tlumičích jsou porovnány s frekvencemi s fixními tlumiči v tabulce 7.3. Grafické znázornění významných tvarů kmitu pro frekvence $f = 2,146\text{Hz}$ a $f = 2,763\text{Hz}$ je zobrazeno poté na obrázcích 7.6 a 7.7. Výsledná harmonická odezva je zná-

zorněna jako závislost amplitudy posunutí nebo zrychlení na frekvenci v grafu na obrázku 7.8 a 7.9.

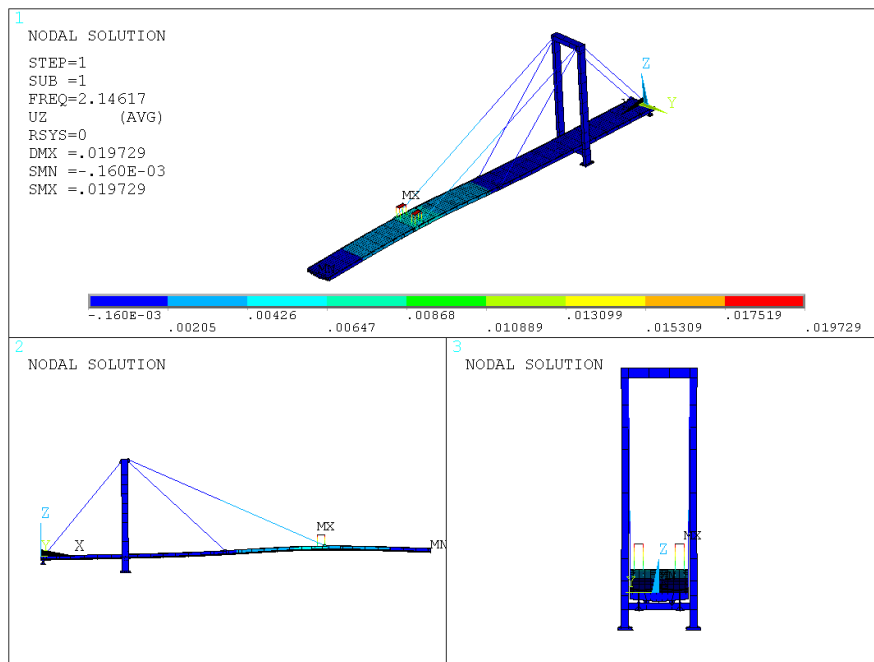
V tabulce 7.2 jsou uvedeny extrémní hodnoty amplitud posunutí a zrychlení od zatížení vlastní tíhou a proměnného zatížení 75kg. Jde vidět, že hodnoty amplitud výrazně klesly.

Tabulka 7.2: Extrémy amplitud posunutí a zrychlení pro aktivované tlumiče

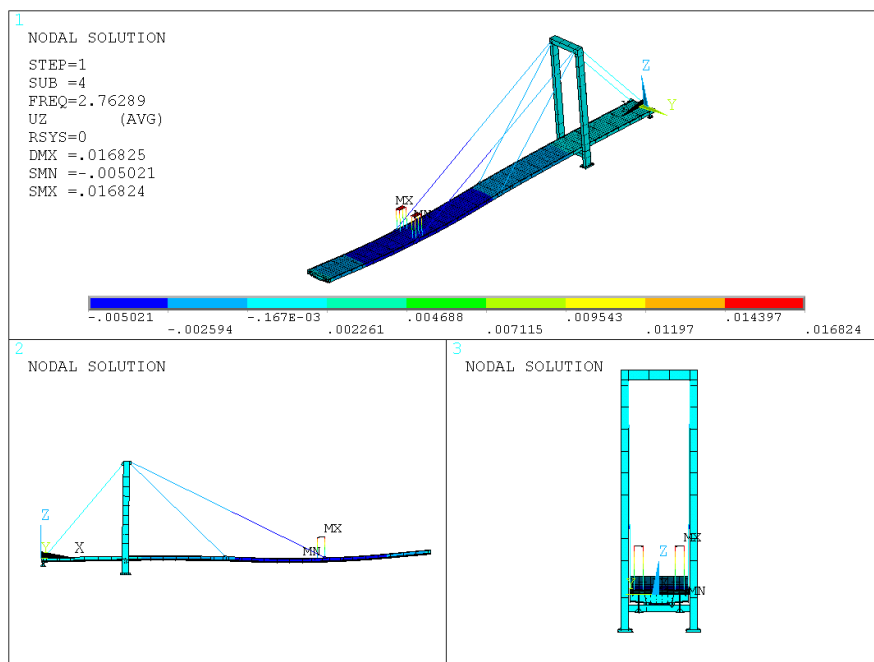
Frekvence f [Hz]	Posunutí u_z [mm]	Zrychlení a_z [m/s^2]
2,146	1,96	0,38
3,103	2,08	0,36

Tabulka 7.3: Vlastní frekvence s proměnným zatížením

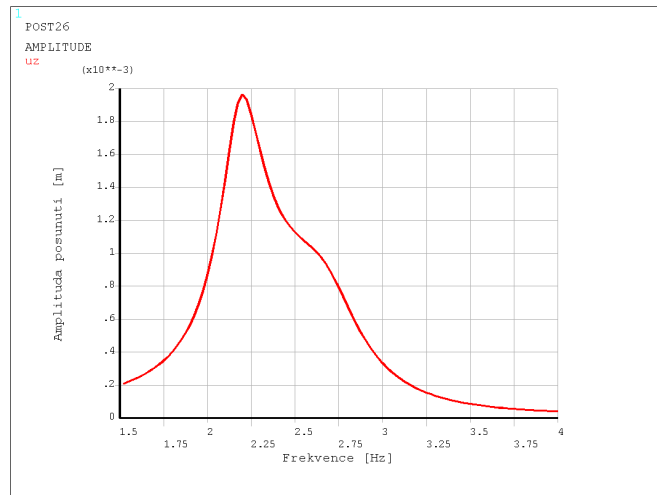
Čís. vl. tvaru	Vlastní frekvence fixované tlumiče	Vlastní frekvence aktivní tlumiče
1	2.371	2.146
2	2.437	2.420
3	3.454	2.438
4	4.927	2.763
5	6.125	3.453
6	7.404	4.159
7	7.898	4.160
8	9.651	4.262
9	9.789	4.263
10	11.125	4.946
11	11.971	6.129
12	12.206	7.654
13	12.733	7.902
14	13.085	9.636
15	13.961	9.861
16	14.279	11.297
17	15.697	11.981
18	18.898	12.194
19	19.733	12.858
20	20.499	13.098



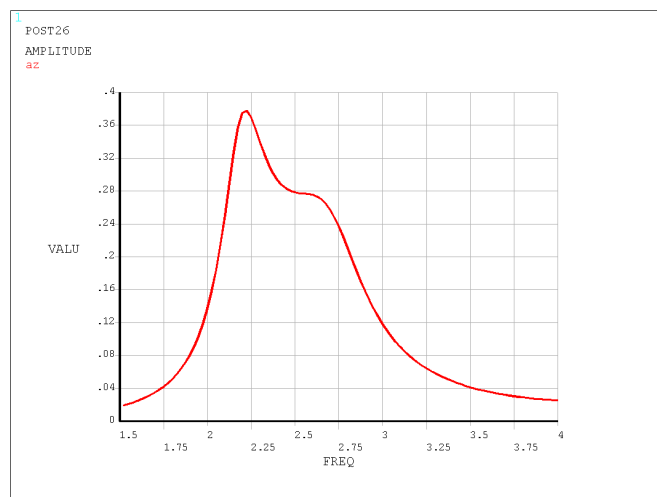
Obrázek 7.6: 1. vlastní tvar kmitu pro $f = 2,146Hz$



Obrázek 7.7: 4. vlastní tvar kmitu pro $f = 2,763Hz$



Obrázek 7.8: Závislost amplitudy výchylky na frekvenci pro 2 tlumiče 750kg s proměnným zatížením 75kg



Obrázek 7.9: Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro 2 tlumiče 750kg s proměnným zatížením 75kg

Norma [3] udává kritérium komfortu: doporučená maximální zrychlení kmitání ve svislém směru $a_{z,max} = 0,7m/s^2$. Je také uvedena maximální výchylka ve svislém směru $u_{z,max} = 10mm$. Když porovnáme s výsledky z tabulky 7.2.

$$a_{z,max} = 0,7m/s^2 > a_z = 0,38m/s^2$$

$$u_{z,max} = 0,01m > u_z = 0,002m$$

Podmínky pro komfort a max amplitudu vyhovují po instalaci tlumiče kmitání, hodnoty amplitudy zrychlení od zatížení chodců snížily až 24krát a hodnoty amplitudy posunutí až 14krát.

Kapitola 8

Závěr

V programu ANSYS 15.0 byl vytvořen prostorový skořepinový model zavěšené lávky pro pěší v Uherském Brodě. Geometrie modelu vycházela z projektové dokumentace. Hlavními použitými prvky byly prvky SHELL181 a BEAM181, kterým byly modelovány závěsy, ty jsou modelovány pouze 1 prvkem z důvodu lepšího výpočtu modální analýzy. Dále byl modelován tlumič prvkem SHELL181 a pružinovým prvkem COMBIN14.

Lávka byla posuzována lineární statickou analýzou, kdy byla zatížena vlastní tíhou a proměnným zatížením. Důležité jsou průhyby od vlastní tíhy konstrukce. Pro pole 1 vyšel průhyb $u_z = 7,9mm$ a pro pole 2 průhyb $u_z = 67,1mm$. To ukazuje, že model pracuje správně.

Dalším krokem byla modální analýza, při které jsme získali základní dynamické vlastnosti konstrukce. Počítala se pro 2 varianty z důvodu pozdější analýzy od zatížení chodců. První varianta byla provedena pro zatížení vlastní tíhou a druhá s proměnným zatížením 75kg. Bylo spočítáno 20 vlastních tvarů kmitů a k nim příslušné vlastní frekvence.

Byla provedena harmonická analýza na zatížení větrem a buzení pohybem chodců. Zatížení větrem působící na trám nebylo nutno počítat z důvodu splnění podmínky. Výpočet zatížení větrem působící na pylon byl proveden v podélném i příčném směru. V podélném směru se kontrolovala výchylka ve směru y o velikosti $u_y = 41,07mm$, která vyhověla podmínkám. V příčném směru byla kontrolována výchylka ve směru x o velikosti $u_x = 3,85mm$. Působení chodců nevyhovělo doporučeným kritériím, amplitudy zrychlení převyšovaly až 13krát doporučené hodnoty a muselo být navrženo opatření proti vznikajícím vibracím.

Závěrečná část se vztahuje právě k návrhu omezovače tlumení na buzení lávky pohybem chodců. Byla provedena harmonická analýza lávky s tlumícími zařízeními na buzení síly od pohybu 15 chodců. Tlumiče byly naladěny při parametrech: $k = 175.380N/m$ a $c = 3.080N.s/m$. Po aktivaci tlumičů s těmito charakteristikami amplitudy, jak pro posunutí tak i pro zrychlení, klesly do vyhovujících hodnot.

Cílem práce byla analýza konstrukce na působení zatížení větrem a chodci, popř. navrhnout pohlcovač tlumení. V důsledku nevyhovění v rámci zatížení chodci byl pohlcovač navrhnout a kmitání konstrukce omezeno na přijatelné hodnoty.

Literatura

- [1] Projektová dokumentace.
- [2] ČSN 73 0035. *Zatížení staveb konstrukcí*. Praha: Vydavatelství úřadu pro normalizaci a měření, 1986.
- [3] ČSN EN 1990/A2. *Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí – Příloha pro mosty*. Český normalizační institut, duben 2007.
- [4] ČSN EN 1991-1-1. *Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 1-1. Obecné zatížení - Objemové tíhy, vlastní tíhy a užité zatížení pozemních staveb*. Praha: Český normalizační institut, 2004.
- [5] ČSN EN 1991-1-4. *Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 1-4. Obecné zatížení - Zatížení větrem*. Praha: Český normalizační institut, 2007.
- [6] ČSN P EN 1991-2-4. *Zásady navrhování a zatížení konstrukcí, Část 2-4. Zatížení konstrukcí - Zatížení větrem*. Praha: Český normalizační institut, 1996.
- [7] Documentation for ANSYS Release 15.0. 2013, sAS IP, Inc.
- [8] MAURER: *Tuned Mass Dampers*. Technické informace a výrobky TMD-Info-28072003.
- [9] PIRNER, M.: *Zatížení staveb větrem*. Praha: Informační centrum ČKAIT, 2003, ISBN 80-867969-10-0.
- [10] SALAJKA, V.: *Dynamika stavebních konstrukcí*. Rukopis přednáškových materiálů pro kurzy Stavební dynamika. Nebylo oficiálně vydáno.
- [11] SÉTRA: *Footbridges: Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading*. France: Sétra, 2006.
URL www.setra.equipement.gouv.fr

Seznam obrázků

2.1	Dispozice lávky.	5
2.2	Příčný řez v poli.	6
2.3	Příčný řez pilířem.	7
3.1	Celkový pohled na výpočtový model	10
3.2	Pohled opěra 1	10
3.3	Pohled pylon	11
3.4	Pohled trám	11
3.5	Pohled trám	12
3.6	Pohled opěra 3	12
3.7	Horní průvlak pylonu se závěsy	13
3.8	Ložisko OP1	13
3.9	Ložisko P2	14
3.10	Pohlčovače vibrací	14
3.11	SHELL 181	18
3.12	BEAM 188	19
3.13	SOLID 185	20
3.14	COMBIN 14	21
3.15	SURF 154	21
3.16	SURF 153	22
4.1	Průhyb u_z při stálém zatížení	25
4.2	Průhyb u_z při stálém a proměnném zatížení 5kN/m^2 v obou polích	26
6.1	Výpočet setrvačných sil	34
6.2	Amplituda posunutí u_y	35
6.3	Amplituda posunutí u_x	37
6.4	Redukční součinitel pro svislé zatížení chodci	38
6.5	Redukční součinitel pro příčné zatížení chodci	38
6.6	Amplituda svislého kmitání u_z bez proměnného zatížení	39
6.7	Amplituda svislého kmitání u_z s proměnným zatížení 75kg	40
6.8	Amplituda svislého kmitání a_z bez proměnného zatížení	40
6.9	Amplituda svislého kmitání a_z s proměnným zatížení 75kg	41
7.1	1. vlastní tvar kmitu pro $f = 2,313\text{Hz}$	45
7.2	4. vlastní tvar kmitu pro $f = 3,103\text{Hz}$	45
7.3	Závislost amplitudy výchylky na frekvenci pro aktivované tlumiče bez proměnného zatížení	46

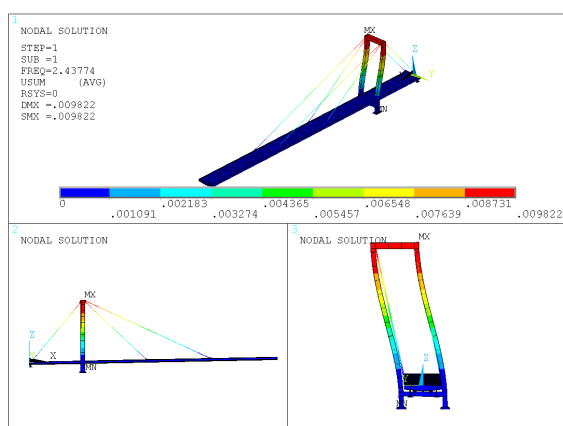
7.4	Závislost amplitudy výchylky na frekvenci pro 2 tlumiče 750kg bez proměnného zatížení	47
7.5	Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro 2 tlumiče 750kg bez proměnného zatížení	47
7.6	1. vlastní tvar kmitu pro $f = 2,146Hz$	49
7.7	4. vlastní tvar kmitu pro $f = 2,763Hz$	49
7.8	Závislost amplitudy výchylky na frekvenci pro 2 tlumiče 750kg s proměnným zatížením 75kg	50
7.9	Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro 2 tlumiče 750kg s proměnným zatížením 75kg	50
A.1	Vlastní tvar č.1 pro $f = 2.438$ Hz	57
A.2	Vlastní tvar č.2 pro $f = 2.669$ Hz	57
A.3	Vlastní tvar č.3 pro $f = 3.925$ Hz	58
A.4	Vlastní tvar č.4 pro $f = 5.470$ Hz	58
A.5	Vlastní tvar č.5 pro $f = 6.847$ Hz	59
A.6	Vlastní tvar č.6 pro $f = 7.704$ Hz	59
A.7	Vlastní tvar č.7 pro $f = 8.645$ Hz	60
A.8	Vlastní tvar č.8 pro $f = 10.738$ Hz	60
A.9	Vlastní tvar č.9 pro $f = 11.038$ Hz	61
A.10	Vlastní tvar č.10 pro $f = 11.893$ Hz	61
A.11	Vlastní tvar č.11 pro $f = 12.403$ Hz	62
A.12	Vlastní tvar č.12 pro $f = 12.841$ Hz	62
A.13	Vlastní tvar č.13 pro $f = 13.797$ Hz	63
A.14	Vlastní tvar č.14 pro $f = 13.896$ Hz	63
A.15	Vlastní tvar č.15 pro $f = 14.040$ Hz	64
A.16	Vlastní tvar č.16 pro $f = 14.747$ Hz	64
A.17	Vlastní tvar č.17 pro $f = 17.145$ Hz	65
A.18	Vlastní tvar č.18 pro $f = 19.976$ Hz	65
A.19	Vlastní tvar č.19 pro $f = 21.824$ Hz	66
A.20	Vlastní tvar č.20 pro $f = 22.144$ Hz	66

Seznam tabulek

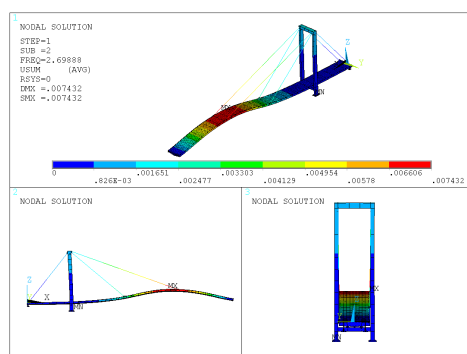
3.1	Použité prvky a kontrola hmotností trámu	15
3.2	Použité prvky a kontrola hmotností stojek pylonu	16
3.3	Použité prvky a kontrola hmotností horního průvlaku pylonu	16
3.4	Použité prvky a kontrola hmotností dolního průvlaku pylonu	16
3.5	Použité prvky a kontrola hmotností ložisek	17
3.6	Použité prvky a kontrola hmotností opěry 3	17
3.7	Použité prvky, kontrola hmotností uložení tlumiče a samotný tlumič	17
3.8	Použité prvky, kontrola hmotností uchycení závěsů a samotných závěsů	17
3.9	Použité prvky a kontrola hmotností pochůzí vrstvy mostovky, zábradlí	18
3.10	Materiálové vlastnosti nosných prvků	23
4.1	Průhyby trámu	25
5.1	Vlastní frekvence pro typ A - vlastní tíha a typ B - proměnné zatížení 75kg	28
6.1	Amplitudy posunutí	35
6.2	Amplitudy posunutí pro příčný vítr	36
6.3	Amplitudy posunutí a zrychlení	39
7.1	Vlastní frekvence bez proměnného zatížení	44
7.2	Extrémy amplitud posunutí a zrychlení pro aktivované tlumiče	48
7.3	Vlastní frekvence s proměnným zatížením	48

Příloha A

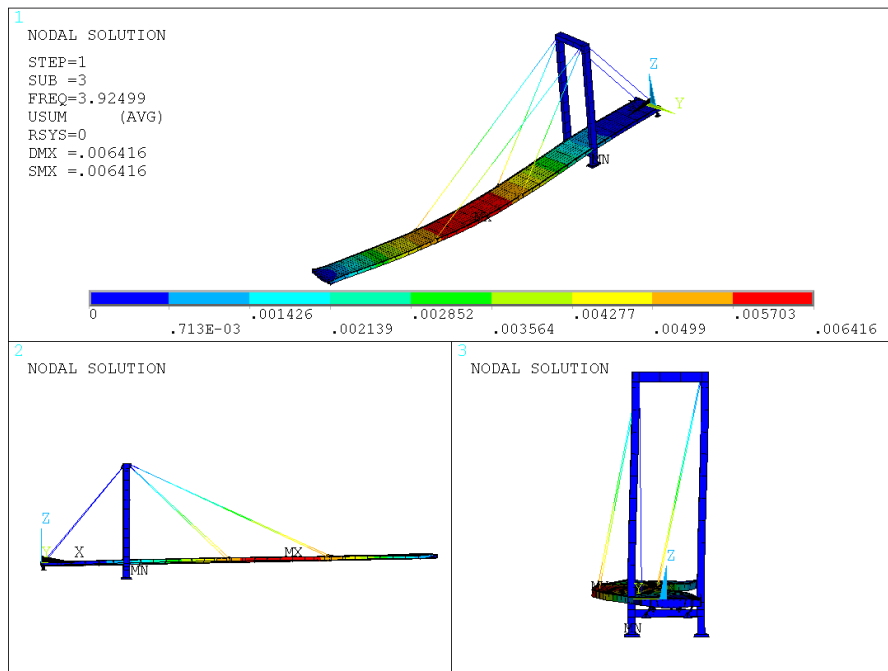
Vlastní tvary kmitu



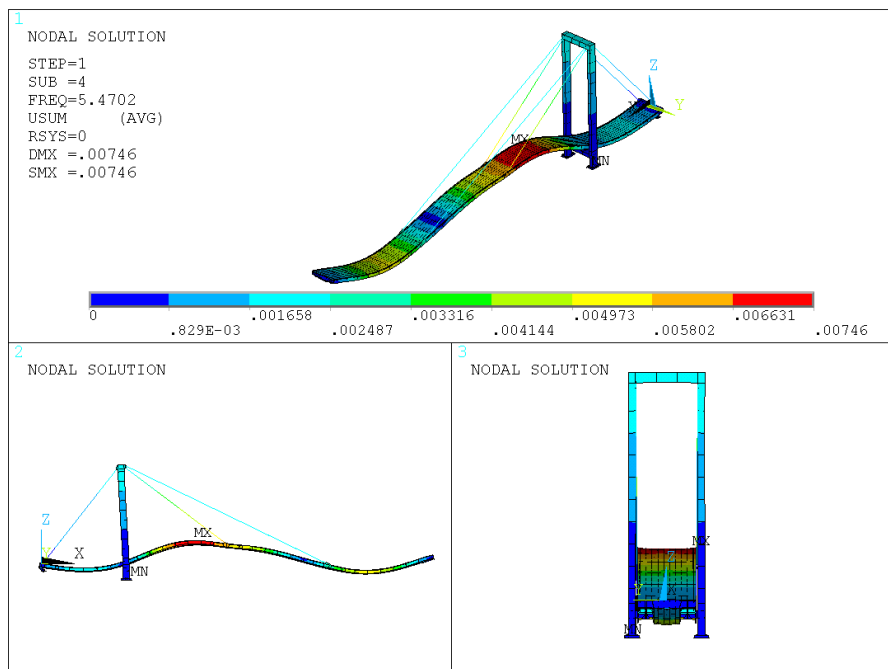
Obrázek A.1: Vlastní tvar č.1 pro $f = 2.438$ Hz



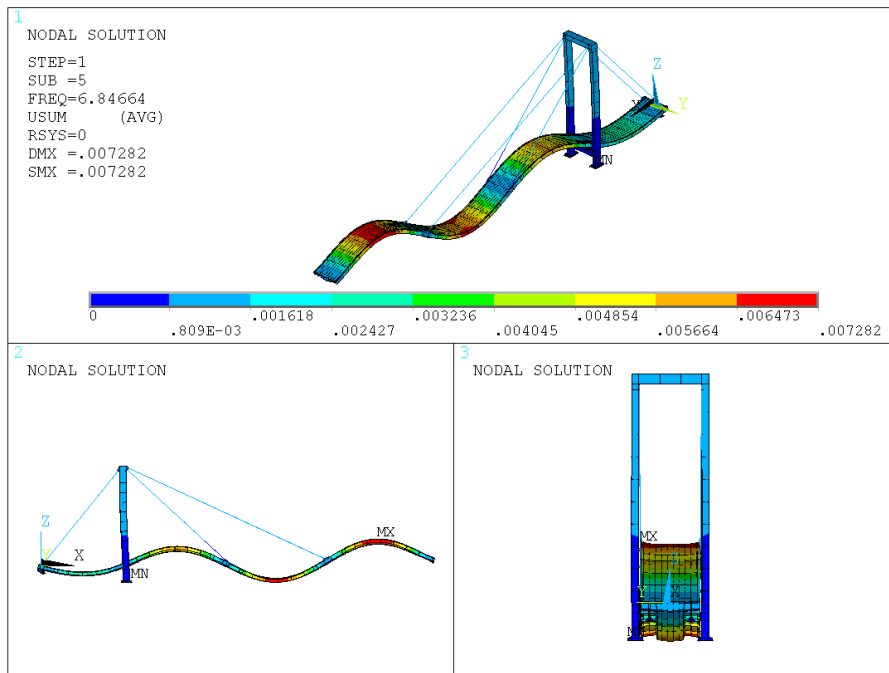
Obrázek A.2: Vlastní tvar č.2 pro $f = 2.669$ Hz



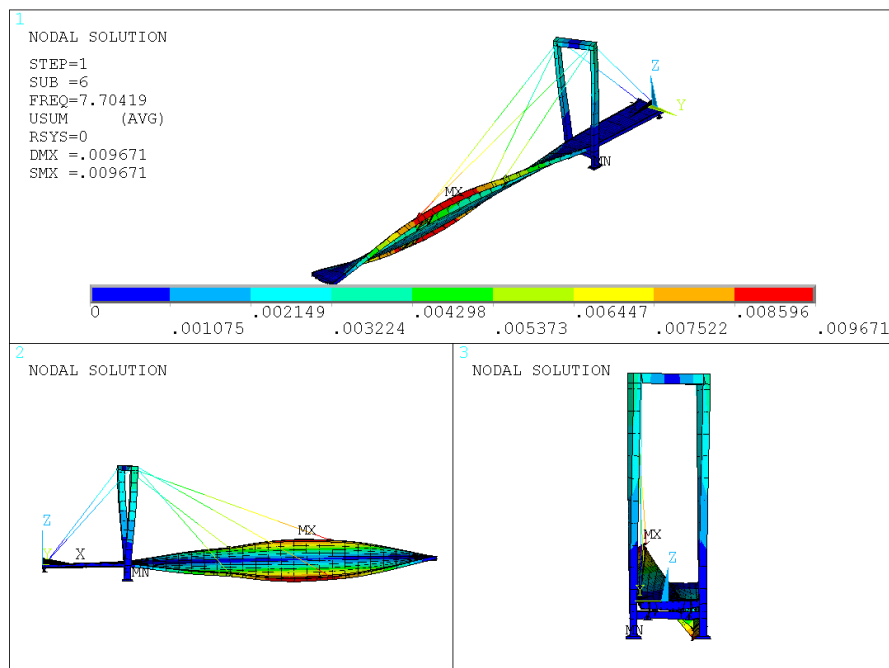
Obrázek A.3: Vlastní tvar č.3 pro $f = 3.925$ Hz



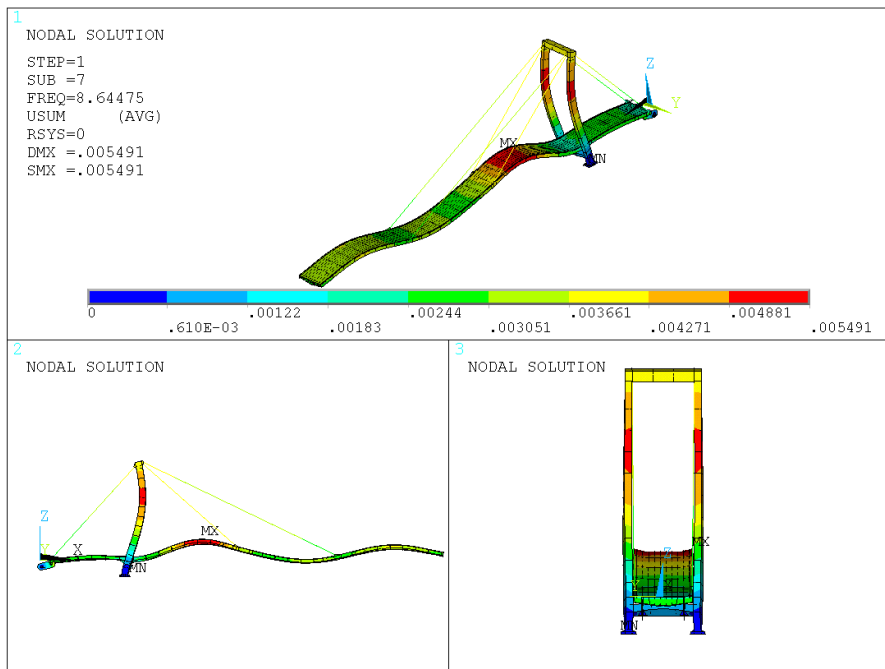
Obrázek A.4: Vlastní tvar č.4 pro $f = 5.470$ Hz



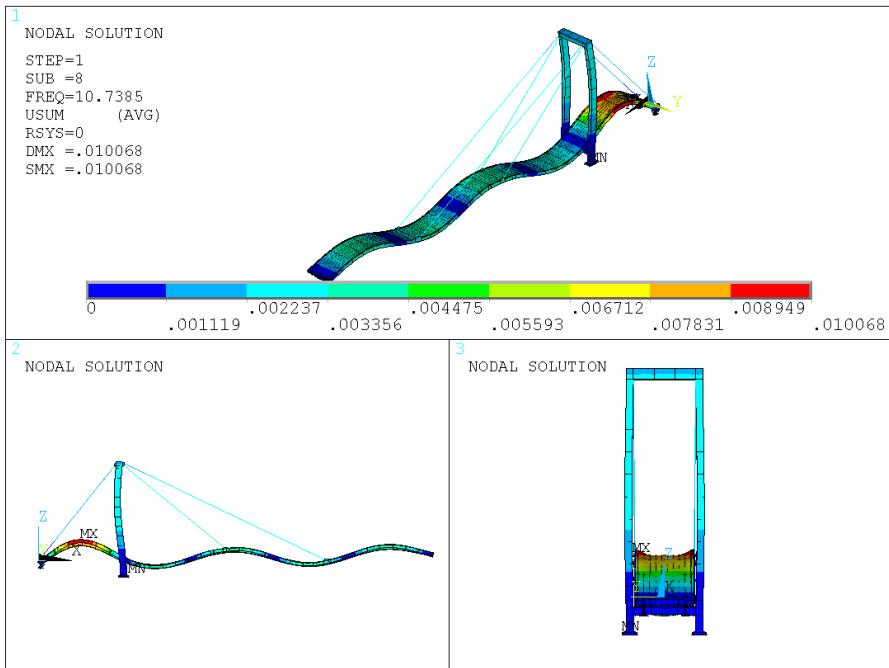
Obrázek A.5: Vlastní tvar č.5 pro $f = 6.847$ Hz



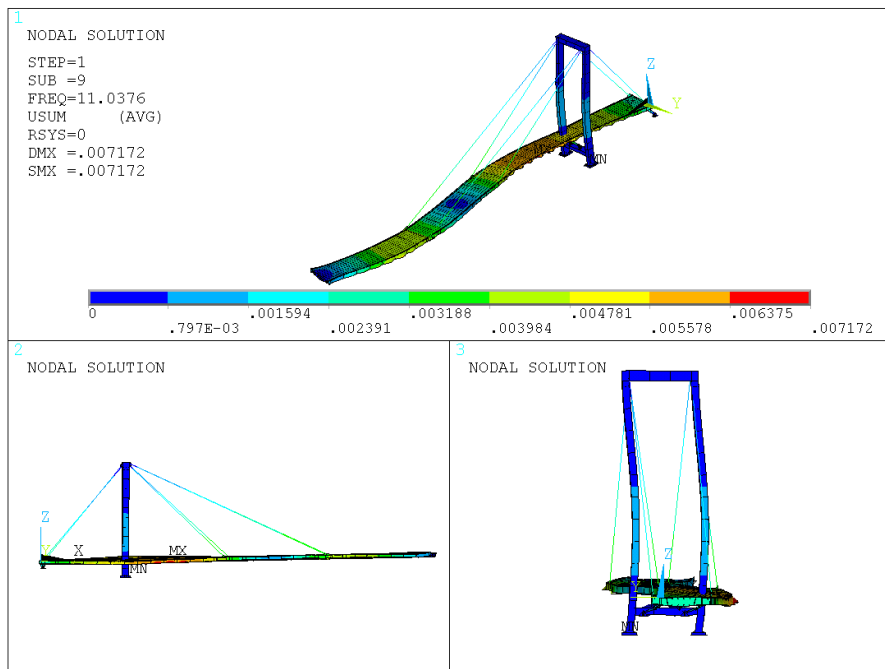
Obrázek A.6: Vlastní tvar č.6 pro $f = 7.704$ Hz



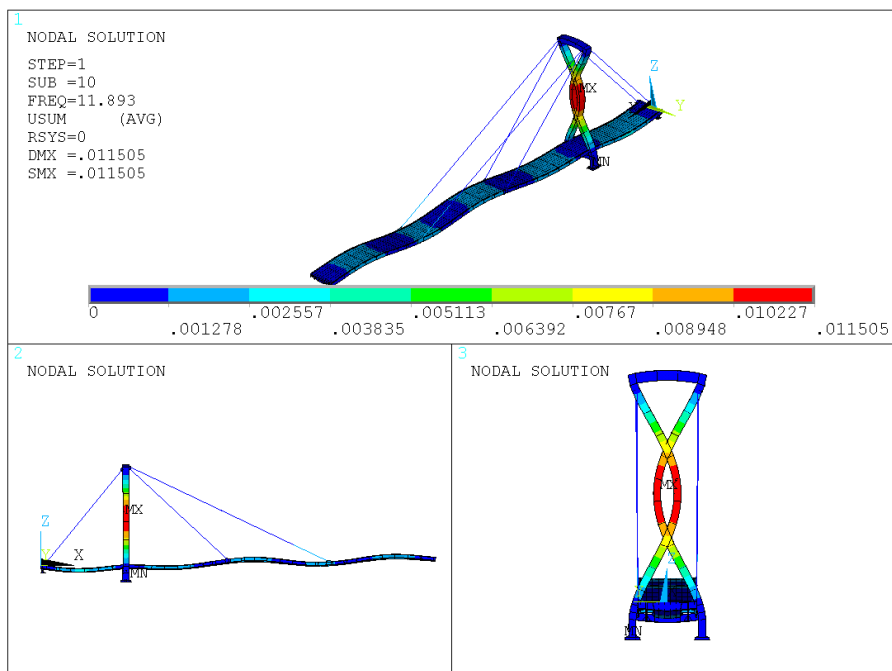
Obrázek A.7: Vlastní tvar č.7 pro $f = 8.645$ Hz



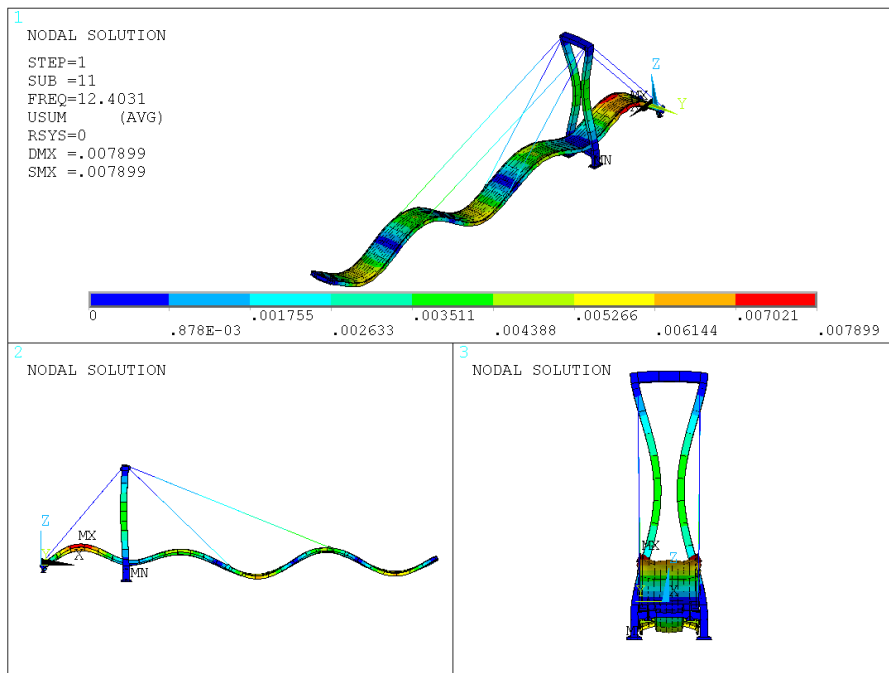
Obrázek A.8: Vlastní tvar č.8 pro $f = 10.738$ Hz



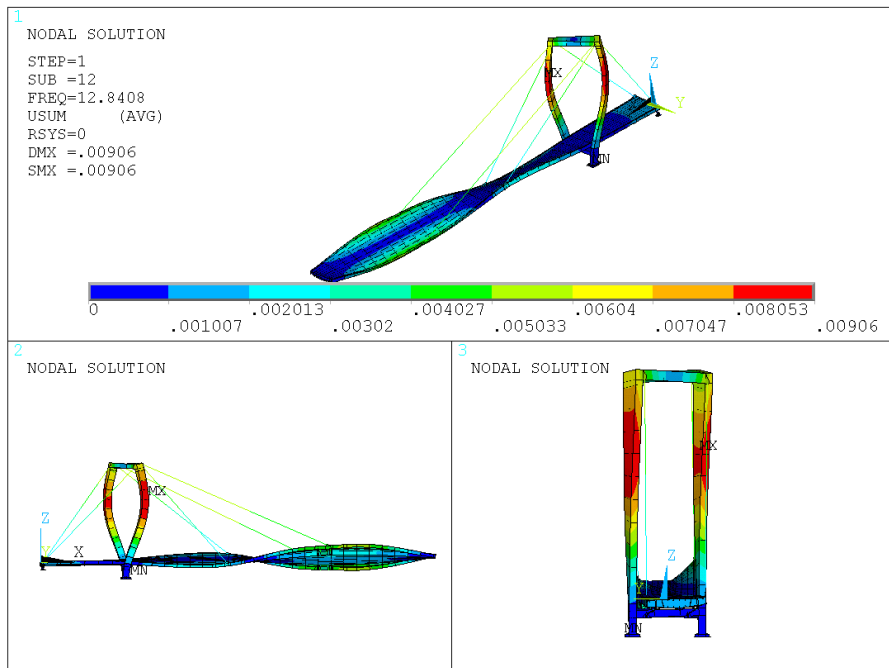
Obrázek A.9: Vlastní tvar č.9 pro $f = 11.038$ Hz



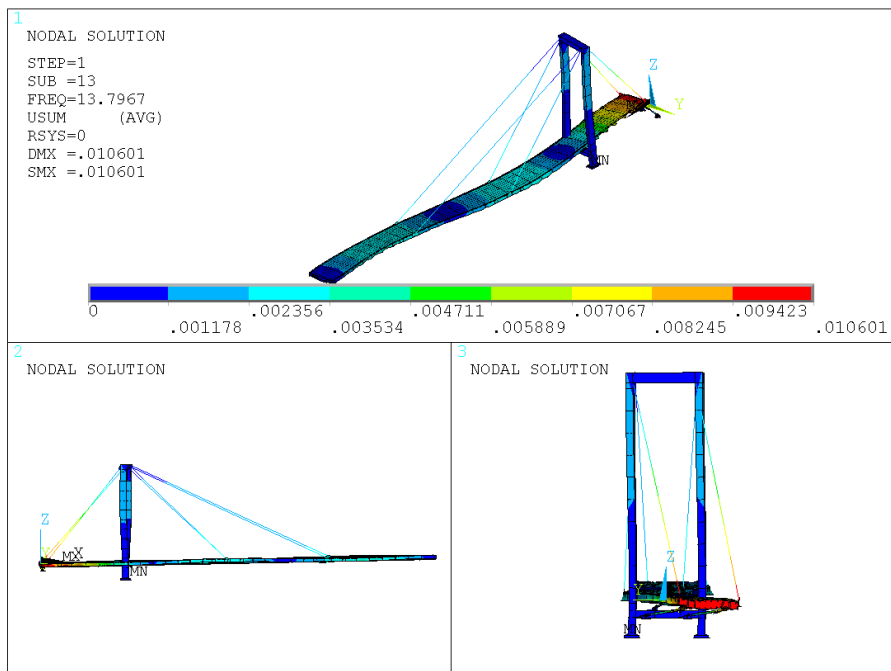
Obrázek A.10: Vlastní tvar č.10 pro $f = 11.893$ Hz



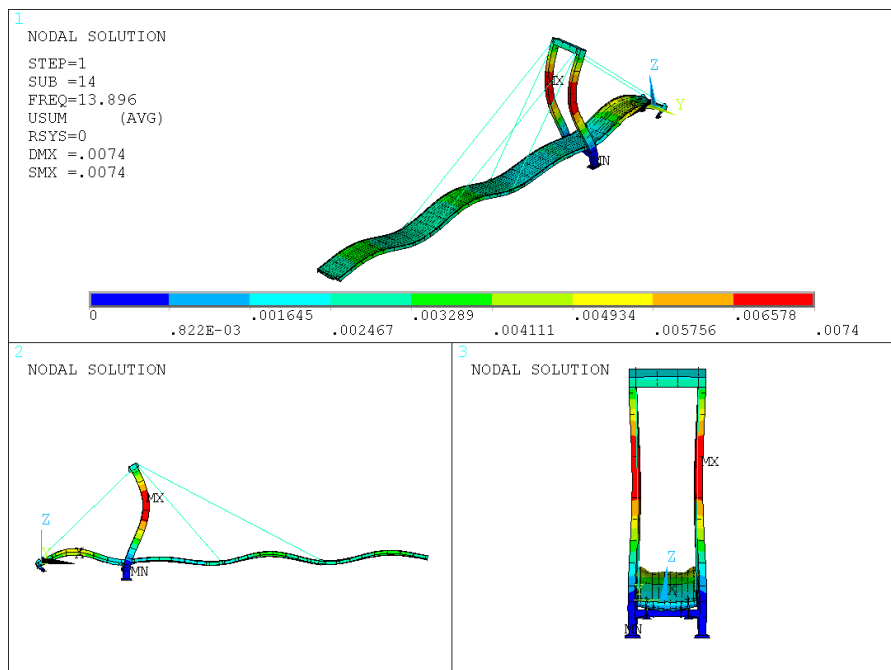
Obrázek A.11: Vlastní tvar č.11 pro $f = 12.403$ Hz



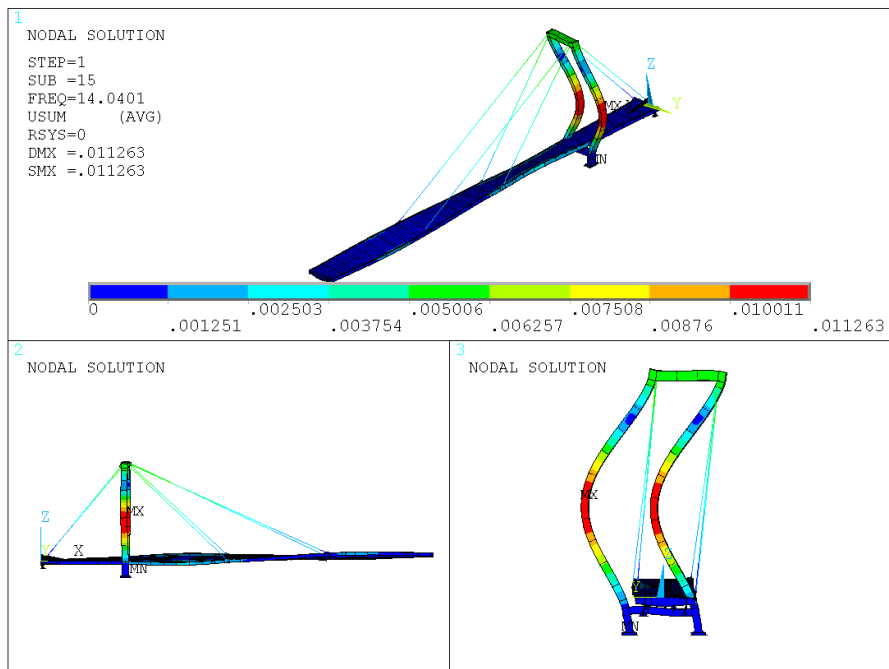
Obrázek A.12: Vlastní tvar č.12 pro $f = 12.841$ Hz



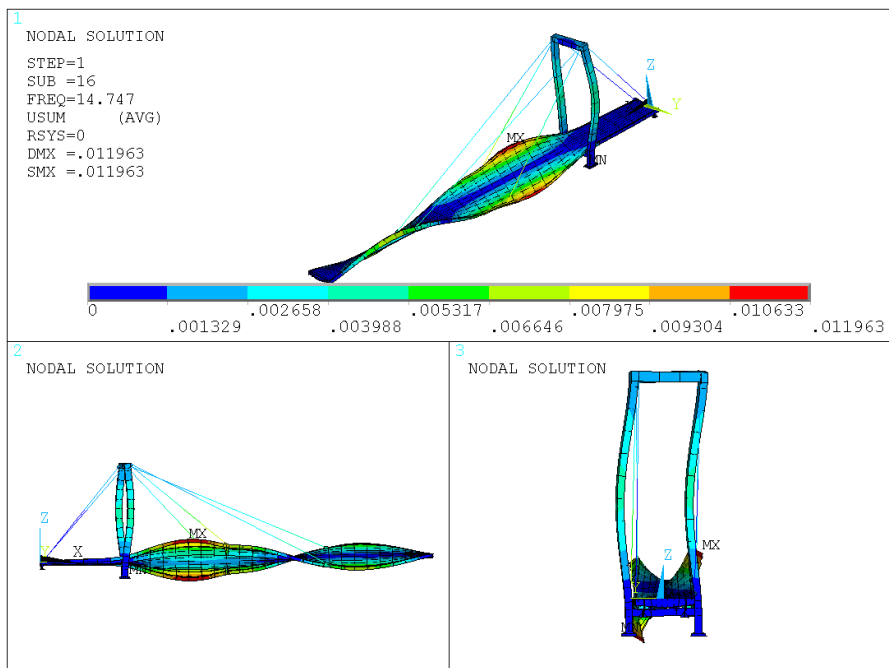
Obrázek A.13: Vlastní tvar č.13 pro $f = 13.797$ Hz



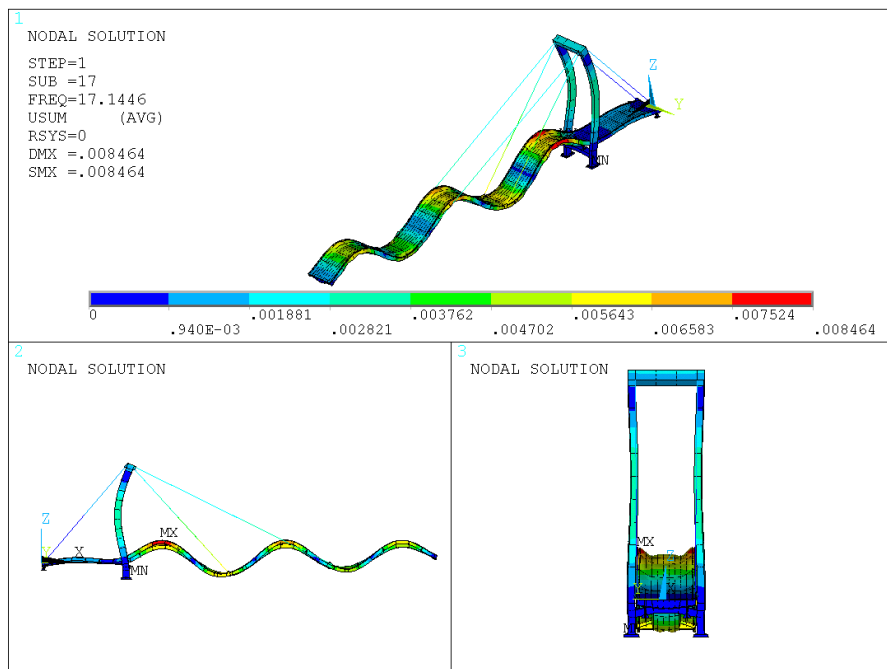
Obrázek A.14: Vlastní tvar č.14 pro $f = 13.896$ Hz



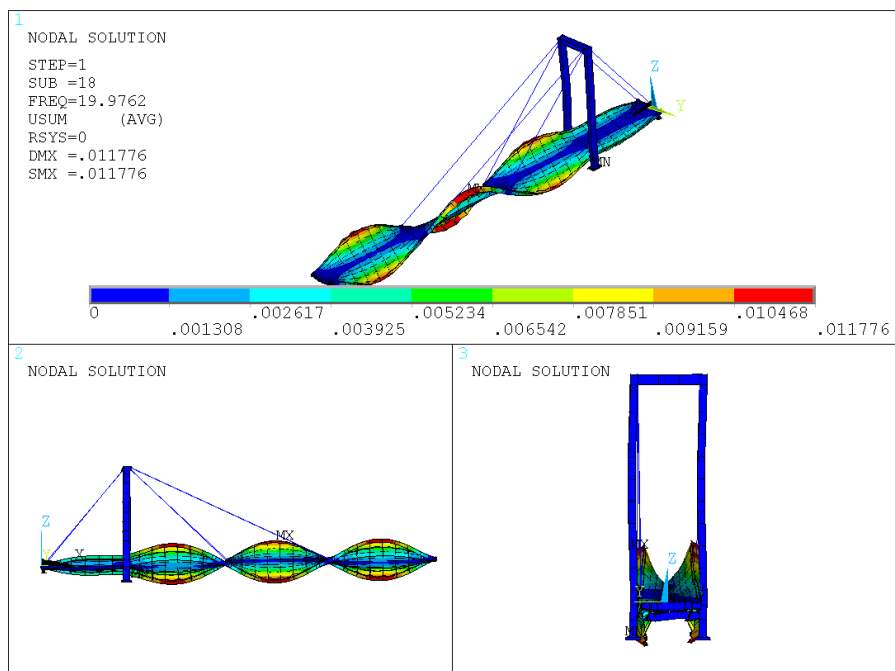
Obrázek A.15: Vlastní tvar č.15 pro $f = 14.040$ Hz



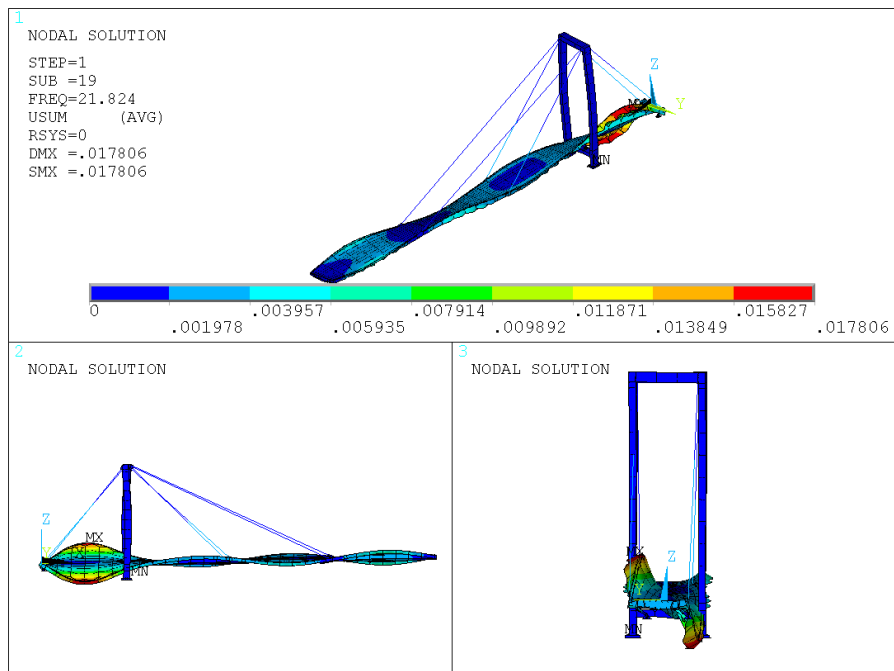
Obrázek A.16: Vlastní tvar č.16 pro $f = 14.747$ Hz



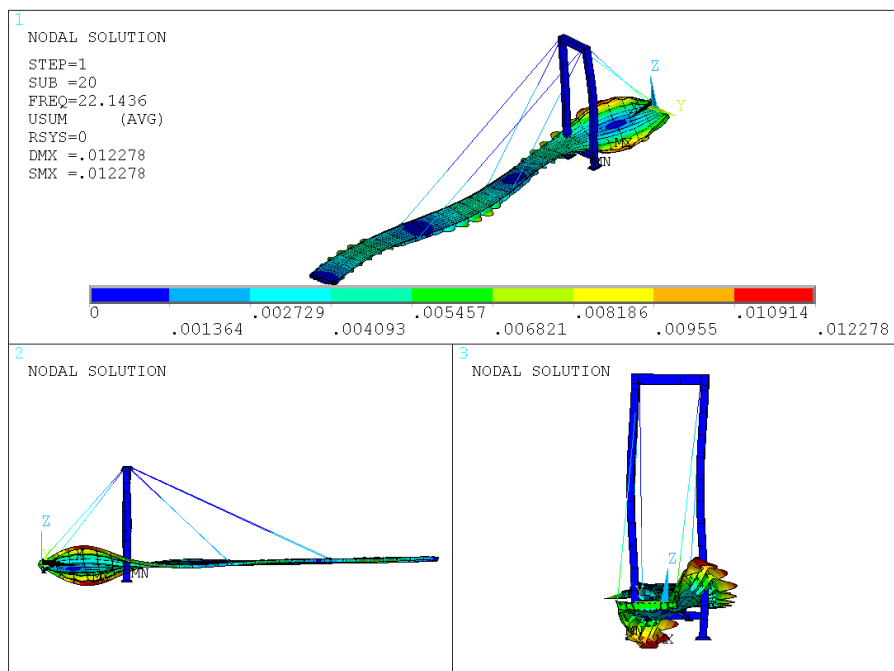
Obrázek A.17: Vlastní tvar č.17 pro $f = 17.145$ Hz



Obrázek A.18: Vlastní tvar č.18 pro $f = 19.976$ Hz



Obrázek A.19: Vlastní tvar č.19 pro $f = 21.824$ Hz



Obrázek A.20: Vlastní tvar č.20 pro $f = 22.144$ Hz