



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## ODEZVA ATYPICKÉHO VERTIKÁLNÍHO ROTORU VODNÍ TURBÍNY NA BUZENÍ NEVÝVAŽKEM OBĚŽNÉHO KOLA A NEVÝVAŽKEM ROTORU GENERÁTORU

RESPONSE OF ATYPICAL VERTICAL ROTOR OF A WATER TURBINE TO EXCITATION BY IMPELLER  
IMBALANCE AND GENERATOR ROTOR IMBALANCE

### DIPLOMOVÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. David Sitte

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

BRNO 2021



## Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Bc. David Sitte</b>
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	<b>doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Odezva atypického vertikálního rotoru vodní turbíny na buzení nevyvázkem oběžného kola a nevyvázkem rotoru generátoru**

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

K výrobě elektrické energie se v běžné průmyslové praxi po celém světě využívá vodních turbín. Pro vodní elektrárnu s Francisovým oběžným kolem, která se nachází ve Švédsku, má být numericky zjištěno dynamické chování vertikálního rotoru turbíny. Tato turbína je atypická svojí délkou hřídele, která dosahuje 50ti metrů. Hřídel je rozdělena na několik částí a je uložena v šesti radiálních a jednom radiálně–axiálním ložisku. Téma práce je z firmy ČKD Blansko Holding, a.s.

#### **Cíle diplomové práce:**

1. Rešerše problematiky vodních turbín.
2. Vytvoření geometrie rotoru turbíny v SolidWorks nebo přímo v ANSYSu.
3. Řešení modální a harmonické analýzy v ANSYS Workbench pro 3D a 1D model a provést srovnání získaných výsledků.
4. Určení kritických otáček s uvážením gyroskopických účinků rotoru, znázornit kritické otáčky v Campbellově diagramu.
5. Pomocí harmonické analýzy zjistit odezvu radiálního přemístění oběžného kola a rotoru generátoru, odezvu axiálního přemístění oběžného kola a rotoru turbíny v místě axiálního ložiska, odezvy sil v radiálních ložiskách na buzení nevyvázkem oběžného kola a nevyvázkem rotoru generátoru.
6. Vykreslit orbity rotoru pro provozní a průběžné otáčky.

#### **Seznam doporučené literatury:**

GASCH, R., PFÜTZNER, H.: Dynamika rotorů. SNTL Praha 1980.

SWANSON, E., POWELL, Ch. D., WEISSMAN, S.: A practical review of rotating machinery critical speeds and modes. Sound and vibration, 2005, 39.5: 16-17.

KRATOCHVÍL, C., SLAVÍK, J.: Mechanika těles-dynamika, PC-DIR, skriptum VUT Brno, 1997.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Tato diplomová práce se zabývá dynamickým chováním vertikální Francisovy turbíny, která je atypická svojí délkou hřídele. V první části práce je rešeršně zpracována problematika vodních turbín, která je následována odvozením rovnic pro Stodolův rotor. V druhé části se věnuje samotnému vytvoření modelu hřídele turbíny v 1D i 3D. V programu ANSYS Workbench byla provedena modální analýza, ze které je sestaven Campbellův diagram a stanoveny kritické otáčky. Dále harmonická analýza, ze které jsou určeny odezvy sil v radiálních ložiscích, odezvy radiálního přemístění oběžného kola a generátoru a axiálního přemístění v místě oběžného kola a axiálního ložiska. Získané výsledky byly porovnány mezi 1D a 3D řešením.

## **Klíčová slova**

Francisova vertikální turbína, Campbellův diagram, Stodolův rotor, modální analýza, harmonická analýza, silová odezva, metoda konečných prvků, ANSYS

## **Abstract**

This master's thesis deals with the dynamic behaviour of vertical Francis turbine, which is atypical its shaft length. In the first part of thesis, there is theoretic research of water turbine, which is followed by derivation of equations for the Stodola rotor. The second part deals with the creation of the turbine shaft in 1D and 3D. A modal analysis was performed in the ANSYS Workbench software, based on which the Campbell diagram is created and it was determined the critical speed. And the harmonic analysis from which was determined the forces response in radial bearings, amplitude of deviation in radial direction in the turbine impeller and the generator and the axial displacement located in turbine impeller and axial bearing. 1D and 3D solutions were compared between themselves.

## **Key words**

Francis vertical turbine, Campbell diagram, Stodola rotor, modal analysis, harmonic analysis, force response, finite element method, ANSYS



SITTE, David. *Odezva atypického vertikálního rotoru vodní turbíny na buzení nevyvážením oběžného kola a nevyvážením rotoru generátoru*. Brno, 2021. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/132133>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Vladimír Fuis.





**Prohlášení**

Tímto prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně na základě svých znalostí, informací získaných z příložených zdrojů a dle doporučení, pokynů a rad vedoucího práce.

V Brně dne 24.5.2021

.....

Bc. David Sitte



### **Poděkování**

Tímto bych chtěl poděkovat vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Vladimíru Fuisovi, PhD. za pomoc a vedení této práce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Martinu Koutnému, který zastupuje firmu ČKD Blansko Holding, a.s., za vstřícnost a ochotu při konzultování. A také bych chtěl poděkovat Ing. Petrovi Lošákovi, PhD. za cenné rady a konzultace k vypracované práci.



# Obsah

1	Úvod	15
1.1	Problémová situace	15
1.2	Formulace problému	15
1.3	Cíle práce	16
2	Vodní turbíny	17
2.1	Popis vodních turbín	17
2.2	Rozdělení vodních turbín	17
2.2.1	Podle konstrukce	17
2.2.2	Podle orientace proudění	17
2.2.3	Podle polohy oběžného kola	18
2.2.4	Podle tvaru oběžného kola	18
2.2.5	Podle tlaku	19
3	Francisova turbína	20
3.1	Historie Francisovy turbíny	20
3.2	Princip činnosti Francisovy turbíny	20
3.3	Využití Francisovy turbíny	21
4	Stodolův rotor	22
4.1	Předpoklady pro odvození vztahů	22
4.2	Odvození pohybové rovnice	22
5	Analýza úlohy	27
5.1	Systém podstatných veličin	27
5.2	Postup řešení	28
5.2.1	Campbellův diagram	29
5.3	Použitý software k řešení	29
6	Výpočtové modelování 1D modelu	30
6.1	Model geometrie 1D	30
6.2	Vytvoření konečnoprvkové sítě	31
6.3	Nastavení okrajových podmínek u modální analýzy	32
6.4	Výsledky modální analýzy	33
6.5	Nastavení okrajových podmínek pro harmonickou analýzu	35
6.6	Výsledky z harmonické analýzy	36
6.6.1	Nevývaha oběžného kola i generátoru	36
6.6.2	Nevývaha oběžného kola	42
6.6.3	Nevývaha generátoru	47

7	Výpočtové modelování 3D modelu .....	53
7.1	Model geometrie 3D.....	53
7.2	Vytvoření konečnoprvkové sítě.....	53
7.3	Nastavení okrajových podmínek a výpočtu modální analýzy.....	54
7.4	Výsledky modální analýzy .....	54
7.5	Výsledky z harmonické analýzy.....	56
7.5.1	Nevývaha oběžného kola i generátoru .....	57
7.5.2	Nevývaha oběžného kola .....	62
7.5.3	Nevývaha generátoru .....	67
8	Srovnání výsledků.....	73
8.1	Modální analýza .....	73
8.2	Harmonická analýza .....	76
8.2.1	Nevývaha oběžného kola a generátoru .....	76
8.2.2	Nevývaha oběžného kola .....	82
8.2.3	Nevývaha generátoru .....	86
9	Závěr .....	92
	Seznam použitých zdrojů .....	94
	Seznam použitých symbolů .....	96
	Seznam příloh .....	98
	Příloha A.....	98
	Příloha B.....	99

# 1 Úvod

Elektrická energie získaná z vodních zdrojů je jedním z nejdůležitějších a široce využívaných obnovitelných zdrojů. Představuje přibližně 17 % celosvětové produkce elektrické energie. K nejvýznamnějším celosvětovým producentům patří Čína, Kanada, Brazílie a Spojené státy americké [13]. V České republice pro rok 2018 činil podíl vyrobené elektrické energie z vodních zdrojů přibližně 11 % [12].

Soustava pro přeměnu potenciální energie vody na elektrickou energii se skládá ze samotné turbíny, hřídele, na které je turbína uchycena a pomocí níž se přenáší kroutící moment na generátor, který vyrábí elektrickou energii. Samotná hřídel je uchycena do několika ložisek.

Jelikož se jedná o rotační zařízení, jedním z nejdůležitějších parametrů při návrhu bývá určení kritických otáček. Pokud by bylo dosaženo kritických otáček, nastává rezonance konstrukce. Takový stav je nežádoucí a může vést k destrukci soustavy. Pro většinu odborníků v praxi, kteří navrhují tyto veličiny při výpočtech, je důležité, aby soustava pracovala s jistou rezervou od kritických otáček.

Žádný rotor, turbína nebo generátor není nikdy dokonale vyvážen, proto se musí počítat a uvažovat s možnými nevyváhami. Jeden z dalších parametrů, který se zjišťuje, je odezva v ložiscích uloženého hřídele. Simulují se různé kombinace nevyváhy, a to například nevyváha samotného oběžného kola, nevyváha pouze generátoru anebo kombinace obou nevyváh společně.

Při chybných výpočtech či nedostatečných odborných znalostech a zkušenostech se může stát, že výsledky budou podhodnoceny a rezonanční stav konstrukce nastane již při takových otáčkách, se kterými se nepočítalo. Na základě těchto důvodů se konstruktéři a výpočtáři zabývají těmito problémy a zjišťují nejlepší optimální řešení pro daný stav.

Cílem diplomové práce je stanovení kritických otáček pro vertikální Francisovu turbínu s uvážením gyroskopických účinků, tyto kritické otáčky znázornit v Campbellově diagramu a určit odezvy radiálního přemístění oběžného kola, generátoru a silové odezvy v jednotlivých radiálních ložiscích.

## 1.1 Problémová situace

Jak je již výše uvedeno, k výrobě elektrické energie se využívá vodních turbín, které musejí odolávat různým zatížením a vlivům.

Řešená vertikální Francisova turbína je atypická svojí délkou. Požadavkem práce je tedy zjistit dynamické chování Francisovy turbíny, kritické otáčky a určení odezvy v jednotlivých radiálních ložiscích.

## 1.2 Formulace problému

Za pomoci variační metody MKP zjistit dynamické chování vertikálního rotoru Francisovy turbíny s délkou hřídele 50 metrů.

### 1.3 Cíle práce

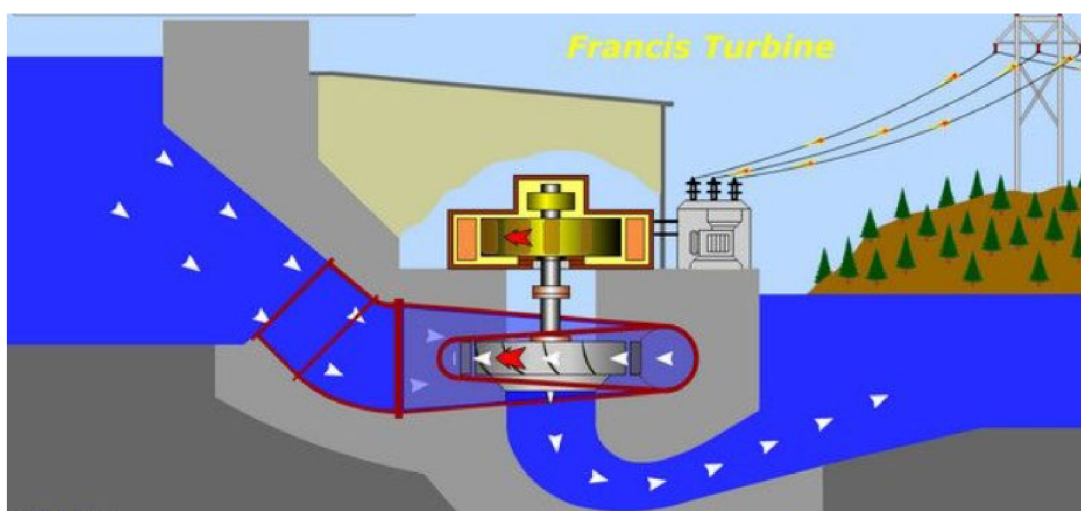
1. Rešerše problematiky vodních turbín.
2. Vytvoření geometrie rotoru turbíny v SolidWorks nebo přímo v ANSYSu.
3. Řešení modální a harmonické analýzy v ANSYS Workbench pro 3D a 1D model a provést srovnání získaných výsledků.
4. Určení kritických otáček s uvážením gyroskopických účinků rotoru, znázornit kritické otáčky v Campellově diagramu.
5. Pomocí harmonické analýzy zjistit odezvu radiálního přemístění oběžného kola a rotoru generátoru, odezvu axiálního přemístění oběžného kola a rotoru turbíny v místě axiálního ložiska, odezvy sil v radiálních ložiskách na buzení nevyvážkem oběžného kola a nevyvážkem rotoru generátoru.
6. Vykreslit orbity rotoru pro provozní a průběžné otáčky.



## 2 Vodní turbíny

### 2.1 Popis vodních turbín

Vodní turbíny jsou rotující mechanické stroje, které využívají energii vodních děl a toků. Podle typu turbíny pak využívají energii kinetickou, tlakovou nebo kombinaci poměrů těchto energií [8]. Mění tak potenciální energii vody na mechanickou práci na hřídeli turbíny pomocí oběžného kola [8]. Na hřídel je napojen generátor. Mechanická energie proudící vody se tak mění na základě elektromagnetické indukce na elektrickou energii, ta se transformuje a odvádí ke spotřebitelům [8].



Obrázek 2.: Princip činnosti [10]

### 2.2 Rozdělení vodních turbín

Vodní turbíny lze rozdělit do mnoha kategorií. Mezi nejzákladnější rozdělení turbín patří rozdělení:

- Podle konstrukce
- Podle orientace proudění
- Podle polohy oběžného kola
- Podle tvaru oběžného kola
- Podle tlaku

#### 2.2.1 Podle konstrukce

Dle konstrukce rozlišujeme mnoho druhů vodních turbín. Mezi základní patří: Francisova turbína, Fourneyrova turbína, Peltonova turbína, Kaplanova turbína, Dériazova turbína, Bánkiho turbína, Savoninova turbína, Teslova turbína [12].

#### 2.2.2 Podle orientace proudění

Jedno ze základních rozdělení je dle orientace vstupující kapaliny do turbíny vzhledem k ose rotace hřídele [4]. Pokud voda protéká oběžným kolem rovnoběžně s osou hřídele, jedná se o **axiální** turbínu [4]. Takové proudění můžeme nalézt u Kaplanovy turbíny. U **radiální** turbíny protéká voda oběžným kolem kolmo na osu hřídele [4]. U **radiálně-axiální** turbíny,

jako je například Francisova turbína, vstupuje voda do oběžného kola radiálně a vystupuje z něj axiálně [4]. U **tangenciální** turbíny proudí voda v tečném směru na oběžné kolo [4]. Jedná se například o rovnotlakou Peltonovu turbínu. **Diagonální** turbína je charakteristická tím, že voda proudí oběžným kolem, které je pod úhlem natočené k ose hřídele [4]. Velikost úhlu natočení bývá většinou  $45^\circ$ . Takto navrhnuté proudění můžeme vidět například u přetlakové Dériazovy turbíny [4].

### 2.2.3 Podle polohy oběžného kola

Uložení oběžného kola může mít tři polohy. Záleží na konstrukci konkrétní turbíny. Proto rozlišujeme polohu oběžného kola **horizontální** (vodorovné), **vertikální** (svislé) a **šikmé** [4]. Šikmé se vyskytuje především u přímoproudých Kaplanových turbín [4].

### 2.2.4 Podle tvaru oběžného kola

Tvar oběžného kola je uzpůsoben rychlosti měrných otáček. Pro výrobu energie u vodních elektráren existují čtyři základní druhy oběžných kol, kterými lze pokrýt celou spádovou a průtokovou oblast [4]. Jedná se o Peltonovu turbínu – viz obrázek 2.1., Francisovu turbínu – viz obrázek 2.2., Kaplanovu turbínu – viz obrázek 2.3. a Vírovou turbínu – viz obrázek 2.4. Turbíny jsou seřazeny od nejnižší rychloběžnosti po nejvyšší.



Obrázek 2.1.: Peltonova turbína [5]



Obrázek 2.2.: Francisova turbína [5]



Obrázek 2.3.: Kaplanova turbína [5]



Obrázek 2.4.: Vírová turbína [4]

### 2.2.5 Podle tlaku

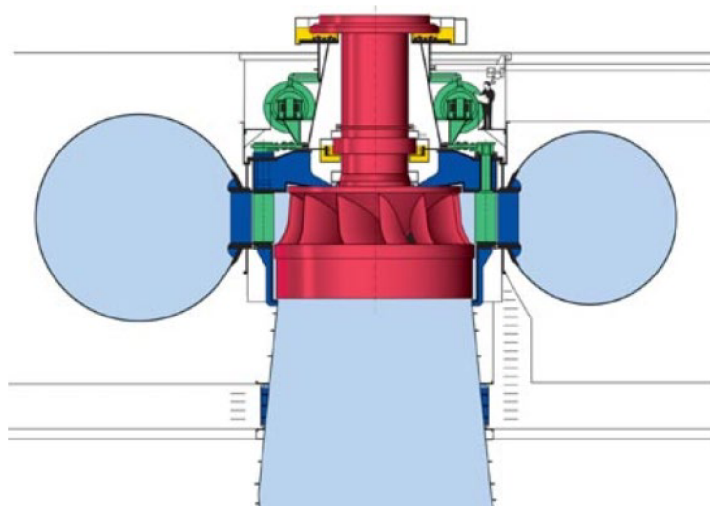
Dle tlaku rozlišujeme dva základní druhy turbín – **rovnotlaké** a **přetlakové** [4]. Aby byl zajištěn správný směr proudění vody na lopatku a nevznikaly rázy, používají se rozváděcí kanálky [4].

Rovnotlaké turbíny jsou charakterizovány neměnným tlakem vody při průtoku oběžnými kanálky [4]. Tlak od vstupu až po výstup zůstává konstantní. Jako příklad rovnotlaké turbíny lze uvést Peltonovu turbínu [4].

U přetlakových turbín protéká voda oběžnými kanálky pod přtlakem [4]. U tohoto typu má voda po výtoku z rozváděcích kanálků ještě hydrostatický tlak [4]. Tato zbývající část tlakové energie se při průchodu oběžnými kanály mění v pohybovou energii, takže směrem k výtoku hydrostatický tlak vody ubývá [4]. Typickým příkladem je Francisova turbína.

### 3 Francisova turbína

Francisova turbína se řadí mezi nejpoužívanější typy vodních turbín. Obvykle se instaluje se svislou osou [9]. Princip činnosti Francisovy turbíny vychází z Fourneyrovoy turbíny, u které byl průtok vody zvolen směrem od obvodu ke středu [6].



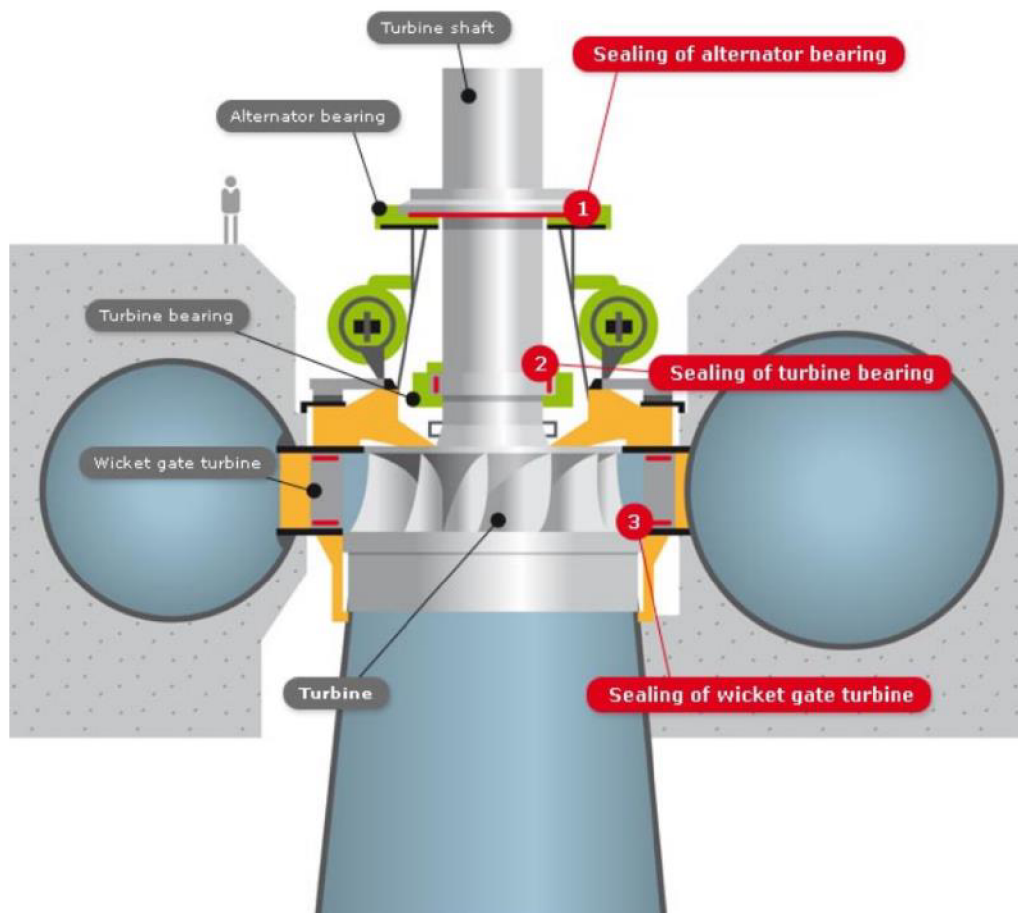
**Obrázek 3.:** Boční řez Francisovy turbíny [11]

#### 3.1 Historie Francisovy turbíny

Francisova turbína byla vyvinuta roku 1848 Jamesem B. Francisem a je navržena na teoretických principech popsaných Leonardem Eulerem [8]. Byla vylepšením turbín starších typů, a to S. B. Howdovy, JeanVictor Ponceletovy a Benoit Fourneyrontovy turbíny [8].

#### 3.2 Princip činnosti Francisovy turbíny

Francisova turbína je přetlaková, což znamená, že pracovní kapalina mění tlak během své cesty strojem a přitom odevzdává svou energii [4]. Voda s vysokým tlakem vstupuje do turbíny přes spirálové pouzdro obklopující vodící lopatky [9]. Při průtoku vodícími lopatkami získává rychlost a směr potřebný pro vstup do oběžného kola [7]. Jak voda prochází rotorem, její rotační rychlost se zmenšuje a zároveň odevzdává energii rotoru [4]. Po výtoku z oběžného kola je voda odváděna do odpadního kanálu – savky, která má rozšiřující se kuželovitý tvar a funguje jako difuzor [7]. Díky tomuto tvaru savky se snižuje rychlost vody za turbínou, což s hmotností celého vodního sloupce v ní vytváří podtlak přenášející se na odtokovou stranu oběžného kola [4]. I když je oběžné kolo nad hladinou vývařiště, turbína díky sacímu efektu využívá celý spád [7]. Na obrázku 3.1. je zobrazeno schéma a popis jednotlivých částí Francisovy turbíny a generátoru.



Obrázek 3.1.: Schéma Francisovy vertikální turbíny [17]

### 3.3 Využití Francisovy turbíny

Francisova turbína je vhodná v místech, kde lze zajistit konstantní rozdíl hladin i průtok vody, na který je turbína navrhována. Používá se pro střední a větší průtoky [7]. Jsou časté zejména u přečerpávacích elektráren [4]. Například největší evropská přečerpávací vodní elektrárna Dlouhé stráně používá dvě Francisovy turbíny s reverzním kolem o výkonu 325 MW [6].

## 4 Stodolův rotor

Francisova vertikální turbína je příkladem Stodolova rotoru. Proto si nyní odvodíme vztahy pro kmitání netlumeného rotoru, kde budeme uvažovat gyroskopické účinky.

### 4.1 Předpoklady pro odvození vztahů

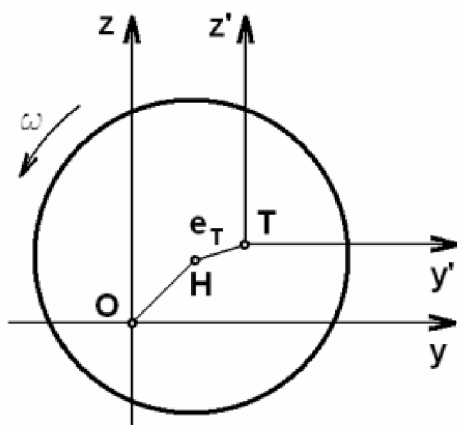
Pro odvození vztahů je důležité si stanovit předpoklady, za jakých podmínek budeme s rotorem pracovat.

Budeme tedy předpokládat, že uložení Stodolova rotoru je tuhé, rotor je rotačně symetrický, rotor Francisovy turbíny je symetrický vzhledem k rovině kolmé k ose rotace [14]. Střednicová rovina kotouče je kolmá ke střednici hřídele. Nebudeme uvažovat žádné vnější ani vnitřní tlumení [14]. Rotor je nevyvážený a bude se otáčet konstantní úhlovou rychlostí [14].

Samotný rotor turbíny (kotouč) bude konat pohyby ve směru kolmém na střednici hřídele a zároveň se bude naklápět [14]. Tím zde budou vznikat gyroskopické účinky.

### 4.2 Odvození pohybové rovnice

Pro odvození pohybové rovnice a popis kmitání jsou zvoleny dva souřadné systémy, které jsou znázorněny na obrázku 4.1. První, „nečárkovaný“ souřadný systém, má osu  $x$  totožnou s osou rotace hřídele v nedeformovaném stavu [14]. Osy  $y$  a  $z$  jsou kolmé k ose  $x$  a leží ve střednicové rovině kotouče. Druhý, „čárkovaný“ souřadný systém, leží v těžišti kotouče [14]. Osy jsou nedeformované a jsou rovnoběžné s osami „nečárkovaného“ souřadného systému [14]. Viz obrázek 4.1.

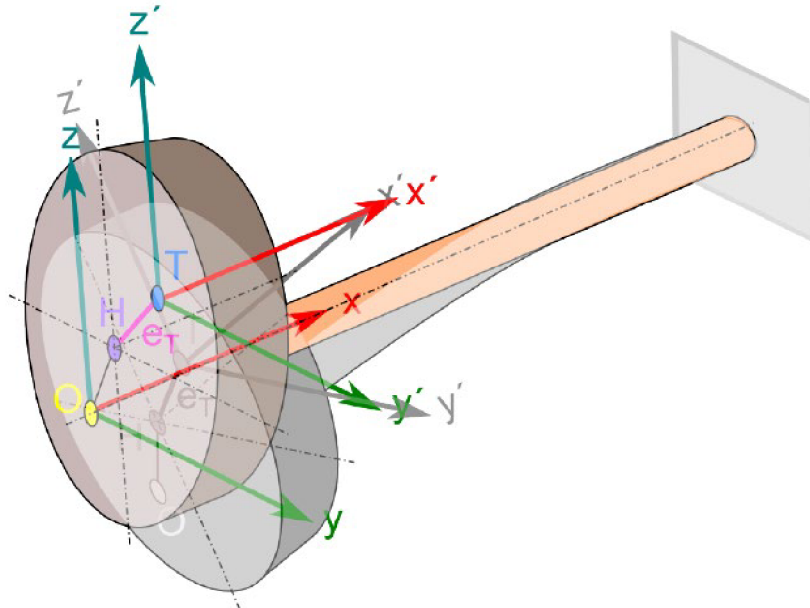


Obrázek 4.1.: Souřadné systémy [14]

Soustava koná dva translační pohyby, a to v ose  $y$  a  $z$ , tyto pohyby jsou určeny pohybem těžiště  $T$  [14]. Dále se také naklápí střednicová rovina kotouče s rovinou  $y'z'$ , kolem osy  $y$  a  $z$  [14]. To jsou dvě natočení.

Jelikož je kotouč rotačně symetrický, hlavními osami setrvačnosti jsou  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ .

Na následujícím obrázku 4.2. je zobrazen pohled na Stodolův rotor a souřadné systémy ve 3D.



**Obrázek 4.2.:** Souřadné systémy ve 3D [18]

Pro odvození pohybových rovnic využijeme první a druhou impulsovou větu. První impulsová věta říká, že časová změna hybnosti kotouče je rovna součtu všech vnějších sil, které na něj působí [14]. Pro jednotlivé směry tedy platí:

$$\frac{dH_y}{dt} = F_{ky}, \quad (4.1)$$

$$\frac{dH_z}{dt} = F_{kz}. \quad (4.2)$$

$H_y$  a  $H_z$  jsou složky vektoru hybnosti kotouče a  $F_{ky}$  a  $F_{kz}$  jsou elastické síly, kterými působí pružně deformovaný hřídel na kotouč [14].

Složky vektoru hybnosti  $H_y$  a  $H_z$  lze vyjádřit vztahy

$$H_y = m\dot{y}_T, \quad (4.3)$$

$$H_z = m\dot{z}_T. \quad (4.4)$$

$y_T$  a  $z_T$  jsou souřadnice těžiště kotouče. Pokud dosadíme do rovnic (4.3) a (4.4) do (4.1) a (4.2) a provedeme derivaci podle času, získáme vztahy 2. Newtonova zákona.

$$m\ddot{y}_T = F_{ky}, \quad (4.5)$$

$$m\ddot{z}_T = F_{kz}. \quad (4.6)$$

Následně provedeme vyjádření souřadnice těžiště  $y_T$  a  $z_T$ , které dvakrát zderivujeme, abychom je mohli dosadit do rovnic (4.5) a (4.6).

Přepočítáme z místa těžiště do místa připojení hřídele:

$$y_T = y_H + e_T \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.7)$$

$$\dot{y}_T = \dot{y}_H - e_T \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (4.8)$$

$$\ddot{y}_T = \ddot{y}_H - e_T \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.9)$$

$$z_T = z_H + e_T \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (4.10)$$

$$\dot{z}_T = \dot{z}_H + e_T \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.11)$$

$$\ddot{z}_T = \ddot{z}_H - e_T \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (4.12)$$

Nyní tedy dosadíme rovnice (4.9) a (4.12) do rovnic (4.5) a (4.6).

$$m(\ddot{y}_H - e_T \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)) = F_{ky}, \quad (4.13)$$

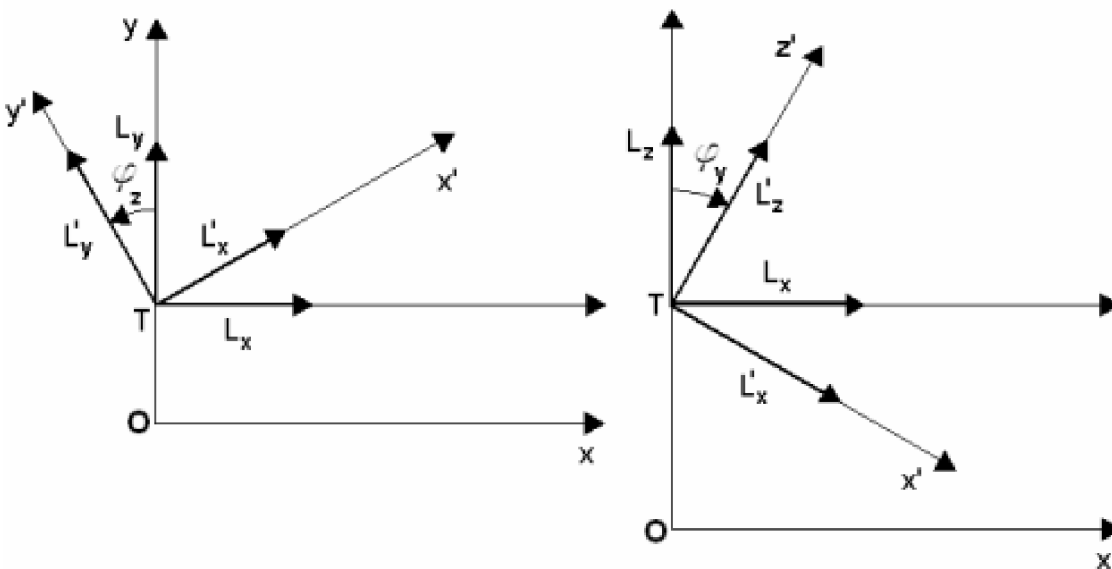
$$m(\ddot{z}_H - e_T \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)) = F_{kz}. \quad (4.14)$$

Tyto rovnice roznásobíme a převedeme na jednu stranu.

$$m\ddot{y}_H = F_{ky} + m e_T \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.15)$$

$$m\ddot{z}_H = F_{kz} + m e_T \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (4.16)$$

Dále je nutné sestavit momentové pohybové rovnice, které budeme odvozovat pomocí druhé impulsové věty, která říká, že časová změna momentu hybnosti kotouče je rovna součtu momentů všech vnějších sil, které na něj působí [14]. Viz rovnice (4.26) a (4.27). Na obrázku 4.3 jsou zobrazeny momenty hybnosti v jednotlivých osách.



**Obrázek 4.3.:** Momenty hybnosti [14]

Složky momentu hybnosti se budou vztahovat k „čárkovanému“ souřadnému systému a mají tvar:

$$L'_x = I_A \omega, \quad (4.17)$$

$$L'_y = I_D \dot{\varphi}_y, \quad (4.18)$$

$$L'_z = I_D \dot{\varphi}_z. \quad (4.19)$$



$L'_x, L'_y, L'_z$  jsou složky momentu hybnosti kotouče vzhledem k osám  $x', y', z'$  a  $I_A, I_D$  jsou momenty setrvačnosti kotouče vzhledem k jeho rotační a průměrové ose,  $\omega$  je úhlová rychlost otáčení rotoru [14].  $\varphi_y$  a  $\varphi_z$  jsou úhly natočení kotouče kolem osy  $y$  a  $z$ . Předpokládají se malé výchylky, tzn.  $\cos \varphi \approx 1$  a  $\sin \varphi \approx \varphi$  [14].

Vyjádříme tedy složky momentu hybnosti v nepohyblivém souřadném systému [14], tj. viz obrázek 4.1 „nečárkovaný“ souřadný systém.

$$L_y = L'_y \cdot \cos \varphi_z + L'_x \cdot \sin \varphi_z, \quad (4.20)$$

$$L_z = L'_z \cdot \cos \varphi_y - L'_x \cdot \sin \varphi_y. \quad (4.21)$$

Za předpokladu malých deformací můžeme psát

$$L_y = L'_y + L'_x \cdot \varphi_z, \quad (4.22)$$

$$L_z = L'_z - L'_x \cdot \varphi_y. \quad (4.23)$$

Do rovnic (4.22) a (4.23) dosadíme rovnice (4.17) – (4.19) a získáme tvar

$$L_y = I_D \dot{\varphi}_y + I_A \omega \cdot \varphi_z, \quad (4.24)$$

$$L_z = I_D \dot{\varphi}_z - I_A \omega \cdot \varphi_y. \quad (4.25)$$

Tvar druhé impulsovy věty je následující

$$\frac{dL_y}{dt} = M_{ky}, \quad (4.26)$$

$$\frac{dL_z}{dt} = M_{kz}. \quad (4.27)$$

$M_{ky}, M_{kz}$  jsou složky momentu elastické síly, kterou působí pružně deformovaný hřídel na kotouč [14].

Dosadíme rovnice (4.24) a (4.25) do rovnic (4.26) a (4.27), provedeme derivaci a dostaneme tvar

$$M_{ky} = I_D \ddot{\varphi}_y + I_A \omega \dot{\varphi}_z, \quad (4.28)$$

$$M_{kz} = I_D \ddot{\varphi}_z - I_A \omega \dot{\varphi}_y, \quad (4.29)$$

Momenty a síly, které působí na kotouč od pružné deformace hřídele, závisí na jeho deformačních posuvech a natočeních [14]. Platí tedy:

$$F_{ky} = -k_{11}y + k_{12}\varphi_z, \quad (4.30)$$

$$F_{kz} = -k_{11}z - k_{12}\varphi_y, \quad (4.31)$$

$$M_{ky} = -k_{21}z - k_{22}\varphi_y, \quad (4.32)$$

$$M_{kz} = k_{21}y - k_{22}\varphi_z. \quad (4.33)$$

$k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}$  jsou tuhostní součinitelé, které můžeme určit například pomocí Castiglianovy věty.

Dále vezmeme rovnice (4.30) – (4.33) a dosadíme je do rovnic (4.13), (4.14), (4.28) a (4.29) a provedeme jednoduchou úpravu, ze které získáme silové a momentové pohybové rovnice [14].

$$m\ddot{y}_H + k_{11}y - k_{12}\varphi_z = me_T\omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.34)$$

$$m\ddot{z}_H + k_{11}z - k_{12}\varphi_y = me_T\omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (4.35)$$

$$I_D\ddot{\varphi}_y + k_{21}z + k_{22}\varphi_y + I_A\omega\dot{\varphi}_z = 0, \quad (4.36)$$

$$I_D\ddot{\varphi}_z - k_{21}y + k_{22}\varphi_z - I_A\omega\dot{\varphi}_y = 0. \quad (4.37)$$

Soustavu takto zapsaných silových a momentových pohybových rovnic lze zapsat pomocí maticového zápisu

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\varphi}_y \\ \ddot{\varphi}_z \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_A \\ 0 & 0 & -I_A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\varphi}_y \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & -k_{12} \\ 0 & k_{11} & k_{12} & 0 \\ 0 & k_{21} & k_{22} & 0 \\ -k_{21} & 0 & 0 & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ \varphi_y \\ \varphi_z \end{bmatrix} \\ = & \begin{bmatrix} me_T\omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \\ me_T\omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.38)$$

nebo také zjednodušeně

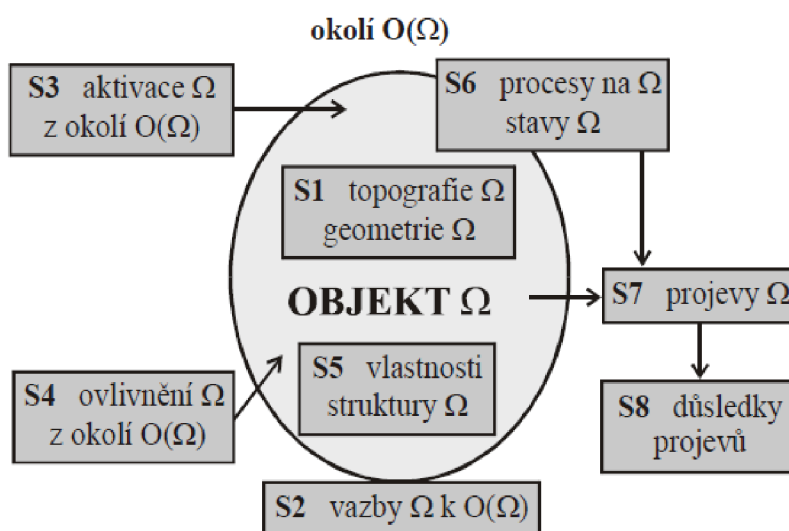
$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \omega\mathbf{G}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}. \quad (4.39)$$

Kde  $\mathbf{M}$  je matice hmotnosti,  $\mathbf{G}$  je matice gyroskopických účinků,  $\mathbf{K}$  je matice tuhosti rotoru,  $\mathbf{x}$  je vektor zobecněných posuvů a  $\mathbf{F}$  je vektor zobecněných sil [14]. Matice gyroskopických účinků je čtvercová a je antisymetrická [14].

## 5 Analýza úlohy

### 5.1 Systém podstatných veličin

Pro řešení problému, který byl stanoven v kapitole 1.2, je důležité stanovit systém podstatných veličin. Systém podstatných veličin lze rozdělit na několik podmnožin  $S_i$  [15]. Každý objekt se charakterizuje svojí geometrií (má konkrétní tvar), která v okolí zaujímá určitou polohu (topologii) [15]. Objekt je s okolím svázán vazbami, které ho ovlivňují a aktivují [15]. To má za následek vyvolání procesů, které mění jeho stavy [15]. Vzniklé projevy objektu do okolí vyvolávají určité důsledky [15]. Viz obrázek 5.1. Řešení problému se provádí na objektu, kterému řešitel přiřazuje všechny podstatné veličiny [15].



Obrázek 5.1.: Podmnožiny  $S_i$  systému podstatných veličin [15]

Jednotlivé podmnožiny:

#### S0 – prvky popisující okolí objektu

Tato podmnožina zahrnuje vliv oběžného kola Francisovy turbíny jak s vlivem spolukmitající hmotnosti vody, tak bez ní a dále vliv generátoru pro tvorbu elektrické energie a také ložiska, v nichž je uchycena vertikální hřídel.

#### S1 – popisuje geometrii a strukturu objektu

Geometrie objektu byla poskytnuta firmou ČKD Blansko Holding, a.s. Jednalo se o výkresy pro řešení 1D – prutové úlohy a podklady pro tvorbu 3D modelu geometrie vertikální hřídele Francisovy turbíny. Výkresová dokumentace 3D modelu není součástí práce.

#### S2 – popisuje podstatné vazby objektu s okolím a probíhající interakce

K hřídeli je pevně uchycen generátor (jako hmotný bod) a Francisova turbína, u které v jednom případě je uvažován vliv vody. Samotná hřídel je uložena do šesti radiálních ložisek a jednoho radiálně-axiálního ložiska.

### **S3 – popisuje aktivaci objektu s okolím**

Francisova turbína se roztáčí vlivem regulovaného proudu vody. Zvyšuje tedy svoje otáčky.

### **S4 – popisuje, jak ovlivňuje okolí daný objekt**

Vlivem proudění vody na oběžné kolo se zvyšují otáčky hřídele. Možnou nevyváhou oběžného kola a generátoru vzniká kmitavý pohyb, který způsobí axiální a radiální přemístění oběžného kola, generátoru a můžeme pozorovat odezvy sil v jednotlivých ložiscích.

### **S5 – popisuje vlastnosti jednotlivých prvků struktury**

Jelikož je prováděna modální analýza, tak je nutné znát Youngův modul pružnosti v tahu, Poissonovo číslo a hustotu materiálu. Byla uvažována běžná konstrukční ocel.  $E = 210 \text{ MPa}$  a  $\mu = 0,3$ .

### **S6 – popisuje probíhající procesy na objektu**

Reakce na aktivaci je vznik kmitavých pohybů a reakce sil v jednotlivých ložiscích.

### **S7 – popisuje chování objektu**

Veličiny popisující radiální a axiální přemístění oběžného kola, generátoru a silové odezvy v jednotlivých radiálních ložiscích.

### **S8 – popisuje důsledky chování objektu**

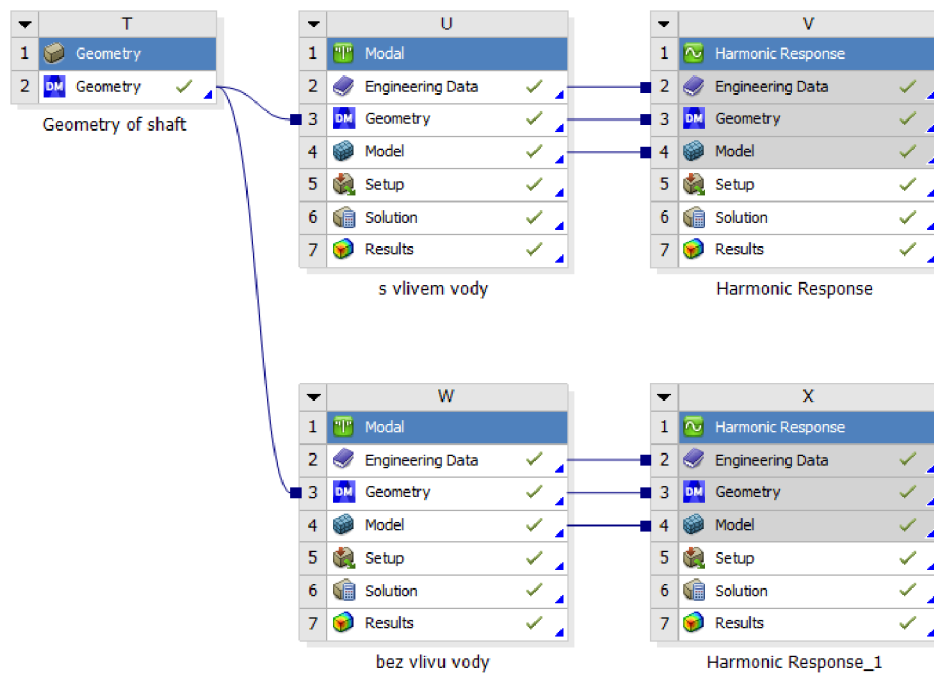
Důsledkem chování je dosažení kritických otáček celé soustavy.

## **5.2 Postup řešení**

Daný problém určení dynamického chování soustavy je rozdělen na dvě části. První část se zabývá zjištěním kritických otáček soustavy, a to s vlivem působení vody na oběžné kolo a bez příspěvku vody. Pro řešení kritických otáček je provedena modální analýza a následně vykreslen Campbellův diagram, ze kterého určíme kritické otáčky.

Ve druhé části je provedena harmonická analýza, do které vstupuje jako hlavní faktor nevyváha oběžného kola a generátoru. Z této analýzy se zjišťuje odezva radiálního přemístění oběžného kola a rotoru generátoru, odezva axiálního přemístění oběžného kola a rotoru turbíny v místě axiálního ložiska a odezvy sil v radiálních ložiscích.

Na obrázku 5.2 je zobrazeno schéma struktury řešení v programu ANSYS Workbench, kde je nejprve vytvořena geometrie hřídele, následuje modální analýza, na kterou navazuje harmonická analýza.



**Obrázek 5.2.:** Struktura výpočtu

### 5.2.1 Campbellův diagram

Campbellův diagram predikuje rezonanční stavy rotorů nebo olopatkovaných disků. Zachycuje pouze imaginární část komplexního vlastního čísla. Tzn. nedokáže určit stabilitu rotujícího systému. Lze z něj vyčíst hodnotu kritických otáček, což značí, kdy rotor bude významně kmitat.

Tento diagram byl popsán Wilfredem Campbellem v roce 1924 v knize „The protection of Steam-Turbine Disk Wheels from Axial Vibrations“. Obecně je to závislost vlastních frekvencí [Hz] na parametru [16]. Tento parametr obvykle znázorňují otáčky rotující soustavy, které se udávají v [ot/s], [ot/min] nebo [rad/s]. Dále je v diagramu také zobrazen vždy n-násobek otáčkové frekvence nebo-li náběhová přímka [16]. Kde se tato přímka protne s vlastní frekvencí soustavy, nastává rezonance, a tím i dosažení kritických otáček.

### 5.3 Použitý software k řešení

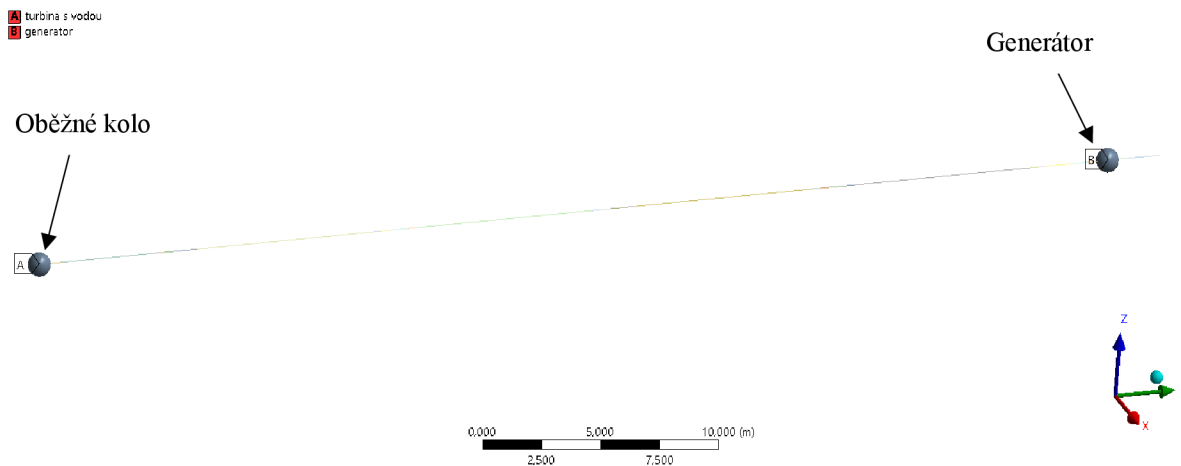
Pro řešení dynamického chování bylo využito numerického modelování metodou konečných prvků v softwaru ANSYS Workbench 2019R2. Práce v tomto programu je součástí studia na Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky na Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně. Pro řešení 1D problému stačila volně přístupná studentská licence, ovšem pro 3D model soustavy bylo zapotřebí využít vyšší licenci ANSYS Academic Research na školním počítači. Pro vykreslení grafů a zpracování dat byl použit software pro programování Matlab R2015a.

## 6 Výpočtové modelování 1D modelu

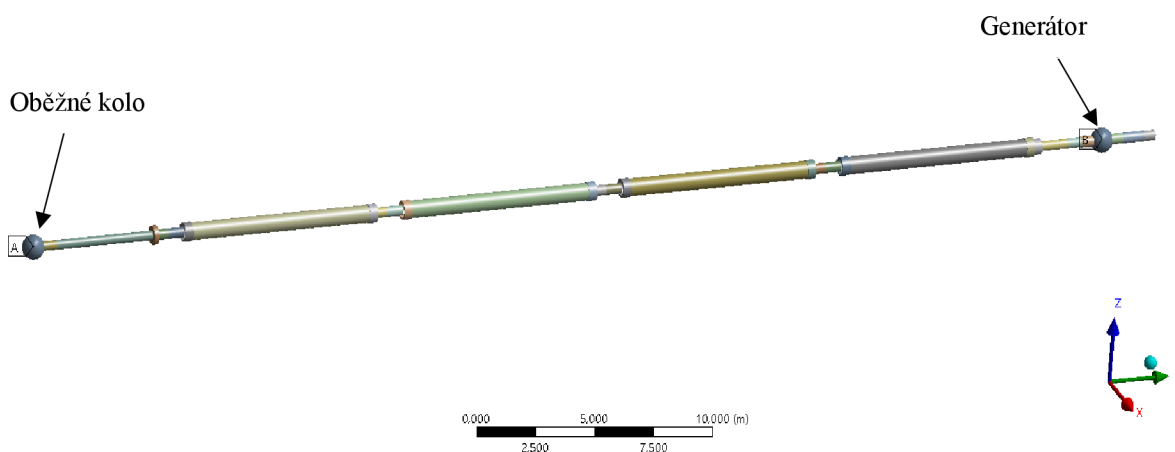
### 6.1 Model geometrie 1D

Pro vytvoření modelu geometrie byla poskytnuta firmou ČKD Blansko Holding, a.s. výkresová dokumentace (viz Příloha A). Na základě této výkresové dokumentace byl sestaven prutový model hřídele Francisovy vertikální turbíny. K vytvoření modelu geometrie byly použity „Line Bodies“, kterým byly přiřazeny adekvátní průřezy. Samotné oběžné kolo Francisovy turbíny a generátor byly nahrazeny hmotnými body s příslušnou hmotností a odpovídajícími kvadratickými momenty. Tyto hmotné body byly zadány do příslušného bodu na ose rotace. Na obrázku 6.1.1 je zobrazen 1D model geometrie hřídele. Na následujícím obrázku 6.1.2 jsou přiřazeny jednotlivé průřezy odpovídající částem hřídele.

Z výkresu vidíme, že je celá hřídel dutá. Uvnitř hřídele jsou přívody vzduchu pro tlumení oběžného kola při nízkých otáčkách.



Obrázek 6.1.1.: Model geometrie hřídele 1D – Line bodies



Obrázek 6.1.2.: Model geometrie hřídele 1D

Generátor a oběžné kolo Francisovy turbíny byly modelovány pomocí hmotných bodů, proto je nutné znát následující parametry.

**Generátor:**

Hmotnost generátoru:	$m_{Gen} = 12700 \text{ kg}$
Kvadratický moment v ose y:	$I_{yG} = 9625 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Kvadratický moment v ose x:	$I_{xG} = 11700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Kvadratický moment v ose z:	$I_{zG} = 11700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

**Oběžné kolo s vlivem vody:**

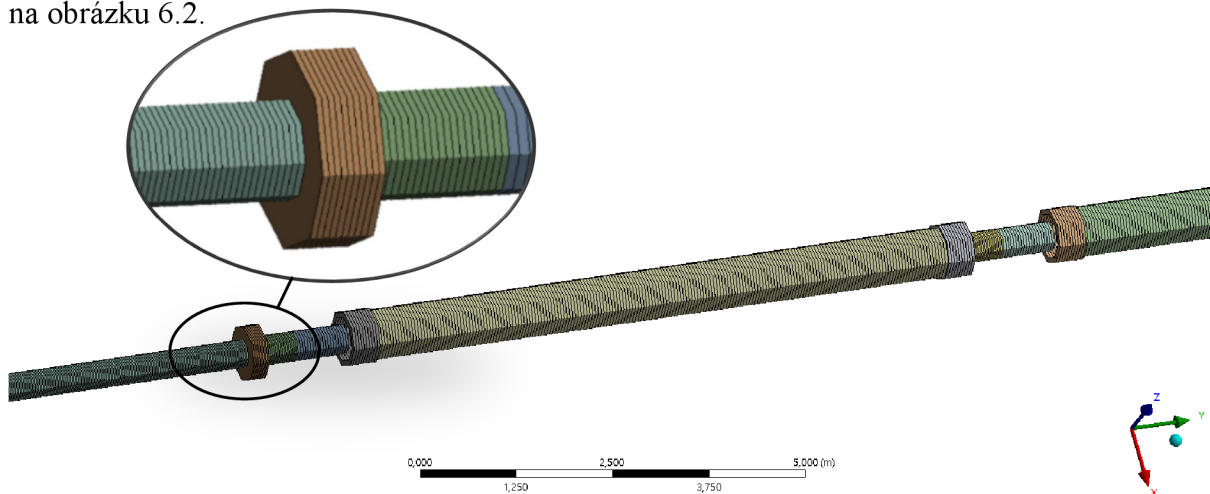
Hmotnost generátoru:	$m_{sH_2O} = 3900 \text{ kg}$
Kvadratický moment v ose y:	$I_{yK_s} = 1750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Kvadratický moment v ose x:	$I_{xK_s} = 1100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Kvadratický moment v ose z:	$I_{zK_s} = 1100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

**Oběžné kolo bez vlivu vody:**

Hmotnost generátoru:	$m_{bezH_2O} = 3000 \text{ kg}$
Kvadratický moment v ose y:	$I_{yK_{bez}} = 1325 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Kvadratický moment v ose x:	$I_{xK_{bez}} = 830 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Kvadratický moment v ose z:	$I_{zK_{bez}} = 830 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

**6.2 Vytvoření konečnoprvkové sítě**

Jelikož se jedná o prutový model, byly pro diskretizaci použity prvky „Beam“. Na úpravu a vytvoření sítě byl použit nástroj „Edge sizing“, který byl různý pro jednotlivé části hřídele. Celkový počet uzlů byl 2801 a prvků 1400. Detail konečnoprvkové sítě je zobrazen na obrázku 6.2.



**Obrázek 6.2.:** Detail sítě konečných prvků

### 6.3 Nastavení okrajových podmínek u modální analýzy

Ke zjištění kritických otáček soustavy byla provedena modální analýza. Pro výpočet byl v nastavení analýzy zapnut „Coriolis Effect“ a pro vykreslení Campbellův diagram. K výpočtu jsme dále zvolili 10 módu k vykreslení.

Celou soustavu jsme zatížili zvyšujícími se otáčkami po 5  $rad/s$ , které jsou zadané tabulkově od 1  $rad/s$  do 115  $rad/s$ . Pro samotné zjištění tvarů tato okrajová podmínka není nutná, ale pro zobrazení a vykreslení Campbellova diagramu již ano.

Hřídel je usazena v šesti radiálních ložiscích (VL T, VL-1, VL-2, VL-3, VL-4, DVLG) a jednom radiálně-axiálním ložisku (HVLG). Tato ložiska byla modelována pomocí funkce „Bearing“. Pro jednotlivá ložiska bylo důležité znát tuhosti v ose  $x$  a ose  $z$ . Tyto tuhosti jsou napsány ve výkresové dokumentaci, kterou poskytla firma ČKD Blansko Holding, a.s. Hodnoty tuhostí jednotlivých ložisek jsou zapsány v tabulce 6.3., kde  $C_x$  je tuhost ve směru osy  $x$ ,  $C_y$  je tuhost ve směru osy  $y$  a  $C_z$  je tuhost ložiska ve směru osy  $z$ .

Jak můžeme vidět v tabulce, tak ložiska VL T, DVLG a HVLG jsou homogenní, tzn. mají stejnou tuhost v ose  $x$  i ose  $z$ . Zbylá ložiska VL-1 – VL-4 jsou nehomogenní. Nehomogenita ložisek je dána konstrukčním řešením dané soustavy.

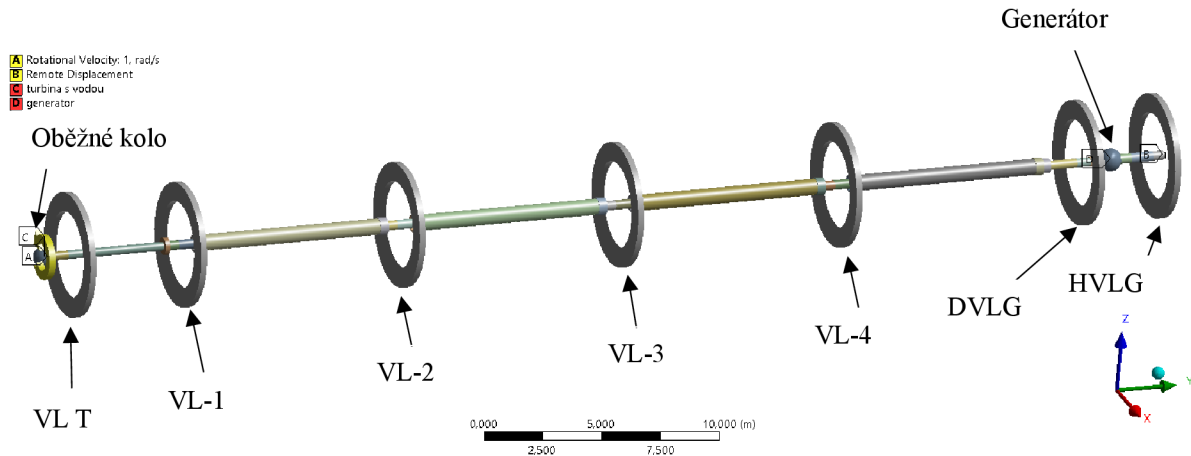
Pro úplnost okrajových podmínek bylo dále vhodné zadat zamezení pohybu v axiálním směru (zamezení posuvu v ose  $y$ ) a rotaci na konci hřídele u generátoru. K tomu byl použit „Remote Displacement“.

Ložisko	Tuhost $C_x$ [N/m]	Tuhost $C_z$ [N/m]	Tuhost $C_y$ [N/m]
VL T	0,25e9	0,25e9	-
VL-1	0,43e9	1,68e9	-
VL-2	0,43e9	1,68e9	-
VL-3	0,43e9	1,68e9	-
VL-4	0,43e9	1,68e9	-
DVLG	0,50e9	0,50e9	-
HVLG	0,10e9	0,10e9	1,00e9

**Tabulka 6.3.:** Parametry jednotlivých ložisek



Zadání jednotlivých okrajových podmínek je zobrazeno na obrázku 6.3.

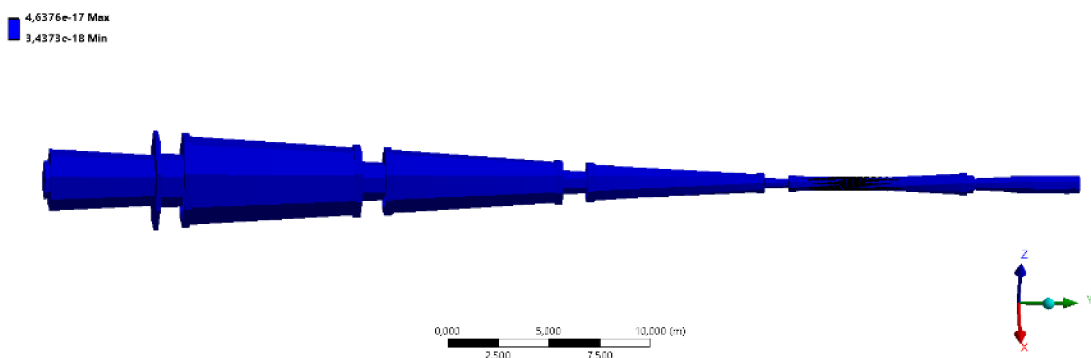


**Obrázek 6.3.:** Okrajové podmínky pro vertikální Francisovu turbínu

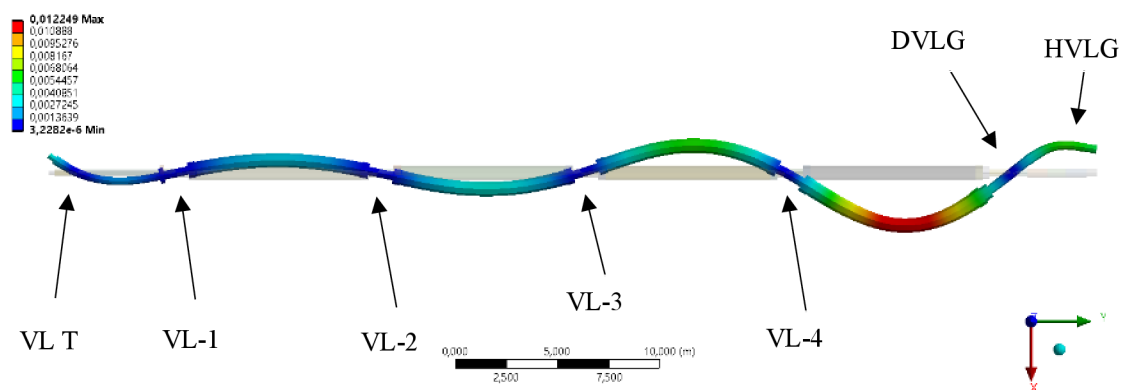
## 6.4 Výsledky modální analýzy

Po provedeném výpočtu jsme získali vlastní tvary hřídele a jím příslušné frekvence, a to pro oběžné kolo s vlivem spolukmitající hmotnosti vody a druhé pro oběžné kolo bez vlivu spolukmitající hmotnosti vody. Tyto hodnoty byly exportovány do textového souboru, aby mohly být dále zpracovány a mohl být vykreslen Campbellův diagram v softwaru Matlab.

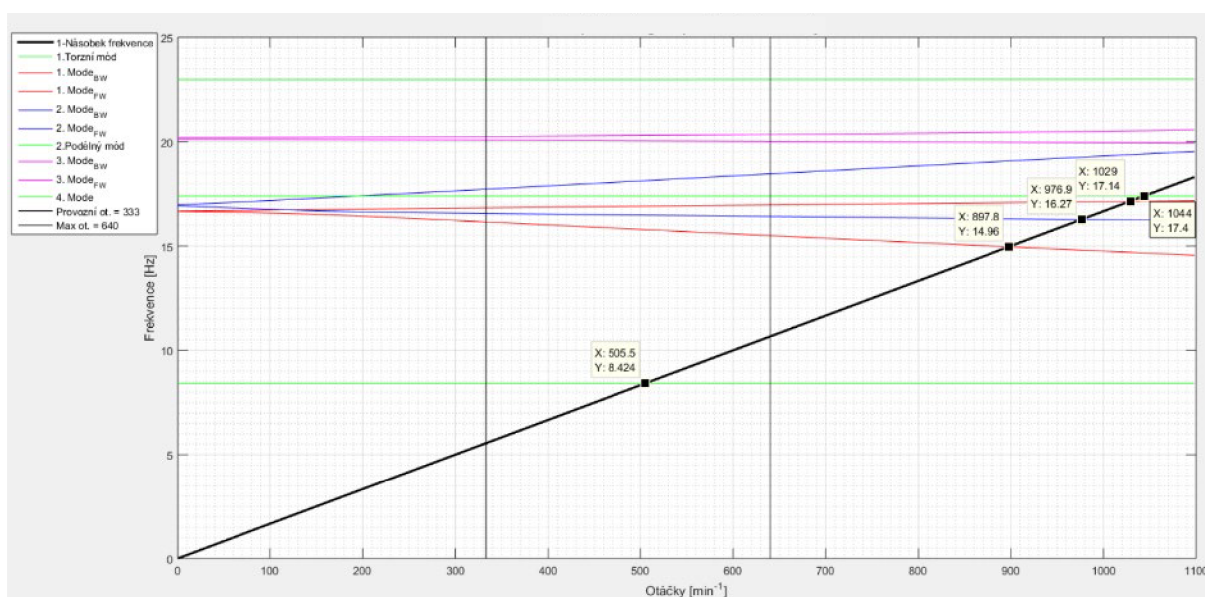
Na obrázku 6.4.1 je zobrazen první torzní mód hřídele a na obrázku 6.4.2 první ohybový mód s vlivem vody na oběžné kolo. Dále na následujících dvou obrázcích jsou vykresleny Campbellovy diagramy, a to na obrázku 6.4.3 Campbellův diagram s vlivem vody na oběžné kolo a na obrázku 6.4.4 Campbellův diagram bez vlivu vody na oběžné kolo. Campbellovy diagramy byly zobrazeny od 0 *ot/min* až po 1100 *ot/min*.



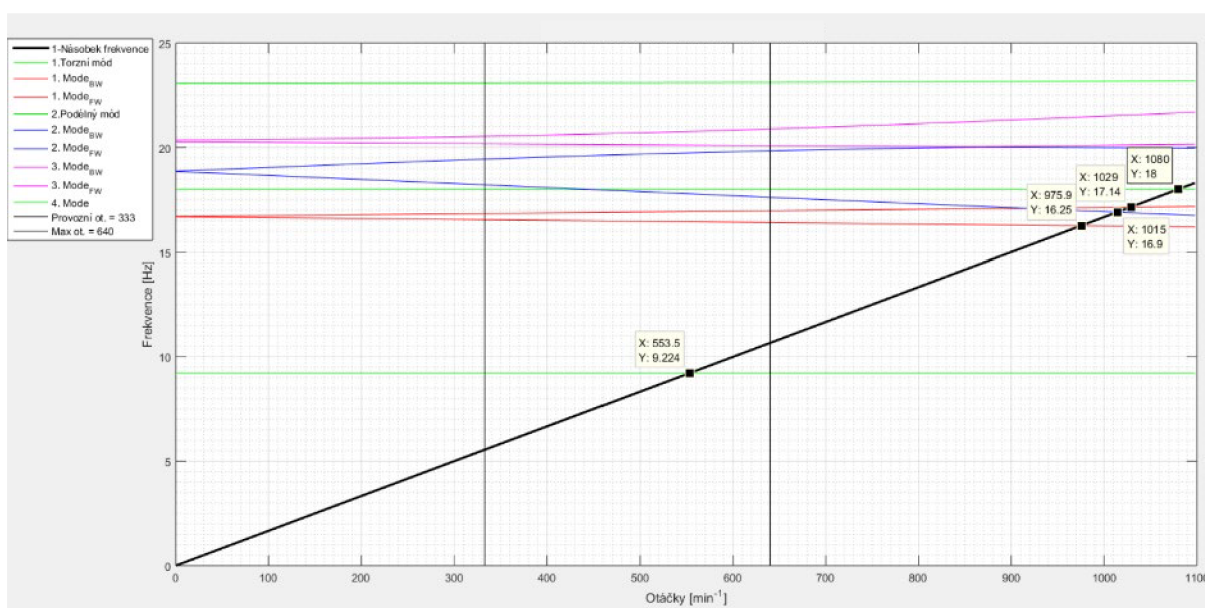
**Obrázek 6.4.1.:** 1. Torzní mód hřídele s vlivem vody



Obrázek 6.4.2.: 1. Ohybový mód hřídele s vlivem vody



Obrázek 6.4.3.: Campbellův diagram s vlivem vody na oběžné kolo



Obrázek 6.4.4.: Campbellův diagram bez vlivu vody na oběžné kolo

Jak je patrné ze zobrazených Campbellových diagramů, tak vliv vody má za následek snížení vlastních frekvencí celé soustavy. Z těchto diagramů lze určit kritické otáčky Francisovy turbíny. Ještě je nutné zmínit, že provozní otáčky soustavy jsou  $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$  a maximální možné dosažené otáčky soustavy jsou  $n_{max} = 640 \text{ ot/min}$ , což je naznačeno dvěma svislými čarami přímo v grafu.

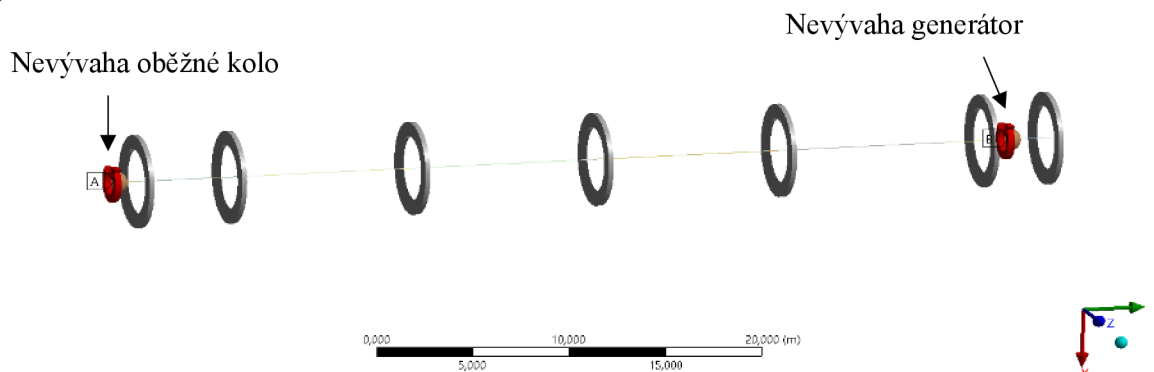
V diagramech tedy můžeme vidět vždy jeden průsečík s jednonásobkem otáčkové frekvence soustavy mezi provozními a maximálními otáčkami. Tento průsečík není ovšem tolik významný, jelikož se jedná o torzní mód hřídele. Pro určování kritických otáček jsou významné průsečíky ohybových módů s jednonásobkem otáčkové frekvence. Tyto průsečíky jsou výrazně daleko od maximálních otáček, to znamená, že daná soustava nikdy nedosáhne kritických otáček. Pro přehlednost jsou průsečíky zapsány v tabulce 6.4.

S vlivem vody			Bez vlivu vody		
Otáčky – $n$ [ot/min]	Frekvence – $f$ [Hz]	Tvar kmitání	Otáčky – $n$ [ot/min]	Frekvence – $f$ [Hz]	Tvar kmitání
505,5	8,424	Torzní	553,5	9,224	Torzní
897,8	14,96	Ohybový	975,9	16,25	Ohybový
976,9	16,27	Ohybový	1015	16,90	Ohybový
1029	17,14	Ohybový	1029	17,14	Ohybový
1044	17,40	Podélný	1080	18,00	Podélný

Tabulka 6.4.: Kritické otáčky a jim odpovídající frekvence

## 6.5 Nastavení okrajových podmínek pro harmonickou analýzu

Harmonická analýza navazuje na modální analýzu. Musíme zde opět zapnout „Coriolis Effect“, dále nastavit frekvenční rozsah od 0 Hz do 21 Hz, který odpovídá rozsahu 0 – 1260 ot/min. V harmonické analýze byla zadána také neváha, a to konkrétně tři kombinace neváhy. Nejprve byla uvažována neváha oběžného kola i generátoru, která se v praxi vyskytuje nejčastěji. Ve druhém výpočtu byla nastavena neváha pouze oběžného kola a pro poslední výpočet byla nastavena neváha jen na generátoru. Na obrázku 6.5 je zobrazena hřídel s ložisky a neváhou na oběžném kole a generátoru.



Obrázek 6.5.: Znázornění neváhy oběžného kola a generátoru

Nevývaha pro oběžné kolo a generátor byla určena z normy ČSN ISO 21940-11. Přípustné hodnoty nevyváhy poskytla firma ČKD Blansko Holding, a.s.

Jedná se o maximální možný nevyvážek dle typu stroje:

$$\mathbf{Oběžné\ kolo: } U_k = 541982 \text{ g} \cdot \text{mm} = 0,541982 \text{ kg} \cdot \text{m} = 5,32 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Do Ansysu se nevyváha zadává jako hmotnost, v tomto případě hmotnost oběžného kola  $m_{sH_2O} = 3900 \text{ kg}$ , na které působí voda a poloměr rotace nevyváhy (excentricita). Tedy ze známé nevyváhy byla potřeba spočítat excentricita.

$$e_{kH_2O} = \frac{U_k}{m_{sH_2O}} = \frac{0,541982}{3900} = 1,3896974 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (6.1)$$

Stejným způsobem byla určena i excentricita pro oběžné kolo bez vlivu vody  $m_{bezH_2O} = 3000 \text{ kg}$ .

$$e_{kbezH_2O} = \frac{U_k}{m_{bezH_2O}} = \frac{0,541982}{3000} = 1,8066066 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (6.2)$$

$$\mathbf{Generátor: } U_{Gen} = 2294391 \text{ g} \cdot \text{mm} = 2,294391 \text{ kg} \cdot \text{m} = 22,51 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Pro výpočet excentricity u generátoru bylo postupováno stejným způsobem jako u oběžného kola. Generátor má hmotnost  $m_{Gen} = 12700 \text{ kg}$ .

$$e_{Gen} = \frac{U_{Gen}}{m_{Gen}} = \frac{2,294391}{12700} = 1,806607 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (6.3)$$

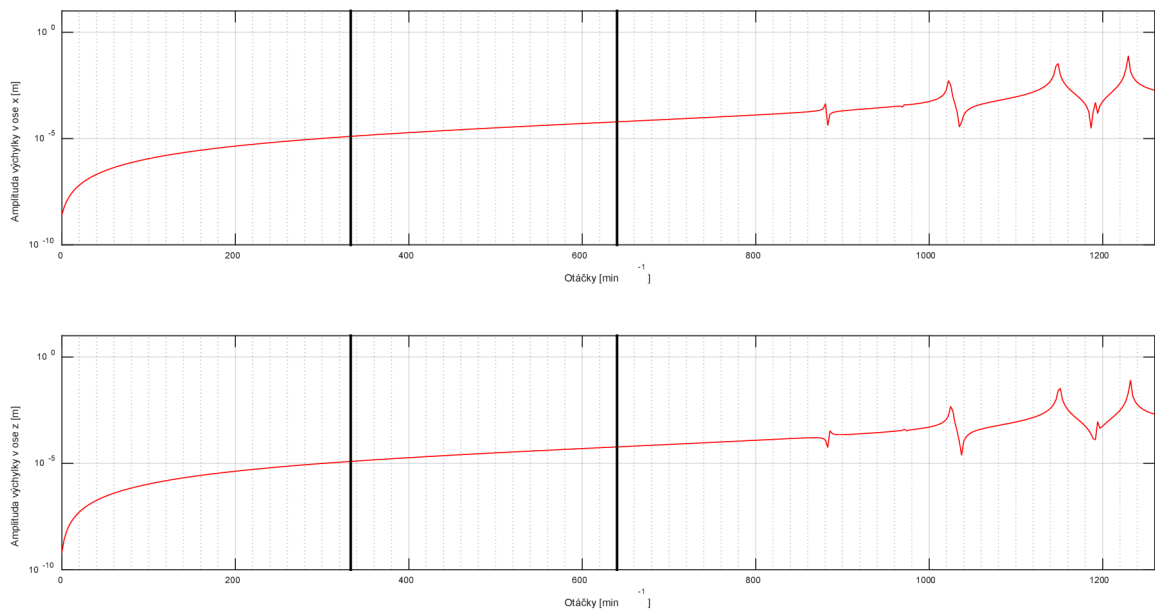
Dále je také v Ansysu možné nastavit různé fázové posuny jednotlivých nevyváh. V mém případě byly nevyváhy na oběžném kole i generátoru nastaveny soufázně.

## 6.6 Výsledky z harmonické analýzy

Z harmonické analýzy jsme určovali radiální přemístění oběžného kola a generátoru. Dále bylo určeno axiální přemístění oběžného kola a axiální přemístění rotoru turbíny v místě ložiska (HVLG). Následně byla také vykreslena silová odezva v šesti radiálních ložiscích. Jako poslední byly vykresleny orbity rozběhu soustavy v čase.

### 6.6.1 Nevývaha oběžného kola i generátoru

V prvním případě byla zvolena nevyváha oběžného kola a generátoru současně. Na obrázku 6.6.1 je zobrazeno radiální přemístění oběžného kola s vlivem spolukmitající hmotnosti vody. Na obrázku 6.6.2 je zobrazeno radiální přemístění generátoru. V horním případě se jedná o amplitudu výchylky v ose  $x$  a na spodním grafu je to výchylka v ose  $z$ . V grafech jsou svislými přímkami zobrazeny provozní otáčky  $n_{prov} = 333 \text{ ot}/\text{min}$  a maximální otáčky  $n_{max} = 640 \text{ ot}/\text{min}$ .

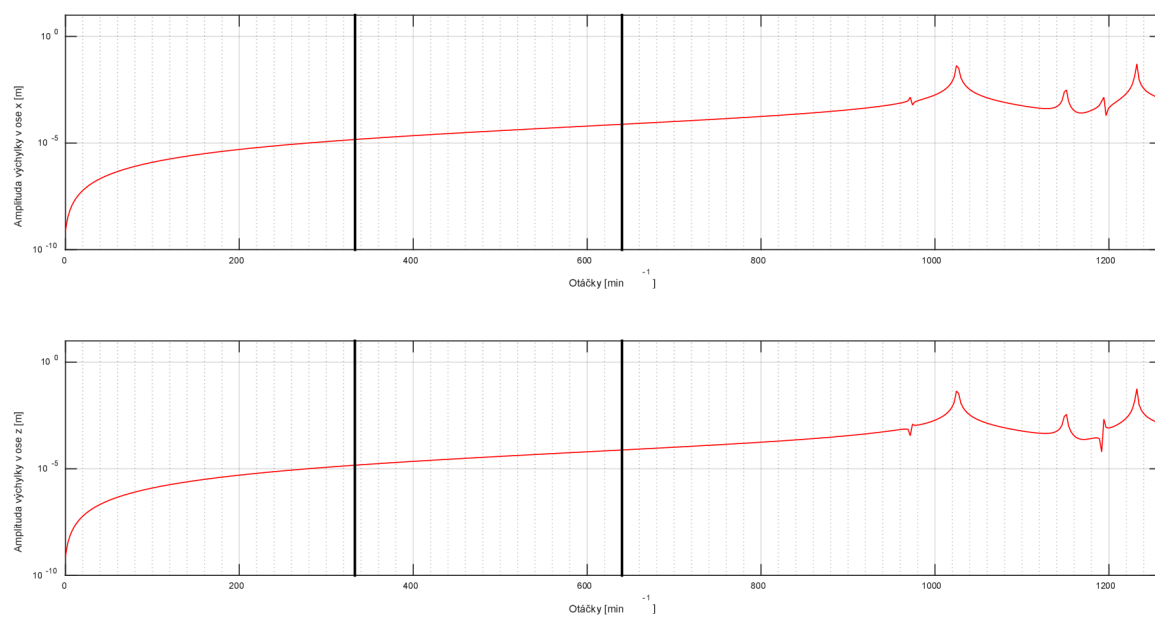


**Obrázek 6.6.1.:** Radiální přemístění oběžného kola

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky	
	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
<i>Osa - x</i>	12,8 $\mu\text{m}$	61,0 $\mu\text{m}$
<i>Osa - z</i>	12,4 $\mu\text{m}$	59,4 $\mu\text{m}$

**Tabulka 6.6.:** Velikost radiálního přemístění oběžného kola



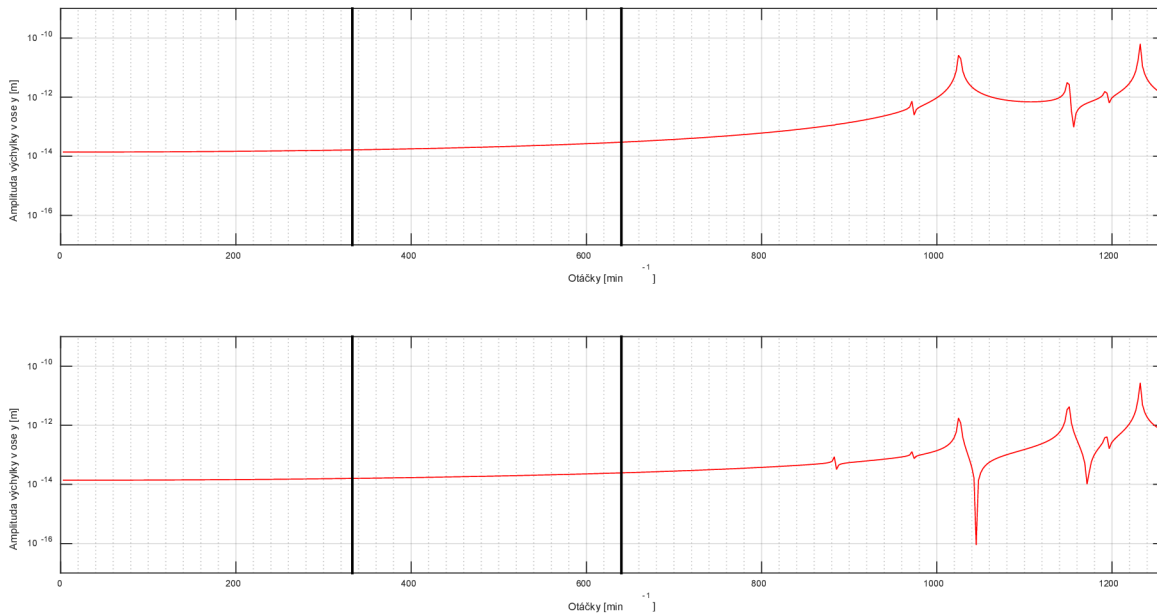
**Obrázek 6.6.2.:** Radiální přemístění generátoru

V tabulce 6.7 jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
<i>Osa - x</i>		14,9 $\mu\text{m}$	76,5 $\mu\text{m}$
<i>Osa - z</i>		14,9 $\mu\text{m}$	76,4 $\mu\text{m}$

**Tabulka 6.7.:** Velikost radiálního přemístění generátoru

Na následujícím obrázku 6.6.3 jsou dva grafy. První zobrazuje axiální přemístění oběžného kola a v dalším je vyobrazeno axiální přemístění soustavy v místě radiálně-axiálního ložiska HVLG.



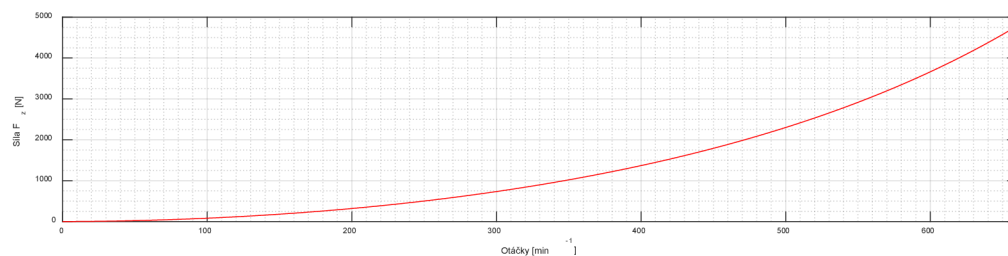
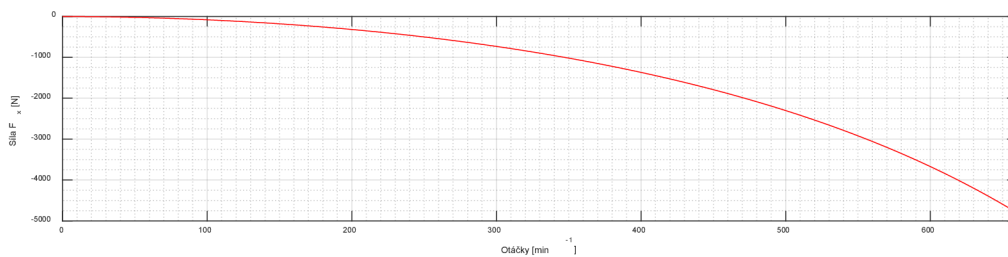
**Obrázek 6.6.3.:** Axiální přemístění oběžného kola (horní graf), ložisko HVLG (spodní graf)

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty axiální výchylky. Velikost výchylky je velice malá. Proto je budeme považovat za numerické nuly.

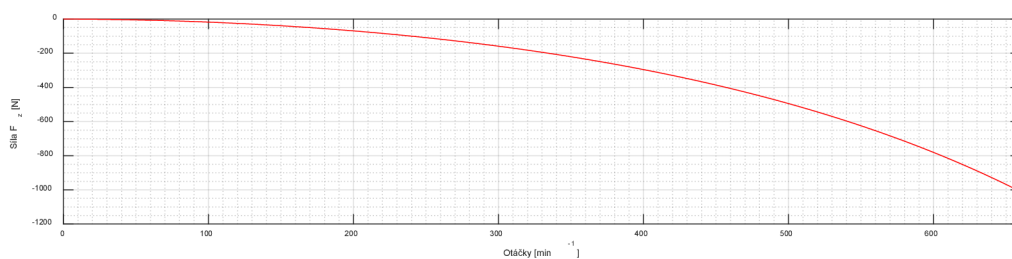
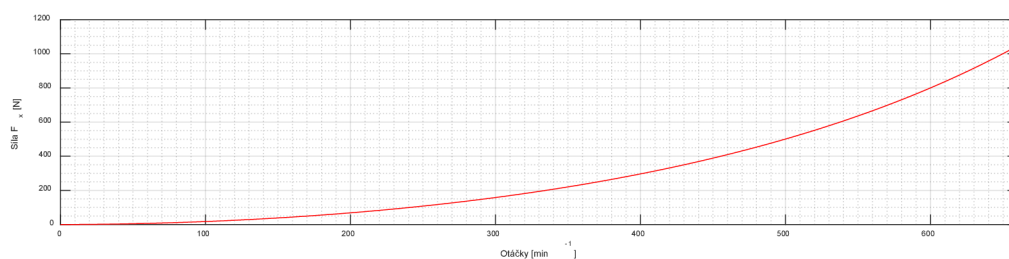
Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
<i>Oběžné kolo</i>	$1,6 \cdot 10^{-8} \mu\text{m}$	$3,0 \cdot 10^{-8} \mu\text{m}$
<i>Ložisko HVLG</i>	$1,6 \cdot 10^{-8} \mu\text{m}$	$2,5 \cdot 10^{-8} \mu\text{m}$

**Tabulka 6.8.:** Velikost axiálního přemístění

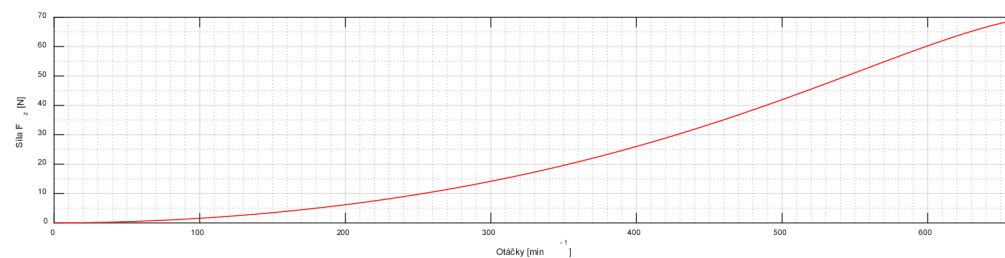
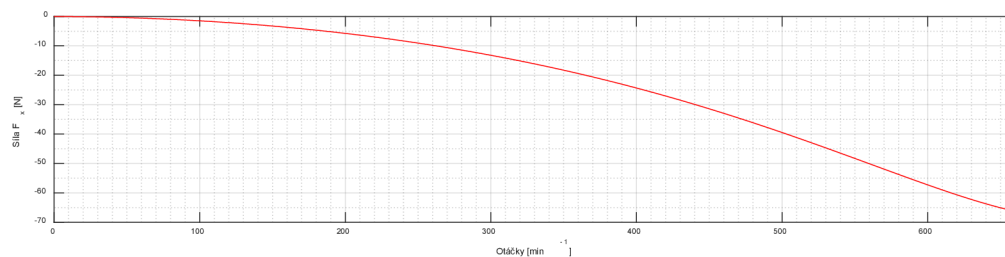
Na následujících obrázcích 6.6.4 – 6.6.9 jsou znázorněny silové odezvy v radiálních ložiscích (VL T, VL-1, VL-2, VL-3, VL-4, DVLG). Vždy se jedná v horním grafu o silovou odezvu v ose  $x - F_x$  a ve spodním grafu v ose  $z - F_z$ .



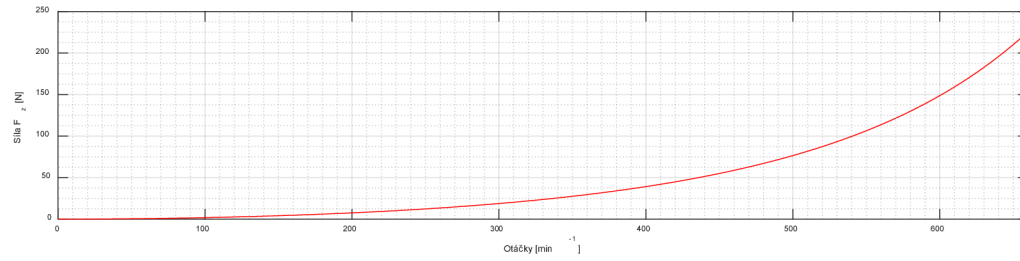
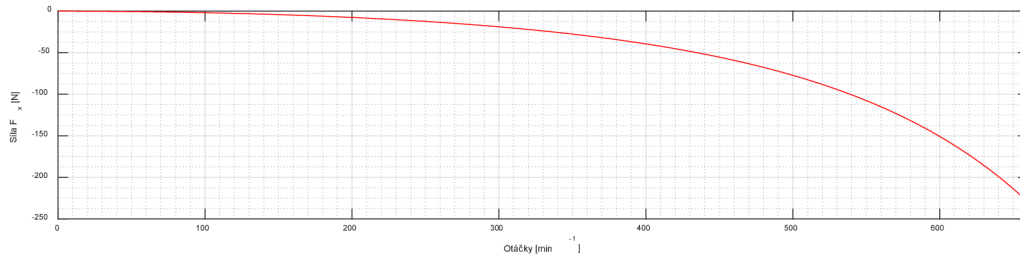
**Obrázek 6.6.4.: Silová odezva v ložisku VL T**



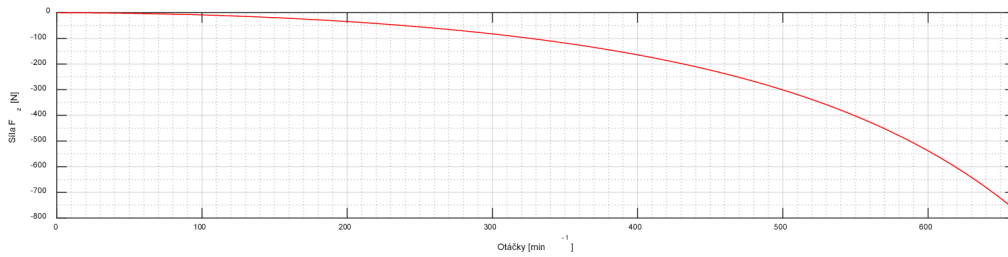
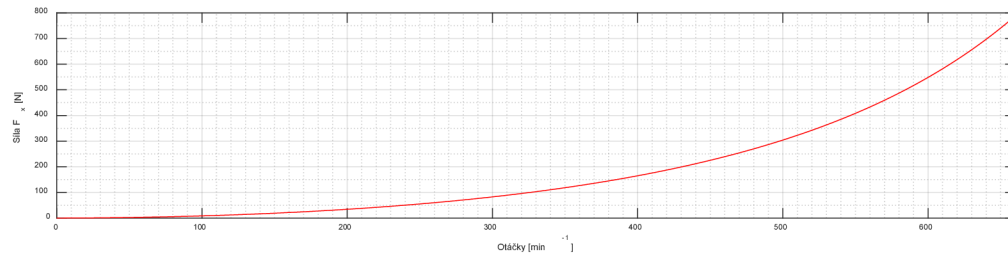
**Obrázek 6.6.5.: Silová odezva v ložisku VL-1**



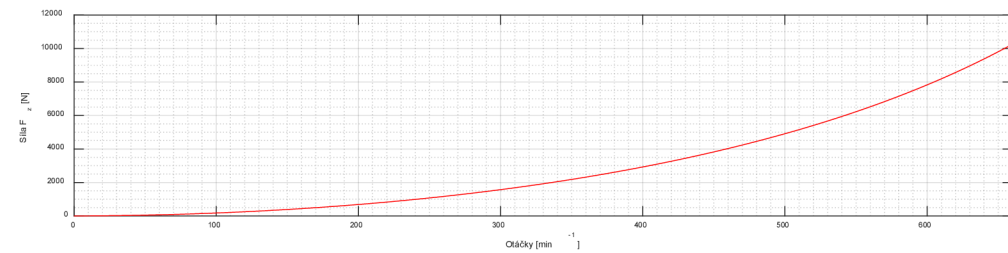
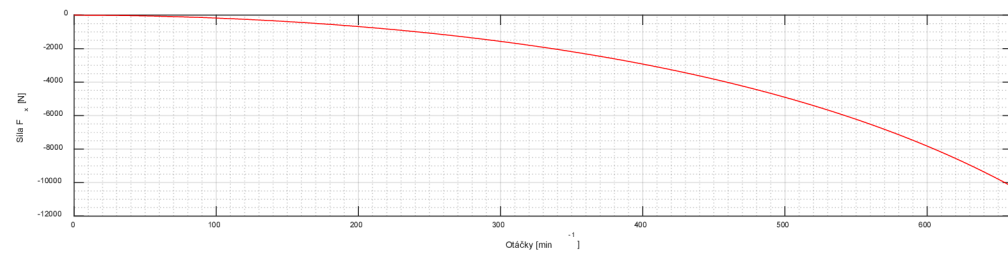
**Obrázek 6.6.6.: Silová odezva v ložisku VL-2**



**Obrázek 6.6.7.: Silivá odezva v ložisku VL-3**



**Obrázek 6.6.8.: Silivá odezva v ložisku VL-4**



**Obrázek 6.6.9.: Silivá odezva v ložisku DVLG**

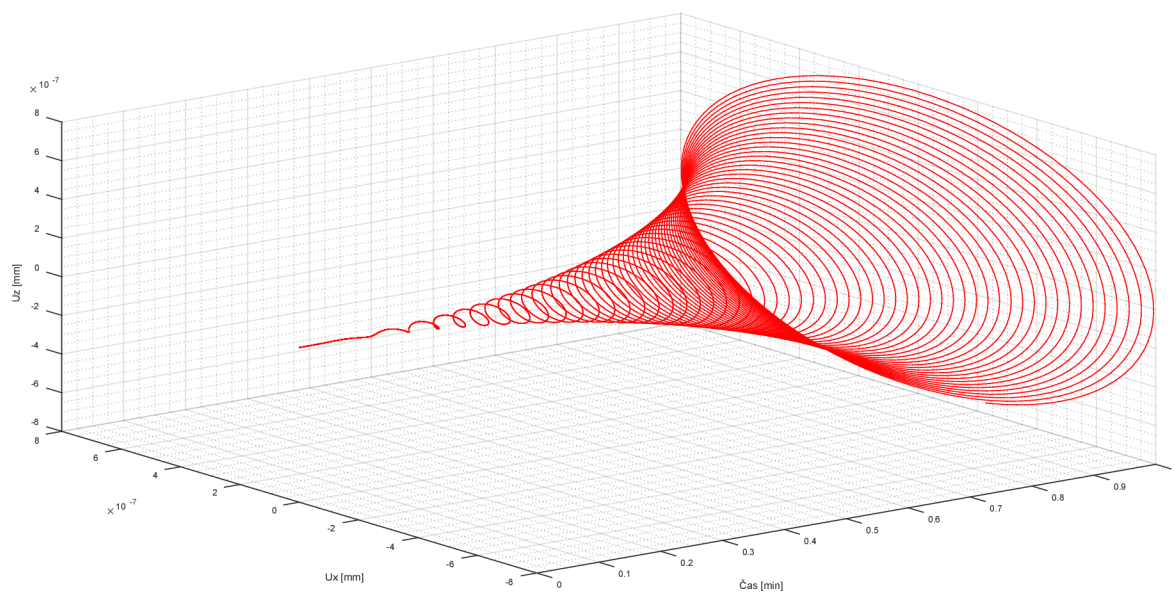


V následující tabulce jsou zapsány velikosti sil v odpovídajících směrech pro jednotlivá ložiska. Velikosti sil nejsou velké. Je to dáno také vertikálním uložením hřídele. Je zde patrné, že velikosti sil jsou vyšší poblíž nastavení nevyváh, a to konkrétně v blízkosti oběžného kola u ložiska VL T a v blízkosti generátoru u ložiska DVLG.

Ložisko	Otáčky		
	Směr síly	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
VL T	$F_x$	921 N	4396 N
	$F_z$	922 N	4381 N
VL-1	$F_x$	199 N	958 N
	$F_z$	199 N	928 N
VL-2	$F_x$	16,6 N	63,7 N
	$F_z$	17,7 N	66,6 N
VL-3	$F_x$	24,5 N	199 N
	$F_z$	24,4 N	196 N
VL-4	$F_x$	106 N	698 N
	$F_z$	106 N	682 N
DVLG	$F_x$	1971 N	9371 N
	$F_z$	1972 N	9381 N

**Tabulka 6.9.:** Silová odezva v ložiscích

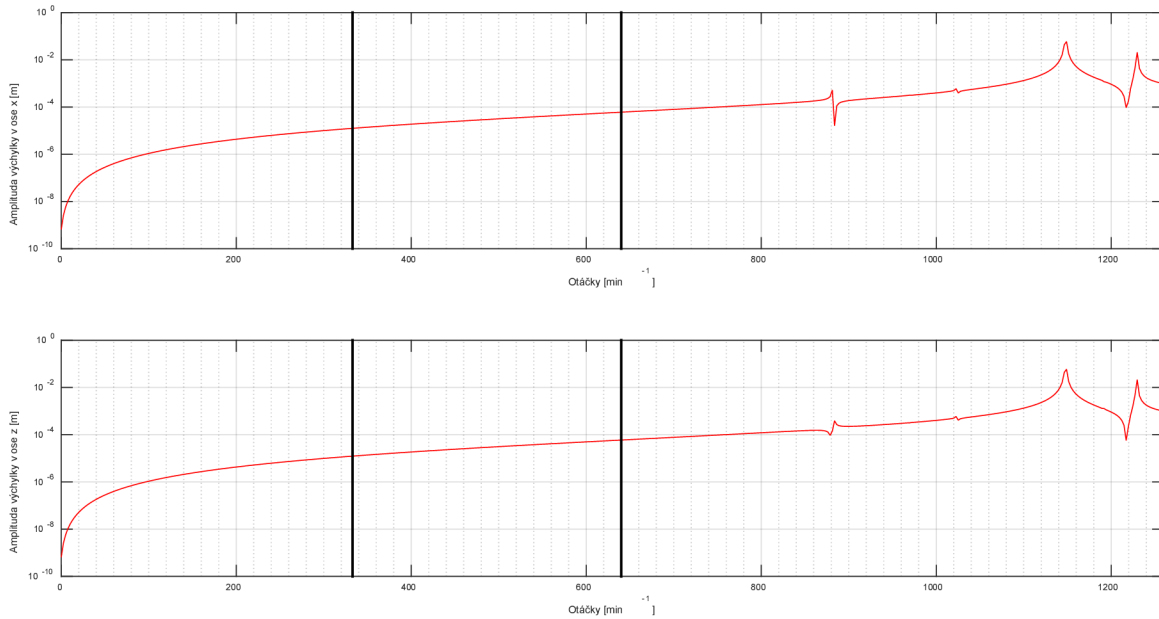
V dalším grafu jsou zobrazeny orbity oběžného kola při rozběhu rotorové soustavy v rozsahu od 0 – 700  $\text{ot/min}$  v čase jedné minuty.



**Obrázek 6.6.10.:** Vykreslení orbity rozběhu oběžného kola rotorové soustavy

### 6.6.2 Nevývaha oběžného kola

Ve druhém případě se řešila odezva pro nevývahu pouze oběžného kola. Na obrázku 6.6.11 je zobrazeno radiální přemístění oběžného kola s vlivem vody. Na obrázku 6.6.12 je vyobrazeno radiální přemístění generátoru. Stejně jako v předchozí kapitole je v horním grafu vykreslena amplituda výchylky v ose  $x$  a na spodním grafu je to výchylka v ose  $z$ . V grafech jsou svislými přímkami znázorněny provozní otáčky  $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$  a maximální otáčky  $n_{max} = 640 \text{ ot/min}$ .

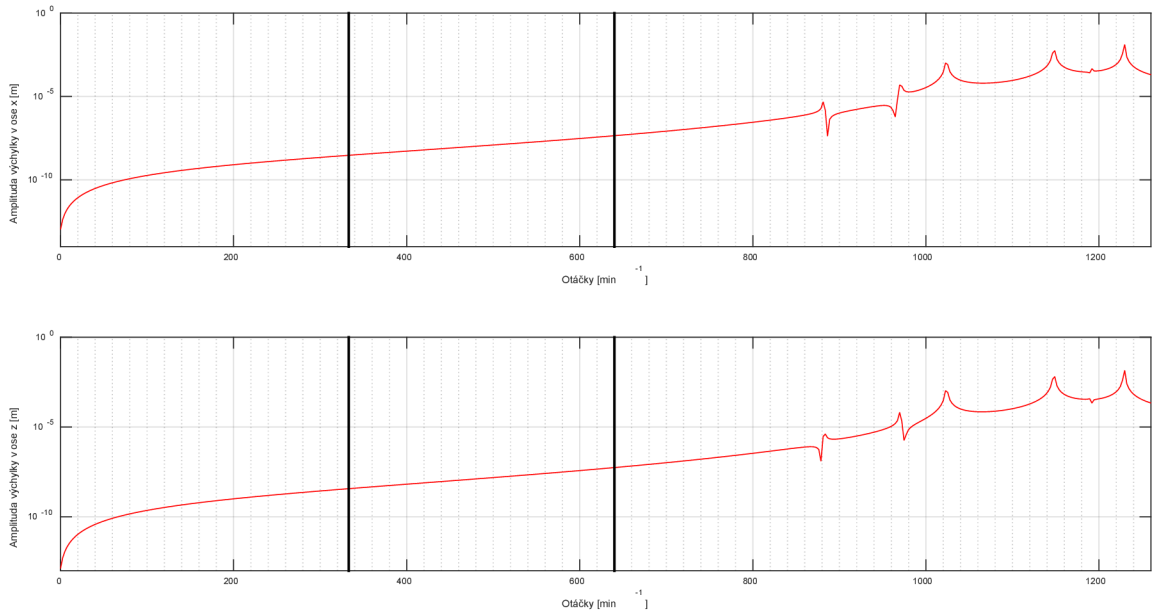


**Obrázek 6.6.11.:** Radiální přemístění oběžného kola

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
$Osa - x$		$12,5 \mu m$	$60,8 \mu m$
$Osa - z$		$12,4 \mu m$	$59,8 \mu m$

**Tabulka 6.10.:** Velikost radiálního přemístění oběžného kola



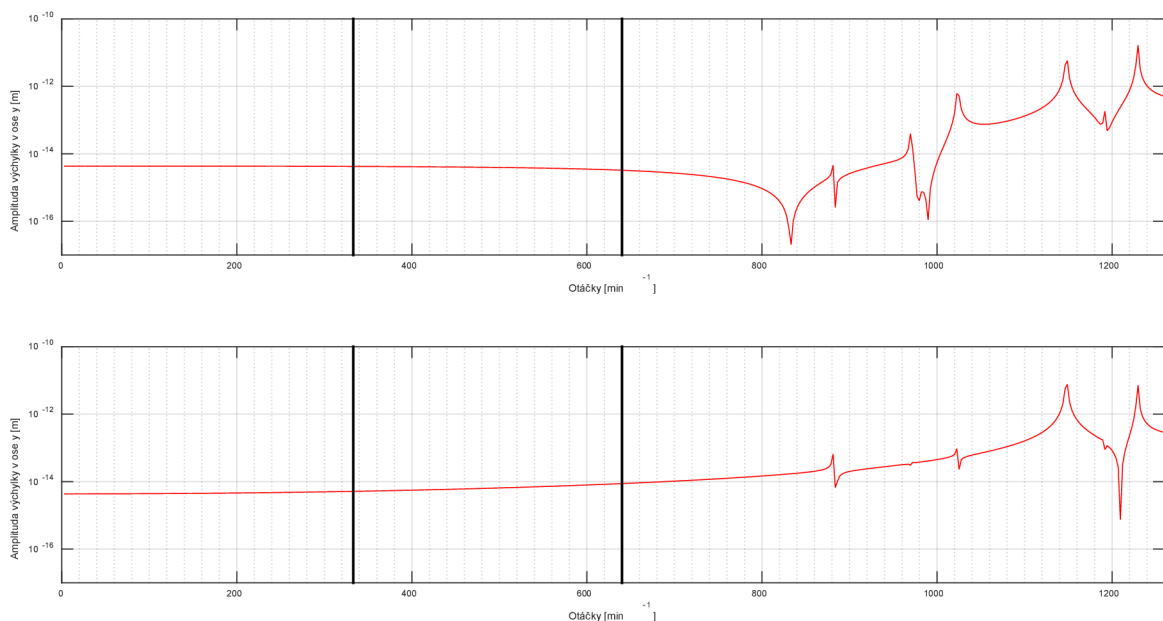
**Obrázek 6.6.12.:** Radiální přemístění generátoru

V tabulce 6.11 jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
Osa - x		0,0030 $\mu\text{m}$	0,045 $\mu\text{m}$
Osa - z		0,0037 $\mu\text{m}$	0,056 $\mu\text{m}$

**Tabulka 6.11.:** Velikost radiálního přemístění generátoru

Axiální přemístění oběžného kola je na obrázku 6.6.13, a to v horním grafu a ve spodním grafu je axiální přemístění soustavy v místě radiálně-axiálního ložiska HVLG.



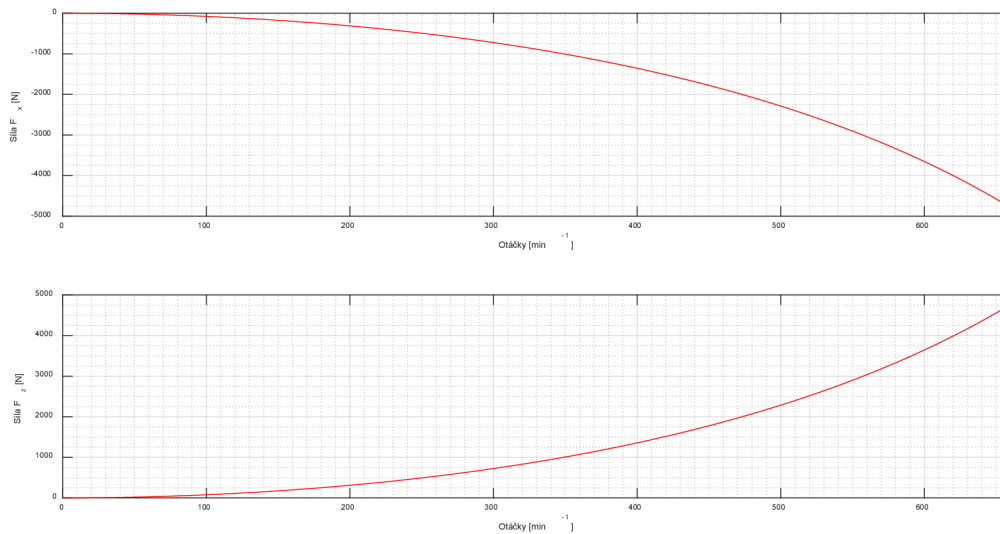
**Obrázek 6.6.13.:** Axiální přemístění oběžného kola (horní graf), ložisko HVLG (spodní graf)

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty axiální výchylky. Velikost výchylky je velice malá. Proto je budeme považovat za numerické nuly.

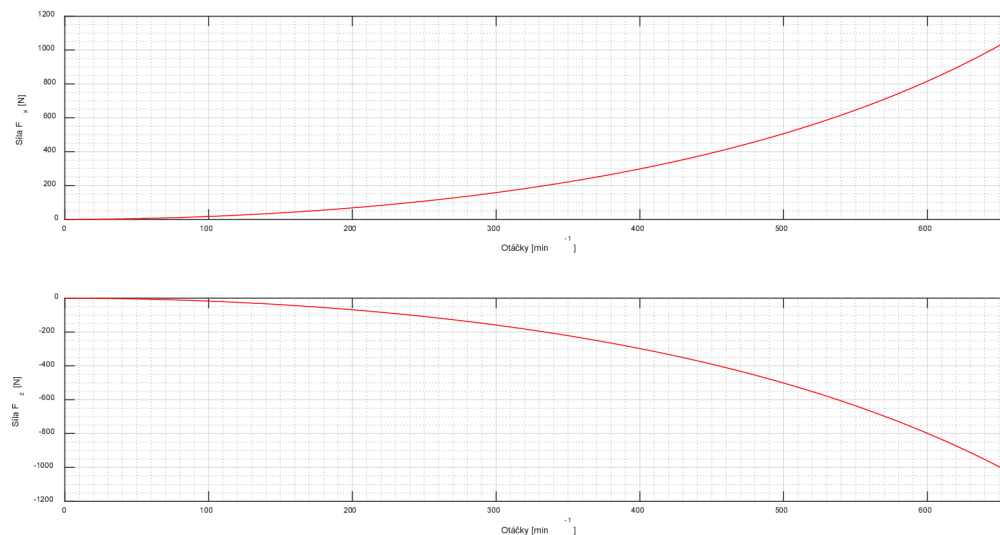
Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
Oběžné kolo	$4,2 \cdot 10^{-9} \mu\text{m}$	$3,2 \cdot 10^{-9} \mu\text{m}$
Ložisko HVLG	$5,1 \cdot 10^{-9} \mu\text{m}$	$8,8 \cdot 10^{-9} \mu\text{m}$

**Tabulka 6.12.:** Velikost axiálního přemístění

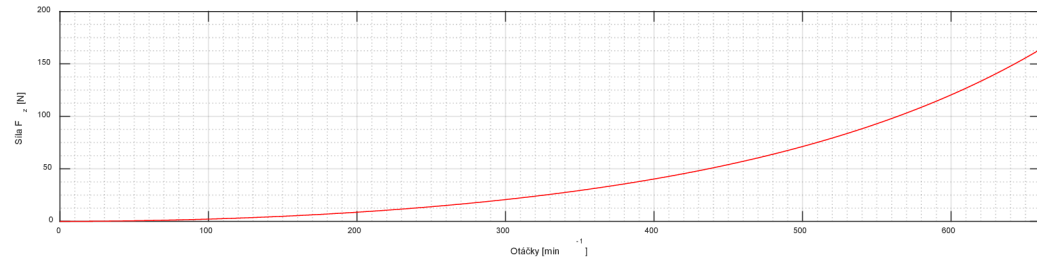
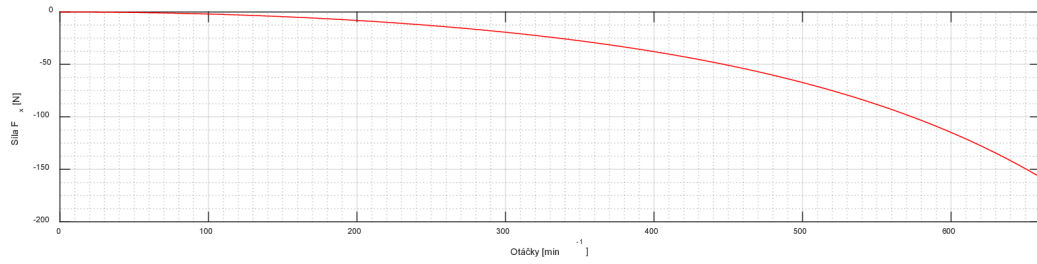
Silové odezvy z radiálních ložisek jsou na obrázcích 6.6.14 – 6.6.19.



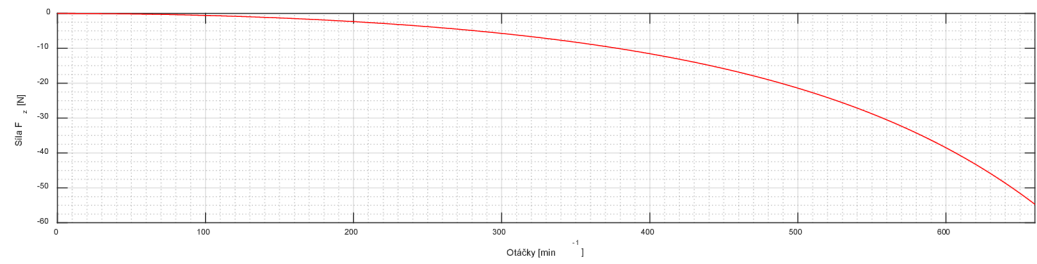
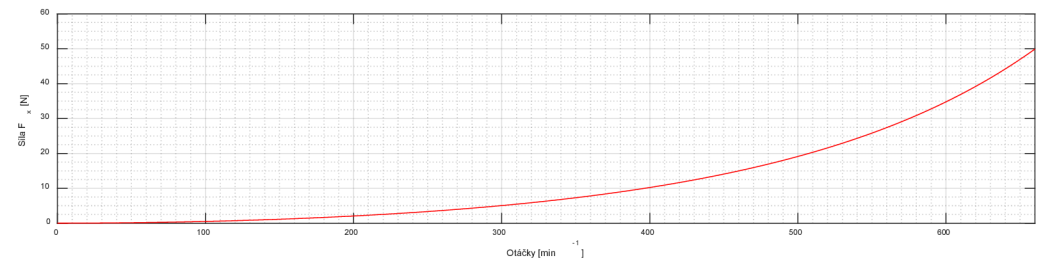
**Obrázek 6.6.14.:** Silová odezva v ložisku VL T



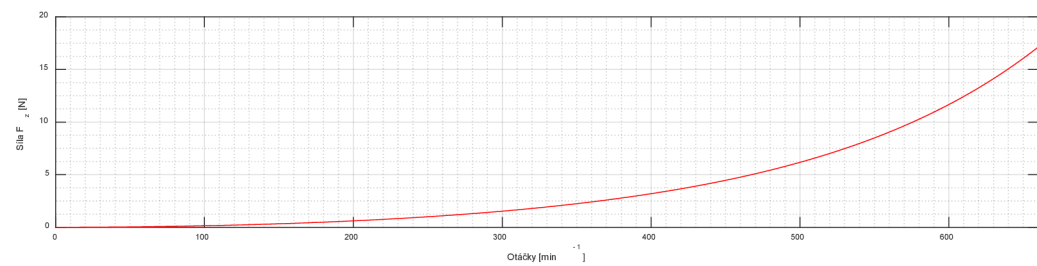
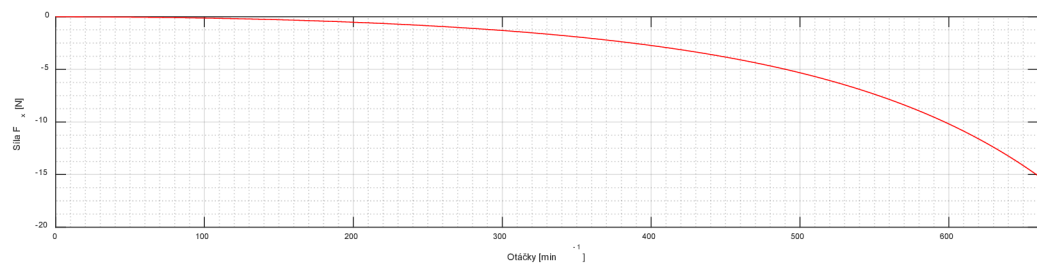
**Obrázek 6.6.15.:** Silová odezva v ložisku VL-1



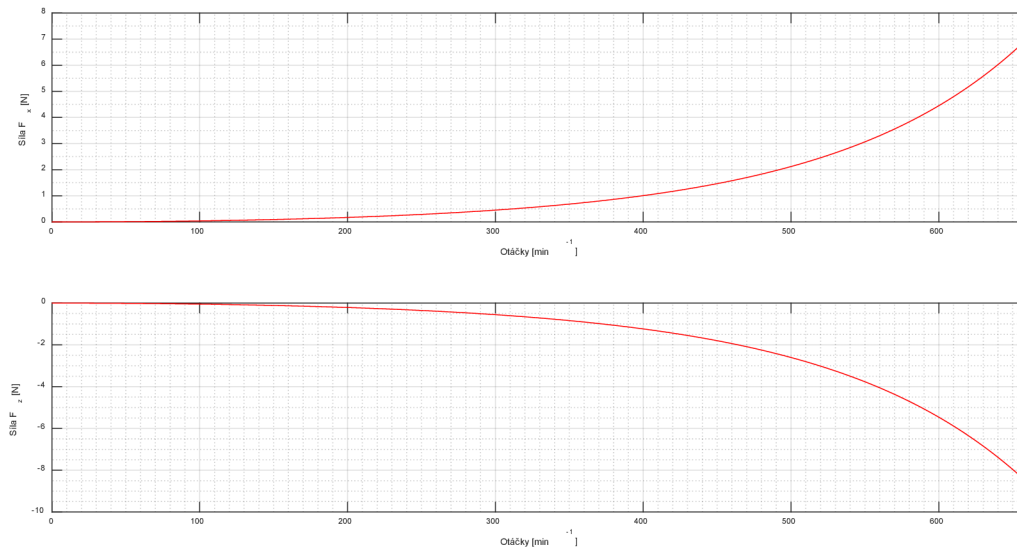
**Obrázek 6.6.16.:** Silová odezva v ložisku VL-2



**Obrázek 6.6.17.:** Silová odezva v ložisku VL-3



**Obrázek 6.6.18.:** Silová odezva v ložisku VL-4



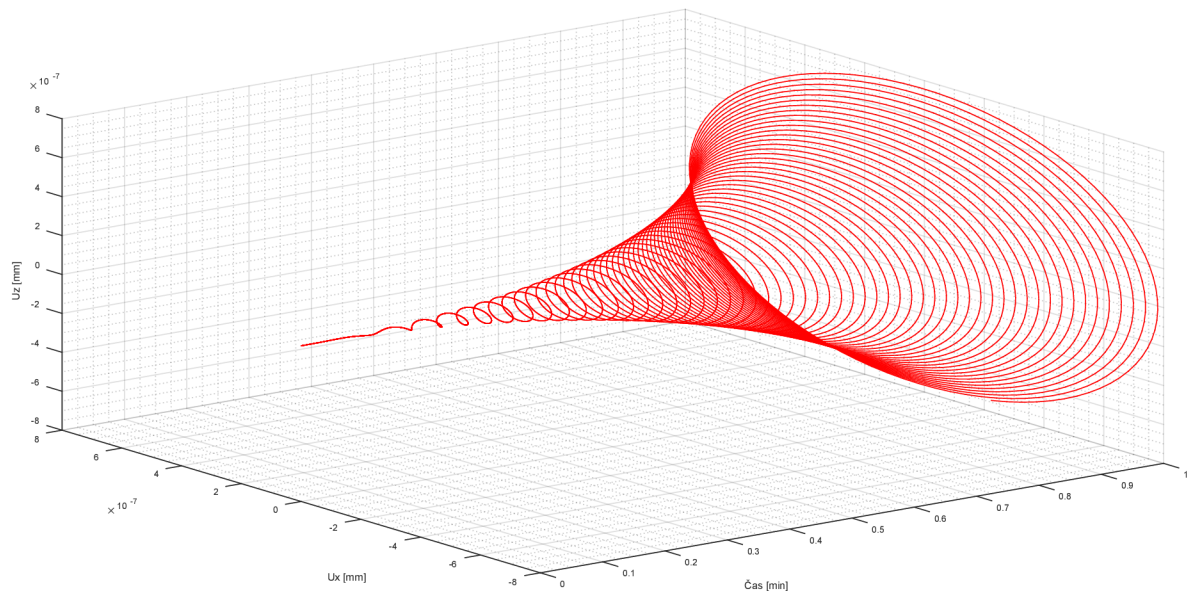
**Obrázek 6.6.19.:** Silová odezva v ložisku DVLG

V následující tabulce jsou zapsány velikosti sil v odpovídajících směrech pro jednotlivá ložiska. Z hodnot je patrné, že hodnoty sil jsou vyšší v ložiscích, která jsou blíže oběžnému kolu, na které byla nastavena nevyvaha. Velikosti sil v ložiscích klesá se vzdáleností od oběžného kola.

Ložisko	Směr síly	Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
VL T	$F_x$		907 N	4402 N
	$F_z$		907 N	4386 N
VL-1	$F_x$		198 N	987 N
	$F_z$		199 N	959 N
VL-2	$F_x$		24,6 N	143 N
	$F_z$		26,3 N	149 N
VL-3	$F_x$		6,5 N	44,6 N
	$F_z$		7,3 N	49,0 N
VL-4	$F_x$		1,7 N	13,4 N
	$F_z$		2,0 N	15,2 N
DVLG	$F_x$		0,6 N	6,1 N
	$F_z$		0,7 N	7,5 N

**Tabulka 6.13.:** Silová odezva v ložiscích

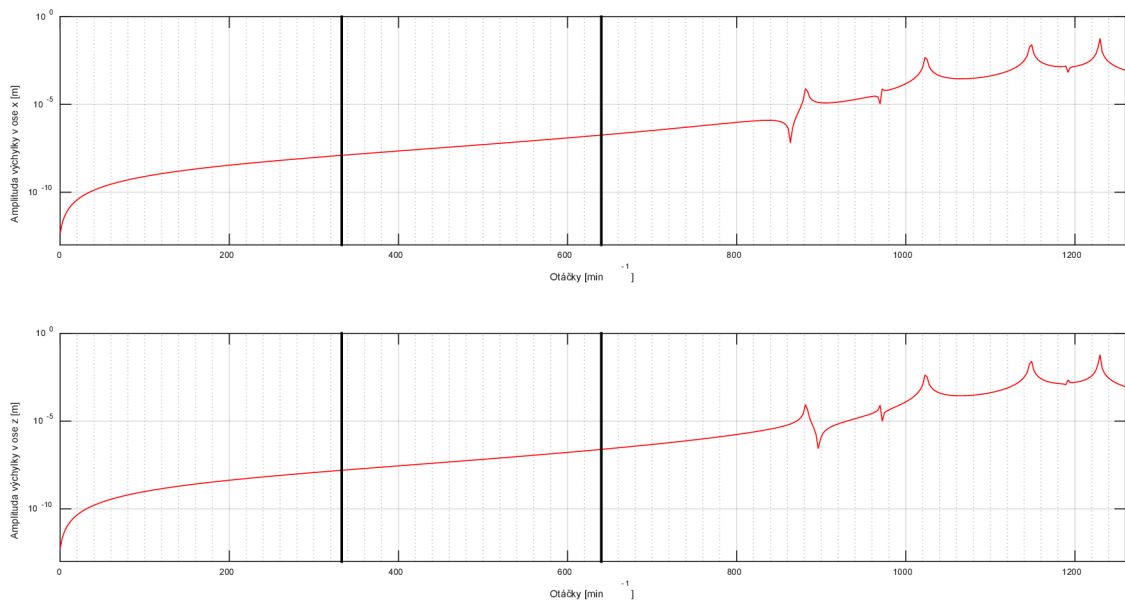
V následujícím grafu jsou zobrazeny orbity oběžného kola pro rozběh rotorové soustavy od 0 – 700 ot/min v čase jedné minuty.



**Obrázek 6.6.20.:** Vykreslení orbity rozběhu oběžného kola rotorové soustavy

### 6.6.3 Nevývaha generátoru

Jako poslední kombinace byla nevyvaha zadána na generátor. Na obrázku 6.6.21 je radiální přemístění oběžného kola s vlivem spolukmitající hmotnosti vody. Na obrázku 6.6.22 je radiální přemístění generátoru. Stejně jako v předchozích dvou kapitolách je v horním grafu vykreslena amplituda výchylky v ose  $x$  a na spodním grafu je to výchylka v ose  $z$ . V grafech jsou svislými přímkami zobrazeny provozní otáčky  $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$  a maximální otáčky  $n_{max} = 640 \text{ ot/min}$ .

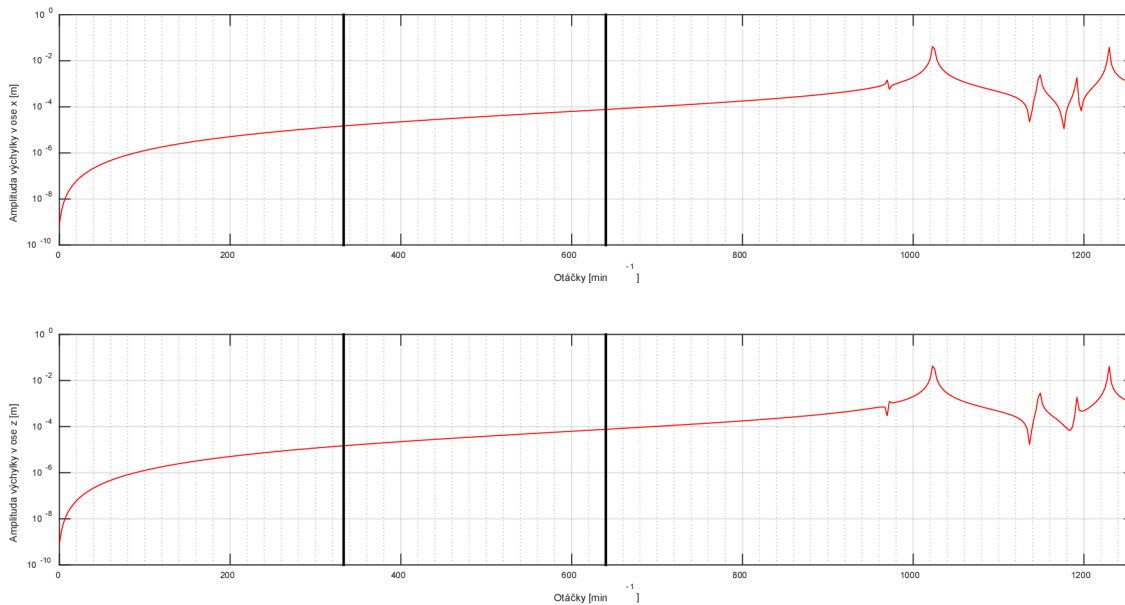


**Obrázek 6.6.21.:** Radiální přemístění oběžného kola

V tabulce 6.14 jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
<i>Osa - x</i>	0,013 $\mu\text{m}$	0,18 $\mu\text{m}$
<i>Osa - z</i>	0,016 $\mu\text{m}$	0,25 $\mu\text{m}$

**Tabulka 6.14.:** Velikost radiálního přemístění oběžného kola



**Obrázek 6.6.22.:** Radiální přemístění generátoru

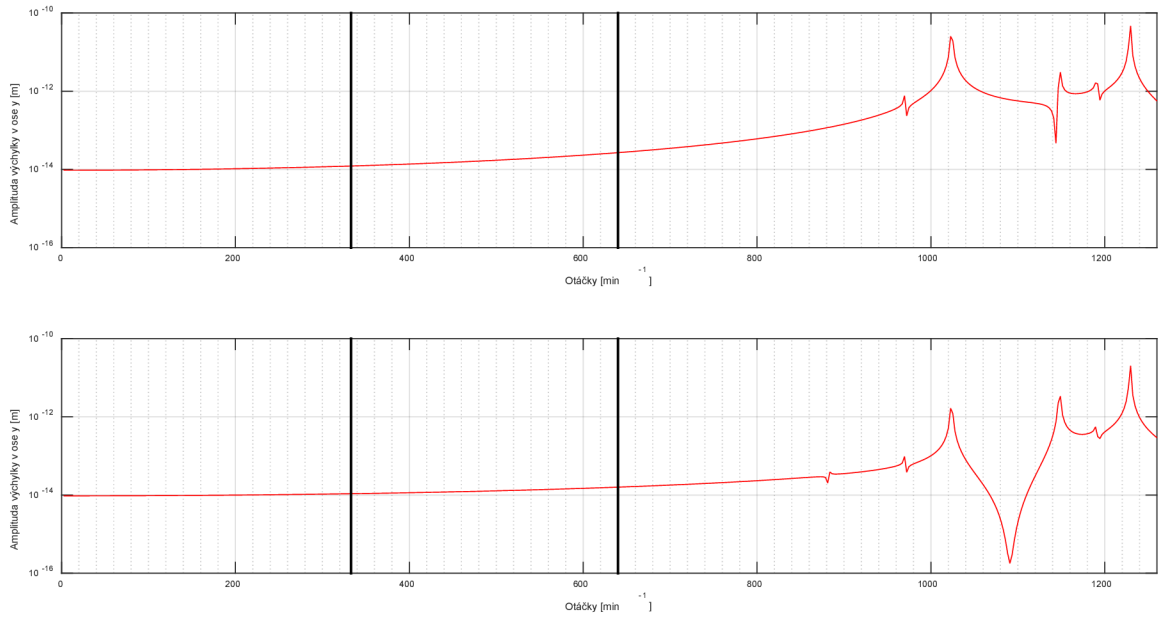
V následující tabulce jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
<i>Osa - x</i>	14,9 $\mu\text{m}$	77,4 $\mu\text{m}$
<i>Osa - z</i>	14,9 $\mu\text{m}$	77,3 $\mu\text{m}$

**Tabulka 6.15.:** Velikost radiálního přemístění generátoru

Na obrázku 6.6.23 je v horním grafu axiální přemístění oběžného kola a ve spodním grafu je axiální přemístění soustavy v místě radiálně-axiálního ložiska HVLG.





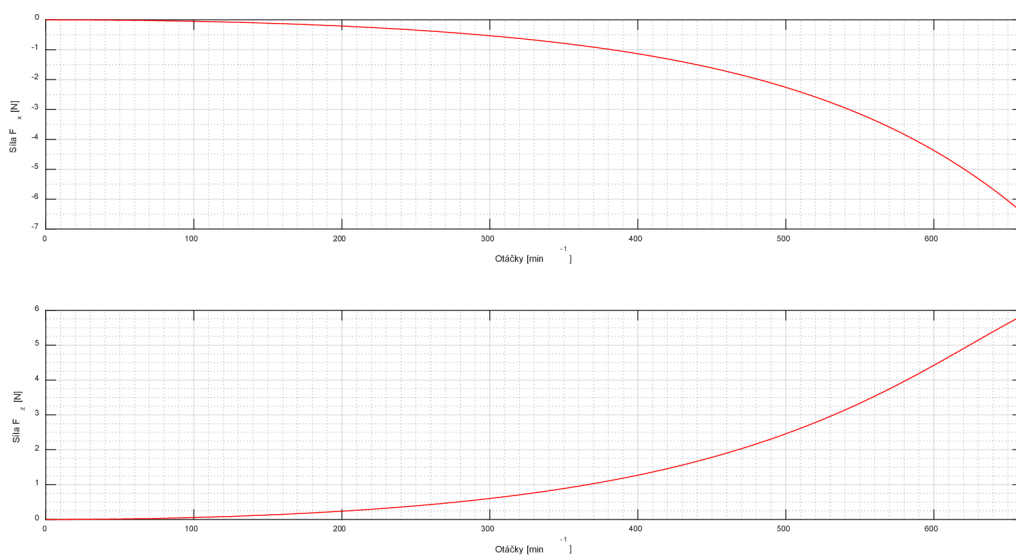
**Obrázek 6.6.23.:** Axiální přemístění oběžného kola (horní graf), ložisko HVLG (spodní graf)

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty axiální výchylky. Velikost výchylky je velice malá. Proto je budeme považovat za numerické nuly.

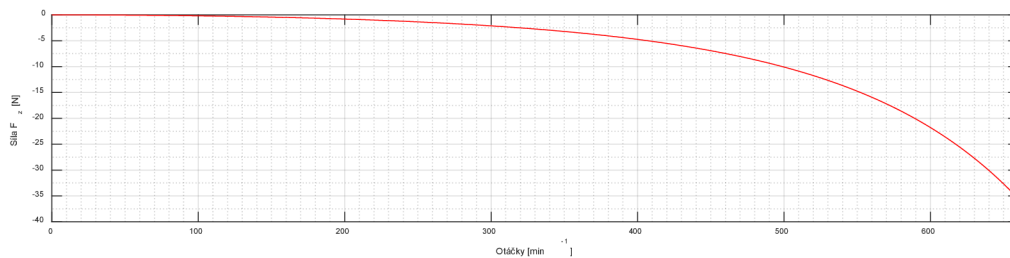
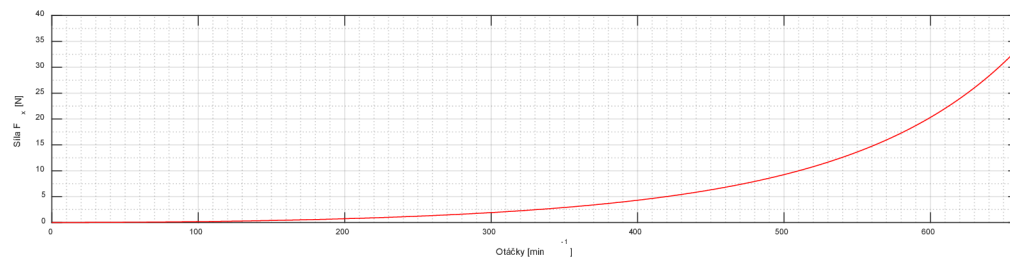
Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
Oběžné kolo	$1,2 \cdot 10^{-8} \mu\text{m}$	$2,7 \cdot 10^{-8} \mu\text{m}$
Ložisko HVLG	$1,1 \cdot 10^{-8} \mu\text{m}$	$1,6 \cdot 10^{-8} \mu\text{m}$

**Tabulka 6.16.:** Velikost axiálního přemístění

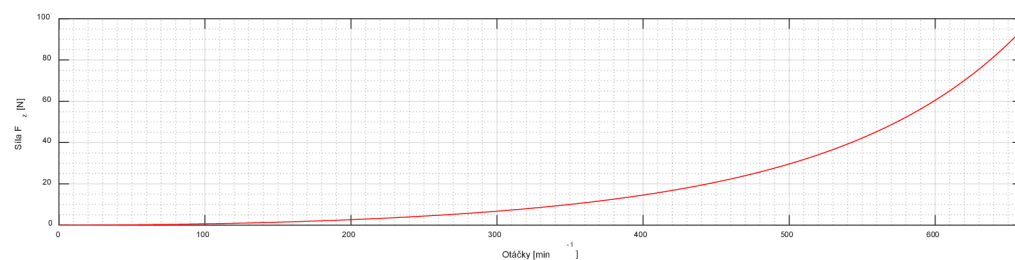
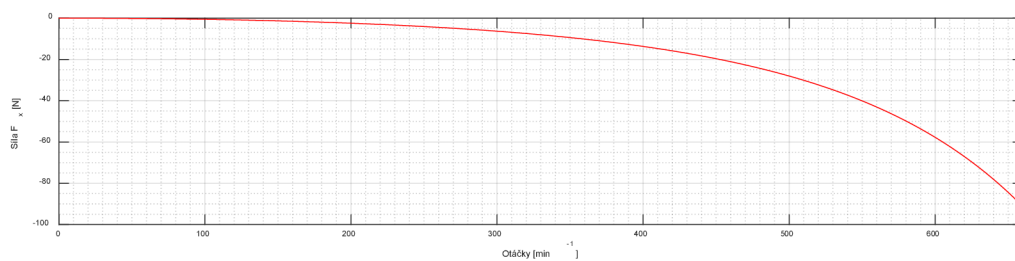
Na obrázcích 6.6.14 – 6.6.19. jsou zobrazeny silové odezvy v radiálních ložiscích.



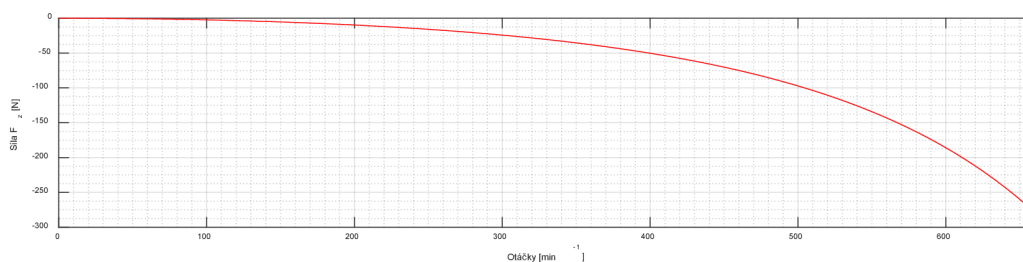
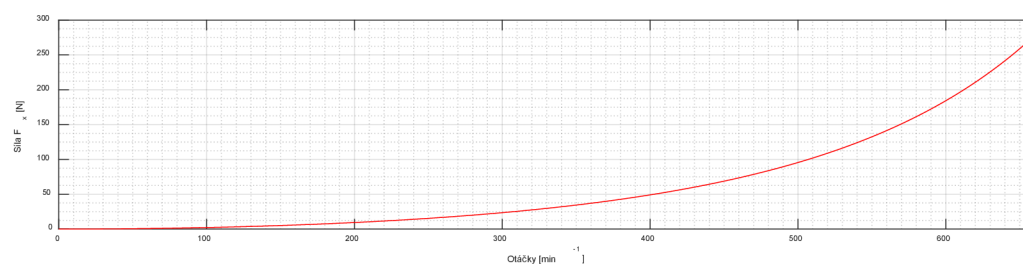
**Obrázek 6.6.24.:** Silová odezva v ložisku VL T



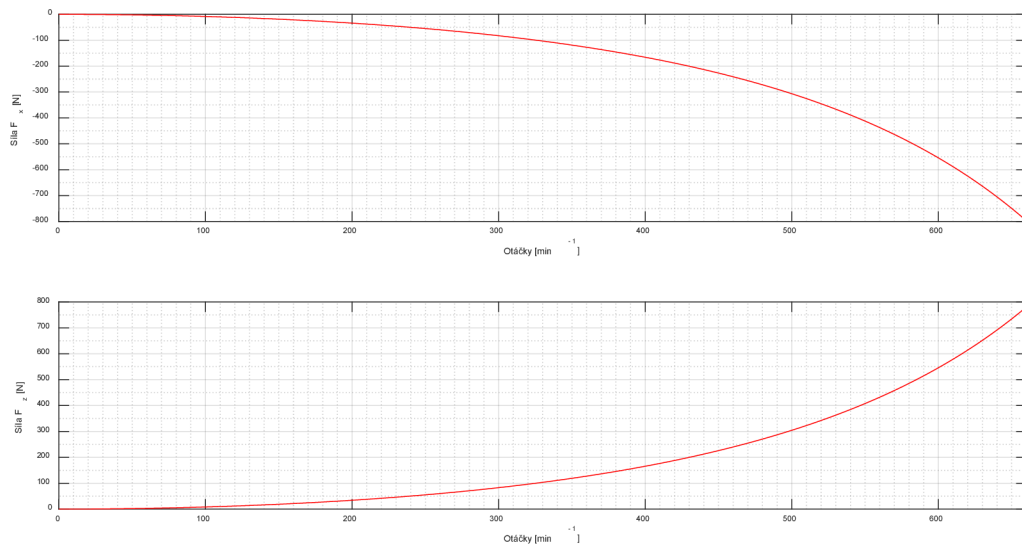
**Obrázek 6.6.25.: Silová odezva v ložisku VL-1**



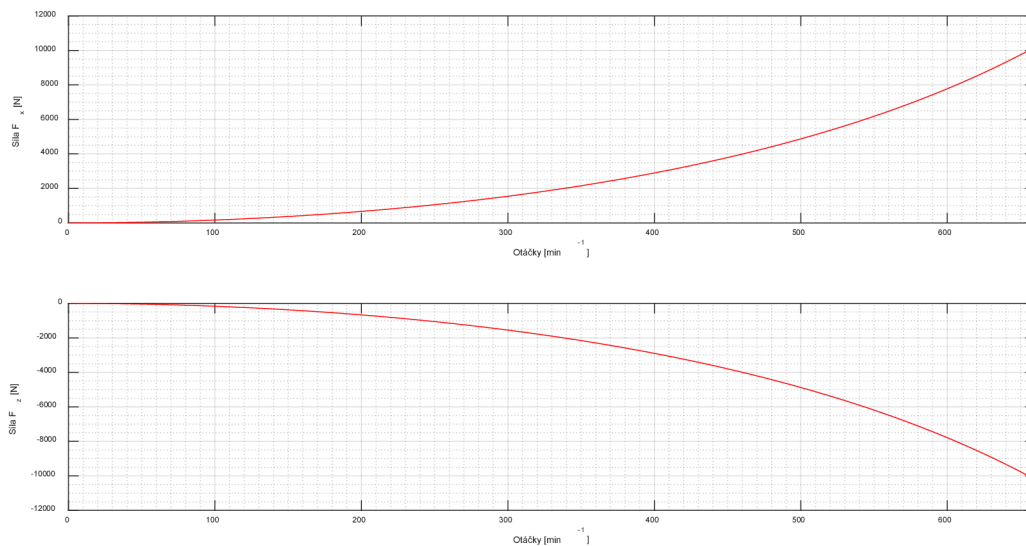
**Obrázek 6.6.26.: Silová odezva v ložisku VL-2**



**Obrázek 6.6.27.: Silová odezva v ložisku VL-3**



**Obrázek 6.6.28.:** Silová odezva v ložisku VL-4



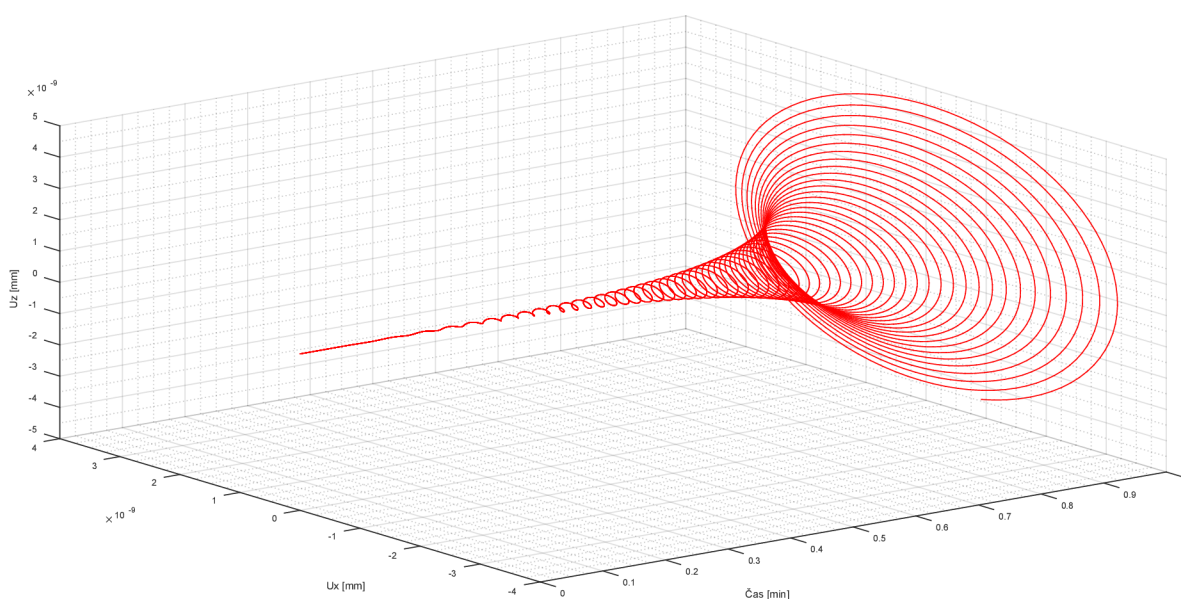
**Obrázek 6.6.29.:** Silová odezva v ložisku DVLG

V následující tabulce jsou zapsány velikosti sil v odpovídajících směrech pro jednotlivá ložiska. Z hodnot je patrné, že je zde opačný efekt než u nevyváhy oběžného kola, a to hodnoty sil jsou vyšší v ložiscích, která jsou blíž generátoru, na který byla nastavena nevyváha. Velikosti sil v ložiscích tedy klesá se vzdáleností od generátoru.

Ložisko	Otáčky		
	Směr síly		
VL T	$F_x$	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
	$F_z$	$0,7 \text{ N}$	$5,7 \text{ N}$
VL-1	$F_x$	$0,8 \text{ N}$	$5,4 \text{ N}$
	$F_z$	$2,5 \text{ N}$	$28,7 \text{ N}$
VL-2	$F_x$	$2,8 \text{ N}$	$30,4 \text{ N}$
	$F_z$	$8,3 \text{ N}$	$79,0 \text{ N}$
VL-3	$F_x$	$7,4 \text{ N}$	$72,7 \text{ N}$
	$F_z$	$30,5 \text{ N}$	$244 \text{ N}$
VL-4	$F_x$	$31,3 \text{ N}$	$245 \text{ N}$
	$F_z$	$106 \text{ N}$	$711 \text{ N}$
DVLG	$F_x$	$106 \text{ N}$	$697 \text{ N}$
	$F_z$	$1940 \text{ N}$	$9377 \text{ N}$
DVLG	$F_x$	$1941 \text{ N}$	$9388 \text{ N}$
	$F_z$		

**Tabulka 6.17.:** Silová odezva v ložiscích

V následujícím grafu jsou znázorněny orbity oběžného kola pro rozběh rotorové soustavy, ve které je zahrnuta nevývaha generátoru. Otáčky se zvyšují v rozmezí 0 – 700 ot/min v čase jedné minuty.



**Obrázek 6.6.30.:** Vykreslení orbity rozběhu oběžného kola rotorové soustavy

## 7 Výpočtové modelování 3D modelu

### 7.1 Model geometrie 3D

Pro porovnání výsledků 1D prutového modelu geometrie byl vytvořen 3D model geometrie. Geometrie byla dána na základě výkresové dokumentace poskytnuté firmou ČKD Blansko Holding, a.s. v programu SolidWorks 2019. Výkresová dokumentace 3D modelu není součástí této práce.

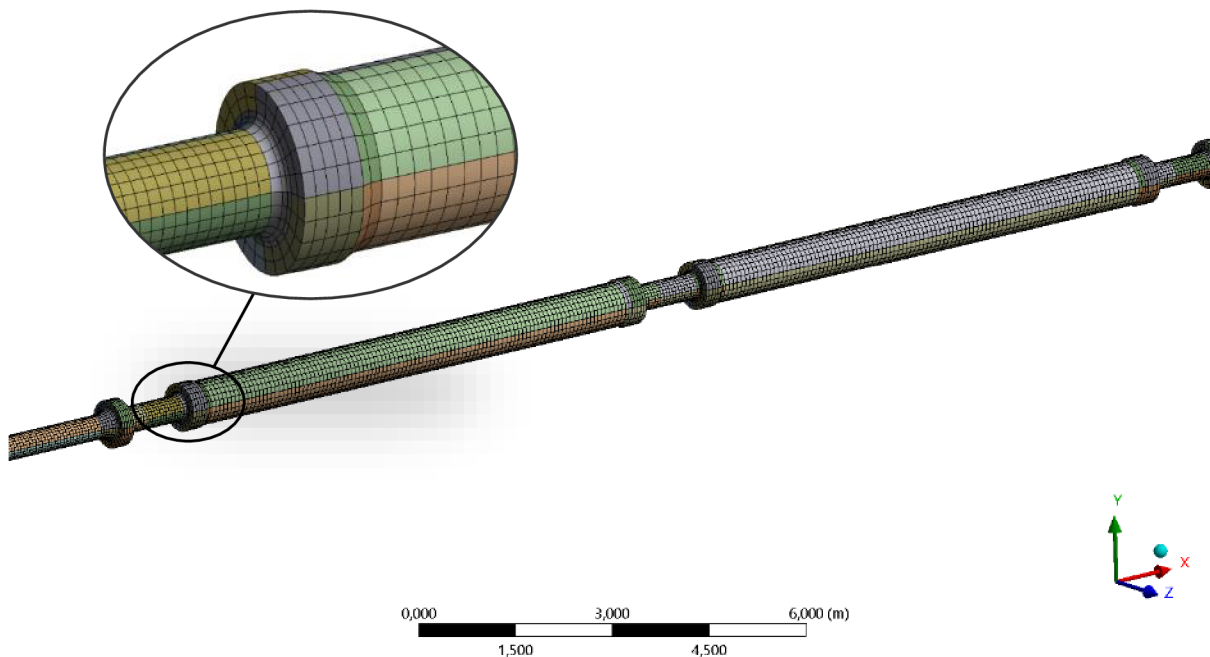
Geometrie byla importována do prostředí Ansys Workbench, kde byla nejprve upravena a rozdělena, aby bylo zajištěno lepší vytvoření sítě.

Jak je již zmíněno v kapitole 6.1, byly do příslušných míst vloženy hmotné body, které představují oběžné kolo Francisovy turbíny a generátor. Na rozdíl proti 1D modelu, kde byly hmotné body umístěny do konkrétního bodu, se u 3D modelu zadávaly hmotné body na příslušnou plochu. Hmotnosti a kvadratické momenty jsou uvedeny v kapitole 6.1.

Pro 3D model je nutné zavést jednu substituci. V případě 1D modelu je osou rotace osa  $y$  a v případě 3D modelu je osou rotace osa  $x$ .

### 7.2 Vytvoření konečnoprvkové sítě

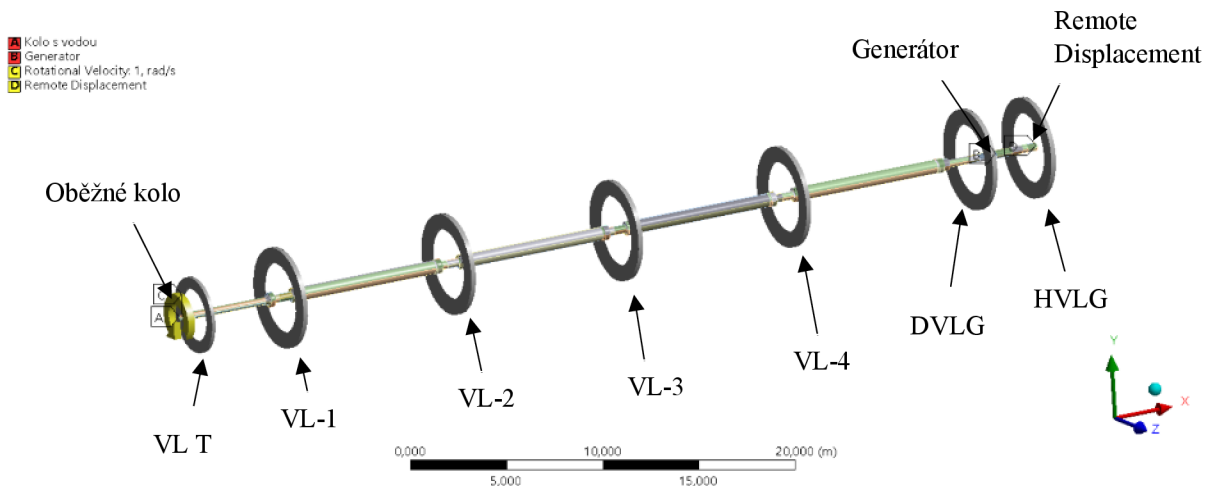
Vzhledem k tomu, že se jedná o 3D model, byly pro diskretizaci použity prvky solid, na které mohou působit odstředivé síly, které pak mohou mít celkový vliv na rozdíl mezi výsledky 1D a 3D modelu. Celkový počet uzlů vytvořené sítě je 227384 a prvků pak 44143. Na obrázku 7.2 je zobrazen detail vytvořené sítě.



Obrázek 7.2.: Detail sítě konečných prvků

### 7.3 Nastavení okrajových podmínek a výpočtu modální analýzy

Nastavení okrajových podmínek je analogické jako v kapitole 6.3. Změna nastává pouze v zadání ložisek, které se v případě 1D modelu zadávalo do konkrétního bodu na hřídele. U 3D modelu byla ložiska zadána na vnější obvod hřídele. Parametry jednotlivých ložisek jsou uvedeny v tabulce 6.3. Na obrázku 7.3 je zobrazena hřídel se zadanými okrajovými podmínkami.



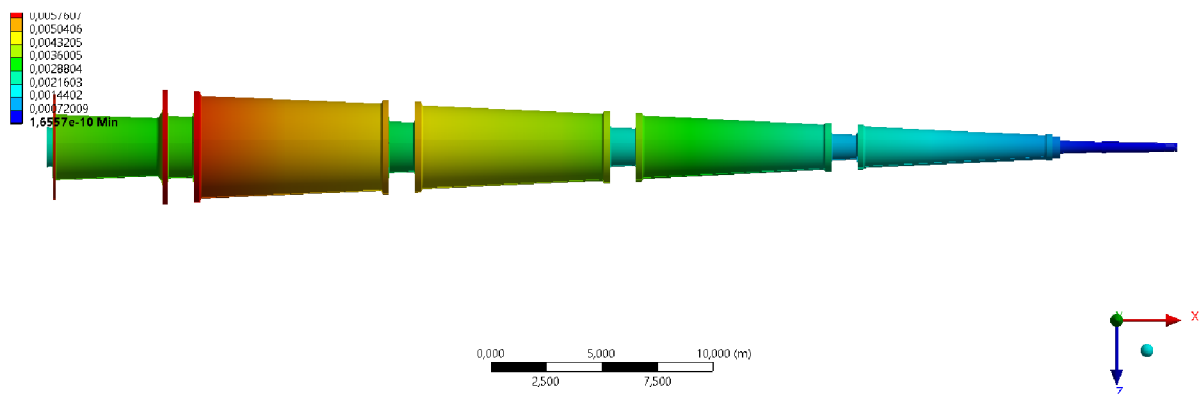
**Obrázek 7.3.:** Okrajové podmínky pro vertikální Francisovu turbínu

Dále byl také použit „Remote Displacement“ pro zamezení pohybu v axiálním směru (zamezení posuvu v ose x) a rotaci na konci hřídele. Ten byl aplikován na plochu okraje hřídele blíže ke generátoru.

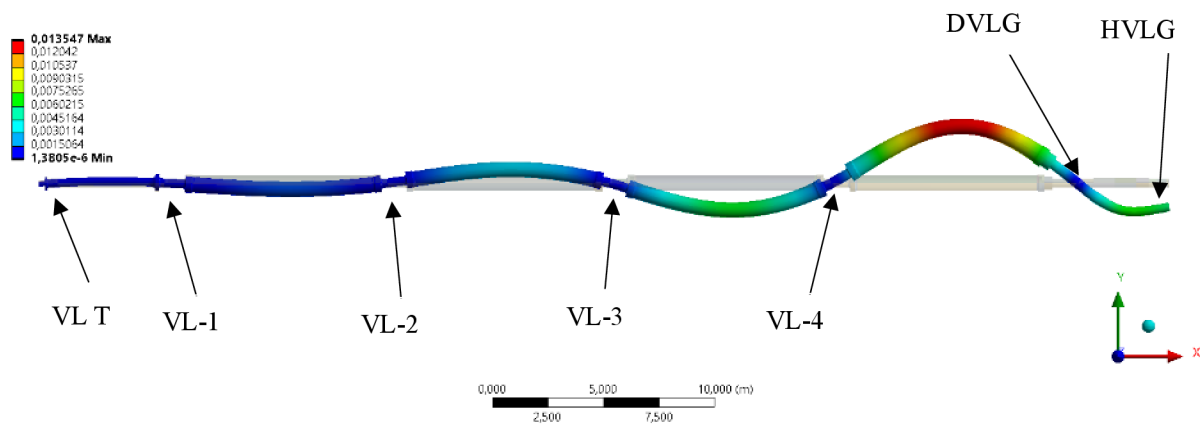
### 7.4 Výsledky modální analýzy

Výpočet byl obdobně jako v případě 1D modelu proveden s oběžným kolem s vlivem spolukmitající hmotnosti vody a bez vlivu vody na oběžné kolo. Postup vyhodnocení kritických otáček byl podrobněji popsán v kapitole 6.4, která se zabývá 1D modelem.

Na obrázku 7.4.1 je první torzní mód hřídele Francisovy vertikální turbíny a na obrázku 7.4.2 je první ohybový mód hřídele. Jedná se o tvary s vlivem spolukmitající hmotnosti vody na oběžném kole.

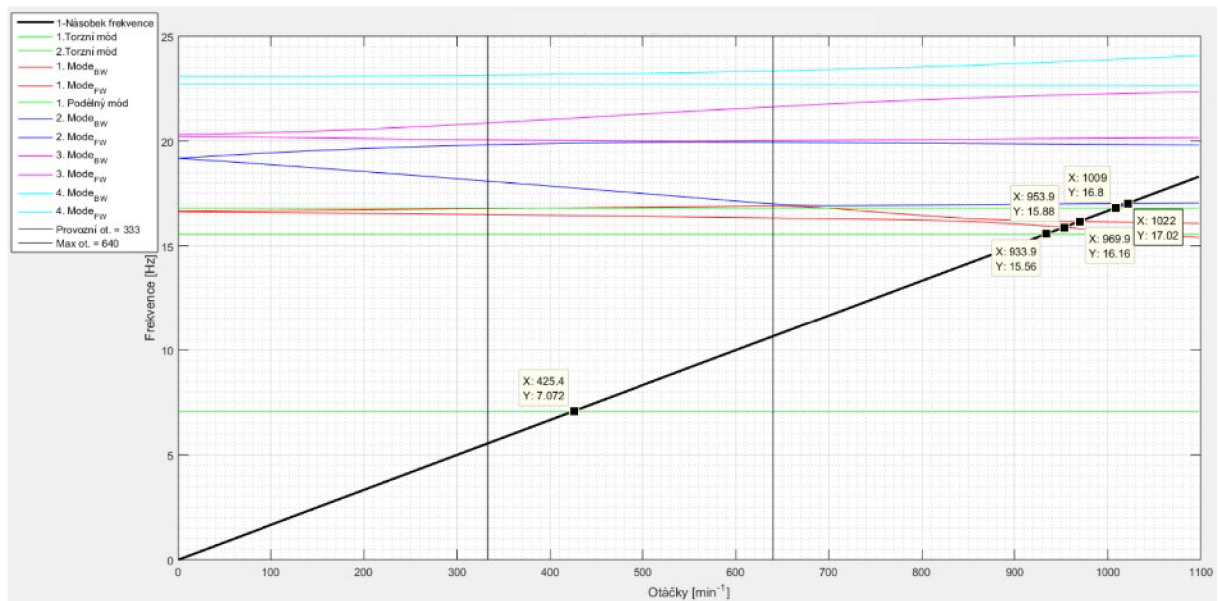


**Obrázek 7.4.1.:** 1. Torzní mód hřídele s vlivem vody

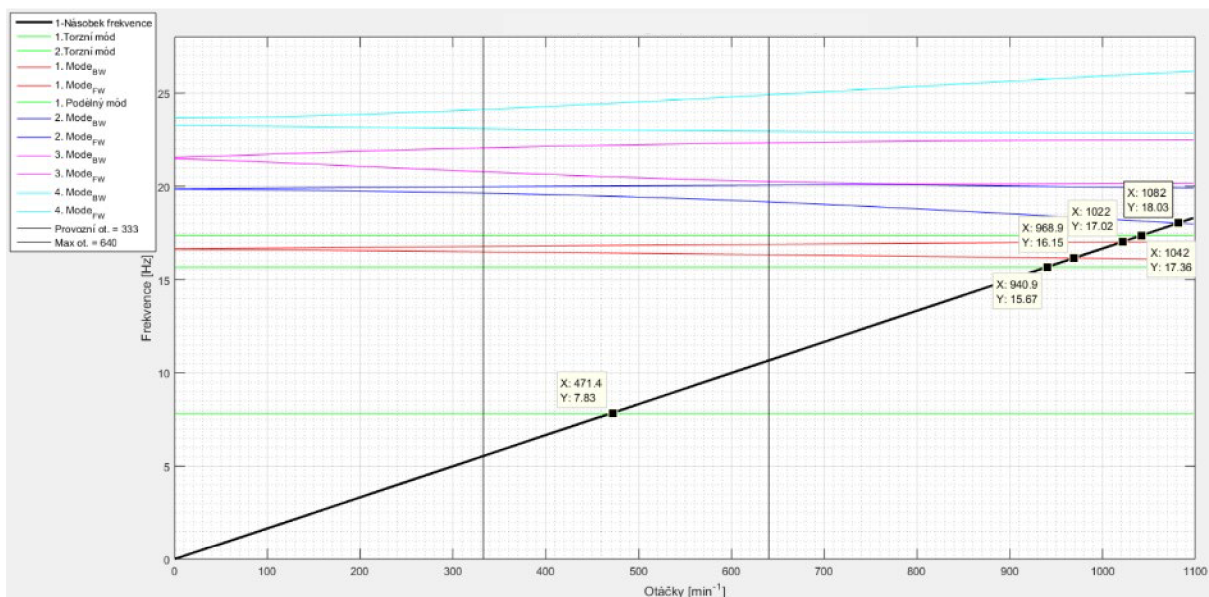


Obrázek 7.4.2.: 1. Ohybový mód s vlivem vody

Na následujících obrázcích 7.4.3 a 7.4.4 jsou znázorněny Campbellovy diagramy. V prvním případě se jedná o Campbellův diagram pro soustavu, ve které je zahrnuta spolukmitající hmotnost vody na oběžném kole. Ve druhém případě je Campbellův diagram vykreslen již bez vlivu vody na oběžné kolo turbíny.



Obrázek 7.4.3.: Campbellův diagram s vlivem vody na oběžné kolo



**Obrázek 7.4.4.:** Campbellův diagram bez vlivu vody na oběžné kolo

Z Campbellových diagramů je patrné, že jako v případě 1D modelu vliv vody snižuje vlastní frekvence. V diagramech jsou zobrazeny kritické otáčky soustavy jako průsečíky sjednonásobkem náběhové přímky. Jeden průsečík se vyskytuje mezi provozními a maximálními otáčkami. Jedná se o průsečík s torzním módem kmitání hřídele. Významné průsečíky jsou především ohybové, a ty se vyskytují daleko za maximálními otáčkami celé soustavy.

Pro přehlednost jsou průsečíky zapsány v následující tabulce.

S vlivem vody			Bez vlivu vody		
Otáčky – $n$ [ot/min]	Frekvence – $f$ [Hz]	$Tvar$ kmitání	Otáčky – $n$ [ot/min]	Frekvence – $f$ [Hz]	$Tvar$ kmitání
425,4	7,07	Torzní	471,4	7,83	Torzní
933,9	15,56	Torzní	940,9	15,67	Torzní
953,9	15,88	Ohybový	968,9	16,15	Ohybový
969,9	16,16	Ohybový	1022	17,02	Ohybový
1009	16,80	Podélný	1042	17,36	Podélný
1022	17,02	Ohybový	1082	18,03	Ohybový

**Tabulka 7.4.:** Kritické otáčky a jim odpovídající frekvence

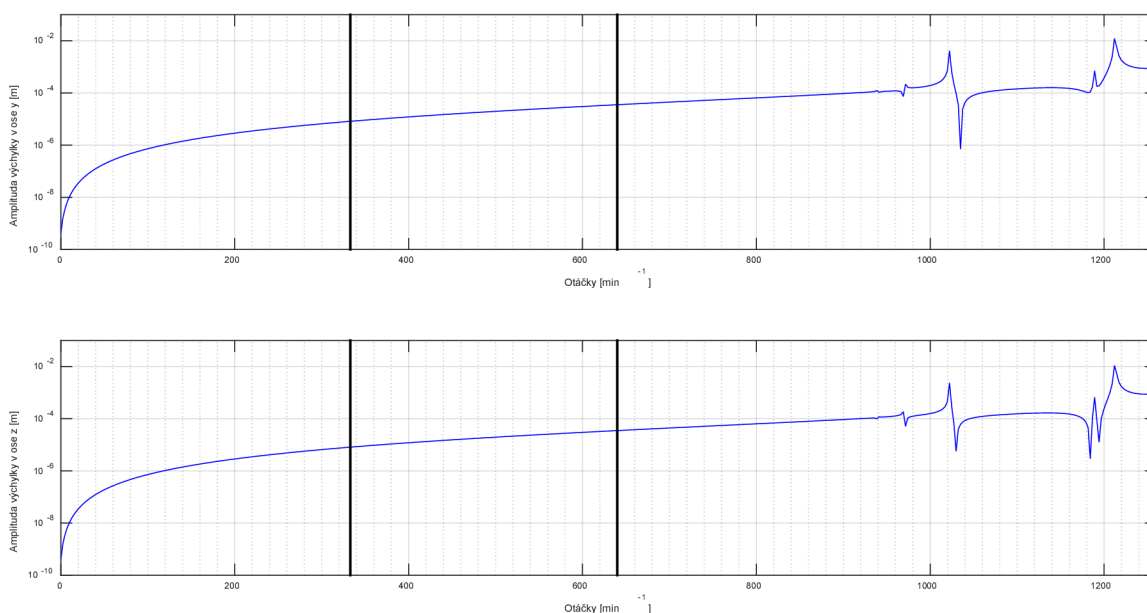
## 7.5 Výsledky z harmonické analýzy

Na základě harmonické analýzy bylo stanoveno radiální přemístění oběžného kola a generátoru. Dále bylo určeno axiální přemístění oběžného kola a axiální přemístění rotoru turbíny v místě radiálně-axiálního ložiska (HVLG). Následně byla také vykreslena silová odezva v šesti radiálních ložiscích. Jako poslední byly vykresleny orbity rozběhu soustavy v čase.



### 7.5.1 Nevývaha oběžného kola i generátoru

Stejně jako je již napsáno v kapitole 6.5.1, tak byla v prvním případě nastavena nevývaha oběžného kola a generátoru současně. Na obrázku 7.5.1 je zobrazeno radiální přemístění oběžného kola s vlivem vody. Na obrázku 7.5.2 je zobrazeno radiální přemístění generátoru. V horním případě se jedná o amplitudu výchylky v ose  $y$  a na spodním grafu je to výchylka v ose  $z$ . V grafech jsou svislými přímkami zobrazeny provozní otáčky  $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$  a maximální otáčky  $n_{max} = 640 \text{ ot/min}$ .

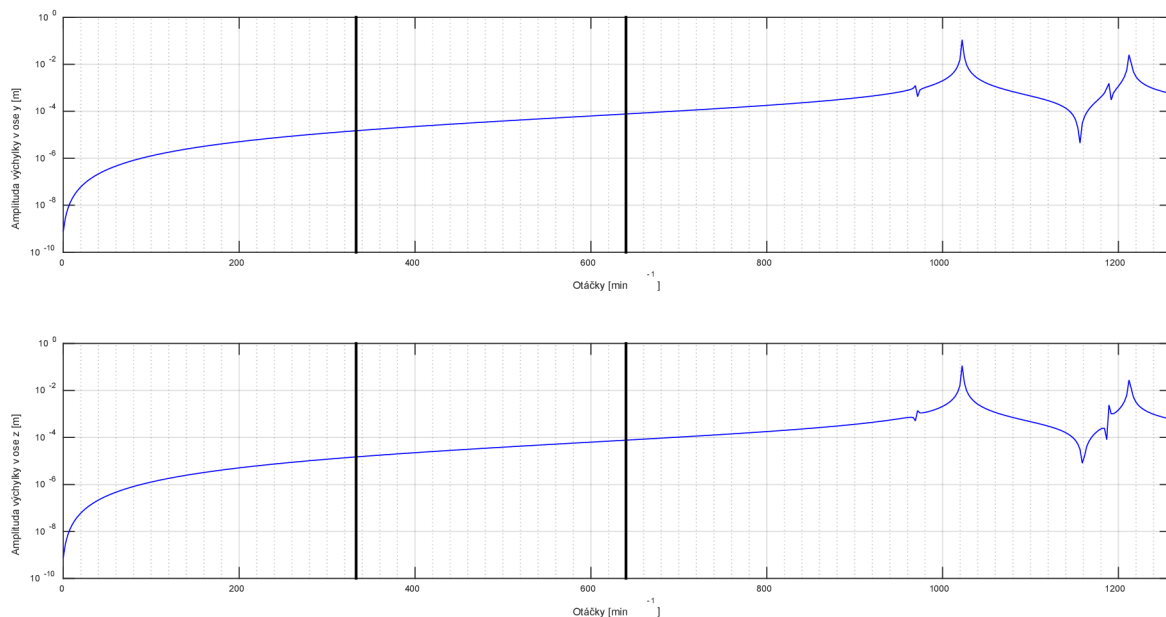


**Obrázek 7.5.1.:** Radiální přemístění oběžného kola

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky	
	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
$Osa - y$	$8,2 \mu\text{m}$	$35,5 \mu\text{m}$
$Osa - z$	$8,2 \mu\text{m}$	$35,2 \mu\text{m}$

**Tabulka 7.5.:** Velikost radiálního přemístění oběžného kola



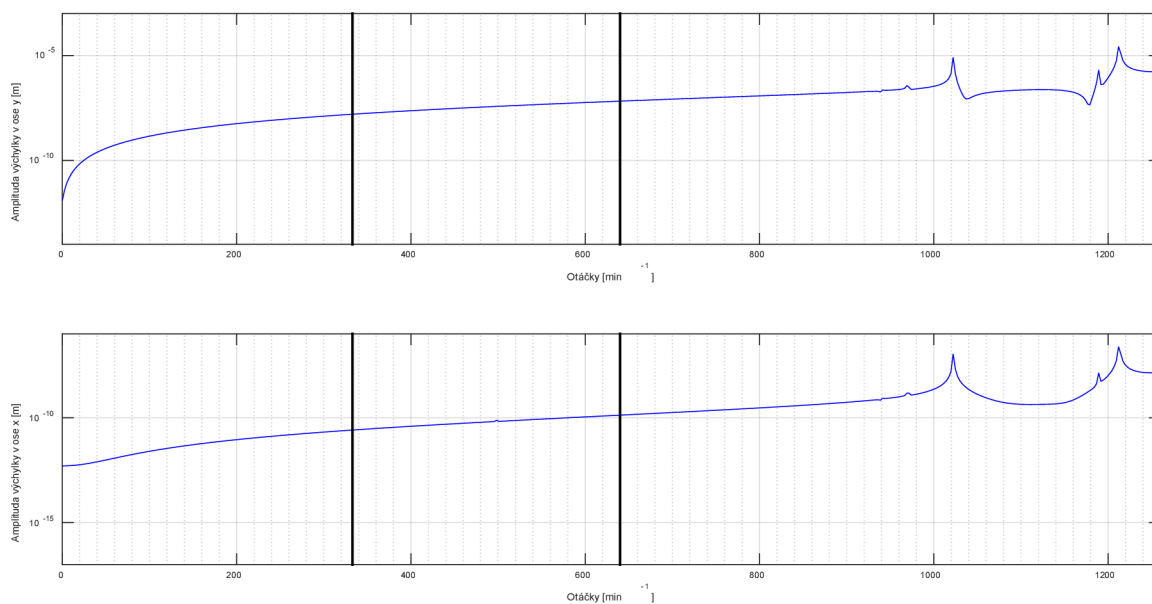
**Obrázek 7.5.2.:** Radiální přemístění generátoru

V tabulce 7.6 jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
Osa - y		14,9 $\mu\text{m}$	76,8 $\mu\text{m}$
Osa - z		14,9 $\mu\text{m}$	76,7 $\mu\text{m}$

**Tabulka 7.6.:** Velikost radiálního přemístění generátoru

Obrázek 7.5.3 zobrazuje axiální přemístění oběžného kola v horním případě a ve spodním je vyobrazeno axiální přemístění soustavy v místě radiálně-axiálního ložiska HVLG.



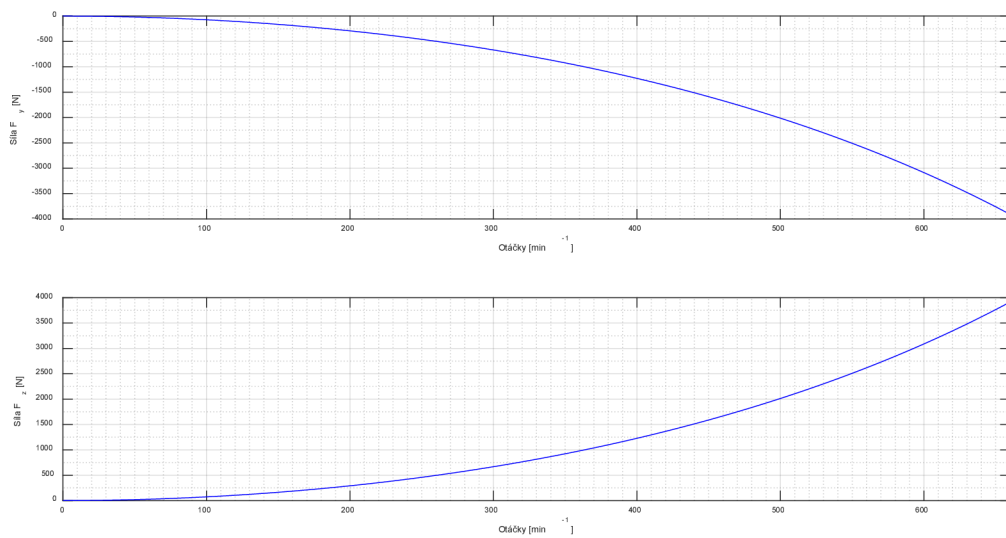
**Obrázek 7.5.3.:** Axiální přemístění oběžného kola (horní graf), ložisko HVLG (spodní graf)

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty axiální výchylky. Oproti 1D řešení jsou sice větší, ale celkově jsou velice malá. Proto je budeme také považovat za numerické nuly.

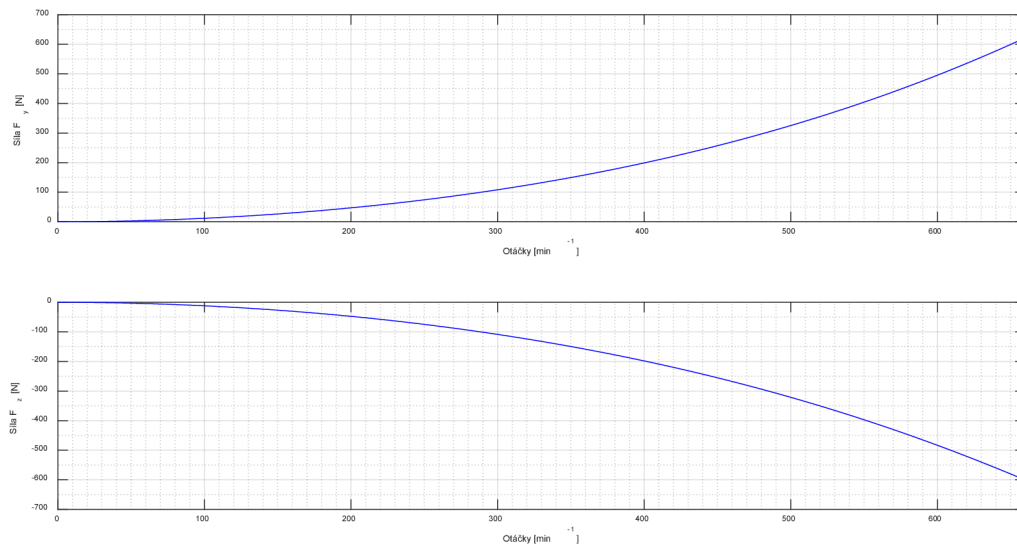
Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
Oběžné kolo	0,016 $\mu\text{m}$	0,067 $\mu\text{m}$
Ložisko HVLG	0,000026 $\mu\text{m}$	0,00013 $\mu\text{m}$

**Tabulka 7.7.:** Velikost axiálního přemístění

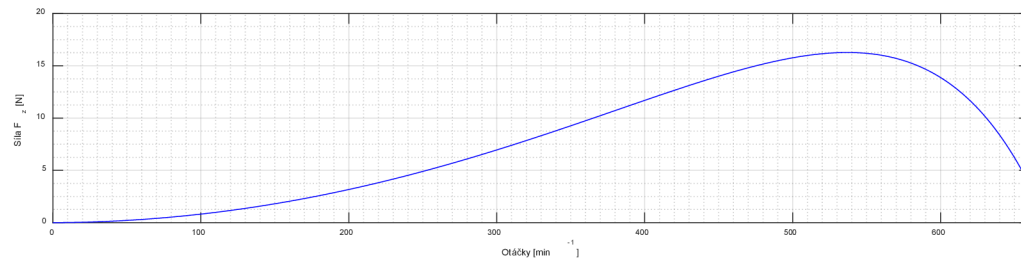
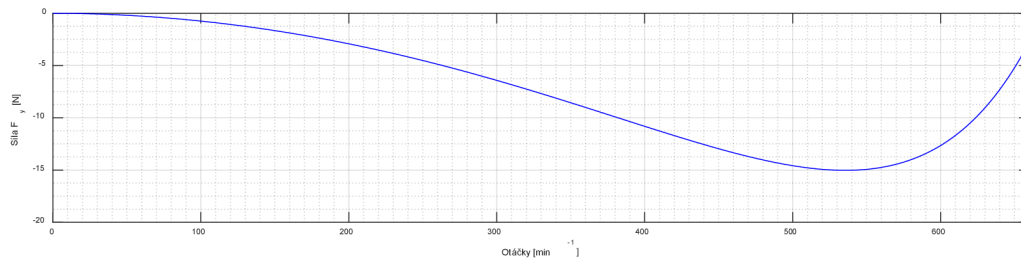
Na obrázcích 7.5.4 – 7.5.9 jsou zobrazeny silové odezvy v radiálních ložiscích (VL T, VL-1, VL-2, VL-3, VL-4, DVLG). Vždy se jedná v horním grafu o silovou odezvu v ose  $y - F_y$  a ve spodním grafu v ose  $z - F_z$ .



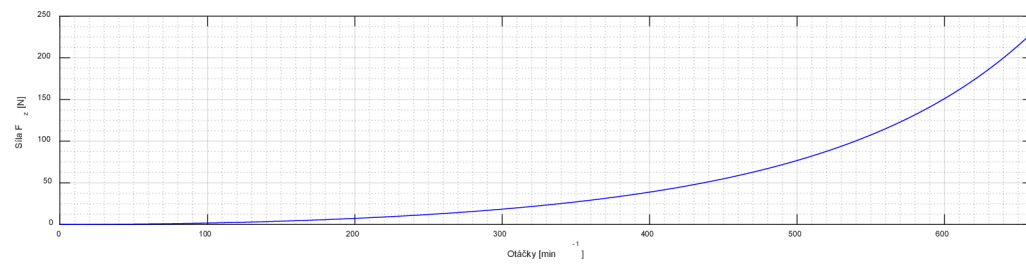
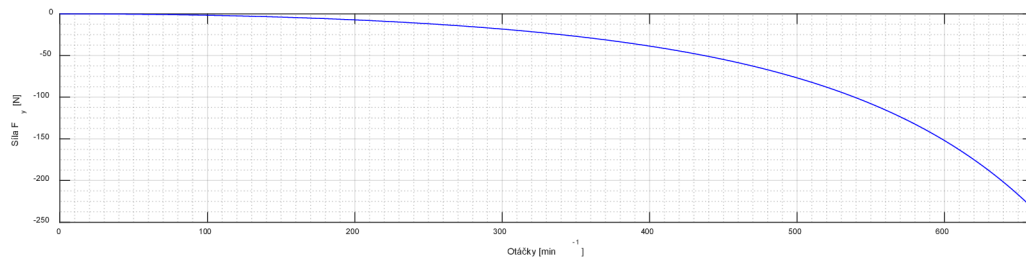
**Obrázek 7.5.4.:** Silová odezva v ložisku VL T



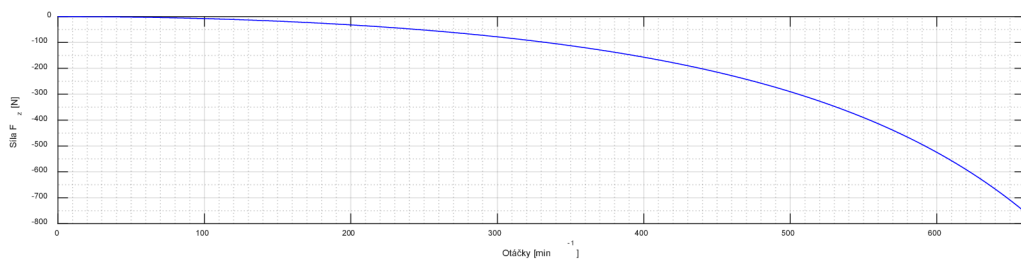
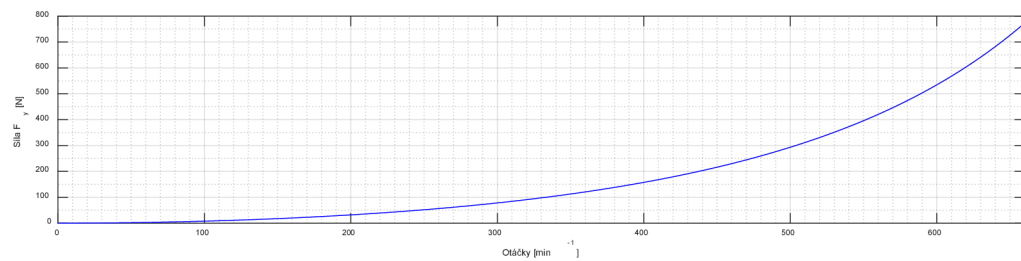
**Obrázek 7.5.5.:** Silová odezva v ložisku VL-1



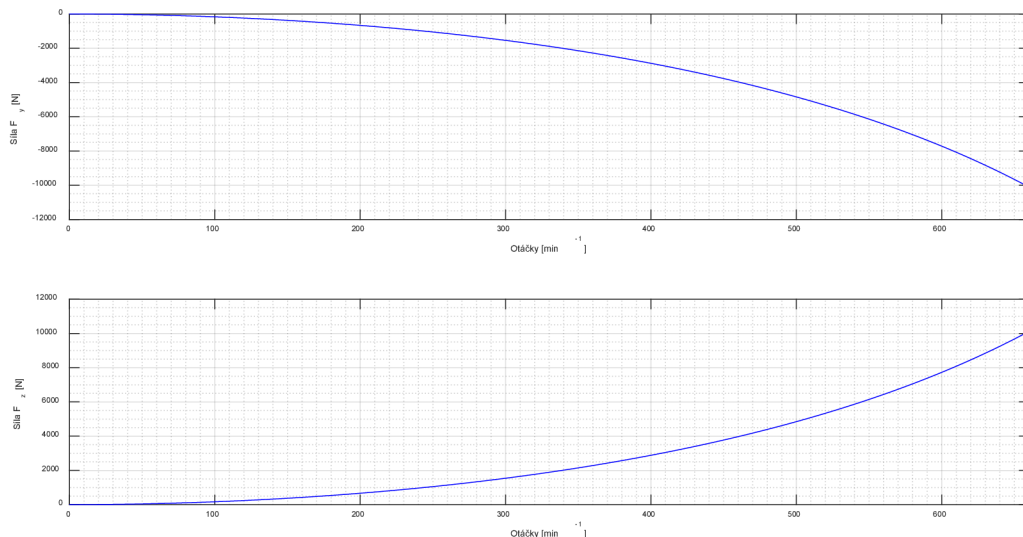
**Obrázek 7.5.6.:** Silová odezva v ložisku VL-2



**Obrázek 7.5.7.:** Silová odezva v ložisku VL-3



**Obrázek 7.5.8.:** Silová odezva v ložisku VL-4



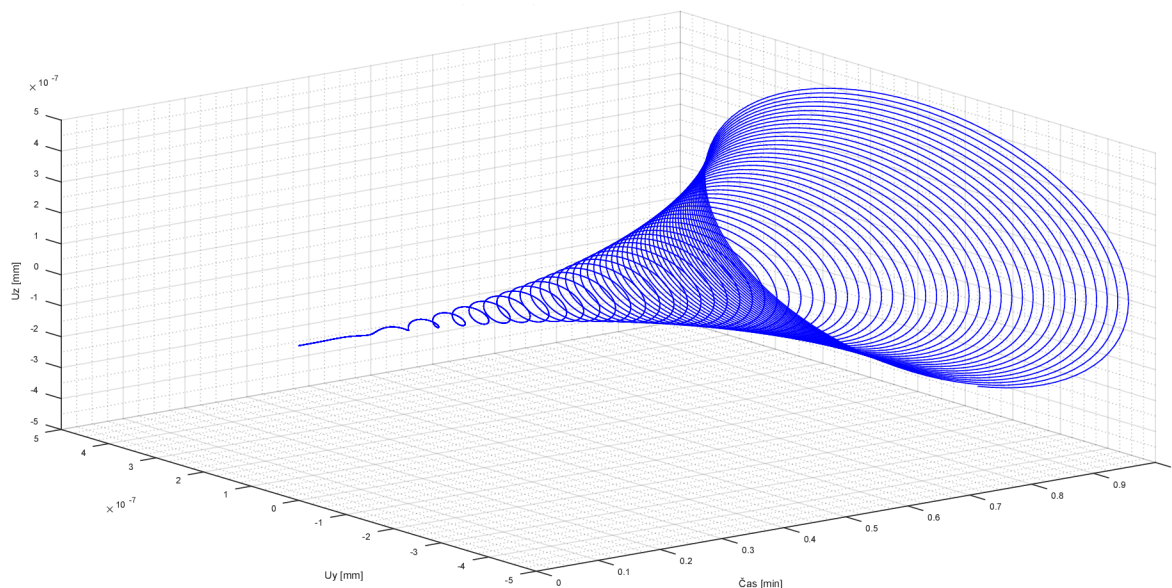
**Obrázek 7.5.9.:** Silová odezva v ložisku DVLG

V tabulce 7.8 jsou zapsány velikosti sil v odpovídajících směrech pro jednotlivá ložiska. Velikosti sil nejsou velké. Je to dáno také vertikálním uložením hřídele. Zde je patrné, že velikosti sil jsou vyšší poblíž nastavení nevyvah, a to konkrétně v blízkosti oběžného kola u ložiska VL T a v blízkosti generátoru u ložiska DVLG.

Ložisko	Otáčky		
	Směr síly	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
VL T	$F_y$	833 N	3641 N
	$F_z$	833 N	3637 N
VL-1	$F_y$	135 N	580 N
	$F_z$	135 N	563 N
VL-2	$F_y$	7,8 N	7,0 N
	$F_z$	8,5 N	8,1 N
VL-3	$F_y$	23,8 N	204 N
	$F_z$	23,9 N	202 N
VL-4	$F_y$	100 N	688 N
	$F_z$	100 N	673 N
DVLG	$F_y$	1930 N	9296 N
	$F_z$	1931 N	9306 N

**Tabulka 7.8.:** Silová odezva v ložiscích

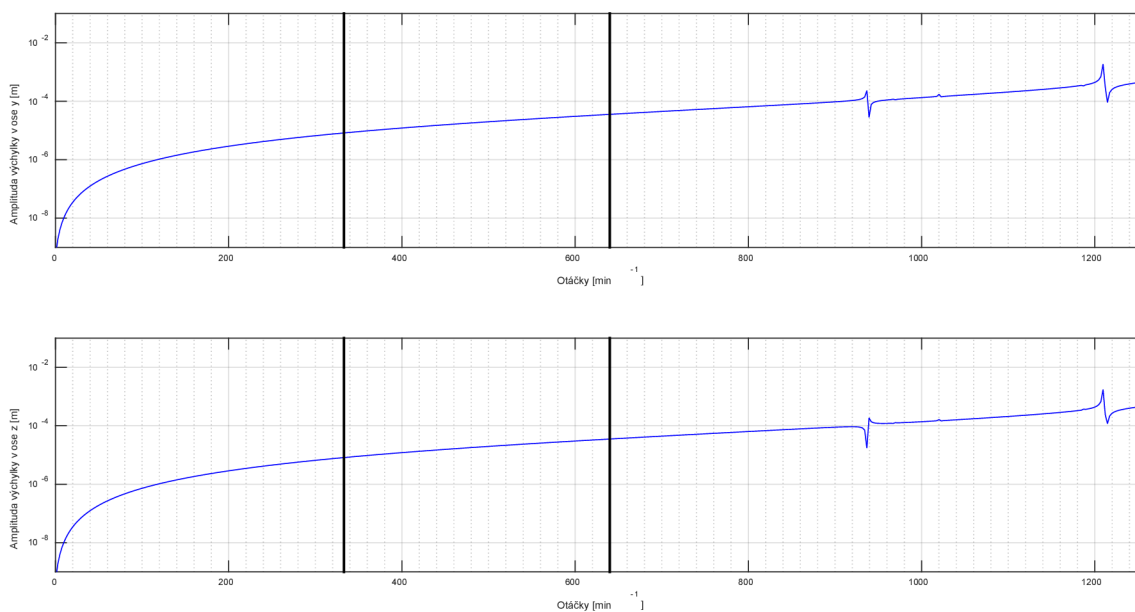
Na následujícím obrázku 7.5.10 jsou zobrazeny orbity oběžného kola při rozběhu rotorové soustavy od 0 – 700  $\text{ot/min}$  v čase jedné minuty.



**Obrázek 7.5.10.:** Vykreslení orbity rozběhu oběžného kola rotorové soustavy

## 7.5.2 Nevývaha oběžného kola

Stejně jako již bylo napsáno v kapitole 6.6.2, tak v tomto případě byla nastavena nevývaha pouze na oběžné kolo turbíny. Na obrázku 7.5.11 je zobrazeno radiální přemístění oběžného kola s vlivem spolukmitající hmotnosti vody. Na obrázku 7.5.12 je vyobrazeno radiální přemístění generátoru. Stejně jako v předchozí kapitole je v horním grafu vykreslena amplituda výchylky v ose  $y$  a na spodním grafu je to výchylka v ose  $z$ . V grafech jsou svislými přímkami znázorněny provozní otáčky  $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$  a maximální otáčky  $n_{max} = 640 \text{ ot/min}$ .

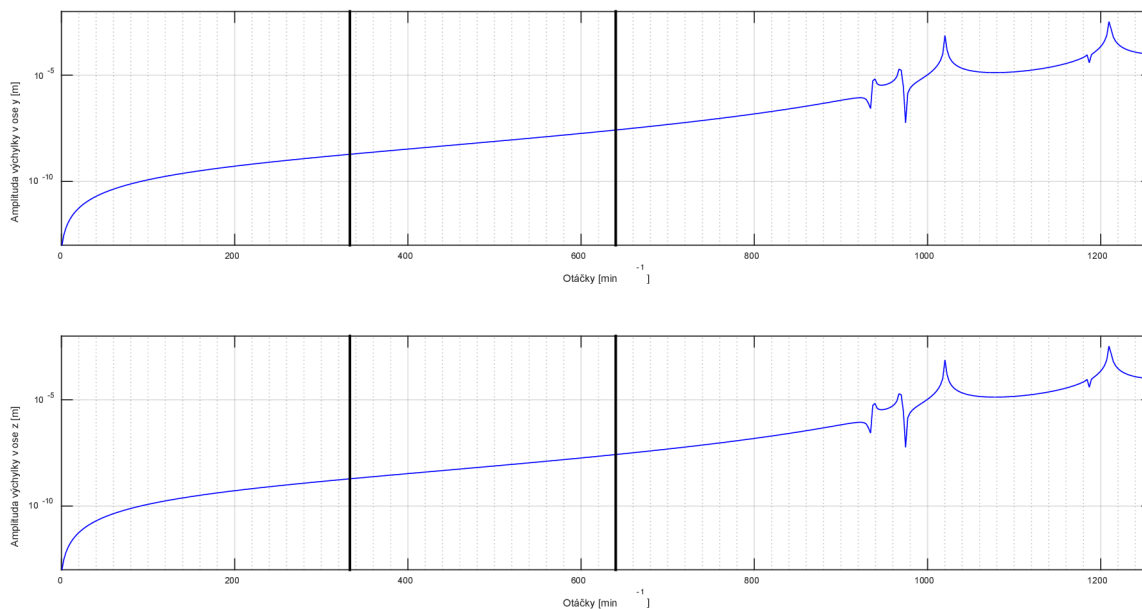


**Obrázek 7.5.11.:** Radiální přemístění oběžného kola

V tabulce 7.9 jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
Osa - y	$8,2 \mu\text{m}$	$35,8 \mu\text{m}$
Osa - z	$8,2 \mu\text{m}$	$35,4 \mu\text{m}$

**Tabulka 7.9.:** Velikost radiálního přemístění oběžného kola



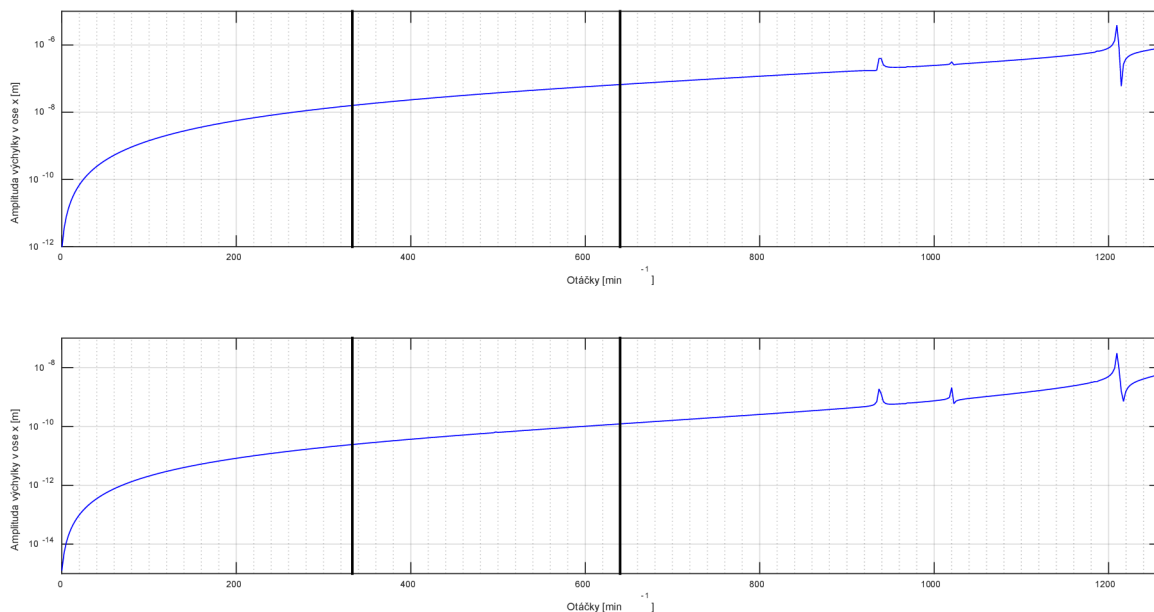
**Obrázek 7.5.12.:** Radiální přemístění generátoru

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
Osa - y	$0,0019 \mu\text{m}$	$0,027 \mu\text{m}$
Osa - z	$0,0019 \mu\text{m}$	$0,027 \mu\text{m}$

**Tabulka 7.10.:** Velikost radiálního přemístění generátoru

Na obrázku 7.5.13 je zobrazeno axiální přemístění oběžného kola a axiální přemístění soustavy v místě radiálně-axiálního ložiska HVLG.



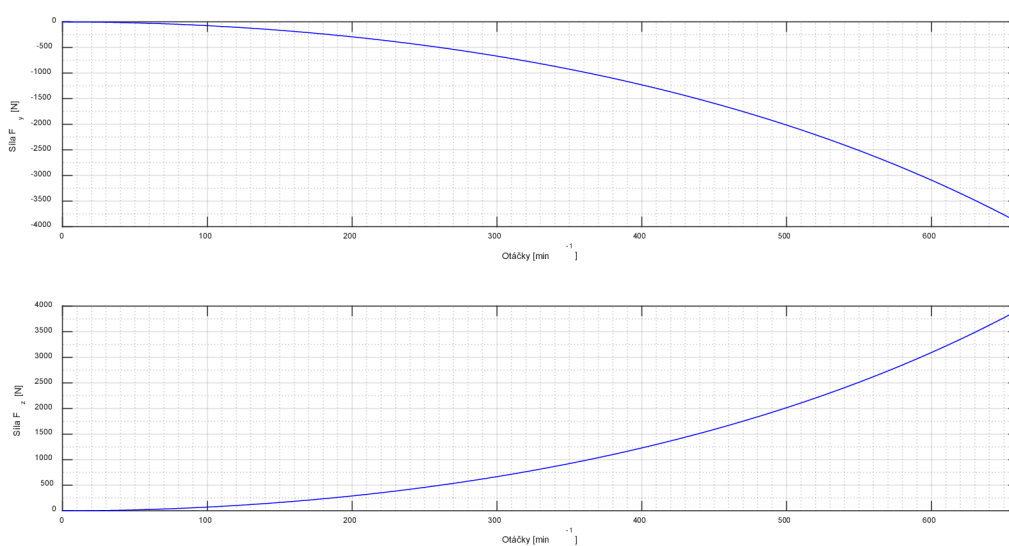
**Obrázek 7.5.13.:** Axiální přemístění oběžného kola (horní graf), ložisko HVLG (spodní graf)

V tabulce 7.11 jsou zapsány hodnoty axiální výchylky. Oproti 1D řešení jsou sice větší, ale celkově jsou velice malá. Proto je budeme také považovat za numerické nuly.

Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
Oběžné kolo	0,016 μm	0,068 μm
Ložisko HVLG	0,000024 μm	0,00012 μm

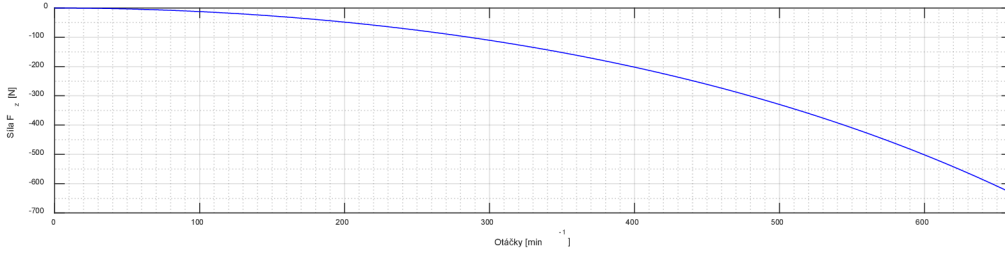
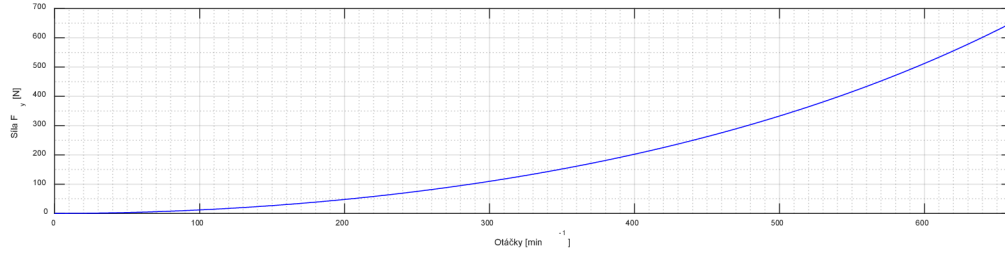
**Tabulka 7.11.:** Velikost axiálního přemístění

Silové odezvy z radiálních ložisek jsou zobrazeny na obrázcích 7.5.14 – 7.5.19.

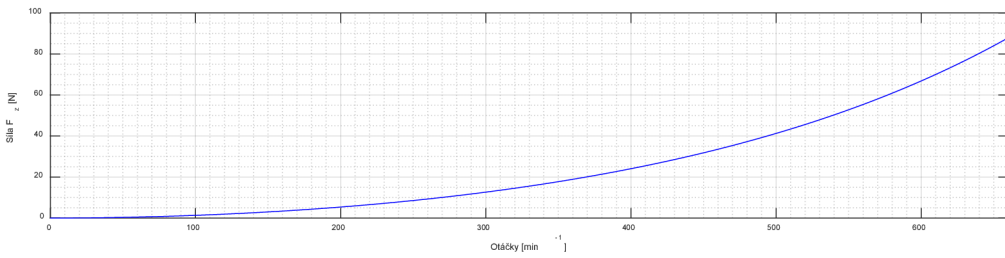
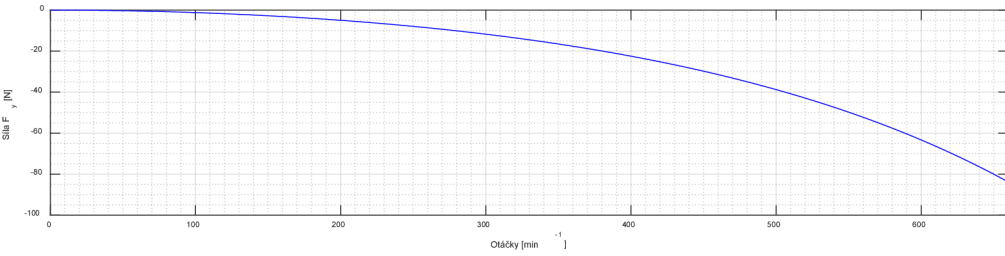


**Obrázek 7.5.14.:** Silová odezva v ložisku VL T

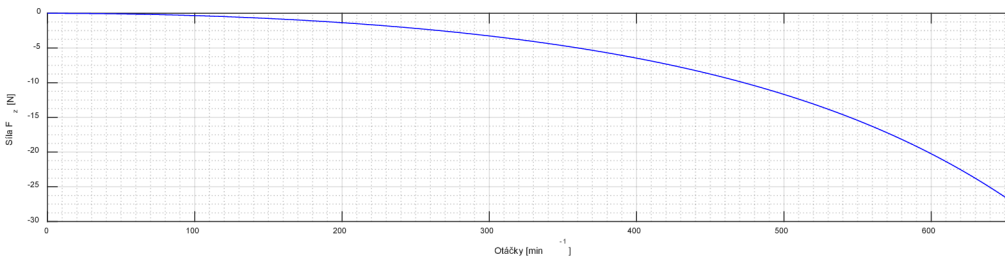
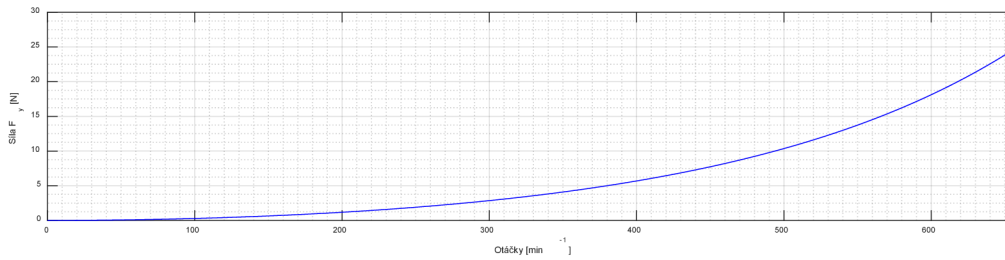




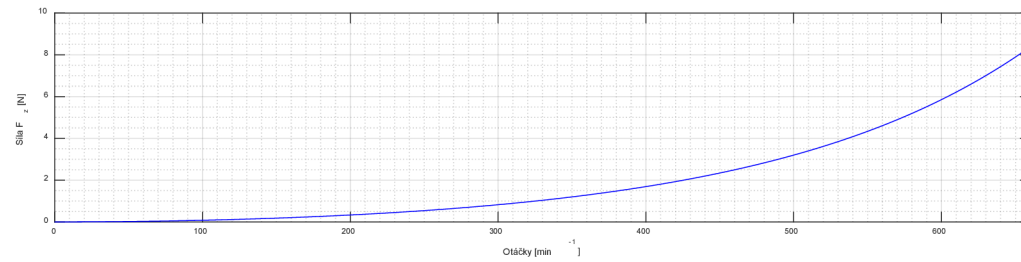
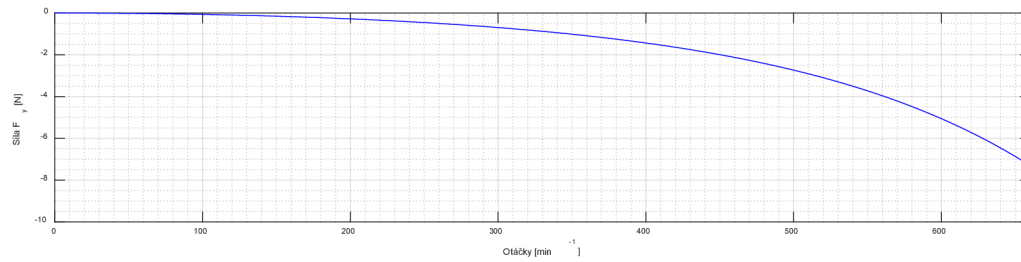
**Obrázek 7.5.15.: Silová odezva v ložisku VL-1**



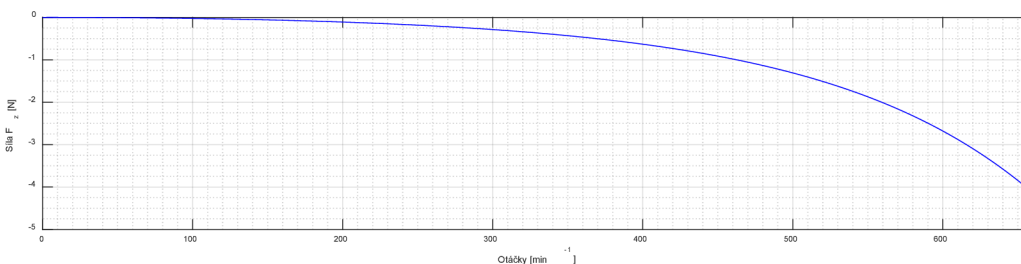
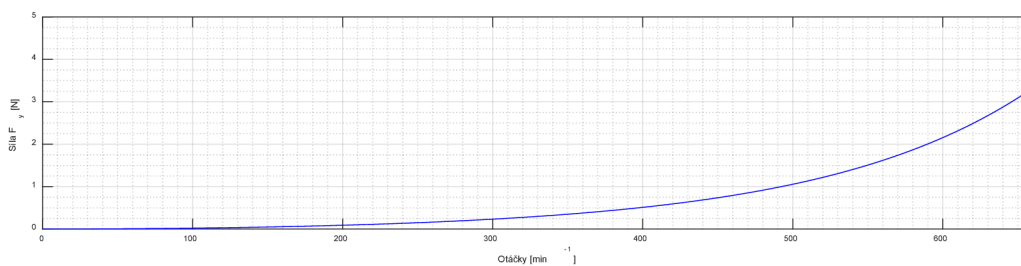
**Obrázek 7.5.16.: Silová odezva v ložisku VL-2**



**Obrázek 7.5.17.: Silová odezva v ložisku VL-3**



**Obrázek 7.5.18.: Silová odezva v ložisku VL-4**



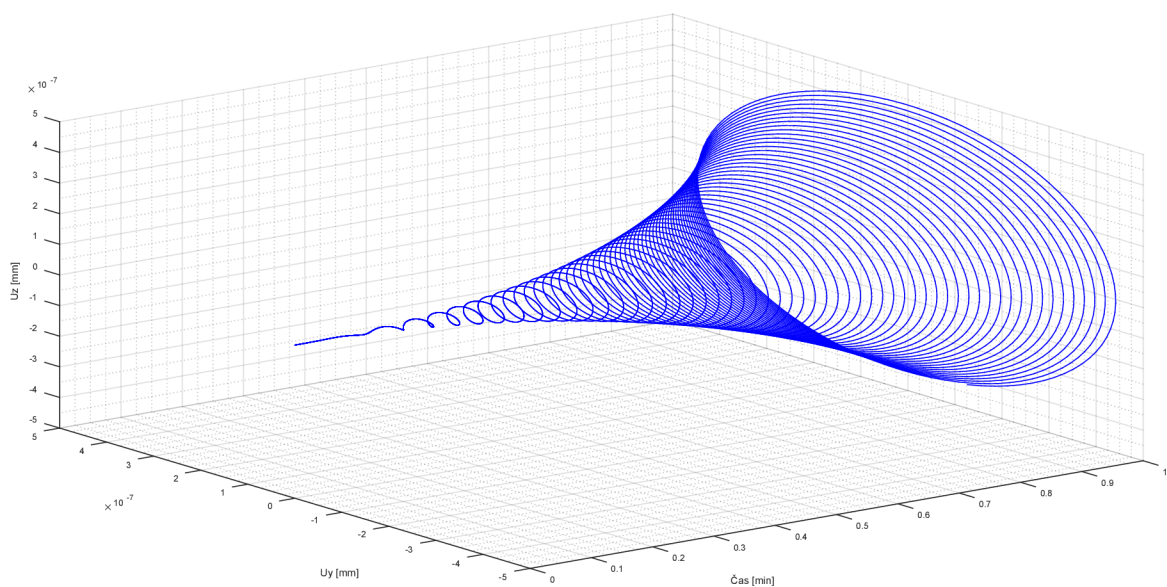
**Obrázek 7.5.19.: Silová odezva v ložisku DVLG**

V následující tabulce jsou zapsány velikosti sil v odpovídajících směrech pro jednotlivá ložiska. Z hodnot je patrné, že hodnoty sil jsou vyšší v ložiscích, která jsou blíž oběžnému kolu, na které byla nastavena nevývaha. Velikosti sil v ložiscích klesá se vzdáleností od oběžného kola.

Ložisko	Otáčky		
	Směr síly		
VL T	$F_y$	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
	$F_z$	833 N	3647 N
VL-1	$F_y$	834 N	3643 N
	$F_z$	137 N	605 N
VL-2	$F_y$	137 N	589 N
	$F_z$	14,8 N	76,9 N
VL-3	$F_y$	15,9 N	80,8 N
	$F_z$	3,7 N	22,7 N
VL-4	$F_y$	4,2 N	25,3 N
	$F_z$	0,9 N	6,5 N
DVLG	$F_y$	1,1 N	7,5 N
	$F_z$	0,3 N	2,9 N
	$F_y$	0,4 N	3,6 N
	$F_z$		

**Tabulka 7.12.:** Silová odezva v ložiscích

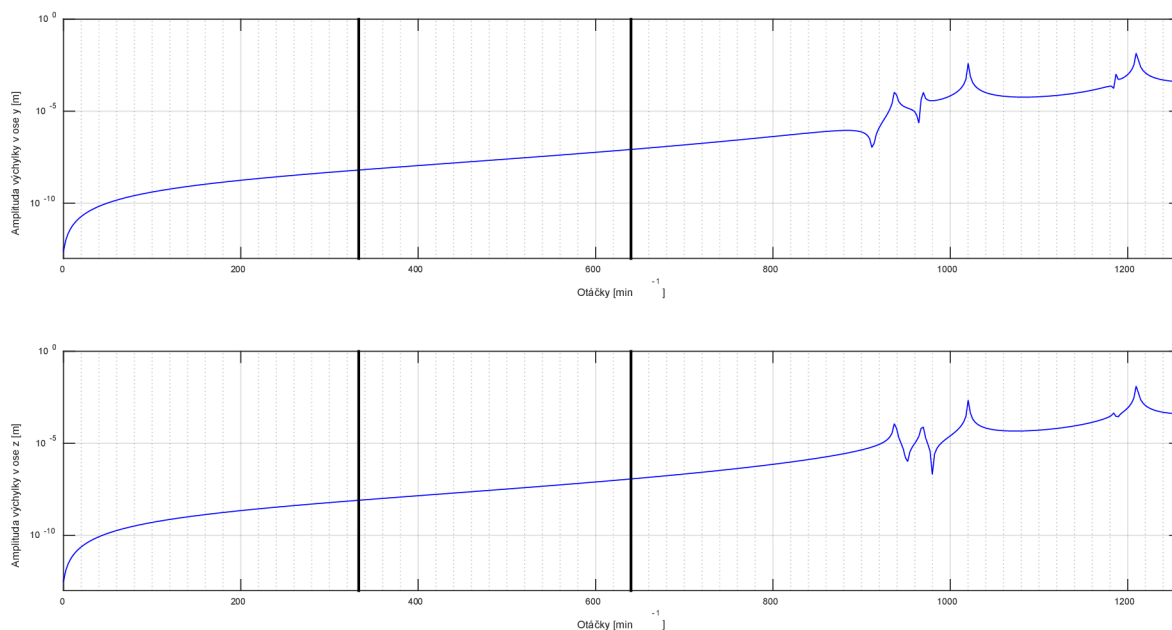
Na obrázku 7.5.20 jsou zobrazeny orbity oběžného kola při rozběhu rotorové soustavy v rozsahu 0 – 700  $ot/min$  v čase jedné minuty.



**Obrázek 7.5.20.:** Vykreslení orbity rozběhu oběžného kola rotorové soustavy

### 7.5.3 Nevývaha generátoru

Jak je napsáno v kapitole 6.6.3, tak poslední kombinace byla zadána nevývaha na generátor. Na obrázku 7.5.21 je radiální přemístění oběžného kola s vlivem vody. Na obrázku 7.5.22 je radiální přemístění generátoru. V horním grafu je vykreslena amplituda výchylky v ose  $y$  a na spodním grafu je to výchylka v ose  $z$ . V grafech jsou svislými přímkami zobrazeny provozní otáčky  $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$  a maximální otáčky  $n_{max} = 640 \text{ ot/min}$ .

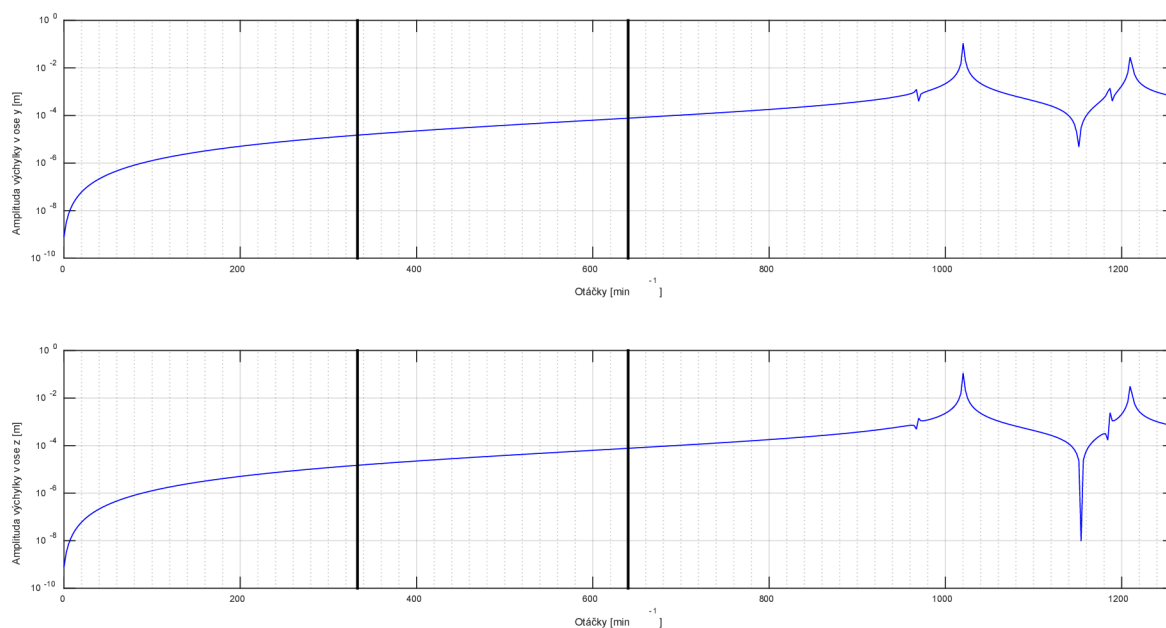


**Obrázek 7.5.21.:** Radiální přemístění oběžného kola

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
Směr výchylky		
Osa - y	0,0064 $\mu\text{m}$	0,085 $\mu\text{m}$
Osa - z	0,0082 $\mu\text{m}$	0,12 $\mu\text{m}$

**Tabulka 7.13.:** Velikost radiálního přemístění oběžného kola



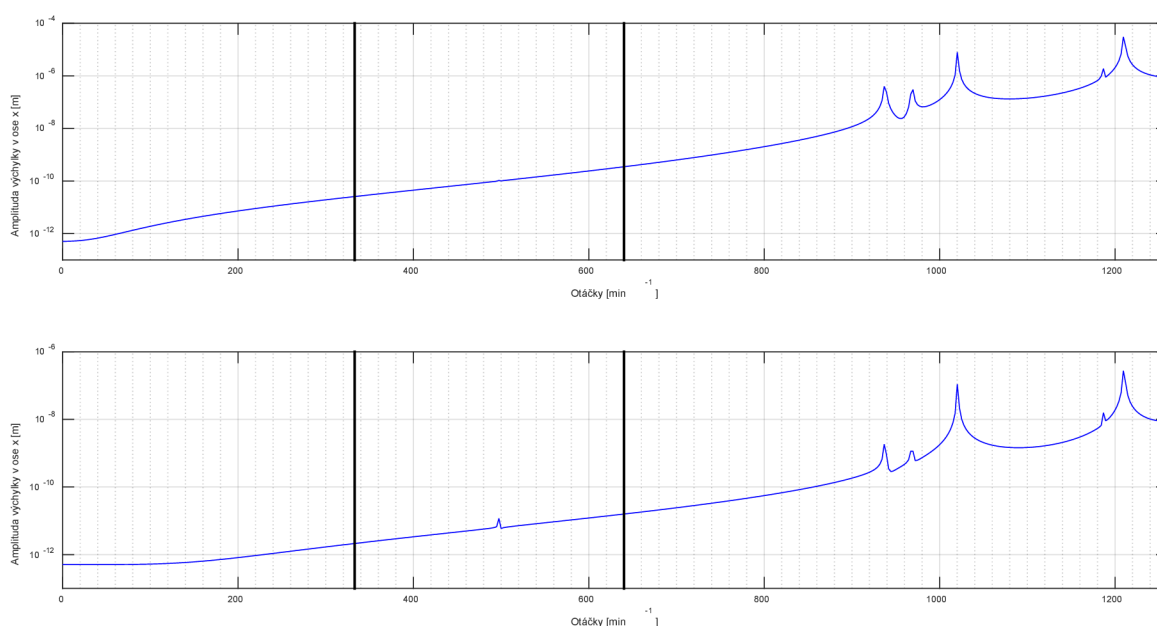
**Obrázek 7.5.22.:** Radiální přemístění generátoru

V tabulce 7.14 jsou zapsány hodnoty amplitudy výchylky pro provozní a maximální otáčky.

Směr výchylky	Otáčky $n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
<i>Osa - y</i>	14,9 $\mu\text{m}$	77,7 $\mu\text{m}$
<i>Osa - z</i>	14,9 $\mu\text{m}$	77,6 $\mu\text{m}$

**Tabulka 7.14.:** Velikost radiálního přemístění generátoru

Na obrázku 7.5.23 je v horním grafu axiální přemístění oběžného kola a ve spodním grafu je axiální přemístění soustavy v místě radiálně-axiálního ložiska HVLG.



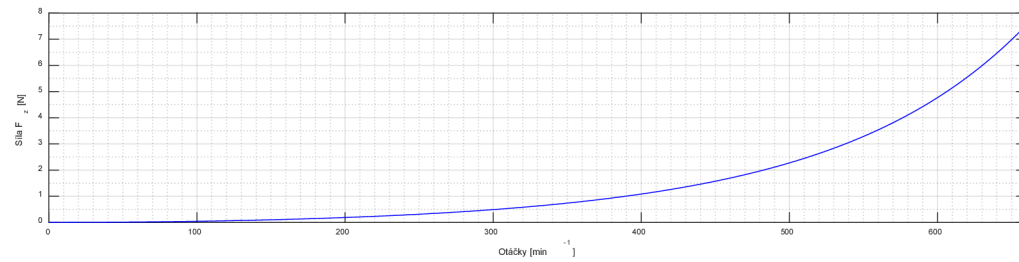
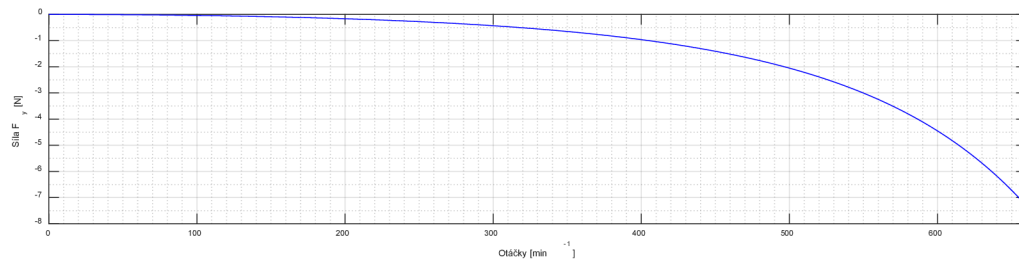
**Obrázek 7.5.23.:** Axiální přemístění oběžného kola (horní graf), ložisko HVLG (spodní graf)

V následující tabulce jsou zapsány hodnoty axiální výchylky. Oproti 1D řešení jsou sice větší, ale celkově jsou velice malá. Proto je budeme také považovat za numerické nuly.

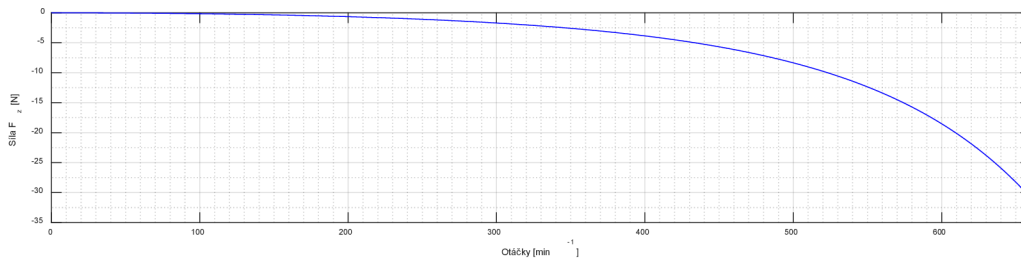
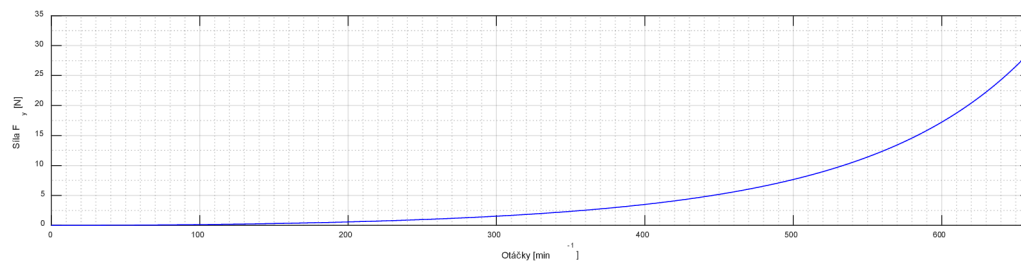
Otáčky	$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
<i>Oběžné kolo</i>	0,000026 $\mu\text{m}$	0,00035 $\mu\text{m}$
<i>Ložisko HVLG</i>	0,0000021 $\mu\text{m}$	0,000016 $\mu\text{m}$

**Tabulka 7.15.:** Velikost axiálního přemístění

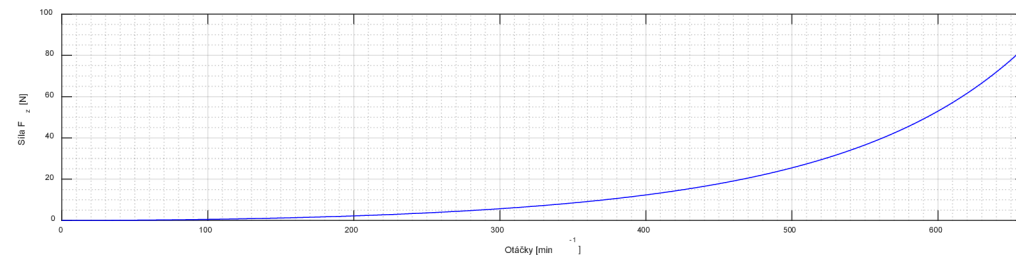
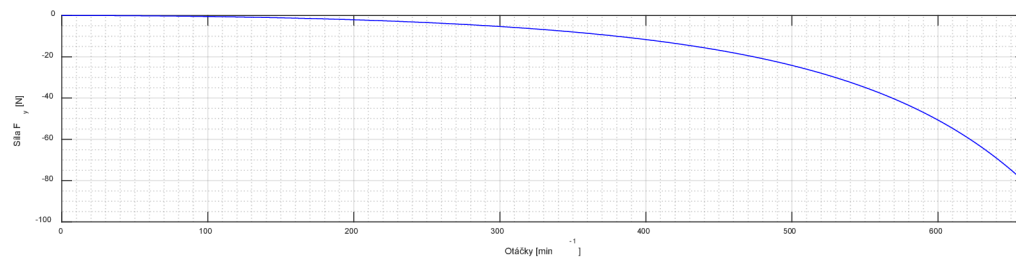
Na obrázcích 7.5.24 – 7.5.29. jsou zobrazeny silové odezvy v radiálních ložiscích.



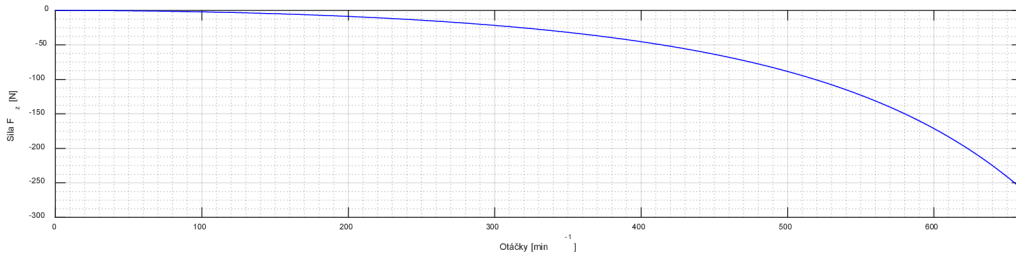
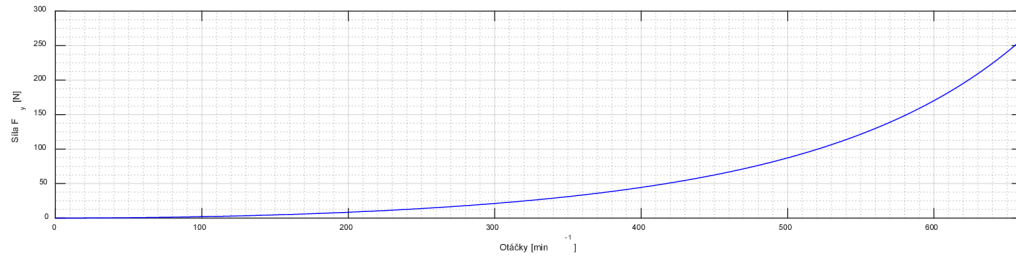
**Obrázek 7.5.24.:** Silová odezva v ložisku VL T



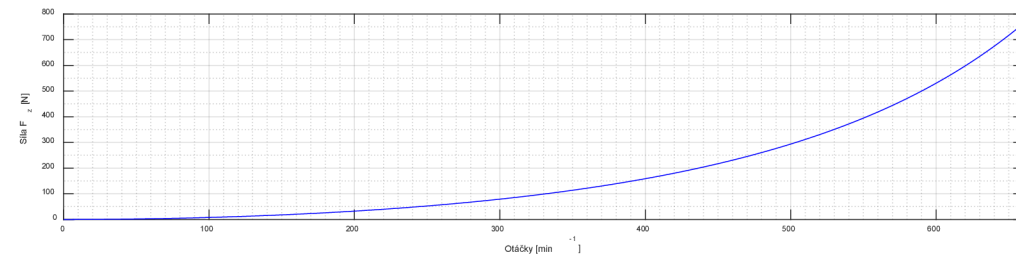
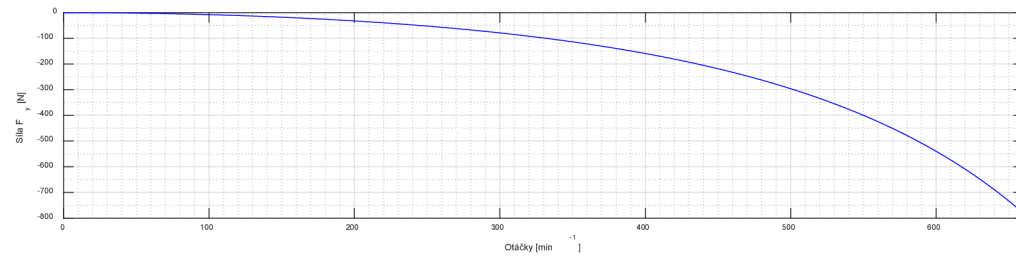
**Obrázek 7.5.25.:** Silová odezva v ložisku VL-1



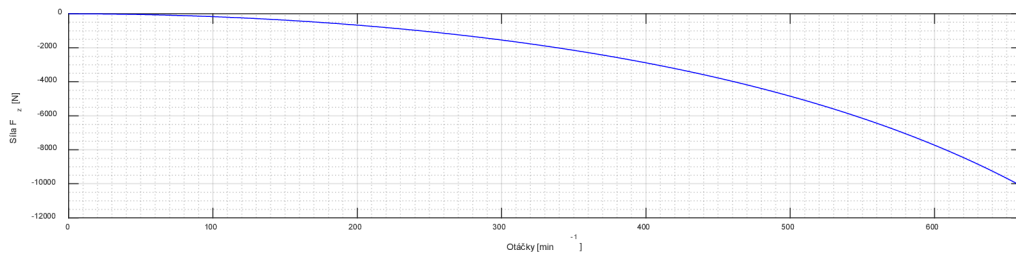
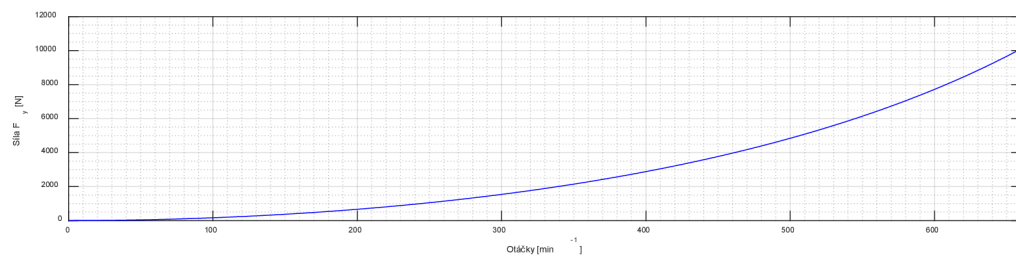
**Obrázek 7.5.26.:** Silová odezva v ložisku VL-2



**Obrázek 7.5.27.: Silová odezva v ložisku VL-3**



**Obrázek 7.5.28.: Silová odezva v ložisku VL-4**



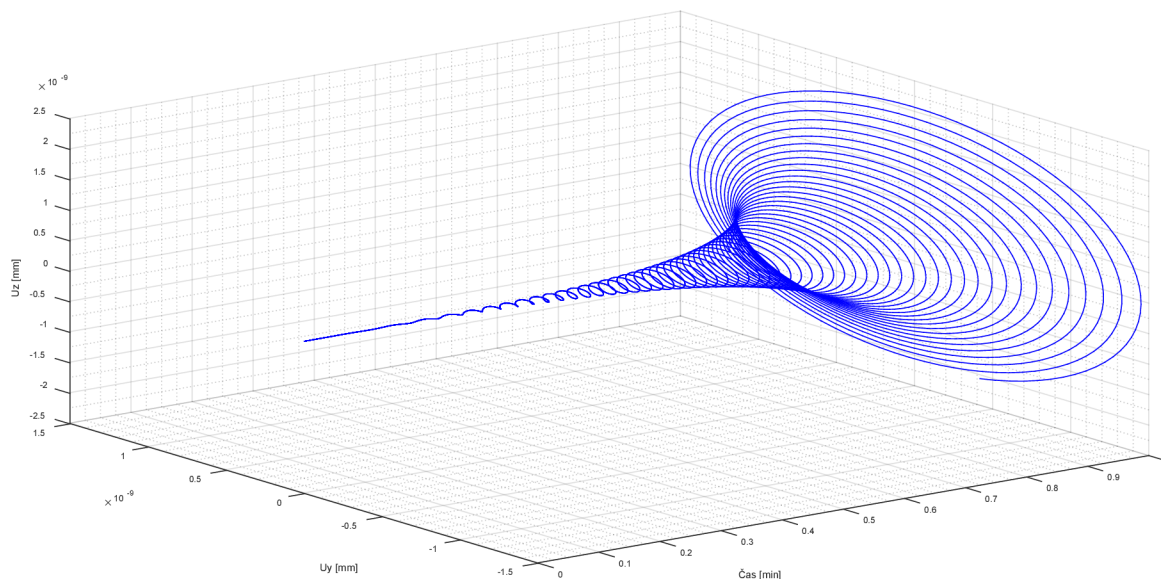
**Obrázek 7.5.29.: Silová odezva v ložisku DVLG**

V tabulce 7.16 jsou zapsány velikosti sil v odpovídajících směrech pro jednotlivá ložiska. Z hodnot je patrné, že je zde opačný efekt než u nevyváhy oběžného kola, a to hodnoty sil jsou vyšší v ložiscích, která jsou blíž generátoru, na který byla nastavena nevyváha. Velikosti sil v ložiscích tedy klesají se vzdáleností od generátoru.

Ložisko	Směr síly	Otáčky	
		$n_{prov} = 333 \text{ ot/min}$	$n_{max} = 640 \text{ ot/min}$
VL T	$F_y$	0,6 N	6,2 N
	$F_z$	0,6 N	6,5 N
VL-1	$F_y$	2,0 N	24,6 N
	$F_z$	2,3 N	26,2 N
VL-2	$F_y$	7,0 N	69,8 N
	$F_z$	8,8 N	82,3 N
VL-3	$F_y$	27,4 N	226 N
	$F_z$	28,1 N	227 N
VL-4	$F_y$	101 N	695 N
	$F_z$	101 N	680 N
DVLG	$F_y$	1931 N	9299 N
	$F_z$	1932 N	9309 N

**Tabulka 7.16.:** Silová odezva v ložiscích

V grafu 7.5.30 jsou znázorněny orbity oběžného kola pro rozběh rotorové soustavy, ve které je zahrnuta nevyváha generátoru. Otáčky se mění v rozmezí 0 – 700  $\text{ot/min}$  v čase jedné minuty.



**Obrázek 7.5.30.:** Vykreslení orbity rozběhu oběžného kola rotorové soustavy



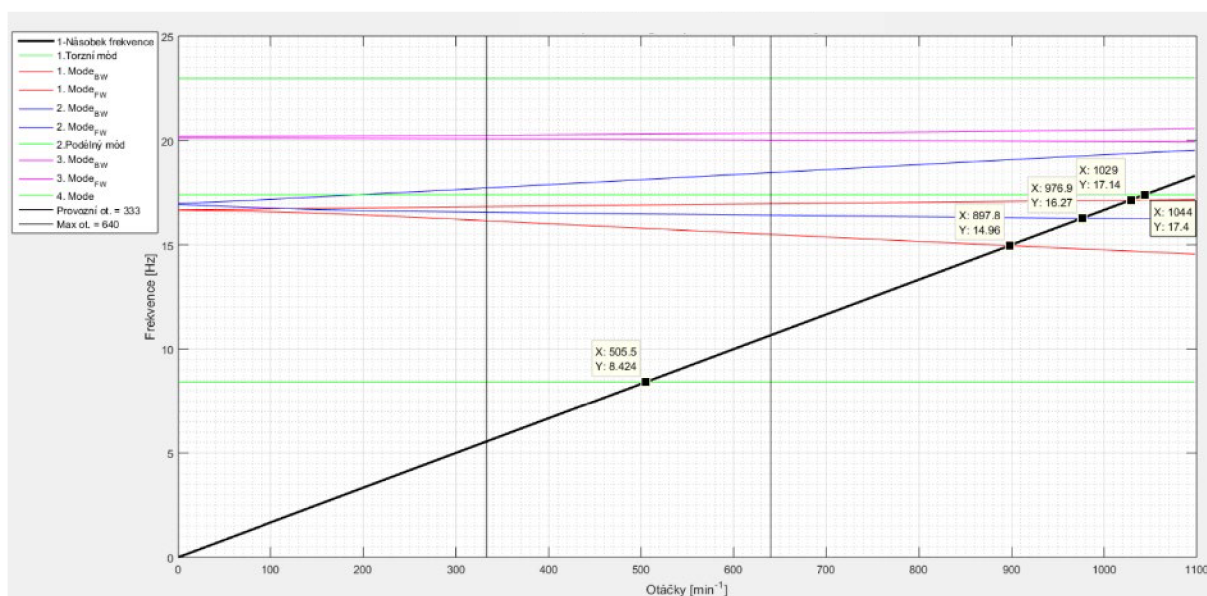
## 8 Srovnání výsledků

V následující kapitole je srovnáno řešení získaných výsledků z harmonické a modální analýzy pro model vytvořený z prutových prvků, tedy 1D těleso a model sestavený ze solid prvků, tedy 3D těleso.

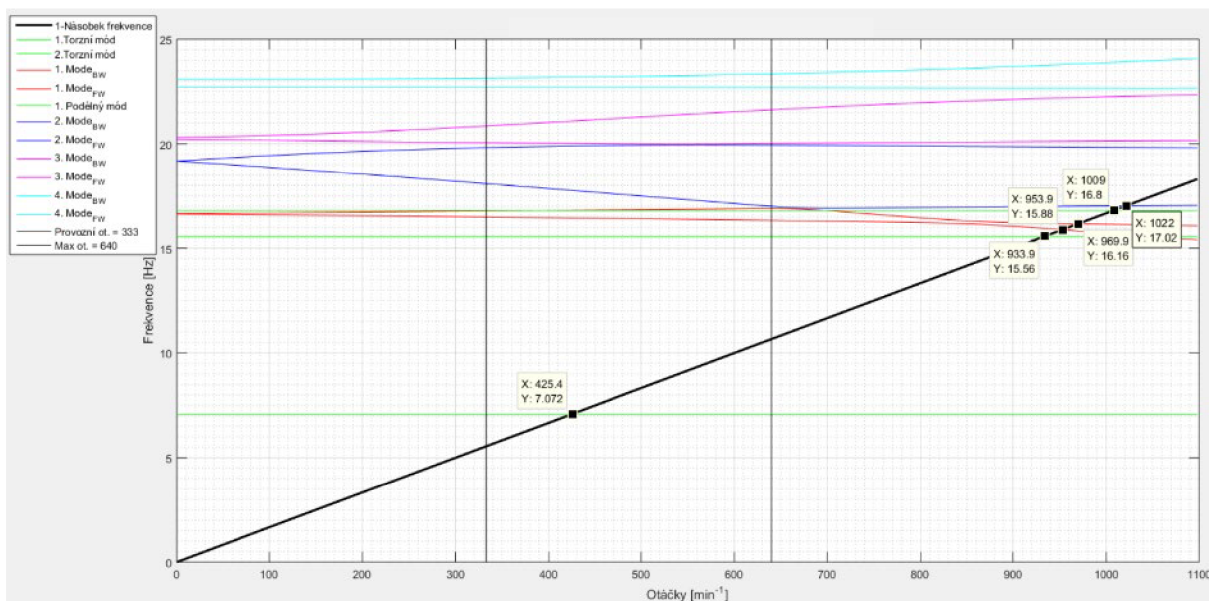
Zásadní srovnávací parametr je ve výpočetním čase. V případě 1D problému se jedná řádově maximálně dvou hodin. Ovšem v porovnání s 3D modelem to mohou být až čtyři dny. Je zde tedy vidět zásadní rozdíl časové náročnosti výpočtu při použití prutové náhrady tělesa. Dále zde také hraje velký význam v rychlosti výpočtu použitý hardware.

### 8.1 Modální analýza

Z harmonické analýzy byl vykreslen Campbellův diagram a určovány kritické otáčky. Na níže uvedených obrázcích jsou zobrazeny Campbellovy diagramy. Nejprve s vlivem hmotnosti spolukmitající vody pro 1D a 3D model a následně bez vlivu hmotnosti vody.



Obrázek 8.1.1.: Campbellův diagram s vlivem vody na oběžné kolo 1D



**Obrázek 8.1.2.:** Campbellův diagram s vlivem vody na oběžné kolo 3D

Při porovnání modelu 3D s modelem 1D, tak se charakter dopředných a zpětných precesí téměř shodují. V grafu jsou znázorněny červenou, modrou a fialovou barvou. U 3D modelu se objevil jeden torzní mód navíc, což může být způsobeno danou geometrií 3D modelu a použitím objemových prvků solid. Torzní a podélné módy kmitání jsou naznačeny zelenou barvou.

Dále jsou zde patrné odchylky ve frekvencích. Přehledně je to zapsáno v tabulce 8.1. Tyto odchylky mohou být způsobeny numerickým výpočtem v programu Ansys Workbench. Významný podíl na vzniku odchylky má použití prvků pro 1D síť a 3D síť, kde pro 1D byl použit prvek „beam“, který má v prostoru 6 deformačních parametrů, oproti prvku „solid“ použitý pro 3D těleso, který má 3 deformační parametry v jednom uzlu a zohledňuje také odstředivé síly při rotaci tělesa. Dalším parametrem pro výpočet a možné vzniknutí odchylky je kvalita vytvořené sítě na dané rozlišovací úrovni modelu.

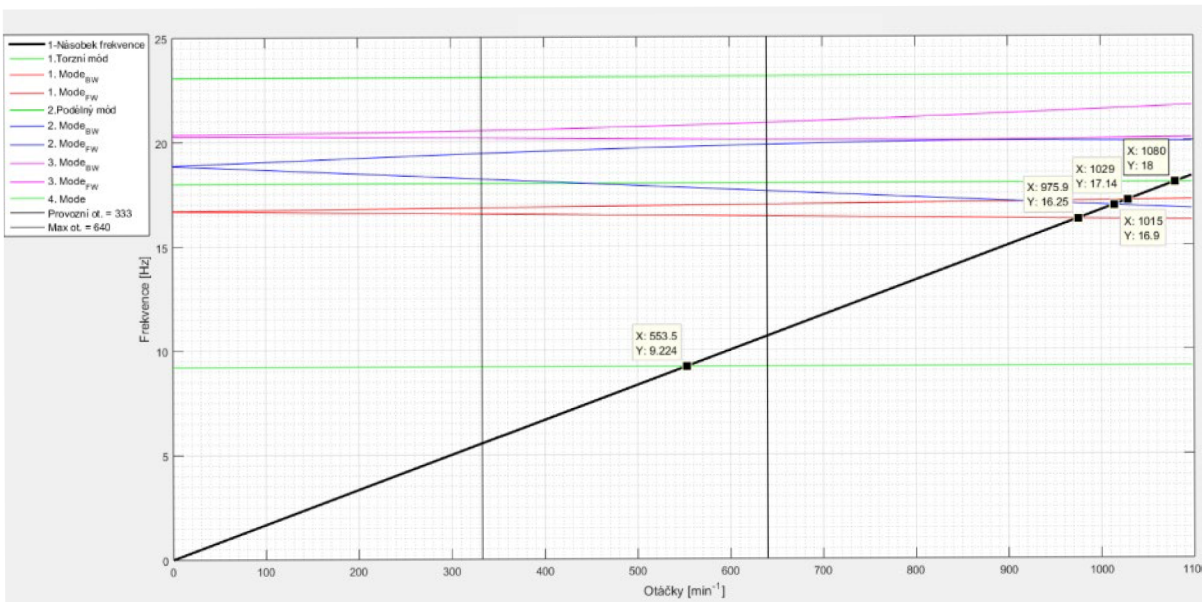
1D s vlivem vody			3D s vlivem vody		
Otáčky – $n$ [ot/min]	Frekvence – $f$ [Hz]	Tvar kmitání	Otáčky – $n$ [ot/min]	Frekvence – $f$ [Hz]	Tvar kmitání
505,5	8,424	Torzní	425,4	7,07	Torzní
			933,9	15,56	Torzní
897,8	14,96	Ohybový	953,9	15,88	Ohybový
976,9	16,27	Ohybový	969,9	16,16	Ohybový
1029	17,14	Ohybový	1009	16,80	Podélný
1044	17,40	Podélný	1022	17,02	Ohybový

**Tabulka 8.1.:** Srovnání průsečíků 1D a 3D řešené turbíny s vlivem vody

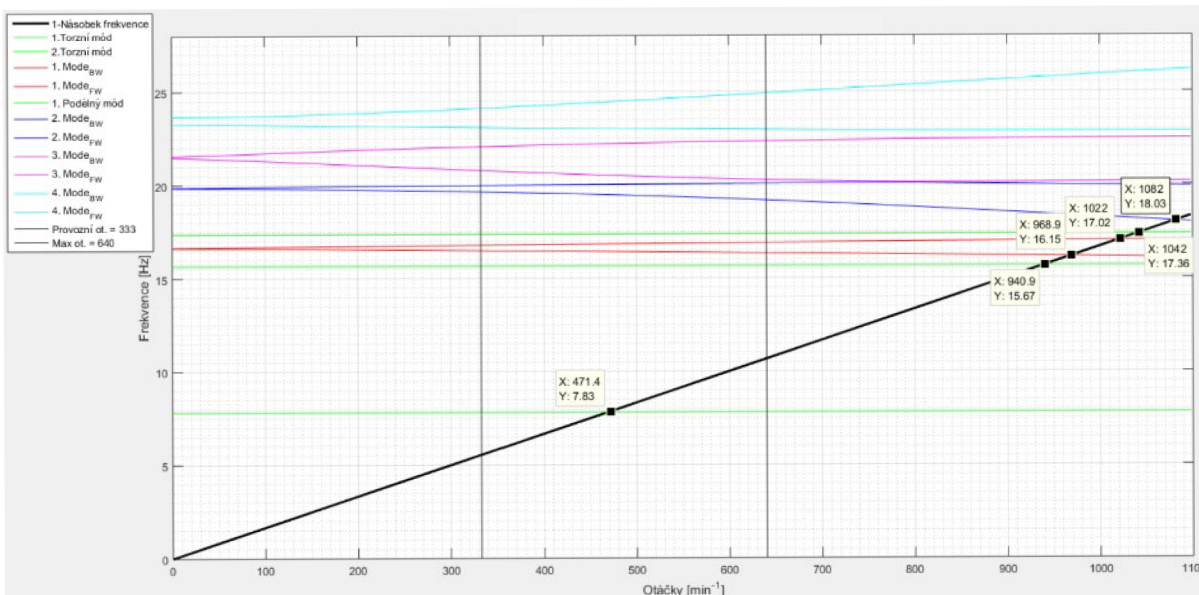
Procentuální odchylka otáček a frekvence mezi 1D a 3D modelem:

- První **torzní** mód                      16 %
- První **ohybový** mód                    6,0 %
- Druhý **ohybový** mód                    0,7 %
- Třetí **ohybový** mód                    0,7 %
- První **podélný** mód                    3,4 %

Pokud srovnáme procentuální odchylky napsané výše, tak jsou rozdíly nepatrné. U prvního torzního módu je odchylka vyšší.



**Obrázek 8.1.3.:** Campbellův diagram bez příspěvku vody na oběžné kolo 1D



**Obrázek 8.1.4.:** Campbellův diagram bez příspěvku vody na oběžné kolo 3D

Stejně jako jsou výše porovnány Campbellovy diagramy s příspěvkem hmotnosti spolukmitající vody, tak v následující tabulce je srovnání bez vlivu hmotnosti vody navíc. Pod tabulkou jsou vypsány procentuální odchylky 1D modelu od 3D modelu, které nejsou tak extrémně velké. Největší odchylka je u torzního módu.

1D bez příspěvku vody			3D bez příspěvku vody		
<i>Otáčky</i> – <i>n</i> [ot/min]	<i>Frekvence</i> – <i>f</i> [Hz]	<i>Tvar</i> kmitání	<i>Otáčky</i> – <i>n</i> [ot/min]	<i>Frekvence</i> – <i>f</i> [Hz]	<i>Tvar</i> kmitání
553,5	9,224	Torzní	471,4	7,83	Torzní
			940,9	15,67	Torzní
975,9	16,25	Ohybový	968,9	16,15	Ohybový
1015	16,90	Ohybový	1022	17,02	Ohybový
1029	17,14	Ohybový	1042	17,36	Podélný
1080	18,00	Podélný	1082	18,03	Ohybový

**Tabulka 8.2.:** Srovnání průsečíků 1D a 3D řešené turbíny s vlivem vody

Procentuální odchylka otáček a frekvence mezi 1D a 3D modelem:

- První **torzní** mód                    15 %
- První **ohybový** mód                0,7 %
- Druhý **ohybový** mód                0,7 %
- Třetí **ohybový** mód                5,2 %
- První **podélný** mód                3,5 %

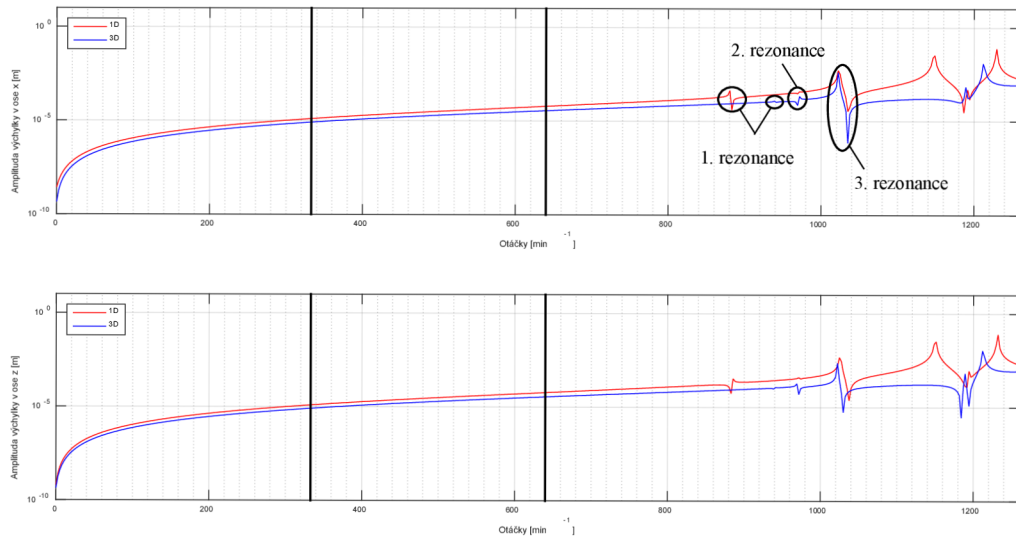
## 8.2 Harmonická analýza

V této kapitole jsou porovnány výsledky z harmonické analýzy, a to v jednotlivých grafech pro 1D model (**červenou barvou**) a pro 3D model (**modrou barvou**).

### 8.2.1 Nevývaha oběžného kola a generátoru

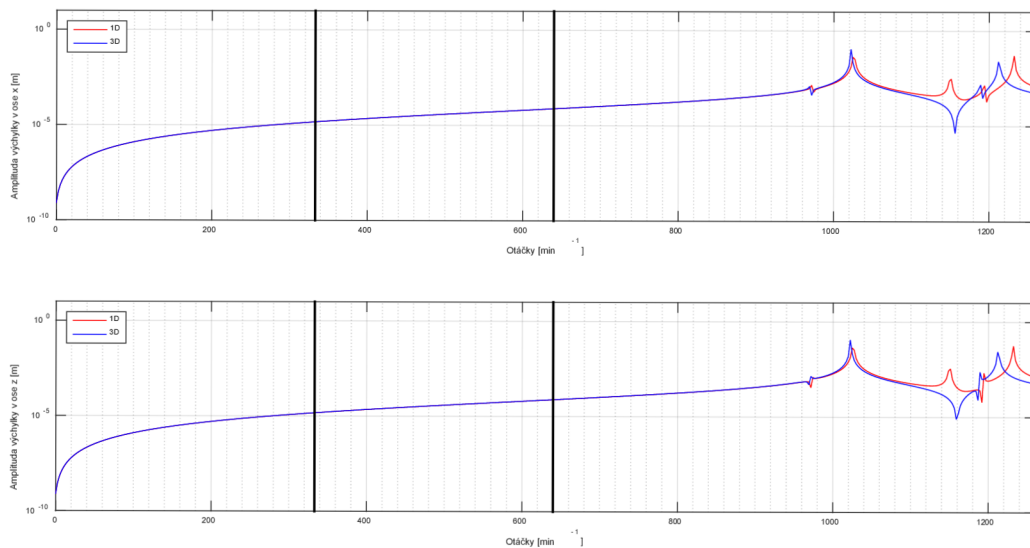
V prvním případě porovnááme výsledky, kde máme nastavené nevývahy jak na oběžném kole, tak i na generátoru. V praxi se tento případ vyskytuje nejčastěji, jelikož téměř nikdy nejsme schopni dokonale vyvážit danou soustavu.

Na obrázku 8.2.1 je zobrazeno radiální přemístění (amplituda výchylky v radiálních směrech) oběžného kola. Z grafu je patrné, že amplituda výchylky pro oba modely má totožný tvar, odchylka velikosti amplitudy výchylky pro 640 ot/min však činí 42 %. Tato odchylka by šla zmenšit při použití jemnější sítě, ovšem na úkor výpočetního času. Odchylka nastává u první rezonance, pro 1D model je to pro otáčkovou frekvenci 880 ot/min a pro 3D model je první rezonance až u 940 ot/min. Tento posun otáčkové frekvence vyplývá už z Campbellova diagramu, kde je při prvním rezonančním stavu (ohybový mód) odchylka 6 %. Viz kapitola 8.1.



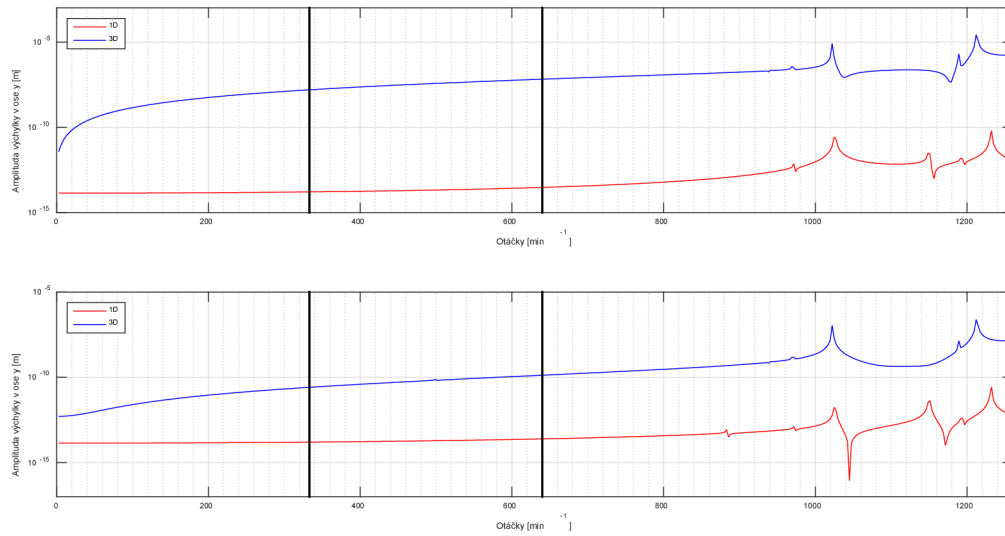
**Obrázek 8.2.1.:** Radiální přemístění oběžného kola

U radiálního přemístění generátoru, které je na obrázku 8.2.2, se křivky téměř překrývají, odchylka amplitudy výchylky pro  $640 \text{ ot/min}$  činí 0,4 %. Rezonanční stavy se posunuly do vyšších otáčkových frekvencí oproti radiálnímu přemístění oběžného kola. Je to dáno vyšší hmotností generátoru.



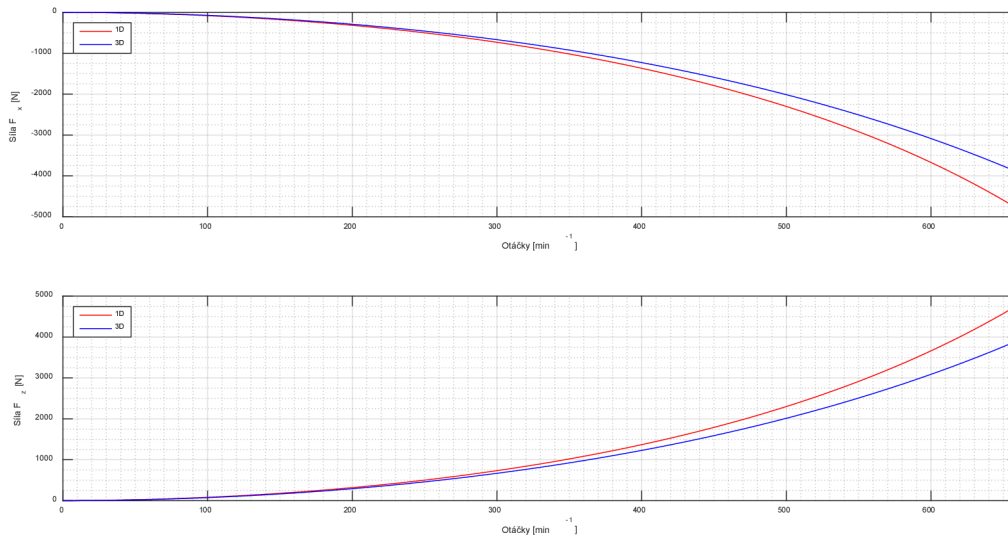
**Obrázek 8.2.2.:** Radiální přemístění generátoru

Na obrázku 8.2.3 je axiální posuv oběžného kola a ložiska HVLG. Na první pohled je rozdíl mezi oběma křivkami veliký, nicméně velikost axiálního přemístění v daných místech je tak malé, že se tyto posuvy dají považovat za numerickou nulu.

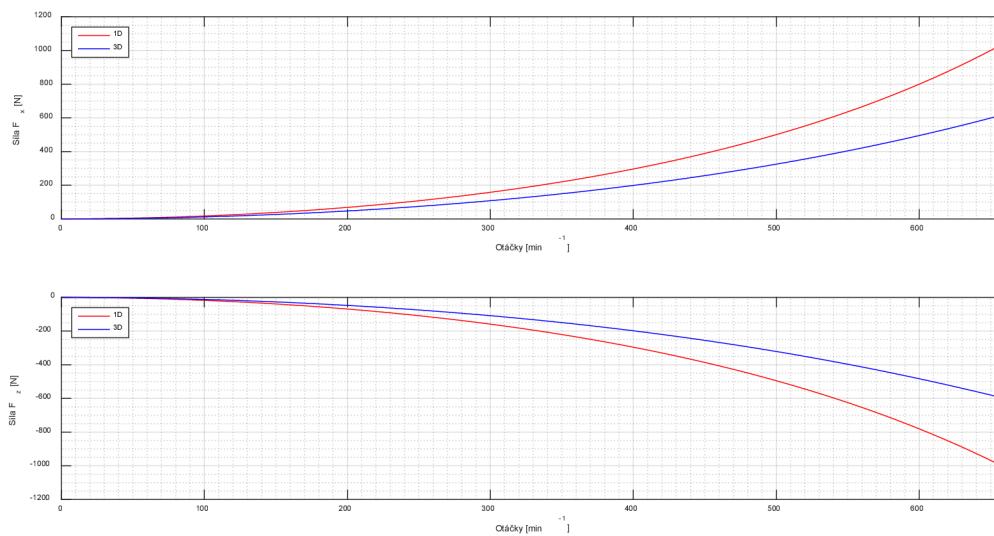


**Obrázek 8.2.3.:** Axiální přemístění oběžného kola (horní graf), ložisko HVLG (spodní graf)

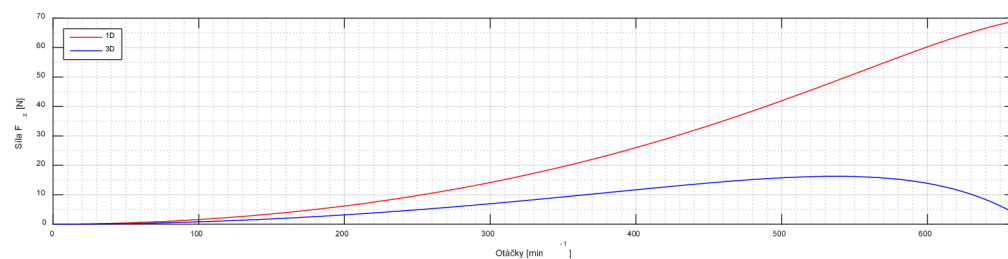
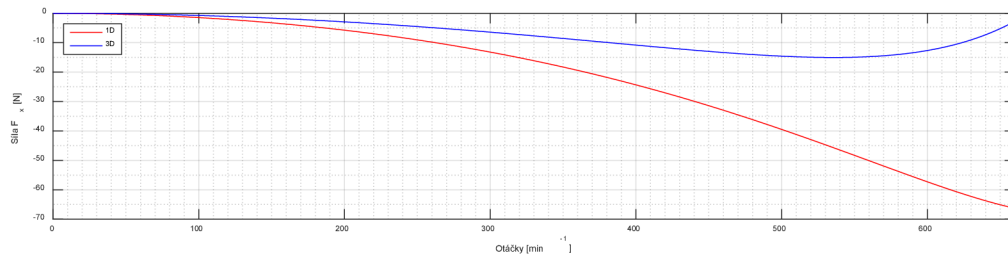
Na následujících obrázcích je zobrazeno porovnání silových odezev v radiálních ložiscích.



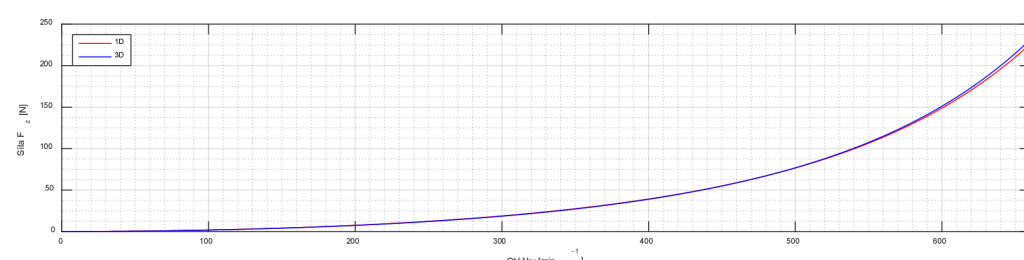
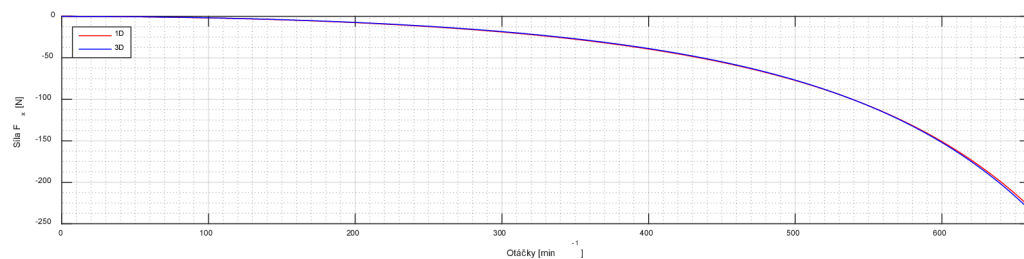
**Obrázek 8.2.4.:** Silová odezva v ložisku VL T



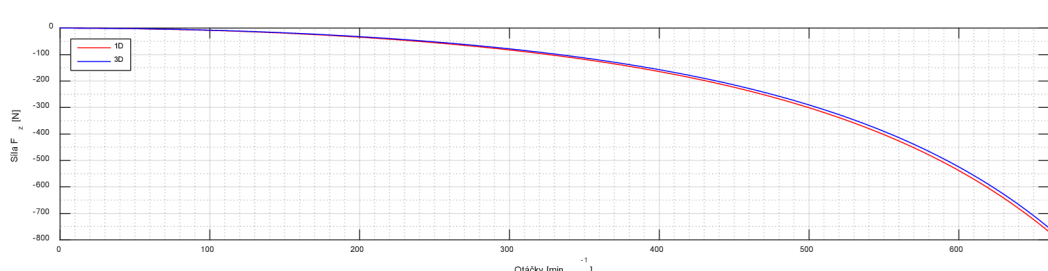
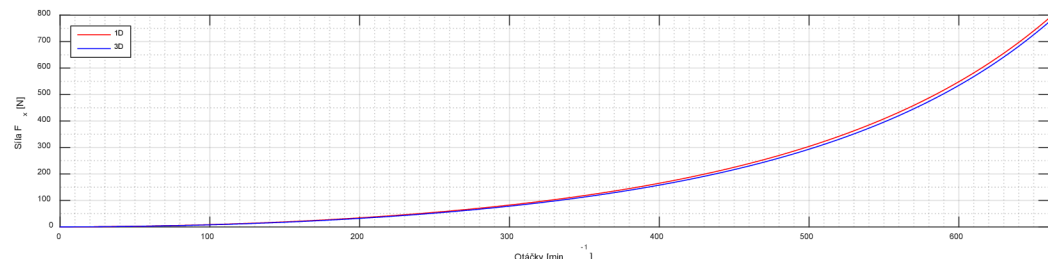
**Obrázek 8.2.5.:** Silová odezva v ložisku VL-1



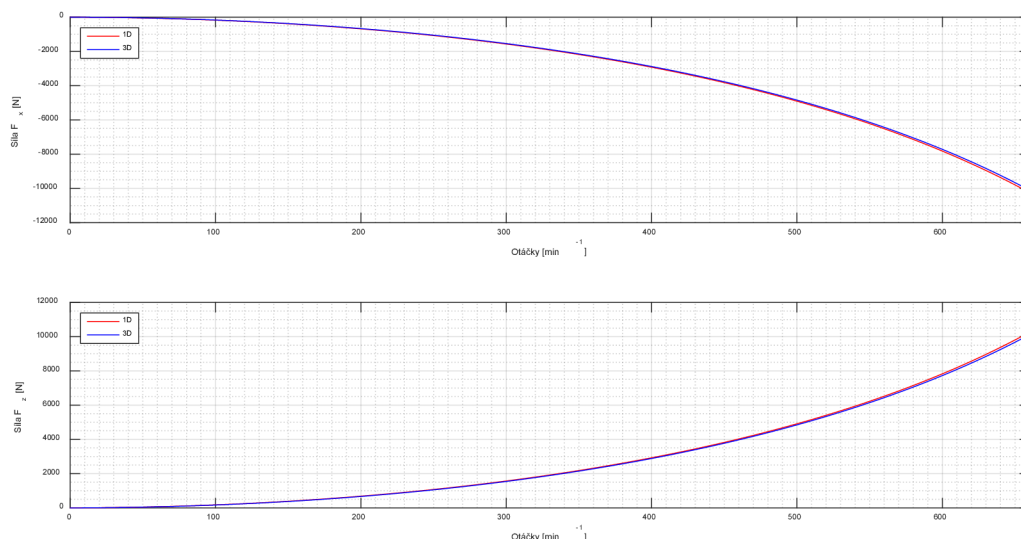
**Obrázek 8.2.6.: Silová odezva v ložisku VL-2**



**Obrázek 8.2.7.: Silová odezva v ložisku VL-3**



**Obrázek 8.2.8.: Silová odezva v ložisku VL-4**



**Obrázek 8.2.9.:** Silová odezva v ložisku DVLG

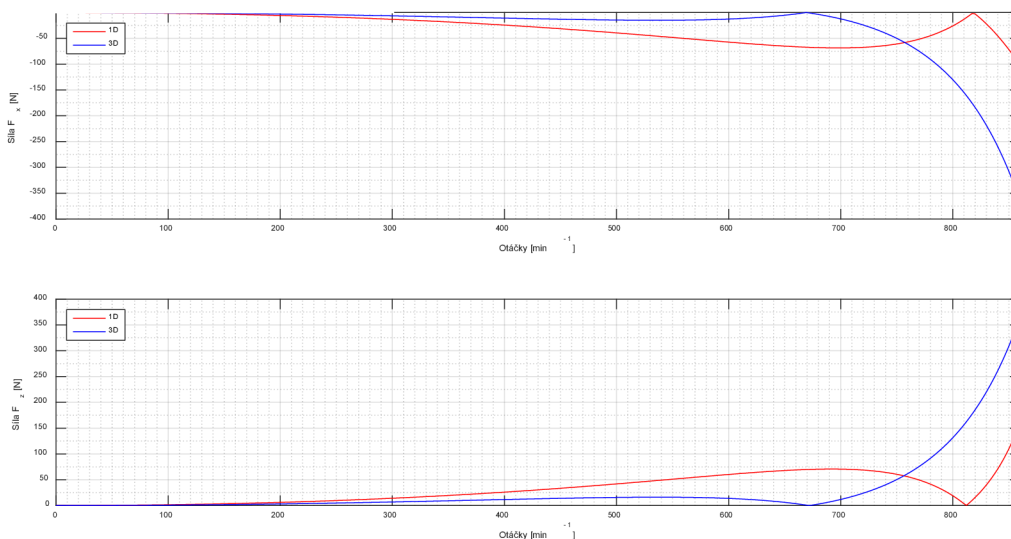
U některých silových odezv je větší odchylka v jednom směru než ve směru na něj kolmém. Je to dáno nehomogenitou tuhostí ložisek. Také je nutné připomenout, že zadání jednotlivých ložisek je různé. V případě 1D jsou ložiska zadána na osu rotace do jednoho bodu a u 3D modelu se ložiska zadávala na vnější povrch.

Procentuální odchylky u silové odezvy v jednotlivých radiálních ložiscích pro maximální otáčky 640 *ot/min*:

- VL T            17 %
- VL-1           41 %
- VL-2           87 %
- VL-3           3,4 %
- VL-4           3,6 %
- DVLG           1,0 %

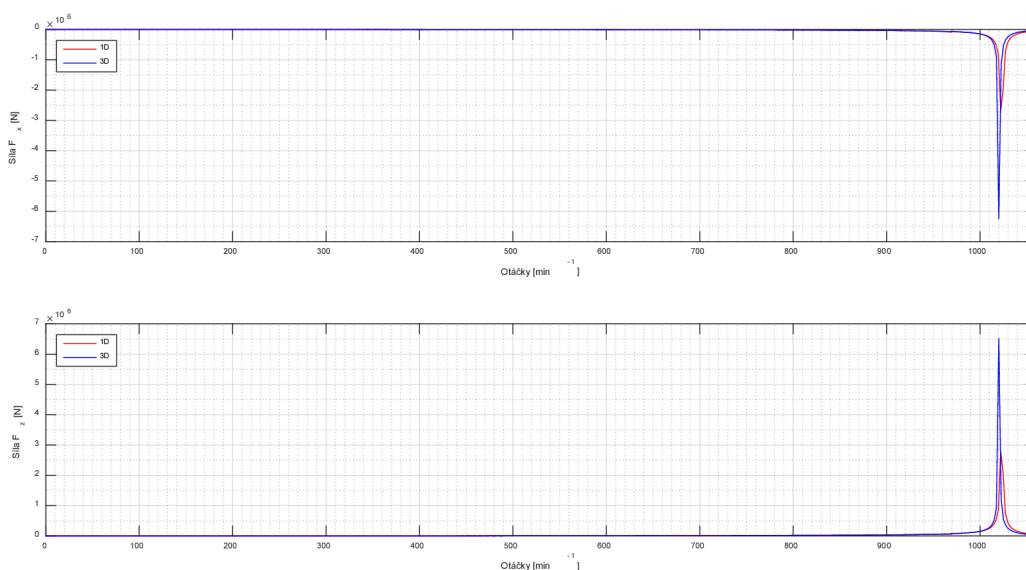
U ložiska VL-2 je odchylka ztelně větší, proto na obrázku 8.2.6-1 je vykreslena silová odezva do vyšší otáčkové frekvence. Z grafu je seznatelné, že při určitých otáčkách je odezva síly nulová, což může značit to, že pokud by se daná turbína roztočila na otáčky, které odpovídají nulové silové odezvě, tak by ložisko v daném místě nebylo potřebné (v tomhle místě se nachází nekaitající uzel).





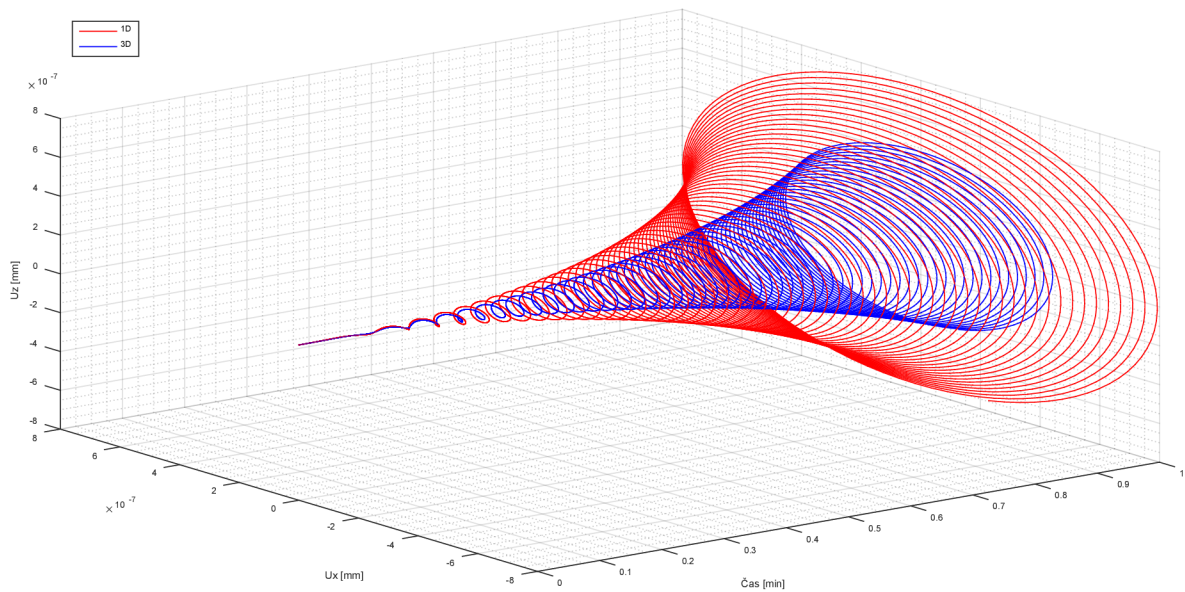
**Obrázek 8.2.6-1.:** Silová odezva v ložisku VL-2

Velká odchylka je dána 3D modelem a posunutím otáčkové frekvence, tedy bodu, ve kterém nastává rezonance. Toto posunutí by se teoreticky dalo zmenšit zjemněním kroku při výpočtu u dané harmonické analýzy. Posunutí otáčkové frekvence se projevuje určitým způsobem ve všech silových odezvách, ovšem čím jsme dále (v axiálním směru) od oběžného kola, tak se posunutí stává zanedbatelnější a není tak výrazné. Na obrázku 8.2.9-1 u ložiska DVLG je viditelný už jen nepatrný posuv otáčkové frekvence.



**Obrázek 8.2.9-1.:** Silová odezva v ložisku DVLG

Na obrázku 8.2.10 je vykreslen rozběh rotorové soustavy, konkrétně orbity oběžného kola při nevyvaze. Orbity byly vykresleny na základě amplitudy výchylky v příslušných radiálních směrech. Je to kombinace sinu a cosinu v závislosti na amplitudě výchylky, úhlové rychlosti a času, a proto odchylka mezi 1D a 3D modelem je stejná jako již zmíněného radiálního přemístění oběžného kola. Viz obrázek 8.2.1.

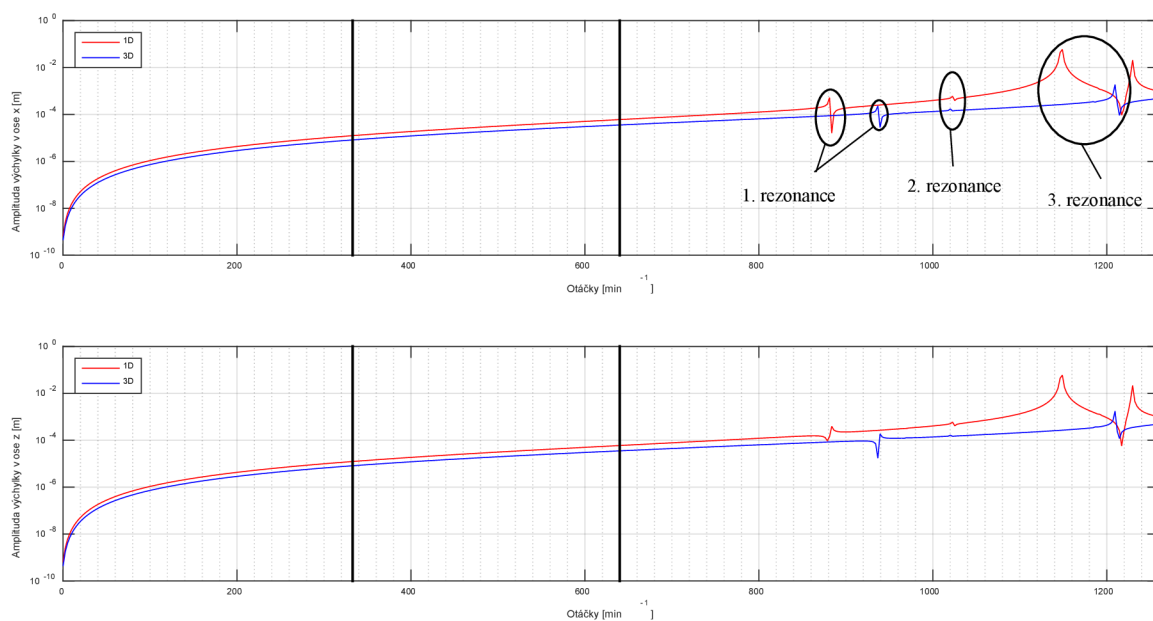


**Obrázek 8.2.10.:** Vykreslení orbity rozběhu oběžného kola rotorové soustavy

### 8.2.2 Nevývaha oběžného kola

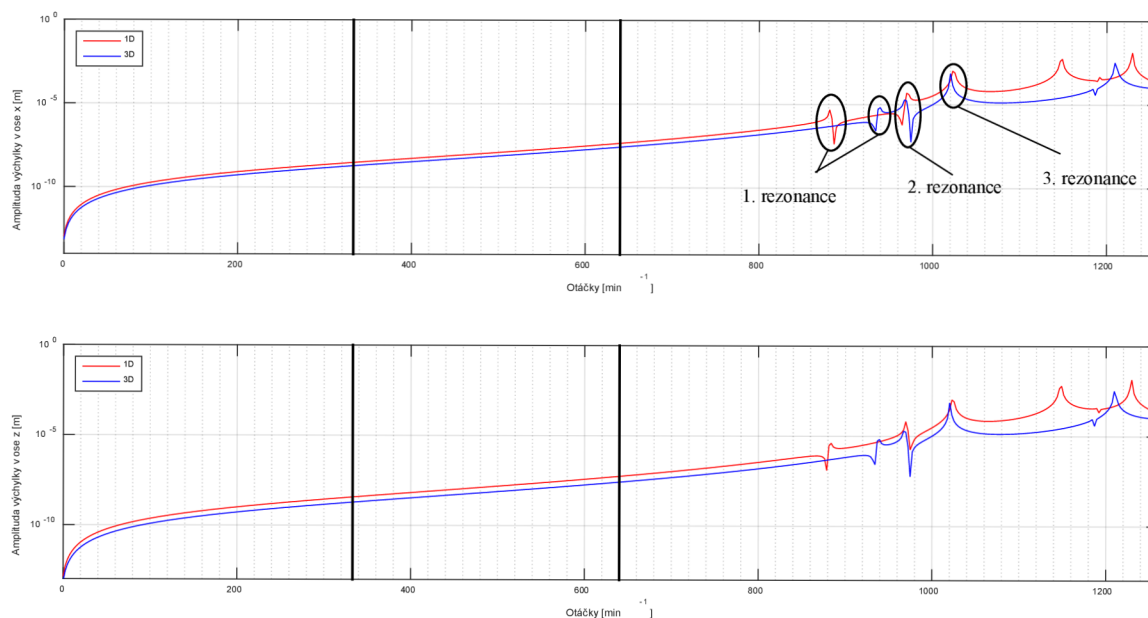
Druhým případem, méně častým v praxi, byla nastavena nevývaha na oběžné kolo.

Na obrázku 8.2.11 je srovnán výsledek radiálního přemístění oběžného kola. Odchylka mezi křivkami činí 41 % v maximálních otáčkách turbíny (640 *ot/min*). Z obrázku je pozorovatelný stejný trend křivek. Rozdíl nastává u prvního rezonančního stavu, který v případě 3D modelu je posunutý do vyšší otáčkové frekvence. Druhý rezonanční stav křivek je stejný a třetí se opět rozchází.



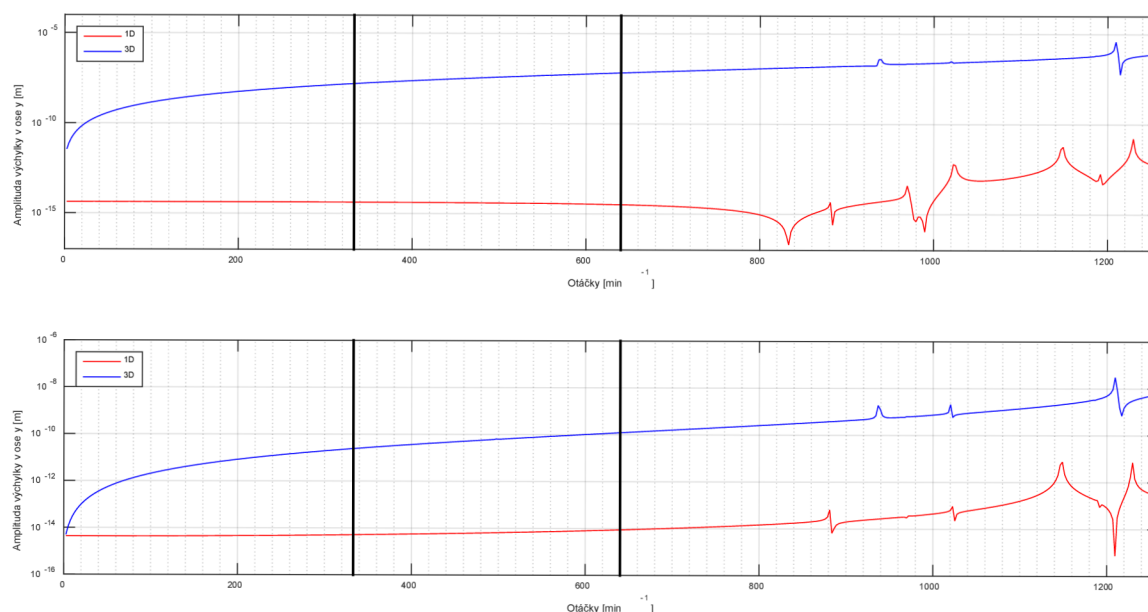
**Obrázek 8.2.11.:** Radiální přemístění oběžného kola

V případě srovnání radiálního přemístění generátoru, které je zobrazeno na obrázku 8.2.12 je průběh obou křivek obdobný. První rezonanční stav u 3D modelu je oproti 1D modelu posunut do vyšší otáčkové frekvence a další dva rezonanční stavy si odpovídají. Procentuální odchylka křivek činí 41 %.



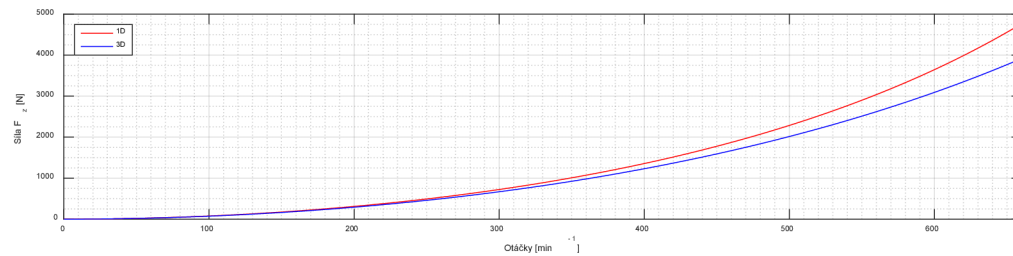
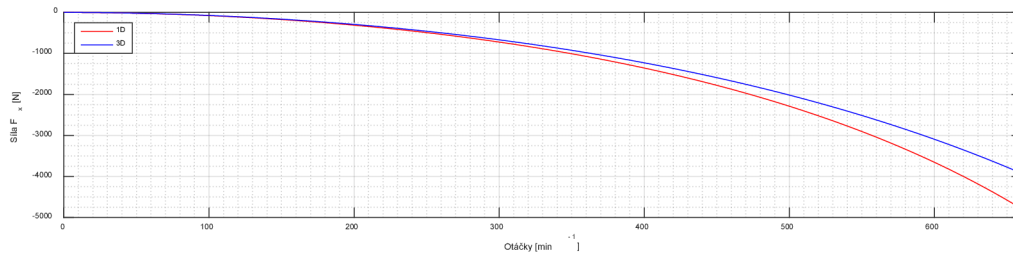
**Obrázek 8.2.12.:** Radiální přemístění generátoru

Na obrázku 8.2.13 je porovnání axiálního posunu oběžného kola v případě horního grafu a ložiska HVLG ve spodním grafu. Obdobně jako v předchozí kapitole **8.2.1** je zde patrná velká odchylka mezi křivkami. Avšak amplituda axiální výchylky je řádově tak malá, že ji můžeme považovat za numerickou nulu.

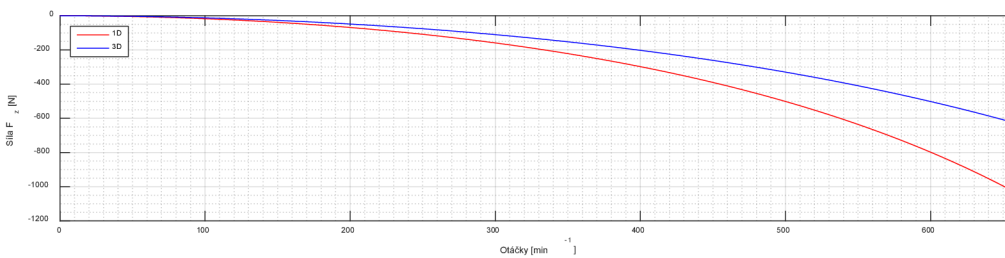
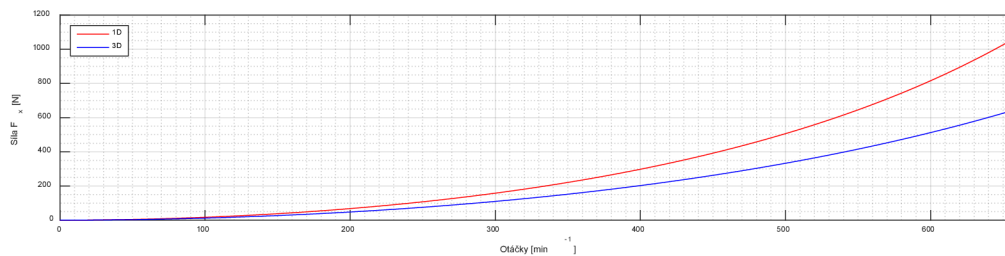


**Obrázek 8.2.13.:** Axiální přemístění oběžného kola (horní graf), ložisko HVLG (spodní graf)

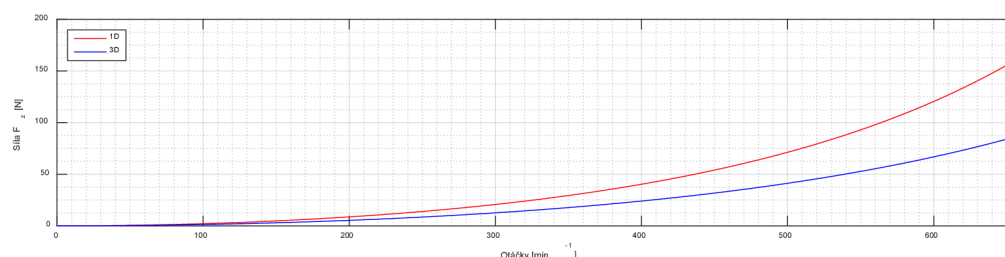
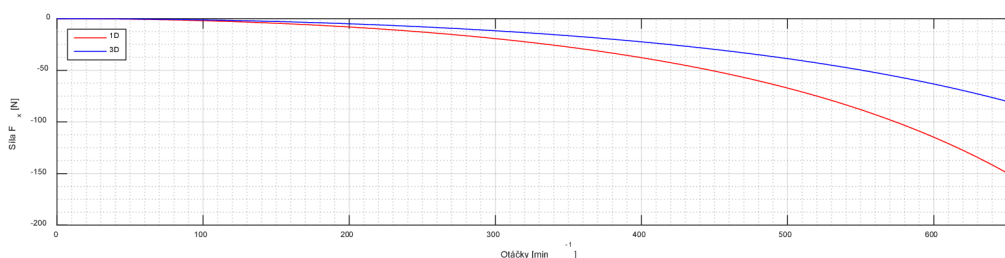
Na následujících obrázcích je zobrazeno porovnání silových odezev v radiálních ložiscích.



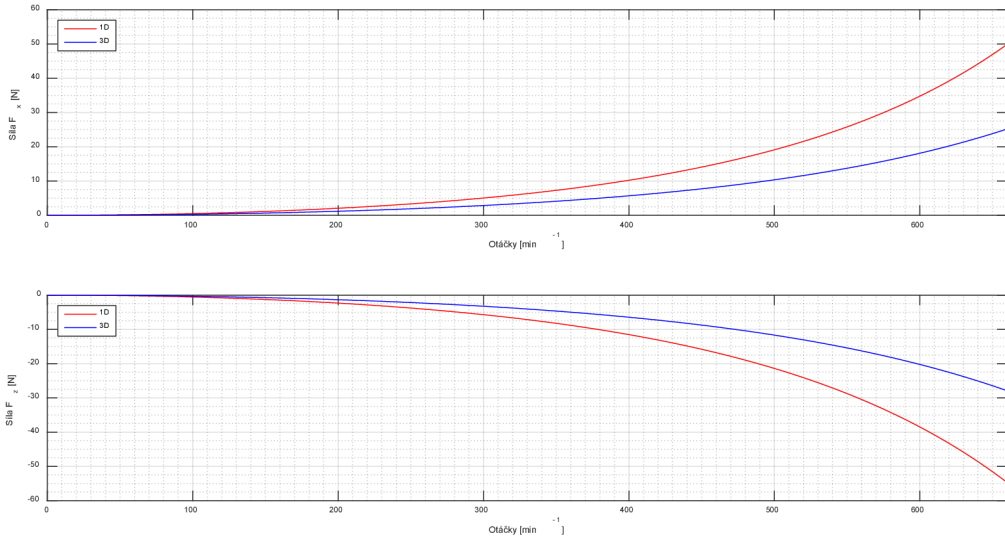
Obrázek 8.2.14.: Silová odezva v ložisku VL T



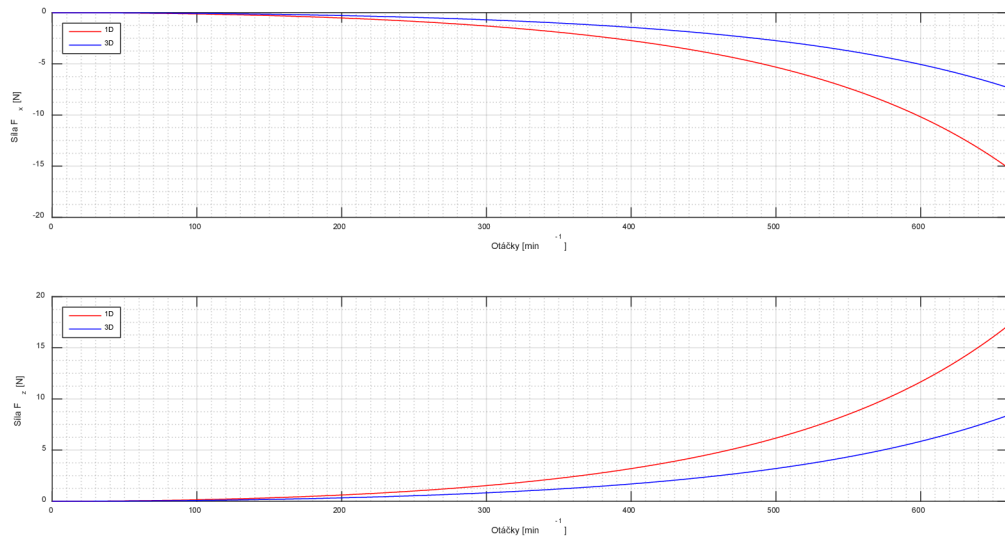
Obrázek 8.2.15.: Silová odezva v ložisku VL-1



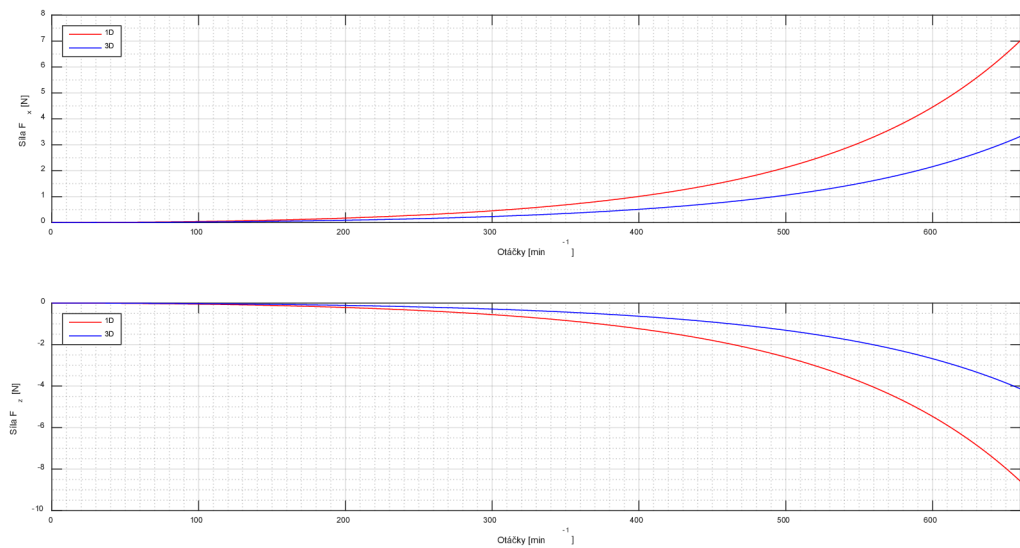
Obrázek 8.2.16.: Silová odezva v ložisku VL-2



**Obrázek 8.2.17.:** Silová odezva v ložisku VL-3



**Obrázek 8.2.18.:** Silová odezva v ložisku VL-4



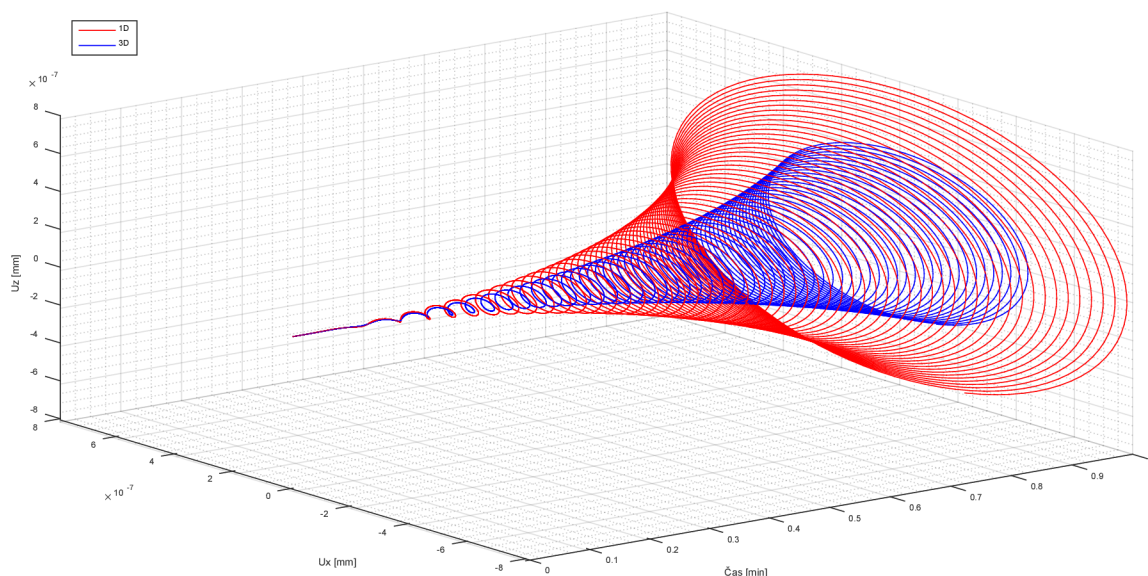
**Obrázek 8.2.19.:** Silová odezva v ložisku DVLG

U ložisek, která vykazují nehomogenitu v tuhosti, je velikost síly v jednom směru nepatrně větší než ve směru na něj kolmém.

Procentuální odchylky u silové odezvy v jednotlivých radiálních ložiscích pro maximální otáčky 640 *ot/min*:

- VL T 17 %
- VL-1 38 %
- VL-2 45 %
- VL-3 49 %
- VL-4 51 %
- DVLG 52 %

Vysoké odchylky u jednotlivých ložisek jsou částečně dány posunutím rezonančního stavu u 1D modelu. Zmenšení tohoto posunutí by bylo možné dosáhnout, například pokud by se nastavil jemnější krok u harmonické analýzy.

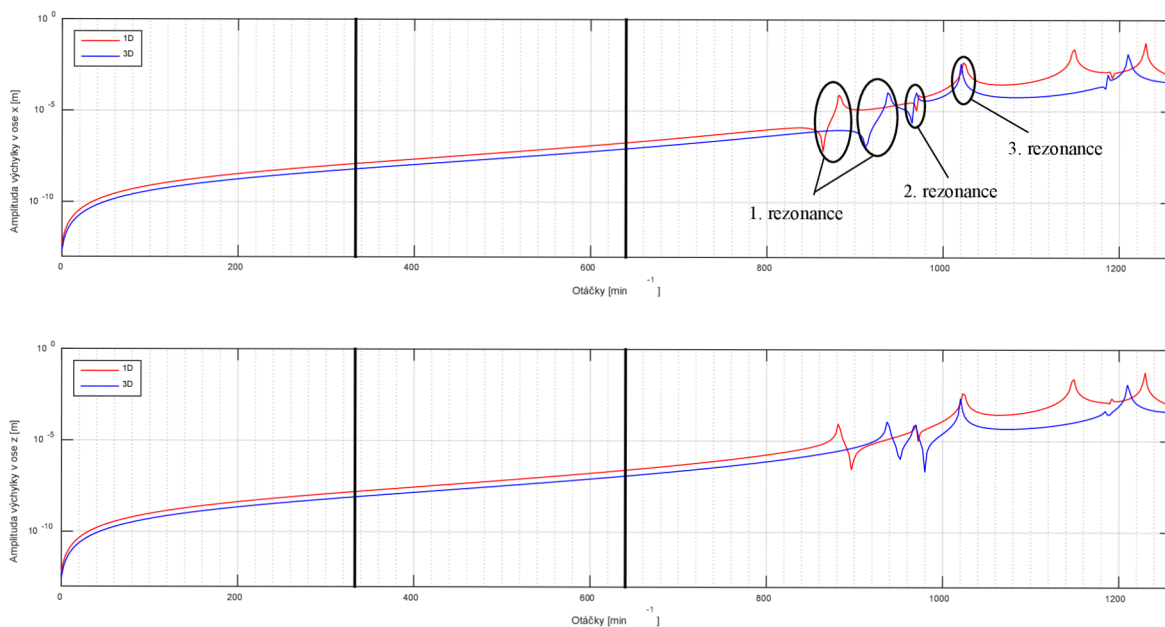


**Obrázek 8.2.20.:** Vykreslení orbity rozběhu oběžného kola rotorové soustavy

### 8.2.3 Nevývaha generátoru

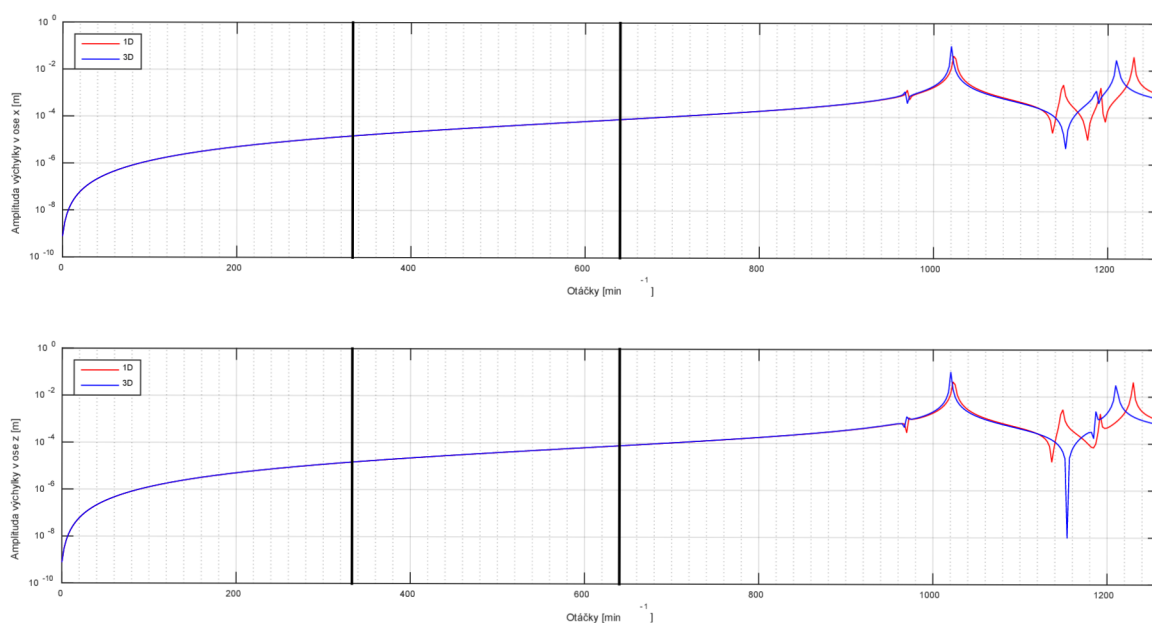
Ve třetím případě byla nastavena nevývaha pouze na generátor. Tento typ se v praxi také moc neobjevuje.

Na obrázku 8.2.21 je srovnán výsledek radiálního přemístění oběžného kola. Jak je patrné z obrázku, tak průběh křivek je po první rezonanční stav téměř totožný. Odchylka mezi křivkami 1D a 3D řešení činí 53 % pro maximální otáčky turbíny (640 *ot/min*). Tato odchylka by šla zmenšit při použití jemnější sítě, ovšem na úkor výpočetního času. U prvního rezonančního stavu je patrný rozdíl, který v případě 3D modelu je posunutý do vyšší otáčkové frekvence. Druhý a třetí rezonanční stav je téměř totožný.



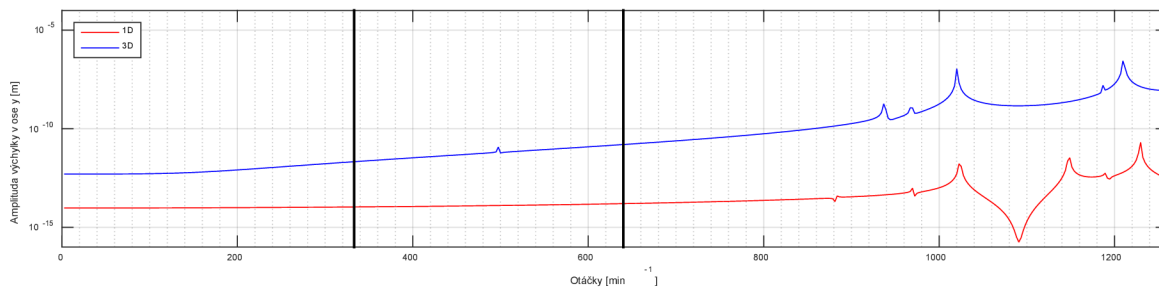
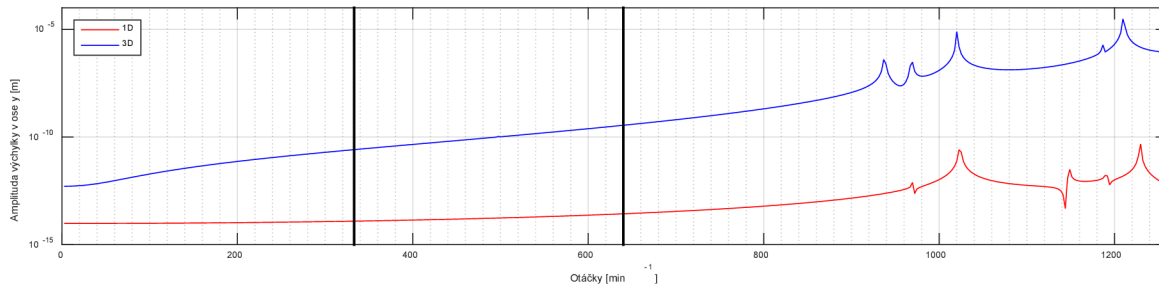
**Obrázek 8.2.21.:** Radiální přemístění oběžného kola

U radiálního přemístění generátoru, které je na obrázku 8.2.22 se křivky téměř překrývají, odchylka amplitudy výchylky pro  $640 \text{ ot/min}$  činí 0,4 %. Rezonanční stavy se posunuly do vyšších otáčkových frekvencí oproti radiálnímu přemístění oběžného kola.



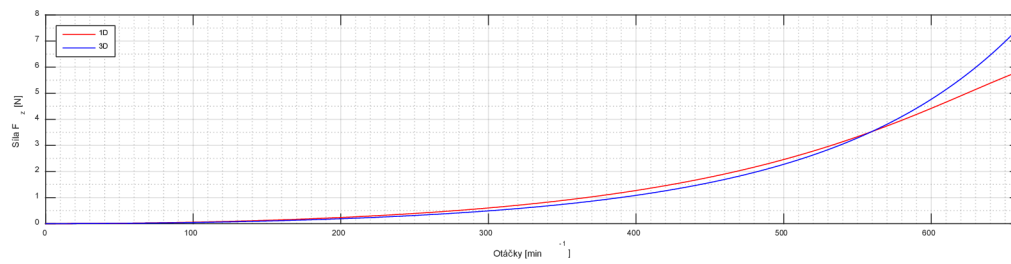
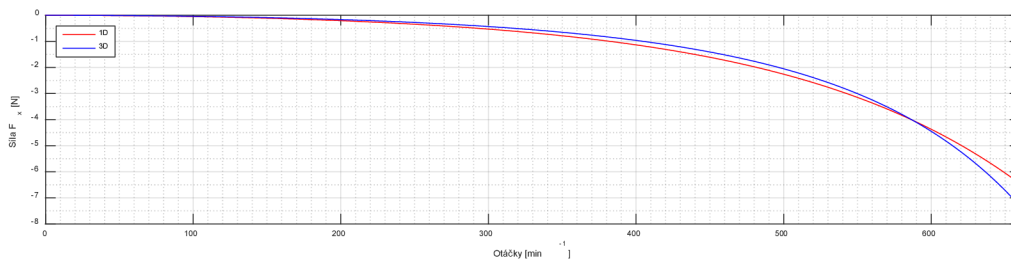
**Obrázek 8.2.22.:** Radiální přemístění generátoru

Na obrázku 8.2.23 je axiální posuv oběžného kola a ložiska HVLG. Na první pohled je rozdíl mezi oběma křivkami veliký, nicméně velikost axiálního přemístění v daných místech je tak malé, že se tyto posuvy dají považovat za numerickou nulu.



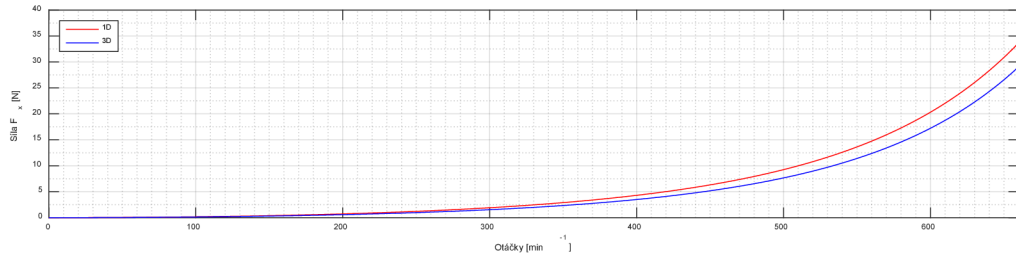
**Obrázek 8.2.23.:** Axiální přemístění oběžného kola (horní graf), ložisko HVLG (spodní graf)

Na následujících obrázcích je zobrazeno porovnání silových odezv v jednotlivých radiálních ložiscích.

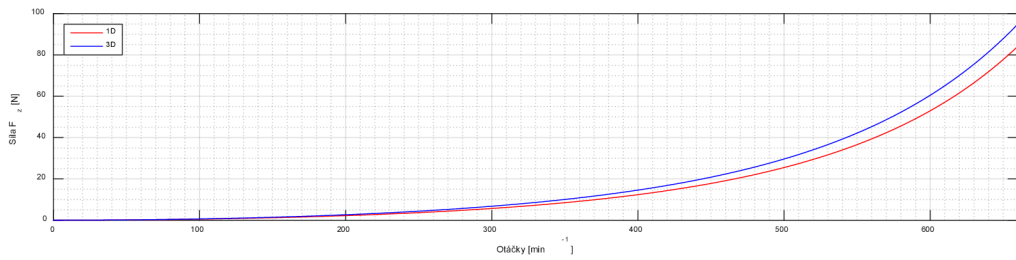
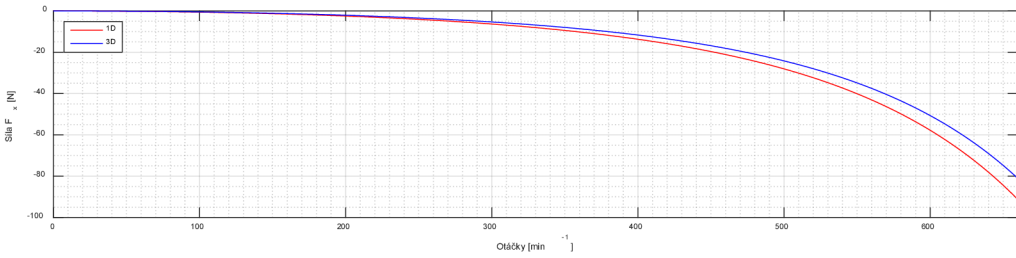
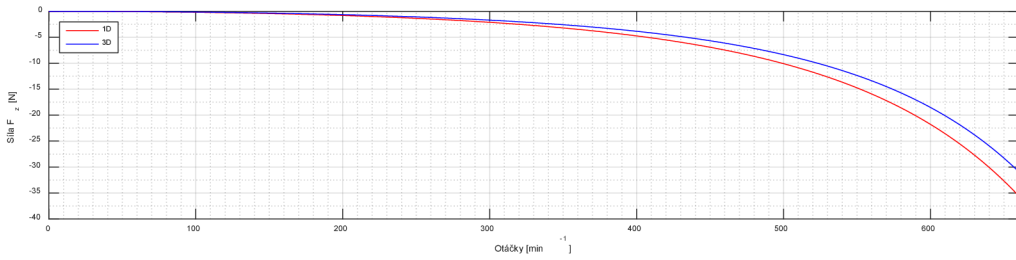


**Obrázek 8.2.24.:** Silová odezva v ložisku VL T

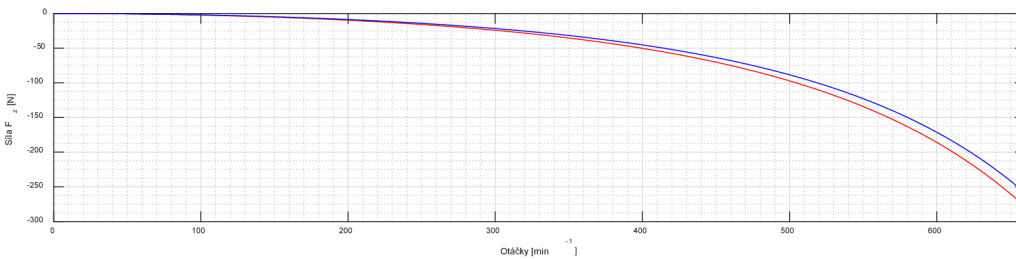
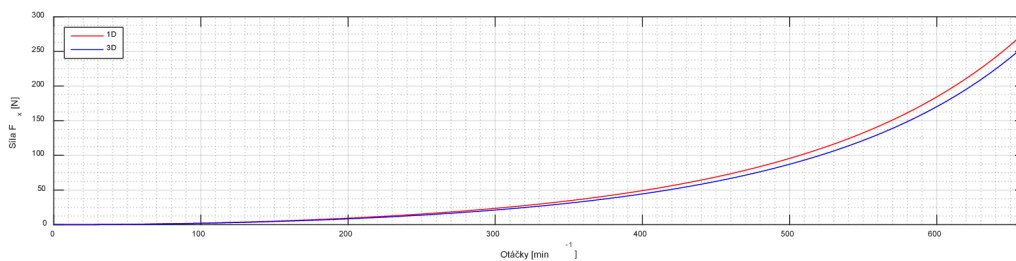




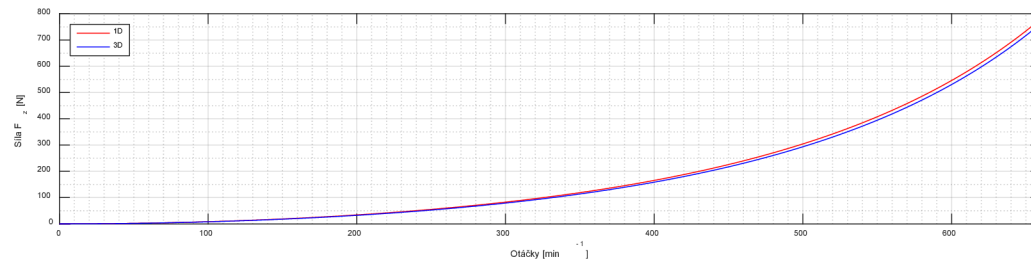
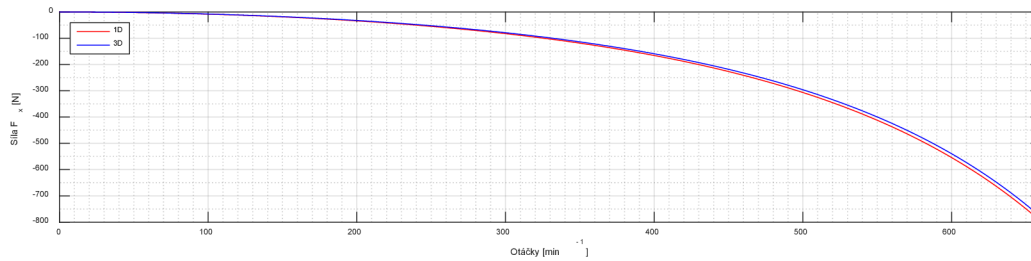
**Obrázek 8.2.25.: Silová odezva v ložisku VL-1**



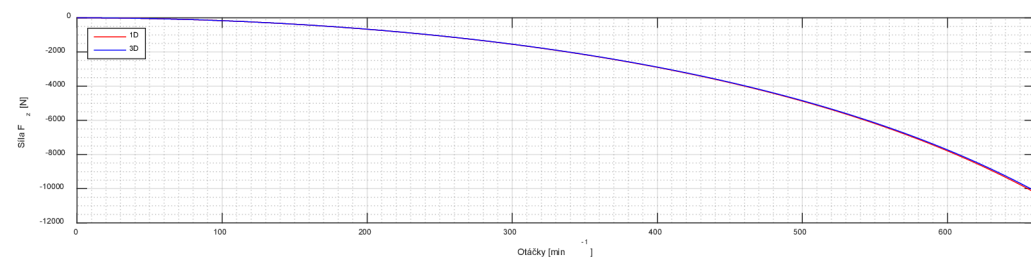
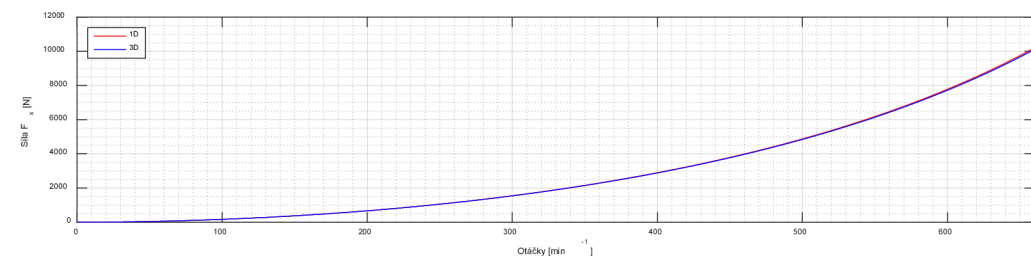
**Obrázek 8.2.26.: Silová odezva v ložisku VL-2**



**Obrázek 8.2.27.: Silová odezva v ložisku VL-3**



**Obrázek 8.2.28.:** Silivá odezva v ložisku VL-4



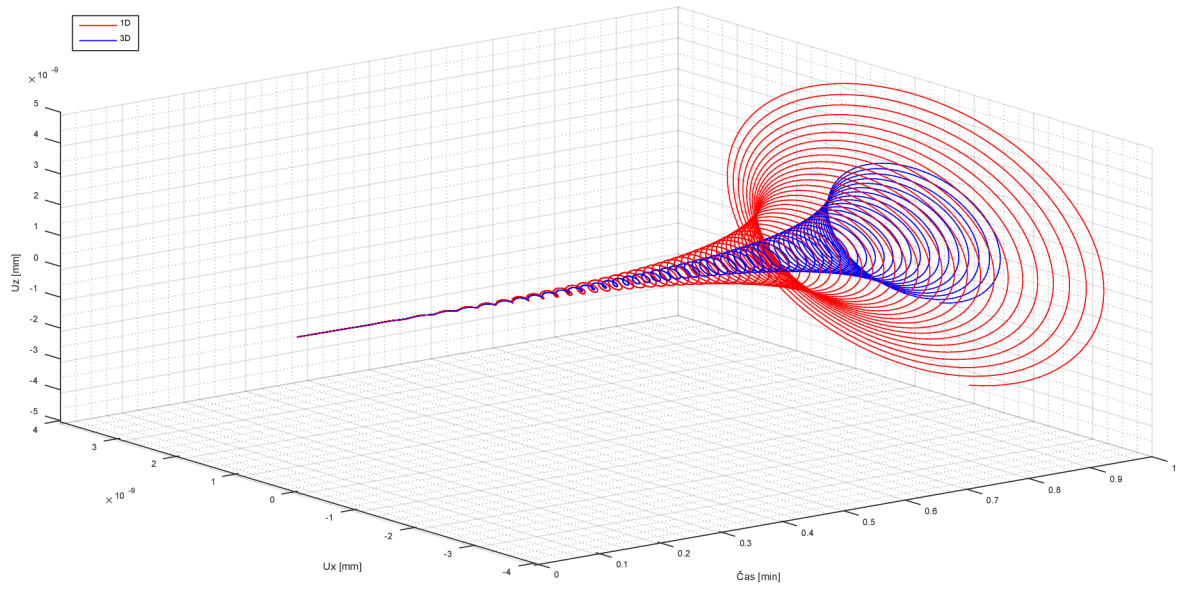
**Obrázek 8.2.29.:** Silivá odezva v ložisku DVLG

U ložisek, která vykazují nehomogenitu v tuhosti, je velikost síly v jednom radiálním směru nepatrně větší než ve směru na něj kolmém.

Procentuální odchylky u silové odezvy v jednotlivých radiálních ložiscích pro maximální otáčky 640 ot/min:

- VL T            17 %
- VL-1           14 %
- VL-2           12 %
- VL-3           7 %
- VL-4           3 %
- DVLG          1 %

Jak je patrné, tak procentuální velikost odchylek není tak velká jako v předchozích případech kombinací nevyvah. Viz kapitoly 8.2.1 a 8.2.2.



**Obrázek 8.2.30.:** Vykreslení orbity rozběhu oběžného kola rotorové soustavy

## 9 Závěr

Cílem diplomové práce bylo provést rešeršní studii vodních turbín, které byla věnována první část této práce. V rámci studie byla také zpracována problematika Stodolova rotoru a odvození vztahů pro pohybovou rovnici.

Téma práce bylo zadáno firmou ČKD Blansko Holding a.s., která se zabývá vývojem a výzkumem hydroenergetiky, provádí v této oblasti různé zkoušky, projekce, konstrukce, výrobu, montáž až po uvedení do provozu.

V další části diplomové práce následovalo vytvoření geometrie rotoru turbíny. Byly vytvořeny dva modely geometrie, a to jeden prutový přímo v prostředí ANSYS Workbench, kterému byly přiřazeny průřezy, a druhý objemový v prostředí SolidWorks. V návaznosti bylo provedeno řešení modální analýzy pro zjištění kritických otáček, které byly vykresleny v Campbellově diagramu. Při řešení modální analýzy byly řešeny dva případy, v prvním případě bylo uvažováno, že na oběžné kolo je zohledněn vliv spolukmitající hmotnosti vody, a ve druhém byl proveden výpočet bez vlivu vody.

Na modální analýzu navázal výpočet harmonické analýzy, ze které bylo určeno radiální a axiální přemístění oběžného kola, generátoru a také určení silové odezvy v jednotlivých radiálních ložiscích při buzení nevyváhou oběžného kola a generátorem. Byly zde uvažovány tři možnosti nevyváhy. V prvním případě byla nastavena nevyváha na oběžné kolo i na generátor, tento případ se v praxi vyskytuje nejčastěji, neboť nikdy nejsme schopni dokonale vyvážit danou soustavu. Následoval výpočet pro nevyváhu pouze oběžného kola a v posledním případě byla uvažována nevyváha pouze na generátoru.

Získané výsledky pro 1D model byly srovnány s výsledky 3D modelu, a to v kapitole 8. Nejzásadnější rozdíl nastal ve výpočetním čase. Výpočetní čas 1D úlohy v porovnání s 3D je mnohonásobně rychlejší. V případě 1D modelu se výpočetní čas pohybuje v řádu jednotek hodin, oproti 3D modelu, který se pohybuje v řádu několika dnů. Tento rozdíl je dán několikanásobně vyšším počtem elementů u 3D modelu a také záleží na použitém hardwaru.

Při vyhodnocení výsledků z Campbellova diagramu největší odchylka nastává u torzního módu. U ohybových módů jsou odchylky v řádu jednotek procent. Podrobné srovnání je v kapitole 8.1.

V kapitole 8.2 je porovnání výsledků z harmonické analýzy. Lze konstatovat, že výsledky pro radiální přemístění mají stejný tvar až po první rezonanci. Zde se hodnoty některých rezonancí rozcházejí. Ovšem je nutné si uvědomit, že daná Francisova turbína byla konstrukčně navržena tak, aby pracovala do maximálních otáček  $640 \text{ ot/min}$ . Rezonanční stavy nastávají až daleko od maximálních otáček, proto je bezpečné tuhle turbínu provozovat. Také velikosti výchylek v jednotlivých radiálních směrech nejsou velké a pohybují se v řádu mikrometrů. Pokud porovnáme axiální výchylku, tak mezi modely je odchylka velká, ale velikost výchylky je tak malá, že byla považována za nulu.

Pokud srovnáme výsledky radiálních sil, tak průběhy a velikosti sil v jednotlivých ložiscích jsou ovlivněny umístěním nevyváhy, a to v ložiscích v okolí nevyváhy jsou síly větší. Nicméně absolutní hodnoty velikosti sil nejsou velké, je to dáno také tím, že je Francisova

turbína uložena vertikálně. U jednotlivých silových odezv jsou patrné rozdílné hodnoty síly v radiálních směrech při maximálních otáčkách  $640 \text{ ot/min}$ . Je to způsobeno nehomogenitou tuhosti daných ložisek. Rozdíly jsou však velice nepatrné. Na odchylky radiální síly v ložiscích mezi 1D a 3D modelem má vliv posunutí otáčkové frekvence a posunutý rezonanční stav u jednotlivých řešení.

Závěrem lze konstatovat, že cílů, které byly v této práci definovány, bylo úspěšně dosaženo. Z výsledků je patrné, že prutový 1D model je konzervativnější, a tedy při návrhu i bezpečnější a pro výpočty v praxi je použitelnější díky nižším nárokům na výpočetní čas. Pro rozšíření této práce by bylo možné vymodelovat danou hřídel pomocí skořepinových prvků a následně porovnat s již provedenými výpočty.

## Seznam použitých zdrojů

- [1] GASCH, R., PFÜTZNER, H.: *Dynamika rotorů*. SNTL Praha 1980.
- [2] SWANSON, E., POWELL, Ch. D., WEISSMAN, S.: *A practical review of rotating machinery critical speeds and modes*. *Sound and vibration*, 2005, 39.5: 16-17.
- [3] KRATOCHVÍL, C., SLAVÍK, J.: *Mechanika těles-dynamika*, PC-DIR, skriptum VUT Brno, 1997.
- [4] MACHÁT, P. *Vodní turbíny a jejich využití* [online]. Brno, 2008 [cit. 2020-10-23]. Dostupné z:  
[https://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=7074](https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=7074)  
Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Vedoucí bakalářské práce Ing. Daniel Himr.
- [5] ČKD BLANSKO [online]. [cit. 2020-10-23]. Dostupné z:  
<https://www.ckdblansko.cz/cs/produkty-a-sluzby/turbiny>
- [6] STUDENÍK Jiří, SVITAVSKÝ Michal. *Energie větru, vody, biomasy* [online]. [cit. 2020-10-23]. Dostupné z: <https://publi.cz/books/90/Cover.html>, ISBN 978-80-88058-08-3.
- [7] Malá voda, mve.energetika [online]. [cit. 2020-10-30]. Dostupné z:  
<http://mve.energetika.cz/pretlakoveturbiny/francis-vertik.htm>
- [8] PODOLÁK, P. *Francisova turbína* [online]. [cit. 2020-10-30]. Dostupné z:  
[http://stretch.fs.cvut.cz/2016/sbornik\\_2016/a-CD-stretch2016/Olomouc\\_Podol%C3%A1k\\_turbina.pdf](http://stretch.fs.cvut.cz/2016/sbornik_2016/a-CD-stretch2016/Olomouc_Podol%C3%A1k_turbina.pdf)
- [9] Bright Hub Engineering [online]. [cit. 2020-10-30]. Dostupné z:  
<https://www.brighthubengineering.com/fluid-mechanics-hydraulics/27407-hydraulic-turbines-francis-turbine/>
- [10] Mekanizmalar [online]. [cit. 2020-11-1]. Dostupné z:  
<https://www.mekanizmalar.com/francis-turbine.html>
- [11] Wikipedie. *Francis turbine* [online]. [cit. 2020-11-1]. Dostupné z:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Francis\\_turbine](https://en.wikipedia.org/wiki/Francis_turbine)
- [12] Wikipedie. *Vodní turbína* [online]. [cit. 2020-11-1]. Dostupné z:  
[https://cs.wikipedia.org/wiki/Vodn%C3%AD\\_turb%C3%ADna](https://cs.wikipedia.org/wiki/Vodn%C3%AD_turb%C3%ADna)
- [13] Hydroelectric Power Water Use [online]. [cit. 2020-11-3]. Dostupné z:  
[https://www.usgs.gov/special-topic/water-science-school/science/hydroelectric-power-water-use?qt-science\\_center\\_objects=0#qt-science\\_center\\_objects](https://www.usgs.gov/special-topic/water-science-school/science/hydroelectric-power-water-use?qt-science_center_objects=0#qt-science_center_objects)
- [14] ZAPOMĚL, Jaroslav. *Dynamika rotorů* [online]. [cit. 2020-02-08]. Dostupné z:  
<http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebniopory/978-80-248-2754-4.pdf>
- [15] JANÍČEK, Přemysl. *Systémová metodologie: brána do řešení problémů*. Vyd. 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014, 1 sv. ISBN 978-80-7204-887-8.

- [16] Sciencedirect – Campbell Diagram, *Rotor dynamics* [online]. [cit. 2020-02-08]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/campbell-diagram>
- [17] Harlaw hydro – Design overview, *The Francis turbine* [online]. [cit. 2020-02-20]. Dostupné z: <https://www.harlawhydro.org.uk/proposal/design-overview/#.YEob4rCg9PY>
- [18] LOŠÁK, Petr. *Rotorové soustavy (RRS 20/21Z)* [pdf]. Brno: Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, 2021. Pdf poskytnuto pouze účastníkům e-learningového kurzu – 5oIMB/4

## Seznam použitých symbolů

Symbol	Jednotka	Význam
$e_T$	m	Excentricita
$e_{Gen}$	m	Excentricita generátoru
$e_{kbezH_2O}$	m	Excentricita oběžného kola bez vlivu vody
$e_{kH_2O}$	m	Excentricita oběžného kola s vlivem vody
$f$	Hz	Frekvence
$k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}$	N/m	Tuhostní součinitele
$m$	kg	Hmotnost kotouče
$m_{Gen}$	kg	Hmotnost generátoru
$m_{bezH_2O}$	kg	Hmotnost oběžného kola bez vlivu vody
$m_{sH_2O}$	kg	Hmotnost oběžného kola s vlivem vody
$n$	ot/min	Otáčky soustavy
$n_{max}$	ot/min	Maximální otáčky soustavy
$n_{prov}$	ot/min	Provozní otáčky soustavy
$t$	s	Malá časová změna
$x, y, z$	–	Souřadný systém nedeformovaného hřídele
$x', y', z'$	–	Souřadný systém ležící v těžišti kotouče
$y_T, z_T$	m	Souřadnice těžiště kotouče
$\dot{y}_T, \dot{z}_T$	m/s	Rychlost těžiště kotouče
$\ddot{y}_T, \ddot{z}_T$	m/s <sup>2</sup>	Zrychlení těžiště kotouče
$y_H, z_H$	m	Souřadnice hřídele
$\dot{y}_H, \dot{z}_H$	m/s	Rychlost hřídele
$\ddot{y}_H, \ddot{z}_H$	m/s <sup>2</sup>	Zrychlení hřídele
$C_x$	N/m	Tuhost ložiska v ose x
$C_y$	N/m	Tuhost ložiska v ose y
$C_z$	N/m	Tuhost ložiska v ose z
$F_x, F_y, F_z$	N	Složky sil působící v ložiskách
$F_{ky}, F_{kz}$	N	Složky elastické síly
$H$	–	Bod připojení hřídele ke kotouči
$H_y, H_z$	kg m/s	Složky vektoru hybnosti
$I_A$	kg m <sup>2</sup>	Moment setrvačnosti osový

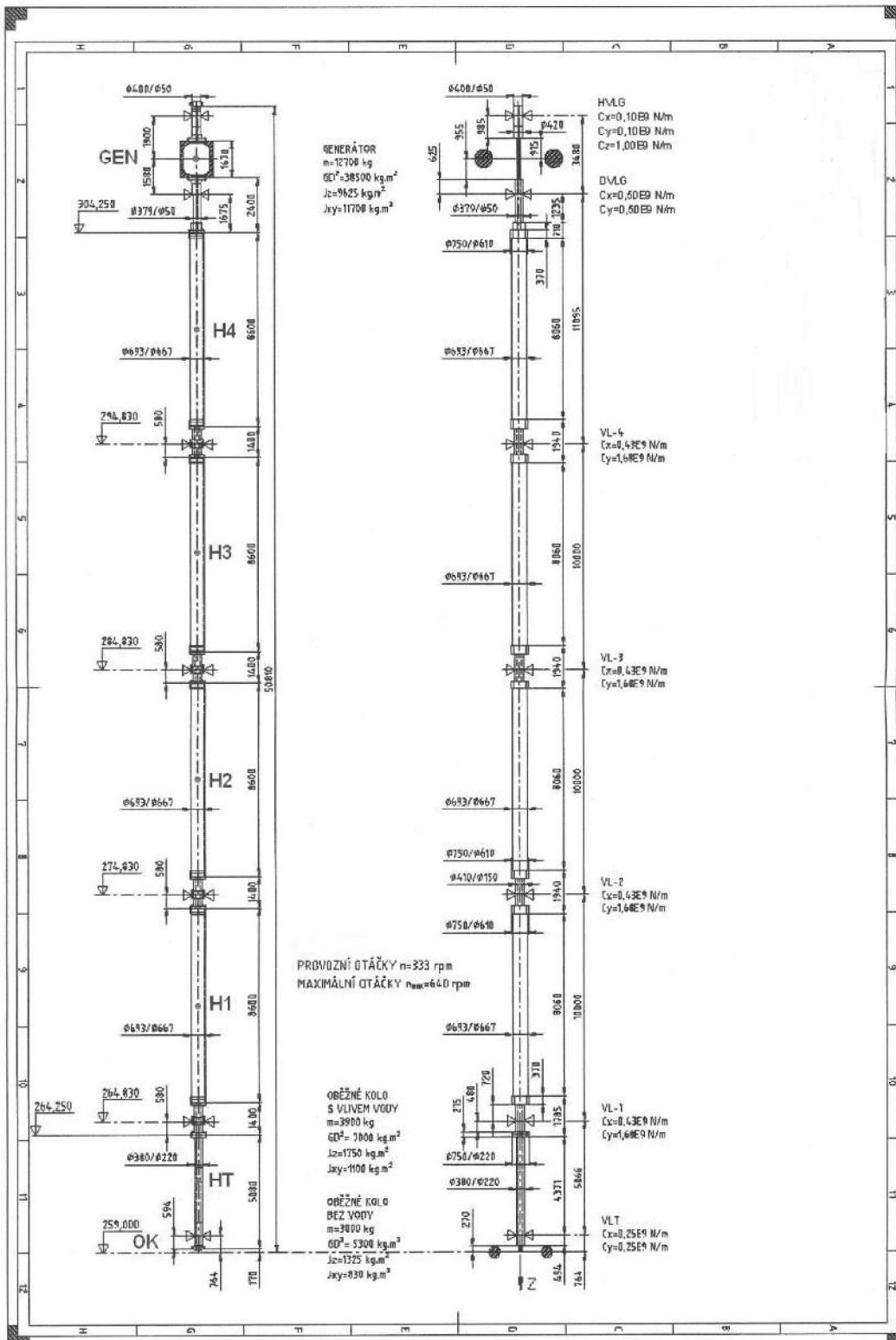


$I_D$	$\text{kg m}^2$	Moment setrvačnosti k průměrovým osám
$I_{xG}, I_{yG}, I_{zG}$	$\text{kg m}^2$	Kvadratické momenty generátoru
$I_{xK_{bez}}, I_{yK_{bez}}, I_{zK_{bez}}$	$\text{kg m}^2$	Kvadratické momenty oběžného kola bez vlivu vody
$I_{xK_s}, I_{yK_s}, I_{zK_s}$	$\text{kg m}^2$	Kvadratické momenty oběžného kola s vlivem vody
$L_x, L_y, L_z$	$\text{kg m}^2/\text{s}$	Složky momentu hybnosti kotouče nepohyblivého s.s.
$L'_x, L'_y, L'_z$	$\text{kg m}^2/\text{s}$	Složky momentu hybnosti kotouče pohyblivého s.s.
$M_{ky}, M_{kz}$	$\text{N m}$	Složky momentu elastické síly
$O$	–	Poloha rotace hřídele – nedeformovaný tvar
$S_i$	–	Podmnožiny systému podstatných veličin
$T$	–	Poloha těžiště hřídele – deformovaný tvar
$U_{Gen}$	$\text{kg m}$	Nevývaha generátoru
$U_k$	$\text{kg m}$	Nevývaha oběžného kola
$U_x, U_y, U_z$	$\text{m}$	Složky posuvů těžiště oběžného kola
$\varphi_0$	$\text{rad}$	Počáteční fázový úhel
$\varphi_y, \varphi_z$	$\text{rad}$	Úhel natočení kotouče
$\dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z$	$\text{rad/s}$	Rychlost naklápění kotouče
$\ddot{\varphi}_y, \ddot{\varphi}_z$	$\text{rad/s}^2$	Zrychlení naklápění kotouče
$\omega$	$\text{rad/s}$	Úhlová rychlost kotouče
$\Omega$	–	Objekt
$(dt)$	$\text{s}$	Malá časová změna
$(dH_y, dH_z)$	$\text{kg m/s}$	Malá změna hybnosti kotouče
$\mathbf{F}$	$\text{N}$	Vektor zobecněných sil
$\mathbf{G}$	$\text{kg m}^2$	Matice gyroskopických účinků
$\mathbf{K}$	$\text{N/m}$	Matice tuhosti
$\mathbf{M}$	$\text{kg}$	Matice hmotnosti

# Seznam příloh

## Příloha A

### Schéma rotorové soustavy



Scheme of the rotor system

## **Příloha B**

Součástí diplomové práce je také elektronická příloha 1D řešení, která obsahuje:

- Archivní soubor z programu ANSYS Workbench – *Vertical Francis turbine.wbpz*
- Soubory pro vykreslení Campbellova diagramu v programu Matlab – *ID\_Campbell*
- Soubory pro určení odezvy při buzení neváhou v programu Matlab – *ID\_Odezvy*